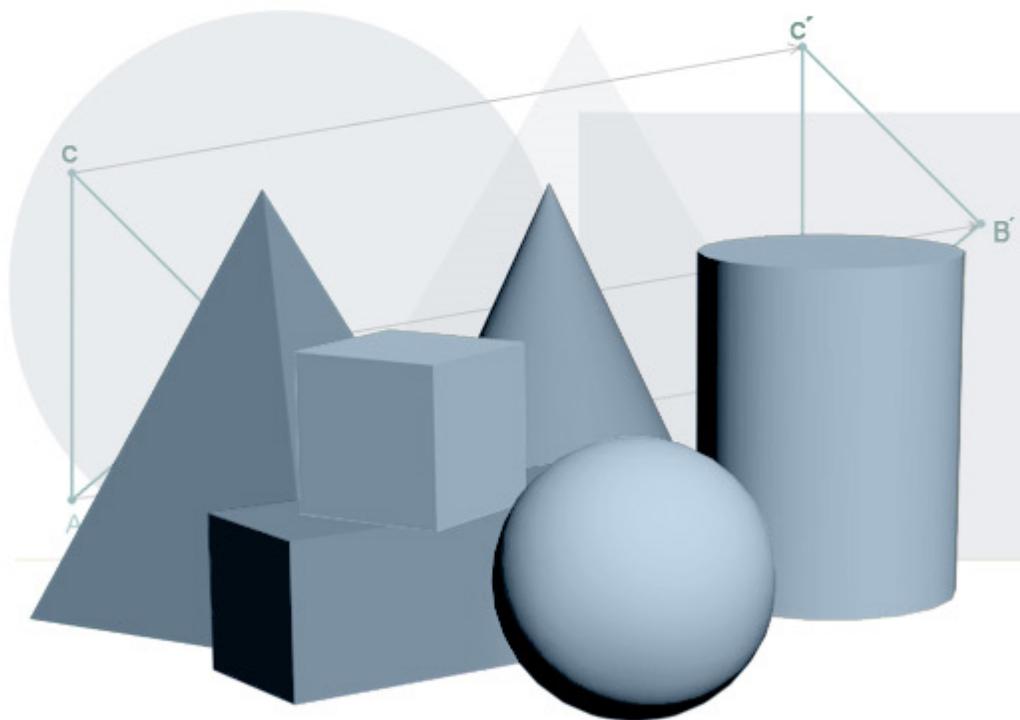


FUNDAMENTOS TEÓRICOS  
para el **DESARROLLO**  
de **HABILIDADES**  
**GEOMÉTRICAS**  
en el primer ciclo de la Educación Primaria



JORGE LUIS LEÓN GONZÁLEZ  
ROBERT BARCIA MARTÍNEZ  
TERESA LEÓN ROLDÁN



---

---

*FUNDAMENTOS TEÓRICOS PARA EL DESARROLLO DE  
HABILIDADES GEOMÉTRICAS EN EL PRIMER CICLO DE LA  
EDUCACIÓN PRIMARIA*

---

---

DR. C. JORGE LUIS LEÓN GONZÁLEZ

DR. C. ROBERT BARCIA MARTÍNEZ

DRA. C. TERESA LEÓN ROLDÁN

Diseño de carátula: D.I. Yunisley YBD. Bruno Díaz

Edición: D.I. Yunisley YBD. Bruno Díaz

Corrección: MSc. Alicia Martínez León

Dirección editorial: Dr. C. Jorge Luis León González

Editorial "Universo Sur", 2015

ISBN: 978-959-257-438-0

Podrá reproducirse, de forma parcial o total, el contenido de esta publicación siempre que se haga de forma literal y se mencione la fuente.



Editorial: "Universo Sur".

Universidad de Cienfuegos. Carretera a Rodas, Km 3 ½.

Cuatro Caminos. Cienfuegos. Cuba.

CP: 59430

# ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	7
CAPÍTULO I. EL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN LOS PRIMEROS GRADOS DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA	9
1.1. Concepciones teórico-metodológicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en los primeros grados de la Educación Primaria	9
1.2. Tendencias del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en los primeros grados de la Educación Primaria en otros países	11
1.3. El proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la escuela primaria cubana	12
1.4. El desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria	16
CAPÍTULO II. FUNDAMENTOS TEÓRICOS PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES GEOMÉTRICAS EN EL PRIMER CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA	14
2.1. Principios para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria	14
2.2. Acciones y operaciones para el desarrollo de las habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria	21
2.3. Niveles e indicadores para orientar y evaluar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria	22
2.4. Resultados de la evaluación de la viabilidad de los fundamentos teóricos en el desarrollo de habilidades geométricas en los escolares	25
CONCLUSIONES	26
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	27



## INTRODUCCIÓN

La presente monografía es resultado científico de la investigación realizada por su autor principal, como culminación de su tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. En ella se centra el estudio en una de las principales dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el primer ciclo de la Educación Primaria: el desarrollo de habilidades geométricas (reconocer objetos geométricos, trazar y/o construir y argumentar proposiciones geométricas).

En el estudio se parte de las concepciones teóricas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en la comunidad internacional de Educación Matemática hasta llegar al contexto educativo cubano. En este sentido se analizan autores como Van Hiele (1957); Alsina Catalá, Burgués Flamarich & Fortuny Aymemí (1989) (1991); Hoffer (1990), citado por Galindo (1996); Canals Tolosa (1997); Bressan, Bogisic & Crego (2000); Díaz Godino & Ruíz (2002); Guillén, Figueras & Corberán (2004); Brihuega Nieto (2006); González Quiza & Guillén Soler (2009); Rizo Cabrera (1987); Sabina Fuentes (1996); López Pérez & Prado Pérez (1998); Cabrera Bon (2001); Proenza Garrido (2002); y León Roldán (2007). Al culminar se llega a la conclusión que los fundamentos del proceso son limitados en relación con el desarrollo de habilidades geométricas, desde los primeros grados.

A este resultado se añaden los análisis realizados de la práctica educativa en los operativos del Sistema de Estudios de la Calidad de la Educación (SECE), efectuados a nivel nacional; el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE), llevado a cabo por el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE), de la oficina regional de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO); y los estudios realizados por los investigadores se advierte que las principales dificultades que influyen en el desarrollo de las habilidades geométricas en los escolares se encuentran en el dominio de las propiedades, el establecimiento de relaciones entre conceptos y el reconocimiento de figuras compuestas; mientras que los resultados alcanzados en el sexto grado evidencian como persisten estos problemas al culminar la Educación Primaria.

El estudio de las concepciones teórico-metodológicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria y la situación existente en la práctica educativa permitió definir el término habilidades geométricas y determinar los fundamentos teóricos para su desarrollo, que constituyen el sustento de una estrategia didáctica.

Los autores definen el término habilidades geométricas como un **“tipo de habilidades matemáticas que posibilitan que un individuo, a partir del dominio de acciones**

**y operaciones prácticas e intelectuales, aplique los conceptos y procedimientos geométricos, adquiridos, en la solución creadora de situaciones propias de la materia y/o de la vida práctica”**

Los fundamentos teóricos para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria lo constituyen: principios; acciones y operaciones; niveles e indicadores. En su determinación se tomaron, como base, los aportes de las ciencias filosóficas, sociológicas, psicológicas, pedagógicas y epistemológicas. Se corrobora su viabilidad con el empleo del método Delphi y la aplicación de un cuasiexperimento de series cronológicas de un solo grupo, en el primer ciclo de una de las escuelas del proyecto al que pertenece esta investigación, durante dos cursos escolares; donde se demuestran las potencialidades que tienen para transformar, junto con el resto de los componentes de la estrategia didáctica, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria y contribuir al desarrollo de habilidades geométricas en los escolares.

La actualidad de estos fundamentos se encuentra en la relación que tienen con las transformaciones que, en este contexto, se realizan en la enseñanza de la Matemática en la escuela primaria al tener en cuenta la necesidad de utilizar los conocimientos históricos para la formación de convicciones, valores y actitudes en los escolares; vincular los contenidos geométricos con la vida, otras partes de la Matemática y asignaturas del currículo; realizar actividades prácticas con objetos concretos y otros medios de enseñanza para el desarrollo de habilidades geométricas y el pensamiento geométrico abstracto.



## Capítulo I. El proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en los primeros grados de la Educación Primaria

*“Porque es necesario que los niños no vean, no toquen, no piensen en nada que no sepan explicar”.*

(Martí, 1985)

### 1.1. Concepciones teórico-metodológicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en los primeros grados de la Educación Primaria

En la comunidad internacional de educadores matemáticos el término “Educación Matemática” se utiliza, con frecuencia, como sinónimo de “Didáctica de la Matemática”, para referirse a la disciplina científica, que desde el punto de vista teórico y práctico, estudia los problemas que surgen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y propone nuevas teorías para su transformación.

La Educación Matemática como sistema social, heterogéneo y complejo tiene entre sus componentes o campos: la acción práctica y reflexiva sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; la tecnología que se propone elaborar y utilizar, junto al resto de los materiales y recursos; y la investigación científica, que analiza el funcionamiento del proceso, en su conjunto.

En la Educación Matemática se identifican tres perspectivas: la constructivista, que tiene en los escritos de Piaget su principal fuente; la sociocultural, cuyo marco teórico se fundamenta en las ideas de Vigotsky; y la interaccionista, que parte de las ideas de Blumer. Sin embargo, una y otra se complementan cuando pretenden una Educación Matemática centrada en la adquisición de capacidades, habilidades y valores que le permitan al individuo la actualización constante de sus conocimientos para aplicarlos en el mundo que les rodea.

La Educación Matemática, desde la perspectiva **constructivista** destaca como se construye el conocimiento matemático, a través de la relación del sujeto con el medio y la organización de sus acciones mentales; en la **sociocultural** es considerado un proceso social, que transita, en la actividad, de lo interpsicológico a lo intrapsicológico, apoyado por mediadores e instrumentos; mientras que en la **interaccionista**, desde un punto de vista socioconstructivista, se hace énfasis tanto en los procesos individuales como en los sociales, a través de la participación y negociación.

D'Ambrosio (2005), al observar el futuro, con respecto a la Educación Matemática, reconoce como se dirige hacia su integración con el resto de las áreas del conocimiento, principalmente en los países más desarrollados con

tradición matemática fuerte y economía creciente; lograda, inicialmente, a partir de la relación intramateria.

Desde la concepción pedagógica la Educación Matemática en la escuela primaria valoriza el papel de la sensación y la percepción, como base del conocimiento matemático; y las posibilidades de su utilización en la interpretación, comprensión y explicación del contexto social e histórico, que se convierte en contenido de su actividad cognoscitiva. Tal consideración advierte la orientación formativa de las actividades que se organizan, desde el currículo, para la Educación Matemática; las cuales deberán ajustarse a las características del escolar, el nivel educativo y la naturaleza del contenido matemático en cuestión.

En este contexto los principios que declara Ruiz de Ugarrío (1965), para la enseñanza de la Matemática en la Educación Primaria destacan la importancia de las representaciones, en el paso de la percepción al pensamiento abstracto; el papel de la comprensión, la reflexión y el desarrollo del lenguaje, en la actividad racional; y la práctica, como principio y fin de toda actividad cognoscitiva, pues a partir de ella, el individuo aplica en la vida aquello que ha obtenido como resultado del pensamiento.

En la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática a nivel internacional, desde la década del 90 del siglo XX, existe influencia de las orientaciones curriculares elaboradas por el Consejo Estadounidense de Profesores de Matemática (en inglés National Council of Teachers of Mathematics), conocidas como “Principios y estándares para las matemáticas escolares” (NCTM, 2000). Estos principios, no se refieren a contenidos o procesos matemáticos específicos; solo describen aspectos relacionados con los programas e influyen en el desarrollo del currículo, la planificación de las clases, el diseño de evaluaciones, entre otras cuestiones.

Dentro de sus preceptos se significa la necesidad de lograr igualdad en la Educación Matemática, altas expectativas y apoyo a todos los escolares; un currículo coherente y centrado en las matemáticas de todos los niveles educativos; enseñanza que requiera comprensión del conocimiento previo de los escolares y del nuevo contenido que necesitan aprender; aprendizaje que propicie la construcción activa de los contenidos matemáticos; evaluación con el fin de apoyar el aprendizaje de las matemáticas, para proporcionar información útil, tanto a docentes como a escolares; y considerar la tecnología como un recurso esencial, para estimular el aprendizaje.

Al hilo de estas concepciones tomó auge la utilización del **método de enseñanza por resolución de problemas en el tratamiento de los contenidos matemáticos** (NCTM, 2000), desde puntos de vistas diferentes e interrelacionados: enseñar para resolver problemas, sobre la resolución de problemas y vía resolución de problemas.

El primero propone a los escolares solucionar problemas

que promueven la búsqueda y sus aplicaciones en la vida; el segundo a utilizar la heurística en la enseñanza, para que aprendan a utilizar estrategias de solución; y el tercero a enseñar la Matemática a través de problemas y desarrollar la capacidad de razonamiento.

Esta situación permitió que docentes e investigadores incorporaran a sus prácticas este método, a partir de propuestas y metodologías contextualizadas en las que pretendían transmitir a sus estudiantes estrategias heurísticas adecuadas para la resolución de problemas en general. Entre las propuestas se destaca la planteada por De Guzmán (1993), a partir de las ideas de Polya y Schoenfeld, en la que se concibe la Educación Matemática como un proceso de inculturación, con variedad de formas de enfocar su enseñanza. Este método destaca la importancia de que el escolar sea capaz de manipular los objetos matemáticos (conceptos fundamentales), activar la capacidad mental y ejercitar la creatividad.

De Guzmán (1993), también considera que el escolar debe seleccionar la estrategia adecuada; luego reflexionar sobre el proceso de solución del problema, a fin de mejorarlo de manera consciente y hacer transferencias de las actividades realizadas a otros aspectos del trabajo mental; desarrollar confianza en sí mismo; divertirse a partir de la actividad mental ejecutada; implicarse en la solución de otros problemas de la ciencia, de la vida cotidiana y prepararse para los retos de la tecnología.

Díaz Godino & Batanero (2009), le reconocen un papel fundamental a la utilización del método de enseñanza por resolución de problemas, en función del desarrollo de competencias en la actividad matemática, teniendo en cuenta algunos aspectos del enfoque ontosemiótico. Desde su punto de vista, el docente debe seleccionar y reelaborar los problemas matemáticos idóneos para los escolares, usando los recursos apropiados; definir, enunciar y justificar los conceptos y procedimientos, teniendo en cuenta las nociones previas; implementar configuraciones didácticas (sistema de acciones entre docente y escolares), que permitan optimizar el aprendizaje; reconocer el sistema de normas sociales y disciplinares que posibilitan el desarrollo del proceso; conocer las aportaciones teóricas realizadas a la Educación Matemática; valorar la idoneidad didáctica de los procesos de estudio planificados o implementados en sus distintas dimensiones (epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica); y desarrollar una actitud positiva hacia la enseñanza de las matemáticas, de modo que se valore tanto su papel formativo como su utilidad.

A partir de estas concepciones se infiere la necesidad de que los docentes desarrollen el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática con un enfoque estratégico, que facilite que los escolares, con autonomía y autodeterminación, se apropien de los conocimientos y habilidades necesarias en su contexto social y cultural, para incidir sobre él y transformarlo.

El predominio del método de enseñanza por resolución de problemas y el enfoque ontosemiótico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, desde los primeros grados, avala algunas teorías de la Escuela Francesa de Didáctica de la Matemática, como es el caso de las *situaciones didácticas*, de Brousseau (1986), citada por Panizza (2003); y la de *transposición didáctica*; formulada por Chevallard (2005).

Las situaciones didácticas propician que los conocimientos matemáticos sean construidos por el sujeto en un contexto que resulte problemático para él. Luego, según la tipología, reconocida por Díaz Godino, Batanero & Font (2004), estas se basan en problemas reales que motiven y atraigan la atención de los escolares. En su resolución se debe ofrecer la oportunidad de investigar posibles soluciones, individualmente o en grupos; favorecer el desarrollo del lenguaje matemático; comprobar y demostrar que la solución alcanzada es correcta; y utilizar el conocimiento adquirido en común.

Por su parte, la teoría de la transposición didáctica de Chevallard (2005), explica la forma en que son transformados los contenidos matemáticos (saberes sabios) en contenidos enseñables a los escolares (saberes a enseñar) y puestos en práctica en la enseñanza (saberes enseñados).

De lo anterior se asume que en este proceso el docente realiza acciones como la simplificación, modificación y reducción de la complejidad del saber original, de acuerdo con las particularidades de cada escolar y el contexto social en que se desarrolla el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Un elemento importante a tener en cuenta es lo planteado por Arrieta (1998), citado por Barcia Martínez (2000), quien hace referencia a que en varios congresos internacionales de matemática educativa se ha manifestado, en el proceso de enseñanza-aprendizaje, que a cada etapa escolar le corresponde su rigor; el apoyo continuo en lo concreto, en la realidad; atender a la historia de la ciencia y respetarla; extender la Educación Matemática como un "saber hacer"; y destacar la importancia de la inducción y el empirismo.

A estas concepciones se agregan los aportes de Krutetskii (1968), mencionados por Wielewski (2005) y Giorgion (2010), quien propone una clasificación de estilos cognitivos, como referentes para establecer niveles de desarrollo del aprendizaje matemático, relacionados con los componentes: verbal-lógico y visual-pictórico; lo cual supone utilizar, como apoyo del proceso de enseñanza-aprendizaje, objetos concretos, para el desarrollo del lenguaje y el pensamiento lógico.

Vista la Educación Matemática desde estas tres perspectivas se ratifica la necesidad de integrar los aspectos esenciales desde una concepción histórico-cultural del proceso de enseñanza-aprendizaje. En este sentido se identifica la actividad externa, como punto de partida, para la interiorización de los conocimientos y habilidades; la relación que existe entre aprendizaje y desarrollo; el papel que juegan los mediadores al servir de orientadores en este proceso; y el lugar que se le otorga en ellas al lenguaje.

Esta posición cobra un significado esencial al asumirla como concepción para fundamentar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el primer ciclo de la escuela primaria cubana, a partir de los principios, leyes y categorías de la didáctica general; concretados en el modelo de escuela primaria (Rico Montero, Rico Montero, Santos Palma & Martín-Viaña Cuervo, 2008), que constituye la base para el logro de un aprendizaje desarrollador, pues intenta promover (Castellanos Simons, y otros, 2002) el desarrollo integral de la personalidad del educando; activar la apropiación de conocimientos, destrezas y capacidades intelectuales; garantizar la unidad de lo cognitivo y lo afectivo-valorativo en los aprendices; potenciar el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia, así como el desarrollo de la capacidad de conocer, controlar, transformar creadoramente la realidad; realizar aprendizajes a lo largo de la vida, a partir del dominio de habilidades para aprender a aprender y la necesidad de una autoeducación constante.

El modelo asume como referente el enfoque histórico-cultural de Vigotsky (1979), y las tradiciones pedagógicas cubanas, desde el cual se configura una concepción humanista, que le otorga valor al papel del sujeto en la participación activa, directa y comprometida de su propio crecimiento personal y social.

Desde los aportes de estos investigadores, junto a los de Puig Unzueta (2003), se proyecta la renovación del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática; estableciendo como referente la teoría de niveles de desempeño cognitivo, derivada de teorías de evaluación del aprendizaje. Este concepto guarda estrecha relación con los niveles de asimilación, pues en ambos se considera el proceso de enseñanza-aprendizaje como vía mediante la cual se logra la apropiación de conocimientos y habilidades.

Los niveles de desempeño tienen un carácter sistémico, permiten dinamizar el control de todo el proceso de enseñanza-aprendizaje, medir su calidad y reorientarlo, de los resultados alcanzados hasta los deseados. De la misma forma, facilitan, al evaluar la calidad de los conocimientos y las habilidades de los escolares, establecer diferentes jerarquías y obtener un proceso cognoscitivo diferenciador, flexible y diverso.

Dentro de los preceptos del modelo de escuela primaria en Cuba (Rico Montero, Rico Montero, Santos Palma & Martín-Viaña Cuervo, 2008), se destaca que los niveles de desempeño cognitivo, sirven de utilidad para conocer el desarrollo logrado por los escolares; pero cuando el docente va a planificar una clase debe orientarse, también, por los objetivos y los tres niveles de asimilación.

La esencia de estas concepciones subyace en la tesis de la psicología marxista-leninista de que todas las cualidades psíquicas del hombre se desarrollan mediante la relación del sujeto con la realidad histórica-social-cultural y en la unidad de lo concreto y lo abstracto, como exigencia; constituye esta relación un elemento importante en la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, desde los

primeros grados de la Educación Primaria, pues reconocen el papel del docente para la orientación de los contenidos y que los escolares puedan aplicarlos en la práctica.

### *1.2. Tendencias del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en los primeros grados de la Educación Primaria en otros países*

Las concepciones teórico-metodológicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Educación Primaria, en las últimas décadas, han generado tendencias que sirven de base para desarrollar transformaciones en el tratamiento metodológico de la geometría, desde los primeros grados de la Educación Primaria; criterio este con el cual coincide Proenza Garrido (2002), cuando señala que la enseñanza de la geometría se ha visto influenciada por modelos didácticos, difundidos en varios países; dirigidos, algunos de ellos, a favorecer el desarrollo de habilidades geométricas específicas en los escolares.

Entre los modelos didácticos de mayor trascendencia en la enseñanza de la geometría, se encuentra el de Van Hiele; propuesto por Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof, en 1957, a partir de su experiencia docente, estudios de Piaget y la psicología de la Gestalt. De acuerdo con sus autores, la finalidad del modelo es desarrollar en los escolares la comprensión o razonamiento (*insight*) geométrico. Por tal razón, los niveles, así como las fases de aprendizaje, están orientados para alcanzar este propósito.

Los cinco niveles (reconocimiento, análisis, deducción informal, deducción formal y rigor) explican la manera en que ocurre la comprensión geométrica en los escolares, desde las formas intuitivas del pensamiento hasta las deductivas. No es posible alterar el orden de adquisición de los niveles; cada uno sirve de base para el siguiente, lleva asociado su lenguaje específico; y su paso por ellos, depende más de la instrucción recibida por el escolar que de la maduración biológica.

Se estructura cada nivel de comprensión en cinco fases de aprendizaje (información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración), que le permiten al docente organizar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, de manera que los escolares adquieran los conocimientos geométricos básicos, para después centrar la actividad en utilizarlos y combinarlos. Van Hiele (1957), asegura que para que cada escolar avance en la construcción activa del conocimiento y alcance un nivel de comprensión superior, debe superar estas fases.

Este modelo puede ser utilizado para orientar la comprensión de los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria, puesto que las formas intuitivas del pensamiento geométrico comienzan a desarrollarse en los primeros grados hasta el tercer nivel y continúa su ascenso en el resto de las enseñanzas del sistema educacional; sin embargo una desventaja que presenta es que le otorga demasiada importancia al papel de los procesos de instrucción para el desarrollo del pensamiento, en vez del desarrollo integral de

la personalidad del escolar, a partir de la unidad que existe entre lo biológico, lo social y cultural.

Jaime Pastor & Gutiérrez Rodríguez (1996), afirman que los estudios iniciados por Van Hiele (1957), han dado lugar a nuevas investigaciones dirigidas a confirmar si esos niveles, en los escolares, describen exactamente el pensamiento geométrico; su distribución, de manera simultánea, en dos de ellos; la globalidad en todos los conceptos geométricos; la jerarquía, secuencialidad y el que más predomina en el proceso de enseñanza-aprendizaje; la existencia única de esos cinco; y otras investigaciones, relacionadas con la aplicación de esta teoría en diferentes aspectos de la geometría, como de la Matemática; así como la combinación con algunas, que explican la manera en que ocurre y se desarrolla la comprensión de los conceptos geométricos.

Es en este último caso que han promovido tendencia en la enseñanza de la geometría, de acuerdo con Proenza Garrido (2002), algunos modelos didácticos como *el de ubicación espacial*, planteado por Saiz (1997), donde se proponen situaciones, en las que son necesarias la realización de acciones espaciales, en el entorno; *el del aprendizaje acerca del espacio*, propuesto por Bishop (1997), el cual insiste en mostrar que las ideas geométricas espaciales que se enseñan en la escuela no son ajenas al mundo real; *el de manipulaciones geométricas*, expuesto por Brenes (1997), en el que se destaca la importancia de la utilización de figuras y cuerpos geométricos para desarrollar la percepción espacial y una mejor comprensión del mundo; y *el del uso de materiales concretos*, formulado por Castro (1997), que consiste en utilizar modelos geométricos para la construcción de los conceptos geométricos básicos.

En estudios realizados por los investigadores se evidencia como tendencia, en países como: Italia, España, Panamá y Venezuela, que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, comienza en los primeros grados de la Educación Primaria y se extiende a lo largo de la enseñanza general; incide, en su tratamiento, como fundamento psicológico, la teoría de Piaget, Vigotsky y Ausubel.

Se constató, además, que existen diferencias de criterios en cuanto a la enseñanza de la geometría; en algunas de estas naciones, se enseña como una materia aparte, al finalizar el resto de los contenidos matemáticos; y en otras, se vincula con contenidos matemáticos como la numeración y la medida. En las concepciones curriculares analizadas se relacionan los contenidos geométricos con la vida, debido a la repercusión que tiene su estudio en diversas áreas y materias de la actividad social.

A partir de estas ideas es que se inicia el estudio de la geometría con contenidos de orientación espacial, a partir de actividades lúdicas y más tarde con el de figuras, movimientos y cuerpos geométricos; sin embargo en algunos países se parte del estudio de los cuerpos geométricos y más tarde se introducen las figuras planas.

Se aboga por una enseñanza orientada al desarrollo de las habilidades geométricas: visual, verbal, para dibujar, lógica y para modelar; se utiliza, también, el método de resolución de problemas, de manera explícita o implícita, para su desarrollo en los escolares, mediante actividades de manipulación, creación, generalización y aplicación de los contenidos.

La enseñanza de los contenidos geométricos se realiza de forma intuitiva para asegurar la imaginación espacial y la formación de los conceptos básicos con el uso de objetos concretos, como modelos, para que el escolar descubra las propiedades de los objetos geométricos y desarrolle su vocabulario.

Por último, se utilizan herramientas tecnológicas como videos y aplicaciones informáticas; se aplica, tanto en países europeos como latinoamericanos, el modelo de Van Hiele para orientar la comprensión geométrica en los escolares y existe influencia de investigaciones nacionales e internacionales en el tratamiento metodológico de la geometría en estos grados.

Las tendencias analizadas destacan, como ideas rectoras, para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, la importancia de vincular los contenidos geométricos con la vida; la utilización de objetos concretos y otros medios de enseñanza, para desarrollar habilidades geométricas; y el desarrollo del pensamiento geométrico abstracto.

### 1.3. El proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la escuela primaria cubana

El proceso de de la geometría en Cuba ha atravesado por profundas transformaciones en su diseño y desarrollo curricular; se ha encontrado influenciado por las perspectivas de Educación Matemática y las diferentes tendencias que se han gestado a nivel internacional.

El desarrollo histórico del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en la escuela cubana, según Rizo Cabrera (1987), se resume en tres etapas: una tradicional, determinada por la utilización de las ideas euclidianas, que concluye en el siglo XIX; otra influenciada por la reestructuración axiomática realizada por Hilbert a los postulados de Euclides y las propuestas de Klein, que llega hasta la década de 1950; y la última, de la segunda mitad del siglo XX hasta la defensa de su tesis, caracterizada por dos momentos importantes: la introducción de la teoría de conjuntos en el currículo matemático y las ideas de la Comisión Internacional para el Estudio y la Mejora de la Enseñanza de las Matemáticas (CIEAEM) de poner fin a la enseñanza de la Matemática pura y aproximarla a otras ciencias, de acuerdo con la realidad social y la práctica.

A partir de la defensa de la tesis doctoral de Rizo Cabrera (1987), comienza una nueva etapa en la concepción del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en la escuela cubana, en la que se estructuran los contenidos geométricos en tres momentos fundamentales: uno inicial o propedéutico, que abarca la enseñanza preescolar y hasta el cuarto grado; otro de estudio deductivo, que comienza en

los grados quinto y sexto de la escuela primaria y se extiende hasta la Secundaria Básica; y el último de complementación. Debe destacarse que en ninguno de esos momentos se hace una construcción axiomática rigurosa de la geometría, aunque sí se incluyen elementos intuitivos de los axiomas que aparecen en los sistemas de Euclides y de Hilbert.

En el primer ciclo de la escuela primaria cubana la enseñanza de la geometría tiene un carácter intuitivo, operativo, perceptual y práctico, pues todas las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos elementales se obtienen, a partir de percepciones visuales y táctiles. Este carácter está dado por las particularidades psicológicas que tienen los escolares en estos grados; las cuales han sido estudiadas por especialistas cubanos como Rico Montero, Rico Montero, Santos Palma & Martín-Viaña Cuervo (2008), para brindar una mejor atención pedagógica y dirigir las acciones educativas con mayor efectividad en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

De esta manera, se subdivide el primer ciclo de la Educación Primaria, por la variedad de sus edades, en dos momentos o etapas de desarrollo: uno que comprende de 6 a 7 años (primero y segundo grado) y otro de 8 a 10 años (tercero y cuarto grado).

De acuerdo con los programas de Matemática (República de Cuba. Ministerio de Educación, 2007) y estudios de los investigadores consultados (Rico Montero, y otros 2008), en el **primer y segundo grado**, la formación de los conceptos se realiza con objetos concretos o su materialización. En estos grados se procede al desarrollo de operaciones mentales como el análisis, la síntesis, la abstracción y la generalización; con acciones, que favorecen la formación de nociones y habilidades en los escolares, como la observación, la descripción, la comparación, la clasificación, entre otras.

El **tercer y cuarto grado**, es el momento de desarrollo en el que se culmina el primer ciclo. En estos grados se continúa con las formas de organización y dirección de una actividad de aprendizaje reflexiva, sobre la base de los requerimientos señalados para los grados iniciales. Es posible lograr al terminar el cuarto grado, niveles superiores en el desarrollo de habilidades en los escolares y un control valorativo de la actividad realizada.

La enseñanza de la geometría en el primer ciclo, según indica el programa de Matemática, de primero a sexto grado, de la Educación Primaria (República de Cuba. Ministerio de Educación, 2007) debe contribuir a que los escolares desarrollen la capacidad de representación e imaginación espacial (vista geométrica), mediante actividades perceptuales, de la forma y el tamaño de los objetos; a que dominen las propiedades esenciales de los objetos geométricos; y desarrollen habilidades al reconocerlos, trazarlos y/o construirlos, describirlos y argumentar proposiciones geométricas dadas.

Para darle cumplimiento a este objetivo, en el primer ciclo de la Educación Primaria se abordan los conceptos de objetos geométricos de figuras, cuerpos y movimientos geométricos o transformaciones en el plano. Se debe señalar que en estos

grados hay conceptos que se inician y otros, que sirven de base a nuevos conceptos, se continúan profundizando.

Ballester Pedroso, y otros (2001), señalan que la formación de conceptos tiene gran importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, pues contribuye a la comprensión de las relaciones matemáticas; el desarrollo de la capacidad de aplicar lo aprendido, de forma segura y creativa; el adiestramiento lógico-verbal; la transmisión de importantes nociones ideológicas, relacionadas con la teoría del conocimiento; y el desarrollo de numerosas propiedades del carácter.

Para el trabajo metodológico con la formación de conceptos se consideran tres etapas o fases, en las cuales el escolar realiza diferentes acciones; estas son: identificar el concepto, realizarlo y aplicarlo. Lo esencial de la primera etapa radica en presentar una serie de objetos para que los escolares determinen si cumplen o no con las propiedades del concepto; en la segunda se comprueban esas propiedades en los objetos, y finaliza con la explicación del concepto; mientras que la tercera se realiza en relación con otras situaciones de la enseñanza, los cuales sirven de condiciones previas para definir nuevos conceptos.

Otro elemento a tener en cuenta en la obtención de conceptos son sus vías de formación. Para ello se sigue la **inductiva**, que va de lo particular (contenido) a lo general (extensión), porque a partir de ejemplos, se elabora la definición, paso a paso; y la **deductiva**, que lo hace de lo general a lo particular (de la extensión al contenido del concepto), pues se parte de la definición del concepto y su contenido es descubierto, mediante ejemplos.

Las relaciones fundamentales que se trabajan, unidas a los conceptos de objetos, son de posición entre puntos, rectas y plano (“...pasa por...” o “...está situado en...”); entre puntos que están situados en una recta (“... se encuentra entre... y...”); entre rectas (“...se cortan” o “...no se cortan”), para indicar paralelismo, en el caso de las que no se cortan en el plano o perpendicularidad, aquellas que al cortarse coinciden con los lados cortos del cartabón; y de congruencia o igualdad geométrica (“...igual que...”), entre segmentos, que posteriormente es utilizada, a partir de actividades de superposición, en otras figuras.

Lo anterior se logra con la realización de operaciones como el reconocimiento de figuras y cuerpos geométricos en objetos del medio, el trazado de figuras geométricas, la comparación de segmentos, la medición de la longitud de un segmento, el desarrollo de cuerpos geométricos, la superposición de figuras, entre otras.

El tratamiento de los conceptos de relación y operación, unidos a los de objetos, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, señala Proenza Garrido (2002, p. 59), “**se transforman en procedimientos**”. De esta manera, los procedimientos geométricos son aquellos procedimientos típicos del tratamiento de la geometría que guardan relación con los propios del proceso de enseñanza-aprendiza-

je de la Matemática: algorítmicos y heurísticos.

Un procedimiento geométrico es *algorítmico* cuando ofrece una secuencia de pasos finitos que permiten la solución de la situación problemática dada, a partir del cual se obtienen Sucesiones de Indicaciones con Carácter Algorítmico (SICA); por ejemplo, las construcciones geométricas: elementales<sup>1</sup>, fundamentales y formales.

Mientras que los procedimientos geométricos *heurísticos* son aquellos que orientan hacia la búsqueda y descubrimiento de vías de solución a partir de la analogía, la inducción, la reducción de un problema a otro ya resuelto, la generalización, etcétera. Ejemplos de situaciones donde se aplica este tipo de procedimiento geométrico se encuentran en algunos ejercicios de reconocimiento de figuras compuestas y de argumentación de proposiciones, en los que se establezca relación entre conceptos.

La etapa que abarca el primer ciclo de la Educación Primaria tiene gran importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, pues es en ella cuando se comienza a desarrollar en los escolares la capacidad de interiorizar las propiedades geométricas observadas y la formación de su vocabulario geométrico.

La enseñanza de los conceptos y procedimientos geométricos en el primer ciclo de la escuela primaria cubana tiene como antecedentes los trabajos intuitivos que se realizan en el programa “Nociones elementales de la Matemática”, que se incluye en los círculos infantiles, vías no institucionales y el grado preescolar; además de los contenidos de orientación en el espacio y en la hoja de trazado, que se inicia en el primer grado.

El dominio de estos conceptos y procedimientos se logra en los escolares, del primer ciclo, a partir de actividades experimentales de dibujo, modelado, manipulación, superposición composición y descomposición, en las cuales se desarrollan, paulatinamente, un conjunto de habilidades geométricas.

#### 1.4. El desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria

Uno de los objetivos fundamentales de la enseñanza de la geometría en la Educación Primaria es el desarrollo de habilidades; categoría psicológica que le permite a un individuo ejecutar determinada actividad con éxito, en dependencia de los conocimientos alcanzados; conocer e interpretar, como se señala en las exigencias del modelo de escuela primaria en Cuba Rico Montero, Rico Montero, Santos Palma & Martín-Viaña Cuervo, (2008), los componentes de la naturaleza, las relaciones que existen entre ellos, la sociedad y a sí mismo.

<sup>1</sup> En la geometría plana, las construcciones geométricas elementales son aquellas construcciones (punto y recta), que junto a las fundamentales (rectas paralelas y perpendiculares; ángulos; etcétera), sirven de base para realizar construcciones geométricas formales (circunferencia, paralelogramo, rectángulo, etcétera), donde se aplican esas nociones geométricas.

Dentro de las habilidades geométricas que se desarrollan en los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria *reconocer objetos geométricos* es considerada básica, puesto que se manifiesta como acción indispensable para el desarrollo de otras habilidades geométricas. En estos primeros grados se dirige el aprendizaje geométrico de forma tal que los escolares puedan reconocer formas geométricas en objetos del medio, a partir de modelos, mediante la denominación de un concepto y en figuras compuestas.

Otra de las habilidades geométricas que se desarrolla en el primer ciclo de la Educación Primaria es la de *trazar y/o construir*. Esta habilidad tiene importantes funciones en la clase de geometría, pues con su desarrollo se les permite a los escolares obtener figuras y cuerpos geométricos como representantes de cualquier concepto de la materia, para comprender sus propiedades o a partir de su dominio: en papel cuadriculado, con instrumentos de dibujo u otros materiales como el tangram, el geoplano, varillas y desarrollos planos.

Unida a estas habilidades se desarrolla, también, la de *argumentar proposiciones geométricas*. En estos grados los escolares, en sus primeros indicios, al no dominar las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos, interpretan frases, orales o escritas que los describen. Posteriormente, están en condiciones de describir las figuras y cuerpos geométricos; utilizar estas propiedades para argumentar el valor de verdad de proposiciones geométricas, sobre la base de propiedades conocidas y de la relación entre conceptos.

De manera seguida, se muestra un resumen de las habilidades geométricas que se desarrollan en el primer ciclo de la Educación Primaria.

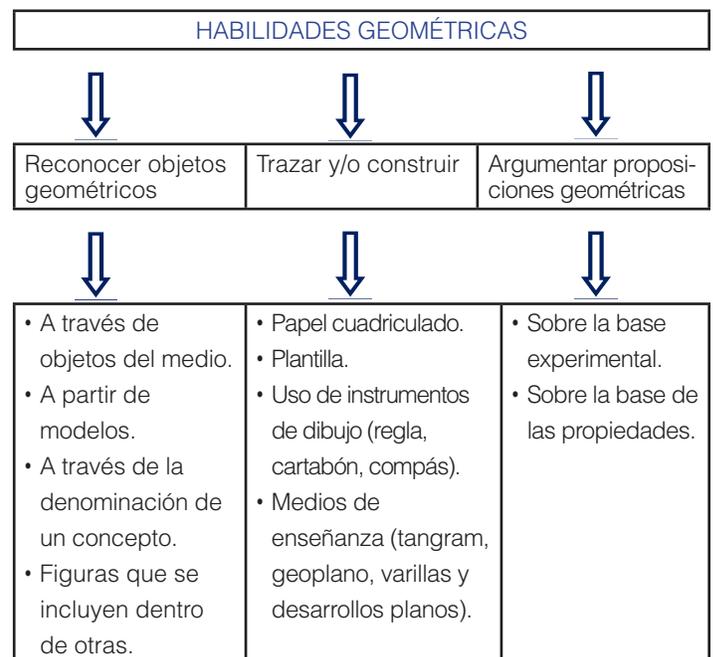


Figura 1. Habilidades geométricas a desarrollar en el primer ciclo de la Educación Primaria.

## Capítulo II. Fundamentos teóricos para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria

*“Será deseable en la enseñanza de la Geometría aquello que sea útil con rango futurible y pueda motivarse desde la actualidad”.*

*(Alsina Catalá, Burgués Flamarich & Fortuny Aymemí, 1989)*

### 2.1. Principios para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria

El diccionario filosófico de Rosental & Ludin (1981), plantea que el término principio proviene del latín “*principium*” y significa: “*punto de partida, idea rectora, regla fundamental de conducta*”. Es decir, los principios son bases, fundamentos y postulados sobre los que se apoya una ciencia o una disciplina. De acuerdo con lo anterior, cada ciencia establece sus propios principios y teorías para darle solución a problemas propios de su campo de acción.

La Didáctica de la Matemática como disciplina científica, en constantes cambios y transformaciones, también propone sus propios principios por los que se rige y constituyen aportes a la didáctica general. Se comparte el criterio que “*el tratamiento metodológico de cada contenido de enseñanza tiene sus peculiaridades y determina puntos de vista o postulados generales para su tratamiento*”. (Barcia Martínez, 2002, p. 40)

Por esta razón se determinan los postulados más generales del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria. Estos principios se encuentran estrechamente relacionados con los principios didácticos expuestos por Labarrere Reyes & Valdivia Pairol (1988), pues se han tomado en cuenta sus aspectos más generales en el proceso, de este subsistema educativo.

Los principios que rigen el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, y que inciden en el desarrollo de habilidades geométricas, se estructuraron teniendo en cuenta su significado, fundamentación y acciones para su aplicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En los siguientes apartados se exponen los cinco principios para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.

#### 1. Principio del apoyo continuo en los conocimientos históricos

Este principio significa que, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, se deben impartir contenidos de historia de la geometría, en correspondencia con los avances de esta ciencia y las especificidades de cada grado. Se fundamenta en que la enseñanza de la geometría es producto de

conocimientos que se han desarrollado y perfeccionado con el transcurso del tiempo. Por otra parte, al familiarizar a los escolares con elementos de la historia de la ciencia (Savin, 1972), asequibles a ellos, se contribuye a la concepción científica del mundo.

Según De Guzmán (1993, p. 6), “*la perspectiva histórica nos acerca a la matemática como ciencia humana, no endiosada, a veces penosamente reptante y en ocasiones falible, pero capaz también de corregir sus errores*”. Este mismo autor, al resaltar la utilización de la historia en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las diferentes materias del currículo, plantea que “*sería extraordinariamente conveniente que las diversas materias que enseñamos se beneficiaran de la visión histórica... y que a todos nuestros estudiantes se les proporcionara siquiera un breve panorama global del desarrollo histórico de la ciencia que les va a ocupar toda su vida*”. (De Guzmán, 1993, p. 7)

Se enuncian como **acciones** para la aplicación de este principio las siguientes: (1) elaborar curiosidades históricas acorde con los contenidos geométricos que se abordan en el ciclo y las particularidades de los escolares; (2) orientar actividades que se encuentren relacionadas con problemas prácticos que se le han presentado al hombre de manera tradicional; (3) destacar los conocimientos geométricos desarrollados por el hombre a lo largo de la historia de la humanidad; (4) elaborar medios de enseñanza que propicien la utilización de las curiosidades históricas.

Así, por ejemplo, los escolares al comenzar a utilizar las primeras relaciones espaciales para orientarse en el espacio tridimensional (izquierda-derecha, delante-atrás y arriba-abajo), pueden conocer que la noción de distancia fue uno de los primeros conceptos geométricos que descubrió el hombre y que la estimación del tiempo necesario para hacer un viaje lo llevó a utilizar la línea recta, que constituye la distancia más corta entre dos puntos. Debe destacarse igualmente, que en la historia de la humanidad el hombre se ha orientado en el entorno a partir de la observación de los astros y que ha utilizado diferentes instrumentos, que cómo es de suponer se han perfeccionado con el paso del tiempo.

El estudio de las figuras geométricas puede ser el momento en que los escolares conozcan que el círculo es la figura geométrica que primero conoció el hombre; esto se debe a que en la observación del medio que lo rodeaba lo asoció con el sol y la luna. Pueden conocer además, que los conocimientos que tuvieron antiguas culturas sobre la circunferencia, le dio la posibilidad al hombre de crear la rueda y con ella la carreta; pero también las propiedades de la circunferencia fueron utilizadas por el hombre para medir el tiempo.

Al utilizarse los instrumentos de medición y trazado el docente puede apoyarse, para motivar su clase, en el surgimiento y desarrollo de la geometría como ciencia; haciéndole saber a sus escolares que los egipcios fueron los primeros que comenzaron a realizar mediciones, pues necesitaban medir constantemente las fronteras de sus tierras, que eran borradas por las inundaciones del río Nilo;

también la regla y el compás han sido los instrumentos de dibujo más utilizados para resolver problemas de construcciones geométricas, desde los geómetras griegos.

En el estudio de los cuerpos geométricos los escolares pueden conocer que los dados, (que tienen forma de cubo) de acuerdo con hallazgos realizados, fueron utilizados por los antiguos egipcios para jugar; durante mucho tiempo el hombre no conoció la forma esférica de la tierra, por esa razón la representó de diversas maneras. Por otro lado, al enseñarse la pirámide el docente puede resaltar los conocimientos geométricos de los egipcios y de los pobladores prehispánicos de Centroamérica y Sudamérica, quienes fueron constructores de grandes pirámides.

De hecho, la elaboración de medios de enseñanza por los escolares puede dar lugar también a que los docentes utilicen la historia de la geometría. Ejemplos de estos medios de enseñanza pueden ser modelos de figuras y cuerpos geométricos y el tangram, que es un juego que tiene su origen en la antigua cultura china (León González & Barcia Martínez, 2010).

Se considera necesario que los docentes utilicen los conocimientos históricos como instrumento, durante la introducción de los contenidos geométricos, a partir del uso de curiosidades, acordes con el contenido en cuestión. Para ello deben contar con una cultura matemática, para desplegar un proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador, conforme con las características biológicas y psicológicas de los escolares; siempre y cuando se admita en el proceso.

Este principio se encuentra relacionado, fundamentalmente, con los principios del carácter científico de la enseñanza y el de la asequibilidad, planteados por Labarrere Reyes & Valdivia Pairol (1988), en los cuales se expresa la necesidad de que en el proceso de enseñanza-aprendizaje se incluyan resultados del desarrollo de la ciencia; juega un papel decisivo el docente para relacionar el nuevo conocimiento con los mecanismos de pensamientos de los escolares, en correspondencia con su edad.

De acuerdo con lo analizado, anteriormente, la idea fundamental de este principio radica en la comprensión, por parte de los escolares, de que el desarrollo histórico de la geometría se encuentra ligado al progreso social del hombre y a su deseo de transformar el mundo en su beneficio.

## 2. Principio del carácter contextual de los contenidos geométricos

Este principio significa que se debe vincular el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría con situaciones reales y del entorno para que los escolares puedan contextualizar los conocimientos y habilidades geométricas adquiridas en la solución de situaciones prácticas y argumentar lo realizado, en dependencia de sus particularidades. Se fundamenta en que los conceptos más antiguos de la

geometría clásica surgieron como resultado de la interacción de los hombres con la naturaleza, quienes llegaron al conocimiento de las formas geométricas a partir de la observación del entorno. Por otra parte, constituye una de las razones a la cual han hecho referencia pedagogos de diferentes épocas y por la que se aboga en la actualidad en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría.

Al respecto, Canals Tolosa (1997, p. 31), apunta: *“la Geometría hemos de vivirla en la escuela y en toda la vida, ha de ser, tanto para nosotros como para nuestros alumnos, una oportunidad de aumentar nuestra capacidad de descubrimiento, nuestra iniciativa y creatividad y nuestra sensibilidad por la belleza de las formas, apreciado tanto en el arte como en la naturaleza y en la globalidad del medio que nos rodea. Es necesario que junto aprendamos a mirar nuestro entorno con unos ojos más geométricos, y que tanto en la calle como en la clase seamos más felices haciendo Geometría”*.

Añade esta autora: “esta idea de la Geometría aprendida intuitivamente a partir de la vida cotidiana, y reforzada en algunos aspectos por las prácticas escolares adecuadas, será en las líneas que siguen como un punto de partida y desearía que fuese también como un telón de fondo que vuelve a aparecer de vez en cuando”. (Canals Tolosa, 1997, p. 32)

Del mismo modo señala que para la introducción y una mejor fijación de los conceptos geométricos el maestro no solo debe mostrarles a sus escolares modelos e ilustraciones de figuras y cuerpos geométricos, sino que debe ayudarlos, además, a observar las verdaderas propiedades de esos figuras y cuerpos presentes en su entorno inmediato, para de esa forma contribuir a una mejor construcción del conocimiento geométrico.

Tal punto de vista es compartido por Alsina Catalá, Burgués Flamarich & Fortuny Aymemí (1989, p. 28), quienes precisan que *“el entorno, en su sentido más amplio, ha sido y seguirá siendo, el gran reto, el gran manantial y fuente de los estudios geométricos, no sólo para motivar descripciones y modelos sino, lo más interesantes, para que con dichos resultados geométricos pueda incidirse en la transformación de la realidad”*.

Por su parte, Petrovski (1986, p. 245) considera que, en estas actividades espaciales, *“la forma, el tamaño, la ubicación y el desplazamiento de los objetos entre sí, como también el análisis simultáneo de la ubicación del propio cuerpo respecto de los objetos circundantes, se determinan en el proceso de actividad motriz del organismo, y constituye una expresión superior específica de la actividad analítico-sintetizadora que ha sido denominada análisis del espacio”*.

La literatura consultada (Alsina Catalá, Burgués Flamarich & Fortuny Aymemí, 1989) cita tres tipos de espacio donde se pueden desarrollar habilidades geométricas: (1) microespacio, espacio reducido donde el niño puede realizar actividades experimentales (mesa); (2) mesoespacio, espacio que está al alcance de la vista, donde se pueden

realizar pequeños desplazamientos y en el que los objetos fijos funcionan como puntos de referencia (aula, patio); (3) **macroespacio**, espacio de las grandes dimensiones, enmarcado al aire libre (ciudad, campo).

Las **acciones** propuestas para la aplicación de este principio en el proceso de enseñanza-aprendizaje son las siguientes: (1) elaborar actividades espaciales que permitan la observación de las propiedades geométricas en el entorno y las abstracciones; (2) destacar la importancia que tienen los conocimientos geométricos para la vida; (3) orientar tareas que impliquen solucionar problemas de la vida práctica a partir de los contenidos geométricos.

En la formación de las primeras nociones geométricas en los escolares se debe partir del entorno para favorecer el tránsito del pensamiento concreto al pensamiento abstracto y contribuir al desarrollo de habilidades geométricas. Por ello, deben predominar actividades de exploración del espacio en las que reconozcan objetos físicos que guardan relación con las formas geométricas; reproducirlos, utilizando figuras y cuerpos geométricos y explicar la razón por la cual tienen una forma determinada.

Del mismo modo, el tratamiento de los movimientos geométricos debe iniciarse con la percepción de elementos del mundo circundante, pues es a partir de la vinculación de estos contenidos con la vida que se realiza el proceso de abstracción y generalización de estos conocimientos.

Este principio guarda relación, esencialmente, con los principios de la relación entre la teoría y la práctica y el del carácter consciente y activo de los alumnos bajo la guía del profesor, enunciados por Labarrere Reyes & Valdivia Pairol (1988), puesto que para lograr mayor desarrollo de habilidades geométricas, el docente debe estructurar actividades prácticas en las que los escolares se involucren con situaciones de la vida.

Interesa resaltar la necesidad de que el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría esté siempre relacionado con situaciones del entorno social y cultural. Esta relación ayuda a los escolares a reconocer la presencia de la geometría en la práctica y aplicar sus conocimientos geométricos en disímiles esferas.

### 3. Principio de la utilización de objetos concretos y otros medios de enseñanza

Este principio significa que la utilización de objetos reales (concretos) y otros medios de enseñanza como los recursos tecnológicos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, bajo orientaciones del docente, constituye la base fundamental para que los escolares se apropien, de acuerdo a sus dificultades, posibilidades e intereses, de los conceptos y procedimientos geométricos y los utilicen en la solución de problemas de la vida práctica; se fundamenta en la utilización del método inductivo (de lo particular a lo general)

para reforzar la observación directa y la manipulación como métodos esenciales para la obtención del conocimiento y el desarrollo de habilidades geométricas.

En la enseñanza de la geometría el uso de objetos concretos, como medio de enseñanza, garantiza en los escolares un enfoque tridimensional del espacio y el vínculo directo con la naturaleza. Los objetos concretos son aquellos que poseen una existencia real y material o física, donde se incluyen los modelos geométricos<sup>2</sup>; pero solo en casos excepcionales se debe utilizar, en la introducción de un concepto geométrico, representaciones gráficas e ilustraciones que los sustituyan.

El uso de objetos concretos, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, contribuye al desarrollo de habilidades geométricas, que inciden en el desarrollo de habilidades intelectuales como: observar, describir, comparar, clasificar, definir, argumentar, modelar, entre otras.

Así pues Piaget, citado por Brihuega Nieto (2006, p. 2), considera que los escolares *“cuanto más tiempo se dediquen al estudio de lo concreto, cuanto más tiempo empleen en la observación, tanto mejor pasarán, entonces, a la comprensión de las formas abstractas”*.

(Alsina Catalá, Burgués Flamarich & Fortuny Aymemí (1991, p. 1), señalan que *“la enseñanza geométrica no debe sucumbir a las limitaciones formales, simbólicas o algebraicas de los conocimientos matemáticos: será precisamente en este primer estadio de sensibilidad donde el tacto, la vista, el dibujo y la manipulación permitirán familiarizar al alumno con todo un mundo de formas, figuras y movimientos sobre el que asentar posteriormente los modelos abstractos”*.

Al referirse al uso de los modelos, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, Junquera Muné (1961, p. 512) plantea justamente *“no crea el educador que basta la intuición en el sentido de mostrar los cuerpos. No debe tenerlos a la vista de los niños, sino ponerlos en sus manos, para que los tengan y los retengan, observándolos. Debe de haber varias series de cuerpos ya cualesquiera, ya geométricos, y dentro de estas series de cada clase, variando el tamaño, el número de caras, etc. Empeñarse en “hacer” Geometría con un cubo, un prisma, una pirámide, etc., es vanidad”*.

Es por eso que en la enseñanza de la geometría, la observación y manipulación de objetos concretos y modelos desde diferentes puntos de vista, por parte de los escolares, constituye la base fundamental para adquirir, de forma sensorial (mediante la vista y el tacto), las primeras propiedades de los conceptos geométricos. De acuerdo con Galperin (1987), en la obtención de conceptos, el pensamiento se mueve de lo concreto a lo abstracto y del contenido abstracto del concepto al conocimiento amplio relacionado con él, en el que se aplica el concepto a nuevos casos particulares.

2 Puig Adam, citado por Cajaraville Pegito (1989, p. 19), define los modelos, en este contexto como *“todo aquel material capaz de traducir o de sugerir ideas matemáticas”*.

Otros medios de enseñanza que deben ser aprovechados para el desarrollo de habilidades geométricas en los escolares son los diferentes recursos tecnológicos (medios audiovisuales y aplicaciones informáticas), que al utilizarse en el contexto educativo realizan una serie de funciones básicas, propias de estos medios, aparte de las específicas, determinadas por el uso que los docentes hacen de ellos.

El Consejo Estadounidense de Profesores de Matemáticas (NCTM, 2000) destaca la importancia que ejerce la tecnología, en las matemáticas que se enseñan, pues la consideran una herramienta esencial para enseñar, aprender y “hacer” matemáticas.

Las **acciones** propuestas para la aplicación de este principio son las que siguen: (1) utilizar objetos concretos en la introducción de los conceptos y procedimientos geométricos; (2) orientar actividades experimentales para que los escolares descubran las propiedades geométricas; (3) propiciar la elaboración de modelos geométricos, por parte de los escolares; (4) seleccionar, evaluar y utilizar recursos tecnológicos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría.

De esta forma, al elaborar el concepto cubo con ayuda de un concepto genérico superior (en este caso ortoedro), mediante la indicación de una o varias características formativas de tipos (tiene sus caras cuadradas e iguales), se les presentan a los escolares diferentes ejemplos de la misma clase y de otras clases, para analizarlos, compararlos e identificar en ellos las características esenciales comunes (invariables), que luego de ser halladas son abstraídas y sintetizadas mentalmente.

Es entonces, cuando el docente introduce el nombre del concepto y comienza a elaborar la definición, paso a paso, con ayuda de los escolares y en dependencia de cada uno de los grados; posteriormente el concepto elaborado es profundizado mediante la búsqueda de nuevos representantes. Desde este punto de vista, se considera que una vez que los escolares hayan manipulado el objeto, estarán en condiciones de generalizar mentalmente las propiedades conocidas y transferirlas o adaptarlas en la solución de situaciones análogas y/o nuevas.

Por otra parte, resulta provechoso para el desarrollo de habilidades geométricas, en el primer ciclo de la Educación Primaria, que los escolares sean capaces de elaborar, por sí solos, con ayuda del maestro u otros compañeros, modelos de figuras y cuerpos geométricos, con diferentes materiales como: papel, cartón, plastilina, alambre, madera, puntillas, tijera, colores o tempera.

Se considera también importante que se realicen actividades experimentales en cuadrículas y en el geoplano para que los escolares comprendan las propiedades de las figuras y movimientos geométricos y puedan aplicar los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas geométricos: de fundamentación del valor de verdad de

proposiciones y de construcciones.

En relación con la utilización de la tecnología educativa en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, debe plantearse que, en ocasiones, presenta desventajas con respecto al resto de los medios de enseñanza tradicionales de esta materia y más en estos grados en que el desarrollo de habilidades geométricas se realiza a partir de situaciones reales en el entorno. No obstante, no se puede olvidar que le propician a los docentes, en gran medida, la oportunidad de encauzar los contenidos geométricos de una manera más atractiva e interesante.

Es por eso que resulta imprescindible, para los docentes, aprovechar las ventajas que el proceso tecnológico pone a su disposición, sin restarle nunca valor a los medios tradicionales, para ofrecer a los escolares los conocimientos de una forma más novedosa y acorde con los tiempos modernos, pues su utilización en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría resulta necesario debido a las exigencias que la sociedad en su conjunto ejerce sobre la escuela y para el logro de un aprendizaje desarrollador.

Aunque la unidad de la instrucción y la educación se encuentra presente en todos los principios propuestos, el de la utilización de objetos concretos y otros medios de enseñanza, se vincula, principalmente, con el del carácter educativo de la enseñanza, además del principio del carácter audiovisual de la enseñanza: unión de lo concreto y lo abstracto, el de la atención a las diferencias individuales dentro del carácter colectivo del proceso docente-educativo y el del carácter consciente y activo de los alumnos bajo la guía del profesor, planteados por Labarrere Reyes & Valdivia Pairol (1988), pues establece correspondencia entre los objetivos de la educación, las leyes del desarrollo físico e intelectual de los escolares, la revolución científico-técnica y las exigencias de la escuela primaria contemporánea.

#### **4. Principio de la relación intra e intermateria de la enseñanza de la geometría**

Este principio significa que se debe relacionar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría con otras partes de la matemática y materias del currículo. Se fundamenta en la necesidad de lograr la solidez en la asimilación de los conocimientos y habilidades geométricas.

Las **acciones** que se proponen para la aplicación de este principio son las siguientes: (1) relacionar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría con los componentes: numeración, cálculo, magnitudes, problemas aritméticos, estadística, y otras partes de la matemática; (2) vincular el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría con los componentes de la asignatura Lengua Española y las asignaturas: “El mundo en que vivimos” y “Educación Plástica”.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria los contenidos

de otras partes de la Matemática sirven de ayuda en la adquisición de habilidades geométricas. Tal es el caso de los componentes: numeración, cálculo, magnitudes, problemas aritméticos y estadística.

En el componente numeración, en los primeros grados, los conjuntos formados por figuras y cuerpos geométricos sirven de base para identificar, representar, leer y comparar números naturales. También para resolver ejercicios formales de las cuatro operaciones fundamentales de cálculo: adición, sustracción, multiplicación y división. Del mismo modo, a partir del tercer grado, las figuras geométricas suelen utilizarse para la representación gráfica de fracciones.

Por otro lado se encuentra el componente magnitudes, que desde el surgimiento de la geometría se halla ligado a esta rama de las matemáticas, pues a lo largo de la historia muchas construcciones geométricas se han realizado con ayuda de las unidades de medida.

Los escolares mediante la vinculación de los contenidos del componente magnitudes y los geométricos pueden estimar y medir longitudes, así como realizar construcciones geométricas formales y resolver problemas geométricos de cálculo; pues la realización de actividades de comparación de cantidades de figuras y cuerpos geométricos, junto a la introducción del concepto lados consecutivos, constituyen condiciones previas para el tratamiento de los contenidos de perímetro, área y volumen.

La relación parte-todo, que es muy usada en la resolución de problemas aritméticos, constituye una vía para desarrollar la habilidad reconocer objetos geométricos. A partir de esta relación se puede aislar, de su contexto, la figura general, que está compuesta por varias partes. Se considera oportuno, además, utilizar elementos de la teoría combinatoria (León González & Barcia Martínez, 2006) siempre y cuando la situación lo propicie, para establecer estrategias que contribuyan a desarrollar esta habilidad en los escolares.

En la Educación Primaria, a partir del tercer grado, se imparten asimismo las primeras nociones de estadística en la resolución de problemas aritméticos, vinculadas con situaciones de diferentes esferas de la vida y donde son interpretadas por los escolares, tablas y gráficos, que representan de forma geométrica datos numéricos.

Pero también, se pueden relacionar o vincular los conceptos y procedimientos geométricos con el resto de las asignaturas del currículo, para que los escolares comprendan su aplicabilidad en diferentes contextos. Los componentes de la asignatura Lengua Española: gramática, producción textual, lectura, caligrafía y ortografía, sirven de ayuda para que los escolares de estos grados comprendan las propiedades de las figuras, cuerpos y movimientos geométricos; usen apropiadamente los términos geométricos, al denominar estos objetos geométricos; y expongan con fluidez y coherencia, ya sea de forma oral o escrita, sus argumentos en torno a la

veracidad de cualquier proposición geométrica.

Las potencialidades que brinda la naturaleza para el estudio de situaciones geométricas pueden ser vistas, además, desde la asignaturas: "El mundo en que vivimos", que ayuda a los escolares a observar y comprender los procesos naturales y sociales que ocurren en un momento histórico determinado. Su vinculación con las clases de geometría puede constituir uno de los pilares básicos para su enseñanza, pues mediante su estudio los escolares pueden percibir la diversidad de formas del entorno y la razón por la que ciertos "seres vivos" y "objetos no vivos" guardan relación con una forma geométrica específica; determinar en un plano la distancia real entre dos puntos, realizando mediciones de segmentos; orientarse en el espacio, mediante los puntos cardinales (Norte, Sur, Este, Oeste). Pueden también explicarse la relación de los movimientos geométricos con fenómenos físicos que ocurren a su alrededor como: la sucesión de los días y las noches; el cambio de las estaciones, a partir de los movimientos de rotación y traslación del planeta Tierra; la proyección de una película, los movimientos de un ascensor, entre otros.

Otra de las asignaturas del currículo con la que se puede vincular la enseñanza de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria es con la Educación Plástica. Recuérdese que durante mucho tiempo los planes de estudio para la enseñanza de la geometría contribuían a la formación estética de los escolares, a partir de la apreciación y las creaciones artísticas.

La Educación Plástica facilita la formación integral de los escolares, pues se relaciona con todas las materias del currículo y proporciona un alto nivel de conocimientos que los escolares reflejan en sus representaciones gráficas. Está dirigida, también, a *"la familiarización de los niños con todos los fenómenos y objetos del mundo circundante, tanto naturales, como creados por el hombre"*. (Ruiz Espín, y otros, 2000, p. 30)

Las actividades de pintar, dibujar, modelar, recortar, componer y pegar facilitan el desarrollo de diversas acciones mentales y propician un mayor desarrollo de habilidades; además de perfeccionar la percepción visual y espacial. De igual forma resultan necesarias para ambas asignaturas actividades de diferenciación sensorial de forma, color, textura y tamaño de los objetos naturales, gráficos e industriales.

Este principio se relaciona, principalmente, con el de la solidez en la asimilación de los conocimientos, habilidades y hábitos y con el de sistematización de la enseñanza, determinados por Labarrere Reyes & Valdivia Pairol (1988). A partir de la vinculación de los contenidos geométricos con otros componentes de la Matemática y otras materias del currículo, el docente puede contribuir a que los escolares consoliden y asimilen los conocimientos y habilidades adquiridas, las cuales serán evaluadas por el docente durante todo el proceso de desarrollo de habilidades.

### 5. Principio del pensamiento geométrico abstracto

Este principio significa que en la enseñanza de la geometría se debe partir de la experiencia real de los escolares hasta alcanzar las generalizaciones teóricas. Se fundamenta en la necesidad de emplear convenientemente los procesos analítico, sintético, inductivo y deductivo desde las edades tempranas, para estimular el desarrollo intelectual de los escolares y la aplicabilidad de los contenidos geométricos.

El pensamiento geométrico, según Proenza Garrido (2002, p. 37), *“es una forma de pensamiento matemático, pero no exclusivo de ella y se basa en el conocimiento de un modelo del espacio físico tridimensional”*. Por otra parte, el pensamiento abstracto es el proceso psíquico que permite a un individuo comprender conceptos de objetos y establecer relaciones entre ellos, sin tenerlos de manera concreta.

El pensamiento abstracto se comienza a desarrollar, en los niños de edad escolar, en sus formas más sencillas y siempre, sobre la base de la experiencia práctica y sensorial, pues nunca se desliga completamente de las sensaciones, percepciones y representaciones, hasta que se alcanzan niveles superiores en la adolescencia, cuando se comienza a operar, no solo con conceptos aislados, sino con clases o sistemas completos de conceptos; pues *“la abstracción presupone una división mental del fenómeno u objeto en sus propiedades, relaciones partes, grados de desarrollo, etc.”* (Konstantinov, Malinin, Sorokoúmskaya, Ermolaéva & Latínskaya, 1980, p. 240)

Se proponen como **acciones** para la aplicación de este principio las que se muestran a continuación: (1) ascender gradualmente los niveles de complejidad de las tareas propuestas hasta prescindir de las representaciones de figuras y cuerpos geométricos, siempre que se pueda; (2) elaborar actividades en las cuales los escolares establezcan relación entre conceptos; (3) proponer actividades en las que los escolares generalicen las propiedades geométricas conocidas por vía sensorial en la solución de situaciones problemáticas del entorno social y cultural.

Tal como se ha indicado en el primer ciclo de la Educación Primaria se comienza a desarrollar el pensamiento geométrico abstracto partiendo de la observación y manipulación de objetos concretos, puesto que mediante estas actividades se desarrolla la capacidad de analizar, comparar y generalizar y una vez que aumenta el dominio de las propiedades de las figuras, cuerpos y movimientos geométricos se amplía la capacidad de establecer relaciones entre conceptos.

Es curioso advertir, como las actividades experimentales en las que los escolares comienzan a reconocer, comprender y descubrir las propiedades de las figuras (cantidad de lados y vértices, longitud de los lados opuestos y consecutivos; la relación de posición de los lados opuestos y consecutivos) y cuerpos geométricos (cantidad de

caras, vértices y aristas, si están limitados por superficies planas, curvas o planas y curvas, etcétera), posteriormente serán utilizadas para reconocer características diferentes (variables) y comunes (invariables) entre las figuras y entre los cuerpos geométricos; las relaciones entre conceptos geométricos (principalmente el orden superior e inferior, de acuerdo con los grados); trazar y/o construir figuras y cuerpos geométricos, donde se establece la relación entre conceptos; y argumentar la veracidad de proposiciones geométricas dadas.

De igual modo actividades donde los escolares reconozcan el procedimiento utilizado para mover figuras en el plano; además de realizar algunos movimientos sencillos, posibilita que comprendan las propiedades que cumplen cada uno de los movimientos geométricos y las generalidades que se establecen entre ellos.

Este principio alcanza su máxima expresión en el del carácter audiovisual de la enseñanza: unión de lo concreto y lo abstracto, el del carácter consciente y activo de los alumnos bajo la guía del profesor y el de la atención a las diferencias individuales dentro del carácter colectivo del proceso docente-educativo, enunciados Labarrere Reyes & Valdivia Pairol (1988), pues el pensamiento abstracto, de acuerdo con la teoría del conocimiento marxista-leninista (Lenin, 1964) (Konstantinov, y otros, 1980) no es la última etapa del proceso del conocimiento; la más importante es la ascensión del pensamiento de lo abstracto a lo concreto, cuando el escolar llega a representar y transformar la realidad objetiva. Es de esta forma en que los conceptos y procedimientos geométricos adquiridos, mediante la práctica, bajo la ayuda del docente, son utilizados nuevamente en ella, cuando le dan solución a situaciones de la vida cotidiana.

#### Carácter sistémico de los principios propuestos

Los principios planteados se encuentran ligados íntimamente y forman un sistema, articulado en función de los fines de la educación. De modo que cada principio cumple con determinados objetivos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría y la finalidad de uno se subordina, de forma ordenada, al resto del sistema.

Se entiende como sistema el *“conjunto de componentes interrelacionados entre sí, desde el punto de vista estático y dinámico, cuyo funcionamiento está dirigido al logro de determinados objetivos, que posibilitan resolver una situación problemática, bajo determinadas condiciones externas”*. (Álvarez de Zayas, 1989, p. 25)

Al tomar como referencia la definición anteriormente expuesta puede señalarse que los principios para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria conforman un sistema debido a: las relaciones que se establecen entre ellos; la influencia que ejercen sobre las categorías del proceso de enseñanza-aprendizaje; el fin común que persiguen (contribuir al desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de

la Educación Primaria); y la jerarquización y centralización del principio del carácter contextual de los contenidos geométricos como elemento rector.

De esta forma, el principio del apoyo continuo en los conocimientos históricos, se relaciona fundamentalmente, con el del carácter contextual de los contenidos geométricos, con el de utilización de objetos concretos y otros medios de enseñanza y el del pensamiento geométrico abstracto. Esta relación está dada en que los avances históricos de la geometría se encuentran en la solución de problemas que se le han presentado al hombre en el entorno social y cultural a lo largo de centurias y que han contribuido a su desarrollo como ciencia.

Del mismo modo, el estudio de los objetos concretos, a través del tiempo, ha enriquecido los conocimientos geométricos; pero además, la historia de la geometría puede ser aprovechada en el tratamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje, al elaborar medios de enseñanza y desarrollar habilidades. Por otra parte, puede afirmarse que la solución de problemas cotidianos, a partir de las abstracciones geométricas ha servido de base, históricamente, para la consolidación de los fundamentos y postulados de la geometría.

El principio de utilización de objetos concretos y otros medios de enseñanza se vincula además del principio del apoyo continuo en los conocimientos históricos con el del carácter contextual de los contenidos geométricos y el de la relación intra e intermateria de la enseñanza de la geometría. Ese vínculo se encuentra en que los objetos concretos y medios de enseñanza que se utilizan para el tratamiento de los contenidos geométricos y el desarrollo de habilidades guardan relación con la realidad; se establece así relación entre lo conocido y lo desconocido, luego del estudio de otros componentes de la Matemática y materias del currículo.

El principio de la relación intra e intermateria de la enseñanza de la geometría se relaciona además del principio del apoyo continuo en los conocimientos históricos y el de utilización de objetos concretos y otros medios de enseñanza con el del carácter contextual de los contenidos geométricos y el del pensamiento geométrico abstracto, puesto que para lograr la solidez en la asimilación de los conocimientos y el desarrollo de habilidades geométrica es necesario partir de las situaciones problemáticas que se le presentan a los escolares en el contexto social y cultural en el que viven para alcanzar las generalizaciones teóricas.

Por último, el principio del pensamiento geométrico abstracto se encuentra directamente vinculado con todos los propuestos, como consecuencia lógica de la teoría del conocimiento marxista-leninista, pues refleja la unidad de lo concreto y lo abstracto.

En el esquema que se presenta a continuación se ilustra la relación existente entre los principios propuestos. Se con-

sidera como eje central para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria el “principio del carácter contextual de los contenidos geométricos”: desde donde debe partir y hacia donde debe tributar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en los primeros grados de la enseñanza general.

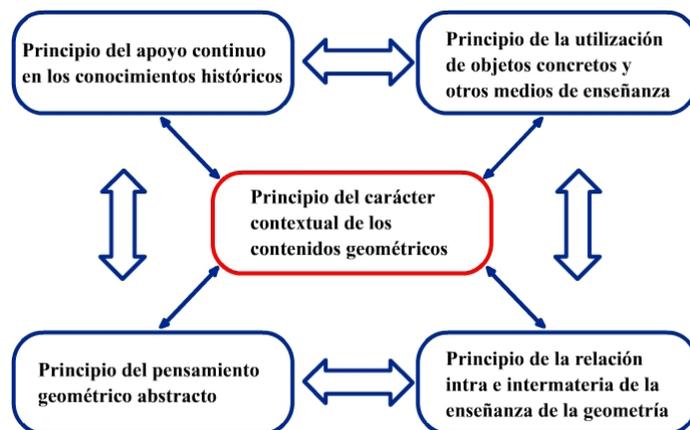


Figura 2. Carácter sistémico de los principios para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.

## 2.2. Acciones y operaciones para el desarrollo de las habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria

Las habilidades reconocer objetos geométricos, trazar y/o construir y argumentar proposiciones geométricas, como habilidades específicas de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria, exigen que el escolar efectúe determinadas acciones y operaciones prácticas e intelectuales, como producto de la ejercitación, que puede haber automatizado o no, convertidas en hábitos y habilidades ya adquiridas, al aplicar conocimientos previos.

Por esta razón se consideró necesario proponer las acciones y operaciones más generales para las habilidades geométricas que se desarrollan en estos grados. Lo anterior permite esclarecer cómo ocurre este proceso, de manera planificada, orientada y organizada, desde el plano externo al interno y puesto en práctica nuevamente.

Esta propuesta de acciones y operaciones se realizó siguiendo los modos y procedimientos para modelar la actividad cognoscitiva, señalados por Talízina (1988). De lo anterior se asume el primero de los modos: el **teórico-experimental; mientras que** de los procedimientos, de acuerdo a las funciones, se toman **los que permiten analizar independientemente todos los fenómenos particulares que son objeto de estudio;** y acorde con el contenido, **los lógicos;** unido a la primera de las vías, **la que al comienzo forma acciones aisladas, que posteriormente se unen.** De esta forma, puede ser adaptada en todas las esferas de la actividad cognoscitiva. Esta propuesta aparece reflejada en las tablas siguientes.

Tabla 1. Propuesta de acciones y operaciones para el desarrollo de la habilidad geométrica reconocer objetos geométricos.

Habilidad geométrica	Acciones	Operaciones
Reconocer objetos geométricos.	1. Percibir	_Interactuar con el objeto geométrico, de manera visual y táctil.
	2. Analizar	_Descomponer el objeto geométrico en cada una de sus partes, para conocer sus propiedades esenciales.
	3. Relacionar	_Descubrir los nexos que existen entre ese objeto geométrico con otros.
	4. Identificar	_Seleccionar el objeto geométrico dentro de un número determinado de objetos, a partir de sus propiedades esenciales y/o generales.

Tabla 2. Propuesta de acciones y operaciones para el desarrollo de la habilidad geométrica trazar y/o construir.

Habilidad geométrica	Acciones	Operaciones
Trazar y/o construir	1. Observar	_Percibir visualmente el objeto geométrico. _Establecer correspondencia entre el objeto geométrico y sus propiedades.
	2. Representar	_Materializar el objeto geométrico, a partir de un conjunto de pasos, diversos materiales (varillas, desarrollos planos, plastilina, etcétera) e instrumentos de dibujo.
	3. Comprobar	_Analizar la validez del procedimiento utilizado.

Tabla 3. Propuesta de acciones y operaciones para el desarrollo de la habilidad geométrica argumentar proposiciones geométricas.

Habilidad geométrica	Acciones	Operaciones
Argumentar proposiciones geométricas.	1. Reconocer	_Identificar las propiedades esenciales y/o generales de un objeto geométrico.
	2. Describir	_Enunciar las propiedades esenciales y/o generales de un objeto geométrico, utilizando el lenguaje común y el geométrico.
	3. Interpretar	_Elaborar conclusiones acerca de los elementos y relaciones de los objetos geométricos.
	4. Explicar	_Expresar razones que confirman lo planteado, a partir de las propiedades esenciales y/o generales de los objetos geométricos.

Debe señalarse que esta propuesta de acciones y operaciones, para cada una de las habilidades geométricas del primer ciclo de la Educación Primaria, no debe seguirse rígidamente, puesto que este proceso tiene un carácter sistémico y en ocasiones en el desarrollo de una habilidad geométrica específica se necesita de otra habilidad o de sus acciones y operaciones.

De acuerdo con lo analizado, también, pueden darse casos de escolares, que en la ejecución de las actividades propuestas por el docente, no necesiten algunas de las acciones y operaciones para el desarrollo de una habilidad geométrica determinada y avancen directamente hacia las últimas.

**2.3. Niveles e indicadores para orientar y evaluar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria**

Los niveles para orientar y evaluar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria, propuestos, fueron determinados, además, a partir de las acciones y operaciones prácticas e

intelectuales que debe realizar el escolar y de la opinión de los docentes, obtenidas en investigaciones precedentes; se arribó a la conclusión que para desarrollar habilidades geométricas, en los primeros grados, los escolares deben: observar objetos concretos, experimentar con ellos para descubrir sus propiedades y por último, establecer relaciones entre las figuras, entre los cuerpos y entre los movimientos geométricos.

A partir de estas ideas se propone una clasificación de tres niveles por los cuales transita el proceso de desarrollo de habilidades, en cada contenido geométrico, que aunque se presentan de forma aislada, para una mejor comprensión, forman un todo y cada nivel constituye condición previa para alcanzar el nivel superior. Los niveles para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria son:

**Nivel 1 (concreción):** el escolar, previamente orientado por el docente u otro compañero de grupo, reconoce formas y movimientos geométricos en el entorno, en modelos y en representaciones gráficas. Observa las diferencias entre las figuras, entre los cuerpos y entre los movimientos geométricos, pero no puede explicar con propiedad en qué radican. Reproduce y construye de manera elemental figuras y cuerpos geométricos; realiza descripciones utilizando el lenguaje común, combinando símbolos y términos geométricos.

**Nivel 2 (experimentación):** el escolar actúa con cierta independencia. Comprende las propiedades de las figuras, los cuerpos y movimientos geométricos, a partir de la realización de actividades de manipulación e indagación, las que utiliza para explicar las diferencias. Representa y construye figuras y cuerpos geométricos dadas las orientaciones en el espacio, aplicando un procedimiento. Utiliza el lenguaje común y el simbólico, en función de la apropiación de la terminología propia de esta materia y al argumentar.

**Nivel 3 (abstracción):** el escolar en este nivel actúa con independencia. Se representa mentalmente los objetos geométricos y es capaz de operar con ellos. Establece relaciones entre las figuras, entre los cuerpos y entre los movimientos geométricos, a partir de sus diferencias y semejanzas, las que utiliza en las construcciones geométricas y al argumentar el valor de verdad de proposiciones dadas. Utiliza las habilidades geométricas adquiridas en la adquisición de nuevas habilidades, contenidos matemáticos y/o de otras materias; puede, además, darle solución a situaciones de la cotidianidad.

A continuación se representa gráficamente cada uno de los niveles propuestos, así como la relación existente entre ellos.

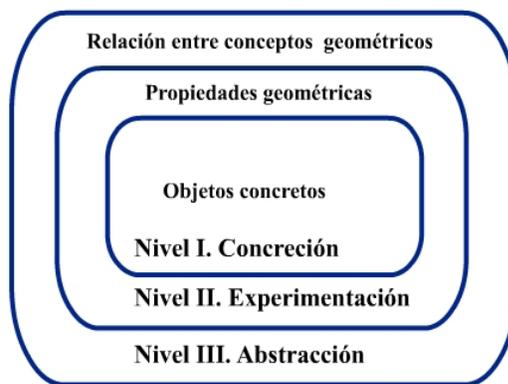


Figura 3. Relación de los niveles para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria.

Para evaluar el nivel de desarrollo de las habilidades geométricas el docente debe tener en cuenta, también, indicadores, que constituyen elementos que señalan el estado en el que se encuentra el escolar en el objeto geométrico estudiado y le permiten al docente moverlo al deseado, a partir de actividades. De esta manera, se sugieren los indicadores que se muestran en las tablas siguientes; relacionados, además, con las acciones y operaciones que aparecen en el epígrafe anterior.

Tabla 4. Indicadores para orientar y evaluar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el nivel concreción.

Nivel I (concreción)		
Habilidades geométricas		
Reconocer objetos geométricos	Trazar y/o construir	Argumentar proposiciones geométricas
1. Determina formas en el medio a partir de un modelo geométrico dado.	1. Reproduce objetos físicos utilizando las formas geométricas.	1. Hace corresponder una denominación dada a la figura o el cuerpo geométrico correspondiente.
2. Determina formas y movimientos geométricos en el medio a partir de objetos concretos dados.	2. Reproduce figuras (en papel cuadriculado, con varillas o plantilla) y cuerpos geométricos (con varillas) a partir de un modelo dado.	2. Denomina figuras y cuerpos geométricos con el vocablo correspondiente.

3. Determina formas geométricas en el medio a partir de una denominación dada.	3. Representa puntos y rectas con los instrumentos de trazado necesarios.	3. Denota y nombra figuras geométricas.
4. Identifica movimientos geométricos (del espacio y el plano) en representaciones gráficas, sobre papel cuadriculado y en diferentes posiciones.		
5. Identifica figuras y cuerpos en series geométricas.		
6. Identifica figuras planas al observar cuerpos geométricos desde diferentes posiciones.		
7. Relaciona desarrollo con cuerpos geométricos dados.		
8. Identifica cantidad de cubos en un apilamiento.		
9. Identifica figuras en otras compuestas en las que solamente aparece la figura en cuestión y no están unas incluidas dentro de otras.		

2. Selecciona formas y movimientos geométricos en el medio a partir de una denominación dada y viceversa.	2. Traza ejes de simetría en objetos concretos y en figuras geométricas.	2. Interpreta frases que describen las figuras y los cuerpos geométricos.
3. Analiza propiedades de las figuras, cuerpos y movimientos geométricos.	3. Representa rectángulos y cuadrados sobre papel cuadriculado dadas las orientaciones en el espacio.	3. Explica a partir del dominio de las propiedades geométricas.
4. Clasifica figuras y cuerpos geométricos, de acuerdo a sus propiedades.	4. Representa figuras (con varillas y plantilla) y cuerpos geométricos (con varillas) teniendo en cuenta sus propiedades.	
5. Compara figuras y cuerpos geométricos.	5. Desarrolla construcciones geométricas formales con los instrumentos de trazado (circunferencia, paralelogramo, rectángulo y cuadrado, etcétera).	
6. Identifica cómo se obtiene por movimiento una imagen a partir de la figura original.	6. Elabora figuras geométricas dado un número de elementos.	
7. Identifica cantidad de cubos en un apilamiento representado gráficamente.	7. Obtiene otras figuras y cuerpos geométricos a partir de los anteriores.	
8. Identifica cantidades necesarias de figuras y cuerpos geométricos para formar otros.		
9. Identifica figuras en otras compuestas en las que solamente aparece la figura en cuestión y están incluidas unas dentro de otras.		

Tabla 5. Indicadores para orientar y evaluar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el nivel experimentación.

Nivel II (experimentación)		
Habilidades geométricas		
Reconocer objetos geométricos	Trazar y/o construir	Argumentar proposiciones geométricas
1. Selecciona movimientos de orientación espacial realizados utilizando las relaciones izquierda-derecha, delante-atrás, arriba-abajo, norte-sur, este-oeste.	1. Representa rectas (paralelas y perpendiculares), segmentos y ángulos.	1. Describe las figuras y los cuerpos geométricos.

Tabla 6. Indicadores para orientar y evaluar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el nivel abstracción.

Nivel III (abstracción)		
Habilidades geométricas		
Reconocer objetos geométricos	Trazar y/o construir	Argumentar proposiciones geométricas
1. Compara cantidad de veces que aparecen dos tipos de figuras sin expresar cantidades, a partir del reconocimiento de las figuras en una compuesta.	1. Representa figuras (a partir de otras, con varillas, plantilla e instrumentos de trazado) y cuerpos geométricos (con varillas) donde se establece la relación entre conceptos.	1. Explica situaciones geométricas en el medio que guardan relación con las unidades de magnitud.
2. Compara figuras y cuerpos geométricos a partir de propiedades.		2. Explica a partir del dominio de las relaciones entre conceptos geométricos.
3. Identifica en una composición de movimientos como se obtiene una imagen a partir de la figura original.		3. Expresa razones por las cuales objetos físicos guardan relación con propiedades geométricas.
4. Identifica situaciones geométricas en el medio que guardan relación con las unidades de magnitud.		
5. Relaciona figuras y cuerpos geométricos a partir de sus propiedades.		

**2.4. Resultados de la evaluación de la viabilidad de los fundamentos teóricos en el desarrollo de habilidades geométricas en los escolares**

Con el objetivo de determinar la viabilidad de los fundamentos que sustentan la estrategia didáctica elaborada, se realizó su evaluación, antes de utilizarlos en el proceso de enseñanza-aprendizaje, a partir del método Delphi.

Fueron seleccionados 30 expertos. En esta muestra se consideró oportuno incluir docentes, directores y metodólogos de escuelas primarias, por las experiencias que han tenido, los primeros, en el tratamiento de los contenidos geométricos; y el papel que desempeñan, los últimos, en la dirección de los colectivos de ciclos y la preparación metodológica del resto de los docentes.

Como dato significativo se tiene que uno de los expertos seleccionados formó parte del colectivo de autores, que elaboró los libros de texto, cuadernos de trabajos, orientaciones metodológicas y programas, usados hasta el presente en el primer ciclo de la Educación Primaria.

La aplicación del método Delphi aportó como resultado final la viabilidad de los fundamentos teóricos que sustentan la estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria; lo que conlleva a admitir las potencialidades que tienen para transformar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría y contribuir al desarrollo de habilidades geométricas en los escolares.

Una vez obtenido el consenso de los expertos acerca de la viabilidad de los fundamentos se procedió a obtener criterios para apreciar de manera integral cómo se relacionan con la estrategia didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Para determinar la viabilidad del uso de estos fundamentos teóricos en el desarrollo de habilidades geométricas en los escolares se seleccionó el primer ciclo de una de las escuelas primarias, del proyecto al que pertenece esta investigación. Para ello se consideró necesario aplicar un diseño cuasiexperimental de series cronológicas de un solo grupo, que se llevó a cabo en tres etapas.

En la etapa de **constatación** se realizó un estudio de los expedientes acumulativos de los escolares y de actas de colectivos de ciclo; se aplicaron encuestas a familiares y las primeras prepruebas, para constatar el nivel de desarrollo de habilidades geométricas de los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria.

En la de **capacitación** se introdujo la estrategia didáctica y sus fundamentos en el primer ciclo de la Educación Primaria; se preparó metodológicamente a los docentes y se les aplicó encuestas. Lo anterior permitió conocer las limitaciones para la dirección del proceso de desarrollo de habilidades geométricas, la aceptación y calidad de la preparación metodológica ofrecida.

En la de **validación** se realizaron observaciones a clases, se revisaron las libretas de los escolares y se les aplicó pruebas pedagógicas, para medir el nivel de desarrollo de habilidades geométricas, una vez que se utilizó la estrategia didáctica en todos los grados del primer ciclo de la Educación Primaria.

Se concluye planteando que con la aplicación del cuasiexperimento de series cronológicas de un solo grupo se corroboró la viabilidad de los fundamentos teóricos que sustentan la estrategia didáctica; se logró desplegar un proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador y orientar el proceso de desarrollo de habilidades geométricas en los escolares, desde el más bajo nivel hasta el más elevado.

## Conclusiones

1. El análisis de las concepciones teórico-metodológicas del proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en el primer ciclo de la Educación Primaria permitió determinar, principios, acciones, operaciones, niveles e indicadores, como fundamentos teóricos para el desarrollo de habilidades geométricas, en estos grados.
2. La organización del proceso de desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo, a partir de un conjunto de principios, que toman el carácter contextual de los contenidos geométricos como núcleo, propicia su aplicación en situaciones tanto geométricas como en otros contextos sociales.
3. La propuesta de estructura interna para el desarrollo de las habilidades geométricas (reconocer, trazar y/o construir y argumentar) en el primer ciclo, con sus acciones y operaciones; niveles e indicadores, le permite a los docentes dirigir este proceso, en su conjunto, de manera gradual y diferenciada.
4. Los fundamentos teóricos propuesto favorecen el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria; lo cual se demuestra tras su evaluación, a partir de la aplicación del método Delphi y la realización de un cuasiexperimento de series cronológicas de un solo grupo.

## Referencias bibliográficas

- Alsina Catalá, C., Burgués Flamarich, C., & Fortuny Aymemí, J. M. (1989). *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. Madrid: Síntesis, S.A.
- Alsina Catalá, C., Burgués Flamarich, C., & Fortuny Aymemí, J. M. (1991). *Materiales para construir la Geometría*. Madrid: Síntesis, S.A.
- Álvarez de Zayas, C. M. (1989). *Fundamentos teóricos de la dirección del proceso docente educativo en la Educación Superior cubana*. La Habana: MES.
- Ballester Pedroso, S., y otros. (2001). *Metodología de la enseñanza de la Matemática I*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Barcia Martínez, R. (2000). *La preparación geométrica de los Licenciados en Educación Primaria*. Cienfuegos. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Cienfuegos: Universidad "Carlos Rafael Rodríguez".
- Bressan, A. M., Bogisic, B., & Crego, K. (2000). *Razones para enseñar geometría en la educación básica*. Mirar, construir, decir y pensar. Buenos Aires: Novedades Educativas.
- Brihuega Nieto, J. (2006). *Espacio y forma*. Materiales para el aula. Recuperado de <http://www.galega.org/emdg/web/Espacio%20y%20forma.doc>
- Cabrera Bon, M. (2001). *Propuesta de actividades para desarrollar habilidades geométricas en los escolares de primer grado*. Trabajo de Diploma. Cienfuegos: Instituto Superior Pedagógico "Conrado Benítez García".
- Cajaraville Pegito, J. A. (1989). *Ordenador y Educación Matemática*. Algunas modalidades de su uso. Madrid: Síntesis.
- Canals Tolosa, M. A. (1997). *La Geometría en las primeras edades escolares*. *Revista Suma*, 25, pp. 31-34.
- Castellanos Simons, D., y otros. (2002). *Aprender y enseñar en la escuela*. Una concepción desarrolladora. La Habana: Pueblo y Educación.
- Chevallard, Y. (2005). *La transposición didáctica*. Del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, SA, .
- D'Ambrosio, U. (2005). *La integración de la matemática con las ciencias*. *Matemática*: Revista digital de divulgación matemática. 1 (1). Sociedad Matemática Española Recuperado de [http://www.matematicalia.net/index.php?option=com\\_content&task=view&id=27&Itemid=27](http://www.matematicalia.net/index.php?option=com_content&task=view&id=27&Itemid=27)
- De Guzmán, M. (1993). *Tendencias innovadoras en Educación Matemática*. Organización de Estados para la Educación y la Cultura. Madrid: Popular.
- Díaz Godino, J., & Ruíz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Granada: ReproDigital.
- Díaz Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Granada: GAMI, S. L. Fotocopias.
- Díaz Godino, J., & Batanero, C. (2009). *Formación de profesores de matemáticas basada en la reflexión guiada sobre la práctica*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperado de <http://www.ugr.es/local/jgodino>
- Galindo, C. (1996). *Desarrollo de habilidades básicas para la comprensión de la geometría*. *Revista EMA*. 1, pp. 49-58.
- Galperin, P. Y. (1982). *Introducción a la Psicología*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Giorgion, R. (2010). *Habilidades matemáticas presentes em alunos do ensino medio participantes em feiras de ciências*. Pontíficia Universidade Católica. Mestrado em Educação Matemática. Recuperado de <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/122-4.pdf>
- González Quiza, E., & Guillén Soler, G. (2009). *La enseñanza de la geometría en la Educación Primaria*. De la enseñanza/aprendizaje de la geometría en la formación de profesores de Primaria a la enseñanza de esta materia en el aula: Estudio de casos. Recuperado de <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/apregeom/aprgeo-refer.html>
- Jaime Pastor, A., & Gutiérrez Rodríguez, Á. (1996). *El grupo de las isometrías del plano*. Madrid: Síntesis.
- Junquera Muné, J. (1961). *Didáctica del cálculo*. Barcelona: Labor.
- Konstantinov, F., Malinin, V., Sorokoumskaya, N., Ermolaeva, V., & Latinskaya, T. (1980). *Fundamentos de filosofía marxista - leninista*. Primera parte. La Habana: Ciencias Sociales.
- Labarrere Reyes, G., & Valdivia Pairol, G. (1988). *Pedagogía*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Lenin, V. I. (1964). *Obras Completas*. Vol. 29. La Habana: Editora Política.

- León González, J. L. (2011). Estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Cienfuegos: Universidad de Ciencias Pedagógicas: "Conrado Benítez García".
- León González, J. L., & Barcia Martínez, R. (2006). La habilidad de reconocimiento geométrico de figuras compuestas en los escolares primarios. *Conrado*, 2 (6).
- León González, J. L., & Barcia Martínez, R. (2010). Propuesta para la elaboración y utilización del tangram y el geoplano en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría de la Educación Primaria. *Conrado*, 6 (25).
- León Roldán, T. (2007). Concepción didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría con un enfoque dinámico en la Educación Primaria. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. La Habana: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas.
- López Pérez, A., & Prado Pérez, M. (1998). Tratamiento de los polígonos en las escuelas primarias del municipio de Abreus. Trabajo de Diploma. Cienfuegos: Universidad "Carlos Rafael Rodríguez".
- Marquès Graells, P. (1999). La tecnología educativa: conceptualización, líneas de investigación. Recuperado de <http://peremarques.pangea.org/tec.htm>
- Martí, J. (1985). La Edad de Oro. La Habana: Gente Nueva.
- NCTM. (2000). Principios para matemáticas escolares. Consejo Estadounidense de Profesores de Matemáticas. Recuperado de <http://www.eduteka.org/PrincipiosMath.php>
- Panizza, M. (2003). Conceptos básicos de la teoría de las situaciones didácticas. Recuperado de <http://www.librospdf.net/panizza-mabell-1/>
- Petrovski, A. V. (1986). Psicología General. La Habana: Libros para la Educación.
- Proenza Garrido, Y. (2002). Modelo didáctico para el aprendizaje de los conceptos y procedimientos geométricos en la escuela primaria. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Holguín: ISP "José de la Luz y Caballero.
- Puig Unzueta, S. (2003). Una aproximación a los niveles de desempeño cognitivo en los alumnos. La Habana: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (documento digitalizado).
- República de Cuba. Ministerio de Educación. (2007). Programa Matemática Educación Primaria. La Habana: Pueblo y Educación.
- Rico Montero, P., Santos Palma, E. M., & Martín-Viaña Cuervo, V. (2008). Exigencias del modelo de escuela primaria para la dirección por el maestro de los procesos de educación, enseñanza y aprendizaje. La Habana: Pueblo y Educación.
- Rizo Cabrera, C. (1987). Estructuración del curso de geometría de cuarto a sexto grados basados en las transformaciones y la congruencia. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. La Habana: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas.
- Rosental, M., & Ludin, M. (1981). Diccionario Filosófico. La Habana: Instituto Cubano del Libro.
- Ruiz de Ugarrío, G. (1965). Cómo enseñar Aritmética en la escuela primaria. La Habana: Pedagógica.
- Ruiz Espín, L, y otros. (2000). Metodología de la Educación Plástica en la Edad Infantil. La Habana: Pueblo y Educación.
- Sabina Fuentes, M. (1996). Necesidades de Superación de los maestros en el tratamiento de la geometría en el primer ciclo. Trabajo de Diploma. Cienfuegos: Universidad "Carlos Rafael Rodríguez".
- Savin, N. V. (1972). Pedagogía. La Habana: Pueblo y Educación.
- Talízina, N. (1988). Psicología de la enseñanza. Moscú: Progreso.
- Van Hiele, P. M. (1957). El problema de la comprensión: En conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría. Tesis Doctoral. Utrecht: Universidad Real de Utrecht. Recuperado de <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/apregeom/archivos2/VanHiele57.pdf>
- Vigotsky, L.S. (1979). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona: Crítica.
- Wielewski, G. D. (2005). Aspectos do pensamento matemático na resolução de problemas: uma apresentação contextualizada da obra de Krutetskii. Pontifícia Universidade Católica. Doutorado em Educação Matemática. Recuperado de [http://www.pucsp.br/pos/edmat/do/tese/gladys\\_denise\\_wielewski.pdf](http://www.pucsp.br/pos/edmat/do/tese/gladys_denise_wielewski.pdf)



En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la Educación Primaria una de las principales dificultades que se presenta está relacionada con el desarrollo de habilidades geométricas en los escolares del primer ciclo. Por esta razón, en la investigación se centra el estudio en las habilidades geométricas: reconocer objetos geométricos, trazar y/o construir y argumentar proposiciones geométricas. Para darle solución a la anterior problemática se determinaron los fundamentos teóricos para el desarrollo de habilidades geométricas en el primer ciclo de la Educación Primaria: principios, acciones, operaciones, niveles e indicadores. Los principios determinados favorecen concebir el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría del primer ciclo de la Educación Primaria de manera científica, acorde con la propuesta de estructura interna de las habilidades geométricas y los niveles e indicadores. Por su parte, la propuesta de estructura interna de las habilidades geométricas, junto a los niveles e indicadores, permiten orientar el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, de acuerdo con las particularidades de cada escolar. Los resultados obtenidos con su utilización manifestaron una influencia significativa en el desarrollo de las habilidades geométricas de los escolares del primer ciclo de la Educación Primaria.

