



Mecánica de los *FLUIDOS*

Teoría básica y Problemas

Reinier Jiménez Borges
José P. Monteagudo Yanes



Mecánica de los *FLUIDOS* Teoría básica y Problemas

Reinier Jiménez Borges
José P. Monteagudo Yanes

Diseño de carátula: D.I. Yunisley Bruno Díaz

Edición: D.I. Yunisley Bruno Díaz

Corrección: MSc. Alicia Martínez León

Dirección editorial: Dr. C. Jorge Luis León González

Sobre la presente edición:

© Editorial Universo Sur, 2016

ISBN: 978-959-257-443-4

Podrá reproducirse, de forma parcial o total, siempre que se haga de forma literal y se mencione la fuente.



Editorial: "Universo Sur"

Universidad de Cienfuegos. Carretera a Rodas, Km 3 ½.

Cuatro Caminos. Cienfuegos. Cuba.

CP: 59430

INTRODUCCIÓN

Este compendio desarrollado por los profesores Ing. Reinier Jiménez Borges y el Dr. C José P. Monteagudo Yanes pretende completar la base bibliográfica con que cuenta la asignatura de Mecánica de los Fluidos I perteneciente a la carrera de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Cienfuegos. En el mismo se desarrolla la metodología para la solución de problemas de los diferentes temas, así como cuenta con un grupo de problemas propuestos que sirve de soporte para el autoestudio. En cualquier trabajo técnico deben establecerse las unidades en que se miden las propiedades físicas, un sistema especifica las unidades fundamentales de longitud, tiempo, fuerza y masa. La referencia definitiva para el uso estándar de las unidades métricas en todo el mundo es el sistema internacional de unidades (SI), la solución a los problemas resueltos se adaptará a este sistema.

Capítulo I. Propiedades de los fluidos

1.1. Propiedades de los fluidos

En el desarrollo de los principios de la Mecánica de los Fluidos algunas de las propiedades de los fluidos juegan un papel importante, mientras que otras o influyen muy poco o nada. En la estática de los fluidos, el peso específico es la propiedad importante, mientras que en el flujo de fluidos, la densidad y la viscosidad son las que predominan, también cuando tiene lugar una compresibilidad apreciable es necesario considerar los principios de la termodinámica.

Densidad: se define como la masa (m) comprendida en la unidad de volumen (V). O sea:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.1)$$

m : Masa del líquido

V : Volumen

Por ejemplo, para el agua a 40°C se tiene:

$$\rho = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 0,001 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} = 9,81 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

Volumen específico (v). Es el volumen ocupado por la unidad de masa, por tanto:

$$v = \frac{V}{m} \quad (1.2)$$

El peso específico es peso/volumen. El peso depende del campo gravitacional. En el campo de la tierra, es la fuerza de la gravedad actuando sobre una masa dada, en una localidad determinada. Consecuentemente, el peso específico, en contraste con la densidad, depende del campo gravitacional.

Peso específico (γ): es el peso de la sustancia (G) contenido en la

unidad de volumen (V) o sea:

$$\gamma = \frac{G}{V} \quad (1.3)$$

La densidad y el peso específico están relacionados por la siguiente expresión.

$$\gamma = \rho * g \quad (1.4)$$

Densidad relativa, Peso específico relativo o gravedad específica (δ): es la relación entre la densidad de una sustancia y la densidad del agua a 40°C. Como la densidad y el peso específico están relacionados por la ecuación anterior también la densidad relativa se conoce como peso específico relativo. De lo anterior se deduce que:

$$\delta = \frac{\rho_{liq}}{\rho_{agua \ 40 \ 0C}} = \frac{\gamma_{liq}}{\gamma_{agua \ 40 \ 0C}} \quad (1.5)$$

Donde:

ρ_{liq} , γ_{liq} . – Densidad y peso específico a la temperatura dada respectivamente.

$\rho_{agua \ 40^{\circ}C}$, $\gamma_{agua \ 40^{\circ}C}$ – Densidad y peso específico del agua a 40°C respectivamente.

Compresibilidad

Propiedad del líquido de cambiar su volumen bajo la acción de la presión. La compresibilidad también se caracteriza por el coeficiente de compresión volumétrica β_p , que no es más que el inverso del módulo de elasticidad volumétrico, o sea:

$$\beta = - \frac{1}{V} * \frac{\Delta_v}{\Delta_p} \quad (1.6)$$

La magnitud inversa del módulo de compresión volumétrica es el módulo volumétrico de elasticidad K

El signo menos en la fórmula significa que al incremento positivo de la presión p le corresponde el negativo es decir la reducción del volumen (V). Al despejar el volumen final de la ecuación 6 se tiene:

$$V = V_o (1 - \beta_p \Delta P) \quad (1.7)$$

Dilatación Térmica

Se caracteriza por el coeficiente de expansión volumétrica que representa el cambio relativo del volumen al variar la temperatura T .

$$\beta_t = \frac{1}{V_o} * \frac{\Delta_v}{\Delta_t} \quad (1.8)$$

Viscosidad

La viscosidad (μ) de un fluido es una medida de su resistencia a la deformación cortante o angular. Las fuerzas de fricción en un fluido en movimiento son el resultado de la cohesión y del intercambio de la cantidad de movimiento entre moléculas. *La viscosidad de los fluidos varía con la temperatura.* Al aumentar la temperatura la viscosidad de todo líquido disminuye, mientras que la viscosidad de todos los gases aumenta. Esto se debe a que la fuerza de cohesión entre moléculas disminuye al aumentar la temperatura. Esta fuerza es predominante en los líquidos por lo cual la viscosidad de estos disminuye. Mientras que en los gases es predominante el intercambio molecular entre capas adyacentes de fluidos a diferentes velocidades. El incremento de los choques moleculares provoca un aumento de la viscosidad.

Examínese el caso clásico de dos placas paralelas (Figura 1.1) suficientemente grande para que las condiciones de contorno sean despreciables. Ellas están separadas una distancia Y , estando el espacio entre ellas lleno de fluido. Se supone que la superficie inferior es estacionaria, mientras que la superficie superior se mueve en dirección paralela, a una velocidad U provocada por la aplicación de la fuerza F que se corresponde con el área de la placa móvil.

En los contornos las partículas de fluido se adhieren a las paredes, por lo que su velocidad es cero con respecto a la pared. Esta condición, llamada condición de no deslizamiento, ocurre en todo

fluido viscoso. Como resultado en la figura 1.1 la velocidad del fluido en contacto con la placa inferior tiene que ser cero mientras que la velocidad del fluido en contacto con la superficie superior tiene que ser U . La forma de la variación de la velocidad con la distancia entre las dos superficies se denomina perfil de velocidades. Si la separación entre las placas Y y la velocidad relativa entre ellas U no son demasiados grandes, y si el flujo neto de fluido a través del espacio entre las placas es nulo, se produce un perfil de velocidades lineal.

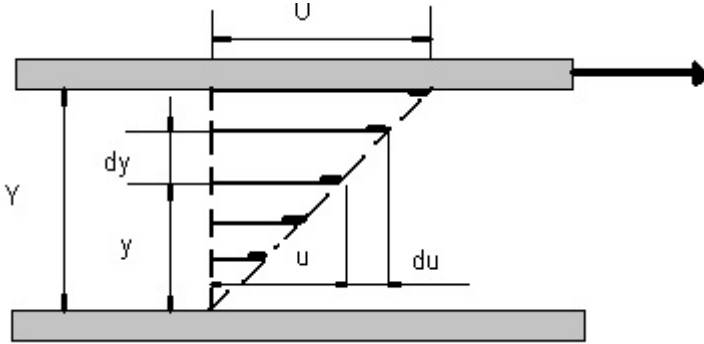


Figura 1.1. Perfil de velocidades del fluido al ser arrastrado por la placa plana superior.

Se ha demostrado en experimentos que una gran cantidad de fluidos en las condiciones anteriores cumplen la siguiente relación.

$$F \propto \frac{AU}{Y} \quad (1.9)$$

Por semejanza de triángulos en la figura 1.1 U/Y se puede reemplazar por el gradiente de velocidades du/dy . Introduciendo una constante de proporcionalidad (μ), el esfuerzo cortante (τ) entre dos capas finas de fluido cualesquiera se puede expresar como:

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{U}{Y} = \mu \frac{du}{dy} \quad (1.10)$$

La ecuación 1.10 se denomina Ecuación de Viscosidad de Newton.

El coeficiente de proporcionalidad (μ) se denomina Coeficiente de

Viscosidad, viscosidad absoluta, viscosidad dinámica o simplemente viscosidad del fluido.

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}} \quad (1.11)$$

Las dimensiones de la viscosidad absoluta son:

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}} = \frac{\frac{F}{L^2}}{\frac{L}{t}} = \frac{F}{L^2} * t \quad (1.12)$$

En el Sistema Internacional las unidades son: $N*s/m^2$ (Pa/s) y $lb*s/pies^2$ en el Sistema Inglés.

En muchos problemas relacionados con la viscosidad, esta aparece dividida por la densidad. Esta relación se conoce como viscosidad cinemática (ν) así denominada porque la fuerza no está involucrada en las dimensiones, quedando únicamente la longitud y el tiempo. De esta forma

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.13)$$

Generalmente se expresa en m^2/s (SI) o $pies^2/s$ en el Sistema Inglés. Otra unidad muy usada en el Sistema Métrico es el cm^2/s , también denominada Stoke (St).

1.2. Problemas resueltos

Problema 1

Un barril de aceite pesa 1,5 kN, calcule el peso específico, la densidad (ρ_r) y la densidad relativa de este aceite. La capacidad del barril es de 159 litros o $0,159 m^3$. El peso propio del barril es de

110 N.

Datos

Peso del barril (W) = 1,5 kN

Volumen (V) = 159 l o $0,159 \text{ m}^3$

Peso propio del barril (W) = 110 N

Calcule

γ, ρ, ρ_r

Solución.

Primero se determina el peso neto del aceite

Peso neto del aceite = $\text{Peso}_{\text{total}} - \text{Peso}_{(\text{Propio del Barril})}$

Peso neto del aceite = $1,5 \times 10^3 - 110$

Peso neto del aceite = 1390 N

Haciendo uso de la definición de peso específico se obtiene:

$$\gamma_{\text{aceite}} = \frac{\text{Peso neto del aceite}}{V} = \frac{1390}{0,159}$$

$$\gamma_{\text{aceite}} = 8742,1 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}$$

La densidad del aceite queda determinada por:

$$\rho_{\text{aceite}} = \frac{\text{Masa (m)}}{V}$$

$$\rho_{\text{aceite}} = \frac{\frac{\text{Peso neto}}{g}}{V} = \frac{\frac{1390}{9,81}}{0,159}$$

$$\rho_{\text{aceite}} = 891,14 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

La densidad relativa se obtiene

$$\rho_r = \frac{\rho_{\text{aceite}}}{\rho_{\text{agua } 4^{\circ}\text{C}}} = \frac{891}{1000}$$

$$\rho_r = 0,891$$

Problema 2

En un recipiente de 30 litros de capacidad se encuentra aire bajo una presión de 150 at y a $+50^{\circ}\text{C}$. Determinar el peso del aire en la botella teniendo en cuenta que el peso específico del aire a la temperatura de $+15^{\circ}\text{C}$ y a la presión atmosférica es $\gamma = 1,225 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$

Datos

$$V = 30 \text{ l}$$

$$P = 150 \text{ at}$$

$$T = 50^{\circ}\text{C}$$

$$\gamma_{15^{\circ}\text{C}} = 1,225 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$T_0 = 15^{\circ}\text{C}$$

Solución

Considerando la Constante Universal de los Gases Ideales constante:

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{P_1 V_1}{T_1} = R$$

$$\frac{P_0}{\gamma_0 T_0} = \frac{P_1}{\gamma_1 T_1}$$

El peso específico despejando la relación anterior queda:

$$\gamma_1 = \gamma_0 \frac{P_1 T_0}{P_0 T_1}$$

$$\gamma_1 = 1,225 \frac{150}{1} * \frac{15 + 273}{50 + 273}$$

$$\gamma_1 = 163,8 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

El peso del aire en la botella

$$W = \gamma_1 * V_1 = 163,8 * 0,03$$

$$W = 4,91 \text{ kgf}$$

Problema 3

Determinar cómo cambiaran las tensiones tangenciales en el líquido bombeado por una tubería, si el keroseno se sustituye por la gasolina. El peso específico del keroseno es $\gamma_{\text{keroseno}} = 800 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$ y el de la gasolina es $\gamma_{\text{gasolina}} = 700 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$. El coeficiente cinemático de viscosidad del keroseno se acepta igual a $\nu_{\text{keroseno}} = 2,2 \text{ Cst}$; y el de a gasolina $\nu_{\text{gasolina}} = 0,84 \text{ Cst}$

Datos

$$\gamma_k = 800 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$\gamma_g = 700 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$\nu_k = 2,2 \text{ Cst}$$

$$\nu_g = 0,84 \text{ Cst}$$

$$1 \text{ Cst} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Solución

A partir de las viscosidades cinemáticas y las densidades tanto para el keroseno como para la gasolina se puede determinar entonces las viscosidades dinámicas a partir de la relación.

$$\nu = \mu / \rho$$

$$\mu_k = \rho_k * \nu_k = 800 * 2,2 \times 10^{-6}$$

$$\mu_k = 0,00176 \text{ Pa} * \text{s}$$

$$\mu_g = \rho_g * \nu_g = 700 * 0,84 \times 10^{-6}$$

$$\mu_g = 0,00058 \text{ Pa} * \text{s}$$

La tensión tangencial por su parte queda expresada como:

$$\tau_k = \mu_k \left(\frac{dV}{dy} \right)_k$$

La relación entre los valores de viscosidades dinámicas del keroseno y de la gasolina nos dará la disminución de las tensiones tangenciales.

$$\frac{\mu_k}{\mu_g} = \frac{0,00176}{0,00058} = 3,03$$

Las tensiones tangenciales disminuirán 3 veces.

Problema 4

En un sistema hidráulico fue echado 250 l de líquido; 25 l quedaron en un depósito abierto. Determinar los volúmenes mínimos y máximo del líquido en el depósito, si la temperatura puede variar en los límites de +60°C a -60°C, y se rellenó a +20°C. El coeficiente de expansión volumétrica del líquido es $\beta = 0,00072 \frac{1}{\text{grad}}$

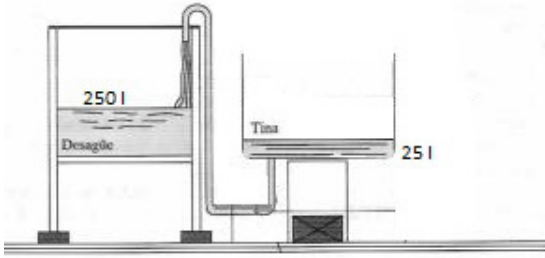


Figura 1.2. Esquema de cálculo.

Datos

$$\beta_t = 0,00072 \frac{1}{\text{grad}}$$

$$\Delta_t = +60^\circ \text{C a } -60^\circ \text{C}$$

$$V_o = 250 \text{ l}$$

Solución

Partiendo de conocer el coeficiente de expansión volumétrica β_t (ecuación 8), se puede obtener entonces la variación de volumen

$$\beta_t = \frac{1}{V_o} * \frac{\Delta_v}{\Delta_t}$$

$$\Delta_v = \beta_t * V_o * \Delta_t$$

La primera de las variaciones de volumen se determina para un $\Delta_t = 40^\circ \text{C}$

$$\Delta_v = 0,00072 \frac{1}{\text{grad}} * 250 \text{ l} * 40^\circ \text{C} = 7,20 \text{ l}$$

para un $\Delta_t = 80^\circ \text{C}$

$$\Delta_v = 0,00072 \frac{1}{\text{grad}} * 250 \text{ l} * 80^\circ \text{C} = 14,40 \text{ l}$$

$$V_{\text{max}} = 25 \text{ l} + 7,20 = 32,2 \text{ l}$$

$$V_{\text{min}} = 25 \text{ l} - 14,40 = 10,6 \text{ l}$$

Problema 5

Un recipiente de 10 l (Litros) de cabida está lleno de líquido. Calcular la cantidad de líquido que escurrirá del recipiente si bajamos la presión de este desde 200 at hasta la atmosférica. El coeficiente de compresión volumétrica es $\beta_p = 0,77 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{kgf}$

Datos

$$V_o = 10 \text{ L}$$

P=200 at hasta la presión atmosférica

$$\beta_p = 0,77 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{kgf}$$

Solución

A partir de la ecuación 6, el coeficiente de compresión volumétrica queda expresado como:

$$\beta_p = \frac{\Delta V}{V_o \Delta P}$$

Despejando la variación de volumen para determinar cuánto de este fue escurrido se tiene:

$$\Delta V = \beta_p V_o \Delta P$$

$$= 10 \text{ L} \cdot 0,77 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{kgf} \cdot 200 \text{ kgf}/\text{cm}^2$$

$$= 0,154 \text{ L} = 154 \text{ cm}^3$$

Problema 6

En el ensayo hidráulico una tubería de diámetro $d=500 \text{ mm}$ y longitud $L=2 \text{ km}$ se llenó de agua bajo la presión de 75 at. Al final del ensayo la presión bajó hasta 70 at. Despreciando la deformación de la tubería, determinar el volumen de agua derramada durante el ensayo a través de las uniones estancadas de los tubos.

Datos

Diámetro de la Tubería $d=500$ mm

Longitud (L) $L=2$ km

$P_1 = 75$ at.

$P_2 = 70$ at.

$K = \frac{1}{\beta_p}$ = Módulo volumétrico de elasticidad

$$K_{\text{agua}} = 20\,000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Partiendo del inverso del módulo de compresión volumétrica tenemos:

$$\frac{1}{\frac{\Delta V}{V_0 \Delta P}} = K$$

Determinación del volumen de la tubería

$$V = \frac{\pi * d^2}{4} * L = \frac{3,14 * (50 \text{ cm})^2}{4} * 200\,000 \text{ cm} = 3,925 \times 10^8$$

$$20\,000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = \frac{1}{\frac{\Delta V}{3,925 \times 10^8 \text{ cm}^3 * 5 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}}}$$

$$20\,000 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} = \frac{1}{\frac{\Delta V}{1,962 \times 10^9}}$$

$$\Delta V = 98125 \text{ cm}^3 = 0,098 \text{ m}^3$$

1.3. Problemas propuestos

1. Calcular la cantidad máxima de líquido que puede ser echado en un recipiente de 50 l de capacidad a la temperatura de $+15$ °C para que a $+200$ °C la presión excesiva no sea más de 50 at. Tener en cuenta que durante el llenado el aire y el líquido que quedan en el recipiente se hallan bajo una presión excesiva de 3 at.

Solución

$$V_0 = 44 \text{ l}$$

2. El coeficiente cinemático de viscosidad del aire a presión y temperatura normales es igual a , $\vartheta_{\text{aire}} = 1,45 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$, y del agua $\vartheta_{\text{agua}} = 11,45 \times 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$. Determinar en cuál de estos medios serán mayores los esfuerzos tangenciales y en cuántas veces (siendo iguales las demás condiciones).

Solución

Las tensiones tangenciales en el agua serán mayores 64,5 veces.

3. En la figura 1.3 está representado el esquema del aparato para la calibración de los manómetros. La presión del aceite en la cámara que se transmite a ambos manómetros se crea atornillando el émbolo buzo de diámetro $d=1\text{cm}$. Determinar cuántas revoluciones habrá que tener el émbolo buzo para formar una presión de 250 at, si el paso del tornillo es $t = 2 \text{ mm}$ y el volumen de la cámara que puede ser considerado invariable al cambiar la presión es igual a 300 cm^3 . El coeficiente de compresión volumétrica del aceite es $\beta_p = 0,47 \times 10^{-4} \frac{\text{cm}^2}{\text{kgf}}$

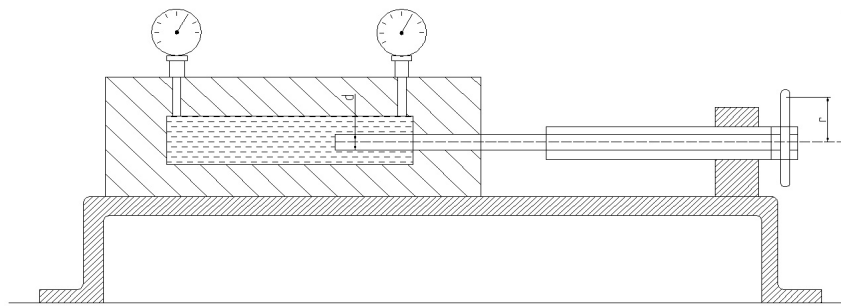


Figura 1.3. Calibrador de manómetros.

Solución

El émbolo debe hacer 21,8 revoluciones.

4. En un recipiente cilíndrico con líquido viscoso gira un vástago de diámetro d y longitud l coaxial con el recipiente. Para la rotación a la velocidad angular w se consume una potencia N .

Suponiendo que en el espacio libre de magnitud δ entre el vástago y la pared del recipiente la velocidad va distribuida según la ley lineal y despreciando el rozamiento en el extremo del vástago, determinar el coeficiente de viscosidad del líquido.

Solución

La potencia está ligada con la tensión tangencial en la superficie del vástago por la fórmula, $N = \tau L \pi d w$ de donde $\mu = \frac{2 \delta N}{\pi L w^2 d^2}$

5. En una tubería llena de agua, por medio del émbolo se produjo un cambio de presión $dp = 1000 \text{ kgf/m}^2$. Calcular el cambio de densidad provocado por dicho efecto.

Solución

La oscilación de la densidad del agua es $5,01 \text{ kgf} \cdot \text{s}^2/\text{m}^4$, y la del aire, a $0,0086 \text{ kgf} \cdot \text{s}^2/\text{m}^4$

6. La presión del aceite en los espacios libres entre las partes móviles y fijas de la máquina hidráulica aumentó desde 10 at hasta 700 at, mientras que la temperatura del mismo y la velocidad de la corriente quedaron invariables. ¿En cuántas veces cambiarán las tensiones tangenciales?

Solución

Caso 1: 0,1785; para el caso 2: 1,455

Capítulo II. Estática de los Fluidos

2.1. Estática de los fluidos

La estática de los fluidos consiste en el estudio de los problemas en los cuales no existe movimiento relativo entre los elementos de estos fluidos. Al no existir este, entre los elementos individuales, no puede existir esfuerzo de corte, sea cual sea la viscosidad, por lo que no tiene efecto sobre los problemas de estática.

La presión en un punto es la relación entre la fuerza normal y el área, por lo que cumple con una serie de supuestos o propiedades como:

1. La Presión en un punto en el seno de un fluido en reposo es igual en todas las direcciones.
2. La Presión en todos los puntos situados en un mismo plano horizontal en el seno de un fluido en reposo tiene el mismo valor.
3. Las leyes de la estática de los fluidos reales, no se diferencia de las leyes de la estática obtenida para los fluidos ideales.
4. La Fuerza de presión en un fluido en reposo se dirige siempre hacia el interior del fluido.
5. La superficie libre de un líquido en reposo es siempre horizontal.

La presión tiene unidades de fuerza por unidad de área, las cuales pueden ser newton por metro cuadrado, llamadas pascales (Pa), libras por pie cuadrado (psf) o libras por pulgada cuadrada (psi)

$$P = \frac{F}{A} \quad (2.1)$$

En el SI

$$P = \frac{N}{m^2} = \frac{Kg \cdot m}{s^2 \cdot m^2} = \frac{Kg}{m \cdot s^2} = Pa$$

La presión puede expresarse con respecto a cualquier nivel de referencia arbitraria, los más usuales son el *cero absoluto* y la *presión atmosférica local*. Cuando la presión se expresa como una diferencia entre su valor y un vacío completo, se conoce como presión absoluta, cuando se expresa entonces como la diferencia entre su valor y la presión atmosférica local, se conoce como *presión manométrica*.

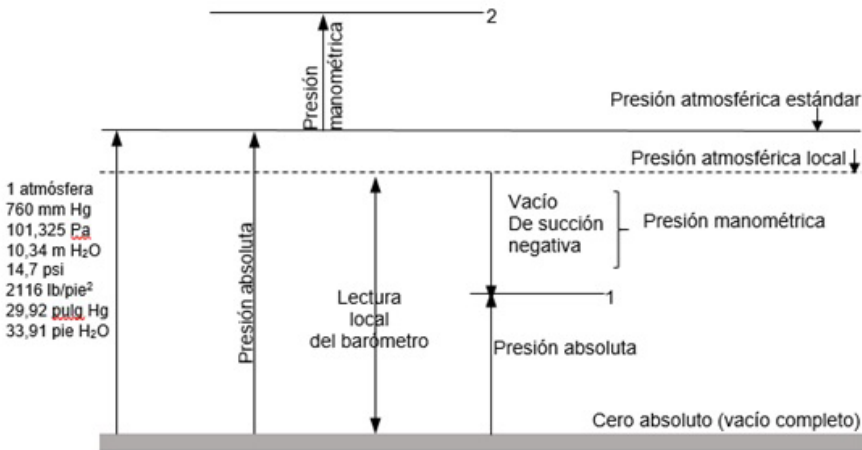


Figura 2.1. Unidades y escalas para la medida de la presión.

Según Vennard & Street (1992), la ecuación de la hidrostática queda:

$$P_2 + \rho g Z_2 = (P_0 + \rho g Z_0 = C \quad (2.2)$$

Fuerza de presión del líquido sobre una pared plana

La fuerza total de presión del líquido sobre una pared plana es igual al producto de la superficie de la pared por el valor de la presión hidrostática en el centro de gravedad de esta superficie.

Fuerza sobre superficies planas sumergidas

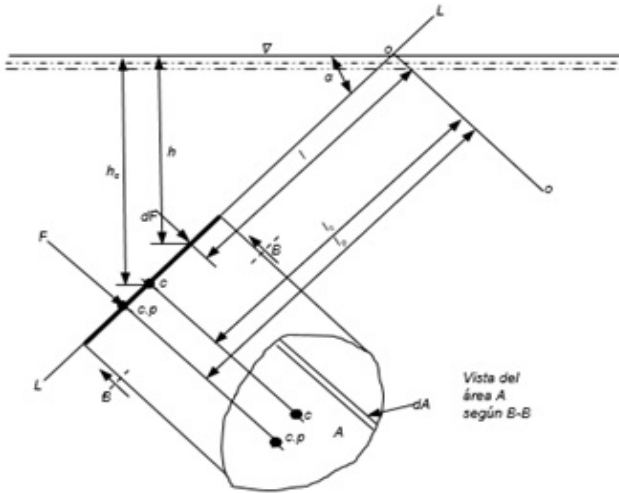


Figura 2.2. Fuerza sobre superficies planas sumergidas.

Un área A, como la de la figura 2.2, localizada en cualquier plano inclinado L-L. Supóngase que el centroide de esta área está localizado, como se muestra, a una profundidad h_c y a una distancia l_c a partir de la línea de intersección O-O, del plano L-L con la superficie del líquido. La fuerza dF , sobre el área dA se da por $p dA = \gamma h dA$ como $h = l \sin \alpha$, df se puede expresar como $dF = \gamma l dA \sin \alpha$

Y la fuerza total sobre el área A se encuentra por la integración de esta expresión sobre el área, lo que queda $F = \gamma \sin \alpha \int_A dA$ (2.3)

Aquí $\int_A dA$ es el momento del área A, con respecto a la línea O-O, el que también se da por el producto del área A y la distancia perpendicular l_c , desde O-O hasta el centroide (C) del área. Así $\int_A l dA = l_c A$

Sustituyendo entonces en la ecuación anterior

$$F = \gamma A l_c \sin \alpha$$

Sin embargo

$$h_c = l_c \sin \alpha$$

Lo que se reduce la ecuación anterior a

$$F = \gamma h_c A \quad (2.4)$$

Indica que la magnitud de la fuerza resultante sobre (a un lado de) cualquier área plana sumergida, se puede calcular multiplicando el área, A , por la presión en su centroide, γh_c .

Fuerza sobre superficies curvas sumergidas

Las fuerzas sobre superficies curvas sumergidas se pueden determinar con facilidad por medio del cálculo de sus componentes horizontales y verticales. En figura 2.3 se puede determinar la magnitud de la fuerza resultante F con componentes F_H y F_V , según se muestra.

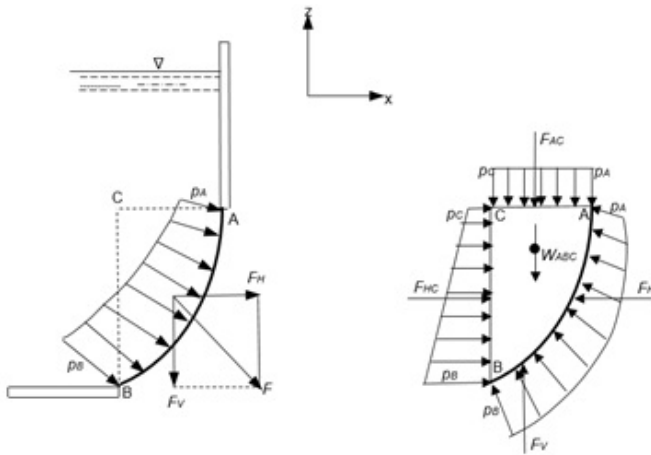


Figura 2.3. Fuerza sobre superficies curvas sumergidas.

El análisis de cuerpo libre de fluido ABC, permite el cálculo de F_H' y F_V' , las componentes de la fuerza resultante ejercida por la superficie AB sobre el fluido, y de las respectivamente iguales y opuestas F_H y F_V .

Del equilibrio estático del cuerpo libre.

$$\sum F_x = F_{HC} - F_H' = 0$$

$$\sum F_z = F_V' - W_{ABC} - F_{AC} = 0$$

$$F_H' = F_{BC}$$

$$F_V' = W_{ABC} + F_{AC}$$

2.2. Problemas resueltos

Problema 1

Determinar la presión excesiva (Figura 2.4) del aire en un depósito de carga según la lectura del manómetro de mercurio compuesto de dos tubos en U. Las marcas de los niveles se dan en metros a partir del suelo.

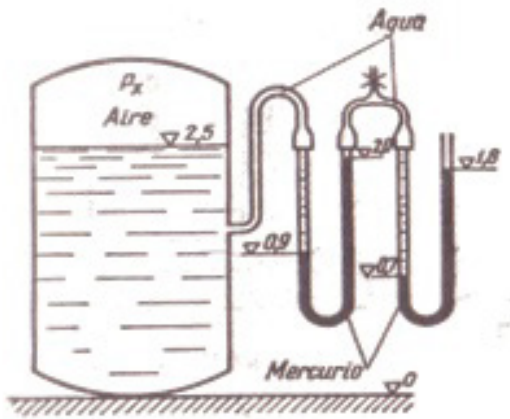


Figura 2.4. Esquema de análisis.

$$\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_m = 13600 \text{ kg/m}^3$$

$$P_x + \rho_a g (2,5 - 0,9) - \rho_m g (2,0 - 0,9) + \rho_a g (2,0 - 0,7) - \rho_m g (1,8 - 0,7) = P_{\text{atm}}$$

Manómetro doble en U con un extremo a la atmósfera

$$P_{atm} = 0$$

$$P_x = -\rho_a g (1,6 - 1,3) + \rho_m g (1,1 - 1,1)$$

$$P_x = -1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 0,3 \text{ m} = 2943 \text{ Pa} = 28870 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$$

Problema 2

Calcular la altura h (Figura 2.5) de la elevación del mercurio en un tubo de cristal, si la presión absoluta del aire en el depósito es $P_1 = 0,15 \text{ at}$. La presión atmosférica es igual a 775 mm c.m. La altura $H = 1,0 \text{ m}$.

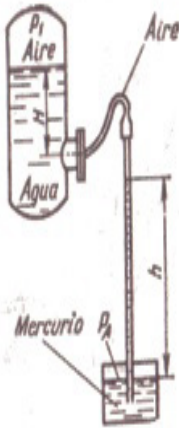


Figura 2.5. Esquema de análisis.

$$P_1 + \rho_a g H + \rho_m g h = P_A$$

$$15195 \text{ Pa} + (1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 1,0 \text{ m}) + (13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * h) = 133307,5 \text{ Pa}$$

$$15195 \text{ Pa} + 9810 \text{ Pa} + 133416 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} h = 133307,5 \text{ Pa}$$

$$h = 0,8118 \text{ m}$$

Problema 3

Determinar la diferencia de presiones (Figura 2.6) del hidrógeno y del aire en el punto superior del aerostato. La altura $H = 20 \text{ m}$, el diámetro de la válvula es

$$d=300 \text{ mm}, \gamma_{\text{aire}}=1,29 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} \text{ y } \gamma_{\text{hid}}=0,1 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

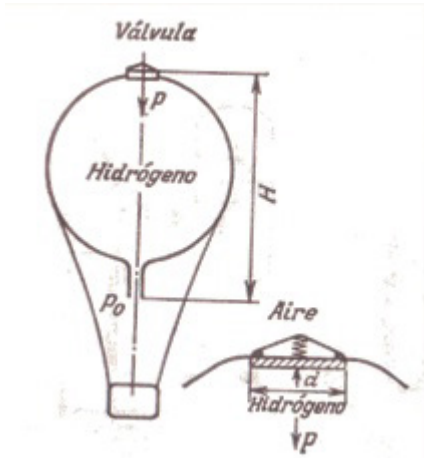


Figura 2.6. Esquema de análisis.

Datos

$$T= 2 \text{ kg}$$

$$H=20 \text{ m}$$

$$d=300 \text{ mm}$$

$$\gamma_{\text{aire}}=1,29 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$\gamma_{\text{hid}}=0,1 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

$$P+\gamma_{\text{aire}}(H)-\gamma_{\text{hidrogeno}}(H)=P_0$$

$$P-P_0=\gamma_{\text{aire}}(H)-\gamma_{\text{hidrogeno}}(H)=1,29 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} * 20 \text{ m}-0,1 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3} * 20 \text{ m}$$

$$P-P_0=25,8 \frac{\text{Kgf}}{\text{m}^2} -2 \frac{\text{Kgf}}{\text{m}^2} =23,8 \frac{\text{Kgf}}{\text{m}^2}$$

Problema 4

En la figura 2.7 se puede encontrar la presión en A en pascales
¿Cuál es la presión del aire en el tubo?

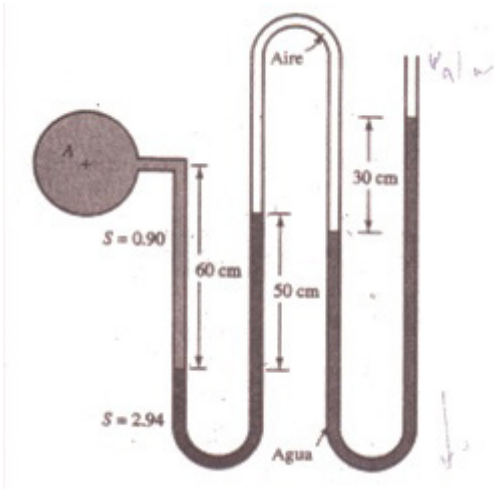


Figura 2.7 Esquema de análisis.

Datos

$$s_1 = \rho_{rel} = 0,90$$

$$s_2 = \rho_{rel2} = 2,94$$

Determinación de las densidades de ambos líquidos.

$$\rho_{rel1} = \frac{\rho_{liq1}}{\rho_{agua\ 40^{\circ}C}}$$

$$\rho_{liq1} = \rho_{rel} * \rho_{agua\ 40^{\circ}C} \text{ de donde}$$

$$\rho_{liq1} = 0,90 * 1000 \frac{kg}{m^3} = 900 \frac{kg}{m^3}$$

$$\rho_{rel2} = \frac{\rho_{liq2}}{\rho_{agua\ 40^{\circ}C}}$$

$$\rho_{liq2} = \rho_{rel} * \rho_{agua\ 40^{\circ}C} \text{ de donde}$$

$$\rho_{liq2} = 2,94 * 1000 \frac{kg}{m^3} = 2940 \frac{kg}{m^3}$$

$$P_A + \rho_{liq1}gh_1 - \rho_{liq2}gh_2 - \rho_{liq3}gh_3 = P_{atm}$$

Considerando $P_{atm} = 0$ entonces

$$P_A = -\rho_{liq1}gh_1 + \rho_{liq2}gh_2 + \rho_{liq3}gh_3$$

$$P_A = \left(-900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 0,6 \text{ m}\right) + \left(2940 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 0,5 \text{ m}\right) + \left(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$$

$$P_A = 12066,3 \text{ Pa}$$

Determinación de la presión de aire dentro del tubo.

$$P_A + \rho_{liq1}gh_1 - \rho_{liq2}gh_2 = P_{\text{aire}}$$

$$P_{\text{aire}} = P_A + \rho_{liq1}gh_1 - \rho_{liq2}gh_2$$

$$P_{\text{aire}} = 12066,3 \text{ Pa} + 5297,4 \text{ Pa} - 14420,7 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{aire}} = 2943 \text{ Pa}$$

Problema 5

Hallar la fuerza que soporta la presa (Figura 2.8), si la profundidad del agua delante de la presa es $H=4\text{m}$, el ángulo de inclinación del borde de presión de la presa es $\alpha=60^\circ$. Llevar a cabo el cálculo para un metro lineal de longitud ¿Cómo depende la fuerza incógnita del ángulo φ ?

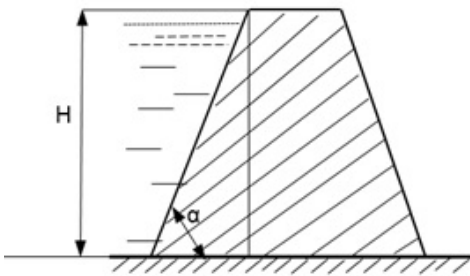


Figura 2.8. Esquema de análisis.

Datos

Profundidad $H=4\text{m}$

Ángulo de inclinación: $\varphi=60^\circ$

De la expresión para el cálculo de la fuerza sobre superficies planas tenemos:

$$F_p = (\rho g h_c) A$$

Determinación del área para un metro lineal de longitud.

$$A = \frac{1 * H}{2}$$

$$A = \frac{1 * 4m}{2} = 2m$$

$$F_p = \left(1000 \frac{Kg}{m^3} * 9,81 \frac{m}{s^2} * 4m \right) * 2m$$

$$F_p = 78480 N = 8000 \text{ kgf}$$

Problema 6

La figura 2.9 representa un aliviadero automático de presa AOB. El ángulo AOB es rígido; OA=150 cm; OB= 180 cm. La hoja OA tiene una masa de 3000 kg y la hoja OB tiene una masa de 3600 kg. La dimensión normal al dibujo es 4 m. Desprecie el rozamiento en O y B. W es un contrapeso cuyo centro de gravedad se encuentra a una distancia de 165 cm de O. El aliviadero está en equilibrio cuando el nivel de agua se encuentra como en la figura.

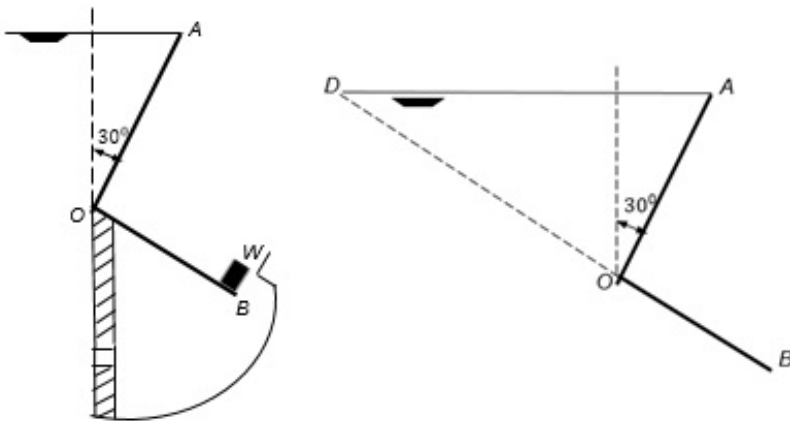


Figura 2.9. Esquema de análisis.

Determinar:

- Fuerza debido a la presión de agua sobre OA y OB
- Centro de presión sobre OA
- Valor del contrapeso W

Según el enunciado del problema se tiene

$$m_{OA}=3000 \text{ kg}$$

$$m_{OB}=3600 \text{ kg}$$

$$OA=1,50 \text{ m}$$

$$OB=1,80 \text{ m}$$

$$b=4,0 \text{ m}$$

$$OG_W=1,65 \text{ m}$$

- Fuerza sobre el elemento OA

$$F_{pOA}=\rho g h_p \quad A=\rho g \frac{OA}{2} \cos 30^\circ A_{OA}$$

$$F_{pOA}=1000 \cdot 9,81 \cdot 0,75 \cdot 0,866 \cdot 6$$

$$F_{pOA}=38\,230 \text{ N}$$

Fuerza sobre el elemento OB

$$F_{pOB}=\rho g h_p \quad A=\rho g \left(\frac{OB}{2} \cos 60^\circ + OA \cos 30^\circ \right) \cdot 7,2$$

$$F_{pOB}=1000 \cdot 9,81 \cdot (0,9 \cdot 0,5 + 1,5 \cdot 0,866) \cdot 7,2$$

$$F_{pOB}=123\,535 \text{ N}$$

- Llamando a a la distancia del centro de presiones sobre OA, medida a partir de A, se tendrá que:

$$AC_{OA} = \frac{\int y^2 dA}{\int y dA} = \frac{b OA^3 / 3}{b OA^2 / 2} = \frac{2}{3} OA = \frac{2}{3} \cdot 1,5$$

$$AC_{OA} = 1 \text{ m}$$

Por tanto, la distancia pedida será:

$$OC_{OA} = OA - AC_{OA} = 1,5 - 1$$

$$OC_{OA} = 0,5 \text{ m}$$

Como en la pregunta b, llamando a la distancia del centro de presiones medida a partir de D:

$$DC_{OB} = \frac{\int y^2 dA}{\int y dA}$$

Aplicando el teorema de Steiner para el cálculo de estas integrales se tiene:

$$\int y^2 dA = \frac{4}{3} (4,398^3 - 2,598^3)$$

$$\int y dA = \frac{4}{3} (4,398^2 - 2,598^2)$$

$$DC_{OB} = \frac{2(4,398^3 - 2,598^3)}{3(4,398^2 - 2,598^2)} = 3,575 \text{ m}$$

$$OC_{OB} = DC_{OB} - OD = 3,575 - 2,598$$

$$OC_{OB} = 0,977 \text{ m}$$

c. Cálculo del valor del contrapeso W

El equilibrio de la compuerta exige que la suma de los momentos de todas las fuerzas que sobre ella actúan con relación al punto O sea igual a 0, es decir, tomando como positivos los momentos en el sentido de las agujas del reloj.

$$m_{OA} * 0,5 * OA * \cos 60^\circ + F_{POA} * OC_{OA} + W_{OA} * 0,5 * OB * \cos 30^\circ - F_{POB} * OC_{OB} + W * 1,65 * \cos 30^\circ = 0$$

W

$$= \frac{123\,535 * 0,977 - 3000 * 9,81 * 0,5 * 1,5 * 0,5 - 38\,230 * 0,5 - 3600 * 9,81 * 0,5 * 1,80 * 0,866}{1,65 * 0,866}$$

$$W = 44\,101,8 \text{ N}$$

Problema 7

El tanque de fuel horizontal de la figura 2.10, de sección transversal circular, $d=2,6 \text{ m}$ y longitud $l=9,6 \text{ m}$, se halla totalmente lleno de fuel de densidad $\rho=900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. La presión en el exterior del tan-

que es la atmosférica. Calcular la fuerza total (módulo y dirección) que ejerce el fluido en la mitad ABC del tanque.

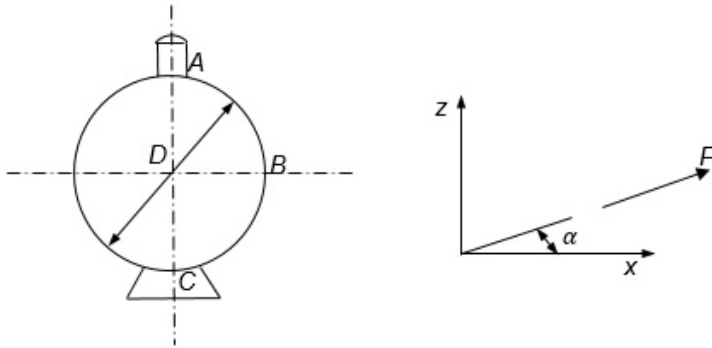


Figura 2.10. Esquema de análisis.

$$F_{px} = \rho g h_p A = \rho g \frac{d}{2} l = 900 * 9,81 * \frac{2,6^2}{2} * 2,6 * 9,6 = 286\,483 \text{ N}$$

$$F_{pz} = \rho g W = \rho g l \frac{\pi d^2}{8} = 900 * 9,81 * 9,6 * \frac{\pi 2,6^2}{8} = 225\,004 \text{ N}$$

$$F_p = \sqrt{F_{px}^2 + F_{pz}^2}$$

$$\alpha = \arctan \frac{F_{pz}}{F_{px}} = 38,15^\circ$$

2.3. Problemas propuestos

1. Calcular la presión P_x en la figura 2. 11 si $l = 760 \text{ mm}$, $h = 500 \text{ mm}$, el líquido 1 es agua ($\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$) y el líquido 2 es mercurio ($\rho_2 = 13\,600 \text{ kg/m}^3$).

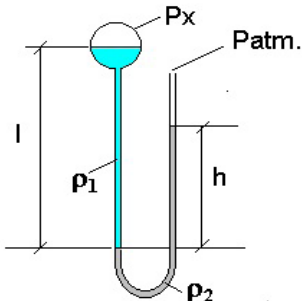


Figura 2.11. Esquema de análisis.

Solución

$$P_x = 59\,252,4 \text{ Pa}$$

2. Si el barómetro de la figura 2.12 está lleno de aceite de silicio de densidad relativa $\rho_r = 0,86$, calcular la altura h si la presión barométrica absoluta es de 101,3 kPa.

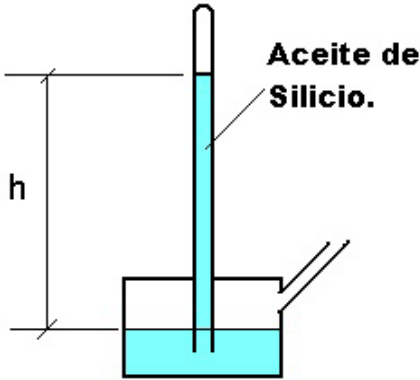


Figura 2.12. Barómetro.

Solución

$$h = 12 \text{ m}$$

3. Determinar la presión p_2 en el cilindro superior del multiplicador hidráulico (Figura 2.13), si la lectura del manómetro de resorte acoplado al cilindro inferior es igual a 4,6 at. El peso de los émbolos es $G = 400 \text{ kg}$. La altura es $h = 2 \text{ m}$, la relación de los diámetros es $D/d = 4$, $D = 0,4 \text{ m}$. El peso volumétrico del aceite es $\gamma_{ac} = 900 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$

Solución:

$$p_2 = 71,4 \text{ at.}$$

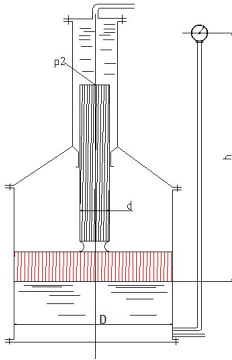


Figura 2.13. Multiplicador hidráulico.

4. Un recipiente de gas (Figura 2.14), fabricado con chapa de acero ($\delta=7,85$), de 9 mm de espesor, tiene la forma de un cilindro invertido de 15 m de diámetro y 9 m de alto. Los refuerzos o roblones, añaden un 2% al peso del recipiente $h'=75$ mm. La densidad del gas $0,58 \text{ kg/m}^3$, y del aire, que se supondrá constante, $1,28 \text{ kg/m}^3$. En la conducción del gas a $h=120$ m se instala un manómetro con agua que marca Δh .

Calcular:

- Δh
- El contrapeso C que mantiene en equilibrio el sistema.

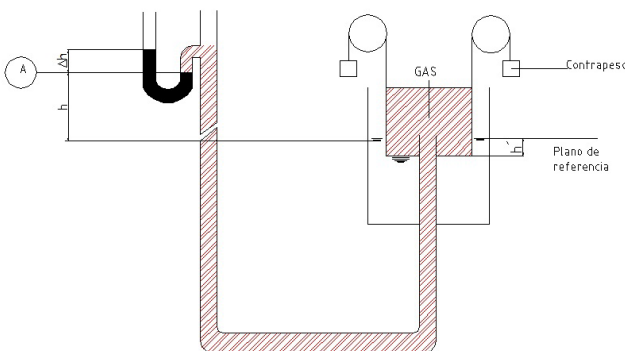


Figura 2.14. Recipiente de gas.

Solución

$$\Delta h = 0,159 \text{ m} \quad C = 294,7 \text{ N}$$

5-Un depósito para combustible líquido (Figura 2.15) tiene forma de un cilindro elíptico. Está lleno de líquido de peso volumétrico γ . Calcular la fuerza de presión del líquido sobre las paredes planas frontales del depósito y la fuerza que ensancha la pared lateral por las líneas AB, CD.

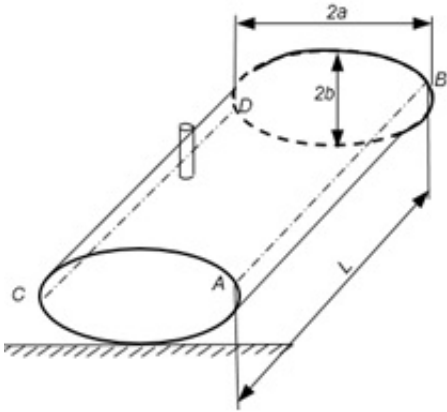


Figura 2.15. Depósito para combustible líquido.

Solución:

La fuerza de presión del líquido sobre las paredes frontales es igual a $\pi \gamma a b^2$, la fuerza de presión que dilata la pared lateral es igual a $\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \gamma a b l$

Capítulo III. Hidrodinámica y aplicación de la Ecuación de Bernoulli

3.1. Ley de conservación de la energía

La primera ley de la Termodinámica plantea que “la energía ni se crea ni se destruye solo se transforma”; por lo que “todas las formas de energía son equivalentes” y pueden ser transformadas unas en otras (Howell & Buckius, 1990).

Energía Térmica → Energía Mecánica → Energía Eléctrica.

Un ejemplo de esta transformación lo constituye el ciclo de las centrales termoeléctricas o los ciclos de potencia en general, que tienen como fin obtener potencia eléctrica a partir del calor.

Para realizar un adecuado control del uso de la energía es necesario conocer en los procesos industriales y en el sector de los servicios como evaluar las transformaciones energéticas que tiene lugar en el movimiento de fluidos.

Formas de energía presentes en el flujo de fluidos.

- Energía cinética (E_c).
- Energía potencial (E_p).
- Energía interna (E_i).

Energía cinética. (E_c)

La Energía Cinética de un cuerpo rígido de masa (m) que se mueve a una velocidad (v) queda definida según la ecuación 3.1.

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 \quad (3.1)$$

Para un fluido con todas las partículas moviéndose a la misma velocidad, su energía cinética será también:

$$E_c = \frac{1}{2} m^0 v^2 \quad (3.2)$$

Donde:

$m^0 = \sum m$ - Sumatoria de las masas del conjunto de partículas en movimiento.

Expresada esta Energía Cinética de forma específica (Energía / Unidad de peso) se tiene:

$$\frac{E_c}{\text{Peso}} = \frac{\frac{1}{2} m v^2}{\gamma V} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{\gamma}{g}\right) V v^2}{\gamma V} = \frac{v^2}{2g} \quad (3.3)$$

Dimensionalmente se expresa como:

$$\frac{E_c}{\text{Peso}} = \frac{v^2}{2g} = \frac{\left(\frac{L}{t}\right)^2}{\frac{L}{t^2}} = L$$

En el SI la unidad de la Energía Cinética es el metro.

Como en la generalidad de los casos la velocidad en los conductos de las distintas partículas fluidas no es la misma, se hace necesario integrar para obtener el verdadero valor de ésta energía. No obstante resulta muy conveniente expresar el verdadero valor de la Energía Cinética en función de la velocidad media del fluido y afectarla por un “factor de corrección de la Energía Cinética” (α).

$$\frac{E_{c\text{real}}}{\text{Peso}} = \alpha \frac{v^2}{2g} \quad (3.4)$$

Donde:

$\alpha = 1$.- Para una distribución uniforme de velocidades.

$\alpha = 1,02 - 1,15$.- Para flujo turbulento.

$\alpha = 2$.- Para flujo laminar.

Es insignificante el error cuando consideramos $\alpha = 1$ en la mayoría de los cálculos de ingeniería para flujo turbulento.

Energía Potencial

La energía potencial de una partícula de fluido depende de su altura (z) por encima de un plano arbitrario de referencia.

$$E_p = W \cdot \Delta Z \quad (3.5)$$

Donde:

W .- Peso de la partícula de fluido

ΔZ .- Distancia por encima del plano de referencia

La energía potencial por unidad de peso es:

$$\frac{E_p}{\text{Peso}} = \frac{W \cdot \Delta Z}{W} = \Delta Z \quad (3.6)$$

Dimensionalmente

$$\frac{E_p}{\text{Peso}} = \frac{F \cdot l}{F} = l$$

En el Sistema Internacional la unidad es el metro (m).

Energía Interna

La energía interna es energía almacenada y está asociada con el estado molecular o interno de la sustancia.

Se puede almacenar en muchas formas:

- Térmica.
- Nuclear.
- Química.
- Electrostática.

En el curso solo se estudiará la térmica, ésta depende de:

- El movimiento molecular.

- Las fuerzas de atracción intermolecular.

“La Energía Interna (Ei) es una función de la temperatura”.

Para un proceso a volumen constante la variación de la energía interna por unidad de masa es:

$$\Delta E_i = C_v \cdot \Delta T \quad (3.7)$$

Donde:

Cv.- Calor específico de la sustancia a volumen constante. Sus unidades en el Sistema Internacional son: $\frac{N \cdot m}{Kg \cdot K}$

Las unidades de la Energía Interna en el Sistema Internacional son:

$$\Delta E_i = \frac{N \cdot m}{Kg \cdot K} \cdot K = \frac{N \cdot m}{Kg} \quad (3.8)$$

La ecuación 3.8 expresa la Energía Interna por unidad de masa, dividiendo esta expresión entre la aceleración gravitatoria se obtiene la Energía Interna por unidad de peso.

$$\Delta E_i = \frac{N \cdot m}{kg \cdot g} = \frac{N \cdot m}{N} = m \quad (3.9)$$

La Ecuación general de la energía para el flujo estacionario de cualquier fluido (3.10) y la Ecuación de Continuidad son ecuaciones claves en la solución de Problemas de Flujo de Fluido.

Para el flujo compresible es necesario utilizar una tercera ecuación que es la Ecuación de Estado de los Gases (Ideales o reales).

La Ecuación General de la Energía para Flujo Estacionarios Incompresibles puede simplificarse en determinadas condiciones y se puede plantear:

$$\frac{p_1}{\gamma} + Z_1 + \alpha \frac{v_1^2}{2g} + hm + Q_c = \frac{p_2}{\gamma} + Z_2 + \alpha \frac{v_2^2}{2g} + (EI_2 - EI_1) \quad (3.10)$$

Donde:

- En un sistema donde el flujo es incompresible $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$
- Para flujos turbulentos $\alpha > 1$, pero muy cercano a 1 y se puede considerar $\alpha = 1$
- Si no hay transferencia de calor $Q_c = 0$

La ecuación 3.10 queda entonces expresada como:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1 + hm = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + Z_2 + (EI_2 - EI_1) \quad (3.11)$$

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1 + hm = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + Z_2 + hp \quad (3.11a)$$

El término $EI_2 - EI_1 = hp$ representa las pérdidas friccionales en el sistema.

En caso de no existir máquina en el sistema y considerar las pérdidas despreciables, la ecuación 3.11 a se transforma en la ecuación 3.12

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + Z_2 = Cte \quad (3.12)$$

La ecuación 3.12 es la Ecuación de Bernoullien honor a Daniel Bernoulli (1700 – 1782). El teorema data de 1738 y es una forma de manifestar la Ecuación de Conservación de la Energía.

3.2. Problemas resueltos

Problema 1

Para medir el gasto de gasolina que fluye por un tubo de diámetro $d=14$ mm se halla instalada una tobera (Figura 3.1) de diámetro $d=9$ mm y van acoplados los piezómetros (ver figura).

Determinar el gasto de gasolina Q en L/s, si la diferencia de niveles de gasolina en los piezómetros es $h=1,5$ m. ¿Cómo cambiará la diferencia de alturas H , si la gasolina se sustituye por agua con el mismo gasto Q ?

Nota: La densidad para la gasolina es $\rho=680 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

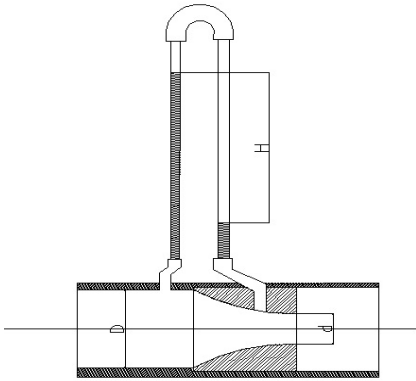


Figura 3.1. Tobera.

Datos

Diámetro del tubo: $D = 14 \text{ mm}$

Tobera $d = 9 \text{ mm}$

$h = 1,5 \text{ m}$

Aplicando la Ecuación de Bernoulli 3.12

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

Debido a que ambos niveles del líquido son iguales dentro del tubo
 $Z_1 = Z_2 = 0$

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

De la ecuación de continuidad $Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$

$$V_2 = \frac{A_1}{A_2} V_1 = \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\frac{\pi d^2}{4}} V_1$$

$$V_2 = \frac{\frac{3,14 * 0,014 m^2}{4}}{\frac{3,14 * 0,009 m^2}{4}} V_1$$

$$V_2 = 2,42 V_1$$

Entonces

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho g} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho g} = \frac{(2,42 V_1)^2 - V_1^2}{2g}$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho g} = \frac{4,856 V_1^2}{2g}$$

Determinación de $P_1 - P_2 = \rho g h = 680 \frac{kg}{m^3} * 9,81 \frac{m}{s^2} * 1,5 m = 10006,2 Pa$

$$4,856 V_1^2 = \frac{2 * 10006,2 Pa}{680 \frac{kg}{m^3}}$$

$$V_1 = 2,46 m/s$$

Determinación del gasto Q en L/s

$$Q = A_1 V_1 = \frac{3,14 * (0,014 m)^2}{4} * 2,46 \frac{m}{s} = 3,786 \times 10^{-4} \frac{m^3}{s} = 0,378 \frac{l}{s}$$

Problema 2

Al medidor de Venturi cuyas dimensiones son: $D = 50 mm$ y $d = 30 mm$, esta acoplado un manómetro diferencial en U de mercurio (Figura 3.2). Determinar el gasto de agua Q, si la indicación del manómetro es $h = 300 mm$.

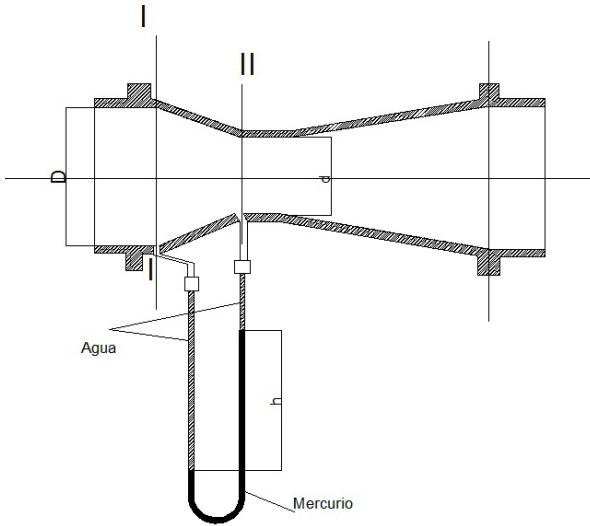


Figura 3.2. Medidor de Venturi.

Datos

$D=50 \text{ mm}$

$D=30 \text{ mm}$

Aplicando la ecuación de Bernoulli

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

Debido a que ambos niveles del líquido son iguales dentro del tubo
 $Z_1=Z_2=0$

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

De la ecuación de continuidad $Q=A_1 V_1=A_2 V_2$

$$V_2 = \frac{A_1}{A_2} V_1 = \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\frac{\pi d^2}{4}} V_1$$

$$V_2 = \frac{\frac{3,14 * 0,05m^2}{4}}{\frac{3,14 * 0,03m^2}{4}} V_1$$

$$V_2 = 2,78 V_1$$

Entonces

$$P_1 - P_2 = \rho_{hg} h = 13600 \frac{kg}{m^3} * 9,81 \frac{m}{s^2} * 0,3 m = 40024,8 Pa$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho g} = \frac{(2,78 V_1)^2 - V_1^2}{2g}$$

$$\frac{40024,8}{1000 * 9,81} = \frac{7,73 V_1^2}{2 * 9,81}$$

Despejando tenemos:

$$V_1 = 3,449 \frac{m}{s}$$

Determinación del gasto Q

$$Q = A_1 V_1 = \frac{3,14 * 0,05m^2}{4} * 3,45 \frac{m}{s} = 6,77 \times 10^{-3} \frac{m^3}{s} = 6,77 \frac{l}{s}$$

Problema 3

El ventilador centrifugo (Figura 3.3) aspira aire de la atmósfera a través de una tobera (ver figura). A la parte cilíndrica de la tobera cuyo diámetro es $D = 200$ mm va acoplado un tubo de cristal cuyo extremo inferior está sumergido en un recipiente con agua. El agua en el tubo se elevó hasta la altura $h = 250$ mm. Determinar la cantidad de aire que se aspira por segundo $\gamma = 1,29 \frac{kgf}{m^3}$

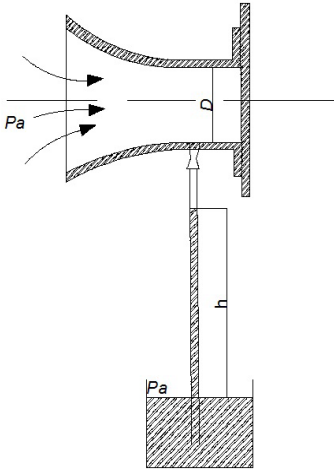


Figura 3.3. Ventilador centrífugo.

Datos

Diámetro $D=200$ mm

Longitud de elevación del agua $L=250$ mm

En el caso de la presión inferior a un metro de la columna de agua o su equivalente que es el caso general de casi todos los ventiladores, se desprecia el fenómeno de la compresibilidad, por lo tanto, se considera a lo largo de todo su movimiento que el gas se comporta ideal a lo largo de todo el conducto.

Aplicando la Ecuación de Bernoulli

$$\frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_{\text{agua}}}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

Debido a que ambos niveles del líquido son iguales dentro del tubo $Z_1=Z_2=0$

A su vez debido al aire en calma a la entrada del tubo $V_1=0$

$$P_{\text{agua}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 0,25 \text{ m} = 2452,5 \text{ Pa}$$

$$\frac{V_2^2}{2g} = \frac{-2452,5 \text{ Pa}}{1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$V_2 = 61,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Determinación de la cantidad de aire que se aspira.

$$Q = A_2 V_2 = \frac{\pi D^2}{4} * V_2 = \frac{\pi * 0,2^2}{4} * 61,7 = 1,94 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Problema 4

Hallar la velocidad de la corriente de agua en el tubo si la lectura del manómetro de mercurio unido al tubo de Pitot y a los orificios de presión estática es $h = 600 \text{ mm}$ (Figura 3.4)

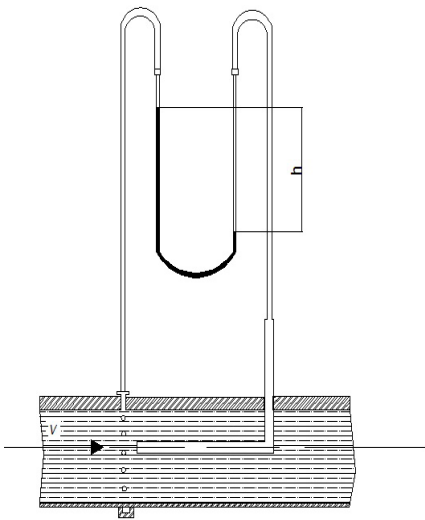


Figura 3.4. Esquema de análisis.

Aplicando la Ecuación de Bernoulli

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

Debido a que los niveles de altura $Z_1=Z_2=0$ y que la corriente en 2, es decir a la entrada del tubo de pitot es cero $V_2=0$ tenemos:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g}$$

De aquí que:

$$P_1 - P_2 = \rho_{hg} h = 13\,600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,6 \text{ m} = 80\,049,6 \text{ Pa}$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho g} = \frac{V_1^2}{2g}$$

$$\frac{80049,6 \text{ Pa}}{1000 \cdot 9,81} = \frac{V_1^2}{2 \cdot 9,81}$$

$$V_1 = 12,65 \text{ m/s}$$

$$V_1 = 12,65 \text{ m/s}$$

3.3. Problemas propuestos

1. En la figura 3.5 se muestra un sifón que se utiliza para sacar agua de una piscina. El conducto que conforma el sifón tiene un diámetro interior de 40 mm y termina con una boquilla de 25 mm de diámetro interior. Suponiendo que no hay perdidas de energía en el sistema, calcule el flujo a través de sifón y la presión en los puntos B, C, D y E.

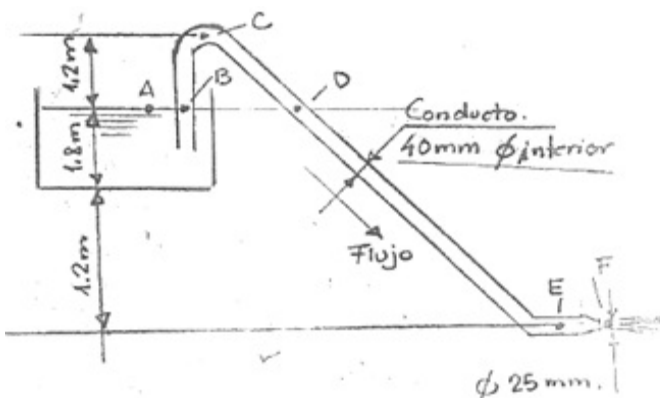


Figura 3.5. Sifón.

Solución

$$Q=3,76 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}, P_B=P_D=-4\,500 \text{ Pa}, P_C=-16\,272 \text{ Pa}, P_E=24\,930 \text{ Pa}$$

2. En una tubería de diámetro $D=50 \text{ mm}$ se ha colocado delante de la válvula un manómetro (Figura 3.6). Estando cerrada la válvula, el manómetro indica una presión igual a 6 at. Cuando la válvula está abierta la lectura disminuye hasta 2 at. Determinar el gasto de agua en la tubería.

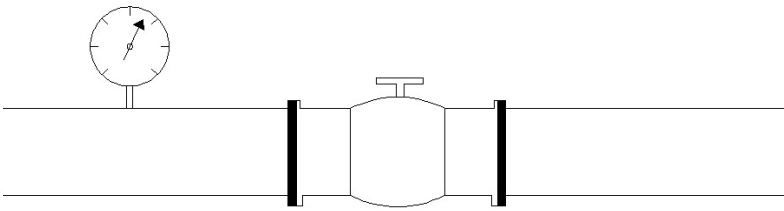


Figura 3.6. Esquema de análisis.

Solución

Escribiendo la ecuación de Bernoulli para la superficie libre en el depósito donde la presión es constante y para la sección en que está puesto el manómetro, obtenemos que $Q=55 \text{ l/s}$.

3. Determinar la rarificación de aire (en mm c.m) en la sección estrecha de la boquilla adicional de aire del carburador del motor del avión (Figura 3.7), si el aire se aspira directamente de la atmósfera a la altura cero ($Q=0,15 \text{ m}^3/\text{s}$). El diámetro de la sección estrecha de la boquilla adicional de aire es $D=40 \text{ mm}$, el diámetro del pulverizador de gasolina es $d=10 \text{ mm}$ y

$$\gamma=1,29 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

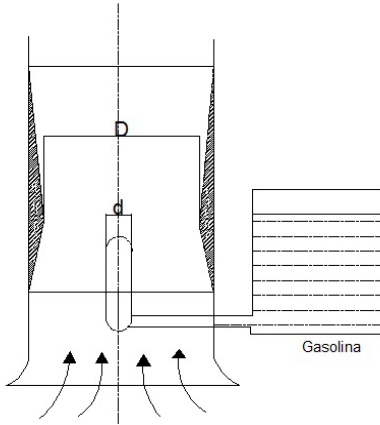


Figura 3.7. Carburador del motor de avión.

Solución

La magnitud de la rarificación (vacío) es igual a 78,5 mm c.m.

4. Determinar la velocidad de afluencia de agua en la boquilla de la manga contra incendio y trazar la línea piezométrica a lo largo de la tubería sin considerar las pérdidas. Altura de carga $H=5$ m, diámetros $d_1=20$ mm, $d_2=15$ mm, $d_3=10$ mm.

Solución

$$v_3 = 9,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Capítulo IV. Teoría de Semejanzas

4.1. Números adimensionales

El uso de los modelos y la confianza en los estudios sobre los mismos, han aumentado constantemente a través de la era de la ingeniería moderna; el ingeniero aeronáutico obtiene información a partir de pruebas de modelos en el túnel de viento; el ingeniero mecánico prueba modelos de turbinas y bombas. El uso de modelos tiene una justificación económica, un modelo cuesta poco, por ser pequeño en comparación con el prototipo para el cual se construye, y sus resultados pueden reflejarse en ahorros en muchas ocasiones.

El número de Reynolds: el número de Reynolds $VD\rho/\mu$ es la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas viscosas. Un número de Reynolds crítico distingue entre los diferentes regímenes de flujo, tales como laminar o turbulento en tuberías, en la capa límite, o alrededor de objetos sumergidos. El valor particular depende de la situación. En flujo compresible, el número de Mach generalmente es más importante que el número de Reynolds.

El número de Froude: el número de Froude $VL\sqrt{g}/\sqrt{\rho A}$, cuando se eleva al cuadrado y se multiplica y se divide por ρA , es una relación de las fuerzas dinámicas (o inerciales) con respecto a las fuerzas gravitacionales. Con un flujo a superficie líquida libre (donde l se reemplaza por y , la profundidad) la naturaleza del flujo depende de si el número de Froude es mayor o menor que la unidad. Este número es útil en cálculos de resalto hidráulico, en el diseño de estructuras hidráulicas y de barcos.

El número de Weber: el número de Weber $V^2 l \rho / \sigma$ es la relación de las fuerzas inerciales con respecto a las fuerzas de tensión superficial. Este es importante en interfaces gas-líquido o líquido-líquido y también donde estas interfaces se encuentran en contacto con una frontera.

El número de Mach: la velocidad del sonido en un líquido se escribe como $\sqrt{K/\rho}$ si K es el módulo de elasticidad volumétrica o

$c = \sqrt{kRT}$ donde k es la relación de calor específico y T la temperatura absoluta para un gas perfecto. V/c o $VL\sqrt{(K/\rho)}$ es el número de Mach. Es una medida de la relación entre las fuerzas inerciales y las fuerzas elásticas.

4.2. Problemas resueltos

Problema 1

Un modelo de submarino a escala de 1:15 va a ser ensayado en un canal hidrodinámico de agua salada. Si el submarino se mueve a una velocidad de 12 mph. ¿A qué velocidad deberá ser arrastrado el modelo para que exista semejanza dinámica?

Datos

Escala: 1:15

Agua salada

v_p : 12 mph

Igualando los números adimensionales y despejando la velocidad del modelo tenemos:

$$Re_p = Re_m$$

$$\left(\frac{F_i}{F_v}\right)_p = \left(\frac{F_i}{F_v}\right)_m$$

$$\left(\frac{v * l}{\nu}\right)_p = \left(\frac{v * l}{\nu}\right)_m$$

$$v * l = v * l_m$$

$$120 \text{ mph } l = v_m * \frac{l_m}{15}$$

$$v_m = 180 \text{ mph}$$

Si las viscosidades fueran diferentes

$$\left(\frac{v * l}{v_{\text{agua}}}\right)_p = \left(\frac{v * l}{15 v_{\text{agua}}}\right)_m$$

$$v_m l v_{\text{agua}} = 15 v l v_{\text{agua} m}$$

$$v_m = \frac{15 v_{\text{agua}} v l}{l v_{\text{agua} p}} = \frac{15 v v_{\text{agua} m}}{v_{\text{agua} p}}$$

Problema 2

A través de una tubería de 60 cm de diámetro está circulando aire a 20 °C a una velocidad media de 2,0 m/s. ¿Cuál debe ser el diámetro de la tubería que a transportar agua a 15 °C y a una velocidad de 1,22 m/s de lugar a un flujo dinámicamente semejante?

Datos

Øt : 60 cm

Aire 20°C $\nu = 1,448 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$

$v_{\text{aire}} = 2,0 \text{ m/s}$

Agua 15 °C $\nu = 1,142 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

$v_{\text{agua}} = 1,22 \text{ m/s}$

$Re_p = Re_m$

$$\left(\frac{v * d}{\nu}\right)_p = \left(\frac{v * d}{\nu}\right)_m$$

$$\left(\frac{2 \frac{\text{m}}{\text{s}} * 0,6\text{m}}{1,488 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}}\right)_p = \left(\frac{1,22 \frac{\text{m}}{\text{s}} * d}{1,142 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}}\right)_m$$

$d = 0,075 \text{ m} = 7,5 \text{ cm}$

Problema 3

Un barco cuyo casco tiene una longitud de 140 m ha de moverse a 7,50 m/s.

- Calcular el número de Froude.
- Para la semejanza dinámica ¿A qué velocidad debe remolcarse en agua un modelo construido a una escala 1:30?

Cálculo del número de Froude

$$F = \frac{v}{\sqrt{l * g}} = \frac{7,5 \text{ m/s}}{\sqrt{140 \text{ m} * 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0,2$$

$$\left(\frac{v}{\sqrt{l * g}} \right)_p = \left(\frac{v}{\sqrt{l * g}} \right)_m$$

$$\left(\frac{7,5}{\sqrt{140 * 9,81}} \right)_p = \left(\frac{v}{\sqrt{\frac{140}{30} * 9,81}} \right)_m$$

$$v = 1,37 \text{ m/s}$$

4.3. Problemas propuestos

- Un aceite de viscosidad cinemática $4,70 * 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ va a utilizarse en un prototipo en el que son fuerzas predominantes las debidas a la viscosidad y a la gravedad. También se desea experimentar sobre un modelo a escala 1:5. ¿Qué valor debe tener la viscosidad del líquido del modelo para que tanto el número de Froude como el de Reynolds sean iguales en modelo y prototipo?
- El modelo de un recipiente se vacía en 4 minutos al abrir una compuerta de tajadera. El modelo está construido a una escala 1:225. ¿Cuánto tiempo tardara en vaciarse el prototipo?
- La resistencia medida en agua dulce, presentada a un modelo de barco de 2,50 m, moviéndose a una velocidad de 2,0 m/s, fue de 4,40 kg.
 - ¿Cuál será la velocidad del prototipo de 40 m?
 - ¿Cuál será la fuerza necesaria para mover a esta velocidad el barco en agua salada?

Capítulo V. Teoría de la capa límite

5.1. Casos Prácticos.

La teoría de la capa límite fue introducida por Prandtl. Esta teoría establece que, para un fluido en movimiento, toda la pérdida por fricción tiene lugar en una delgada capa adyacente al contorno del sólido (llamada capa límite), y que el flujo exterior a dicha capa puede considerarse como carente de viscosidad. La distribución de velocidades en la zona próxima al contorno es influida por la tensión cortante en el contorno. En general, la capa límite es muy delgada en la parte de aguas arriba del contorno y va aumentando su espesor hacia aguas abajo por la acción continuada de las tensiones cortantes.

Para números de Reynolds bajos, toda la capa límite es gobernada por la acción de las fuerzas viscosas y en su interior el flujo es laminar. Para valores intermedios, la capa límite es laminar cerca de la superficie del contorno y turbulenta en las zonas algo más alejadas, y para valores muy elevados, la capa límite es totalmente turbulenta.

Placas Planas: En el caso de una placa plana de L m de longitud, mantenida paralelamente al movimiento relativo del fluido, se aplican las siguientes ecuaciones.

- 1. Capa límite laminar** (hasta números de Reynolds alrededor de 500.000)

Coeficiente de resistencia medio

$$C_D = \frac{1,328}{\sqrt{Re}} = \frac{1,328}{\sqrt{VL/v}} \quad (5.1)$$

El espesor de la capa límite δ a una distancia genérica x viene dada por

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5,20}{\sqrt{Re_x}} = \frac{5,20}{\sqrt{Vx/v}} \quad (5.2)$$

Tensión cortante τ_o ; se calcula por

$$\tau_o = 0,33\rho V^{3/2}\sqrt{\nu/x} = 0,33\left(\frac{\mu V}{x}\right)\sqrt{Re_x} = \frac{0,33\rho V^2}{\sqrt{Re_x}} \quad (5.3)$$

Donde

V = velocidad de aproximación del fluido al contorno (velocidad no perturbada).

x = distancia al borde de ataque.

L = longitud total de la placa.

Re_x = número de Reynolds local para la distancia x .

Como ponen de manifiesto las fórmulas dadas, el espesor de la capa límite es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud x y la raíz cuadrada de la viscosidad cinemática e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de la velocidad. Análogamente, la tensión cortante en la superficie del contorno τ_o es directamente proporcional a la raíz cuadrada del producto de ρ y μ a la potencia de tres medios de V e inversamente proporcional a la raíz cuadrada de x .

2. Capa límite turbulenta (contorno liso)

a. Coeficiente de resistencia medio

$$C_D = \frac{1,328}{Re^{0,20}} \text{ para } 2 \cdot 10^5 < Re < 10^7 \quad (5.4)$$

b. El espesor δ de la capa límite se calcula mediante

$$\frac{\delta}{x} = \frac{5,20}{\sqrt{Re_x^{0,20}}} \text{ para } 5 \cdot 10^4 < Re < 10^6 \quad (5.5)$$

c. La tensión cortante en la pared se estima por

$$\tau_o = \frac{0,023\rho V^2}{(\delta V/\nu)^{1/4}} = 0,0587 \frac{V^2}{2} \rho \left(\frac{\nu}{xV}\right)^{1/5} \quad (5.6)$$

3- Capa límite en la transición: De laminar a turbulenta sobre la placa (Re de 500.000 a 20 000.000 aproximadamente)

a. Coeficiente de resistencia medio

$$C_D = \frac{0,455}{(\lg Re)^{2,58}} - \frac{1.700}{Re} \quad (5.7)$$

5.2. Problemas resueltos

Problema 1

Una placa regular lisa de 1,2 m x 24,4 m se mueve a través de una masa de agua a 20 °C en la dirección de su longitud. La resistencia sobre la placa a ambos lados es de 8,0 kN. Determinar:

- La velocidad de la placa.
- El espesor de la capa límite en el borde de salida.
- La longitud X_c de la capa límite si en el borde de ataque reinan las condiciones laminares.

Para la longitud de la placa y el fluido agua puede considerarse como buena la hipótesis de flujo turbulento del diagrama G (Giles, Evett & Liu, 1994).) tenemos:

$$C_d = 0,002$$

$$F_R = 2C_D \rho A \frac{V^2}{2}$$

$$8 \text{ kN} = 2 * 0,002 * 1 * (1,2 \times 24,4) V^2$$

$$V^2 = \frac{0,273}{C_D} = 11,7 \text{ m/s}$$

Determinación del N^0 de Reynolds

$$Re = \frac{V * l}{\nu} = \frac{11,7 * 24,4}{9,48 \cdot 10^{-7}} = 2,8 \cdot 10^8$$

Se determina nuevamente el valor de C_d

$$C_d = \frac{0,445}{[\log(2,9 \cdot 10^8)^{2,58}]} = 0,00184$$

Por tanto

$$V=12,2 \text{ m/s}$$

b) Cálculo del espesor de la capa límite

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0,22}{Re^{0,167}}$$

$$\delta = \frac{0,22 * 24,4}{(3,03 \cdot 10^8)^{0,167}} = 0,206 \text{ m}$$

c) Suponiendo que el N° de Reynolds crítico es igual a 500.000 en el límite de la zona de transición

$$Re_c = \frac{Vx_c}{\nu}$$

$$500.000 = \frac{12,2 x_c}{9,84 \cdot 10^{-7}}$$

$$x_c = 0,04 \text{ m}$$

5.3. Problemas propuestos

1. Una placa lisa de 3,05 m por 1,22 m se mueve a través del aire (15,6°C) con una velocidad relativa de 1,22 m/s, manteniéndose el movimiento paralelo a su superficie y a su longitud. Para condiciones laminares, calcular el espesor de la capa límite en el centro de la placa y en el borde de salida.

Solución

$$\delta_1=22,3 \text{ mm (centro de la placa)}, \delta_2=31,5 \text{ mm (borde de salida)}.$$

Capítulo VI. Flujo de Fluidos en tubos

6.1. Problema resuelto integrador

La siguiente instalación Figura 6.1 se emplea para elevar agua a $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ y un caudal Q de $100\text{ m}^3/\text{h}$ a un depósito, donde se almacena para su posterior utilización en procesos industriales. Se desea construir la curva característica del sistema de tuberías.

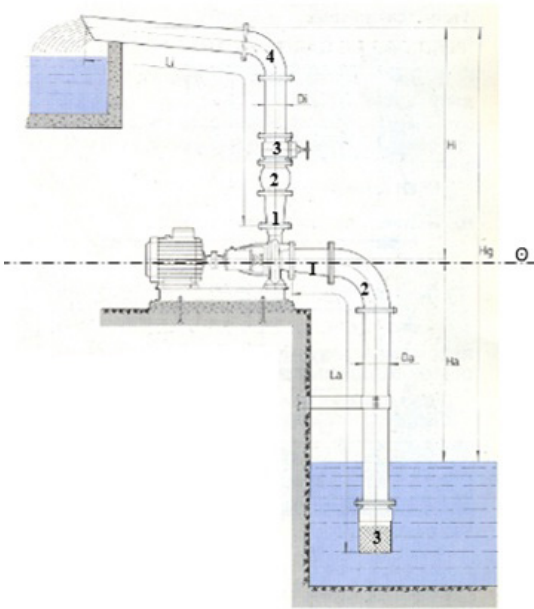


Figura 6.1. Esquema de análisis.

Datos

Longitud de impulsión $L_i=215\text{ m}$

Longitud de aspiración $L_a=7\text{ m}$

Diámetro tubería impulsión $D_i=125\text{ mm}$

Diámetro tubería aspiración $D_a=150\text{ mm}$

Caudal $Q= 100\text{ m}^3/\text{h}$

Accesorios de aspiración

1. Cono difusor excéntrico
2. Codo 90°
3. Válvula de pie.

Accesorios de impulsión

1. Cono difusor concéntrico
2. Válvula de retención
3. Válvula de compuerta
4. Codo de 45°

Ambas tuberías son de acero comercial

Aplicando la ecuación de Bernoulli para el sistema de referencia indicado

$$\frac{P_1}{\rho g} - Z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + H_b = \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_f$$

Como $P_1=P_2=0$ por ser presiones atmosféricas

$$\frac{V_1^2}{2g} = 0 \text{ Tanque de grandes dimensiones}$$

$$H_b = Z_2 + Z_1 + \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_f \quad (\text{Ec. 1})$$

Donde

$$\sum h_f = \sum_1^2 h_{fT.asp} + \sum_1^2 h_{fT.desc}$$

Determinación de las pérdidas del tramo de aspiración

$$\sum_1^2 h_{fT.asp} = \sum_1^2 h_{f\text{tramo_recto}} + \sum_1^2 h_{f\text{accesorios}}$$

$$\sum_1^2 h_{f_{\text{tramo_recto}}} = \lambda \frac{L}{d} * \frac{V^2}{2g}$$

Para la determinación del coeficiente de fricción

Cálculo del número de Reynolds

$$R_e = \frac{\rho v d}{\mu}$$

De las tablas de propiedades del líquido tenemos:

$$T=30\text{ }^{\circ}\text{C} \quad \mu=0,8\text{ cP} \quad \rho=995,7\text{ kg/m}^3$$

De la ecuación de continuidad

$$Q = A * V$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0,0277\text{ m}^3/\text{s}}{\frac{\pi * 0,15^2}{4}} = 1,56\text{ m/s}$$

$$R_e = \frac{\rho v d}{\mu} = \frac{995,7\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 1,56\frac{\text{m}}{\text{s}} * 0,15\text{ m}}{0,8 * 10^{-3}\text{ Pa}\cdot\text{s}}$$

$R_e=291\ 242,3$ Estamos en presencia de régimen turbulento.

Según el material de la tubería la rugosidad superficial es de $\varepsilon=0,2\text{ mm}$

Determinación de la rugosidad relativa

$$\xi = \frac{\varepsilon}{d} = \frac{0,2\text{ mm}}{150\text{ mm}} = 0,00133$$

Por tanto entrando al Diagrama de Moody con $R_e=291\ 242,3$ y $\xi=0,00133$ para un régimen turbulento

$$\lambda=0,021$$

Dejando la expresión de la pérdida en función del caudal tenemos:

$$\sum_1^2 h_{f_{\text{tramo_recto_asp}}} = 0,021 \frac{7 \text{ m}}{0,15 \text{ m}} * \frac{Q^2}{\frac{2*9,81*\pi^2*0,15^4}{16}}$$

$$\sum_1^2 h_{f_{\text{tramo_recto_asp}}} = 163,3 Q^2$$

$$\sum_1^2 h_{f_{\text{accesorios_asp}}} = \xi * \frac{V^2}{2g}$$

Pérdidas en los accesorios de aspiración.

1. Cono difusor excéntrico $\xi=0,09$
2. Codo 90° $\xi=0,6$
3. Válvula de pie. $\xi=2$

$$\sum \xi_{\text{accesorios}} = 2,69$$

Procediendo de manera análoga tenemos:

$$\sum_1^2 h_{f_{\text{accesorios_asp}}} = 163,3 Q^2 \sum \xi_{\text{accesorios}}$$

$$\sum_1^2 h_{f_{\text{accesorios_asp}}} = 439 Q^2$$

Determinación de las pérdidas del tramo de impulsión

$$\sum_1^2 h_{f_{T.\text{imp}}} = \sum_1^2 h_{f_{\text{tramo_recto}}} + \sum_1^2 h_{f_{\text{accesorios}}}$$

$$\sum_1^2 h_{f_{\text{tramo_recto}}} = \lambda \frac{L}{d} * \frac{V^2}{2g}$$

Para la determinación del coeficiente de fricción

Cálculo del número de Reynolds

$$R_e = \frac{\rho v d}{\mu}$$

De las tablas de propiedades del líquido tenemos:

$$T=30\text{ }^{\circ}\text{C} \quad \mu=0,8\text{ cP} \quad \rho=995,7\text{ kg/m}^3$$

De la ecuación de continuidad

$$Q = A * V$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{0,0277\text{ m}^3/\text{s}}{\frac{\pi * 0,125^2}{4}} = 2,25\text{ m/s}$$

$$R_e = \frac{\rho v d}{\mu} = \frac{995,7\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 2,25\frac{\text{m}}{\text{s}} * 0,125\text{ m}}{0,8 * 10^{-3}\text{Pa} \cdot \text{s}}$$

$R_e=350\ 050,8$ Estamos en presencia de régimen turbulento

Según el material de la tubería la rugosidad superficial es de $\varepsilon=0,2\text{ mm}$

Determinación de la rugosidad relativa

$$\xi = \frac{\varepsilon}{d} = \frac{0,2\text{ mm}}{125\text{ mm}} = 0,0016$$

Por tanto entrando al diagrama de Moody con $R_e=350\ 050,8$ y $\xi=0,0016$ para un régimen turbulento

$$\lambda=0,023$$

Dejando la expresión de la pérdida en función del caudal tenemos:

$$\sum_1^2 h_{f\text{tramo_recto_imp}} = 0,023 \frac{215\text{ m}}{0,125\text{ m}} * \frac{16 Q^2}{\frac{2 * 9,81 * \pi^2 * 0,125^4}{\square}}$$

$$\sum_1^2 h_{f\text{tramo_recto_imp}} = 13\ 388,6 Q^2$$

Pérdidas en los accesorios de impulsión

1. Cono difusor concéntrico. $\xi=0,152$

1. Válvula de retención. $\xi=2$

1. Válvula de compuerta. $\xi=0,9$

1. Codo de 45° $\xi=0,35$

$$\sum \xi_{\text{accesorios}} = 3,4$$

Procediendo de manera análoga tenemos:

$$\sum_1^2 h_{f_{\text{accesorios_imp}}} = \frac{Q^2}{2gA^2} \sum \xi$$

$$\sum_1^2 h_{f_{\text{accesorios_imp}}} = \frac{16Q^2}{2 * 9,81 * \pi^2 * d^4} = \frac{16Q^2}{2 * 9,81 * \pi^2 * 0,125^4}$$

$$\sum_1^2 h_{f_{\text{accesorios_imp}}} = 338Q^2 \sum \xi$$

$$\sum_1^2 h_{f_{\text{accesorios_imp}}} = 1150,6 Q^2$$

Entonces de la Ec.1

$$H_b = Z_2 + Z_1 + \frac{V_2^2}{2g} + \sum h_f \quad (\text{Ec.1})$$

$$H_b = 32 \text{ m} + 5 \text{ m} + 338 Q^2 + 13 388,6 Q^2 + 1150,6 Q^2 + 163,3 Q^2 + 439 Q^2$$

$$H_b = 37 + 15 472,2 Q^2$$

Construyendo la característica del sistema con ayuda del Excel dado los valores en la Tabla 1.

Tabla 1. Valores para la construcción de la curva característica del sistema de tuberías.

Caudal (m³/h)	Carga H(m)
20	37,47 8
40	38,910
60	41,298
80	44,641
100	48,938
120	54,191

La figura 6.2 muestra la representación de la carga estática y dinámica del sistema de tuberías del problema anterior.

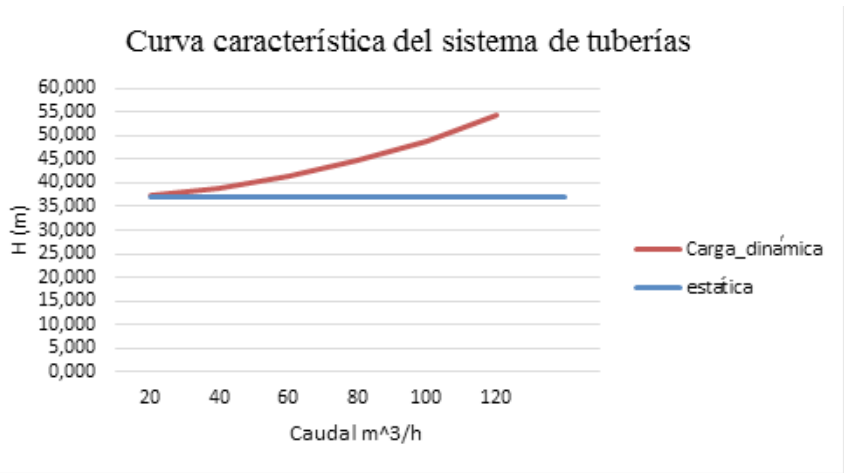


Figura 6.2. Curva característica del sistema de tuberías.

Fuente: Elaboración propia.

6.2. Problemas propuestos

1. La Figura 6.3 muestra un esquema de un sector de aspiración del conducto de aceite en un avión. Determinar la presión absoluta del aceite a la entrada de la bomba, siendo: la altura de vuelo $H=8$ km (presión atmosférica: 266,8 mm c.m), el gasto del aceite $Q=1,25$ l/s, el diámetro del tubo $d=40$ mm, la longitud $l=1,5$ m, la temperatura del aceite 60°C , el coeficiente de resistencia de la llave $\xi=2,0$ y $\gamma_{ac}=860 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$ y la altura $h=1,0$ m. La presión del aire en el depósito es igual a la atmosférica.

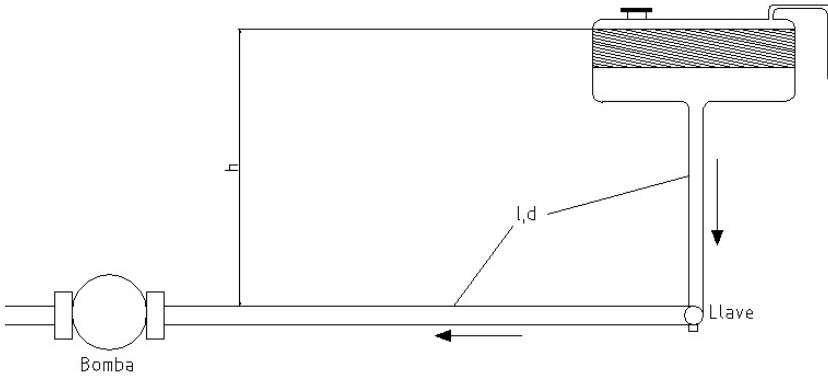


Figura 6.3. Esquema de un sector de aspiración del conducto de aceite en un avión.

Solución

Aplicando Bernoulli para el movimiento del aceite desde el depósito hasta la bomba y tomando en consideración las pérdidas de altura de carga y el coeficiente de coriolis $p = 4050 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2}$

- La bomba aspira el agua del depósito A por un tubo de diámetro $d=20 \text{ mm}$ en una cantidad $Q=1 \text{ l/s}$. La longitud total del tubo de aspiración es $l=10 \text{ m}$. La temperatura del agua es 60°C lo que corresponde a la presión de formación del vapor $p_t=0,2 \text{ at}$. Despreciando las resistencias locales y aceptando el coeficiente $\lambda=0,02$ determinar la altura máxima admisible de aspiración H_{asp} a condición de que la presión absoluta del agua a la entrada en la bomba supere en 1 m c.a a la presión de formación de vapor.

Solución

$$H_{\text{asp}} = 1 \text{ m}$$

Conclusiones

1. La obra cuenta con seis temas donde cada uno de ellos parte de una teoría básica de carácter general de base para la solución del conjunto de problemas resueltos y propuestos.
2. Se desarrollaron un número de problemas partiendo de la metodología seguida en clases con el fin de lograr en los estudiantes la habilidad en la solución de problemas aplicados a la mecánica de los fluidos.
3. El conjunto de problemas propuestos algunos con cierto grado de dificultad permite un mayor aprovechamiento del compendio desde el punto de vista del trabajo independiente por parte de los estudiantes.

Referencias bibliográficas

- CRANE Co. (1989). Flujo de fluidos en válvulas, accesorios y tuberías. México: Mc- Graw-Hill.
- Giles, R. V., Evett, J. B., & Liu, C. (1994). Mecánica de los Fluidos e Hidráulica. Madrid: Mc- Graw-Hill.
- Howell R, J. & Buckius, O. R. (1990). Principios de termodinámica para Ingeniería. México: Mc- Graw-Hill.
- Mataix, C. (1986). Mecánica de los Fluidos y Máquinas Hidráulicas (segunda). Madrid: Ediciones del Castillo.
- Mott, R. L. (2006). Mecánica de los Fluidos (sexta edición). México: Pearson Education.
- Streeter, V. L., Wylie, E. B., & Bedford, K.W. (2008). Mecánica de Fluidos (Novena Edición, Vol. 1). México: Mc- Graw-Hill.
- Vennard, J. K., & Street, R. L. (1983). Elementos de Mecánica de Fluidos. México: CECSA.

Apéndices

Simbología

ρ .- Densidad de la sustancia (kg/m^3)	Σh_{1-2} .- Pérdida de carga (m)
M_o .- Masa de la sustancia (kg)	Z.- Altura geométrica de presión (m)
V.- Volumen (m^3)	L1.- Longitud de tubería de impulsión (m)
W.- Peso de la sustancia (N)	La.- Longitud de tubería de aspiración (m)
γ .- Peso específico (N/m^3)	H_b .- Carga de la bomba (m)
δ .- Densidad relativa	ϵ .- Rugosidad relativa (mm)
β .-Coeficiente de compresión volumétrica (m^2/N)	ξ .- Coeficiente de Resistencia en los accesorios
	λ .-Coeficiente de fricción en tramo recto
V_o .- Volumen inicial (m^3)	ν .- Viscosidad dinámica ($\frac{\text{N.s}}{\text{m}^2}$)
β_t .- Coeficiente de expansión volumétrica (1/grad)	
K.- Módulo volumétrico de elasticidad (N/m^2)	
T.- Temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	
ΔT .- Variación de temperatura ($^{\circ}\text{C}$)	
ν .- Viscosidad cinemática (m^2/s)	
d.- Diámetro (m)	
l.- Litros (l)	
L.- Longitud (m)	
P.- Presión (Pa)	
F.- Fuerza (N)	
A.- Área (m^2)	
Z.- Altura geométrica (m)	
Q.- Caudal (m^3/s)	
a.- Aceleración (m/s^2)	

Sistemas de Unidades

Al iniciar el estudio de la Mecánica de los Fluidos es necesario realizar un recordatorio de los Sistemas de Unidades. En los estudios de Física y otras asignaturas básicas específicas el estudiante ha trabajado con dimensiones y unidades, pero la experiencia demuestra que, insuficiencias en su conocimiento y aplicación, lleva a errores conceptuales inaceptables en el campo de la ingeniería.

El desarrollo histórico de la ciencia en diferentes países, ha hecho que en la actualidad coexistan varios sistemas de unidades, ellos son:

- Sistema Inglés (Usado en Inglaterra, Estado Unidos y países en la esfera de influencia de la ciencia y la ingeniería).
- Sistema Giorgi¹ o Sistema MKS (metro, kilogramo, segundo) (Usado en Países Europeos tales como Alemania, Rusia, España, Francia, y países en la esfera de influencia de la ciencia y la ingeniería). Una variedad de este sistema usado desde la antigüedad por los físicos es el Sistema Cegesimal (centímetro, gramo, segundo), donde sus unidades son submúltiplos del sistema MKS.
- Sistema Técnico, similar al sistema MKS y usado por los mismos países, donde la diferencia fundamental está dada en que la fuerza es una unidad básica y la masa es una unidad derivada, contrario a lo que ocurre en el sistema Giorgi o MKS.
- Sistema Internacional (SI). Es una extensión y perfeccionamiento del sistema Giorgi o MKS y en la actualidad es adoptado por la mayoría de los países a nivel mundial. En Cuba es el sistema vigente según “decreto-ley 62 adoptado en 1960 y se establece con carácter obligatorio el uso del Sistema Internacional de Unidades”.

¹ Giovanni Giorgi. ☆27/11/1871 ✎ 19/08/1950. Ingeniero electricista italiano. En 1901 propuso a la Asociación Electrotécnica Italiana el sistema de unidades que lleva su nombre. Fue adoptado en 1935 por la Comisión Electrotécnica Internacional (IEC) como sistema MKSΩ (metro, kilogramo, segundo, ohmio) y es el origen del actual Sistema Internacional de Unidades. Fue profesor de Física y Matemática en la Universidad de Roma y desde 1935 profesor de Ingeniería Eléctrica.

Dado que en nuestra región los sistemas más utilizados son el Sistema Técnico y el Sistema Internacional, el análisis de las unidades será referido a ambos sistemas. Todos los sistemas de unidades a los que se ha hecho referencia se basan en la segunda ley de Newton.

Realizando el análisis para el sistema técnico la fuerza del mismo queda dada por la ecuación (1.1)

$$F = m \cdot a$$

La definición del kilogramo fuerza (kilopondio), es la fuerza ejercida sobre una masa de 1 kg masa por la gravedad estándar en la superficie terrestre. La aceleración gravitatoria se considera de $9,80665 \text{ m/s}^2$.

Sustituyendo valores en la ecuación (1.1)

$$1 \text{ kgf (kp)} = 1 \text{ kgmasa} \cdot 9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9,80665 \frac{\text{kg masa} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

Observe que el sistema técnico es un sistema gravitacional, depende de la aceleración gravitatoria ($9,80665 \text{ m/s}^2$). Es además un sistema no coherente porque la fuerza y la masa son unitaria, pero no lo es la aceleración gravitatoria. Para lograr que sea un sistema coherente, es necesario definir una unidad de masa, que sin modificar la magnitud de la fuerza, pueda hacer unitaria la aceleración.

La ecuación (1.2) se transforma en la ecuación (1.3).

$$1 \text{ kgf (kp)} = 9,80665 \text{ kgmasa} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9,80665 \frac{\text{kg masa} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

La masa comprendida en la ecuación (1.3) de $9,80665 \text{ kgmasa}$ se denomina Unidad Técnica de Masa (UTM).

En el sistema técnico, las unidades fundamentales son la fuerza (kilogramo fuerza o kilopondio); la longitud (m) y el tiempo (s). La masa es una unidad derivada (Unidad Técnica de Masa) (UTM) y sus unidades son:

$$m = \frac{F}{a}$$

$$m = \frac{\frac{\text{kgf}}{m}}{\frac{m}{s^2}} = \frac{\text{kgf} \cdot s^2}{m} = \text{UTM}$$

El Sistema Internacional al igual que el Giorgi es un sistema no gravitacional, por lo cual es un sistema absoluto, ya que no depende del valor de la aceleración gravitatoria y a la vez es un sistema coherente, dado que todas sus magnitudes básicas son unitarias.

En el Sistema Internacional (SI), las unidades fundamentales son, la masa (kilogramo); la longitud (m) y el tiempo (s). La fuerza es una unidad derivada y sus unidades son:

$$1 \text{ Unidad de Fuerza} = 1 \text{kgmasa} * 1 \frac{m}{s^2} = 1 \frac{\text{kg masa} \cdot m}{s^2}$$

En honor a Sir Isaac Newton² la unidad de fuerza en el Sistema Internacional (SI) es nombrado Newton y es representa por (N). Ecuación (1.7)

$$1 \text{ Newton} = 1 \text{kgmasa} * 1 \frac{m}{s^2} = 1 \frac{\text{kg masa} \cdot m}{s^2}$$

Dado que ambos sistemas de unidades trabajan con una unidad denominada kilogramo, es necesario tener muy claro cuando dicha unidad corresponde a unidades de fuerza (Sistema Técnico) y cuando a unidades de masa (Sistema Internacional). Es frecuente cometer el error de trabajar la fuerza en kilogramos fuerza o kilopondio y considerar la masa en kilogramos, cuando realmente le corresponde como unidad de masa la Unidad Técnica de Masa (UTM), la cual es una masa 9,81 veces mayor que la del kilogramo.

2 Isaac Newton. ☆4/01/1643 † 31/03/1727. Físico, filósofo, teólogo, inventor, alquimista y matemático inglés. Autor de los Philosophiæ naturalis principia mathematica, más conocidos como los Principia, donde describió la ley de la gravitación universal y estableció las bases de la mecánica clásica mediante las leyes que llevan su nombre. Entre sus otros descubrimientos científicos destacan los trabajos sobre la naturaleza de la luz y la óptica y el desarrollo del cálculo matemático.

Prefijos usados en el Sistema Internacional

Prefijo	Símbolo	Valor (10 ⁿ)
yotta	Y	10 ²⁴
zetta	Z	10 ²¹
exa	E	10 ¹⁸
peta	P	10 ¹⁵
tera	T	10 ¹²
giga	G	10 ⁹
mega	M	10 ⁶
kilo	k	10 ³
hecto	h	10 ²
deca	da	10 ¹
unidad	ninguno	1
deci	d	10 ⁻¹
centi	c	10 ⁻²
mili	m	10 ⁻³
micro	μ	10 ⁻⁶
nano	n	10 ⁻⁹
pico	p	10 ⁻¹²
femto	f	10 ⁻¹⁵
atto	a	10 ⁻¹⁸
zepto	z	10 ⁻²¹
yocto	y	10 ⁻²⁴

Conversiones de unidades

La existencia de diferentes sistemas de unidades obliga a convertir de un sistema a otro. Es aconsejable para su vida estudiantil y profesional, disponer de alguno de los convertidores digitales existente en la red de la facultad de ingeniería.

Para facilitar la solución de los problemas propuestos se añaden algunas conversiones de unidades frecuentes en el campo de la mecánica de los fluidos.

$$1 \text{ kg}_{\text{fuerza}} \text{ (kilopondio kp)} = 9,80665 \text{ N}$$

$$1 \text{ UTM (unidad técnica de masa)} = 9,80665 \text{ Kg}_{\text{masa}}$$

$$1 \text{ kgm (kilográmetro)} (\text{kg}_{\text{fuerza}} * \text{metro}) = 9,80665 \text{ Joule (J)} = (\text{N} * \text{m})$$

$$1 \text{ kg}_{\text{fuerza}} / \text{m}^2 = 9,80665 \text{ Pa (Pascal} = \text{N/m}^2)$$

$$1 \text{ kg}_{\text{fuerza}} / \text{cm}^2 = 98,0665 \text{ kPa (kilo Pascal)}$$

$$1 \text{ kg}_{\text{fuerza}} / \text{cm}^2 = 14,2233 \text{ libras/pulgada cuadrada.}$$

ÍNDICE

Introducción	5
Capítulo I. Propiedades de los fluidos.....	6
1.1. Propiedades de los fluidos	6
1.2. Problemas resueltos.....	10
1.3. Problemas propuestos	17
 Capítulo II. Estática de los Fluidos.....	20
2.1. Estática de los fluidos.....	20
2.2 Problemas resueltos.....	24
2.3. Problemas propuestos.....	32
 Capítulo III. Hidrodinámica y aplicación de la Ecuación de Bernoulli.....	36
3.1. Ley de conservación de la energía.....	36
3.2. Problemas resueltos.....	40
3.3. Problemas propuestos.....	47

Capítulo IV. Teoría de Semejanzas.....50

4.1. Números adimensionales.....50

4.2. Problemas resueltos.....51

4.3. Problemas propuestos.....53

Capítulo V. Teoría de la capa límite.....54

5.1. Casos Prácticos.....54

5.2. Problemas resueltos.....56

5.3. Problemas propuestos.....57

Capítulo VI. Flujo de Fluidos en tubos.....58

6.1. Problema resuelto integrador..... 58

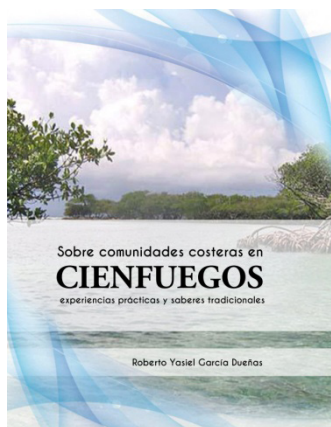
6.2. Problemas propuestos.....64

Conclusiones.....66

Referencias bibliográficas.....67

Apéndices.....68

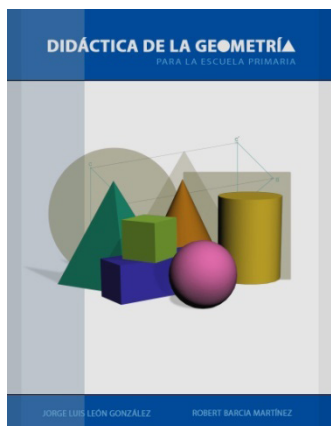
PRÓXIMOS TÍTULOS DE NUESTRA EDITORIAL



Sobre comunidades costeras en Cienfuegos: experiencias prácticas y saberes tradicionales

Roberto Yasiel García Dueñas (Compilador)

ISBN: 978-959-257-444-1



Didáctica de la geometría para la escuela primaria

Jorge Luis León González, Robert Barcia Martínez

ISBN: 978-959-257-448-9



Editorial: "Universo Sur".

Universidad de Cienfuegos. Carretera a Rodas, Km 3 ½.

Cuatro Caminos. Cienfuegos. Cuba.

CP: 59430

La obra Mecánica de los Fluidos. Teoría básica y problemas pretende completar la base bibliográfica con que cuenta la asignatura de Mecánica de los Fluidos I perteneciente a la carrera de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Cienfuegos. En el mismo se desarrolla la metodología para la solución de problemas distribuidos en seis capítulos. Cuenta con un grupo de ejercicios que sirve de soporte para el autoestudio, la mayor parte de estos con carácter práctico aplicados a la solución de problemas de la ingeniería.



ISBN: 978-959-257-442-7



9 789592 574427