



# Teoría y Problemas de Flujo de Fluidos Compresibles y Equipos de Bombeo

Reinier Jiménez Borges  
José Pedro Monteagudo Yanes  
Sergio Yaniel Carrasco García





# Teoría y Problemas de Flujo de Fluidos Compresibles y Equipos de Bombeo

Reinier Jiménez Borges  
José Pedro Monteagudo Yanes  
Sergio Yaniel Carrasco García

Diseño de carátula: D.I. Yunisley Bruno Díaz

Edición: D.I. Yunisley Bruno Díaz

Corrección: MSc. Dolores Pérez Dueñas

Dirección editorial: Dr. C. Jorge Luis León González

Sobre la presente edición:

© Editorial Universo Sur, 2017

ISBN: 978-959-257-484-7

Podrá reproducirse, de forma parcial o total, siempre que se haga de forma literal y se mencione la fuente.



Editorial: "Universo Sur".

Universidad de Cienfuegos. Carretera a Rodas, Km 3 ½.

Cuatro Caminos. Cienfuegos. Cuba.

CP: 59430

# PRÓLOGO

La monografía pretende completar la base bibliográfica con que cuenta la asignatura de Mecánica de los Fluidos pertenecientes a la carrera de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Cienfuegos, desarrollada por el MSc. Reinier Jiménez Borges, el Dr. C. José Pedro Monteagudo Yanes y Sergio Yaniel Carrasco García. La misma presenta la metodología para la solución de problemas relacionados fundamentalmente a los fluidos de carácter compresibles, a las fuerzas que están presentes en un campo fluido así como problemas de equipos de bombeo en general. Cuenta además con un total de 25 problemas propuestos distribuidos en dos capítulos que valen para el autoestudio. La relación de un conjunto de anexos desde tablas de conversión, propiedades de los fluidos principales, así como coeficientes, permite poder dar solución a algunos de estos problemas propuestos.

# CAPÍTULO I

## Flujo de fluidos compresibles. Sustentación

### 1.1 Fuerza de empuje ascensional

La fuerza de empuje ascensional o de sustentación es una fuerza que actúa sobre un cuerpo sumergido en dirección perpendicular al movimiento relativo entre el fluido y el cuerpo (Smith, 1980; Mataix, 1982; Munson, 1999; Potter, 2002).

El ejemplo más común de la acción de la fuerza de sustentación es el observado en el ala de un avión que es sostenido en el aire por esta fuerza. La explicación más elemental para tal fuerza de sustentación es que la velocidad del aire sobre la parte superior del ala es mayor que la velocidad media, mientras que la velocidad en la parte inferior de ala es menor que la velocidad media. La figura 1.1 b) presenta los perfiles de presión positivo y negativo sobre ambas superficies del ala.

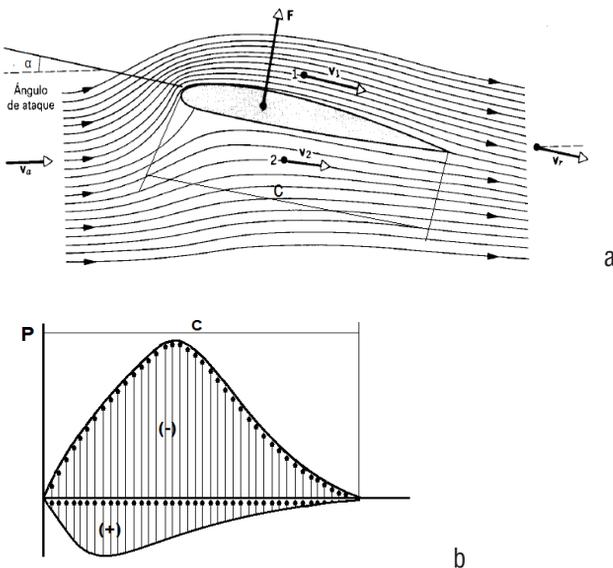


Figura 1. 1. Perfiles de velocidad (a) y presión (b) en un ala moviéndose en un fluido en reposo.

Fuente: Elaboración propia.

Aplicando el teorema de Bernoulli a las líneas de corriente resulta que hay una presión menor en la parte superior del ala y una presión mayor en la parte inferior Figura 1.1 b) lo que da lugar a una sustentación neta hacia arriba.

La mayor velocidad en la parte superior del ala Figura 1. 1 y la menor velocidad en la parte inferior se pueden explicar, sin dejar de tener en cuenta que se induce una circulación  $\Gamma$  (Gamma).

## 1.2 Circulación

Para poder explicar el concepto de Circulación es necesario conocer la ecuación que rige en el campo fluido de un torbellino o vórtice libre.

En el vórtice libre no hay consumo de energía procedente de una fuente exterior. El fluido gira gracias a una rotación previamente dada al mismo o debido a alguna acción interna (Fay, 1996; Shames, 1967). Ejemplo de ello son: El torbellino en un río, el flujo giratorio que se produce en recipientes de poca profundidad cuando el líquido se desaloja a través de un agujero en el fondo (lavamanos, bañaderas etc.) y el flujo en la carcasa de una bomba centrífuga fuera del rodete o impelente (en la voluta).

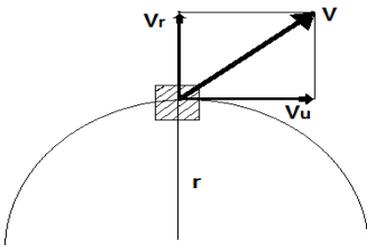


Figura 1. 2. Partícula de fluido moviéndose en un vórtice libre.

Fuente: Elaboración propia.

La segunda Ley de Newton se expresa a partir de la ecuación 1.1:

$$\sum F = \frac{d(m \cdot V)_s}{dt} \quad (\text{Ec. 1. 1})$$

La sumatoria de todas las fuerzas exteriores que actúan sobre un sistema fluido es igual a la velocidad de cambio de la cantidad de movimiento(  $(m \cdot V)_s$ )

La ecuación 1.1 también puede expresarse como:

$$\sum F \cdot dt = d(m \cdot V)_s \text{ (Ec. 1. 2)}$$

Impulso de la fuerza=cambio en la cantidad de movimiento del sistema.

El momento de las fuerzas de impulso con respecto al centro de giro de la partícula de masa  $m$  moviéndose en una trayectoria circular con una velocidad  $V_t$  viene dada por la segunda ley de Newton la cual queda expresada a partir de la ecuación 1.3:

$$\tau = F \cdot r = \frac{d(m \cdot V_s) \cdot r}{dt} \text{ (Ec. 1. 3)}$$

$$\tau = \frac{d(m \cdot V_s \cdot \cos \alpha) \cdot r}{dt} = \frac{d(m \cdot V_u \cdot r)}{dt}$$

$$\tau = \frac{d(m \cdot V_u \cdot r)}{dt} \text{ (Ec. 1. 3. 1)}$$

Para el caso del Vórtice Libre (Fluido sin fricción) no hay un par o torque exterior aplicado por lo que la ecuación 1.3.1 queda:

$$\tau = \frac{d(m \cdot V_u \cdot r)}{dt} = 0$$

Por lo que el término  $\tau$  y por ello para el vórtice libre se cumple que:

$$m V_1 r_1 = m V_2 r_2 \text{ (Ec. 1. 3. 2)}$$

Por lo que el término

$$V_u \cdot r = C \text{ (Ec. 1. 3. 2a)}$$

La ecuación 1.3.2 a) es la ecuación que rige en el campo fluido de un vórtice o torbellino libre.

La circulación se puede definir haciendo uso de la Figura 1. 3 donde las líneas de corriente representan un campo de flujo bidimensional y  $L$  representa cualquier trayectoria cerrada dentro del campo.

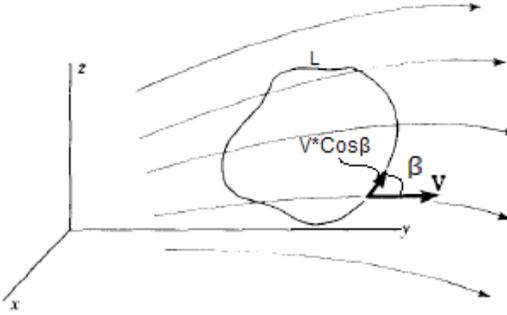


Figura 1. 3. Circulación alrededor de una trayectoria cerrada en un campo bidimensional.

Fuente: Elaboración propia.

**La circulación ( $\Gamma$ )** se define matemáticamente como una integral de línea de la velocidad a lo largo de una trayectoria cerrada, por tanto.

$$\Gamma = \int V \cdot dl = \int V \cos \beta \cdot dl \text{ (Ec. 1. 4)}$$

Aclarar que esta integral de línea es cerrada donde:

V. Velocidad en el campo fluido en el elemento dl.

dl. Elemento de la trayectoria L.

$\beta$ . Ángulo entre V y la tangente a la trayectoria (en el sentido positivo a lo largo de la misma) en dicho punto.

Retomando a la Figura 1. 1 la mayor velocidad en la parte superior del ala y la menor velocidad en la parte inferior se pueden explicar al tener en cuenta que se induce una circulación  $\Gamma$ . Cuando el ala se mueve con relación al campo de flujo Figura 1. 4

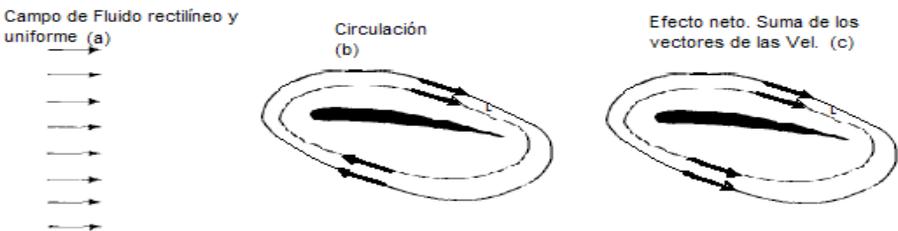


Figura 1. 4. Superposición esquemática de la circulación en un campo fluido rectilíneo y uniforme.

Fuente: Elaboración propia.

Existe una estrecha relación entre la sustentación y la circulación, la cual será estudiada en el empuje ascensional de un cilindro donde se superpone

la circulación alrededor del cilindro al campo de flujo. Se puede calcular fácilmente la circulación si se elige como trayectoria cerrada la línea de corriente circular  $L_1$  concéntrica en el centro del torbellino libre.

La circulación  $\Gamma$  es entonces:

$\Gamma = \int V \cos \beta \cdot dl$  (Ec. 1.4) como  $V$  es tangente a  $L$  el ángulo es 00 y por tanto

por lo que:  $\Gamma = \int v \cdot dl$  (Ec. 1.4)

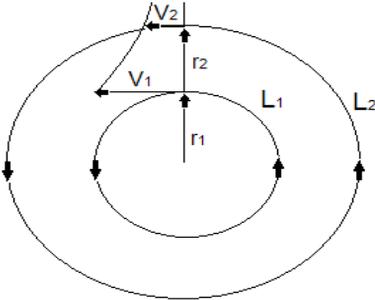


Figura 1. 5. Líneas cerradas de corriente circular.

Fuente: Elaboración propia.

Dado que  $V = \text{Constante}$ , queda la integral cerrada de la trayectoria circular, que es la longitud de la circunferencia quedando:

$$\Gamma = V \int dl = V_1(2\pi r_1) = V_2(2\pi r_2)$$

Pero como se estudió en el campo de velocidades del torbellino libre

$$V_1 r_1 = V_2 r_2 = C$$

Por lo que la circulación en este caso queda:

$$\Gamma = 2\pi C = 2\pi V r \text{ (Ec. 1.5)}$$

Se puede demostrar con mayor rigor que la circulación alrededor de cualquier trayectoria que encierra el centro del torbellino viene dada por la ecuación 1.5.

Como se ve de la ecuación 1.5 la circulación depende únicamente del término ( $C=Vr$ ) que es la Constante del Torbellino y se denomina Fuerza del Torbellino.

### 1.3 Empuje ascensional de un cilindro circular

Considerando un flujo uniforme de un fluido ideal alrededor de un cilindro que tiene longitud infinita. (Figura 1. 6)

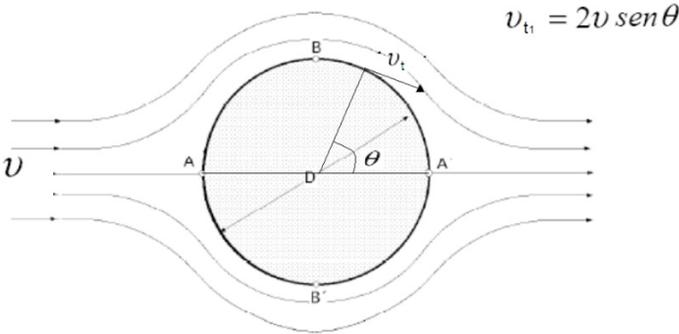


Figura 1. 6. Flujo simétrico alrededor del cilindro circular.

Fuente: Elaboración propia.

La hidrodinámica clásica ha demostrado que teniendo un flujo estacionario de velocidad uniforme  $U$ , la velocidad  $V$  en el sentido de las agujas del reloj en la periferia del cilindro ( $r=R$ ) viene dada por la ecuación 1.6.

$$V_{t1} = 2U \cdot \text{sen } \theta \text{ (Ec. 1. 6)}$$

La distribución de presión sobre el cilindro se puede calcular aplicando el teorema de Bernoulli entre un punto en el infinito de la corriente principal y un punto en la superficie del cilindro. Dado que la distribución de presión alrededor del cilindro es completamente simétrica no se producen fuerzas de sustentación, ni resistencia para este caso ideal.

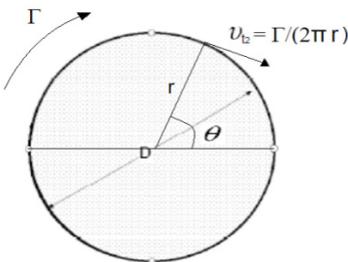


Figura 1. 7. Flujo circulatorio alrededor del cilindro.

Fuente: Elaboración propia.

Estudiando un flujo estacionario alrededor del cilindro (Figura 1. 7) y asignando un signo positivo (+) a la circulación en el sentido de las agujas del reloj se deduce a partir de la ecuación 1. 5 que la velocidad periférica  $V_{t2}$  (en el sentido de las agujas del reloj) sobre la superficie del cilindro debido a la circulación se puede expresar como:

$$V_{t2} = \frac{\Gamma}{2\pi \cdot R} \quad (\text{Ec. 1. 7})$$

El cilindro sólido ha reemplazado el vórtice central en la teoría de la circulación.

Suponiendo el flujo circulatorio sobre el movimiento uniforme se obtiene el flujo asimétrico en el cilindro circular, dado en la Figura 1. 8:

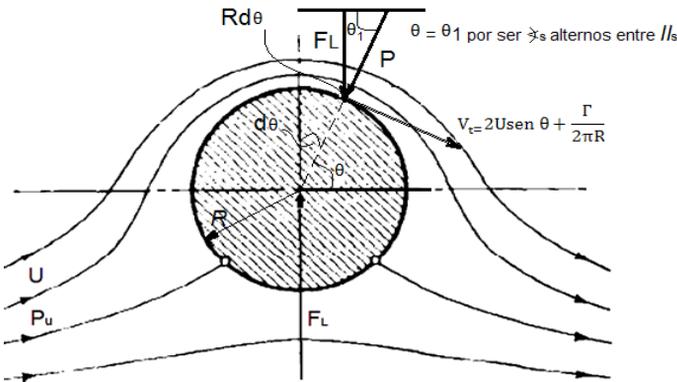


Figura 1. 8. Superposición de los flujos.

Fuente: Elaboración propia.

La velocidad en el sentido de las agujas del reloj en la periferia del cilindro es la suma de las dos contribuciones ya presentadas en las Figuras 1. 6 y 1. 7 quedando:

$$V_t = 2U \text{sen } \theta + \frac{\Gamma}{2\pi R} \quad (\text{Ec. 1. 8})$$

La ecuación general para la presión ( $p$ ) en cualquier punto sobre la superficie del cilindro se obtiene a partir de la ecuación de la energía (Teorema de Bernoulli).

$$\frac{P_u}{\gamma} + \frac{U^2}{2g} = \frac{P}{\gamma} + \frac{V_t^2}{2g} \quad (\text{Ec. 1.9})$$

Donde:

Presión en un punto alejado donde la velocidad U es uniforme.

Determinando la diferencia de presión entre un punto alejado de la corriente y la superficie del cilindro haciendo uso de la ecuación 1.9 queda:

$$\frac{P}{\gamma} - \frac{P_u}{\gamma} = \frac{U^2}{2g} - \frac{V_t^2}{2g} \quad (\text{Ec. 1.9.1})$$

Sacando factor común los términos  $\gamma$  y  $2g$  y considerando que  $\gamma = \rho g$  la ecuación 1.9.1 se transforma en:

$$P - P_u = \frac{\gamma}{2g} (U^2 - V_t^2)$$

Donde

$$P - P_u = \frac{\rho g}{2g} (U^2 - V_t^2) = \frac{\rho}{2} (U^2 - V_t^2)$$

$$P - P_u = \frac{\rho}{2} (U^2 - V_t^2) \quad (\text{Ec. 1.9.2})$$

Sustituyendo en la ecuación 1.9.2 el término  $V_t$  de la ecuación 1.8 se obtiene:

$$P - P_u = \frac{\rho}{2} \left[ U^2 - \left( 2U \sin \theta + \frac{\Gamma}{2\pi R} \right)^2 \right] \quad (\text{Ec. 1.10})$$

La ecuación 1.10 ofrece el valor de la presión que actúa sobre la superficie del cilindro respecto a la presión en un punto alejado en el campo de flujo.

Considerando la diferencia de presión dada por 1.10 y el área de la superficie del cilindro, se puede determinar la fuerza de sustentación o empuje ascensional ( $F_L$ ), referirse a la Figura 1.8. El área elemental descrita por el ángulo  $\theta$  es

$$dA = R \cdot d\theta \cdot B \quad (\text{Ec. 1.11})$$

Donde B es la longitud del cilindro.

El elemento diferencial de fuerza que actúa sobre el elemento de área  $dA$  es:

$$dF_l = P_r \cdot dA$$

Donde

$P_r$ , Presión resultante

$$P_r = P - P_u$$

$$dF_l = P - P_u \cdot B \cdot R \cdot d\theta \cdot \text{sen } \theta$$

Se considera la componente de fuerza que actúa en la dirección vertical, de ahí la necesidad de tomar la componente  $F \cdot \text{sen } \theta = F_l$ ,

Ordenando la ecuación anterior se obtiene:

$$dF_l = B \cdot (P - P_u) R \cdot \text{sen } \theta \cdot d\theta \quad (\text{Ec. 1. 12})$$

Integrando la ecuación 1.12 a lo largo del perímetro exterior del cilindro queda:

$$F_l = B \int_0^{2\pi} (P - P_u) R \cdot \text{sen } \theta \cdot d\theta \quad (\text{Ec. 1. 13})$$

Sustituyendo en la ecuación 1.13 el término de la ecuación 1.10 la fuerza de sustentación es:

$$F_l = B \int_0^{2\pi} \frac{\rho}{2} \left[ U^2 - \left( 2U \text{sen } \theta + \frac{\Gamma}{2\pi R} \right)^2 \right] R \cdot \text{sen } \theta \cdot d\theta \quad (\text{Ec. 1. 14})$$

La fuerza de sustentación total viene dada cuando se resuelve la integral de la ecuación 1.14 la que se reduce a:

$$F_l = \rho \cdot B \cdot U \cdot \Gamma \quad (\text{Ec. 1. 15})$$

Esta fuerza transversal que actúa sobre el cilindro que gira está originada por el Efecto Magnus (Granados, 2009; Streeter, 1963) denominado así en honor de Heinrich G. Magnus (1802-1870) científico alemán que lo observó por primera vez en 1852.

La ecuación 1.15 se denomina además el Teorema de Kutta-Joukowski en honor de W.M. Kutta y N.E. Joukowski pioneros por separado en la inves-

tigación cuantitativa de la fuerza de sustentación en 1902 y 1906 respectivamente.

La ecuación 1.15 expresa que la fuerza transversal de sustentación o empuje ascensional es función directa de:

$\rho$ . Densidad del campo de flujo. ( $M/L^3$ )

B. Longitud del perfil estudiado. (L).

U. La velocidad uniforme del fluido (L/T).

$\Gamma$ . Circulación (gamma) ( $L^2/T$ )

El análisis dimensional da:

$$F_l = \frac{M}{L^3} \cdot L \cdot \frac{L^2}{T} \cdot \frac{L^2}{T} = \frac{M \cdot L}{T^2}$$

Todo en un sistema compatible de unidades. Si se usa el Sistema Internacional la unidad es:

$$F_l = \frac{M \cdot L}{T^2} = \frac{kg \cdot m}{s^2} = \text{Newton}$$

El Teorema de Kutta -Joukowski es de gran importancia porque se puede aplicar no solo al cilindro circular, sino también a un cilindro de cualquier forma, incluyendo un perfil de ala de avión como será estudiado con posterioridad.

En la figura 1. 8 se ve claramente que los puntos de remanso se mueven hacia abajo respecto a la horizontal, pero siguen situándose de forma simétrica alrededor del eje vertical.

En el punto de remanso sobre el cilindro la velocidad  $V_t$  dada por la ecuación 1.8 tendrá un valor cero. Por el punto de remanso se obtiene la siguiente expresión.

$$-2U \text{ sen } \theta = \frac{\Gamma}{2\pi R} \quad (\text{Ec. 1. 16})$$

Si se puede medir el ángulo del punto de remanso y se conoce la velocidad de la corriente principal, se puede obtener la circulación de la ecuación 1.16

$$\Gamma = -4\pi RU \text{ sen } \theta_0 \text{ (Ec. 1. 17)}$$

Donde

$\theta_0$  es el ángulo entre el diámetro horizontal y el punto de remanso en la figura 1. 8.

### 1.4 Empuje ascensional de un perfil de ala de avión

Para estudiar los fenómenos que ocurren en un ala de longitud finita debe considerarse lo ocurrido en la figura 1. 9.

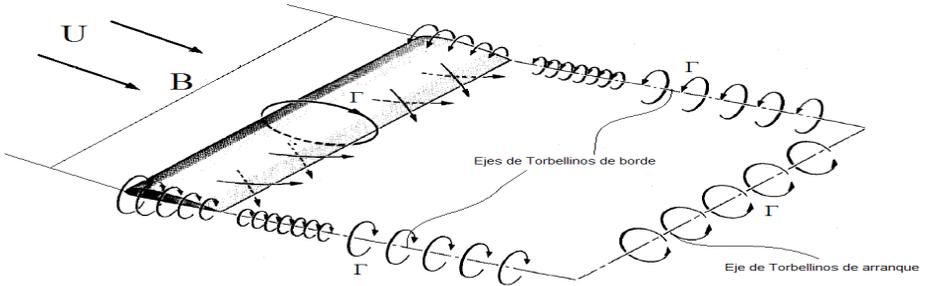


Figura 1.9. Ala de envergadura B finita.

Fuente: James (1981).

-Cuando el perfil de ala es de longitud finita, se producen condiciones que influyen tanto en la sustentación como en la resistencia.

- Como la presión sobre la superficie interior es mayor que la existente en la superficie superior, el fluido escapará alrededor de los extremos produciéndose:

- Un flujo general hacia afuera desde el centro hasta los extremos, sobre la superficie interior del ala.
- Un flujo hacia dentro desde los extremos hasta el centro sobre la superficie superior.

Estos movimientos combinados originaron pequeños torbellinos de borde marginal que se desprenderán de los puntos de las alas, que constituyen un gran anillo de torbellinos, dentro del cual se produce una velocidad hacia abajo inducida por los propios torbellinos.

La velocidad inducida cambia la dirección del flujo cerca del ala del sentido U a  $U_0$ , por lo que se reduce el ángulo de ataque efectivo de  $\alpha$  tal como se muestra en la figura 1. 10.

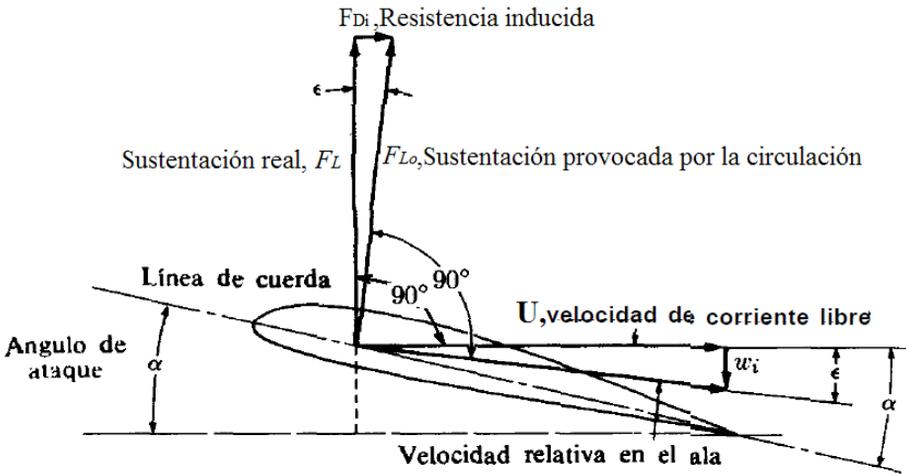


Figura 1. 10. Perfil de ala de avión con las fuerzas actuantes.

Fuente: James (1981).

Donde:

$F_{l_0}$  Sustentación generada por la circulación.

$F_l$  Sustentación real perpendicular a  $U$ .

$F_{D_i}$  Resistencia inducida.

La resistencia inducida ( $F_{D_i}$ ) se determina utilizando la expresión 1.18.

$$F_{D_i} = C_{D_i} \rho \frac{V^2}{2} A \quad (\text{Ec. 1. 18})$$

Donde

$C_{D_i}$  Coeficiente de resistencia inducida.

$\rho$  Densidad del fluido

$V$  Velocidad del flujo de fluido.

$A$  Área proyectada al vector de la fuerza inducida.

La fuerza de resistencia total que actúa sobre el perfil de ala se determina según la expresión 1.19.

$$F_D = F_{D_0} + F_{D_i} \quad (\text{Ec. 1. 19})$$

Donde:

$F_{DO}$  Resistencia del perfil de ala (Incluye la resistencia de presión + la resistencia de fricción del propio perfil).

$F_{Di}$  Resistencia inducida.

La Fuerza de sustentación  $F_L$  se determina según la expresión dada por la ecuación 1.15 pero resulta además conveniente expresarla como:

$$F_{Di} = C_{L^2} \rho \frac{V^2}{2} A \quad (\text{Ec. 1. 20})$$

Donde:

$C_L$  Coeficiente de sustentación. Su valor depende principalmente del ángulo de ataque y de la forma del perfil de ala.

A Área proyectada al vector de sustentación.

$$A = B \cdot C$$

Donde:

B: - Envergadura del ala.

C: - Cuerda del ala

Los Coeficientes de resistencia  $C_D$ , resistencia inducida  $C_{Di}$  y de sustentación  $C_L$  son obtenidos por ensayos de los perfiles de alas en los túneles de vientos donde se realizan los ensayos a diferentes perfiles.

La relación existente entre el coeficiente de resistencia inducida y el coeficiente de sustentación y la relación de aspecto (*también denominada alargamiento*) e igual  $\alpha_i = \frac{C_{Di}}{C_L^2} = \frac{B}{C}$  está dada por las siguientes expresiones:

$$\alpha_i = \frac{C_{Di}}{C_L^2} = \frac{B}{C} \quad (\text{Ec. 1. 21})$$

Y que

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi \frac{B}{C}} \quad (\text{Ec. 1. 22})$$

Además, se considera que:

$$F_D = \frac{C_D}{C_L} \cdot F_L \quad (\text{Ec. 1. 23})$$



## 1.5 Flujo de fluido compresible. Consideraciones Termodinámicas

Se entienden por fluidos compresibles a aquellos que reducen o incrementan su volumen ante el aumento o el decremento de las presiones y temperaturas que actúan sobre ellos presentando así variaciones apreciables de su densidad ( $\rho$ ) (Smith, 1980; Giles, 1999). El estudio de estos fluidos en movimiento se denomina ***Dinámica de los Gases***.

Cuando un fluido compresible en movimiento no presenta cambios en la densidad superiores al 5%; o  $\frac{\Delta\rho}{\rho} < 0,05$  sea el fluido se puede considerar

como incompresible y usan para cálculos el valor medio de la densidad, pero si  $\frac{\Delta\rho}{\rho} > 0,05$  hay que considerar el efecto de la compresibilidad.

### ***Ecuación de Estado de los Gases Perfectos***

Los gases perfectos se dividen de forma usual como:

- Aquellos que tienen calor específico constante.
- Cumplen la ley de los gases perfectos.

$$Pv = RT \quad (\text{Ec. 1. 24})$$

Entonces si  $v = \frac{1}{\rho}$  obtenemos que:  $\frac{P}{\rho} = RT$

Donde:

P- Presión absoluta.

$\rho$  – Densidad (masa/unidad de volumen)

v –Volumen específico (1/ $\rho$ )

R – Constante del gas, el valor depende del gas en cuestión.

T – Temperatura absoluta en grados kelvin (k) (Rankin)

\*Para el aire el valor de  $R = 287 \frac{\text{N.m}}{\text{kg.K}}$

Por lo que si  $\frac{P}{\rho} = RT$  y  $\rho = \gamma/g$  (siendo  $\gamma$  peso específico)

a. La ecuación 1-24 se puede escribir también como:

$$\gamma = \frac{Pg}{RT} \text{ (Ec. 1. 25)}$$

De lo que se deduce que se puede calcular el peso específico ( $\gamma$ ) de cada gas si se conoce R y g.

Dado que las ecuaciones 1.24. y 1.25 relacionan varias propiedades de los gases en un estado dado estas ecuaciones se denominan **Ecuaciones de Estado**.

Dado que la ley de Avogadro establece que “**volúmenes iguales de todos los gases perfectos a una presión y temperatura particulares, contienen el mismo número de moléculas**” se deduce que el peso específico de un gas específico es proporcional a su peso o masa molecular la cual se representa por M. De la ecuación 1.24. se puede plantear:

$$\text{Dado que: } \frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{M_2}{M_1}$$

Si sustituimos  $\gamma$  por el término de la ecuación 1.25 obtenemos:

$$\frac{\frac{P_2 g}{R_2 T_2}}{\frac{P_1 g}{R_1 T_1}} = \frac{M_2}{M_1} \text{ Por tanto: } \frac{R_1}{R_2} = \frac{M_2}{M_1}$$

De lo que se despeja:

$$R_1 * M_1 = R_2 * M_2 = \bar{R} \text{ (Ec. 1. 26)}$$

Donde es la Constante Universal de los Gases Perfectos.

$$\bar{R} = 8312 \frac{\text{N. m}}{\text{kg. K}}$$

Otra ecuación fundamental para los gases perfectos es la:

### **Ecuación de Proceso**

$$Pv^n = P_1 v_1^n = \text{cte} \text{ (Ec. 1. 27)}$$

Donde:

P- Presión absoluta

v- Volumen específico

n- Exponente politrópico (puede tomar valores entre 0 e  $\infty$ )

-Para un proceso a temperatura constante (isotérmico) n=1

-Para un proceso sin transferencia de calor hacia o desde el gas se denomina adiabático ( $Q=0$ ); pero si además el proceso es reversible, se denomina Isotrópico donde  $n=k=\frac{c_p}{c_v}$  donde  $k$  es la relación entre los calores específicos a presión y a volumen constantes respectivamente.

cíficos a presión y a volumen constantes respectivamente.

Para casos de expansión con fricción  $n < k$

Para casos de compresión con fricción  $n > k$

Para el aire y gases diatómicos a temperaturas habituales  $k=1,4$ .

Otras relaciones útiles que surgen de las combinaciones anteriores son:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{n-1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (\text{Ec. 1. 28})$$

Para los Gases Reales a bajas presiones y temperaturas moderadas se puede considerar que cumplen las leyes de los Gases Perfectos y son tratados como tales.

La Primera Ley de la Termodinámica para el flujo de fluidos se plantea como:

$$\left(\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + I_1\right) + W_m + Q_c = \left(\frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + I_2\right) \quad (\text{Ec. 1. 29})$$

Donde los términos:

$Z$  - Altura geodésica del fluido.

$I$  -Energía Interna.

$W_m$ -Trabajo mecánico suministrado a la corriente.

$Q_c$ – Energía transferida por una fuente de calor (hacia o desde el fluido)

La **Segunda Ley de la Termodinámica** se refiere a la reversibilidad de los procesos. Un proceso reversible es aquel en que tanto el sistema como su entorno regresan a las condiciones iniciales sin necesidad de realizar ningún trabajo.

Los procesos en que existe fricción, transferencia de calor y mezcla de gases, no son procesos reversibles. Todos los procesos reales son irreversibles.

Muchos procesos reales donde es baja la irreversibilidad se aproximan a los procesos reversibles, ejemplos son las Toberas convergentes (la fricción es pequeña y resulta despreciable la transferencia de calor), así como el flujo en tuberías es un proceso irreversible debido a la fuerza de fricción.

La propiedad relacionada con la irreversibilidad es la entropía (S). Esta mide el desorden o la cantidad de energía que no puede aprovecharse para realizar un trabajo útil. En un sistema cerrado la entropía siempre aumenta, por lo que la energía disponible disminuye.

La Entalpia (h) (Por unidad de masa de un gas) se define como:

$$h = i + pv \text{ o } h = i + \frac{p}{\rho} \text{ (Ec. 1. 30)}$$

Donde:

*i*- Energía interna por unidad de masa. Esta es debida a la energía cinética del movimiento molecular y a las fuerzas de interacción molecular. Es una función que depende de la temperatura. Por lo tanto, la Entalpia representa la energía que posee un gas en virtud de su temperatura.

Calor especifico a presión constante. ( $C_p$ ).

Se define como el aumento de entalpia por unidad de masa cuando la temperatura del gas aumenta un grado mientras la presión se mantiene constante.

Por tanto:  $C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)$  a  $P = \text{cte}$  (Ec. 1. 31)

***Calor especifico a volumen constante. ( $C_v$ )***

Se define como el aumento de la energía interna por unidad de masa cuando la temperatura del gas aumenta un grado mientras el volumen se mantiene constante.

Por tanto:  $C_v = \left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)$  a  $v = \text{cte}$  (Ec. 1. 32)

***Ecuaciones fundamentales aplicables al flujo de fluidos compresibles.***

***Ecuación de continuidad***

Para un flujo estacionario unidimensional de fluidos compresibles:

$$\dot{m} = \rho * A * V = \rho * Q = \text{Constante} \text{ (Ec. 1. 33)}$$

Donde:

m-Flujo másico

Q-Flujo volumétrico ( $Q = A * V$ )

## **Ecuación de energía**

$$\left( \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \alpha \frac{v_1^2}{2g} + I_1 \right) + W_m + Q_c = \left( \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \alpha \frac{v_2^2}{2g} + I_2 \right) \quad (\text{Ec. 1.34})$$

Pero el término  $\left( \frac{P_1}{\gamma} + I \right) = h$  (Entalpia)

Dado que las columnas de gases  $Z_1$  y  $Z_2$  pueden despreciarse por su bajo valor se puede escribir la ecuación 1.33 como:

$$\left( h_1 + \alpha \frac{v_1^2}{2g} \right) + W_m + Q_c = \left( h_2 + \alpha \frac{v_2^2}{2g} \right) \quad (\text{Ec. I1.35})$$

El coeficiente  $\alpha$  en el término  $\alpha \frac{v_1^2}{2g}$  es el denominado Coeficiente de Coriolis

o Factor de Conexión de la Energía Cinética. Para flujo turbulento  $\alpha=1,01 \div 1,15$  En la generalidad de los problemas de ingeniería  $\alpha =1$  para fluidos turbulentos. En fluidos laminares  $\alpha =2$ .

En ocasiones el termino  $h_1 + \alpha \frac{v_1^2}{2g} = h_0$  (Entalpia de remanso)

Efecto de la variación del área en el flujo compresible unidimensional

Para los fluidos incompresibles

$$v = f\left(\frac{1}{A}\right)$$

Se logran incrementos de la velocidad con la reducción del área de la sección transversal del conducto.

Para los fluidos compresibles no ocurre así porque:

-  $\Delta\rho \rightarrow \Delta v \rightarrow$  La variación de la densidad influye en la variación de  $v$

-  $v=f(M_a) \rightarrow$  La velocidad depende del número de Mach.

### **Para el fluido ideal**

Ecuación de continuidad da:

$$m \dot{=} \rho * A * V = \rho * Q = \text{Constante}$$

Aplicando logaritmos se tiene:

$$\ln(\rho) + \ln(A) + \ln(V) = \ln \text{cte}$$

$$\ln(\rho) + \ln(A) + \ln(V) = 0$$

Diferenciando la expresión queda:

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} = 0$$

Considerando que:

$$-c^2 = \frac{dp}{d\rho} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \text{ (velocidad sónica o acústica, velocidad de una perturba-}$$

ción de la presión que viaja a través de un fluido)

-Que la ecuación de Euler considerando Z despreciable se puede escribir

$$\frac{d\rho}{\rho} + VdV = 0$$

Multiplicando el primer término de la ecuación de Euler por  $\frac{d\rho}{d\rho}$  esta no se alterará, la misma se puede escribir como:

$$\frac{d\rho}{d\rho} * \frac{d\rho}{\rho} + VdV = 0$$

Sustituyendo el término  $\frac{d\rho}{d\rho} = c^2$  la ecuación queda:

$$c^2 * \frac{d\rho}{\rho} + VdV = 0$$

Despejando el término  $\frac{d\rho}{\rho}$  se obtiene

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{VdV}{c^2}$$

Sustituyendo en esta se puede escribir como:

$$-\frac{VdV}{c^2} + \frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} = 0$$

Conociendo que donde  $M = \frac{v}{c}$  es el número de Mach

Por tanto  $c^2 = \frac{v^2}{M^2}$  y sustituyendo en la ecuación queda:

$$-\frac{vdv}{\frac{v^2}{M^2}} + \frac{dA}{A} + \frac{dv}{v} = 0$$

Reordenando la ecuación:

$$-\frac{M^2 v dv}{v^2} + \frac{dA}{A} + \frac{dv}{v} = 0$$

$$-\frac{M^2 dv}{v} + \frac{dA}{A} + \frac{dv}{v} = 0$$

$$-\frac{M^2 dv}{v} + \frac{dv}{v} = -\frac{dA}{A}$$

$$\frac{dv}{v} (1 - M^2) = -\frac{dA}{A}$$

Despejando  $\frac{dv}{v}$

$$\frac{dv}{v} = \frac{-\frac{dA}{A}}{(1 - M^2)} = \frac{-\frac{dA}{A}}{-(M^2 - 1)} = \frac{\frac{dA}{A}}{(M^2 - 1)}$$

La cual puede escribirse como:

$$\frac{dv}{v} = \frac{1}{Ma^2 - 1} * (\text{Ec. 1. 36})$$

De la que se concluye:

### **1-Para flujo subsónico ( $Ma < 1$ )**

Si  $\frac{dA}{A} < 0$ ;  $\frac{dv}{v} > 0$  (la disminución del área hace que la velocidad aumente)

Si  $\frac{dA}{A} > 0$ ;  $\frac{dv}{v} < 0$  (El aumento del área hace que la velocidad disminuya)

### **2-Para flujo supersónico ( $Ma > 1$ )**

Si  $\frac{dA}{A} < 0$ ;  $\frac{dv}{v} < 0$  (la disminución del área hace que la velocidad disminuya)

Si  $\frac{dA}{A} > 0$ ;  $\frac{dv}{v} > 0$  (El aumento del área hace que la velocidad aumente)

### **3-Para flujo sónico ( $Ma = 1$ )**

$$\frac{1}{M^2 - 1} = \infty \rightarrow \text{Excesivamente grande (Indeterminado)}$$

Por tanto  $\frac{dv}{v} = 0$  y por ello  $\frac{dA}{A} = 0$

De lo anterior se concluye, además:

-Para acelerar un fluido a velocidad subsónica ( $Ma < 1$ ) se requiere un conducto convergente. (Tobera del tipo convergente)

-Para acelerar un fluido a velocidad supersónica ( $Ma > 1$ ) se requiere un conducto del tipo divergente (Tobera<sup>1</sup> del tipo divergente)

Lo antes planteado se define entonces dada la figura 1.11:

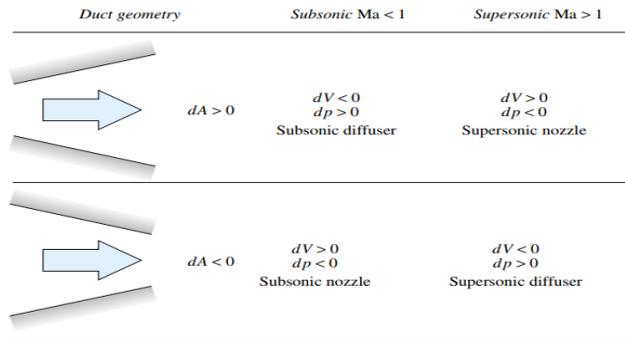


Figura 1. 11. Efecto de la variación del área en el flujo compresible.

Fuente: White (2003).

La velocidad de la salida del fluido en una tobera convergente se calcula a partir de la integración de la ecuación de Euler para flujos isotrópicos de gases perfectos.

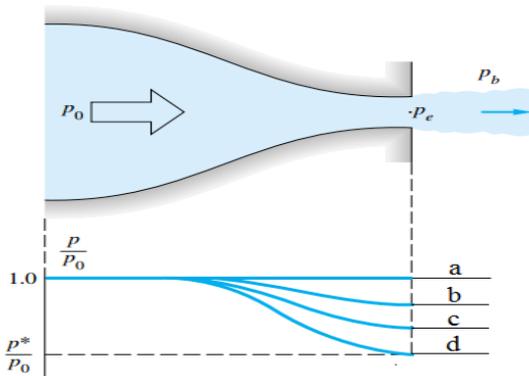


Figura 1. 12. Flujo compresible a través de una tobera convergente.

Fuente: White (2003).

<sup>1</sup>Nozzle

$$\frac{v_2^2}{2} = \frac{P_2}{\rho_2} * \frac{k}{k-1} \left[ \left( \frac{P_0}{P_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad (\text{Ec. 1. 37})$$

Pero  $c_2 = \sqrt{\frac{kP_2}{\rho_2}}$  donde es la velocidad sónica para un gas perfecto.

$$\left( \frac{v_2}{c_2} \right)^2 = \text{Ma}_2^2 = \frac{2}{k-1} \left[ \left( \frac{P_0}{P_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad (\text{Ec. 1. 38})$$

$$\frac{P_2^*}{P_0} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (\text{Ec. 1. 39})$$

*Flujo másico para flujo subsónico en la garganta*

$$\dot{m} = A_2 \sqrt{\frac{2k}{k-1} * P_0 \rho_0 \left[ \left( \frac{P_2}{P_0} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{P_2}{P_0} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad (\text{Ec. 1. 40})$$

Siempre que  $\frac{P_2}{P_0} > \frac{P_2^*}{P_0}$

Pero cuando  $\frac{P_2}{P_0} = \frac{P_2^*}{P_0} = \left[ \frac{2}{(k+1)} \right]^{\frac{k}{k-1}}$

El flujo en la tobera es el flujo sónico en la garganta

*Flujo másico para flujo sónico en la garganta:*

$$\dot{m}_{\max} = \frac{A_2 P_0}{\sqrt{T_0}} \sqrt{\left[ \frac{k}{R} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{(k+1)}{(k-1)}} \right]} \quad (\text{Ec. 1. 41})$$

## 1.6. Problemas resueltos

### Problema 1)

Un hilo de cobre de gran longitud y 10 mm de diámetro está expuesto a un viento de 27.0 m/s; que incide normalmente al eje del hilo. Calcule la resistencia por metro de longitud para la presión atmosférica al nivel del mar a una temperatura de 15°C.

## Solución

### Datos

-hilo de cobre de gran longitud.

-Diámetro: 10 mm

-velocidad del viento: 27.0 m/s

-Presión atmosférica a nivel del mar.

-Temperatura: 15°C

La fuerza de resistencia se determina según la ecuación

$$F_D = C_D * \rho * \frac{v^2}{2} * A \quad (I)$$

Para determinar el valor del coeficiente de resistencia ( $C_D$ ) es necesario conocer el  $N_{r_0}$  de Reynolds dado por la ecuación II.

$$Re = \frac{v * d}{\nu} \quad (II)$$

La viscosidad cinemática ( $\nu$ ) se determina según la ecuación III.

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (III)$$

Donde  $\mu$  es la viscosidad absoluta, que para presión atmosférica a nivel del mar, Temperatura igual a 15°C y densidad es: 1.225 kg/m<sup>3</sup>

$\mu=1.789*10^{-5}$  Pa\*s de donde:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{1.789 * 10^{-5}}{1.225} \rightarrow \frac{\text{Pa} * \text{s}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = \frac{\frac{\text{N}}{\text{m}^2} * \text{s}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = \frac{\frac{\text{kg} * \text{m}}{\text{s}^2 * \text{m}^2}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = \text{m}^2 / \text{s}$$

$$\nu = 1.46 * 10^{-5} \text{m}^2 / \text{s}$$

Cálculo del No de Reynolds

$$Re = \frac{v * d}{\nu} = \frac{27 * 0.010}{1.46 * 10^{-5}} = 18\,493.15$$

## Análisis dimensional

$$Re = \frac{v * d}{\nu} = \frac{\frac{m}{s} * m}{\frac{m^2}{s}} = \frac{m^2}{m^2}$$

*Determinación del coeficiente de resistencia ( $C_D$ )*

Del diagrama del perfil cilíndrico se obtiene:

$$C_D = 1.2$$

*Calculo de la fuerza de resistencia*

$$F_D = C_D * \rho * \frac{v^2}{2} * A = 1.2 * 1.225 * \frac{(27)^2}{2} * (1 * 0.01)$$

$$F_D = 5.36 \text{ N/m}$$

## Problema 2)

En el caso de un ala Y de Clark de 2 m de cuerda y 10 m de envergadura, determine:

- El peso que puede sostener el ala.
- La potencia necesaria para moverla.

Si el ángulo de ataque es  $\alpha=5.4^\circ$  cuando el ala se mueve a 90 m/s por la atmósfera estándar a una altitud de 2600 m.

Solución

Datos

$$C=2\text{m}$$

$$B=10 \text{ m}$$

$$\alpha=5.4^\circ$$

$$v=90 \text{ m/s}$$

$$h_{\text{vuelo}}=2 \text{ 600 m}$$

Del diagrama Polar para este tipo de ala (Y de Clark) con el ángulo  $\alpha$  se obtiene:

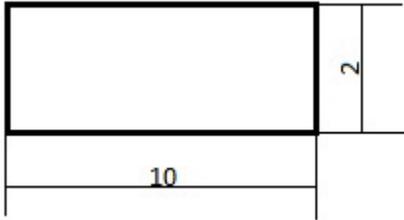
$$\text{-Coeficiente de sustentación } (C_L) = 0.8$$

$$\text{- Coeficiente de resistencia } (C_D) = 0.0477$$

-Para una altura de 2600 m, la densidad del aire es:

$$\rho = 0.9843 \text{ kg/m}^3$$

Esquema de cálculo



R a-)

El ala sostendrá un peso igual a la fuerza de sustentación.

$W = F_L$  Dado que:

$$F_L = C_L * \rho * \frac{v^2}{2} * A$$

Sustituyendo valores se tiene:

$$F_L = 0.8 * 0.9843 * \frac{(90)^2}{2} * (10 * 2)$$

$$F_L = 63\,782.64 \text{ N}$$

Análisis dimensional

$$F_L = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} * \text{m}^2 = \frac{\text{kg} * \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N}$$

Dado que  $1 \text{ kgf} = 9.81 \text{ N}$

$$F_L = \frac{63782.64 \text{ N}}{9.81 \frac{\text{N}}{\text{kgf}}} = 6501.7 \text{ kg}$$

R b-)

La potencia necesaria para mover el ala de avión trasladando el peso es:

$$\text{Potencia} = F_D \cdot v$$

Conversión de la densidad a sistema métrico.

$$\rho = 0.001756 \frac{\text{slug}}{\text{pie}^3} * 32.174 \frac{\text{lb}}{\text{slug}} * \frac{(3.28)^3 * \text{pie}^3}{\text{m}^3} * \frac{\text{kg}}{2.025 \text{ lb}} = 0.984 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho = 0.9843 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$F_D = \left( \frac{C_D}{C_L} \right) * F_L \text{ por lo que:}$$

$$F_D = \left( \frac{0.047}{0.8} \right) * 63782.64$$

$$F_D = 3747.23 \text{ N}$$

La potencia es:

$$\text{Pot} = F_D \cdot v$$

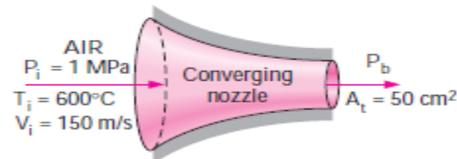
$$\text{Pot} = 3747.23 * 90$$

$$\text{Pot} = 337250.7 \text{ W} = 337.3 \text{ kW}$$

### Problema 3)

Un flujo de aire a 1 MPa y 600 °C entra a una tobera convergente como se muestra en la Figura 1. 1 con una velocidad de 150 m/s. Determine el flujo másico por la tobera, si la garganta de esta posee un área de 50 cm<sup>2</sup> cuando la presión en la salida es a) 0,7 MPa b) 0,4 MPa.

Esquema de cálculo



Solución

Suposiciones: 1. Aire es un gas ideal con calor específico constante. 2. El flujo es estacionario, unidimensional e isentrópico.

## Propiedades.

El calor específico a presión constante  $C_p$ , así como la constante politrópica  $k$  tiene valor de  $C_p = 1,005 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$ ,  $k = 1,4$ , la densidad es  $\rho = 3,093 \text{ kg/m}^3$

Para el análisis del problema los subíndices  $i$  y  $t$  representan las propiedades en la tobera a la entrada y en la garganta de esta respectivamente. La presión y temperatura de estancamiento a la entrada de la tobera puede ser determinada por:

$$T_{oi} = T_i + \frac{V_i^2}{2C_p} = 873 \text{ K} + \frac{(150 \text{ m/s}^2)^2}{2(1,005 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}})} \left( \frac{1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}{1000 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} \right) = 884 \text{ K}$$

$$P_{oi} = P_i \left( \frac{T_{oi}}{T_i} \right)^{k/(k-1)} = 1 \text{ MPa} \left( \frac{884 \text{ K}}{873 \text{ K}} \right)^{1,4/(1,4-1)} = 1,045 \text{ MPa}$$

Estos valores de presión y temperatura de estancamiento permanecen constantes a lo largo de la tobera por lo que el flujo es asumido como isoentrópico, esto es

$$T_o = T_{oi} = 884 \text{ K}$$

$$P_o = P_{oi} = 1,045 \text{ MPa}$$

La relación de presiones de presiones críticas puede ser determinada por:

$$\frac{P^*}{P} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = 0,5283$$

a. Presión 0,7 MPa

La relación de presiones reales

$$\frac{P_b}{P_o} = \frac{0,7 \text{ MPa}}{1,045 \text{ MPa}} = 0,670$$

Como la relación de presiones reales es mayor que la relación de presiones críticas  $\frac{P_b}{P_o} > \frac{P^*}{P}$ . La densidad mostrada en las propiedades se obtuvo de la

$$\dot{m} = A_2 \sqrt{\frac{2k}{k-1} * P_0 \rho_0 \left[ \left( \frac{P_2}{P_0} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{P_2}{P_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

$$\dot{m} = 50 \times 10^{-4} \sqrt{\frac{2 * 1,4}{1,4 - 1} * 1,045 \times 10^6 \text{ Pa} \times 3,093 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \left[ \left( \frac{700 \text{ kPa}}{1\,045 \text{ kPa}} \right)^{\frac{2}{1,4}} - \left( \frac{700 \text{ kPa}}{1\,045 \text{ kPa}} \right)^{\frac{1,4+1}{1,4}} \right]}$$

$$\dot{m} = 5,88 \text{ kg/s}$$

b. Presión 0,4 MPa

La relación de presiones reales

$$\frac{P_b}{P_o} = \frac{0,4 \text{ MPa}}{1,045 \text{ MPa}} = 0,383$$

Como la relación de presiones reales es menor que la relación de presiones críticas  $\frac{P_b}{P_o} < \frac{P^*}{P}$ , existe condición sónica en la garganta de la tobera  $M_a=1$ , el

flujo másico en este caso puede ser determinado por la ecuación:

$$\dot{m} = A_2 P_0 \sqrt{\frac{k}{RT_o} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}$$

$$\dot{m} = 50 \times 10^{-4} \cdot 1,045 \cdot 10^6 \text{ Pa} \sqrt{\frac{1,4}{287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 884 \text{ K}} \left( \frac{2}{1,4+1} \right)^{\frac{1,4+1}{2(1,4-1)}}$$

$$\dot{m} = 7,1 \text{ kg/s}$$

## 1. 7. Problemas propuestos

### Problema 1)

Un perfil aerodinámico rectangular. Tiene 9 m de envergadura y 1.8 m de cuerda se mueve horizontalmente bajo cierto ángulo de ataque a través de aire en calma a 240 km/h . Calcule la fuerza de sustentación, la de resistencia al avance y la potencia necesaria para impulsar el perfil a esta velocidad a través de:

a. Aire a 101.3 kPa y 15°C

b. Aire a 79.3 kPa y  $-18^{\circ}\text{C}$

Los coeficientes de Resistencia y Sustentación son  $C_D=0.039$  y  $C_L=0.46$

1.1-) Calcule la velocidad y la potencia requerida para obtener la condición (b) y la fuerza de sustentación de la condición (a).

**Soluciones**

Para la condición (a):

$$F_L=20\,286\text{ N}$$

$$F_D=1\,543,5\text{ N}$$

$$\text{Pot}=102,9\text{ kW}$$

Para la condición (b):

$$F_L=17\,934,48\text{ N}$$

$$F_D=1\,364,58\text{ N}$$

$$\text{Pot}=90,97\text{ kW}$$

Para la condición 1.1-):

Se requiere en las condiciones (b) volar a  $255,24\text{ km/h}$  y consumir una potencia de  $96.7\text{ kW}$  para lograr la  $F_L$  de (a).

## Problema 2)

Un perfil aerodinámico rectangular. Tiene  $12\text{ m}$  de envergadura y  $2\text{ m}$  de cuerda y coeficiente de sustentación y de resistencia al avance de  $0.5$  y  $0.04$  respectivamente bajo un ángulo de ataque de  $6^{\circ}$ .

Calcule la fuerza de resistencia al avance y la potencia necesaria para impulsar este perfil a  $80$ ,  $160$ ,  $240\text{ km/h}$  en dirección horizontal a través de aire en calma ( $2^{\circ}\text{C}$  y  $79.5\text{ kPa}$ ) ¿Qué fuerza de sustentación se obtiene a esas velocidades? Exprese sus condiciones.

## Soluciones

$$F_{L1}=2983.10\text{ N} \rightarrow v=80\text{ km/h}$$

$$F_{L2}=11932.42\text{ N} \rightarrow v=160\text{ km/h}$$

$$F_{L3}=26847.96\text{ N} \rightarrow v=240\text{ km/h}$$

$$F_{D1}=283.65\text{ N} \rightarrow v=80\text{ km/h}$$

$$F_{D2}=954.59\text{ N} \rightarrow v=160\text{ km/h}$$



$$F_{D3} = 2147.83 \text{ N} \rightarrow v = 240 \text{ km/h}$$

$$\text{Pot}_1 = 0.50418 \text{ kW} \rightarrow v = 80 \text{ km/h}$$

$$\text{Pot}_1 = 42.422 \text{ kW} \rightarrow v = 160 \text{ km/h}$$

$$\text{Pot}_1 = 143.174 \text{ kW} \rightarrow v = 240 \text{ km/h}$$

### Problema 3)

Una señalización circular tiene un diámetro de 50 cm y se somete a un viento normal de 150 km/h a 10 °C y 100 kPa como se muestra en la Figura 1. 13. Determine:

- La fuerza de arrastre que actúa sobre la señalización.
- El momento de flexión en la parte inferior de su apoyo cuya altura desde el suelo hasta la parte inferior es de 1,5 m. No se tenga en consideración la resistencia del poste.

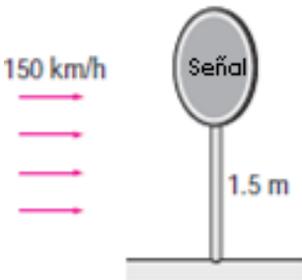


Figura 1. 13. Señalización circular sometida a viento normal.

Fuente: Çengel (2006).

Solución a)  $F_D = 231 \text{ N}$  b)  $M = 404 \text{ N.m}$

### Problema 4)

Considere un camión de refrigeración (Figura 1. 14) viajando a 65 mph en un lugar donde la temperatura del aire es de 1 atm y 80 °F. El compartimento refrigerado del camión puede considerarse como una caja rectangular de 9 pies de ancho, 8 pies de alto y 20 pies de largo, suponiendo que el flujo de aire sobre toda la superficie externa sea turbulento y unido (sin separación de flujo).

- Determine la fuerza de arrastre que actúa sobre las superficies superior y lateral y la potencia requerida para superar esta resistencia.



Figura 1. 14. Camión refrigerado.

Fuente: Çengel (2006).

Solución  $F_D = 14,9 \text{ lbf}$

### Problema 5)

Un tronco cilíndrico de pino de 2 m de longitud y 0,2 m de diámetro con una densidad  $= 513 \text{ kg / m}^3$  es suspendido por una grúa en posición horizontal. El tronco está expuesto a una corriente de aire normal con una magnitud de 40 km/h a 5 °C y 88 kPa. Sin tener en cuenta el peso del cable y su resistencia, determine:

- El ángulo  $\theta$  que el cable hará con la horizontal.
- La tensión en el cable.

Solución a)  $\theta = 84^\circ$  b)  $T = 318 \text{ N}$

### Problema 6)

Desde un depósito de grandes dimensiones se está descargando aire a , a través de una tobera con diámetro de salida de 10mm. La descarga se efectúa a la atmósfera donde la presión es de 96,5 kPa. La presión del aire en el interior del depósito es de 40,0 kPa (manométrica). Determine:

- El gasto a través de la tobera.

Solución  $\dot{m} = 0.227 \text{ N/s}$

### Problema 7)

El aire en una habitación a  $T_0 = 290 \text{ K}$  y  $P_0 = 95 \text{ kPa}$  es atravesado constantemente por una bomba de vacío a través de un tubo adiabático de 1 cm de diámetro y 50 cm de longitud equipado con una boquilla convergente en la entrada (Figura 1. 15). Se puede suponer que el flujo en la sección de la boquilla es isentrópico (Entropía constante), y el factor de fricción medio para el conducto puede considerarse como 0,018. Determine:

El caudal másico máximo de aire que se puede aspirar a través de este tubo.

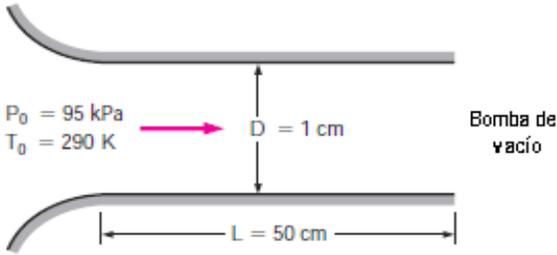


Figura 1. 15. Conducto convergente.

Fuente: Çengel (2006).

Solución

$$\dot{m} = 0.0136 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

# CAPÍTULO II.

## Equipos de bombeo. Teoría de funcionamiento

### 2. 1. Equipos de Bombeo. Clasificación

Existen dos categorías fundamentales para las turbomáquinas, Bombas y Turbinas, la palabra bomba es un término general para cualquier máquina de flujo que añade energía al fluido. Algunos autores llaman a los equipos de bombeo como dispositivos absorbedores de energía. El incremento de la energía del fluido se traduce en un aumento de la presión. Las turbinas por otro lado son dispositivos que producen energía, estos extraen energía del fluido y transforman la mayor parte de la energía en forma mecánica, el fluido a la salida de la turbina sufre pérdidas energéticas, típicamente en forma de presión (Mott, 2006; Mott, 1996; Zubicaray, 2005; Ramírez, 2012).

*El propósito de una bomba es añadir energía al fluido, resultando en un incremento en su presión, pero no necesariamente en la velocidad del fluido.*

Por tanto, las máquinas de flujo que mueven líquido son llamadas bombas, aunque existe por ejemplo otro nombre para las máquinas que manejan gases (*Ventiladores*) caracterizándose por su baja presión y grandes volúmenes de flujo manejado (Robles, 1997; Pérez, 2004; García, 2003).

Son varios los criterios a usar para la clasificación (Soler, 2009). La Figura 2. 1 representa la clasificación de las bombas atendiendo a su funcionamiento.

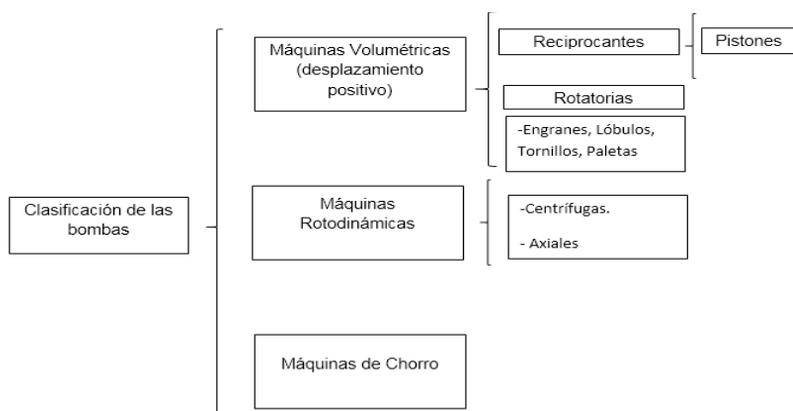


Figura 2. 1. Clasificación de las bombas.

Fuente: Elaboración propia.

## 2. 2. Parámetros de trabajo de los Equipos de bombeo

Flujo o Caudal (Q). Cantidad de fluido entregado en la Unidad de tiempo. ( $m^3/h$  l/s gpm), simplemente denominada capacidad:

$$V = \frac{m}{\rho} \quad (\text{Ec. 2. 1})$$

Donde:

m. Flujo másico (kg/s)

$\rho$ . Densidad de la sustancia ( $\frac{kg}{m^3}$ )

Carga de impulsión (H). Cantidad de energía entregada al fluido por unidad de masa (kJ/kg; m).

El rendimiento de una bomba es caracterizado también adicionalmente por la carga neta (H) definida como el cambio en la carga de Bernoulli entre la entrada y la salida de la bomba.

$$H = \left( \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z \right)_{\text{salida}} - \left( \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z \right)_{\text{entrada}} \quad (\text{Ec. 2. 2})$$

Potencia (N o P). Cantidad de energía por unidad de tiempo entregada al fluido o comunicada de la red ( $P_{\text{util}} ; P_{\text{interna}} P_{\text{freno}} P_{\text{elec}}$ )

Rendimiento ( $\eta$ ) Mide la eficiencia de realización de alguna actividad de la máquina. Ejemplo rendimiento volumétrico ( $\eta_v$ ), Rendimiento interno ( $\eta_i$ ), Rendimiento hidráulico ( $\eta_h$ ) Rendimiento mecánico ( $\eta_m$ ) y otros.

Trabajo realizado por el fluido

$$W_{\text{fluido}} = \rho g V H \quad (\text{Ec. 2. 3})$$

Donde

$\rho$ . Densidad del fluido ( $kg/m^3$ ).

g. gravedad ( $m/s^2$ )

V. Flujo volumétrico o Caudal ( $m^3/s$ ).

H. Carga de impulsión

Curvas de rendimiento de las bombas y punto de operación.

A su vez la potencia al freno puede ser determinada por:

$$P_{\text{freno}} = w \cdot T \text{ (Ec. 2.4)}$$

Donde

w. velocidad angular del eje (rad/s).

T. Torque

La eficiencia de la bomba no es más que la razón entre la potencia consumida y la potencia disponible

$$\eta = \frac{\rho g V H}{w \cdot T} \text{ (Ec. 2.5)}$$

Trabajo conjunto Máquina-Sistema de tubería<sup>2</sup>:

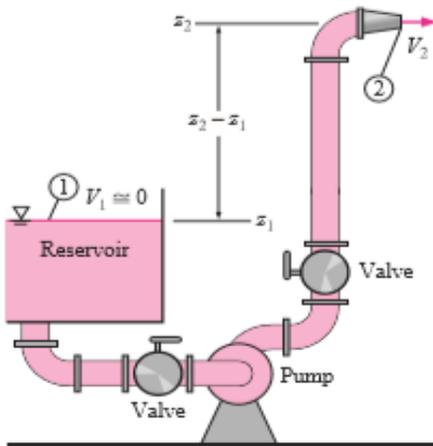


Figura 2. 2. Trabajo conjunto Máquina-Sistema de tubería

Fuente: Çengel (2006).

$$E_1 + H_b = E_2 + \sum_1^2 hf \text{ (Ec. 2.6)}$$

$$\frac{P_1}{\rho g} + Z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + H_b = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \sum_1^2 hf \text{ (Ec. 2.7)}$$

Reagrupando la ecuación 2.7 y despejando  $H_b$

<sup>2</sup> Reservoir: Depósito; Valve: Válvula; Pump: Bomba.

$$H_b = \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + Z_2 - Z_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + \sum_1^2 hf \quad (\text{Ec. 2. 8})$$

### 2. 3. Bombas volumétricas. Ecuaciones fundamentales

Las bombas de desplazamiento positivo han sido diseñadas a lo largo de los siglos, en cada diseño el volumen es expandido y comprimido dentro de la cámara. Algunos diseños son muy simples, otros por su parte son un poco más complejos empleando elementos rotatorios. Se pueden encontrar bombas de émbolos, engranes, paletas, tornillos etc (Heras, 2011) (Figura 2. 3).

*Las bombas de desplazamiento positivo son ideales para aplicaciones de alta presión, para el bombeo de líquidos viscosos, así como aplicaciones donde se precisan una cierta cantidad de flujo*

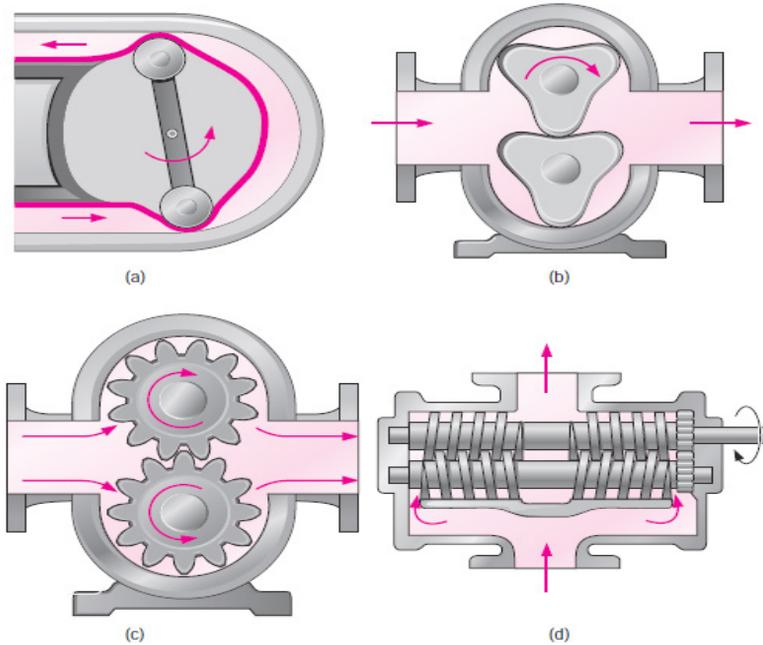


Figura 2. 3. Ejemplos de bombas de desplazamiento positivo a) bomba peristáltica de tubo flexible b) Bomba rotatoria de tres lóbulos c) Bombas de Engranajes d) Bomba de doble tornillo.

Fuente: Çengel (2006).

A continuación, se describe por fases el funcionamiento de una bomba de desplazamiento positivo de dos lóbulos.

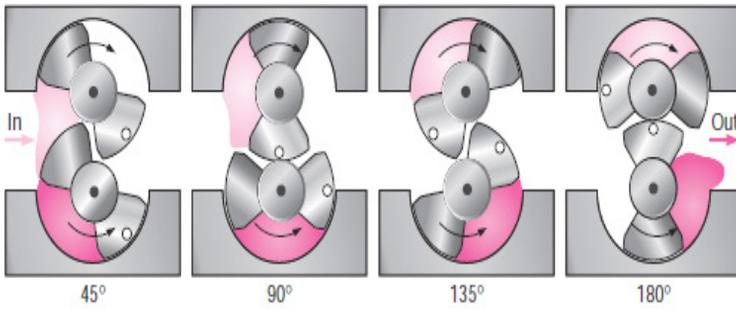


Figura. 2. 4. Cuatro fases de una bomba de desplazamiento positivo de dos lóbulos, la parte clara representa la entrada del fluido por el rotor superior, así como la parte oscura la entrada por el inferior.

Fuente: Çengel (2006).

La Figura 2. 5 muestra el principio de funcionamiento de una bomba de émbolo.

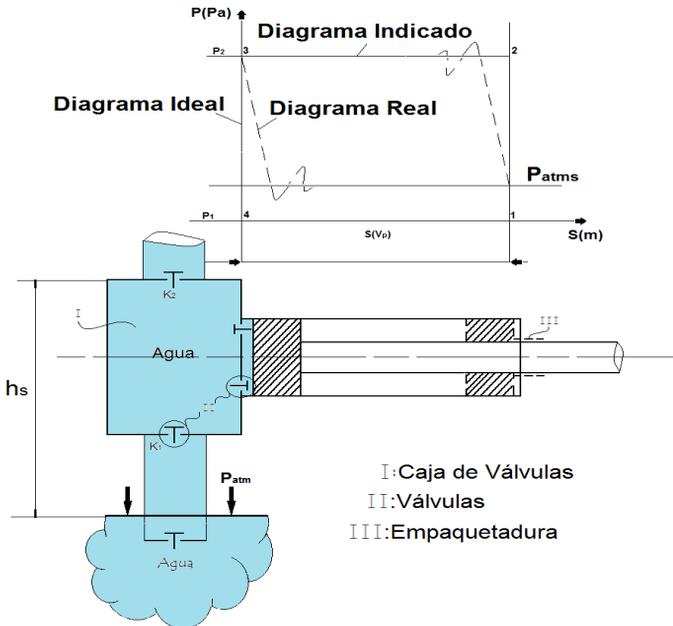


Figura 2. 5. Principio de funcionamiento de una bomba de émbolo.

Fuente: Elaboración propia.

**Los procesos son:**

4-1. Proceso de succión o aspiración  $P=cte$ .

1-2. Proceso de compresión o elevación de la presión (Se incrementa la presión).

2-3. Proceso de descarga o impulsión del fluido  $P=\text{cte}$ .

3-4. Proceso de decremento de la presión de succión (Disminuye la presión).

*Cálculo de la presión de succión.*

$$P_s = P_{\text{atm}} - \rho g h_s - \sum h_{f_{\text{succ}}}(g\rho) \quad (\text{Ec. 2. 9})$$

*Cálculo de la capacidad de una bomba de émbolo:*

1. Para la bomba de simple efecto.

$$Q = \frac{\pi}{4} D^2 * S * 60 * n * \eta_v \left( \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right) \quad (\text{Ec. 2. 10})$$

Donde

n. rpm de la bomba

D. Diámetro interior del cilindro.

S. Carrera del pistón.

$\eta_v$ . Coeficiente de rendimiento volumétrico.

2. Para la bomba de doble efecto.

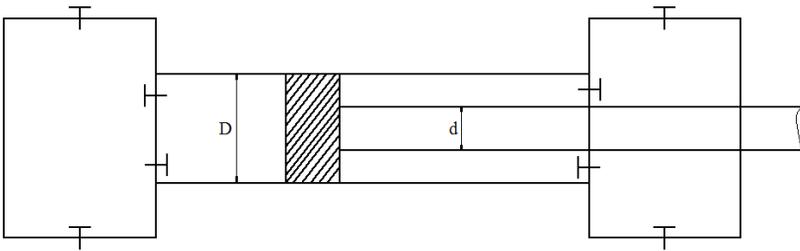


Figura 2. 6. Bomba de émbolo de doble efecto.

$$Q = \frac{\pi}{4} (2D^2 - d^2) * S * 60 * n * \eta_v \left( \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right) \quad (\text{Ec. 2. 11})$$

Donde

d. Diámetro del vástago.

Las magnitudes características de las bombas de pistón son:

$$1 - \frac{S}{D} \text{ En general } \frac{S}{D} = 0.8 - 2 (\text{Relación carrera-diámetro})$$

## 2- Velocidad media del pistón

$$C_{mp} = \frac{2Sn}{60} = \frac{Sn}{30} C_{mp} = 0,5 - 0,9 \text{ m/s}$$

Mientras más rápida es la bomba, menor es la relación  $\frac{S}{D}$

*Potencia y rendimientos de la bomba de émbolo (pistón):*

Haciendo uso del diagrama de indicador se aprecia que existe un trabajo en la aspiración y otro en la descarga

$$W_{cas} = A_c \cdot p_1 \cdot S$$

$$W_{cd} = A_c \cdot p_2 \cdot S$$

Por lo que el  $W_{ind.total} = W_{cas} + W_{cd}$

$$W_{ind.total} = A_c \cdot p_1 \cdot S + A_c \cdot p_2 \cdot S = (p_1 + p_2) A_c S$$

Al término  $(p_1 + p_2) = p_i$  se le denomina presión indicada  $p_i$

Por lo que el Trabajo de las dos carreras es:

$$W_{ind.total} = p_i \cdot A_p S \text{ (Ec. 2. 12)}$$

La potencia interior o indicada de un cilindro es:

$$N_i = \frac{P_i \cdot A_c S \cdot n}{60 \cdot 1000} \text{ (kW) (Ec. 2. 13)}$$

Para las bombas de doble efecto y de émbolos múltiples la potencia interior se calcula como la suma de las potencias interiores de los cilindros por separado.

La potencia real (Potencia al freno o al eje) aplicada desde el motor a la bomba es mayor que la potencia interna por lo que parte de ella se gasta en vencer el rozamiento mecánico.

*Rendimiento mecánico  $\eta_{mec}$*

$$\eta_{mec} = \frac{N_i}{N_{eje}} N_{eje} = \frac{N_i}{N_{eje}}$$

*Rendimiento interno  $\eta_i$*

$$\eta_i = \frac{N_u}{N_i} N_i = \frac{N_u}{N_i}$$

Sustituyendo  $N_i$  en la ecuación de  $N_{\text{eje}}$   
 Potencia al eje ( $N_{\text{eje}}$ ) es.

$$N_{\text{eje}} = \frac{N_u}{\eta_i * \eta_{\text{mec}}} = \frac{\rho g Q H}{\eta_i * \eta_{\text{mec}}} \quad (\text{Ec. 2. 14})$$

Pero

$\eta_i = \eta_v * \eta_h$  Quedando la Ecuación

$$N_{\text{eje}} = \frac{\rho g Q H}{\eta_{\text{mec}} * \eta_v * \eta_h} \quad (\text{Ec. 2. 15})$$

$\eta_{\text{mec}} * \eta_v * \eta_h = \eta_{\text{bomba}}$  Rendimiento de la bomba

*Bombas de engranes*

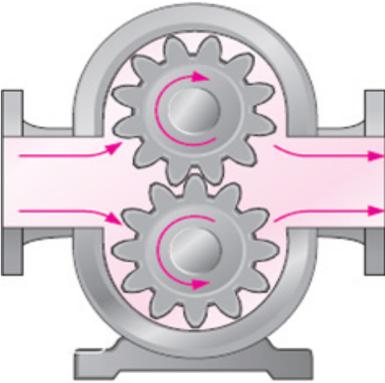


Figura 2. 7. Bomba de engranes.

Fuente: Çengel (2006).

*Cálculo de la capacidad de las bombas de engranes*

Para ruedas de diferentes dimensiones

$Q$  ( $\text{m}^3/\text{min}$ )

$$Q = (f * l * Z_1 * n_1 + f * l * Z_2 * n_2) \eta_v \quad (\text{Ec. 2. 16})$$

$f$ : Área de sección transversal de la cavidad entre dientes

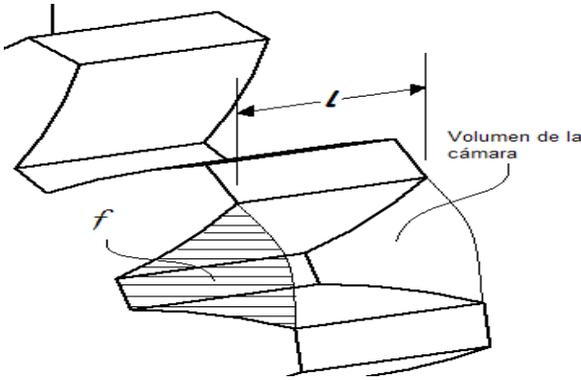


Figura 2. 8. Representación de la cavidad entre dientes.

Fuente: Elaboración propia.

Denominando  $\xi$  como la relación de transmisión

$$\xi = \frac{Z_2}{Z_1}$$

Y dado que la velocidad tangencial en el punto de contacto de los engranes es la misma

$$u_1 = u_2 = u$$

$$w_1 * r_1 = w_2 * r_2$$

$$\frac{2\pi n_1}{60} \frac{D_1}{2} = \frac{2\pi n_2}{60} \frac{D_2}{2}$$

$$n_1 D_1 = n_2 D_2$$

Queda entonces:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{D_2}{D_1}$$

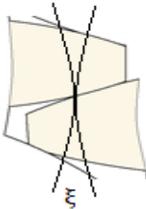


Figura 2. 9. Contacto entre los engranes

Fuente: Elaboración propia.

Sacando factor común  $f * I * Z_1 * n_1$  de la ecuación 2.16 se tiene:

$$Q = f * l * Z_1 * n_1 \left( 1 + \frac{f * l * Z_2 * n_2}{f * l * Z_1 * n_1} \right) * \eta_v$$

$$Q = f * l * Z_1 * n_1 \left( 1 + \xi \frac{D_2}{D_1} \right) \eta_v \quad (\text{Ec. 2. 17})$$

Para ruedas dentadas iguales

$$\xi = 1 \frac{D_1}{D_2} = 1$$

La ecuación 2.17 queda entonces:

$$Q = 2 * f * l * Z_1 * n_1 * \eta_v$$

Generalmente el  $\eta_v = 0,7 - 0,9$

Otra expresión usada para este tipo de máquina es:

$$Q = 0,233 l * R * h * n \left( \frac{\text{m}^3}{\text{min}} \right) \quad (\text{Ec. 2. 18})$$

Donde:

R. Radio primitivo.

h. Altura de la cabeza del diente.

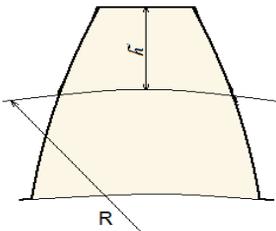


Figura 2. 10. Representación del radio primitivo.

Fuente: Elaboración propia.

### *Bombas de Paletas*

$$Q = f_A * l * Z * n * \eta_v \text{ m}^3/\text{min} \quad (\text{Ec. 2. 19})$$

Donde

$f_A$ . Área del espacio entre paletas

I. Longitud de las paletas.

Z. Número de cavidades entre paletas.

n. rpm

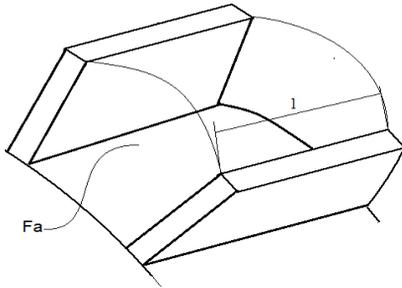


Figura 2. 11. Bomba de paletas

Fuente: Elaboración propia.

## 2. 4. Máquinas Rotodinámicas

Las bombas centrífugas o rotodinámicas son las que han adquirido mayor relevancia por sus grandes posibilidades y vasto campo de aplicación, habiendo desplazado casi por entero a las de desplazamiento positivo. Su gran velocidad de funcionamiento, que permite su accionamiento directo por motores eléctricos, pequeño tamaño y peso, gran seguridad de marcha y servicio y mínimo número de elementos de desgaste, han sido factores decisivos que se han impuesto para conseguir su gran difusión y empleo (Royo, 1996; Encinas, 1975; De las Heras Jiménez, 2011)

La bomba centrífuga es una máquina hidráulica compuesta en esencia por un impulsor con alabes, que accionado desde el exterior transmite al líquido la energía necesaria para obtener una presión determinada (Abella, 2003; Gómez, 1991; Martínez, 2002; Santos, 2014). El cuerpo de la bomba o voluta recibe el líquido salido del impulsor y por su construcción especial transforma su energía cinética en presión, dirigiéndolo al mismo tiempo hacia el exterior por un canal de descarga. Existe una gran variedad de bombas en cuanto se refiere a sus formas de construcción, de acuerdo con las aplicaciones particulares o imperativos mecánicos.

### 2. 4. 1. Teoría general de las máquinas centrífugas

La teoría general de las máquinas centrífugas se basa en el concepto de impulso y cantidad de movimiento. De acuerdo a la segunda ley de Newton

$$F = \frac{d(m \cdot v)}{dt}$$

-La acción de las fuerzas externas es igual a la variación en el tiempo de la cantidad de movimiento. Isaac Newton<sup>3</sup> planteó exactamente que “*el cambio del movimiento en el tiempo es proporcional a la fuerza matriz aplicada y se efectúa en la dirección de la línea recta en que se aplica esa fuerza*”.

El término usado por Newton como “movimiento” hoy corresponde al término *cantidad de movimiento*.

El impulso de una fuerza = Variación de la cantidad de movimiento.

$$F dt = d(m \cdot v)$$

Para una partícula o conjunto de partículas de masa constante.

$$Fdt = m dv$$

Para un intervalo de tiempo infinitesimal.

$$\int_1^2 F \cdot dt = m \int_1^2 dv = m(V_2 - V_1)$$

$$F\Delta t = m(V_2 - V_1)$$

Sus unidades son:

$$N \cdot s = \text{Kg} \cdot \frac{m}{s}$$

$$\frac{\text{Kg} \cdot m}{s^2} \cdot s = \text{kg} \cdot \frac{m}{s}$$

**El principio de impulso y cantidad de movimiento, unido a las Ecuaciones de Bernoulli y Continuidad constituye la base fundamental de Mecánica de los Fluidos y son de mucha aplicación en las Máquinas de Flujos.**

Para el estudio de las máquinas centrífugas debe hacerse las siguientes

Suposiciones:

1. Consideramos un número infinito de álabes de espesor despreciable para lograr un número infinito de venas del fluido que repiten la forma geométrica del álabe.
2. Todas las venas son absolutamente iguales desde el punto de vista geométrico y cinemático.

<sup>3</sup> Isaac Newton (1643-1727). Físico, filósofo, teólogo, inventor, alquimista y matemático inglés.

3. El flujo es plano, es decir no existe gradiente de velocidad a lo largo del eje paralelo al eje geométrico de la máquina.

Apliquemos al impelente de la máquina centrífuga la Ecuación de los momentos de las fuerzas impulsivas externas es igual a la variación del momento de la cantidad de movimiento (Figura 2. 12)

Donde:

$w_1$ : Velocidad angular.

$u_1$ : Velocidad tangencial del impelente.

$w_1$ : Velocidad relativa a la superficie del álabe.

$V_1 = C_1$ : Velocidad absoluta del fluido.

$V_{n1} = C_{r1}$ : Componente radial de la velocidad absoluta.

$V_{t1} = C_{u1}$ : Componente tangencial de la velocidad absoluta.

$\beta_1$ : Ángulo comprendido entre  $W$  y  $u_1$ .

$\alpha_1$ : Ángulo comprendido entre  $C$  y  $u_1$ .

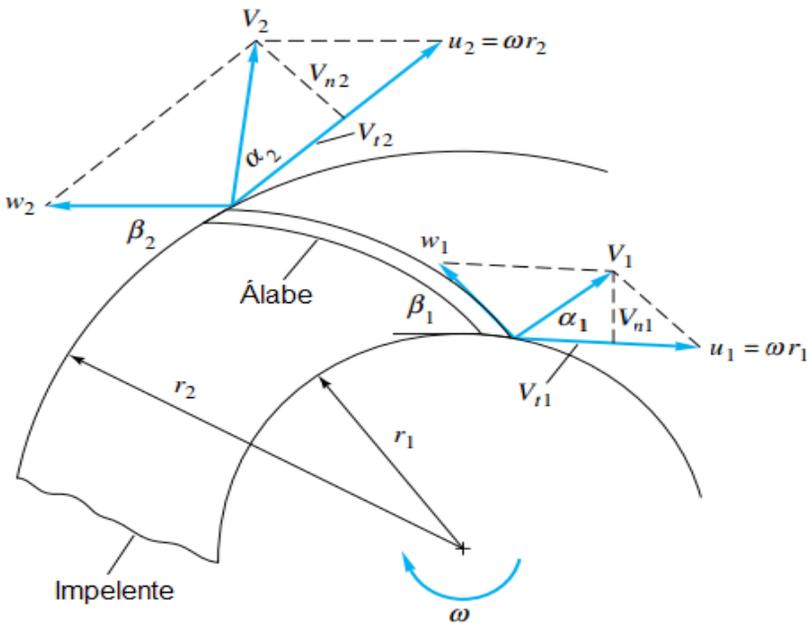


Figura 2. 12. Paralelogramos de velocidad a la entrada y la salida de los canales interálabe.

Fuente: White (2003).

El momento de las fuerzas impulsivas es igual a la variación del momento de la cantidad de movimiento.

Afectando la ecuación por un brazo:

$$F \cdot r \cdot \Delta t = m(v_2 r_2 - v_1 r_1)$$

$$M t_\infty \cdot \Delta t = m v_2 r_2 - m v_1 r_1$$

$$M t_\infty \cdot \Delta t = (\rho Q C_2 l_2 - \rho Q C_1 l_1)$$

Considerando un tiempo unitario:

$$M t_\infty = \rho Q (C_2 l_2 - C_1 l_1)$$

Del triángulo de velocidad:

$$l_2 = R_2 \cos \alpha_2$$

$$l_1 = R_1 \cos \alpha_1$$

Por tanto.

$$M t_\infty = \rho Q (C_2 R_2 \cos \alpha_2 - C_1 R_1 \cos \alpha_1)$$

$$\text{Como: } C_2 \cos \alpha_2 = C_{2u} \text{ y } C_1 \cos \alpha_1 = C_{1u}$$

$$M t_\infty = \rho Q (C_{2u} R_2 - C_{1u} R_1)$$

La potencia puede ser determinada por:

$$N t_\infty = M t_\infty \cdot w$$

Por tanto.

$$N t_\infty = \rho Q (C_{2u} R_2 - C_{1u} R_1) \cdot w$$

$$\text{Como: } u = w \cdot R \text{ queda entonces } w = \frac{u}{R}$$

$$N t_\infty = \rho Q (u_2 C_{2u} - u_1 C_{1u})$$

-Pero también la se puede expresar como:

$$N t_\infty = \rho g Q \cdot H t_\infty$$

Por lo que:

$$\rho g Q \cdot H t_\infty = \rho Q (u_2 C_{2u} - u_1 C_{1u})$$

## ECUACIÓN DE EULER. CARGA TEÓRICA Y REAL

$$Ht_{\infty} = \frac{u_2 C_{2u} - u_1 C_{1u}}{g} \quad (\text{Ec. 2. 20})$$

Ecuación de Euler. (Leonard Euler, 1745).

La carga teórica para un número finito de álabes es:

$$Ht = \mu \cdot Ht_{\infty} \quad (\text{Ec. 2. 21})$$

Donde  $\mu$ : Coeficiente de corrección que tiene en cuenta el número finito de álabes.  $\mu < 1$  Generalmente  $\mu = 0,8$

La carga real la determinamos por la expresión:

$$Hr = \eta_h \cdot Ht = \eta_h \cdot \mu \cdot Ht_{\infty} \quad (\text{Ec. 2. 22})$$

Donde:  $\eta_h$  - Rendimiento hidráulico. Para máquinas centrífugas modernas (0,80...0,96).

## INFLUENCIA DEL ÁNGULO $\beta_2$ EN LA CARGA DE IMPULSIÓN

$$Ht_{\infty} = \frac{u_2 C_{2u} - u_1 C_{1u}}{g}$$

- Para  $\alpha_1 = 90^\circ$ .  $C_{1u} = 0$

$$Ht_{\infty} = \frac{u_2 C_{2u}}{g}$$

Del triángulo de velocidades  $\cot \beta_2 = \frac{u_2 - C_{2u}}{C_{2r}}$

$$C_{2u} = u_2 - C_{2r} \cot \beta_2$$

Por tanto.

$$Ht_{\infty} = \frac{u_2^2 - u_2 C_{2r} \cot \beta_2}{g}$$

Cuando  $\beta_2 < 90^\circ$  se  $Ht_{\infty}$  decrece Para  $\beta_2 = 0$   $Ht_{\infty} = -\infty$

Cuando  $\beta_2 = 90^\circ$   $Ht_{\infty} = \frac{u_2^2}{g}$  -Para  $\beta_2 = 90^\circ$   $Ht_{\infty} = \frac{u_2^2}{g}$

Cuando  $\beta_2 > 90^\circ$   $Ht_{\infty}$  se incrementa -Para  $\beta_2 = 180^\circ$   $Ht_{\infty} = +\infty$

La representación gráfica se representa en la Figura 2. 13 y Figura 2. 14.

La carga dinámica viene dada por:

$$(Hdin)_{t_{\infty}} = \frac{(u_2 - C_{2r} \cot \beta_2)^2}{2g} \quad (\text{Ec. 2. 23})$$

La carga estática por:

$$(Hest)_{t_{\infty}} = \frac{u_2 - (C_{2r} \cot \beta_2)^2}{2g} \quad (\text{Ec. 2. 24})$$

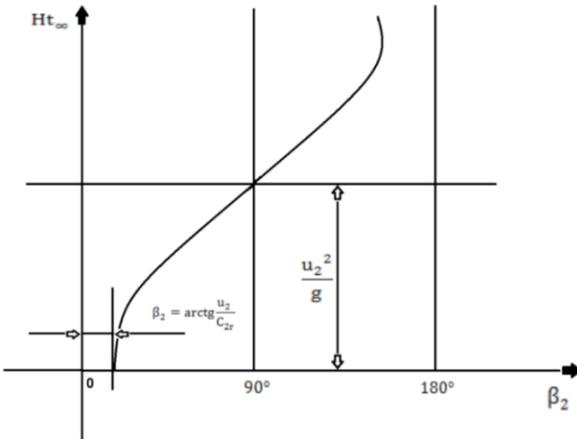


Figura 2. 13. Dependencia de  $Ht_{\infty}$  en función del ángulo  $\beta_2$ .

Fuente: Elaboración propia.

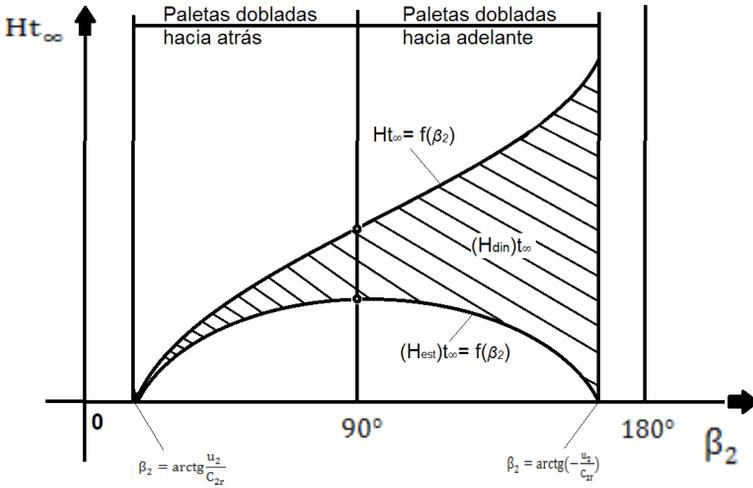


Figura 2. 14. Representación gráfica de los distintos tipos de carga en función del ángulo Fuente: Elaboración propia.

## CURVAS CARACTERÍSTICAS TEÓRICA Y REAL

Curva característica de H vs Q.

$$Ht_{\infty} = \frac{u_2^2 - u_2 C_{2r} \cot \beta_2}{g}$$

Pero  $Q = C_{2r} \cdot \text{Área}$

Pero  $Q = C_{2r} \cdot \text{Área}$

$$Q = C_{2r} \cdot \pi \cdot D_2 \cdot b_2$$

$$Ht_{\infty} = \frac{u_2^2 - u_2 \cdot \frac{Q}{\pi \cdot D_2 \cdot b_2} \cdot \cot \beta_2}{g}$$

$$C_{2r} = \frac{Q}{\pi \cdot D_2 \cdot b_2}$$

$$N = \frac{\rho g Q H}{K} \quad (\text{Ec. 2. 25})$$

Cuando  $\beta_2 < 90^\circ$   $\cot \beta_2$  es positivo y  $H_{t_\infty}$  disminuye cuando  $Q$  aumenta  
 Cuando  $\beta_2 = 90^\circ$   $\cot \beta_2 = 0$  y  $H_{t_\infty}$  se mantiene constante cuando  $Q$  aumenta  
 Cuando  $\beta_2 > 90^\circ$   $\cot \beta_2 =$  es negativo y  $H_{t_\infty}$  aumenta cuando  $Q$  aumenta

**Representación gráfica.**

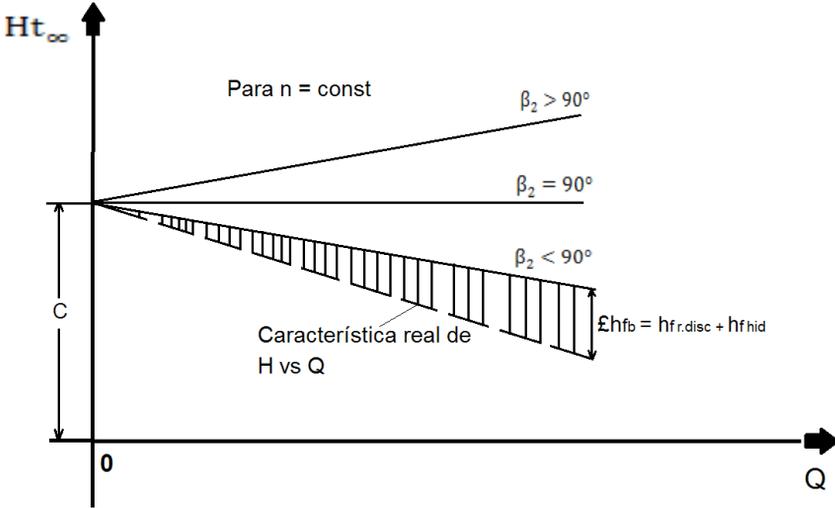


Figura 2. 15. Características teóricas de las máquinas centrífugas para distintos ángulos

Fuente: Elaboración propia.

*Potencia y Rendimiento.*

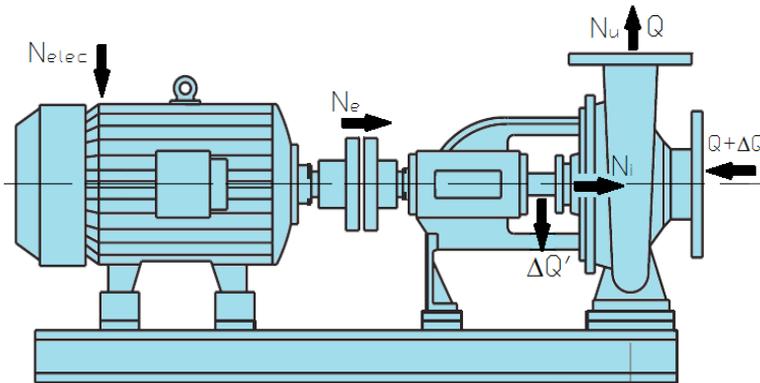


Figura 2. 16. Potencia y rendimiento útil.

Fuente: Catálogo Bomba RNI-GNI.

Potencia útil. ( $Nu$ )

$$Nu = \frac{\rho g Q H}{1000} \text{ (kW) (Ec. 2. 26)}$$

Energía/Tiempo entregado al fluido que sale de la máquina.

Potencia interna. ( $Ni$ )

$$Ni = \frac{\rho g (Q + \Delta Q) \cdot (H + \Delta H)}{1000} \text{ (Ec. 2. 27)}$$

Energía/Tiempo entregada a todo el fluido que circula por la máquina.

Rendimiento interno. ( $\eta_i$ )

$$\eta_i = \frac{Nu}{Ni} = \frac{\frac{\rho g Q H}{1000}}{\frac{\rho g (Q + \Delta Q) \cdot (H + \Delta H)}{1000}}$$

$$\eta_i = \eta_v \cdot \eta_h$$

$$\eta_m = \frac{Ni}{Neje}$$

$$Neje = \frac{Ni}{\eta_m}$$

$$\text{Pero } Ni = \frac{Nu}{\eta_i} = \frac{Nu}{\eta_v \cdot \eta_h}$$

$$Ne = \frac{Nu}{\eta_v \cdot \eta_h \cdot \eta_m} = \frac{Nu}{\eta_{maq}}$$

$$Ne = \frac{\rho g Q H}{1000 \cdot \eta_{maq}} \text{ (Ec. 2. 28)}$$

## 2. 5. Teoría de semejanza

El movimiento de los líquidos y los gases en los pasajes interálaves de las máquinas centrífugas es complicado. Es por esta razón que el cálculo de los elementos de trabajo de las máquinas centrífugas presentan grandes dificultades y se acude por ello a los datos experimentales obtenidos del diseño y prueba de máquinas anteriores. No obstante, la posibilidad de usar

los datos experimentales está dada únicamente porque se hayan observado las Leyes de Semejanza.

En la computación de las máquinas de flujo se utilizan ampliamente el ensayo de modelos. Los modelos se construyen aplicando las Leyes de Semejanza.

Los fenómenos físicos en espacios geométricos se denominan semejantes si en los correspondientes puntos homólogos las magnitudes físicas similares se encuentran en relaciones contantes. Estas relaciones se denominan:

Coficiente o Escalas de Semejanza

En las máquinas de flujo hay que observar tres tipos o formas de semejanza:

- Semejanza geométrica.
- Semejanza cinemática.
- Semejanza dinámica.

*Semejanza geométrica:*

- Igualdad de los ángulos semejantes.
- Igualdad o constancia de las relaciones entre magnitudes semejantes.

*En la semejanza geométrica:*

$$\beta_{1a} = \beta_{1b} = \beta_1$$

$$\beta_{2a} = \beta_{2b} = \beta_2$$

$$\beta_{ia} = \beta_{ib} = \beta_i$$

Son los ángulos de las máquinas

$$\frac{D_{2b}}{D_{2a}} = \frac{D_{1b}}{D_{1a}} = \frac{b_{1b}}{b_{1a}} \dots = \frac{l_{ib}}{l_{ia}} = \delta_1 = \text{cte}$$

De donde:

$\delta_1$  Coeficiente de Semejanza Geométrica.

*Semejanza cinemática:*

- Igualdad de los ángulos homólogos en los triángulos de velocidades.
- Se mantiene constante la relación entre las velocidades en puntos homólogos de las máquinas semejantes.

En la semejanza cinemática:

$$\alpha_{1a} = \alpha_{1b}$$

$$\alpha_{2a} = \alpha_{2b}$$

$$\alpha_{ia} = \alpha_{ib}$$

Ángulos de los triángulos de velocidad

$$\frac{U_{1b}}{U_{1a}} = \frac{W_{1b}}{W_{1a}} = \frac{C_{1b}}{C_{1a}} = \frac{U_{2b}}{U_{2a}} \dots = \frac{C_{ib}}{C_{ia}} = \delta_c = \text{cte}$$

$\delta_c$  Coeficiente de Semejanza Cinemática.

*Semejanza dinámica:*

- Se mantiene constante la relación entre las fuerzas de igual naturaleza que actúan en puntos homólogos de las máquinas geométricas y cinemáticamente semejantes.

En la semejanza dinámica

$$\frac{F_{1b}}{F_{1a}} = \frac{F_{2b}}{F_{2a}} \dots = \frac{F_{ib}}{F_{ia}} = \delta_f = \text{cte}$$

$\delta_f$  Coeficiente de Semejanza dinámica.

Los criterios generales de semejanza de los flujos estudiados en la Mecánica de los Fluidos se aplica también para los flujos en las máquinas centrifugas. Por lo cual al estudiar la semejanza de estas máquinas debe observarse la igualdad de estos criterios adimensionales:

- Número de Reynolds ----- $R_e = \frac{v \cdot l}{\nu}$
- Número de Froude ----- $F_r = \frac{v^2}{g \cdot l}$
- Número de Euler----- $E_u = \frac{p}{\rho \cdot v^2}$
- Número de Strouhal----- $S_h = \frac{l \cdot n}{v}$

La semejanza de las corrientes de flujo se caracteriza por la igualdad de los criterios adimensionales en puntos homólogos de las máquinas:

$$R_{ea} = R_{eb}; E_{ua} = E_{ub}; F_{ra} = F_{rb}; S_{ha} = S_{hb}$$

Supóngase dos máquinas semejantes a y b funcionando en regímenes semejantes. El caudal volumétrico para ambas máquinas es:

$$Q_a = \pi \cdot D_{2a} \cdot b_{2a} \cdot C_{2ra} \cdot \eta_{va}$$

$$Q_b = \pi \cdot D_{2b} \cdot b_{2b} \cdot C_{2rb} \cdot \eta_{vb}$$

La relación entre los caudales da:

$$\frac{Q_a}{Q_b} = \frac{D_{2a}}{D_{2b}} \cdot \frac{b_{2a}}{b_{2b}} \cdot \frac{C_{2ra}}{C_{2rb}} \cdot \frac{\eta_{va}}{\eta_{vb}}$$

De la semejanza cinemática se puede escribir la relación de velocidad  $C_{2ra}/C_{2rb}$  en función de las dimensiones físicas del impelente y la velocidad de rotación.

$$\frac{C_{2ra}}{C_{2rb}} = \frac{U_{2a}}{U_{2b}} = \frac{n_a \cdot D_{2a}}{n_b \cdot D_{2b}}$$

Sustituyendo en la ecuación de los caudales:

$$\frac{Q_a}{Q_b} = \frac{D_{2a}^2}{D_{2b}^2} \cdot \frac{b_{2a}}{b_{2b}} \cdot \frac{n_a}{n_b} \cdot \frac{\eta_{va}}{\eta_{vb}} \quad (\text{Ec. 2. 29})$$

Como consecuencia de la Semejanza Geométrica:

$$\frac{b_{2a}}{b_{2b}} = \frac{D_{2a}}{D_{2b}}$$

y la expresión 2.29 se puede expresar definitivamente como:

$$\frac{Q_a}{Q_b} = \frac{D_{2a}^3}{D_{2b}^3} \cdot \frac{n_a}{n_b} \cdot \frac{\eta_{va}}{\eta_{vb}} \quad (\text{Ec. 2. 30})$$

Para el análisis de una misma máquina  $D_{2a} = D_{2b}$  y a diferentes rpm la expresión 2.30 queda:

$$\frac{Q_a}{Q_b} = \frac{n_a}{n_b} \cdot \frac{\eta_{va}}{\eta_{vb}} \quad (\text{Ec. 2. 30. 1})$$

La 2. 30.1 nos indica que para una máquina dada el caudal varía con la primera potencia de las frecuencias de rotación del árbol y los rendimientos volumétricos.

Como se sabe la ecuación de Euler la Carga de Impulsión creada por la máquina centrífuga es:

$$H = \frac{U_2 \cdot C_{2u}}{g} \cdot \eta_h \quad (\text{Ec. 2. 31})$$

Por lo que para la máquina a y b semejante trabajando en regímenes semejantes la ecuación (II.31) permite expresar:

$$\frac{H_a}{H_b} = \frac{U_{2a}}{U_{2b}} \cdot \frac{C_{2ua}}{C_{2ub}} \cdot \frac{\eta_{ha}}{\eta_{hb}} \quad (\text{Ec. 2. 31. 1})$$

Según las condiciones de *Semejanza Cinemática*:

$$\frac{U_{2a}}{U_{2b}} = \frac{C_{2ua}}{C_{2ub}} \quad \gamma \quad \frac{U_{2a}}{U_{2b}} = \frac{n_a \cdot D_{2a}}{n_b \cdot D_{2b}}$$

Por lo que la expresión 2.31.1. se expresa como:

$$\frac{H_a}{H_b} = \frac{n_a^2}{n_b^2} \cdot \frac{D_{2a}^2}{D_{2b}^2} \cdot \frac{\eta_{ha}}{\eta_{hb}} \quad (\text{Ec. 2. 32})$$

Para la misma máquina funcionando en diferente régimen; dado que queda:

$$\frac{H_a}{H_b} = \frac{n_a^2}{n_b^2} \cdot \frac{\eta_{ha}}{\eta_{hb}} \quad (\text{Ec. 2. 33})$$

Para el caso de los ventiladores se acostumbra a expresar esta relación en función de presión y no de las cargas de impulsión. Para ello multiplíquese la ecuación 2.32 por los términos de  $\rho g$ .

$$\frac{P_a}{P_b} = \frac{\rho_a \cdot g \cdot H_a}{\rho_b \cdot g \cdot H_b} = \frac{n_a^2}{n_b^2} \cdot \frac{D_{2a}^2}{D_{2b}^2} \cdot \frac{\rho_a}{\rho_b} \cdot \frac{\eta_{ha}}{\eta_{hb}} \quad (\text{Ec. 2. 34})$$

Para la misma máquina, siendo diferente la frecuencia de rotación del árbol, se tiene:

$$\frac{P_a}{P_b} = \frac{n_a^2}{n_b^2} \cdot \frac{\rho_a}{\rho_b} \cdot \frac{\eta_{ha}}{\eta_{hb}} \quad (\text{Ec. 2. 34. 1})$$

Como ya se había estudiado la potencia de la máquina de flujo centrífuga está dada por la ecuación:

$$N = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta_{maq}} \quad (\text{Ec. 2. 35})$$

Estableciendo la relación entre los consumos de potencia de las máquinas semejantes trabajando en regímenes semejantes se llega a la ecuación:

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{\rho_a \cdot Q_a \cdot H_a \cdot \eta_b}{\rho_b \cdot Q_b \cdot H_b \cdot \eta_a} \quad (\text{Ec. 2. 36})$$

Como se tiene en las ecuaciones 2.29 y 2.32 las relaciones de Q y H en función de las dimensiones físicas y la frecuencia de rotación la ecuación

2.36 se expresa por:

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{\rho_a}{\rho_b} \cdot \frac{D_{2a}^5}{D_{2b}^5} \cdot \frac{n_a^3}{n_b^3} \cdot \frac{\eta_a}{\eta_b} \quad (\text{Ec. 2. 37})$$

Ordenando la siguiente ecuación:

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{\rho_a}{\rho_b} \cdot \frac{D_{2a}^5}{D_{2b}^5} \cdot \frac{N_a^3}{D_b^3} \cdot \frac{\rho_a}{\rho_b} \cdot \frac{\eta_a}{\eta_b} \quad (\text{Ec. 2. 38})$$

Para fluidos incompresibles, la misma máquina trabajando a diferentes frecuencias de rotación tiene variaciones en el consumo de potencia según la ecuación:

$$\frac{N_a}{N_b} = \frac{n_a^3}{n_b^3} \cdot \frac{\eta_b}{\eta_a} \quad (\text{Ec. 2. 39})$$

Las ecuaciones 2. 30.1, 2. 33 y 2. 39 se denominan *Expresiones de Proporcionalidad* y resultan de mucha utilidad en el campo de la ingeniería.

Una magnitud muy importante, que determina la semejanza de las corrientes de flujo en las bombas centrífugas es la *Velocidad Específica*.

Considerando las ecuaciones 2. 40 y 2. 41:

$$\frac{Q_a}{Q_b} = \frac{D_{2a}^3}{D_{2b}^3} \cdot \frac{N_a}{N_b} \quad (\text{Ec. 2. 40})$$

$$\frac{H_a}{H_b} = \frac{n_a^2}{n_b^2} \cdot \frac{D_{2a}^2}{D_{2b}^2} \quad (\text{Ec. 2. 41})$$

Obtenidas a partir de que se cumple la semejanza hidráulica entre las máquinas a y b.

Si a la máquina (a) en escala reducida o modelo, se define que entrega la potencia útil () de 1CV (caballo de vapor) y desarrolla una carga de impulsión de 1m, el flujo entregado por ella es:

$$N_{ua} = \rho \cdot g \cdot Q_a \cdot H_a \quad (\text{Ec. 2. 42})$$

Despejando el c

$$Q_a = \frac{N_{ua}}{\rho \cdot g \cdot H_a} \quad (\text{Ec. 2. 43})$$

Recordando que 1CV=735.6 Watt y sustituyendo en la ecuación 1.25 queda:

$$Q_a = \frac{1CV \cdot 735.5 \frac{N \cdot m}{s \cdot cv}}{10^3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} \cdot 1} = \frac{m^3}{s}$$

$$Q_a = 0.07497 \approx 0.075 \text{ m}^3/\text{s}$$

Si se denomina ( $n_s$ ) "Velocidad Específica" a la frecuencia de rotación a que debe guiar la máquina (a) para entregar el flujo o caudal ( $Q$ ) = 0.075 m<sup>3</sup>/s, a

la carga  $H_a = 1\text{m}$ . Sustituyendo en la ecuación 2. 32 y despejando la relación de diámetro se obtiene:

$$\frac{H_a}{H_b} = \frac{n_a^2}{n_b^2} \cdot \frac{D_{2a}^2}{D_{2b}^2} \cdot \frac{\eta_{ha}}{\eta_{hb}}$$

$$\frac{D_{2a}^2}{D_{2b}^2} = \frac{\frac{H_a}{H_b}}{\frac{n_a^2 \cdot \eta_{ha}}{n_b^2 \cdot \eta_{hb}}} \text{ Considerando } \frac{\eta_{ha}}{\eta_{hb}} = 1. \therefore \eta_{ha} \approx \eta_{hb}$$

$$\frac{D_{2a}}{D_{2b}} = \frac{1}{\frac{n_s}{n_b} H_b^{1/2}} \quad (\text{Ec. 2. 45})$$

Considerando lo ya tratado de que y en la ecuación 2.44 se tiene:

Sustituyendo la ecuación 2. 45 en la ecuación 2 .30 y considerando que para  $n_a = n_s$  y  $H_a = 1\text{m}$  corresponda el caudal ( $Q$ ) = 0.075 m<sup>3</sup>/s y que  $\eta_{va} \approx \eta_{vb}$ , la ecuación 2. 30 queda:

$$\frac{Q_a}{Q_b} = \frac{D_{2a}^3}{D_{2b}^3} \cdot \frac{n_a}{n_b} \cdot \frac{\eta_{va}}{\eta_{vb}} \quad (\text{Ec. 2. 46})$$

Sustituyendo los términos

$$\frac{0.075}{Q_b} = \left( \frac{1}{\frac{n_s}{n_b} H_b^{1/2}} \right)^3 \cdot \frac{n_s}{n_b} \quad (\text{Ec. 2. 47})$$

Desarrollando:

$$\frac{0.075}{Q_b} = \frac{1}{\frac{n_s^3}{n_b^3} H_b^{3/2}} \cdot \frac{n_s}{n_b} = \frac{1}{\frac{n_s^2}{n_b^2} H_b^{3/2}}$$

$$\frac{0.075}{Q_b} = \frac{n_b^2}{H_b^{3/2} \cdot n_s^2}$$

Despejando ( $n_s$ ):

$$n_s^2 = \frac{n_b^2 \cdot Q_b}{0.075 \cdot H_b^{3/2}}$$

$$N_s = \left( \frac{n_b^2 \cdot Q_b}{0.075 \cdot H_b^{3/2}} \right)^{1/2}$$

$$N_s = \frac{n_b \cdot Q_b^{1/2}}{0.075^{1/2} \cdot (H_b^{3/2})^{1/2}}$$

$$N_s = \frac{1}{0.075^{1/2}} \cdot \frac{n_b \cdot Q_b^{1/2}}{H_b^{3/4}}$$

$$N_s = 3.65 \cdot \frac{n_b \cdot \sqrt{Q_b}}{H_b^{3/4}}$$

(Ecuación de la Velocidad Específica)

La velocidad específica caracteriza la forma constructiva de la máquina.

Para  $\uparrow Q$  y  $\downarrow H \rightarrow n_s \uparrow$  y - Característico de máquina de amplio canal de flujo y bajo  $D_2/D_1$ .

Por el contrario, para  $\uparrow Q$  y  $\downarrow H \rightarrow n_s \downarrow$  y - Típico en máquinas radiales con canales estrechos y alta  $D_2/D_1$ .

Los valores de  $n_s$  pueden estar en el entorno de 0 a infinito.

En la Tabla 2.1 se ofrecen a modo de ejemplo, los intervalos de velocidades específicas para distintos tipos de bombas.

Tabla 2.1. Intervalos de velocidades específicas para distintos tipos de bombas<sup>4</sup>.

Tipos de bombas	Intervalo de $n_s$
Rotatorias y de pistones	<40
De remolino	10-40
Centrifugas	40-300
Mixtas	300-600

<sup>4</sup> Los valores dependen de las unidades empleadas, los datos corresponden al sistema internacional.

Axiales	600-1200
---------	----------

Fuente: Ramos (1986).

Nota: Estos valores dependen de las unidades empleadas, los datos corresponden al sistema internacional: Q (m<sup>3</sup>/s), H (m), N (kW)

## 2. 6. Problemas resueltos

### Problema 1)

Una bomba de émbolo de doble efecto tiene un émbolo de 250 mm de diámetro. El diámetro del vástago del émbolo es de 50 mm y sobresale por una parte solamente. La carrera es de 375 mm y la velocidad de giro del cigüeñal es de 60 rpm. La altura de presión de aspiración es de -4,5 m c.a y la de impulsión 18 m c.a. El fluido bombeado es agua. Calcule:

- La fuerza que se requiere para mover el émbolo en las carreras de ida y vuelta.
- El caudal entregado por la bomba.
- La potencia absorbida por la bomba.

En el problema desprecie las pérdidas y el rozamiento.

Solución

#### Datos

$$D_{\text{émbolo}} = 250 \text{ mm}$$

$$d_{\text{vástago}} = 50 \text{ mm}$$

$$S = 375 \text{ mm (carrera)}$$

$$n = 60 \text{ rpm.}$$

$$\frac{P_{\text{suc}}}{\rho g} = -4,5 \text{ m c. a}$$

$$\frac{P_{\text{desc}}}{\rho g} = 18 \text{ m c. a}$$

#### Cálculo de las áreas del pistón y el vástago

$$A_p = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0.250^2}{4} = 0,049 \text{ m}^2$$

$$A_v = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0.050^2}{4} = 0,0019 \text{ m}^2$$

### Cálculo de las presiones

Presión de aspiración (negativa) ( $P_a$ )

Si  $h_{Pa} = -4,5$  m c. a y  $h_{Pa} = \frac{P_a}{\rho g}$  se tiene que:

$$P_a = \rho g h_{Pa} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \cdot (-4,5) = -44\,145 \text{ Pa}$$

Presión de descarga ( $P_d$ )

Si  $h_{Pd} = 18$  m c. a y  $h_{Pd} = \frac{P_d}{\rho g}$  se tiene que:

$$P_d = \rho g h_{Pd} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \cdot 18 \text{ m c. a} = 176\,580 \text{ Pa}$$

### Cálculo de las fuerzas

Fuerza requerida para mover el émbolo en la carrera de ida.

$$\text{Fuerza de aspiración } F_{1a} = P_a \cdot A_p = 44\,145 \cdot 0,049 = 2\,163 \text{ N}$$

Aunque la presión es negativa hay que hacer una fuerza para mover el pistón.

$$\text{Fuerza de impulsión } F_{1i} = P_d \cdot (A_p - A_v) = 176\,580 (0,049 - 0,0019) = 8\,317 \text{ N}$$

*La Fuerza total en el movimiento de ida es:*

$$F_t = F_{1a} + F_{1i} = 2\,163 + 8\,317 = 10\,480 \text{ N}$$

a. *Fuerza requerida para mover el émbolo en la carrera de retorno.*

*Fuerza de aspiración*

$$F_{2a} = P_a (A_p - A_v) = 44\,145 (0,049 - 0,0019) = 2\,079,2 \text{ N}$$

$$\text{Fuerza de impulsión } F_{2i} = P_d A_p = 176\,580 (0,049) = 8\,652,4 \text{ N}$$

*La Fuerza total en el movimiento de retorno*

$$F_t = F_{2a} + F_{2i} = 2\,079,2 \text{ N} + 8\,652,4 \text{ N} = 10\,731,62 \text{ N}$$

*Cálculo del Caudal de la bomba*

– Caudal en la carrera de ida.

$$Q_i = \text{Area} \cdot S = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) \cdot S \cdot n = \frac{\pi}{4} (0,250^2 - 0,050^2) \cdot 0,375 \cdot \frac{60}{60} \frac{\text{s}}{\text{min}}$$

$$Q_i = 0,01767 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

– Caudal en la carrera de retorno

$$Q_d = \text{Area. S} = \frac{\pi}{4} D^2 \cdot S \cdot n = \frac{\pi}{4} 0,250^2 \cdot 0,375 \cdot \frac{60}{60 \frac{\text{s}}{\text{min}}} = 0,01841 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Caudal total

$$Q_t = Q_i + Q_d = 0,01767 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} + 0,01841 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 0,03608 = 36,08 \frac{\text{l}}{\text{s}}$$

Potencia absorbida por la bomba (despreciando las pérdidas  $\eta_b=1$ )

$$N_b = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{1000}$$

Cálculo de H (Carga)

$$H = \frac{P_{\text{desc}} - P_{\text{suc}}}{\rho g} = 18 - (-4,5) = 22,5 \text{ m}$$

$$N_b = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \times 0,03608 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \times 22,5 \text{ m}}{1000} = 7,96 \text{ kW}$$

## Problema 2)

Una bomba de émbolo de simple efecto tiene un diámetro de pistón de 180 mm y una carrera de 200 mm. El líquido a bombear tiene una densidad relativa ( $\rho_{\text{rel}}=0,96$ ). La bomba toma líquido de un colector a presión atmosférica y los descarga en un recipiente a una presión de 4 at. La altura geométrica de impulsión o descarga es de 15 m. La pérdida total en la tubería de succión es de 2 m y en la descarga es de 7m.

¿A cuántas rpm debe operar la bomba y de que potencia debe instalarse el motor para suministrar un caudal de 600 l/min?

Considere el rendimiento volumétrico ( $\eta_v=0,85$ ) y el rendimiento general de la instalación

Datos

$$D_{\text{émbolo}} = 180 \text{ mm}$$

$$S = 200 \text{ mm (Carrera)}$$

$$\rho_{\text{rel}} = 0,96$$

$$P_d = 4 \text{ at.}$$

$$Z_d = 15 \text{ m.}$$

$$\sum h_{f \text{ succ}} = 2 \text{ m}$$

$$\sum h_{f \text{ des}} = 7 \text{ m}$$

$$Q = 600 \text{ l/min.}$$

$$\eta_v = 0,85$$

$$\eta_{\text{ins}} = 0,76$$

Solución

De la expresión del caudal entregado por la bomba de simple efecto

$$Q = \frac{\pi}{4} D^2 \cdot S \cdot n \cdot \eta_v$$

$$n = \frac{4 Q}{\pi D^2 \cdot S \cdot \eta_v} = \frac{4 \cdot 600}{1000 \cdot \pi \cdot 0,18^2 \cdot 0,2 \cdot 0,85} = 138,69 \text{ rpm} \sim 140 \text{ rpm}$$

*Cálculo de la potencia*

$$N_b = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{1000 \eta_{\text{ins}}}$$

*Determinación de la carga H*

$$H = \frac{\Delta P}{\rho \cdot g} + \Delta Z + \frac{\Delta V^2}{2g} + \sum_1^2 h_f$$

$$H = \frac{(4 - 0) \cdot 10^4}{960} + 15 + 2 + 7 = 65,66 \text{ m}$$

La potencia es:

$$N_b = \frac{960 \cdot 9,81 \cdot 600 \cdot 65,66}{10^3 \cdot 10^3 \cdot 60 \cdot 0,76} = 8,17 \text{ kW}$$

### Problema 3)

Un rodete que gira a 1 150 rpm tiene las siguientes dimensiones:  $b_1=31,75$  mm;  $b_2=19,05$  mm;  $D_1=177,8$  mm;  $D_2=381,0$  mm;  $\beta_1=18^\circ$ ;  $\beta_2=20^\circ$  ( $b_1$  y  $b_2$  son respectivamente, la anchura de los canales de entrada y a la salida; la superficie de sección transversal es  $A=\pi Db$  si se desprecia el espesor de los álabes). Suponiendo que la corriente de entrada es radial y despreciando el espesor de los álabes, dibujar los triángulos de velocidades y calcular el caudal en litros por minutos, así como la carga teórica para  $z=\infty$ , despreciando la corriente circulatoria.

Datos

$$n= 1150 \text{ rpm}$$

$$D_2=381 \text{ mm}$$

$$D_1=177,8 \text{ mm}$$

$$\beta_2=20^\circ$$

$$\beta_1=18^\circ$$

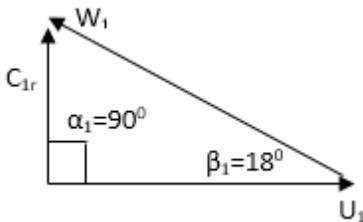
$$b_1=31,75 \text{ mm}$$

$$b_2=19,05 \text{ mm}$$

$$Z=\infty$$

Solución

Triángulo teórico en la entrada del álabe.



Cálculo de  $U_1$

$$U_1 = \frac{\pi n D_1}{60} = \frac{\pi \cdot 1150 \cdot 0,1778}{60} = 10,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\tan \beta_1 = \frac{C_{r1}}{U_1} C_{r1} = U_1 \cdot \tan \beta_1 = 10,70 \frac{\text{m}}{\text{s}} \tan 18^\circ = 3,47 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

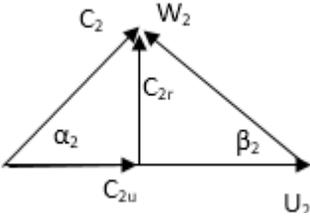
Cálculo de  $Q_1$

$$Q_1 = A_1 \cdot C_{r1} = \pi D_1 b_1 \cdot C_{r1} = \pi \cdot 0,1788 \cdot 0,03175 \times 3,47 = 0,0615 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$Q_1 = 3690 \text{ l/min}$$

Cálculo de la carga de impulsión teórica ( $H_{t\infty}$ )

Triángulo de velocidad a la salida del impelente es



$$U_2 = \frac{\pi n D_2}{60} = \frac{\pi \cdot 1150 \cdot 0,381}{60} = 22,94 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Q = A_2 \cdot C_{r2} C_{r2} = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2} = \frac{0,0615 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{\pi \cdot 0,381 \cdot 0,01905}$$

$$C_{r2} = 2,69 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Cálculo de  $C_{2u}$

$$C_{2u} = U_2 - C_{r2} \cot \alpha_2 = 22,94 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2,69 \cot 20^\circ$$

$$C_{2u} = 15,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Determinación de la carga teórica infinita

$$H_{t\infty} = \frac{U_2 \cdot C_{2u}}{g} = \frac{22,94 \times 15,6}{9,81}$$

$$H_{t\infty} = 36,57 \text{ m}$$

## Problema 4)

Se desea bombear 3 785 litros por hora de gasolina (densidad 0,85) a la temperatura de 10 °C (viscosidad= 0,8 centipoise) desde la parte inferior de un depósito al nivel del suelo a la parte superior de una columna de fraccionamiento de 27,43 m de altura. La longitud total de la tubería (tubería+longitud equivalente debida a los accesorios) es de 38,1 m. Se trata de una tubería de acero corriente de 2 pulgadas (50,8 mm) de diámetro. Calcular la potencia del motor requerido, si el rendimiento del conjunto motor-bomba se supone del 55 %. Considere iguales las presiones en el tanque y la parte superior de la torre de fraccionamiento.

Datos

$$Q = 3785 \text{ l/h} \quad (1,051 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s})$$

Sustancia: Gasolina

$$\rho_{\text{relativa}} : 0,85 \rho_{\text{gasolina}} = 850 \text{ kg/m}^3$$

$$t = 10 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\mu = 0,8 \text{ cp.}$$

$$\Delta Z = 27,43 \text{ m}$$

$$L_{\text{total}} = L_{\text{T.RECTA}} + L_{\text{EQ}} = 38,10 \text{ m}$$

$$d = 2 \text{ pulg} = 50,8 \text{ mm}$$

$$\eta_{\text{motor}} + \eta_{\text{bomba}} = 55\%$$

Solución

Aplicando la Ecuación de Bernoulli entre 1 y 2 se tiene:

$$\frac{P_1}{\rho g} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} + H_b = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + H_b + \sum_1^2 h_f$$

$$H_b = Z_2 - Z_1 + \sum_1^2 h_f$$

Del esquema  $\Delta Z = 27,43 \text{ m}$

Cálculo de las pérdidas friccionales

$$\sum_1^2 h_f = \lambda \frac{L v^2}{d 2g}$$

Hay que determinar el factor de fricción  $\lambda$  por lo que es necesario conocer el número de Reynolds.

$$R_e = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{\rho \cdot v \cdot d}{\mu}$$

Cálculo de la velocidad aplicando la ecuación de continuidad.

$$Q = A \cdot v$$

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 1,051 \times 10^{-3}}{\pi \cdot 0,0508} = 0,026 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Teniendo las unidades en consideración se pasa a determinar el  $N^0$  de Reynolds.

$$R_e = \frac{850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,026 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,0508 \text{ m}}{0,0008 \frac{\text{N}\cdot\text{s}}{\text{m}^2}} = 1\,403,35$$

El coeficiente de fricción  $\lambda$  es

$$\lambda = \frac{64}{R_e} = \frac{64}{1\,403,35} = 0,0456$$

Comportamiento en régimen laminar.

Sustituyendo en la ecuación de las pérdidas.

$$\sum_1^2 h_f = \lambda \frac{L v^2}{d 2g} = 0,0456 \frac{38,10 \cdot 0,026^2}{0,0508 \cdot 2 \cdot 9,81}$$

$$\sum_1^2 h_f = 8,11 \cdot 10^{-7}$$

Estas pérdidas son despreciables.

Cálculo de la carga de impulsión.

$$H_b = \Delta Z + \sum_1^2 h_f = 27,43 \text{ m}$$

Cálculo de la potencia consumida.

$$N_b = \frac{\rho g Q H}{1000 \cdot 0,55} = \frac{850 \cdot 9,81 \cdot 1,05 \times 10^{-3} \cdot 27,43}{1000 \cdot 0,55} = 0,4366 \text{ kW} = 0,6 \text{ CV}$$

### Problema 5)

Se necesita una bomba para un caudal de 4 540 lpm para una carga de impulsión de 91,5 m, acoplada a un motor que gira 1150 rpm. Probablemente será más indicada una bomba de 2 rodetes, que una de rodete único. ¿Por qué? Argumente su respuesta.

Datos:

$$Q = 4540 \text{ lpm.}$$

$$H = 91,5 \text{ m.}$$

$$N = 1150 \text{ rpm.}$$

Solución:

$$\eta_s = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

$$\eta_s = \frac{1150\sqrt{4540/60}}{(91,5)^{3/4}}$$

$$\eta_s = 338 \text{ rpm}$$

Para este valor de velocidad específica el rendimiento estaría en el orden del 63%, extrapolarlo la línea de caudal en el gráfico de Worthington Pump & Machinery Corp. (Vennard, 1979).

Procediendo para una máquina de dos etapas se tiene:

$$H = \frac{H_T}{2} = \frac{91,5}{2} = 45,75 \text{ m}$$

La velocidad específica para esta máquina es:

$$\eta_s = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{3/4}}$$

$$\eta_s = \frac{1150\sqrt{4540/60}}{(45,75)^{3/4}}$$

$$\eta_s = 570 \text{ rpm}$$

Del gráfico señalado el rendimiento es:

$$\eta_b = 70\%$$

Si es más indicada una bomba de dos etapas, el impelente para un radial de menor relación  $D_2/D_1$  que resulta más eficiente y la máquina alcanza un mayor rendimiento durante la explotación.

## 2. 7. Problemas propuestos

### Problema 1)

Se expone el diseño de una bomba de engranaje (Figura 2. 17) que se emplea en los sistemas hidráulicos de desplegar y replegar el chasis del avión. Determinar el suministro de la bomba para la diferencia de presiones igual a cero y  $n= 2\ 200 \text{ rpm}$ , si se sabe que el área máxima de sección de cada diente limitada por la circunferencia exterior del engranaje vecino es igual a  $S=0,2 \text{ cm}^2$ . La anchura del engranaje (Longitud del diente) es  $b=12 \text{ mm}$ .

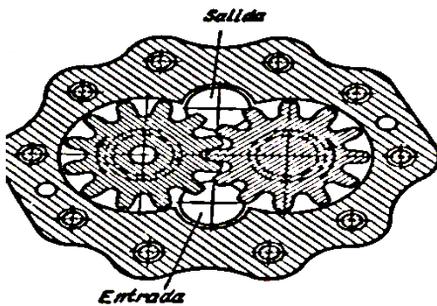


Figura 2. 17. Bomba de engranes.

Fuente: Nekrasov (1968).

Solución

$$Q=0,211 \text{ l/s}$$

## Problema 2)

Una bomba de émbolo que trabaja a 150 rpm debe impulsar agua calentada hasta 60 °C. Los cálculos previos demostraron que el consumo de energía para crear la velocidad, para separar las pérdidas de inercia y las resistencias hidráulicas de la línea de succión constituyen en total 6,5 m de agua, la presión atmosférica media en el lugar de instalación de la bomba es de 736 mm de Hg. ¿A qué altura sobre el nivel del mar se debe de instalar la bomba?

A una temperatura de 60 °C la tensión del vapor  $T_v=0,19919$  bar absolutos.

La densidad del agua a 60 °C  $\rho_{\text{agua}}=983,2$  kg/m<sup>3</sup>.

Solución

$$Z_g=1,66 \text{ m}$$

## Problema 3)

Una bomba centrífuga tiene un rodete de trabajo de diámetro  $D_2=250$  mm con seis álabes radiales ( $\beta_2=90^\circ$ ), el diámetro de la circunferencia formado por los bordes de entrada de los álabes es  $D_1=125$  mm. ¿Qué número de rpm hay que comunicar para obtener una diferencia de presiones  $\Delta P=3$  kgf/cm<sup>2</sup>? El rendimiento hidráulico de la bomba es  $\eta_h=0,75$ .

Solución

$$n=1862 \text{ rpm}$$

## Problema 4)

Si el rodete del problema resuelto 3 trabaja en vacío ( $C_{2r}=0$ ) ¿Cuál es la carga teórica infinita? ¿Qué le ocurre al ángulo  $\alpha_2$ ? Tiene ello que ver con algunos de los rendimientos de la máquina. Explique.

Solución  $H_t=53,92$  m

## Problema 5)

Una bomba multietápica de 6 rodetes (impelentes) da un caudal de 5680 lpm y desarrolla una presión manométrica de 49,21 kgf/cm<sup>2</sup>.

- ¿Cuál es su velocidad específica si gira a 1750 rpm?
- ¿En qué rango de valor se encuentra su rendimiento?
- ¿Qué tipo de impelente posee esta máquina? De un valor aproximado de su relación  $D_1/D_2$ .

Solución

a)  $n_s = 625$  rpm

### Problema 6)

Se desea una bomba para un caudal de agua de 10 600 l/min y una altura de elevación 53,34 m. a) ¿Cuál sería la velocidad aproximada de funcionamiento que nos daría el mejor rendimiento? ¿Con que tipo de impelente?

Solución)  $n = 2228$  rpm

### Problema 7)

Se necesita una bomba para un caudal de 4 540 l/min para una altura manométrica de 91,5 m acoplada a un motor que gira a 1 150 rpm. Probablemente será más indicada una bomba de dos rodetes (impelentes) que una de rodete único. ¿Por qué?

Solución

Impelente único  $\eta = 62\%$  Dos impelentes  $\eta = 75\%$ .

### Problema 8)

De la curva de ensayo de una bomba del tipo de flujo mixto de un solo rodete con aspiración unilateral funcionando a 575 rpm y calculada para dar un caudal de 378,5 litros de agua por segundo, se han obtenido los siguientes resultados.

Magnitud	1	2	3	4	5	6
Q (l/s)	0	63,1	126,2	252,3	378,5	479,4
H (m)	12,03	11,3	10,7	9,1	7,16	4,9
H (%)	0	23,0	45,0	75,5	88,0	81,0

Trace las gráficas de las características hidráulica y dibuje la curva de potencia absorbida.

- En la misma hoja dibuje las tres curvas con líneas de trazos discontinuos para el caso en que el líquido bombeado sea de características análogas a las del agua, pero de densidad relativa 0,9. Razone de manera resumida cada una de las curvas.
- Trace en la misma hoja las tres curvas de funcionamiento de la bomba trabajando a una velocidad de 500 rpm.

### Problema 9)

¿Qué potencia requerirá una bomba para entregar un caudal de 1 200 l/min

venciendo una carga de 30 metros? Cuando gira a 1750 rpm.

- ¿Qué tipo de bomba aconseja usted?
- ¿Qué rendimiento es esperado en su funcionamiento?

Solución

$$N = 8,4 \text{ kW} \eta = 70 \%$$

### Problema 10)

Hay que suministrar 1 225 l/min contra una carga de 126 m a 3 600 rpm. Suponiendo un rendimiento aceptable de la bomba a valores de velocidad específica establecida por usted ¿Cuántas etapas de bombeo se necesitarán?

Solución

Etapas

### Problema 11)

Una bomba centrífuga tiene un impelente de dimensiones:  $r_1 = 75 \text{ mm}$ ;  $r_2 = 200 \text{ mm}$ ;  $b_1 = 50^\circ$ ;  $b_2 = 40^\circ$ . La anchura del rodete a la entrada es,  $b_1 = 40 \text{ mm}$  y a la salida,  $b_2 = 20 \text{ mm}$ . Se puede suponer que funciona en condiciones de rendimiento máximo ( $c_{1m} = c_1$ ). Considere el rendimiento en un 78 %. Determinar, para un caudal  $Q = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$  lo siguiente:

- Los triángulos de velocidades
- La altura total que se alcanzará a chorro libre

Solución

b)  $H_{\text{tmax}} = 8,62 \text{ m}$

### Problema 12)

Una bomba centrífuga tiene un punto de funcionamiento, en condiciones de rendimiento máximo, dado por un caudal de 2400 lpm y  $H_m = 60 \text{ m}$ ; las pérdidas internas de la bomba equivalen a 5 veces la energía cinética relativa, a la salida del agua de la bomba, y las pérdidas en la tubería equivalen a  $15 q^2$ . El diámetro a la salida de la bomba es  $d_2 = 0,2 \text{ m}$ , y la sección útil de salida del rodete es  $A_2 = 0,2 d_2^2$ . El rendimiento puede ser considerado como un 75 %. Determinar:

- El valor del ángulo  $b_2$  a la salida.
- La velocidad tangencial a la salida y el número de rpm de la bomba.
- La potencia útil.

d. El número específico de revoluciones.

Solución

a)  $\beta_2=34,4^\circ$  b)  $u_2=31,9$  m/s,  $n=3\ 044$  rpm, c)  $Nu=32$  CV, d)  $n_s=119,07$  rpm

### Problema 13)

Una bomba centrífuga tiene las siguientes características:  $q = 50$  litros/s;  $H_m = 100$  m;  $n = 1500$  rpm;  $\eta_m = 0,67$ ;  $N = 100$  CV. Se quiere bajar para utilizarla en una mina en donde va a funcionar a un mayor número de revoluciones.

El coeficiente de seguridad de la bomba por el aumento de presión se supone es 2,5, y el coeficiente de seguridad del par en el eje igual a 2.

Determinar:

- La altura manométrica que proporcionará la bomba.
- La potencia que consume.
- El caudal que impulsará.

Solución

Puede auxiliarse para la solución de los criterios de semejanza a)  $H_{maq1}=200$  mb)  $N_1=282,8$  CV, c)  $Q_1=70,7$  litros/s

### Problema 14)

Dado un modelo de bomba centrífuga de 1 000 CV y  $n = 1200$  r.p.m. cuya curva característica es de la forma,  $H_m = 180 - 375 q^2$ , se acopla a una tubería de impulsión que presenta una curva característica  $\Delta_e = 15 q^2$ .

Determinar:

- El punto de funcionamiento, para elevar agua a 120 metros de altura.
- El número de revoluciones por minuto necesarias, si las pérdidas de carga en la tubería aumentan a 8 veces la inicial.
- La nueva curva característica a esta velocidad.
- El radio  $r_2$ .
- Los triángulos de velocidades a 1 200 rpm, sabiendo que:  $\alpha_1 = 90^\circ$ ;  $\alpha_2 = 40^\circ$ ;  $b_2 = 0,05 r_2$ ;  $r_1 = 0,3 r_2$ .

Solución

a)  $n = 2\ 187$  rpm, d)  $r_2 = 0,3342$  m

### Problema 15)

Una bomba centrífuga trabaja a  $n = 1500$  rpm, e impulsa agua de un pozo a un

depósito por medio de una tubería, cuya curva característica viene dada por:

$H_m$ (metros)	8	9	10	11	12
Q (litros/s)	0	6	9,3	11,4	12,8

y la curva característica de la bomba, para las revoluciones de trabajo por:

$H_m$ (metros)	0	2	4	6	8	10	9,4
Q (litros/s)			12	10	7,2	2,5	0

- a. Determine el número de rpm que hay que comunicar a esta bomba para aumentar el gasto, en la tubería mencionada, al doble.

Solución

- a)  $n = 2\ 001$  rpm

### Problema 16)

En el ensayo de una bomba centrífuga con agua, que tiene iguales las cotas y diámetros de aspiración e impulsión, se tomaron los siguientes resultados:

Presión de impulsión,  $3,5\text{ Kg/cm}^2$ ; Presión de aspiración,  $294\text{ mm}$  de columna de mercurio; Caudal,  $q = 6,5\text{ litros/seg}$ ; Torque,  $C = 4,65\text{ m. Kg}$ ; Número de revoluciones por minuto,  $n = 800$

Determinar:

- La potencia efectiva en CV
- La potencia consumida y rendimiento de la bomba
- El caudal, potencia y altura manométrica que adquirirá la bomba si duplica el  $n^\circ$  de rpm, manteniendo el mismo rendimiento.

Solución

- a)  $N = 2,7\text{ CV}$  b)  $N = 5,2\text{ CV}$ ,  $\eta = 52\%$  c)  $q_1 = 13\text{ litros/s}$ ,  $N_1 = 41,6\text{ CV}$ ,  $H_{m1} = 124,5\text{ m}$

### Problema 17)

Se instala una bomba centrífuga para elevar agua de manera que las bridas de aspiración e impulsión son horizontales y la de impulsión está medio metro más elevada que la de aspiración. Un vacuómetro de mercurio conectado a la aspiración marca una depresión de  $300\text{ mm}$  mientras que el manómetro de impulsión marca  $19\text{ m. c.a.}$  La tubería de aspiración es de  $225\text{ mm}$ , y la de impulsión de  $200\text{ mm}$ . El rodete o impelente tiene un

diámetro exterior de 300 mm y un ancho a la salida de 25 mm;  $b_2 = 22^\circ$ ;  $n = 1.320$  rpm. En los cálculos se supondrán álabes afilados a la salida;  $\eta_h = 0,80$ ;  $\eta_m = 0,85$  y entrada de la corriente en los álabes sin circulación.

Calcular:

- La altura de Euler, o altura total.
- La altura efectiva o real.
- El caudal.
- La potencia útil.
- La potencia de accionamiento.

Solución

a)  $H_t = 29,72$  m b)  $H_r = 23,78$  m c)  $Q = 0,064$  m<sup>3</sup>/s d)  $N_u = 14,8$  kW, e)  $N = 21,8$  kW

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abella, M. A., Chenlo, F., & Blanco, J. (2003). Optimización del uso de convertidores de frecuencia con bombas centrífugas y motores trifásicos en sistemas de bombeo fotovoltaico. Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/267832378 OPTIMIZACION DEL USO DE CONVERTIDORES DE FRECUENCIA CON BOMBAS CENTRIFUGAS Y MOTORES TRIFASICOS EN SISTEMAS DE BOMBEO FOTOVOLTAICO](https://www.researchgate.net/publication/267832378_OPTIMIZACION_DEL_USO_DE_CONVERTIDORES_DE_FRECUENCIA_CON_BOMBAS_CENTRIFUGAS_Y_MOTORES_TRIFASICOS_EN_SISTEMAS_DE_BOMBEO_FOTOVOLTAICO)
- Çengel, Y. A., Cimbala, J. M., & Skarina, S. F. (2006). Mecánica de fluidos: fundamentos y aplicaciones (Vol. 1). New York: McGraw-Hill.
- De las Heras Jiménez, S. (2011). Fluidos, bombas e instalaciones hidráulicas. Barcelona: Universidad Politécnica de Catalunya.
- Encinas, M. P. (1975). Turbomáquinas hidráulicas: principios fundamentales. México: Limusa.
- Fay, J. A., & Francis, Y. (1996). Mecánica de fluidos. México: Compañía Editorial Continental.
- García, C., Robaina, A. D., & Calgaro, M. (2003). Selección de bombas para riego. Montevideo: INIA Serie Técnica.
- Giles, R. V., Evett, J. B., & Liu, C. (1999). Mecánica de los fluidos e hidráulica. México: McGraw Hill.
- Gómez, J. S., & Zamora, R. E. (1991). Estimación de costos de intercambiadores de calor, tanques y bombas centrífugas. Tecnología y Ciencia Ed. (IMIQ), 7(1), 10-19. Recuperado de <http://www.imiq.org/wp-content/uploads/2012/02/614.pdf>
- Granados, G.A. (2009). Empuje ascensional aplicado a un problema fundamental de ingeniería. (Disertación doctoral). México: Instituto Politécnico Nacional.
- James, D., & Donald, H. (1981). Dinámica de los Fluidos con Aplicaciones a la Ingeniería: México: Trillas.
- Mataix, C. M., Giles, R. V. E., Liu, J. B., Cheng, M. J (1982). Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas. Oxford: Oxford University Press.
- Mott, R. L. (2006). Mecánica de fluidos. México: Pearson educación.
- Munson, B. R., Young, D. F., & Okiishi, T. H. (1999). Fundamentos de mecánica de fluidos. México: Limusa.
- Nekrasov, B. (1968). Hidráulica (No. TC160. N44 1968.). Moscú: Mir.

- Pérez Robalino, B. A. (2002). Mejoras al funcionamiento de bombas centrífugas cuando se combinan con convertidores de frecuencia (Tesis de Grado). Guayaquil: Escuela Superior Politécnica del Litoral.
- Pérez-Barreto, R. (2004). Procedimiento para evaluar y seleccionar bombas centrífugas. *Minería & Geología*, 20(1-2), 84-88. Recuperado de <http://revista.ismm.edu.cu/index.php/revistamg/article/view/131>
- Potter, M. C., Wiggert, D. C., Hondzo, M., & Shih, T. I. (2002). *Mecánica de fluidos*. México: International Thomson Editores.
- Ramírez, E. A., & Mayorga, A. (2012). Estudio de bombas centrífugas y su factibilidad de aplicación en la Facultad de Ingeniería Mecánica con la finalidad de obtener parámetros técnicos con variación de caudal (Tesis de Grado). Ambato: Universidad Técnica de Ambato.
- Robles, A. V., & Parra, B. Z. (1997). *Teoría de máquinas hidráulicas*. Murcia: Ediciones de la Universidad de Murcia.
- Royo, C. (1996). *Bombas centrífugas*. Madrid: Thomson Paraninfo.
- Santos, R., & Guerrero, J. A. M. (2014). Procedimiento para la elaboración de la curva de NPSHr en bombas centrífugas a partir de parámetros adimensionales. *Ciencia e Ingeniería*, 35(2), 77-84. Recuperado de <http://erevistas.saber.ula.ve/index.php/cienciaeingenieria/article/view/4957>
- Shames, I. H., Moneva, J. M., & Crusells, S. P. (1967). *La mecánica de los fluidos (Vol. 1)*. México: McGraw-Hill.
- Smith, J. M., Van Ness, H. C., & Abbott, M. M. (1980). *Introducción a la termodinámica en ingeniería química*. México: McGraw-Hill.
- Soler, M. A. (2009). Fundamentos de clasificación de las bombas centrífugas. *Tecnología del Agua*, (310), 22-34.
- Streeter, V. L., Wylie, E. B., Bedford, K. W., & Saldarriaga, J. G. (1963). *Mecánica de los fluidos*. México: Ediciones del Castillo.
- Vennard, J. K., Fox, R. W. M., Alan, T., Brun, E. A., & A Mathieu, J. (1979). *Elementos de mecánica de fluidos*. Santiago de Chile: Continental.
- White, F. M. (2003). *Fluid Mechanics*. Boston: McGraw-Hill.
- Zubicaray, M. V. (2005). *Bombas: teoría, diseño y aplicaciones*. México: Limusa.

# APÉNDICES

## Simbología

$\Gamma$ - Circulación	gpm.- Galones/minutos
- Torque	lpm (l/min) .- litros/minutos
$\rho$ .- Densidad de la sustancia ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )	Tv.- Tensión del vapor
$M_0$ .- Masa de la sustancia (kg)	ns.- Velocidad específica (rpm)
V.- Volumen ( $\text{m}^3$ )	$\eta$ .- Rendimiento
W.- Peso de la sustancia (N)	$\eta_h$ .- Rendimiento hidráulico
$\gamma$ .- Peso específico ( $\text{N}/\text{m}^3$ )	$\eta_m$ .- Rendimiento mecánico
$H_b$ .- Carga de la bomba (m)	CV .- Caballos de Vapor
$\nu$ .- Viscosidad cinemática ( $\text{m}^2/\text{s}$ )	mph.- Velocidad en Millas por hora
P.- Presión (Pa)	
F.- Fuerza (N)	
A.- Área ( $\text{m}^2$ )	
Z.- Altura geométrica (m)	
Q.- Caudal ( $\text{m}^3/\text{s}$ )	
a.- Aceleración ( $\text{m}/\text{s}^2$ )	

# ANEXOS

## Anexo 1. Factores de conversión

Magnitud	Unidad Inglesa	Unidad S.I.	Símbolo	Unidades equivalentes
Longitud	1 pie	= 0.3048 metros	m	–
Masa	1 slug	= 14.59 kilogramos	kg	–
Tiempo	1 segundo	= 1.0 segundo	s	–
Fuerza	1 libra (lb)	= 4.448 newtons	N	kg · m/s <sup>2</sup>
Presión	1 lb/pulg <sup>2</sup>	= 6895 pascales	Pa	N/m <sup>2</sup> ó kg/m · s <sup>2</sup>
Energía	1 lb-pie	= 1.356 julios	J	N · m ó kg · m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>
Potencia	1 lb-pie/s	= 1.356 vatios	W	J/s

<b>Longitud</b>	
1 pie = 0.3048 m	1 km = 1000 m
1 pulg = 25.4 mm	1 cm = 10 mm
1 mi = 5280 pie	1 m = 1000 mm
1 mi = 1.609 km	
<b>Área</b>	
1 pie <sup>2</sup> = 0.0929 m <sup>2</sup>	1 m <sup>2</sup> = 10.76 pies <sup>2</sup>
1 pulg <sup>2</sup> = 645.2 mm <sup>2</sup>	1 m <sup>2</sup> = 10 <sup>6</sup> mm <sup>2</sup>
<b>Volumen</b>	
1 pie <sup>3</sup> = 7.48 gal	1 gal = 0,003 79 m <sup>3</sup>
1 pie <sup>3</sup> = 1728 pulg <sup>3</sup>	1 gal = 3.785 L
1 pie <sup>3</sup> = 0.0283 m <sup>3</sup>	1 m <sup>3</sup> = 1000 L
	1 galón imperial = 1.201 gal (EUA)
<b>Velocidad de flujo de volumen</b>	
1 pie <sup>3</sup> /s = 449 gal/min	1 gal/min = 3.785 L/min
1 pie <sup>3</sup> /s = 0.0283 m <sup>3</sup> /s	1 L/min = 16.67 × 10 <sup>-6</sup> m <sup>3</sup> /s
1 gal/min = 6.309 × 10 <sup>-3</sup> m <sup>3</sup> /s	1 m <sup>3</sup> /s = 60 000 L/min
<b>Temperatura</b>	
$T(^{\circ}\text{C}) = [T(^{\circ}\text{F}) - 32] \frac{5}{9}$	<b>Presión</b>
$T(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5} [T(^{\circ}\text{C})] + 32$	1 bar = 100 kPa
	1 bar = 14.50 lb/pulg <sup>2</sup>
<b>Densidad</b>	
1 slug/pie <sup>3</sup> = 515.4 kg/m <sup>3</sup>	<b>Energía</b>
	1 lb-pie = 1.356 J
	1 Btu = 1.055 kJ
	1 W·h = 3.600 kJ
<b>Peso específico</b>	
1 lb/pie <sup>3</sup> = 157.1 N/m <sup>3</sup>	
<b>Potencia</b>	
1 hp = 550 lb-pie/s	1 lb-pie/s = 1.356 W
1 hp = 745.7 W	1 Btu/h = 0.293 W

## Anexo 2. Propiedades del agua.

Temperatura (°C)	Peso específico $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	Densidad $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Viscosidad dinámica $\mu$ (Pa·s) ó (N·s/m <sup>2</sup> )	Viscosidad cinemática $\nu$ (m <sup>2</sup> /s)
0	9.81	1000	$1.75 \times 10^{-3}$	$1.75 \times 10^{-6}$
5	9.81	1000	$1.52 \times 10^{-3}$	$1.52 \times 10^{-6}$
10	9.81	1000	$1.30 \times 10^{-3}$	$1.30 \times 10^{-6}$
15	9.81	1000	$1.15 \times 10^{-3}$	$1.15 \times 10^{-6}$
20	9.79	998	$1.02 \times 10^{-3}$	$1.02 \times 10^{-6}$
25	9.78	997	$8.91 \times 10^{-4}$	$8.94 \times 10^{-7}$
30	9.77	996	$8.00 \times 10^{-4}$	$8.03 \times 10^{-7}$
35	9.75	994	$7.18 \times 10^{-4}$	$7.22 \times 10^{-7}$
40	9.73	992	$6.51 \times 10^{-4}$	$6.56 \times 10^{-7}$
45	9.71	990	$5.94 \times 10^{-4}$	$6.00 \times 10^{-7}$
50	9.69	988	$5.41 \times 10^{-4}$	$5.48 \times 10^{-7}$
55	9.67	986	$4.98 \times 10^{-4}$	$5.05 \times 10^{-7}$
60	9.65	984	$4.60 \times 10^{-4}$	$4.67 \times 10^{-7}$
65	9.62	981	$4.31 \times 10^{-4}$	$4.39 \times 10^{-7}$
70	9.59	978	$4.02 \times 10^{-4}$	$4.11 \times 10^{-7}$
75	9.56	975	$3.73 \times 10^{-4}$	$3.83 \times 10^{-7}$
80	9.53	971	$3.50 \times 10^{-4}$	$3.60 \times 10^{-7}$
85	9.50	968	$3.30 \times 10^{-4}$	$3.41 \times 10^{-7}$
90	9.47	965	$3.11 \times 10^{-4}$	$3.22 \times 10^{-7}$
95	9.44	962	$2.92 \times 10^{-4}$	$3.04 \times 10^{-7}$
100	9.40	958	$2.82 \times 10^{-4}$	$2.94 \times 10^{-7}$

### Anexo 3. Propiedades de líquidos comunes.

	Gravedad específica ó Densidad relativa sg	Peso específico $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	Densidad $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Viscosidad dinámica $\mu$ (Pa·s) ó (N·s/m <sup>2</sup> )
Acetona	0.787	7.72	787	$3.16 \times 10^{-4}$
Alcohol, etílico	0.787	7.72	787	$1.00 \times 10^{-3}$
Alcohol, metílico	0.789	7.74	789	$5.60 \times 10^{-4}$
Alcohol, propílico	0.802	7.87	802	$1.92 \times 10^{-3}$
Amoniaco	0.826	8.10	826	—
Benceno	0.876	8.59	876	$6.03 \times 10^{-4}$
Tetracloruro de carbono	1.590	15.60	1 590	$9.10 \times 10^{-4}$
Aceite de ricino	0.960	9.42	960	$6.51 \times 10^{-1}$
Etilenglicol	1.100	10.79	1 100	$1.62 \times 10^{-2}$
Gasolina	0.68	6.67	680	$2.87 \times 10^{-4}$
Glicerina	1.258	12.34	1 258	$9.60 \times 10^{-1}$
Queroseno	0.823	8.07	823	$1.64 \times 10^{-3}$
Aceite de linaza	0.930	9.12	930	$3.31 \times 10^{-2}$
Mercurio	13.54	132.8	13 540	$1.53 \times 10^{-3}$
Propano	0.495	4.86	495	$1.10 \times 10^{-4}$
Agua de mar	1.030	10.10	1 030	$1.03 \times 10^{-3}$
Trementina	0.870	8.53	870	$1.37 \times 10^{-3}$
Aceite de petróleo, medio	0.852	8.36	852	$2.99 \times 10^{-3}$
Aceite de petróleo, pesado	0.906	8.89	906	$1.07 \times 10^{-1}$

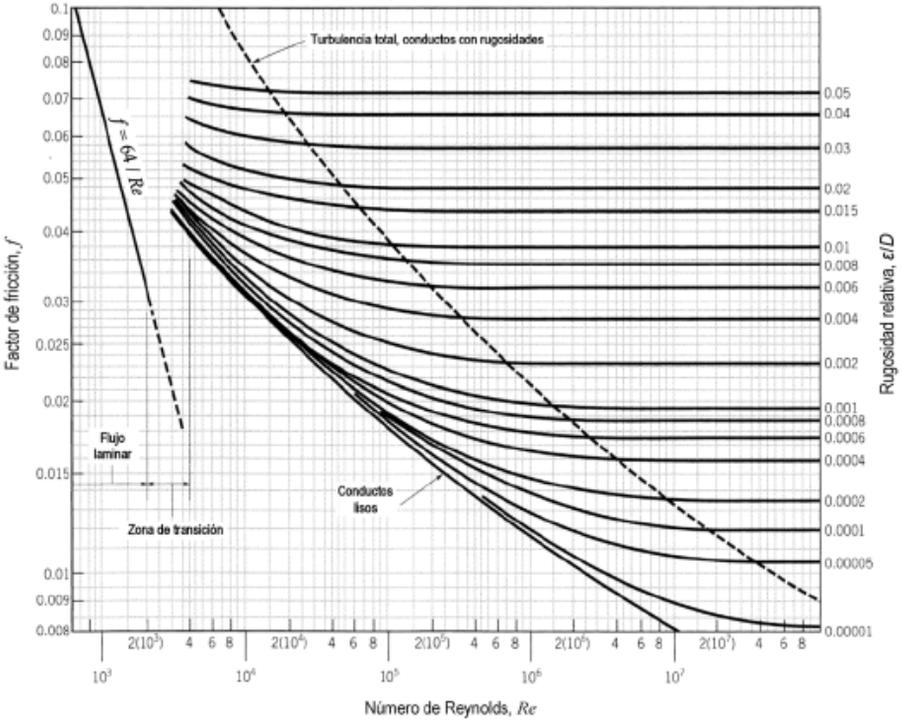
## Anexo 4. Propiedades del aire.

Las propiedades del aire para condiciones estándar a nivel del mar son las siguientes:

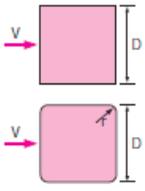
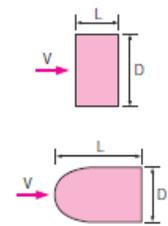
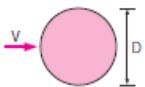
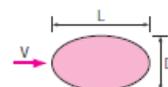
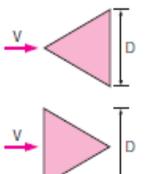
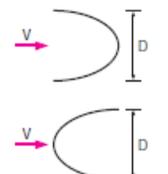
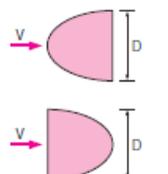
$$\begin{aligned}
 T &= 15^{\circ}\text{C} \\
 P &= 101.325 \text{ kPa} \\
 \rho &= 1.225 \text{ kg/m}^3 \\
 \gamma &= 12.01 \text{ N/m}^3 \\
 \mu &= 1.789 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s} \\
 \nu &= 1.46 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}
 \end{aligned}$$

Temperatura (°C)	Densidad $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Peso especifico $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	Viscosidad dinámica $\mu$ (Pa·s) ó (N·s/m <sup>2</sup> )	Viscosidad cinemática $\nu$ (m <sup>2</sup> /s)
-40	1.514	14.85	$1.51 \times 10^{-5}$	$9.98 \times 10^{-6}$
-30	1.452	14.24	$1.56 \times 10^{-5}$	$1.08 \times 10^{-5}$
-20	1.394	13.67	$1.62 \times 10^{-5}$	$1.16 \times 10^{-5}$
-10	1.341	13.15	$1.67 \times 10^{-5}$	$1.24 \times 10^{-5}$
0	1.292	12.67	$1.72 \times 10^{-5}$	$1.33 \times 10^{-5}$
10	1.247	12.23	$1.77 \times 10^{-5}$	$1.42 \times 10^{-5}$
20	1.204	11.81	$1.81 \times 10^{-5}$	$1.51 \times 10^{-5}$
30	1.164	11.42	$1.86 \times 10^{-5}$	$1.60 \times 10^{-5}$
40	1.127	11.05	$1.91 \times 10^{-5}$	$1.69 \times 10^{-5}$
50	1.092	10.71	$1.95 \times 10^{-5}$	$1.79 \times 10^{-5}$
60	1.060	10.39	$1.99 \times 10^{-5}$	$1.89 \times 10^{-5}$
70	1.029	10.09	$2.04 \times 10^{-5}$	$1.99 \times 10^{-5}$
80	0.9995	9.802	$2.09 \times 10^{-5}$	$2.09 \times 10^{-5}$
90	0.9720	9.532	$2.13 \times 10^{-5}$	$2.19 \times 10^{-5}$
100	0.9459	9.277	$2.17 \times 10^{-5}$	$2.30 \times 10^{-5}$
110	0.9213	9.034	$2.22 \times 10^{-5}$	$2.40 \times 10^{-5}$
120	0.8978	8.805	$2.26 \times 10^{-5}$	$2.51 \times 10^{-5}$

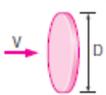
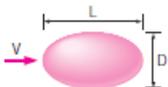
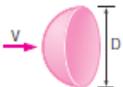
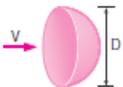
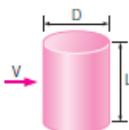
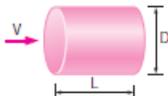
# Anexo 5. Diagrama de Moody.



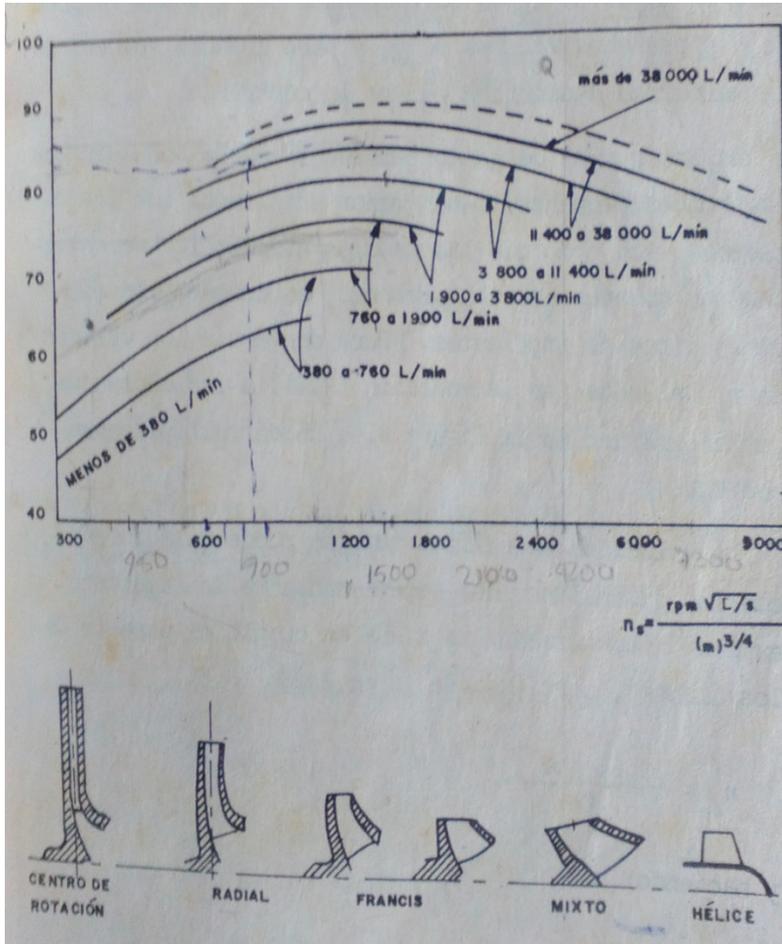
**Anexo 6. Coeficiente de resistencia  $C_D$  de varios cuerpos en dos dimensiones para  $Re > 10^4$  basado en el área frontal  $A = b \cdot D$  donde  $b$  es la longitud en dirección normal a la hoja (Çengel, 2006).**

<p>Square rod</p>  <p>Sharp corners: <math>C_D = 2.2</math></p> <p>Round corners (<math>r/D = 0.2</math>): <math>C_D = 1.2</math></p>	<p>Rectangular rod</p>  <p>Sharp corners:</p> <table border="1" data-bbox="784 251 946 416"> <thead> <tr> <th><math>L/D</math></th> <th><math>C_D</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0.0*</td><td>1.9</td></tr> <tr><td>0.1</td><td>1.9</td></tr> <tr><td>0.5</td><td>2.5</td></tr> <tr><td>1.0</td><td>2.2</td></tr> <tr><td>2.0</td><td>1.7</td></tr> <tr><td>3.0</td><td>1.3</td></tr> </tbody> </table> <p>* Corresponds to thin plate</p> <p>Round front edge:</p> <table border="1" data-bbox="784 451 946 572"> <thead> <tr> <th><math>L/D</math></th> <th><math>C_D</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0.5</td><td>1.2</td></tr> <tr><td>1.0</td><td>0.9</td></tr> <tr><td>2.0</td><td>0.7</td></tr> <tr><td>4.0</td><td>0.7</td></tr> </tbody> </table>	$L/D$	$C_D$	0.0*	1.9	0.1	1.9	0.5	2.5	1.0	2.2	2.0	1.7	3.0	1.3	$L/D$	$C_D$	0.5	1.2	1.0	0.9	2.0	0.7	4.0	0.7
$L/D$	$C_D$																								
0.0*	1.9																								
0.1	1.9																								
0.5	2.5																								
1.0	2.2																								
2.0	1.7																								
3.0	1.3																								
$L/D$	$C_D$																								
0.5	1.2																								
1.0	0.9																								
2.0	0.7																								
4.0	0.7																								
<p>Circular rod (cylinder)</p>  <p>Laminar: <math>C_D = 1.2</math></p> <p>Turbulent: <math>C_D = 0.3</math></p>	<p>Elliptical rod</p>  <table border="1" data-bbox="756 616 996 746"> <thead> <tr> <th rowspan="2"><math>L/D</math></th> <th colspan="2"><math>C_D</math></th> </tr> <tr> <th>Laminar</th> <th>Turbulent</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>2</td><td>0.60</td><td>0.20</td></tr> <tr><td>4</td><td>0.35</td><td>0.15</td></tr> <tr><td>8</td><td>0.25</td><td>0.10</td></tr> </tbody> </table>	$L/D$	$C_D$		Laminar	Turbulent	2	0.60	0.20	4	0.35	0.15	8	0.25	0.10										
$L/D$	$C_D$																								
	Laminar	Turbulent																							
2	0.60	0.20																							
4	0.35	0.15																							
8	0.25	0.10																							
<p>Equilateral triangular rod</p>  <p><math>C_D = 1.5</math></p> <p><math>C_D = 2.0</math></p>	<p>Semicircular shell</p>  <p><math>C_D = 2.3</math></p> <p><math>C_D = 1.2</math></p> <p>Semicircular rod</p>  <p><math>C_D = 1.2</math></p> <p><math>C_D = 1.7</math></p>																								

## Anexo 7. Coeficiente de resistencia $C_D$ de varios cuerpos en tres dimensiones para $Re > 10^4$ basado en el área frontal (Çengel, 2006).

<p>Cube, <math>A = D^2</math></p>  <p><math>C_D = 1.05</math></p>	<p>Thin circular disk, <math>A = \pi D^2/4</math></p>  <p><math>C_D = 1.1</math></p>	<p>Cone (for <math>\theta = 30^\circ</math>), <math>A = \pi D^2/4</math></p>  <p><math>C_D = 0.5</math></p>																										
<p>Sphere, <math>A = \pi D^2/4</math></p>  <p>Laminar: <math>C_D = 0.5</math> Turbulent: <math>C_D = 0.2</math></p>	<p>Ellipsoid, <math>A = \pi D^2/4</math></p>  <table border="1" data-bbox="750 390 996 564"> <thead> <tr> <th rowspan="2">L/D</th> <th colspan="2"><math>C_D</math></th> </tr> <tr> <th>Laminar</th> <th>Turbulent</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0.75</td> <td>0.5</td> <td>0.2</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0.5</td> <td>0.2</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0.3</td> <td>0.1</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>0.3</td> <td>0.1</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>0.2</td> <td>0.1</td> </tr> </tbody> </table>		L/D	$C_D$		Laminar	Turbulent	0.75	0.5	0.2	1	0.5	0.2	2	0.3	0.1	4	0.3	0.1	8	0.2	0.1						
L/D	$C_D$																											
	Laminar	Turbulent																										
0.75	0.5	0.2																										
1	0.5	0.2																										
2	0.3	0.1																										
4	0.3	0.1																										
8	0.2	0.1																										
<p>Hemisphere, <math>A = \pi D^2/4</math></p>  <p><math>C_D = 0.4</math></p>  <p><math>C_D = 1.2</math></p>	<p>Short cylinder, vertical, <math>A = LD</math></p>  <table border="1" data-bbox="582 607 683 781"> <thead> <tr> <th>L/D</th> <th><math>C_D</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0.6</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0.7</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>0.8</td> </tr> <tr> <td>10</td> <td>0.9</td> </tr> <tr> <td>40</td> <td>1.0</td> </tr> <tr> <td><math>\infty</math></td> <td>1.2</td> </tr> </tbody> </table> <p>Values are for laminar flow</p>	L/D	$C_D$	1	0.6	2	0.7	5	0.8	10	0.9	40	1.0	$\infty$	1.2	<p>Short cylinder, horizontal, <math>A = \pi D^2/4</math></p>  <table border="1" data-bbox="901 607 996 763"> <thead> <tr> <th>L/D</th> <th><math>C_D</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0.5</td> <td>1.1</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>0.9</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0.9</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>0.9</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>1.0</td> </tr> </tbody> </table>	L/D	$C_D$	0.5	1.1	1	0.9	2	0.9	4	0.9	8	1.0
L/D	$C_D$																											
1	0.6																											
2	0.7																											
5	0.8																											
10	0.9																											
40	1.0																											
$\infty$	1.2																											
L/D	$C_D$																											
0.5	1.1																											
1	0.9																											
2	0.9																											
4	0.9																											
8	1.0																											

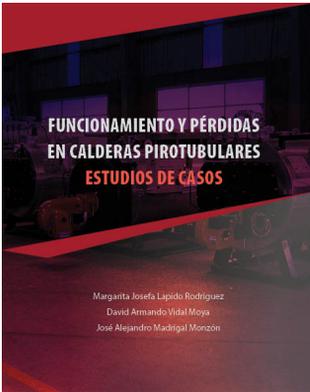
## Anexo 8. Criterio de selección a partir de la velocidad específica $n_s$ .



# ÍNDICE

Prólogo .....	5
Capítulo I. Flujo de fluidos compresibles. Sustentación.....	6
1.1. Fuerza de empuje ascensional.....	6
1.2. Circulación.....	7
1.3. Empuje ascensional de un cilindro circular.....	11
1.4. Empuje ascensional de un perfil de ala de avión.....	16
1.5. Flujo de fluido compresible. Consideraciones Termodinámicas.....	19
1.6. Problemas resueltos.....	27
1.7. Problemas propuestos.....	33
Capítulo II. Equipos de bombeo. Teoría de funcionamiento.....	38
2.1. Equipos de Bombeo. Clasificación.....	38
2.2. Parámetros de trabajo de los Equipos de bombeo.....	39
2.3. Bombas volumétricas. Ecuaciones fundamentales.....	41
2.4. Máquinas Rotodinámicas .....	48
2.4.1. Teoría general de las máquinas centrífugas.....	48
2.5. Teoría de semejanza.....	56
2.6. Problemas resueltos.....	64
2.7. Problemas propuestos.....	73
Referencias bibliográficas.....	80
Apéndices.....	82
Anexos .....	83

## OTROS TÍTULOS DE LAS CIENCIAS TÉCNICAS



Funcionamiento y pérdidas en calderas piro-tubulares. Estudios de casos

Autor (es): Margarita Josefa Lapido Rodríguez; David Armando Vidal Moya; José Alejandro Madrigal Monzón

ISBN: 978-959-257-429-8



Procedimiento para determinar la eficiencia de los motores asincrónicos en presencia de tensiones no sinusoidales desbalanceadas

Autor (es): Vladimir Sousa Santos; Julio R. Gómez Sarduy; Percy R. Viego Felipe

ISBN: 978- 959-257-419-9



Editorial: "Universo Sur".

Universidad de Cienfuegos. Carretera a Rodas, Km 3 ½.

Cuatro Caminos. Cienfuegos. Cuba.

CP: 59430



EDITORIAL



UNIVERSO  
SUR



ISBN: 978-959-257-484-7



9 789592 574847