



Facultad de Ingeniería Mecánica

AVERÍAS EN MÁQUINAS Y EQUIPOS EN GENERAL

Autores: Dr. Rafael Goytisoló Espinosa y un grupo de Profesores - Investigadores del Colectivo de la Línea de Mecánica Aplicada de las Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez” y de la Universidad “Marta Abreu” de las Villas.

Octubre 2010

Caso No. 17 Análisis de las fallas de los Rolos de Apoyo de los Hornos Rotatorios de una Fábrica de Cemento

Autores:

Dr. Rafael Goytisoló Espinosa¹, Ing. Héctor Cordero González², Ing. Raúl Hernández Acosta³, Ing. Eldis Rafael Goytisoló Betancourt⁴, Ing. Boris Lio Alonso⁵, Ing. Luis Haro Becerra⁶, Ing. Yoel Rodríguez Peña⁷.

1 – Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

2, 3 – Ingenieros Mecánicos. Especialistas de la Empresa de Cemento.

4, 5, 6, 7 – Ingenieros Mecánicos. Colaboradores de la Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

1. Introducción.

Desde la puesta en marcha de la Empresa de Cemento “Karl Marx” de la Ciudad de Cienfuegos, Cuba, en el año 1980 se comenzaron a presentar dificultades con la resistencia mecánica volumétrica y superficial de los rolos de apoyo de los hornos rotatorios de cemento, por agrietamiento de los rayos de los mismos y desarrollo progresivo de estas grietas hasta la fractura total del rayo y la posterior extensión de la misma a los restantes rayos hasta que prácticamente todos los rayos sufrieran fractura y además el deterioro de la superficie de trabajo de los rolos por desgaste, picadura superficial y deformación plástica.

Esta situación desde un inicio fue planteada por la Empresa a la firma productora la cual, evidentemente, comenzó a investigar el problema y en las sucesivas compras de rolos que realizó la Empresa para garantizar los repuestos, la geometría de los rolos fue cambiada por la firma buscando una solución definitiva de la situación.

Estos cambios en un principio no resolvieron el problema y los rolos siguieron agrietándose y en los casi ya 20 años de producción de la Empresa se ha ido creando un verdadero cementerio de rolos agrietados en el patio de la misma.

Con el desmantelamiento del campo socialista y la llegada del Período Especial para nuestro país arrecian las dificultades de suministro de repuestos para la Empresa; aunque por compromisos de contratos existentes en ese momento entre la Empresa y las firmas productoras, en los primeros años del Período Especial continuaron llegando algunos repuestos entre los cuales la firma productora suministró una nueva versión de rolos con variación en el número de rayos (de 8 a 6 rayos).

En todo este periodo la Empresa se vio obligada a emprender diferentes vías de recuperación de los rolos para poder garantizar el funcionamiento de los hornos, lo cual se lleva a cabo actualmente en la Empresa; sin embargo, éstas alargan un poco la vida de los rolos pero el agrietamiento de los rayos continua incluso hasta alcanzar la llanta del rolo.

Entre los intentos de solucionar el problema en el país se encargó por parte de la Empresa la fundición de un rolo en el Combinado Sidero Mecánico “Fabric Aguilar Noriega” de Villa Clara; pero este intento resultó infructuoso pues el rolo se destruyó rápidamente.

Hay que destacar que entre las fallas de los rolos también aparecen, como se dijo anteriormente, fallas superficiales, pero éstas no llegan a ser del todo destructivas.

Ante esta situación se decidió por parte de la Empresa no deshacerse de ninguno de los rolos agrietados en espera de esclarecer las causas de la falla y buscar la mejor variante para la recuperación o la fabricación de los mismos.

Los rolos de apoyo constituyen una pieza fundida de acero de aproximadamente 9 toneladas, lo que por sí sólo, caracteriza las dificultades de la fabricación o recuperación de los mismos y lo costoso que para la Empresa de Cemento representa esta situación sostenida durante 20 años de existencia de la misma.

La solución de esta situación constituye un problema complejo dadas las enormes cargas que los rolos soportan y las dificultades técnicas, desde el punto de vista de los esquemas de análisis, que representa la existencia de 6 rolos de apoyo por horno y la propia complejidad geométrica de estos.

Estos antecedentes motivaron el inicio de esta investigación por parte del Colectivo de Mecánica aplicada de la UCf, formulándose en la primera etapa los siguientes objetivos:

1. Esclarecer las diferencias geométricas existentes entre los diferentes tipos de rolos suministrados a la Empresa por la firma productora.
2. Elaborar el esquema de análisis del horno, contemplando todas las cargas existentes sobre el mismo, para determinar las cargas radiales sobre cada rolo y las tensiones de contacto en la superficie de la llanta en contacto con el bandaje.
3. Desarrollo de una metodología, aplicando el método de composición de esquemas de análisis, para determinar las fuerzas internas y tensiones provocadas por la interferencia del ajuste rolo – árbol.
4. Desarrollar, partiendo del Segundo Teorema de Castigliano (Teorema del Trabajo Mínimo), una metodología para el cálculo de las fuerzas internas que surgen en la llanta y en los rayos para diferentes posiciones de la carga y para los diferentes tipos de rolos.
5. Evaluar la resistencia a la fatiga de los diferentes tipos de rolos y elaborar para la Empresa las conclusiones y recomendaciones correspondientes.

2. Desarrollo.

2.1 Características generales de los hornos rotatorios de cemento.

En la actualidad en la producción de cemento se utilizan los hornos rotatorios. Este tipo de horno se había inventado en Inglaterra a finales del siglo pasado, sin embargo no habían podido tener aplicación industrial por algunas deficiencias. El español José Navarro encontró una solución satisfactoria del problema y con los hornos reformados por él fundó en 1896 la gran compañía “Atlas, Portland Cement” que alcanzó en 1900 una producción de 600 000 toneladas diarias. Con los hornos giratorios se consigue acortar mucho el tiempo de fabricación y reducir mano de obra.

El funcionamiento de estos hornos es puramente mecánico, exige poca labor manual, no requiere gran habilidad por parte de los operarios y con él la producción de cemento es independiente del viento, de las lluvias etc. Estas ventajas compensan los inconvenientes que poseen como son: el mayor gasto de combustible y el costo de inversión e instalación.

Aún cuando pueden tener los hornos rotatorios diversas disposiciones y distinto tamaño, en general los modernos, están formados por un cilindro o tambor de acero de 45 a 50 m de longitud con una inclinación de 6% con respecto a la horizontal.

Estos hornos giran alrededor de un eje y están revestidos interiormente de material refractario. El diámetro suele ser de unos 2 metros. Los hornos modernos suelen ser algo más grandes, con un diámetro de 2 - 4 m, con lo cual se aprovecha más el calor de los gases calientes ya que así se logra disminuir la velocidad de la corriente gaseosa.

Por la parte más elevada se introduce el material que se quiere calcinar. Por el otro extremo sale el material calcinado a una alta temperatura ya que en esa misma parte se encuentra el quemador.

La fábrica de cemento “Karl Marx” cuenta con cuatro hornos de este tipo tres son utilizados en la producción de “clinker” y el otro es utilizado como secador de marga, una de las materias primas para la producción de cemento. Las características fundamentales de los hornos de “clinker”, así como sus partes y dimensiones principales se aprecian en las Figs. 1 y 2.

Leyenda: T- Tubo; R – Rolo; B – Bandaje; C – Catalina; P – Piñón; Re – Reductor; M – Motor.

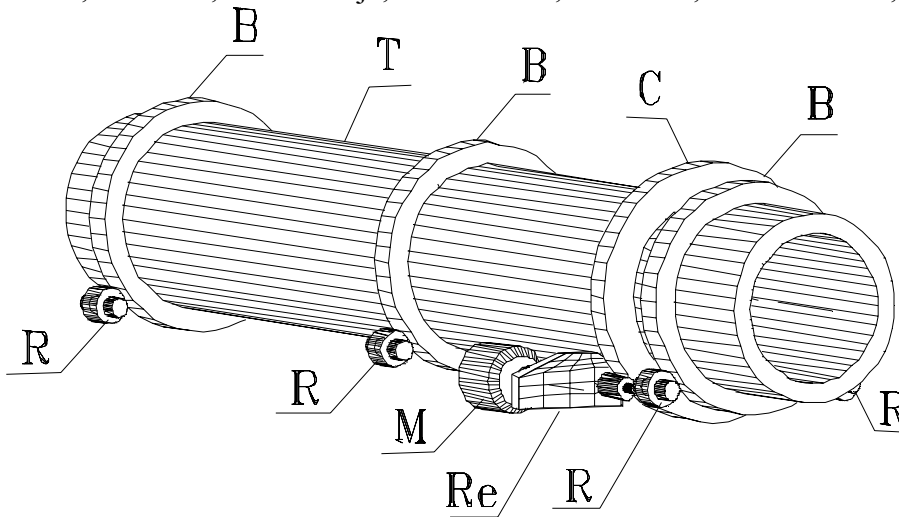


Fig. 1. Vista general de un horno.

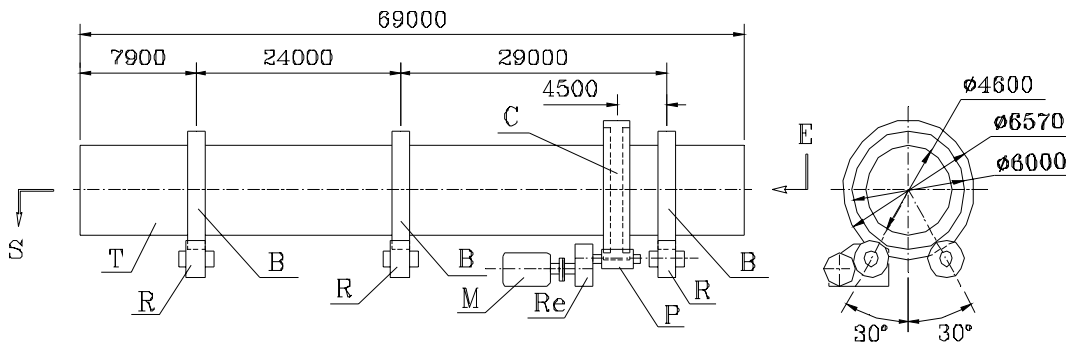


Fig. 2. Dimensiones de los hornos de “clinker” de la Empresa de Cemento “Karl Marx”.

Este horno está inclinado un 3% con respecto a la horizontal y gira a 1.7 r.p.m. El flujo máximo de material de diseño es de 120 t/h, pero en la Empresa se trabaja con un flujo de 110 t/h.

Debido a esta inclinación y su rotación el horno tiende a desplazarse por gravedad. Para que el horno se mantenga en su posición se giran los rolos de una de las bases, a este giro se le llama corte y al ángulo que se inclina el eje del rolo con respecto al eje del tubo del horno se le denomina ángulo de corte. En la Fig. 3 se esquematiza exageradamente el corte de los rolos de una de las bases.

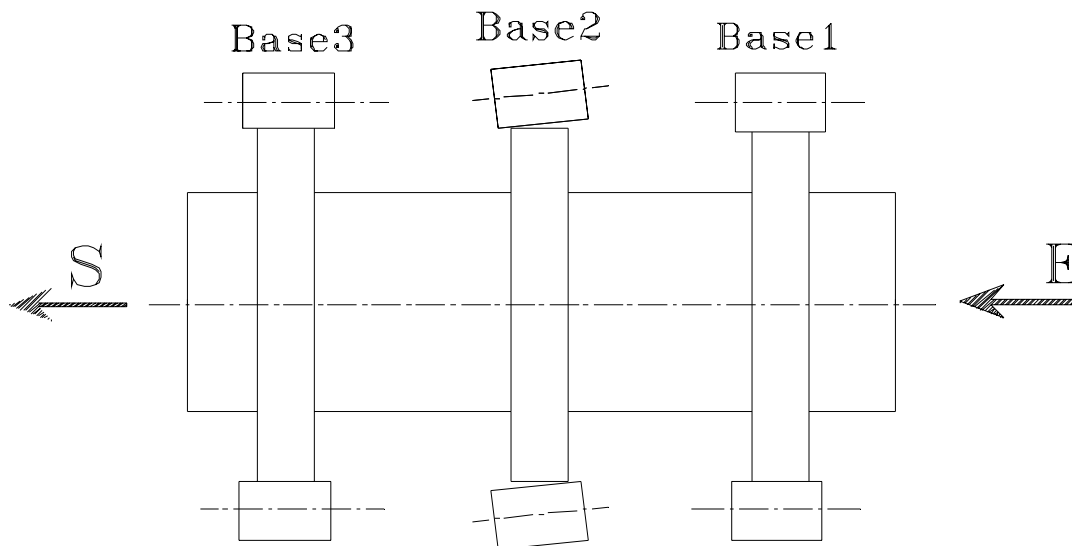


Fig. 3. Vista superior del horno (ángulo de corte).

Este corte se realiza principalmente en la base 2 y en la base 3, el horno está trabajando en esas condiciones durante un determinado tiempo hasta que suba a la parte superior.

El movimiento de rotación del horno se transmite mediante un sistema compuesto por un motor eléctrico, un reductor cilíndrico de tres pasos y un reductor final que lo componen un piñón y una catalina. Las características fundamentales del sistema de transmisión se dan a continuación

2.2 Características fundamentales de los elementos del sistema de transmisión.

Motor eléctrico.

Marca: Ercole Marellí 8C-5. P.A

Motor: CD

$n = 250 - 750$ r.p.m.

$N = 107 - 320$ kW

$V = 150 - 440$ Volt.

$I = 820$ A.

Reductor cilíndrico.

$N = 240$ kW.

$Mt = 22\ 800$ kgf-m.

$i = 72.27$

Reductor final.

Piñón.

$Z = 25$

$d_p = 500$ mm.

$B_p = 500$ mm.

Catalina.

$Z = 146$

$M = 45$

$d_p = 6\ 570$ mm.

$d_e = 6\ 660$ mm.

$B_C = 450$ mm.

Como es característico en los hornos, este tiene en su interior un recubrimiento de ladrillos refractarios en toda su longitud. Este enladrillado está conformado por ladrillos de varios tipos; en epígrafes posteriores se detalla sobre su distribución y composición.

2.3 Características generales de los rolos de apoyo de los hornos de la Empresa “Karl Marx”.

2.3.1 Diferentes diseños y dimensiones de los rolos empleados en los hornos de la Empresa.

Estos elementos son los encargados de soportar y facilitar la rotación del horno y a su vez giran sobre cojinetes de deslizamiento. Sus partes fundamentales se aprecian en la Fig. 4.

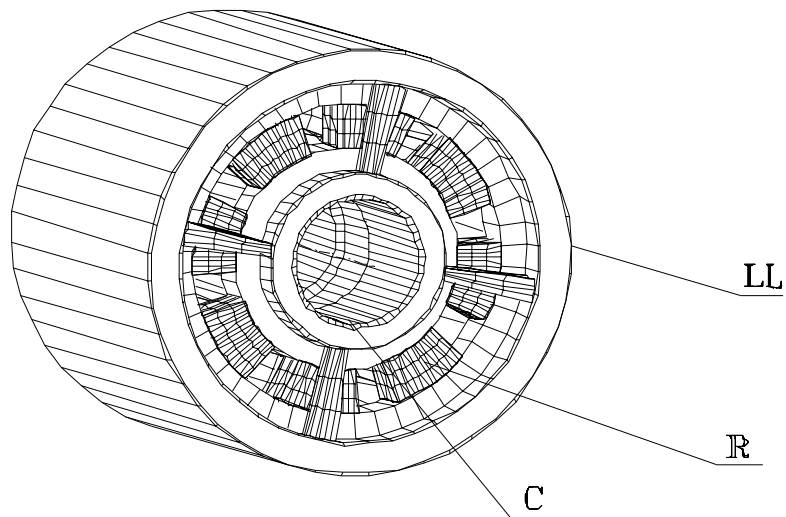


Fig. 4. Vista general del rolo.

LL– Llanta; R – Rayo; C – Cubo.

Los diferentes diseños de los rolos y sus dimensiones respectivas se muestran en los esquemas de los Anexos 1, 2 y 3. A los rolos los identificaremos en lo adelante como rolo de Tipo 1, 2 y 3 coincidiendo esta numeración con la de los anexos mencionados.

2.3.2 Características del material de los rolos y del bandaje.

Los materiales de ambos elementos fueron tomados de los planos existentes en la Empresa y con el empleo de [10] se determinó el equivalente GOST con el que se realizaron los cálculos.

Material de los rolos:

Acero: GS 28 Mn GN – TGL 14395 / 02.

Se corresponde con el acero DIN 20Mn 5 N° 1.1133 y con el acero GOST 20GL N° 832.

Pudiera utilizarse un acero 20G, cuya composición química es:

C	Si	Mn	P	S	Cr	Cu
0.15-0.25	0.20-0.47	1.2-1.28	0.04	0.04	≤ 0.30	≤ 0.30

Propiedades Mecánicas:

Normalizado a 880°C y enfriado al aire.

Material	Límite de resistencia σ_p (MPa)	Límite de fluencia σ_f (MPa)	Límite de fatiga σ_{-1} (MPa)	Alarga - miento relativo (%)	Dureza Brinell	Módulo de Elasticidad E (kgf/mm ²)	Coefficiente de Poisson (μ)	Peso específico γ (gf/cm ³)
20 G	450	275	220-320	53	211.6	2.19×10^4	0.3	7.81

Material del bandaje:

Acero: GS – M 50 – 3 N – TGL 14315.

Se corresponde con un acero DIN 40Mn 4 N° 1.1152 y con el GOST – 40G N° 4543.

C	Si	Mn	P	S	Cr	Cu
0.35-0.50	0.20-0.60	0.40-1.00	0.04	0.04	≤ 0.040	≤ 0.040

Propiedades Mecánicas:

Normalizado a 860°C y enfriado al aire.

Material	Límite de resistencia σ_p (MPa)	Límite de fluencia σ_f (MPa)	Límite de fatiga σ_{-1} (MPa)	Alargamiento relativo (%)	Dureza Brinell	Módulo de Elasticidad E (kgf/mm ²)	Coefficiente de Poisson (μ)	Peso específico γ (gf/cm ³)
40 G	590	355	240-320	42	206.5	2.16×10^4	0.3	7.81

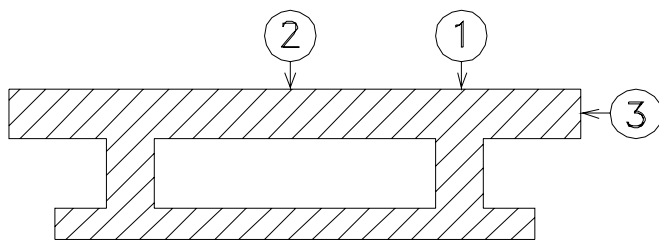


Fig. 5. Puntos donde fueron tomadas las mediciones de dureza en las diferentes variantes de rolos.

Los valores de dureza para los diferentes tipos de rolos y el bandaje son valores experimentales medidos con un durómetro Poldi en varios puntos de los rolos (Fig.5) y del bandaje. El valor de dureza que aparece en las tablas anteriores es una media que se toma entre las mediciones realizadas despreciando siempre los valores menores y los superiores.

A continuación se expone la expresión empleada para determinar la dureza Brinell mediante las mediciones hechas con el durómetro Poldi [7] y la tabla de resultados de donde se toma el valor medio de dureza para los cálculos.

Dureza de los rolos.						
Tipo de rolo.	Medición pto. 1		Medición pto. 2		Medición pto. 3	
Diámetro de la huella del durómetro.						
	Pieza	Patrón	Pieza	Patrón	Pieza	Patrón
1	2.75	3	2.7	3	2.7	2.6
2	2.3	2.7	2.4	2.8	3	2.8
3	3	3.2	2.9	3.25	2.8	2.85
Dureza HB.						
1	215.037		223.257		166.681	
2	249.379		246.346		156.315	
3	205.488		227.406		186.625	

Dureza del bandaje.					
Medición 1		Medición 2		Medición 3	
Pieza	Patrón	pieza	Patrón	pieza	Patrón
2.65	2.5	2.3	2.53	2.25	2.6
Dureza HB.			206.5 HB.		

$$HB = k \times HB_p$$

$$k = \frac{D - \sqrt{D^2 - d_p^2}}{D - \sqrt{D^2 - d^2}}$$

$HB_p = 180HB$ – Dureza de la barra patrón.

$D = 10\text{mm}$ - Diámetro de la bola del durómetro.

d_p – Diámetro de la huella en la barra.

d – Diámetro de la huella en la pieza.

2.3.3. Características de las fallas de los rolos.

Los rolos son elementos que están sometidos a tensiones muy grandes, en ellos aparecen un conjunto de fallas que relacionamos a continuación.

- 1- Grietas en los rayos a todo lo largo y ancho del mismo.
- 2- Picadura superficial en la llanta.
- 3- Deformación plástica de los bordes exteriores.
- 4- Desgaste no uniforme de la llanta.
- 5- Desgaste del eje en el muñón de apoyo.

Las fallas se muestran en la Fig. 6.

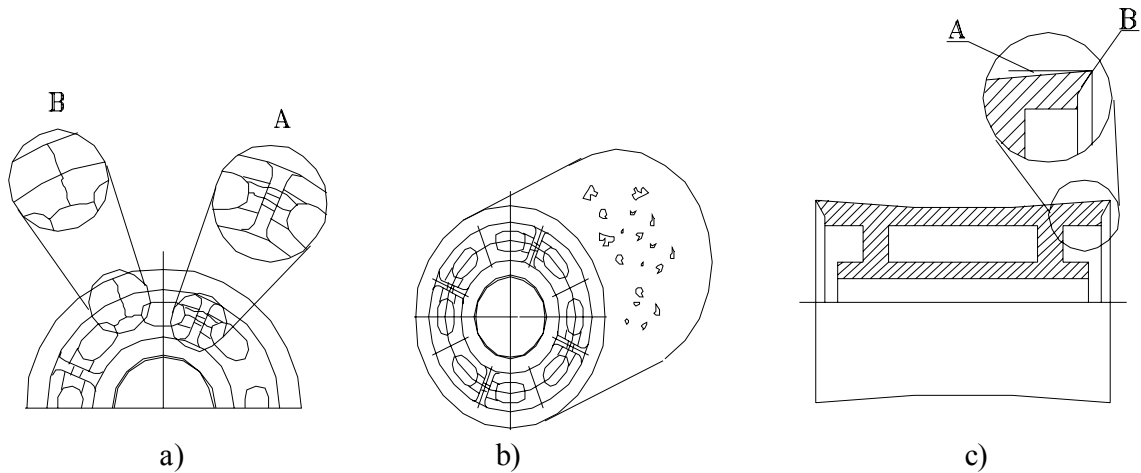


Fig. 6. Representación esquemática de las fallas en los rolos.

En la Fig. 6 se muestran las fallas más características. La Fig. 6 a) muestra las grietas que tienden a surgir en los rayos (Detalle A) y la tendencia de estas grietas (Detalle B) cuando la falla se hace crítica. En la Fig. 6 b). se muestra la picadura superficial y en la Fig. 6 c) se muestran el desgaste de la llanta (A en el detalle) y el aplastamiento de los extremos (B en el detalle).

Como parte del trabajo, se realizó una inspección a los rolos que estaban colocados en los hornos de las 3 líneas para precisar la situación de la Empresa y tomamos criterios del personal para comenzar a analizar las posibles causas de las fallas.

Horno 1

Base 2

Rolo izquierdo (Tipo 1): - Una grieta.

Rolo derecho (Tipo 3): - Picadura superficial abundante en la llanta.

Horno 2

Base 1

Rolo izquierdo (Tipo 3): - Picadura superficial escasa en la llanta.

Base 2

Rolo izquierdo (Tipo 2): - Picadura superficial abundante en la llanta.
- 5 rayos partidos y uno pasante.

Rolo derecho (Tipo 2): - 1 rayo con una grieta pequeña.

Base 3

Rolo izquierdo (Tipo 2): - 5 rayos partidos mas uno recuperado por soldadura.

Horno 3

Este horno no se está utilizando en la Empresa, algunos de los rolos del mismo han servido como sustitutos a los de los hornos 1 y 2. Esto provoca que en él se coloquen los rolos defectuosos solo con el fin de sostener al horno.

Base 2

Rolo derecho (Tipo 1): -7 rayos partidos.

Rolo izquierdo (Tipo 1): - 4 rayos partidos.

- poca picadura superficial.

Base 3

Rolo derecho (recuperado).

La designación de rolo izquierdo y rolo derecho se toma observando el horno por la entrada de material.

También se observaron los rolos que se han desechado en la empresa y se vio que todos presentan este problema en mas de dos rayos casi todos de tipo 1.

Se pudo apreciar que los rolos que presentan este problema con mas frecuencia son los de tipo 1, en los de tipo 2 se presenta el problema con menos frecuencia, y en los tipo 3 todavía no han aparecido grietas.

Además se observó que donde primero comienza a surgir este problema es en las Bases 2 y 3 de los hornos.

La tercera falla aparece en casi todos los rolos

La quinta falla no es muy frecuente, son ralladuras que aparecen en el muñón de apoyo del árbol debido principalmente a la contaminación del lubricante.

2.3.4. Dimensiones y material de árbol.

Las dimensiones principales están en el Anexo 4. El material de este elemento también se tomó de los planos y el equivalente es [10].

Acero: St 60-2 TGL 1960 Forjado.

Se corresponde con el acero GOST- 45G o pudiera utilizarse un acero 45

C	Si	Mn	P	S	Ni	Cr	Cu
0.38-0.49	0.17-0.37	0.50-0.80	0.045	0.045	≤ 0.30	≤ 0.30	≤ 0.30

Propiedades Mecánicas:

Normalizado a 850°C y enfriado al aire.

Material	Límite de resistencia. σ_p (MPa)	Límite de fluencia σ_f (MPa)	Límite de fatiga σ_{-1} (MPa)	Alargamiento relativo (%)	Dureza Brinell	Módulo de Elasticidad E (Kgf/mm ²)	Coefficiente de Poisson (μ)	Peso específico γ (gf/cm ³)
----------	-----------------------------------------------	-------------------------------------------	--------------------------------------------	------------------------------	----------------	------------------------------------------------------	--------------------------------------	------------------------------------------------------

)		
45	610-750	360	190-250	40	-	2.04×10^4	0.3	7.81

2.3.5 Características de los cojinetes de apoyo.

Los cojinetes de apoyo son de deslizamiento sus dimensiones principales, ajustes y tolerancias están en el Anexo 5. El material de este elemento es Bronce G – CuSn10 TGL 8110 B12, su dureza se determinó de forma experimental con el empleo del durómetro Poldi resultando la misma 51.2 HB.

2.4 Esquema de análisis y cargas sobre el horno.

El horno constituye un sistema hiperestático, a causa de que el número de apoyos es mayor que dos, por lo tanto se analizará como una viga continua. Las cargas que actúan sobre la misma son:

Cargas concentradas.

Las cargas concentradas que actúan sobre el mismo son:

1. Peso del bandaje: $W_B = 44.2 \text{ t} = 433.602 \text{ kN}$. (Cada bandaje).
2. Peso de la catalina: $W_C = 19.068 \text{ t} = 187.057 \text{ kN}$.
3. Peso del sello de entrada: $W_{S,E} = 13.066 \text{ t} = 128.177 \text{ kN}$.
4. Peso del sello de salida: $W_{S,S} = 19.07 \text{ t} = 187.076 \text{ kN}$.
5. Peso de los camones de entrada: $W_{C,E} = 0.203 \times 32 = 6.496 \text{ t} = 63.725 \text{ kN}$. (Cada camón tiene una masa de 0.203 t).
6. Peso de los camones de salida: $W_{C,S} = 0.099 \times 32 = 3.168 \text{ t} = 31.078 \text{ kN}$. (Cada camón tiene una masa de 0.099 t).

La masa de todos los elementos mencionados se tomó de los planos existentes pertenecientes al horno.

7. Carga que introduce la transmisión mecánica en el plano XY: $W_{t,m}^V = 36.21 \text{ t} = 355.176 \text{ kN}$.
(componente vertical de la fuerza).
8. Carga que introduce la transmisión mecánica en el plano XZ: $W_{t,m}^H = 30.38 \text{ t} = 298.028 \text{ kN}$
(componente horizontal de la fuerza).

Para determinar las cargas provocadas por la transmisión mecánica en el horno fue necesario descomponer las fuerzas en sus componentes en los ejes **X** e **Y**; así como realizar el análisis de la transmisión y todos sus elementos.

La transmisión provoca en el horno una fuerza tangencial y una radial; estas fuerzas son las componentes de la fuerza normal. La fuerza normal es necesario descomponerla en sus componentes **X** y **Y**; estas componentes serían las cargas $W_{t,m}^H$ y $W_{t,m}^V$ respectivamente.

Las componentes se muestran en la Fig. 7 y se calculan como sigue:

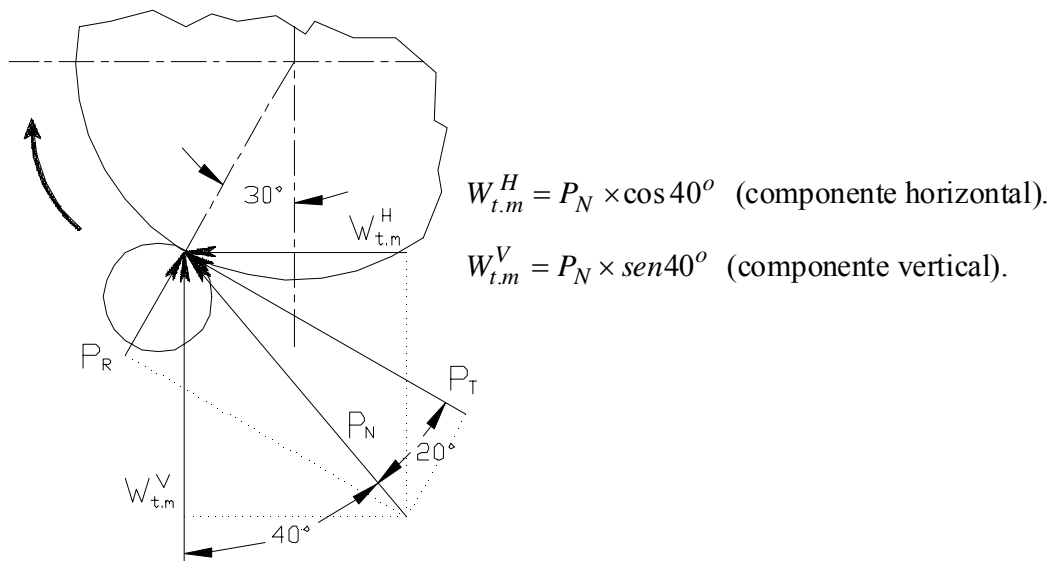


Fig. 7. Componentes que provoca la transmisión.

Donde:

Fuerza normal se calcula como:

$$P_N = \frac{P_T}{\cos \alpha} = \frac{435.69}{\cos 20^\circ} = 463.65 \text{ kN}.$$

$$P_T = \frac{2 \times M_T}{D_C} = 435.69 \text{ kN}. \quad (\text{Fuerza tangencial}).$$

Donde:

$$D_C = 6.57 \text{ m}. \quad (\text{Diámetro de la catalina}).$$

$$M_T = \frac{9.55 \times N_H}{n_H} = 1431.26 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad (\text{Momento torsor en el horno}).$$

Y $n_H = 1.7 \text{ r.p.m}$ (Velocidad del horno).

$$N_H = N_{mot} \times \eta_r \times \eta_c^2 \times \eta_{rf} = 254.79 \text{ kW}. \quad (\text{Potencia del horno}).$$

Donde:

$$\eta_c = 0.99 \quad (\text{eficiencia de los cojinetes}).$$

$$\eta_{rf} = 0.97 \quad (\text{eficiencia del reductor final}).$$

$$\eta_r = \eta_{pe}^3 \times \eta_c^4 = 0.876 \quad (\text{Eficiencia del reductor}).$$

Por ser este reductor de cuatro pasos tiene tres pares de ruedas engranadas y cuatro pares de cojinetes.

$$\eta_{pe} = 0.98 \quad (\text{Eficiencia de los pares engranados [5]})$$

La eficiencia de los cojinetes (η_c) se determina como:

$$\eta_c = \eta_{CR} \times (\eta_{CD})^3$$

Ya que el reductor tiene un cojinete de rodamiento y tres de deslizamiento.

$$\eta_{CR} = 0.99 \quad (\text{Eficiencia de los cojinetes de rodamiento})[5]$$

$$\eta_{CD} = 0.98 \quad (\text{Eficiencia de los cojinetes de deslizamiento})[5]$$

La potencia real del motor (N_{mot}) se determinó empleando la relación potencia – velocidad de giro que se ofrece como datos de chapa del motor.

n (r.p.m.)	250	750
N (kW)	107	320

Para conocer la potencia real del motor es necesario determinar la velocidad de giro real del motor (n_{mot}).

$$n_{mot} = n_H \times i_{rf} \times i_r = 717 \text{ r.p.m.}$$

Donde:

$i_r = 72.27$ (Relación de transmisión del reductor). Según Datos de chapa.

$$i_{rf} = \frac{z_1}{z_2} \quad (\text{Relación de transmisión del reductor final}).$$

Donde:

$z_1 = 146$ (Número de dientes de la catalina).

$z_2 = 25$ (Número de dientes del piñón).

Interpolando para la velocidad obtenida entre los valores en la tabla anterior, se obtiene que la potencia del motor es: $N_{mot} = 305.94 \text{ kW}$.

Cargas distribuidas.

Las cargas distribuidas que actúan sobre el horno son:

1. Carga distribuida del tubo. (q_T)

Peso propio del tubo: $W_T = 321 \text{ t} = 3149.01 \text{ kN}$.

La expresión que se emplea es:

$$q_T = \frac{W_T}{l_T}$$

Donde:

$W_T = 321 \text{ t} = 3149.01 \text{ kN}$; $l_T = 69 \text{ m}$.

Entonces:

$$q_T = \frac{3149.01 \text{ kN}}{69 \text{ m}} = 45.638 \text{ kN/m} = 45.638 \times 10^{-3} \text{ kN/mm}$$

2. Carga distribuida de la pegata. (q_P)

Peso de la pegata: $W_P = 473.2 \text{ t} = 4642.092 \text{ kN}$.

El peso de la pegata se determinó experimentalmente. Primero se determinó el volumen y el peso de pequeñas porciones de la pegata y con ambos datos se procedió a calcular valores de densidad. Para el cálculo se tomó el valor medio.

Considerando a la pegata dentro del horno como un cilindro hueco con un espesor de pared de 30 cm y 30 m de longitud aproximadamente determinamos su volumen total y conociendo la densidad se pudo conocer el peso total.

Esta carga se obtiene conocido el peso y la longitud de la pegata. La expresión empleada para determinar la carga distribuida es:

$$q_P = \frac{W_P}{l_P}$$

Donde:

$$W_P = 473.2 \text{ t} = 4642.092 \text{ kN}; l_P = 30 \text{ m}$$

Entonces:

$$q_P = \frac{4642.092 \text{ kN}}{30 \text{ m}} = 154.736 \text{ kN/m} = 154.736 \times 10^{-3} \text{ kN/mm}$$

3. Carga distribuida producto al recubrimiento de ladrillos refractarios.

Esta carga varía a lo largo de la longitud debido a que en el recubrimiento se emplean diferentes tipos de ladrillos y el peso de los mismos depende de la composición química. La distribución de los ladrillos, comenzando por el extremo donde se encuentra el quemador, es la siguiente:

Ladrillo 1 (75% de Alúmina)

Son 2 m (10 hiladas).

Para el ladrillo de 75% de Alúmina se ponen 138 *unidades/hilada*.

La cantidad de unidades es: $138 \times 10 = 1380$ unidades.

El peso de un ladrillo de 75% de Alúmina = 10.1 kg. (este peso corresponde a los ladrillos de 79.1% de Alúmina que se emplean como sustitutos).

El peso total = $1380 \times 10.1 \text{ kg} = 13938 \text{ kg} = 136.592 \text{ kN}$.

Ladrillo 2 (Cromo- Magnesita)

Son 19 m (95 hiladas).

Para el ladrillo de Cromo- Magnesita se ponen 192 *unidades/hilada*.

La cantidad de unidades es: $192 \times 95 = 18240$ unidades.

El peso de un ladrillo de Cromo- Magnesita = 8.9 kg.

El peso total = $18240 \times 8.9 \text{ kg} = 162336 \text{ kg} = 1590.89 \text{ kN}$.

Ladrillo 3 (75% de Alúmina)

Son 15 m (75 hiladas).

Para el ladrillo de 75% de Alúmina se ponen 138 *unidades/hilada*.

La cantidad de unidades es: $138 \times 75 = 10350$ unidades.

El peso de un ladrillo de 75% de Alúmina = 10.1 kg. (este peso corresponde a los ladrillos de 79.1% de Alúmina que se emplean como sustitutos).

El peso total = $10350 \times 10.1 \text{ kg} = 104535 \text{ kg} = 1026.978 \text{ kN}$.

Ladrillo 4 (60% de Alúmina)

Son 10 m (50 hiladas).

Para el ladrillo de 60% de Alúmina se ponen 138 *unidades/hilada*.

La cantidad de unidades es: $138 \times 50 = 6900$ unidades.

El peso de un ladrillo de 60% de Alúmina = 9.65 kg.

El peso total = $6900 \times 9.65 \text{ kg} = 66585 \text{ kg} = 652.533 \text{ kN}$.

Ladrillo 5 (45% de Alúmina)

Son 23 m (115 hiladas).

Para el ladrillo de 45% de Alúmina se ponen 138 *unidades/hilada*.

La cantidad de unidades es: $138 \times 115 = 15\,870$ unidades.

El peso de un ladrillo de 45% de Alúmina = 9.74 kg.

El peso total = $15\,870 \times 9.74$ kg. = 154 573.8 kg = 1 514.823 kN.

Conocido el peso de cada tipo de ladrillo y la longitud en que se distribuye. Empleando la expresión

$q = \frac{W}{l}$ determinamos la carga distribuida que representa cada tipo de refractario, los cálculos son los siguientes:

Ladrillo 1 (75% de Alúmina).

Con:

$W = W_{L1} = 136.592$ kN; $l = l_{L1} = 2$ m.

Entonces:

$$q_{L1} = \frac{136.592 \text{ kN}}{2 \text{ m}} = 68.296 \text{ kN/m} = 68.296 \times 10^{-3} \text{ kN/mm}$$

Ladrillo 2 (Cromo - Magnecita).

Con:

$W = W_{L2} = 1\,590.89$ kN; $l = l_{L2} = 19$ m.

Entonces:

$$q_{L2} = \frac{1590.89 \text{ kN}}{19 \text{ m}} = 83.731 \text{ kN/m} = 83.731 \times 10^{-3} \text{ kN/mm}$$

Ladrillo 3 (75% de Alúmina)

Con:

$W = W_{L3} = 1\,023.978$ kN; $l = l_{L3} = 15$ m.

Entonces:

$$q_{L3} = \frac{1023.978 \text{ kN}}{15 \text{ m}} = 68.465 \text{ kN/m} = 68.465 \times 10^{-3} \text{ kN/mm}$$

Ladrillo 4 (60% de Alúmina)

Con:

$W = W_{L4} = 652.533$ kN; $l = l_{L4} = 10$ m.

Entonces:

$$q_{L4} = \frac{652.533 \text{ kN}}{10 \text{ m}} = 65.253 \text{ kN/m} = 65.253 \times 10^{-3} \text{ kN/mm}$$

Ladrillo 5 (45% de Alúmina)

Con:

$W = W_{L5} = 65.862$ kN; $l = l_{L5} = 23$ m.

Entonces:

$$q_{L5} = \frac{65.862 \text{ kN}}{23 \text{ m}} = 2.864 \text{ kN/m} = 2.864 \times 10^{-3} \text{ kN/mm}$$

4. Carga distribuida producto al material que se encuentra dentro del horno en un instante determinado (carga instantánea) (q_{mat}).

Se conoce por datos de operación del horno que el área que ocupa el material dentro del horno (en la sección transversal) es el 12 % del área de esta sección. Entiéndase como área de la sección al área de la circunferencia que resulta del corte transversal del horno con un radio (R) igual al radio del tubo del horno menos el espesor de los ladrillos refractarios (200 mm).

Esta área se conoce como nivel y el mismo debe permanecer siempre por debajo del alcance de la llama del quemador, o sea, por debajo del eje del cilindro.

Para determinar el valor de la altura del nivel que ocupa el material (h) y comprobar que fuese menor que (R) fue necesario realizar el análisis geométrico de la sección (Fig. 8) y a través de él arribamos a las expresiones que se muestran a continuación:

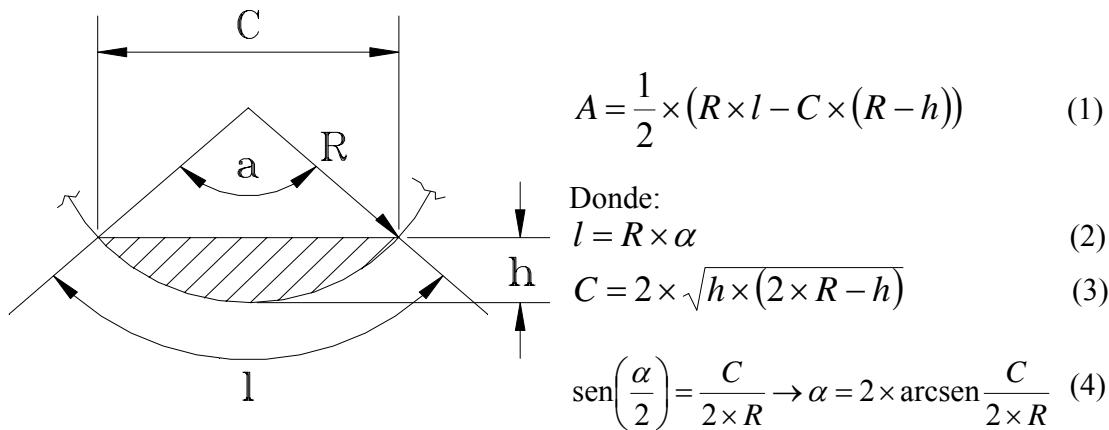


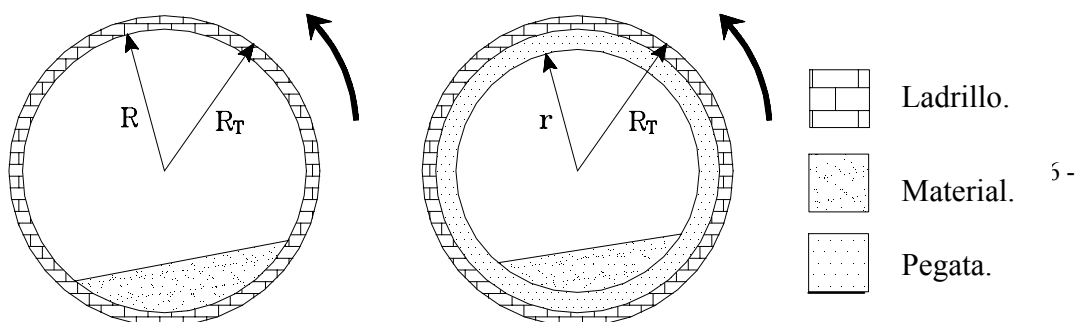
Fig. 8 Análisis geométrico del porcentaje de área.

Sustituyendo (3) en (4) y a su vez (2), (3) y (4) en (1) se obtiene:

$$A = R^2 \times \arcsen\left(\frac{\sqrt{h \times (2 \times R - h)}}{R}\right) - (R - h) \times \sqrt{h \times (2 \times R - h)} \quad (5)$$

Como $R = R_t - 200\text{ mm} = 2100\text{ mm}$ (siendo R_t el radio del tubo del horno) y $A = 0.12 \times \pi \times R^2$ se sustituyen estos valores en la ecuación (5) y mediante el empleo del sistema especializado Derive en su Versión 4 para Windows se obtiene el valor de h siendo el mismo $h = 745.65\text{ mm} = 0.7456\text{ m}$; comprobándose así que $h < R$.

Debido a la existencia de la pegata en un tramo del tubo el valor del radio (R) disminuye, por lo tanto se realizó el cálculo de la altura (h) que tomaría el nivel para este nuevo radio (r) y considerando que la sección transversal del material debe continuar siendo el 12% del área del tubo se aplicó la expresión (5) con el nuevo valor de radio para comprobar que $h < r$. Como el espesor de la pegata promedia los 300 mm el valor de r sería $r = R - 300\text{ mm} = 2100\text{ mm} - 300\text{ mm} = 1800\text{ mm}$. Empleando la expresión (5) se obtuvo que $h = 639.135\text{ mm} = 0.639\text{ m}$. Como se puede apreciar, aun en estas condiciones el material no llega al alcance de la llama del quemador.



En la figura anterior se ilustra lo que se expone en los párrafos que la preceden. La inclinación que toma el material es debido al movimiento de rotación del horno, aunque ésta no es apreciable ya que la velocidad de rotación es muy baja. Como se ve el nivel de material se debe mantener al 12% del área de la sección transversal disponible para la circulación del mismo aun con la presencia de la pegata; por lo que el área de la sección transversal del material disminuye en la zona donde éste presente la misma.

Cálculo de la carga (q_{mat}).

La carga se determina como:

$$q_{mat} = \frac{G}{l} = \frac{V \times \rho}{l} = \frac{A \times l \times \rho}{l} = A \times \rho \quad (6)$$

Donde:

G : Masa; V : Volumen; ρ : Densidad; l : Longitud; A : Área de la sección.

Todo lo anterior se refiere a la pegata.

El área que ocupa el material tiene dos valores a lo largo de la longitud debido a que en la zona donde hay pegata (30-40 m desde el quemador) el radio de la sección es menor y por consiguiente el 12% del área de la sección también va a ser menor. En la parte restante el área que ocupa el material tendrá un valor superior.

Como el área tiene dos valores:

Área del material en la sección con pegata.

$$A_{m.peg} = 0.12 \times \pi \times r^2 = 0.12 \times \pi \times (1800)^2$$

$$A_{m.peg} = 1.22m^2$$

Área del material en la sección sin pegata.

$$A_m = 0.12 \times \pi \times R^2 = 0.12 \times \pi \times (2100)^2$$

$$A_m = 1.66m^2$$

En la gráfica de la Fig. 10 se muestra la distribución del área a lo largo de la longitud del horno. Se puede apreciar la diferencia entre el área de la zona donde hay pegata y donde no la hay.

La densidad del material también varía a lo largo del horno. En la base 3 (salida) la densidad de carga a granel del "clinker" es $\rho_{Clinker} = 1.4t/m^3$, en la base 1 (entrada) la densidad de la harina oscila entre $\rho_{Harina} = (0.8 - 1)t/m^3$. (Según datos brindados por la Empresa).

Haciendo un gráfico de densidad contra longitud, suponiendo que la densidad responde a la ecuación de una recta ($y = ax + b$) se obtiene:

$$\rho = \left(\frac{\rho_F - \rho_O}{l} \right) \times z + \rho_O$$

Donde:

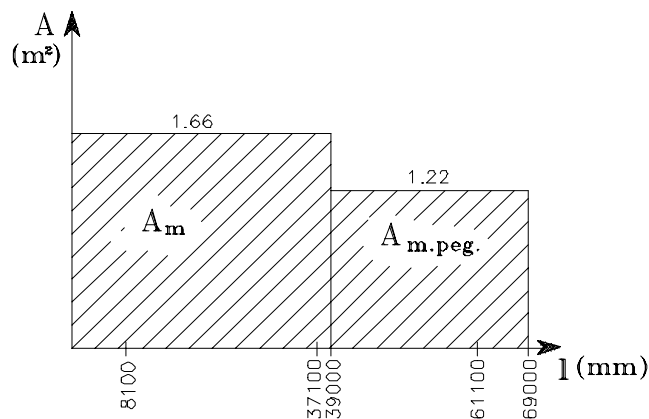


Fig. 10. Gráfico de distribución de área del material.

$$\rho_F = \rho_{harina}$$

$$\rho_O = \rho_{clinker}$$

En la Fig. 11 se muestra la distribución lineal de la densidad con líneas de puntos. Para facilitar los cálculos se tomara una distribución escalonada con el valor medio en cada zona con el cual se procederá a calcular la carga. Los valores más significativos se encuentran tabulados.

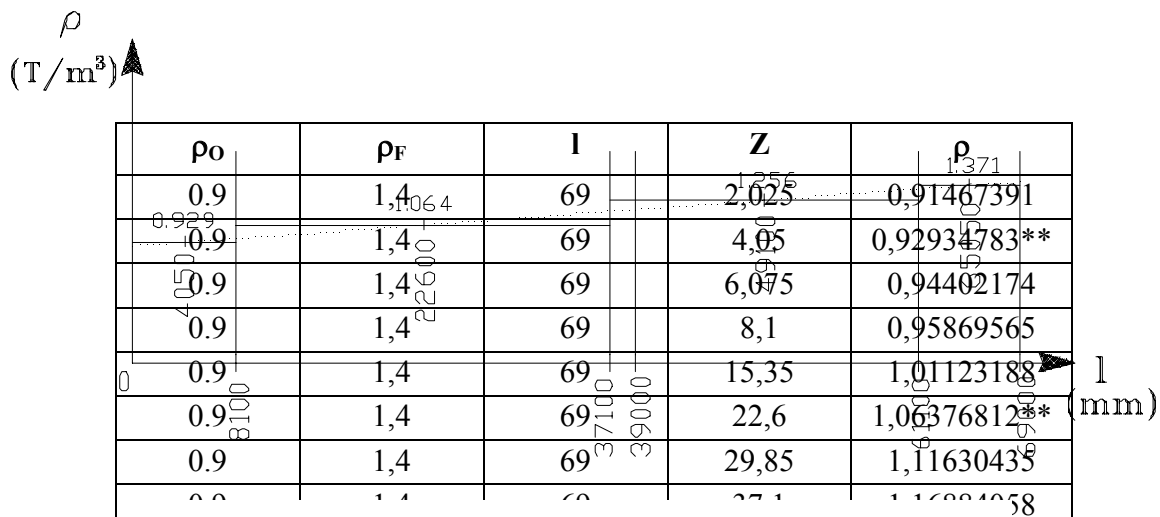


Fig. 11. Gráfico de distribución de la densidad.

Los valores con dos (**) son los

ρ_O	ρ_F	l	Z	ρ
0.9	1,4064	69	2,025	0,91467391
0.9	1,4064	69	4,05	0,92934783**
0.9	1,4064	69	6,075	0,94402174
0.9	1,4064	69	8,1	0,95869565
0.9	1,4	69	15,35	1,01123188
0.9	1,4	69	22,6	1,06376812**
0.9	1,4	69	29,85	1,11630435
0.9	1,4	69	37,1	1,16884058
0.9	1,4	69	44,4	1,22137681**
0.9	1,4	69	51,7	1,27391304**
0.9	1,4	69	59,0	1,32644927**
0.9	1,4	69	66,3	1,37898550**
0.9	1,4	69	73,6	1,43152173**
0.9	1,4	69	80,9	1,48405796**
0.9	1,4	69	88,2	1,53659419**
0.9	1,4	69	95,5	1,58913042**
0.9	1,4	69	102,8	1,64166665**
0.9	1,4	69	110,1	1,69420288**
0.9	1,4	69	117,4	1,74673911**
0.9	1,4	69	124,7	1,79927534**
0.9	1,4	69	132,0	1,85181157**
0.9	1,4	69	139,3	1,90434780**
0.9	1,4	69	146,6	1,95688403**
0.9	1,4	69	153,9	2,00942026**
0.9	1,4	69	161,2	2,06195649**
0.9	1,4	69	168,5	2,11449272**
0.9	1,4	69	175,8	2,16702895**
0.9	1,4	69	183,1	2,21956518**
0.9	1,4	69	190,4	2,27210141**
0.9	1,4	69	197,7	2,32463764**
0.9	1,4	69	205,0	2,37717387**
0.9	1,4	69	212,3	2,42971010**
0.9	1,4	69	219,6	2,48224633**
0.9	1,4	69	226,9	2,53478256**
0.9	1,4	69	234,2	2,58731879**
0.9	1,4	69	241,5	2,63985502**
0.9	1,4	69	248,8	2,69239125**
0.9	1,4	69	256,1	2,74492748**
0.9	1,4	69	263,4	2,79746371**
0.9	1,4	69	270,7	2,84999994**
0.9	1,4	69	278,0	2,90253617**
0.9	1,4	69	285,3	2,95507240**
0.9	1,4	69	292,6	3,00760863**
0.9	1,4	69	299,9	3,06014486**
0.9	1,4	69	307,2	3,11268109**
0.9	1,4	69	314,5	3,16521732**
0.9	1,4	69	321,8	3,21775355**
0.9	1,4	69	329,1	3,27028978**
0.9	1,4	69	336,4	3,32282601**
0.9	1,4	69	343,7	3,37536224**
0.9	1,4	69	351,0	3,42789847**
0.9	1,4	69	358,3	3,48043470**
0.9	1,4	69	365,6	3,53297093**
0.9	1,4	69	372,9	3,58550716**
0.9	1,4	69	380,2	3,63804339**
0.9	1,4	69	387,5	3,69057962**
0.9	1,4	69	394,8	3,74311585**
0.9	1,4	69	402,1	3,79565208**
0.9	1,4	69	409,4	3,84818831**
0.9	1,4	69	416,7	3,90072454**
0.9	1,4	69	424,0	3,95326077**
0.9	1,4	69	431,3	4,00579700**
0.9	1,4	69	438,6	4,05833323**
0.9	1,4	69	445,9	4,11086946**
0.9	1,4	69	453,2	4,16340569**
0.9	1,4	69	460,5	4,21594192**
0.9	1,4	69	467,8	4,26847815**
0.9	1,4	69	475,1	4,32101438**
0.9	1,4	69	482,4	4,37355061**
0.9	1,4	69	489,7	4,42608684**
0.9	1,4	69	497,0	4,47862307**
0.9	1,4	69	504,3	4,53115930**
0.9	1,4	69	511,6	4,58369553**
0.9	1,4	69	518,9	4,63623176**
0.9	1,4	69	526,2	4,68876799**
0.9	1,4	69	533,5	4,74130422**
0.9	1,4	69	540,8	4,79384045**
0.9	1,4	69	548,1	4,84637668**
0.9	1,4	69	555,4	4,89891291**
0.9	1,4	69	562,7	4,95144914**
0.9	1,4	69	570,0	5,00398537**
0.9	1,4	69	577,3	5,05652160**
0.9	1,4	69	584,6	5,10905783**
0.9	1,4	69	591,9	5,16159406**
0.9	1,4	69	599,2	5,21413029**
0.9	1,4	69	606,5	5,26666652**
0.9	1,4	69	613,8	5,31920275**
0.9	1,4	69	621,1	5,37173898**
0.9	1,4	69	628,4	5,42427521**
0.9	1,4	69	635,7	5,47681144**
0.9	1,4	69	643,0	5,52934767**
0.9	1,4	69	650,3	5,58188390**
0.9	1,4	69	657,6	5,63442013**
0.9	1,4	69	664,9	5,68695636**
0.9	1,4	69	672,2	5,73949259**
0.9	1,4	69	679,5	5,79202882**
0.9	1,4	69	686,8	5,84456505**
0.9	1,4	69	694,1	5,89710128**
0.9	1,4	69	701,4	5,94963751**
0.9	1,4	69	708,7	6,00217374**
0.9	1,4	69	716,0	6,05470997**
0.9	1,4	69	723,3	6,10724620**
0.9	1,4	69	730,6	6,15978243**
0.9	1,4	69	737,9	6,21231866**
0.9	1,4	69	745,2	6,26485489**
0.9	1,4	69	752,5	6,31739112**
0.9	1,4	69	759,8	6,36992735**
0.9	1,4	69	767,1	6,42246358**
0.9	1,4	69	774,4	6,47500000**
0.9	1,4	69	781,7	6,52753642**
0.9	1,4	69	789,0	6,58007284**
0.9	1,4	69	796,3	6,63260926**
0.9	1,4	69	803,6	6,68514568**
0.9	1,4	69	810,9	6,73768210**
0.9	1,4	69	818,2	6,79021852**
0.9	1,4	69	825,5	6,84275494**
0.9	1,4	69	832,8	6,89529136**
0.9	1,4	69	840,1	6,94782778**
0.9	1,4	69	847,4	7,00036420**
0.9	1,4	69	854,7	7,05290062**
0.9	1,4	69	862,0	7,10543704**
0.9	1,4	69	869,3	7,15797346**
0.9	1,4	69	876,6	7,21050988**
0.9	1,4	69	883,9	7,26304630**
0.9	1,4	69	891,2	7,31558272**
0.9	1,4	69	898,5	7,36811914**
0.9	1,4	69	905,8	7,42065556**
0.9	1,4	69	913,1	7,47319198**
0.9	1,4	69	920,4	7,52572840**
0.9	1,4	69	927,7	7,57826482**
0.9	1,4	69	935,0	7,63080124**
0.9	1,4	69	942,3	7,68333766**
0.9	1,4	69	949,6	7,73587408**
0.9	1,4	69	956,9	7,78841050**
0.9	1,4	69	964,2	7,84094692**
0.9	1,4	69	971,5	7,89348334**
0.9	1,4	69	978,8	7,94601976**
0.9	1,4	69	986,1	7,99855618**
0.9	1,4	69	993,4	8,05109260**
0.9	1,4	69	1000,7	8,10362902**

señalados asteriscos que se

consideraron para cada zona.

Como se indica en la expresión (2.6) la carga del material se calcula:

$$q_{mat} = A \times \rho$$

Como el área y la densidad varían a lo largo de la longitud la carga distribuida que provoca el material también tiene diferentes valores a lo largo del horno. Esto valores de cada zona se dan en la siguiente tabla:

Zona.	$0 \leq L \leq 8100$	$8100 \leq L \leq 37100$	$37100 \leq L$	$39000 \leq L \leq 61100$	$61100 \leq L \leq 69000$
Carga.	15.134	17.323	20.450	15.029	16.413
La zona se da como un intervalo en <i>m</i> .			La carga se da en <i>kN/m</i> .		

Todas las cargas ya determinadas se pueden representar en el esquema de análisis que se muestra en la Fig. 12. En el esquema las cargas que actúan en los extremos volados se reducen a una fuerza y un par ubicado encima del apoyo para facilitar el análisis y los cálculos.

Con la ayuda del sistema ACad Release 12 se determinó el valor de las cargas distribuidas totales de cada tramo obteniéndose los valores que se indican en la Fig. 12.

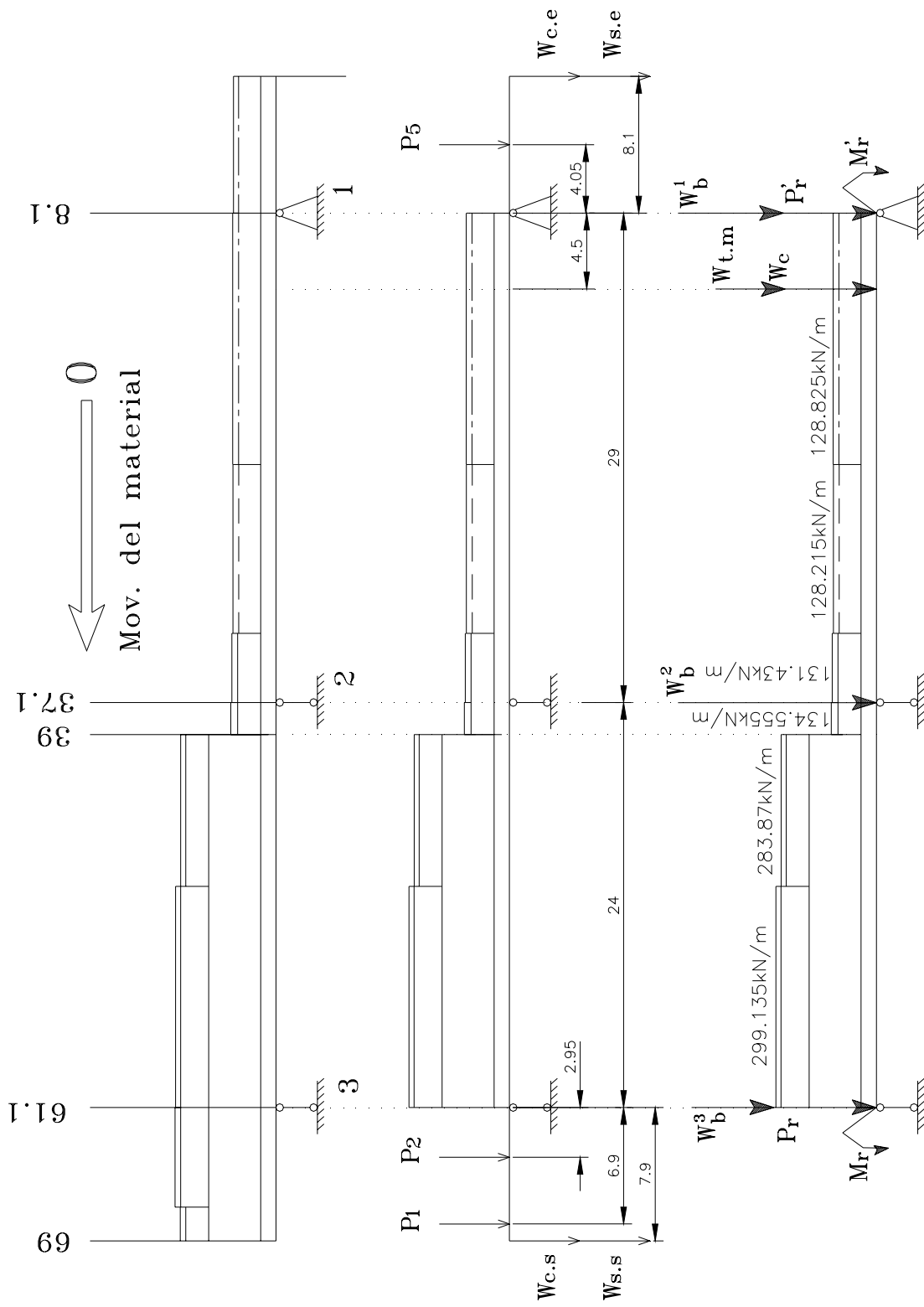


Fig. 12. Gráfico de distribución de las cargas.

2.5 Diagrama de momentos flectores del horno y cálculo de las reacciones en los apoyos.

Para llegar a determinar las reacciones es necesario hacer el análisis del horno como sistema hiperestático con un grado de hiperestaticidad. Se asumió el esquema correspondiente a una viga continua que se resolvió aplicando el Método de Fuerzas y la Regla de Vereschaguin.

Como la transmisión mecánica introduce una componente de fuerza en el plano horizontal se hace necesario hacer el análisis para ambos planos. A continuación se muestran los esquemas empleados así como los diagramas de momento correspondientes al efecto que provoca la fuerza unitaria (M_1) y la carga externa (M_p) en cada caso.

Análisis en el plano XZ (Horizontal).

En la Fig. 13 se muestra el esquema de análisis para este plano y los diagramas de momentos flectores de la fuerza unitaria y de la carga externa.

Una vez realizadas todas las consideraciones se procede calculando las reacciones en los apoyos A_{Hp} y C_{Hp} . Se tiene como dato que $W_{t.m}^H = 298.028 \text{ kN}$.

Realizamos una sumatoria de fuerzas en el eje Z y una sumatoria de momentos con respecto al Apoyo 1 y se obtiene que:

$$C_{Hp} = \frac{W_{t.m}^H \times l}{l_6} = 25.304 \text{ kN}.$$

$$A_{Hp} = W_{t.m}^H - C_{Hp} = 272.724 \text{ kN}.$$

La ecuación canónica para la viga es:

$$\delta_{11} \times X_1^H + \delta_{1p}^H = 0$$

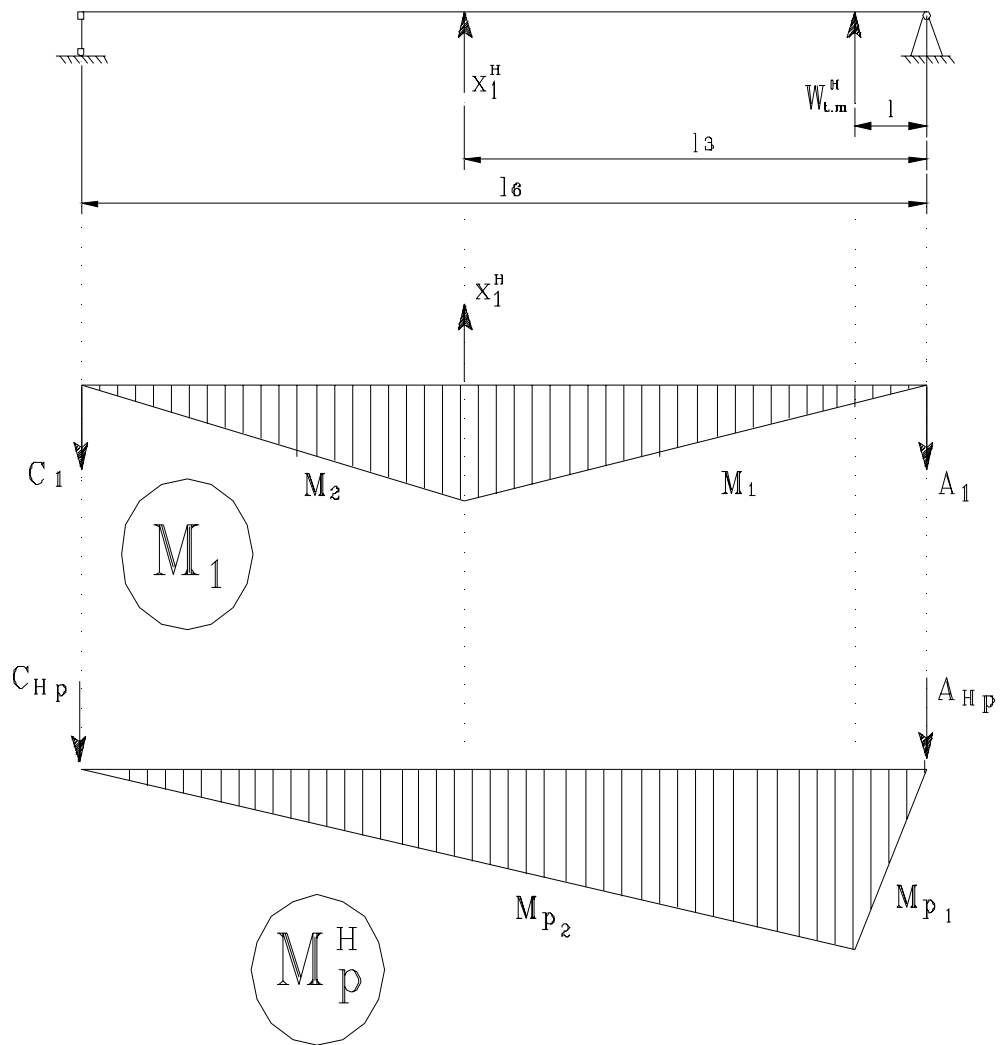


Fig. 13. Gráfico de momentos flectores en el plano XZ.

$$X_1^H = 1, l = 4.5m, l_3 = 29m, l_6 = 53m, A_1 = \frac{X_1^H (l_6 - l_3)}{l_6},$$

$$M_{p1} = A_{Hp} \times z, C_1 = X_1^H \left(1 - \frac{(l_6 - l_3)}{l_6} \right), M_1 = A_1 \times z, M_2 = C_1 (l_6 - z),$$

$$M_{p2} = C_{Hp} (l_6 - z)$$

El desplazamiento δ_{11} se calcula mediante el método gráfico - analítico desarrollado por Vereshiaguin.

Hallando los coeficientes se tiene que:

$$\delta_{11} = \left[\frac{(A_1 \times 29)^2 \times 29}{3} + \frac{(A_1 \times 29)^2 \times 24}{3} \right] \frac{1}{E \times I_X}$$

$$\delta_{11} = \frac{3046.641}{E \times I_X}$$

El desplazamiento δ_{1p}^H se calculó aplicando el Método de las Integrales de Mohr. La integración se hace por intervalos:

$$\delta_{1p}^H = \left[\int_0^l (M_{p1} M_1) dz + \int_l^{l_3} (M_{p2} M_1) dz + \int_{l_3}^{l_6} (M_{p2} M_2) dz \right] \frac{1}{E \times I_X}$$

$$\delta_{1p}^H = \frac{2.23968 \times 10^5}{E \times I_X}$$

Sustituyendo en la ecuación canónica y despejando X_1^H se obtiene:

$$X_1^H = -\frac{\delta_{1p}^H}{\delta_{11}^H} = -73.5131 \text{ kN}$$

Sustituyendo X_1^H en las expresiones de A_1 y A_2 obtenemos las reacciones en el gráfico de la carga unitaria:

$$A_1 = \frac{X_1^H (l_6 - l_3)}{l_6} = -33.289 \text{ kN}$$

$$C_1 = X_1^H \left(1 - \frac{(l_6 - l_3)}{l_6} \right) = -40.224 \text{ kN}$$

Las reacciones en este plano serán:

$$A_H = A_{Hp} + A_{H1} = 272.724 - 33.289 = 239.435 \text{ kN.}$$

$$B_H = X_1^H = -73.5131 \text{ kN.}$$

$$C_H = C_{Hp} + C_{H1} = 25.304 - 40.224 = -14.918 \text{ kN.}$$

Los valores B_H y C_H negativos indican que el sentido asumido en el esquema no es correcto.

Análisis en el plano XY (Vertical).

En la Fig. 14 se muestra el esquema de análisis en este plano y los diagramas de momentos de la fuerza unitaria y de la carga externa. Como en el caso anterior lo primero que se planteó fueron las ecuaciones de equilibrio para el cálculo de las reacciones en los apoyos. Todas las cargas actuantes son conocidas.

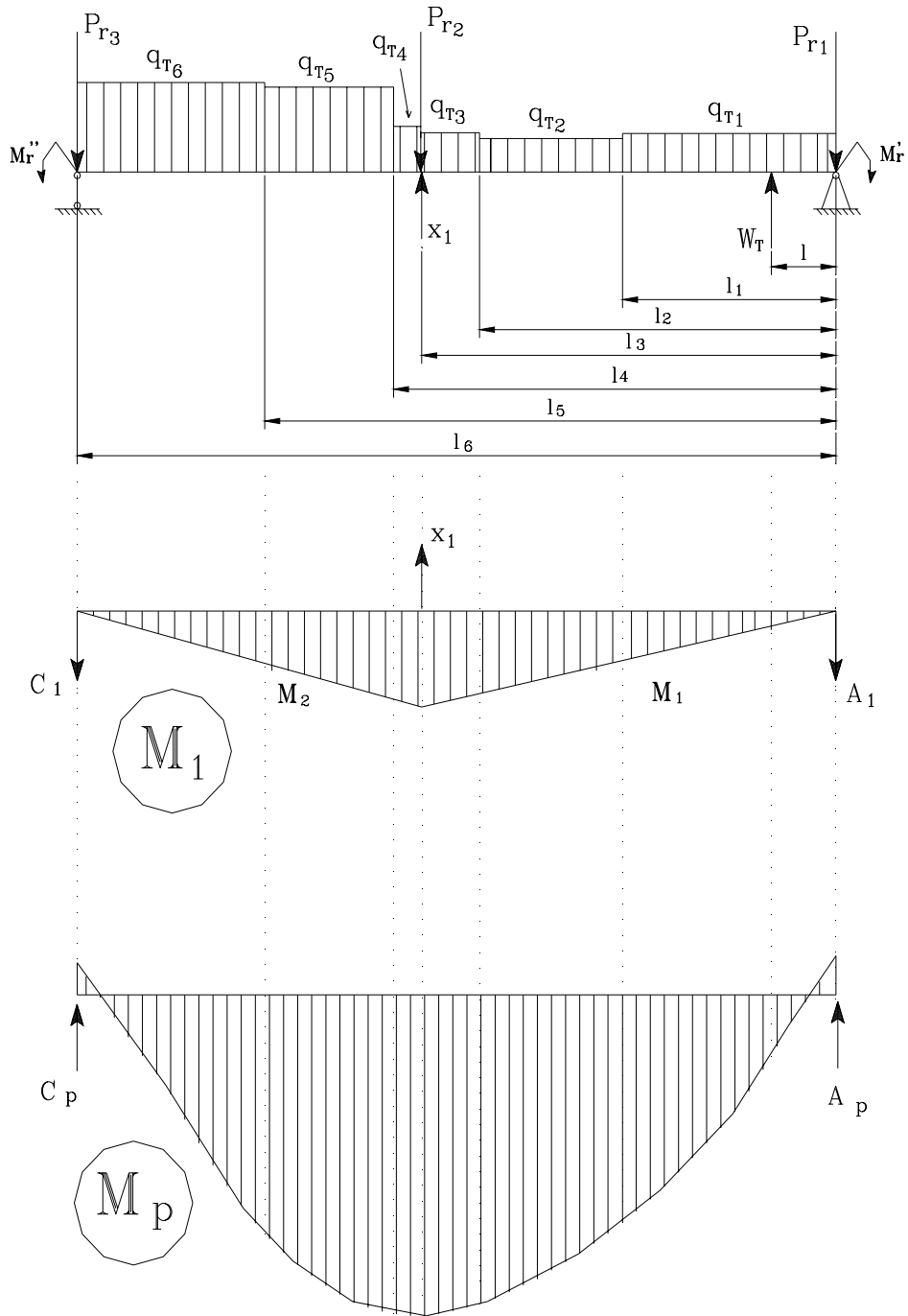


Fig. 14. Gráfico de momentos flectores en el plano XY.

$$X_1 = 1, l = 4.5m, l_1 = 14.9m, l_2 = 24.9m, l_3 = 29m, l_4 = 30.9m, l_5 = 39.9m, l_6 = 53m,$$

$$A_1 = \frac{X_1(l_6 - l_3)}{l_6}, C_1 = X_1 \left(1 - \frac{(l_6 - l_3)}{l_6} \right), M_1 = A_1 \times z, M_2 = C_1(l_6 - z)$$

Por sumatoria de fuerzas en el eje Y, y sumatoria de momentos con respecto al Apoyo 1 se obtiene que:

$$C_p = 9625.209kN.$$

$$A_p = 15380.486 - C_p = 5755.277kN.$$

La ecuación canónica para la viga es:

$$\delta_{11} \times X_1 + \delta_{1p} = 0$$

El gráfico del momento provocado por la fuerza unitaria para este caso es el mismo.

$$\delta_{11} = \frac{3046.641}{E \times I_x}$$

El desplazamiento δ_{1p} también se calcula de manera similar; solo que ahora hay seis tramos, lo que conlleva a un número igual de ecuaciones de momento, las que se obtuvieron aplicando el método de las secciones a lo largo de la viga (horno). Los tramos y las ecuaciones de momento correspondientes para cada uno de ellos son:

$0 \leq z \leq l$	$M = 64.413z^2 - 4104.034z + 5708.65$
$l \leq z \leq l_1$	$M'_1 = 64.413z^2 - 4272.153z + 6465.185$
$l_1 \leq z \leq l_2$	$M'_2 = 64.107z^2 - 4263.064z + 6397.473$
$l_2 \leq z \leq l_3$	$M'_3 = 65.715z^2 - 4343.117z + 7394.138$
$l_3 \leq z \leq l_4$	$M'_4 = 67.277z^2 - 4000.1401z - 3866.25698$
$l_4 \leq z \leq l_5$	$M'_5 = 141.935z^2 - 8613.974z + 67417.47$
$l_5 \leq z \leq l_6$	$M'_6 = 149.567z^2 - 9223.047z + 79568.487$

La expresión para el cálculo de δ_{1p} es la siguiente:

$$\delta_{1p} = \left[\int_0^l (M \cdot M_1) dz + \int_l^{l_1} (M'_1 \cdot M_1) dz + \int_{l_1}^{l_2} (M'_2 \cdot M_1) dz + \int_{l_2}^{l_3} (M'_3 \cdot M_1) dz + \int_{l_3}^{l_4} (M'_4 \cdot M_2) dz + \int_{l_4}^{l_5} (M'_5 \cdot M_2) dz + \int_{l_5}^{l_6} (M'_6 \cdot M_2) dz \right] \frac{1}{E \times I_x}$$

$$\delta_{1p} = \frac{-17598654.78}{E \times I_x}$$

Despejando X_1 y sustituyendo los desplazamientos obtenemos:

$$X_1 = -\frac{\delta_{1p}}{\delta_{11}} = 5776.4115 \quad \text{kN}$$

Sustituyendo X_1 en las expresiones de A_1 y A_2 obtenemos las reacciones en el gráfico de la carga unitaria:

$$A_1 = \frac{X_1(l_6 - l_3)}{l_6} = 2615.7335 \quad \text{kN}$$

$$C_1 = X_1 \left(1 - \frac{(l_6 - l_3)}{l_6} \right) = 3160.678 \quad \text{kN}$$

Las reacciones en este plano serán:

$$A_v = A_p - A_1 = 5755.277 - 2615.7335 = 3139.543 \text{ kN.}$$

$$B_v = X_1 = 5776.4115 \text{ kN.}$$

$$C_v = C_p - C_1 = 9625.209 - 3160.678 = 6464.532 \text{ kN.}$$

Para determinar como se distribuyen las reacciones verticales y horizontales calculadas entre los dos rolos de cada apoyo se desarrolló un esquema donde todas las fuerzas actuantes se llevaron a un plano de carga horizontal; ubicado el mismo en la línea que se forma entre los puntos donde se ponen en contacto los rolos y el bandaje. La vista longitudinal es mirando en el mismo sentido de movimiento del material.

Apoyo 1.

Se realizó una sumatoria de fuerzas en cada eje de donde obtenemos las ecuaciones siguientes:

$$R'_A = \frac{R''_A \text{sen}30^\circ + A_H}{\text{sen}30^\circ}$$

$$R''_A = \frac{A_v - R'_A \text{cos}30^\circ}{\text{cos}30^\circ}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones tenemos que en este apoyo las reacciones sobre los rolos son:

$$R'_A = 2052.0508 \text{ kN.}$$

$$R''_A = 1573.1812 \text{ kN.}$$

Apoyo 2.

Se realizó una sumatoria de fuerzas en cada eje de donde obtenemos las ecuaciones siguientes:

$$R'_B = \frac{R''_B \text{sen}30^\circ + B_H}{\text{sen}30^\circ}$$

$$R''_B = \frac{B_v - R'_B \text{cos}30^\circ}{\text{cos}30^\circ}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones tenemos que en este apoyo las reacciones sobre los rolos son:

$$R'_B = 3408.5258 \text{ kN.}$$

$$R''_B = 3261.4996 \text{ kN.}$$

Apoyo 3.

Se realizó una sumatoria de fuerzas en cada eje de donde obtenemos las ecuaciones siguientes:

$$R'_C = \frac{R''_C \text{sen}30^\circ - C_H}{\text{sen}30^\circ}$$

$$R''_C = \frac{C_V - R'_C \text{cos}30^\circ}{\text{cos}30^\circ}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones tenemos que en este apoyo las reacciones sobre los rolos son:

$$R'_C = 3717.379 \text{ kN.}$$

$$R''_C = 3747.219 \text{ kN.}$$

De las reacciones obtenidas se puede apreciar que el rolo más cargado se localiza en el tercer apoyo en la parte izquierda si miramos en el sentido de desplazamiento del material como muestra la Fig. 15.

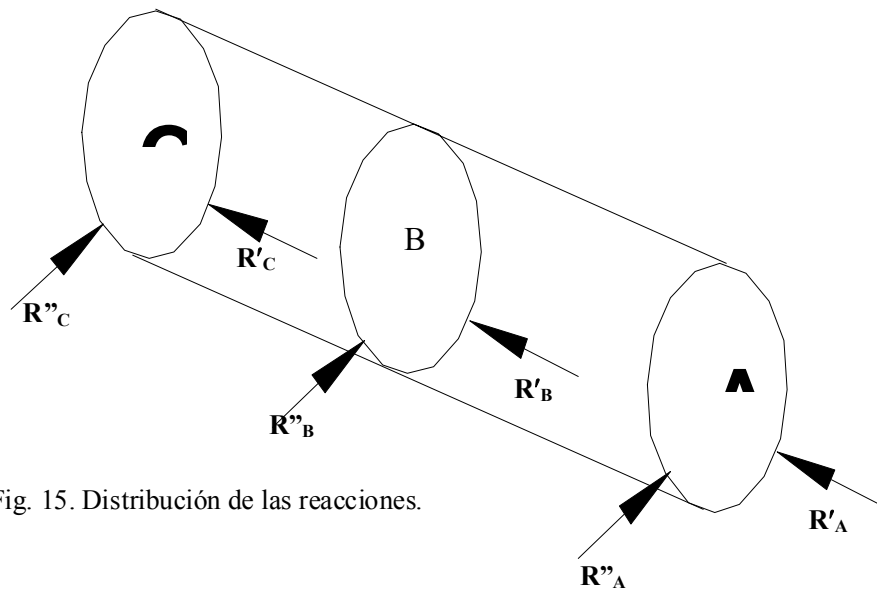


Fig. 15. Distribución de las reacciones.

Para realizar los cálculos se utilizaron los sistemas Derive Version 4 y GM - Beam Versión 2.2.

2.6 Cálculo de las tensiones de contacto y resistencia a la fatiga superficial del rolo más cargado.

El contacto que se produce entre el rolo y el bandaje es un contacto entre dos cilindros con ejes paralelos cuando el rolo no está cortado, al realizarse el corte en uno o mas rolos los ejes quedan inclinados a un determinado ángulo pudiendo afectarse la longitud de contacto real.

Las tensiones de contacto para los dos casos se calcularon de forma diferente siguiendo la siguiente metodología:

Cuando el rolo no esta cortado la tensión superficial máxima que existe en la llanta del rolo se determina por la siguiente expresión [11]. (cilindros con ejes paralelos)

$$\sigma_{\text{supmax}} = 0.5642 \times \sqrt{\frac{P}{l} \times \frac{\frac{R_1 + R_2}{R_1 \times R_2}}{\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2}}} \quad (7)$$

Donde:

P - carga radial sobre el rolo mas cargado. (kg)

l - Longitud del bandaje.(mm)

R_1 - Radio del bandaje. (mm)

R_2 - Radio del rolo. (mm)

μ_1 y μ_2 : Coeficientes de Poisson de los materiales del rolo y bandaje respectivamente.

E_1 y E_2 : Módulo de elasticidad de 1er orden de estos materiales. (kgf / mm²)

Sustituyendo en la expresión (7):

$$\sigma_{\text{sup max}} = 0.5642 \times \sqrt{\frac{378937.752}{900} \times \frac{\frac{3000+800}{3000 \times 800}}{\frac{1-0.3^2}{2.19 \times 10^4} + \frac{1-0.3^2}{2.168 \times 10^4}}}$$
$$\sigma_{\text{sup max}} = 50.41 \frac{\text{kgf}}{\text{mm}^2} = 5041 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

El valor máximo de las tensión superficial de contacto debe ser menor que el valor admisible para que no se produzca la picadura superficial.

$$\sigma_{\text{sup max}} \leq [\sigma_{\text{adm}}]$$

$$[\sigma_{\text{adm}}] = \sigma_{\text{sup}} \times K_t \times K_s \times K_a$$

Donde:

$$\sigma_{\text{sup}} = C_B \times HB \quad (\text{Límite de fatiga por contacto}). [5]$$

$$\sigma_{\text{sup}} = 5289.06 \text{kgf} / \text{mm}^2.$$

Para aceros de medio carbono o de medio carbono aleados de cualquier marca con recocido, normalización o mejoramiento $C_B=25$ (Coeficiente que depende del tipo de material y su tratamiento térmico)[3].

HB (Dureza de la pieza en Brinell) = 211.56 HB .

$$K_t = \sqrt[6]{\frac{N_b}{N}} \quad (\text{Coeficiente de corrección del régimen de carga}).$$

Donde:

N_b - Número de ciclos base.

N - Número de ciclos de trabajo.

Para este caso el número de ciclos de trabajo se puede considerar igual que el número de ciclos base, por tratarse de una pieza que su vida es muy prolongada, de donde $K_t = 1$.

$K_s = 0.95$ (Coeficiente de corrección por la calidad de la superficie).

Valor que recomienda la literatura para una superficie con un acabado superficial de baja calidad y expuesta a la corrosión por humedad.

$K_a = 1$ (Coeficiente de corrección por la viscosidad del aceite).

Según [3] toma ese valor para un rango amplio de viscosidad, en este caso no hay aceite pero entre las dos superficies existe agua que actúa como agente enfriador y lubricador.

$$[\sigma_{\text{adm}}] = 5289.06 \times 1 \times 0.95 \times 1$$

$$[\sigma_{\text{adm}}] = 5024.61 \frac{\text{Kgf}}{\text{cm}^2}.$$

El valor de la tensión superficial de contacto máxima en los rolos es ligeramente mayor al valor admisible por lo que se explica la presencia de picadura en algunos rolos.

También se puede concluir que por no haber lubricante el desgaste es intenso y elimina las grietas de picadura por lo que esta última aparece con menor frecuencia.

Para el análisis de los rolos cuando están cortados se procedió a determinar la influencia que tiene dicho corte en la longitud de la línea de contacto y en la magnitud de las tensiones de contacto.

Durante la operación de los hornos de cemento se produce el corte de los rolos que no es mas que la inclinación del eje del rolo con relación al eje del bandaje del horno. En este proceso, dependiendo del ancho de la banda de contacto entre ambos elementos se puede reducir la longitud de contacto y por consiguiente elevarse la magnitud de las tensiones de contacto, tal como se muestra en la Fig. 16. La longitud efectiva de contacto (l_{ef}) para el caso del rolo cortado se puede hallar sobre la base de relaciones geométricas tal como se muestra en la propia Fig. 16.

Estableciendo relaciones de semejanza entre los triángulos rectángulos Δoab y Δocd se tiene que:

$$\frac{\delta - b}{l - l_{ef}} = \frac{b}{l_{ef}}$$

Despejando l_{ef} de la ecuación anterior se obtiene:

$$l_{ef} \leq \frac{b \times l}{\delta}$$

De la ecuación se puede apreciar claramente que si el ancho de la banda de contacto b es mayor que la dimensión del corte δ , la longitud de contacto no se afecta, la línea de contacto se inclina pero no se reduce su longitud y el corte no tendrá influencia en las tensiones de contacto.

$$b = 1.128 \sqrt{\frac{P}{l} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \left(\frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \right)} \quad (8)$$

$$b = 4.84 \text{ mm} \geq 2 \text{ mm}$$

El corte no influye en las tensiones de contacto.

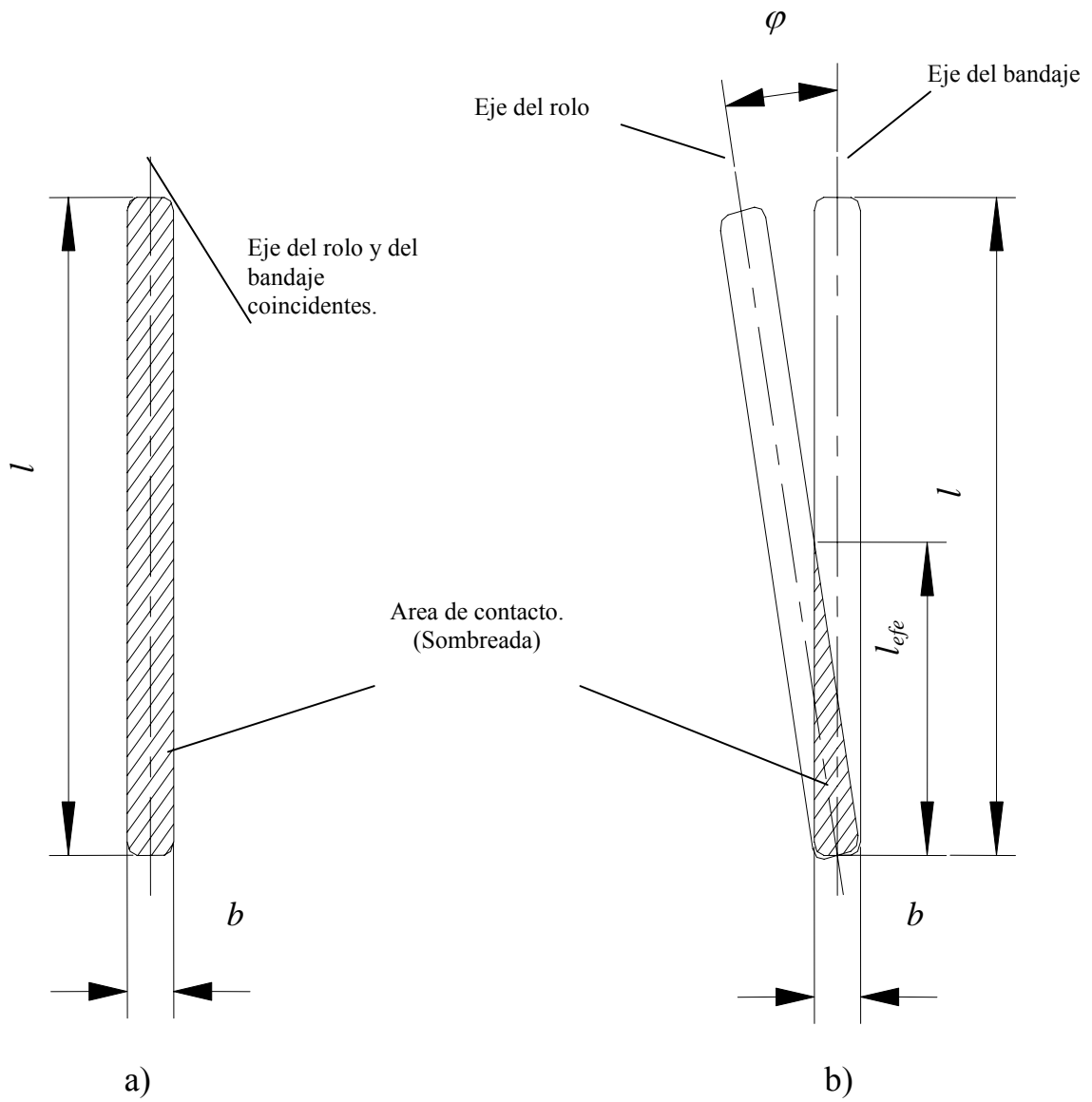


Fig. 16. Longitud y área de contacto entre el rolo y el bandaje para :

a) Rolo en posición normal.

b) Rolo cortado.

2.7 Cálculo de la capacidad de carga de los cojinetes de apoyo de los rolos y momento de fricción.

Como se mencionó anteriormente los cojinetes de apoyo de los rolos son de contacto plano y el cálculo se realiza de acuerdo con el régimen de trabajo.

Los cojinetes de apoyo de los rolos trabajan en condiciones de rozamiento mixto, dada pequeña velocidad de giro, por lo que se calculan a la limitación de las tensiones de contacto o a la ausencia de agarramiento.

Cálculo a las tensiones de contacto.

Este cálculo se realiza para los cojinetes en los cuales la velocidad circunferencial del muñón en el cojinete es del orden 0.1 m/seg y la cantidad de calor que se desprende es pequeña.

La velocidad circunferencial del muñón de los cojinetes se calculó por la siguiente expresión.

$$V = \frac{\pi \times d \times n_r}{60} = 0.1735 \text{ m/seg.}$$

Donde:

d - Diámetro nominal del muñón.

$$n_r = n_H \frac{d_1}{d_2} = 0.6.375 \text{ r.p.m.} \quad (\text{Velocidad de giro del rolo, sin deslizamiento})$$

Donde:

n_H - velocidad de giro del horno.

d_1 - diámetro del bandaje.

d_2 - diámetro del rolo.

En este caso la velocidad circunferencial del muñón es solo ligeramente superior a 0.1 m/seg por lo que se procederá a comprobar la resistencia a las tensiones de contacto. La referencia para el cálculo es la ecuación de Hertz [1].

Sustituyendo y haciendo algunas transformaciones se obtiene:

$$\Delta_{\max} = \frac{d \times [\sigma]_{\text{sup}}^2}{K \times E} = 0.34 \text{ mm.} \quad (\text{Holgura diametral}) \quad (9)$$

Donde:

E - Módulo de elasticidad del material (kgf/cm^2)

$[\sigma]_{\text{sup}}$ - Tensión admisible por contacto que se elige para el material del casquillo[1].

$$[\sigma]_{\text{sup}} = (3 \div 5) \times HB$$

$$[\sigma]_{\text{sup}} = 4 \times 51.2 = 204 \text{ kgf/cm}^2$$

$$K = \frac{R}{l \times d} = 62.605 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{Carga convencional específica del cojinete})$$

Donde:

R - Carga radial en el cojinete.

l - Longitud del cojinete.

d - Diámetro nominal.

La holgura diametral calculada debe cumplir que:

$$\Delta_{\max} \ll \Delta_{\max A}$$

$$\Delta_{\max} \approx \Delta_{\min A}$$

Siendo Δ_{maxA} y Δ_{minA} las holguras diametrales máximas y mínimas del ajuste.

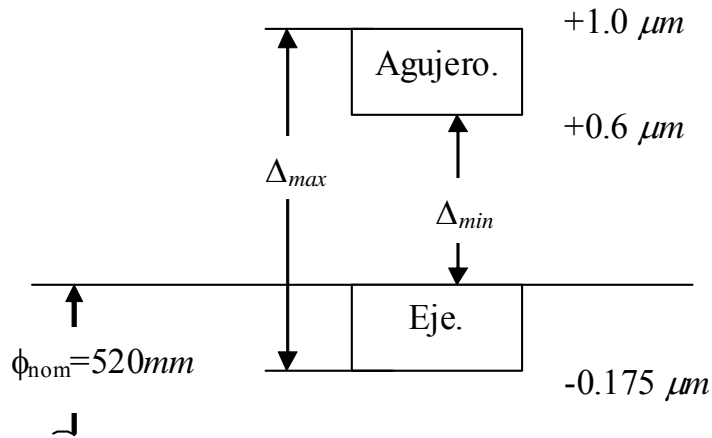


Fig. 17. Esquema del ajuste para el cojinete.

Cálculo al agarramiento de las superficies.

Este cálculo se realiza para los cojinetes que trabajan en condiciones de rozamiento mixto siendo la velocidad $> 0.1\ \text{m}/\text{seg}$.

En este caso la comprobación se realiza por los criterios convencionales:

$$V \leq [V]$$

$$K \leq [K]$$

$$K \times V \leq [K \times V]$$

Donde:

$[K]$, $[V]$ y $[K \times V]$ - Valores admisibles para diferentes materiales, según [4].

La comparación con los valores de la literatura resultó ser satisfactoria.

De lo anterior se deduce que el cojinete no falla por agarramiento, sin embargo puede haber desgaste excesivo del cojinete, lo cual sucede en realidad y se acentúa mucho más por la presencia de polvo y materiales abrasivos en el lugar.

Cálculo del momento de fricción en el cojinete.

El momento de fricción se determina por:

$$M_{fric} = \frac{P_r}{2} \times f_{coj} \times \frac{d_{coj}}{2} = 4926219.07\text{kg} \cdot \text{cm}. \quad (10)$$

Donde:

$f_{coj} = 0.1$ según [1] (Coeficiente de fricción.)

2.8- Cálculo de las fuerzas internas y tensiones provocadas en los rolos por la interferencia del ajuste rolo - árbol.

2.8.1 Tolerancias nominales del ajuste según el fabricante.

La unión actual entre el rolo y el árbol es un ajuste por interferencia.

Según el fabricante el ajuste es (H7 / u7) y según [8].

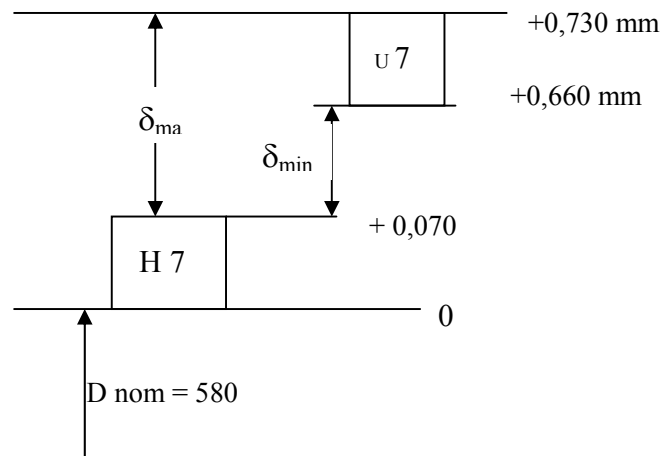


Fig. 18. Esquema del ajuste para el cubo del rolo.

$$\delta_{\max} = 0.730 - 0 = 0.730 \text{ mm} = 730 \mu\text{m}$$

$$\delta_{\min} = 0.660 - 0.070 = 0.59 \text{ mm} = 590 \mu\text{m}$$

2.8.2 Cálculo de la capacidad de carga del ajuste.

La capacidad de carga de ajuste se determina comparando la clarencia requerida con la mínima del ajuste.

$$\delta \leq \delta_{\min}$$

Para nuestro caso la clarencia requerida se determina por la expresión (11) [1].

Considerando que esta unión debe ser capaz de transmitir el torque y resistir la fuerza axial provocada por el movimiento del horno en su longitud.

$$\delta = \sqrt{\left(\frac{2 \times M_{\text{tor}}}{d}\right)^2 + P_a^2} \left(\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2}\right) \times 10^3 \quad (11)$$

Se considera que el momento torsor es igual al momento de fricción de los cojinetes.

$$M_{\text{tor}} = M_{\text{coj}} = 492619.07 \text{ kg.cm}$$

P_a es la fuerza axial producto del desplazamiento que tiene el horno en su longitud.

$$P_a = P_r \times f_d = 378937.752 \times 0.28 = 106102.57 \text{ kg}$$

f_d (Coeficiente de fricción dinámico entre el rolo y el bandaje).

Según [9] $f_d = 0.28$ para acero con acero.

f - Coeficiente de fricción entre el rolo y el eje en el encaje.

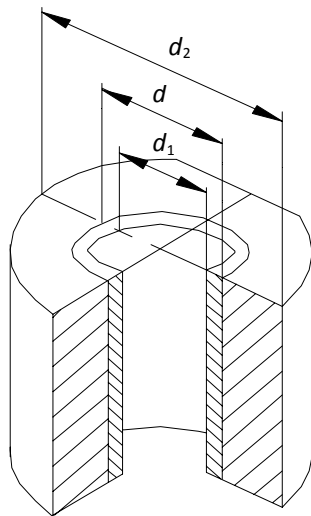
$f = 0.14$ para ensambladuras, calentando la pieza externa o enfriando la pieza interior.

l - Longitud del encaje.

$l = 696\text{mm}$ (Longitud de las superficies en contacto).

E_1 y E_2 - Módulos de elasticidad de 1er orden de las piezas.

C_1 y C_2 - Coeficientes cuyos valores se determinan de la solución de Lamé.[1] Fig. 19.



$$C_1 = \frac{d^2 + d_1^2}{d^2 - d_1^2} - \mu_1 = 1 - 0.3 = 0.7$$

$$C_2 = \frac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2} + \mu_2 = \frac{820^2 + 580^2}{820^2 - 580^2} + 0.3 = 3.3$$

Fig. 19. Diámetros empleados para calcular los coeficientes C_1 y C_2 .

Donde:

d_1 - Diámetro interior del eje en caso de que fuera hueco, para nuestro caso $d_1 = 0$.

d - Diámetro nominal del eje.

d_2 - Diámetro exterior del cubo.

$\mu_1 = \mu_2 = 0.3$ (Coeficiente de Poisson del acero).

Sustituyendo los valores en (11):

$$\delta = \sqrt{\frac{\left(\frac{2 \times 4926190.7}{580}\right)^2 + 106102.57^2}{\pi \times 696 \times 0.14}} \left(\frac{0.7}{2.19 \times 10^4} + \frac{3.3}{2.14 \times 10^4}\right) \times 10^3 = 65.3 \mu\text{m}$$

La condición planteada ($\delta \leq \delta_{min}$) se cumple:

$$65.3 \mu\text{m} \leq 590 \mu\text{m}$$

Concluyendo que el ajuste dado por el fabricante transmite el torque perfectamente y también resiste la fuerza axial.

2.9 Cálculo de los datos geométricos necesarios para determinar la influencia del encaje rolo - árbol.

Para determinar el efecto del encaje se requiere conocer varios parámetros cuyos cálculos se realizarán en este epígrafe. Dichos parámetros son:

- 1 Área de la sección del rayo.
- 2 Longitud del rayo a lo largo del rolo.
- 3 Longitud radial del rayo (altura).
- 4 Centroide de la llanta.
- 5 Área de la sección de la llanta.
- 6 Radio del eje centroidal de la sección de la llanta.
- 7 Momento de inercia de la sección de la llanta con relación el eje centroidal.
- 8 Área de la sección del cubo.
- 9 Momento de inercia de la sección del cubo con relación al eje centroidal.

Todos estos parámetros dependen de las dimensiones de los rolos y de su geometría.

Para el análisis de la unión por interferencia rolo – árbol se debe tener en cuenta que toda la longitud del cubo no se pone en contacto con el árbol, como se puede apreciar en los Anexos 1, 2 y 3; por lo tanto para los cálculos que se realizarán a continuación no se considera el tramo intermedio de 256 mm de longitud (se encuentra cuadrículado en los esquemas) ya que las tensiones que provoca el encaje no tienen gran influencia en dicho tramo.

Para el rolo de Tipo 1.

En la Fig. 20 se muestra la geometría y dimensiones fundamentales del rolo de Tipo 1.

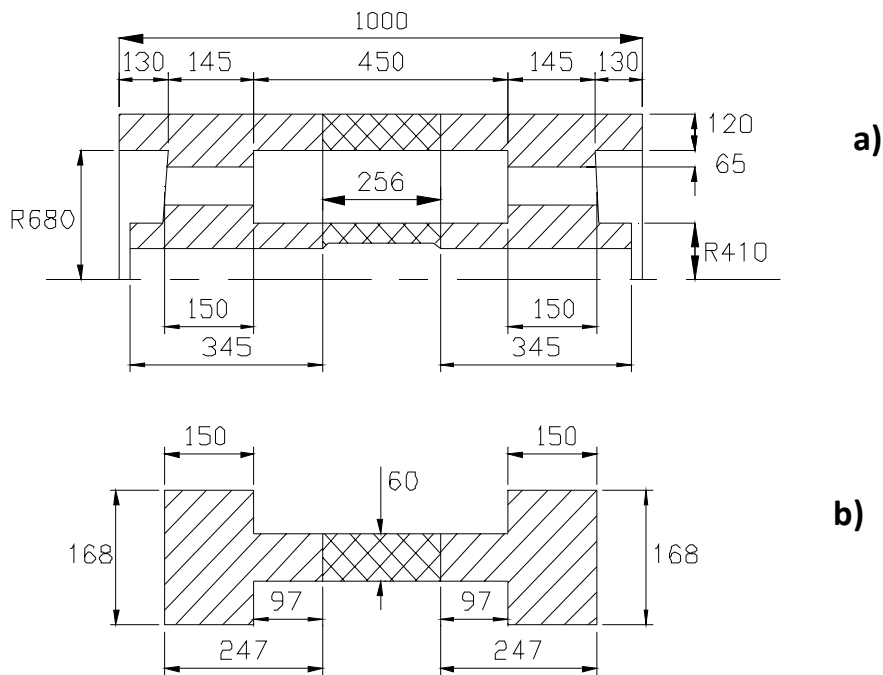


Fig. 20 a) Dimensiones de la llanta, el rayo y el cubo.

Área de la sección del rayo.

$$A_s = 2(97 \times 60 + 168 \times 150) = 62040 \text{ mm}^2$$

Longitud del rayo a lo largo del rolo.

$$l = 2 \times 247 = 494 \text{ mm}$$

Longitud radial del rayo (altura).

$$l_r = 680 - 410 - 65 = 205 \text{ mm} \text{ (Los 65 mm se restan porque este tramo se considera llanta).}$$

Centroide de la llanta.

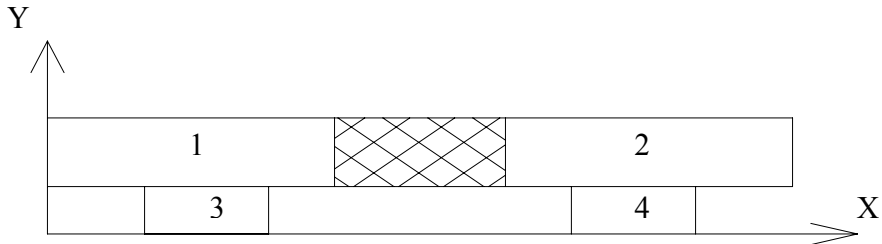


Fig. 21. Sección de la llanta y forma en que se divide para el cálculo.

Sección	$A_i \text{ (mm}^2\text{)}$	$x_i \text{ (mm)}$	$A_i x_i \text{ (mm}^3\text{)}$	$y_i \text{ (mm)}$	$A_i y_i \text{ (mm}^3\text{)}$
1	44640	186	8303040	125	5580000
2	44640	814	36336960	125	5580000
3	9425	202.5	1908562.5	32.5	306312.5
4	9425	797.5	7516437.5	32.5	306312.5
$\Sigma A_i = 108130$		$\Sigma A_i x_i = 54065000$		$\Sigma A_i y_i = 11772625$	

$$\bar{X} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = 500 \text{ mm} \quad \bar{Y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = 108.875 \text{ mm}$$

Area de la sección de la llanta.

$$A_o = \sum A_i = 108130 \text{ mm}^2$$

Radio al centroide de la llanta.

$$R = 680 - 65 + \bar{Y} = 723.875 \text{ mm}$$

Momento de inercia de la sección de la llanta.

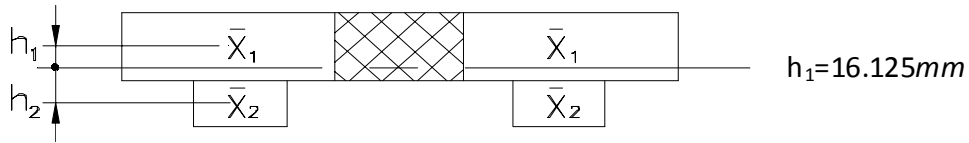


Fig. 22 Posición del centroide de la llanta.

$$I_x = 2I_{\bar{x}_1} + 2I_{\bar{x}_2}$$

$$I_{\bar{x}_i} = \bar{I}_i + A_i h_i^2 = \frac{bh^3}{12} + A_i h_i^2$$

Donde:

$$I_{\bar{x}_1} = \frac{372(120)^3}{12} + 44640(16.125)^2 \quad I_{\bar{x}_2} = \frac{145(65)^3}{12} + 9425(76.375)^2$$

$$I_{\bar{x}_1} = 65175097.5 \text{ mm}^4 \quad I_{\bar{x}_2} = 58295735.81 \text{ mm}^4$$

De donde resulta que:

$$I_x = 246941666.6 \text{ mm}^4$$

Área y momento de inercia de la sección del cubo.

El cubo tiene el mismo espesor que la llanta, pero menor longitud (30 mm menos). En la Fig. 23 ubicamos las principales dimensiones que se emplean para el cálculo.

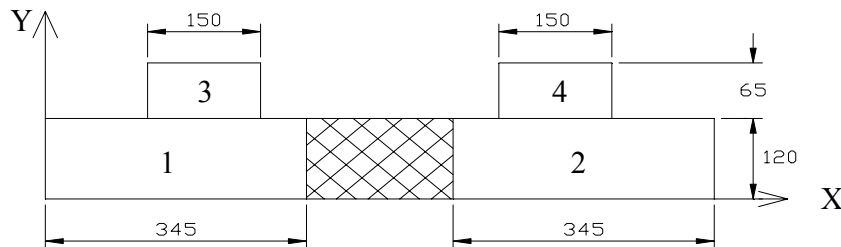


Fig. 23. Forma geométrica y principales dimensiones del cubo.

Sección	$A_i \text{ (mm}^2\text{)}$	$x_i \text{ (mm)}$	$A_i x_i \text{ (mm}^3\text{)}$	$y_i \text{ (mm)}$	$A_i y_i \text{ (mm}^3\text{)}$
1	41400	172.5	7141500	60	2484000
2	41400	773.5	32022900	60	2484000
3	9425	187.5	1767187.5	152.5	1437312.5
4	9425	782.5	7375062.5	152.5	1437312.5
$\Sigma A_i = 101650$		$\Sigma A_i x_i = 48306650$		$\Sigma A_i y_i = 7842625$	

$$\bar{X} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = 473 \text{ mm} \quad \bar{Y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = 77.153 \text{ mm}$$

Area de la sección del cubo.

$$A_{Sc} = \sum A_i = 101650 \text{ mm}^2$$

Radio al centroide del cubo.

$$R_c = 290 + \bar{Y} = 367.153 \text{ mm}$$

Momento de inercia de la sección del cubo.

Como la ecuación para determinar el momento de inercia es $I_{Xc} = 2I'_{\bar{X}_1} + 2I'_{\bar{X}_2}$ y de igual forma:

$$I'_{\bar{X}_i} = \bar{I}_i + A_i h_i^2 = \frac{bh^3}{12} + A_i h_i^2$$

Donde en este caso:

$$h'_1 = 75.347 \text{ mm}$$

$$h'_2 = 17.153 \text{ mm}$$

Y:

$$I'_{\bar{X}_1} = \frac{345(120)^3}{12} + 41400(17.153)^2$$

$$I'_{\bar{X}_2} = \frac{145(65)^3}{12} + 9425(76.375)^2$$

$$I'_{\bar{X}_1} = 61860931.93 \text{ mm}^4$$

$$I'_{\bar{X}_2} = 56940143.60 \text{ mm}^4$$

De donde resulta que:

$$I_{Xc} = 237602151.09 \text{ mm}^4$$

Para el rolo de Tipo 2.

En la Fig. 24 se muestran las dimensiones fundamentales del rolo de Tipo 2.

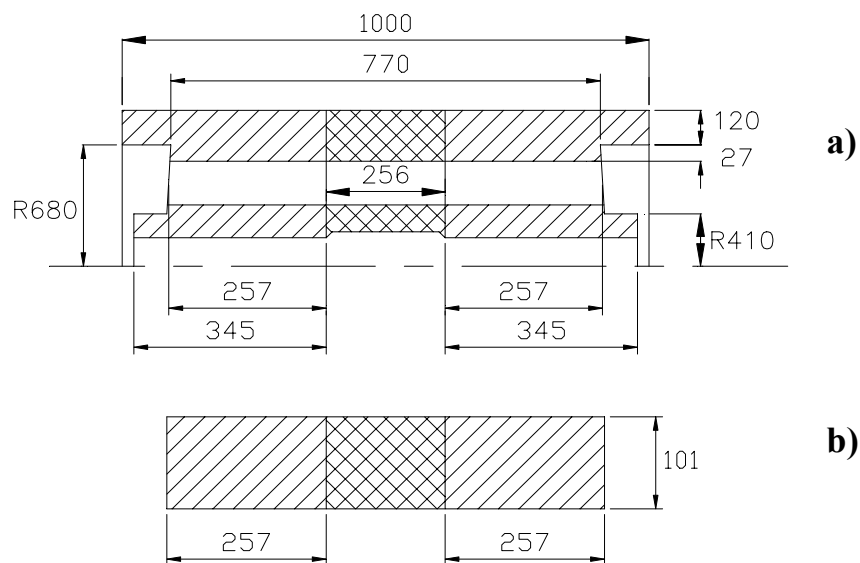


Fig. 24 a) Dimensiones principales de la llanta, el rayo y el cubo.
b) Sección del rayo.

Area de la sección del rayo.

$$A_s = 2(101 \times 257) = 51914 \text{ mm}^2$$

Longitud del rayo a lo largo del rolo.

$$l = 2 \times 257 = 514 \text{ mm}$$

Longitud radial del rayo (altura).

$$l_r = 680 - 410 - 27 = 243 \text{ mm} \text{ (Los 27 mm se restan porque este tramo se considera llanta).}$$

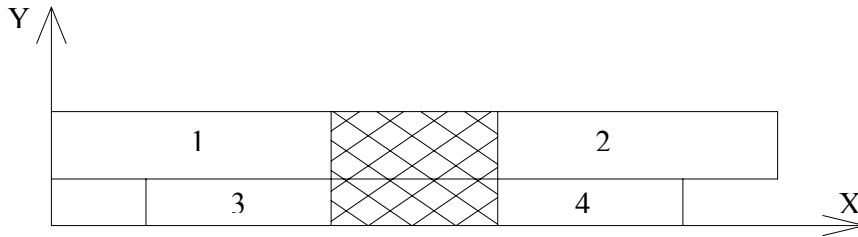


Fig. 25. Sección de la llanta y forma en que se divide para el cálculo.

	$A_i \text{ (mm}^2\text{)}$	$x_i \text{ (mm)}$	$A_i x_i \text{ (mm}^3\text{)}$	$y_i \text{ (mm)}$	$A_i y_i \text{ (mm}^3\text{)}$
1	44640	186	8303040	87	3883680
2	44640	814	36336960	87	3883680
3	6939	243.5	1689646.5	13.5	93676.5
4	6939	756.5	5249353.5	13.5	93676.5
$\Sigma A_i = 103158$		$\Sigma A_i x_i = 51579000$		$\Sigma A_i y_i = 7954713$	

$$\bar{X} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = 500 \text{ mm} \quad \bar{Y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = 77.11193 \text{ mm}$$

Area de la sección de la llanta.

$$A_o = \sum A_i = 103158 \text{ mm}^2$$

Radio al centroide de la llanta.

$$R = 680 - 27 + \bar{Y} = 730.112 \text{ mm}$$

Momento de inercia de la sección de la llanta.

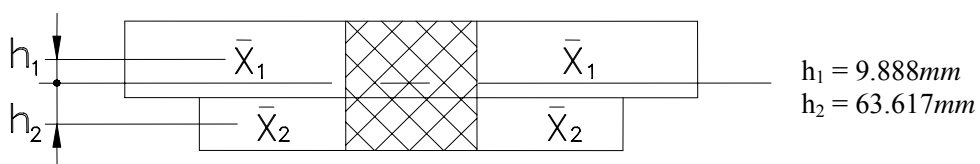


Fig. 26 Distancia del centroide de la sección de la llanta al de cada una de las figuras.

$$I_x = 2I_{\bar{x}_1} + 2I_{\bar{x}_2}$$

$$I_{\bar{x}_i} = \bar{I}_i + A_i h_i^2 = \frac{bh^3}{12} + A_i h_i^2$$

Donde:

$$I_{\bar{x}_1} = \frac{372(120)^3}{12} + 44640(9.888)^2$$

$$I_{\bar{x}_2} = \frac{257(27)^3}{12} + 6939(63.617)^2$$

$$I_{\bar{x}_1} = 57932566.36 \text{ mm}^4$$

$$I_{\bar{x}_2} = 28504528.59 \text{ mm}^4$$

De donde resulta que:

$$I_x = 172874189.9 \text{ mm}^4$$

Área y momento de inercia de la sección del cubo.

El espesor del cubo es el mismo que el de la llanta y la longitud es menor. En la Fig. 27 se ofrecen las principales dimensiones que se emplean para el cálculo.

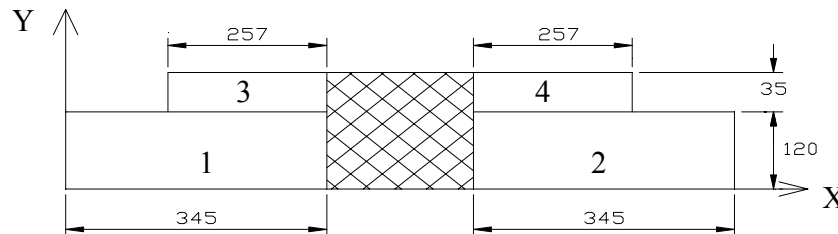


Fig. 27. Forma geométrica y principales dimensiones del cubo.

Sección	$A_i \text{ (mm}^2\text{)}$	$x_i \text{ (mm)}$	$A_i x_i \text{ (mm}^3\text{)}$	$y_i \text{ (mm)}$	$A_i y_i \text{ (mm}^3\text{)}$
1	41400	172.5	7141500	60	2484000
2	41400	773.5	32022900	60	2484000
3	8995	228.5	2055357.5	137.5	1233812.5
4	8995	741.5	6669792.5	137.5	1233812.5
$\Sigma A_i = 100790$		$\Sigma A_i x_i = 47889550$		$\Sigma A_i y_i = 7435625$	

$$\bar{X} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = 473 \text{ mm} \quad \bar{Y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = 73.77 \text{ mm}$$

Area de la sección del cubo.

$$A_{Sc} = \sum A_i = 100790 \text{ mm}^2$$

Radio al centroide del cubo.

$$R_c = 290 + \bar{Y} = 363.77 \text{ mm}$$

Momento de inercia de la sección del cubo.

Como la ecuación para determinar el momento de inercia es $I_{xc} = 2I'_{\bar{x}_1} + 2I'_{\bar{x}_2}$ y de igual forma:

$$I'_{\bar{x}_i} = \bar{I}_i + A_i h_i^2 = \frac{bh^3}{12} + A_i h_i^2$$

Donde en este caso:

$$h'_1 = 63.73 \text{ mm}$$

$$h'_2 = 13.77 \text{ mm}$$

$$I'_{\bar{x}_1} = \frac{345(120)^3}{12} + 41400(13.77)^2$$

$$I'_{\bar{x}_2} = \frac{257(35)^3}{12} + 8995(63.73)^2$$

$$I'_{\bar{x}_1} = 57529974.06 \text{ mm}^4$$

$$I'_{\bar{x}_2} = 37451548.12 \text{ mm}^4$$

De donde resulta que:

$$I_{x_c} = 189963044.35 \text{ mm}^4.$$

Para el rolo de Tipo 3.

En la Fig. 28 se muestran las dimensiones fundamentales del rolo de Tipo 3.

Área de la sección del rayo.

$$A_s = 2(227 \times 257) = 116678 \text{ mm}^2$$

Longitud del rayo a lo largo del rolo.

$$l = 2 \times 257 = 514 \text{ mm}$$

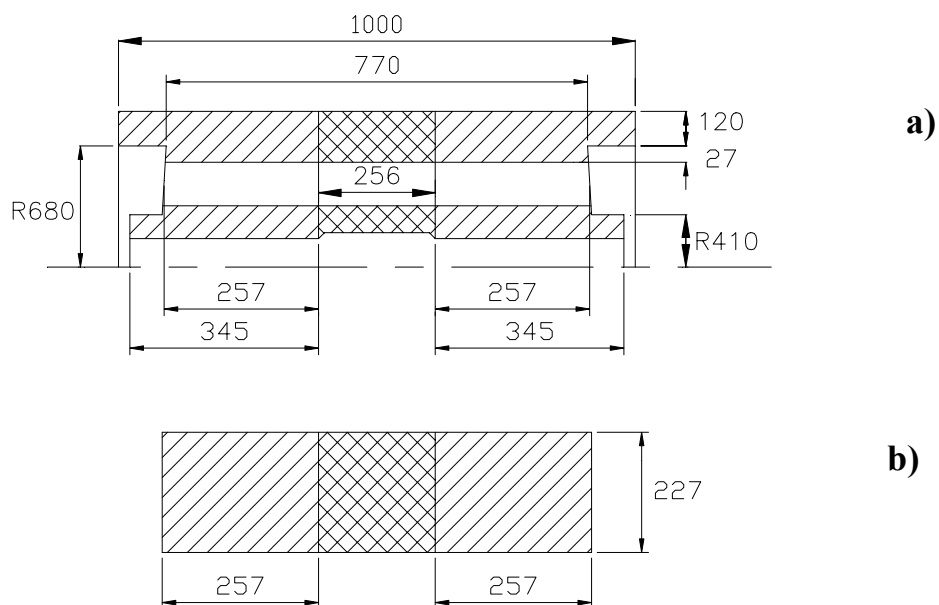


Fig. 28 a) Dimensiones principales de la llanta, el rayo y el cubo.
b) Sección del rayo.

Longitud radial del rayo (altura).

$$l_r = 680 - 410 - 27 = 243mm$$

Los 27 mm son porque este tramo se considera como llanta.

Centroide de la llanta.

La sección de la llanta en este tipo de rolo es semejante a la del rolo de tipo 2; es por eso que expondremos solo el valor de los datos para no repetir los análisis geométricos y demás.

Área de la sección de la llanta.

$$A_o = \sum A_i = 103158 \text{ mm}^2$$

Radio al centroide de la llanta.

$$R = 680 - 27 + \bar{Y} = 730.112mm$$

Momento de inercia de la sección de la llanta.

$$I_x = 172874189.9mm^4$$

Area y momento de inercia de la sección del cubo.

El cubo de este tipo de rolo tiene las mismas características que el cubo del rolo de tipo 2 por eso solo pondremos los resultados.

Area de la sección del cubo.

$$A_{Sc} = \sum A_i = 100790 \text{ mm}^2$$

Radio al centroide del cubo.

$$R_c = 290 + \bar{Y} = 363.77 \text{ mm}$$

Momento de inercia de la sección del cubo.

$$I_{xc} = 189963044.35 \text{ mm}^4$$

En cada Tipo de rolo hay de 3 a 4 rayos (depende del tipo de rolo) que presentan una extensión o saliente como se puede apreciar en el detalle I de los Anexos 1, 2 y 3. Este saliente provoca un aumento en el área de la sección del rayo y en cierta medida en la longitud; pero no influye de forma considerable en ninguno de los otros parámetros. Como el rayo con saliente no es el predominante y las variaciones que provoca no son considerables, en los cálculos de los próximos epígrafes se considerará solamente el rayo sin saliente.

2.10 Esquema de análisis y tensiones originadas en el cubo, en los rayos y en la llanta por la presión del encaje rolo – árbol para las diferentes variantes constructivas.

Producto del ajuste prensado en el rolo se originan fuerzas internas en el cubo, en los rayos y en la llanta. Para el análisis y cálculo de dichas fuerzas se adoptará el esquema de análisis mostrado en la Fig. 29.

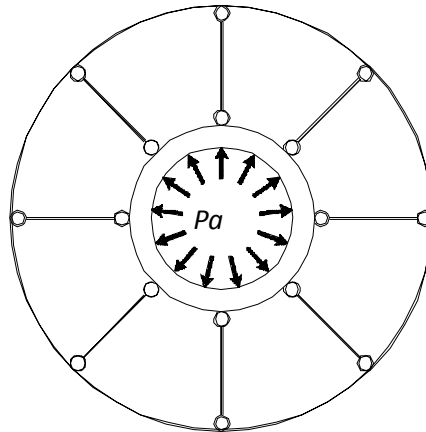
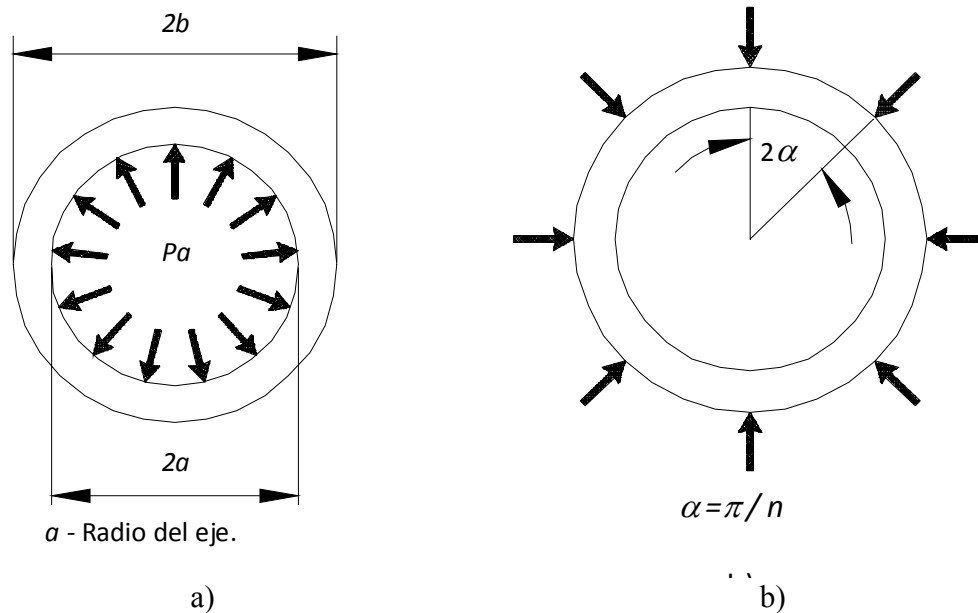


Fig. 29 Esquema de análisis para el cálculo de las fuerzas internas en los rayos

La fuerza P que se origina en los tres elementos se determina mediante un sistema de ecuaciones que se obtiene vinculando las expresiones de desplazamiento para cada elemento por separado.

Cálculo del desplazamiento en el cubo.

El esquema de análisis del cubo corresponde con un cilindro de paredes gruesas que está solicitado a una presión interior P_a , como se muestra en la Fig. 30 a), que se superpone con un anillo cargado en su plano con fuerzas concentradas dirigidas hacia el centro ver Fig. 30 b).



a) b)
Fig. 30 Esquema de Análisis del cubo y de la llanta.

La expresión para el cálculo del desplazamiento cuando el cubo está sometido a presión interior es:

$$u_1 = \frac{1 - \mu}{E} \frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} r + \frac{1 + \mu}{E} \frac{a^2 b^2}{r} \frac{P_a - P_b}{b^2 - a^2} \quad (12)$$

Donde:

μ - Coeficiente de Poisson.

E - Módulo de elasticidad.

P_a - Presión interior.

P_b - Presión exterior.

r - Radio para el cual se analizan los desplazamientos.

Como los desplazamientos se analizan para la periferia del cubo $r = b$ y la presión exterior $P_b = 0$ debido a que este elemento está sometido a cargas concentradas por la presencia de los rayos.

La presión interior P_a se calcula por la expresión:

$$P_a = \frac{\delta}{d \left(\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2} \right)} \times 10^3 \quad (13)$$

Donde:

δ - Interferencia del ajuste en mm .

d - Diámetro nominal.

Como en realidad no se conoce la interferencia real bajo la cual se realizó el ajuste el cálculo se realiza para la interferencia máxima y mínima.

Sustituyendo en la expresión (3.3).

$$P_{a\text{m}\acute{a}s} = \frac{0.73}{580 \left(\frac{0.7}{2.19 \times 10^4} + \frac{3.3}{2.14 \times 10^4} \right)} \times 10^3 = 6.76 \text{ kgf/mm}^2$$

$$P_{a\text{m}\acute{i}n} = \frac{0.59}{580 \left(\frac{0.7}{2.19 \times 10^4} + \frac{3.3}{2.14 \times 10^4} \right)} \times 10^3 = 5.46 \text{ kgf/mm}^2$$

Para calcular el desplazamiento cuando el cubo está sometido a fuerzas concentradas dirigidas hacia el centro la expresión es la siguiente:

$$u_2 = \frac{P R^3}{4 E I_{xc}} \left(\frac{2}{\alpha} - \frac{1}{\text{sen} \alpha} - \frac{\alpha \cos \alpha}{\text{sen} \alpha} \right) \quad (14)$$

Donde:

R - Radio del cubo.

I_{xc} - Momento de inercia de la sección del cubo.

P - Fuerza que origina la interferencia.

Aplicando el principio de superposición el desplazamiento en el cubo se calcula como:

$$u = u_1 - u_2 \quad (15)$$

Sustituyendo en (15) las expresiones (12) y (14) se obtiene la ecuación del desplazamiento total en el cubo:

$$u = \frac{1 - \mu}{E} \frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} r + \frac{1 + \mu}{E} \frac{a^2 b^2}{r} \frac{P_a - P_b}{b^2 - a^2} - \frac{P R^3}{4 E I_{xc}} \left(\frac{2}{\alpha} - \frac{1}{\text{sen} \alpha} - \frac{\alpha \cos \alpha}{\text{sen} \alpha} \right) \quad (16)$$

Desplazamiento en los rayos.

Al rayo lo consideramos como un elemento a dos fuerzas que está sometido a compresión el esquema de análisis se muestra en la Fig. 31.

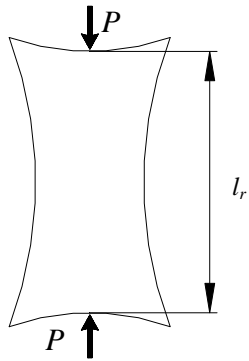


Fig. 31. Esquema de análisis para el rayo.

La ecuación que se utiliza es la siguiente

$$\Delta l = \frac{P \times l_r}{E \times A_s} \quad (17)$$

l_r – Longitud radial del rayo.

A_s – Area de la sección del rayo.

Los valores de l_r y A_s son conocidos para los tres tipos de rolos, con el fin de llegar a una expresión general, el desplazamiento queda en función de ellos.

Desplazamiento en la llanta

Para la llanta el esquema de análisis es el de un anillo cargado en su plano como el de la Fig. 32.

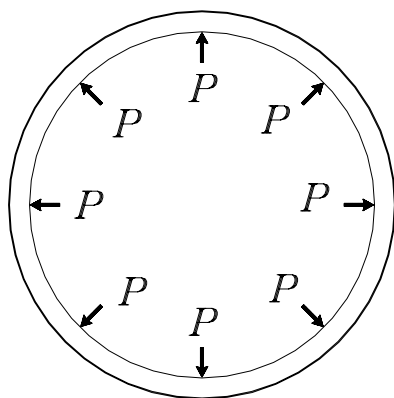


Fig. 32. Esquema de análisis de la llanta.

El desplazamiento radial del punto de aplicación de la fuerza dirigida desde el centro es:

$$\delta = \frac{P \times R^3}{2 \times E \times J} \left[\frac{1}{\sin^2 \alpha} \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\sin 2\alpha}{4} \right) - \frac{1}{\alpha} \right] \quad (18)$$

R – Radio de la llanta.

J – Momento de inercia de la sección de la llanta.

El radio de la llanta y el momento de inercia también varían en dependencia del tipo de rolo por lo que el desplazamiento queda en función de ellos.

Aplicando el principio de composición de los desplazamientos se llega a que la expresión que vincula los desplazamientos de la llanta, los rayos y el cubo:

$$\Delta l = u - \delta \quad (19)$$

Sustituyendo los valores de u , Δl y δ en esta expresión se puede despejar el valor de P para cada tipo de rolo. La solución se obtuvo mediante el Software Mathematica 3.0.

Los resultados se muestran en la tabla siguiente:

Interferencia máxima.		Interferencia mínima.	
Tipo Rolo.	P (kgf)	Tipo Rolo.	P (kgf)
I	24 499.3	I	23 609.5
II	13 702	II	13 204.3
III	22 788.9	III	21 962.1

Cálculo de las tensiones en el rayo.

El rayo es un elemento que está sometido a compresión solamente, las tensiones normales se determinan:

$$\sigma_c = \frac{P}{A_s} \quad (20)$$

Donde:

P - Fuerza aplicada

A_s – Area de la sección del rayo

$$\sigma_c \leq [\sigma_{ad}]$$

$$[\sigma_{ad}] = \frac{\sigma_f}{n} \quad (21)$$

Donde:

σ_f - Límite de fluencia del material.

n - Factor de seguridad para cargas estáticas.

Los resultados de los cálculos para las diferentes variantes de rolo se resumen en la siguiente tabla:

Interferencia máxima.			Interferencia mínima.		
Tipo Rolo.	σ_c (kgf/mm ²)	n	Tipo	σ_c (kgf/mm ²)	n
I	0.774	35.5	I	0.625	44
II	0.736	37.36	II	0.5947	46.24
III	0.536	51.3	III	0.433	63.5

Los factores de seguridad dan valores muy por encima de los recomendados por tanto los rayos resisten perfectamente las tensiones producidas por la interferencia.

Cálculo de las tensiones en la llanta.

Considerando el esquema de análisis propuesto para el cálculo de las tensiones y esfuerzos en la llanta, producto del ajuste por interferencia, la misma está sometida al efecto de tensiones de tracción, de flexión y tangenciales.

La tensión normal resultante será:

$$\sigma_{res} = \sigma_{trac} + \sigma_{flex} \quad (22)$$

$$\sigma_{res} = \frac{N}{A_o} + \frac{M \times y_{max}}{I_x} \leq [\sigma_{adm}] = \frac{\sigma_f}{n} \quad (23)$$

y la tangencial:

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \times \frac{Q}{A_o} \leq [\tau_{adm}] = \frac{\tau_f}{n} \quad (24)$$

$$\tau_f = 0.6 \times \sigma_f$$

Los valores de N , M y Q se determinan por las expresiones siguientes según [6].

$$N = \frac{P}{2 \times \text{sen} \alpha} \times \cos \alpha \quad (25)$$

$$Q = \frac{P}{2 \times \text{sen} \alpha} \times \text{sen} \varphi \quad (26)$$

$$M = \frac{P \times R}{2} \left(\frac{\cos \varphi}{\text{sen} \alpha} - \frac{1}{\alpha} \right) \quad (27)$$

Donde:

R - Radio del centroide de la llanta.

Es necesario conocer para que ángulo φ el valor de las tensiones normales es máximo.

$$\sigma_{res} = \frac{P}{2 \times \tan \alpha} + \frac{P \times R}{2} \left(\frac{\cos \varphi}{\text{sen} \alpha} - \frac{1}{\alpha} \right) \quad (28)$$

Derivando respecto a φ e igualando a cero se obtienen los extremos de la función.

$$\frac{\delta\sigma_{res}}{\delta\varphi} = -\frac{P \times R}{2} \times \frac{\text{sen}\varphi}{\text{sen}\alpha} = 0 \quad (29)$$

Se obtiene que para $\varphi = 0$ la primera derivada es cero por tanto $\varphi = 0$ es un extremo de la función, para determinar si es máximo o mínimo se calcula la segunda derivada.

$$\frac{\delta^2\sigma_{res}}{\delta^2\varphi} = -\frac{P \times R}{2} \times \frac{\cos\varphi}{\text{sen}\alpha} \quad (30)$$

La segunda derivada es negativa, por tanto es un máximo y las tensiones normales resultantes son máximas para $\varphi = 0$.

Para el cálculo de las tensiones tangenciales también es necesario conocer para que valor de φ son máximas.

Aplicando el mismo procedimiento anterior.

La primera derivada es:

$$\frac{\delta\tau}{\delta\varphi} = -\frac{P}{2} \times \frac{\cos\varphi}{\text{sen}\alpha} = 0 \quad (31)$$

Se obtiene que para $\varphi = \pi/2$ la primera derivada es 0 por tanto en $\varphi = \pi/2$ la función tiene un extremo; calculando la segunda derivada.

$$\frac{\delta^2\tau}{\delta^2\varphi} = -\frac{P}{2} \times \frac{\text{sen}\varphi}{\text{sen}\alpha} \quad (32)$$

Se obtiene que es negativa por tanto $\varphi = \pi/2$ es un máximo y las tensiones tangenciales serán máximas en $\varphi = \pi/2$.

Como φ varía entre $0 \leq \varphi \leq \alpha$ las tensiones tangenciales serán máximas para $\varphi = \alpha$.

Sustituyendo en las expresiones anteriores para las diferentes variantes constructivas se obtiene los resultados que se muestran en la siguiente tabla.

T. Rolo	N (kg)	Q (kg)	M (kg mm)	σ_{res} (kg/mm ²) (Kg/mm ²)	τ_{max} (kg/mm ²)	n_{σ}	n_{τ}
I	58026.3	24035.28	1.159×10^6	0.894	0.333	30.7	49.5
II	46143.5	19113.26	9.3×10^5	0.823	0.275	33.4	60
III	54206.1	31295.9	2.05×10^6	1.2972	0.455	21.19	36.26

Para la llanta también se cumple que los factores de seguridad para cargas estáticas están por encima de los recomendados; por lo tanto la llanta resiste a los esfuerzos producidos por el ajuste por interferencia.

2.11 Esquema de análisis y cálculo de las fuerzas internas y tensiones originadas en la llanta y en los rayos por la carga radial.

2.11.1 Cálculo de los datos geométricos necesarios para determinar la influencia de la carga radial sobre el rolo.

En este caso los parámetros son:

1. Área de la sección del rallo.
2. Centroide de la llanta.
3. Área de la sección de la llanta.
4. Radio centroidal de la sección de la llanta.
5. Momento de inercia de la sección de la llanta.

Para este análisis se considera toda la sección del rolo.

Para el rolo de Tipo 1.

En la Fig. 32 se muestran las dimensiones fundamentales del rolo de Tipo 1.

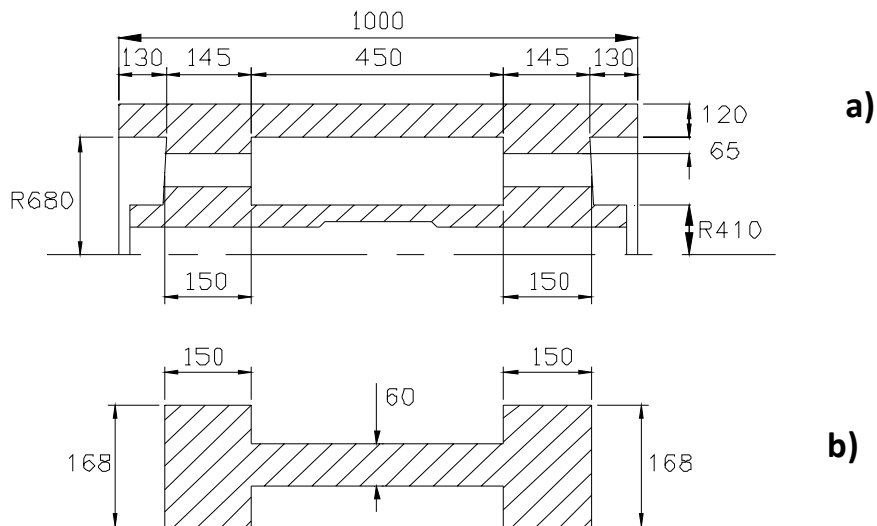


Fig. 32. a) Dimensiones de la llanta, el rallo y el cubo.

Área de la sección del rallo.

$$A_b = 2(168 \times 150) + (450 \times 60) = 77400 \text{ mm}^2$$

Centroide de la ll y

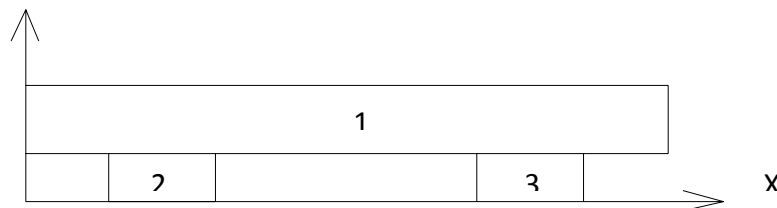


Fig. 33. Sección de la llanta y forma en que se divide para el cálculo.

$$\bar{X} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = 500 \text{ mm} \quad \bar{Y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = 112.4424 \text{ mm}$$

Área de la sección de la llanta.

$$A_o = \sum A_i = 138850 \text{ mm}^2$$

Radio al centroide de la llanta.

$$R = 680 - 65 + \bar{Y} = 727.4424 \text{ mm}$$

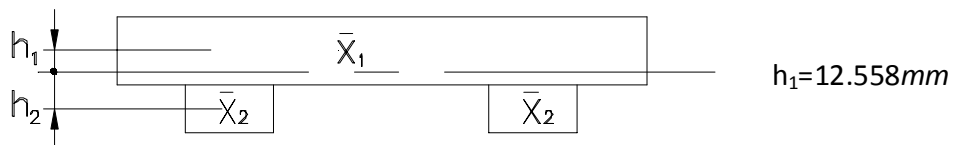


Fig. 34. Distancia del centroide de la sección de la llanta al de cada una de las figuras.

Sección	$A_i \text{ (mm}^2\text{)}$	$x_i \text{ (mm)}$	$A_i x_i \text{ (mm}^3\text{)}$	$y_i \text{ (mm)}$	$A_i y_i \text{ (mm}^3\text{)}$
1	120000	500	60000000	125	15000000
2	9425	202.5	1908562.5	32.5	306312.5
3	9425	797.5	7516437.5	32.5	306312.5
$\Sigma A_i = 138850$		$\Sigma A_i x_i = 69425000$		$\Sigma A_i y_i = 15612625$	

Momento de inercia de la sección de la llanta.

$$I_x = I_{\bar{x}_1} + 2I_{\bar{x}_2}$$

$$I_{\bar{x}_i} = \bar{I}_i + A_i h_i^2 = \frac{bh^3}{12} + A_i h_i^2$$

Donde:

$$I_{\bar{x}_1} = \frac{1000(120)^3}{12} + 120000(12.5576)^2 \quad I_{\bar{x}_2} = \frac{145(65)^3}{12} + 9425(56.2212)^2$$

$$I_{\bar{x}_1} = 162923198.1 \text{ mm}^4$$

$$I_{\bar{x}_2} = 33109145.3 \text{ mm}^4$$

De donde obtenemos que:

$$I_x = 229141488.7 \text{ mm}^4$$

Para el rolo de Tipo 2.

En la Fig. 35 se muestran las dimensiones fundamentales del rolo de Tipo 2.

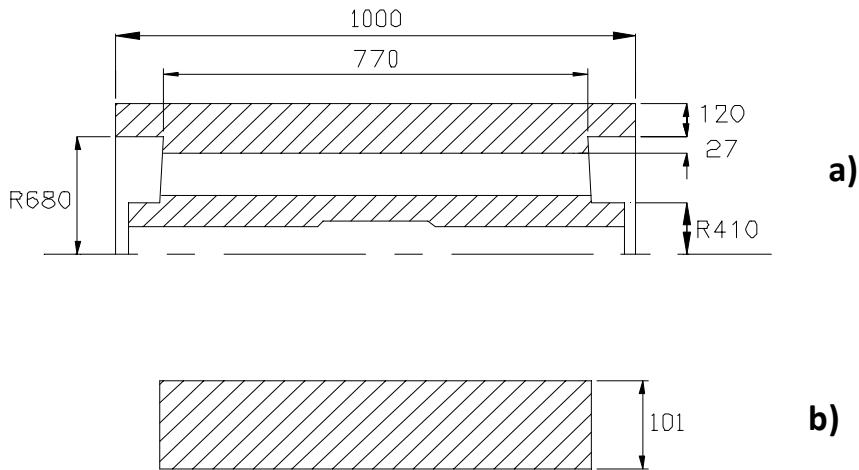


Fig. 35. a) Dimensiones de la llanta, el rallo y el cubo.

Secció	$A_i (mm^2)$	$x_i (mm)$	$A_i x_i (mm^3)$	$y_i (mm)$	$A_i y_i (mm^3)$
1	120000	500	60000000	125	15000000
2	20790	500	10395000	32.5	675675
$\Sigma A_i = 140790$		$\Sigma A_i x_i = 70395000$		$\Sigma A_i y_i = 15675675$	

Área de la sección del rallo.

$$A_b = (770 \times 101) = 77770 mm^2$$

Centroide de la llanta.

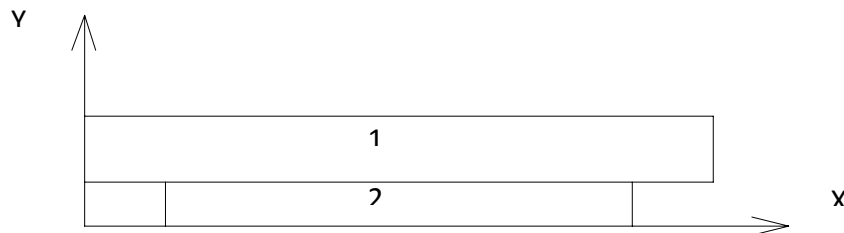


Fig. 36. Sección de la llanta y forma en que se divide para el cálculo.

$$\bar{X} = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = 500 mm \quad \bar{Y} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = 111.341 mm$$

Area de la sección de la llanta.

$$A_o = \sum A_i = 140790 mm^2$$

Radio al centroide de la llanta.

$$R = 680 - 65 + \bar{Y} = 726.341mm$$

Momento de inercia de la sección de la llanta.

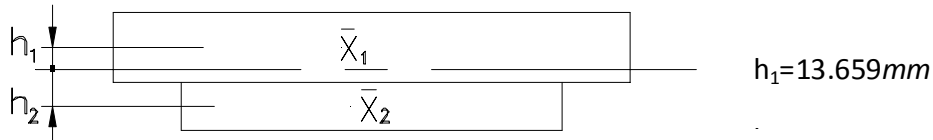


Fig. 37. Distancia del centroide de la sección de la llanta al de cada una de las figuras.

$$I_X = I_{\bar{X}_1} + I_{\bar{X}_2}$$

$$I_{\bar{X}_i} = \bar{I}_i + A_i h_i^2 = \frac{bh^3}{12} + A_i h_i^2$$

Donde:

$$I_{\bar{X}_1} = \frac{1000(120)^3}{12} + 120000(13.659)^2 \quad I_{\bar{X}_2} = \frac{770(27)^3}{12} + 20790(78.841)^2$$

$$I_{\bar{X}_1} = 166388193.7mm^4 \quad I_{\bar{X}_2} = 130491621.7mm^4$$

Donde resulta que:

$$I_X = 296879815.4mm^4$$

Para el rolo de Tipo 3.

En la Fig. 38 se muestran las dimensiones fundamentales del rolo de Tipo 3.

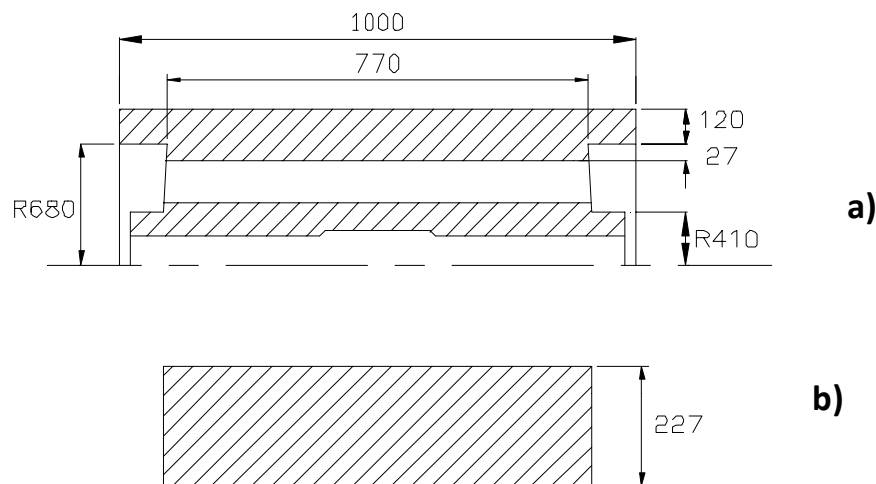


Fig. 38. a) Dimensiones de la llanta, el rallo y el cubo.

Área de la sección del rallo.

$$A_b = (770 \times 227) = 174790 \text{ mm}^2$$

Centroide de la llanta.

La sección de la llanta en este tipo de rolo es semejante a la del rolo de tipo 2; es por eso que expondremos solo el resultado de los cálculos para repetir los análisis geométricos y demás.

Area de la sección de la llanta.

$$A_o = \sum A_i = 140790 \text{ mm}^2$$

Radio al centroide de la llanta.

$$R = 680 - 65 + \bar{Y} = 726.341 \text{ mm}$$

Momento de inercia de la sección de la llanta.

$$I_x = 296879815.4 \text{ mm}^4$$

2.11.2 Cálculo de las fuerzas internas para el caso de que la carga radial esté colocada directamente sobre un rayo.

Debido al movimiento de rotación del rolo la posición del rayo con relación a la carga varía constantemente de forma alternada actuando en determinado momento sobre uno de los rayos directamente y en otros en la posición entre dos rayos. En esta sección determinaremos la fuerza que surge en cada uno de los rayos debido al efecto que provoca la incidencia directa de la carga sobre uno de ellos.

Esquema y cálculo de las fuerzas internas para el primer rayo.

El esquema de análisis que se empleó para los tres tipos de rolos se muestra en la Fig. 39.

Haciendo sumatoria de fuerzas en el eje Y podemos obtener una de las expresiones que permitirán resolver el sistema. La expresión es:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= N_b - P + 2N_o \text{ sen } \alpha + 2Q_o \text{ cos } \alpha = 0 \\ N_b &= P - 2N_o \text{ sen } \alpha - 2Q_o \text{ cos } \alpha \end{aligned} \quad (33)$$

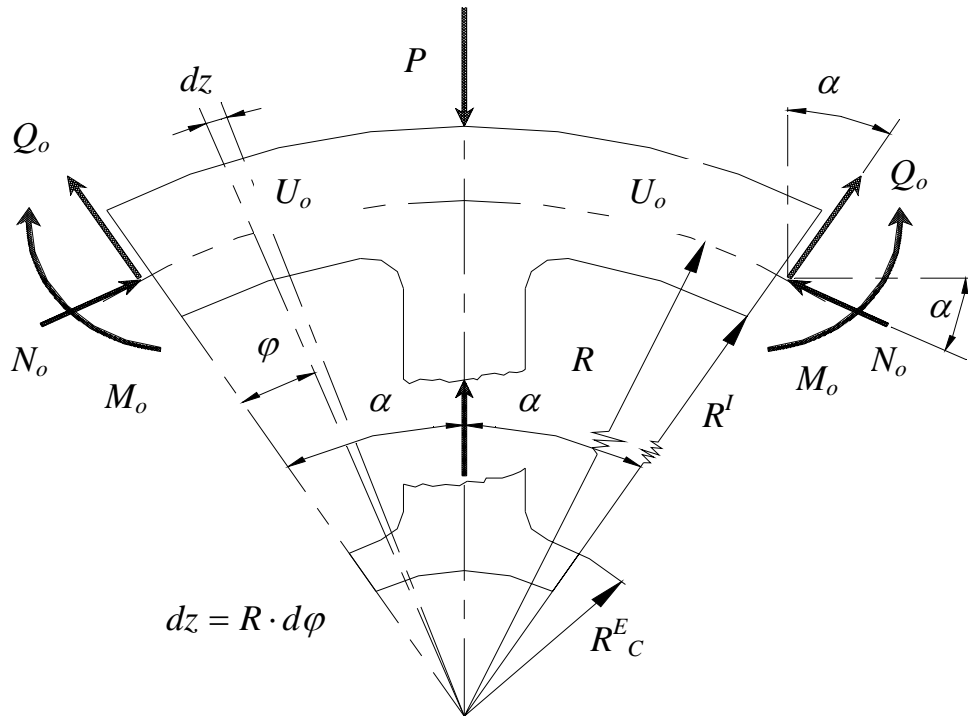


Fig. 39. Esquema de análisis empleado para el primer rayo.

En la Fig. 40 se aprecia el esquema del segmento de la llanta como cuerpo libre para obtener las demás expresiones. Considerando la existencia de una fuerza normal y una cortante se plantean las condiciones de equilibrio de donde se obtiene que: haciendo sumatoria de fuerzas en los ejes definidos como $z-z$ y $t-t$ y sumatoria de momentos con respecto a o e igualando todas las expresiones a cero.

$$\sum F_{z-z} = N - N_o \cos \varphi - Q_o \text{sen} \varphi = 0$$

$$N = N_o \cos \varphi + Q_o \text{sen} \varphi \quad (34)$$

$$\sum M_o = M - M_o - N_o d - Q_o h = 0$$

$$M = M_o + N_o R(1 - \cos \varphi) + Q_o R \text{sen} \varphi \quad (35)$$

$$\sum F_{t-t} = Q - N_o \text{sen} \varphi - Q_o \cos \varphi = 0$$

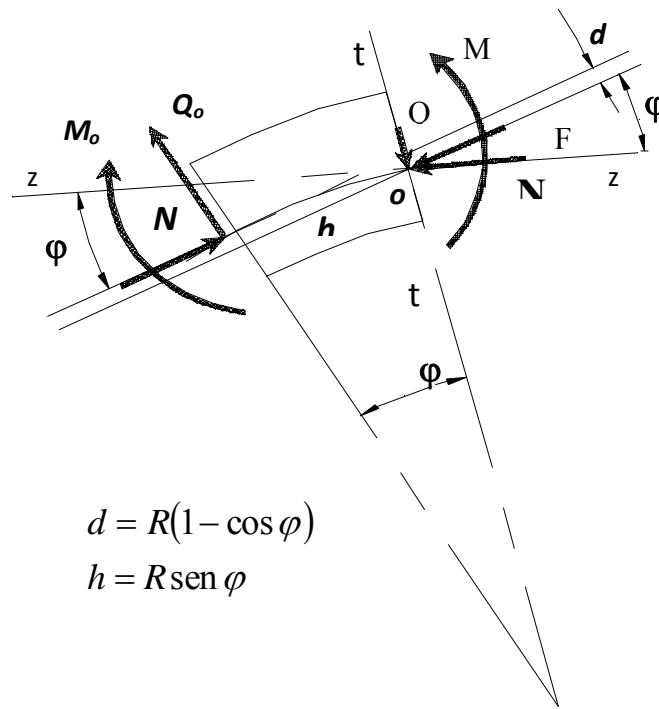
$$Q = N_o \text{sen} \varphi + Q_o \cos \varphi \quad (36)$$

Como la energía potencial unitaria del sistema (en lo adelante U) es:

$$U = 2U_o + U_b$$

Siendo U_o la energía elástica de deformación de cada uno de los extremos que componen la sección de la llanta mostrada en la figura 39 y U_b la energía correspondiente al rayo. Los valores de U_o y U_b se determinan por:

$$U_o = \int_l \frac{N^2 dz}{2 \times E \times A_o} + \int_l \frac{M^2 dz}{2 \times E \times I_x} + k \int_l \frac{Q^2 dz}{2 \times G \times A_o} \quad (37)$$



$$d = R(1 - \cos \varphi)$$

$$h = R \operatorname{sen} \varphi$$

Fig. 40. Segmento de la llanta como cuerpo libre.

$$U_b = \int_l \frac{N_b^2 dz}{2 \times E \times A_b} \quad (38)$$

Sustituyendo N , M , Q y N_b en las expresiones (4.5) y (4.6) por las ecuaciones numeradas como (4.1), (4.2), (4.3) y (4.4) y teniendo en cuenta que en la expresión de $U_o dz = Rd\varphi$ y sustituyendo a su vez en la expresión de U (Expresión 4.7) se obtiene:

$$U = \frac{1}{E \times A_o} \int_0^\alpha (N_o \cos \varphi)^2 Rd\varphi + \frac{1}{E \times I_x} \int_0^\alpha (M_o + N_o(1 - \cos \varphi))^2 Rd\varphi +$$

$$+ \frac{k}{G \times A_o} \int_0^\alpha (N_o \operatorname{sen} \varphi + Q_o \cos \varphi)^2 Rd\varphi + \frac{1}{2 \times E \times A_b} \int_{R_c^E}^{R^E} (P - 2N_o \operatorname{sen} \varphi - 2Q_o \cos \varphi)^2 dz$$

Donde:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} = 8.42 \times 10^3 \quad (\text{Módulo de elasticidad de segundo orden})$$

α - Mitad del ángulo entre rayos ($\alpha = \frac{\pi}{n}$ siendo n el número de rayos).

$k = 1.2$ (Coeficiente que depende de la forma de la sección).

Este coeficiente es muy difícil de obtener mediante cálculos. El valor de 1.2 se toma por pertenecer a secciones geométricas que se asemejan a la forma geométrica de la sección de la pieza.

Según el Primer Teorema de Castigliano la derivada parcial de la energía potencial de un sistema respecto a una de las fuerzas del sistema es igual al desplazamiento del punto de aplicación de dicha fuerza en su propia dirección; o sea:

$$\delta_{N_o} = \frac{\partial U}{\partial N_o}; \delta_{M_o} = \frac{\partial U}{\partial M_o}; \delta_{Q_o} = \frac{\partial U}{\partial Q_o}$$

Para poder obtener las expresiones que nos permitan calcular los valores de las fuerzas internas Q_o , N_o y M_o aplicamos el Segundo Teorema de Castigliano (Teorema del Trabajo Mínimo); donde se plantea que los valores de las reacciones se distribuyen de manera que la energía potencial acumulada sea mínima, lo que matemáticamente significa la búsqueda del extremo de la función; o sea:

$$\delta_{N_o} = \frac{\partial U}{\partial N_o} = 0; \delta_{M_o} = \frac{\partial U}{\partial M_o} = 0; \delta_{Q_o} = \frac{\partial U}{\partial Q_o} = 0$$

El planteamiento de estas condiciones se fundamenta en el hecho de que los desplazamientos recíprocos en las direcciones N_o , M_o y Q_o no pueden existir.

Desarrollando la expresión (4.7), derivando y sustituyendo los datos de cada rolo en ellas obtenemos el sistema de ecuaciones que responde a cada esquema.

Rolo de Tipo 1.

Para el rolo de Tipo 1 las ecuaciones son las siguientes:

$$N_b = -0.7654 N_o - 1.8477 Q_o + 3.7894 \times 10^5$$

$$N_o = -5.6875 \times 10^{-3} M_o - 2.192 Q_o + 1.2439 \times 10^5$$

$$M_o = -18.553 N_o - 141.006 Q_o$$

$$Q_o = -3.903 \times 10^{-3} M_o - 0.1979 N_o + 2.7115 \times 10^4$$

Dando solución al sistema obtenemos:

$$N_b = 2.475 \times 10^5 \text{ kgf}$$

$$N_o = 8.009 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$M_o = -6.836 \times 10^6 \text{ kgf.mm}$$

$$Q_o = 3.794 \times 10^4 \text{ kgf}$$

Rolo de Tipo 2.

Para el rolo de Tipo 2 las ecuaciones son las siguientes:

$$N_b = -0.7654 N_o - 1.8477 Q_o + 3.7894 \times 10^5$$

$$N_o = -4.6244 \times 10^{-3} M_o - 2.014 Q_o + 1.308 \times 10^5$$

$$M_o = -18.525 N_o - 140.792 Q_o$$

$$Q_o = -3.6266 \times 10^{-3} M_o - 0.2078 N_o + 3.258 \times 10^4$$

Dando solución al sistema obtenemos:

$$N_b = 2.379 \times 10^5 \text{ kgf}$$

$$N_o = 7.665 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$M_o = -7.693 \times 10^6 \text{ kgf.mm}$$

$$Q_o = 4.456 \times 10^4 \text{ kgf}$$

Rolo de Tipo 3.

Para el rolo de Tipo 3 las ecuaciones son las siguientes:

$$N_b = -N_o - 1.732 Q_o + 3.7894 \times 10^5$$

$$N_o = -6.5244 \times 10^{-3} M_o - 2.424 Q_o + 4.5534 \times 10^4$$

$$M_o = -32.736 N_o - 185.85 Q_o$$

$$Q_o = -3.465 \times 10^{-3} M_o - 0.2267 N_o + 7377.30$$

Dando solución al sistema obtenemos:

$$N_b = 3.202 \times 10^5 \text{ kgf}$$

$$N_o = 5.097 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$M_o = -2.505 \times 10^6 \text{ kgf} \cdot \text{mm}$$

$$Q_o = 4500.2 \text{ kgf}$$

Esquema y cálculo de las fuerzas internas para el primer par de rayos.

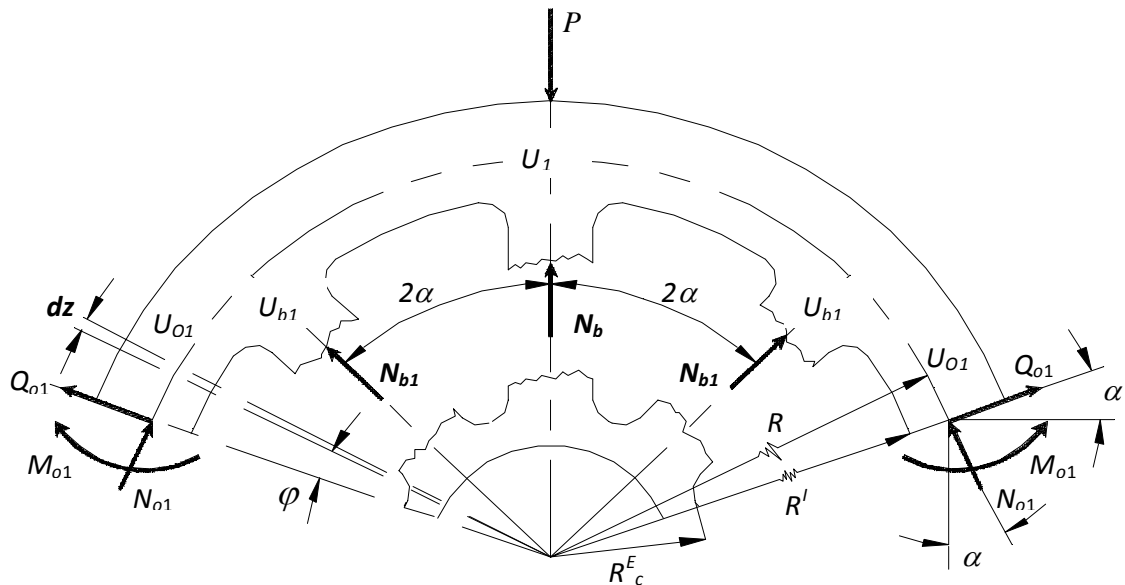


Figura 41. Esquema de análisis empleado para el primer par de rayos.

De aquí en adelante los esquemas que se utilizan para el cálculo de las fuerzas en los rolos de Tipo 1 y 2 no son los mismos que se emplean para el rolo de Tipo 3. En la figura 41 se muestra el empleado para los rolos de Tipo 1 y 2.

Como en el caso anterior hacemos una sumatoria de fuerzas en el eje Y para obtener una de las expresiones que permitirán resolver el sistema. La expresión es:

$$\sum F_y = N_b + 2N_{b1} \cos(2\alpha) + 2N_{o1} \cos \alpha + 2Q_{o1} \text{sen} \alpha - P = 0$$

$$N_{b1} = \frac{P - N_b - 2N_{o1} \cos \alpha - 2Q_{o1} \text{sen} \alpha}{2 \cos(2\alpha)} \quad (39)$$

Para el cálculo se aplicara la misma metodología que se empleada en el primer rayo. La sección del extremo de la llanta es semejante a la de la figura 40 por lo tanto las expresiones a utilizar son las expresiones (4.2), (4.3) y (4.4). Para este caso la expresión de la energía potencial unitaria del sistema es:

$$U = 2U_o + 2U_b + U_1$$

En este caso U_o y U_b también se calcula a través de las expresiones (4.5) y (4.6) y se procede de la misma forma; o sea, se integra y se deriva en función de N_o , M_o y Q_o . De esta forma, desarrollando las expresiones anteriores y sustituyendo los datos, obtenemos el sistema de ecuaciones que responde a cada esquema. La energía designada como U_1 al no depender de ninguna de las fuerzas que queremos determinar, para los efectos del cálculo diferencial se hace cero, por lo que no se consideró necesario determinar su valor.

Rolo de Tipo 1.

Para el rolo de Tipo 1 las ecuaciones son las siguientes:

$$N_{b1} = -1.3065 N_{o1} - 0.5412 Q_{o1} + 9.2925 \times 10^4$$

$$N_{o1} = -2.569 \times 10^{-3} M_{o1} - 0.9904 Q_{o1} + 4.7058 \times 10^4$$

$$M_{o1} = -18.553 N_{o1} - 141.06 Q_{o1}$$

$$Q_{o1} = -4.383 \times 10^{-3} M_{o1} - 0.2222 N_{o1} + 4374.14$$

Dando solución al sistema obtenemos:

$$N_{b1} = 2.5488 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$N_{o1} = 5.5327 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$M_{o1} = 2.3759 \times 10^5 \text{ kgf.mm}$$

$$Q_{o1} = -8964.7 \text{ kgf}$$

Rolo de Tipo 2.

Para el rolo de Tipo 2 las ecuaciones son las siguientes:

$$N_{b1} = -1.3065 N_{o1} - 0.5412 Q_{o1} + 9.9701 \times 10^4$$

$$N_{o1} = -2.0321 \times 10^{-3} M_{o1} - 0.8849 Q_{o1} + 5.1635 \times 10^4$$

$$M_{o1} = -18.525 N_{o1} - 140.792 Q_{o1}$$

$$Q_{o1} = -2.296 \times 10^{-3} M_{o1} - 1.1299 N_{o1} + 5.8346 \times 10^4$$

Dando solución al sistema obtenemos:

$$N_{b1} = 2.8182 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$N_{o1} = 5.689 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$M_{o1} = -3.2118 \times 10^5 \text{ kgf.mm}$$

$$Q_o = -5204.7 \text{ kgf}$$

Rolo de Tipo 3.

En el rolo de Tipo 3, al tener 6 rayos, se introducen ciertas variaciones por lo que se analiza un esquema a parte, Fig. 42, con el fin de simplificar las expresiones.

Para este esquema la expresión que se obtiene haciendo sumatoria de fuerzas en el eje Y se reduce a:

$$\sum F_y = N_b + 2N_{b1}\text{sen}\alpha + 2N_{o1} - P = 0$$

$$N_{b1} = \frac{P - 2N_{o1} - N_b}{\text{sen}\alpha} \quad (40)$$

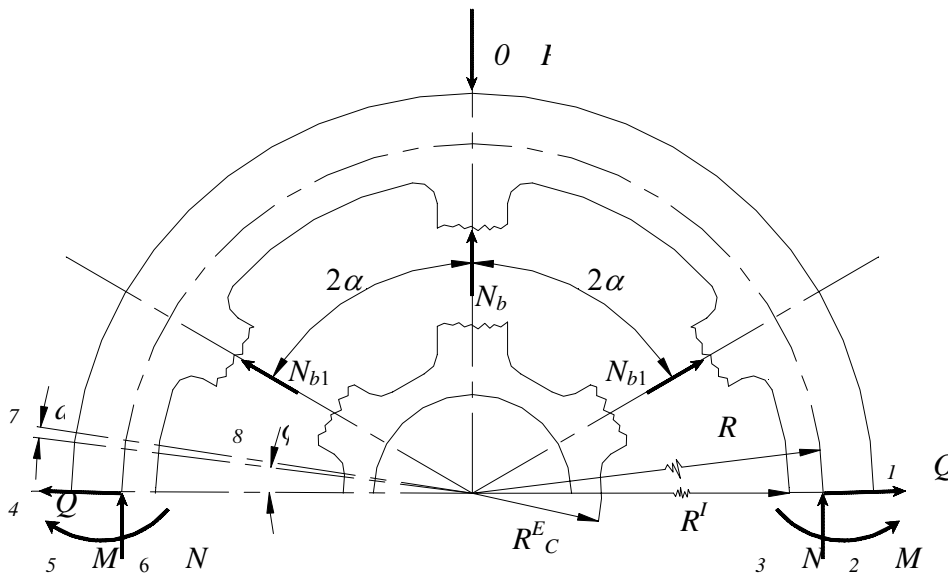


Fig. 42. Esquema de análisis empleado para el primer par de rayos.

La sección del extremo de la llanta es semejante a la de la figura 40 por lo tanto las expresiones a utilizar son las expresiones (4.2), (4.3) y (4.4). Para este esquema la expresión de la energía potencial unitaria del sistema también es:

$$U = 2U_o + 2U_b + U_1$$

Donde U_o y U_b se calcula a través de las expresiones (4.5) y (4.6) y se procede aplicando los teoremas de Castigliano; o sea, se integra y se deriva en función de N_o , M_o y Q_o . Desarrollando las expresiones y sustituyendo los datos, obtenemos el sistema de ecuaciones que responde a cada esquema y que resulta:

$$N_{b1} = 1.1753 \times 10^5 - 4 N_{o1}$$

$$N_{o1} = -1.3808 \times 10^{-3} M_{o1} - 0.4689 Q_{o1} + 2.3911 \times 10^4$$

$$M_{o1} = -32.7364 N_{o1} - 185.850 Q_{o1}$$

$$Q_{o1} = -3.5856 \times 10^{-3} M_{o1} - 0.2144 N_{o1}$$

Dando solución al sistema obtenemos:

$$N_{b1} = 1.0424 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$N_{o1} = 2.6776 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$M_{o1} = 5.7201 \times 10^5 \text{ kgf.mm}$$

$$Q_{o1} = -7794.36 \text{ kgf}$$

Esquema y cálculo de las fuerzas internas para el segundo par de rayos.

En el esquema considerado para el cálculo de las fuerzas internas en el segundo par de rayos para los rolos de tipo 1 y 2 se toma como cuerpo libre una sección semejante a la mostrada en la Fig. 39; pero girada 90° y sin la presencia de la carga P como se muestra a continuación en la Fig. 43.

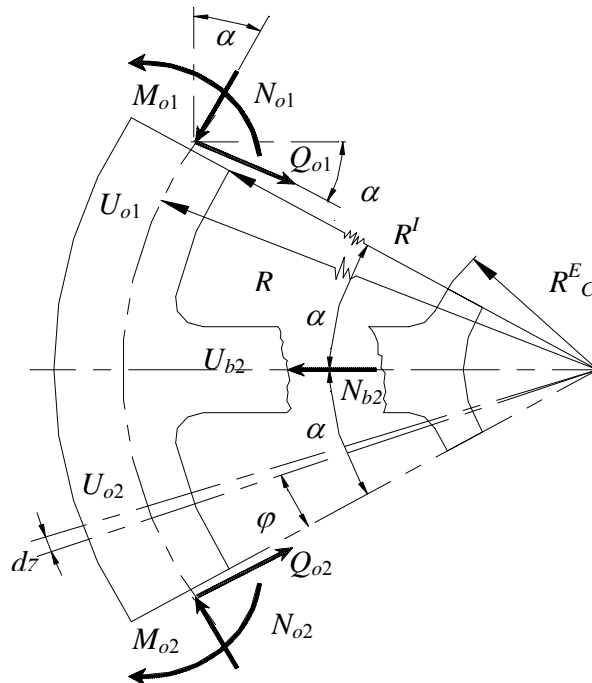


Fig. 43. Diagrama de cuerpo libre para el análisis del segundo par de rayos.

Del análisis de este esquema extraemos tres de las expresiones necesarias para el cálculo.

Realizando sumatoria de fuerzas en ambos ejes y una sumatoria de momento se obtienen:

$$\sum F_x = Q_{o1} \cos \alpha + Q_{o2} \cos \alpha - N_{o1} \sin \alpha - N_{o2} \sin \alpha - N_{b2} = 0$$

$$N_{b2} = Q_{o2} \cos \alpha + Q_{o1} \cos \alpha - N_{o1} \sin \alpha - N_{o2} \sin \alpha \quad (41)$$

$$\sum F_y = Q_{o2} \sin \alpha + N_{o2} \cos \alpha - Q_{o1} \sin \alpha - N_{o1} \cos \alpha = 0$$

$$Q_{o2} = \frac{N_{o2} \cos \alpha - Q_{o1} \sin \alpha - N_{o1} \cos \alpha}{\sin \alpha} \quad (42)$$

$$\sum M_A = M_{o1} - M_{o2} + N_{o1} y + N_{b2} h - Q_{o1} x = 0$$

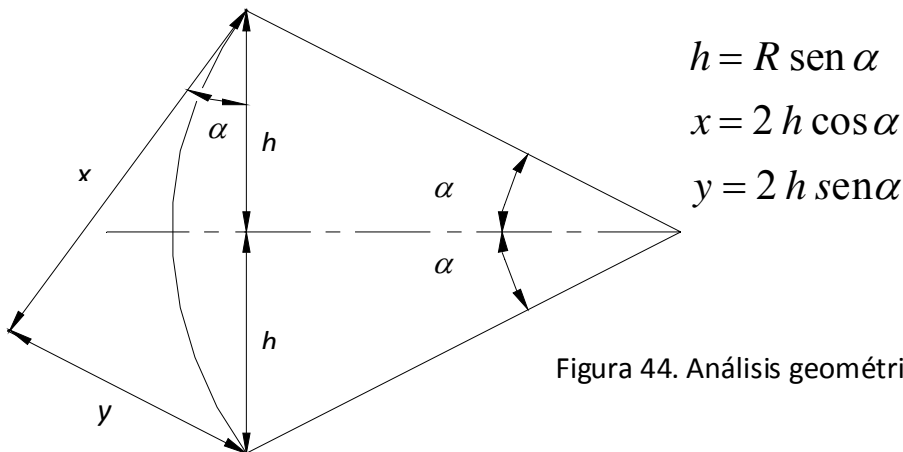


Figura 44. Análisis geométrico de la llanta

$$M_{o2} = M_{o1} + N_{o1} y + N_{b2} h - Q_{o1} x \quad (43)$$

La expresión que falta para resolver el sistema se obtiene aplicando nuevamente los teoremas de Castigliano. La sección de la llanta es la misma de la Figura 40 y las ecuaciones que de ella se derivan son las (42), (43) y (44).

La energía potencial unitaria del sistema es:

$$U = U_{o2} + U_{o1} + U_{b2}$$

Determinándose U_{b2} mediante la misma expresión (4.6) pero esta vez en función de N_{b2} ; y U_{o1} y U_{o2} se determinan mediante la expresión (4.5) pero en función de N_{o1} , M_{o1} , Q_{o1} y N_{o2} , M_{o2} , Q_{o2} según corresponda. Una vez integrada y derivada la expresión se despeja N_{o2} y se sustituyen los datos de cada rolo en la ecuación que se obtenga y en (4.16), (4.17) y (4.18) quedando:

Rolo de Tipo 1.

Para el rolo de Tipo 1 las ecuaciones del sistema son las siguientes:

$$N_{b2} = -0.3826 N_{o2} + 0.9238 Q_{o2} - 2.9455 \times 10^4$$

$$N_{o2} = -6.5045 \times 10^{-3} M_{o2} - 1.4664 Q_{o2} - 1.1057 \times 10^4$$

$$M_{o2} = 278.380 N_{b2} - 1.6626 \times 10^7$$

$$Q_{o2} = -2.4142 N_{o2} + 1.246 \times 10^5$$

Dando solución al sistema obtenemos:

$$N_{b2} = -7.85961 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$N_{o2} = 6.286 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$M_{o2} = -5.2427 \times 10^6 \text{ kgf} \cdot \text{mm}$$

$$Q_{o2} = -2.7152 \times 10^4 \text{ kgf}$$

Rolo de Tipo 2.

Para el rolo de Tipo 2 las ecuaciones son las siguientes:

$$\begin{aligned} N_{b2} &= -0.3826 N_{o2} + 0.9238 Q_{o2} - 2.61 \times 10^4 \\ N_{o2} &= -5.3283 \times 10^{-3} M_{o2} - 1.218 Q_{o2} - 1.0572 \times 10^4 \\ M_{o2} &= 277.958 N_{b2} + 1.4455 \times 10^7 \\ Q_{o2} &= -2.4142 N_{o2} + 1.3215 \times 10^5 \end{aligned}$$

Dando solución al sistema obtenemos:

$$\begin{aligned} N_{b2} &= -7.9881 \times 10^4 \text{ kgf} \\ N_{o2} &= 6.7119 \times 10^4 \text{ kgf} \\ M_{o2} &= -7.748 \times 10^6 \text{ kgf} \cdot \text{mm} \\ Q_{o2} &= -2.989 \times 10^4 \text{ kgf} \end{aligned}$$

Rolo de Tipo 3.

En este Tipo de rolo cuando la carga se encuentra sobre el rayo que ocupa la posición superior no queda ningún otro rayo perpendicular al plano de aplicación de la carga.

Analizando el esquema que se muestra en la Fig. 45 de la sumatoria de fuerzas en el eje Y resulta que:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= N_b + 2N_{b1} \text{sen}\alpha + 2N_{o2} \text{sen}\alpha - 2Q_{o2} \cos\alpha - 2N_{b2} \text{sen}\alpha - P = 0 \\ N_{b1} &= \frac{N_b + 2N_{b1} \text{sen}\alpha + 2N_{o2} \text{sen}\alpha - 2Q_{o2} \cos\alpha - P}{2 \text{sen}\alpha} \end{aligned} \quad (44)$$

Como la sección del extremo de la llanta es semejante al de los casos anteriores las expresiones a utilizar son (4.2), (4.3) y (4.4). En el esquema la expresión de la energía potencial unitaria del sistema es:

$$U = 2U_{o2} + 2U_{b2} + U_1$$

Donde U_{o1} y U_{b2} se calculan empleando las expresiones (4.5) y (4.6); pero esta vez en función de N_{b2} , N_{o2} , M_{o2} y Q_{o2} y se procede como se ha hecho hasta ahora.

Las expresiones después de integrar, derivar y sustituir son:

$$\begin{aligned} N_{b2} &= N_{o2} - 1.73205 Q_{o2} - 4.83409 \times 10^4 \\ N_{o2} &= -5.8245 \times 10^{-3} M_{o2} - 1.6064 Q_{o2} - 1.0371 \times 10^4 \\ M_{o2} &= -32.7364 N_{o2} - 185.850 Q_{o2} \\ Q_{o2} &= -3.3517 \times 10^{-3} M_{o2} - 1.1628 N_{o2} - 1820.8248 \end{aligned}$$

Dando solución al sistema obtenemos:

$$N_{b2} = -1.81588 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$N_{o2} = 1.75398 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$M_{o2} = 7.8233 \times 10^5 \text{ kgf.mm}$$

$$Q_{o2} = -7299.01 \text{ kgf}$$

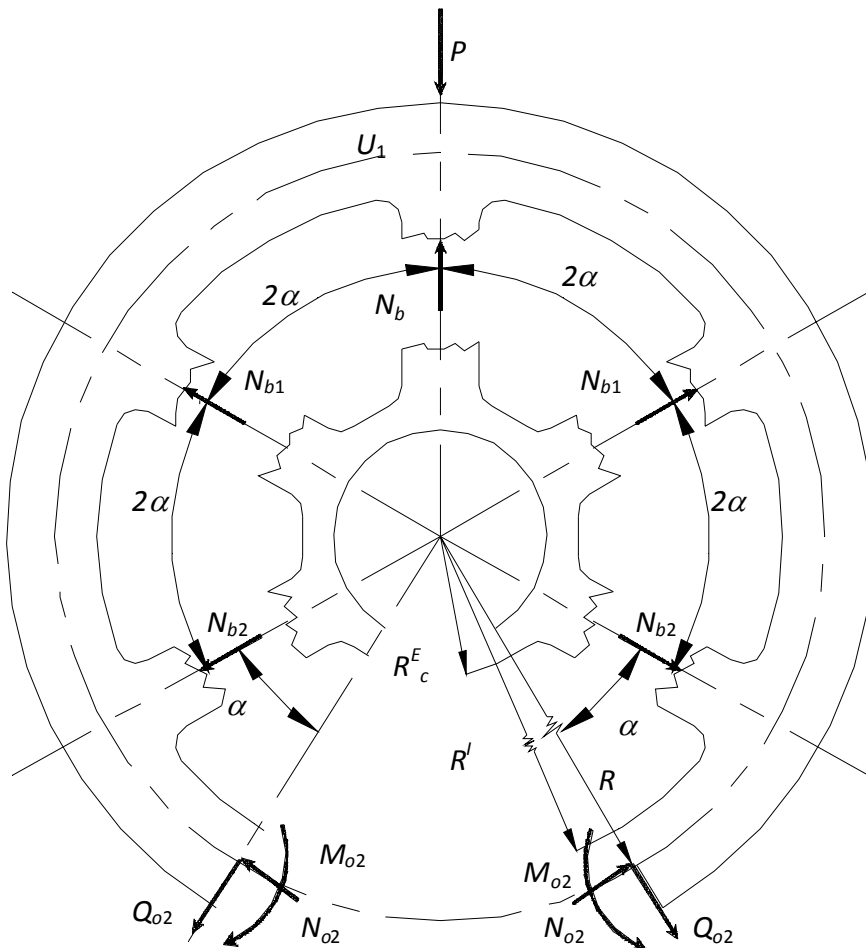


Fig. 45. Esquema de análisis empleado para el segundo par de rayos.

Como se puede apreciar N_{b2} da negativo; lo que indica que esta fuerza, en vez de ser de compresión como se considera en el esquema, es de tracción.

Esquema y cálculo de las fuerzas internas para el tercer par de rayos.

El esquema que se analizó para los rolos de tipo 1 y 2 se muestra en la Fig. 46. De este diagrama extraemos tres de las expresiones para el cálculo, las mismas son:

$$\sum F_x = N_{o2} \text{sen} \alpha - Q_{o2} \text{cos} \alpha - N_{b3} \text{sen}(2\alpha) - N_{o3} \text{cos} \alpha - Q_{o3} \text{sen} \alpha = 0$$

$$N_{b3} = \frac{N_{o2} \operatorname{sen} \alpha - Q_{o2} \cos \alpha - N_{o3} \cos \alpha - Q_{o3} \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen}(2\alpha)} \quad (45)$$

$$\sum F_Y = -N_{o2} \cos \alpha - Q_{o2} \operatorname{sen} \alpha - N_{b3} \cos(2\alpha) - N_{o3} \operatorname{sen} \alpha - Q_{o3} \cos \alpha = 0$$

$$Q_{b3} = \frac{-N_{o2} \cos \alpha - Q_{o2} \operatorname{sen} \alpha - N_{b3} \cos(2\alpha) - N_{o3} \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} \quad (46)$$

$$\sum M_B = M_{o2} - M_{o3} + Q_{o2} x + N_{o2} y + N_{b3} h = 0$$

Como el análisis geométrico de este esquema es similar al representado en la Fig. 44.

$$M_{o3} = M_{o2} + Q_{o2} 2R \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha + N_{o2} 2R (\operatorname{sen} \alpha)^2 + N_{b3} R \operatorname{sen} \alpha \quad (47)$$

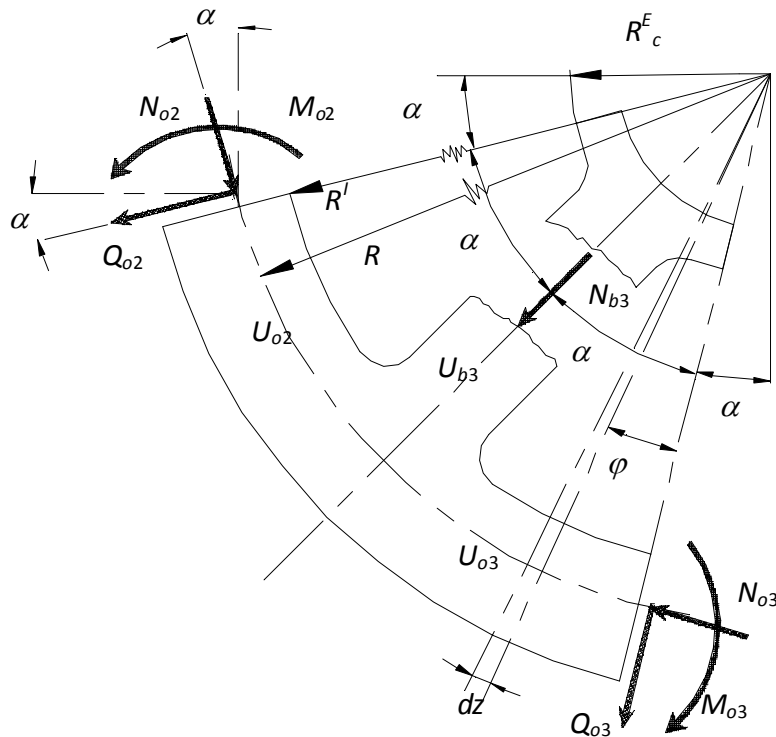


Fig. 46. Diagrama de cuerpo libre para el análisis del tercer par de rayos.

La expresión restante (N_{o3}) se determinó aplicando los teoremas de Castigliano nuevamente. Como el esquema de la sección de la llanta es el mismo las ecuaciones a emplear son las (4.2), (4.3) y (4.4).

La energía potencial unitaria del sistema es:

$$U = U_{o3} + U_{o2} + U_{b3}$$

Donde U_{b3} se determina mediante (4.6) en función de N_{b3} y U_{o2} y U_{o3} se determinan mediante (4.5) en función de N_{o2} , M_{o2} , Q_{o2} y N_{o3} , M_{o3} , Q_{o3} respectivamente. Una vez integrada y derivada la expresión se despeja N_{o3} y se sustituyen los datos de los rolos en la ecuación que se obtiene y en las expresiones (15), (16) y (17).

Rolo de Tipo 1.

El sistema de ecuaciones que obtenemos para este Tipo de rolo es:

$$\begin{aligned} N_{b3} &= -1.30656 N_{o3} - 0.54119 Q_{o3} + 6.9496 \times 10^4 \\ N_{o3} &= -2.5699 \times 10^{-3} M_{o3} - 0.99048 Q_{o3} + 3.51935 \times 10^4 \\ M_{o3} &= 278.380 N_{b3} - 5.8161 \times 10^6 \\ Q_{o3} &= -0.76526 N_{b3} - 0.41421 N_{o3} - 5.16134 \times 10^4 \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema:

$$\begin{aligned} N_{b3} &= -1.33157 \times 10^5 \text{ kgf} \\ N_{o3} &= 1.62077 \times 10^5 \text{ kgf} \\ M_{o3} &= -4.28841 \times 10^7 \text{ kgf} \cdot \text{mm} \\ Q_{o3} &= -1.68339 \times 10^4 \text{ kgf} \end{aligned}$$

Rolo de Tipo 2.

Para este Tipo de rolo el sistema es:

$$\begin{aligned} N_{b3} &= -1.30656 N_{o3} - 0.54119 Q_{o3} + 7.5378 \times 10^4 \\ N_{o3} &= -2.0321 \times 10^{-3} M_{o3} - 0.88049 Q_{o3} + 3.90386 \times 10^4 \\ M_{o3} &= 277.958 N_{b3} - 8.82066 \times 10^6 \\ Q_{o3} &= -0.76537 N_{b3} - 0.41421 N_{o3} - 5.47384 \times 10^4 \end{aligned}$$

Al resolver el sistema tenemos:

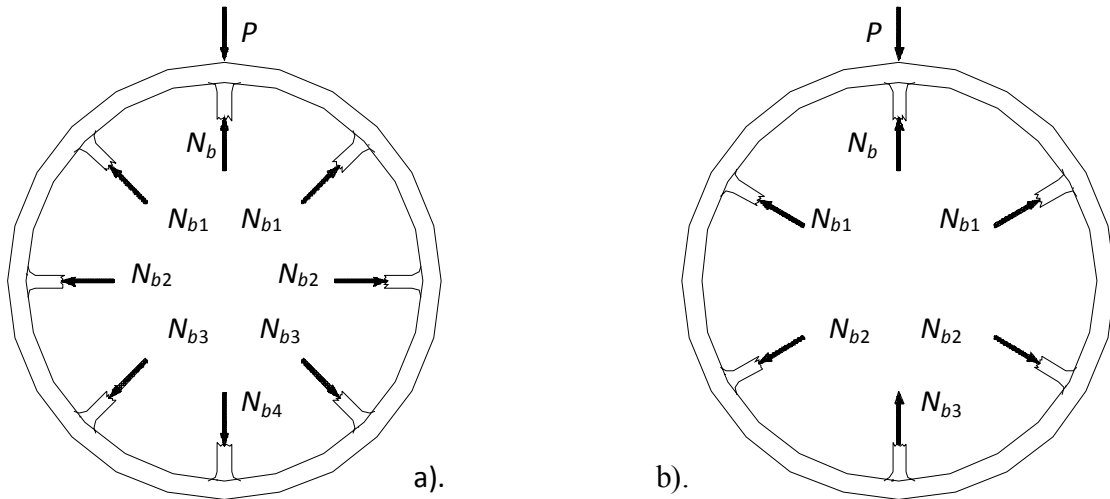
$$\begin{aligned} N_{b3} &= -9.6542 \times 10^4 \text{ kgf} \\ N_{o3} &= 1.4926 \times 10^5 \text{ kgf} \\ M_{o3} &= -3.5655 \times 10^7 \text{ kgf} \cdot \text{mm} \\ Q_{o3} &= -4.2673 \times 10^4 \text{ kgf} \end{aligned}$$

Rolo de Tipo 3.

En este Tipo de rolo no existe este par de rayos.

Esquema y cálculo de las fuerzas internas para el último rayo.

El análisis para este rayo resulto más sencillo; pues solo se hace una sumatoria de fuerzas en el eje Y. Los esquemas asumidos se muestran en la Fig. 47.



47. Esquemas asumidos para calcular la fuerza sobre el último rayo.

Rolos de Tipo 1 y 2.

Para los rolos 1 y 2 rolos la expresión de cálculo es semejante:

$$\sum F_y = N_b + 2 N_{b1} \cos(2\alpha) - 2 N_{b3} \cos(2\alpha) - N_{b4} - P = 0$$

$$N_{b4} = N_b + 2 N_{b1} \cos(2\alpha) - 2 N_{b3} \cos(2\alpha) - P$$

Sustituyendo:

$$\text{Rolo de tipo 1: } N_{b4} = -9.29423 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$\text{Rolo de tipo 2: } N_{b4} = -3.53875 \times 10^4 \text{ kgf}$$

Rolo de Tipo 3.

La expresión de cálculo para este rolo es:

$$\sum F_y = N_{b3} + N_b + 2 N_{b1} \sin(\alpha) - 2 N_{b2} \sin(\alpha) - P = 0$$

$$N_{b3} = P + 2 N_{b2} \sin(\alpha) - N_b - 2 N_{b1} \sin(\alpha)$$

Sustituyendo:

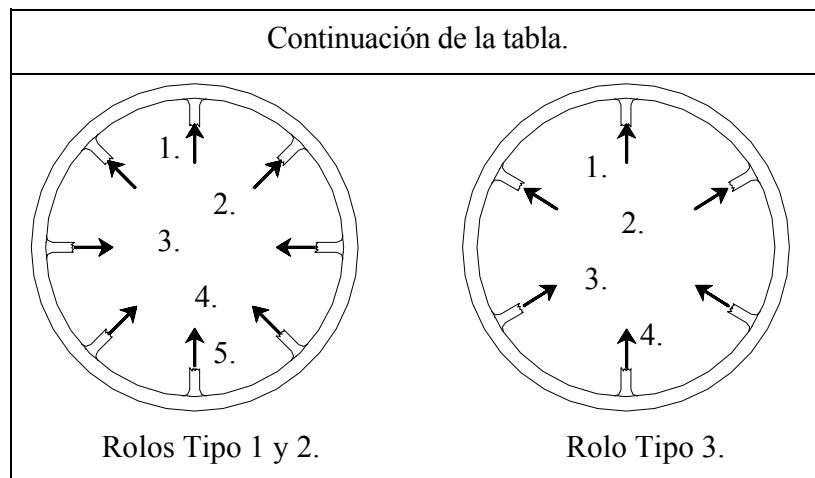
$$N_{b3} = 3.0182 \times 10^4 \text{ kgf}$$

No se aplica el método de las secciones en este último caso ya que el cortante Q_o es cero por estar esta sección en el plano de simetría y Q_o es una fuerza antisimétrica. La fuerza N_o no actúa en el eje Y porque es perpendicular al mismo. Estas dos fuerzas son las únicas que podrían influir en el valor de la fuerza en la última sección.

Resumen.

Los valores de la fuerza en los rayos (N_{bi}) calculados en este epígrafe se resumen en la tabla que se muestra a continuación (Todos los valores están expresados en kgf). La figura es un complemento de la tabla donde se muestra la posición de cada fuerza y el sentido de la misma.

Rayos.	Rolo.		
	Tipo 1.	Tipo 2.	Tipo 3.
1	24.7522×10^4	23.7938×10^4	3.202×10^4
2	2.54882×10^4	2.8182×10^4	1.0424×10^4
3	7.85961×10^4	7.9881×10^4	1.8158×10^4
4	13.3157×10^4	9.6542×10^4	3.0182×10^4
5	9.2942×10^4	3.53875×10^4	---



2.11.3 Cálculo de las fuerzas internas para el caso de que la carga radial esté colocada en el centro del espacio entre rayos.

En este epígrafe, como en el anterior, determinaremos el valor de la fuerza que surge en los rayos debido la incidencia de la carga sobre el rolo; pero esta vez se considera que la carga está ubicada en el centro del espacio entre rayos. La metodología empleada es la misma del epígrafe anterior.

Esquema y cálculo de las fuerzas internas para el primer rayo.

El esquema de análisis que se empleó para los tres tipos de rolos se muestra en la figura 48.

Haciendo sumatoria de fuerzas en el eje Y obtenemos la expresión:

$$\sum F_y = 2 N_o \text{sen}(2\alpha) + 2 N_b \cos \alpha + 2 Q_o \cos(2\alpha) - P = 0$$

$$N'_b = \frac{P - 2 N'_o \text{sen}(2\alpha) - 2 Q'_o \cos(2\alpha)}{2 \cos \alpha} \quad (48)$$

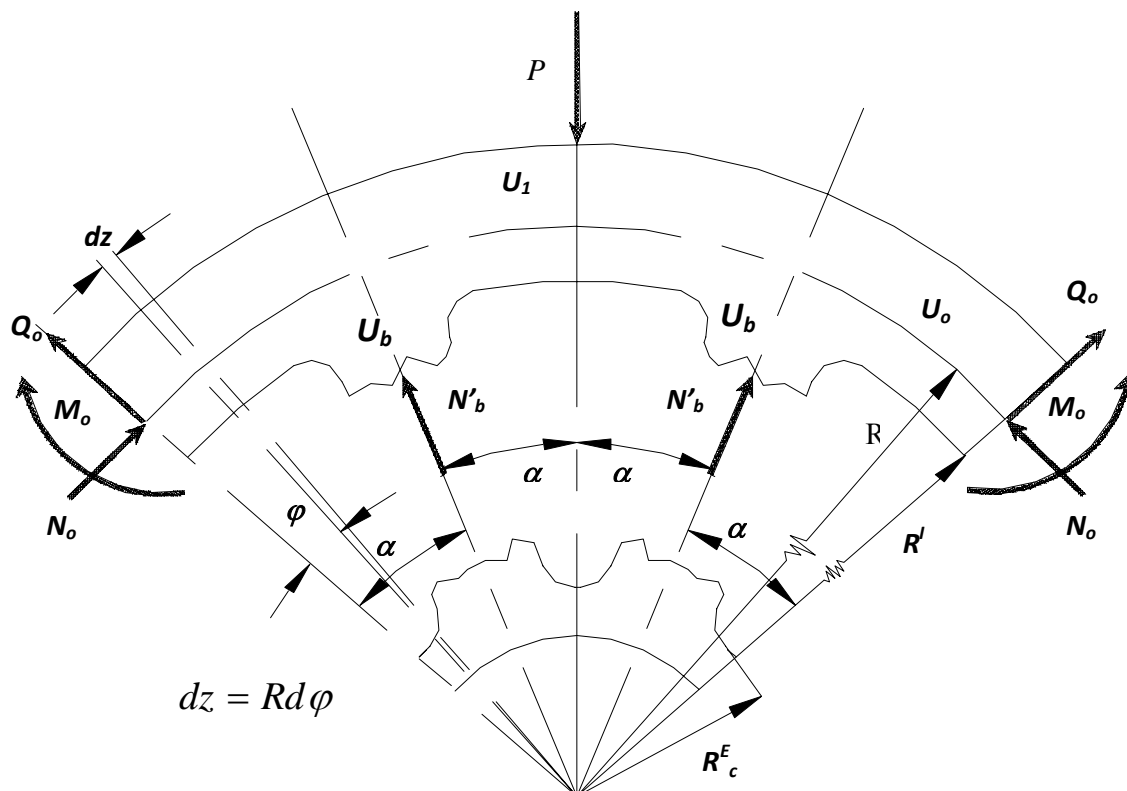


Fig. 48. Esquema de análisis empleado para el primer par rayos.

El esquema de análisis para la sección del extremo de la llanta se muestra en la Fig 40 del epígrafe anterior.

Las expresiones para realizar los cálculos son las numeradas en el epígrafe 4.2 como (4.2), (4.3) y (4.4); o sea:

$$N = N_o \cos \varphi + Q_o \text{sen} \varphi$$

$$M = M_o + N_o R(1 - \cos \varphi) + Q_o R \text{sen} \varphi$$

$$Q = N_o \text{sen} \varphi + Q_o \cos \varphi$$

La energía potencial unitaria del sistema en este caso es:

$$U = 2U_o + 2U_b + U_1$$

Siendo U_o la energía elástica de deformación de cada uno de los extremos que componen la sección de la llanta mostrada en la figura 48 y U_b la energía correspondiente al rayo. Los valores de U_o y U_b se determinan de la misma forma que en el epígrafe anterior empleando las expresiones (4.5) y (4.6).

Desarrollando las expresiones de la misma como en el epígrafe 4.2, integrando, derivando y sustituyendo los datos de cada rolo en ellas obtenemos el sistema de ecuaciones que responde a cada esquema. Los sistemas de ecuaciones a que arribamos son:

Rolo de Tipo 1.

Para el rolo de Tipo 1 las ecuaciones son las siguientes:

$$\begin{aligned} N'_b &= -0.7654 N_o - 0.76536 Q_o + 2.05079 \times 10^5 \\ N_o &= -4.54547 \times 10^{-3} M_o - 1.66871 Q_o + 1.07602 \times 10^5 \\ M_o &= -18.553 N_o - 141.006 Q_o \\ Q_o &= -4.27417 \times 10^{-3} M_o - 0.20645 N_o + 1.33128 \times 10^4 \end{aligned}$$

Dando solución al sistema obtenemos:

$$\begin{aligned} N'_b &= 1.14539 \times 10^5 \text{ kgf} \\ N_o &= 1.24697 \times 10^5 \text{ kgf} \\ M_o &= -1.41088 \times 10^6 \text{ kgf} \cdot \text{mm} \\ Q_o &= -6401.3 \text{ kgf} \end{aligned}$$

Rolo de Tipo 2.

Para el rolo de Tipo 2 las ecuaciones son las siguientes:

$$\begin{aligned} N'_b &= -0.7654 N_o - 0.765366 Q_o + 2.05079 \times 10^5 \\ N_o &= -3.65798 \times 10^{-3} M_o - 1.50646 Q_o + 1.11996 \times 10^5 \\ M_o &= -18.525 N_o - 140.792 Q_o \\ Q_o &= -4.04921 \times 10^{-3} M_o - 0.21941 N_o + 1.63121 \times 10^4 \end{aligned}$$

Dando solución al sistema obtenemos:

$$\begin{aligned} N'_b &= 1.12948 \times 10^5 \text{ kgf} \\ N_o &= 1.24124 \times 10^4 \text{ kgf} \\ M_o &= -1.77156 \times 10^6 \text{ kgf} \cdot \text{mm} \\ Q_o &= -3749.01 \text{ kgf} \end{aligned}$$

Rolo de Tipo 3.

Para el rolo de tipo 3 las ecuaciones son las siguientes:

$$\begin{aligned} N'_b &= -N_o - 0.57735 Q_o + 2.18779 \times 10^5 \\ N_o &= -5.8245 \times 10^{-3} M_o - 2.10188 Q_o + 4.6938 \times 10^4 \\ M_o &= -32.736 N_o - 185.85 Q_o \\ Q_o &= -3.5581 \times 10^{-3} M_o - 0.22616 N_o + 2916 \end{aligned}$$

Dando solución al sistema obtenemos:

$$\begin{aligned} N'_b &= 1.49063 \times 10^5 \text{ kgf} \\ N_o &= 7.96336 \times 10^4 \text{ kgf} \\ M_o &= 5.85699 \times 10^5 \text{ kgf} \cdot \text{mm} \\ Q_o &= -1.71784 \times 10^4 \text{ kgf} \end{aligned}$$

Esquema y cálculo de las fuerzas internas para el segundo par de rayos.

La diferencia de 2 rayos que hay entre los rolos de tipo 1, 2 y el de tipo 3 introduce, como en los análisis del anterior epígrafe, un cambio en el esquema de análisis para el cálculo de este rayo en particular.

Para los rolos de tipo 1 y de tipo 2 se emplea el esquema de la figura 49. De la misma, siguiendo la los mismos patrones de cálculo, se extrae la primera expresión.

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 2 N_{o1} + 2 N'_{b1} \operatorname{sen} \alpha + 2 N'_b \cos \alpha - P = 0 \\ N'_b &= \frac{P - 2 N_{o1} - 2 N'_{b1} \cos \alpha}{2 \operatorname{sen} \alpha} \end{aligned} \quad (49)$$

La ecuación de la energía del sistema es:

$$U = 2 U_o + 2 U_{b1} + U_1$$

Finalmente obtenemos:

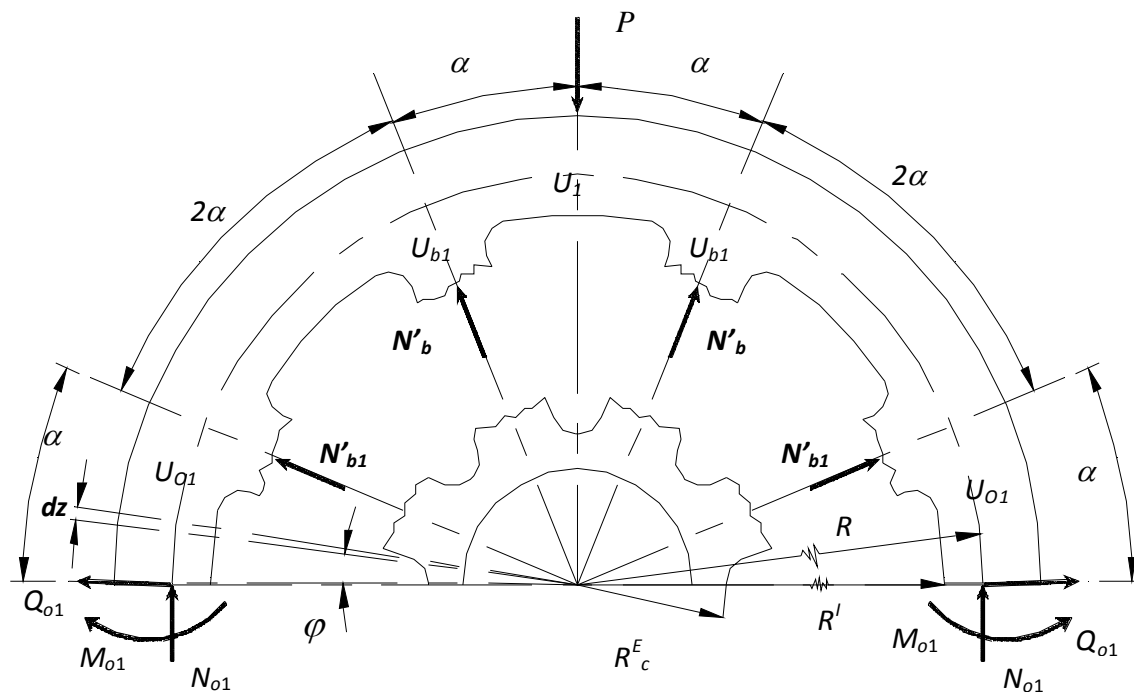


Fig. 49. Esquema de análisis empleado para el segundo par de rayos.

Rolo de Tipo 1.

El sistema de ecuaciones a la cual se llega es:

$$N'_{b1} = -2.61312 N_{o1} + 2.18583 \times 10^5$$

$$N_{o1} = -8.60953 \times 10^{-4} M_{o1} - 0.24001 Q_{o1} + 7.4167 \times 10^4$$

$$M_{o1} = -18.553 N_{o1} - 141.006 Q_{o1}$$

$$Q_{o1} = -4.49764 \times 10^{-3} M_{o1} - 0.16497 N_{o1}$$

Solucionando el sistema obtenemos:

$$N'_{b1} = 1.6192 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$N_{o1} = 7.74516 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$M_{o1} = 9.96981 \times 10^5 \text{ kgf} \cdot \text{mm}$$

$$Q_{o1} = -1.72612 \times 10^4 \text{ kgf}$$

Rolo de Tipo 2.

El sistema de ecuaciones a la cual se llega es:

$$\begin{aligned}
N'_{b1} &= -2.61312 N_{o1} + 2.22424 \times 10^5 \\
N_{o1} &= -6.706 \times 10^{-4} M_{o1} - 0.19956 Q_{o1} + 7.60354 \times 10^4 \\
M_{o1} &= -18.525 N_{o1} - 140.792 Q_{o1} \\
Q_{o1} &= -4.3117 \times 10^{-3} M_{o1} - 0.16882 N_{o1}
\end{aligned}$$

Solucionando el sistema obtenemos:

$$\begin{aligned}
N'_{b1} &= 1.62668 \times 10^4 \text{ kgf} \\
N_{o1} &= 7.8893 \times 10^4 \text{ kgf} \\
M_{o1} &= 1.0526 \times 10^6 \text{ kgf} \cdot \text{mm} \\
Q_{o1} &= -1.7857 \times 10^4 \text{ kgf}
\end{aligned}$$

Rolo de tipo 3.

El esquema de análisis de este rolo para este rolo coincide con el utilizado en el epígrafe anterior para el segundo par de rayos (Fig. 43) de los rolos de tipo 1 y 2. Esto se debe a que los rayos ocupan una posición perpendicular con el plano de acción de la carga.

De aquí se extraen tres expresiones:

$$\sum F_x = Q_o \cos \alpha + Q_{o1} \cos \alpha - N_o \sin \alpha - N_{o1} \sin \alpha - N'_{b1} = 0 \quad (50)$$

$$N'_{b1} = Q_{o1} \cos \alpha + Q_o \cos \alpha - N_o \sin \alpha - N_{o1} \sin \alpha$$

$$\sum F_y = Q_{o1} \sin \alpha + N_{o1} \cos \alpha - Q_o \sin \alpha - N_o \cos \alpha = 0 \quad (51)$$

$$Q_{o1} = \frac{N_o \cos \alpha + Q_o \sin \alpha - N_{o1} \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\sum M_A = M_o - M_{o1} + N_o y + N'_{b1} h - Q_o x = 0$$

$$M_{o1} = M_o + N_o y + N'_{b1} h - Q_o x \quad (52)$$

Donde y , x y h se toma de la figura 44 donde se hace el análisis geométrico de esta sección.

La energía potencial unitaria del sistema es:

$$U = U_o + U_{o1} + U_{b1}$$

Aplicando el mismo análisis se llega a las ecuaciones para este rolo, las mismas son:

$$N'_{b1} = -0.5 N_{o1} - 0.866025 Q_{o1} - 5.46937 \times 10^4$$

$$N_{o1} = -6.9415 \times 10^{-3} M_{o1} - 2.24661 Q_{o1} + 6992.27$$

$$M_{o1} = 363.170 N'_{b1} + 4.03119 \times 10^7$$

$$Q_{o1} = -1.73205 N_{o1} + 1.2075 \times 10^5$$

Aplicando el mismo análisis se llega a las ecuaciones para este rolo, las mismas son:

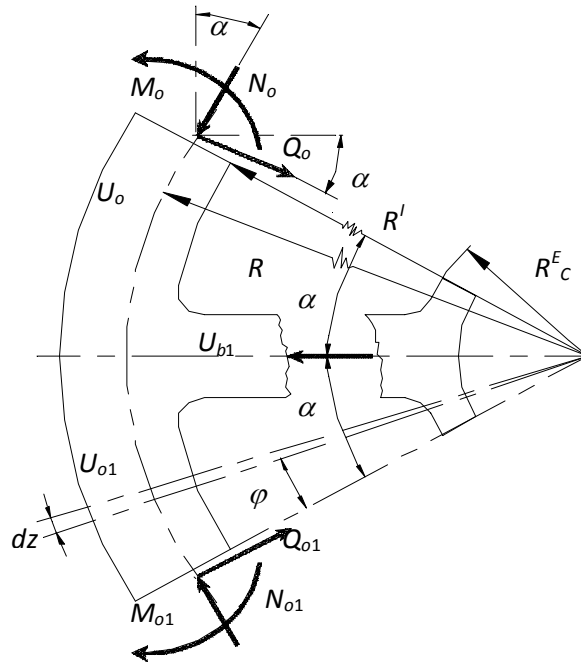


Fig. 50. Diagrama de cuerpo libre para el análisis del segundo par de rayos.

$$N'_{b1} = -0.5 N_{o1} - 0.866025 Q_{o1} - 5.46937 \times 10^4$$

$$N_{o1} = -6.9415 \times 10^{-3} M_{o1} - 2.24661 Q_{o1} + 6992.27$$

$$M_{o1} = 363.170 N'_{b1} + 4.03119 \times 10^7$$

$$Q_{o1} = -1.73205 N_{o1} + 1.2075 \times 10^5$$

Solucionando el sistema obtenemos:

$$N'_{b1} = -1.22521 \times 10^5 \text{ kgf}$$

$$N_{o1} = 8.62004 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$M_{o1} = -4.18427 \times 10^6 \text{ kgf} \cdot \text{mm}$$

$$Q_{o1} = -2.8553 \times 10^4 \text{ kgf}$$

Esquema y cálculo de las fuerzas internas para el tercer par de rayos.

Para este par de rayos el esquema de análisis es el que se muestra en la figura 51.

La expresión que se obtiene de la figura es:

$$\sum F_y = 0$$

$$2 N_{o2} \cos(2\alpha) + 2 N_{b2} \text{sen}\alpha + 2 N_{b1} \text{sen}\alpha + 2 N_b \cos\alpha - 2 Q_{o2} \text{sen}(2\alpha) - P = 0$$

$$N_{b2} = \frac{P - 2 N_{o2} \cos(2\alpha) - 2 N_{b1} \text{sen}\alpha - 2 N_b \cos\alpha + 2 Q_{o2} \text{sen}(2\alpha)}{2 \text{sen}\alpha} \quad (53)$$

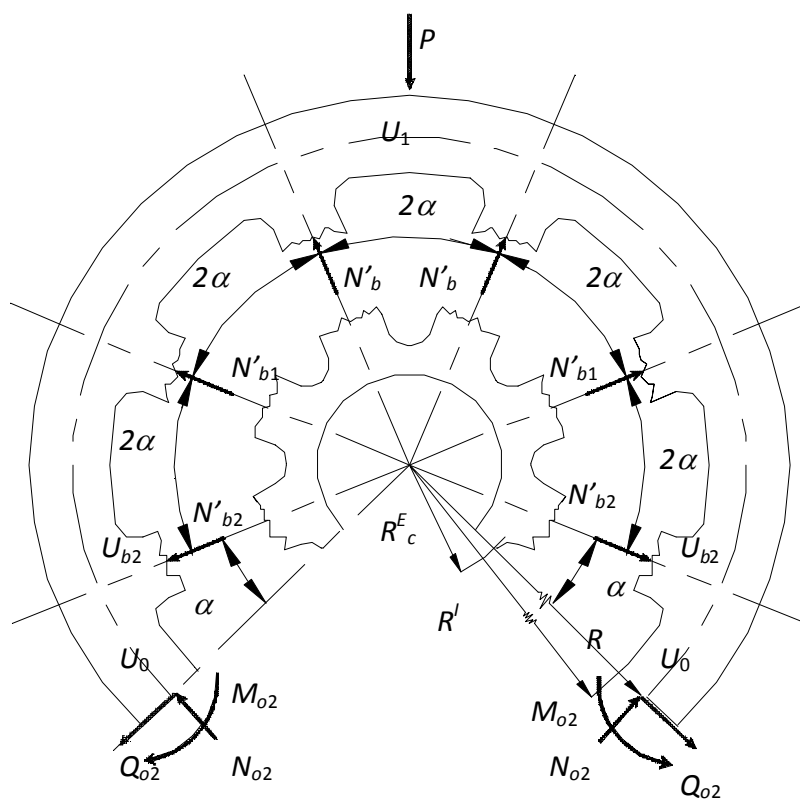


Fig. 51. Esquema de análisis empleado para el tercer par de rayos.

La expresión que se obtiene de la figura es:

$$\sum F_y = 0$$

$$2 N_{o2} \cos(2\alpha) + 2 N_{b2} \text{sen}\alpha + 2 N_{b1} \text{sen}\alpha + 2 N_b \cos\alpha - 2 Q_{o2} \text{sen}(2\alpha) - P = 0$$

$$N_{b2} = \frac{P - 2 N_{o2} \cos(2\alpha) - 2 N_{b1} \text{sen}\alpha - 2 N_b \cos\alpha + 2 Q_{o2} \text{sen}(2\alpha)}{2 \text{sen}\alpha} \quad (54)$$

La energía potencial del sistema se expresa:

$$U = 2U_o + 2U_{b2} + U_1$$

Siguiendo la misma metodología obtuvimos:

Rolo de Tipo 1.

Para este tipo de rolo el sistema de ecuaciones es:

$$N'_{b2} = -1.84775 N_{o2} + 1.84775 Q_{o1} + 2.02391 \times 10^5$$

$$N_{o2} = -1.54659 \times 10^{-3} M_{o2} + 0.365240 Q_{o2} + 8.7231 \times 10^4$$

$$M_{o2} = -18.553 N_{o2} - 141.006 Q_{o2}$$

$$Q_{o2} = -3.44719 \times 10^{-3} M_{o2} + 0.107113 N_{o2} - 2.55819 \times 10^4$$

Solucionando el sistema obtenemos:

$$N'_{b2} = 1.81067 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$N_{o2} = 7.48829 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$M_{o2} = 2.11489 \times 10^6 \text{ kgf.mm}$$

$$Q_{o2} = -2.48514 \times 10^4 \text{ kgf}$$

Rolo de tipo 2.

Para este tipo de rolo el sistema de ecuaciones es:

$$N'_{b2} = -1.84775 N_{o2} + 1.84775 Q_{o1} + 2.06157 \times 10^5$$

$$N_{o2} = -1.21197 \times 10^{-3} M_{o2} + 0.44651 Q_{o2} + 9.00561 \times 10^4$$

$$M_{o2} = -18.525 N_{o2} - 140.792 Q_{o2}$$

$$Q_{o2} = -3.12935 \times 10^{-3} M_{o2} + 0.151695 N_{o2} - 3.0595 \times 10^4$$

Solucionando el sistema obtenemos:

$$N'_{b2} = 1.79407 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$N_{o2} = 7.54492 \times 10^4 \text{ kgf}$$

$$M_{o2} = 2.3211 \times 10^6 \text{ kgf.mm}$$

$$Q_{o2} = -2.64131 \times 10^4 \text{ kgf}$$

Rolo de tipo 3.

Este tipo de rolo se puede decir que no posee este par de rayos.

Esquema y cálculo de las fuerzas internas para el último par de rayos.

El análisis para este rayo resulta más sencillo; pues solo requiere establecer una sumatoria de fuerzas en el eje **Y**. Los esquemas asumidos se muestran en la Fig. :

Rolos de Tipo 1 y 2.

Para estos rolos la expresión de cálculo es semejante:

$$\sum F_y = 2 N'_{b3} \cos \alpha + 2 N'_{b2} \sin \alpha + 2 N'_{b1} \sin \alpha + 2 N'_b \sin \alpha - P = 0$$

$$2N'_{b3} = \frac{P - 2 N'_{b2} \sin \alpha - 2 N'_{b1} \sin \alpha - 2 N'_b \sin \alpha}{2 \cos \alpha}$$

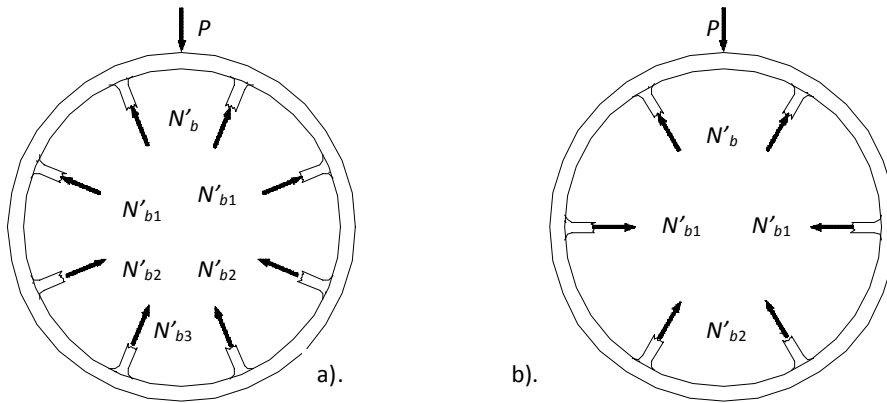


Fig. 52. Esquemas asumidos para calcular la fuerza sobre el último rayo.

Sustituyendo:

Rolo de tipo 1: $N'_{b3} = 7.63334 \times 10^4 \text{ kgf}$

Rolo de tipo 2: $N'_{b3} = 7.79624 \times 10^4 \text{ kgf}$

Rolo de tipo 3.

La expresión de cálculo para este rolo es:

$$\sum F_y = 2 N'_b \cos \alpha + 2 N'_{b2} \cos \alpha - P = 0$$

$$N'_{b2} = \frac{P - 2 N'_b \cos \alpha}{2 \cos \alpha}$$

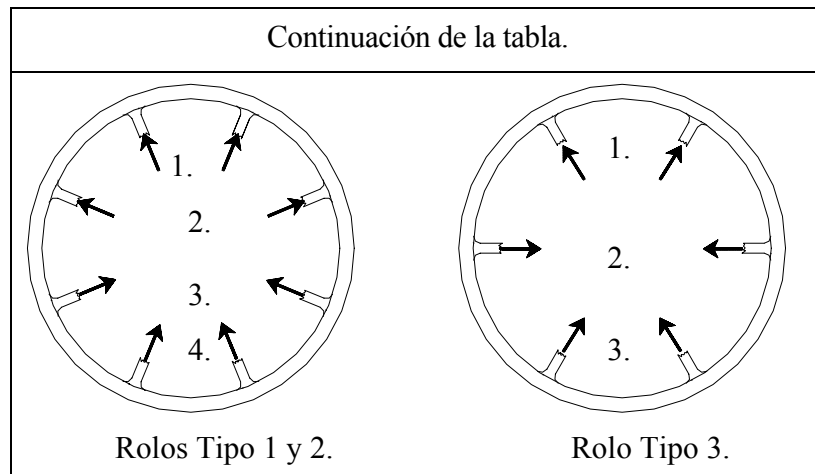
Sustituyendo:

$$N'_{b2} = 6.97167 \times 10^4 \text{ kgf}$$

Resumen.

Los valores de la fuerza en los rayos (N'_{bi}) calculados en este epígrafe se resumen en la tabla que se muestra a continuación (Todos los valores están expresados en kgf). La figura es un complemento de la tabla donde se muestra la posición de cada fuerza y el sentido de la misma.

Rayos.	Rolo.		
	Tipo 1.	Tipo 2.	Tipo 3.
1	11.454×10^4	11.29×10^4	14.91×10^4
2	1.619×10^4	1.627×10^4	12.25×10^4
3	1.811×10^4	1.794×10^4	6.972×10^4
4	7.633×10^4	7.796×10^4	----



2.11.4 Cálculo de las tensiones en la llanta y en los rayos para los diferentes tipos de rolos.
Cálculo de las tensiones en la llanta.

El cálculo de dichas tensiones se hará partiendo de que la llanta es una viga curva, para los cálculos las vigas curvas se consideran de curvatura pequeña donde $h/R < 1/5$ y vigas de curvatura grande que tienen $h/R > 1/5$.

Para nuestro caso $h/R = 120/727.44 = 0.16 < 1/5$ por tanto pertenece a una viga de curvatura pequeña donde las tensiones normales se pueden calcular con suficiente grado de precisión a partir de la ecuación de Navier. [1]

$$\sigma_{n1} = \frac{Mf \times y_{max}}{I_x}$$

Producto de la presencia de las fuerzas (N) y (Q) la llanta también está sometida a tensiones normales y tensiones tangenciales.

Las tensiones producto de las fuerzas normales se determina por:

$$\sigma_{n2} = \frac{N}{As}$$

Y por ende la tensión normal resultante será:

$$\sigma_{nr} = \sigma_{n1} + \sigma_{n2}$$

$$\sigma_{nr} = \frac{Mf \times y_{max}}{I_x} + \frac{N}{As} \tag{55}$$

Las tensiones tangenciales se pueden despreciar por que su valor es muy pequeño comparado con los valores de momento flector y tensiones normales en una sección de ese tipo.

Sustituyendo en la expresión (4.22) las ecuaciones (4.2), (4.3) y en ellas los valores de N_0 , M_0 y Q_0 que se obtuvieron en los epígrafes 4.2 y 4.3 se arribó a los siguientes resultados.

Se puede destacar que los valores máximos de tensiones normales se obtienen para $\varphi = 0$, pero en realidad en $\varphi = 0$ está presente el rayo y en esta sección la llanta se confunde con la sección del rayo

formando un todo muy resistente a la flexión. La llanta físicamente solo existe en un rango $\varphi_{\min} \leq \varphi \leq \alpha$ determinado; por lo que los cálculos se hacen para $\varphi = \varphi_{\min}$.

$\varphi_{\min} = 14^\circ$ Para el rolo de tipo 1.

$\varphi_{\min} = 17^\circ$ Para el rolo de tipo 2.

$\varphi_{\min} = 18^\circ$ Para el rolo de tipo 3.

Tablas de resultados (resumen) de los cálculos de las tensiones en la sección de la llanta correspondiente al análisis que se indique (sección del esquema de análisis).

Posición de la carga.	0 Para Rolo de tipo 1.				
	Valores de tensiones normales (kg / mm^2)				
Carga colocada en el espacio	Sección primer par de rayos.	Sección segundo par de rayos.	Sección tercer par de rayos.	Sección cuarto par de rayos.	
	0.905	0.691	0.7935	0	
Carga colocada sobre un rayo.	Sección primer rayo.	Sección primer par de rayos.	Sección segundo par de rayos.	Sección tercer par de rayos.	Sección último rayo.
	1.123	0.442	4.642	21.85	0

Posición de la carga.	1 Para Rolo de tipo 2.				
	Valores de tensiones normales (kg / mm^2)				
Carga colocada en el espacio	Sección primer par de rayos.	Sección segundo par de rayos.	Sección tercer par de rayos.	Sección cuarto par de rayos.	
	1.1743	0.586	0.792	0	
Carga colocada sobre un rayo.	Sección primer rayo.	Sección primer par de rayos.	Sección segundo par de rayos.	Sección tercer par de rayos.	Sección último rayo.
	1.649	0.468	4.744	15.88	0

Posición de la	2 Para Rolo de tipo 3.
----------------	------------------------

carga	Valores de tensiones normales (kg / mm^2)			
Carga colocada en el espacio entre rayos	Sección de la llanta que corresponde al primer par de rayos.	Sección de la llanta que corresponde al segundo par de rayos.	Sección de la llanta que corresponde al tercer par de rayos.	
	0.66	3.34	0	
Carga colocada directamente sobre un rayo.	Sección de la llanta que corresponde al primer rayo.	Sección de la llanta que corresponde al primer par de rayos.	Sección de la llanta que corresponde al segundo par de rayos.	Sección de la llanta que corresponde al último rayo.
	0.4337	3.8532	0.1892	0

Cálculo de las tensiones en los rayos.

En los rolos hay rayos sometidos a tensiones de tracción y otros sometidos a compresión; estas tensiones son provocadas por la fuerza N_b .

Las máximas tensiones de tracción son producidas por la máxima fuerza de tracción y esta se produce cuando la carga está aplicada directamente sobre un rayo. La expresión para el cálculo de la misma es:

$$\sigma_{trac}^{m\acute{a}x} = \frac{N_{b\ m\acute{a}x\ T}}{A_s} \quad (56)$$

Donde:

$N_{b\ m\acute{a}x\ T}$ – Valor máximo de la fuerza de tracción.

A_s – Área de la sección del rayo.

Las tensiones de compresión son producidas por las máximas fuerzas de compresión y estas también se producen cuando la carga está aplicada directamente sobre uno de los rayos (Ver tablas resumen de los epígrafes 4.2 y 4.3). Para este caso la ecuación para calcular las tensiones es:

$$\sigma_{comp}^{m\acute{a}x} = \frac{N_{b\ m\acute{a}x\ C}}{A_s} \quad (57)$$

Donde:

$N_{b\ m\acute{a}x\ C}$ – Valor máximo de la fuerza de compresión.

A_s – Área de la sección del rayo.

Para las diferentes variantes constructivas de rolos, sustituyendo en las expresiones (4.23) y (4.24) los valores que se fuerza y área que obtuvimos en epígrafes anteriores se obtienen los resultados que se muestran en forma de tabla.

	Rolo de tipo 1.	Rolo de tipo 2.	Rolo de tipo 3.
$\sigma_{comp}^{m\acute{a}x}$	3.19	3.05	1.83

$\sigma_{trac}^{m\acute{a}x}$	1.72	1.24	0.17
-------------------------------	------	------	------

2.12 Cálculo de resistencia a la fatiga volumétrica de la llanta y de los rayos para las diferentes variantes constructivas.

En este epígrafe se realizará el cálculo del factor de seguridad a la fatiga de los rayos y la llanta para comprobar si resisten a los esfuerzos que están sometidos.

2.12.1 Cálculo de los factores de seguridad a la fatiga para el rolo de tipo 1.

Cálculo del factor de seguridad a la fatiga en los rayos para el rolo de Tipo 1.

Los rayos son elementos que están sometidos, unos a tensiones normales de tracción y otros a tensiones de compresión, por lo que se establece en ellos un ciclo de fatiga cuyos valores de tensiones máxima y mínimas son calculados considerando la máxima tensión de compresión, la máxima tensión de tracción y la tensión de compresión provocada por el ajuste por interferencia.

Se consideran como positivas las tensiones de tracción y como negativas las tensiones de compresión. Como en realidad no se conoce la interferencia bajo la cual se realizó el ajuste el factor de seguridad se calculará para interferencia máxima e interferencia mínima.

Para interferencia máxima:

$$\begin{aligned}\sigma_{\max} &= \sigma_{\max trac} + \sigma_{enca} \\ \sigma_{\max} &= 1.72 + (-0.774) = 0.946 \\ \sigma_{\min} &= \sigma_{\max com} + \sigma_{enca} \\ \sigma_{\min} &= -3.17 + (-0.774) = -3.964\end{aligned}$$

La razón de asimetría para este ciclo se calcula.

$$r = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} = \frac{0.946}{-3.964} = -0.23$$

El valor de r esta en el intervalo de $-1 \leq r \leq 0$ por que pertenece a un ciclo alterno en tracción y según el Diagrama del Límite de Fatiga de Serensen modificado en coordenadas Haigh [2] está en la zona número I.

La expresión que se brinda para determinar el factor de seguridad a la fatiga en esta zona es la siguiente:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_{\sigma T} \cdot \sigma_a}{\epsilon_{\sigma} \cdot \beta_k} + \left(\frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} \right) \sigma_m} \quad (58)$$

Donde:

$$\sigma_{-1} = 0.36\sigma_u \quad \text{Según [2].}$$

$$\sigma_{-1} = 16.2 \text{ kg/mm}^2$$

$$\sigma_o = 0.5\sigma_u \leq \sigma_f \quad \text{Según [2].}$$

$$\sigma_o = 22.5 \leq 17.5 \text{ kgf/mm}^2$$

Los parámetros del ciclo de tensiones variables σ_a y σ_m se determinan:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\text{máx}} - \sigma_{\text{mín}}}{2} \quad (\text{Tensión amplitud}). \quad (59)$$

$$\sigma_a = \frac{0.946 - (-3.964)}{2} = 2.45 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\text{máx}} + \sigma_{\text{mín}}}{2} \quad (\text{Tensión media}). \quad (60)$$

$$\sigma_m = \frac{0.946 + (-3.964)}{2} = -1.509 \text{ kgf/mm}^2$$

Los coeficientes β_k , ε_σ y $k_{\sigma T}$ se determinan a partir de gráficos y tablas.

$$\beta_k = 0.6 \quad [6] \quad (\text{Factor de superficie}).$$

El factor de estado de la superficie se toma el de una superficie con presencia de corrosión por humedad teniendo en cuenta que la rugosidad superficial es muy elevada y la pieza está expuesta a la presencia de agua.

$$\varepsilon_\sigma = 0.4 \quad [2] \quad (\text{Factor de tamaño}).$$

La sección del área analizada es la que se muestra en la Fig. 52 cuya máxima magnitud es 150 mm y según [2] para $d=150$ se toma el valor arriba indicado.

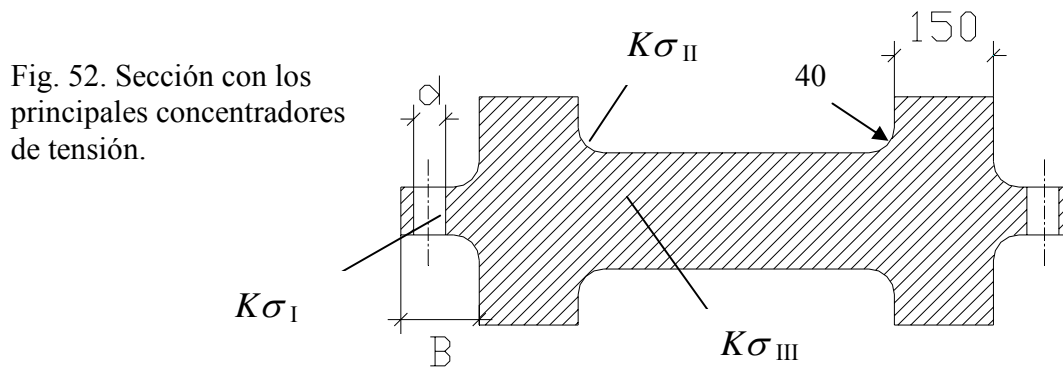


Fig. 52. Sección con los principales concentradores de tensión.

$k_{\sigma T}$ (Coeficiente de concentración de tensiones).

Este coeficiente toma en cuenta los diferentes concentradores de tensiones que tiene la pieza en la sección analizada tal y como lo muestra la Fig. 52. Consideramos que los concentradores de tensión más influyentes en los rayos son el agujero de izaje, los radios de redondeo y los defectos internos de la pieza.

El coeficiente de concentración de tensiones $k_{\sigma I}$ toma en cuenta el agujero para el izaje del rolo como concentrador de tensión, y se determina:

$$k_{\sigma I} = 1 + q_\sigma (\alpha_\sigma - 1) \quad (61)$$

Donde:

q_σ - Coeficiente de sensibilidad.

α_σ - Coeficiente teórico de concentración de tensiones.

Según [6] para $d/B = 0.38$: $q_\sigma = 0.38$ y $\alpha_\sigma = 3.66$

Sustituyendo en (5.3).

$$k_{\sigma I} = 1 + 0.38(3.66 - 1) = 1.65$$

El coeficiente de concentración de tensiones $k_{\sigma II}$ toma en cuenta el radio de redondeo como concentrador de tensiones $k_{\sigma II}$ se calcula:

$$k_{\sigma II} = \frac{k_r - 0.4}{0.6} \quad (62)$$

Donde:

$$k_\sigma = 1 + q_r(\alpha_r - 1) \quad (63)$$

$$q_r = q_\sigma = 0.38$$

$$\alpha_r = 2.3 \quad (\text{Coeficiente teórico}) [3].$$

Sustituyendo en (5.5):

$$k_\sigma = 1 + 0.38(2.3 - 1) = 1.32$$

Y a su vez sustituyendo en (5.4):

$$k_{\sigma II} = \frac{1.32 - 0.4}{0.6} = 1.53$$

El coeficiente de concentración de tensiones $k_{\sigma III}$ toma en cuenta los defectos internos de la pieza, ya que la misma es fundida y una pieza fundida de tal magnitud por lo general posee gran número de defectos.

El valor de $k_{\sigma III}$ oscila en un rango de $1 \leq k_{\sigma III} \leq 1.3$; para este caso tomaremos la condición más crítica.

$$k_{\sigma III} = 1.3$$

El coeficiente total de concentración de tensiones se puede determinar superponiendo los tres coeficientes de concentración de tensiones:

$$k_{\sigma T} = k_{\sigma I} \cdot k_{\sigma II} \cdot k_{\sigma III}$$

$$k_{\sigma T} = 1.65 \cdot 1.53 \cdot 1.3$$

$$k_{\sigma T} = 3.28$$

Sustituyendo en la expresión (5.1).

$$n_\sigma = \frac{16.2}{\frac{3.28 \cdot 2.45}{0.6 \cdot 0.4} + \left(\frac{32.4 - 22.5}{22.5} \right) (-1.509)} = 0.49$$

Este valor de coeficiente de seguridad indica que el rolo de Tipo 1 evidentemente falla por fatiga.

Considerando que en el cálculo se tomaron las condiciones más críticas en cuanto a los coeficientes de concentración de tensiones se determinó además el factor de seguridad sin tener en cuenta los defectos internos y el radio de redondeo.

Cálculo sin considerar los defectos internos.

Para este caso:

$$k_{\sigma T} = k_{\sigma I} \cdot k_{\sigma II}$$
$$k_{\sigma T} = 1.65 \cdot 1.53$$
$$k_{\sigma T} = 2.52$$

Sustituyendo nuevamente en (5.1) se tiene que:

$$n_{\sigma} = 0.64$$

Cálculo sin considerar los defectos internos ni el radio de redondeo como concentradores.

Para este caso:

$$k_{\sigma T} = k_{\sigma I} = 1.65.$$

Sustituyendo en (5.1) se tiene que:

$$n_{\sigma} = 1$$

Los valores del factor de seguridad obtenidos para mejores condiciones también son menores que 1; por tanto: los rayos del rolo de Tipo 1, para el caso de existir interferencia máxima en el encaje, fallan por fatiga.

Para interferencia mínima.

Los valores de tensión máxima y mínima se calculan de igual manera:

$$\sigma_{m\acute{a}x} = \sigma_{trac} + \sigma_{enc} = 1.72 + (-0.625) = 1.095$$
$$\sigma_{m\acute{i}n} = \sigma_{com} + \sigma_{enc} = -3.19 + (-0.625) = -3.815$$

Calculando $r = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_{m\acute{i}n}} = \frac{1.095}{-3.815} = -0.28$; el valor indica que ciclo se encuentra en la zona I y el factor

de seguridad se determina por la expresión.(5.1).

Los valores de σ_a y σ_m se determinan de la misma forma (expresiones (5.2) y (5.3)) resultando.

$$\sigma_a = 2.455$$
$$\sigma_m = -1.36$$

Los coeficientes β_k , ε_{σ} y k_{σ} toman los mismos valores.

Sustituyendo en (5.1)

$$n_{\sigma} = \frac{16.2}{\frac{3.28 \cdot 2.45}{0.4 \cdot 0.6} + (0.44)(-1.36)} = 0.48$$

Si no consideramos la presencia de defectos internos $k_{\sigma T} = 2.52$

$$n_{\sigma} = 0.63$$

Sin considerar defectos internos ni radios de redondeo $k_{\sigma T} = 1.65$

$$n_{\sigma T} = 0.99$$

Para interferencia mínima los factores de seguridad también están por debajo de la unidad.

Cálculo del factor de seguridad en la llanta para el rolo de Tipo 1.

Al igual que los rayos la llanta esta sometida a un ciclo de fatiga, en el cual las tensiones máximas se producen en una sección determinada de la llanta y las mínimas se producen en la sección que corresponde al ultimo par de rayos cuando la carga esta colocada en el espacio entre dos de ellos o al ultimo rayo cuando la carga esta colocada directamente sobre uno de ellos.

Para este tipo de rolo la máxima tensión se produce cuando la carga esta colocada directamente sobre un rayo y en la sección que corresponde con el tercer par de rayos.

$$\text{Calculando } r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{0}{21.85} = 0$$

Como $r = 0$ el ciclo es intermitente y para este ciclo el factor de seguridad a la fatiga se determina también con la expresión (5.1).[2]

Para el ciclo intermitente los valores de la tensión amplitud y la tensión media se calculan por:

$$\sigma_a = \sigma_m = \frac{\sigma_{\max}}{2} = 10.9$$

β_k (Factor de superficie).

Debido a las condiciones de la superficie se toma el factor de una con corrosión por humedad.

$$\beta_k = 0.6$$

ε_σ (Factor de tamaño).

Se toma de acuerdo a la mayor dimensión que tiene la sección de la llanta. Según [6] para $d = 120$ se toma $\varepsilon_\sigma = 0.45$.

K_σ (Factor de concentración de tensiones).

Se tomara $K_\sigma = 1.3$ considerando defectos internos de fundición.

Los valores de σ_{-1} y σ_0 se determinan [2] por las siguientes relaciones; dadas para cuando la sollicitación a que está sometido el elemento es flexión.

$$\sigma_{-1} = 0.43 \cdot \sigma_u$$

$$\sigma_{-1} = 19.35 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\sigma_0 = 0.6 \cdot \sigma_u \leq \sigma_f$$

$$\sigma_0 = 27 \text{ kgf/mm}^2 \leq 27.5 \text{ kgf/mm}^2$$

Sustituyendo en la expresión (5.1).

$$n_\sigma = \frac{19.35}{\frac{1.3 \cdot 0.9}{0.45 \cdot 0.6} + \left(\frac{2 \cdot 19.35 - 27}{27} \right) \cdot 10.9}$$

$$n_\sigma = 0.33$$

Los resultados demuestran que para esta variante constructiva de rolo, los factores de seguridad calculados, tanto para los rayos como para la llanta, son inferiores a la unidad. Inclusive, para el caso de los rayos, considerando condiciones menos críticas.

2.12.2 Cálculo de los factores de seguridad a la fatiga para el rolo de Tipo 2.

Cálculo del factor de seguridad a la fatiga en los rayos para el rolo de Tipo 2.

Para este Tipo de rolo se proponen las mismas condiciones que para el rolo de Tipo 1, por lo tanto se aplicará la misma metodología de cálculo considerando solamente la variación en las tensiones máximas y mínimas.

Para interferencia máxima

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\max \text{trac}} + \sigma_{\text{enca}}$$

$$\sigma_{\max} = 1.24 + (-0.736) = 0.504$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_{\max \text{com}} + \sigma_{\text{enca}}$$

$$\sigma_{\min} = -3.05 + (-0.736) = -3.786$$

En estas condiciones la razón de asimetría para este ciclo es igual a $r = -0.13$ esto implica que el ciclo se ubique en la zona número I. La expresión para determinar el factor de seguridad a la fatiga en esta zona es la (5.1). Sustituyendo en dicha expresión los valores de los coeficientes obtenidos para este tipo de rolo y sabiendo que la tensión amplitud (σ_a) y la tensión media (σ_m) se determinan con las expresiones (5.2) y (5.3) y son iguales a:

$$\sigma_a = \frac{0.504 - (-3.786)}{2} = 2.145 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\sigma_m = \frac{0.504 + (-3.786)}{2} = -1.641 \text{ kgf/mm}^2$$

Considerando la presencia de los concentradores de tensión mencionados en el epígrafe anterior e indicados en la Fig. 52, obtenemos para este tipo de rolo los siguientes valores de los factores de seguridad:

Incluyendo los tres concentradores de tensión.

$$n_{\sigma} = 0.566$$

Sin considerar la presencia de defectos internos $k_{\sigma T} = 2.52$ y:

$$n_{\sigma} = 0.74$$

Considerando solamente concentrador que representa el agujero de izaje $k_{\sigma T} = 1.65$ y:

$$n_{\sigma} = 1.15$$

Para interferencia mínima.

Los valores de tensión máxima y mínima se calculan de igual manera:

$$\sigma_{\max} = 1.24 + (-0.5947) = 0.645$$

$$\sigma_{\min} = -3.05 + (-0.5947) = -3.64$$

La razón de asimetría es $r = -0.16$, (σ_a) y (σ_m) se determinan empleando las expresiones (5.2) y (5.3) y se obtiene:

$$\sigma_a = \frac{0.645 - (-3.64)}{2} = 2.14 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\sigma_m = \frac{0.645 + (-3.64)}{2} = -1.49 \text{ kgf/mm}^2$$

Como el ciclo se encuentra ubicado en la zona I se sustituyen todos estos valores en la expresión (5.1) resultando:

Con los tres concentradores de tensiones.

$$n_\sigma = 0.56$$

Sin considerar la presencia de defectos internos con $k_{\sigma T} = 2.52$:

$$n_\sigma = 0.74$$

Considerando solamente concentrador que representa el agujero de izaje con $k_{\sigma T} = 1.65$:

$$n_\sigma = 1.15$$

Cálculo del factor de seguridad en la llanta para el rolo de Tipo 2.

Se determina de la misma manera que en el rolo de tipo 1 variando solamente los valores de las tensiones media y de amplitud.

Para este tipo de rolo el valor máximo de tensión se alcanza cuando la carga está colocada sobre un rayo y en la sección del tercer par de rayos.

Como $r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} = \frac{0}{15} = 0$ el ciclo es intermitente y la tensión amplitud y la tensión media son iguales:

$$\sigma_a = \sigma_m = \frac{\sigma_{\max}}{2} = 7.5$$

Sustituyendo los valores obtenemos un factor de seguridad a la fatiga igual a:

$$n_\sigma = 0.49$$

Los resultados muestran que en esta variante de rolo, los factores de seguridad calculados, tanto para los rayos como para la llanta, son inferiores a los valores permisibles recomendados y en la llanta menor que la unidad. En este caso las grietas se deben iniciar en la llanta.

2.12.3 Cálculo de los factores de seguridad a la fatiga para el rolo de Tipo 3.

Cálculo del factor de seguridad a la fatiga en los rayos para el rolo de Tipo 3.

En este rolo las tensiones máximas y mínimas son:

Para interferencia máxima

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\max \text{ trac}} + \sigma_{\text{enca}}$$

$$\sigma_{\max} = 0.17 + (-0.536) = -0.366$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_{\max \text{ com}} + \sigma_{\text{enca}}$$

$$\sigma_{\min} = -1.83 + (-0.536) = -2.366$$

La razón de asimetría es: $r = 0.15$. Como es positiva es necesario comparar con el valor de r_s (razón de asimetría límite entre las zonas II y III) para determinar la zona en que se encuentra ubicado el ciclo.

$$r_s = 1 - \frac{\sigma_o(\sigma_u - \sigma_f)}{\sigma_f(\sigma_u - \sigma_o)} = 1 - \frac{22.5(45 - 27.5)}{27.5(45 - 22.5)} = 0.36$$

Comparando tenemos que $r < r_s$ lo que indica que la zona que le corresponde al ciclo es la zona II donde la expresión que se emplea es la siguiente:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_u}{\left(\frac{2\sigma_u - \sigma_o}{\sigma_o}\right) \frac{K_\sigma \cdot \sigma_a}{\varepsilon_\sigma \cdot \beta_k} + \sigma_m} \quad (64)$$

Los coeficientes β_k , ε_σ y $k_{\sigma T}$ se consideran los mismos de las variantes anteriores.

Para este caso (σ_a) y (σ_m) son:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{-0.366 - (-2.366)}{2} = 1 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = \frac{-0.366 + (-2.366)}{2} = -1.366 \text{ kgf/mm}^2$$

Sustituyendo en la expresión (5.6) obtenemos que:

Incluyendo los tres concentradores de tensión.

$$n_\sigma = 1.15$$

Sin considerar la presencia de defectos internos con $k_{\sigma T} = 2.52$:

$$n_\sigma = 1.49$$

Considerando solamente concentrador que representa el agujero de izaje $k_{\sigma T} = 1.65$ y:

$$n_\sigma = 2.33$$

Para interferencia mínima.

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\max \text{ trac}} + \sigma_{\text{enca}}$$

$$\sigma_{\max} = 0.17 + (-0.433) = -0.263$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_{\max \text{ com}} + \sigma_{\text{enca}}$$

$$\sigma_{\min} = -1.83 + (-0.433) = -2.263$$

La razón de asimetría es: $r = 0.11 < r_s$ por lo tanto se encuentra en la zona II.

La expresión a utilizar para determinar el factor de seguridad es la (5.6).

Los coeficientes β_k , ε_σ y $k_{\sigma T}$ se consideran los mismos de las variantes anteriores.

Para este caso (σ_a) y (σ_m) son:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} = \frac{-0.263 - (-2.263)}{2} = 1 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} = \frac{-0.263 + (-2.263)}{2} = -1.263 \text{ kgf/mm}^2$$

Sustituyendo en la expresión (5.6) obtenemos que:

Incluyendo los tres concentradores de tensión.

$$n_\sigma = 1.13$$

Sin considerar la presencia de defectos internos con $k_{\sigma T} = 2.52$:

$$n_\sigma = 1.48$$

Considerando solamente concentrador que representa el agujero de izaje $k_{\sigma T} = 1.65$ y:

$$n_\sigma = 2.324$$

En este tipo de rolo los factores de seguridad obtenidos son favorables, con excepción del primer caso donde se consideran condiciones críticas.

Cálculo del factor de seguridad en la llanta para el rolo de Tipo 3.

Se determina de la misma manera que en los rolos de Tipo 1 y 2. La mayor tensión se produce cuando la carga se encuentra sobre un rayo en la sección correspondiente al primer par de rayos. El ciclo, para este caso, es intermitente también y la tensión amplitud y la tensión media son iguales:

$$\sigma_a = \sigma_m = \frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{2} = 1.92$$

Sustituyendo en la expresión (5.1) obtenemos:

$$n_\sigma = \frac{19.35}{\frac{1.92 \cdot 1.3}{0.45 \cdot 0.6} + \frac{38.7 - 27}{27} \cdot 1.92}$$

$$n_\sigma = 1.92$$

En este tipo de rolo los cálculos arrojan factores de seguridad a la fatiga por encima del valor mínimo permisible con excepción del cálculo que se hace considerando a todos los concentradores de tensión.

Resumen.

En la siguiente tabla se brinda un resumen de los resultados obtenidos en el cálculo de los factores de seguridad para los rayos de las diferentes variantes constructivas.

Valores de $K\sigma$	ROLO I		ROLO II		ROLO III	
	Interferenci a máxima.	Interferenci a mínima.	Interferenci a máxima.	Interferenci a mínima.	Interferenci a máxima.	Interferenci a mínima.
3.28	0.49	0.48	0.566	0.56	1.15	1.13
2.52	0.64	0.63	0.74	0.74	1.49	1.48
1.65	1	0.99	1.15	1.15	2.33	2.32

3. Conclusiones.

De los resultados del trabajo se obtuvieron las siguientes conclusiones.

1. De la investigación realizada acerca de las particularidades geométricas de los rolos existentes en el patio de la Empresa y de los instalados en los hornos se pudo concluir que existen tres tipos diferentes de rolos que han sido identificados en el presente trabajo como rolos tipo 1, 2 y 3. Los dos primeros tipos son de 8 rayos con algunas diferencias en la forma y geometría de estos y el último tipo es de 6 rayos mucho más robustos.
2. De la propia investigación anterior se pudo concluir que la tendencia fundamental en el agrietamiento de los rayos es que las grietas se produzcan en la sección más débil del mismo y en el caso de los rayos que tienen practicado orificio para izaje, las grietas atraviesan estos orificios. Existen rolos agrietados en los rayos donde esta regla no se cumple y las grietas aparecen en una

sección que no es precisamente la más débil, lo que da a entender la presencia de defectos internos de fundición o superficiales que constituyeron concentradores iniciales del proceso de incubación de las grietas.

3. Se elaboró el esquema de análisis del horno considerando este como una viga continua sobre tres apoyos articulados, dos móviles y uno fijo, lo cual se corresponde con la realidad del horno. Se contemplan todas las cargas existentes: pesos propios de las diferentes partes componentes del horno, material, ladrillos refractarios y pegata. Se determinaron las cargas sobre cada uno de los rolos concluyéndose que la mayor carga radial se produce sobre el rolo izquierdo del último apoyo del horno en el sentido del desplazamiento del material, siendo esta carga $R = 378937.752$ kgf, casi 380 t.
4. Las tensiones de Hertz calculadas para la superficie de contacto entre el rolo y el bandaje, para el rolo más cargado tiene una magnitud $\sigma_{sup} = 5041$ kgf/cm² y la tensión admisible a la fatiga superficial es $[\sigma]_{sup} = 5024.6$ kgf/cm², lo que explica la presencia limitada de la picadura superficial sin que se haga completamente destructiva.
5. En los cálculos realizados se pudo comprobar que el corte de los rolos no influye en la magnitud de las tensiones de contacto.
6. Se desarrollo una metodología para el cálculo de las fuerzas internas en los rayos provocados por la interferencia del ajuste rolo – árbol, aplicando los métodos de la superposición y de la composición de los esquemas de análisis del cubo, los rayos y la llanta.
7. La aplicación de la metodología mencionada con anterioridad a los diferentes tipos de rolos de la Empresa arrojo que para el rolo tipo 1 las fuerza normal de compresión para el rayo varia, dependiendo de la magnitud de la interferencia entre los límites mínimo y máximo, entre 48074.9 y 49886.8 kgf y para los rolos tipo 2 y tipo 3 de 33655.3 a 34923.7 kgf y de 55222.3 a 57303.6 kgf respectivamente.
8. Se desarrollo una metodología para el cálculo de las fuerzas internas en los rayos y en la llanta de los rolos, partiendo del segundo teorema de Castigliano, para posiciones de la carga sobre el rolo directamente colocada encima de uno de los rayos y para la posición en el centro del espacio entre rayos.
9. De la aplicación de la metodología anterior, para ambas posiciones de la carga y para cada tipo de rolo se puede concluir que la posición más crítica para los rayos es cuando la carga externa se encuentra colocada directamente sobre uno de los rayos. En estas condiciones se obtuvo que la carga máxima de compresión sobre los rayos de los diferentes tipos de rolos 1, 2 y 3 es 247500 kgf, 237900 kgf y 320170 kgf respectivamente y la fuerza máxima de tracción es de 133200 kgf, 96500 kgf y 30200 kgf respectivamente. Como se aprecia el rolo de tipo 3 al ser más rígido asimila mayor carga de compresión en la posición superior, lo que implica que la fuerza de tracción en la posición inferior se reduzca, lo que favorece la resistencia a la fatiga.
10. La evaluación de la resistencia a la fatiga para los diferentes tipos de rolos arrojó que la falla por fatiga es posible en los rolos de tipo 1 y 2; sin embargo, la probabilidad de falla por fatiga del rolo de tipo 3 es nula lo que se corresponde con la realidad observada por los autores en la investigación realizada para las grietas existentes en los rolos de la Empresa.
11. En los rolos de Tipo 1 y 2 los menores factores de seguridad a la fatiga se producen con la interferencia mínima del ajuste, considerando los concentradores de tensión provocados por el

orificio de izaje, el radio de transición muy próximo a este orificio y la presencia de concentradores internos son:

$$n_{\sigma I} = 0.48; n_{\sigma II} = 0.56$$

Sin considerar los concentradores interiores.

$$n_{\sigma I} = 0.63; n_{\sigma II} = 0.74$$

Y sin considerar el concentrador debido al radio de redondeo.

$$n_{\sigma I} = 0.99; n_{\sigma II} = 1.15$$

Para la interferencia máxima del ajuste los factores de seguridad dan similares.

$$n_{\sigma I} = 0.49; n_{\sigma II} = 0.566$$

$$n_{\sigma I} = 0.64; n_{\sigma II} = 0.74$$

$$n_{\sigma I} = 1; n_{\sigma II} = 1.15$$

Como se ve en estos rolos no está garantizada la resistencia a la fatiga.

4. Recomendaciones.

De los resultados del trabajo se pueden formular las siguientes recomendaciones:

1. Sobre la base de la conclusión de que el rolo de Tipo 3 no falla producto de la fatiga se recomienda a la Empresa que cualquier gestión de adquisición de rolos de repuesto con empresas nacionales o extranjeras se haga sobre la base de que la geometría de los rolos sea similar a la de éstos.
2. Analizar técnico – económicamente la posibilidad de construir rolos soldados de 6 rayos aprovechando la llanta de los rolos de 8 rayos agrietados.
3. Valorar técnico – económicamente la variante de construir rolos macizos con chapas de gran espesor soldadas en forma de discos. Esta alternativa da la posibilidad de utilizar un acero soldable de mayor resistencia volumétrica y superficial.

Bibliografía.

Oliva Espinosa, Jorge. Aceros, Aplicaciones y selección./ Jorge C. Oliva Espinosa --Ciudad de la Habana: Editorial Científico - Técnica, 1996. --36p.

Duda W., H./Manual Tecnológico del cemento./ H. W. Duda. --Barcelona: Editores Técnicos Asociados S.A, 1977. --332p.

Elementos de Máquinas./ V. Dobrovolski... /et al./. --Moscú: Editorial Mir, 1970. --688p.

Equipamiento mecánico de la industria de materiales de la construcción./Bauman V. A.../et al./. --Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1966. --606p. (en ruso).

Equipamiento mecánico para la producción de materiales de la construcción./Silenok S. G.../et al./. --Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1969. --109p. (en ruso).

Fernández Levy, Gilda. Resistencia de materiales./ Gilda Fernández Levy. -- La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1984. --2T.

Roylance, T. Engineering Design./ T. F. Roylance. --Great Britain: Pergamon Press, 1966. --345p. (En inglés).

Goytisoló Espinosa, Rafael. Diseño de Elementos de Maquina III./ Rafael Goytisoló Espinosa.-- Universidad Central de las Villas, 1973.--44p (Manuscrito).

Feodosiev, V. Resistencia de Materiales./V. I. Feodosiev. --3ed. --Moscú: Editorial Mir, 1985. --579p.

Casilla, L. Cálculo de taller./ A.L. Casilla. -- 31ed. --La Habana: Editorial Científico Técnica. -- 643p.

Manual de Resistencia de Materiales./ G. S Pisarenko... /et al./.--Moscú: Editorial Mir, 1989. --693p.

Metaloviedienie y Termicheskaia obrabotka stali./ B. S. Bokshein --/et al./.--Moscú: Editorial Metalurgia, 1983.--Tomo 1.2 (En Ruso).

NC 01-03. Selección de las desviaciones y ajustes de ISA para las dimensiones desde 500 hasta 3150 mm. Vigente desde 72-3.--10p.

P. Beer, Ferdinand. Mecánica vectorial para Ingenieros./Ferdinand P. Beer, E. Russell Tohnston . -- 1ed. --La Habana: Editorial Revolucionaria, 1988. --2T.

Reshetov, D. Elementos de Máquinas./ D. Reshetov. --La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1985. --829p.

W. Wegst, C. Llave del Acero./ C. W. Wegst. --Alemania: Marbach, 1977. --456p.

Elementos de Máquinas./ V. Dobrovolski... /et al./. --Moscú: Editorial Mir, 1970. --688p.

Fernández Levy, Gilda. Resistencia de materiales./ Gilda Fernández Levy. -- La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1984. --2T.

Roylance, T. Engineering Design./ T. F. Roylance. --Great Britain: Pergamon Press, 1966. --345p. (En inglés).

Goytisoló Espinosa, Rafael. Diseño de Elementos de Maquina III./ Rafael Goytisoló Espinosa.-- Universidad Central de las Villas, 1973.--44p (Manuscrito).

Feodosiev, V. Resistencia de Materiales./V. I. Feodosiev. --3ed. --Moscú: Editorial Mir, 1985. --579p.

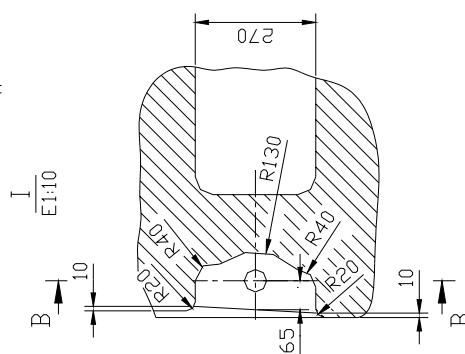
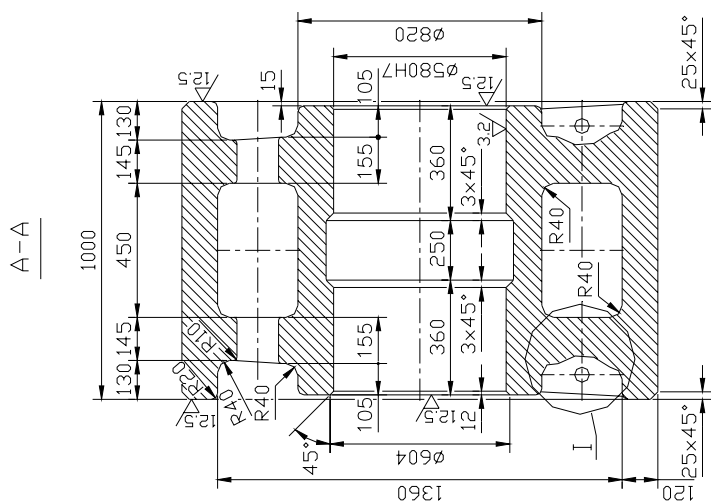
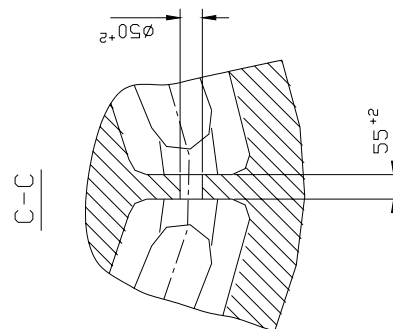
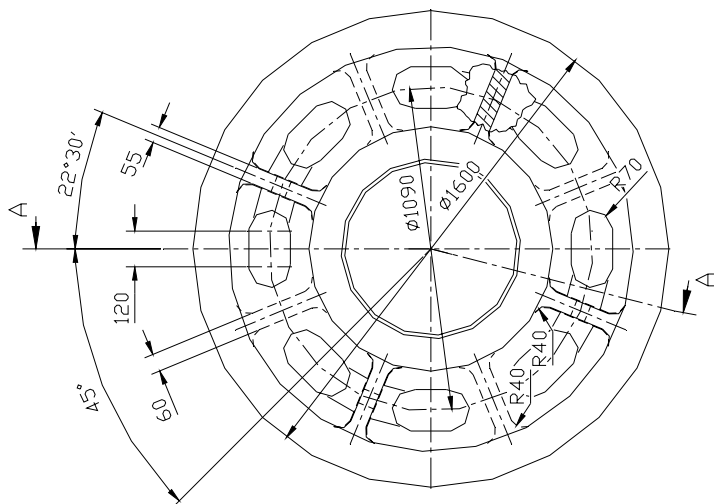
Manual de Resistencia de Materiales./ G. S Pisarenko... /et al./--Moscú: Editorial Mir, 1989. --693p.

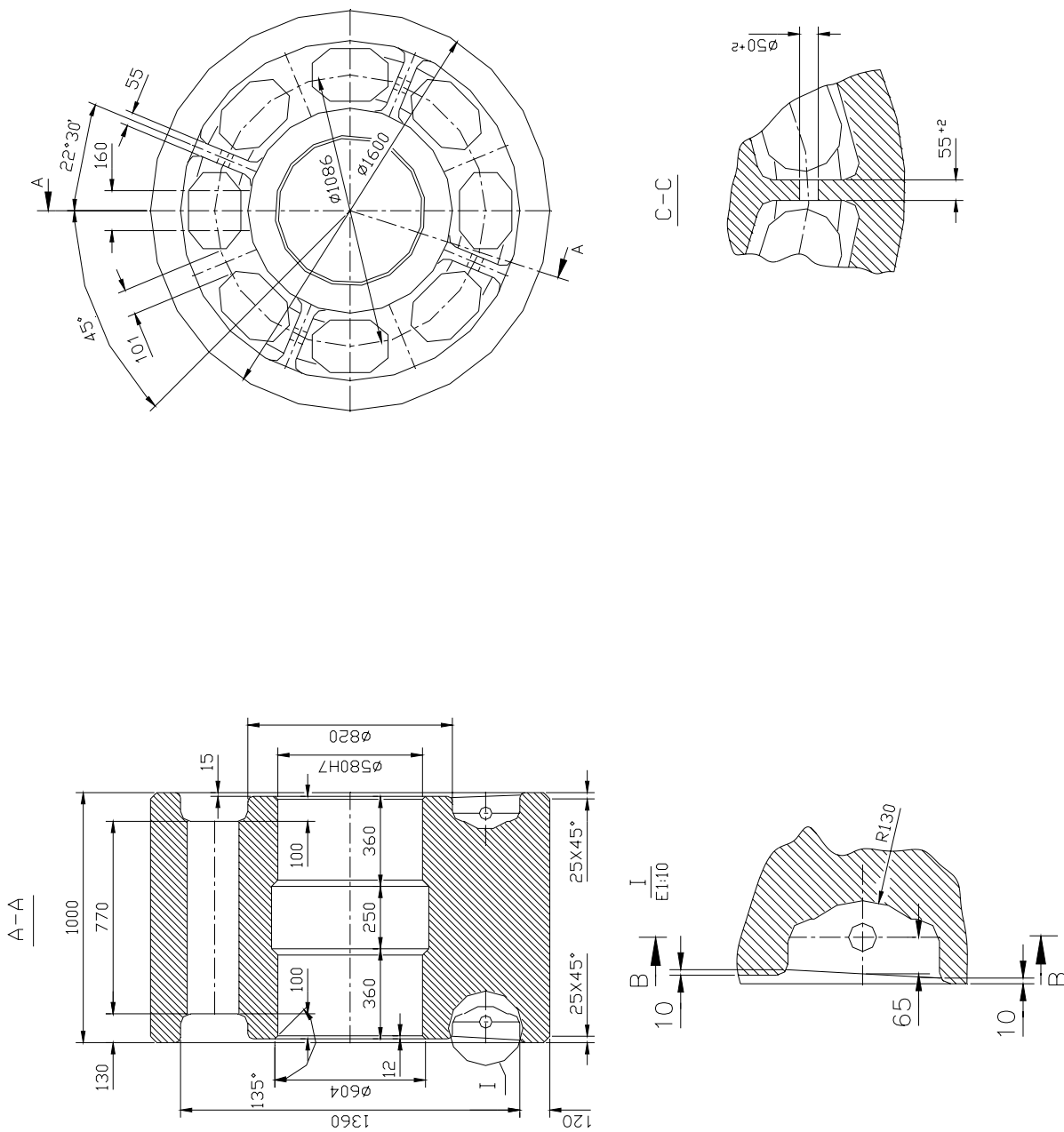
Metaloviedenie y Termicheskaia obrabotka stali./ B. S. Bokshein --/et al./--Moscú: Editorial Metalurgia, 1983.--Tomo1.2 (En Ruso).

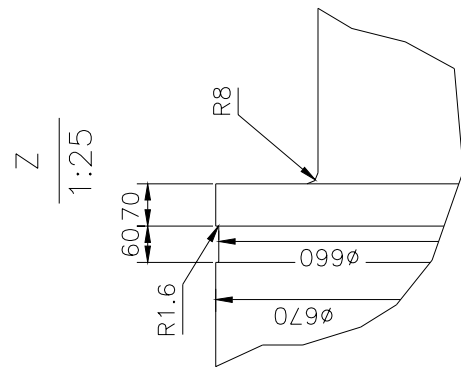
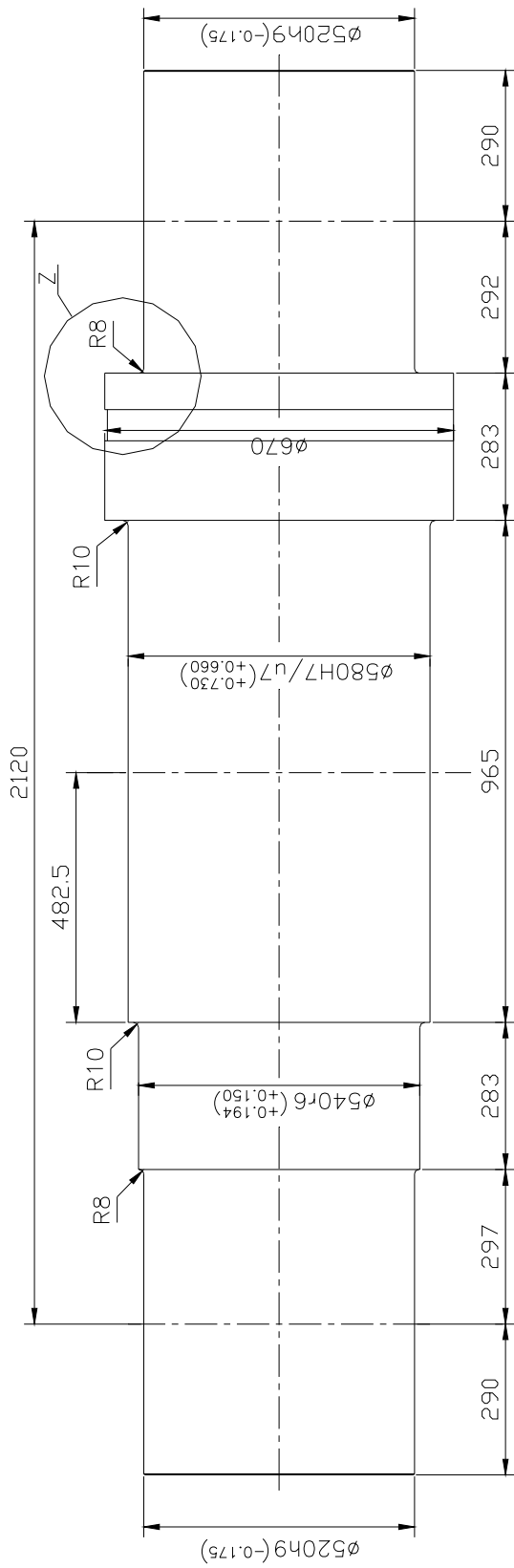
NC 01-03. Selección de las desviaciones y ajustes de ISA para las dimensiones desde 500 hasta 3150 mm. Vigente desde 72-3.--10p.

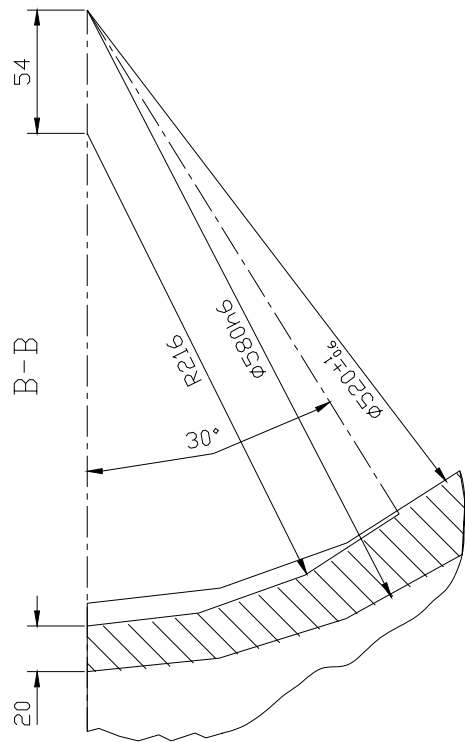
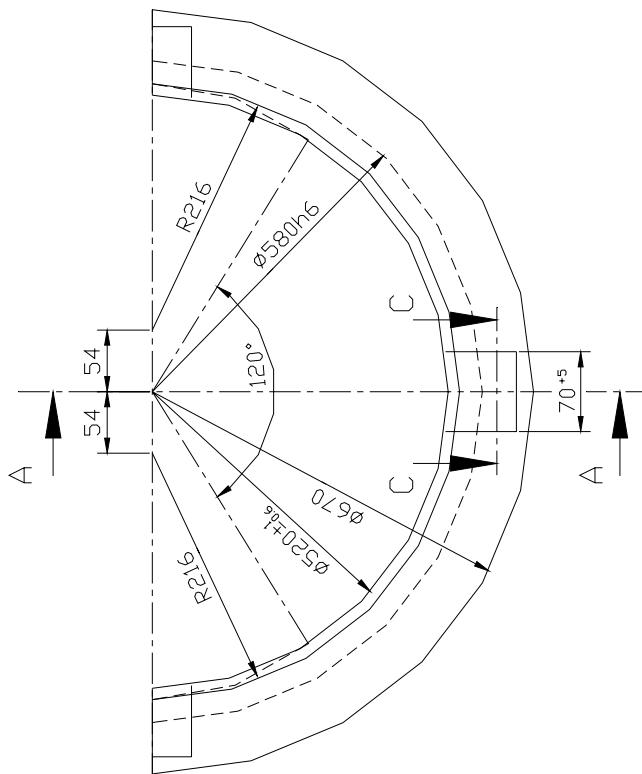
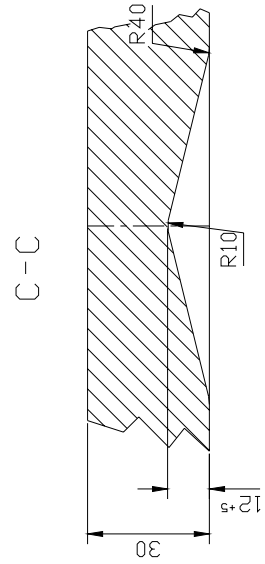
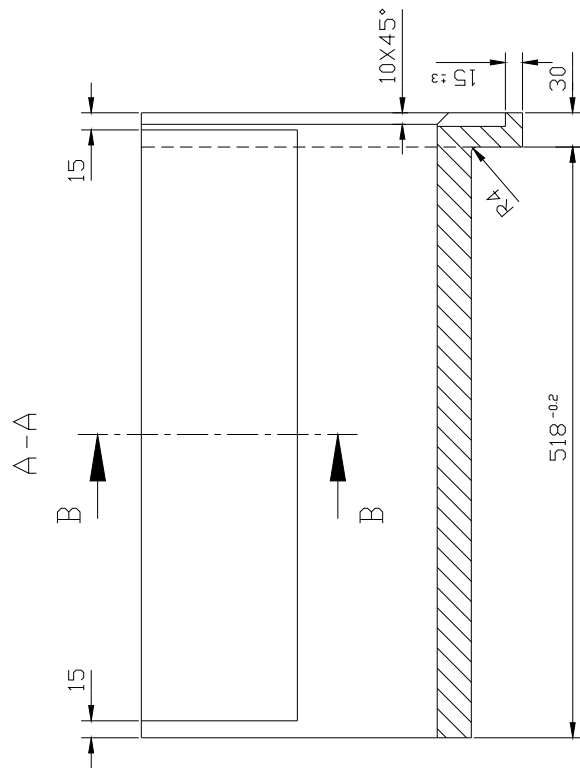
Beer, Ferdinand. Mecánica vectorial para Ingenieros./Ferdinand P. Beer, E. Russell Tohnston . --1ed. -
-La Habana: Editorial Revolucionaria, 1988. --2T.

Wegst, C. Llave del Acero./ C. W. Wegst. --Alemania: Marbach, 1977. --456p.









Caso No. 18 Análisis de las Causas y Efectos de la Avería de la Cámara de Agua de Enfriamiento de un Compresor de Amoniaco en una Planta Frigorífica

Autores:

Dr. Rafael Goytisolo Espinosa¹, **Dr. Nelson Arzola de la Peña**², **Dr. Leonel Martínez Díaz**³, **M.Sc. Luis Bruno Wason**⁴, **Lic. Terman Frómata Castillo**⁵, **Dr. Juan José Cabello Eras**⁶

1 – Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

2 – Profesor Asistente, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

3 – Profesor Auxiliar, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

4 – Máster en Soldadura. Especialista del CENEX del MICONS.

5 – Licenciado en Física. Especialista del CENEX del MICONS.

6 – Profesor Auxiliar, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos

1. Introducción

En una Planta de Refrigeración, ocurrió una avería en un compresor de simple etapa, reciprocante, de amoniaco, la cual consistió en el desprendimiento de un pedazo de la pared de la cámara de agua de enfriamiento del mismo, que provocó pudiera mezclarse el amoniaco gaseoso de la admisión con el agua de enfriamiento del compresor. El desprendimiento de este pedazo se produjo mientras se realizaba vacío en la línea de admisión del sistema, con otro compresor, para extraer amoniaco líquido existente en el cuerpo del mencionado compresor, producto de la falta de estanqueidad de las válvulas del sistema. Este hecho desencadenó un conjunto de fenómenos como fueron: inundación con agua de la línea de admisión de la instalación compresora, elevación de la presión en la línea, oscilaciones longitudinales del cabezal de la misma con una frecuencia y amplitud elevada. Este conjunto de fenómenos condujeron a que después de un breve intervalo de tiempo, se produjeran otros efectos como: estallido de la válvula inferior de la tubería de admisión de dicho compresor, desprendimiento de un pedazo de la válvula; el cual golpeó la tubería de agua de enfriamiento del compresor y provocó la fractura de la boquilla de conexión de esta tubería con el cuerpo del compresor y finalmente el escape de un cierto volumen de amoniaco gaseoso a la atmósfera.

Motivado por estos hechos el Director de la Planta solicitó los servicios del Colectivo de Mecánica Aplicada de la Facultad de Mecánica de la Universidad de Cienfuegos y del Centro Experimental de la Construcción y el Montaje de la CEN, Juraguá, Cienfuegos que desarrollaron la investigación cuyos objetivos fueron:

- Esclarecer las causas que provocaron la avería de la cámara de agua de enfriamiento del compresor.
- Realizar un análisis de los efectos que provocó la avería, con vistas a esclarecer el fenómeno que tuvo lugar como resultado de la misma y sus posibles consecuencias en la instalación compresora.

Para poder esclarecer el fenómeno que tuvo lugar como consecuencia de la falla de la pared de agua de enfriamiento del compresor, tal como se plantea en los objetivos generales del trabajo, se hizo necesario hacer una evaluación de los efectos que se produjeron en la instalación compresora tales como:

1. Fractura por impacto de la boquilla de agua de enfriamiento. El análisis de esta fractura permitió determinar la velocidad a la que se produjo el impacto del pedazo de válvula que se desprendió al estallar la misma y conocida esta velocidad, se pudo calcular el valor que alcanzó la presión en la línea de admisión.

2. Oscilaciones longitudinales del cabezal de la línea de admisión de amoniaco del compresor. Según el testimonio de los presentes, en el momento de los hechos se produjo una oscilación longitudinal de dicho cabezal con una semiamplitud de 10 a 20 cm y una frecuencia entre 120 y 240 ciclos/min.

3. **Estudio de los efectos físico – químicos que tuvieron lugar.** La evaluación de estos efectos permitió formular una hipótesis acerca del fenómeno oscilatorio observado en el cabezal de la línea de admisión.

Finalmente se analiza en el trabajo como la superposición de los efectos originados por el incremento de la presión y las tensiones provocadas por las oscilaciones del cabezal permitieron esclarecer en que condiciones se produjo la fractura de la válvula. Permitted por un lado descartar la posibilidad de la falla instantánea de la misma y concluir que la fractura estuvo originada por un proceso de crecimiento subcrítico por fatiga a partir de algún microdefecto o microgrieta superficial; proceso éste que pudo ocurrir, según los cálculos realizados, en cuestión de minutos.

En el presente trabajo se abordará el cumplimiento de todos estos aspectos.

2. Desarrollo

2.1 Cálculo de tensiones en la pared de la cámara de agua de enfriamiento del compresor.

En la Fig. 1 se muestra una vista general del compresor de amoníaco recíprocante de simple etapa modelo AYY - 400, similar al que es objeto de estudio. El compresor es de tipo vertical, monobloque, de ocho cilindros con enfriamiento por agua [18].

En la instalación compresora hay en total 9 compresores similares, pero de diferentes capacidades, enlazados entre sí por las mismas líneas de admisión y de descarga.

En la Fig. 2 se muestra una vista de la zona averiada de la pared de la cámara de agua de enfriamiento del compresor. La observación de esta zona permitió concluir que se trata de tres grietas que se interceptaron mutuamente entre sí. La observación detallada de las grietas permitió apreciar que las mismas presentaban corrosión química, manifestada por la presencia de óxido férrico en toda su extensión, producto de la penetración del agua a través de las fisuras y la presencia de unas pequeñas zonas dispersas en los bordes con partículas brillantes que indicaban la existencia de enlaces entre los cristales que se mantuvieron hasta el momento del desprendimiento. La presencia generalizada del óxido férrico permitió suponer que el desarrollo de dichas grietas fue progresivo, durante un periodo de tiempo prolongado, llegando a convertirse las mismas en pasantes lo que facilitó la penetración de agua y el proceso de corrosión, el cual a su vez debe haber tenido su efecto en la velocidad de crecimiento de las grietas.

La observación metalográfica y la investigación experimental de las propiedades mecánicas del material del cuerpo del compresor permitió confirmar que el mismo es hierro fundido gris con matriz ferrítico - perlítica y grafito laminar, que se corresponde con la fundición gris SCH 12-28 de la Norma Rusa GOST 1412-54.

La pared de la cámara de agua de enfriamiento del compresor donde se produjo la falla, es una superficie plana de contorno irregular, la cual, desde el punto de vista del cálculo de las tensiones, tiene que ser considerada como una placa plana empotrada en su contorno, sometida a la acción de una carga uniformemente distribuida. En la literatura técnica que aborda el cálculo de este tipo de elemento [7, 8, 20] aparecen soluciones para tres tipos de contorno: circular, elíptico y rectangular. Para cualquiera de los tres contornos, las tensiones originadas por la presión (carga uniformemente distribuida), se calculan por la expresión:

$$\sigma_p = K \cdot p \cdot \left(\frac{R}{t}\right)^2 \quad MPa \quad [1]$$

Donde:

σ_p – tensión normal en el borde empotrado de la placa [MPa].

p – presión sobre la superficie [MPa].

R – dimensión característica de la superficie [mm].

t – espesor de la pared [mm].

K – coeficiente que depende de las relaciones dimensionales.

Dada la configuración real del contorno agrietado se consideró el contorno de la placa como elíptico, para el cual se obtiene que:

$$\sigma_p = 8.38 \cdot p \quad MPa \quad [2]$$

En la pared analizada pueden aparecer también tensiones térmicas originadas por la diferencia de temperatura entre las superficies interior y exterior, la primera en contacto con el agua de enfriamiento y la segunda en contacto con el amoníaco de la cámara de admisión del compresor. Según [20] para el caso de una placa de cualquier contorno empotrado estas tensiones térmicas se calculan por la expresión:

$$\sigma_{\Delta t} = \frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta t}{2 \cdot (1 - \mu)} \quad MPa \quad [3]$$

Donde:

$\sigma_{\Delta t}$ – tensión térmica en cualquier punto del contorno [MPa].

E – módulo de elasticidad de primer orden del material de la placa [MPa].

μ – coeficiente de Poisson del material de la placa.

α – coeficiente de dilatación térmica del material de la placa [$^{\circ}C^{-1}$].

Δt – diferencia de temperatura entre la superficie interior y exterior de la pared de la cámara de agua de enfriamiento en contacto con el amoníaco de la admisión [$^{\circ}C$].

Para la fundición gris del cuerpo del compresor:

$$\sigma_{\Delta t} = 0.88 \cdot \Delta t \quad MPa \quad [4]$$

Durante la explotación del compresor, además de las tensiones provocadas en la pared agrietada de la cámara de agua de enfriamiento por la presión y por la temperatura, aparecerán tensiones provocadas por la transmisión de parte de la carga originada por la compresión del gas a través de las paredes interiores del compresor. En la Fig. 3 se muestra un esquema de la forma y dimensiones de las paredes exteriores e interiores de las cámaras de compresión, admisión y de agua de enfriamiento del cabezal del compresor donde se produjo la falla. Por la posición específica de la pared de la cámara de agua de enfriamiento agrietada, la transmisión de parte de la carga a través de las paredes interiores provoca fundamentalmente tensiones tangenciales de carácter cíclico, que toman su valor máximo cuando alguno de los dos pistones de este cabezal se encuentra en la carrera de compresión y toman valor cero en el resto del tiempo. Se estimó esta carga partiendo del principio general de la Resistencia de Materiales de que la carga por cada rama es proporcional a la rigidez correspondiente. Así:

La fuerza de compresión del gas cuando alguno de los pistones está operando será:

$$P = P_{d(NH_3)} \cdot A_p = P_1 + P_2 = 23\,750 \, N \quad [5]$$

Donde:

P – Fuerza total a transmitir [N].

P₁ – Fuerza transmitida por las paredes interiores [N].

P₂ – Fuerza transmitida por las paredes exteriores [N].

P_{d(NH3)} = 1.344 MPa – presión de descarga del amoniaco.

A_p = 17 672 mm² – Área del pistón.

La relación entre las cargas P₁ y P₂ se halló por la relación:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\text{perímetro exterior} \times \text{espesor exterior}}{\text{perímetro interior} \times \text{espesor interior}} = 1.84 \quad [6]$$

Finalmente se obtuvo:

$$P_1 = \frac{23\,750}{2.84} = 8\,363 \quad N$$

La tensión tangencial τ se calculó para la zona de transmisión de esta carga, a través de la pared agrietada, al tabique de carga. O sea:

$$\tau = \frac{P_1}{\text{Area de unión pared - tabique}} = 4.2 \quad MPa \quad [7]$$

Para el estado tensional existente en el contorno agrietado se calcularon los valores máximo y mínimo de la tensión principal máxima y la diferencia de tensiones, obteniéndose:

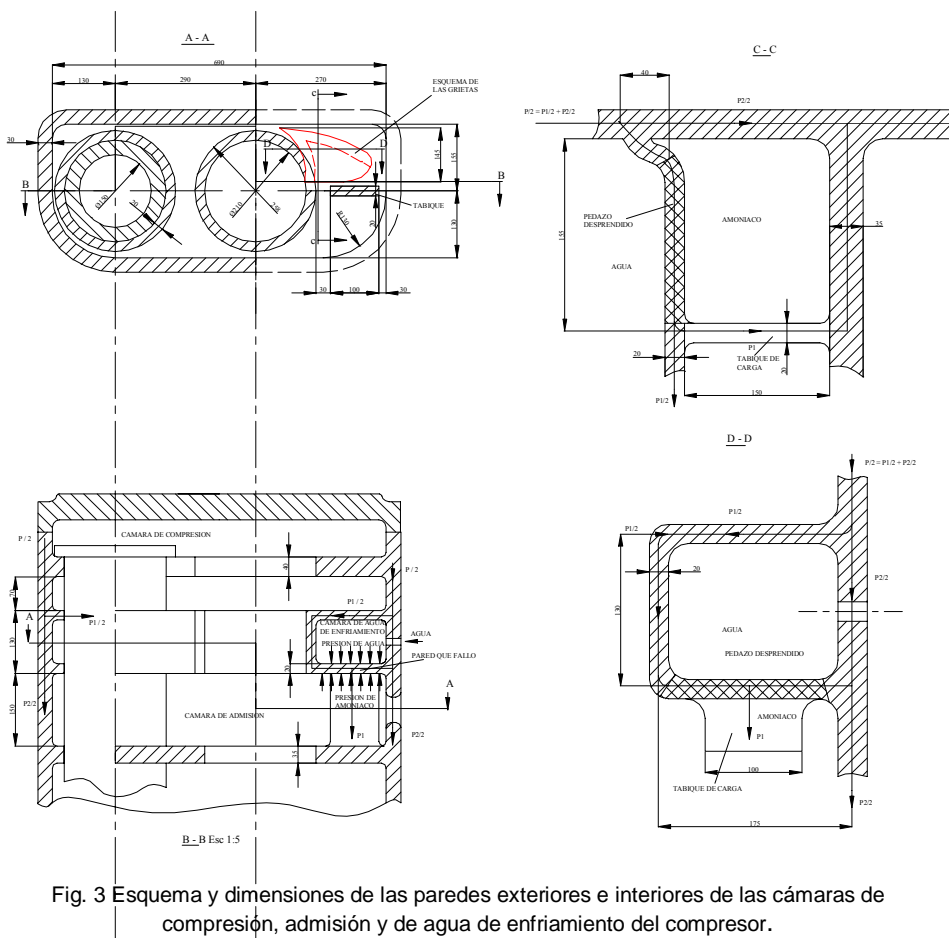


Fig. 3 Esquema y dimensiones de las paredes exteriores e interiores de las cámaras de compresión, admisión y de agua de enfriamiento del compresor.

$$\sigma_{1\text{máx}} = 12.4 \quad MPa$$

$$\sigma_{1\text{mín}} = 10.97 \quad MPa$$

Y el valor de $\Delta\sigma$ será:

$$\Delta\sigma = \sigma_{1\text{máx}} - \sigma_{1\text{mín}} = 1.43 \quad MPa \quad [8]$$

2.2 Construcción de la curva de resistencia residual de la superficie agrietada

Las expresiones para el cálculo de los factores de intensidad de tensiones K_I y K_{III} , para el caso de un defecto superficial semi-elíptico bajo el estado tensional correspondiente a la superficie agrietada mostrado en la Fig. 4, aparece en la literatura técnica [10], así:

$$K_I = \left[1 + 0.12 \left(1 - \frac{a}{b} \right) \right] \cdot \frac{\sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a}}{\phi_0} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot t}{\pi \cdot a} \cdot \tan\left(\frac{\pi \cdot a}{2 \cdot t}\right)} \quad [9]$$

$$K_{II} = 0 \quad K_{III} = \frac{\tau \cdot \sqrt{\pi \cdot a}}{\phi_0} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot t}{\pi \cdot a} \cdot \tan\left(\frac{\pi \cdot a}{2 \cdot t}\right)} \quad [10]$$

$$\text{Donde:} \quad \phi_0 = \int_0^{\pi/2} \left[1 - \left(1 - \frac{a^2}{b^2} \right) \cdot \text{sen}^2(\theta) \right]^{1/2} d\theta \quad [11]$$

La situación más crítica es cuando el microdefecto o la microgrieta inicial es muy poco profunda y mas bien ancha, o sea, $\frac{a}{2 \cdot b} \rightarrow 0$. Se tomó para el análisis $\frac{a}{2 \cdot b} = 0.05$. La integral (11) fue resuelta para esta relación con el software

“DERIVE” obteniéndose: $\phi_0 = 1.016$.

La condición de fractura para hallar la gráfica de resistencia residual se obtuvo partiendo de la condición de equivalencia entre el criterio energético de Griffith y el criterio de fuerza de Irwin [1]. O sea, para el modo mas general de carga, la condición de fractura será entonces:

$$G = \frac{(1 - \mu^2)}{E} \cdot (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{(1 + \mu)}{E} \cdot K_{III}^2 = G_c \quad [12]$$

$$\text{Donde:} \quad G_c = \frac{(1 - \mu^2)}{E} \cdot K_{Ic}^2 \quad [13]$$

Sustituyendo las expresiones (9),(10) y (13) en (12) y despejando σ se obtiene que:

$$\sigma_c = \frac{\phi_0}{\left[1 + 0.12 \cdot \left(1 - \frac{a}{b} \right) \right]} \cdot \sqrt{\frac{(1 - \mu) \cdot K_{Ic}^2 - K_{III}^2}{2 \cdot t \cdot (1 - \mu) \cdot \tan\left(\frac{\pi \cdot a_c}{2 \cdot t}\right)}} \quad [14]$$

$$\text{Donde:} \quad \phi_0 = 1.016, \quad \frac{a}{b} = 0.1, \quad \mu = 0.25, \quad t = 14 \text{ mm}, \quad \tau = MPa$$

El gráfico de resistencia residual se construyó partiendo de un defecto inicial $a_{0c} = 0.0001$ mm hasta una profundidad máxima de la grieta $a_{c\text{máx}} = t = 14$ mm. A partir de este valor la grieta se convierte en pasante, con una longitud $b = 140$ mm. Como tenacidad a la fractura del material se tomaron, como valores límites para fundiciones grises, el valor mínimo de $K_{IC\text{mín}} = 3.16 \text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$, reportado por Partón [15] y el mayor valor encontrado en la literatura consultada $K_{IC\text{máx}} = 22 \text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$ reportado en el trabajo [5].

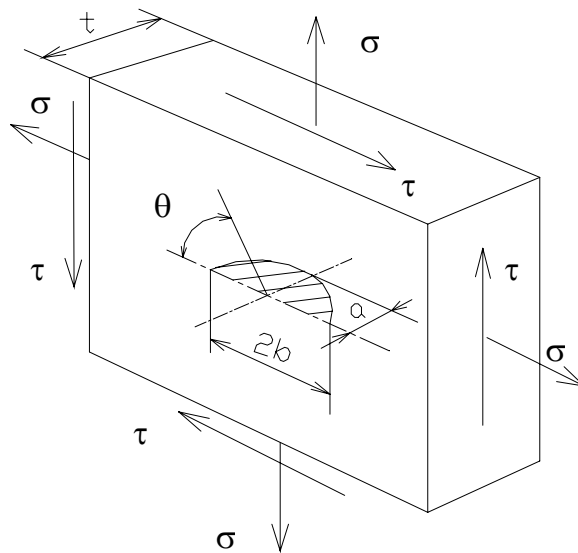


Fig. 4 Defecto superficial semielíptico bajo un estado tensional compuesto

Las curvas de resistencia residual obtenidas se muestran en la Fig. 5. Del análisis de esta figura se puede concluir que para el caso de la fundición gris de menor tenacidad, con los niveles de tensión $\sigma = 12.4 \text{ MPa}$ que posee la superficie agrietada, un pequeño defecto tendría que crecer por crecimiento subcrítico por fatiga o fatiga-corrosión hasta una profundidad $a_c \cong 10 \text{ mm}$ y longitud $b \cong 100 \text{ mm}$, antes de hacerse crítico. En el caso de la fundición gris de mayor tenacidad, se observa del gráfico, que ese pequeño defecto o microgrieta tendría que crecer hasta que se convirtiera en una grieta pasante $a_c = 14 \text{ mm}$, y longitud $b = 140 \text{ mm}$ y todavía no se convierte en crítico.

De esto se puede afirmar categóricamente que las grietas que dieron origen al desprendimiento del pedazo de pared de la cámara de agua de enfriamiento no se pudieron desarrollar instantáneamente, sino que se vienen desarrollando desde hace mucho tiempo por crecimiento subcrítico, bajo fatiga o fatiga-corrosión, a partir de algunos de los múltiples defectos superficiales, inclusiones no metálicas, láminas de grafito libre, etc. que poseen, como regla, las fundiciones grises, convirtiéndose en grietas pasantes; desarrollándose en la superficie agrietada un proceso de corrosión al filtrarse el agua a partir del momento en que las fisuras se convirtieron en pasantes.

Esto se confirma por supuesto si se evalúa la resistencia instantánea de la pared para las condiciones más severas de explotación (con $\tau = \tau_{\text{máx}}$).

Las tensiones principales en la superficie agrietada son:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2} = 12.4 \text{ MPa} \quad [15]$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2} = -1.41 \text{ MPa} \quad [16]$$

Como el material es frágil la condición de fractura instantánea se debe evaluar por la Hipótesis de Mohr.

$$\sigma_{eq \text{ máx}} = \sigma_{1 \text{ máx}} - \left(\frac{\sigma_{ut}}{\sigma_{uc}} \right) \cdot \sigma_{3 \text{ min}} = 12.8 \text{ MPa} \ll \sigma_{ut} = 120 \text{ MPa} \quad [17]$$

Como se aprecia la $\sigma_{eq \text{ máx}}$ en condiciones normales de explotaciones es mucho más pequeña que la resistencia a tracción del material del cuerpo. La falla instantánea resulta imposible en condiciones normales de explotación.

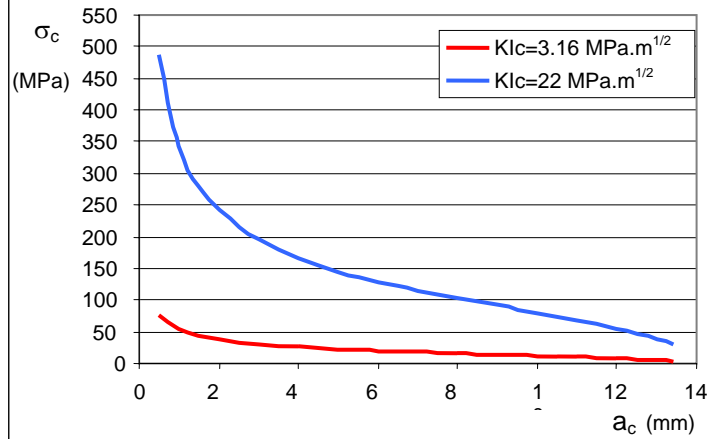


Fig. 5 Curvas de resistencia residual del cuerpo del compresor en condiciones normales de explotación

2.3 Evaluación de la posibilidad de que en condiciones de vacío en la cámara de admisión, las microgrietas o grietas existentes, puedan convertirse en críticas

Es una práctica común en las instalaciones compresoras de refrigeración utilizar el vacío, originado en la línea de admisión de los compresores por otro compresor, para extraer el líquido (amoníaco líquido) que pueda haber penetrado en la cámara de admisión de algún compresor por falta de hermeticidad en las válvulas y cheques de las tuberías de descarga (de alta presión) del mismo. Esta operación se realiza por supuesto estando el compresor, al cual se le quiere extraer líquido, parado, lo cual implica que en estas condiciones, el estado tensional de la pared de la cámara de agua de enfriamiento se modifica y en el contorno empotrado no existen tensiones tangenciales, sino solamente tensiones normales originadas por la presión y la temperatura. La gráfica de resistencia residual de la Fig. 5 no es válida en este caso, pues la misma fue construida con la presencia de las tensiones tangenciales que surgen en explotación.

La expresión para el cálculo del factor de intensidad de tensiones K_I , para un defecto o grieta superficial semi-elíptico, para el caso del estado uniaxial de tracción (Fig. 6), aparece en la referencia [4].

En este caso para $\theta = \pi/2$ (punto más crítico del defecto), $\frac{a}{2 \cdot b} = 0.05$, se obtiene que:

$$\beta = 1.12 \cdot M_k \quad [18]$$

Donde el coeficiente $M_k = f\left(\frac{a}{2 \cdot b}, \frac{a}{t}\right)$ se halla de la gráfica correspondiente dada en [4].

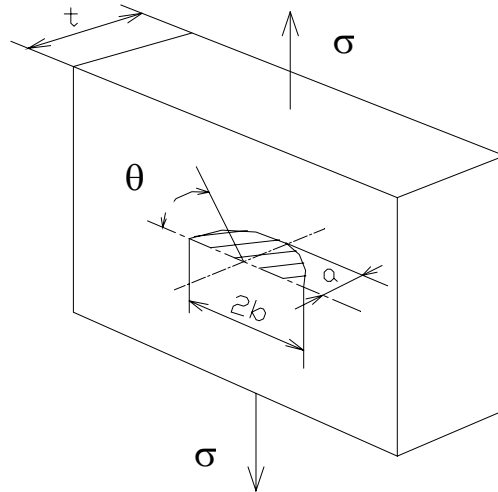


Fig. 6 Defecto superficial semielíptico bajo un estado tensional uniaxial

La condición de fractura en este caso es:

$$K_I = \beta \cdot \sigma_c \cdot \sqrt{\pi \cdot a_c} = K_{Ic} \quad [19]$$

El gráfico de resistencia residual obtenido se muestra en la Fig. 7

Resulta útil conocer, que valor de la diferencia de temperatura Δt ($^{\circ}\text{C}$) entre la superficies interior y exterior de la cámara de agua de enfriamiento, hace que una grieta existente en la cámara de agua se convierta en crítica y estalle producto del choque térmico provocado por el descenso de temperatura del amoniaco al hacer vacío en la cámara de admisión del compresor. Es importante señalar aquí, que en la literatura técnica especializada se reportan numerosos casos de fallas provocadas por choques térmicos [4, 15]. Para hacer este análisis se tomó en cuenta que en este caso:

$$\sigma_c = 8.38 \cdot p + 0.88 \cdot \Delta t_c \quad [20]$$

Sustituyendo (18) y (20) en (19) y despejando Δt_c se obtiene que:

$$\Delta t_c = \frac{1}{0.88 \cdot \sqrt{\pi \cdot a_c}} \cdot \left(\frac{K_{Ic}}{1.12 \cdot M_k} - 8.38 \cdot p \right) \quad [21]$$

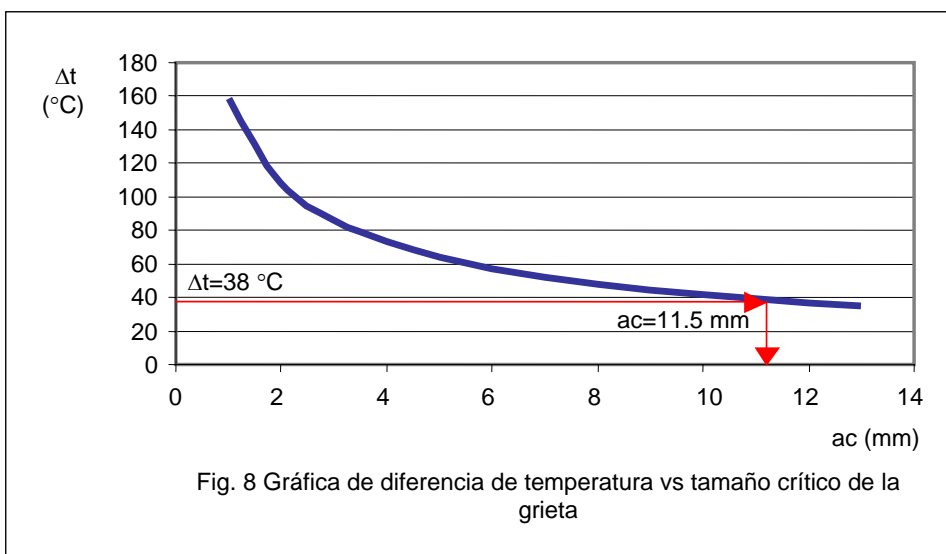
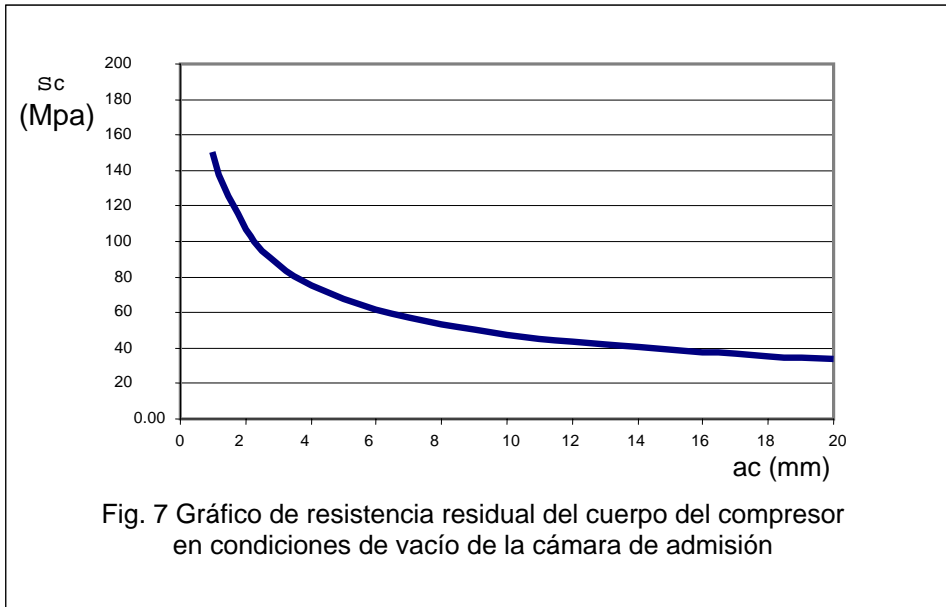
La gráfica de $\Delta t_c = f(a_c)$, se muestra en la Fig. 8, obtenida para una presión:

$$p = P_{(H_2O)} - P_{a(NH_3)} = 0.143 \text{ MPa} \quad [22]$$

Se realizó un análisis sobre que diferencia de temperatura podría alcanzarse entre los bordes interior y exterior de la pared agrietada, concluyéndose que la misma puede llegar a tomar valores de:

$$\Delta t_{real} = 38 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Analizando la gráfica de la Fig. 8 se puede concluir que, para esta diferencia de temperatura una microgrieta que halla crecido en la etapa subcrítica hasta una profundidad $a_c = 11.5 \text{ mm}$ y una extensión $2b = 115 \text{ mm}$ se convertirá en crítica y se extenderá rápidamente en esas condiciones.



2.4 Crecimiento subcrítico de las grietas de la pared de la cámara de agua de enfriamiento del compresor

Como se vio anteriormente las grietas de la pared de la cámara de agua de enfriamiento del compresor, no se pudieron producir instantáneamente, sino que se desarrollaron mediante un proceso de crecimiento subcrítico a partir de un pequeño defecto o microgrieta. Para el análisis del crecimiento subcrítico de las grietas se utilizó la ecuación clásica de la razón de crecimiento de Paris [14]. O sea:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K)^n \quad \text{cm/ciclo} \quad [23]$$

En general el exponente n varía entre 2 y 3 [2, 3] aunque puede tomar valores mayores. Se tomará en el análisis n=2.5

(valor medio). La constante C depende en general del valor de n y de la razón de asimetría del ciclo $r = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$, pero según [2] cuando el exponente n está entre 2 y 3 la dependencia de C y n = f(r) es despreciable. La correlación entre C y n aparece obtenida en diferentes fuentes de la literatura [9,11,17,19], sin embargo la que más se ajusta al caso analizado, por tratarse de fractura frágil, es la señalada en [11].

$$C = 5.48 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{577.8^n} \quad [24]$$

Para n = 2.5 se tiene que C = 6.8287 · 10⁻¹²

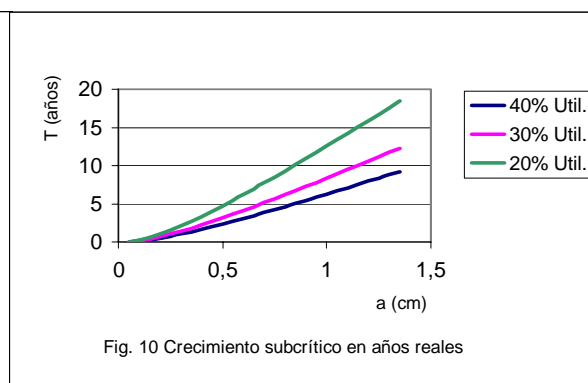
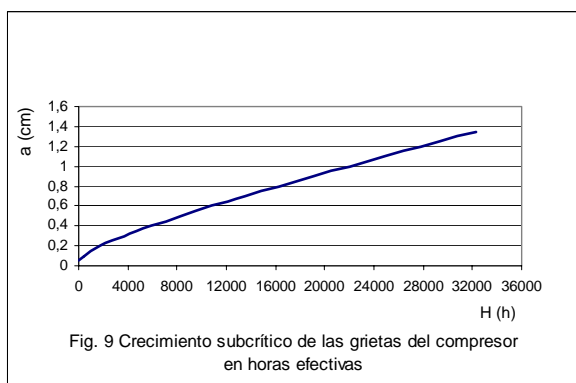
El valor de ΔK se obtuvo de la expresión (9) en función de Δσ. O sea:

$$\Delta K = \left[1 + 0.12 \cdot \left(1 - \frac{a}{b} \right) \right] \cdot \frac{\Delta \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a}}{\phi_0} \cdot \left(\frac{2 \cdot t}{\pi \cdot a} \cdot \tan \left(\frac{\pi \cdot a}{2 \cdot t} \right) \right)^{1/2} \quad \left[\text{kgf} - \text{cm}^{-3/2} \right] \quad [25]$$

En la Fig. 9 se muestra la curva de crecimiento subcrítico de las grietas del compresor, donde se puede apreciar que para que un pequeño defecto o microgrieta superficial se convierta en una grieta pasante de profundidad a = t = 1.4 cm y longitud 2b = 14 cm, tiene que transcurrir cerca de 35 000 horas de trabajo efectivo del compresor. Este proceso de crecimiento subcrítico traducido en años reales de explotación, depende del por ciento de utilización del compresor. En la Fig. 10 se muestra el crecimiento para una utilización del 20 %, 30 % y 40 % respectivamente.

De este análisis se concluyó, tal como se había expresado anteriormente, que el proceso de crecimiento de las grietas hasta los valores que provocaron el desprendimiento del pedazo de pared de la cámara de agua de enfriamiento requirió de varios años. Este proceso, por supuesto, pudo haberse acelerado por el efecto de la corrosión [4,14,21] y por la interacción de las propias grietas entre sí [22,23].

2.5 Fractura por impacto de la boquilla de la tubería de agua de enfriamiento.



En la Fig. 1 se mostró la posición relativa de la válvula averiada y la tubería de agua de enfriamiento y en la Fig. 11 se muestra la posición relativa de la misma con relación al cabezal de admisión. En la Fig. 12 se muestra el estado en que quedó la válvula después del estallido y en la Fig. 13 la boquilla de agua fracturada. La condición de fractura por impacto transversal horizontal de la boquilla de la tubería de agua de enfriamiento se puede formular como sigue:

$$\sigma_{t \text{ din}} = k_{\text{din}} \cdot \sigma_{t \text{ est max}} = \sigma_{u t} \quad [26]$$

Donde:

$\sigma_{t \text{ din}}$ – tensión dinámica de flexión en la boquilla [MPa]

k_{din} – coeficiente de carga dinámica.

$\sigma_{t \text{ est max}}$ – tensión estática máxima de flexión en la boquilla [MPa]

$\sigma_{u f} = 120$ MPa - resistencia máxima a tracción del material del cuerpo del compresor.

La tensión estática máxima de flexión, tomando en cuenta la concentración de tensiones en la zona de empalme de la boquilla con el cuerpo del compresor (Fig. 14) se puede calcular como :

$$\sigma_{t \text{ est max}} = k_{\sigma} \cdot \frac{M_f}{W} = k_{\sigma} \cdot \frac{Q \cdot l}{0.1 \cdot D_b^3 \cdot (1 - c_b^3)} \quad [27]$$

Donde:

Q – peso del cuerpo que golpea [N].

l - distancia entre el punto de impacto y la zona de fractura de la boquilla [mm].

D_b – diámetro exterior de la boquilla. $D_b = 30.5$ mm.

d_b – diámetro interior de la boquilla. $d_b = 14.2$ mm.

$c = \frac{d_b}{D_b}$ Relación de diámetros, $c = 0.466$.

k_{σ} - coeficiente efectivo de concentración de tensiones según Pisarenko [16], para cambio en diámetro a flexión para la fundición gris con $D = 12$ mm, $k_{\sigma} = 1.15$ y con $D = 50$ mm, $k_{\sigma} = 1.25$. Interpolando para $D = 30.5$ mm se obtiene $k_{\sigma} = 1.20$.

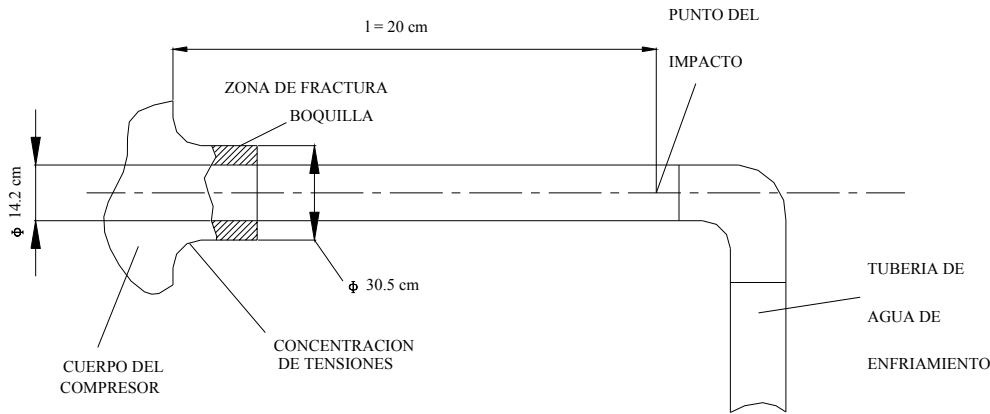


Fig. 14 Esquema de la boquilla de la tubería de agua

El coeficiente de carga dinámica para el caso de impacto transversal horizontal, tomando en consideración las masas de los cuerpos que golpea (m) y golpeado (m_0) según la literatura técnica [12] se puede calcular como:

$$k_{din} = \sqrt{\frac{V^2}{g \cdot \delta_{est}} \cdot \frac{1}{1 + k_m \cdot \frac{m_0}{m}}} \cong \sqrt{\frac{V^2}{g \cdot \delta_{est}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{Q_0}{Q}}} \quad [28]$$

Donde:

V – velocidad del impacto [m/s].

g – aceleración de la gravedad [m/s^2]

δ_{est} – desplazamiento estático del punto de impacto [m].

Q_0 – peso del compresor [N].

Q – peso del cuerpo que golpea [N].

m_0 – masa del cuerpo golpeado [kg].

m – masa del cuerpo que golpea [kg].

k_m – coeficiente de reducción de la masa del cuerpo golpeado en el punto de impacto.

En [12] se aclara que cuando el peso propio del cuerpo golpeado es pequeño pero está fijo a un cuerpo de peso considerable Q_0 (en este caso el peso propio del compresor), el término $\left(1 + k_m \cdot \frac{m_0}{m}\right)$ puede ser sustituido por

$\left(1 + \frac{Q_0}{Q}\right)$. El pedazo de válvula que golpea la tubería se pesó obteniéndose $Q = 16.76$ N. El peso del compresor, obtenido de la chapa del mismo, es $Q_0 = 27\,000$ N.

El desplazamiento estático del punto de impacto se calculó para el pedazo de tubo golpeado considerando que el mismo está empotrado en su base (Fig. 15).

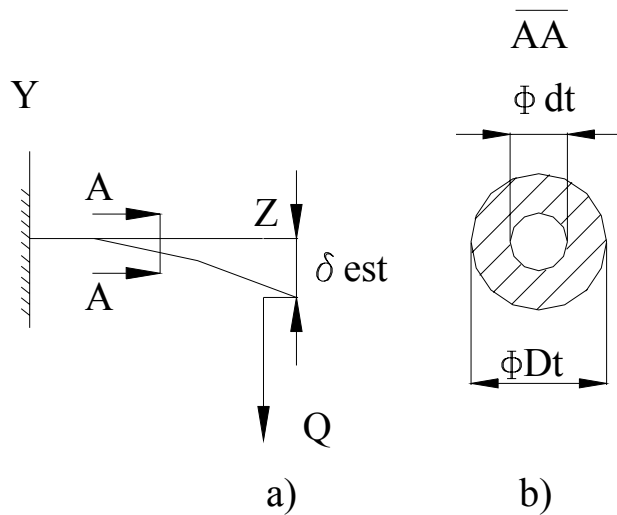


Fig. 15 Esquema de deformación y sección transversal del tubo golpeado

Según [16] la flecha en el extremo libre de una viga empotrada con carga Q en el extremo es:

$$\delta_{est} = \frac{Q \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I_x} = \frac{Q \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot \frac{\pi}{64} \cdot D_t^4 \cdot (1 - c_t^4)} = \frac{64 \cdot Q \cdot l^3}{3 \cdot \pi \cdot E \cdot D_t^4 \cdot (1 - c_t^4)} \quad [m]$$

[29]

Donde:

E – módulo de elasticidad del tubo de agua de acero [MPa].

D_t – diámetro exterior del tubo [mm]. $D_t = 20.2$ mm

d_t - diámetro interior del tubo [mm]. $d_t = 14.2$ mm

$c = \frac{d_t}{D_t}$ Relación de diámetros, $c = 0.703$.

Sustituyendo (27), (28) y (29) en (26) y despejando V se obtiene que:

$$V = \frac{\sigma_{ut}}{10^2 \cdot k_\sigma} \cdot \frac{D_b^3}{D_t^3} \cdot (1 - c_b^4) \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot g \cdot l}{48 \cdot Q \cdot E}} \quad [m/s] \quad [30]$$

Sustituyendo los datos correspondientes se obtuvo que el impacto se tiene que haber producido a una velocidad de 125,2 m/s para que la boquilla del compresor se fracturara como lo hizo.

2.6 Cálculo de la presión en la línea de admisión

Para calcular la presión que alcanzó la línea de admisión, se consideró que una vez que se produjo la fractura del pedazo de válvula, toda la energía de presión por unidad de peso del líquido dentro de la tubería de admisión del compresor (agua), se transformó en energía cinética del pedazo de válvula por unidad de peso del mismo y que esta energía cinética no sufrió pérdidas en el tramo que recorrió el pedazo antes del impacto. O sea:

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{1/2 \cdot m \cdot V^2}{m \cdot g} \quad [31]$$

Despejando p:

$$p = \frac{V^2 \cdot \gamma}{2 \cdot g} \quad MPa \quad [32]$$

Donde:

V – velocidad del impacto [m/s].

$\gamma \cong 0.01 \text{ MN/m}^3$ – peso específico del agua.

$g = 9.8 \text{ m/s}^2$ – aceleración de la gravedad.

Para la velocidad obtenida en el epígrafe 2.5 se tiene que la presión en la línea de admisión tiene que haber alcanzado el valor:

$$p = 8 \text{ MPa.}$$

Puede apreciarse que como consecuencia de la mezcla de agua con el amoníaco, tiene que haberse producido una reacción química que provocara que la presión del agua en la línea de admisión se elevara desde $p_0 = 0.093 \text{ MPa}$ hasta el valor obtenido.

En la literatura técnica consultada no se reflejan datos acerca de en que condiciones de presión y temperatura se puede producir este tipo de reacción química tan peligrosa al mezclarse el agua con el amoníaco. La consulta con especialistas en refrigeración permitió conocer que este tipo de mezcla puede conducir, bajo determinadas condiciones, a una reacción química exotérmica con grandes gradientes de temperatura y señalan haber conocido por referencias, la ocurrencia de fallas catastróficas en sistemas de refrigeración por esta causa.

2.7 Hipótesis acerca de la elevación de la presión y el fenómeno oscilatorio en el cabezal principal del sistema de admisión

Es evidente que para provocar la rotura de la válvula con la intensidad que ocurrió, tuvo que incrementarse notablemente la presión en el interior del sistema, como se vio hasta $p = 8 \text{ MPa}$, sin embargo, en este caso se descarta como posible causa la existencia de un golpe de ariete por el hecho de abrir o cerrar la válvula que permite el suministro de amoníaco (compresible), ya que este fenómeno es característico de fluidos poco compresibles [6,13]. Para que hubiera ocurrido un golpe de ariete el agua contenida en el tubo debió ser acelerada hasta adquirir determinada velocidad y posteriormente ser frenada en la válvula o en zonas aguas abajo de la misma. Tomando como incremento de presión el valor calculado según resultados obtenidos de la aplicación de la teoría de la Resistencia de Materiales se puede calcular la velocidad del supuesto flujo de agua de la siguiente forma:

El incremento de presión (Δp) en el caso del golpe de ariete se calcula como:

$$\Delta p = 10^{-6} \cdot \rho \cdot a \cdot V_o \cong 8 \text{ MPa} \quad [33]$$

Donde:

ρ - densidad del líquido [kg/m^3].

a – velocidad del sonido a través del líquido [m/s].

V_o – velocidad del líquido [m/s].

De donde:

$$V_o = \frac{\Delta p}{\rho \cdot a} \quad [34]$$

Para el caso del agua, la velocidad del sonido puede ser calculada como:

$$a = \frac{9\,900}{\sqrt{48.3 + K \cdot \frac{d_i}{\delta}}}$$

[35]

Donde:

d_i – diámetro interior del cabezal ($d_i \cong 25.4$ mm).

δ - espesor de la pared del cabezal ($\delta_i \cong 10$ mm).

$K = 0.5$ (para tubos de acero).

Sustituyendo valores:

$$V_0 = 6.17 \text{ m/s}$$

El agua tiene que haber adquirido la velocidad anterior para que hubiera ocurrido un incremento de presión por golpe de ariete, pero esta suposición no es válida ya que la única fuerza impulsora que podría haber creado tal condición sería el flujo de vapor de amoníaco y esto no es posible debido a:

1. Si no hubiera reacción entre el amoníaco (gas) y el agua, el gas por su efecto de compresibilidad al chocar con el agua inicia un proceso de amortiguamiento de su movimiento.
2. En realidad el agua reacciona con el amoníaco por lo que inmediatamente que se pusieron en contacto comenzó un proceso químico, no pudiendo haber proceso de transferencia de cantidad de movimiento y de esta forma el agua no podía alcanzar la velocidad requerida.

En realidad ocurrió una reacción química con gran desprendimiento de calor (exotérmica), esto hizo que se generara un elevado gradiente de temperatura y a su vez elevados gradientes de presión que son precisamente los causantes del incremento brusco de la presión. Esto puede ser visto a través de expresión:

$$\frac{dp}{dx} = \rho \cdot R \cdot \frac{dT}{dx}$$

[36]

Donde:

$R = 8.31451 \text{ J/mol} \cdot ^\circ\text{K}$ – constante universal de los gases.

O sea, la variación de temperatura a lo largo del tubo crea un gradiente de presión $\left(\frac{dp}{dx}\right)$. Si el fenómeno que ocurrió fuera del tipo oscilatorio, cualquier punto del cabezal que inicia su movimiento debe cumplir con la ley:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 \cdot x = 0$$

[37]

Donde:

x – posición de un elemento del sistema rígido respecto a la posición de equilibrio [m].

ω - frecuencia de las oscilaciones del sistema. [s^{-1}].

Verifiquemos que en realidad es un proceso oscilatorio. La ecuación de Euler puede ser escrita como:

$$\rho \cdot \frac{dV}{dt} = -\nabla p$$

[38]

Donde se han despreciado las fuerzas másicas y viscosas.

La expresión (38) también puede ser escrita como:

$$\rho \cdot \frac{d^2 x}{d t^2} = -\nabla p$$

[39]

Para el movimiento oscilatorio desarrollado se cumple que:

$$\nabla p = \frac{\partial p}{\partial x} = A \cdot x$$

[40]

Donde:

A – constante que depende de las condiciones iniciales.

Sustituyendo (40) en (39):

$$\frac{d^2 x}{d t^2} + \frac{A}{\rho} \cdot x = 0$$

[41]

Comparando (41) con (37) se puede ver que son expresiones semejantes, lo que confirma que se trata de un proceso oscilatorio.

De la comparación se deduce que:

$$\omega_o^2 = \frac{A}{\rho} \tag{42}$$

A partir de (40) y considerando variación solamente de la presión en la dirección x:

$$d p = A \cdot x d x$$

Teniendo en cuenta (42) e integrando:

$$p = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \omega^2 + C \tag{43}$$

Sería necesario conocer información inicial que es desconocida para determinar la presión en cualquier punto de la trayectoria, pero a través de este razonamiento se demuestra que una reacción química exotérmica como la que se produjo en este caso puede generar gradientes de temperatura y de presión, que pueden dar lugar al fenómeno observado.

2.5 Cargas provocadas sobre la válvula producto de las oscilaciones longitudinales del cabezal de la línea de admisión de amoniaco del compresor.

Según el testimonio de los presentes en la instalación en el momento de los hechos, la semiamplitud de las oscilaciones que se produjeron en el cabezal de admisión, pueden haber alcanzado valores del orden de 10 a 20 cm y la frecuencia pudo haber estado entre los 120 a 240 ciclos/min. Los cálculos que se muestran a continuación se realizaron para valores medios de la semiamplitud y frecuencia de f=15 cm y ω=180 ciclos/min respectivamente.

La fuerza P longitudinal requerida en la conexión de la tubería de admisión del compresor con el cabezal superior, para provocar una oscilación del extremo libre de la misma en una magnitud f, se obtuvo de la expresión de la flecha en el extremo libre de una viga empotrada en su base con una carga concentrada en el extremo (Fig. 16), dada en [16]. O sea:

$$f = \frac{P \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I_x} \quad [mm] \tag{44}$$

Despejando P :

$$P = \frac{3 \cdot f \cdot E \cdot I_x}{l^3} \quad [N]$$

[45]

Donde:

P – fuerza longitudinal originada en el cabezal [N].

f=150 mm semiamplitud de las oscilaciones.

E = 2. 10⁴ MPa. Módulo de elasticidad de la tubería de admisión de acero.

l = 4 400 mm. Longitud del tramo vertical de la tubería de admisión.

$$I_x = \frac{\pi}{64} \cdot d_e^4 \cdot (1 - c_e^4) \quad \text{donde } d_e = 152 \text{ mm}, d_i = 132 \text{ mm y } c = 0.868$$

Sustituyendo los valores en (45) se obtiene que: P=11 300 N.

Como se aprecia esta carga no es excesivamente grande dada la escasa rigidez de la instalación en el sentido de las oscilaciones. Conocida la fuerza P se puede calcular la fuerza de cortante Q y el momento flector M_f que se produce sobre la válvula. O sea:

$$Q = P = 11\,300 \text{ N}, \quad M_f = P \cdot l = 5.25 \cdot 10^7 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

2.9 Carga sobre la brida de la válvula provocada por las oscilaciones del cabezal

En la Fig. 17 se muestran las cargas reactivas que se provocaron por la oscilación, sobre la brida de la válvula y que equilibran la fuerza transversal Q y el momento M_f.

La fuerza transversal Q provoca fuerzas de cortante Q_τ en cada uno de los tornillos que se transmiten a la brida. La magnitud de esta fuerza será:

$$Q_\tau = \frac{Q}{8} = 1492 \text{ N} \quad [46]$$

Cuando la oscilación se produce en el sentido señalado en la Fig. 17 la tubería de la línea de admisión tiende a apoyarse en el punto O de la brida y se generan fuerzas de tracción sobre los tornillos: N₁, N₂, N₃ y N₄; dependiendo de la posición relativa de éstos, con relación al punto O. En el punto O surgirá una reacción vertical O_y.

Las ecuaciones de equilibrio para el sistema de fuerzas planteado son:

$$\sum F_y = O_y - 2 \cdot N_1 - 2 \cdot N_2 - 2 \cdot N_3 - 2 \cdot N_4 = 0 \quad [47]$$

$$\sum M_0 = 2 \cdot N_4 \cdot 24.35 + 2 \cdot N_3 \cdot 21.8 + 2 \cdot N_2 \cdot 5.2 + 2 \cdot N_1 \cdot 2.65 - M_f = 0$$

[48]

El sistema es hiperestático, hay 5 incógnitas y solo dos ecuaciones de equilibrio. Se pueden plantear tres ecuaciones de compatibilidad de las deformaciones. Al apoyarse la brida en O, se cumple que:

$$\frac{\Delta l_4}{24.35} = \frac{\Delta l_1}{2.65} \quad [49]$$

Como $\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$ y l, E y A son iguales para todos los tornillos. Se tiene que:

$$\frac{N_4}{24.35} = \frac{N_1}{2.65}$$

[50]

Por analogía se puede plantear también que:

$$\frac{N_3}{21.8} = \frac{N_1}{2.65}$$

[51]

$$\frac{N_2}{5.2} = \frac{N_1}{2.65}$$

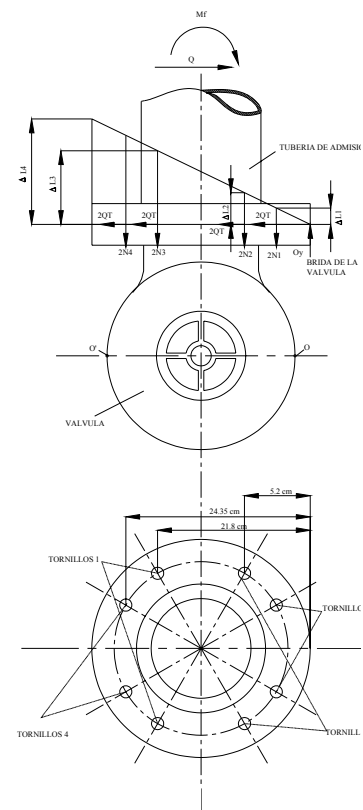


Fig. 17 – Cargas sobre la brida de la válvula

[52]

Simultaneando (47), (48), (50), (51) y (52) se obtiene que:

$$N_1 = 6315 \text{ N}, \quad N_2 = 1\ 2391 \text{ N}, \quad N_3 = 5\ 1856 \text{ N}, \quad N_4 = 5\ 8019 \text{ N} \quad \text{y} \quad O_y = 257\ 390 \text{ N}$$

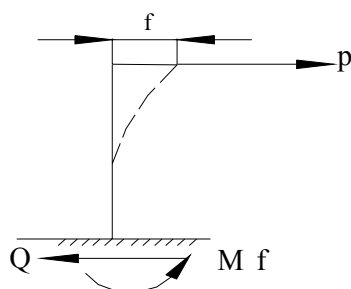


Fig. 16 Esquema de análisis para las oscilaciones del cabezal

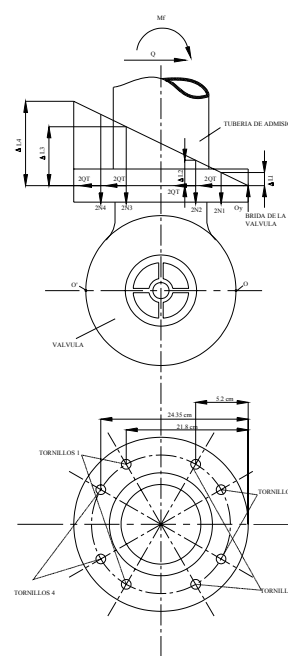


Fig. 17 – Cargas sobre la brida de la válvula

Cuando el sentido de las oscilaciones se invierte, la tubería de la línea de admisión se apoya en el punto O' y se produce el mismo efecto pero ahora referido al punto O. O sea, los tornillos 4 se convierten en 1 y los 3 en 2.

Simultaneando (47), (48), (50), (51) y (52) se obtiene que:

$$N_1 = 6315 N, \quad N_2 = 1\ 2391 N, \quad N_3 = 5\ 1856 N, \quad N_4 = 5\ 8019 N \text{ y } O_y = 257\ 390 N$$

Cuando el sentido de las oscilaciones se invierte, la tubería de la línea de admisión se apoya en el punto O' y se produce el mismo efecto pero ahora referido al punto O. O sea, los tornillos 4 se convierten en 1 y los 3 en 2.

2.10 Tensiones provocadas en la brida y en el cuerpo de la válvula producto de las cargas originadas por las oscilaciones

Para el cálculo de las tensiones se considerará que estas cargas originan tensiones tangenciales en una superficie de la válvula como la mostrada en la Fig. 18. La posición del centroide de esa superficie se calculó obteniéndose:

$$\bar{X}_0 = 6.00 \text{ cm} \quad \bar{Y}_0 = 12.12 \text{ cm}$$

El área total de la superficie es $A = 66.15 \text{ cm}^2 = 6\ 615 \text{ mm}^2$.

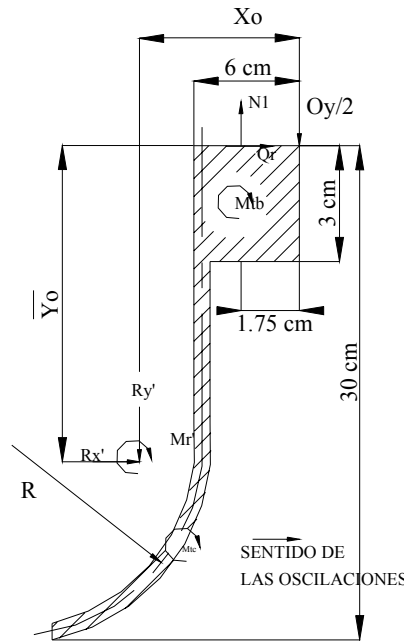


Fig. 18 Esquema de análisis para el cálculo de las tensiones tangenciales en la válvula para el sentido señalado de las oscilaciones

Las fuerzas resultantes que actúan en el centroide son:

$$R'_y = \frac{O_y}{2} - N_1 = 122\,380\,N \quad [53]$$

$$R'_x = Q_\tau = 1\,492\,N \quad [54]$$

$$M'_R = \frac{O_y}{2} \cdot \bar{X}_0 + Q_\tau \cdot \bar{Y}_0 - N_1 \cdot (\bar{X}_0 - 1.75) = 7\,625\,900\,N \cdot mm \quad [55]$$

Las tensiones tangenciales provocadas por las fuerzas resultantes R_x y R_y son:

$$\tau'_{Rx} = \frac{R'_x}{A} = 0.226\,MPa$$

[56]

$$\tau'_{Ry} = \frac{R'_y}{A} = 18.5\,MPa$$

[57]

La dirección y sentido de estas tensiones son τ'_{Rx} horizontal y hacia la derecha y τ'_{Ry} vertical y hacia abajo.

Las tensiones provocadas por el momento torsor M_R se calcularon por la teoría de la torsión en perfiles de paredes de paredes delgadas abiertos no desarrollables, para los cuales se cumple que: el momento M_R se asimila, una parte por el cuerpo de la válvula y la otra parte por la brida. O sea:

$$M'_R = M'_{tc} + M'_{tb} = 7\,625\,900\,N \cdot mm \quad [58]$$

Donde:

M'_{tc} – parte de M_R asimilado por el cuerpo de la válvula.

M'_{tb} – parte de M_R asimilado por la brida de la válvula.

La relación entre estos momentos es:

$$\frac{M'_{tc}}{M'_{tb}} = \frac{\delta_c^3 \cdot S_c}{\delta_b^3 \cdot S_b}$$

[59]

Donde:

$\delta_c = 15$ mm, espesor de la pared del cuerpo.

$S_c = 321$ mm, longitud del tramo del cuerpo.

$\delta_b = 30$ mm, espesor de la pestaña de la brida.

$S_b = 60$ mm, longitud de la pestaña de la brida.

Sustituyendo estos valores en (59) se obtiene que:

$$M'_{tb} = 1.50 \cdot M'_{tc} \quad [60]$$

Simultaneando (58) y (60) se obtiene:

$$M'_{tb} = 4\,569\,800 \text{ N} \cdot \text{mm} \text{ y } M'_{tc} = 3\,056\,100 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Las tensiones tangenciales respectivas se calculan por las expresiones:

$$\tau'_{tb} = \frac{3 \cdot M'_{tb}}{\delta_b^2 \cdot S_b} = 253.9 \text{ MPa} \quad [61]$$

$$\tau'_{tc} = \frac{3 \cdot M'_{tc}}{\delta_c^2 \cdot S_c} = 126.9 \text{ MPa} \quad [62]$$

Estas tensiones son en cada punto tangentes al contorno y orientadas en el sentido del momento correspondiente.

La tensión tangencial resultante será:

$$\tau'_b = \sqrt{(-\tau'_{Mtb} + \tau'_{Ry})^2 + \tau'^2_{Rx}} = 235.4 \text{ MPa} \quad [63]$$

$$\tau'_c = \sqrt{(-\tau'_{Mtc} + \tau'_{Ry})^2 + \tau'^2_{Rx}} = 145.4 \text{ MPa} \quad [64]$$

Si el sentido de las oscilaciones se invierte, el esquema de análisis de la Fig. 18 se modifica como se muestra en la Fig. 19.

Las fuerzas resultantes serán entonces:

$$R''_y = N_4 = 57\,930 \text{ N}$$

[65]

$$R''_x = Q_\tau = 1\,492 \text{ N}$$

[66]

$$M''_R = Q_\tau \cdot \overline{X_0} + N_4 \cdot (\overline{X_0} - 1.75) = 2\,639\,100 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

[67]

Las tensiones se calculan de la misma forma, obteniéndose los siguientes valores:

$$\tau''_{Rx} = \frac{R''_x}{A} = 0.23 \text{ MPa}, \quad \tau''_{Ry} = \frac{R''_y}{A} = 8.8 \text{ MPa}, \quad \tau''_{Mtb} = 87.9 \text{ MPa} \text{ y } \tau''_{Mtc} = 43.9 \text{ MPa}$$

y las tensiones tangenciales resultantes:

$$\tau_b'' = 79.1 \text{ MPa} \quad \text{y} \quad \tau_c'' = 52.7 \text{ MPa}$$

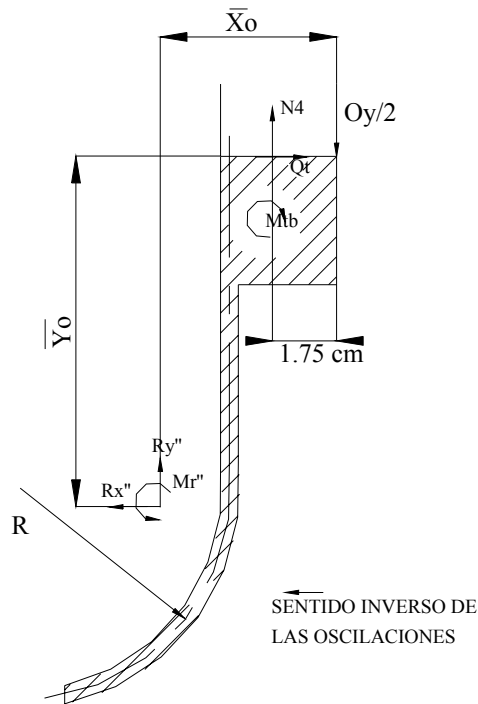


Fig. 19 Esquema de análisis para el sentido invertido de las oscilaciones

2.11 Tensiones provocadas en el cuerpo de la válvula producto de la presión en la misma y las tensiones principales del estado tensional

Como se aprecia en la Fig. 20 en la zona agrietada del cuerpo de la válvula, además de las tensiones tangenciales calculadas en el epígrafe anterior, existen tensiones normales, circunferenciales σ_c y meridionales σ_m , provocadas por la presión. En el cálculo de la tensión meridional hay que tomar en cuenta el efecto de borde (efecto de flexión) que le introducen las bridas próximas a dicho punto. Según [7] la tensión σ_m se calcula, tomando en cuenta el efecto de borde, por la expresión:

$$\sigma_m = \frac{p \cdot R}{\delta} \cdot \frac{3}{\sqrt{3 \cdot (1 - \mu^2)}} \quad \text{MPa} \quad [68]$$

Donde:

p – presión que se alcanzó en el sistema de admisión [MPa].

R – radio del cuerpo de la válvula [mm].

δ - espesor de la pared del cuerpo de la válvula [mm].

μ - coeficiente de Poisson.

Para los datos: $p = 8 \text{ MPa}$, $R = 102.5 \text{ mm}$, $\delta = 15 \text{ mm}$ y $\mu = 0.25$ se obtiene:

$$\sigma_m = 99.5 \text{ MPa}$$

La tensión circunferencial σ_c se calcula por la ecuación:

$$\sigma_c = \frac{p \cdot R}{\delta} = 54.7 \text{ MPa}$$

[69]

Las tensiones principales para el cuerpo de la válvula se calculan por las conocidas expresiones:

$$\sigma'_{1c} = \frac{\sigma_m + \sigma_c}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_m - \sigma_c)^2 + 4 \cdot \tau_c'^2} = 224.2 \text{ MPa} \quad [70]$$

$$\sigma'_{3c} = \frac{\sigma_m + \sigma_c}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_m - \sigma_c)^2 + 4 \cdot \tau_c'^2} = -70.1 \text{ MPa}$$

[71]

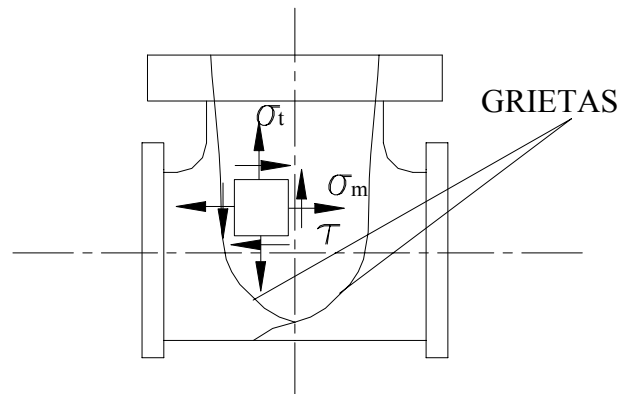


Fig. 20 Estado tensional en la pared del cuerpo de la válvula

Para el sentido inverso de las oscilaciones:

$$\sigma''_{1c} = \frac{\sigma_m + \sigma_c}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_m - \sigma_c)^2 + 4 \cdot \tau_c''^2} = 134.3 \text{ MPa}$$

[72]

$$\sigma''_{3c} = \frac{\sigma_m + \sigma_c}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_m - \sigma_c)^2 + 4 \cdot \tau_c''^2} = 19.8 \text{ MPa} \quad [73]$$

2.12 Evaluación de la posibilidad de la falla instantánea de la válvula por la zona del cuerpo

La posible destrucción instantánea de la válvula se evaluó por la Hipótesis de Mohr. O sea; para que ocurriera la falla instantánea debía cumplirse que:

$$\sigma_{eqc} = \sigma_{1c} - k \cdot \sigma_{3c} \quad [74]$$

Donde:

$$k = \frac{\sigma_{ut}}{\sigma_{uc}} \quad [75]$$

σ_{ut} – resistencia máxima a tracción [MPa].

σ_{uc} – resistencia máxima a compresión [MPa].

Para el hierro fundido de la válvula SCH 35 – 56:

$\sigma_{ut} = 350 \text{ MPa}$ y $\sigma_{uc} = 1\ 200 \text{ MPa}$, de donde:

$$\sigma'_{eqc} = \sigma'_{1c} - k \cdot \sigma'_{3c} = 244.7 \text{ MPa} < 350 \text{ MPa}$$

$$\sigma''_{eq_c} = \sigma''_{1_c} - k \cdot \sigma''_{3_c} = 128.6 \text{ MPa} < 350 \text{ MPa}$$

Como se aprecia la falla instantánea de la válvula, a pesar de los niveles que alcanzó la presión en la línea de admisión y de la tensión máxima originada en el cuerpo por las oscilaciones, no era posible. Las grietas en la misma se desarrollaron mediante un proceso de crecimiento subcrítico por fatiga a partir de un pequeño defecto o microgrieta.

2.13 Tensiones provocadas en la brida de la válvula producto de la presión en la misma y tensiones principales del estado tensional

La brida de la válvula se comporta como un cilindro de pared gruesa (Fig.21). En el borde interior de la pestaña las tensiones radial σ_r y circunferencial σ_c , se calculan por las expresiones:

$$\sigma_r = -p = -8.0 \text{ MPa} \quad [76]$$

$$\sigma_c = p \cdot \frac{r^2}{R^2 - r^2} \cdot \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) \text{ MPa} \quad [77]$$

Donde:

$$r = \frac{d}{2} = 75 \text{ mm}, \text{ radio interior de la brida.}$$

$$R = \frac{D}{2} = 135 \text{ mm}, \text{ radio exterior de la brida.}$$

Sustituyendo los valores: $\sigma_c = 15.1 \text{ MPa}$

Las tensiones principales del estado tensional en la zona de la brida de la válvula, serán en este caso:

$$\sigma'_{1_b} = \frac{\sigma_c + \sigma_r}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_c - \sigma_r)^2 + 4 \cdot \tau_b'^2} = 239.2 \text{ MPa} \quad [77]$$

$$\sigma'_{3_b} = \frac{\sigma_c + \sigma_r}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_c - \sigma_r)^2 + 4 \cdot \tau_b'^2} = -232.1 \text{ MPa}$$

[78]

Para el sentido inverso de las oscilaciones:

$$\sigma''_{1_b} = \frac{\sigma_c + \sigma_r}{2} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_c - \sigma_r)^2 + 4 \cdot \tau_b''^2} = 83.5 \text{ MPa} \quad [79]$$

$$\sigma''_{3_b} = \frac{\sigma_c + \sigma_r}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_c - \sigma_r)^2 + 4 \cdot \tau_b''^2} = -76.4 \text{ MPa}$$

[80]

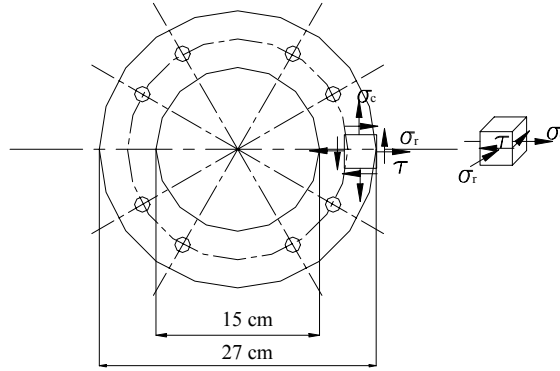


Fig. 21 Estado tensional en la brida de la válvula

2.14 Evaluación de la posibilidad de la falla instantánea de la válvula por la zona de la brida

Para el sentido de las oscilaciones de la Fig. 18:

$$\sigma'_{eq_b} = \sigma'_{1_b} - k \cdot \sigma'_{3_b} = 307 \text{ MPa} < 350 \text{ MPa} \quad [81]$$

Para el sentido inverso de las oscilaciones:

$$\sigma''_{eq_b} = \sigma''_{1_b} - k \cdot \sigma''_{3_b} = 105.8 \text{ MPa} < 350 \text{ MPa} \quad [82]$$

Como se aprecia la falla instantánea de la válvula tampoco podía ocurrir por la zona de la brida, ya que aunque las tensiones equivalentes en este caso son mayores que en el cuerpo, están por debajo de la resistencia máxima a tracción de la fundición gris de la que está fabricada la válvula. Se confirma entonces que la falla de la válvula tuvo que haber ocurrido por un fenómeno de crecimiento subcrítico por fatiga, con mayor probabilidad de ocurrencia de este fenómeno por la zona de la brida.

2.15 Construcción de la curva de resistencia residual de la válvula

Las gráficas de resistencia residual para la válvula se construyeron por la misma expresión que para el cuerpo del compresor. O sea:

$$\sigma_{c_{val}} = \frac{\phi_0}{\left[1 + 0.12 \cdot \left(1 - \frac{a}{b}\right)\right]} \cdot \sqrt{\frac{(1 - \mu) \cdot K_{Ic}^2 - K_{III}^2}{2 \cdot t \cdot (1 - \mu) \cdot \tan\left(\frac{\pi \cdot a_c}{2 \cdot t}\right)}} \quad [83]$$

Donde:

$$\phi_0 = 1.016, \quad \frac{a}{b} = 0.1, \quad \mu = 0.25 \text{ y } t = 1.4 \text{ cm}$$

$$K_{III}^2 = \frac{\tau^2}{\phi_0^2} \cdot 2 \cdot t \cdot \tan\left(\frac{\pi \cdot a_c}{2 \cdot t}\right) \quad [84]$$

$$\text{Para ser el hierro fundido de la válvula: } K_{Ic_{val}} = K_{Ic_{com}} \cdot \frac{\sigma_{u t val}}{\sigma_{u t com}} = 9.22 \text{ MPa} \cdot \sqrt{m}$$

Para el caso del cuerpo de la válvula se tomó $t = \delta_c = 15$ mm y $\tau_c' = 145.4$ MPa. Para la zona de la brida $t = \delta_b = 30$ mm y $\tau_b' = 235.4$ MPa.

Los gráficos de resistencia residual obtenidos para el cuerpo y la brida se muestran en las Figs. 22 y 23. En ambos gráficos se muestra la recta correspondiente a la aproximación para muy pequeñas grietas.

Como se puede apreciar de la Fig. 22 para la tensión principal máxima del cuerpo de la válvula $\sigma_{1c}' = 224.2$ MPa un pequeño defecto o microgrieta inicial tiene que desarrollarse por crecimiento subcrítico hasta un valor de $a_{c\text{ crit}} = 3.5$ mm antes de que se convierta en inestable y se produzca la fractura total. En el caso de la brida, Fig. 23, para la tensión principal máxima de la misma $\sigma_{1b}' = 239.2$ MPa el tamaño crítico de la grieta es $a_{b\text{ crit}} = 0.195$ mm. Se verá a continuación, que tiempo se requiere para que se produzca este desarrollo.

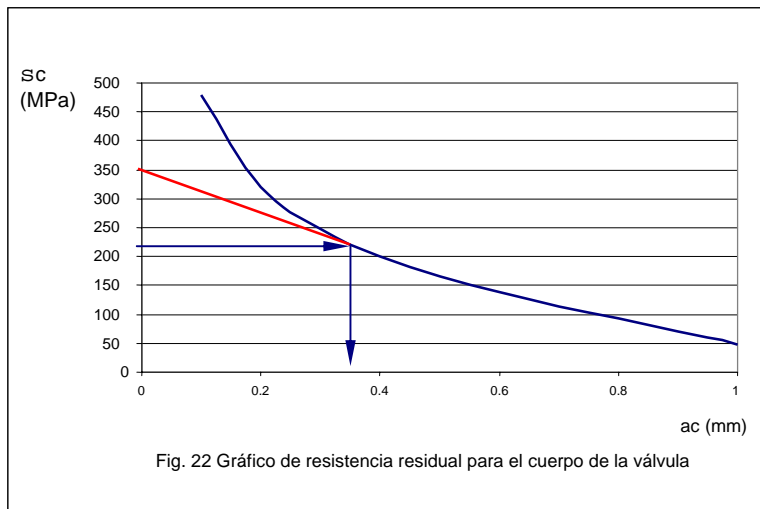


Fig. 22 Gráfico de resistencia residual para el cuerpo de la válvula

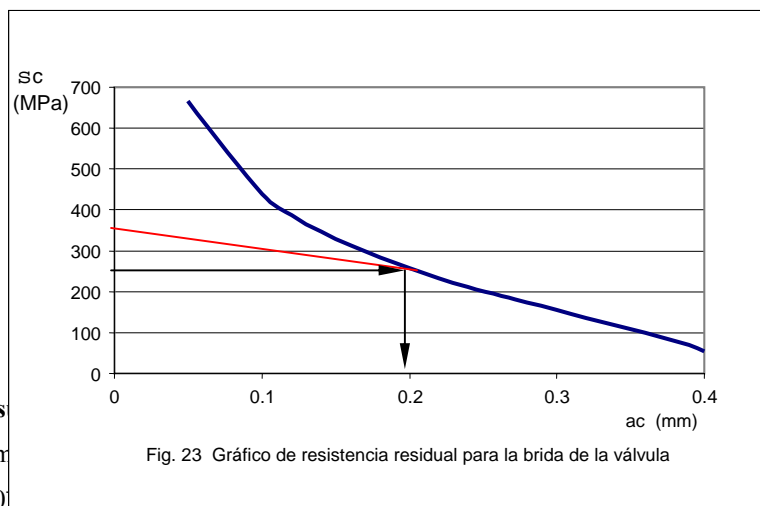


Fig. 23 Gráfico de resistencia residual para la brida de la válvula

2.16 Crecimiento s

El análisis de crecim
2.5 y $C = 6.8287 \cdot 10^$

e razón de París [14] con $n =$
fítico correspondientes para el

cuerpo y la brida de la válvula respectivamente. De estos resultados se aprecia claramente que en el caso del cuerpo de la válvula para que un pequeño defecto crezca hasta el valor $a_{c \text{ crit}} = 0.035 \text{ cm}$ tendrían que haber transcurrido, en las condiciones de tensiones cíclicas que se originaron en la válvula, un total de 102 minutos. Sin embargo, en el caso de la brida, el tiempo requerido para que un pequeño defecto crezca hasta el valor de $a_{b \text{ crit}} = 0.019 \text{ cm}$ es de solo 11 minutos. Este análisis confirma la hipótesis de los niveles de presión que se alcanzaron en la tubería de admisión del compresor y los valores de amplitud y frecuencia de las oscilaciones admitidas, ya que según el testimonio de los presentes en el momento de la avería todo ese proceso ocurrió entre 10 y 20 minutos.

2.17 Cálculo de la presión que provocaría el estallido de la válvula en ausencia de vibraciones

En ausencia de vibraciones longitudinales del cabezal de admisión la posibilidad de estallido de la válvula solo podría provocarse por el efecto de elevación de la presión. En este caso en la zona del cuerpo tendría que cumplirse que: según la Hipótesis de Mohr.

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{ut}}{\sigma_{uc}} \cdot \sigma_3 = \sigma_m = \frac{p \cdot R}{\delta} \cdot \frac{3}{\sqrt{3 \cdot (1 - \mu^2)}} = \sigma_{ut} \quad [85]$$

Despejando p para R = 102.5 mm, d = 15 mm, $\mu = 0.25$ y $\sigma_{ut} = 350$ MPa, se obtiene que: p = 28.6 MPa

En la zona de la brida tendría que cumplirse que:

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - \frac{\sigma_{ut}}{\sigma_{uc}} \cdot \sigma_3 = p \cdot \frac{r^2}{R^2 - r^2} \cdot \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) - (-p) = \sigma_{ut} \quad [86]$$

Despejando p para r = 15 mm, R = 135 mm y $\sigma_{ut} = 350$ MPa, se obtiene que: p = 172.8 MPa.

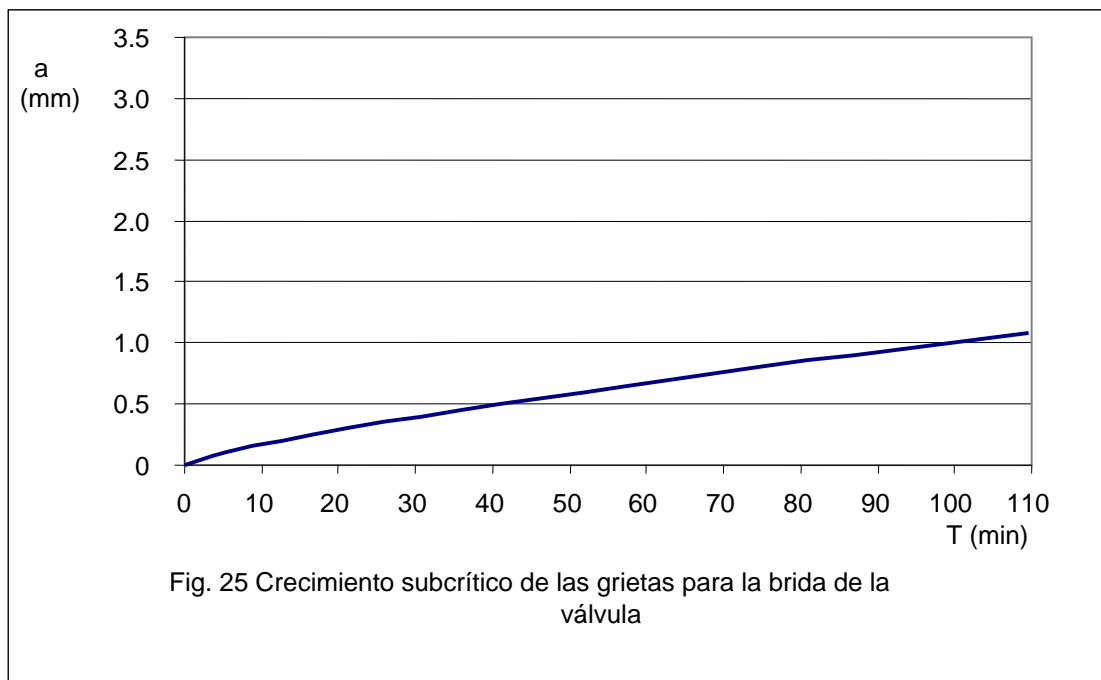
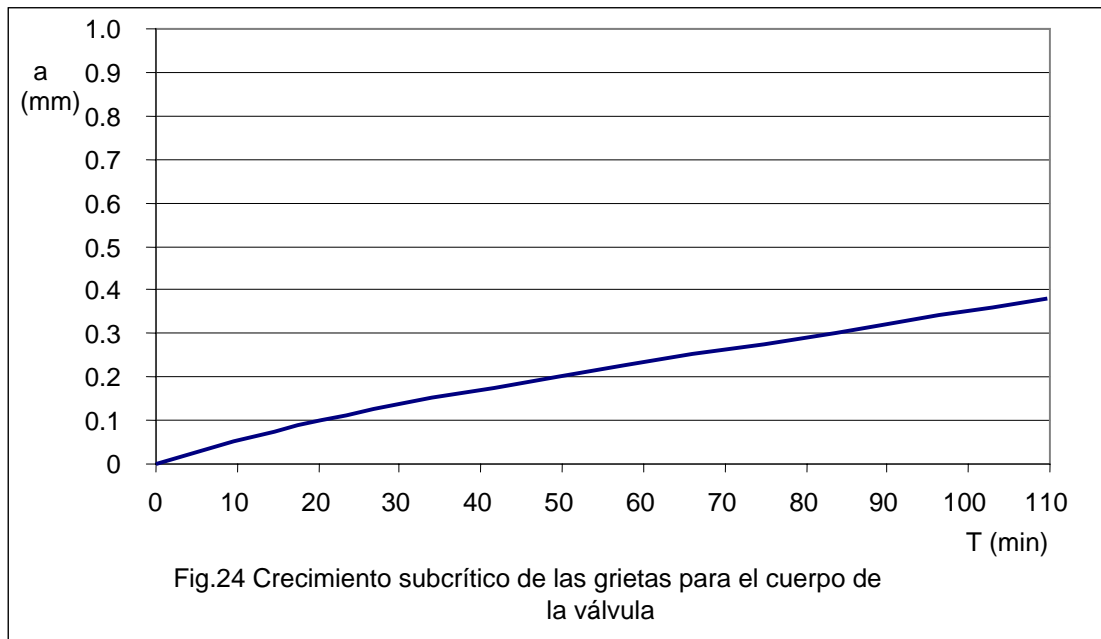
Estas presiones son excesivamente grandes.

3. Conclusiones

La investigación realizada permitió arribar a las siguientes conclusiones:

1. El examen metalográfico y las mediciones de dureza y resistencia al impacto y a tracción permitieron establecer que el material del cuerpo del compresor presenta una matriz ferrítico - perlítica con grafito en forma de láminas, cuyas propiedades se corresponden con el hierro fundido gris de grafito laminar SCH 12-28 según la norma GOST 1412-54.
2. El examen visual de la zona desprendida de la pared interior de la cámara de agua de enfriamiento permitió presuponer que se trataba de tres grietas que se desarrollaron mediante crecimiento subcrítico por fatiga o fatiga-corrosión durante un período de tiempo relativamente prolongado, dada la presencia de óxido férrico extendido en toda la superficie agrietada.
3. Los cálculos de la resistencia instantánea de la pared, para las carga máxima que soporta, realizados mediante la Hipótesis de Mohr permitieron confirmar que la tensión equivalente es mucho más pequeña que la tensión límite del material del cuerpo, por lo que se descartó definitivamente la posible ocurrencia de la falla instantánea de la pared de agua de enfriamiento del compresor.

4. La construcción de la curva de resistencia residual de la pared de la cámara de agua de enfriamiento construida para el caso de un pequeño defecto o microgrieta superficial semielíptica bajo un estado tensional plano, con



presencia de tensiones normales y tangenciales actuando simultáneamente (modo I y modo III de cargas) permitió establecer que un pequeño defecto o microgrieta superficial tendría que desarrollarse por crecimiento subcrítico por fatiga o fatiga-corrosión hasta una profundidad $a = 10$ mm y longitud $2b = 100$ mm para convertirse en inestable y extenderse a lo largo de toda la longitud físicamente posible de la cámara de agua de enfriamiento del compresor.

5. El análisis del crecimiento subcrítico de estas grietas utilizando la ecuación de razón de París con exponente $n = 2,5$ y $C = 6.8287 \cdot 10^{-12}$, característicos de rotura frágil, permitió confirmar que la extensión de las grietas hasta los valores que provocaron el desprendimiento del pedazo de pared de la cámara de agua de enfriamiento requiere años, siendo este período más o menos prolongado en dependencia del por ciento de utilización del compresor.
6. La construcción del gráfico de resistencia residual de la pared desprendida del compresor en condiciones de vacío, en el proceso de extracción de amoníaco líquido del cuerpo, para un pequeño defecto o microgrieta superficial semielíptico bajo un estado tensional uniaxial de tracción con superposición de tensiones provocadas por la presión y la temperatura, permitió establecer que para una diferencia de temperatura entre los bordes interior y exterior de la pared $\Delta t_{\text{real}} = 38 \text{ }^\circ\text{C}$, se producen tensiones térmicas elevadas que determinan que para que una grieta se convierta en crítica debe haber crecido previamente hasta $a_c = 11.5 \text{ mm}$ y $2b = 115 \text{ mm}$, lo que descarta la ocurrencia de la falla instantánea por choque térmico.
7. La consulta con especialistas en refrigeración permitió conocer que bajo ciertas condiciones de presión y temperatura la mezcla amoníaco – agua puede dar lugar a una reacción química exotérmica incontrolable con gran producción de gases y la consiguiente elevación de la presión.
8. El análisis y los cálculos realizados acerca de la fractura por impacto de la boquilla de agua de enfriamiento permitió determinar que el impacto del pedazo de válvula desprendido tiene que haberse producido a una velocidad $V = 125.2 \text{ m/s}$ para poder provocar la fractura de la boquilla.
9. El análisis energético del proceso de desprendimiento del pedazo de válvula, suponiendo una transformación total de la energía de presión en energía cinética permitió determinar que para que el pedazo de válvula alcanzara dicha velocidad, la presión en la línea de admisión tuvo que haberse elevado desde 0.093 MPa que es la presión nominal del agua de enfriamiento, hasta un valor de 8 MPa .
10. El análisis de los fenómenos físico – químicos ocurridos permitió formular una hipótesis que se corresponde con el fenómeno oscilatorio observado en el cabezal de la línea de admisión, demostrándose con ésta, la posibilidad de ocurrencia del mismo.
11. El análisis de las oscilaciones longitudinales que se produjeron en el cabezal de la línea de admisión de la instalación compresora permitió determinar la magnitud de las tensiones tangenciales de carácter cíclico que se generaron tanto en la brida como en el cuerpo de la válvula. En la zona de la brida las tensiones tangenciales variaron cíclicamente entre los valores $t_{\text{max b}} = 235.4 \text{ MPa}$ y $t_{\text{min b}} = 79.1 \text{ MPa}$ y en la zona del cuerpo de la válvula $t_{\text{max c}} = 145.4 \text{ MPa}$ y $t_{\text{min c}} = 52.7 \text{ MPa}$.
12. La presión que se produjo en la línea de admisión provocó, tanto en la zona del cuerpo como en la brida de la válvula, un estado tensional plano de tracción biaxial. Tomando en cuenta el efecto de borde existente en la zona del cuerpo en el plano meridional, esta tensión alcanzó un valor $\sigma_m = 99.5 \text{ MPa}$ y la tensión circunferencial $\sigma_c = 54.7 \text{ MPa}$, y en la brida $\sigma_r = -8 \text{ MPa}$ y $\sigma_c = 15.1 \text{ MPa}$.
13. La superposición de los estados tensionales provocados por las cargas originadas sobre la válvula producto de las oscilaciones y por la presión, permitió concluir que no era posible la destrucción instantánea de la válvula, ni por la zona del cuerpo, ni por la zona de la brida, ya que las tensiones equivalentes calculadas por la Hipótesis de Mohr en ambos casos eran menores que la resistencia máxima a tracción del material de la válvula.

14. La construcción de los gráficos de resistencia residual de la válvula para las zonas del cuerpo y de la brida para un defecto o grieta superficial semielíptico bajo un estado tensional plano con presencia de tensiones normales y tangenciales actuando simultáneamente (modos I y III de cargas) permitió establecer que para la tensión principal máxima en la zona del cuerpo $\sigma_{1c} = 224.2$ MPa un pequeño defecto o microgrieta inicial tendría que desarrollarse por crecimiento subcrítico por fatiga, hasta un valor de $a_c = 0.35$ mm antes de convertirse en inestable. En la zona de la brida, para la tensión principal máxima $\sigma_{1b} = 239.2$ MPa el tamaño crítico de la grieta es $a_c = 0.195$ mm.
15. El análisis del crecimiento subcrítico de estas grietas utilizando la ecuación de razón de Paris, permitió determinar que el proceso de crecimiento subcrítico de las microgrietas o microdefectos en la zona del cuerpo debía requerir un tiempo de 102 minutos, sin embargo en la zona de la brida solo se requieren 11 minutos. Lo que coincide con gran exactitud con la apreciación de los presentes en el momento en que ocurrió la avería.
16. El análisis de los efectos que se ocasionaron al producirse la avería del compresor ha permitido confirmar que la presión en la línea de admisión tiene que haberse elevado a niveles del orden de 8 MPa y las oscilaciones en el cabezal de la línea de admisión tendrían que haber alcanzado niveles de frecuencia del orden de $\omega = 180$ ciclos/min y semiamplitud del orden de $f = 150$ mm para que pudieran ocurrir los hechos tal como ocurrieron.
17. Es importante destacar que las oscilaciones del cabezal en la dirección longitudinal se produjeron debido a la escasa rigidez a flexión que posee el sistema en esa dirección. Si el sistema estuviera rigidizado en esa dirección la presión en la línea de admisión tendría que haberse elevado hasta un valor $p = 28.6$ MPa para que se produjera el estallido de la válvula por la zona del cuerpo.

Bibliografía

1. Aleksandrov, A. V. Fundamentos de la teoría de la elasticidad y la plasticidad. Moscú: Editorial Vizchaya Schkola, 1990. - - 399 p.
2. Avilés R. Fatiga de materiales en el diseño y análisis mecánico. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Bilbao, 1995. - - Paginación Variada.
3. Blake, A. Practical Fracture Mechanic in Design. New York: Marcel Dekker. Inc. 1996. - - 437p.
4. Broek, D. Fracture Control for the Chemical Process Industries. St. Louis: The Materials Technology Institute of the Chemical Process Industries. Inc. 1983. - - 571 p.
5. Casals, J. M.; Rios, R.; Vilellas, A. Experiencias del uso de ensayos de tenacidad a la fractura con probetas pequeñas y entalla tipo Chevrón. Anales de Mecánica de la Fractura. Ribadesella, 9 – 11 Abril, 1997. p. 135 – 146.
6. Escriba Bonafé, Domingo. Hidráulica para Ingenieros. Madrid: Editorial Bellisco, 1988. – 618 p.
7. Feodosiev, V. I. Resistencia de Materiales. Tercera Edición. Moscú: Editorial MIR. 1985. - - 583 p.
8. Fernández Levy, Gilda. Resistencia de Materiales. Tomo II. Ciudad de la Habana: Editorial: Pueblo y Educación. 1983. - - 511 p.
9. Gurney, T. R. An analysis of some fatigue crack propagation data for steels to pulsation tension loading. **Welding Inst. Res. Rept. Ser. E.** (USA); p. 59;1978.
10. Hofer, K. E. Equations for fracture mechanic. **Machine Design** (USA), 40; (3): p.103 – 113, 1968.
11. Kawasaki T. Outline of JWES standard for critical assessment of defects with regard to brittle fractures and some cases studies. **I. I. W.: Annual Assembly** (Bratislava), 10: p.274 – 284, 1979.
12. Miroljubov I. y otros. Problemas de Resistencia de Materiales. 6^{ta} Ed. Moscú: Editorial MIR. 1990. – 500 p.

13. Nekrasov B. Hidráulica. La Habana: Editorial Revolucionaria, 1979. – 430 p.
14. Paris P. A critical analysis of crack propagation laws. **J. Basic Eng. Trans. ASME** (USA): p.528 – 534, 1963.
15. Partón, V. Z. Mecánica de la destrucción. Moscú: Editorial MIR. 1990. - - 414 p.
16. Pisarenko, G. S.; Yákovlev, A. P.; Matveév V. V. Manual de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR. 1989. - - 694 p.
17. Romvari P. Análisis de las regularidades del desarrollo de las grietas de fatiga en los materiales. **Probl Prochnosti** (Moscú), (12):p. 18-28,1980.
18. Rusia. Single-stage ammonia refrigerating compressors AYY 400. Service Log. Installation and Maintenance Instruction Manual. 53p. (Catálogo Industrial).
19. Tanaka, K. A tentative explanation for two parameter, C and n in Paris equation of fatigue crack growth. **Int. Journ. of Fract.** (USA), (5): p.563-583,1997.
20. Timoshenko S. Resistencia de Materiales. Segunda Parte. Madrid: Espasa-Calpe. S.A. 1962. - - 498 p.
21. Troschenko V. T. Resistencia a la fátiga de los metales y aleaciones / V.T. Troschenko, L. A. Sosnovskii. – Kiev: Editorial Naukova Dumka, 1987. –505p.
22. Ukaggaonker V.G., Naik A.P. Interaction effect of two arbitrarily oriented cracks. Part I. **International Journal of Fracture** (Netherlands) 51:219-230, 1991.
23. Ukaggaonker V.G., Naik A.P. Effect of two arbitrarily oriented crack. Aplications. Part II. **International Journal of Fracture** (Netherlands) 51:285-304, 1991.

Caso No. 19 Investigación de la Integridad Estructural de Recipientes para el Almacenamiento de Hidrógeno de la Refinería “Ñico López” en presencia de Minilaminaciones en las Paredes

Autores:

Dr. Rafael Goytisoló Espinosa¹, Lic. Terman Frómeta Castillo², M.Sc. Francisco Ramos Blanco³, Dr. Roberto Henry Herrera Marrero⁴, Dr. Nelson Arzola de la Peña⁵, Tec. Ramón Álvarez Ruiz⁶, M.Sc. Vladimir Carrera Martínez⁷

1. Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
2. Licenciado en Física. Especialista del CENEX del MICONS.
3. Ingeniero Mecánico. Maestro en Ciencias. Especialista en END del CENEX del MICONS.
4. Profesor Asistente, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Informática. Universidad de Cienfuegos
5. Profesor Asistente, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos
6. Técnico en Ensayos de Materiales del CENEX del MICONS
7. Profesor Auxiliar, M.Sc. en Mecánica Aplicada. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

1. Introducción.

En la Refinería de Petróleo “Ñico López” se adquirieron tres grandes recipientes para almacenamiento de hidrógeno. Al realizar la inspección técnica para su puesta en servicio se detectó un volumen considerable de minilaminaciones paralelas la línea media de la pared del cuerpo y distribuidas en una faja de 30 mm de espesor simétricamente colocada con relación a la línea media. Ante la incertidumbre de que influencia podrían tener dichas minilaminaciones, la Dirección de la Refinería solicitó los servicios del Colectivo de Mecánica Aplicada de la Facultad de Mecánica de la Universidad de Cienfuegos y del Centro Experimental de la Construcción y el Montaje de la CEN, Juraguá, Cienfuegos para desarrollar una investigación cuyo objetivo fue:

Evaluar la integridad estructural desde el punto de vista mecánico de los 3 recipientes para el almacenamiento de hidrógeno. El dictamen tenía previsto los siguientes objetivos específicos:

1. Caracterización (longitud, profundidad, tamaño, área, y orientación) por medio de Ensayos no Destructivos (END) de los defectos que pudieran ser detectados, tanto en el metal base como en las uniones soldadas.
2. Evaluación experimental de la composición química del material, estructura metalográfica, determinación de propiedades mecánicas (σ_r y a_k) y la estimación de las propiedades fractomecánicas, en particular la tenacidad a la fractura, K_{IC} .

3. Evaluar la peligrosidad de los defectos encontrados y elaborar las recomendaciones acerca de la utilización o no de los referidos recipientes.

2. Desarrollo.

2.1 Dimensiones, parámetros de trabajo y especificaciones técnicas de los recipientes.

Recipiente cilíndrico de fondo abombado

Diámetro exterior del recipiente (D): 3 000 mm

Radio exterior (R_e): 1500 mm

Radio medio (R): 1470 mm

Espesor (h): 60 mm

Altura (H): 28. 00 m

Temperatura de explotación, $t = 38 \text{ }^\circ\text{C}$

Presión máxima de explotación $p = 55 \text{ atm.}$

2.2 Inspección visual y revisión de la documentación técnica.

La inspección visual fue realizada desde el interior y exterior de los recipientes. Se pudo comprobar que existe linealidad entre los cordones soldados (no hay desplazamiento de bordes), y que el estado del material se encuentra en buenas condiciones. Debemos señalar que la documentación técnica que existe, la cual fue facilitada por los técnicos de la Refinería es escasa, y no aporta elementos sobre las características constructivas de las uniones soldadas.

2.3 Caracterización de los defectos.

Los defectos existentes son laminaciones o exfoliaciones, propias de recipientes que se conforman por laminación, las cuales por su ubicación interior y orientación paralela a la superficie lateral de la pared del cuerpo del recipiente, según [11], no influyen en las propiedades mecánicas longitudinales del material. Los mismos están concentrados en una franja de 30 mm de espesor, 15 mm a cada lado de la línea media de la pared, las dimensiones de las mismas no exceden los 10 mm y la separación entre ellas varía entre 5 y 80 mm. Esta situación no se observa en el material de los fondos, lo cual conduce a pensar que estas puedan haber tenido su origen en el proceso de rolado del cuerpo.

2.4 Composición química.

Se determinó la composición química del material, el mismo se corresponde con el acero 16 ГС, según la norma GOST 5520-72 [15].

2.5 Propiedades mecánicas.

Se realizaron ensayos de tracción e impacto para varias probetas extraídas de la pared del Recipiente No. 2. Los valores medios obtenidos fueron:

$$\sigma_f = \sigma_{0.2} = 29.6 \text{ kgf/mm}^2, \quad \sigma_r = 47.4 \text{ kgf/mm}^2, \quad a_k = 12,5 \text{ kgf} \cdot \text{m/cm}^2, \quad \text{CVN} = 98 \text{ J}$$

2.6 Tenacidad de fractura (Parámetro K_{IC}).

La Tenacidad a la Fractura del Material K_{IC} puede ser obtenida por ensayos según Norma ASTM E-399 [2], sin embargo es muy bien conocida la correlación existente entre la energía de absorción de los ensayos por impacto Charpy, con probetas con entalla en V (CVN) y el K_{IC} (Correlación de Rolfe - Barsón) [6, 13, 18]. La tenacidad a la fractura del material (K_{IC}) obtenida por esta vía fue:

$$K_{Ic} = 166 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$$

Sin embargo para el espesor de la pared del gasómetro $t = 6 \text{ cm} = 0.06 \text{ m}$, el mayor valor de K_{Ic} que satisface la condición de deformación plana en este caso es:

$$K_{Ic} \leq \sigma_{0.2} \cdot \sqrt{\frac{t}{2.5}} = 45 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}} = 4592 \text{ kgf} \cdot \text{cm}^{-3/2}$$

En los cálculos se utilizará por tanto el valor de $K_{Ic} = 45 \text{ MPa m}^{1/2} = 4\,592 \text{ kgf/cm}^{3/2}$, que garantiza la mayor seguridad en los cálculos y por lo tanto una mayor reserva de resistencia, lo que es aconsejable dado que se trata de recipientes que contendrán hidrógeno.

2.7 Evaluación de la peligrosidad de los defectos detectados desde el punto de vista de la Mecánica de la Fractura Lineal Elástica y de la Mecánica de la Fractura Subcrítica.

La presencia de defectos interiores longitudinales en toda una franja próxima a la línea media de la pared de los recipientes puede resultar particularmente peligrosa en aquellos tramos del mismo donde aparecen momentos flectores y fuerzas de cortante originadas por el conocido efecto de borde, o sea, en la transición del cuerpo cilíndrico con los fondos abombados. Este fenómeno aparece detalladamente descrito en la literatura [5,9,10,17] y conduce a la aparición de tensiones tangenciales longitudinales, que toman su valor máximo en el plano de la línea media de la pared y que en presencia de cargas cíclicas (proceso de llenado - vaciado) puede conducir al crecimiento subcrítico de los defectos hasta que éstos alcancen su tamaño crítico.

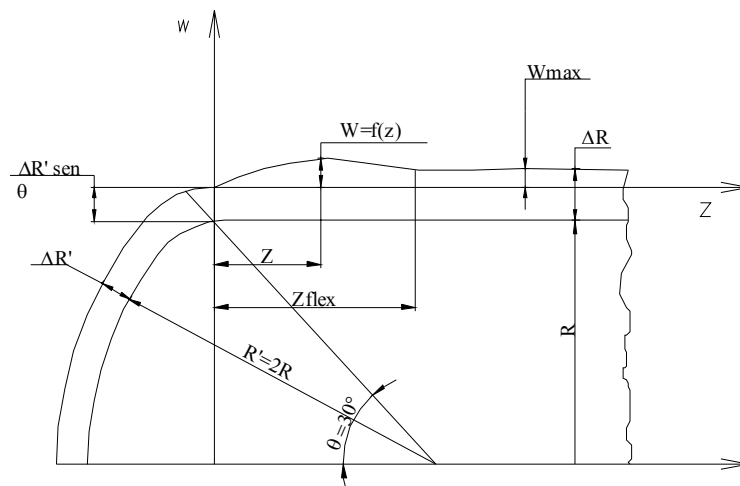


Fig. 1 Deformación en un recipiente cilíndrico con fondo abombado producto de la flexión provocada por el efecto de borde

En la Fig. 1 se muestran los incrementos de los radios en las zonas cilíndricas y esférica respectivamente que se originan por la acción de la presión en un recipiente cilíndrico de radio R y fondo compuesto por un casquete esférico de radio $R' = 2R$ y una transición tórica [1]. Como se puede apreciar, al ser el fondo en el plano circunferencial más rígido, el incremento del radio en la zona del cuerpo cilíndrico es mayor que en la zona del fondo esférico. Esta diferencia origina flexión en toda una zona de longitud Z_{flex} que no solo incrementa las tensiones normales en el plano meridional del recipiente, sino que provoca la aparición de tensiones tangenciales en los planos longitudinales. La diferencia de radios después de la deformación será igual a la flecha máxima de la pared.

$$W_{max} = \mu \cdot \frac{p \cdot R^2}{2 \cdot E \cdot h} \quad (1)$$

Donde:

w_{max} – flecha máxima por flexión de la pared.

R – radio medio de la pared del gasómetro.

p – presión interior.

h – espesor de la pared.

E – módulo de elasticidad del material del recipiente.

μ - coeficiente de Poisson del material del recipiente.

Se puede demostrar que la ecuación de la flecha $W = f(z)$ queda descrita por la ecuación:

$$W = \mu \cdot \frac{p \cdot R^2}{2 \cdot E \cdot h} \cdot \left[1 - e^{-k \cdot z} \cdot (\text{sen}(k \cdot z) + \text{cos}(k \cdot z)) \right]$$

(2)

Donde:

$$k = \sqrt[4]{\frac{3 \cdot (1 - \mu^2)}{R^2 \cdot h^2}}$$

(3)

Derivando la ecuación de la flecha se obtiene la ecuación de las pendientes:

$$W' = \frac{dW}{dZ} = k \cdot \mu \cdot \frac{p \cdot R^2}{E \cdot h} \cdot e^{-k \cdot Z} \cdot \text{sen}(k \cdot Z)$$

(4)

En [10] se demuestra que el momento flector, en la zona de efecto de borde, se puede hallar por la expresión:

$$M_f = D \cdot \frac{d^2W}{dZ^2}$$

(5)

Donde:

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)} \quad (6)$$

Hallando la segunda derivada de W y sustituyendo en (5) se obtiene que:

$$M_f = \frac{\mu \cdot p \cdot R \cdot h}{4 \cdot \sqrt{3 \cdot (1 - \mu^2)}} \cdot e^{-k \cdot Z} \cdot (\cos(k \cdot Z) - \text{sen}(k \cdot Z)) \quad (7)$$

El momento flector máximo se halla de la condición $\frac{dM_f}{dZ} = 0$, de la cual se obtiene que éste se produce para $Z = 0$ y tiene un valor:

$$M_{f \max} = \frac{\mu \cdot p \cdot R \cdot h}{4 \cdot \sqrt{3 \cdot (1 - \mu^2)}} \quad (8)$$

La fuerza de cortante en la zona de efecto de borde se halla por la ecuación:

$$Q_y = D \cdot \frac{d^3W}{dZ^3} \quad (9)$$

De donde, derivando de nuevo W y sustituyendo se obtiene que:

$$Q_y = -\frac{\mu \cdot p}{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{R^2 \cdot h^2}{3 \cdot (1 - \mu^2)}} \cdot e^{-k \cdot Z} \cdot \cos(k \cdot Z)$$

(10)

La fuerza de cortante máxima se halla de la condición $\frac{dQ_y}{dZ} = 0$. El máximo se produce también para $Z = 0$ y vale:

$$Q_{y \max} = \frac{\mu \cdot p}{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{R^2 \cdot h^2}{3 \cdot (1 - \mu^2)}} \quad (11)$$

En las Figs. 2, 3, 4 y 5, se muestra el comportamiento de la flecha, la pendiente, el momento flector y la fuerza de cortante calculados para los datos de los gasómetros. O sea $p = 55 \text{ atm.} = 56.815 \text{ kgf/cm}^2$, $R = 147 \text{ cm}$, $h = 6 \text{ cm}$, material acero 16MnSi para el cual, según [15], $E = 2.1 \cdot 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ y $\mu = 0.3$.

La zona en la cual se extiende el efecto de borde acotado como Z_{flex} , se puede precisar hallando el valor de Z donde la flecha es un valor tan pequeño como el 1% de la máxima O sea, de la ecuación (2).

$$e^{-k \cdot Z} \cdot (\text{sen}(k \cdot z) + \cos(k \cdot Z)) \leq 0.01$$

(12)

El término entre paréntesis no puede ser mayor que $\sqrt{2}$, de donde tiene que cumplirse que:

$$e^{-k \cdot Z} \leq \frac{0.01}{\sqrt{2}} \quad \text{y} \quad k \cdot Z = 4.95$$

Despejando Z , se obtiene que:

$$Z_{flex} \leq \frac{4.95}{\sqrt[4]{\frac{3 \cdot (1 - \mu^2)}{R^2 \cdot h^2}}}$$

(13)

Evaluando para los datos del gasómetro se obtiene que:

$$Z_{flex} \leq 114.5 \text{ cm}$$

La tensión tangencial máxima que surge en la línea media de la pared del gasómetro, originada por la presencia de la fuerza de cortante $Q_{y \text{ máx}}$, se halla por la ecuación de Zhuravski. Así, la τ_{max} por unidad de perímetro será:

$$\tau_{max} = \frac{Q_{y \text{ máx}} \cdot S_{x \text{ máx}}}{I_x} \tag{14}$$

Para una franja de espesor unitario en la pared:

$$S_{x \text{ máx}} = \frac{h^2}{8} \quad \text{e} \quad I_x = \frac{h^3}{12}$$

Se obtiene que:

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_{y \text{ máx}}}{h} \tag{15}$$

Evaluando para los datos de los recipientes se obtiene:

$$\tau_{max} = 49.23 \text{ kgf} / \text{cm}^2 = 4.82 \text{ N} / \text{mm}^2$$



Para evaluar la integridad estructural de los recipientes se requiere en primer lugar valorar, que posibilidad existe de que los defectos observados se extiendan inestablemente en toda su longitud provocando que la pared del mismo se divida en dos capas de espesor $h = 3$ cm cada una.

Según [12] para el caso de agrupaciones de defectos (Fig. 6) bajo el estado tensional de cortante puro, se tiene que:

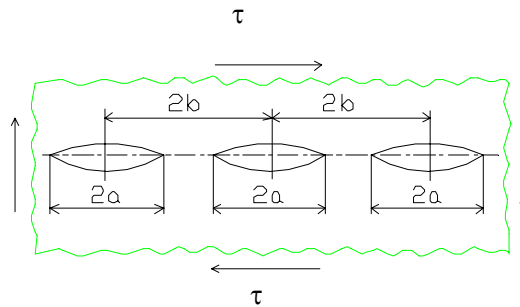


Fig. 6 Agrupaciones de defectos interiores bajo cortante puro.

$$K_{II} = \tau \cdot \sqrt{2 \cdot b \cdot \tan\left(\frac{\pi \cdot a}{2 \cdot b}\right)}$$

(16)

La condición de crecimiento inestable es:

$$K_{II} = K_{Ic}$$

(17)

La gráfica de resistencia residual se puede construir entonces de la ecuación:

$$\tau_c = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{2 \cdot b \cdot \tan\left(\frac{\pi \cdot a_c}{2 \cdot b}\right)}} \tag{18}$$

En la Fig. 7 se muestran los gráficos de resistencia residual obtenidos para valores de $b = 0.5, 1, 2, 4$ y 8 cm de separación entre las grietas (Fig. 6). Como se aprecia de los mismos la tensión $\tau_{\max} = 49.23 \text{ kgf/cm}^2$, es del orden de la tensión umbral en cada caso y provocaría el crecimiento inestable, solamente en el caso de que $a \cong b$.

El análisis de crecimiento subcrítico se realizó por la clásica Ecuación de Paris.

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^n \quad \frac{mm}{ciclo} \quad (19)$$

En general el exponente n varía entre 2 y 3 [3,4]. Específicamente para un acero similar al analizado el 15G2AF en la referencia [20] se plantea que n = 2.5 a 2.6. En el análisis presente se tomó n = 2.5
La constante C se obtuvo de acuerdo a la correlación dada en (19); como:

$$C = 5.18 \cdot 10^{-12}$$

Tomando ciclo intermitente (proceso de llenado - vaciado)

$$\Delta\tau = 49,23 \text{ kgf} / \text{cm}^2 = 4,82 \text{ N} / \text{mm}^2$$

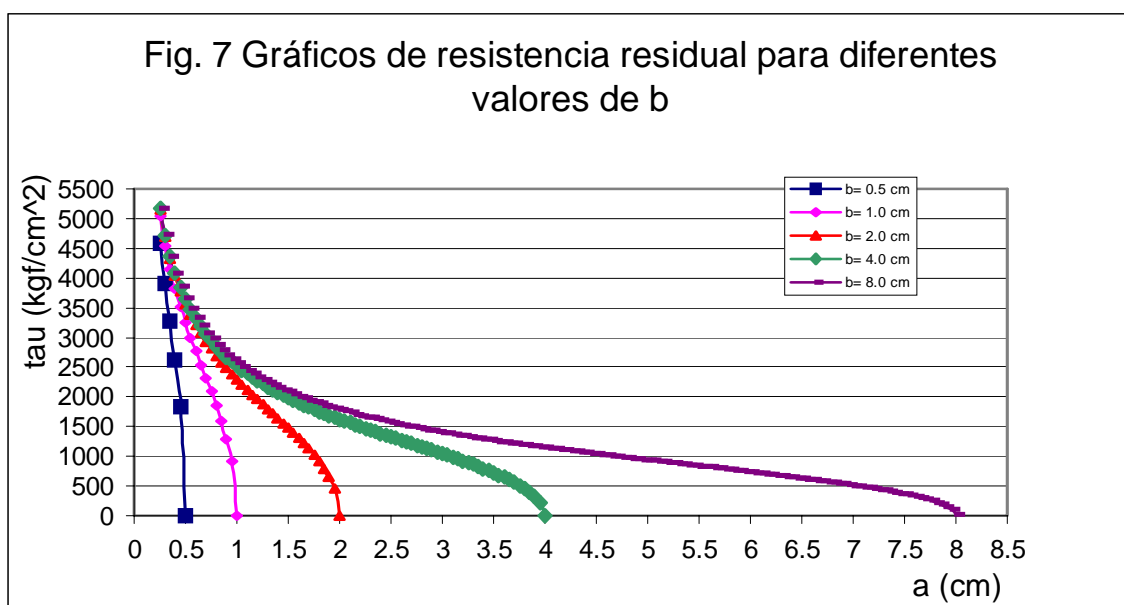
Y el valor de ΔK para cada tamaño de grieta se halla por la ecuación:

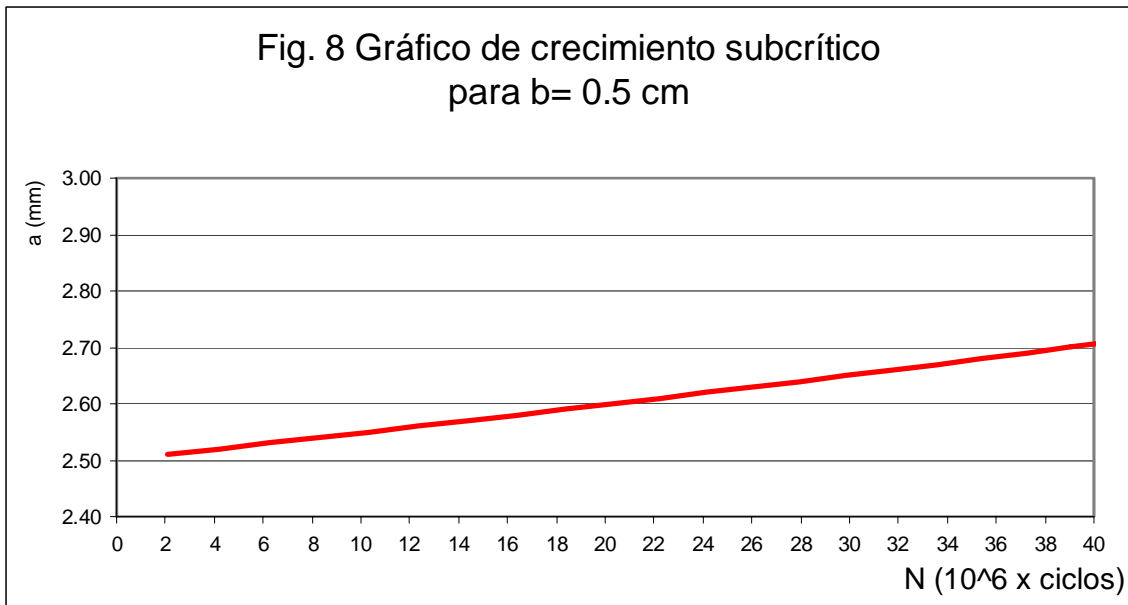
$$\Delta K_i = \Delta\tau \cdot \sqrt{2 \cdot b \cdot \tan\left(\frac{\pi \cdot a_i}{2 \cdot b}\right)}$$

(20)

En la Fig. 8 se muestra la gráfica de crecimiento subcrítico obtenida, donde se puede apreciar que para el menor valor de b considerado: b = 0,5 cm, para que a alcance el valor de a = 2,7 mm = 0,27 cm, hacen falta 40 millones de ciclos de llenado – vaciado. O sea que las minilamionaciones no presentan ninguna peligrosidad desde el punto de vista de la integridad estructural de la pared de los recipientes.

Se propone evaluar a continuación que influencia tiene el efecto de borde en la integridad estructural del gasómetro en presencia de un microdefecto superficial interior de forma semielíptica en los cordones de soldadura en la zona de efecto de borde.





En la Fig. 9 se muestra un defecto de este tipo en los cordones. En el control realizado por ultrasonido no se detectó defecto alguno en la soldadura, no obstante se supondrá la existencia de un hipotético defecto de este tipo, de profundidad $a = 0.1$ mm, no detectable por la técnica ultrasónica empleada.

El efecto de borde en un recipiente con estas características conduce al incremento de la tensión meridional en la superficie interior del recipiente, por lo que la posibilidad de que un defecto superficial en los cordones de soldadura crezca y se convierta en inestable, aumenta. La tensión meridional provocada por la presión interior es:

$$\sigma_{mp} = \frac{p \cdot R}{2 \cdot h} \quad (21)$$

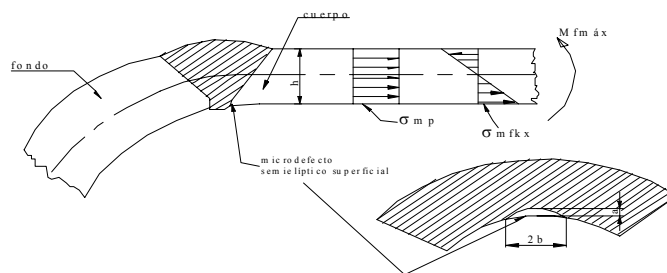


Fig. 9 Microdefecto superficial interior de forma semielíptica en

La tensión meridional provocada por el momento flector máximo en la zona de efecto de borde es:

$$\sigma_{m\ flex}^{\max} = \frac{M_{f\ max}}{W} = \frac{6 \cdot M_{f\ max}}{h^2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\mu \cdot p \cdot R}{h \cdot \sqrt{3 \cdot (1 - \mu^2)}}$$

$$\sigma_{m\ flex}^{\max} = \frac{3 \cdot \mu}{\sqrt{3 \cdot (1 - \mu^2)}} \cdot \frac{p \cdot R}{2 \cdot h} \quad (22)$$

Para acero $\mu=0.3$

$$\sigma_{m\ flex}^{\max} = 0.545 \cdot \frac{p \cdot R}{2 \cdot h} \quad (23)$$

La tensión meridional resultante será:

$$\sigma_m = \sigma_{mp} + \sigma_{m\ flex}^{\max} = \frac{p \cdot R}{2 \cdot h} + 0.545 \cdot \frac{p \cdot R}{2 \cdot h} = 1.545 \cdot \frac{p \cdot R}{2 \cdot h} \quad (24)$$

La tensión meridional crece en casi en casi un 55 % por el efecto de borde. La tensión circunferencial sigue siendo:

$$\sigma_c = \frac{p \cdot R}{h} \quad (25)$$

Para los datos de los recipientes:

$$\sigma_m = 1075.3 \text{ kgf / cm}^2 \quad \sigma_c = 1392 \text{ kgf / cm}^2$$

En estas condiciones se satisface la condición de la Mecánica de la Fractura Lineal Elástica. O sea, el radio de la zona plástica es:

$$r_p = \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0.2}} \right)^2 = 0.068 \cdot a \quad (26)$$

El radio de la zona plástica es un 6.8 % del tamaño de la grieta y se puede admitir hasta un 20 % [6].

Se puede considerar el estado plano de tracción biaxial uniforme. La condición de fractura para el caso de un defecto superficial semielíptico de un cordón de soldadura bajo este estado tensional es:

$$K_I = \beta_{sold} \cdot \beta_{grieta} \cdot \sigma_c \cdot \sqrt{\pi \cdot a} = K_{Ic} \quad (27)$$

Donde:

$$\beta_{sold} = 1.3$$

$$\beta_{grieta} = \frac{\left[1 + 0.12 \cdot \left(1 - \frac{a}{b}\right)\right]}{\phi_o} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{\pi \cdot a} \cdot \tan\left(\frac{\pi \cdot a}{2 \cdot h}\right)} \quad (28)$$

$$\phi_o = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[1 - \left(\frac{b^2 - a^2}{b^2}\right) \cdot \text{sen}^2(\theta)\right]^{1/2} d\theta \quad (29)$$

La situación más crítica es cuando $\frac{a}{b} \rightarrow 0$

Se tomó, como sugiere Broek [6], tomar $\frac{a}{2 \cdot b} = 0.05$, o sea: $\frac{a}{b} = 0.1$. La integral elíptica (29) fue resuelta para esta relación con el software DERIVE, obteniéndose $\phi_o = 1.016$. De donde:

$$\beta_{grieta} = 1.10 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{\pi \cdot a} \cdot \tan\left(\frac{\pi \cdot a}{2 \cdot h}\right)} \quad (30)$$

La resistencia residual se obtiene entonces como:

$$\sigma_c = \frac{K_{Ic}}{1.43 \cdot \sqrt{2 \cdot h \cdot \tan\left(\frac{\pi \cdot a_c}{2 \cdot h}\right)}} \quad (31)$$

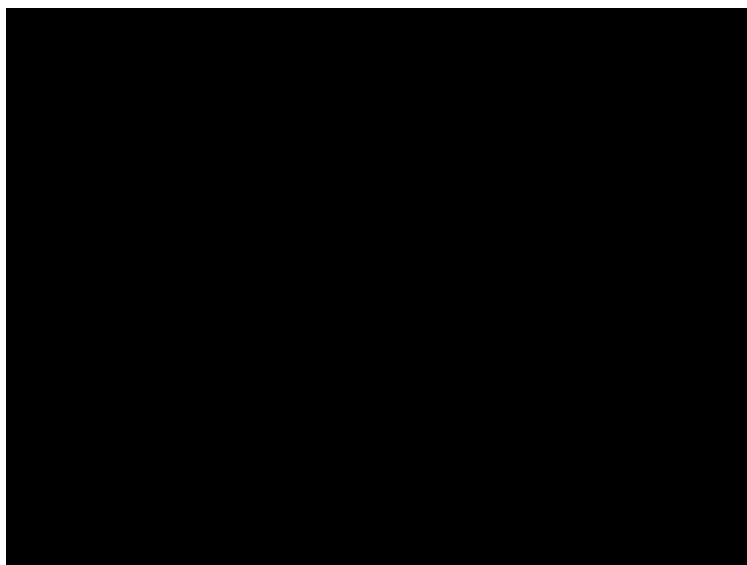
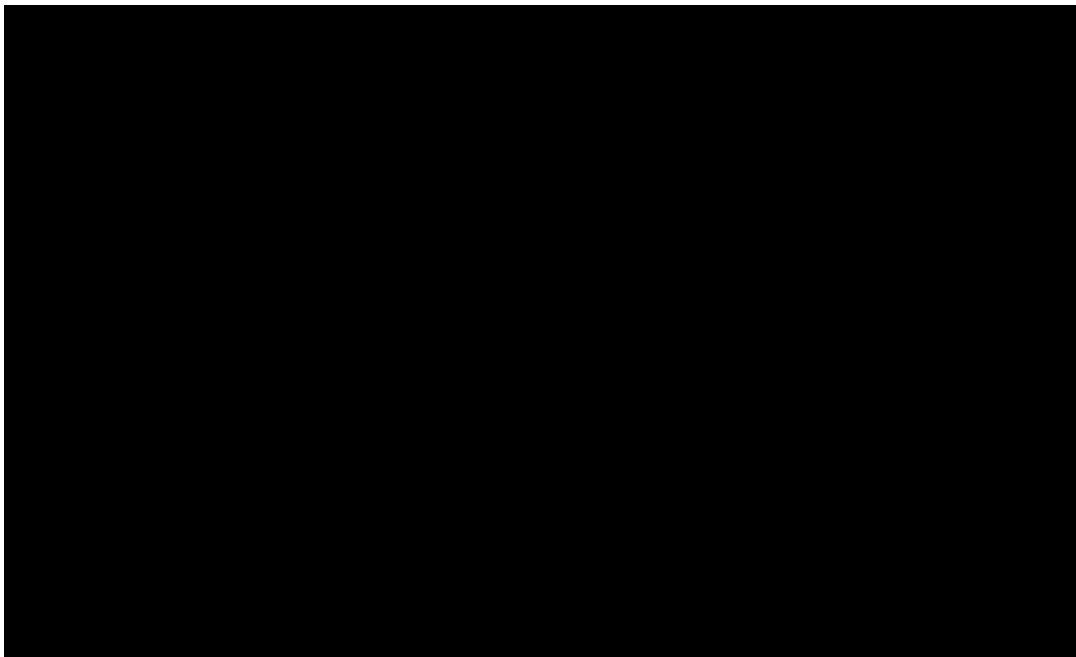
La curva de resistencia residual obtenida para $K_{Ic} = 4\,592 \text{ kgf/cm}^{-3/2}$ y $h = 6 \text{ cm}$ se muestra en la Fig.10.

Como se puede apreciar para que una tensión de magnitud $\sigma = 1\,392 \text{ kgf/cm}^2$ produzca el crecimiento inestable de una grieta, el supuesto microdefecto tendría que desarrollarse por crecimiento subcrítico por fatiga hasta una profundidad $a = 2 \text{ cm}$.

El análisis del crecimiento subcrítico por fatiga del hipotético defecto se realizó por la misma ecuación (19). En la Fig. 11 se muestra el gráfico de crecimiento subcrítico obtenido. Para que un microdefecto en la soldadura crezca hasta una profundidad $a = 2 \text{ cm} = 20 \text{ mm}$, se requieren mas de 200 000 ciclos, lo que representa una vida prolongada.

Es necesario destacar aquí que esta evaluación de la integridad de los gasómetros no es conclusiva. Se requerirá evaluar la influencia de la superposición de los efectos de las cargas de explotación con las

tensiones suplementarias que pueden surgir en las minilaminaciones, a causa del incremento de la presión interior, producto de la posible difusión de hidrógeno atómico hacia estos defectos (vesificación) , lo cual puede provocar que la presión se eleve considerablemente y conduzca al crecimiento subcrítico de las minilaminaciones, pudiendo el recipiente quedar dividido en dos capas en alguna región de la zona de efecto de borde. Este hecho conduciría a un incremento suplementario de las tensiones meridionales originadas por el efecto de borde a más del 100 %, las cuales sumadas a las tensiones originadas por el incremento de la presión pudieran conducir a la pérdida de la integridad de los recipientes. En una segunda parte de este trabajo se analizará este efecto.



3. Conclusiones.

1. El estudio estuvo restringido exclusivamente al cuerpo del recipiente, o sea, a la parte tubular y no a los fondos.
2. Los aspectos de diseño cumplen con lo establecido en [14].
3. Todas las planchas o rolos de la parte tubular presentan pequeñas laminaciones (minilaminaciones), ubicadas en una franja de 30 mm de espesor y a más de 15 mm de las superficies interior y exterior. Esta situación no se observa en el material de los fondos, lo cual conduce a pensar que las mismas puedan haber tenido su origen en el proceso de rolado del cuerpo.
4. De los ensayos de ultrasonido, según las mediciones realizadas en el Recipiente No 2 (Central) no se encontraron defectos en las uniones soldadas.
5. Las minilaminaciones no son susceptibles de crecimiento por el campo de tensiones tangenciales longitudinales que surgen en condiciones reales de explotación en la zona de efecto de borde.
6. Por lo expresado en los puntos anteriores se concluye que los recipientes podrán soportar las 55 atm. de trabajo a una temperatura de 38 °C teniendo en consideración los resultados del presente trabajo.
7. La conclusión anterior no incluye la degradación del material ni los efectos originados por la posible difusión en el metal, del hidrógeno atómico contenido en los gasómetros (vesificación).

4. Bibliografía

1. ASME Secciones V, VIII y XI.
2. ASTM Vol. 03.01 Standards E-23 y E-399.
3. Avilés R. Fatiga de materiales en el diseño y análisis mecánico. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Bilbao, 1995. - - Paginación Variada.
4. Blake, A. Practical Fracture Mechanic in Design. New York: Marcel Dekker. Inc. 1996.- 437p.
5. Birger J.A., Schorr B.F., Schneiderovich R.M. Cálculo de la resistencia de las piezas de máquinas. Moscú. Editorial Mashinostroenie, 1966. - - 616 p.
6. Broek, D. Fracture Control for the Chemical Process Industries. St. Louis: The Materials Technology Institute of the Chemical Process Industries. Inc. 1983. - - 571 p.

7. Colectivo de autores. Premier of Fracture Mechanics in the Nuclear Power Plant. USA: Electric Power Research Institute (EPRI). 1991.
8. CIME. Informe técnico sobre evaluación de la integridad del gasómetro. 1999.17 p.
9. Den Hartog J.P. Advanced Strength of Materials. New York: Mc Graw. Hill Book Company, 1952. - - 379 p.
10. Feodosiev, V. I. Resistencia de Materiales. Tercera Edición. Moscú: Editorial MIR. 1985. - - 583 p.
11. Guliaev, A.P. Metalografía Tomo I, Moscú: Editorial MIR, 1983.
12. Hofer, K. E. Equations for Fracture Mechanic. Machine Design (USA), 40; (3): p.103 – 113, 1968.
13. Iwadate T, et. al. Prediction of fracture toughness K_{IC} transition curves of pressure vessel steels from Charpy V-Notch impact test results. Journal of Pressure Vessel Technology Vol. 116, Nov. 1994,-- p. 353-358.
14. Laschinnski, A. Construcción de aparatos químicos soldados. Manual del Ingeniero.Moscú: Eneshtorgizdat, 1983.
15. Maslenkov S.B., Maslenkova E.A. Aceros y aleaciones para elevadas temperaturas. Manual. T-J, Moscú: Editorial Metallurgiya, 1991. - - 382p.
16. Partón, V. Z. Mecánica de la Destrucción. Moscú: Editorial MIR. 1990. - - 414 p.
17. Pisarenko, G. S.; Yákovlev, A. P.; Matveév V. V. Manual de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR. 1989. - - 694 p.
18. Rolfe S.T., Barson J.M. Fracture and fatigue control in structures. Aplicaciones of fracture Mechanics. New Jersey: Prentice Hall, Inc. 1977.-- 562 p.
19. Tanaka, K. A tentative explanation for two parameter, C and n in Paris equation of fatigue crack growth. Int. Journ. of Fract. (USA), (5): p.563-583,1997.
20. Troschenko V. T. Resistencia a la fatiga de los metales y aleaciones / V.T. Troschenko, L. A. Sosnovskii. – Kiev: Editorial Naukova Dumka, 1987. –505 p.

Caso No. 20 Análisis de la avería por pérdida de la estabilidad del equilibrio del cuerpo de un Generador de Escamas de Hielo

Autores:

Dr. Rafael Goytisolo Espinosa¹, M.Sc. Juan G. Noa Aguila², Dr. Luís Castellano González³, Dr. Aníbal Borroto Nordelo⁴, M.Sc. Sergio Montelíer Hernández⁵

- 1. Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.**
- Profesor Instructor. Master en Ciencias. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
- Profesor Auxiliar, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
- Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
- Profesor Asistente, Master en Ciencias. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

1. Introducción.

A mediados del año 2002 la Empresa EPICIEN del Puerto Pesquero Industrial de Cienfuegos adquirió e instaló dos Generadores de Escamas de Hielo, “Geneglace” fabricados por la firma francesa FrigoFrance S.A.. Desde los primeros momentos de la explotación, a pesar de que los dos Generadores son idénticos, el Generador N° 1 Comenzó a presentar ciertas dificultades: excesivo ruido en su explotación, disparos por sobrecargas, ya que la fresa se trababa, la que evidentemente implicaba cierto desajuste del equipo. El Generador N° 2 por el contrario, operado en las mismas condiciones no presentó ninguna de estas dificultades y se ha mantenido operando hasta la fecha sin averías. Desde su puesta en marcha el Generador N° 1 estuvo parado por diferentes causas en varios períodos, hasta que finalmente el 16 de Febrero 2003 se presentó una nueva avería en el Generador N° 1, en esta ocasión mucho más grave, que lo sacó de servicio, con las correspondientes afectaciones económicas al disponer la Empresa solamente el 50 % del hielo previsto a producir con esta inversión. La pared interior del cuerpo del Generador se había deformado impidiendo su operación.

Se planteó la posibilidad de que todas estas situaciones hayan sido provocadas por una operación incorrecta, debido a una dosificación insuficiente de sal, lo cual conduciría a que el hielo se torne más difícil de despegar y por lo tanto requiriéndose un mayor esfuerzo para trocearlo. En el caso de esta última avería, la situación era diferente y se planteó la posibilidad de que la deformación observada pudiera haber sido provocada por una posible sobrepresión en el sistema.

El Colectivo de Mecánica Aplicada de la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez” realizó la investigación cuyo objetivo fue:

- Esclarecer las causas que pudieron dar origen a una avería como la observada, con el objetivo de poder establecer la reclamación correspondiente a la Firma Suministradora, ya que los equipos estaban en garantía.

2. Desarrollo.

Características de los Generadores de Escamas de Hielo. Datos técnicos.

Los datos técnicos fundamentales son^{4,5} : Tipo: 2F60, Capacidad de producción: 24 000 kg/24 horas, 500 kg/ hora cada Generador, Potencia del motor: 0,30 kW, Velocidad de giro del motor: 1 620 rpm, Velocidad de giro del rotor: 1,2 rpm, Tipo de refrigerante: Amoniaco, Presión del refrigerante: 3 a 5 kgf/cm², Temperatura del refrigerante: - 20 a - 25 °C, Adición de sal: de 100 a 300 g/m³

Esquema y partes fundamentales.

En la Fig. 1 se muestra un vista general del Generador de Hielo y en la Fig. 2 un esquema seccionado donde se señalan las principales partes componentes⁵:

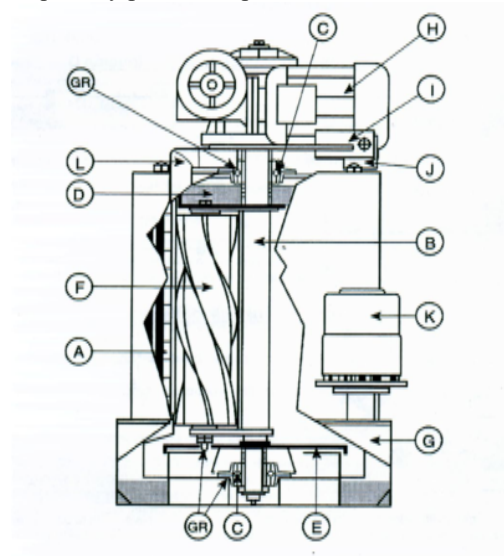
- Un cilindro **A** vertical, fijo de doble pared aislado exteriormente.
- Una parte giratoria constituida por un árbol central **B** sustentados por dos soportes **C**, una cubeta de distribución de agua **D**, una cubeta de recuperación **E**, una fresa **F** con dos soportes sustentados por dos brazos solidarios del árbol central y dos raquetas que enmarcan la fresa
- Una base **G** de nivel de agua constante, controlado por el grifo de flotador.

- Un accionamiento de la parte giratoria por motoreductor **H** con brazo de reacción **I** que actúa en un limitador de esfuerzo **J**.
- Una bomba de agua **K** realiza la circulación por un tubo **L** entre la base **G** y la cubeta de distribución **D**. La producción de frío la realiza un conjunto frigorífico, con órgano de descompresión situado a la alimentación que refrigera la doble pared del cilindro

Fig. 1 Vista general del Generador



Fig. 2 Esquema y partes componentes



Dimensiones y material de la pared deformada.

La pared deformada es la superficie interior del cilindro vertical **A**, cuyas dimensiones son: Radio exterior: $R_e = 39,05$ cm, Radio interior: $R_i = 37,95$ cm, Radio medio: $R = 38,5$ cm y Espesor de la pared $h = 1,1$ cm. Del material se conoce que se trata de un acero inoxidable. Por lo frecuente del empleo del acero inoxidable al cromo - níquel 1X18H9T en equipos de transferencia de calor se consideró que se trataba de uno similar a este acero. Las propiedades físicas y mecánicas del mismo fueron obtenidas según ^{9,10} y son: Resistencia máxima: $\sigma_u = 5\ 800$ kgf/cm², Límite de fluencia: $\sigma_f = 2\ 400$ kgf/cm², Módulo de Elasticidad: $E = 2 \times 10^6$ kgf/cm², Coeficiente de Poisson: $\mu = 0,3$, Coeficiente de dilatación térmica: $\alpha = 18,6 \times 10^{-6}$ °C⁻¹ y la Conductividad térmica: $\lambda = 16$ W/m °C

Caracterización de la avería

La pared deformada del Generador de Escamas de Hielo constituye un cilindro de paredes delgadas sometido a presión exterior tal como se muestra en la Fig. 3a). Las causas fundamentales de falla de este tipo de elemento es la pérdida de la estabilidad del equilibrio. Este tipo de avería origina la deformación plástica de la pared, tal como se muestra en la Fig. 3b) y 4, a causa de la presencia de tensiones de compresión en la misma que exceden cierto valor σ_{crit} conocido como tensión crítica.

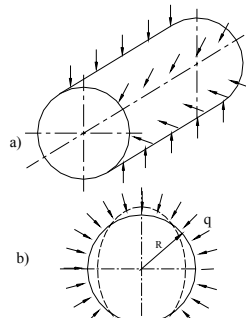


Fig.3 Pérdida de la estabilidad del equilibrio



Fig.4 Aspecto externo de la pérdida de

de un cilindro con presión exterior. estabilidad del equilibrio en un cilindro
 --- Configuración inicial del cilindro. de paredes delgadas con presión
 --- Configuración deformada del cilindro. exterior.

La deformación en la pared interior del Generador de Escamas se muestra en la Fig. 5.



Fig. 5 Deformación de la pared del Generador N°1

En el análisis que se realizará a continuación se demostrará que: si la pared interior del Generador no presenta imperfecciones geométricas la posibilidad de la pérdida de la estabilidad del equilibrio es limitada, aun en las condiciones más críticas, lo que se confirma por el hecho de que en el Generador N° 2, no ha ocurrido esta avería. Sin embargo, se verá como la presencia de una ovalidad inicial, aun de valores tan pequeños como $\mu_0 = 1$ mm, o sea, en el rango de posibles valores de ajuste de la fresa, que puede llegar a ser hasta de 2 mm, provoca tensiones suplementarias de flexión que conducen a su vez a una reducción de la tensión crítica, fenómenos estos que aumentan notablemente la posibilidad de pérdida de la estabilidad del equilibrio.

Presión crítica en ausencia de imperfecciones geométricas.

El cálculo de la presión exterior que provoca la pérdida de la estabilidad del equilibrio de la pared de una bóveda cilíndrica, sin imperfecciones geométricas es ampliamente abordado en la literatura^{1,2,3,12,13} y esta presión crítica puede ser calculada para la relación R/h existente en la bóveda en análisis por la expresión:

$$p_{crit} = \frac{E}{4 \cdot (1 - \mu^2)} \cdot \left(\frac{h}{R}\right)^3 \quad (1)$$

Donde: p_{crit} - Presión exterior que provoca la pérdida de la estabilidad - kgf/cm²

E - Módulo de Elasticidad del material - kgf/cm²

μ - Coeficiente de Poisson del material

h - Espesor de la pared - cm

R - Radio medio de la pared - cm

Para los datos del Generador de Escamas: Radio medio: R = 38,5 cm, Espesor de la pared h = 1,1 cm, Módulo de Elasticidad: E = 2×10^6 kgf/cm² y Coeficiente de Poisson: $\mu = 0,3$. Se obtiene que: $p_{crit} = 12,8$ kgf/cm²

Esta p_{crit} provocará la pérdida de la estabilidad del equilibrio y por ende la deformación plástica de la pared para una tensión crítica de compresión en la misma, que puede ser calculada por la Ecuación de Laplace:

$$\sigma_{crit} = \frac{p_{crit} R}{h} = \frac{12,8 \cdot 38,5}{1,1} = 448 \text{ kgf/cm}^2 \ll \sigma_f = 2400 \text{ kgf/cm}^2 \quad (2)$$

Como se observa, la pérdida de la estabilidad del equilibrio ocurre para tensiones de compresión que están muy por debajo de la tensión de fluencia del material.

La presión de trabajo $p_{max} = 5$ kgf/cm² está muy por debajo de la p_{crit} y provoca una tensión media de compresión en la pared, calculada por la Ecuación de Laplace:

$$\sigma_{crit} = \frac{p \cdot R}{h} = \frac{4 \cdot 38,5}{1,1} = 140 \text{ kgf/cm}^2 \quad (3)$$

La cual está también muy por debajo de la tensión de compresión crítica, por lo que evidentemente están presente otros factores que contribuyeron a la pérdida de la estabilidad del equilibrio.

Como resultado de la revisión bibliográfica relacionada con los problemas de estabilidad del equilibrio en bóvedas y con la aparición de tensiones térmicas en las paredes de los equipos de transferencia de calor, se pudo deducir que estaban presentes dos factores que podían elevar la magnitud de las tensiones de compresión y por lo tanto elevar el riesgo de pérdida de la estabilidad del equilibrio son:

1. Tensiones de compresión circunferenciales suplementarias originadas por la diferencia de temperatura entre la superficie interior y exterior de la pared deformada.
2. Tensiones de compresión circunferenciales suplementarias originadas por una posible imperfección geométrica inicial existente en la pared.

Se calculará a continuación la magnitud de estas tensiones.

Tensiones suplementarias circunferenciales originadas por la diferencia de temperatura entre la superficie exterior e interior de la pared deformada.

La diferencia de contracciones térmicas, por el hecho de que la superficie exterior de la pared esta más fría que la interior, origina tensiones en la misma, de tracción en el borde exterior y de compresión en el borde interior. Este fenómeno es abordado en la literatura técnica por los siguientes autores^{10,11,12,13} y las tensiones pueden ser calculadas por las expresiones:

En el borde exterior:

$$\sigma_{\Delta t} = \frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta t}{2 \cdot (1 - \mu)} \cdot \left(1 - \frac{m}{6 + 3 \cdot m} \right) \quad (4)$$

En el borde interior

$$\sigma_{\Delta t} = - \frac{E \cdot \alpha \cdot \Delta t}{2 \cdot (1 - \mu)} \cdot \left(1 + \frac{m}{6 + 3 \cdot m} \right) \quad (5)$$

El signo menos indica que esta tensión es de compresión.

Donde: $\sigma_{\Delta t}$ – Tensión originada por la diferencia de temperatura kgf/cm²

$\Delta t = t_i - t_e$ - Diferencia de temperaturas entre los bordes interior y exterior de la pared °C

α_m – Coeficiente lineal de dilatación térmica medio del material °C⁻¹

$m = \frac{R_e}{R_i} - 1$ Donde: R_e y R_i – radios exterior e interior de la pared, cm

Para los datos del Generador de Escamas de Hielo:

$R_e = 39,15$ cm.; $R_i = 37,95$ cm ; $\alpha_m = 17,6$ °C⁻¹; $E = 2 \times 10^6$ kgf/cm² ; $\mu = 0,3$

Se obtiene:

Tensión de tracción en el borde exterior

$$\sigma_{\Delta t} = + 26,4 \Delta t \text{ kgf/cm}^2 \quad (6)$$

Tensión de compresión en el borde interior

$$\sigma_{\Delta t} = - 26,7 \Delta t \text{ kgf/cm}^2 \quad (7)$$

Cálculo de la diferencia de temperatura Δt y de la temperatura del borde exterior de la pared t_e

La capacidad de los Generadores de Escamas de hielo tipo 2 F600 es de 24 000 kg cada 24 horas, o sea $m = 500$ kg/h por cada generador. La cantidad de calor que hay que extraerle al agua a una temperatura: t_a °C, para convertirla en hielo a una temperatura: t_H °C es:

$$Q = m \cdot C_a \cdot (t_a - 0) + \Delta H_s + m \cdot C_H \cdot (0 - t_H) \quad (8)$$

Donde: C_a – Calor específico medio del agua en el rango de temperaturas del agua en el Generador – $\text{kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C}$

C_H – Calor específico medio del hielo en el rango de temperaturas del hielo en el Generador – $\text{kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C}$

ΔH_s – Entalpía de solidificación del agua – kJ/kg

Estos datos fueron obtenidos en las referencias ^{8,9}.

$C_a = 4,20 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C}$, valor medio del rango de 0 a 10°C

$C_H = 2,11 \text{ kJ/kg} \cdot ^\circ\text{C}$, valor medio en el rango de 0 a -20°C

$\Delta H_s = 333 \text{ kJ/kg}$

La temperatura del agua en la bandeja superior, la temperatura del hielo y la temperatura de la pared interior fueron medidas en el Generador No 2 con un Termómetro Digital “Digitrón 2000” fabricado en Inglaterra con rango de medición desde $-199,9^\circ\text{C}$ a $199,9^\circ\text{C}$, con una resolución de $0,1^\circ\text{C}$ en dicho rango y con un sensor plano para medición de temperaturas en superficies, tipo K, obteniéndose: $t_a = 12^\circ\text{C}$, $t_i = -7^\circ\text{C}$

Calculando la cantidad de calor Q en W:

$$Q = [500 \cdot 4,2 \cdot (12) + 333 + 500 \cdot 2,11 \cdot (8)] \cdot \frac{1000}{3600} = 9144 \text{ W}$$

Este calor tiene que ser conducido a través de la pared y tiene que cumplirse que:

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} \cdot \Delta t \cdot A \tag{9}$$

Donde: λ - conductividad del material – $\text{W/m} \cdot ^\circ\text{C}$

δ - espesor de la pared - m

A -área de conducción de calor

Despejando Δt y calculando para los datos del Generador de Escamas

$$\Delta t = \frac{9144 \cdot 0,011}{16 \cdot 2,86} = 2,2^\circ\text{C}$$

Con este resultado se procedió a calcular las tensiones originadas en la pared por la diferencia de temperatura Δt

4 Tensiones de tracción en el borde exterior y de compresión en el borde interior:

Borde exterior: $\sigma_{\Delta t_e} = 58,1 \text{ kgf/cm}^2$, Borde interior: $\sigma_{\Delta t_i} = -58,8 \text{ kgf/cm}^2$

Estas tensiones se suman a las tensiones provocadas por la presión.

Tensiones suplementarias originadas por las imperfecciones geométricas.

El colapso de las bóvedas cilíndricas sometidas a una presión externa depende mucho de las imperfecciones geométricas de la misma. La más importante de las posibles es una ovalidad inicial de magnitud μ_0 , como la mostrada en la Fig. 6

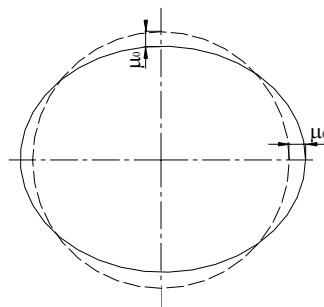


Fig. 6 Ovalidad inicial de magnitud μ_0

Según ^{12,13} esta ovalidad provoca en la pared un momento flector cuya magnitud depende de la desviación radial máxima μ_0 y se puede calcular por la expresión:

$$M_{fmax} = \frac{p \cdot \mu_0 \cdot R}{1 - \frac{p}{p_{crit}}} \quad (10)$$

Si se aísla de la bóveda un anillo limitado por dos planos meridionales, separados entre si la unidad de longitud. El módulo de la sección de este anillo será:

$$W = \frac{h}{6} \quad (11)$$

La tensión de compresión en el borde interior de la pared originada por el momento flector será:

$$\sigma_{Mf} = \frac{M_{fmax}}{W} = \frac{6 \cdot p \cdot \mu_0 \cdot R}{h^2 \cdot \left(1 - \frac{p}{p_{crit}}\right)} \quad (12)$$

Donde: p – Presión de trabajo - kgf/cm²

μ_0 – Ovalidad inicial – cm

R - Radio medio de la bóveda – cm

h – Espesor de la pared – cm

p_{crit} – presión crítica de la bóveda sin imperfecciones - kgf/cm²

Calculando para los datos del Generador de Escamas con una ovalidad máxima de $\mu_0 = 0,1$ cm

$$\sigma_{Mf} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 0,1 \cdot 38,35}{(1,1)^2 \cdot \left(1 - \frac{5}{12,8}\right)} = 156,6 \quad \text{kgf/cm}^2$$

En la flexión de la pared se producen tensiones de compresión a un lado de la línea media de la pared y tensiones de tracción al otro lado.

Tensión crítica en presencia de imperfecciones geométricas.

Timoshenko¹² propone la siguiente expresión para calcular la tensión de compresión crítica que provoca la pérdida de la estabilidad del equilibrio en una bóveda cilíndrica con una presión exterior y una ovalidad de magnitud μ_0

$$\sigma_{crit}^2 - [\sigma_f + (1 + 6 \cdot m \cdot n) \cdot m \cdot p_{crit}] \cdot \sigma_{crit} + \sigma_f \cdot p_{crit} \cdot m = 0 \quad (13)$$

Donde: σ_{crit} - Tensión crítica con una ovalidad μ_0 - kgf/cm²

σ_f – Tensión de fluencia del material - kgf/cm²

p_{crit} – Presión crítica en presencia de imperfecciones - kgf/cm²

$m = R / h$ y $n = \mu_0 / R$, μ_0 – ovalidad, R – Radio medio y h espesor, todos en cm

Resolviendo para σ_{crit} la ecuación cuadrática (13) y calculando para el Generador de Escamas: $\sigma_f = 2\,400$ kgf/cm², $p_{crit} = 12,8$ kgf/cm², R = 38,5 cm y h = 1,1 cm y para valores de ovalidad inicial $\mu_0 = (0,01 \text{ a } 0,1)$ cm, o sea, dentro del rango de valores posibles de ajuste de la fresa. Los resultados se muestran en la Fig. 7.

En la Fig. 7, junto con la dependencia entre la tensión crítica y las imperfecciones geométricas se ha planteado la dependencia entre la tensión de trabajo resultante y la magnitud de la imperfección. De esta se puede apreciar como ya, a

partir de un valor de $\mu_0 > 0,095$ cm, la tensión resultante de trabajo es mayor que la tensión crítica y se produce la pérdida de la estabilidad del equilibrio.

Está claro que la dispersión propia de las propiedades mecánicas del material puede influir en los resultados obtenidos, sin embargo en el trabajo⁷ se analizó la influencia de la dispersión de éstas para los aceros y se concluyó que las posibles variaciones del Módulo de Elasticidad y del Límite de Fluencia pudieran influir como máximo en un 17,5 %. Por otro lado en el trabajo⁶ se confirman las apreciaciones finales de este análisis al concluir que la presencia de imperfecciones geométricas influye sensiblemente en la posibilidad de la pérdida de la estabilidad del equilibrio.

3. Conclusiones.

Del análisis realizado se puede concluir lo siguiente:

1. Se excluye la posibilidad de que la avería haya podido ocurrir por alteraciones en la dosificación de sal o por violaciones de los parámetros de operación, por diversas razones, tales como:
 - Los dos Generadores se han operado desde un principio con la misma dosificación de sal y el Generador N° 2 no ha presentado en ningún momento problemas en a operación, mientras que en el Generador N° 1, estos han sido reiterados desde el comienzo de la explotación.
 - En el momento de la avería y en los días precedentes a la misma, tal como se pudo comprobar en los registros de la Empresa ambos Generadores estaban operando simultáneamente, por lo que cualquier otra violación hubiera provocado la avería de ambos equipos.
 - En la investigación realizada quedó excluida la posibilidad de una sobrepresión dadas las características del esquema térmico y por el hecho de que una sobrepresión no provocaría la pérdida de la estabilidad en un solo lóbulo, como la observada en el Generador N° 1, sino en dos o cuatro lóbulos como se muestra en las Figuras 3 b) y 4 lo que confirma la presencia de una imperfección geométrica en el recipiente. Por otro lado, al ser los dos Generadores iguales y estar operando simultáneamente, la avería se hubiera producido en ambos y no en uno solo como realmente se produjo.

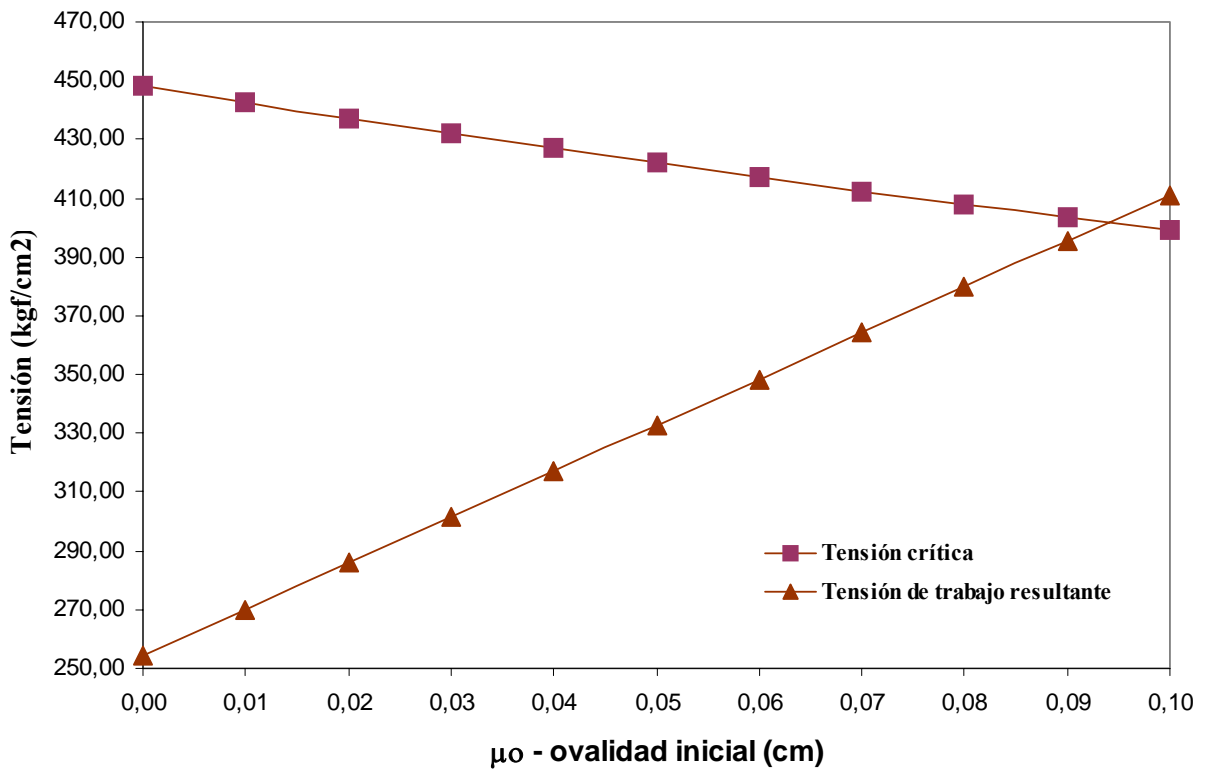


Fig. 7 Dependencia entre σ_{crit} y σ_{res} v.S μ_0

2. La Metodología General de Cálculo de la tensión de compresión en la pared tomando en cuenta no solo la presión exterior, sino incorporando también la tensión de flexión originada por la presencia de una ovalidad inicial y las tensiones originadas por la diferencia de temperatura entre los bordes interior y exterior propios de cualquier máquina térmica y su comparación con la función tensión crítica para precisar la posible pérdida de la estabilidad del equilibrio en dependencia de la ovalidad de la pared, constituye desde el punto de vista metodológico un Aporte Científico del Trabajo.
3. La tensión calculada sobre la base de esta metodología supera el valor de la tensión crítica de la bóveda con imperfecciones geométricas para una ovalidad $\mu_o = 0,095$ cm, o sea, la tensión alcanza el valor $\sigma_i = 395,4 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} > \sigma_{crit}$, lo que explica la deformación observada.
4. El análisis realizado conduce al dictamen final de que la avería presentada en el Generador de Escamas de Hielo N° 1 de la Empresa EPICIEN del Puerto Pesquero Industrial de Cienfuegos es una falla por pérdida de la estabilidad del equilibrio de la pared a consecuencia de elevadas tensiones de compresión existentes en la misma y agravada por una ovalidad inicial muy pequeña, dentro el rango de posibles valores de ajuste de la fresa.

4. Bibliografía.

1. Besujov I.L, Lyzchin O.V, Kolkinov N.V. Estabilidad y Dinámica de la Destrucción. Moscú: Editorial: Vizchaya Schkola, 1987.—264 p.
2. Birger J.A. Cálculo de Piezas de Máquinas. Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1966. —322 p.
3. Fedosiev V. Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1985.—583 p.
4. Frigofrance S. A. Guía del Instalador. 34p. Catálogo Industrial, 1998
5. Frigofrance S.A. Guía del Usuario. 13p. Catálogo Industrial, 1999.
6. González Pérez, V. Influencia de las imperfecciones geométricas en estructuras de paredes delgadas sometidas a presión. Ingeniería Mecánica.3 (2): 7-14, Abril-Junio, 2000.
7. --- Análisis estructural de cilindros de paredes delgadas sometidos a presión. Centro Azúcar. 29 (1): 43-48, Enero-Marzo. 2002.
8. Kirilin V, Sichev V., Sheindlin A. Termodinámica Técnica. Moscú: MIR, 1986—599 p.
9. Krasnoschicov E.A. Sukomel A.S. Problemas de Termotransferencia. Moscú: Editorial MIR, 1986.—327 p.
10. Pisarenko G.S., Yakolev A.P., Matveev V.V. Manual de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1989.—694 p.
11. Recipientes y tuberías de alta presión : Manual E.R. Jusmatulin, E.M. Koroliiov, V.I. y otros. Moscú: Editorial Mashinostroenie,,1990.—384 p.
12. Timoshenko S. Teoría de la Estabilidad Elástica. Buenos Aires: EDIAR,1961.—549 p.
13. Timoshenko S. Resistencia de Materiales. Moscú : Editorial Nauka, 1965. T2—480 p.

Caso No. 21 Evaluación de la Fractura por Fatiga de las Cuchillas Picadoras de Caña del CAI “Ciudad Caracas”

Autores:

Dr. Rafael Goytisoló Espinosa¹, M.Sc. Juan Gabriel Noa Aguila², M.Sc. Tirso León Surf³, Rodríguez Roger Hyacinth⁴, Dr. Luis Castellanos González⁵

1 – Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

2– Profesor Asistente, Máster en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

4 –Ingeniero Mecánico. Máster en Ciencias. Especialista de Mantenimiento del CAI “Ciudad Caracas”.

5 – Ingeniero Mecánico. Colaborador. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos

6 - Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

5

1. Introducción

Las cuchillas picadores tienen por objeto picar la caña para así facilitar el trabajo de la desmenuzadora. Constan de un eje horizontal montado sobre el conductor de caña sobre dos cojinetes, el cual es movido generalmente por un motor eléctrico acoplado directamente o por cadena silenciosa o por correa, según los casos aunque las más frecuente es el motor acoplado directamente el eje. Las cuchillas van montadas en dicho eje en un soporte de hierro fundido al cual se fija el cuerpo de las cuchillas y la parte que entra en contacto con la caña, que en ocasiones tiene fijo y en otras no, en ocasiones se rellena con soldadura especial a fin de hacerlas más resistentes al desgaste. En la Fig. 1 se muestra un esquema de la disposición de las cuchillas en la estera y su sentido de rotación.

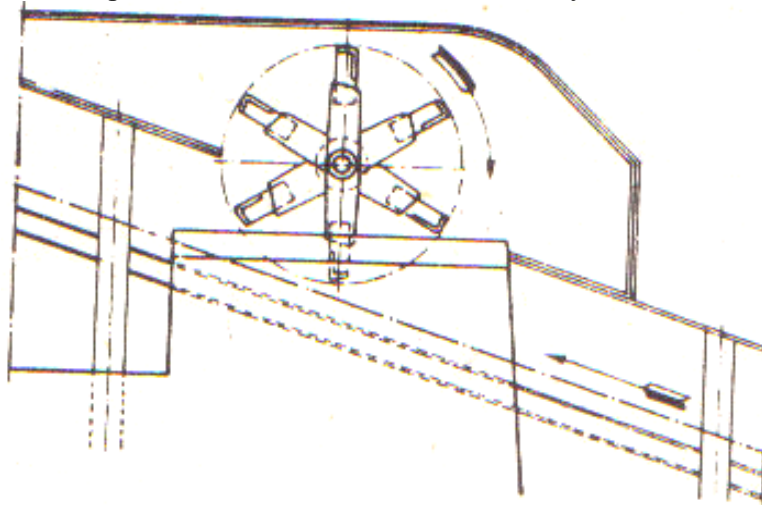


Fig. 1 Disposición de las cuchillas con relación a la estera de caña

Las cuchillas no son un equipo indispensable en la fábrica de azúcar. Algunas no las tienen y desarrollan un trabajo bastante bueno sin ellas. Las cuchillas, sin embargo, son una parte muy útil del equipo y se pagan a sí mismas muy rápidamente. Con la caña entera, no es posible alimentar regularmente a la desmenuzadora. Con la instalación de un nivelador, sobre el conductor, puede obtenerse un colchón que llegue a la desmenuzadora en paquetes sucesivos, y su baja densidad hará difícil el trabajo de la desmenuzadora, que consiste en absorber la mayor cantidad de caña posible en un tiempo dado. Por otro lado, la superficie metálica de los cilindros de la desmenuzadora, resbala frecuentemente en la corteza tersa, cerosa y pulida de la caña, lo que ocasiona atascamientos e interrupciones en la alimentación. El trabajo de las cuchillas convierte a las cañas enteras en pequeños trozos los cuales forman una masa compacta que cae fácilmente en la tolva de alimentación y que la

desmenzadora tomara sin dificultad absorbiéndola de una manera continua. La Potencia consumida en los juegos de cuchillas realmente no se consume totalmente pues una parte se recupera en parte en los molinos, en los cuales en presencia de las cuchillas se demandará menos potencia que sin ellas. Habiéndose rota la corteza y los nudos, la compresión de la caña es más fácil y se eleva la extracción. Por otro lado, las cuchillas son un aparato poco costoso y fácil de instalar. Si se cuenta con molinos, más fuertes que lo necesario, o capaces de absorber más cañas que las que pueda manejar la evaporación, no es necesario instalarlas. Pero la fabrica esta bien equilibrada y si se desea aprovechar el máximo los molinos, las cuchillas son convenientes: mejoraran del 10 al 15% la capacidad de ellos y harán posible un ligero aumento en la extracción.

Puede considerarse que la diferencia entre las cañas enteras y las cañas pasadas por las cuchillas es la misma que existe entre un puñado de palillos y un puñado de aserrín. La diferencia entre los dos estados del mismo material se puede ver fácilmente y se muestra en sus respectivas densidades:

Caña entera más o menos mezclada: 125 a 150 kg/m³

Caña pasada por las cuchillas: 250 a 300 kg/m³

Las cuchillas picadoras, entonces, ejecutan dos funciones y tienen dos ventajas:

- a) Favorecen la capacidad de los molinos transformando la caña en una masa compacta y homogénea.
- b) Mejoran la extracción de los molinos rompiendo la corteza de la caña y facilitando así su desintegración y la extracción del jugo.

Sin embargo, el valor de las cuchillas en el desarrollo de las dos funciones descritas, no es equivalente:

- a) En cuanto al aumento de capacidad que favorecen, son irremplazables. Si no hay cuchillas la desmenzadora tomara solo las cañas que pueda absorber del paquete de cañas enteras que se le presenta.
- b) En cuanto a la extracción, por el contrario, la desmenzadora y los molinos nos tienen precisamente el objeto de romper la caña y desmenuzar la corteza y los nudos. Puede entonces un molino llevar a efecto las funciones de las cuchillas mediante un buen trabajo de la desmenzadora y de los molinos. En particular, puede considerarse que el aumento obtenido en la extracción con el aumento de un juego de cuchillas es apreciablemente inferior al que se obtendría con la adición de un molino más.

Es entonces, principalmente para aumentar la capacidad de los molinos, por lo que se instalan las cuchillas.

Para que las cuchillas picadoras puedan cumplir satisfactoriamente sus funciones deben estar hechas de un acero resistente al desgaste y con buena resistencia mecánica. Según Hugot [7], las hojas deben construirse de acero especial al cromo – tungsteno - vanadio con una resistencia máxima a la tracción $\sigma_u = 210 \text{ kgf/mm}^2$ y una dureza Rockwell en el filo de 57-58 HRC, en la actualidad, tratando de reducir los costos de reparación se utiliza en las mismas acero de bajo carbono con resistencia máxima a la tracción del orden de $\sigma_u = 380 \text{ MPa}$, y se busca la dureza del filo rellenando el mismo con electrodos de alta resistencia y dureza, resolviendo el problema de su resistencia superficial, pero descuidando la resistencia volumétrica, la hipótesis planteada es que las cuchillas actuales las están fabricando de un acero de baja resistencia volumétrica lo que provoca que la vida útil de las mismas es muy pequeña provocando un considerable tiempo perdido durante la zafra y enormes gastos de reparación.

El objetivo del presente trabajo es evaluar la resistencia a la fatiga de las cuchillas instaladas en el CAI “Ciudad Caracas” y aplicar la novedosa tecnología de la Mecánica de la Fractura para pronosticar su vida remanente con el acero empleado en la actualidad y con posibles aceros con mayor tenacidad a la fractura con vistas a demostrar la necesidad de reanalizar en empleo de un nuevo material para su fabricación reduciendo de esta manera el tiempo perdido en zafra por roturas imprevistas y los gastos en reposición de estas cuchillas.

2. Desarrollo.

Forma y sujeción de las cuchillas picadoras de caña del CAI “Ciudad Caracas” así como ubicación, forma y dimensiones de las grietas de fatiga.

En la Fig. 2 se muestra el árbol de las cuchillas picadoras con los soportes de sujeción montados.

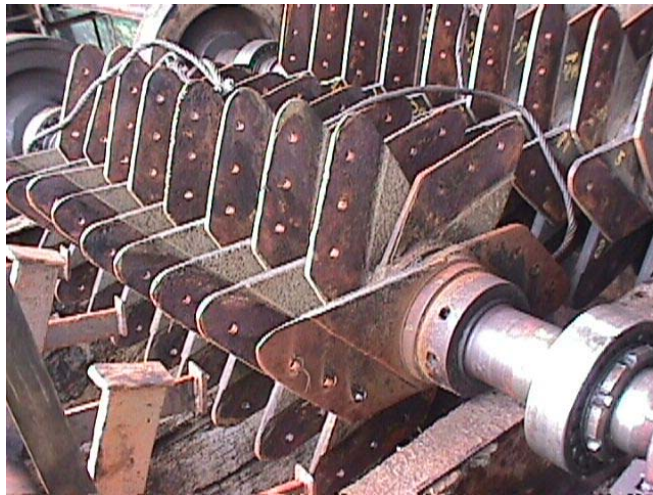


Fig. 2 Árbol de las cuchillas del CAI “Ciudad Caracas” con los soportes de sujeción.

En la Fig. 3 se muestra una de las cuchillas picadoras, con los cordones de soldadura que se utilizan como refuerzos del filo para prevenir el desgaste frontal y lateral. Como referencia para evaluar el tamaño se colocó en la foto un Pie de Rey de 150 mm. En la Fig. 4 se muestra una vista ampliada del relleno del filo.



Fig. 3 Forma de las cuchillas picadoras del CAI “Ciudad Caracas”.



Fig. 4 Vista ampliada del relleno del filo.

En la Fig. 5 se muestra un esquema de la forma de las cuchillas picadoras de caña del CAI “Ciudad Caracas” y de su forma de sujeción con relación al núcleo central soporte.

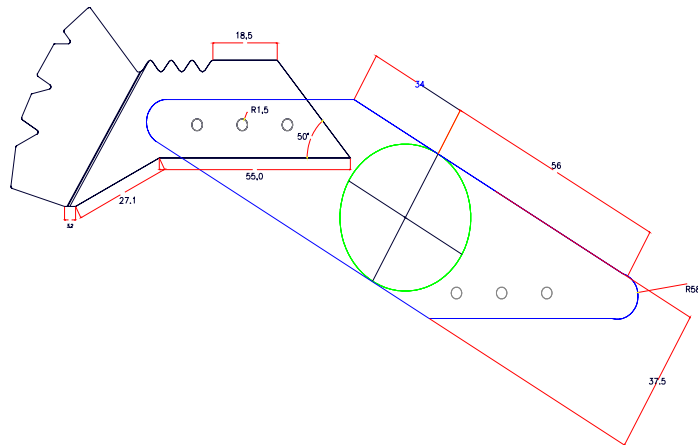


Fig. 5 Forma de las Cuchillas del CAI “Ciudad Caracas” y de su fijación al soporte central

En la Fig. 6 se muestran las cargas que actúan sobre una cuchilla que son la fuerza de inercia P_i y la fuerza de corte P_T , y se señala la sección de falla, ubicada en la posición del primer tornillo de sujeción de la misma, así como la fuerza normal, la de cortante y el momento flector en dicha sección.

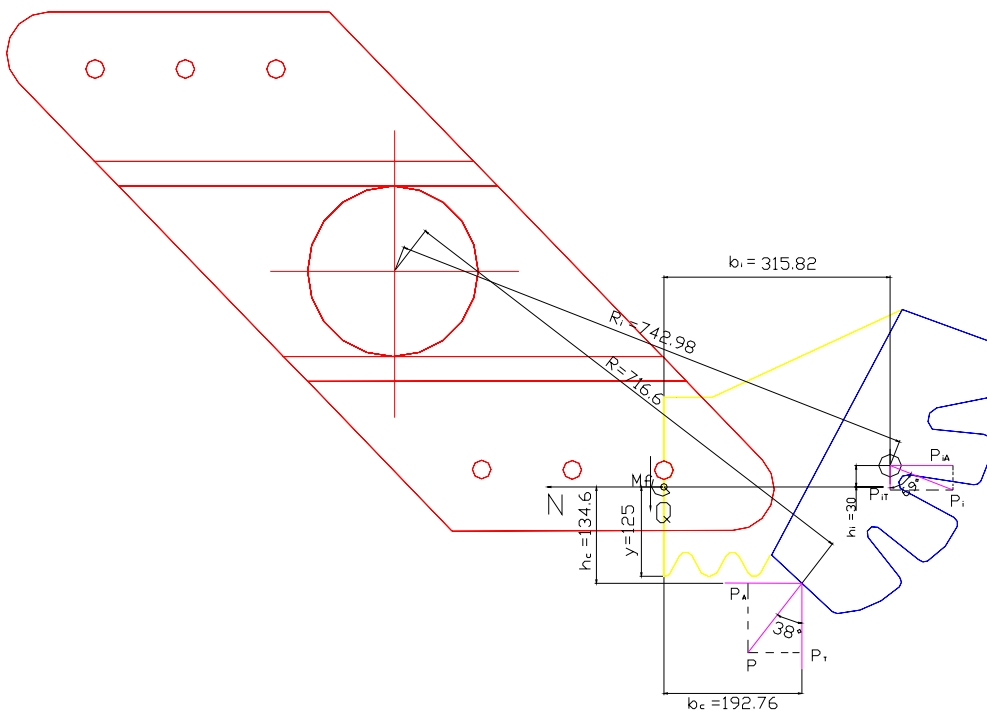


Fig. 6 Cargas sobre la cuchilla y fuerzas internas en la sección de falla por fatiga en la cuchilla.

En la Fig. 7 se muestra la forma de la grieta de fatiga y su ubicación alrededor del primer orificio para los tornillos de sujeción. La grieta es del tipo semielíptica superficial y se extiende casi a través de todo el espesor antes de convertirse en crítica y producir la fractura de la cuchilla.

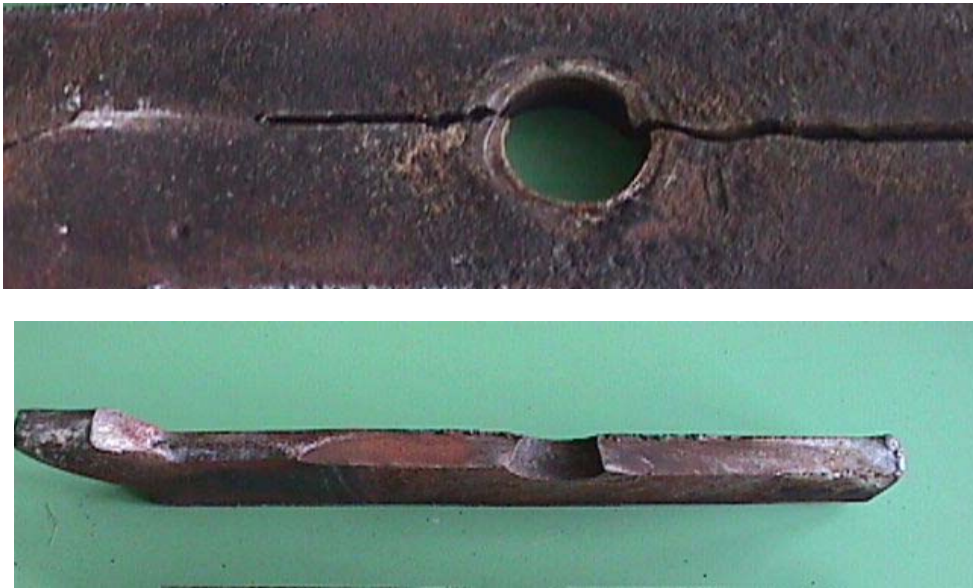


Fig. 7 Forma y proporciones de la grieta por fatiga en el momento de la fractura.

Evaluación del Primer Juego de Cuchillas.

Torque en el eje.

El primer juego de cuchillas consume una potencia de 400 kW y giran a una velocidad de 590 r.p.m. el torque en el eje será:

$$Mt = 955 * \frac{N(kW)}{n(rpm)}$$

Donde: Mt- Torque a transmitir (kN-cm)

N- Potencia demandada = 400 (kW)

n- Velocidad de giro de las cuchillas = 590 (rpm)

$$Mt = 955 * \frac{400(kw)}{590(rpm)}$$

$$\boxed{Mt = 647.5} \text{ kN-cm}$$

Fuerza provocado para el torque en condiciones de carga estática

$$P_{est} = \frac{Mt}{R * Z}$$

Donde: P- Fuerza de corte

R- Distancia del centro del rotor al punto de aplicación de la fuerza
=71.66 cm

Z= 9 (número de cuchillas que cortan simultáneamente)

$$\text{Entonces: } P_{est} = \frac{647.5}{71.66 * 9}$$

$$\boxed{P_{est} = 1.0} \text{ kN}$$

La fuerza sobre la cuchilla se multiplicará por un coeficiente de carga dinámica teniendo en cuenta el impacto de ésta sobre la caña.

Fuerza provocado sobre la cuchilla en condiciones de carga dinámica.

Para poder determinar la carga de trabajo real sobre las cuchillas es preciso poder estimar o calcular las cargas dinámicas que se generan en el caso de una cuchilla picadora que trabaje en las condiciones de las cuchillas del CAI "Cuidad Caracas". Según Reshetov [11] para el caso de acoplamientos con grandes masas rotatorias y cargas de choque como son: molinos, laminadores, etc.

6 $k_{din} = 2.5$ a 3 y más

Según datos de AFBMA (Anti-friction Bearing Manufacturers Association), [12] para el cálculo de los cojinetes de rotores en máquinas con choques moderados.

$$k_{din} = 1.5 \text{ a } 3$$

Según Pisarenko [9], el coeficiente de carga dinámica durante el impacto torsional se puede obtener por la expresión:

$$k_{din} = 1 + \sqrt{1 + \frac{T}{U} \cdot \frac{1}{1 + k_m \cdot \frac{m_0}{m}}}$$

Donde:

T - Energía cinética del cuerpo que golpea en el instante del impacto (Joules).

U - Energía potencial elástica de deformación del cuerpo golpeado bajo la acción estática del cuerpo que golpea (Joules).

m_0 - masa del cuerpo golpeado.

m - masa del cuerpo que golpea

k_m - coeficiente de reducción de la masa del cuerpo golpeado en el punto de impacto.

Si la masa del cuerpo golpeada $m_0 \ll m$, que es el caso de las cuchillas picadoras de caña analizadas, según [8], se puede utilizar la ecuación:

$$k_{din} = \sqrt{1 + \frac{T}{U}}$$

En el trabajo [6] se utiliza esta última expresión de forma aproximada para calcular el coeficiente de carga dinámica de un molino triturador de plástico, obteniéndose un valor medio: $k_{din} = 5.5$. Basados en todas estas referencias asumiremos un valor del coeficiente de carga dinámica: $k_{din} = 5$.

De donde:

$$P_{din} = P_{est} \times k_{din} = 1,0 \times 5 = 5 \text{ kN}$$

Fuerza de inercia.

La fuerza de inercia sobre la sección analizada se determinó por la expresión:

$$P_i = m \cdot a_n \text{ (kN)}$$

Donde: P_i - fuerza de inercia en (kN)

$$a_n = \omega^2 \cdot R_i \text{ - aceleración normal en } (m/s^2)$$

$$m \text{ - masa del tramo de cuchilla analizado en } (kg)$$

$$P_i = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot R_i}{1000} \text{ kN}$$

Donde: $m = \gamma \cdot V$ - masa de la cuchilla (kg)

γ - densidad $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

V - volumen de la cuchilla en m^3

$\gamma = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

El volumen se obtuvo mediante el software AutoCad, siendo:

$$\text{Volumen} = 3063 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$m = 23.89 \text{ kg}$$

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 590}{60}$$

$$\omega = 61.78 \text{ rad/s}$$

$$R_i = 0.743 \text{ m}$$

$$\text{Entonces } P_i = \frac{23.89 \text{ kg} \cdot 61.78^2 \text{ rad/s} \cdot 0.743 \text{ m}}{1000}$$

$$P_i = 67.75 \text{ kN}$$

Cálculo de las fuerzas internas en la sección de falla.

En la Fig. 8 se muestran las dimensiones de la sección transversal donde se produce la fractura por fatiga y se ubica la posición del centroide de la misma.

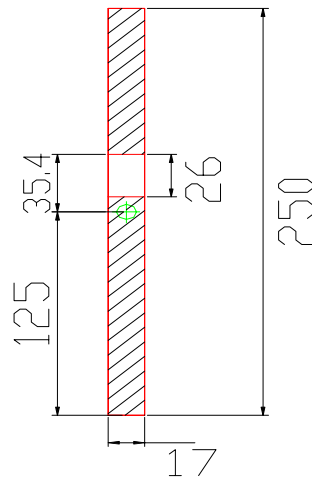


Fig. 8 Dimensiones y posición del centroide de la sección transversal donde se produce la avería.

Para calcular las fuerzas internas se aplicó el Método de las Secciones y se aplicaron las ecuaciones de equilibrio a la parte separada (Ver Fig. 6)

Suma de las Fuerza en la dirección del eje N

$$\sum F_N = N - P_{i_A} - P_A = 0$$

$$N = P_A + P_{i_A} = P \cdot \text{sen} \alpha + P_i \cdot \text{sen} \beta$$

$$N = 5.0 \cdot \text{sen} 38^\circ + 67.75 \cdot \text{sen} 69^\circ$$

$$\boxed{N = 66.3} \text{ kN}$$

Suma de Las Fuerza en la dirección del eje Q

$$\sum F_i = Q + P_{i_r} - P_T = 0$$

$$Q = P_T - P_{i_r} = P * \cos \alpha - P_i * \cos \beta$$

$$Q = 5.0 * \cos 38^0 - 67.75 * \cos 69^0$$

$$Q = -20.3 \text{ kN}$$

$$\boxed{Q = 20.3} \text{ kN (con el sentido contrario)}$$

$$\sum M_C = Mf + P_T * bc + P_A * hc - P_{i_A} * hi - P_{i_r} * bi = 0$$

Despejando Mf :

$$Mf = -P_T * bc - P_A * hc + P_{i_r} * bi + P_{i_A} * hi$$

$$Mf = -3.9 * 19.28 - 3.08 * 13.46 + 24.28 * 31.58 + 63.25 * 3$$

$$\boxed{Mf = 843.0} \text{ kN-cm}$$

Cálculo de las tensiones en el borde del orificio donde se inició la fisura en condiciones de carga dinámica.

$$\sigma_N = \frac{N}{A} * kd$$

Donde: $A = 42.5 \text{ cm}^2$

$$\sigma_N = \frac{66.3 \text{ kN}}{42.5 \text{ cm}^2} * 5$$

$$\boxed{\sigma_N = 7.8} \text{ kN/cm}^2$$

Según Feodosiev [3]

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} * \frac{Q}{A} * kd$$

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} * \frac{20.3}{42.5} * 5$$

$$\boxed{\tau_{\max} = 3.58} \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{Mf} = \frac{Mf * Y_0}{I_x} * kd$$

Donde: $Y_0 = 3.54 \text{ cm}$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = 2213.5 \text{ cm}^4$$

$$\sigma_{Mf} = \frac{843 \text{ kN-cm} * 3.54 \text{ cm}}{2213.5 \text{ cm}^4} * 5$$

$$\boxed{\sigma_{Mf} = 6.74} \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_{Mf} + \sigma_N$$

$$\sigma_{\max} = 6.74 + 7.8 = 14.54 \text{ kN/cm}^2$$

Cálculo del factor de seguridad a la fatiga.

El ciclo es intermitente, pues las cuchillas cortan una vez por revolución. El factor de seguridad a las tensiones normales se calcula por la siguiente expresión [4]

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_{\sigma} * \sigma_a}{\varepsilon * \beta} + \left(\frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} \right) * \sigma_m} \quad (1)$$

Donde:

Para el acero CT-3, $\sigma_u = 38 \text{ kN/cm}^2$ [10]

$$\sigma_a = \sigma_m = \frac{\sigma_{\max}}{2} = 7.27 \text{ kN/cm}^2$$

Los límites de fatiga σ_{-1} y σ_0 se puede estimar, para el caso de fatiga por tracción – compresión, por las relaciones [4]:

$$\sigma_{-1} = 0.36\sigma_u = 0.36 * 38$$

$$\sigma_{-1} = 13.68 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_0 = 0.5\sigma_u = 0.5 * 38$$

$$\sigma_0 = 19 \text{ kN/cm}^2$$

Según Feodosiev [3], para $d = 200 \text{ mm}$ y curva 2 (para aceros al carbono con concentración de tensiones). $\varepsilon \approx 0.4$

Según Gilda Fernández [4], con $\sigma_u = 38 \text{ kN/cm}^2$ y curva # 6 (Rugosidad de laminación):

$$\beta \approx 0.76$$

Según Pisarenko [9], para placa con orificio y $\sigma_u = 38 \text{ kN/cm}^2$ se puede tomar:

$$k_{\sigma} = k_{\tau} = 1.4$$

Sustituyendo los valores en la expresión (1) se obtiene que:

$$n_{\sigma} = 0.38$$

De forma similar el factor de seguridad a las tensiones tangenciales se halla por la expresión[4]:

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_{\tau} * \tau_a}{\varepsilon * \beta} + \left(\frac{2\tau_{-1} - \tau_0}{\tau_0} \right) * \tau_m} \quad (2)$$

$$\text{Donde: } \tau_a = \tau_m = \frac{\tau_{\max}}{2} = 1.79 \text{ kN/cm}^2$$

Los límites de fatiga τ_{-1} y τ_0 se estimaron por las conocidas relaciones[4]:

$$\tau_{-1} = 0.22\sigma_u = 0.22 * 38$$

$$\tau_{-1} = 8.36 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_o = 0.3\sigma_u$$

$$\tau_o = 11.4 \text{ kN/cm}^2$$

Sustituyendo en la ecuación (2), se obtiene:

$$n_\tau = 0.92$$

El factor de seguridad resultante:

$$n_r = \frac{n_\sigma * n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}$$

$$n_r = \frac{0.37 * 0.92}{\sqrt{0.37^2 + 0.92^2}}$$

$$n_r = 0.35$$

Evaluación del Segundo Juego de Cuchillas.

De igual forma se evaluó la resistencia a la fatiga del segundo juego de cuchillas. La diferencia radica en que el segundo juego demanda mayor potencia $N = 630 \text{ kW}$ y por lo tanto el torque es mayor, o sea, $M_t = 1\,019,7 \text{ kN-cm}$. Los factores de seguridad calculados dan:

$$n_\sigma = 0.39 \quad ; \quad n_\tau = 1.03 \quad \text{y} \quad n_r = 0.37$$

Aplicación de la Mecánica de la Fractura.

Curva de Resistencia Residual y Tamaño Crítico de la Grieta.

La sección de falla por fatiga está sometida a un estado tensional plano con presencia de tensiones normales y tangenciales simultáneamente, desde el punto de vista de la Mecánica de la Fractura esto se corresponde con los Modos de Carga I y III simultáneamente, o sea, es necesario hallar K_{eq} por la expresión correspondiente y la condición de fractura será aquella cuando el Factor de Intensidad de Tensiones Equivalente se iguale a la Tenacidad a la Fractura del material empleado, o sea:

$$K_{eq} = \sqrt{(K_I)^2 + \frac{(K_{III})^2}{1-\mu}} = K_{Ic} \quad (3)$$

La Tenacidad a la Fractura del material empleado en la fabricación de las cuchillas se halló por la correlación Rolfe – Barsom [1]:

$$K_{Ic} = \sigma_f \cdot \sqrt{0.6478 \cdot \left(\frac{CVN}{\sigma_f} - 0.0098 \right)}$$

Para Acero CT3;

$$\sigma_f = 21 \frac{\text{kgf}}{\text{mm}^2} \cdot 9.81 = 206 \text{ MPa} \quad [10]$$

$$CVN = a_K \cdot 9.81 \cdot A$$

$$\text{Donde: } a_K = 7 \frac{\text{Kgf-m}}{\text{cm}^2} \quad [6]$$

$$CVN = 7 \cdot 9.81 \cdot 0.8 = 55 \text{ J}$$

$$K_{Ic} = 206 \sqrt{0.6478 \cdot \left(\frac{55}{206} - 0.0098 \right)}$$

$$K_{Ic} = 84 \text{ MPa} \sqrt{m}$$

El Factor de Intensidad de Tensiones se obtuvo aplicando el Método de la Composición ya que en la zona de la grieta semiéptica superficial hay un orificio, además se trata de una placa plana de dimensiones finitas y se hace necesario combinar estas influencias. La influencia del orificio se incorporará como el Caso 11 de la referencia Goytisolo [5] correspondiente a un orificio en placa plana infinita con dos grietas en los bordes, tal como se muestra en la Fig. 9, la influencia de la forma de la grieta y de las dimensiones finitas de la placa se incorporarán según lo planteado en el Caso 11 de la referencia Goytisolo [5] correspondiente a una placa plana de dimensiones finitas, con una grieta semiéptica superficial bajo un estado tensional plano de tracción y cortante, tal como se muestra en la Fig. 10

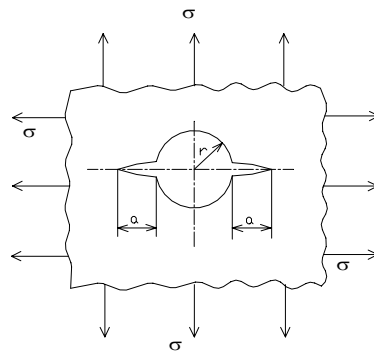


Fig. 9 Orificio en placa plana infinita con dos grietas en los bordes bajo estado tensional uniaxial de tracción

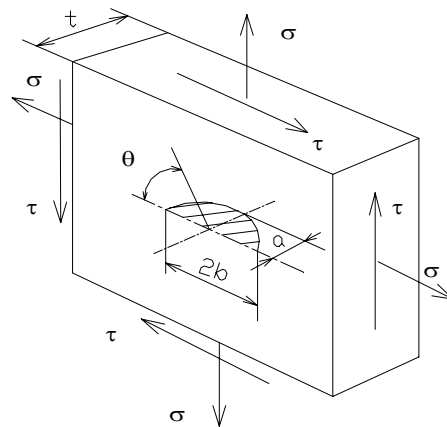


Fig. 10 Grieta semiéptica superficial en placa plana finita bajo estado tensional plano de tracción y cortante.

Para este último caso, de acuerdo a las proporciones observadas en varias cuchillas fracturadas se tiene que:

$$\frac{a}{2b} = 0.1 ; \quad \frac{a}{b} = 0.2 \quad \text{y} \quad \frac{b^2 - a^2}{b^2} \cong 1$$

Para $\theta = \frac{\pi}{2}$ y estas proporciones: $\phi_0 = 1$, entonces:

$$K_I = \left[1 + 0.12 \cdot \left(1 - \frac{a}{b} \right) \right] \cdot \frac{\sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a}}{\phi_o} \cdot \sqrt{\left(\frac{2 \cdot t}{\pi \cdot a} \cdot \tan \frac{\pi \cdot a}{2 \cdot t} \right) \cdot \frac{1}{1000}}$$

$$K_I = [1 + 0.12 \cdot (1 - 0.2)] \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 15}{\pi \cdot a} \cdot \tan \frac{\pi \cdot a}{2 \cdot 15} \right) \cdot \frac{1}{1000}}$$

$$K_I = 1.096 \cdot \sigma \cdot 5.47 \sqrt{\left(\tan \frac{\pi \cdot a}{2 \cdot 15} \right) \cdot \frac{1}{1000}}$$

$$K_I = 0.19 \cdot \sigma \sqrt{\left(\tan \frac{\pi \cdot a}{30} \right)}$$

$$K_{II} = 0$$

$$K_{III} = \tau \cdot \frac{\sqrt{\pi \cdot a}}{\phi_o} \cdot \sqrt{\left(\frac{2 \cdot t}{\sqrt{\pi \cdot a}} \cdot \tan \frac{\pi \cdot a}{2 \cdot t} \right) \cdot \frac{1}{1000}}$$

$$K_{III} = \tau \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 15}{\sqrt{\pi \cdot a}} \cdot \tan \frac{\pi \cdot a}{2 \cdot 15} \right) \cdot \frac{1}{1000}}$$

$$K_{III} = 0.17 \tau \cdot \sqrt{\left(\tan \frac{\pi \cdot a}{30} \right)}$$

$$K_{eq} = \sqrt{0.19 \cdot \sigma \left(\tan \frac{\pi \cdot a}{30} \right)^2 \cdot \frac{0.17 \cdot \tau \left(\tan \frac{\pi \cdot a}{30} \right)^2}{1 - 0.3}}$$

$$K_{eq} = \sqrt{\tan \frac{\pi \cdot a}{30} \cdot \sqrt{0.036 \sigma^2 + 0.041 \tau^2}}$$

$$K_{eq} = 0.19 \sqrt{\tan \frac{\pi \cdot a}{30}} \cdot \sqrt{\sigma^2 + 1.14 \tau^2} \leq K_{Ic}$$

Donde: $Q = 18.1 \text{ kN}$; $N = 68.11 \text{ kN} = 3.76 Q$. Para expresar K_{eq} en función de σ solamente:

$$Q = \frac{1}{3.76} N$$

$$Q = 0.27 N$$

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_M$$

$$\sigma = \frac{N}{1.7 \cdot 25 - 1.7 \cdot 2.6} + \frac{10.4 N \cdot y}{I_x}$$

$$\sigma = \frac{N}{38.1} + \frac{10.4 N \cdot 3.54}{2213.5} = 0.042 N$$

$$\tau = \frac{Q \cdot S_x}{b \cdot I_x}$$

$$S_x = (12.5 - 3.54) \cdot 1.7 \cdot \left(12.5 - \frac{12.5 - 3.54}{2} \right)$$

$$S_x = 122.16 \text{ cm}^3$$

$$\tau = \frac{0.27N \cdot 122.16}{1.7 \cdot 2213.5}$$

$$\tau = 0.009N$$

$$\frac{\tau}{\sigma} = \frac{0.009N}{0.042N} = 0.214$$

$$\tau = 0.214\sigma$$

$$K_{eq} = 0.19 \sqrt{\tan \frac{\pi \cdot a}{30} \cdot \sqrt{\sigma^2 + 1.14 \cdot (0.214)^2 \cdot \sigma^2}} \leq K_{Ic}$$

$$K_{eq} = 0.195 \cdot \sigma \sqrt{\tan \frac{\pi \cdot a}{30}} \leq K_{Ic}$$

Para incorporar ahora la influencia del orificio es necesario hallar el β_{orificio} para lo cual fue necesario hallar una ecuación de correlación para el caso de dos grietas en estado uniaxial. La correlación obtenida fue:

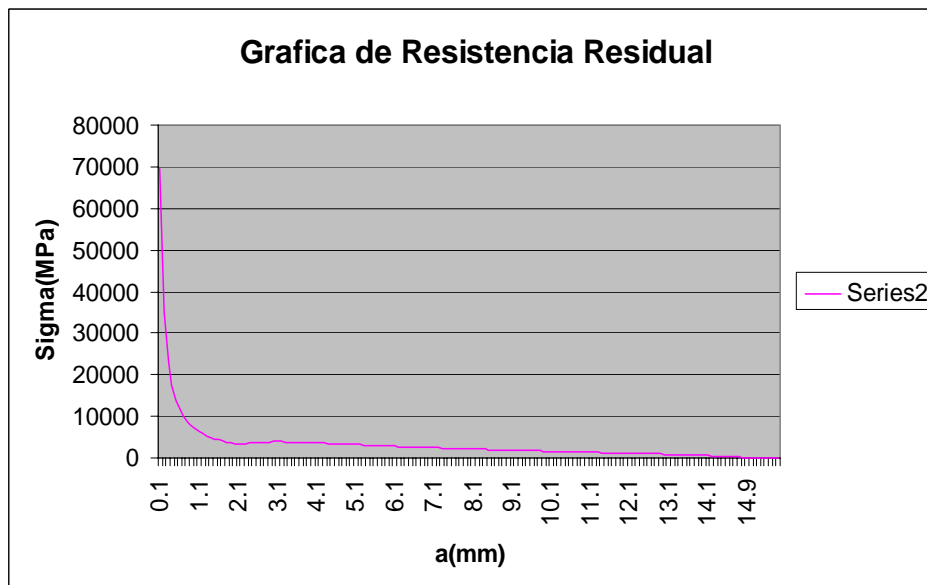
$$\beta_{\text{orificio}} = \left(\frac{0.943 \cdot a}{a - 1.569} \right)$$

La expresión final de K_{eq} será:

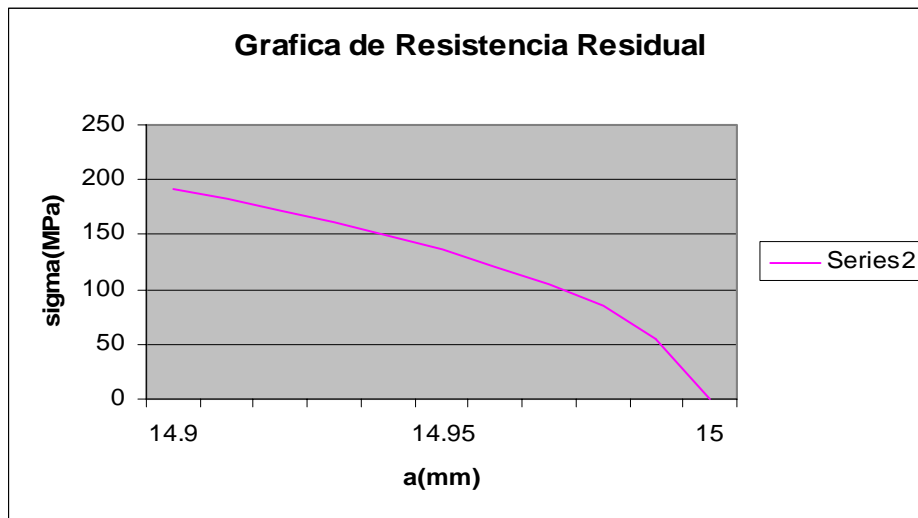
$$K_{eq} = \beta_{\text{grieta}} \cdot \beta_{\text{orificio}} \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot a}{1000}} \cdot \sigma = K_{Ic}$$

$$K_{eq} = 0.195 \cdot \sigma \sqrt{\tan \left(\frac{\pi \cdot a}{30} \right)} \cdot \left(\frac{0.943 \cdot a}{a - 1.569} \right) \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot a}{1000}} \cdot \sigma = K_{Ic}$$

Despejando la tensión normal σ y hallando de esta última expresión el valor de la tensión crítica que provoca la fractura para cada tamaño crítico de grieta: a , se construye la Gráfica de Resistencia Residual mostrado en la Fig. 11.



a) Gráfica de Resistencia Residual para el Modelo de Grieta empleado.



b) Gráfica de Resistencia Residual ampliado para la zona final del mismo.
Fig. 11 Gráfica de Resistencia Residual

De este último gráfico se puede obtener que para la tensión normal máxima de trabajo que existe en las cuchillas picadoras del CAI “Ciudad Caracas”: $\sigma_{max} = 6.74 + 7.8 = 14.54$ kN/cm² = 145.4 MPa, el tamaño crítico de la grieta da ligeramente superior a: $a_c = 14.94$ cm, lo cual da cerradamente coincidente con la realidad. O sea que, un pequeño microdefecto de la estructura cristalina del metal tendrá que crecer, por crecimiento subcrítico por fatiga, hasta alcanzar el tamaño de la grieta crítica calculada, unas décimas de milímetro antes de que se haga pasante para que la cuchilla se fracture. Esto precisamente es lo que se observa en las cuchillas fracturadas, tal como se aprecia en la Fig. 7.

Evaluación del crecimiento subcrítico de la grieta.

La grieta crece desde un microdefecto cualquiera que este presente en la estructura cristalina del metal en la zona de la superficie de los orificios, o a partir de una huella del proceso de maquinado de los mismos o simplemente a partir de una huella del desgaste de estos mediante un proceso de incubación y de fisuración progresiva posterior hasta que alcanza el tamaño crítico ya determinado, momento en el cual se produce la fractura frágil. Para la evaluación del crecimiento subcrítico se utilizó la razón de crecimiento de Paris [5]:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^n \quad \text{m/ciclo}$$

Donde, para el caso de ciclo intermitente: $\Delta K = K_{max} - K_{min}$; $K_{min} = 0$

De donde se tiene que:

$$\Delta K = 0.195 \cdot \sigma \sqrt{\tan\left(\frac{\pi \cdot a}{30}\right)} \cdot \left(\frac{0.943 \cdot a}{a - 1.569}\right) \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot a}{1000}} \cdot \Delta \sigma$$

$$\text{y } \Delta \sigma = \sigma_{max} = 145.4 \text{ MPa}$$

Las constantes C y n de la razón de crecimiento de Paris, para aceros ferrítico – perlíticos son, según Shigley – Mischkie [12]:

$$C = 6.9 \times 10^{-12} \quad \text{y} \quad n = 3$$

En la Fig. 12 se muestra el Gráfico de Crecimiento Subcrítico obtenido:

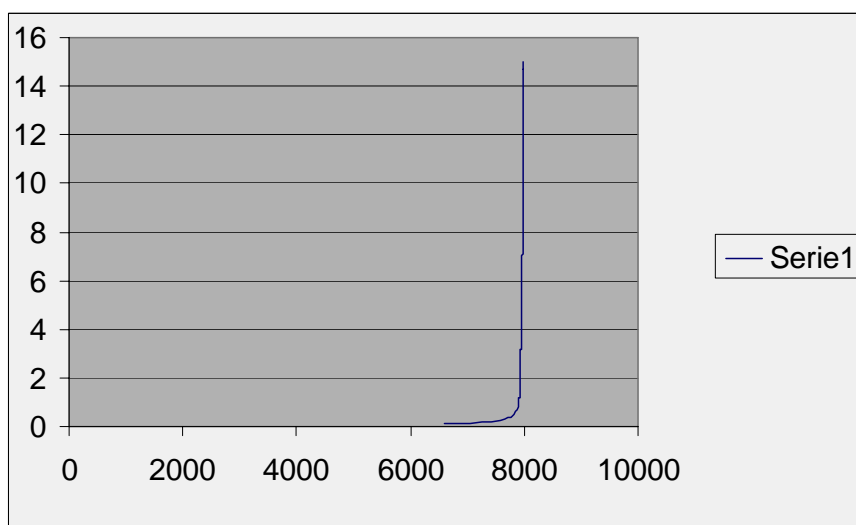


Fig. 12 Gráfico de Crecimiento Subcrítico.

Del gráfico se observa que para que un pequeño microdefecto crezca hasta su tamaño crítico tienen que transcurrir 7972 horas, o sea, 332 días, vida equivalente a 2,77 zafras de 120 días, lo que se corresponde en muy buena medida con lo que está ocurriendo en la actualidad.

En la Tabla 1 se muestran diferentes aceros de bajo carbono soldables, que pueden ser empleados en lugar del CT – 3 para fabricar las cuchillas picadoras de caña.

Tabla 1 Propiedades mecánicas y fractomecánicas de diferentes aceros para cuchillas			
Acero	Límite de fluencia σ_f MPa	Resiliencia a_k J/cm ²	Tenacidad a la fractura K_{Ic} MPa· \sqrt{m}
30 G	320	78,5	111,2
20 X	400	68,7	115,0
30 XM	540	58,9	120,8

Si se realiza el mismo análisis con aceros de mayor resistencia, como son los aceros dados en la Tabla 1: 20X, 30G o 30XM [6], que como se aprecia tienen ligeramente mayor Tenacidad a la Fractura que el acero CT – 3, dada anteriormente, se demuestra que al construir el gráfico de resistencia residual con el mismo modelo de grieta anterior, para que la grieta se haga crítica después de haber crecido hasta una magnitud de 14,94 mm, profundidad para la cual la grieta se hace crítica con el acero CT – 3, sería necesaria una tensión muy superior tal como se aprecia en la Tabla 2 y en la Fig. 13. Empleando el acero al manganeso 30G, la tensión crítica sería: $\sigma_c = 196,8$ MPa, con el acero de bajo carbono al cromo 20 X, la tensión crítica sería: $\sigma_c = 203,5$ MPa y con el acero al cromo molibdeno 30 XM la tensión crítica crecería hasta un valor de $\sigma_c = 214,0$ MPa. Esto significa que la grieta tendría que convertirse en pasante y continuar creciendo aun más para que se produzca la fractura.

Tabla 2 Tensiones críticas para aceros de mayor resistencia que el acero CT – 3

	Acero CT3	Acero 30G	Acero 20X	Acero 30XM
a(mm)	Tensión MPa	Tensión MPa	Tensión MPa	Tensión MPa
14	623,526678	825,07976	853,112291	897,1958202
14,1	589,749833	780,384654	806,898644	848,5941397

14,2	554,375822	733,576102	758,499747	797,6942888
14,3	517,061428	684,199946	707,446008	744,0024113
14,4	477,335393	631,632592	653,092651	686,8404107
14,5	434,519134	574,976109	594,511233	625,2318703
14,6	387,570522	512,851503	530,27591	557,6772653
14,7	334,733447	442,935004	457,983961	481,6497187
14,8	272,5788	360,68906	372,943665	392,2150707
14,9	192,236783	254,376733	263,01932	276,6105199
14,91	182,324416	241,260223	249,457169	262,347562
14,92	171,852503	227,403297	235,129447	247,2794717
14,93	160,711661	212,661211	219,886491	231,2488551
14,94	148,75162	196,835123	203,522703	214,0394886

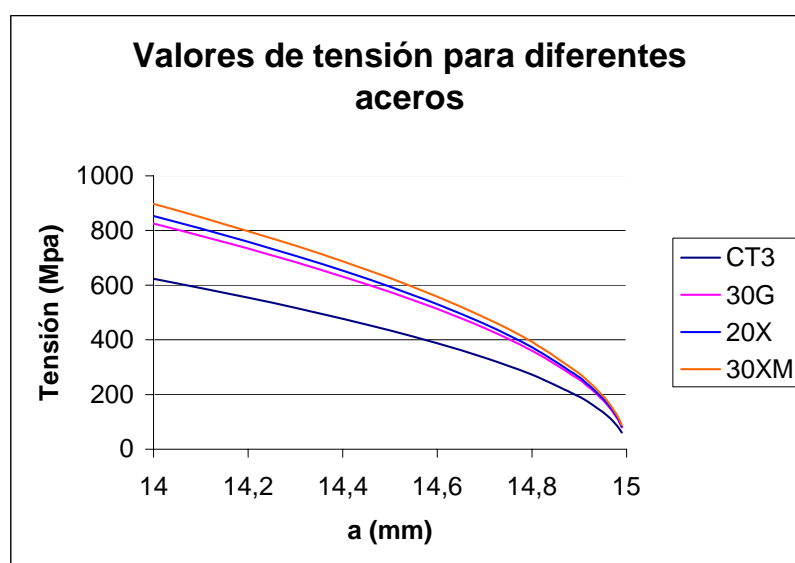


Fig. 13 Gráfica de Resistencia Residual para diferentes aceros.

En estas condiciones, aunque no se puede evaluar este crecimiento con el modelo empleado, se puede inferir que la vida al menos se duplicará.

3. Conclusiones.

1. En la literatura se recomienda el empleo de acero al cromo – tungsteno – vanadio de resistencia a la tracción del orden de $\sigma_u = 2\ 100$ MPa, tratado térmicamente, con dureza en el filo de 57 a 58 HRC para poder lograr la adecuada combinación de resistencia volumétrica y superficial de las cuchillas picadoras de caña, sin embargo, este acero es muy costoso.
2. La causa de las reiteradas averías radica en que en la actualidad, tratando de reducir los costos se utiliza en las mismas acero de bajo carbono con resistencia máxima a la tracción del orden de $\sigma_u = 380$ MPa, y se busca la dureza del filo rellenando el mismo con electrodos de alta resistencia y dureza, resolviendo el problema de su resistencia superficial, pero descuidando la resistencia volumétrica, lo que provoca las averías.
3. Con el acero CT – 3 en ambos juegos de cuchillas para las cargas de trabajo existentes, consistentes en la fuerza dinámica de corte y la fuerza de inercia, los factores de seguridad a la

fatiga en la sección de falla, para ambos juegos de cuchillas, da inferior a la unidad, lo que confirma que la avería es inevitable.

4. La aplicación de la Tecnología de la Mecánica de la Fractura confirma que el tamaño crítico de la grieta con este acero es del orden de $a_c = 14.7$ mm para ambos juegos de cuchillas, lo que coincide cerradamente con los resultados reales y la Vida Residual calculada es del orden de 2,7 zafras, que es mas o menos lo que está ocurriendo en la actualidad.
5. Empleando aceros de bajo carbono aleados, soldables, no tan costosos como el acero al cromo – tungsteno – vanadio recomendado en la literatura, se puede lograr un incremento de la tenacidad tal que la vida de las cuchillas al menos se duplique y se puede mantener la práctica actual de rellenar el filo con soldadura para lograr una buena resistencia al desgaste que no poseen estos aceros.

4. Bibliografía

1. Barsom, J. M. Rolfe, S. T. **Correlations between K_{Ic} and Charpy V-Notch test results in the transition-temperature range, Impact Testing of Metals, ASTM STP 466, American Society for Testing and Materials, 1987, p. 281 – 302**
2. Dobrovolski V. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial MIR, 1970.--692 p.
3. Feodosiev V.I. Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 3ª Ed.1985.—583 p.
4. Fernández Levy, Gilda S. Resistencia de Materiales. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.—511p.
5. Goytisoló R. Mecánica de la Fractura. Curso impartido en la Maestría en Mecánica Aplicada, Universidad de Cienfuegos. 2001.--98p.
6. Goytisoló R, Castellanos L, Carrera V, Noa J.G, Quiñones A, Fernández A. Análisis y solución de la avería en molino de la Planta de Plástico Mixto. Ingeniería Mecánica. Volumen 8, No. 3, pag. 51 a 58.
7. Hugot, E. Manual para Ingenieros Azucareros. México: Editorial Continental, 1974.-- 784 p.
8. Miroljubov I. Y otros. Problemas de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR 1985.— 500p.
9. Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.K. Manual de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1989.-- 693 p.
10. Promsyríoimport. Rusia. Metallurgist's Handbook. Part I, 1970. (Catálogo industrial)
11. Reshetov, D. Elementos de Máquinas. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1985.—830p.
12. Shigley, J.E y Mischkie, C., Diseño en Ingeniería Mecánica. México: Editorial McGraw Hill Interamericana. 2001.—943 p.

Caso No. 22 Análisis y Soluciones de la Avería de la Criba de la Planta de Trituración y Secado de la Empresa “Cementos Cienfuegos S.A.”

Autores:

Dr. Rafael Goytisoló Espinosa¹, M.Sc. Juan Gabriel Noa Águila², Dr. Hernán Hernández Herrera³, M.Sc. Osdiel Hernández Pérez, Ing. Mario Cabello Ulloa⁴, Ing. Giory Alemán González⁵, Ing. Marcos Consuegra Urquiza⁶, Ing. Raúl Alfonso Rodríguez⁷, Ing. Pavel Sagastume Gutiérrez⁸, Ing. Armando Morffi Caneiro⁹

1 – Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

2 – Máster en Mecánica Aplicada. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos

3 – Profesor Asistente, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

4, 5, 6, 7 – Estudiantes del 3er Año de la Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos

8 – Ingeniero Recién Egresado de la Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos

6 – Ingeniero Especialista de Mantenimiento Empresa “Cementos Cienfuegos S.A.”

1. Introducción.

La Empresa Mixta “Cementos Cienfuegos S.A.” surgió a partir de las negociaciones que se iniciaron en el año 2000 con la parte extranjera y a mediados del año 2001 se inició la inversión consistente en una rehabilitación general de la Empresa y el montaje de equipamiento prácticamente nuevo en la línea No. 3. Estas inversiones abarcaron también la vieja Planta de Caliza que trituraba inicialmente sólo caliza y que se remodeló para triturar y secar no sólo caliza, sino también arcilla, marga y feldespatos y se denominó Planta de Trituración y Secado. Esta remodelación incluyó la instalación de un nuevo Transportador Alimentador denominado TP 1 y una Criba para reducir la cantidad de material que se hacía llegar al Molino de Martillos para su trituración, elevándose de esta forma la capacidad de producción de la Planta.

La puesta en marcha de la nueva instalación se produjo en Noviembre del 2004. Al diseñar la Ingeniería de la Planta de Trituración y Secado la Firma Extranjera que la diseñó cometió el error de colocar el Transportador Alimentador TP 1 muy alto con relación a la Criba, más de 2,5 m de diferencia de altura, sin valorar que en las condiciones cubanas podían llegar a la Planta piedras de gran tamaño, de hasta 2 m de diámetro con pesos que pueden alcanzar hasta 7 toneladas. Una piedra de estas dimensiones dejada caer desde una altura de 2,5 m provoca cargas de impacto excesivamente grandes que según la hipótesis elaborada en este trabajo ponen en riesgo la integridad estructural de la Criba provocando los reiterados impactos de las cargas la falla por fatiga de los laterales. Producto de los frecuentes y reiterados impactos de las cargas de operación, a principios del año 2006, apenas transcurrido un año de explotación aparecieron las primeras grietas de fatiga en ambos laterales de la Criba, que provocaron reiteradas reparaciones en “situ”, con un total de 570 horas de paradas hasta que fueron sustituidos por los laterales nuevos.

En las Fig. 1a) y 1b) se muestra una vista de la cantera y de las grietas de fatiga detectadas.



Fig. 1 Vista de las piedras en la cantera y de una grieta en los laterales de la criba

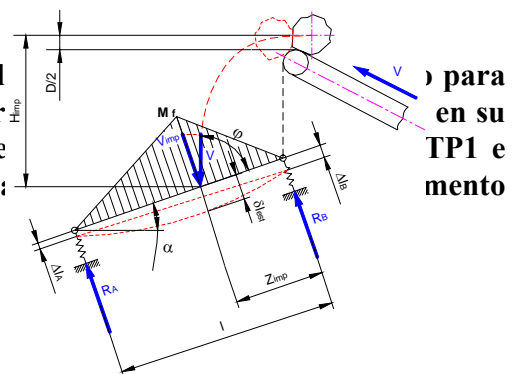
Durante todo este tiempo desde la aparición de las primeras grietas el Colectivo de Mecánica Aplicada de la Universidad de Cienfuegos en coordinación con técnicos de la Empresa realizó la investigación objeto del presente trabajo realizando sucesivas recomendaciones que fueron aplicadas en la Empresa y que permitieron ir produciendo con los laterales existentes averiados hasta que se recibieron los laterales nuevos, los cuales fueron suministrados reforzados por la Firma Haver and Boecker, fabricantes de la Criba, con una doble pared que se prolongaba mas allá de la zona donde aparecieron las grietas, tal como se había recomendado durante la investigación a la Empresa. En el trabajo se evalúa el comportamiento de los laterales originales y de los reforzados y se hacen los pronósticos de vida correspondientes. Se dan además los elementos esenciales para la fabricación de una resbaladera que podrá ser colocada en el lugar de la criba en el caso de reparaciones prolongadas para no tener que detener la producción. El Trabajo tuvo un gran impacto económico para la Empresa, ya que se pudo operar durante meses con los laterales averiados evitando enormes pérdidas económicas.

2. Desarrollo.

En la I
calcula
caída c
impact



...a y del TP1 y el
criba. Las piedr
lida de éstas de
a distancia del :



flector estático es igual a la reacción R_B correspondiente al peso de la piedra por Z_{imp} . El coeficiente de carga dinámica se calculó para el caso de un impacto vertical transversal con una velocidad V_{imp} igual a la componente de la velocidad con la que chocan las piedras en la criba perpendicular a los laterales, de acuerdo con las ecuaciones para este tipo de impacto dadas en la referencia [1].

Fig. 2 Foto de la Criba y el Transportador TP1 y Esquema de Análisis de los Laterales de la Criba en condiciones de carga de impacto de las piedras

El momento de inercia para el cálculo de las tensiones normales en los laterales según la Ecuación de Navier y el momento estático de la sección separada por encima de la posición del orificio, por donde comenzaron las grietas de fatiga, para el cálculo de las tensiones tangenciales según la Ecuación de Zhuravski, se obtuvieron con el Software Mechanical Desktop, tanto para los laterales simples como para los reforzados. En la obtención del desplazamiento estático necesario para calcular k_{din} , de los laterales en el punto de impacto se tomó en cuenta el desplazamiento originado en los cuatro tacos de goma sobre los cuales está apoyado cada uno de los laterales de la criba en cada uno de los apoyos y la flecha del propio lateral a flexión.

Dado que el régimen de explotación de la criba con relación al tamaño de las piedras que procesa es completamente inestable y aleatorio se realizó un estudio durante dos semanas de la frecuencia de aparición de piedras de gran tamaño y se obtuvo el siguiente cuadro de frecuencias: 0,4 % de piedras entre 1 y 1,5 m de diámetro: $\beta_1 = 0,04$; 1,6 % de piedras entre 0,5 y 1 m de diámetro: $\beta_2 = 0,16$; , 48 % del tiempo de piedras entre 0,2 y 0,5 m de diámetro: $\beta_3 = 0,48$; y el 50 % restante de piedras con diámetros menores de 0,2 m: $\beta_4 = 0,50$. Según la Hipótesis Acumulativa se halló la Tensión Equivalente para el cálculo del factor de seguridad a la fatiga y se aplicó entonces el Método Clásico para el régimen estable equivalente con ciclo de trabajo intermitente, según la ecuación:

$$\sigma_{eq} = \sqrt[m]{\sum_1^n \beta_i \sigma_i^m} \quad (1)$$

El factor de seguridad resultante a la fatiga se obtuvo por la clásica ecuación:

$$n = \frac{n_\sigma \cdot n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} \quad (2)$$

Entre las recomendaciones para elevar la resistencia a la fatiga de la criba se encuentran:

1. La colocación de una cadena compuesta por eslabones de esteras de tractores en una posición próxima al extremo del Transportador TP 1 para limitar el vuelo de la piedra y garantizar que estas caigan en el punto de menor diferencia de altura y más cerca del apoyo delantero B, reduciéndose de esta forma el momento flector dinámico y por lo tanto las tensiones dinámicas, tal como se muestra en la Fig.3.
2. Reforzar los laterales con una chapa que abarque la mayor altura posible de los laterales para prácticamente duplicar su momento de inercia y reducir de esta forma las tensiones dinámicas.
3. Cortar un tramo del Transportador TP 1 o elevar el nivel al cual se encuentra la criba para reducir H_{din} y por lo tanto reducir las tensiones dinámicas en los laterales.

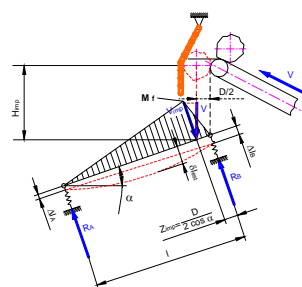


Fig. 3 Foto de la ubicación de las cadenas limitadoras del vuelo de las piedras y Esquema de Análisis de los Laterales de la Criba en condiciones de carga de impacto de las piedras con las cadenas limitadoras

En la Tabla 1 se muestran los resultados del cálculo del factor de seguridad resultante a la fatiga para cada una de estas recomendaciones. Como se puede apreciar en las condiciones originales de explotación de la criba el factor de seguridad a la fatiga es muy inferior a la unidad, lo que explica la rápida aparición de grietas de fatiga, para las diferentes recomendaciones realizadas se eleva la reserva de resistencia a la fatiga de los laterales. Sin embargo se aprecia como con la criba reforzada el factor de seguridad, con la incorporación de la cadena sigue siendo muy bajo casi igual a la unidad. La única solución definitiva del problema es la de reducir de alguna manera H_{imp} .

Tabla 1 Valores de la tensión equivalente durante el impacto y factor de seguridad a la fatiga para los diferentes casos analizados.

Casos	$H_{imp} (m)$	$Z_{imp} (m)$	$V_{imp} (m/s)$	$\sigma_{eq_{din}} (MPa)$	n
Criba sin cadena y sin refuerzo	3.3	0.93	7.56	205.64	0.53
Criba con cadena y sin refuerzo	3.1	0.29	7.25	137.67	0.80
Criba con cadena y con refuerzo	3.1	0.29	7.25	100.22	1.09
Criba con cadena, con refuerzo y con $H_{imp}=0.1m$	0.7	0.29	2.61	47.19	2.32

Aplicación de la Mecánica de la Fractura Lineal Elástica

La sección de falla por fatiga está sometida a un estado tensional plano con presencia de tensiones normales y tangenciales simultáneamente, desde el punto de vista de la Mecánica de la Fractura esto se corresponde con los Modos de Carga I y III [2,3,4] actuando simultáneamente, o sea, es necesario hallar K_{eq} por la expresión correspondiente y la condición de fractura será aquella cuando el Factor de Intensidad de Tensiones Equivalente se iguale a la Tenacidad a la Fractura del Material empleado, o sea:

$$K_{eq} = \sqrt{(K_I)^2 + \frac{(K_{III})^2}{1-\mu}} = K_{Ic} \quad (3)$$

La Tenacidad a la Fractura del material se halló por la correlación Rolfe – Barsom [5]:

$$K_{Ic} = \sigma_f \cdot \sqrt{0.6478 \cdot \left(\frac{CVN}{\sigma_f} - 0.0098 \right)} \quad (4)$$

Para Acero Grado 30;

$$\sigma_f = 30 \frac{kgf}{mm^2} \cdot 9.81 = 294 \text{ MPa y } CVN = 8 \cdot 9.81 \cdot 0.8 = 62,8 \text{ J} \quad (5)$$

$$K_{Ic} = 294 \sqrt{0.6478 \cdot \left(\frac{62,8}{294} - 0.0098 \right)} = 106,8 \text{ MPa} \sqrt{m} \quad (6)$$

El Factor de Intensidad de Tensiones se obtuvo aplicando el Método de la Composición [2,4] ya que la grieta es del tipo semielíptica superficial y ésta surge donde hay un orificio y se trata de una placa plana de dimensiones finitas haciéndose necesario combinar todas estas influencias. La influencia del orificio se incorporó como el Caso 11 de la referencia Goytisolo [4] correspondiente a un orificio

en placa plana infinita con dos grietas en los bordes, tal como se muestra en la Fig.4 a para el caso de estado uniaxial de tensiones. La influencia de la forma de la grieta y de las dimensiones finitas de la placa se incorporaron según lo planteado en el Caso 21 de la referencia Goytisoló [4] correspondiente a una placa plana de dimensiones finitas, con una grieta semielíptica superficial bajo un estado tensional plano de tracción, también uniaxial y bajo cortante, tal como se muestra en la Fig.4 b

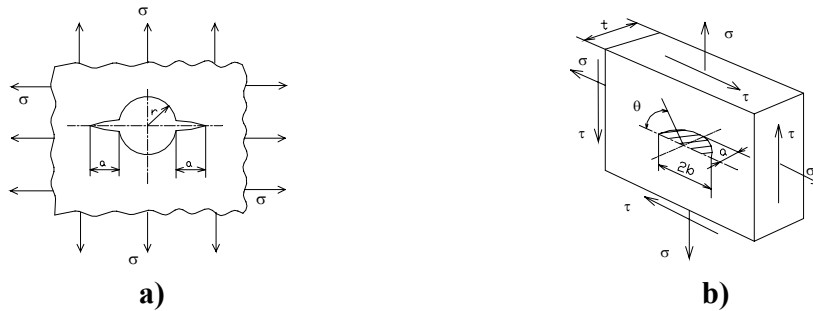


Fig. 4 Modelos de grietas utilizados en la criba: a) Dos grietas laterales en los bordes de un orificio de radio r en una placa infinita bajo tracción uniaxial o biaxial uniforme. B) Grieta semielíptica superficial en placa plana finita bajo estado tensional plano de tracción uniaxial o biaxial uniforme y cortante.

De acuerdo a la literatura técnica [2,4] se plantea buque la grieta más crítica es aquella donde $b \gg a$, de acuerdo a las proporciones observadas en las grietas de la criba, digamos: $b = 50 a$, para estas proporciones y $\theta = \pi/2$; $\phi_0 \cong 1$

$$K_I = \left[1 + 0.12 \cdot \left(1 - \frac{a}{b} \right) \right] \cdot \frac{\sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a}}{\phi_0} \cdot \sqrt{\left(\frac{2 \cdot t}{\pi \cdot a} \cdot \tan \frac{\pi \cdot a}{2 \cdot t} \right) \cdot \frac{1}{1000}} \quad (7)$$

De donde, para $t = 10 \text{ mm}$:

$$K_I = 0.19 \cdot \sigma \cdot \sqrt{\left(\tan \frac{\pi \cdot a}{20} \right)} \quad (8)$$

$$K_{III} = 0.141 \cdot \tau \cdot \sqrt{\left(\tan \frac{\pi \cdot a}{20} \right)} \quad (9)$$

El Factor de Intensidad de Tensiones equivalente será:

$$K_{eq \text{ grieta}} = 0.155 \cdot \sqrt{\tan \frac{\pi \cdot a}{20}} \cdot \sqrt{\sigma^2 + 1.18 \tau^2} \quad (10)$$

Para incorporar ahora la influencia del orificio es necesario hallar el β_{orificio} para lo cual fue necesario hallar una ecuación de correlación para el caso de dos grietas en estado uniaxial [4]. La ecuación obtenida, con un coeficiente de correlación $R^2 = 0,9977$, fue:

$$\beta_{\text{orificio}} = 0,8953 \cdot \ln(a/10) + 3,393 \quad (11)$$

La expresión final de K_{eq} será:

$$K_{eq} = \beta_{grieta} \cdot \beta_{orificio} \cdot \sigma = K_{Ic} \quad (12)$$

$$K_{eq} = 0.156 \cdot \sigma \cdot \sqrt{\tan\left(\frac{\pi \cdot a}{20}\right)} \cdot (0,8953 \cdot \ln(a/10) + 3,393) \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot a}{1000}} \cdot \sigma = K_{Ic} \quad (13)$$

Despejando la tensión normal σ y hallando de esta última expresión el valor de la tensión que provoca la fractura para cada tamaño crítico de grieta: a , se construye el gráfico de Resistencia Residual mostrado en la Fig. 5, para el caso de los laterales sin cadena y sin refuerzo:

$$\sigma_c = \frac{K_{Ic} \cdot 202,7}{\sqrt{\tan\left(\frac{\pi \cdot a}{20}\right)} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot (0,8953 \cdot \ln(a/10) + 3,393)} \quad (14)$$

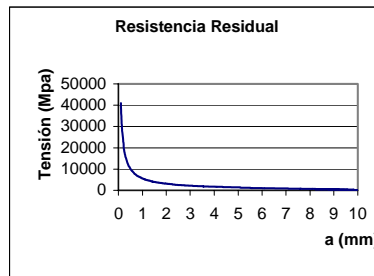


Fig. 5 Gráfica de Resistencia Residual para el modelo de grieta empleado, para los laterales de la Criba sin cadena y sin refuerzo.

De este gráfico se pudo obtener que para la tensión normal de trabajo de: $\sigma_{max} = 205,64$ MPa, la profundidad crítica de la grieta da: $a_c = 9,8$ mm, y la longitud de la grieta del orden de 490 mm, o sea que, un pequeño micro defecto de la estructura cristalina del metal tendrá que crecer por crecimiento subcrítico por fatiga hasta alcanzar el tamaño de la grieta crítica calculada para que se convierta en crítica y los laterales se fracturan.

Evaluación del crecimiento subcrítico de las grietas.

Las grietas crecen desde algún micro defecto cualquiera que este presente en la estructura cristalina del metal, o a partir de una huella del proceso de maquinado de los mismos, en la zona de la superficie del orificio mas alejado de la línea neutra, mediante un proceso de incubación y de fisuración progresiva posterior hasta que alcanza el tamaño crítico ya determinado, momento en el cual se produce la fractura frágil total. Para la evaluación del crecimiento subcrítico se utilizó la razón de crecimiento de Paris [2,3,4]:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^n \quad \text{m/ciclo} \quad (15)$$

Donde, para el caso de ciclo intermitente: $\Delta K = K_{max} - K_{min}$; $K_{min} = 0$

De donde se tiene que:

$$\Delta K_{eq} = 0.156 \cdot \sigma \cdot \sqrt{\tan\left(\frac{\pi \cdot a}{20}\right)} \cdot (0,8953 \cdot \ln(a/10) + 3,393) \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot a}{1000}} \cdot \sigma \quad (16)$$

y $\Delta\sigma = \sigma_{max} = 205,64$ MPa Las constantes C y n de la razón de crecimiento de Paris para aceros ferrítico – perlíticos son según Shigley – Mischkie [6]: $C = 6,9 \times 10^{-12}$ y $n = 3$

En la Fig. 6 se muestra el Gráfico de Crecimiento Subcrítico obtenido para el caso de los laterales de la Criba sin cadena y sin refuerzo.

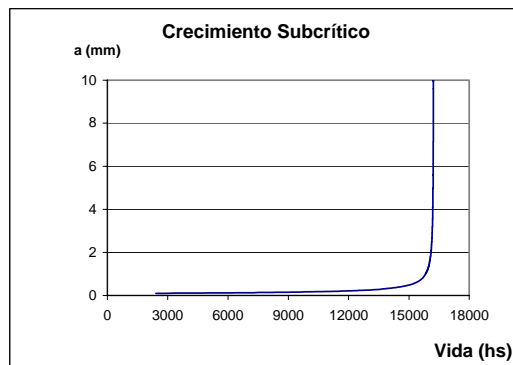


Fig. 6 Gráfico de Crecimiento Subcrítico para el modelo de grieta empleado, para los laterales de la Criba sin cadena y sin refuerzo.

Del gráfico se observa que para que un pequeño microdefecto crezca hasta su tamaño crítico, en el caso de los laterales de la criba sin cadena y sin refuerzo, tienen que transcurrir 8 962,9 horas, o sea, 373,5 días, vida equivalente a 1,04 años, lo que se corresponde en muy buena medida con lo que ocurrió en la realidad, ya que las primeras grietas comenzaron a aparecer cuando la Criba tenía poco más de un año de explotación, pero a partir de ese momento se comenzaron a aplicar las medidas que fueron recomendadas como fueron: colocar cadenas para limitar el vuelo parabólico de la piedra, corregir las grietas detectadas con soldadura, reforzar los laterales con unas placas de refuerzo, medidas éstas que elevaron la vida de la Criba desde 1 año que era el pronóstico teórico hasta más de 2 años antes de ser sustituidas por los laterales nuevos reforzados. En la Tabla 2 se muestran los resultados del cálculo para los restantes casos analizados.

Tabla 2 Tamaño crítico de la grieta y vida pronosticada para los diferentes casos analizados.

7 Caso Analizado	Tensión	a _{crit}	H (horas)	H días	H (años)
Sin cadena y sin refuerzo	205,640	9,80	8 962,9	373,5	1,04
Con cadena y sin refuerzo	137,000	9,91	30 311,7	1 263,0	3,5
Con cadena y con refuerzo	100,220	9,95	77 429,9	3 226,3	9,0
Con cadena, con refuerzo y h _{imp} = 0,1 m	47,189	9,99	709 639,0	29 568,3	82,1

Como parte del Servicio Científico Técnico realizado se elaboró el Proyecto de una Resbaladera que no es más que un enrejado de vigas I con un angular de canto colocado en su parte superior de manera que la materia prima no se acumule sobre las superficies superiores de las vigas y con una separación entre vigas de 100 mm igual al diámetro de los orificios de la criba. Este enrejado puede ser colocado en la posición de la criba cuando esta sea retirada de su posición durante alguna reparación prolongada, en forma de puente, para que no sea necesario detener la producción. La resbaladera está pivotada en el extremo trasero A y montada sobre muelles en el delantero B en paquetes de tres vigas cada una. En el Proyecto se demostró que se necesitan 4 muelles de locomotora para poder soportar las cargas sobre el apoyo delantero B por cada uno de los paquetes de vigas. En la Fig. 7 se muestra un esquema de esta resbaladera.

3. Conclusiones.

1. En las condiciones de diseño del sistema el factor de seguridad resultante a la fatiga de los laterales de la criba es inferior a la unidad y la vida pronosticada es poco mas de un año lo que se corresponde en muy buena medida con lo que ocurrió en la realidad, ya que las primeras grietas comenzaron a aparecer cuando la criba tenía poco mas de un año de explotación, pero a partir de ese momento se comenzaron a aplicar las medidas que fueron recomendadas como fueron: colocar cadenas para limitar el vuelo parabólico de la piedra, corregir las grietas con soldadura, reforzar los laterales con unas placas de refuerzo, medidas éstas que elevaron la vida de la Criba desde 1 año que era el pronóstico teórico hasta mas de 2 años antes de ser sustituidas por los laterales nuevos reforzados.

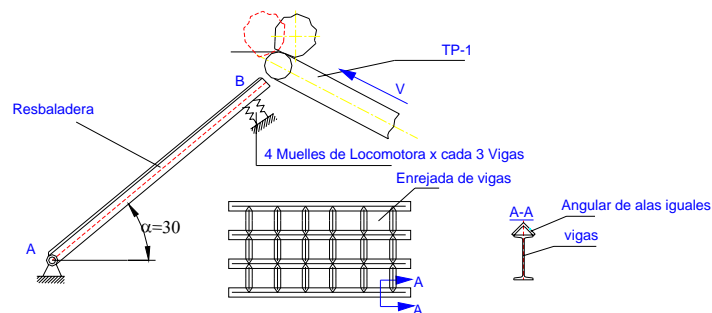


Fig. 7 Esquema de la Resbaladera

2. Las medidas recomendadas como se demuestra en el Trabajo elevan el factor de seguridad y prolongan la vida de la Criba, incluso con los laterales reforzados suministrados en la reparación por la Firma Haver and Boecker, manteniendo la colocación de la cadena el factor de seguridad es ligeramente superior a la unidad y la vida estimada, con la frecuencia de piedras grandes, utilizada en el presente trabajo se eleva a 9 años pero cualquier alteración del régimen de explotación puede reducir sensiblemente este plazo. La solución definitiva es recortar el TP 1 o elevar la Criba.

4. Referencias Bibliográficas

1. Pisarenko, G.S. Manual de Resistencia de Materiales/ G.S. Pisarenko, A.P., Yakovlev, V:V Matvéev.-- Moscú: Editorial MIR, 1979.-- 695 p.
2. Broek D. Fracture Mechanics. USA: Institute of the Chemical Process Industries. Inc.1983.—571 p.
3. Dowling, N. E. “Mechanical behaviour of materials: engineering methods for deformation, fracture, and fatigue”.-- Upper Saddle River (NJ): Prentice Hall, cop, 1999.-- p. 239-550
4. Goytisolo R. Mecánica de la Fractura. Curso Impartido en la Maestría en Mecánica Aplicada, Universidad de Cienfuegos. 2001.--98p.
5. Barsom, J. M. “Fracture and Fatigue Control in Structures”. / J.M Barsom; S.T. Rolfe.-- Upper Saddle River: N.J. Prentice Hall, 198.-- p. 52-208.
6. Shigley, J.E, Diseño en Ingeniería Mecánica/ J.E Shigley; C Mischkie.-- México: Editorial McGraw Hill Interamericana. 2001.—943 p.

Caso No. 23 Análisis y Soluciones de las Averías del Rotor del Molino de Martillos DMSE – 10 del Molino de Pienso de Cienfuegos

Autores:

M.Sc. Ángel Jesús González Crespo¹, Dr. Hernán Hernández Herrera², Dr. Rafael Goytisoló Espinosa³, Ing. Idania Mekin Villanueva⁴, Ing. Ricardo Velásquez Herrera⁵

1. Máster en Ciencias. Director de Mantenimiento de la Fábrica de Pienso de Cienfuegos.
2. Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Asistente de la Facultad de Mecánica de la UCf.
3. Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Titular de la Facultad de Mecánica de la UCf.
4. Master en Ciencias. Profesor Instructor de la Facultad de Mecánica de la UCf.
5. Ingeniera Especialista de la Fábrica de Pienso de Cienfuegos.
6. Técnico Especialista de la Fábrica de Pienso de Cienfuegos.

1. Introducción.

En la industria del pienso se labora sobre la base de materias primas de importación destacándose dos procesos fundamentales que determinan la calidad del producto final: molienda y mezcla. De estos dos procesos analizaremos con mayor profundidad el de molienda, el que por sus características operacionales resulta ser mucho más complejo y donde se presentan grandes dificultades a nivel nacional.

La molienda es la primera transformación de la materia prima y consiste en la reducción del tamaño medio de los alimentos sólidos producto de la aplicación de fuerzas de impacto en el interior del molino; ésta se realiza sobre la materia prima individual (premolienda) o sobre la fórmula dosificada (premezcla). Su costo energético puede suponer entre el 30-35% en la producción de pienso en gránulo y más del 50% para el pienso en harina.

A nivel mundial para la fabricación del pienso, los molinos de martillo son los más utilizados. Su principio de funcionamiento se basa en el mecanismo de impacto de los martillos sobre la materia prima, concentrando la fuerza de fragmentación en un solo punto produciendo partículas que se fracturan rápidamente hasta el límite, entre más rápida sea la fuerza de aplicación más rápido ocurre la fractura por el aumento de la energía cinética.

En el caso analizado la molienda se realiza mediante molinos de martillos horizontales DMSE-10, Fig. 1, del mismo se analizará con mayor énfasis al conjunto del rotor, Fig. 2, Anexo 1, el cual desarrolla un papel protagónico en este equipo. Este conjunto está compuesto por un árbol, 18 platillos, 19 separadores, 8 ejes portamartillos, 72 entredós, 76 martillos, 2 tuercas y una chaveta.



Fig. 1 Cuerpo del Molino



Fig. 2: Conjunto rotor del molino

Luego de un corto periodo de tiempo posterior al balanceo del conjunto rotor los platillos soporte de los ejes portamartillos se deforman plásticamente provocando la aparición de masas en desbalance, las cuales traen consigo vibraciones, ruidos y agrietamientos en el equipo e incluso flexión del eje que en ocasiones conducen a la destrucción del equipo como se muestra en la Fig. 3, cuando se presenta esta situación es necesario desarmar el equipo para volver a balancear el rotor lo que resulta una operación bastante difícil desde el punto de vista mecánico y costosa desde el punto de vista económico para la Empresa. Esta operación se realiza prácticamente semanalmente. Para que el molino de martillos DMSE-10 trabaje establemente el conjunto del rotor debe estar correctamente balanceado, los platillos deben estar perfectamente planos y mantener este estado durante su funcionamiento, esto ocurre debido a la distribución no homogénea de las elevadas cargas que se generan en el interior del molino y a la poca rigidez de los platillos, originada por la gran diferencia de diámetro entre estos y los separadores que originan que se deformen plásticamente durante la explotación, desbalanceando el rotor. Se formuló entonces la siguiente Hipótesis:

Si se rediseña el conjunto formado por los platillos, los separadores, modificando el diámetro de estos últimos sin afectar sensiblemente el peso de los mismos, no se modificará la velocidad crítica de forma significativa, pero si aumentará la rigidez de los platillos elevándose sensiblemente la capacidad de soportar cargas sin que aparezcan deformaciones lo que limitará la posibilidad de deformación plástica en los platillos.

El Objetivo General del Trabajo es precisamente realizar un estudio que permita establecer recomendaciones concretas para mantener la estabilidad del balanceo del rotor.

Para darle cumplimiento a la Hipótesis y al Objetivo General propuesto se trazaron los Objetivos Específicos enumerados a continuación:

1. Realizar una búsqueda bibliográfica, profundizando en la influencia de las vibraciones y la importancia de mantener la velocidad crítica en las máquinas rotatorias dentro de los parámetros requeridos.
2. Realizar una modelación de las cargas en el conjunto rotor del molino de martillos DMSE-10.
3. Diseñar un rotor que cumpla con los requerimientos mecánicos necesarios para dar solución al problema científico planteado.
4. Aplicar los cálculos por el Método de los Elementos Finitos y programas de diseño mecánico en la obtención de los resultados.



Fig. 3 Eje flexado desde diferentes ángulos, para poder desarmar el conjunto fue necesario cortar por el segundo escalón, puede compararse con la Fig. 4.



Fig. 4: Eje en buen estado técnico

2. Desarrollo

Cálculo de la velocidad crítica del rotor del molino.

Con el objetivo de ubicar la velocidad de operación del conjunto rotor respecto a la velocidad crítica se realizan los cálculos según el método planteado por Birger^[6] en su texto, con este objetivo se divide el conjunto en diferentes secciones según se muestra en la Fig. 5 y se utilizan las expresiones planteadas en el Capítulo I, obteniéndose los resultados a través del Microsoft Excel, Anexo 2, en la que se puede apreciar que la velocidad obtenida se encuentra dentro de los rangos establecidos por los textos consultados, encontrándose fuera del rango peligroso de operación $0,7 \eta_{critica} \leq \eta \leq 1,3 \eta_{critica}$.

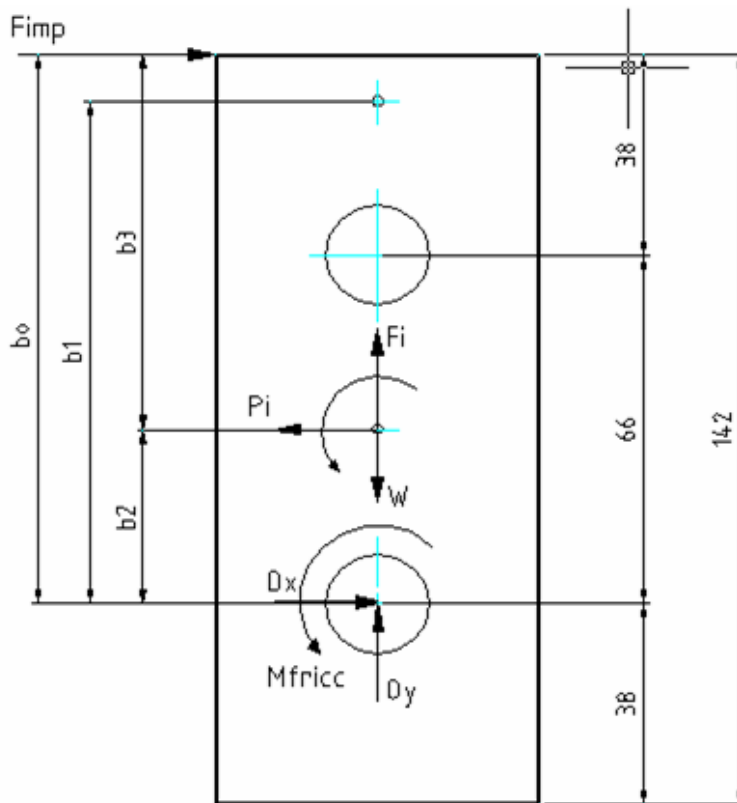


Fig. 5 Esquema de análisis de las reacciones, teniendo en cuenta las cargas actuantes.

Ubicación del centro de percusión respecto al punto O.

$$b_1 = b_2 + \frac{kg^2}{b_2}$$

kg- Radio de giro respecto al eje z en el centro de masa (calculado por el Mechanical Desktop 6)
 $= 45,27 \text{ Kg/mm}^2$

$$b_1 = 33 + \frac{(45,27)^2}{33}$$

$$b_1 = 94,81 \text{ mm}$$

Cálculo de la potencia real que consume el molino.

Debe tenerse en cuenta que el molino tiene un motor de 110Kw, 3570rpm, eficiencia de 0.88, 440v y una corriente nominal de 170 A, el que opera a regímenes controlados de trabajo mediante alimentadores que regulan la carga con variadores de frecuencia. La corriente de trabajo de estos equipos está fijada en 140 A.

$$N = 1,78 * U * I * \eta$$

$$N = 1,78 * 440v * 150a * 0.88$$

$$N = 100,48kw$$

N-Potencia de trabajo del motor
n-Velocidad de giro del motor
U-Voltaje de línea
I-Corriente de línea
η-Eficiencia

Cálculo del momento en el árbol en condiciones de carga estática.

$$M_{est} = 9550 * \frac{N}{n}$$

$$M_{est} = 9550 * \frac{100,48kw}{3570rpm}$$

$$M_{est} = 268,79Nm$$

Mest-Momento estático

Cálculo de la fuerza en condiciones de carga estática.

$$\begin{aligned} \text{Fest} &= \text{Mest}/\text{bo} \\ \text{Fest} &= 268,79 \text{ Nm} / (0,104 + 0,195) \text{ m} \\ \text{Fest} &= 898,96 \text{ N} \end{aligned}$$

La fuerza estática debe ser dividida entre todos los elementos (martillos) que intervienen en el impacto en un mismo instante, cada eje contiene 19 martillos, los que mayor desgaste sufren son la 4 hileras centrales, por lo que el cálculo de la fuerza de impacto debe realizarse para éstas.

$$\text{Fest}/4 = 224,7 \text{ N}$$

Cálculo de la fuerza de impacto.

Según Reshetov^[24] para el caso de acoplamientos con grandes masas rotatorias y cargas de choque como son: molinos, laminadores, etc.

$$8 \quad k_{\text{din}} = 2.5 \text{ a } 3 \text{ y más}$$

Teniendo en cuenta la irregularidad de las cargas y la presencia de cuerpos extraños durante la explotación de los molinos y el valor de K_{din} calculado para un molino de plástico según Goytisoló^[18,19], con grandes similitudes con el del objeto de estudio, donde se obtuvo como valor 5,5 en condiciones favorables de carga, asumiendo un valor de 5 para trabajar los cálculos sobre la zona segura.

$$\begin{aligned} \text{Fimp} &= \text{Fest} * K_{\text{din}} & \text{Fest} & \text{- Fuerza estática} \\ \text{Fimp} &= 224,7 * 5 & K_{\text{din}} & \text{- Coeficiente de carga dinámica} \\ \text{Fimp} &= 1123,5 \text{ N} \end{aligned}$$

Cálculo de la aceleración normal.

$$\begin{aligned} a_n &= V^2/R & V & \text{- Velocidad lineal, m/seg} \\ a_n &= (w * R)^2/R & R & \text{- Distancia desde el centro de rotación del} \\ a_n &= (3,14 * n/30) * (0,104 + 0,195) & & \text{árbol hasta el punto exterior del martillo} \\ a_n &= 41746,9 \text{ m/seg}^2 & & \text{donde se ubica la fuerza de impacto (m)} \\ & & w & \text{- Velocidad angular, rad/seg} \end{aligned}$$

Cálculo de la fuerza de inercia originada por la aceleración normal.

$$\begin{aligned} F_i &= m * a_n & F_i & \text{- Fuerza de inercia, N} \\ F_i &= 0,31 * a_n & m & \text{- Masa del martillo, Kg} \\ F_i &= 12941,5 \text{ N} & a_n & \text{- Aceleración normal, m/seg}^2 \end{aligned}$$

Cálculo del momento originado por la fuerza de impacto en el apoyo.

$$\begin{aligned} M_t &= F_{\text{imp}} * \text{bo} \\ M_t &= 1123,5 \text{ N} * 0,104 \text{ m} \\ M_t &= 116,8 \text{ Nm} \end{aligned}$$

Cálculo de la aceleración angular.

$$\begin{aligned} \text{Alfa} &= M_t / I_o & I_o & \text{- Momento de inercia respecto al eje z} \\ \text{Alfa} &= 116,8 \text{ Nm} / 978,18 \text{ Kg/mm}^2 & & \text{en el punto O (calculado por el Mechanical} \\ \text{Alfa} &= 11,95 * 10^{-4} \text{ rad/seg}^2 & & \text{Desktop)} = 978,18 \text{ Kg/mm}^2 \end{aligned}$$

Cálculo de la aceleración tangencial.

$$\begin{aligned} a_t &= \text{Alfa} \cdot b_3 \\ a_t &= 11,95 \cdot 10^4 \cdot 0,071 \\ a_t &= 8482,5 \text{ m/seg}^2 \end{aligned}$$

Cálculo de la fuerza de inercia Pi originada por la aceleración tangencial.

$$\begin{aligned} P_i &= m \cdot a_t \\ P_i &= 0,31 \text{ Kg} \cdot 8482,5 \text{ m/seg}^2 \\ P_i &= 2629,6 \text{ N} \end{aligned}$$

Cálculo del momento de inercia respecto al centro de masa provocado por la aceleración angular.

$$\begin{aligned} 9 \quad M_i &= I_{cm} \cdot \text{Alfa} && I_{cm} - \text{Momento respecto al eje z} \\ 10 \quad M_i &= 637,81 \cdot 10^6 \cdot \text{Kg/mm}^2 \cdot 11,95 \cdot 10^4 \text{ rad/seg}^2 && \text{en el centro de masa (calculado} \\ 11 \quad M_i &= 76 \cdot 10^{12} \text{ Nm} && \text{por el Mechanical Desktop)} = \\ & && \mathbf{637,81 \text{ Kg/mm}^2} \end{aligned}$$

Cálculo de la fuerza peso del martillo.

$$\begin{aligned} W &= m \cdot g && g - \text{Aceleración de la gravedad, m/seg}^2 \\ W &= 0,31 \text{ m} \cdot 10 \text{ m/seg}^2 \\ W &= 3,1 \text{ N} \end{aligned}$$

Cálculo de las reacciones resultantes en el apoyo.

$$\begin{aligned} \uparrow \Sigma F_y &= F_i - W + O_y = 0 \\ O_y &= 12941,5 \text{ N} - 3,1 \text{ N} = 12938,4 \text{ N} \\ \rightarrow \Sigma F_x &= F_{imp} - P_i + O_x = 0 \\ O_x &= 1123,5 \text{ N} - 2629,6 \text{ N} = 1506,1 \text{ N} \\ \swarrow OR &= \text{Raiz}(O_x^2 + O_y^2) \\ OR &= \text{Raiz}(1506,1^2 + 12938,4^2) \\ OR &= 13025,76 \text{ N} \end{aligned}$$

Cálculo del momento de fricción en el pasador.

$$\begin{aligned} M_{fric} &= OR \cdot \mu \cdot d / 2 && \mu - \text{Coeficiente de fricción} = 0,2 \\ M_{fric} &= 13025,76 \text{ N} \cdot 0,2 \cdot 0,0095 \text{ m} && d - \text{Diámetro del pasador} \\ M_{fric} &= 24,74 \text{ Nm} \end{aligned}$$

Cálculo de las reacciones resultantes.

Los valores de las reacciones resultantes a lo largo de toda la superficie del martillo se obtienen en la Tabla 2.1, de ellos se toma el más crítico para el cálculo de las tensiones y los desplazamientos. En este caso los valores señalizados en la tabla coinciden con la suposición inicial.

Tabla 1. Valores de las fuerzas resultantes en el pasador

Esfuerzos y constantes			
b2	33	mm	Distancia desde el centro del pasador al centro de masa
kg	45,27	kg/mm ²	Radio de giro
b3	71	mm	Distancia desde el cma la superficie exterior estrecha del martillo
bo	94,81	mm	Distancia desde el centro del pasador al centro de percusion
Fi	4501,41	N	Fuerza de inercia producida por la aceleracion normal
Io	978,18	kg/mm ²	Momento de inercia respecto al eje portamartillos
Pi	0	N	Se asume cero por se despreciable en los calculos
Mfricc	12,08	N	Momento de friccion en el pasador
Mi	304,23	Nm	Momento de inercia respecto al centro de masa
Fimp		N	Fimpac(variable a emplear en obtener en los calculos depende de bo)
OR		N	OR en pasador(variable a emplear en los calculos, depende de bo)
Ox		N	Rx del pasador(variable a emplear en los calculos, depende de bo)
Oy	4498,31	N	Ry del pasador(variable a emplear en los calculos depende, de bo)
Kdin	5		Coefficiente de carga dinamica asumido
Mest	268,79	Nm	Momento calculado con la fuerza estatica
N	100,48	KW	Potencia estatica
Festatic		N	Variable que depende de bo
m	0,31	kg	Masa del martillo
an		rad/s ²	Aceleracion normal
Mt		Nm	Momento (variable) originado por la fuerza de impacto en el pasador
Alfa			Aceleracion angular (variable)
at			Aceleracion tangencial(variable)
W	3,1	N	Fuerza peso

bo'	bo	Fimp	Festatic	Fi	an	Mt	Pi	Ox	Oy	OR	Mfricc
0,228	0,033	1473,63	294,73	9868,47	4607,52	48,63	1094,42	-379,21	9865,37	9872,65	18,76
0,231	0,036	1454,49	290,90	9998,32	5026,38	52,36	1178,41	-276,09	9995,22	9999,03	19,00
0,234	0,039	1435,84	287,17	10128,17	5445,25	56,00	1260,24	-175,60	10125,07	10126,59	19,24
0,237	0,042	1417,67	283,53	10258,01	5864,12	59,54	1340,00	-77,67	10254,91	10255,21	19,48
0,240	0,045	1399,95	279,99	10387,86	6282,98	63,00	1417,77	17,82	10384,76	10384,78	19,73
0,243	0,048	1382,66	276,53	10517,71	6701,85	66,37	1493,62	110,95	10514,61	10515,20	19,98
0,246	0,051	1365,80	273,16	10647,56	7120,71	69,66	1567,61	201,81	10644,46	10646,37	20,23
0,249	0,054	1349,35	269,87	10777,41	7539,58	72,86	1639,83	290,48	10774,31	10778,22	20,48
0,252	0,057	1333,28	266,66	10907,25	7958,44	76,00	1710,32	377,04	10904,15	10910,67	20,73
0,255	0,060	1317,60	263,52	11037,10	8377,31	79,06	1779,16	461,56	11034,00	11043,65	20,98
0,258	0,063	1302,28	260,46	11166,95	8796,17	82,04	1846,40	544,12	11163,85	11177,10	21,24
0,261	0,066	1287,31	257,46	11296,80	9215,04	84,96	1912,09	624,78	11293,70	11310,97	21,49
0,264	0,069	1272,68	254,54	11426,65	9633,90	87,81	1976,28	703,60	11423,55	11445,20	21,75
0,267	0,072	1258,38	251,68	11556,50	10052,77	90,60	2039,04	780,66	11553,40	11579,74	22,00
0,270	0,075	1244,40	248,88	11686,34	10471,63	93,33	2100,40	856,00	11683,24	11714,56	22,26
0,273	0,078	1230,72	246,14	11816,19	10890,50	96,00	2160,41	929,69	11813,09	11849,62	22,51
0,276	0,081	1217,35	243,47	11946,04	11309,37	98,61	2219,12	1001,77	11942,94	11984,88	22,77
0,279	0,084	1204,26	240,85	12075,89	11728,23	101,16	2276,56	1072,31	12072,79	12120,32	23,03
0,282	0,087	1191,45	238,29	12205,74	12147,10	103,66	2332,78	1141,34	12202,64	12255,90	23,29
0,285	0,090	1178,90	235,78	12335,59	12565,96	106,10	2387,82	1208,92	12332,49	12391,60	23,54
0,288	0,093	1166,62	233,32	12465,43	12984,83	108,50	2441,71	1275,09	12462,33	12527,39	23,80
0,290	0,095	1159,38	231,88	12543,34	13236,15	109,91	2473,51	1314,14	12540,24	12608,91	23,96
0,291	0,096	1154,60	230,92	12595,28	13403,69	110,84	2494,49	1339,90	12592,18	12663,27	24,06
0,294	0,099	1142,81	228,56	12725,13	13822,56	113,14	2546,20	1403,38	12722,03	12799,20	24,32
0,297	0,102	1131,27	226,25	12854,98	14241,42	115,39	2596,86	1465,59	12851,88	12935,17	24,58
0,299	0,104	1123,70	224,74	12941,54	14520,67	116,87	2630,06	1506,36	12938,44	13025,84	24,75

Fuerza de impacto en el eje z

Debido a la presencia de holguras radiales y axiales en los martillos con respecto a los ejes portamartillos y los platillos respectivamente se puede producir una fuerza de impacto en el eje z sobre toda la superficie lateral del martillo que puede variar desde una resultante de las componentes de las reacciones en el apoyo O hasta una magnitud muy superior a la fuerza de impacto calculada por la carga estática por ser el área de contacto 12 veces superior. En este trabajo para los cálculos se tomó un valor igual a la fuerza de impacto para trabajar con un elevado factor de seguridad.

Programas utilizados en el cálculo de las tensiones y desplazamientos por el método de los elementos finitos.

Para el Empleo del Método de los Elementos Finitos se realizará una combinación de dos programas que resultan compatibles entre sí, pudiéndose exportar de uno a otro, el Mechanical Desktop 6.0 y el Cosmos Design Star 4.0, el primero, para la modelación por ser más preciso y el segundo para los cálculos, por la misma causa.

Modelación en Mechanical Desktop 6.0

La modelación se realizará con las dimensiones exactas de la pieza y con las restricciones y holguras reales de los ensambles, tomando como patrón los elementos que reciben las reacciones de la cargas, según se muestra en la Fig. 6.

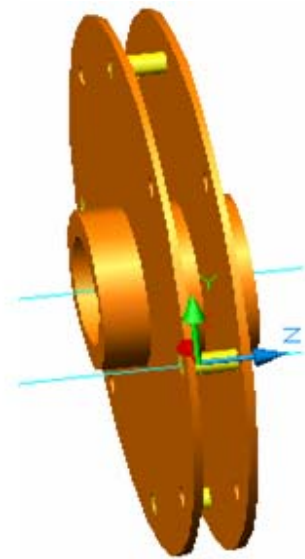


Fig. 6: Elementos sobre los cuales actúan las cargas

Cálculos en el Cosmos Design Star 4.0

Una vez dibujados los elementos que conforman la unión se exporta con la extensión adecuada (step) al Cosmos Design Star 4.0. Para el análisis se toma el material (AISI 1020) con las siguientes propiedades.

Property	Description	Value	Units	Temp. Cu
EX	Elasticity modulus (1st di	29012513	psi	
NUXY	Poisson's ratio in XY dir	0.29	NA	
GXY	Shear modulus in XY dir	11169817	psi	
DENS	Mass Density	0.28540566	lb/in ³	
SIGXT	Tensile strength (X dir)	60999.824	psi	
SIGXC	Compressive strength (X		psi	
SIGYLD	Yield stress	50999.791	psi	
ALPX	Coeff. of thermal expans	8.3333333e-0	/Fahrenheit	
KX	Thermal conductivity (X-	0.000628613	BTU/(in.s.F)	
C	Specific heat	0.10033445	Btu/(lb.F)	

El material coincide con las características de un acero de bajo contenido de carbono sin tratamiento térmico. No obstante, debido a que en el cálculo de las tensiones máximas sólo se necesitan los valores del módulo de elasticidad y el coeficiente de Poisson estos datos son comunes para la mayoría de los aceros.

En la elaboración del mallado se selecciona el elemento tetraédrico parabólico el que brinda los mejores resultados al tener mayores posibilidades de generar la configuración del contorno debido a que presenta mayor cantidad de nodos y por ello se obtienen mejores resultados matemáticos Fig. 7.

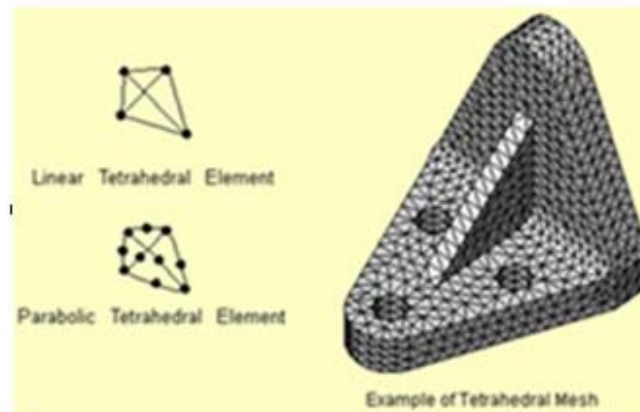


Fig. 7: Tipo de elemento a utilizar en la modelación.

Otro aspecto a tener en cuenta en la definición del mallado es que no debe ser demasiado grueso, puesto que los resultados no serían lo suficientemente precisos, en el caso específico de la presente investigación se realizaron los cálculos para diferentes rangos para garantizar que los resultados no dependan del tamaño de la malla utilizada. Como se puede apreciar en la Fig. 8 se utiliza un mayado fino para el cálculo final.



Fig. 8: Mallado utilizado para realizar los cálculos.

Colocación de las restricciones y reacciones

Para la representación de las reacciones y restricciones al movimiento se tienen en cuenta las condiciones de trabajo reales del molino, Fig. 9.

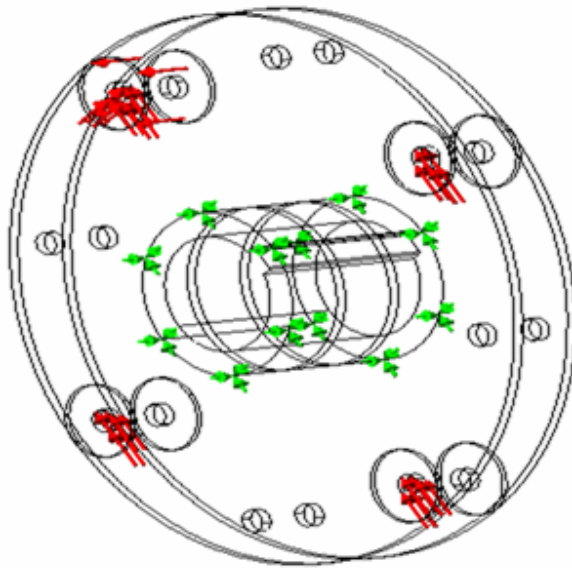


Fig. 9: Reacciones y restricciones en los platillos.

Cálculo de las tensiones locales y volumétricas

Obsérvese en la Fig. 10 que las tensiones volumétricas son elevadas pues la tensión de fluencia para este material es de 240 MPa y alcanza valores hasta de 200.2 MPa.

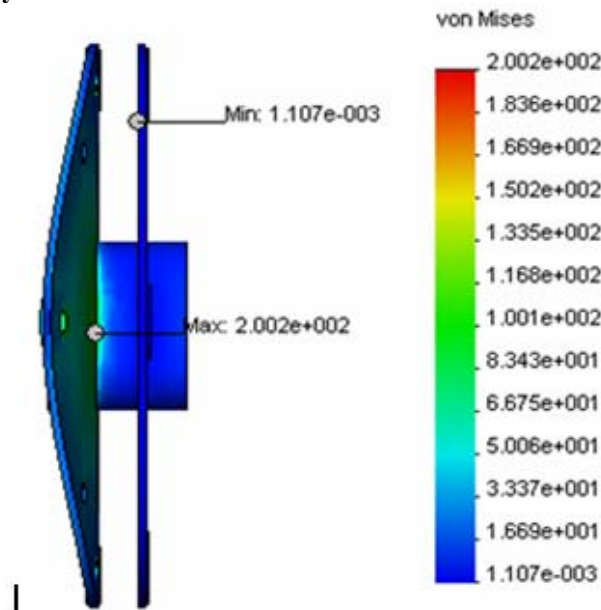


Fig. 10: Tensiones, MPa, que actúan sobre los elementos del conjunto rotor para las cargas de trabajo, escala de las deformaciones 20:1.

Desplazamientos obtenidos

Los desplazamientos que se obtienen según los cálculos Fig. 11 se corroboran con lo real observado en el rotor del molino, las figura 12, 13, 14, 15, 16 y 17 resultando necesario rediseñar los separadores con el objetivo de buscar rigidez en el platillo para disminuir las tensiones y desplazamientos.

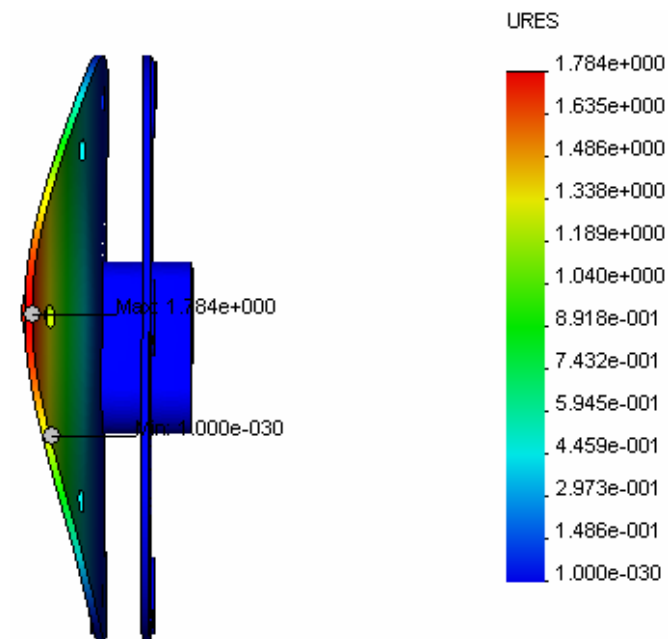


Fig. 11: Desplazamiento bajo las cargas de trabajo, escala 30:1.



Fig. 12: Rotor en explotación 1



Fig. 13: Rotor en explotación 3.



Fig. 14: Rotor en explotación 3



Fig. 15: Rotor en explotación 4



Fig. 16: Rotor en explotación 5



Fig. 17: Rotor en explotación 6

Rediseño de los separadores

Para rediseñar los separadores es necesario garantizar un diámetro óptimo de forma tal que permita al martillo girar sus vértices libremente durante su explotación para lograr la eficiencia requerida y mantener la masa del mismo lo más cercana posible a la de diseño para no variar los valores de velocidad crítica.

Cálculo del diámetro y geometría óptima de los separadores

$$D_{\text{máx}} = D_{\text{epm}} - 2 \cdot \sqrt{og^2 + gr^2}$$

$$D_{\text{máx}} = 390 - 2 \cdot \sqrt{38^2 + 30^2}$$

$$D_{\text{máx}} = 290.3 \text{ mm}$$

D_{opt} -diámetro óptimo sin tener en cuenta la masa
 $D_{\text{máx}}$ -diámetro entre centro de los ejes portamartillos

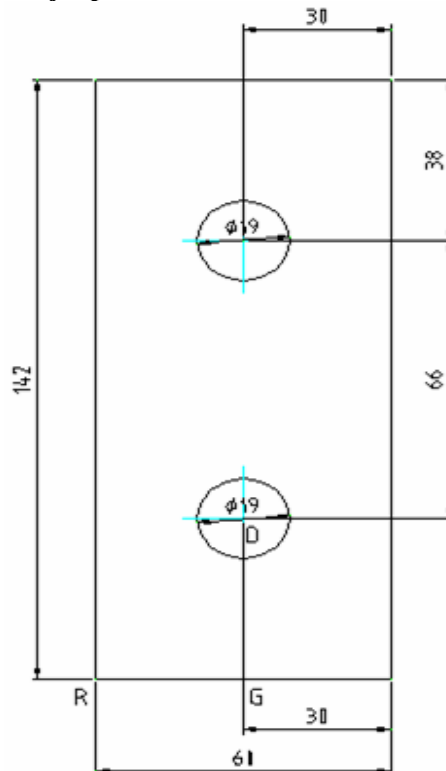


Fig. 18: geometría del martillo de molino

Para obtener la geometría óptima de los separadores teniendo en cuenta la masa se modela en el Mechanical Desktop 6.0 mediante variables, diferentes prototipos, ver Fig. 19 y 20.

Design Variables

Active Part | Global

T	D	U	Name	Value	Equation	Comment
			dep	290	290	Diametro exterior propuesto
			dill	270	dep-20	Diametro exterior de la llanta
			di	95	95	diametro interior
			decpc	105	di+10	Diametro exterior del cubo pr.
			da	72.5	((dill-decp)/2)-10	Diametro de los agujeros
			es	32	32	Espesor del separador
			h	8	8	Espesor de la garganta
			ex1	12	(es-h)/2	Vaciado1 de la garganta
			ex2	12	ex1	vaciado2 de la garganta
			dca	187.5	decpc+(dill-decp)/2	Entre centro de los agujeros
			exa	8	h	Extrusion del agujero
			Masa	3.6	7850*3.141519/4*...	Masa del separador
			n	7.92	3.14*dca/da-0.2	Numero de agujeros
			msa	1.81	1.81	Masa del separador actual
U	I		I	34.06	(Masa-msa)*19	Incremento de masa total

Table Driven (T) | Active Version: [] | Setup... | Move to Global: Selected | Referenced | All | Table Driven File Name: []

Aceptar | Cancelar | Ayuda

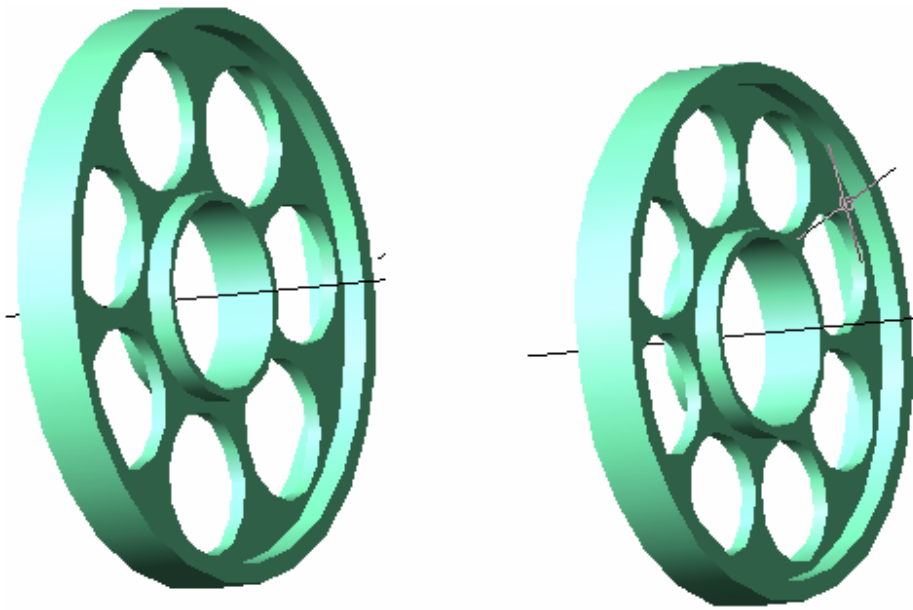
Design Variables

Active Part | Global

T	D	U	Name	Value	Equation	Comment
			dep	270	270	Diametro exterior propuesto
			dill	290	dep-20	Diametro exterior de la llanta
			di	95	95	diametro interior
			decpc	105	di+10	Diametro exterior del cubo pr.
			da	62.5	((dill-decp)/2)-10	Diametro de los agujeros
			es	32	32	Espesor del separador
			h	8	8	Espesor de la garganta
			ex1	12	(es-h)/2	Vaciado1 de la garganta
			ex2	12	ex1	vaciado2 de la garganta
			dca	177.5	decpc+(dill-decp)/2	Entre centro de los agujeros
			exa	8	h	Extrusion del agujero
			Masa	3.31	7850*3.141519/4*...	Masa del separador
			n	8.72	3.14*dca/da-0.2	Numero de agujeros
			msa	1.81	1.81	Masa del separador actual
U	I		I	28.42	(Masa-msa)*19	Incremento de masa total

Table Driven (T) | Active Version: [] | Setup... | Move to Global: Selected | Referenced | All | Table Driven File Name: []

Aceptar | Cancelar | Ayuda

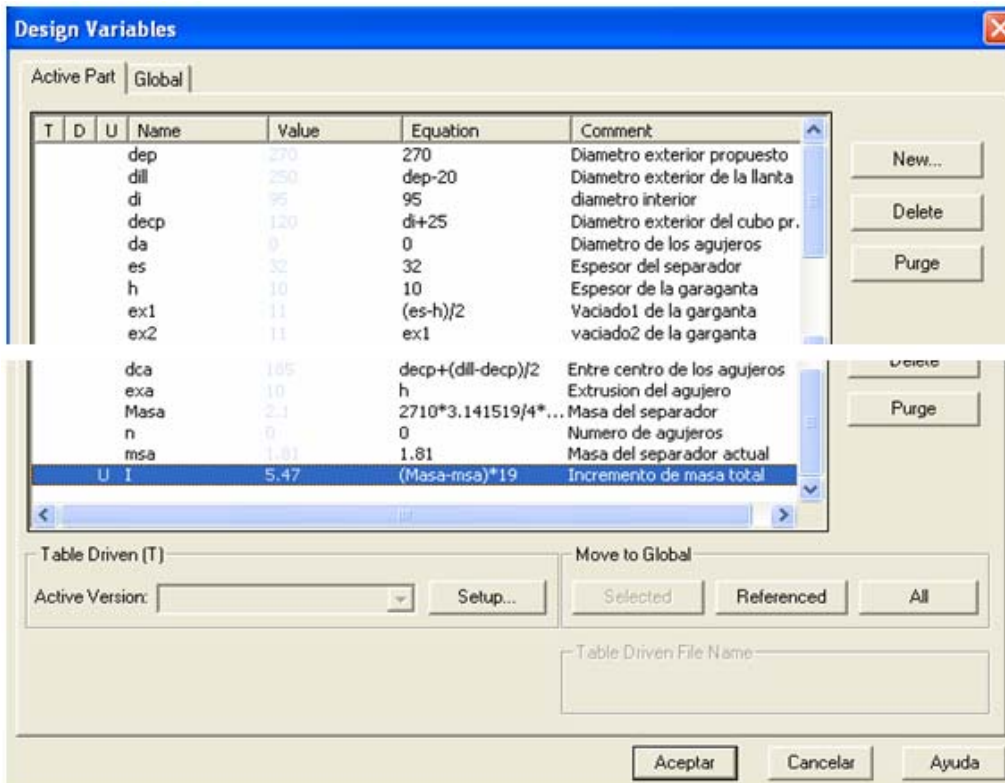
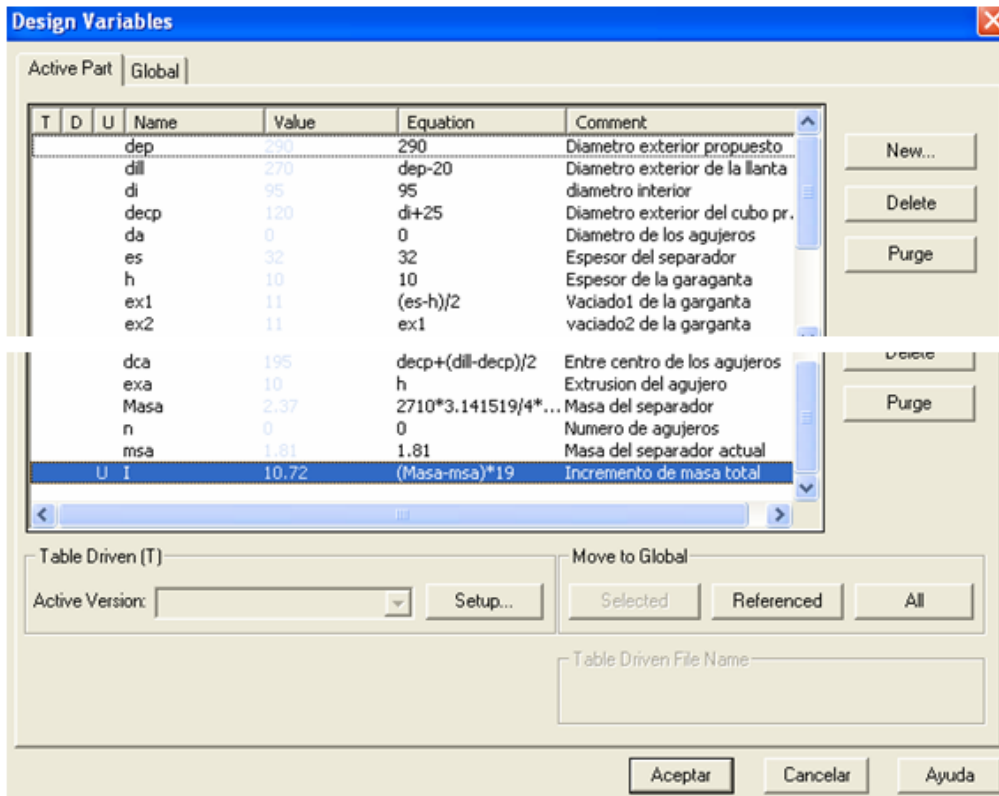


Acero, dep=290mm, I=34,06Kg

Acero, dep=270mm, I=28,42 Kg

Fig. 19: Variantes obtenidas de acero.

Estas variantes no fueron viables pues traen consigo incrementos de masa significativos con respecto a los del rotor original y por consiguiente, un aumento de la velocidad crítica considerable.



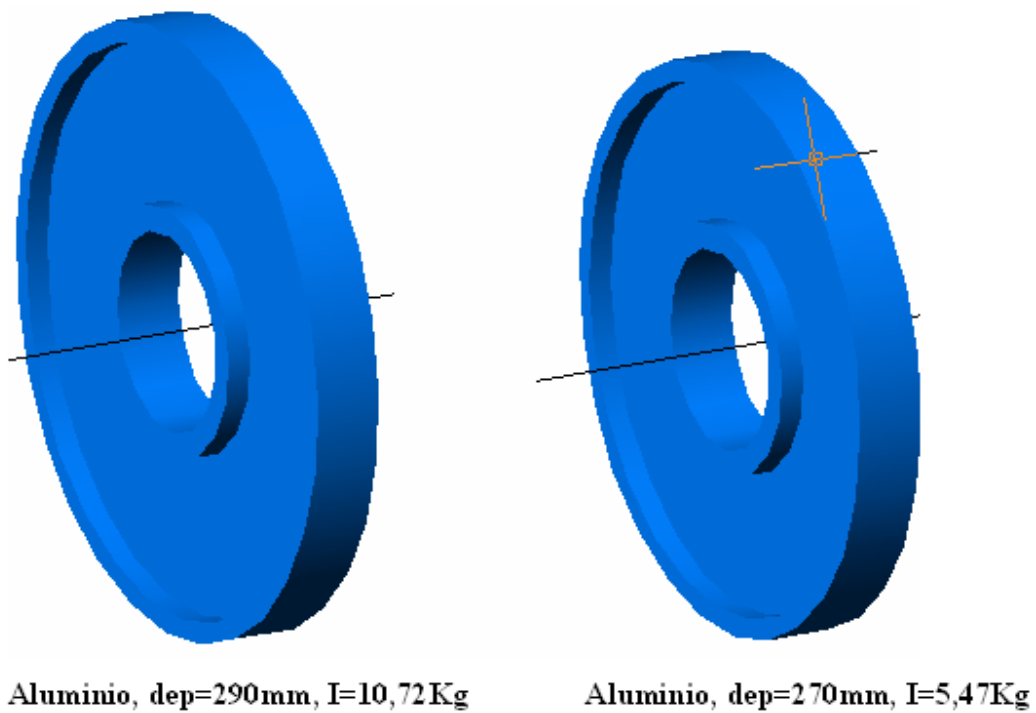


Fig. 20: Variante obtenidas de aluminio.

Cálculo de las tensiones para la primera variante seleccionada

En la Fig. 21 se observa que las tensiones volumétricas son pequeñas comparadas con las calculadas en el rotor que se encuentra en explotación ya que las tensiones se reducen a la mitad 98,3 MPa, alejándose en gran medida del límite de fluencia.

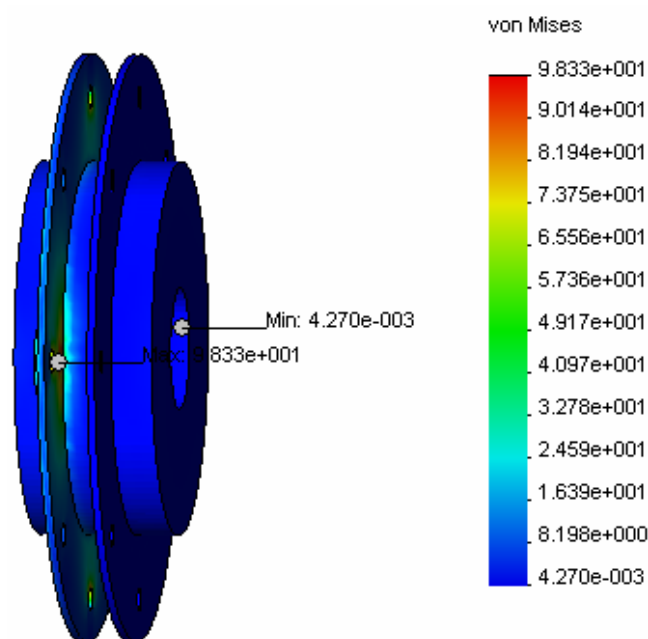


Fig. 21: Tensiones bajo las mismas condiciones de carga que el rotor en explotación, escala 5:1.

Cálculo de los desplazamientos para la primera variante seleccionada

Apreciándose la Fig. 22, se observa que los desplazamientos se reducen con respecto a los calculados en el rotor que se encuentra en explotación hasta en 7,7 veces.

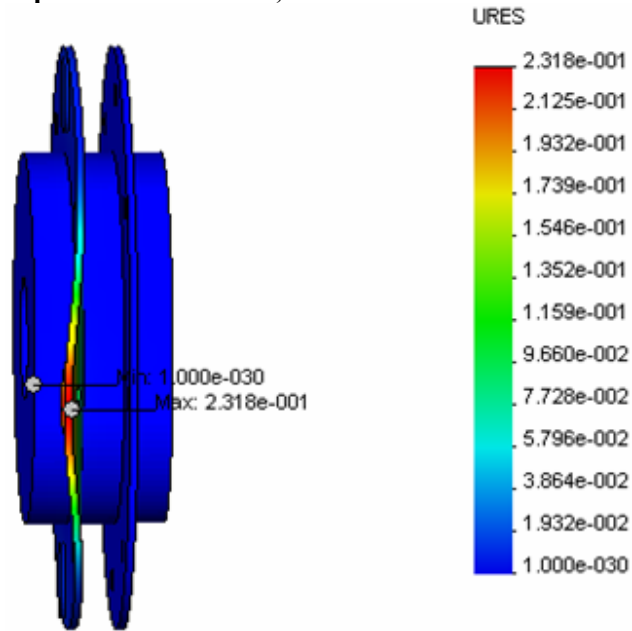


Fig. 22: Desplazamientos bajo las mismas condiciones de carga que el rotor en explotación, escala 60:1.

Cálculo de las tensiones locales y volumétricas para la segunda variante seleccionada.

La Fig. 23 determina que las tensiones volumétricas son considerablemente menores a las calculadas en el rotor que se encuentra en explotación pues se reducen aproximadamente en 1,6; pero con respecto a la primera variante aumentan las tensiones en 1,27 veces.

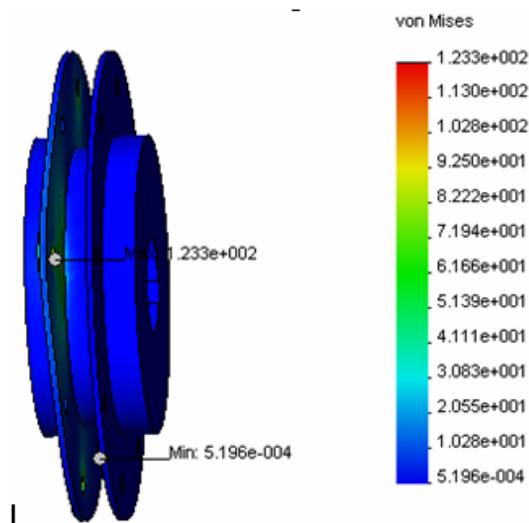


Fig. 23: Tensiones bajo las mismas condiciones de cargas del rotor en explotación.

Cálculo de los desplazamientos para la segunda variante seleccionada.

Así, en la Fig. 24 los desplazamientos se reducen con respecto a los calculados en el rotor que se encuentra en explotación hasta en 7,5 veces; con respecto a la primera variante resulta despreciable el incremento.

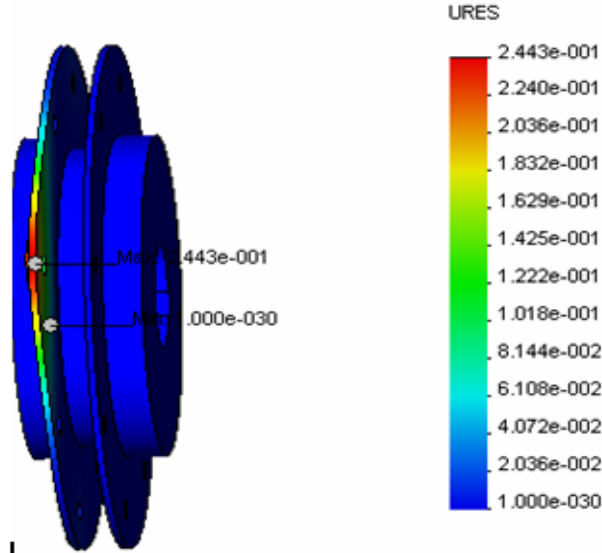


Fig. 24: Cálculo de los desplazamientos bajo las mismas condiciones de carga que el rotor en explotación.

Se realizan los cálculos de velocidad crítica para la variante de aluminio seleccionada y se pudo apreciar que el incremento no es significativo pues se mantiene alejado del rango peligroso de operación del equipo.

3. Conclusiones

1. El tipo de vibración que mayor influencia presenta en la aparición del estado inestable del molino es el desbalance, el que genera otras vibraciones como el aflojamiento mecánico haciendo más notable los defectos de los rodamientos, lubricantes y sistemas de lubricación inadecuados.
2. Los cálculos de las reacciones en los apoyos, de las deformaciones y los desplazamientos demuestran que el diámetro de los separadores es pequeño en comparación con el del platillo para soportar las cargas actuantes.
3. Los resultados de los cálculos de velocidad crítica pueden diferir de la velocidad crítica real producto del deterioro gradual del balanceo del conjunto rotor debido a las deformaciones y los desplazamientos que se originan en los platillos.
4. De las variantes analizadas se propone el separador de aluminio con diámetro exterior 290 mm teniendo en cuenta que desde el punto de vista económico no es significativo el gasto de materiales ya que los separadores no sufren desgaste alguno, por lo que se fabrican sólo una vez y desde el punto de vista mecánico, reduce las deformaciones en 25 MPa.
5. La existencia de grandes holguras radiales y axiales en los elementos móviles del conjunto influyen de forma directa en la aparición de masas en desbalances.
6. La colocación de separadores en los ejes libres con una mínima holgura radial y axial contribuiría en gran medida a mantener las propiedades mecánicas en el conjunto.
7. El sistema de lubricación no es el adecuado para las condiciones de trabajo del equipo.

4. Bibliografía.

1. Armero, F., Glaser, S. On the formulation of enhanced strain finite elements in finite deformations. *Engineering Computations* 1997.
2. Babuska, I., Rheinboldt, W. A. Posteriori error estimates for the Finite Element Method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 1978.
3. Barthold, F., Schmidt, M., Stein, E. Error indicators and mesh refinements for finite-element-computations of elastoplastic deformations. *Computational Mechanics*. 1998.
4. Becker, A. *Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis*. University of Nottingham. United Kingdom, 1999.
5. Bedford, A., Fowler, W. *Engineering Mechanics. Statics*. Third Edition. New Jersey: Prentice Hall. 2002.
6. Birger I.A., Shorr B.F., Shneiderovich R.M. *Cálculo de Resistencia de Piezas de Máquinas*. Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1966.
7. CALFEM. A Finite Element Toolbox for matlab. Department of Mechanics and Materials. Tomado de : <http://www.byggmek.ith.se/Calfem/>.Lund University.enero 2002.
8. Cernuschi, D. J., *Elementos Finitos. Ejemplo de aplicación. Consideraciones sobre el uso de los Elementos Finitos*. <http://www.unlp.edu.ar/estruc3b/mefa.pdf>. Agosto 2003.
9. Chandrupatla, T., Belengundu, A. *Introduction to Finite Elements in Engineering*. Prentice Hall. USA. 1997.
10. Dobrovolski V. *Elementos de Máquinas*. La habana: CENIC, 1990.--449 p.
11. Faires V.M./ *Disign of Machina Elements* . La Habana: Editorial Edición Revolucionaria, 1966.-- 276 p.
12. Felippa, Carlos A. *Introduction to Finite Elements Methods/ Carlos A. Felippa*.— Colorado: University of Colorado, 2001.-- 586 p.
13. Feodosiev V.I. *Diez conferencias sobre Resistencia de Materiales*. Moscú: Editorial MIR, 1993.
14. Fernández Levy, Gilda S. *Resistencia de Materiales*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.
15. Fitzgerald F. *Mecánica de Materiales*. México: Editorial Alfa Omega S.A. de C.V., 1996.
16. Fogiel M. *Problem Solver in Strength of Materials and Mechanics of Solids*. New Jersey: Editorial REA, 1988.
17. Gabaldón, F., Goicolea, J. M. Estimación de error en problemas no lineales mediante elementos de deformaciones supuestas. E.T.S. Ingenieros de Caminos. Canales y Puertos Universidad Politécnica de Madrid.1999
18. Goytisolo R. *Diseño de Elementos de Máquina*. Las Villas: Editado por el Dpto. Mecánica Teórica y Aplicada. UCLV, 1973.
19. Goytisolo, R. Análisis y solución de la Avería del molino de Planta de Plástico Mixto de Cienfuegos. *Revista Ingeniería Mecánica: (Cienfuegos)* 8 (3): 51-58, 2005
20. Hall A, Holowenko A, Laughlin H. *Diseño de Máquinas*. Madrid: Editorial. Dossat, 1971.
21. Martínez, G., González, C. Aplicación del Método de Elementos Finitos para el análisis y diseño de fijadores externos con transportación ósea. *Boletín técnico IMME*. Volumen.40 n° 2. 2002.- 37 p.
22. Microsoft ® Encarta ® 2006. © 1993-2005 Microsoft Corporation.
23. Mischke, Ch. *Introducción al Diseño Auxiliado por Computadora/ Ch. Mischke*--

- Mexico: Hnos Herrero, 1971. -- 465 p.
24. Orlov, P. Ingeniería de Diseño. Moscú: Editorial Mir, 1974.
 25. Reshetov, D. Elementos de Máquinas. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1985.-- 548 p.
 26. Shigley, J. E.; Mitchell, L. D./ Diseño en Ingeniería Mecánica./ México: Editorial Mc Graw Hill, 1985.
 27. Spotts, M. F. Design of Machine Elements. PRENTICE-HALL,INC, 1961.—127 p.
 28. Timoshenko, S.; Young, D. H./ Problemas de Vibración en Ingeniería./ La Habana: Edición Revolucionaria,1966. p 331-337.
 29. Videla, L. Análisis, diseño y construcción de fijadores externos por el Método de los Elementos Finitos. Trabajo de Grado. U.C.V. Caracas 1997.

Anexo 1: Conjunto rotor del molino

