



Facultad de Ingeniería Mecánica

AVERÍAS EN TRANSMISIONES POR ENGRANAJES

Autores: Dr. Rafael Goytisoló Espinosa y un grupo de Profesores - Investigadores del Colectivo de la Línea de Mecánica Aplicada de las Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez” y de la Universidad “Marta Abreu” de las Villas.

**Octubre 2010
Año 52 de la Revolución**

Caso No. 12 Análisis de la Avería por Flujo Plástico de los flancos de los dientes de las coronas de molinos de caña de azúcar

Autores:

Dr. Juan José Cabello Eras¹. Dr. Rafael Goytisoló Espinosa², Dr. Jorge Moya Rodríguez³.

1. Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Titular de la Facultad de Mecánica de la UCf.

2. Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Titular de la Facultad de Mecánica de la UCf.

3. Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Titular de la Facultad de Mecánica de la UCLV.

1. Introducción

Las coronas de molinos son elementos caracterizados por su baja vida útil, según ⁽⁵⁷⁾ en el país hay instaladas aproximadamente 4 000 y su durabilidad no rebasa las tres zafra, por lo que en el país se reponen o recuperan por soldadura más de 800 coronas por zafra, a un costo superior al millón de pesos, sin tomar en cuenta las pérdidas que se producen cuando hay que sustituir una corona en plena molienda. En la Fig.1 se muestran dos coronas engranadas en mal estado técnico, producto del desgaste superficial y el flujo plástico superficial.



Fig. 1 Coronas engranadas en mal estado técnico de las superficies de contacto.

Por otro lado estos engranajes trabajan en condiciones de lubricación deficientes, lo que propicia altos coeficientes de fricción y una baja eficiencia. En ⁽⁷⁰⁾ se analiza la importancia de incrementar la eficiencia de los molinos cañeros teniendo en cuenta que en el país hay más de 1 000 instalados, demandando 250 kW como potencia promedio cada uno, a través de las coronas se transmitirán a las mazas inferiores 125 kW, por lo que éstas transmiten aproximadamente 125 000 kW, el aumento de sólo un uno por ciento de su eficiencia permitiría el ahorro de 1 250 kW, lo que representaría para una zafra de 1 500 horas un ahorro de energía de 1 875 000 kW h/zafra.

Las coronas de molinos tienen como particularidad que el perfil de sus dientes no es evolvente, sino trazado a partir

de arcos de círculos, lo que complica cualquier esfuerzo por analizar su funcionamiento para buscar solución a los problemas que presentan.

En nuestro país se han desarrollado varios trabajos encaminados a establecer un método de cálculo para determinar los principales parámetros cinemáticos y dinámicos de estas transmisiones, basándose en aproximar a evolvente el perfil del diente ^(48, 49, 57, 58, 59, 60,61).

En ⁽⁵⁷⁾ se analiza el diseño actual de los dientes y a través de la simulación gráfica del proceso de engranamiento se detectó que en los perfiles actuales se producía interferencia, diseñándose una nueva serie de éstos en la que se excluye este fenómeno.

En este trabajo se realizó un estudio sobre la influencia de los errores de fabricación sobre el trabajo de estos engranajes, fundamentalmente el de paso, que es considerado conjuntamente con la interferencia de los perfiles y la mala lubricación, una de las causas fundamentales de la ocurrencia del flujo plástico del material del flanco de los dientes. En la actualidad se encuentra en fase de prueba en el combinado Sidero Mecánico “Fábrica Aguilar Noriega” un dispositivo para el moldeo que disminuye estos errores de paso.

El acabado superficial de los flancos de los dientes de las coronas puede ser mejorado por diferentes procesos tecnológicos y se dispone de las máquinas herramientas y la tecnología necesarias para su fresado ^(39,73,74), así como la posibilidad de tratarlos térmicamente que ha sido demostrada en ⁽²²⁾.

Como quiera que se ha mejorado el diseño dándole solución a la interferencia entre los perfiles y que existen las posibilidades tecnológicas para mejorar la calidad de las coronas surgen las siguiente interrogantes.

¿Desaparecerá el riesgo de aparición del flujo plástico resolviendo el problema de la interferencia entre los perfiles y los errores de paso, o será necesario mejorar las propiedades mecánicas de las capas superficiales de los dientes ?

¿Será posible que las coronas trabajen en un régimen de lubricación parcialmente elastohidrodinámico desde el inicio de su explotación, dadas las grandes cargas que transmiten y la baja velocidad a que lo hacen?

A partir de estas interrogantes se plantearon los objetivos del presente trabajo.

1. Caracterizar el proceso de deterioro del perfil del diente de las coronas y del lubricante utilizado en ellas.
2. Realizar un análisis crítico de la lubricación de las coronas de molino, establecer el régimen de lubricación actual y la posibilidad de que éste sea parcialmente elastohidrodinámico.
3. Investigar el campo de tensiones en las capas próximas a la superficie de los dientes para proponer una metodología para evaluar la resistencia al flujo plástico del material y poder de esta forma establecer la necesidad o no del mejoramiento de las propiedades mecánicas de las capas superficiales del material.

2. Desarrollo (ES NECESARIO???) (no pienso que esta parte es del desarrollo)

Como paso previo en el trabajo se realizó una extensa revisión bibliográfica con el objetivo de esclarecer el estado del conocimiento sobre la materia.

En nuestro país se han desarrollado varios trabajos sobre esta temática ^(48, 49, 57, 58, 59, 60,61), pero no cabe duda de que el más importante es ⁽⁵⁷⁾, en el que en primer lugar se desarrolló una amplia revisión bibliográfica y se tuvieron en cuenta los resultados publicados por el autor y otros autores hasta 1994, por lo que se puede afirmar que éste resume el estado del conocimiento en ese campo hasta el momento de su realización. A continuación se hace un análisis crítico de dicho trabajo.

En el primer capítulo se desarrolla un análisis sobre las fallas que sufren las coronas de molinos y se establece claramente que la falla principal es el flujo plástico del material del flanco de los dientes y se plantea que la causa principal de esto es la interferencia que se presenta en los perfiles cubanos actuales. Sin embargo no se realiza ningún cálculo para verificar la resistencia a esta falla en los nuevos perfiles diseñados, en los que se excluye la interferencia.

El segundo capítulo aborda un profundo estudio de los perfiles de coronas en uso en el país. Desarrollamos una metodología para la determinación de los parámetros geométricos fundamentales, determinando su módulo y tratándolos como engranajes de evolvente, además se

demuestra la ocurrencia de la interferencia de los perfiles y se diseñan unos que no la presentan.

El tercer capítulo comprende el análisis de la cinemática de estos engranajes, y se establecen las ecuaciones para determinar la velocidad de deslizamiento y el coeficiente de recubrimiento para cualquier distancia entre centros, aplicando la teoría conocida para engranajes de evolvente lo que no toma en cuenta la forma real del perfil del diente aunque permite una aproximación al problema.

El cuarto capítulo está dedicado al cálculo de la resistencia de los dientes de las coronas, en éste se da una metodología para la determinación del Factor de Lewis y el cálculo de la resistencia volumétrica de los dientes. En lo referente a la resistencia superficial, como ya se explicó anteriormente, no se verifica la resistencia al flujo plástico de los nuevos perfiles. En éste capítulo también se hace referencia a la importancia de la lubricación para el trabajo de las coronas, expresándose además la necesidad de estudiar ésta en trabajos posteriores. Se debe señalar que esta preocupación ha sido compartida por otros autores ^(21,46,65), pero realmente sólo se han reportado análisis sobre las características particulares de ésta y los problemas que presenta, proponiéndose algunas soluciones prácticas, sin que se halla desarrollado un estudio teórico que sustente estas recomendaciones.

En el quinto capítulo se estudia la dinámica de las coronas de molino, desarrollando un modelo matemático para el cálculo de las cargas dinámicas en los dientes en las

distintas etapas del trabajo del molino, en éste la rigidez del diente a flexión se determina considerándolo como una viga de sección constante empotrada en su base.

Sobre las coronas en particular se revisaron otras fuentes no consultadas en el trabajo antes referido ^(21, 46,65), en las que se plantea la preocupación por la corta vida útil de éstas, la presencia del flujo plástico como falla principal y las deficiencias en la lubricación.

En la referencia ⁽⁶⁸⁾ se realizó un primer intento por establecer los niveles de tensiones en la superficie de los dientes de las coronas, en ella se realiza una amplia revisión bibliográfica sobre la temática y se calculan las tensiones de contacto en la superficie y en la profundidad de la zona de contacto por las ecuaciones de Hertz, aplicando además otras ecuaciones que tienen en cuenta la fricción entre la superficie de los dientes.

No obstante en el trabajo no queda esclarecida la ocurrencia del flujo plástico en los dientes de las coronas a causa de las siguientes razones: Se aplica la teoría de engranajes de evolvente para determinar la fuerza entre los dientes sin tener en cuenta la compartimentación de la carga, sólo se analizan tres puntos de la supuesta línea de engrane, un punto en el polo con contacto entre los arcos de radio $R1$ y $R2$, un punto intermedio con contacto entre los arcos de radio $R1$ y un punto en el inicio con contacto entre los arcos de radio $R3$ y $R1$. Además se adoptan condiciones de carga extremadamente críticas para las coronas lo que da lugar a que se obtengan tensiones del orden de 1200 a 4000 MPa, que producirían una falla mucho más catastrófica que

la que realmente ocurre en las coronas, y finalmente no se estudia el campo de tensiones en la profundidad de la zona de contacto en presencia de la fricción.

De la revisión bibliográfica realizada se sacaron un grupo de conclusiones que sirven de guía para el desarrollo del presente trabajo, a continuación se relacionan estas:

1. No se ha realizado ningún análisis de la cinemática y la continuidad del contacto de las coronas de molinos que tome en cuenta la verdadera forma del perfil de los dientes.
2. No se ha estudiado la rigidez de los dientes de las coronas de molinos.
3. No se conoce cómo se reparte la carga entre los pares de dientes en contacto simultáneamente en las coronas de molinos.
4. No se ha determinado el comportamiento del espesor mínimo de la película de lubricante en todo el recorrido del punto de contacto en las coronas de molinos.
5. No se ha esclarecido el campo de tensiones en las capas superficiales de los dientes de las coronas de molinos y no está establecida una metodología que permita investigar la posibilidad real de evitar la falla por flujo plástico.

Es opinión generalizada de todos los relacionados con esta temática que una de las causas fundamentales de la corta vida útil de las coronas de molino es la lubricación deficiente que éstas presentan. En una encuesta realizada como parte del presente trabajo a Jefes de Maquinaria de 56 centrales del país, a la pregunta, ¿Qué recomendaciones daría usted para incrementar la vida útil de las coronas de molino?, casi todos proponen la mejora de la lubricación o

medidas relacionadas con esto, en ^(21, 46,57). También se plantea la preocupación por la situación de la lubricación de las coronas de molino.

La primera dificultad en la lubricación de las coronas de molino es el método de suministro del lubricante a la superficie de trabajo de los dientes. Éste consiste en la colocación de una bandeja con lubricante en la parte inferior de la transmisión en la cual los dientes se bañan al pasar. En ^(36, 46,63) se destaca el hecho de que por el sentido de rotación de las coronas inferiores los dientes recogen el aceite en la cara que no trabaja, esto se observa claramente en la Fig. 2

Esto se agrava por la alta viscosidad de los lubricantes utilizados, que no permite que tengan la fluidez necesaria para ocupar rápidamente el espacio que van dejando los dientes al pasar y dificulta la lubricación adecuada de la cara de trabajo. Además debe tenerse en cuenta que en las condiciones actuales en las que hay una alta contaminación del aceite, éste tiende a aumentar aun más su viscosidad como se demostró en el capítulo dos de este trabajo, llegando en muchos casos a convertirse en una pasta en la que el diente al pasar deja un surco impidiéndose por completo la lubricación de la cara de trabajo.

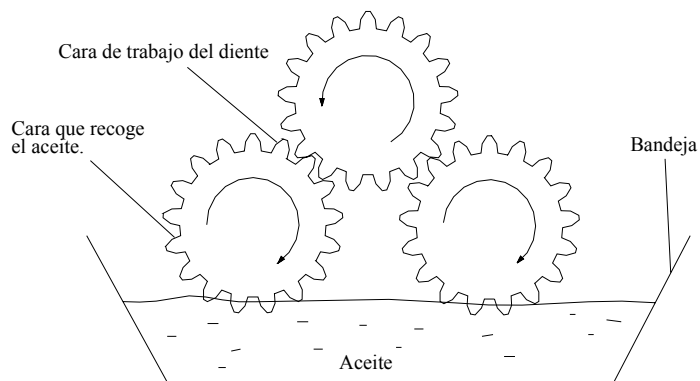


Fig. 2 - Sistema de lubricación de las coronas de molino.

A este problema se han propuesto y aplicado varias soluciones, en ⁽³⁶⁾ se sugiere elevar el nivel de aceite en la bandeja, ya sea subiendo ésta o colocando un mamparo que lo permita sin incrementar la cantidad de aceite, lo que facilitaría que éste llegue a mayor parte de la superficie de trabajo.

En ⁽⁶⁵⁾ se realiza un análisis sobre diversas soluciones que se han aplicado en Australia. Una de ellas fue añadirle agua a la bandeja para elevar el nivel del aceite, lo que resultó inefectivo por la contaminación de éste.

En general se puede afirmar que cualquier solución que se dé al problema del suministro del aceite a la zona de trabajo de los dientes, en la que se mantenga el aceite en la bandeja inferior, debe necesariamente resolver el problema de la contaminación de éste con agua y bagazo, lo que produce su inhabilitación para cumplir sus funciones.

Un aspecto de gran importancia en la lubricación de los engranajes es el lubricante utilizado ^(3, 36,72). Para la lubricación de las coronas de molino en Cuba se ha utilizado tradicionalmente el aceite Guijo BM cuyas

especificaciones se pueden apreciar en la tabla 3.1 del anexo 3. Este es un lubricante de base asfáltica caracterizado por su alta viscosidad y la presencia de aditivos de extrema presión, es una tendencia actual la sustitución del uso de lubricantes de base asfáltica en transmisiones por engranajes abiertos por otros más modernos ^(6,41). En nuestro país se han realizado ensayos de campo con el lubricante Unilube BG en la lubricación de chumaceras y coronas en varios centrales, en los que se instaló en los últimos molinos un equipo de lubricación centralizado con derivación para las coronas obteniéndose un mejor estado de éstas a fin de zafra y particularmente en las lubricadas con Unilube BG ⁽¹⁹⁾.

El acabado superficial tiene gran importancia para garantizar una buena lubricación ⁽³⁾, en las coronas de molino éste es malo en el inicio de su explotación, pues son puestas en funcionamiento con el acabado que se obtiene del proceso de fundición. En ^(50,75) se explica la relación entre el desgaste en el período de asentamiento de las piezas y la rugosidad superficial inicial. Como parte del trabajo experimental desarrollado en ⁽⁵⁾ se realizaron ensayos en una máquina de rodillos para la simulación del contacto en engranajes obteniéndose la dependencia entre el coeficiente de fricción y el tiempo de ensayo para coronas maquinadas y sin maquinar que se muestra en la Fig. 3. Como se puede apreciar a un tiempo de ensayo de 105 horas el coeficiente de fricción de las probetas maquinadas y las no maquinadas se igualan de lo que se puede concluir que se igualan las rugosidades superficiales después del

asentamiento.

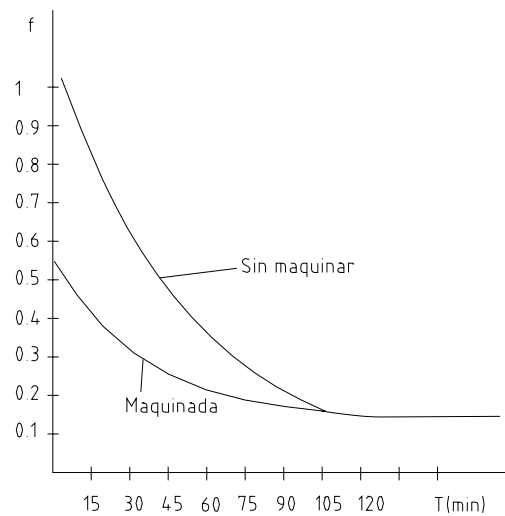


Fig. 3 Dependencia entre el coeficiente de fricción y el tiempo de ensayo.

Se puede observar claramente también que el coeficiente de fricción inicial de las probetas no maquinadas es mayor que el doble del de las maquinadas por lo que el desgaste en el período de asentamiento es mucho mayor. De ahí la importancia del acabado superficial inicial de la superficie de los dientes de las coronas que debe garantizar que el período de asentamiento transcurra con la menor variación posible de la forma del perfil del diente. Se han realizado varios trabajos sobre el de maquinado de los flancos de los dientes de las coronas ^(39,73,74), estableciéndose la factibilidad tecnológica de este proceso, además para mejorar la rugosidad inicial de los dientes de las coronas pueden ser aplicados otros procesos tecnológicos como el asentado y el rodillado así como procesos de fundición que garanticen un mejor acabado superficial.

Aprovechando los resultados expuestos en el presente trabajo, se realizará un análisis del régimen de lubricación en las coronas de molino, enfocado fundamentalmente a establecer las condiciones requeridas desde el punto de vista de viscosidad del aceite y de acabado superficial para alcanzar un trabajo satisfactorio de estas transmisiones. Sobre el cálculo de la lubricación en transmisiones por engranajes se han publicado numerosos trabajos ^(2,27,34,38,71), en general estos consisten en determinar el espesor mínimo de la película de lubricante que se forma entre los dientes y el parámetro de la película (λ), lo que permite establecer en qué régimen de lubricación trabaja la transmisión.

Según el criterio de L.S. Akin ⁽¹⁾

$$\lambda = \frac{h_{\min}}{\sigma}$$

$h_{\min}$ – Espesor mínimo de la película en μm .

$$\sigma = \frac{1,11 \cdot (Ra_1 + Ra_2)}{2}$$

Ra_1, Ra_2 – Rugosidad superficial de ambos dientes en μm .

Existen diferentes criterios acerca del régimen de lubricación en que se está trabajando según el valor del parámetro de la película ^(2,27,34,44,47) siendo los más aceptados:

$\lambda > 3$ a 5 Lubricación hidrodinámica.

$1 < \lambda < 3$ Lubricación elastohidrodinámica o parcialmente elastohidrodinámica

$\lambda < 1$ Lubricación límite o mixta.

Las transmisiones por engranajes se caracterizan por un contacto lineal entre los dientes a través del cual se transmite la carga, por lo que las deformaciones elásticas

tienen gran importancia en la formación de la película de lubricante. Para estos casos en la determinación del espesor mínimo de la película de lubricante se aplican expresiones que combinan los efectos elástico e hidrodinámico y la dependencia viscosidad-presión, conocidas como ecuaciones de la lubricación elastohidrodinámica ⁽⁴⁷⁾. En la literatura especializada se exponen algunas variantes de estas ecuaciones según sean las aproximaciones realizadas por conveniencia matemática para la solución numérica precisa de las ecuaciones diferenciales que les dan origen ^(2,24,47).

En el presente trabajo se utilizará la ecuación obtenida por Hamrock y Dawson en 1988, que según ⁽⁸¹⁾ es el análisis más preciso realizado para la determinación del espesor mínimo de la película de aceite en la lubricación elastohidrodinámica, esta ecuación tiene carácter general y es aplicable para contactos puntuales, lineales y elípticos.

$$\frac{h_o}{R'} = 3,63 \cdot \left(\frac{u \cdot \eta_o}{E' \cdot R'} \right)^{0,68} \cdot (\alpha \cdot E')^{0,49} \cdot \left(\frac{W}{E' \cdot R'^2} \right)^{-0,073} \cdot (1 - e^{-0,68 \cdot k})$$

Donde:

h_o – Espesor mínimo de la película en m.

R' - Radio de curvatura reducido en m.

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_1'} + \frac{1}{R_2'}$$

R_1', R_2' - Radio de curvatura de las superficies en contacto en m.

u – Velocidad media en m/s.

$$u = \frac{V_1 + V_2}{2}$$

V_1, V_2 – Velocidades de las superficies en contacto en la dirección tangente a éstas, m/s.

η_0 – Viscosidad dinámica del aceite a presión atmosférica en Pa-s.

E' - Módulo de elasticidad reducido en Pa.

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \left[\frac{1-\nu_1}{E_1} + \frac{1-\nu_2}{E_2} \right]$$

E_1, E_2 – Módulos de elasticidad de las superficies en contacto en Pa.

ν_1, ν_2 – Coeficientes de Poisson de las superficies en contacto.

α - Coeficiente presión viscosidad en m^2/N .

En la literatura especializada se encuentran frecuentemente recomendaciones del valor de este coeficiente para distintos tipos de aceite, en nuestro trabajo utilizaremos la fórmula empírica de Wooster ⁽⁸¹⁾.

$$\alpha = (0,6 + 0,965 \cdot \log \eta_0) \times 10^{-8}$$

W – Carga de contacto en N.

$$W = C_c \cdot F_p$$

C_c – Coeficiente de carga compartida para la posición del punto de contacto analizada.

F_p – Carga periférica transmitida por la corona en N.

k – Parámetro de elipticidad. Para contactos lineales $k =$ infinito.

Para determinar el comportamiento del espesor mínimo de la película de aceite a lo largo del recorrido del punto de contacto se elaboró un programa de computación, que aplicando las metodologías desarrolladas en el capítulo II del presente trabajo, calcula el coeficiente de carga compartida, la velocidad de los dientes en el punto de contacto y el radio de curvatura reducido a lo largo del

recorrido del punto de contacto y evalúa los resultados en la expresión 3.3 para determinar el espesor mínimo de la película de aceite.

Para determinar la potencia transmitida y con ella el momento y la fuerza periférica se utilizó la recomendación dada en ⁽⁴⁰⁾.

$$T = 0,16 \cdot P \cdot n \cdot D$$

T - Potencia en HP.

P - Presión hidráulica sobre el cilindro superior en toneladas.

n - Velocidad de rotación en rpm.

D - Diámetro de las mazas en m.

La potencia consumida se calculó para los 8 molinos de tres provincias con perfil A, siendo el valor medio de esta 302,6 kW el cual tomamos para los cálculos.

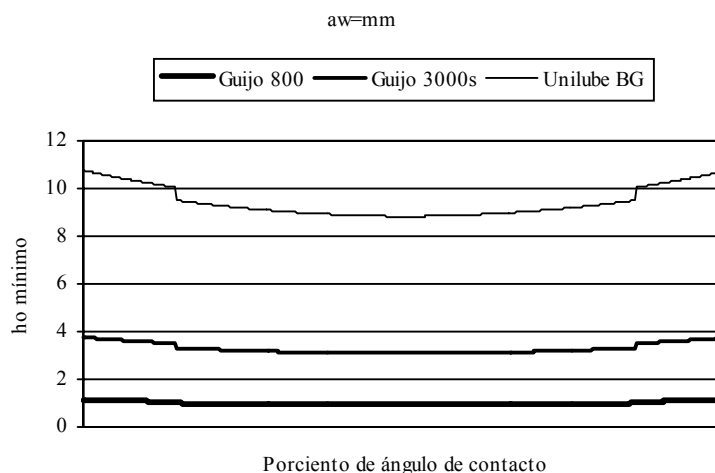


Fig. 4 Variación del espesor mínimo de la película en μm con el porciento del ángulo de giro de la corona en el perfil A1, con distancia entre centros de 930 mm

Los cálculos se realizaron para los lubricantes Guijo BM, Guijo 3000 s y Unilube BG, como parte del estudio sobre el comportamiento del lubricante en el período de zafra se hicieron 66 mediciones de la temperatura del aceite en las bandejas, no sobrepasando en ninguna ocasión los 32°C , por lo que se utilizó en los cálculos la viscosidad de estos aceites a 40°C .

Guijo BM	$\nu = 750 \text{ cS}$	$\eta_o = 0.71 \text{ Pa}\cdot\text{s}$
Guijo 3000 s	$\nu = 3000 \text{ cS}$	$\eta_o = 2.49 \text{ Pa}\cdot\text{s}$
Unilube BG	$\nu = 9000 \text{ cS}$	$\eta_o = 8.28 \text{ Pa}\cdot\text{s}$

Los resultados obtenidos para el perfil A1 se muestran en las Figs. 4 y 5.

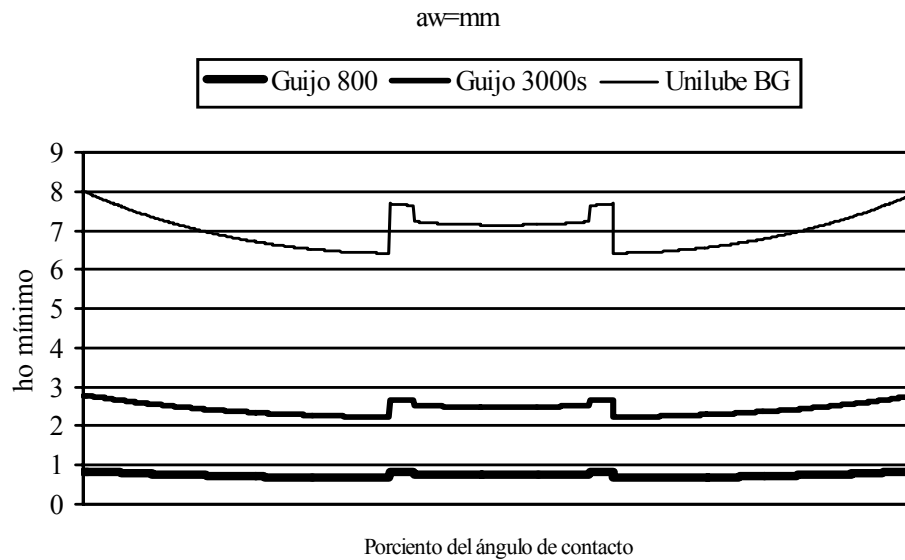


Fig. 5 Variación del espesor mínimo de la película en μm con el porcentaje de ángulo de giro de la corona en el perfil A1, con distancia entre centros de 1030 mm.

Analizando los gráficos se puede apreciar que a diferencia de los engranajes de evolvente ^(27,38), el espesor mínimo de la película mantiene un valor bastante uniforme a lo largo del contacto, lo que se muestra además en la Tabla 3. Esto se explica pues en los engranajes de evolvente el radio reducido de curvatura cambia constantemente mientras que en las coronas permanece prácticamente constante y solo cambia cuando hay contacto entre los arcos de radio R1 y R2.

Tabla 3 – Valores extremos del espesor mínimo de la película de lubricante en μm .

Aw	Guijo BM		Guijo 3000s		Unilube BG	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max
990	0.64	0.84	2.12	2.79	6.08	8
1030	0.93	1.13	3.08	3.75	8.82	10.76

También se observa una marcada diferencia entre la forma del gráfico para la distancia entre centros de 990 mm y la que adopta para 1030 mm. Este hecho tiene su explicación en que a lo largo del contacto solo varían tres parámetros que afectan el espesor mínimo de la película, el radio reducido de curvatura, la velocidad de los dientes en el punto de contacto y la carga transmitida, para la distancia entre centros de 1030 solo hay contacto entre los arcos de radio R1, por lo que el radio reducido de curvatura es constante. Para la distancia entre centros de 990 mm hay contacto R1-R1 y R2-R1, la caída brusca del espesor de la película ocurre en el momento del cambio de radios de los arcos en contacto de R1-R1 a R1-R2 producto de la disminución del radio de curvatura reducido, esto se mantiene hasta la entrada en contacto de otro par de dientes, con lo que comienza a ser compensado, al distribuirse la carga entre los dos.

Es importante señalar que el contacto entre los arcos de radio R1 es más favorable que el R1- R2, pues al tener un radio de curvatura reducido mayor garantiza mejores condiciones para la lubricación y menores tensiones de contacto, por lo que sugerimos que se estudie que implicaciones tendría para el trabajo de las coronas

suprimir el radio R2 en el diseño del perfil del diente alargando el radio R1 hasta la circunferencia básica.

En la Fig. 6 se puede apreciar la variación del menor espesor mínimo de la película de lubricante en todo el recorrido con la distancia entre centros para un perfil A1. El espesor mínimo de la película aumenta con la distancia entre centros, lo que se explica por el aumento de la velocidad de los dientes en el punto de contacto y por que a partir de 1017 mm de distancia entre centros el contacto es solo entre los arcos de radio R1 que como ya se explicó éste es más ventajoso que el R2-R1.

En ^(44,77) se relacionan acabados superficiales típicos para diferentes procesos tecnológicos, en el caso del fresado a que pudieran ser sometidos los flancos de los dientes de las coronas ^(39,73,74) se pueden obtener rugosidades entre $R_a = 1,6$ a $6,3 \mu m$ para las aplicaciones más frecuentes, con la fundición en arena que es el proceso de fabricación actual los valores de rugosidad oscilan entre $R_a = 12,5$ a $50 \mu m$ y para la fundición en molde de acero $R_a = 1,6$ a $6,8 \mu m$.

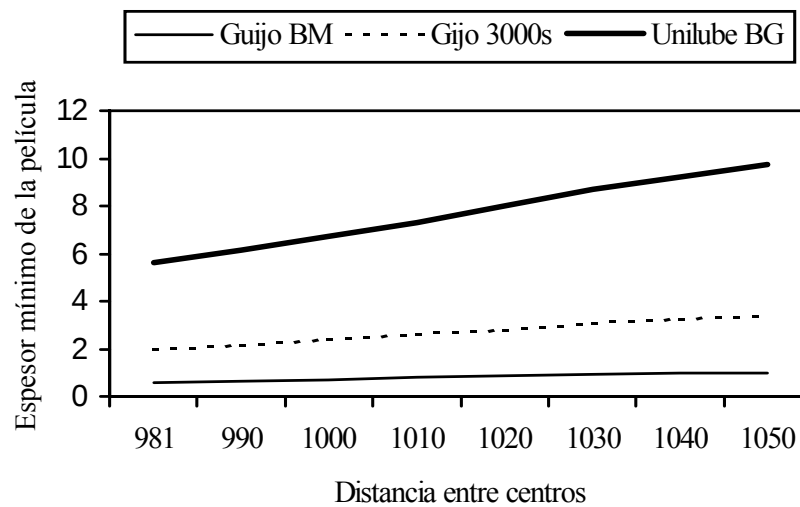
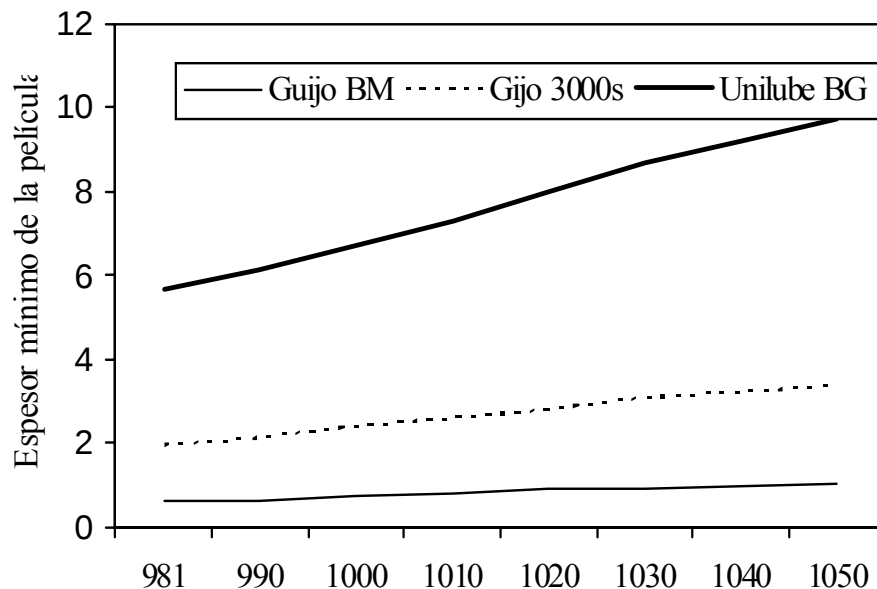


Fig. 6 Espesor mínimo de la película de lubricante en μm según la distancia entre centros para el perfil A1.

En ⁽⁶³⁾ se plantea que en la elaboración de ruedas dentadas por cepillado y fresado se alcanza una rugosidad de $R_a = 1,25$ a $5 \mu\text{m}$ y que con el proceso de fundición de la cera o la espuma perdida los valores típicos son de $R_a = 1,2$ a $5 \mu\text{m}$, y en ⁽²⁰⁾ se describe una tecnología para la fundición de coronas utilizando modelos de Poliestireno que alcanza acabados similares a los de la fundición por cera perdida.

En la Fig. 7 se muestra la variación del parámetro de la película mínima en todo el recorrido del punto de contacto con la distancia entre centros para el perfil A1 con una rugosidad de $25 \mu\text{m}$.

Como se puede apreciar para los tres lubricantes analizados el parámetro de la película es menor que uno, y particularmente para el Guijo BM que es el utilizado



actualmente es cercano a cero, esto origina que el coeficiente de fricción en el período de asentamiento alcance valores cercanos a la unidad como se demostró experimentalmente en (5), lo que trae como consecuencia que esta etapa tenga un carácter agresivo con afectaciones en la forma y dimensiones del perfil de los dientes.

Fig.7 Variación del parámetro de la película mínimo con la distancia entre centros para el perfil A1.

En la Fig. 8 se muestra el comportamiento del parámetro de la película mínimo y máximo en todo el recorrido del punto de contacto con la rugosidad superficial para el perfil A1 a una distancia entre centros de 981 mm.

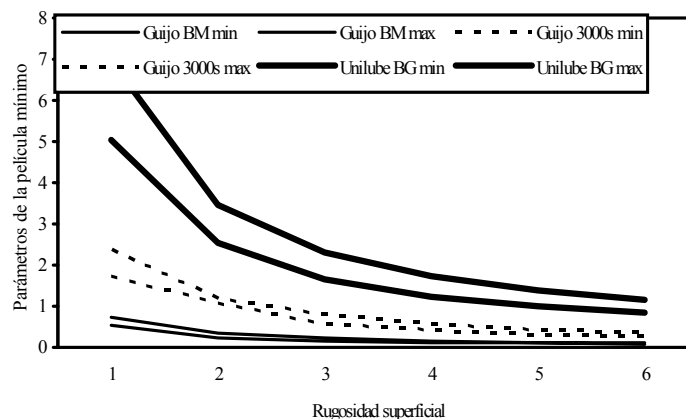


Fig. 8 Variación del parámetro de la película mínimo y máximo para el perfil A1.

En esta se observa cómo con el aceite Guijo BM el parámetro de la película es mucho menor que la unidad, sin embargo con el aceite Guijo 3000s con una rugosidad $Ra \leq 2,5 \mu m$ y con el Unilube BG con una rugosidad de $5 \leq Ra \leq 6 \mu m$ se puede garantizar que el parámetro de la película sea cercano a la unidad en la menor distancia entre centros de operación, que es la más crítica desde el punto de vista de lubricación. Siendo posible entonces con una adecuada combinación de rugosidad superficial y viscosidad del lubricante garantizar un régimen de lubricación mixto en el inicio de la explotación de las coronas.

Con el objetivo de establecer la viscosidad del aceite necesaria para lubricar las coronas de molino, se determinó la variación del espesor mínimo de la película a lo largo del

recorrido del punto de contacto para el perfil A1 a distancia entre centros de 981 y 1050 mm y la viscosidad del aceite, para un aceite mineral típico con densidad de 950 kg/m^3 .

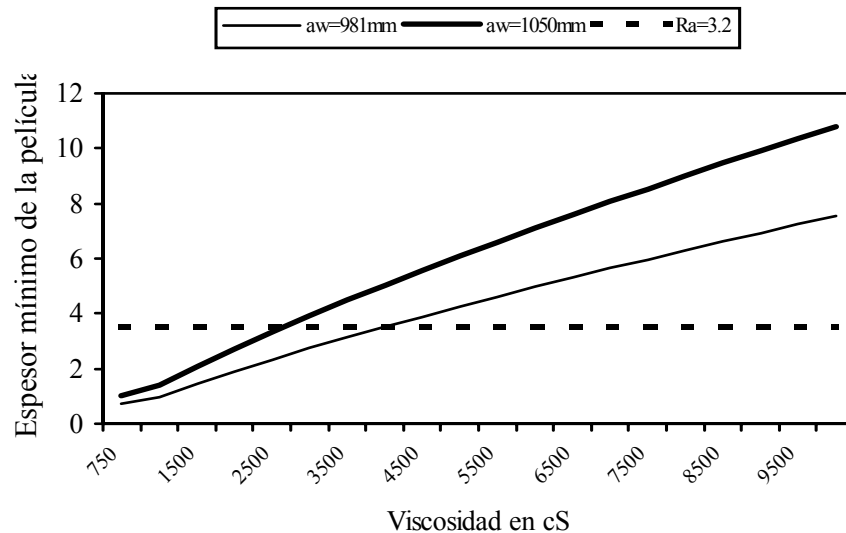


Fig. 9 Espesor mínimo de la película en μm según la viscosidad.

La línea horizontal representa el espesor mínimo de la película necesario para que el parámetro de la película sea igual a la unidad con rugosidad superficial $R_a = 3,2 \mu\text{m}$, con un aceite de entre 3000 y 4500 cS a 40 grados se puede garantizar un régimen de lubricación mixto en el inicio de la explotación de las coronas, el que mejorará a medida que transcurre el asentamiento producto de la disminución de la rugosidad superficial. Del análisis realizado se sacan un grupo de conclusiones que a continuación se relacionan:

1. Es necesario resolver el problema del suministro del aceite a las superficies de trabajo de los dientes de las

coronas, así como el de la contaminación de éste.

2. La forma actual de suministro del aceite a los dientes, a través de una bandeja situada en la parte inferior del molino contribuye al deterioro del aceite como resultado de su contaminación.

3. En las condiciones actuales el aceite pierde sus propiedades entre las 500 y 1000 horas de trabajo.

4. La viscosidad del aceite Guijio BM utilizado para la lubricación de las coronas de molinos es insuficiente.

5. Es posible lograr que las coronas de molinos trabajen en un régimen de lubricación mixto desde el inicio de su explotación si se combinan adecuadamente la rugosidad superficial inicial y la viscosidad del aceite.

El paso siguiente en el análisis es el estudio del estado tensional en la zona superficial de los dientes y establecimiento de la necesidad del tratamiento térmico superficial.

En^(4,31,47) se plantea que el paso del material del estado elástico al plástico ocurre cuando la intensidad de las tensiones (σ_i), alcanza el límite de fluencia, como se refleja en la ecuación (1)

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 - 6 \cdot (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} = \sigma_f \quad (1)$$

En el caso de las coronas de molinos se puede presumir que la intensidad de las tensiones en la superficie de los dientes de las coronas de molinos sobrepasa este valor, debido a que se produce la fluencia del material. La evaluación del campo de tensiones en las capas próximas a la superficie de

los dientes de las coronas de molinos permitirá en primer lugar esclarecer la ocurrencia del flujo plástico y su carácter particular, y en segundo lugar evaluar qué medidas tomar para evitarlo.

La determinación de las tensiones de contacto en las normas de cálculo de engranajes se realiza a través del modelo de Hertz para el contacto entre dos cilindros paralelo, cuyo esquema de análisis se muestra en la Fig. 10.

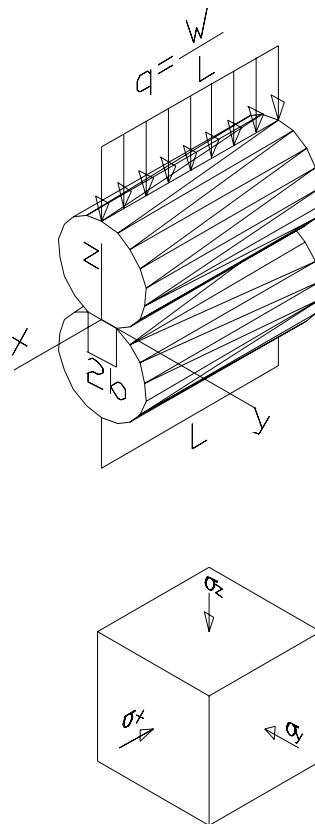


Fig. 10 Esquema de Análisis y Estado Tensional de los puntos de la línea de contacto según el Modelo de Hertz.

Al no existir tensiones tangenciales σ_x , σ_y , σ_z son tensiones

principales y con ellas se determina la intensidad de tensiones que permite evaluar la aparición del flujo plástico. En un plano inclinado a 45 grados con respecto al plano ZX aparecen las tensiones tangenciales máximas que se consideran principales responsables del fenómeno de la picadura. Según las ecuaciones de Hertz ^(66,81), en la línea de contacto:

$$\sigma_y = \sigma_z = \sigma_H = 0,418 \cdot \sqrt{\frac{W \cdot E'}{R' \cdot L}} \quad (2)$$

Donde:

W – Fuerza normal en N.

L – Longitud de los dientes, mm.

E' - Módulo de elasticidad reducido en MPa.

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{1-\nu_1}{E_1} + \frac{1-\nu_2}{E_2} \right]$$

E1,E2 – Módulo de elasticidad de los cilindros en contacto, MPa.

ν_1, ν_2 – Coeficiente de Poisson de los cilindros en contacto.

R' - Radio de curvatura reducido en mm.

$$R' = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

R1,R2 – Radio de los cilindros en contacto.

Para cilindros de acero (90).

$$\sigma_x = 0,6 \cdot \sigma_y \quad (3)$$

Sustituyendo 2 y 3 en 1 se obtiene.

$$\sigma_i = 0,4 \cdot \sigma_H \quad (4)$$

Siendo la condición de aparición del flujo plástico en la superficie.

$$\sigma_i = \sigma_f$$

Según (54) la variación de estas tensiones en la profundidad de cilindros de acero es expresada por las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_x = -0,6 \cdot \sigma_H \left[\sqrt{1 + \left(\frac{z}{b}\right)^2} - \frac{z}{b} \right] \quad (5)$$

$$\sigma_y = -\sigma_H \left[\frac{1 + 2 \cdot \left(\frac{z}{b}\right)^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{b}\right)^2}} - 2 \cdot \left(\frac{z}{b}\right) \right] \quad (6)$$

$$\sigma_z = -\sigma_H \left[\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{b}\right)^2}} \right] \quad (7)$$

Donde:

z – Profundidad a la que se determinan las tensiones en el interior del cilindro en mm.

b – Semiancho de la banda de contacto en mm.

$$b = \sqrt{\frac{4 \cdot W \cdot R'}{\pi \cdot L \cdot E'}} \quad (8)$$

La tensión de cortante máxima actuará en el interior de los cilindros a una profundidad $z = 0,786 \cdot b$ (54,90) y se determina como:

$$\tau_{\max} = 0.302 \cdot \sigma \quad (9)$$

La intensidad de tensiones máxima en el interior de los

cilindros se presenta en la profundidad $z = 0,7 \cdot b$ (54) y se determina como:

$$\sigma_{imax} = 0,557 \cdot \sigma_H \quad (10)$$

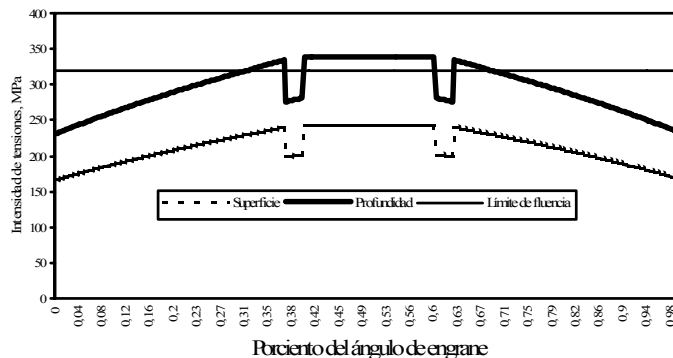


Fig. 11 Intensidad de tensiones en el perfil A1 con distancia entre centros de 990 mm

Para la realización de los cálculos se tomó el mismo valor de la potencia que en el análisis de la lubricación, en las Figs. 11 y 12 se muestra el comportamiento de la intensidad de tensiones en la superficie y de la intensidad de tensiones máxima en la profundidad para el perfil A1 con distancia entre centros de 990 y 1030 mm.

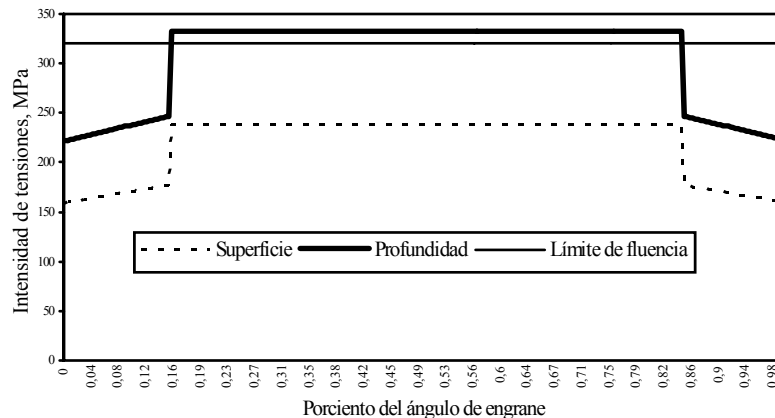


Fig. 12 Intensidad de tensiones en el perfil A1 con distancia entre centros de 1030 mm.

En los gráficos se puede observar el estado de carga crítico en que trabajan las capas superficiales de los dientes de las coronas de molinos, en la superficie del diente la intensidad de tensiones es menor que el límite de fluencia, mientras que en el interior del diente las tensiones máximas se producen a 0,42 mm de profundidad y sobrepasan el límite de fluencia. Debe tenerse en cuenta que la situación real es peor, ya que en el cálculo realizado no se han tenido en cuenta aspectos como la concentración de carga y las cargas dinámicas. También se observa cómo la intensidad de tensiones en las capas superficiales para las distancias entre centros menores en las que esta se comparte mayor tiempo entre dos pares de dientes, tiene un comportamiento más favorable.

En el análisis realizado no se tomaron en cuenta las

tensiones tangenciales que aparecen en la superficie de los dientes producto de la fricción, por lo que aún alcanzando un régimen de lubricación con un bajo coeficiente de fricción, el estado tensional de las capas superficiales de los dientes seguiría siendo crítico, por lo que para evitar la probabilidad de aparición del flujo plástico es necesario mejorar las propiedades mecánicas de estas.

En ^(22,23) se realizaron estudios sobre el temple superficial del acero 45 con que se fabrican las coronas, donde se demostró la posibilidad de alcanzar durezas superiores a 40 HRC en las capas superficiales por temple a llama y temple por alta frecuencia. En ⁽¹⁾ se plantea que el acero 45 con un temple y revenido que alcance una dureza de entre 35 y 40 HRC se incrementa el límite de fluencia hasta 650 MPa con una por ciento de elongación del 15 %, casi similar esto último al acero 45 normalizado lo que reduce la posibilidad de aparición del flujo plástico manteniendo la ductilidad del acero.

El estado tensional real en la superficie de los dientes de engranajes, difiere del modelo de Hertz, en la presencia de tensiones tangenciales

en la superficie como resultado del deslizamiento rodadura que se produce entre la superficie de los dientes.

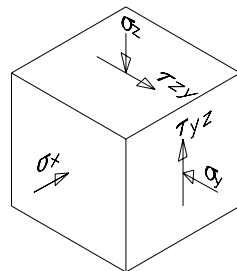


Fig. 13 Estado Tensional real de cualquier punto de la línea de contacto entre un par de dientes de engranajes.

Este fenómeno ha sido objeto de estudio de varios autores que han propuesto diferentes ecuaciones para determinar la intensidad de tensiones en estas condiciones.

En ⁽⁴⁵⁾ se expone la ecuación desarrollada por M.M. Saverin.

$$\sigma_{eq} = \sigma_H \cdot (0,2 + 2,28 \cdot f - 1,5 \cdot f^2) \quad (11)$$

Donde:

f – Coeficiente de fricción.

En (111) G.K. Turbin propone:

$$\sigma_{eq} = (0,418 + 0,5428 \left(\frac{0,05}{b} \right)^{1,2546} + f(0,418 + 0,403 \cdot \left(\frac{0,05}{b} \right)^{0,739})) \sigma_H \quad (12)$$

Donde:

b – Semiancho de la banda de contacto en cm.

En ⁽⁸²⁾ G.K. Turbin también propone otras ecuaciones aplicando la hipótesis de resistencia de las tensiones tangenciales máximas y la de Huber – Misses – Hencky que da un criterio más exacto de plasticidad.

Hipótesis de las tensiones tangenciales máximas.

$$\sigma_{eq} = \sigma_H \cdot (0,4 + 0,787 \cdot f) \quad (13)$$

Hipótesis de Huber – Misses - Hencky

$$\sigma_{eq} = \sigma_H \cdot \sqrt{3 \cdot f^2 + 0,16} \quad (14)$$

En la Fig. 14 se muestra la variación de la intensidad de

tensiones para el contacto en la zona en que ésta es máxima, para el perfil A1 a una distancia entre centros de 990 mm, determinadas según las ecuaciones de Hertz y según las ecuaciones 202 a 205.

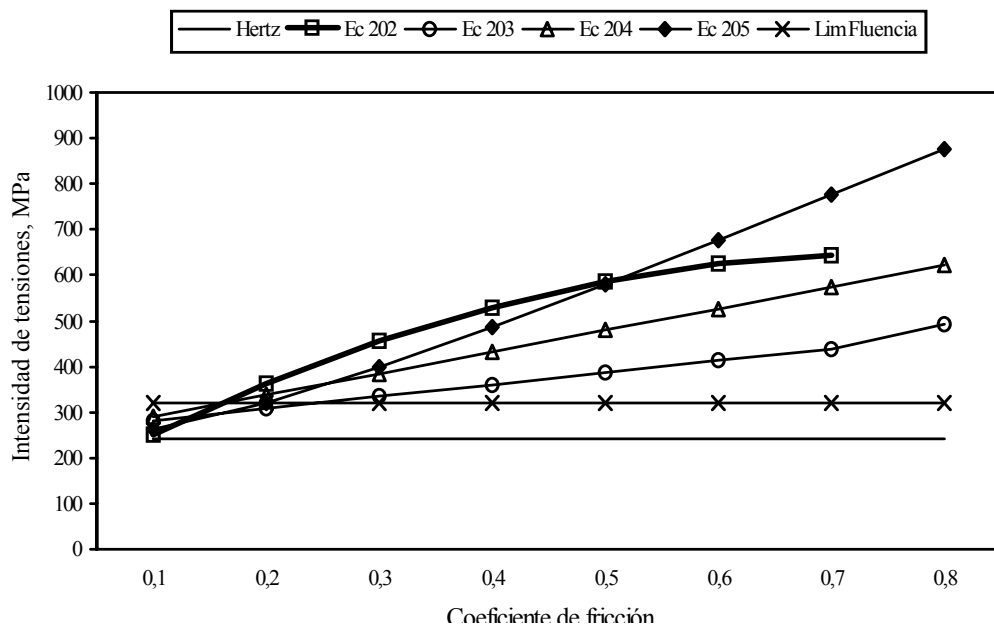


Fig. 14 Variación de la intensidad de tensiones en la superficie con el coeficiente de fricción.

En ésta se observa claramente cómo la intensidad de tensiones en la superficie de los dientes calculada por las ecuaciones encontradas en la literatura, con coeficientes de fricción mayor que 0,1 se incrementa considerablemente con respecto a la calculada sin considerar la fricción, y a partir de coeficientes de fricción de 0,2 sobrepasa los valores del límite de fluencia.

En las referencias ^(5,69) se obtienen experimentalmente valores del coeficiente de fricción cercanos a la unidad en las condiciones de inicio de explotación de las coronas de

molinos, con los que la intensidad de tensiones sobrepasa ampliamente el valor del límite de fluencia dando lugar al flujo plástico del material durante el proceso de asentamiento.

En los perfiles actuales en los que se presenta la interferencia entre los perfiles se producen sobrecargas, que hacen más crítico el estado tensional de la zona de contacto y conducen a que la pérdida de la forma del perfil, como resultado del flujo plástico del material, ocurra más rápidamente.

Con estos resultados se demuestra también la importancia de una buena lubricación para evitar esta falla, pues si se logra trabajar en un régimen de lubricación con un bajo coeficiente de fricción el efecto de la fricción se puede minimizar.

En ⁽⁹¹⁾ se realiza un estudio para la determinación del coeficiente de fricción entre pares de materiales en contacto que trabajan sin lubricación y se presenta un análisis de cómo se modifica el campo de tensiones de Hertz en presencia de una fuerza de fricción superficial distribuida en la superficie de contacto, cuya intensidad en cada punto depende del valor de la tensión de Hertz.

La solución del campo de tensiones en las inmediaciones de la superficie de contacto se representa en coordenadas elípticas (Fig. 15) relacionadas con las cartesianas a través de las ecuaciones:

$$X = b \cdot \operatorname{ch}(\alpha) \cdot \cos(\beta) ; Z = b \cdot \operatorname{sh}(\alpha) \cdot \operatorname{sen}(\beta)$$

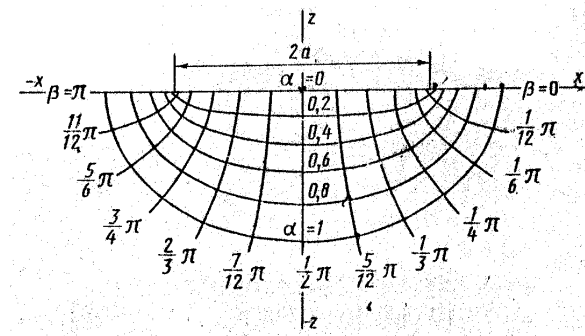


Fig. 15 Sistema de coordenadas elípticas.

Las expresiones de las tensiones principales propuestas son las siguientes:

$$\sigma_1 = \sigma_H \cdot e^{-\alpha} \cdot \left[(f \cdot \cos \beta - \operatorname{sen} \beta) + \sqrt{\frac{\operatorname{sen}^2 \beta \cdot \operatorname{sh}^2 \alpha - f \cdot \operatorname{sen} 2\beta \cdot \operatorname{sh}^2 \alpha + f^2 \cdot ((e^{-2\alpha} \cdot \operatorname{sen}^2 \beta + \cos^2 \beta \cdot \operatorname{sh} \beta))}{\operatorname{sen}^2 \beta + \operatorname{sh}^2 \alpha}} \right] \quad (15)$$

$$\sigma_2 = \sigma_H \cdot e^{-\alpha} \cdot \left[(f \cdot \cos \beta - \operatorname{sen} \beta) - \sqrt{\frac{\operatorname{sen}^2 \beta \cdot \operatorname{sh}^2 \alpha - f \cdot \operatorname{sen} 2\beta \cdot \operatorname{sh}^2 \alpha + f^2 \cdot ((e^{-2\alpha} \cdot \operatorname{sen}^2 \beta + \cos^2 \beta \cdot \operatorname{sh} \beta))}{\operatorname{sen}^2 \beta + \operatorname{sh}^2 \alpha}} \right] \quad (16)$$

Donde:

$$\alpha = \frac{z}{b}$$

z- Profundidad en la zona de contacto.

b - Semiancho de la zona de contacto.

β - Según figura 39.

Partiendo de las ecuaciones (15) y (16) en el presente trabajo se ha profundizado en el comportamiento de la intensidad de tensiones en la profundidad de la zona de contacto bajo la acción de fuerzas de fricción en la superficie, analizando la influencia del valor del coeficiente de fricción. Evaluando estas expresiones para $\beta=\pi/2$, o sea en la dirección vertical al punto de contacto, se obtiene:

$$\sigma_1 = -\sigma_H \cdot e^{-\alpha} \cdot \left[-1 + \sqrt{\frac{\text{Sh}^2(\alpha) + f^2 \cdot e^{-2(\alpha)}}{1 + \text{Sh}^2(\alpha)}} \right] \quad (17)$$

$$\sigma_2 = -\sigma_H \cdot e^{-\alpha} \cdot 2 \cdot v = -0,6 \cdot \sigma_H \cdot e^{-\alpha} \quad (19)$$

$$\sigma_3 = -\sigma_H \cdot e^{-\alpha} \cdot \left[-1 - \sqrt{\frac{\text{Sh}^2(\alpha) + f^2 \cdot e^{-2(\alpha)}}{1 + \text{Sh}^2(\alpha)}} \right] \quad (20)$$

Sustituyendo las ecuaciones (17), (18) y (20) en (1) y haciendo algunas transformaciones se obtiene una nueva ecuación para determinar la intensidad de tensiones en la profundidad del diente considerando la fricción.

$$\sigma_{i(\alpha)} = -\sigma_H \cdot e^{-\alpha} \cdot \sqrt{3 \cdot \left(\frac{\text{Senh}^2(\alpha) + f^2 \cdot e^{(-2 \cdot \alpha)}}{1 + \text{Senh}(\alpha)} \right) + 0,16} = -\sigma_H \cdot A \quad (21)$$

Evaluando la ecuación (21) para $\alpha = 0$, o sea en la superficie del diente, se obtiene como resultado la ecuación (14), una de las reportadas en la literatura para determinar

la intensidad de tensiones en la superficie.

En la Fig. 16 se muestra el comportamiento de la intensidad de tensiones para diferentes valores del coeficiente de fricción y a diferentes profundidades en la zona de contacto. Del análisis de la figura se puede concluir que a partir de valores del coeficiente de fricción cercanos a: 0,3 la intensidad de tensiones máxima se produce en la superficie de los dientes y se pueden aplicar las ecuaciones 202, 203. 204 y 205 para determinarla y valorar la condición de paso al estado plástico.

Sin embargo en casos como el de las coronas, en las que el coeficiente de fricción después de asentamiento se encuentra entre 0,12 y 0,15 ⁽⁶⁹⁾, es necesario disponer de una ecuación que permita determinar el valor de la intensidad de tensiones máxima y a que profundidad ésta se produce, siendo además importante establecer a partir de que valor del coeficiente de fricción la intensidad de tensiones máxima ocurre en la superficie. Sobre este particular no se encontraron referencias por lo fue necesario desarrollar el análisis que a continuación se describe:

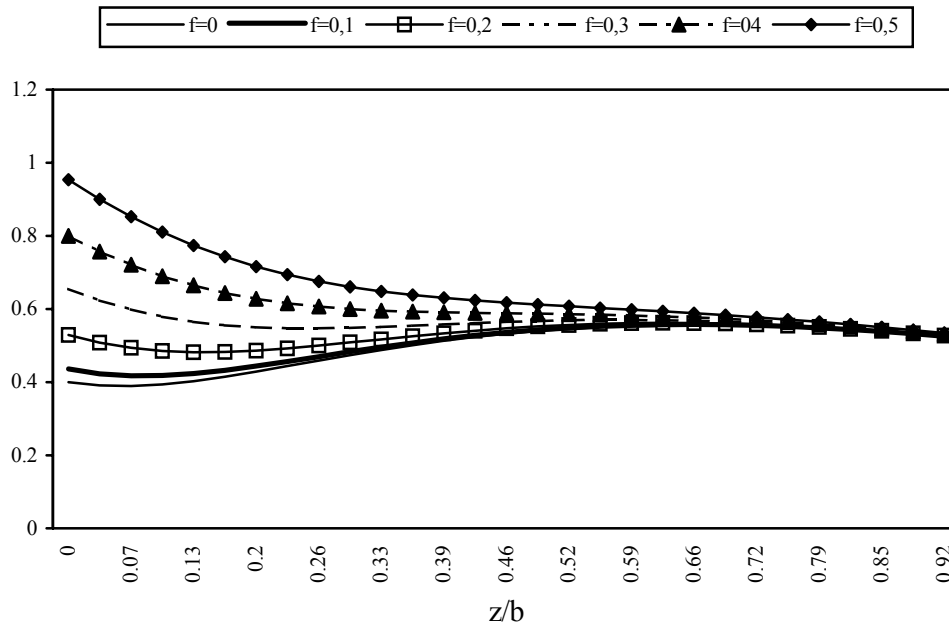


Fig. 16 Intensidad de las tensiones en la profundidad del diente según el coeficiente de fricción.

Para obtener los valores máximos de la intensidad de tensiones en la profundidad del diente se derivó el término A, de la ecuación (21), con respecto a α y se igualó a cero, obteniendo la siguiente ecuación:

$$e^{-\alpha} \frac{79 \cdot e^{-\alpha} - 363 \cdot e^{4\alpha} + 3 \cdot e^{2\alpha} \cdot (300 \cdot f^2 + 79) + 300 \cdot f^2 + 79}{5 \cdot (e^{4\alpha} + 2 \cdot e^{2\alpha} + 1) \cdot \sqrt{79 \cdot e^{4\alpha} - 142e^{2\alpha} + 300 \cdot f^2 + 79}} = 0 \quad (212)$$

La solución de ésta ecuación en el intervalo de 0 a 1, para distintos valores del coeficiente de fricción se obtiene por métodos numéricos con el software Derive 4, lo que permitió determinar los valores de α para los que es máxima la intensidad de tensiones en la profundidad del diente, sustituyendo estos valores en 211 se obtienen los valores del termino A según el coeficiente de fricción.

En la Tabla 4 se muestran los resultados de este análisis, el

término A_s representa el factor por el que hay que multiplicar σ_H para obtener la intensidad de tensiones en la superficie y A_p en la profundidad.

Tabla 4 – Resultados del análisis.

f	A_s	A_p	$\alpha=z/b$
0,05	0,420	0,557	0,6561
0,1	0,4358	0,5588	0,6499
0,15	0,4769	0,5605	0,6417
0,2	0,5291	0,5630	0,6292
0,22	0,5524	0,5643	0,6227
0,23	0,5645	0,5650	0,6191
0,24	0,5794	0,5665	0,6109

De la tabla se puede concluir que a partir de valores del coeficiente de fricción mayores que 0,23 la intensidad de tensiones máxima se produce en la superficie y para valores menores se produce en la profundidad. La dependencia de A_p con el coeficiente de fricción se ajusta a una ecuación de segundo grado con un error estándar de 0,00004, obteniéndose entonces la ecuación (202) para la determinación de la intensidad de tensiones máxima cuando el coeficiente de fricción es menor que 0,23, la que permitirá valorar la resistencia al flujo plástico de las coronas de molinos que trabajen en condiciones de lubricación mixta.

$$\sigma_{\text{imax}} = \sigma_H \cdot (0,5576 - 0,005313 \cdot f + 0,1608 \cdot f^2) \quad (213)$$

Con un procedimiento similar al descrito se obtiene una

ecuación para determinar la profundidad a que ocurre la intensidad de tensiones máxima.

$$z = b \cdot (0,65461 + 0.03923 \cdot f - 0.8382 \cdot f^2) \quad (214)$$

Del análisis realizado se pueden formular las siguientes conclusiones:

1. El estado tensional de las capas superficiales de los dientes de las coronas de molinos es crítico, pues aún sin tener en cuenta aspectos como la concentración de carga, las cargas dinámicas y las sobrecargas que se producen por la interferencia en los perfiles actuales, la intensidad de tensiones sobrepasa el límite de fluencia del material en algunas zonas del recorrido del punto de contacto.
2. Aún mejorando la lubricación de forma que la influencia de la fricción sobre la intensidad de tensiones sea mínima, continuaría produciéndose el flujo plástico del material, por lo que para evitar la aparición de esta falla es necesario el mejoramiento de las propiedades de las capas superficiales de los dientes.
3. La profundidad a que se produce la intensidad de tensiones máxima es menor que 0,6 mm, siendo posible lograr que esté dentro de la capa endurecida si se aplica algún tratamiento térmico superficial.
4. Cuando el coeficiente de fricción entre los dientes es mayor que 0,23 la intensidad de tensiones máxima se produce en la superficie del diente y para valores menores ocurre en la profundidad, en este caso puede ser determinado su valor por la ecuación (4.24) obtenida en el presente trabajo.

3. Conclusiones.

1.El sistema actual de lubricación de las coronas de molinos es ineficaz, pues no garantiza el adecuado suministro de aceite a las superficies de trabajo de los dientes y propicia el rápido deterioro del lubricante.

2. Se determinó el comportamiento del espesor mínimo de la película de lubricante en todo el recorrido del punto de contacto sobre lo que no se encontraron antecedentes en la literatura, este resultado permitió determinar:

- Que el régimen de lubricación actual en el inicio de la explotación de las coronas de molinos es límite.
- El entorno de viscosidad y rugosidad superficial requerido para lograr que el régimen de lubricación sea parcialmente elastohidrodinámico desde el inicio de la explotación de las coronas.

3. La intensidad de tensiones máxima en las capas superficiales de las coronas de molinos sobrepasa el límite de fluencia del material en gran parte del recorrido del punto de contacto, aún en una corona en la que no ocurra la interferencia entre los perfiles, se minimicen los errores de paso y no se consideren las cargas dinámicas, la concentración de carga y la fricción, por lo que para minimizar o excluir la posibilidad de aparición del flujo plástico del material del flanco de los dientes es necesario mejorar las propiedades mecánicas de las capas superficiales de éstos.

4. Bibliografía

1. Aceros de Construcción.1971. Gost 4543-71.
2. Akin L S.,An interdisciplinary lubrication theory for gears (With particular emphasis on the scuffing mode of failure). Transactions of the ASME (USA), 1178-1193,Noviembre 1973.
3. Albarracin Aguillon, P.,Tribología y lubricación industrial” Editorial LITOCHOA, Bucaramanga, Colombia, 1995.
4. Aleksandrov A.V y Potapov V.D., Fundamentos de la teoría de la elasticidad y la plasticidad. Editorial Vischaya Schkola. Moscú 1990.
5. Alvarez, A; Rodríguez, C y Pérez, O., Influencia del lubricante sobre el tipo de fricción en las coronas de molinos de caña de azúcar. Informe de investigación terminada. UCLV. 1998.
6. Alvarez, E y Rodríguez, C., Comportamiento friccional de las chumaceras de las plantas moledoras de caña al ser lubricadas con grasa Lisan 3M”. Actas del III Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. La Habana 1997.
7. American Society of Testing and Materials. (ASTM-D-445).
8. Anderson, S y Loughran, J.,Durability assessment of cracked low speed spur gears. Proceeding of Australian Society Sugar Cane Technologists(Australia),264-270, 1996.

9. Baranov, G., Curso de la teoría de máquinas y mecanismos, Editorial Mir, Moscú, 1985.
10. Beer, F y Johnston, E., Mecánica de Materiales. Editorial McGraw-Hill Interamericana S.A, Bogotá, 1993.
11. Benlloch Maria, J., Lubricantes y lubricación aplicada”. Ediciones Revolucionarias, La Habana, 1986.
12. Cabello J., Goytisoló R. y Moya J., Analysis of the lubrication of gears in sugar cane mills. Proceedings of 16th Canadian Congress of Applied Mechanics. Québec. 1997. pag 46-50.
13. Cabello J., Goytisoló R. y Moya J., Height correction to maximize gear resistance to fatigue. Proceedings of 16th Canadian Congress of Applied Mechanics. Québec. 1997. pag 147-138.
14. Cabello J, Moya J y Goytisoló R., Análisis detallado del proceso de engranamiento en las coronas de molinos. Centro Azúcar. No 2. 1999.
15. Cabello J, Moya J y Goytisoló R., Funcionamiento de las coronas de molinos. Ingeniería Mecánica. Vol II No1. 1999.
16. Cabello J, Moya J y Goytisoló R., Preliminary Analysis of the lubrication of gears in sugar cane mills. Proceedings of Canadian Society of Mechanical Engineering. Forum 1998. pag 394-399
17. Cabello, J., Moya, J y Goytisoló, R., Análisis de la rigidez de los dientes de coronas de molinos. Ingeniería Mecánica. Vol II No1. 1999.
18. Castrol Cuba SA., Castrol en la industria azucarera. Catálogo Industrial. 1996.

19. Castrol Cuba SA., Informe parcial sobre los resultados de las pruebas de campo del lubricante UNILUBE BG en los molinos de los centrales azucareros en Cuba. Informe Técnico.
20. CIATEQ. Fabricación de coronas de molinos azucareros. Catálogo Industrial. 1995.
21. Clarke, S., Mill pinions and their associated problems. Proceedings of Australian Sugar Cane Technologists (Australia),249-254,1981.
22. Chevalier Agüero G y Goytisolo R., Temple superficial en el acero 45 fundido en el CSM Fabric Aguilar Noriega.Revista Centro Serie Construcción de Maquinaria,29-49,Año IV No 2 Diciembre 1979.
23. Chinea Sánchez, A., Temple superficial de las coronas de molinos utilizando alta frecuencia. Memorias de la 42 Conferencia de la ATAC.Tomo VII. 1979.
24. Dawson, D y Lonfield, M.,The lubrication of rolls finite with an investigation of oil film characteristics. Third annual meeting of the lubrication and wear group. Paper 7 . Mechanical Engineering 1964.
25. Díaz A., Programa para el cálculo del setting de los molinos. Boletín de información técnica del MINAZ .No 2. Diciembre 1986.
26. Dobrovolski, D., Elementos de Máquinas. Editorial MIR. Moscú 1980.
27. Errichello R., Lubrication of gears. Lubrication Engineering (USA). Vol, 46 No 1,56 65, Enero 1990.
28. Errichello R., Analysis techniques end gear damages .Power Transmission Design (USA),23-26, Marzo 1995.

29. Errichello R., How to analysis gear failures. Power Transmission Design (USA),25-40, Marzo 1994.
30. Faïres, V M., Diseño de Elementos de Máquinas. Editorial Limusa. México 1996.
31. Feodosiev, V I., Resistencia de Materiales. Editorial MIR. Moscú 1980.
32. Flodin, A., Computer Simulated Wear in Spur Gears. Licenciante Thesis. Royal Institute of Technology. Suecia.1997. (34 A)
33. Fritzgerald, R., Mecánica de Materiales. Editorial Alfaomega. México: 1996.
34. Fuentes, A., Influencia de los parámetros geométricos y de funcionamiento en el régimen de lubricación de engranajes cilíndricos. Actas del III Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. La Habana 1997.
35. García Faure, L y otros., Lubricación y lubricantes. Editorial ENPES. La Habana 1986.
36. de los lubricantes. Instituto Cubano del Libro. La Habana 1970.
37. Golubev, Y., Teoría de máquinas y mecanismos. Editorial Pueblo y Educación. La Habana 1975.
38. Goytisoló, R y Moya, J., Análisis de la lubricación en el reductor PM 400. Rev. Centro Serie Construcción de maquinaria. Año I #2 . Julio-Dic. 1976.
39. Herrera Rubio, M., Factibilidad tecnológica del mecanizado de las coronas de molinos de caña de azúcar. Trabajo de Diploma UCLV 1983.

40. Hugot E., Manual para ingenieros azucareros. Compañía Editorial Continental México 1974.
41. Iglesias, A y Llaurador, A., Nueva grasa suplanta aceites en la lubricación de chumaceras en molinos de caña”. International Sugar Journal (Inglaterra). Vol. LXXXXXXVI. Junio 1994. pág 1-2.
42. Iodevich, G., Problemas del contacto. Ecuaciones básicas. Vietsnik Mashinostraienia (Rusia). No 3. 1988.
43. Juvinal R., Fundamentos del diseño en ingeniería mecánica. Editorial LIMUSA. México 1991.
44. Kragelski, I., Friction, wear and lubrication. Tribology Handbook. Editorial MIR. Moscú 1981.
45. Krudiatzez V.N., Determinación de las cargas de cálculo en las transmisiones por engranajes. Viestnik Mashinostroienia # 8(Rusia), 1985.
46. López S y Beckwith B. Coronas de molinos azucareros. Boletín Geplacea. Vol IX No4 Abril 1992.
47. Ludema K., Friction, wear, lubrication. Textbook inTribology. Editorial CRC Press. Michigan 1996.
48. Martínez Escanaberino, J y Uli Tibau, E. Análisis del engranje de coronas. Memorias de la 42 Conferencia de la Asociación de Técnicos Azucareros de Cuba. Tomo I. pag 13-26. La Habana 1976.
49. Martínez Escanaberino, J. Cinemática de las coronas de molinos. Memorias de la 43 Conferencia de Conferencia de la Asociación de Técnicos Azucareros de Cuba. Tomo VII. 1981.

50. Martínez, F., La Tribología. Ciencia y Técnica para el Mantenimiento. Editorial Limusa. México 1996.
51. Martínez, P., Sistema de mantenimiento integral para la industria azucarera y papelera cubana. Actas del III Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. La Habana 1997.
52. Mayo, P., Development in gear technology. Proceedings of Australian Society of Sugar Cane Technologists (Australia). 311-319, 1988
53. Merret, J., Centralised lubrication system for sugar cane mills. International Sugar Journal (Inglaterra). Vol 96, 55-60, Febrero 1994.
54. Michaelis, K., Test methods for gear lubricants. Proceedings of Tribology 96 Conference of South African Institute of Tribology, 115-121, Marzo 1996.
55. Mirolubov, I., Problemas de resistencia de materiales. Editorial Pueblo y Educación. La Habana 1975.
56. Mott Robert, L., Resistencia de Materiales Aplicada. Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana S.A. México 1996.
57. Moya Rodríguez, J., Diseño de Coronas de Molinos de Caña de Azúcar. Tesis de Doctorado. UCLV. 1994.
58. Moya, J.; Goytisol R., Influencia de la geometría de los dientes en la posibilidad de ajuste de las coronas de molinos de caña. Revista Centro. Serie Construcción de Maquinaria. Año 3 No 1, Enero-Febrero 1978.
59. Moya, J; Goytisol, R. y Negrin, L., Análisis cinemático y dinámico de las transmisiones por

- engranajes con variación de la distancia entre centros. Construcción de maquinaria, Año 18, No 2, 1993. 82
60. Moya, J; Sánchez, G y Moreno, A., Desgaste en las coronas de molino de caña de azúcar. Construcción de maquinaria, Año 18, No 2, 1993.
 61. Negrin, L y Franco, R., Cálculo de engranajes con variación de la distancia entre centros. Actas del III Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. La Habana 1997.
 62. Norton, R., Diseño de maquinaria. Editorial McGraw Hill Interamericana. México 1995.
 63. Orlov, P., Ingeniería del diseño. Editorial MIR. Moscú 1985.
 64. Paton, C., Test methods for open gear lubricants. Lubrication Engineering (USA), 318-325, Mayo 1990.
 65. Piggott, L., The lubrication of sugar mill gearing. Proceedings of Australian Sugar Cane Technologist (Australia), 289-293, 1980.
 66. Pisarenko, G S. Manual de resistencia de materiales. Editorial MIR. Moscú 1989.
 67. Rayko G., Lubricación de transmisiones dentadas. Editorial Vischaya Schkola .Moscú 1972.
 68. Rodríguez Poveda, A. Tribología de las coronas de molinos de caña de azúcar. Tesis de Maestría. Universidad Central de Las Villas. 1997. 94
 69. Rodríguez, A, Alvarez, E y Rodríguez, C. Fricción en l coronas de molinos. Ingeniería Mecánica. Vol I No1.1998. pag 42-46.

70. Rodríguez, C y Lafargue, F., Triboenergética industrial. Actas del III Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. La Habana 1997.
71. Rodríguez, C., Tribología de engranajes cilíndricos. Memorias del Curso Internacional de Postgrado. Riobamba. Ecuador 1995.
72. Sacristán Vázquez R., Criterios generales para una correcta lubricación de engranajes abiertos. Mantenimiento(España),21-25, Noviembre 1995.
73. Sánchez C., Consideraciones sobre la elaboración de ruedas cilíndricas de gran módulo.Revista Construcción de Maquinaria. Abril-Junio 1985.
74. Sánchez, C., Cremallera herramienta para módulos grandes". Revista Tecnología Mecánica. Santa Clara 1988.
75. Sarkar A D., Desgaste de metales. Editorial LIMUSA. México 1990.
76. Scott, W., Reducing failures and wear of mill plant by effective lubrication. Proceedings of Australian Sugar Cane Technologists (Australia),279-290, 1986.
77. Shafter, G H. Los numerosos aspectos del acabado superficial. Técnica Popular (Mexico),46-52, No 4, 1989.
78. Shigley, J E., Diseño en ingeniería mecánica. Editorial McGraw Hill Interamericana. México 1994.
79. Shigley, J E., Teoría de máquinas y mecanismos. Mc Graw Hill. México1988.—613p.
80. Shmikov .A.A. Guía del termista. Editorial Machgiz. Moscú 1961.(En ruso)

81. Stachowiack, G y Batchelor, A., Engineering tribology”. Editorial ELSEVIER. Amsterdam.1993.
82. Transmisiones dentadas evolventes cilíndricas. Cálculos de resistencia. GOST21354-75.
83. Turbin G.K. Fatiga por contacto en transmisiones por engranajes. Editorial Schkola. Moscú. 1962. (En Ruso).
84. Turbin, G.K. Fatiga por contacto. Editorial Schkola Moscú. 1972.
85. Zablonski, K., Diseño de máquinas. Editorial Schkola. Kiev 1985.

Caso No. 13 Análisis y Alternativas de Solución de las Fallas de los Engranes de las Transmisiones de los Molinos de la Empresa Feldespatos Industriales del Tolima Ltda.

Autores:

Dr. Rafael A. Goytisoló Espinosa¹, Dr. Luís M. Castellanos González², Ing. Leonardo Villabón Ramos³, M.Sc. Iván Darío Martínez Rivas⁴

1. Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
2. Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
3. Ingeniero Mecánico, Coruniversitaria de Ibagué en Colombia.
4. Profesor. Máster en Ciencias. Coruniversitaria de Ibagué en Colombia.

1. Introducción.

La Empresa: Feldespatos Industriales del Tolima, Ltda. está ubicada en la ciudad de Ibagué, capital del Departamento del Tolima, en Colombia y fue constituida con este nombre en el año 1988 como resultado de la ampliación de la Empresa: Carlos Vila y Cía., estableciendo, a partir de esa fecha, como su objeto social: La exploración y explotación de yacimientos minerales tales como: feldespato, caliza, mármoles, arenas, en el territorio nacional, inversiones en

bienes raíces, además del procesamiento industrial de dichos minerales y la comercialización de sus productos tanto en el territorio nacional como en el extranjero.

Con la tecnificación de los métodos de arranque y concentración preliminar se logró la capacidad actual de producción de 7 000 ton/mes, con una satisfactoria calidad y por el procesamiento dado al mineral, hacen que F.I.T. Ltda., sea la Empresa más importante del país en su ramo.

La Empresa ha presentado durante los últimos años problemas con la durabilidad de las ruedas conducidas (catarinas) de los molinos de barras, incurriendo en paradas y gastos elevados. Las ruedas dentadas conducidas fabricadas en Colombia que deberían durar de 2 a 3 años de explotación de acuerdo a lo estipulado y a los datos históricos, obtenidos de las originales, están durando entre 6 meses y 12 meses.

Tomando en cuenta que el costo de fabricación en Colombia de dichas ruedas está entre los 5 000 y los 8 000 USD, se hace necesario realizar un minucioso estudio para determinar las causas de las fallas y ofrecer alternativas de solución con el fin de lograr la adecuada durabilidad de estos sistemas de transmisión.

Como objetivo general del presente trabajo se formuló el siguiente: Realizar un estudio, tanto de materiales, como de diseño, acerca de las fallas que se presentan en las

transmisiones de los molinos de la Empresa Feldespato Industriales del Tolima, Ltda. y recomendar diferentes alternativas para la elevación de la resistencia y durabilidad de los engranes en dependencia de la geometría del dentado, tecnología de fabricación y material a emplear. A su vez formular algunas recomendaciones de lubricación y protección contra el medio, para prolongar su vida útil.

Los objetivos específicos contemplados en el trabajo de investigación fueron los siguientes:

- Realizar una investigación acerca de los materiales empleados originalmente en la fabricación de ruedas de las transmisiones y los utilizados actualmente para precisar su influencia en la falla de las transmisiones. Estudiar las posibilidades tecnológicas reales así como las diferentes alternativas de materiales que pueden ser utilizadas en la fabricación de las ruedas.
- Evaluar la resistencia a la flexión y al contacto de los dientes de las transmisiones originales de los diferentes molinos.
- Evaluar la resistencia a la flexión y al contacto de los dientes de las transmisiones de los diferentes molinos suponiendo que se fabricarán las ruedas mediante colado de los dientes en moldes de arena sin modificación de los parámetros geométricos originales.
- Evaluar las diferentes alternativas posibles en cuanto al material, tecnología de fabricación y geometría del

dentado, estableciendo las reservas de resistencia que se obtienen en cada caso.

- Establecer algunas recomendaciones adicionales para elevar la durabilidad de las transmisiones relativas a la lubricación y a la protección de las transmisiones.

2. Desarrollo.

El feldespatos y sus usos. Caracterización de la Empresa, de los molinos y de las transmisiones de los molinos.

El feldespatos es una roca que contiene silicato de alúmina, potasio, sodio y/o calcio. Su composición química forma un tetraedro, y su fórmula química es la siguiente: Mg_2SiO_4 - Fe_2SiO_4

Se identifica según el color, y el más común en la composición es amarillo - verde; que varía de acuerdo al hierro que contenga.

El feldespatos se utiliza en la elaboración del vidrio, cerámica y otros productos similares debido a que proporciona alúmina a la horneada y facilita el moldeo perfeccionando el producto final, dando mejor estabilidad química, e implementando las tendencias de desvitrificación.

Se utiliza en las mezclas de cerámica, en la fabricación de porcelanas esmaltadas, actuando como fundente. Este se funde a temperaturas menores que la mayoría de los ingredientes, lo cual hace que actúe como pegante del resto del material.

También se utiliza en la fabricación de abrasivos y detergentes, aprovechando propiedades físicas como fractura angular y dureza intermedia, además se emplea en el revestimiento de varillas de soldadura, pinturas, aisladores eléctricos, jabones, etc.

Proceso productivo.

La Planta de Producción de la Empresa Feldespato Industriales del Tolima, Ltda., se divide en dos líneas de procesamiento, que a su vez se divide en tres procesos: trituración, molienda y tamizado.

El diagrama de flujo del proceso al cual se somete el material que se extrae de la mina, desde el momento en que entra a la Planta hasta que se despacha a los clientes se muestra en la Figura 1. Es un procedimiento eminentemente físico, no intervienen sustancias que afecten el medio ambiente y se realiza por medio de las dos líneas de procesamiento mencionadas.

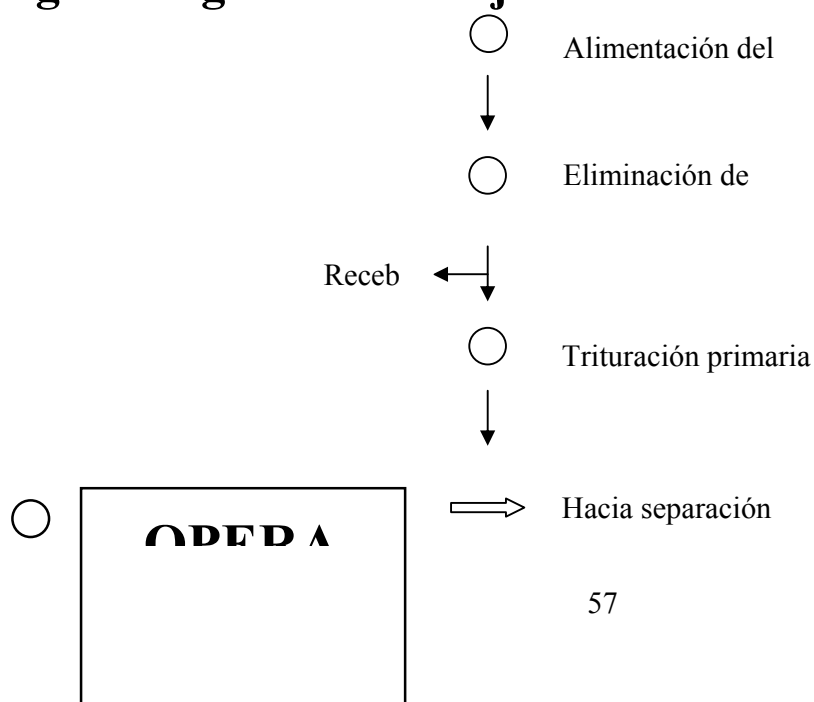
Este proceso consiste en reducir el tamaño del material que proviene de la mina con aproximadamente 12 pulgadas de diámetro, mediante la trituración, molinado y tamizado de éste, hasta un tamaño que pase por el tamiz malla 20, que es el rango granulométrico exigido por la industria, especialmente la del vidrio [3].

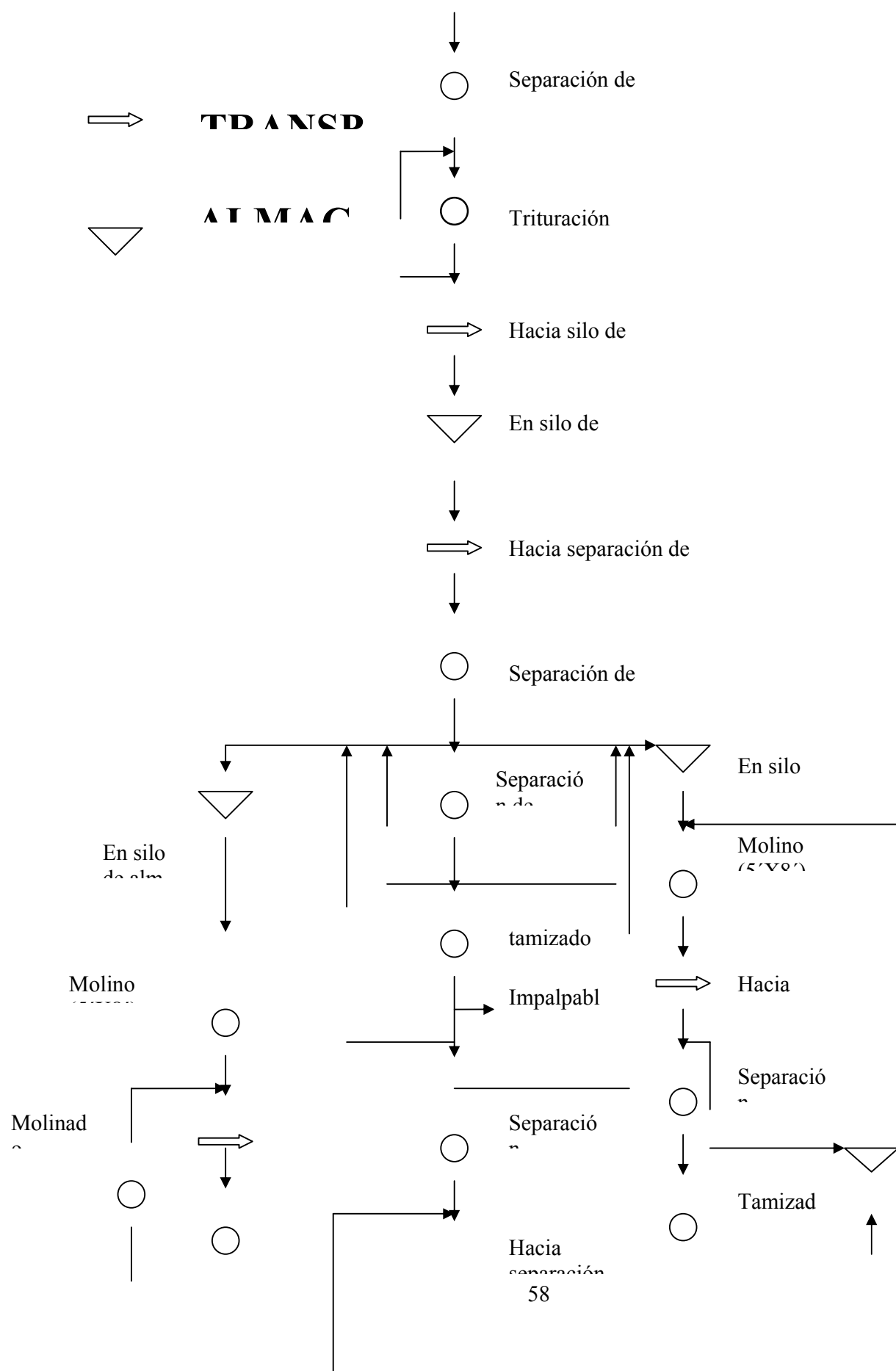
Características generales de los Molinos de la Empresa.

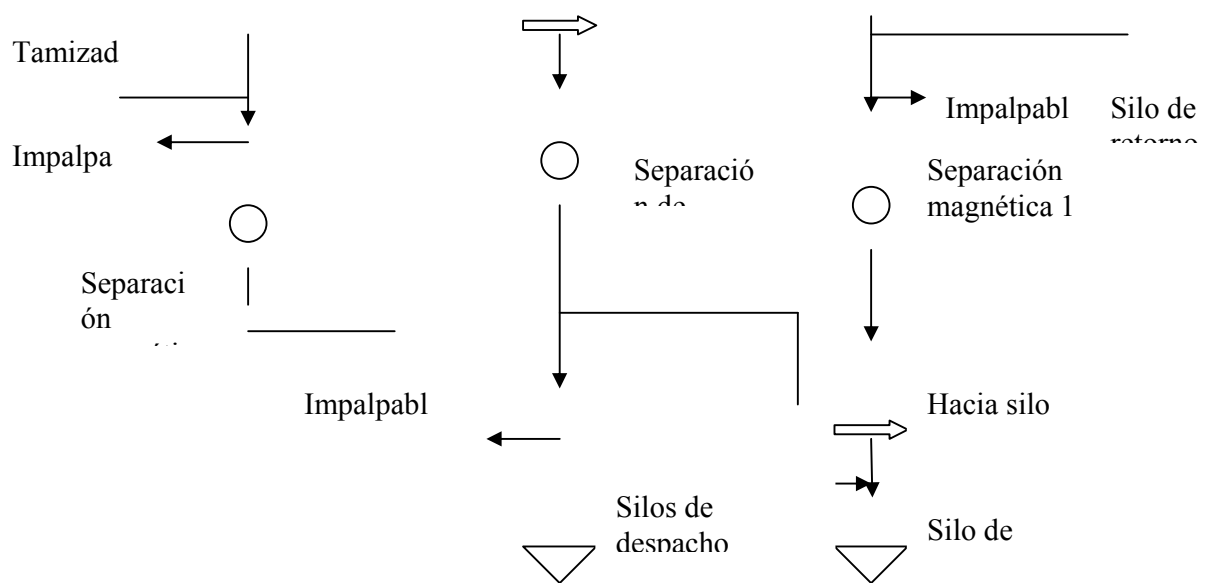
La Empresa Feldespatos Industriales del Tolima, Ltda. cuenta con tres molinos, que inicialmente cuando fueron adquiridos eran de bolas con movimiento libre. Pero posteriormente se les realizaron algunos cambios y fueron convertidos a molinos de barras.

Con el fin de aprovechar que las barras están sometidas a una mayor rodadura, que a un movimiento de cascada, lo que si pasa con las bolas, se puede lograr de esta manera disminuir la producción de finos o impalpables, que para el caso de F.I.T. Ltda., se debe evitar, puesto que los clientes consumidores exigen un bajo contenido de material pulverizado.

Fig. 1 Diagrama de Flujo







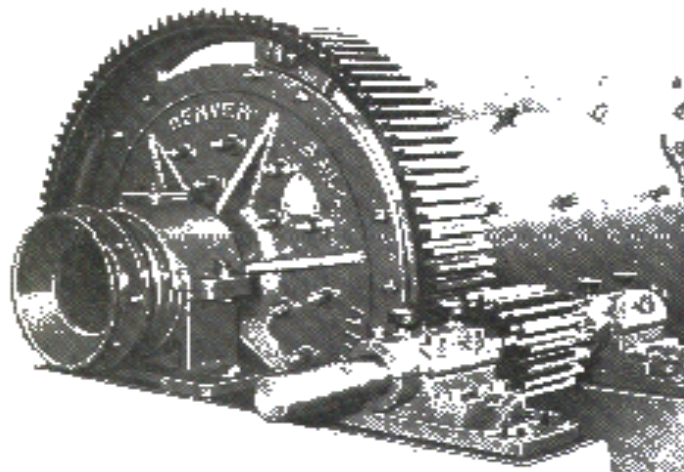


Fig. 2 Molino de barras marca Denver de F.I.T. Ltda.
Fuente: Catálogo de molinos Denver.



Fig. 3 Sistema de transmisión usado en los molinos de barras de F.I.T. Ltda.

Fuente: Catálogo de molinos Denver.

Estos molinos son accionados por una transmisión de polea - correa y engranes, teniendo cada uno de ellos un motor individual.

El molino de barras consta de un tambor cilíndrico metálico con anillos de hierro en ángulo, revestido interiormente con placas protectoras ubicadas en forma de cascada llamada guarnición del molino. Alojando en su cavidad interior cuerpos o barras metálicas, que al efectuar el giro del tambor hace que estas se desplacen sobre el material a triturar, y pueda fraccionarlo disminuyendo su tamaño.

Por su estructura y longitud los molinos de la empresa Feldespatos Industriales del Tolima, Ltda., se clasifican como molinos de una cámara. Y Por el sistema de molienda se clasifican como molinos de barras con molienda por vía seca, especiales para efectuar molienda de materiales como clinker, carbón, y otros materiales con contenido de humedad baja; inferior al 35%.

Por el modo de descarga del material dos de los molinos de la empresa se clasifican como de descarga periférica. Ellos son el molino 4'x 8' correspondiente a la línea 1, y el molino 5'x 8'x10' correspondiente a la línea 2 que tienen sistema de carga o entrada del material por los dos lados, y descarga por la parte inferior o central del molino.

El molino restante de 5'x 8'x 8" tiene un sistema de carga por un extremo, y descarga por el otro extremo. También denominado descarga por muñón hueco (trunium).

En la tabla que se muestra a continuación se puede observar la clasificación según la capacidad de cada molino. Y pesos que los caracterizan.

Tabla 1 Características de los molinos de la empresa F.I.T. Ltda.

Molino	Flujo de mineral Ton/h	Peso total de varillas (kg.)	Peso de la catalina (kg.)	Peso del tambor (kg.)	Peso del revestimiento (kg.)	Peso total (kg.)
Molino 4'X8'	3	4 567,5	1 000	900	2 800	9 267,5
Molino 5'X8'X8'	6	6 525	1 500	1 400	6 791	11 6216
Molino 5'X8'X10'	5	5 220	1 800	1 700	3 268	11 988

Descripción de las transmisiones de los molinos.

Los molinos de la empresa Feldespato Industriales del Tolima, Ltda. son accionados por medio de un motor eléctrico el cual le transmite movimiento al eje del molino mediante un sistema de polea – correa y posteriormente piñón – catalina.

Estos motores eléctricos tienen una polea multicanal desmontable ubicada en su eje, la cual le transmite a una polea mayor o conducida ubicada en un segundo eje, y que en su otro extremo aloja el piñón que transmitirá el movimiento a la catalina logrando así finalmente poner en rotación el molino de barras.

Descripción y datos de los motores de las transmisiones de los molinos.

Los motores que accionan cada molino se han comprobado durante muchos años teniendo un óptimo funcionamiento en cuanto a capacidad y fiabilidad. A continuación se muestran los datos de los motores en la Tabla 2

Tabla 2 Datos de los motores de los molinos de F.I.T. Ltda.

Molino	Corriente	Velocidad	Potencia	Voltaje
--------	-----------	-----------	----------	---------

	Nominal Amp.	d de giro r.p.m.	Nominal H.P.	Nominal Voltios
Molino 4'X 8'	49	1180	40	440
Molino 5'X8'X8'	101	875	75	440
Molino 5'X8'X10 ,	90	875	75	440

Datos de las poleas y correas de las transmisiones.

En la Tabla 3 se dan los datos fundamentales de las transmisiones por correas de los molinos. La especificación de la correa se indica mediante una letra que significa la sección de la banda, seguida de un número que indica la circunferencia interior en pulgadas. Como se puede observar seguidamente.

**Tabla 3 Datos de las poleas y correas de las transmisiones
de los molinos de F.I.T. Ltda.**

Molino	Número de correas	Diámetro de la polea conductora	Diámetro de la polea conducida	Tipo de correa

Molino 4'X8'	4	6 1/4"	42"	C180
Molino 5'X8'X8'	14	10"	50"	C210
Molino 5'X8'X10'	8	9 1/2"	39"	B220

Descripción y datos de los engranes de las transmisiones.

Los engranes utilizados en los molinos de barras de la Empresa F.I.T. Ltda., son cilíndricos de dientes rectos. En la Tabla 4 se dan los datos fundamentales de los mismos.

Cálculo de la Resistencia de la Transmisión Original. Cálculo de la resistencia a flexión

El cálculo de la resistencia a la flexión constituye el cálculo fundamental de las transmisiones abiertas con lubricación deficiente y mal protegida. Según este tipo de transmisión, el desgaste de los dientes es inevitable y el cálculo de la resistencia superficial se realiza solamente con el objetivo de limitar éste a los valores mínimos posibles, sin embargo en este tipo de transmisión la picadura superficial se observa muy raramente, puesto que la capa superficial, en la cual se producen las grietas iniciales, se desgasta antes de

que en ella tengan lugar todos los procesos asociados a la falla por picadura superficial

Tabla 4 Datos de las transmisiones por engranes.

Molino	Número de dientes del piñón	Número de dientes de la catalina	Diametr al Pitch	Angulo de presión
Molino 4'X8'	15	118	1,5	14,5
Molino 5'X8'X8"	17	132	1,25	14,5
Molino 5'X8'X10"	17	158	1,25	20

Según la Norma AGMA 218.01 de Diciembre de 1982: "AGMA Standard for Rating Pitting Resistance and Bending Strength of Spur and Helical Involute Gear Teeth" [7] la condición de resistencia a flexión se formula de la siguiente manera:

$$\sigma_f = \frac{W_T K_a}{K_v} \cdot \frac{1.0}{F \cdot m} \cdot \frac{K_s K_m}{J} \leq \sigma_{fadm} = \frac{S_t K_L}{K_T K_R} \quad (1)$$

Donde:

σ_f : Tensión de flexión en MPa.

σ_{fadm} : Tensión admisible a flexión en MPa.

St: Resistencia a la flexión del material según AGMA en MPa.

K_L : Factor de duración.

K_T : Factor de temperatura.

K_R : Factor de confiabilidad.

K_a : Factor de aplicación.

K_v : Factor dinámico.

W_T : carga tangencial transmitida en N.

F: Ancho de la cara del diente en mm.

m: Módulo del diente en mm.

K_s : Factor de tamaño del diente.

K_m : Factor de distribución de la carga.

J: Factor geométrico del diente a la flexión.

El cálculo de la resistencia a la flexión se realiza independientemente para el diente del piñón y para la catalina.

La carga tangencial transmitida se calcula por la expresión:

$$W_T = \frac{60 \cdot 10^6 H}{\pi D_p n_p}$$

(2)

Donde:

W_T : carga tangencial transmitida en N.

H: Potencia en kW.

D_p : Diámetro de la circunferencia de paso del piñón en mm.

n_p : Velocidad angular del piñón en r.p.m.

Los resultados del cálculo para la transmisión de los diferentes molinos se dan en la Tabla 5

Tabla 5 Fuerza tangencial transmitida por los engranes

Molino	POTENCIA (KW)	Velocidad angular del piñón (r.p.m.)	Diámetro de la circunferencia de paso del piñón (mm)	Carga tangencial transmitida (N)
4'x 8'	28.33	175.59	254.00	12131.47
5'x 8'x 8"	53.13	175	345.44	16758.31
5'x 8'x 10"	53.13	213.14	287.87	16537.84

El factor dinámico toma en cuenta las cargas suplementarias que se originan producto de los errores de fabricación de los engranes y las deformaciones bajo carga, las cuales se incrementan con la velocidad periférica.

Los errores de fabricación dependen del índice de nivel de exactitud, Q_v definido por AGMA. Un índice $Q_v = 5$. Se considera aceptable para engranes con velocidades periféricas en la línea de paso $V \leq 5$ m/s. Este índice de exactitud se alcanza sin dificultad con dientes fresados que era la característica de los dientes originales.

El factor dinámico se calcula entonces por las expresiones:

$$K_v = \left[\frac{A}{A + (200 V)^{1/2}} \right]^B$$

(3)

Donde:

$$B = \frac{(12 - Q_v)^{2/3}}{4}$$

(4)

$$A = 50 + 56(1 - B)$$

(5)

$$V = \frac{\pi D_p n_p}{60.000} \quad \text{m/s para } D_p \text{ --mm y } n \text{ - r.p.m.}$$

(6)

Los resultados del cálculo se muestran en la Tabla 6

Tabla 6 Valores del factor dinámico K_v de las transmisiones

<u>MOLINO</u>	V- m/s	B	A	K_v
4' x 8'	2.33	0.91	55.04	0.739
5' x 8' x 8"	3.16	0.91	55.04	0.710
5' x 8' x 10"	3.21	0.91	55.04	0.708

El factor de aplicación toma en cuenta la posibilidad de sobrecargas durante el funcionamiento debido a las características específicas del elemento motriz (motor eléctrico, turbina, máquina reciprocante, motor Diesel, etc.) y de las características de funcionamiento de la máquina: funcionamiento suave y estable, impactos moderados, fuertes, etc.

Para el caso de accionamiento con motor eléctrico que mueven molinos de martillos o trituradoras donde se producen choques fuertes, un factor de aplicación $K_a = 2.0$ y para el caso de molinos de bolas con choques moderados $K_a = 1.5$.

En el caso analizado se trata de un molino de varillas en el cual las cargas dinámicas están en niveles entre los molinos de bolas y los de martillo por lo que se adoptará.

$$K_a = 1.7$$

El factor de tamaño K_s toma en cuenta la posible heterogeneidad en las propiedades mecánicas del material. En general AGMA recomienda tomar la unidad pero sugiere que si se considera que tales

efectos pueden estar presentes tomar un factor mayor que la unidad. En el caso analizado aunque el tamaño del diente es medio la catalina es fundida lo que condiciona posible heterogeneidad del material. Se adoptará.

Para el piñón: $K_s = 1.0$

Para la catalina: $K_s = 1.1$

El módulo del dentado se calcula en función del paso diametral (Diametral Pitch) por la expresión.

$$m = \frac{25.4}{p}$$

(7)

Donde:

m: Módulo en mm.

P: Paso diametral en pulgadas.

El ancho de cara en el caso de la resistencia a la flexión se toma independientemente para cada rueda (el piñón es ligeramente más ancho que la catalina).

Los valores de estos parámetros para cada molino se dan en la Tabla 7.

Tabla 7. Ancho de cara y módulo del dentado para cada molino

<u>MOLIN</u> <u>O</u>	Ancho de cara F				P pulg.	m mm
	Piñón		Catalina			
	pulg.	mm	pulg.	mm		
4'x 8'	7	178	6	152.4	1.5	16.93
5'x 8'x 8"	8.5	215.9	8	203.2	1.25	20.32

5'x 8'x 10"	10.5	266.7	10	254.0	1.5	16.93
----------------	------	-------	----	-------	-----	-------

El factor K_m de distribución de la carga depende de las características del montaje y del ancho de cara de contacto pues las inexactitudes en el montaje tienen mayor influencia en las ruedas anchas que en las estrechas. Para la transmisión original con dientes fresados adoptaremos una situación intermedia montaje menos rígidos (ya que la catalina está en voladizo) y engranes menos precisos, lo que interpolando entre los valores de la norma de acuerdo al ancho de cara tenemos (Tabla 8)

Tabla 8. Valores del factor de distribución de la carga K_m

<u>MOLINO</u>	<u>ANCHO DE CARA</u> F - pulg.	Valores de K_m
4'x 8'	6	1.70
5'x 8'x 8"	8	1.77

5'x 8'x 10"	10	1.82
-------------	----	------

El factor geométrico J toma en cuenta la forma específica del diente de acuerdo al ángulo de presión del dentado y el número de dientes del engrane que se analice, lo cual influye en la robustez de la base del diente y por lo tanto en su resistencia a la flexión.

El incremento del ángulo de presión aumenta la robustez del diente en la base, aun para dientes del mismo ángulo. Algo similar ocurre con el número de dientes. Una rueda de número de dientes infinito (cremallera) tiene los flancos del diente rectos y la base muy robusta. En la medida que disminuya el número de dientes, el diente empeora su forma y se hace menos robusto en su base. La situación se agrava si se utiliza un número de dientes menor que el mínimo a causa de la interferencia (socavado del pie del diente).

Para el caso del molino de 4'x 8' no aparecen especificado en los planos disponibles de los engranes el ángulo de presión. El único dato disponible que nos puede orientar acerca del ángulo de presión de las ruedas es el espesor de la cabeza del diente $S_e = 14 \text{ mm}$ para el piñón de $Z_p = 15$ dientes y $m = 16.93 \text{ mm}$.

El espesor de la cabeza se puede calcular por la siguiente expresión:

$$(8) \quad Se = De \left(\frac{Sp}{Dp} + \text{inv} \varphi - \text{inv} \varphi_e \right)$$

Donde:

Se: Espesor del diente en la cabeza en mm.

De: Diámetro exterior del diente en mm.

Sp: Espesor del diente en la circunferencia de paso en mm.

$$(9) \quad Sp = \frac{\pi m}{2}$$

Dp: Diámetro de la circunferencia de paso en mm.

$\text{inv} \varphi : \tan \varphi - \varphi$, Involuta del ángulo de presión de la cremallera básica. (10)

$\text{inv} \varphi_e : \tan \varphi_e - \varphi_e$, Involuta del ángulo de presión en el borde exterior del diente. (11)

Donde:

$$(12) \quad \varphi_e = \cos^{-1} \frac{Do}{Dp}$$

Donde

Dp es el diámetro de la circunferencia de paso.

$$D_o = D_p \times \cos \varphi$$

(13)

El diámetro de la circunferencia de paso del piñón de este molino es $D_p = 253.95$ mm, de donde, para $\varphi = 14.5^\circ$ el diámetro de la circunferencia básica es $D_o = 245.86$ mm

El diámetro exterior del piñón es $D_e = 287.81$ mm, de donde:

$$\varphi_e = \cos^{-1} \frac{245.86}{287.81} = 31.32^\circ$$

Las involutas de φ y φ_e son:

$$\text{inv } \varphi = \tan 14.5^\circ - \frac{14.5 \pi}{180} = 0.005544$$

$$\text{inv } \varphi_e = \tan 31.32^\circ - \frac{31.32 \pi}{180} = 0.0617925$$

El espesor del diente en la circunferencia de paso es:

$$S_p = \frac{\pi m}{2} = \frac{\pi 16.93}{2} = 26.59$$

Se calculará el espesor de la cabeza según la ecuación (8).

$$S_e = 287.81 \left(\frac{26.59}{253.95} + 0.005544 - 0.0617925 \right) = 13.95 \text{ mm}$$

Por lo que evidentemente las ruedas de este molino están construidas con $\varphi = 14.5^\circ$.

La otra dificultad que se presenta en el cálculo del factor geométrico J es que la gráfica que aparece en [7] es para engranes de 20° . El hecho de utilizar un ángulo de 14.5° perjudica la resistencia a la flexión, es decir, el factor geométrico J debe ser menor para 14.5° que para 20° pero el problema radica en conocer cuanto menor.

Como criterio para evaluar cuanto se afecta el factor geométrico se calculará la influencia que tiene en el módulo a flexión del diente, la reducción del ángulo de presión de 20° a 14.5° .

El espesor del diente en la circunferencia básica, se calcula por la siguiente expresión [4]:

$$S_o = D_o \left(\frac{S_p}{D_p} + \text{inv} \varphi \right) = D_o \left(\frac{\frac{\pi m}{2}}{z m} + \text{inv} \varphi \right) \quad (14)$$

De donde:

$$\frac{S_{o_{14.5^\circ}}}{S_{o_{20^\circ}}} = \frac{\left(\frac{\pi}{2z} + \text{inv} 14.5^\circ \right)}{\left(\frac{\pi}{2z} + \text{inv} 20^\circ \right)} \quad (15)$$

Para el piñón de $Z = 15$ dientes:

$$\frac{S_{o_{14.5^\circ}}}{S_{o_{20^\circ}}} = \frac{(0.105 + 0.005544)}{(0.105 + 0.01490)} = 0.92$$

Como el módulo a la flexión depende del espesor al cuadrado.

$$W = \frac{1}{6} F \cdot S_o^2 \quad (16)$$

$$\frac{W_{14.5^\circ}}{W_{20^\circ}} = \left(\frac{S_{o_{14.5^\circ}}}{S_{o_{20^\circ}}} \right)^2 = 0.92^2 = 0.85$$

La resistencia se afecta en un 15 % para el piñón por lo que tomaremos el factor geométrico J para el ángulo de presión 14.5° un 15 % menor que para 20°.

En el caso de la catalina la influencia será distinta a causa del mayor número de dientes $Z = 118$.

De donde.

$$\frac{S_{o_{14.5^\circ}}}{S_{o_{20^\circ}}} = \frac{(0.0133 + 0.005544)}{(0.0133 + 0.01490)} = 0.67$$

y la relación de módulos a la flexión es:

$$\frac{W_{14.5^\circ}}{W_{20^\circ}} = 0.67^2 = 0.45$$

Para este molino el factor geométrico para $\phi = 20^\circ$ según la gráfica de [7], será: Para el piñón $Z_p = 15$ dientes y carga aplicada al punto mas alto de contacto de un solo diente: $J_{20^\circ} = 0.255$ y el valor de $J_{14.5^\circ} = 0.85 \cdot J_{20^\circ} = 0.85 \times 0.255 = 0.217$

Para la catalina $Z_g = 118$ dientes, las mismas condiciones de carga que el piñón y $Z_p = 15$ dientes. $J_{20^\circ} \cong 0.43$ y el valor de $J_{14.5^\circ} = 0.45 \cdot J_{20^\circ} = 0.45 \times 0.43 = 0.194$

Para el molino de 5' x 8' x 8'', el ángulo del perfil también es de 14.5° pero las afectaciones son diferentes pues los números de dientes son distintos. En este molino $Z_p = 17$ y $Z_g = 132$.

Para el piñón se utiliza la ecuación 15.

$$\frac{S_{o_{14.5^\circ}}}{S_{o_{20^\circ}}} = \frac{(0.0924 + 0.005544)}{(0.0924 + 0.01490)} = 0.913$$

$$\frac{W_{14.5^\circ}}{W_{20^\circ}} = 0.913^2 = 0.83$$

Y para la catalina.

$$\frac{S_{o_{14.5^\circ}}}{S_{o_{20^\circ}}} = \frac{(0.0119 + 0.005544)}{(0.0119 + 0.01490)} = 0.65$$

$$\frac{W_{14.5^\circ}}{W_{20^\circ}} = 0.65^2 = 0.42$$

Los valores de J para $\phi = 20^\circ$ en este molino serán piñón $Z_p = 17$ dientes y las mismas condiciones de carga para el molino anterior $J_{20^\circ} = 0.298$ y el valor de $J_{14.5^\circ} = 0.83 \cdot J_{20^\circ} = 0.83 \times 0.298 = 0.238$

Para la catalina $Z_g = 132$ dientes, las mismas condiciones de carga que el piñón y $Z_p = 17$ dientes se tiene que $J_{20^\circ} = 0.435$ y el valor de $J_{14.5^\circ} = 0.42 \times 0.435 = 0.183$

Para el molino de 5'x 8'10" como $\phi = 20^\circ$ los valores de J se obtienen directamente de la gráfica.

Así para el piñón con $Z_p = 17$ dientes las mismas condiciones de carga anteriores con: $Z_g = 158$ dientes se tiene que:

$$J_{20^\circ} = 0.298$$

Y para la catalina con $Z_g = 158$ dientes, $Z_p = 17$ dientes y las mismas condiciones de carga. $J_{20^\circ} = 0.44$

En la Tabla 9 se resumen los valores del factor geométrico J para el piñón y la catalina de cada molino.

Tabla 9. Valores del factor geométrico J para las ruedas originales

<u>MOLINO</u>	Factor geométrico J	
	Piñón catalina	
4'x 8'	0.217	0.194

5' x 8' x 8"	0.238	0.183
5' x 8' x 10"	0.298	0.440

Para el piñón se considera acero fundido sin endurecimiento superficial ni volumétrico equivalente a un acero clase AGMA A-3, lo que es característico de piezas de gran tamaño. Con dureza mínima de la superficie 300 HB, los valores de $S_T = (250 - 320)$ MPa. Se tomará el valor inferior $S_T = 250$ MPa.

Para la catalina, la investigación realizada arrojó que se trata de un hierro fundido maleable - perlítico de baja dureza superficial $HB \cong 240$, lo que se corresponde según AGMA con un hierro maleable clase A – 8-i, para el cual $S_t = 145$ MPa

Los valores de S_T elegidos en el epígrafe anterior se corresponden a 10^7 ciclos de duración. Si la velocidad de giro del piñón es n_p (ciclos/minuto), la duración en horas de la transmisión se puede calcular por la expresión.

$$T = \frac{N(\text{ciclos})}{n_p \left(\frac{\text{ciclos}}{\text{minuto}} \right) 60 \left(\frac{\text{min}}{\text{hr}} \right)} \quad \text{hr.} \quad (17)$$

En la Tabla 10 se muestra la duración en horas que se corresponde con diferentes valores de N para cada molino.

TABLA 10. DURACION EN HORAS PARA DIFERENTES NÚMEROS DE CICLOS

Molino	n _p ciclos/ min	Número de ciclos base		
		10 ⁷	10 ⁹	10 ⁸
4' x 8'	175.59	949	94918	9491
5' x 8' x 8"	175	952	95238	9523
5' x 8' x 10"	213.14	781	78195	7819

Como se puede apreciar en la Tabla, para garantizar una vida aceptable de las transmisiones, o sea una duración

superior a las 15 000 horas, se debe determinar el factor de duración para $N \geq 10^9$ ciclos.

Según AGMA para $N \geq 10^9$ ciclos, se tiene que: $K_L = 0.85$
Lo que equivale a reducir la tensión admisible en un 15 % al menos para asegurar mayor durabilidad.

En el caso analizado $t_{ACEITE} < 120^\circ\text{C}$ de donde $K_T = 1.0$.

Una confiabilidad $R = 0.90$, que es la base de AGMA, es elevada, lo cual se considera aceptable en nuestro caso, de donde: $K_R = 0.85$

Evaluación de la resistencia de las transmisiones originales.

Cálculo de la resistencia a flexión.

En la Tabla 11 se dan los resultados del cálculo de las tensiones de trabajo a flexión y de las tensiones admisibles

para el piñón y la catalina de las transmisiones originales de los diferentes molinos.

Tabla 11. Tensiones de trabajo a flexión y tensiones admisibles de las transmisiones

<u>TIPO DE RUEDA</u>	Tensiones de trabajo a flexión MPa		Tensiones admisibles del material MPa
	Tipo de molino		
	4' x 8'	4' x 8' x 8'' 4' x 8' x 10''	
Piñón	72.54 53.71	68.13	250
<u>Catalina</u>	104.25 42.01	103.55	145

Como se puede analizar de la Tabla 11, el piñón de las transmisiones de los diferentes molinos no presenta problemas con la resistencia a la fractura pues las

tensiones de trabajo son del orden del 40 % de las que se producen en la catalina y el material posee tensiones admisibles entre 3 y 5 veces superior. Sin embargo en las catalinas con excepción del molino de 5'x 8'x 10'', la situación es diferente ya que la tensiones de trabajo es $\sigma = 104 \text{ MPa}$ y la admisible $\sigma_{\text{adm}} = 110 \text{ MPa}$, lo que implica una reserva de resistencia inferior al 40 %.

En general la situación en los dos primeros molinos para la catalina no es favorable y la presencia del desgaste condicionará rápidamente la fractura por fatiga de los dientes de la misma en un período inferior a los 10^9 ciclos, o sea inferior a las 15 000 horas de vida. Para el molino de 5'x 8'x 10'' la reserva de resistencia a la fractura es satisfactoria tanto para el piñón como para la catalina.

Cálculo de la resistencia superficial.

En el caso de la resistencia superficial la condición de resistencia según AGMA 218.01 se plantea como sigue:

$$\sigma_c = C_p \left(\frac{W_T C_a}{C_v} \cdot \frac{C_s}{F D_p} \cdot \frac{C_m C_f}{I} \right)^{1/2} \leq \sigma_{c_{\text{adm}}} = \frac{S_c C_L C_H}{C_T C_R} \quad (18)$$

Donde:

σ_c : Tensión de contacto en la superficie en MPa.

W_T : Carga tangencial transmitida en N.

C_p : Coeficiente elástico.

C_a : Factor de aplicación.

C_s : Factor de tamaño.

C_v : Factor dinámico.

C_m : Factor de distribución de carga.

C_f : Factor de estado o condición de la superficie.

F : Ancho de cara en mm.

D_p : Diámetro de la circunferencia de paso del piñón en mm.

I : Factor geométrico.

$\sigma_{c_{adm}}$: Tensión de contacto admisible del material en MPa.

S_C : Resistencia a la superficie del material según AGMA en MPa.

C_L : Factor de duración.

C_H : Factor de relación de dureza.

C_T : Factor de temperatura.

C_R : Factor de confiabilidad.

El cálculo de la resistencia superficial se realiza en el caso de las transmisiones abiertas con el objetivo de que el desgaste, el cual es inevitable en este tipo de transmisiones a causa de las condiciones de trabajo y la deficiente lubricación, sea lo mas pequeño o lento posible y se puede asegurar una duración aceptable. Este cálculo se realiza para la rueda más blanda, es decir, para la catalina, ya que las tensiones de contacto son iguales en el piñón y en la catalina, aunque hay que tener presente que el piñón trabaja mucho más y el material del mismo debe tener mayor resistencia superficial.

Muchos de los coeficientes que intervienen en el cálculo de la resistencia superficial son iguales a los hallados anteriormente en el cálculo de la resistencia a la fractura. Así, por ejemplo en nuestro caso sucede con: W_T , $C_a = K_a$,

$C_v = K_v$, $C_s = K_s$, F , $C_m = K_m$, $C_T = K_T$, $C_R = K_R$ por lo que en este epígrafe se limitará a calcular o elegir los coeficientes que son diferentes o que no aparecían en el cálculo anterior.

El coeficiente elástico de la transmisión toma en cuenta la influencia de las propiedades elásticas de los materiales del piñón y de la catalina: Coeficiente de Poisson ν_p y ν_g y módulos de elasticidad E_p y E_g en la magnitud del área de contacto y por lo tanto en las tensiones de contacto, se calcula por la expresión.

$$C_p = \left[\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_g^2}{E_g} \right)} \right]^{1/2} \quad (19)$$

Se puede obtener de tablas existentes en AGMA para el material del piñón: acero y el de la catalina: hierro fundido. Se obtiene:

$$C_p = 181 \text{ MPa}$$

La norma AGMA no ha establecido valores para el factor de estado de la superficie, simplemente sugiere utilizar valores mayores que la unidad cuando existan defectos obvios en la superficie.

En la transmisión original los dientes son fresados por lo que se puede suponer que no existen grandes defectos en la superficie. Tomaremos para el caso de la transmisión original $C_f = 1.0$.

El factor geométrico I en el caso de las tensiones de contacto se calcula por la fórmula siguiente:

$$I = \frac{\cos \varphi \cdot \sin \varphi}{2m_N} \cdot \frac{m_G}{m_G + 1}$$

(20)

Donde según AGMA para ruedas de dientes rectos $m_N = 1.0$ y m_G es la relación de transmisión: $m_G = \frac{Z_g}{Z_p}$

(21)

Donde:

Z_G : Número de dientes de la catalina.

Z : Número de dientes del piñón.

φ : Angulo de presión.

En la Tabla 12 se dan los resultados del cálculo de I para cada molino.

**Tabla 12 Valores del factor geométrico I para cada
molino**

Molino	ϕ	Z_G	Z_p	m_G	I
4'x 8'	14.5°	118	15	7.87	0.108
5'x 8'x 8"	14.5°	132	17	7.77	0.107
5'x 8'x 10"	20°	158	17	9.29	0.145

El factor geométrico C_L se elige de la gráfica dada en AGMA para $N = 10^9$ ciclos lo que garantizaría una durabilidad mínima aceptable. Se obtiene entonces.

$$C_L \cong 0.85$$

El factor de relación de durezas C_H se utiliza solo para el cálculo de la catalina y toma en cuenta la influencia de la

diferencia de dureza entre piñón y catalina. Si el piñón tuviera una dureza $HB_p = 0.923 HB_g$ el coeficiente $C_H = 1$. En la medida que la dureza del piñón se eleve con relación a la de la catalina el valor de C_H aumenta y la transmisión será más duradera. Este factor se calcula por las expresiones.

$$(22) \quad C_H = 1.0 + A (m_G - 1.0)$$

$$(23) \quad A = 8.98 \cdot 10^{-3} \left(\frac{HB_p}{HB_g} \right) - 8.29 \cdot 10^{-3}$$

Los resultados del cálculo de C_H se dan en la Tabla 13.

Tabla 13. Valores de C_H para cada molino

Molino	HB_p	HB_g	A	m_G	C_H
4' x 8'	300	240	2.93×10^{-3}	7.87	1.020

5' x 8' x 8"	300	240	2.93 x 10^{-3}	7.77	1.019
5' x 8' x 10"	300	240	2.93 x 10^{-3}	9.29	1.024

La rueda más blanda es la catalina que es de hierro fundido. Suponiendo que de acuerdo con la dureza superficial $HB_g = 240$ el material corresponde con el hierro maleable clase AGMA A – 8-i para el cual $S_C = 650$ MPa.

En el caso del piñón esta resistencia es muy superior. Así para una dureza superficial baja $HB_p = 300$ la resistencia superficial media es $S_C = (830 - 930)$ MPa, que para el caso se elige un valor inferior de 830 MPa.

En la Tabla 14 se dan los resultados del cálculo de las tensiones de trabajo a contacto y de las tensiones admisibles a contacto de las transmisiones originales de los diferentes molinos.

Tabla 14. Tensiones de contacto y tensiones admisibles de contacto de las transmisiones originales

Molino	Tensiones de	Tensiones
--------	--------------	-----------

	contacto de trabajo MPa	admisibles al contacto
4'x 8'	639.49	663
5'x 8'x 8"	584.22	663
5'x 8'x 10"	495.63	663

Como se puede apreciar en la Tabla 14, las tensiones de contacto son muy próximas a la admisible lo que implica que el desgaste era inevitable y debe haber sido intenso. En la transmisión original era factible un desgaste considerable en la vida de servicio asumida de (10^9 ciclos) lo que de producirse, conduciría a la fractura de los dientes, sobre todo en los molinos de 4'x 8' y 5'x 8'x 8" que poseen menor reserva de resistencia a la flexión.

Evaluación de la resistencia de las transmisiones actuales.

Cálculo de la resistencia a flexión

La particularidad más importante de las transmisiones actuales es que los dientes, en lugar de estar fresados como en el caso de la transmisión original, han sido formados mediante el colado en moldes de arena.

Para ruedas dentadas destinadas a trabajos burdos para las cuales no se exige una exactitud media se recomiendan velocidades periféricas $V < 2 \text{ m/s}$, sin embargo por razones de posibilidades tecnológicas se decidió en este caso utilizar esta tecnología y no se modificaron los parámetros geométricos del dentado. Esta situación condiciona el incremento de errores en el paso del dentado y de la superficie con el consiguiente incremento de las cargas dinámicas, empeoramiento de las condiciones de concentración de las cargas, la elevación de las sobrecargas durante la operación y posible empeoramiento de las propiedades mecánicas del material con relación a las ruedas originales lo que conducirá a un deterioro prematuro de las ruedas aún en las mejores condiciones de lubricación y de protección.

Se realizarán los cálculos considerando que los materiales actuales no difieren de los originales por lo que las tensiones admisibles son las mismas. Calcularemos entonces la magnitud de aquellos parámetros y coeficientes que se modifican con relación a la transmisión original.

El nuevo factor dinámico se calcula por las mismas expresiones (3 a 6) considerando muy conservadoramente que el índice de exactitud se ha reducido hasta $Q_v = 3$. Los resultados del cálculo para este nuevo índice de exactitud se dan en la Tabla 15.

Tabla 15. Valores de K_v para las transmisiones con dientes fundidos

Molino	V (m/s)	B	A	K_v
4'x 8'	2.33	1.08	45.52	0.678
5'x 8'x 8"	3.16	1.08	45.52	0.644
5'x 8'x 10"	3.21	1.08	45.52	0.642

Para elegir el nuevo factor de aplicación se tuvo en cuenta que, por imprecisiones en la fabricación de las catalinas las

transmisiones actuales trabajan en condiciones reales de inexactitud severas, a causa de grandes errores de ovalidad, lo que condiciona que en ocasiones la relación de contacto puede llegar a ser inferior a la unidad produciéndose entonces considerables sobrecargas dinámicas. Por esta razón asumiremos que para la transmisión actual es:

$$\underline{\mathbf{KA} \cong 1.8}$$

En el caso de la transmisión actual con ruedas fundidas se considerará que las condiciones de contacto han empeorado de manera que no se producirá un contacto uniforme a lo largo de todo el ancho de los dientes, para lo cual la norma AGMA recomienda tomar $K_m \geq 2.0$. Sin embargo no se considerará esta situación todo lo crítica que pudiera ser y se tomará.

$$\underline{\mathbf{KM} = 1.9}$$

El cálculo de las tensiones de trabajo a flexión y de las tensiones admisibles se realizará por las mismas ecuaciones que en el caso anterior, considerando que solo se modifican los parámetros antes mencionados y calculados. En la realidad hay toda una serie de factores no considerados que pueden haber empeorado como son: El factor de tamaño a causa de una posible mayor heterogeneidad y la propia resistencia a flexión de los materiales que en las nuevas condiciones puede ser peor. No obstante, se realizarán los cálculos para estas condiciones que no son las más críticas. Los valores de las tensiones de trabajo y los valores admisibles se dan en la Tabla 16.

Tabla 16 Tensiones de trabajo a flexión y tensiones admisibles para las transmisiones actuales

<u>TIPO DE RUEDA</u>	Tensiones de trabajo a flexión MPa		Tensiones admisibles del material MPa
	Tipo de molino		
	4' x 8'	4' x 5' x 8"	
	4' x 5' x 10"		
Piñón	93.57	85.37 65.47	220
<u>Catalina</u>	134.48	129.76 51.21	69

Como se puede apreciar las tensiones de trabajo superan a las tensiones admisibles con excepción del molino 5' x 8' x 10'' es de esperar por lo tanto una vida muy inferior a 10^9 ciclos en los restantes molinos. La duración de servicio se puede estimar de acuerdo a la siguiente ecuación [1]:

$$\sigma_{\text{trabajo}}^m N_{\text{servicio}} = \sigma_{\text{adm}}^m N_b$$

(24)

Donde el exponente m de la curva de fatiga de Whöler para el caso de la fatiga a flexión se puede tomar $m = 9$. De donde.

$$(25) \quad N_{\text{servicio}} = \left(\frac{\sigma_{\text{adm}}}{\sigma_{\text{trabajo}}} \right)^m N_b$$

Los resultados del cálculo de acuerdo a la ecuación (25) y el cálculo de la vida en horas que corresponde a esa vida de servicio de acuerdo a la ecuación (17) pero calculado para la catalina que gira a una velocidad menor que la del piñón $n_g = n_p/g_m$ se dan en la Tabla 17 para las catalinas de los dos primeros molinos. En el molino de 5'x 8'x 10" es de esperar una duración superior a 10^9 ciclos.

Tabla 17 Vida estimada para las catalinas actuales a la fatiga por flexión

Molino	σ_{adm}	σ_{trabajo}	N_{servicio}	n_g	T
	MPa	MPa	Ciclos	r.p.m.	Horas

4' x 8'	69	134.48	2.4 x 10^6	22.31	1792.9 1
5' x 8' x 8"	69	129.76	3.3 x 10^6	22.52	2442

Esta estimación de la vida es aproximada a causa de las posibles diferencias en las propiedades mecánicas del material y del gran número de factores que influyen en la vida por fatiga, sin embargo, resulta evidente que la vida de las catalinas quedará reducida aun en las condiciones menos severo a unos pocos meses de vida.

Cálculo de la resistencia superficial.

En el caso de la resistencia superficial se modifican los mismos parámetros que en el caso de la resistencia a flexión, es decir, C_v , C_a , C_m y además se empeora el factor de estado de la superficie C_f . Consideraremos que las

propiedades mecánicas de los materiales no se modifican.
Los nuevos valores de los coeficientes son:

Coeficiente dinámico:

$$C_v = 0.678 \quad \text{Molino} \rightarrow 4' \times 8' \quad C_v$$

$$C_v = 0.644 \quad \text{Molino} \rightarrow 4' \times 8' \times 8''$$

$$C_v = 0.642 \quad \text{Molino} \rightarrow 4' \times 8' \times 10''$$

Factor de aplicación: $CA = 1.8$

Factor de distribución de la carga: $CM = 1.9$

El nuevo factor de estado de la superficie, se asumirá $C_f = 1.2$ a causa de defectos obvios de la superficie de los dientes fundidos.

El cálculo de las tensiones de contacto de trabajo y las tensiones de contacto admisibles obtenidas por las mismas ecuaciones que en el caso anterior para los parámetros de la transmisión actual se da en la Tabla 18.

Tabla 18 Tensiones de contacto y tensiones admisibles de contacto

de las transmisiones actuales con dientes fundidos

Molino	Tensiones de contacto de trabajo MPa	Tensiones admisibles al contacto
--------	--	--

4' x 8'	764.83	498.05
5' x 8' x 8"	688.70	498.05
5' x 8' x 10"	576.26	498.05

Como se aprecia las tensiones de trabajo superan a las admisibles por lo que el desgaste será excesivamente intenso, sobre todo en las condiciones severas de trabajo en que operan estas transmisiones y por lo tanto los dientes estarán condenados a la falla por fractura en todas las catalinas incluso en la catalina del molino 5' x 8' x 10" donde la reserva de resistencia se irá reduciendo a causa del desgaste.

Análisis de las diferentes alternativas para elevar la resistencia y la durabilidad de los engranes de la transmisión en dependencia de la geometría del dentado, la tecnología de fabricación de los mismos y el material a emplear.

Alternativas analizadas

Entre las alternativas que se analizaron para elevar la resistencia y durabilidad de las transmisiones objeto de estudio se encuentran:

1. Mejoramiento de las cualidades de los materiales.
2. Fresado de los dientes con fresa de forma.
3. Generado de los dientes con cremallera o fresa sinfín.
4. Empleo de la corrección del dentado.
5. Elevación del ángulo de presión a 20° en el caso de los dientes maquinados.
6. Elevación del ángulo de presión a 25° , con reducción del número de dientes en los piñones a 12 y el incremento correspondiente del módulo en el caso de los dientes colados en moldes de arena.

Estas alternativas se analizarán individualmente y de forma combinada tratando de evaluar las posibles alternativas que permitan obtener la máxima resistencia y durabilidad en cada caso.

Mejoramiento de las cualidades del material.

Se analizará la influencia del empleo de otros materiales en las tensiones admisibles. En el epígrafe anterior se pudo comprobar que el empleo de acero clase AGMA A-3 en los piñones proporciona en estos una adecuada resistencia tanto volumétrica como superficial por lo que no se modificará el empleo de este acero en los piñones. Analizaremos el empleo de diferentes materiales para la catalina.

Las tensiones admisibles se calculan, como se vio anteriormente por las expresiones.

$$\sigma_{f \text{ adm}} = \frac{S_t K_L}{K_T K_R} \quad (26)$$

$$\sigma_{c \text{ adm}} = \frac{S_c C_L C_H}{C_T C_R} \quad (27)$$

Los valores de los diferentes coeficientes empleados en el cálculo de las tensiones admisibles no se modifican con el cambio del material con relación a la transmisión original excepto al coeficiente C_H de relación de dureza que si depende de los materiales empleados.

Los valores de los restantes coeficientes obtenidos anteriormente son:

$$K_L = 0.85, C_L = 0.85, K_T = C_T = 1.0 \text{ y } K_R = C_R = 1.0$$

Los posibles materiales a emplear en las catalinas se dan en la Tabla 19 donde además se reflejan los valores de la dureza HB y de S_t y S_c en MPa.

Tabla 19. Posibles nuevos materiales a emplear en las catalinas

Material	HB _g Superfici	<u>VALORES</u> <u>MEDIOS</u>
----------	------------------------------	---------------------------------

	e	St	Sc
Hierro maleable Clase AGMA A-8-i	>240	145 650	
Hierro nodular (dúctil) Clase AGMA A-7-C	>180	220 655	
Acero fundido Clase AGMA A-1	>180	230 660	

Se hallarán a continuación los valores de C_H suponiendo que la dureza superficial del piñón de acero corresponde con el acero fundido clase AGMA A - 3 de $HB_p = 300$. Se utilizarán las ecuaciones dadas anteriormente (22) y (23). Los valores se dan en la Tabla 20 para los diferentes molinos.

Tabla 20. Valores de C_H para los diferentes materiales en cada molino

Molin o	Material	HBp	HBg	A	M_g	C_H
	Hierro maleable AGMA A – 8-i		240	2.9×10^{-3}		1.020 1

4' x 8'	Hierro nodular AGMA A – 7-C	300	180	6.67×10^{-3}	7.87	1.045 8
	Acero fundido AGMA A-1					
5' x 8' x 8"	Hierro maleable AGMA A – 8-i	300	240	2.9×10^{-3}	7.77	1.02
	Hierro nodular AGMA A – 7-C		180	6.67×10^{-3}		1.045 1
	Acero fundido AGMA A-1					
5' x 8' x 10"	Hierro maleable AGMA A – 8-i	300	240	2.9×10^{-3}	9.29	1.024 3
	Hierro nodular AGMA A – 7-C		180	$6.67 \times$		1.055

	Acero fundido AGMA A-1			10^{-3}		2
--	------------------------------	--	--	-----------	--	---

Como se aprecian no existen diferencias esenciales entre los diferentes molinos que afectan los valores de $\sigma_{c,adm}$.

Los valores de las tensiones admisibles y su comparación con los valores originales se dan en las Tablas 21 y 22.

Tabla 21. Tensiones admisibles a la flexión de los posibles nuevos materiales y razón de elevación de la resistencia con relación al material original

Razón de elevación de la Nuevo material	Tensión admisible $\sigma_{f,adm}$ (MPa)	Material original	Tensión admisible original $\sigma_{f,admo}$ (MPa)	Razón de elevación de la resistencia a $\sigma_{f,adm}/\sigma_{f,admo}$
Hierro maleable AGMA A - 8 - i HB > 240	145	Hierro maleable	145	1

Hierro nodular AGMA A-7-C HB> 180	220	perlítico BHN = 240		1.51
Acero fundido AGMA A-1 HB > 180	230			1.58

Tabla 22. Tensiones admisibles al contacto de los posibles nuevos materiales y razón de elevación de la durabilidad de la superficie con relación al material original

Nuevo material	Tensión admisible σ_{adm} (MPa)	Material original	Tensión admisible $\sigma_{c,admo}$ (MPa)	Razón de elevación de la durabilidad de la superficie e $\sigma_{c,adm}/\sigma_{c,admo}$

Hierro maleable AGMA A – 8-i HB > 240	663	Hierro maleable perlítico BHN =240	663	1
Hierro nodular AGMA A-7-C HB > 180	670.91			1.011
Acero fundido AGMA A-1 HB> 180	696.43			1.050

Como se puede apreciar de las Tablas 21 y 22 ninguna de estas alternativas de nuevos materiales eleva significativamente la resistencia y la durabilidad de las transmisiones. La decisión final de que material utilizar en la catalina estará determinada por factores relacionados con la disponibilidad tecnológica y factores económicos. No obstante, las alternativas más atractivas son el empleo del hierro fundido nodular o el acero fundido para las cuales se obtienen ligeras mejoras.

Del análisis realizado, se puede concluir que con dientes colados, ninguna de estas alternativas por sí sola elevaría las tensiones admisibles al contacto lo suficiente para lograr

que las mismas estén por encima de las tensiones de contacto de trabajo, pues por ejemplo, el empleo de hierro nodular elevaría las tensiones admisibles de 663 MPa a 670.9 MPa, tensiones que son inferiores a las tensiones de trabajo para los molinos 4'x 8' y 5'x 8' x 8". Solo el acero fundido podría elevar la tensión admisible a 693.43 MPa ligeramente superior a las tensiones de trabajo para los molinos de 5'x 8'x 8" y 5'x 8'x 10", pero con la presencia de un conjunto de factores no tomados en cuenta como son excesivo polvo y deficiente lubricación, unidos a los elevados costos de fabricación no hace de esta solución tampoco la más viable.

Fresado de los dientes con fresa de forma de 20° de ángulo de presión.

Los dientes de la transmisión original son fresados con fresa de forma de 14.5° por lo que la ventaja en este caso se obtendría solamente si se eleva el ángulo de presión a 20°. La tendencia mundial es el empleo de engranajes de $\phi = 20^\circ$, los engranajes de $\phi = 14.5^\circ$ en la actualidad se consideran obsoletos [1,7]. El número mínimo de dientes para evitar la interferencia en el caso de $\phi = 20^\circ$ es $Z_{\min} = 17$ dientes [1, 5], sin embargo con el sistema de dientes cortados (stub) este número de dientes se reduce a $Z_{\min} = 14$ [7] Para mantener los parámetros geométricos de la transmisión en el caso del molino de 4'x 8' se hace necesario continuar utilizando el sistema de dientes recortados, ya que el número de dientes del piñón es $Z_p = 15$. El caso del molino de 5'x 8'x 10" no se analizará en

esta alternativa ya que en este molino los dientes originales eran fresados con fresa de forma de $\phi = 20^\circ$. La influencia fundamental de esta variante tecnológica estriba en el incremento de los valores de los factores geométricos J e I, lo que reduce los valores de las tensiones de trabajo. En el epígrafe 3.1.1.8 fueron calculados los valores del factor geométrico J para los molinos de 4' x 8' y 5' x 8' x 10'' con $\phi = 20^\circ$ y los números de dientes originales. Estos valores se dan en Tabla 23.

Tabla 23 Valores del factor geométrico J para las ruedas talladas con fresa de $\phi = 20^\circ$

Molino	Factor geométrico J	
	Piñón	Catalina
4' x 8'	0.255	0.43
5' x 8' x 8''	0.298	0.435

Los valores de las tensiones de trabajo a flexión y su disminución con relación a las tensiones de la transmisión original se muestran en la Tabla 24.

Tabla 24. Tensiones de trabajo a flexión para las ruedas dentadas con fresa de

$\phi = 20^\circ$ y con fresa de $\phi = 14.5^\circ$ y comparación entre estos

Molino	Piñón			Catalina		
	σ_f (MPa)) $\varphi = 20^\circ$	σ_f (MPa) $\varphi = 14.5^\circ$	σ_{20}/σ_1 4.5	σ_f (MPa)) $\varphi = 20^\circ$	σ_f (MPa)) $\varphi = 20^\circ$	σ_{20}/σ_1 4.5
4' x 8'	61.73	72.54	0.85	47.03	104.25	0.45
5' x 8' x 8"	54.41	68.13	0.80	43.56	103.55	0.42

Los valores del factor geométrico I de la transmisión original de los molinos de 4' x 8' y de 5' x 8' x 8" fueron calculados anteriormente. En la Tabla 25 se muestran junto con estos valores los nuevos valores calculados para $\varphi = 20^\circ$.

Tabla 25. Valores del factor geométrico I para las ruedas talladas con fresa de forma de $\varphi = 14.5^\circ$ y $\varphi = 20^\circ$

Molino	Valores del factor geométrico I	
	$\varphi = 20^\circ$	$\varphi = 14.5^\circ$

4' x 8'	0.1430	0.108
5' x 8' x 8"	0.1424	0.107

Los valores de las tensiones de contacto y su comparación con relación a las tensiones de la transmisión original se muestran en la Tabla 26.

Tabla 26 Tensiones de contacto para las ruedas talladas con fresa $\phi = 20^\circ$ y con fresa $\phi = 14.5^\circ$ y comparación entre estos valores

Molino	σ_c (MPa) $\phi = 20^\circ$	σ_c (MPa) $\phi = 14,5^\circ$	$\sigma_{c,20}/\sigma_{c,14.5}$
4' x 8'	555.74	639.49	0.87
5' x 8' x 8"	508.27	584.22	0.87

Como se puede apreciar la simple utilización de una fresa $\phi = 20^\circ$ en lugar de una de $\phi = 14.5^\circ$ sin modificación de los restantes parámetros geométricos de las ruedas eleva la resistencia a la fractura de los

piñones en un 15% como mínimo, eleva la resistencia a la fractura de las catalinas a mas del doble, ya que las tensiones se reducen a menos de la mitad y reduce la intensidad del desgaste en un 13% por reducción de las tensiones de contacto.

Generación de los dientes con cremallera o fresa sinfín de 20° y el empleo de la corrección del dentado para obtener máxima resistencia al desgaste.

La diferencia esencial entre el tallado de los dientes de engranajes con fresa de forma y la generación de los mismos mediante cremallera o fresa sinfín es que en el primer caso de los dientes se tallan con una fresa que tiene la forma del espacio entre dientes y con el objetivo de disminuir el número necesario de herramientas de corte se utiliza una misma fresa para un determinado número de ruedas de diferentes número de dientes en cada módulo. En el caso de la generación los dientes se elaboran con una herramienta en la cual los flancos de los dientes son rectos y en el proceso de corte los dientes se generan exactamente par cada número de dientes. Sin embargo a pesar de esta ventaja lo cual representa la disminución de los errores en la forma de los dientes, las normas internacionales para el cálculo de engranes no toman en cuenta este detalle en los cálculos, o sea, que desde el punto de vista de los cálculos una rueda fresada con fresa de forma de $\phi = 20^\circ$ tendría la misma

resistencia y durabilidad que una rueda generada con cremallera o fresa sinfín de $\phi = 20^\circ$. En la práctica la generación del diente ofrece una ventaja adicional ya que en este caso es posible el empleo de la corrección del dentado, o sea, modificando las dimensiones del semiproducto donde se van a maquinar los dientes y separando o acercando la herramienta con relación al centro de la rueda durante la generación se modifica la forma del diente y se pueden entonces lograr efectos favorables como lo son elevación de la resistencia y durabilidad, eliminación de la interferencia, ajuste de la distancia entre centros, etc.

En este epígrafe se analizará por lo tanto que influencia tiene la resistencia y durabilidad de las transmisiones analizadas, la generación del diente combinada con la corrección del dentado.

Las transmisiones analizadas fallan por fractura, pero en los epígrafes anteriores se pudo comprobar que esta falla ocurre producto de que la transmisión se desgasta considerablemente y condiciona que las tensiones de trabajo a flexión excedan entonces las tensiones admisibles, de aquí que al diseñar las nuevas transmisiones se utilizará la corrección del dentado para lograr máxima resistencia posible al desgaste de las transmisiones. Este tipo de corrección no solo favorece la resistencia al desgaste sino que modifica

favorablemente la forma de los dientes y eleva por lo tanto la resistencia a la fractura.

La norma AGMA no establece método alguno para evaluar la influencia de la corrección del dentado, de aquí que para evaluar esta influencia se fué necesario utilizar las normas rusas GOST que si lo establecen detalladamente, En la referencia [1] se dan los valores de la corrección angular que garantiza máxima resistencia a la picadura, fractura y desgaste de las transmisiones para diferentes números de dientes del piñón y de la catalina.

Así para $Z_p = 15$ y $Z_G \geq 100$, $\xi_p = 0.66$ y $\xi_g = 1.70$ y para $Z_p = 18$ y $Z_G \geq 100$, $\xi_p = 0.71$ y $\xi_g = 1.90$. Se puede interpolar entre estos valores para obtener los valores de los coeficientes de corrección recomendados para $Z_p = 17$ y $Z_G = \geq 100$, de donde, se obtiene: $\xi_p = 0.693$ y $\xi_g = 1.833$, finalmente para $Z_p = 17$ y $Z_G \geq 100$, $\xi_p = 0.693$ y $\xi_G = 1.833$.

La corrección del dentado influye en el factor geométrico J del diente a causa de la variación del espesor del diente en el pie. Si la corrección es positiva el espesor del diente en el pie aumenta y el factor geométrico J aumenta también reduciendo las tensiones de trabajo.

Según la norma GOST 13755-81 los valores del factor de forma del diente para los diferentes números de dientes de las transmisiones analizadas y los coeficientes de corrección elegidos son mostrados en la Tabla 27.

Tabla 27. Factores de forma del diente según GOST 13755-81 en dependencia de los números de dientes y de los coeficientes de corrección

Molino	Piñones			Catalinas		
	Z_p	ξ_p	y_{fp}	Z_p	ξ_p	y_{fp}
4' x 8'	15	0	0.305	118	0	0.505
	15	0.66	0.505	118	1.7	0.556
5' x 8' x 10"	17	0	0.318	132	0	0.508

	17	0.693	0.520	132	1.833	0.550
5'x 8'x 10"	17	0	0.318	158	0	0.510
	17	0.693	0.520	158	1.833	0.550

Las tensiones de trabajo a flexión son inversamente proporcionales al factor de forma. Así:

$$\frac{\sigma_{f_{\xi}}}{\sigma_{f_{\xi}=0}} = \frac{\varphi_{f_{\xi}=0}}{\varphi_{f_{\xi}}}$$

(28)

De donde:

$$\sigma_{f_{\xi}} = \sigma_{f_{\xi}=0} \frac{\varphi_{f_{\xi}}}{\varphi_{f_{\xi}=0}}$$

(29)

Las tensiones de flexión para las ruedas maquinadas sin corrección $\sigma_{f_{\xi}=0}$ aparecen calculadas en la Tabla 24, para el caso de $\varphi = 20^\circ$, y en la Tabla 25 para el caso del molino 5'x 8'x 10". En la Tabla 28 aparecen los valores de las tensiones de trabajo a flexión calculadas por la ecuación (4.4) para los factores de forma y los coeficientes de corrección de la Tabla 27.

Tabla 28. Valores de las tensiones de flexión para las ruedas talladas con corrección del dentado y su comparación con las talladas sin corrección

Molino	Piñones			Catalinas		
	$\sigma_{f \xi=0}$	$\sigma_{f \xi}$	$\sigma_{f \xi}/\sigma_{f \xi=0}$	$\sigma_{f \xi=0}$	$\sigma_{f \xi}$	$\sigma_{f \xi}/\sigma_{f \xi=0}$
4' x 8'	61.73	37.28	0.604	47.03	42.75	0.909
5' x 8' x 8"	54.41	33.29	0.612	43.56	39.77	0.913
5' x 8' x 10"	53.71	32.87	0.612	42.01	38.94	0.927

La relación entre las tensiones de flexión de las ruedas maquinadas con cremallera o fresa sin fin de $\varphi = 20^\circ$ y corregidas con relación a las de las ruedas originales fresadas con fresa de forma de $\varphi = 14.5^\circ$ se dan en la Tabla 29 (no se incluye el molino de 5' x 8' x 10" ya que en la transmisión original $\varphi = 20^\circ$).

Tabla 29. Tensiones de trabajo a flexión par las ruedas generadas con cremallera o fresa sin fin de $\varphi = 20^\circ$ y

corregidas y su comparación con las tensiones de las ruedas originales fresados con $\varphi = 14.5^\circ$

Molino	Piñones			Catalinas		
	$\sigma_{f\xi}$ - MPa $\varphi = 20^\circ$ y $\xi \neq 0$	$\sigma_{f\xi}$ - MPa $\varphi = 14.5^\circ$ y $\xi \neq 0$	$\sigma_{f\xi}/$ $\sigma_{f\xi}$	$\sigma_{f\xi}$ - MPa $\varphi = 20^\circ$ y $\xi \neq 0$	$\sigma_{f\xi}$ - MPa $\varphi = 14.5^\circ$ y $\xi \neq 0$	$\sigma_{f\xi}/\sigma_f$ ξ
4' x 8'	37.28	72.54	0.51 4	42.75	104.2 5	0.410
5' x 8' x 8"	33.29	68.13	0.48 8	39.77	103.5 5	0.385

Como se puede apreciar de la Tabla 29 el empleo de la generación de los dientes de las ruedas con $\varphi = 20^\circ$ unido al empleo de la corrección del dentado eleva la resistencia a la flexión de los dientes de los piñones al doble y la de las catalinas a mucho más del doble como consecuencia de la reducción de las tensiones de trabajo.

La corrección positiva del dentado también eleva la resistencia superficial a causa de la elevación

equivalente del ángulo de presión φ_ξ , lo cual conduce al incremento del factor geométrico I_ξ .

El incremento equivalente del ángulo de presión al corregir los dientes y tomar una zona de la envolvente mucho mas favorable para los flancos de los dientes se puede calcular de acuerdo a la norma GOST calculando el coeficiente relativo de corrección ξ_0 .

$$\xi_0 = \frac{2(\xi_p + \xi_g)}{Z_p + Z_g}$$

(30)

Para cada valor de ξ_0 el correspondiente ángulo de presión se puede obtener de las tablas correspondientes.

En la Tabla 30 se dan los valores de ξ_0 , φ y del factor geométrico I_ξ para cada uno de los molinos con ruedas corregidas.

Tabla 30. Factor geométrico I_ξ para cada uno de los molinos con ruedas corregidas

Molin o	Z_P	Z_G	ξ_P	ξ_g	ξ_o	φ_ξ	Factor geométric o I_ξ Ecuación (3.20)
4' x 8'	15	118	0.66	1.7	0.0354 887	24.4 2°	0.167
5' x 8' x 8''	17	132	0.69 3	1.83 3	0.0339 060	24.2 5°	0.166
5' x 8' x 10''	17	158	0.69 3	1.83 3	0.0288 686	23.4 3°	0.165

Las nuevas tensiones de contacto se pueden hallar entonces como:

$$\sigma_{c_{\xi}} = \sigma_{c_{\xi=0}} \sqrt{\frac{I_{\xi=0}}{I_{\xi}}}$$

(31)

En la Tabla 31 se muestran los valores del factor geométrico $I_{\xi=0}$ y de las tensiones de contacto $\sigma_{\xi=0}$ para las transmisiones originales y los valores correspondientes para las transmisiones corregidas, así como la relación entre las tensiones.

Tabla 31. Tensiones de contacto para las transmisiones originales
y para las transmisiones corregidas

Molin o	$I_{f\xi=0}$	$\sigma_{f\xi=0}$	I_{ξ}	$\sigma_{c\xi}$	$\sigma_{c\xi}/\sigma_{c\xi=0}$
4' x 8'	0.108	639.49	0.167	514.79	0.805
5' x 8' x 8"	0.107	584.22	0.166	469.13	0.803
5' x 8' x 10"	0.145	495.63	0.165	464.41	0.937

Como se puede apreciar de la Tabla 31 el empleo de la generación de dientes de las ruedas con $\phi = 20^\circ$ unido al empleo de la corrección del dentado reduce la magnitud de las tensiones de contacto en aproximadamente entre un 7 - 20%, elevando consecuentemente la durabilidad de las ruedas.

Dientes colados en moldes de arena con elevación del ángulo de presión a 25° y reducción del número de dientes de los piñones a 12 con el correspondiente incremento del módulo.

La única alternativa utilizable, en el caso de que sea tecnológicamente imposible en el caso de Colombia el maquinado de los dientes, por no existir ninguna Empresa que quiera asumir esta tarea es la formación de los dientes mediante colado en moldes de arena con la modificación de la geometría de los dientes.

Anteriormente se analizó lo desventajoso que resulta el empleo de dientes colados en moldes de arena en comparación con los dientes fresados. El empleo de dientes colados implicará siempre que los elementos desventajosos se mantienen, por lo tanto para poder lograr una resistencia y durabilidad aceptable se hace necesario realizar cambios geométricos sustanciales en el dentado para reducir las tensiones de trabajo.

Una posibilidad importante en este caso es el incremento del ángulo de presión a $\phi = 25^\circ$ lo que hace los dientes mucho mas robustos a flexión y mucho mas resistentes a las tensiones de contacto a causa del incremento del radio de curvatura de la envolvente, o sea, se mejoran los factores geométricos J e I. El ángulo $\phi = 25^\circ$ está normado por AGMA sin embargo lo usual es el empleo $\phi = 20^\circ$ ya que en la mayoría de las empresas y talleres no tienen disponibles aun herramientas para el tallado de engranajes con $\phi = 25^\circ$, aparte de que la casi totalidad de la maquinaria más moderna instalada ha sido fabricada con $\phi = 20^\circ$, en el

caso analizado esto no tiene significación ya que los dientes son colados.

La elevación del ángulo de presión a $\varphi = 25^\circ$ da la posibilidad de reducir el número de dientes mínimo sin que se produzca interferencia a 12 dientes, esto por un lado ofrece la enorme ventaja de que se pudieran mantener las dimensiones originales de las ruedas con una elevación del módulo del dentado lo que implicará una elevación consecuente de la resistencia, por otro lado el empleo de menor número de dientes hace que la forma del diente sea mas desfavorable, sin embargo el efecto de incremento del tamaño del diente producto del incremento del módulo prevalece con relación a la modificación desfavorable de la forma y el diente en definitiva quedará mucho mas resistente a la fractura. La resistencia superficial se verá incrementada también producto del incremento del ángulo de presión y disminuida por la reducción del factor geométrico pero el efecto resultante será favorable.

El problema que se presenta al emplear esta alternativa es que debemos mantener la distancia entre centros de las transmisiones originales y modificar lo menos posible la relación de transmisión de manera que la velocidad de giro del molino se afecta lo menos posible.

Las ecuaciones básicas para realizar este análisis son las siguientes:

La relación de transmisión:

$$m_g = \frac{Z_g}{Z_p} \quad (32)$$

De donde el número de dientes necesario en la catalina para garantizar con $Z_p = 12$, la igualdad de la relación de transmisión será:

$$Z_g = Z_p \cdot m_g \quad (33)$$

Elegidos los números de dientes se determinará que módulo se necesita en el dentado para garantizar la igualdad de la distancia entre centros. La distancia entre los centros de los ejes conductor y conducido de una transmisión por engranes de dientes rectos sin corrección se calcula por la ecuación:

$$A = \frac{Z_p + Z_g}{2} \cdot m \quad (34)$$

De donde el módulo se puede despejar para garantizar que la distancia entre centros sea igual que la original. Como los dientes serán fundidos el módulo no tiene que ajustarse a los módulos normados puesto que los dientes no van a ser maquinados.

Es necesario aclarar que el número de dientes de la catalina tiene que ser necesariamente par ya que la misma se va a fundir en dos mitades y en los planos divisores tiene que quedar un espacio entre dientes, no puede quedar un diente.

Tabla 32. Valores de los números de dientes y módulos de las ruedas

Fundidas con dientes de $\phi = 25^\circ$

Molin o	Dista ncia entre centr os A - mm	Datos originales					Nuevos datos				
		Z _p	Z _g	m _g	n _g r.p. m.	m mm	Z _p	Z _g	m _g	n _g r.p. m.	m mm
4'x 8'	1126. 07	1 5	11 8	7.8 7	22. 32	16. 93	12	94	7.8 3	22.4 1	21.2 466
5'x 8'x 8"	1513. 84	1 7	13 2	7.7 7	22. 53	20. 32	12	92	7.6 7	22.8 2	29.1 123
5'x 8'x 10"	1481. 67	1 7	15 8	9.2 9	22. 93	16. 93	12	11 0	9.1 7	23.2 5	24.2 896

En la Tabla 32 se muestran los resultados de los cálculos de los números de dientes y el módulo de las nuevas transmisiones y de la transmisión original y se dan los valores de velocidad de rotación de las catalinas para apreciar la diferencia.

Como se aprecia en la Tabla 32 los cambios en la transmisión originan un ligero incremento en la velocidad de giro del molino sin afectación de la distancia entre centros de la transmisión. El módulo del dentado se incrementa significativamente en todos los casos lo que eleva la resistencia a la flexión de los dientes.

El cálculo de las tensiones de flexión se realizó de la misma forma que anteriormente, manteniendo los parámetros originales W_T y F , los valores de K_v , K_a y K_m se modifican con relación a las transmisiones originales de la misma forma que en las transmisiones actuales. El módulo se modifica de acuerdo a la variación del número de dientes. Con relación al factor de tamaño del diente, se tomará $K_s = 1.1$ teniendo en cuenta que en este caso utilizaremos dientes de mayores dimensiones con posible mayor influencia de la heterogeneidad del material. El cálculo del factor geométrico J se realizó para $\phi = 25^\circ$ de la misma forma que se hizo para $\phi = 14.5^\circ$.

La relación de espesores en la circunferencia básica se calculará por la ecuación

$$\frac{S_{0_{25^\circ}}}{S_{0_{20^\circ}}} = \frac{\left(\frac{\pi}{2Z} + \text{INV}25^\circ\right)}{\left(\frac{\pi}{2Z} + \text{INV}20^\circ\right)}$$

(35)

y la relación entre los módulos a flexión:

$$\frac{W_{25^\circ}}{W_{20^\circ}} = \left(\frac{S_{0_{25^\circ}}}{S_{0_{20^\circ}}}\right)^2$$

(36)

y el factor geométrico J_{25° por la relación.

$$J_{25^\circ} = \left(\frac{W_{25^\circ}}{W_{20^\circ}} \right) J_{20^\circ}$$

(37)

En la Tabla 33 se dan los resultados del cálculo de los factores geométricos J.

En la Tabla 34 se muestra el cálculo de las tensiones de trabajo a flexión con dientes colados de $\phi = 25^\circ$ y su comparación con las tensiones de trabajo de las transmisiones originales.

Tabla 33. Factores geométricos J para los dientes de las ruedas con $\phi = 25^\circ$

Molino	Piñones				Catalinas			
	J_{20°	$S_{0_{25^\circ}/S_{0_{20^\circ}}}$	$W_{0_{25^\circ}/W_{0_{20^\circ}}}$	J_{25°	J_{20°	$S_{0_{25^\circ}/S_{0_{20^\circ}}}$	$W_{0_{25^\circ}/W_{0_{20^\circ}}}$	J_{25°
4' x 8'	0.2 55	1.1257	1.2673	0.3 23	0.4 30	1.5346	2.3548	1.0 13
5' x 8' x 10"	0.2 98	1.1405	1.3007	0.3 88	0.4 35	1.5625	2.4413	1.0 62
5' x 8' x 10"	0.2 98	1.1405	1.3007	0.3 88	0.4 40	1.6095	2.5906	1.1 40

Tabla 34. Tensiones de trabajo a flexión de las transmisiones con dientes colados con $\varphi = 25^\circ$ y su comparación con las tensiones de trabajo a flexión de las transmisiones originales

Molino	Piñones			Catalinas		
	$\sigma_{f\varphi=25^\circ}$	σ_f <i>original</i>	$\sigma_{f\varphi=25^\circ} / \sigma_{orig}$	$\sigma_{f\varphi=25^\circ}$	σ_f <i>original</i>	$\sigma_{f\varphi=25^\circ} / \sigma_{orig}$
4' x 8'	55.1 0	72.54	0.759	20.5 2	104.2 5	0.196
5' x 8' x 8"	40.2 0	68.13	0.59	15.6 0	103.5 5	0.150
5' x 8' x 10"	38.5 5	53.71	0.717	13.7 7	42.01	0.327

Como se puede apreciar de la Tabla 34 esta alternativa de solución del problema mejora de un 25 a un 40 % la situación de los piñones, ya que los inconvenientes asociados a la colada de los dientes de estos en moldes de arena son superiores a las ventajas del empleo de $\varphi = 25^\circ$ ya que como se puede apreciar de la Tabla 33 el factor geométrico de los piñones a causa del incremento del ángulo de presión es relativamente pequeño. Sin embargo la situación en las catalinas que es donde existe riesgo de

fractura se ve favorecida en todos los casos. En los molinos de 4' x 8' las tensiones de trabajo se reducen a menos de la quinta parte y en el molino de 5' x 8' x 10" las tensiones se reducen casi 1/3 del valor original. Este se debe a que el factor geométrico de las catalinas se ve muy favorecido con el incremento del ángulo de presión.

El cálculo de las tensiones de contacto se realiza por la misma ecuación (3.18) en la cual se mantienen los parámetros originales W_T , D_p , F y C_p , los valores de $C_v = K_v$, $C_a = K_a$, $C_m = K_m$, $C_s = K_s$ se toman igual que para el epígrafe anterior y $C_f = 1.2$, tal como se tomó para las transmisiones actuales. El cálculo del factor geométrico I en este caso se realizó por las mismas ecuaciones (3.20) y (3.21) para los valores nuevos de m_g (Tabla 32) y $\varphi = 25^\circ$.

En la Tabla 35 se dan los nuevos valores de I para cada molino.

Tabla 35. Valores del factor geométrico I para $\varphi = 25^\circ$

MOLINO	φ	M_G	I
4' x 8'	25°	7.83	0.1698
5' x 8' x 8"			

	25°	7.67	0.1694
5' x 8' x 10"	25°	9.17	0.1727

En la Tabla 36 se muestran los valores de las tensiones de contacto y su comparación con los valores de las tensiones de contacto de la transmisión original.

Como se aprecia las tensiones de contacto se mantienen prácticamente con relación a las transmisiones originales.

Tabla 36. Tensiones de contacto para las transmisiones con dientes colados con $\varphi = 25^\circ$ y su comparación con las tensiones de contacto de las transmisiones originales

Molino	$\sigma_{c\varphi=0}$	$\sigma_{coriginal}$	$\sigma_{c\varphi=0} / \sigma_{coriginal}$
4' x 8'	634.51	639.49	0.992
5' x 8' x 8"	569.37	584.22	0.974
5' x 8' x 10"	549.27	495.63	1.10

En las Tablas 37 y 38 se muestra un resumen de las tensiones de trabajo a flexión y al contacto respectivamente y la evaluación de la reserva de resistencia que se obtiene de acuerdo con el material que se emplee en cada caso. Como se aprecia de estas Tablas la reserva obtenida en todos los casos es aceptable, excepto en el caso de las ruedas con dientes colados en moldes de arena en los cuales no sería conveniente el empleo del hierro forjado, ni el hierro maleable ya que la reserva de resistencia al contacto que garantizan estos materiales es muy pequeña y el desgaste de los dientes en cualquier circunstancia sería muy intenso lo que condicionaría a la larga la elevación de las tensiones de flexión y la fractura de los dientes.

Como se aprecia de las mismas Tablas en general las mejores alternativas desde el punto de vista del material en el caso de las catalinas son el hierro nodular y el acero fundido que son los materiales que garantizan un incremento más notable de la resistencia y durabilidad en todos los casos. De las Tablas también se aprecia que el empleo de la corrección del dentado mejora la reserva de resistencia en todos los casos, sin embargo no consideramos que la alternativa sea mucho más tentadora que las ruedas fresadas con fresa de forma, ya que para emplear la corrección los tamaños de las ruedas crecen ligeramente lo que representa un mayor peso y por lo tanto un mayor

consumo de material y el proceso tecnológico es un poco más costoso por lo que económicamente esta alternativa no necesariamente es la mejor.

En la Tabla 39 se dan los parámetros geométricos de la transmisión con ruedas fresadas con fresa de forma de $\varphi = 20^\circ$ y en la Tabla 40 se dan los datos para dibujar el perfil de los dientes de estas ruedas.

En las Tabla 41 y 42 se dan los parámetros geométricos de la transmisión y de las ruedas con ruedas fresadas con fresa sinfín y dientes corregidos y en la Tabla 43 se dan los datos para dibujar el perfil de los dientes de estas ruedas.

Finalmente en la Tabla 44 se dan los parámetros geométricos de las ruedas con dientes fundidos en moldes de arena con $\varphi = 25^\circ$.

Tabla 37 Análisis de la reserva de resistencia a flexión obtenible en cada una de las alternativas

de solución de acuerdo con el material a emplear

Alternativa de solución	Material Clase AGMA	Tensiones Admisibles a flexión MPa $\sigma_{f,adm}$	Tensiones de trabajo a flexión: reservas de resistencia											
			Rueda y molino											
			Molino 4' x 8				Molino 5' x 8' x 8"				Molino 5' x 8' x 10"			
			Piñón		Catarina		Piñón		Catarina		Piñón		Catarina	
			σ_f MPa	n	σ_f MPa	n	σ_f MPa	n	σ_f MPa	n	σ_f MPa	n	σ_f MPa	n
Ruedas fresadas con fresa de forma	Hierro maleable A-8-i	145		--		3.1		--		3.32		--		3.45
	Hierro nodular A-7-C	220	61.73	--	47.03	4.67	54.41	--	43.56	5.05	53.71	--	42.01	5.23

de $\varphi = 20^\circ$	Acero fundido A-1	230		--		4.8 9		--		5.2 8		--		5.4 7
	Acero fundido A-3	250		4.0 4		—		4.6		—		4.6 5		—
Ruedas generadas con cremallera o fresa sin fin de $\varphi = 20^\circ$ con corrección del dentado	Hierro maleable A-8-i	145		--		3.4		--		3.7		--		3.7 2
	Hierro nodular A-7-C	220	37. 28	--	42. 75	5.1 4	33. 29	--		5.5 3	32.8 7	--	38. 94	5.6 5
	Acero fundido A-1	230		--		5.3 8		--		5.7 8		--		5.9 0
	Acero fundido A-3	250		6.7		—		7.5		—		7.6		—

Ruedas con dientes colados en moldes de arena con dientes de $\varphi = 25^\circ$	Hierro maleable A-8-i	145	55. 10	--	20. 52	7.0 6	40. 20	--	15. 60	9.3	38.5 5	--	13. 77	10. 53
	Hierro nodular A-7-C	220		--		10. 72		--		14. 10		--		15. 90
	Acero fundido A-1	230		--		11. 20		--		14. 72		--		16. 70
	Acero fundido A-3	250		4.5 3		—		6.2 1		—		6.5		—

Tabla 38 Análisis de la reserva de resistencia superficial obtenible en cada un de las alternativas de solución de acuerdo con el material a emplear

Alternati va de solución	Material Clase AGMA	Tensio nes Admisi bles al contact o $\sigma_{c,adm}$ MPa	Tensiones de trabajo al contacto. Reservas de resistencia.					
			Molino					
			4' x 8'		5' x 8' x 8''		5' x 8' x 10''	
			σ_c - MPa	n	σ_c - MPa	n	σ_c - MPa	n
Ruedas fresadas con fresa de forma de $\varphi = 20^\circ$	Hierro maleable A-8-i	663	555.74	1.20	508.27	1.30	262.75	1.21
	Hierro nodular A-7-c	679.25		1.22		1.33		1.24
	Acero fundido A-1	679.25		1.22		1.33		1.24
Ruedas generad as con	Hierro maleable A-8-i	663		1.29		1.41		1.43

cremallera o fresa sin fin de $\varphi = 20^\circ$ con corrección del dentado	Hierro nodular A-7-c	679.25	514.79	1.32	469.13	1.45	464.41	1.46
	Acero fundido A-1	679.25		1.32		1.45		1.46
Ruedas con dientes colados en moldes de arena con dientes de $\varphi = 25^\circ$	Hierro maleable A-8-i	663	634.51	1.05	569.37	1.6	549.27	1.207
	Hierro nodular A-7-c	679.25		1.07		1.20		1.23
	Acero fundido A-1	679.25		1.07		1.20		1.23

Tabla 39. Parámetros de las ruedas con dientes fresados con fresa de forma de $\phi = 20$

Parámetro	Designación	Unidad	<u>Piñón</u> Fresado con fresa de forma de $\phi = 20$. Molino de barras 4' x 8'	<u>Catalina</u> Fresado con fresa de forma de $\phi = 20$. Molino de barras 4' x 8'	<u>Piñón</u> Fresado con fresa de forma de $\phi = 20$. Molino de barras 5' x 8' x 8"	<u>Catalina</u> Fresado con fresa de forma de $\phi = 20$. Molino de barras 5' x 8' x 8"	<u>Piñón</u> Fresado con fresa de forma de $\phi = 20$. Molino de barras 5' x 8' x 10"	<u>Catalina</u> Fresado con fresa de forma de $\phi = 20$. Molino de barras 5' x 8' x 10"
Número de dientes	Z	--	15	118	17	132	17	158
Paso diametral	P	Pulg	1.5	1.5	1.25	1.25	1.5	1.5
Paso	P	mm	53.198	53.198	63.837	63.837	53.198	53.198

circular								
Modulo	M	mm	16.933	16.933	20.32	20.32	16.933	16.933
Coeficiente de corrección del diente	ξ	--	0	0	0	0	0	0
Diámetro exterior	D _e	mm	281.09	2025.22	386.08	2722.88	321.73	2709.3
Diámetro de circunferencia de paso	D _p	mm	254.0	1998.13	345.44	2682.24	287.87	2675.47
Diámetro de raíz	D _i	mm	220.13	1964.26	294.64	2631.44	245.54	2633.14
Sistema de	--	--	Recortad	Recortad	Altura Completa	Altura completa	Altura completa	Altura Completa

dentado			o	o				
Altura total del diente	h	mm	304.8	30.48	45.72	45.72	38.099	28.099
Altura de la cabeza	ha	mm	13.547	13.547	20.32	20.32	16.933	16.933
Espesor del diente en la circunferencia de paso	S _p	mm	26.599	26.599	31.9185	31.9185	26.599	26.599
Angulo del dentado	φ	Grados	20°	20°	20°	20°	20°	20°

Tablas 40. Dimensiones para el dibujo del perfil del diente

Ruedas fresadas con fresa de forma de $\varphi = 20^\circ$

<u>Rueda</u> Parámetro	Piñón no 4'x 8'	Catalina Molino 4'x 8'	Piñón Molino 5'x 8'x 8"	Catalina Molino 5'x 8'x 8"	Piñón Molino 5'x 8'x 10"	Catalina Molino 5'x 8'x 8"
Número de dientes Z	15	118	17	132	17	158
Angulos φ_z	24°	3.05°	21.17 64°	2.727 3°	21.176 4°	2.2785 °
Diámetro exterior D _e mm	281. 09	2025 .22	386.0 8	2722. 88	321.73	2709.3 3
Espesor exterior	15.2 0	16.4 7	13.69	16.58	11.41	13.91

S _e - mm						
Diámetro de circunferencia de paso D _p - mm	254	1998 .13	345.4 4	2682. 24	287.87	2675.4 7
Espesor en la circunferencia de paso S _p - mm	26.5 99	26.5 99	31.91 85	31.91 85	26.599	26.599
Diámetro circunferencia interior de trabajo en los piñones D ₁ –mm en los piñones circunferencia básica D _o mm	238. 68	1971 .04	324.6 1	2641. 60	270.51	2641.6 0

Espesor interior de trabajo Si- mm	28.5 5	35.4 4	34.83	45.12	29.03	37.82
Radio de pie del diente R_f mm	6.77	6.77	8.13	8.13	6.77	6.77

Tabla 41. Parámetros de la transmisión con ruedas corregidas y dimensiones de los dientes de las ruedas

Rueda	Z	m mm	D _p mm	ξ	S _p mm	A _ξ =0 mm	ξ _o	λ _o	A _ξ mm	A	v	D _o mm	S _o mm	D _e mm	S _e mm	D _m mm	S _m Mm	D _i mm	S _i Mm	h mm	h _a mm
Piñón Molin o 4'x 8'	15	16 .9	254	0. 66	37 .73	11 26	0. 03	0. 03	116 2.08	2.1 27	0. 23	238. 68	36 .19	302. 33	10 .59	---	--	234. 02	---	34 .16	24 .16

Catalina Molino 4'x 8'	118	33	1998.13	1.75	47.5	.06	54887	198892		3	37	1877.63	--	2081.69	13.45	2047.53	28.6	2013.37	41.90	34.16	34.16
Piñón Molino 5'x 8' x 8"	17	20	345.44	0.693	42.17		0.03	0.03	1564.30	2.483	0.0426	324.6	44.46	412.51	7.35	—	—	322.80	—	44.85	33.53
Catalina Molino 5'x 8'x 8"	132	.32	2682.24	1.833	59.03	.84	060	33368				2520.48	—	2795.64	12.47	2750.79	32.68	2705.93	50.57	44.85	44.83

Piñón Molin o 5'x 8'x10''	1 7	16 .9 33	28 7. 87	0. 6 9	35 .1 4	14 81	0. 02	0. 02	152 0.84	2.3 13	0. 21	27 0. 51	37 .0 5	338	10 .4 0	—	—	26 9	—	34 .5	25 .0 1
Catali na Molin o 5'x 8'x10''	1 5 8		26 75 .4 7	1. 8 3 3	49 .1 9	.6 7	88 68	64 38 17			27 33	25 14 .1 2	—	276 4.21	13 .6 9	27 29 .7 1	28 .6	26 95 .2 1	42 .1 2	34 .5	34 .5 0

Tabla 42. Parámetros de las ruedas con dientes generados y corregidos

Parámetros	Designación.	Unidades	<u>Piñón</u> Generado con cremallera o fresa sinfín de $\varphi = 20$. Con corrección del dentado. Molino de barras	<u>Catalina</u> Generada con cremallera o fresa sinfín de $\varphi = 20$. Con corrección del dentado. Molino de barras 4' x 8'	<u>Piñón</u> Generado con cremallera o fresa sinfín de $\varphi = 20$. Con corrección del dentado. Molino de barras 5' x 8' x	<u>Catalina</u> Generada con cremallera o fresa sinfín de $\varphi = 20$. Con corrección del dentado. Molino de barras 5' x 8' x	<u>Piñón</u> Generado con cremallera o fresa sinfín de $\varphi = 20$. Con corrección del dentado. Molino de barras 5' x 8' x	<u>Catalina</u> Generada con cremallera o fresa sinfín de $\varphi = 20$. Con corrección del dentado. Molino de barras 5' x 8' x
-------------------	---------------------	-----------------	---	--	---	--	---	--

			4' x 8		8"	8"	10"	barras 5' x 8' x 10"
Número de dientes	Z	--	15	118	17	132	17	158
Paso diametral	P	Pulg.	1.5	1.5	1.25	1.25	1.5	1.5
Paso circular	p	mm	53.198	53.198	63.837	63.837	53.198	53.198
Modulo	m	mm	16.933	16.933	20.32	20.32	16.933	16.933
Coeficiente de corrección del diente	ξ	--	0.66	1.7	0.693	1.833	0.693	1.833
Diámetro								

o exterior	D _e	mm	302.33	2081.69	412.51	2795.64	338	2764.21
Diámetro de circunferencia de paso	D _p	mm	254.0	1998.13	345.44	2682.24	287.87	2675.47
Diámetro de raíz	D _i	mm	234.02	2013.37	322.80	2705.93	269.0	2695.21
Sistema de dentado	--	--	Altura Completa	Altura Completa	Altura Completa	Altura Completa	Altura Completa	Altura Completa
Altura total del diente	h	mm	34.16	34.16	44.85	44.85	34.5	34.5
Altura de la	ha	mm	24.165	34.16	33.535	44.85	25.07	34.5

cabeza								
Espesor del diente en la circunfe rencia de paso	S_p	mm	37.73	47.55	42.17	59.03	35.14	49.19
Angulo del dentado	ϕ	grad os	20°	20°	20°	20°	20°	20°

Tablas 43. Dimensiones para el dibujo del perfil del diente. Ruedas generadas con cremallera o fresa sin fin de $\varphi = 20^\circ$ y con corrección del dentado

<u>Rueda</u> Parámetro	Piñón molino 4'x 8'	Catalina Molino 4'x 8'	Piñón Molino 5'x 8'x 8"	Catalina Molino 5'x 8'x 8"	Piñón Molino 5'x 8'x 10"	Catalina Molino 5'x 8'x 8"
Número de dientes Z	15	118	17	132	17	158
Ángulos φ_z	24°	3.05°	21.17 64°	2.727 3°	21.176 4°	2.2785°
Diámetro exterior D_e mm	302. 33	2081 .69	412.5 1	2795. 64	338.0	2764.2 1
Espesor exterior S_e - mm	10.5 9	13.4 5	7.35	12.47	10.40	13.69

Diámetro de circunferencia de paso en las catalinas diámetro medio del diente D _p - mm	254. 0	2047 .53	345.4 4	2750. 79	287.87	2729.7 1
Espesor en la circunferencia de paso. En las catalinas espesor medio del diente S _p - mm	37.3 7	28.6	42.17	32.68	35.14	28.6
Diámetro circunferencia interior de trabajo D ₁ –	238. 68	2013 .37	324.6 0	2705. 93	270.51	269.21

mm en los piñones circunferencia Básica D_o - mm						
Espesor interior de trabajo en los piñones espesor circunferencia básica – mm S_i – mm	36.1 9	41.1 9	44.46	50.57	37.05	42.12
Radio de pie del diente R_f - mm	6.77	6.77	8.13	8.13	6.77	6.77
Diámetro de circunferencia de raíz, D_i	234. 02	2013 .37	322.8 0	2705. 93	269	2695.2 1

Tabla 44. Parámetros de las ruedas con dientes fundidos en moldes de arena

Parámetro	Designación.	Unidades	<u>Piñón</u> Dientes fundidos en moldes de arena. Molino de barras 4' x 8'	<u>Catarin</u> <u>a</u> Dientes fundidos en moldes de arena Molino de barras 4' x 8'	<u>Piñón</u> Dientes fundidos en moldes de arena. Molino de barras 5' x 8' x 8"	<u>Catarin</u> <u>a</u> Dientes fundidos en moldes de arena. Molino de barras 5' x 8' x 8"	PIÑON Dientes fundidos en moldes de arena. Molino de barras 5' x 8' x 10"	CATARI NA Dientes fundidos en moldes de arena Molino de barras 5' x 8' x 10"
Número de dientes	Z	--	12	94	12	92	12	110
Paso diametral	P	Pulg	1.1955	1.1955	0.8725	0.8725	1.0457	1.0457
Paso circular	p	mm	66.7483	66.7483	91.4592	91.4592	76.3082	76.3082

Modulo	m	m m	21.2466	21.2466	29.1123	29.1123	24.2896	24.2896
Coeficiente de corrección del diente	ξ	--	0	0	0	0	0	0
Diámetro exterior	D _e	m m	297.45	2039.67	407.57	2736.55	340.05	2720.44
Diámetro de circunferencia de paso	D _p	m m	254.96	1997.18	349.35	2678.33	291.48	2671.86
Diámetro de raíz	D _i	m m	201.84	1944.06	276.57	2605.55	230.75	2611.14
Sistema de	--	--	Altura Complet	Altura completa	Altura completa	Altura completa	Altura completa	Altura completa

dentado			a					
Altura total del diente	h	m m	47.8049	47.8049	65.5027	65.2027	54.6516	54.6516
Altura de la cabeza	ha	m m	21.2466	21.2466	29.1123	29.1123	24.2896	24.2896
Espesor del diente en la circunferencia de paso	S _p	m m	33.3741	33.3741	45.7296	45.7296	38.154	38.154
Angulo del dentado	φ	grados	25°	25°	25°	25°	25°	25°

3. Conclusiones.

Como resultado del análisis realizado se pueden formular las siguientes conclusiones:

1. En la transmisión de los molinos de 4'x 8'y 5'x 8'x 8" se utilizó un dentado con ángulo de presión de 14.5° , lo cual en la actualidad se considera obsoleto ya que no favorece la resistencia de las transmisiones.
2. En las catalinas de las transmisiones originales se utilizó como material para su fabricación un hierro fundido gris de baja dureza ($HB \cong 240$) que se corresponde según AGMA con el hierro fundido maleable A – 8 – i el cual no asegura en general una buena reserva de resistencia a la fractura por fatiga a flexión de los dientes.
3. El hierro fundido mencionado, utilizado en la fabricación de las catalinas tampoco garantiza una buena resistencia superficial de la transmisión siendo las tensiones de trabajo casi iguales a las admisibles. Esta situación condiciona un elevado desgaste de los dientes que conduce a la elevación de las tensiones de flexión y a la fractura de los dientes en un plazo inferior a los 10^9 ciclos.

4. En las transmisiones actuales se utilizaron ruedas con los dientes formados mediante colado en moldes de arena lo que solo se recomienda en ruedas dentadas destinadas a trabajos burdos y con velocidades periféricas inferior a los 2 m/s y no en un caso como el analizado en el cual se transmiten grandes cargas en condiciones dinámicas y de trabajo severos y con velocidades periféricas superiores a los 3 m/s.
5. Esta situación asociada al hecho de que no se realizaron cambios en la geometría de los dientes, ni en las propiedades mecánicas de los materiales han condicionado que las tensiones de trabajo a flexión, a causa del empeoramiento de un conjunto de factores de la transmisión, resulten mayores que las admisibles reduciéndose la vida de servicio desde el punto de vista de la fatiga a flexión a unos pocos meses.
6. La resistencia superficial de las transmisiones actuales se ha visto también muy perjudicada por la situación anterior intensificándose por lo tanto el proceso de desgaste de las catalinas y favoreciéndose la fractura de los dientes.
7. Queda claro que para la transmisión original la causa de la falla relativamente prematura de los dientes se debe a una elección inadecuada de la geometría de los dientes y del material de las catalinas agravado sensiblemente por las severas condiciones de trabajo y en el caso de la

transmisión actual se incluye además una elección inadecuada de la tecnología de conformación del dentado.

8. Se hace necesario el empleo de un material para la fabricación de las catalinas de mejores cualidades que el material original. Cualquiera de las alternativas propuestas es adecuada para resolver el problema, aunque las variantes mas atractivas son el empleo del hierro nodular o del acero fundido. Es de destacar que ninguna de estas constituye por sí sola solución del problema con los dientes de las ruedas colados.
9. El empleo de dientes fresados con fresa de forma de $\phi = 20^\circ$ en lugar del sistema de 14.5° que era utilizada en las ruedas de las transmisiones originales de los molinos de 4'x 8' y 5'x 8'x 8" reduce las tensiones de trabajo a flexión de los piñones entre un 15-20% y de las catalinas a menos de la mitad y las tensiones de contacto en 13% con el consiguiente incremento de la resistencia y durabilidad de las transmisiones razón por la cual se sugiere que se maquinen los dientes con el sistema de $\phi = 20^\circ$.
10. El empleo de la corrección del dentado mejora aun más la capacidad de carga y la durabilidad de las transmisiones con relación al empleo del tallado con fresa de forma, sin embargo, en el caso de las catalinas la reducción de las tensiones de flexión sólo alcanza por este concepto un 10% adicional, por lo que es cuestionable su empleo a causa del incremento en el consumo de material debido al incremento

en el tamaño de las ruedas que implica el empleo de esta tecnología y lo más costosa de la misma. En el caso de las tensiones de contacto la reducción de las tensiones de trabajo tampoco supera el 20%.

11. En el caso de que no sea posible, por no disponer de la tecnología para el maquinado de los dientes, es factible el empleo de dientes colados en moldes de arena, pero en este caso se hace necesario el empleo de $\phi = 25^\circ$, lo cual permite reducir el número de dientes del piñón a 12 y aumentar el módulo del dentado, lo cual conduce a lograr una reserva de resistencia aceptable tanto a flexión como al contacto sobre todo con el empleo de hierro nodular ó acero fundido en la fabricación de las catalinas. La durabilidad esperada en este caso tampoco debe ser excesivamente grande a causa de que la intensidad de desgaste será similar a la actual, sin embargo como el diente es más robusto no sufrirá la fractura tan prematuramente.

12. Como recomendación, resultaría conveniente el mejoramiento de las cualidades del lubricante empleado utilizando por ejemplo Castrol Unilube BG, ideal para transmisiones abiertas fuertemente cargadas, sin embargo, esto sería efectivo sólo si se mejora la protección de las ruedas del polvo diseñando una coraza protectora.

4. Bibliografía.

1. Dobrovolski V. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial MIR, 1975.-- 692 p.
2. Fukunaga K. Grease for gear lubrication. Lubricant. Engineering. Sept. 1990. Pág 557-564.
3. Feldespato Industriales del Tolima Ltda. Plan de Manejo Ambiental. 1996.
4. Golubev, Y. Teoría de Máquinas y Mecanismos. La Habana: Pueblo y Educación. 1980.
5. GOST 21354-75. Transmisiones dentadas envolventes cilíndricas. Cálculo de resistencia. Vigente desde 1975.
6. Kent, Mechanical Engineers Handbook. Design and Production. 1964.
7. Shigley J.E. y Mischke Ch.R. Diseño en Ingeniería Mecánica. Quinta edición. España: Mc Graw Hill, 1997. p. 883.

Caso No. 14. Análisis de la Avería por Calentamiento del Multiplicador de la Bomba del Sistema Contra Incendios de la CTE “Carlos M. de Céspedes” de la ciudad de Cienfuegos

Autores:

Dr. Rafael Goytisoló Espinosa¹, M.Sc. Flor Fernández Martínez², Ing. Israel García Rodríguez³.

1 – Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

2 – M.Sc., Ingeniera Mecánica. Colaboradora. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

3 – Ingeniero Termoenergético. Especialista de la Central Termoeléctrica “Carlos M. de Céspedes”.

1. Introducción.

La introducción de la quema de Crudo Cubano en la Central Termoeléctrica “Carlos Manuel de Céspedes” de Cienfuegos en el año 2002 impuso nuevos cambios en el Sistema de Protección contra Incendios de toda la Planta. Se aumentaron las redes de agua y de espuma, se habilitaron tres anillos de agua de enfriamiento en cada uno de los tanques de combustibles de 10 000 m³ y se aumentaron las cantidades de hidrantes.

Producto de todos estos cambios, las bombas originales del sistema quedaron obsoletas, pues según el estudio realizado por la APCI (Agencia de Protección Contra Incendios) se requerían dos bombas de 155 l/s, con una carga de 150 m de agua cada una. Por razones de confiabilidad del sistema de bombeo, una de estas bombas debía estar movida por un motor eléctrico y la otra por un motor Diesel de combustión interna.

Los Proyectos Hidráulicos, Mecánicos y Eléctricos fueron realizados por los técnicos de la Central Termoeléctrica “Carlos Manuel de Céspedes”. Las bombas con sus motores y pizarras de control fueron suministradas por la firma H. A. Ingenieros S.A. con casa matriz en México y una sucursal en La Habana.

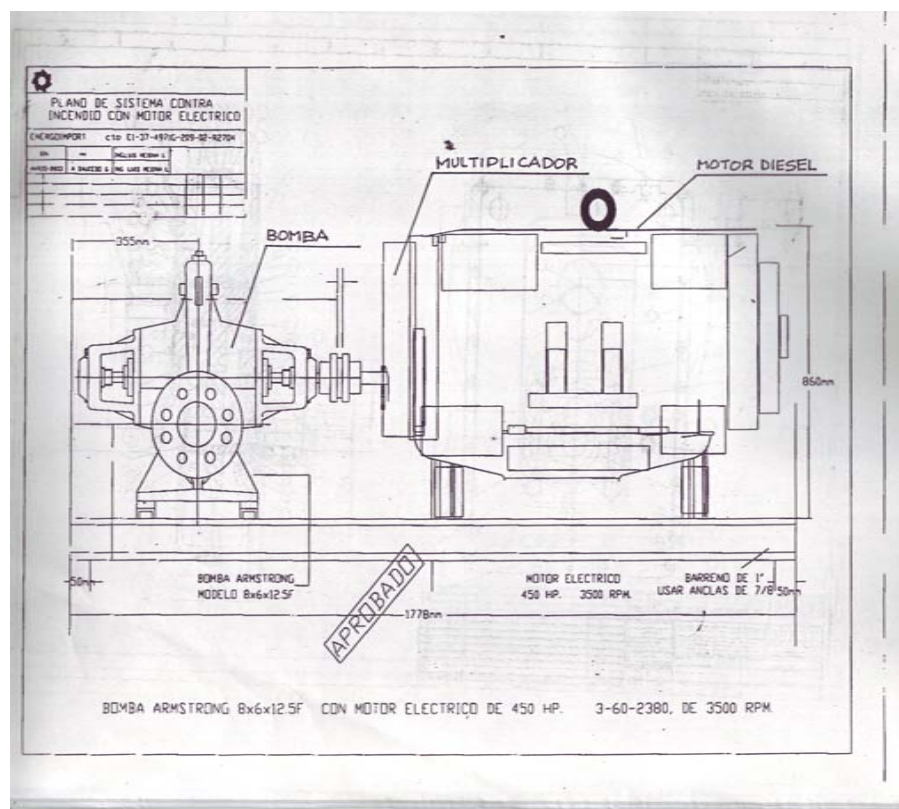
El montaje y las pruebas de la instalación se realizaron igualmente por los especialistas de la Central Termoeléctrica en presencia de los representantes de la Firma Suministradora. La bomba accionada por motor eléctrico pasó la etapa de prueba inicial sin dificultades, no siendo así con la bomba accionada con motor Diesel en la cual la situación fue diferente. El motor Diesel es de la marca Detroit Diesel C. D. de 8 cilindros con velocidad nominal de giro a 2 500 rpm y la bomba es de la marca Armstrong con velocidad de giro a 3 575 rpm, ambos equipos fabricados en USA. Esta diferencia de velocidades obligó a los suministradores a incorporar un multiplicador con relación de transmisión.

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{2\,500}{3\,575} = 0,7$$

El multiplicador incorporado es de la firma DURST, también norteamericana. En la Fig. 1 se muestra un plano de la bomba accionada por Motor Diesel.

Durante las pruebas realizadas a la instalación se observó una elevación considerable de la temperatura de la pared del multiplicador y se produjo escape del aceite del mismo hacia el exterior unido con vapores del lubricante. Con posterioridad a las corridas de prueba se realizó el desarme del mismo observándose daños en los sellos, rodamientos y en el lubricante. Ante esta situación problemática y teniendo en cuenta que la instalación se encontraba en garantía se inició una investigación conjunta entre la Central Termoeléctrica “Carlos Manuel de Céspedes” y la Facultad de Mecánica de la Universidad “Carlos Rafael Rodríguez”, cuyo objetivo fue:

- Analizar las causas del calentamiento excesivo del



Multiplicador de la Bomba de Agua del Sistema Contra Incendios de la CTE “Carlos Manuel de Céspedes”, para fundamentar la reclamación a la Firma Suministradora.

Fig. 1 Plano de la bomba accionada por motor Diesel

2. Desarrollo

Corridas de prueba de la Bomba con motor Diesel.

De las corridas de pruebas realizadas se recopiló la siguiente información:

- La temperatura en la pared del multiplicador se midió mediante un pirómetro óptico cuyas especificaciones son las siguientes:

INFRARED THERMOMETER

MODEL CMAC 4200-SL, SERIAL N⁰ 008

TEMPERATURE RANGE 30 to 900⁰C

SKF, GERMANY, 1999

- Las velocidades de rotación se midieron con ayuda de un equipo medidor de vibraciones y velocidad que tiene las siguientes especificaciones técnicas:

VIBROTEST 60

DK-2850 Naerum

Brüel & Kjaer, Schenk CMS A/S

Vibro GmbH D-64293 Darmstadt, 2002

En la Tabla 1 se dan los resultados de la primera corrida de prueba.

Tabla 1 Resultado de la primera corrida de prueba.

Fecha	Incidencias	Tiempo de duraci3n de la corrida (min.)	Temperatura pared del multiplicador 0C	RP M Diesel	RP M Bomba
15/ 7/ 2004	Arrancada del diesel acoplado a la bomba con carga	25	94	2 500	3575
15/ 7/ 2004	Arrancada del diesel acoplado a la bomba con carga	15	114	2 500	3 575
23/ 9/ 2004	Arrancada del diesel acoplado a la bomba con carga	30	126	2 500	3 575
24/ 9/ 2004	Arrancada del diesel acoplado a la bomba con carga. El aceite del multiplicador	60	200	2 500	3 575

	salió al exterior a través de los sellos del árbol de salida. Vapores de la grasa				
30/ 9/ 2004	Arrancada del diesel acoplado a la bomba con carga. El aceite del multiplicador salió al exterior a través de los sellos del árbol de salida. Vapores de la grasa	45	134	2 500	3 575

Con posterioridad a esta corrida se procedió a desarmar la parte de salida del multiplicador la cual incluye el árbol de salida con sus sellos y rodamientos y la rueda conducida del multiplicador.

En la inspección se detectaron los siguientes daños por las altas temperaturas alcanzadas:

1. Dañados los dos sellos del árbol de salida del multiplicador.
2. Cambio de coloración de los dos rodamientos (Nº 6209) del árbol de salida.
3. Grasa de lubricación de los rodamientos quemada.

En la inspección se comprobó además que la rueda conductora con sus rodamientos y ejes no sufrieron daños por las altas temperaturas.

Con posterioridad a los daños ocurridos por las altas temperaturas la firma suministradora recomendó un nuevo aceite y nueva grasa, las especificaciones de las mismas son las siguientes:

Aceite: EPX 80WX/90
 API GL-5
 US MILITARY MIL-L-21050
 Grasa: CASTROL LMX

En la Tabla 2 se muestran los resultados de esta corrida.

Tabla 2 Resultados de la segunda corrida de prueba.

Fecha	Incidencias	Tiempo de duración de la corrida (min.)	Temperatura pared del multiplicador °C	RP M Diesel	RP M Bomba
13/12/04	Arrancada del diesel acoplado a la	5	42	2500	3575

Fecha	Incidencias	Tiempo de duración de la corrida (min.)	Temperatura pared del multiplicador °C	RP M Diesel	RP M Bomba
	bomba con carga				
13/1 2/04	Arrancada del diesel acoplado a la bomba con carga	10	57	2 500	3 575
13/1 2/04	Arrancada del diesel acoplado a la bomba con carga	15	65	2 500	3 575
13/1 2/04	Arrancada del diesel acoplado a la bomba con carga.	20	77	2 500	3 575
13/1 2/04	Arrancada del diesel acoplado a la bomba con carga.	25	83	2 500	3 575
13/1 2/04	Arrancada del diesel acoplado a la bomba con carga	30	90	2 500	3 575
13/1 2/04	Arrancada del diesel acoplado a la bomba con carga	35	98	2 500	3 575
13/1 2/04	Arrancada del diesel acoplado a la bomba con carga	40	102	2 500	3 575

Fecha	Incidencias	Tiempo de duración de la corrida (min.)	Temperatura pared del multiplicador °C	RP M Diesel	RP M Bomba
13/12/04	Arrancada del diesel acoplado a la bomba con carga	45	120	2500	3575
13/12/04	Arrancada del diesel acoplado a la bomba con carga	50	127	2500	3575

En esta ocasión no se presentaron los daños anteriores, pero evidentemente no se resuelve el problema del calentamiento del multiplicador.

El aceite utilizado en las primeras corridas de pruebas SAE 90 API GL-1 no es el idóneo para nuestras condiciones de trabajo. Para condiciones de trabajo como las que se analizan, en las que predominan altas cargas con altas velocidades de rotación la API recomienda aceites GL-5 y GL-6. Evidentemente la firma suministradora se percató de esto y suministró para la segunda corrida de prueba el aceite GL-5 lo que no resolvió el problema de las altas temperaturas como se puede ver en la Tabla 2 donde se muestran los resultados de la segunda corrida de prueba.

Determinación de la temperatura de equilibrio térmico del multiplicador.

Las pérdidas de potencia de un multiplicador o reductor de velocidad se transforman en calor. Esta cantidad de calor que se genera en el interior del multiplicador aumenta la temperatura de sus diferentes componentes. A medida que esto sucede se establece un gradiente de temperatura que permite transferir parte del calor hacia el exterior por convección y radiación.

En la medida que la temperatura del sistema se continúa elevando, el gradiente se hace mayor y la capacidad de transferir el calor hacia el exterior se eleva. Este proceso de elevación de la temperatura del sistema continúa hasta que se alcance un gradiente de temperatura ΔT_e correspondiente al equilibrio térmico capaz de transferir al exterior todo el calor que se genera, donde:

$$\Delta T_e = T_e - T_a \quad (^\circ\text{C}) \quad (1)$$

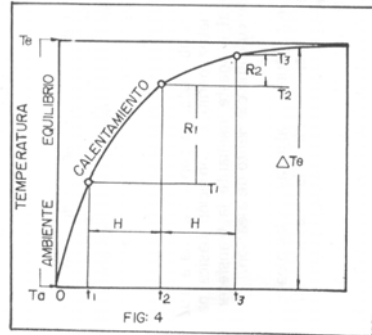
Donde:

T_e – temperatura de equilibrio

T_a – temperatura ambiente

Durante la prueba de un multiplicador o reductor de velocidad conviene estimar la temperatura de equilibrio sin necesidad de exponer al sistema a posibles deterioros por elevación indiscriminada de la temperatura, la cual, si el multiplicador está mal diseñado o mal seleccionado puede alcanzar valores del orden de cientos de grados Celsius.

Para estimar la temperatura de equilibrio uno de los autores del presente trabajo ha propuesto en el trabajo¹⁶ el siguiente procedimiento: La temperatura de equilibrio se puede estimar



sobre la base de las mediciones de temperatura del sistema en períodos cortos de tiempo. Se necesita medir la temperatura en tres momentos de tiempo: t_1 , t_2 , t_3 , los cuales tienen que estar separados entre sí intervalos iguales de tiempo H tal como se muestra en la Fig. 2

Fig. 2 Estimación de la temperatura de equilibrio

Los incrementos de temperatura durante los dos periodos intermedios serán:

$$R_1 = T_2 - T_1 \quad (^\circ\text{C}) \quad (2)$$

$$R_2 = T_3 - T_2 \quad (^\circ\text{C}) \quad (3)$$

Y la temperatura de equilibrio se puede estimar entonces por la siguiente ecuación:

$$T_e = T_3 + \frac{R_2^2}{R_1 - R_2} \quad (^\circ\text{C}) \quad (4)$$

Este proceso se hace necesario repetirlo durante varias veces para poder obtener una temperatura de equilibrio estimada media, pues con una o con pocas mediciones los pequeños

errores en la medición de las temperaturas inciden significativamente. Esta temperatura de equilibrio se alcanza realmente después de un tiempo mas o menos prolongado de operación. Este procedimiento permite estimarla después de periodos cortos de prueba y tomar entonces con los resultados las decisiones correspondientes.

En la Tabla 3 se dan los resultados de las mediciones y los cálculos de la temperatura estimada de equilibrio.

Tabla 3 Mediciones de las temperaturas y cálculos de la temperatura de equilibrio					
T ₁ °C	T ₂ °C	T ₃ °C	R ₁ °C	R ₂ °C	T _{eq} °C
77	112	144	35	32	485
129	150	170	21	20	570
162	190	216	28	26	554
68	100	130	32	30	580
58	90	120	32	30	570

Cálculo de la temperatura estimada media de equilibrio

$$T_{e_{quil. media}} = \frac{T_{e_1} + T_{e_2} + T_{e_3} + T_{e_4} + T_{e_5}}{5} \quad (^{\circ}C)$$

$$T_{e_{quil. media}} = \frac{485 + 570 + 554 + 580 + 570}{5} = 551,8 \quad ^{\circ}C \quad (5)$$

Como se aprecia la generación de calor es tan grande que la temperatura se estabilizaría en un límite inadmisibile.

Análisis de la lubricación.

- **Evaluación del procedimiento de lubricación.**

Existen dos procedimientos de lubricación de engranajes de reductores y multiplicadores de velocidad⁸:

1. Por inmersión que sólo es aplicable a velocidades periféricas menores de $V < 12$ m/s y consiste en sumergir las ruedas en un baño de aceite. A una velocidad mayor, el aceite es lanzado por la fuerza centrífuga y el engranaje funciona con insuficiencia de lubricante.
2. Por chorro que debe aplicarse cuando las velocidades periféricas son mayores de $V > 12$ m/s y consiste en el suministro de aceite a la zona de engranaje a través de una tobera especial desde una bomba provista de dispositivos para la filtración, refrigeración, y regulación de aceite. Para $V > 20$ m/s el aceite se entrega a los dientes de cada rueda por separado, puesto que en caso contrario empeoran las condiciones de trabajo del engranaje.

El diámetro primitivo de la rueda motriz es $D_{\text{prim } 1} = 0,25$ m y su velocidad angular es $n_1 = 2\ 500$ rpm, de donde la velocidad periférica de las ruedas del multiplicador es:

$$V_1 = \frac{\pi \cdot D_{\text{prim } 1} \cdot n_1}{60}$$

(6)

$$V_1 = \frac{3,141\ 6 \times 0,25 \times 2\ 500}{60}$$

$$V_1 = 32,7\ \text{m/s}$$

En el caso analizado la lubricación es por inmersión y si se analiza que la velocidad periférica de las ruedas es $V = 32,7$ m/s es evidente que el procedimiento de lubricación por inmersión es inadecuado.

- **Evaluación del volumen de lubricante.**

Según la literatura⁸ la capacidad del baño de aceite debe ser calculada de modo que por cada 1 kW de potencia a transmitir se emplee de 0,35 a 0,7 litro de aceite. Conociendo que la potencia nominal es:

$$N = 297,45 \text{ kW}$$

Entonces el volumen mínimo de lubricante a emplear debería ser:

$$V_{\min} = 297,45 \frac{0,35 \text{ l}}{\text{kW}} = 104 \text{ L}$$

Y el volumen máximo debería ser:

$$V_{\max} = 297,45 \frac{0,7 \text{ l}}{\text{kW}} = 208 \text{ L}$$

El volumen de aceite real en el multiplicador de acuerdo a las dimensiones de la carcasa: Largo de la carcasa - 393 mm, ancho de la carcasa - 122 mm, altura de la carcasa - 210 mm, es:

$$V_R = 0,393 \times 0,122 \times 0,210 = 0,01 \text{ m}^3$$

$$V_R = 10 \text{ litros}$$

El volumen de aceite utilizado es extremadamente insuficiente para la potencia que transmite el multiplicador y para la cantidad de calor que se debe generar para dicha potencia.

- **Evaluación del nivel del lubricante.**

Según Dobrovolski⁸ la profundidad de inmersión de las ruedas de gran velocidad debe ser de hasta 0,7 de la altura del diente y no menor de 10 mm y en este caso el nivel de aceite especificado por la Firma Suministradora es hasta el nivel

correspondiente hasta centro de la rueda conducida, lo cual es excesivo y lejos de beneficiar la lubricación aumenta las pérdidas por batimiento y la generación de calor.

- **Conclusiones del análisis de la lubricación.**

Las insuficiencias del sistema de lubricación analizadas traen como consecuencia una deficiente lubricación provocando que crezca el barboteo y la resistencia al giro de las ruedas y aumente la temperatura del aceite tal como se pudo constatar en las corridas de prueba de garantía donde en cortos períodos de tiempo se alcanzaron temperaturas de hasta 200⁰C.

Análisis de la capacidad de disipación de calor por parte del multiplicador.

A pesar de las insuficiencias del sistema de lubricación, que afectan la magnitud de las pérdidas, elevan la generación de calor y disminuyen el rendimiento mecánico afectando la economía de la instalación, el multiplicador podría estar diseñado de manera que su capacidad de disipación de calor fuera lo suficientemente grande como para evacuar al exterior todo el calor generado y mantener una temperatura razonable en el aceite. Se evaluará a continuación la capacidad de disipación del calor por parte del multiplicador.

- **Cálculo de las pérdidas de potencia y del coeficiente de rendimiento.**

Las pérdidas totales de potencia y el rendimiento en una transmisión por engranaje en general son^{2,8,9,26,32}:

a-) Las pérdidas por rozamiento en los engranes.

b-) Las pérdidas por agitación y salpicaduras del aceite.

c-) Las pérdidas por rozamiento en los cojinetes.

$$P_T = P_{eng.} + P_{ag.} + P_{coj.} \quad (\text{kW}) \quad (7)$$

Para las transmisiones por engranaje el coeficiente de rendimiento se calcula por la expresión siguiente:

$$\eta = \frac{N}{N + P_T}$$

(8)

Siendo:

P_T - pérdidas totales en kW

N - potencia en la entrada en kW

• Cálculo de las pérdidas por rozamiento en los engranes

P_{eng}

Las pérdidas por engranamiento son causadas por las fuerzas de rozamiento entre los dientes. Las fuerzas de rozamiento se acrecientan al agravarse la aspereza de la superficie, al reducirse la viscosidad del aceite y la velocidad. La influencia de estos factores en la fuerza de rozamiento está relacionada en grado considerable con su influencia sobre la capacidad portante de la cuña de aceite entre los dientes.

El valor de dichas pérdidas se puede calcular como:

$$P_{eng} = \frac{\pi \cdot \varepsilon \cdot f}{2-5} \left[\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right] N \quad (\text{kW})$$

(9)

Donde:

ε - coeficiente de recubrimiento

f - coeficiente de fricción en los engranes

Z_1 y Z_2 - número de dientes de la rueda conductora y rueda conducida respectivamente.

N - potencia transmitida por el multiplicador en kW

El coeficiente de recubrimiento se calcula por la expresión^{3,15}:

$$\varepsilon = \frac{1}{\pi \cdot m \cdot \cos \alpha_{prim.}} \left[\sqrt{r_{e2}^2 - r_{02}^2} \right] + \sqrt{r_{e1}^2 - r_{01}^2} - A \cdot \sin \alpha_m$$

(10)

Donde:

r_{01} y r_{02} - radios de la circunferencia base de las ruedas dentadas conductora y conducida.

r_{e1} y r_{e2} - radios exteriores de las ruedas dentadas conductora y conducida.

Sustituyendo las dimensiones de las ruedas del multiplicador se tiene que:

$$\varepsilon = \frac{1}{3,1416 \times 5 \times 0,94} \left[\sqrt{93,5^2 - 82^2} \right] + \sqrt{132^2 - 118^2} - 216 \times 0,376$$

$$\varepsilon = 0,06772 (44,92 + 59,16 - 81,2)$$

$$\varepsilon = 1,549$$

Los factores que influyen en la magnitud del coeficiente de fricción en los engranes son los siguientes:

1. Acabado de la superficie de los dientes.
2. Propiedades y cantidad de lubricante.
3. Velocidad de las ruedas.
4. Magnitud de la carga a transmitir.

Los experimentos han demostrado que el coeficiente de rozamiento f disminuye con el aumento de la viscosidad del aceite, con el aumento de la velocidad de deslizamiento y con el aumento de la velocidad periférica.

De acuerdo con la lisura de la superficie, de la velocidad periférica y de la viscosidad del lubricante, el coeficiente (f) puede variar normalmente entre los límites de 0,05 a 0,010. Sin embargo, si se trabaja sin lubricación o con lubricación deficiente, como es el caso analizado, la magnitud del coeficiente de rozamiento crece bruscamente y puede llegar a alcanzar las magnitudes de 0,7 a 0,8^{7,9,13,31,32,33}.

En la magnitud del coeficiente de fricción influye la temperatura de la superficie de fricción y no la del lubricante³³.

El coeficiente de fricción entre los dientes de las transmisiones por engranajes depende de la geometría de los dientes, de la carga específica, de la velocidad, la viscosidad del lubricante y la rugosidad superficial de los flancos de los dientes y se puede calcular por la siguiente expresión¹³:

$$f = 0,2 \left(\frac{q}{\mu \cdot V} \right)^{0,25} \left(\frac{Ra}{\rho_r} \right)^{0,25}$$

(11)

Donde:

Q - carga específica de contacto $\left[\frac{N}{m} \right]$

μ - viscosidad absoluta del aceite lubricante $[Pa \cdot s]$

V - velocidad periférica de los engranajes $\left[\frac{m}{s} \right]$

ρ_r - radio de curvatura reducido en el polo del engranaje $[m]$

Ra - rugosidad superficial combinada de las superficies de los dientes en contacto^[m]

La carga específica de contacto en nuestro caso se calcula por la expresión⁸:

$$q_p = \frac{M_{tor} \cdot kc \cdot kd (i+1)}{A \cdot B \cdot i \cdot \cos \alpha}$$

$$q_p = \frac{12\,474 \times 1 \times 1,817\,5 (0,7+1)}{21,6 \times 3,8 \times 0,7 \times 0,926\,6}$$

$$q_p = 724 \text{ kgf/cm}$$

$$q_p = 710\,183 \text{ N/m}$$

La viscosidad dinámica del aceite empleado en el multiplicador a la temperatura máxima posible en la que podría operar $t = 100^\circ\text{C}$ es de $\mu = 13,5 \text{ cSt}$. Para llevarla a Pa.s:

$$\mu = 13,5 \text{ mm}^2/\text{s} \times 7980 \times \text{kg}/\text{m}^3 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{mm}^2 = 10,7 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$$

La rugosidad superficial combinada de los dientes en contacto se calcula por la siguiente expresión:

$$Ra = \frac{1}{2}(R_1 + R_2) \quad (\text{m})$$

Donde:

R_1 - rugosidad de los dientes de la rueda conductora

R_2 - rugosidad de los dientes de la rueda conducida

Por los datos del engranaje en nuestro caso $R_1 = R_2 = 0,63 \text{ }\mu\text{m}$
 $= 0,63 \times 10^{-6} \text{ m}$

El coeficiente numérico del denominador de la parte derecha se adopta igual a 2 para las ruedas de dientes rectos⁵

Sustituyendo los valores obtenidos en la expresión (9) obtenemos:

$$P_{eng} = \frac{3,141\,6 \times 1,549 \times 0,51}{2} \left[\frac{1}{50} + \frac{1}{35} \right]^{297,45}$$

$$P_{eng} = 19,97 \text{ kW}$$

- **Cálculo de las pérdidas por agitación del aceite P_{ag}**

Las pérdidas por agitación son tanto mayores cuanto mayor sea la velocidad periférica, la anchura de la rueda, la viscosidad del aceite y el número sumario de dientes de las ruedas y se determinan por la formula siguiente:

$$P_{ag.} = 0,000\ 21 \cdot V \cdot B \sqrt{\mu \cdot V \frac{200}{Z_1 + Z_2}} \quad (\text{kW})$$

(13)

Donde:

V - velocidad periférica (m/s)

B- ancho de la rueda conductora (cm)

μ - viscosidad cinemática del aceite (cSt)

Z_1 y Z_2 - número de dientes de las ruedas conductora y conducida.

Sustituyendo valores se obtiene:

$$P_{ag.} = 0,000\ 21 \times 32,7 \times 3,8 \sqrt{10 \times 32,7 \frac{200}{50 + 35}}$$

$$P_{ag.} = 0,413\ 6\ \text{CV}$$

$$P_{ag.} = 0,3\ \text{kW}$$

- **Pérdidas por rozamiento en los cojinetes $P_{coj.}$**

Dichas pérdidas tienen lugar por el rozamiento de los 4 rodamientos de rodillos, dos en el árbol de la rueda conductora y dos en el de la conducida.

Las pérdidas por rozamiento de todos estos rodamientos se determinan por la fórmula:

$$P_{coj.} = 7 \cdot 10^{-7} Q \cdot f \cdot d \cdot n \quad (\text{kW})$$

(14)

Donde:

Q - carga radial sobre los cojinetes (kg)

f - coeficiente de fricción reducido respecto al árbol

d - diámetro nominal del rodamiento (mm)

n - número de revoluciones por minutos del cojinete

El total de las pérdidas se calcula como el total de la suma de cada uno de ellas.

$$P_{Tcoj.} = 2 \cdot P_{coj. \text{ sup.}} + 2 \cdot P_{coj. \text{ i nf}} \quad (\text{kW}) \quad (15)$$

El coeficiente de fricción en los rodamientos depende grandemente del tipo de cojinete, de la carga sobre ellos, de la velocidad de rotación y de la lubricación.

Para rodamientos de rolletes⁸ de una sola hilera el coeficiente de fricción se toma: $f = 0,0017 \div 0,0025$

Se tomó un valor intermedio $f = 0,0021$. Calculando para los datos del multiplicador.

$$P_{T.coj.} = 0,42 \text{ kW}$$

Una vez conocido el valor de cada una de las pérdidas podemos calcular la pérdida total en el multiplicador.

Sustituyendo valores en la expresión (3.7) obtenemos:

$$P_T = 17,97 + 0,3 + 0,42$$

$$P_T = 18,69 \text{ kW}$$

• Cálculo del rendimiento del multiplicador.

Sustituyendo los valores conocidos en la expresión (3.2) obtenemos:

$$\eta = \frac{297,45}{297,45 + 18,69}$$
$$\eta = 0,94$$

El cual es un rendimiento bajo para un multiplicador de simple paso.

- **Cálculo del calor generado en el multiplicador Q_g .**

La cantidad de calor que se genera en el interior del multiplicador se puede calcular por la expresión⁸:

$$Q_g = 632.P_T \quad (\text{kcal/h}) \quad (16)$$

$$Q_g = 632 \times 41,48 \times 1,36$$

$$Q_g = 35\,653 \text{ kcal/h}$$

Como se observa de los resultados obtenidos de los cálculos tienen lugar considerables pérdidas de potencia acompañada de abundante desprendimiento de calor.

- **Balance térmico del multiplicador.**

El calor generado en el interior del multiplicador debe ser menor o al menos igual que el calor que puede transferir la superficie de la armazón del mismo al medio ambiente a una temperatura determinada, para evitar el calentamiento del mismo, de no ser esto posible puede traer como consecuencia el deterioro de la transmisión.^{8,32}

El traspaso de calor desde la carcasa del multiplicador hacia el aire ocurre mediante dos procesos clásicos de transferencia de calor³⁶:

- Por convección libre
- Por radiación

- **Emisión de calor durante la conversión libre en el multiplicador.**

La regularidad de la emisión calórica media para superficies verticales y placas queda establecida por la dependencia del producto $(Gr_{hf} \cdot P_{rf})$.²⁹

El número de Grashof (Gr_{hf}) caracteriza la eficacia relativa de la fuerza de sustentación que provoca el movimiento de convección libre del aire y se calcula por la siguiente expresión²⁹:

$$Gr_{hf} = g \cdot \beta \cdot \Delta T \frac{h^3}{\nu^2}$$

(17)

Donde:

g- aceleración de la gravedad (m/s^2)

β - coeficiente térmico de dilatación cúbica del aire ($1/^{\circ}K$)

ΔT - diferencia de temperatura desde la superficie caliente y el aire ambiente ($^{\circ}C$)

h- altura de las chapas del multiplicador (m)

ν - viscosidad cinemática del aire (m^2/s)

$$P_{rf} = \frac{\mu \cdot C_p}{\lambda}$$

El número de Prandtl (P_{rf}) da la característica termo física del agente portador de calor, o sea, del aire y se determina por²⁹:

(18)

Donde:

μ - viscosidad dinámica del aire ($Pa \cdot s$)

C_p – Calor específico del aire ($kJ/kg \cdot ^{\circ}C$)

λ - Conductividad térmica del aire $W/ m \cdot ^{\circ}C$)

La ecuación de semejanza para el proceso de intercambio de calor durante la convección libre entonces adopta el criterio de Nusselt (Nu)^{19,24,25}.

$$Nu = A(Gr_{hf} \cdot P_{rf})^m \left(\frac{P_{rf}}{P_{rc}} \right)^{0,25}$$

(19)

Donde:

A y m- dependen del régimen de movimiento libre y de las condiciones de contorno

Para el aire se toma $\left(\frac{P_{rf}}{P_{rc}} \right)^{0,25} = 1$

El coeficiente de intercambio de calor por convección se calcula entonces por²⁵:

$$h_{conv.} = Nu \frac{\lambda}{h} \quad \left(\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right)$$

(20)

Según los datos del Departamento de Climatología del Instituto de Meteorología de la Academia de Ciencias de Cuba³ en un periodo no inferior a siete años, la temperatura media mensual varía entre los límites de 21,3⁰ C hasta 28,3⁰ C y la media anual se encuentra alrededor de los 25⁰ C.

Las condiciones medias más críticas desde el punto de vista de la temperatura se encuentra alrededor de los meses de julio y agosto donde la temperatura media mensual más alta se observa en la estación de Santiago de Cuba con 38⁰ C. En la estación de Cienfuegos la media mas alta es de 27,8⁰ C

Teniendo en cuenta esto y que el local donde se encuentra instalado el multiplicador es cerrado y sin ventilación se

decidió tomar la temperatura del aire ambiente en el local de 35°C .

Datos para el cálculo:

Temperatura exterior de la carcasa del multiplicador -----

$$T_C = 80^{\circ}\text{C}$$

Temperatura del aire ambiente en el local -----

$$T_a = 35^{\circ}\text{C}$$

Altura de las paredes laterales del multiplicador -----

$$h = 635\text{ mm}$$

Propiedades físicas del aire a 35°C

$$\beta = 0,003\,246\,75\text{ }1/^{\circ}\text{K}$$

$$\gamma = 16,48 \times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$$

$$C_p = 1005 \left(\frac{J}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}} \right)$$

$$\mu = 18,85 \times 10^{-6} \left(\frac{\text{Pa} \cdot \text{s}}{\text{m}} \right)$$

$$\lambda = 2,715 \times 10^{-2} \left(\frac{\text{W}}{\text{m} \cdot ^{\circ}\text{C}} \right)$$

Sustituyendo los valores conocidos en la expresión (17) se obtiene:

$$G_{r_{hf}} = 9,81 \times 0,003\,246 \times (100 - 35) \frac{0,635^3}{(16,48 \times 10^{-6})^2}$$

$$G_{r_{hf}} = 2,069\,8 \frac{0,256 \times 10^{10}}{2,7159}$$

$$G_{r_{hf}} = 1,95 \cdot 10^9$$

Sustituyendo los valores determinados en la expresión (18) se obtiene:

$$P_{rf} = \frac{18,85 \times 10^6 \times 1\,005}{2,715 \times 10^{-2}}$$

$$P_{rf} = 0,698$$

Entonces el producto $(Gr_{hf} \cdot P_{rf}) = 1,95 \times 10^9 \times 0,698 = 1,36 \times 10^9$

Puesto que $(Gr_{hf} \cdot P_{rf}) > 1 \times 10^9$ el régimen del movimiento de calor es turbulento

Cálculo del criterio Nusselt.

Como el régimen del movimiento de calor es turbulento la ecuación de Nusselt toma la siguiente expresión:

$$Nu = 0,15 \cdot (Gr_{hf} \cdot P_{rf})^{0,33}$$

$$Nu = 0,15 \times (1,36 \times 10^9)^{0,33}$$

$$Nu = 154,9$$

Sustituyendo entonces los valores conocidos en la expresión (20) se obtiene el coeficiente de intercambio de calor por convección.

$$h_{conv.} = 154,9 \times \frac{2,715 \times 10^{-2}}{0,635}$$

$$h_{conv.} = 6,62 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$$

• Emisión de calor por radiación en el multiplicador.

La radiación térmica es propia de todos los cuerpos y cada uno de ellos irradia energía al espacio circundante. Esta energía de emisión es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta y se determina por la expresión²⁵:

$$q = \varepsilon_1 \cdot C_0 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \quad \left(\frac{W}{m^2} \right)$$

(21)

Siendo:

ε_1 - grado de radiación integral del cuerpo emisor.

C_0 - coeficiente de radiación del cuerpo negro $\left(\frac{W}{m^2 K^4} \right)$

T_1 - temperatura absoluta del cuerpo emisor

T_2 - temperatura absoluta del medio que recibe el calor

El coeficiente de traspaso de calor por radiación entonces se determina por la expresión¹⁹:

$$h_r = \frac{q}{(T_1 - T_2)}$$

(22)

Datos para el cálculo:

$\varepsilon_1 = 0,92$ superficie de acero recubierta con pintura de aceite rojo.

$$C_0 = 5,67 \left(\frac{W}{m^2 \cdot K^4} \right)$$

$$T_1 = 80^\circ C + 273 = 353^\circ K$$

$$T_2 = 35^\circ C + 273 = 308^\circ K$$

Sustituyendo valores en la ecuación (3.12) obtenemos:

$$q = 0,92 \times 5,67 \left[\left(\frac{353}{100} \right)^4 - \left(\frac{308}{100} \right)^4 \right]$$

$$q = 339 \frac{W}{m^2}$$

Sustituyendo los valores calculados en la expresión (22) se obtiene:

$$h_r = \frac{339}{(353 - 308)}$$

$$h_{rad} = 7,53 \times \left[\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right]$$

- **Cálculo del coeficiente sumario de traspaso de calor desde la pared del Multiplicador.**

El coeficiente sumario de termo transferencia desde la pared del multiplicador al aire es entonces:

$$K_{ter.} = h_{conv.} + h_r$$

$$K_{ter} = 6,62 + 7,53$$

$$K_{ter} = 14,15 \left[\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right]$$

Este valor concuerda con bastante exactitud a los valores publicados en la literatura de transferencia de calor:

$$K_{ter} = 0,18 \text{ Lb-pie/min} \cdot ^\circ F \cdot \text{Pulg.} = 11,38 \left[\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right]^{11}$$

$$K_{ter} = 7,5 \div 15 \left(\frac{kcal}{nm^2 \cdot ^\circ C} \right) = 8,72 \div 17,4 \left(\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right)^8$$

$$K_{ter} = 1,70 \left(\frac{BTU}{pie^2 \cdot ^\circ F} \right) = 9,65 \left(\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right)^{19}$$

$$K_{ter} = 0,013 \div 0,0275 \left(\frac{cv}{m^2 \cdot ^\circ C} \right) = 9,56 \div 20 \left(\frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C} \right)^{16}$$

Y esta dentro del rango de los valores dados por Dobrovolski⁸ específicamente para el balance térmico de transmisiones por engranajes.

- **Área de transferencia requerida del multiplicador:**

Para lograr disipar todo el calor generado en el interior del multiplicador, el área de su superficie de disipación debe ser⁸:

$$F = \frac{Q}{K_{ter.} \times \Delta T} \quad (m^2)$$

$$F = \frac{18690}{14,15 \times (80 - 35)}$$

$$F = 29,35 \text{ m}^2$$

- **Área de transferencia real de la carcasa del multiplicador:**

Cálculo del área de la pared frontal.

$$A_f = (0,627 \times 0,407) + 10 (0,052 \times 0,038) - \frac{\pi 0,084^2}{4}$$

$$A_f = 0,2552 + 0,02 - 0,00554 = 0,27 \text{ m}^2$$

Cálculo del área de los laterales.

$$A_l = 2 \left[(0,153 \times 0,627) + 8 \left(\frac{3,14 \times 0,022}{2} \times 0,061 \right) \right] + 8 (0,153 \times 0,038)$$

$$A_l = 2 (0,2 + 0,017) + 0,0465$$

$$A_l = 0,5 \text{ m}^2$$

Cálculo del área de la parte superior.

$$A_s = 2 (0,407 \times 0,148) + 8 \left(\frac{3,1416 \times 0,022}{2} \times 0,061 \right)$$

$$A_s = 0,12 + 0,017$$

$$A_s = 0,14 \text{ m}^2$$

Cálculo del área de la pared trasera.

$$A_t = (0,627 \times 0,407) - \left(\frac{3,1416 \times 0,387^2}{4} \right)$$

$$A_t = 0,255 - 0,1176$$

$$A_t = 0,14 \text{ m}^2$$

Cálculo del área de los platillos.

$$A_{p_1} = 0,021 \cdot (1,686 + 1,254) \cdot 2$$

$$A_{p_1} = 0,123 \text{ m}^2$$

$$A_{p_2} = 0,024 (1,686 + 1,254)$$

$$A_{p_2} = 0,111 \text{ m}^2$$

Cálculo del área total del multiplicador:

$$A_t = A_f + A_l + A_s + A_t + A_p$$

$$A_t = 0,27 + 0,5 + 0,14 + 0,14 + 0,123 + 0,111$$

$$A_t = 1,2 \text{ m}^2$$

El área real es casi menos de 25 veces el área necesaria para disipar el calor.

3. Conclusiones.

Como conclusiones del trabajo se pueden establecer las siguientes:

Las causas del calentamiento excesivo del Multiplicador de la Bomba de Agua del Sistema Contra Incendios de la CTE “Carlos M. de Céspedes” son:

1. El Sistema de Lubricación del Multiplicador está erróneamente seleccionado ya que para la velocidad periférica de las ruedas del mismo se debe emplear lubricación por circulación con suministro de aceite por chorros independientes para cada rueda y se empleó en el mismo lubricación por inmersión.
2. La cantidad de aceite en el interior del Multiplicador necesaria para absorber todo el calor que se genera en función de la potencia del mismo es extremadamente insuficiente y el nivel de aceite es excesivo aun cuando se pudiera emplear la lubricación por inmersión.
3. Aun con estos errores en la selección de los parámetros del Sistema de Lubricación del Multiplicador la temperatura no tenía que elevarse por encima de los límites normales si se hubiera realizado durante el diseño del multiplicador un adecuado Balance Térmico, pero los cálculos realizados y las corridas de prueba, así como la estimación de la temperatura de equilibrio térmico basado en los resultados experimentales confirman que: El área de la carcasa del Multiplicador es extremadamente pequeña para disipar el calor que se genera en el mismo y resulta prácticamente

imposible de resolver esta situación ni siquiera colocando aletas de transferencia o colocando un ventilador directamente en su eje para elevar la disipación de calor mediante la elevación del coeficiente de termo transferencia. La alternativa incluso de colocar un sistema externo de enfriamiento del aceite con un enfriador externo es complicada pues todos los agregados tendrían que ser accionados desde el mismo eje del motor Diesel y los Requerimientos de diseño de ese sistema no son simples dada la gran cantidad de calor a disipar.

4. Recomendaciones.

1. Como recomendación se propuso establecer la reclamación correspondiente a la Firma Suministradora ya que el Sistema se encontraba en garantía. Todo el trabajo realizado permitió fundamentar dicha reclamación la cual tuvo el éxito esperado y se pudo rescindir el contrato de acuerdo a los beneficios de la garantía pues los argumentos de un mal diseño eran irrefutables.
2. El Trabajo tuvo un Impacto Económico importante al permitir establecer y fundamentar la reclamación correspondiente a la firma Suministradora, ya que el Sistema representa una Inversión de 140 368 USD, dicha reclamación tuvo éxito ante la Cámara de Comercio de Cuba y permitió a la CTE recuperar el monto de la inversión Desde el punto de vista Social y Medioambiental el Trabajo contribuye a preservar la seguridad de todo el personal que trabaja en la Central Termoeléctrica “Carlos

Manuel de Céspedes” y de todo el ambiente y la comunidad de vecinos que habitan la zona circundante a la misma.

5. Bibliografía.

1. Albert C.D. Machine Design Drawing Room Problems. La Habana: Editora Revolucionaria, 1967.- - 538p.
2. Aneiros P. Problemas de Diseño de Elementos de Máquinas. Editora Pueblo y Educación, 1986.- - 548p.
3. Baranov G. Curso de la Teoría de Mecanismos y Máquinas. Moscú: Editorial Mir, 1985.- - 524p.
4. Benlloch M. J. Lubricantes y Lubricación Aplicada. La Habana: Editorial Revolucionaria, 1989.- - 359p.
5. Cabrera G. E. Diseño de una carcasa soldada para reductor Flender SDN- 560 de la transmisión de los molinos de caña de azúcar. Cienfuegos: Universidad de Cienfuegos, Trabajo de Diploma, Dr. Rafael Goytisoló: tutor, 1999. 72p.
6. Cherkasski V. M. Bombas Ventiladores Compresores. Moscú: Editorial Mir, 1986. 372p.
7. Chironis P, Nicholas. Gear Design and Application. EEUU: McGraw- Hill Book Company, 1967.- - 375p.
8. Dobrovolski V, Zabloniski K, Mak S, Radchik A, Erlij L. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial Mir, 1970.- - 688p.
9. Dudley W. D. Gear Handbook the Design Manufacture and Application of Gears. Massachusetts: McGraw- Hill Book Company, 1962.- - 980p.

10. Edward S.J. El Proyecto en Ingeniería Mecánica. La Habana: Editora Revolucionaria, 1969.- - 658p.
11. Erojin G. V, Majanko G. M. Problemas de Fundamentos de Hidráulica y Termotecnia. Moscú: Editorial Mir, 1986.- - 324p.
12. Faires. Desing of Machine Elements. La Habana: Editora Revolucionaria, 1966.- - 624p.
13. Fuentes, A. Influencia de los parámetros geométricos y de funcionamiento en el régimen de lubricación de engranajes cilíndricos. Memorias del III Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. CIDIM.-- Ciudad de la Habana, Cuba. 21-26/Sept./1997.
14. Gazzaniga L. El Libro de los Engranes. Barcelona, 1966.- - 790p.
15. Golubev Y. Teoría de Máquinas y Mecanismos. La Habana: Editorial Ciencia y Técnica, 1970.- - 267p.
16. Goytisoló R, Moya J. Determinación experimental de la eficiencia en reductores de engranajes. Revista Tecnología, Serie: Construcción de Maquinarias. Año 3 En.-Dic. 1978.
17. Hobson G. Práctica de la Lubricación Industrial. La Habana: Instituto Cubano del Libro, 1976.- - 688p.
18. Isachenko V. Transmisión de Calor, tomo I y II. La Habana: Editora Pueblo y Educación, 1984.- - 566p.

19. Kern D. Q. Procesos de Transferencia de Calor. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1975. - - 980p.
20. Kirnosov V. Medición de Fuerza y Dureza. Ciudad de la Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1978. - - 264p.
21. Koyo Seiko CO, LTD. Ball & Roller Bearings. 1999.- - .
22. Krasnoschiokov A. E, Sukomiel S.A. Problemas de Termo Transferencia. Moscú: Editorial Mir, 1986.- - 327p.
23. Machine Design. 1990 Systems Design Reference Volume. EEUU: Penton Publication, 1990.- - 746p
24. McAdams H. W. Transmisión de Calor. La Habana: Editorial Ciencia y Técnica, 1970.- - 557p.
25. Mijeev M. A, Mijeeva M. I. Fundamentos de Termo Transferencia. Rumania: Editorial Mir, 1979.- - 375p.
26. Mioliubov I. Problemas de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial Mir, 1971.- - 502p.
27. Nekrasov B.. Hidráulica. La Habana: Editora Revolucionaria, 1979. - - 431p.
28. Orlov P. Ingeniería de Diseño, tomo I. Moscú, 1985.—506p
29. Pavlov F. K, Romanov G. P, Noskov A. A. Problemas y Ejemplos para el Curso de

- Operaciones Básicas y Aparatos en Tecnología Química.
Moscú: Editorial Mir, 1981. - - 610p.
30. Pisarenko G, Yakovlev P, Matvéev V. Manual de Resistencia de Materiales.
Moscú: Editorial Mir, 1989.- - 692p.
31. Quiñones Ch. A, Goytisoló E. R, Moya R. J, Ocampo M. R. Memorias de la Conferencia Científica Internacional de Ingeniería Mecánica COMEC 2004. UCLV, 9- 11 de noviembre de 2004. ISBN 959-250-147-5.
32. Rechetov D. Elementos de Máquinas. Ciudad de la Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1985. - - 829p.
33. Rodríguez P. A. Tribología de las coronas de molinos de caña de azúcar, tesis presentada en opción al título académico de Master en Ingeniería Mecánica. Universidad Central de las Villas, 1997. --p
34. Rupert le Gram. The New American Machinist's Handbook. La Habana: Editora Revolucionaria, 1967.- - 527p.
35. Shubin S, Pedre C. Diseño de Maquinaria Industrial. La Habana: Editora Pueblo y Educación, 1976.- - 353p
36. Sokolov F. Mecánica Industrial. Moscú: Editorial Mir, 1971.- - 534p.
37. Stiopin A. P. Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial Mir, 1979.- - 370p.

38. Targ S. Theoretical Mechanics. Moscú: Editorial Mir, 1968.- - 447p.
39. Timoshenko P. Elements of Strength of Materials. Tokyo: Maruzen Company Ltd, 1968.- - 377p.
40. Toledo S. Manual de Mantenimiento de los Motores Diesel. La Habana: Instituto Cubano del Libro, 1971.- - 751p.
41. Wright B. Modern Workshop Technology. La Habana: Editora Revolucionaria, 1967.- - 511p.

Caso No. 15 Análisis y Solución de las Averías de la Transmisión del Varadero de la Empresa Nacional de Astilleros de Cienfuegos

Autores:

**M.Sc. Yoel Magán Sosa¹, Dr. Rafael Goytisoló Espinosa²,
M.Sc. Juan G. Noa Águila³, Dr. Jorge Moya Rodríguez⁴,**

Dr. Luis Humberto Soto Berumen⁵, M.Sc. Lázaro Curbelo Hidalgo⁶

1. Ingeniero Mecánico. Master en Ciencias. Especialista de la Empresa Nacional de Astilleros de Cienfuegos.
2. Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez”
3. Profesor Asistente, Master en Ciencias. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez”
4. Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas.
5. Profesor. Doctor en Ciencias Técnicas. Universidad Autónoma de Zacatecas, México
6. Ingeniero Mecánico Máster en Ciencias. Hospital Provincial “Gustavo Aldereguía Lima”.

1. Introducción.

En el Varadero de la Empresa de Astilleros (E.N.A.) que se encuentra ubicado en Punta Cótica en la ciudad de Cienfuegos se utiliza un winche para realizar las operaciones de varado de las embarcaciones que allí se reparan, con una capacidad para realizar operaciones de mantenimiento y reparación de embarcaciones de pequeño y mediano porte, de hasta 376 toneladas de peso y 42.70 metros de eslora, con manga de hasta 8.80 metros, puntal de 2.64 metros y un calado de 2.20 metros con desplazamiento en rosca de 280

toneladas. La transmisión original desde el motor hasta el eje de los tambores del winche estaba compuesta por un reductor de simple paso, una transmisión por cadena y la transmisión final por tornillo sinfín abierta. La misma había presentado, desde su puesta en explotación toda una serie de deficiencias y averías que la hacían muy inoperante y que condicionaron la necesidad de su modernización, sin embargo, el motor Diesel ha trabajado eficientemente hasta la fecha. Ante esta situación se inició una investigación conjunta entre la Universidad de Cienfuegos y la Empresa Nacional de Astilleros en Cienfuegos, cuyos objetivos fueron:

1. Determinar las causas de las frecuentes averías de la transmisión del winche para tomar las decisiones correspondientes.
2. Rediseñar la transmisión con agregados confiables y de fácil adquisición evitando de esta forma las averías.

2. Desarrollo.

En la Fig. 1 se muestra una vista de la dársena natural y de los tres carros del Varadero de la ENA y en la Fig. 2 se muestra una vista del winche y de la transmisión original.



Fig. 1.1 Dársena natural y los tres carros del Varadero.



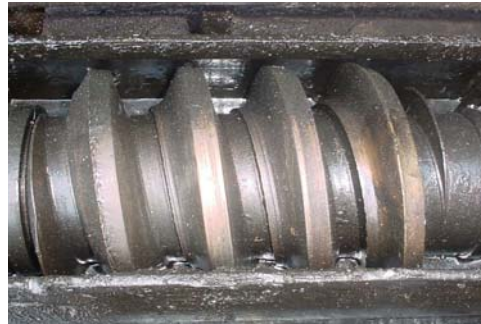
Fig. 2 Motor Diesel A-41, reductor de simple paso y transmisión por cadena

Las características técnicas del sistema de accionamiento del winche son: Un motor de combustión interna Modelo A- 41 de fabricación rusa, el cual acciona los ejes de los tambores a través de una transmisión integrada por un reductor de simple paso con una relación de transmisión: $2/1$, el cual se puede ver en la (Fig. 2). Una transmisión por cadena con una distancia entre centros de: 920 mm, que tiene una rueda de estrella pequeña de diámetro exterior: 125 mm, y diámetro del pie del diente: 91 mm, con 9 dientes y la grande de diámetro exterior: 880 mm, y diámetro del pie del diente: 846 mm, con 73 dientes; con una relación de transmisión de: $8.1/1$ con una cadena: RC 100 con un paso de: 31,75 mm, con un ancho de: 39,5 mm. (Fig. 3) Finalmente una transmisión sinfín constituida por una corona de Hierro Fundido de diámetro exterior: 1 060 mm, con diámetro de pie del diente: 940 mm, con 50 dientes, ver (Fig. 4 a) y un tornillo sinfín de Arquímedes de una entrada, construido de Bronce Fosfórico (Fig. 4 b), haciéndose necesario el cambio de material de este

elemento debido a que el Bronce es un material muy blando, no recomendado para su utilización en los tornillos y que no puede soportar la intensa fricción existente en el mismo, es por esta razón que se encuentran grandes desgastes, y en ocasiones grandes limallas desprendidas como se puede observar en la (Fig. 4 b).



Fig. 3 Vista del reductor, la transmisión por cadena y el tornillo sin fin.



a) Corona Sin Fin.
Tornillo Sin Fin

B)

Fig. 4 Elementos de la Transmisión por Tornillo Sin Fin.

Se realizó la comprobación de la transmisión por cadena, de acuerdo con la metodología descrita en^{4,17}, la misma es preciso cambiarla debido a que alcanza una velocidad periférica de 5.3 m/s, demasiado alta para una cadena de

manguitos rodillos, por esta razón produce demasiado ruido además de tirar el aceite contra la pared a pesar de tener una carcasa (Ver Fig. 2).

Para evaluar la resistencia de la transmisión por tornillo sinfín original, teniendo en cuenta que la avería que ha ocurrido en esta transmisión es el desgaste del filete del tornillo y la otra avería probable es la falla por fatiga de los dientes de la corona, y considerando que estas fallas no son fallas instantáneas, o sea, que no se producen en un breve intervalo de tiempo, sino que son producto de un prolongado período de explotación, se evaluaron dos años consecutivos de explotación del varadero para poder hallar un régimen de trabajo equivalente que permitiera hacer un pronóstico más certero de la resistencia de la transmisión⁹. Se hizo un estudio estadístico de las embarcaciones varadas en el período 2002 – 2003, su porte y el % que representa el mismo con relación al porte máximo empleado en los cálculos de la potencia máxima de 376 t. Se incluyeron en total 21 embarcaciones de distintos portes.

La potencia en el eje de la corona para la potencia máxima nominal $N_{c_{\max}}$:

$$N_{c_{\max}} = N_m \cdot \eta_{red} \cdot \eta_{cad} \cdot \eta_{s.f} = 40 \cdot 0.9 \cdot 0.9 \cdot 0.7 = 22.7 \text{ kW}$$

El torque para esta potencia será $M_{t_{c_{\max}}}$.

$$M_{t_{c_{\max}}} = 97420 \frac{N_{c_{\max}}}{\eta_c} = 97420 \cdot \frac{22.7}{2.16} = 1023812 \text{ kgf} - \text{cm}$$

Considerando que el torque en el eje de la corona es proporcional al peso de la embarcación y de acuerdo con la frecuencia de varada de las distintas embarcaciones se

pudo elaborar la siguiente historia de carga. En la Tabla 1 se muestra la misma.

Tabla 1. Historia de cargas del Varadero.			
Peso de la embarcación t	Torque en el eje de la corona Kgf0 – cm	Frecuencia	Fracción con relación al total de varadas: (β_i)
40	108920	2	0.094
60	163380	4	0.190
62	168825	1	0.048
64	174271	1	0.048
80	217839	5	0.238
87	236900	1	0.048
100	272299	5	0.238
150	408448	1	0.048
240	653519	1	0.048
totales		21	1.000

Sobre la base de la hipótesis acumulativa^{4,7,9} se puede calcular el torque equivalente (Mt_{eq}) por la siguiente expresión.

$$Mt_{eq} = \sqrt[m]{\sum_{i=1}^n M_i^m \cdot \beta_i}$$

El exponente m para el cálculo de torque equivalente según Dobrolvolski⁴ debe ser m = 3. Donde:

$$Mt_{eq} = \sqrt[3]{108920^3 \cdot 0.094 + 163380^3 \cdot 0.190 + 168825^3 \cdot 0.048 + 174271^3 \cdot 0.048 + 217839^3 \cdot 0.238 + 236900^3 \cdot 0.048 + 272229^3 \cdot 0.238 + 408448^3 \cdot 0.048 + 653519^3 \cdot 0.048}$$

$$Mt_{eq} = 296261.4 \text{ kgf} - \text{cm}$$

Con este torque se realizarán las comprobaciones de la fatiga superficial y de la fatiga a flexión.

La velocidad de giro del tornillo es:

$$n_{ts} = \frac{n_m}{i_{red} \cdot i_{cad}} = 112.5 \text{ rpm}$$

La velocidad de giro de la rueda que es igual a la del tambor:

$$n_t = n_r = 2,16 \text{ r.p.m.}$$

Velocidad periférica de la rueda (v_r)

$$v_r = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_r}{60} \cdot \frac{Dd_r}{2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 2.16}{60} \cdot \frac{0.102}{2} = 0.012 \text{ m/s}$$

Velocidad de deslizamiento de la transmisión (v_{des}):

$$v_{des} = \frac{m \cdot n_t}{19100} \sqrt{z_t^2 + q^2}$$

$$v_{des} = \frac{20 \cdot 112.5}{19100} \sqrt{1^2 + 8.5^2}$$

$$v_{des} = 1 \text{ m/s}$$

Cuando se emplea ruedas de hierro fundido la causa fundamental del deterioro de las transmisiones por tornillo de acero, endurecido o no, es el desgaste superficial a causa del agarramiento y no a causa de la fatiga superficial que ocurre cuando se emplean los broncees menos resistentes.

En el caso de la transmisión analizada el desgaste por agarramiento será aun más intenso a causa de que el tornillo esta fabricado de bronce y la lubricación no es la mejor.

La comprobación de la resistencia se realizara por la siguiente expresión^{4,10,11,17}:

$$\sigma_{\text{sup}} = \frac{1.35}{Dd_r} \cdot \sqrt{\frac{Mt_{eq} \cdot E}{D_{ts}}} \cdot k_c \cdot k_d \leq [\sigma_{\text{sup}}]$$

$$E = \frac{2 \cdot E_{br} \cdot E_{hf}}{E_{br} + E_{hf}} = \frac{2 \cdot 0.9 \cdot 10^6 \cdot 1.2 \cdot 10^6}{0.9 \cdot 10^6 + 1.2 \cdot 10^6} = 1.03 \cdot 10^6 \text{ kgf/cm}^2.$$

El coeficiente de carga dinámica depende de la velocidad periférica de la rueda. Según Dobrovolski⁴ para $v_r \leq 3$ m/s, $k_d = 1.0 \div 1.1$. A causa de la pequeña velocidad periférica de la corona $v_r = 0.012$ m/s se puede tomar $k_d = 1$.

El coeficiente de concentración de carga, según Dobrovolski⁴ se toma $k_c = 1$ cuando la carga a transmitir permanece constante durante la explotación a causa del asentamiento parejo que se produce en la transmisión. En este caso al estar fabricado el tornillo de bronce con mas razón $k_c = 1$.

La tensión admisible superficial depende de los materiales en contacto. Para corona de hierro fundido y tornillo de acero 45, con velocidad de deslizamiento $v_{\text{des}} = 1$ m/s.

$$[\sigma]_{\text{sub}} = 900 \text{ kgf/cm}^2$$

En el caso analizado el tornillo está fabricado de bronce, solución esta absolutamente negativa pues el desgaste del tornillo será muy intenso ya que éste es de una sola entrada y la corona con 51 dientes. El diente del tornillo trabajará con deslizamiento permanente 51 veces más que cualquiera de los dientes de la corona.

Se puede por tanto en la transmisión original tomar una tensión admisible reducida en un 50 %. O sea:

$$[\sigma]_{\text{sup}} = 450 \text{ kgf/cm}^2$$

Sustituyendo se obtiene:

$$\sigma_{\text{sup}} = \frac{1.35}{102} \cdot \sqrt{\frac{296261.4 \cdot 1.03 \cdot 10^6}{19}} \cdot 1.0 \cdot 1.0 \leq [\sigma_{\text{sup}}]$$

$$\sigma_{\text{sup}} = 1677 \text{ kgf/cm}^2 \geq [\sigma_{\text{sup}}] = 450 \text{ kgf/cm}^2$$

Como se puede apreciar la tensión de trabajo de la transmisión es 3.7 veces mayor que la tensión admisible superficial de los materiales en contacto, por lo que se puede concluir que evidentemente la transmisión original no estaba diseñada para evitar el deterioro superficial y el desgaste era excesivo.

Para la comprobación de la resistencia a la fractura, determinamos el valor de σ_{flex} según la siguiente ecuación:

$$\sigma_{\text{flex}} = \frac{1.9 \cdot \cos \lambda}{m \cdot D_r \cdot D_t \cdot y} \cdot Mt_{eq} \cdot k_c \cdot k_d \leq [\sigma_{\text{flex}}]$$

El valor de y se obtiene de Dobrovolski⁴, para ello es necesario conocer el valor de: z_{eq} , el cual se determina a continuación:

$$z_{eq} = \frac{z_r}{\cos^3 \beta} \quad \text{y} \quad \beta = 90^\circ - \lambda = 90^\circ - 6.7^\circ = 83.3^\circ$$

Al sustituir en la fórmula anterior obtenemos:

$$z_{eq} = \frac{51}{\cos^3 83.3^\circ} = 32113.3, \text{ de ahí que el valor de } y \text{ sea igual a } 0.52.$$

Sustituyendo finalmente tenemos que:

$$\sigma_{\text{flex}} = \frac{1.9 \cdot \cos 6.7^\circ}{2 \cdot 102 \cdot 19 \cdot 0.52} \cdot 296261.4 \cdot 1 \cdot 1 = 277.4 \text{ kgf/cm}^2$$

Para coronas de hierro fundido de la más baja calidad: $[\sigma_{\text{flex}}] = 340 \text{ kgf/cm}^2$, al compararlo con el valor calculado obtenemos que 277.4 kgf/cm^2 es menor que 1400 kgf/cm^2 por

lo que comprobamos que los dientes, a pesar del desgaste que también se observa en la rueda, no fallan por fractura.

La durabilidad del tornillo se puede elevar si se emplea acero endurecido con: $HRC \geq 45$, manteniendo la corona de hierro fundido. En estas condiciones la tensión admisible al contacto del par acero endurecido en el tornillo y hierro fundido en la corona se elevaría a: $[\sigma]_{\text{sup}} = 1150 \text{ kgf/cm}^2$, lo que limitará indudablemente el deterioro del tornillo, sin embargo en este caso, además de que el costo de fabricación del tornillo sería alto a cuentas de tratamiento térmico requerido, la que se desgastaría sería evidentemente la corona y el costo de reparación sería del orden de 3 a 4 veces el costo de reparación actual sustituyendo el tornillo, debido al alto costo de la fundición y el maquinado de la corona. Está claro que la frecuencia de reposición de la corona sería también de 3 a 4 veces menor que la del tornillo de bronce, no obstante se decidió rediseñar completamente la transmisión eliminando las transmisiones por cadena y por tornillo sin fin.

El nuevo diseño del winche está compuesto por el mismo motor Diesel Modelo A-41, al cual se le cambio la ubicación de la bancada del mismo, ahora se encuentra paralelo al reductor como se muestra en la Fig. 5, modificación que permite eliminar la utilización de la transmisión por cadena intermedia y eliminar el tornillo sinfín puesto que ahora no hay que cambiar, ni el sentido, ni el plano de movimiento de la transmisión. El motor entrega la potencia a una caja de velocidad de camión ZIL 130 que se utiliza como reductor, siempre en primera marcha con una relación de transmisión

7.44/1, como se muestra en la Fig. 6 y un reductor de tres pasos con relación de transmisión 33.17/1[3] como se muestra en la Fig. 5 con las siguientes características por paso:

Tabla 1 Características del Reductor de Tres Pasos empleado.

Paso.	Número de dientes de la corona. Z_c	Número de dientes del piñón. Z_p	Relación de transmisión. I	Módulo del diente. M_n (mm)	Inclinación de los dientes. β°	Distancia entre centros. A (mm).
Alta.	67	30	2.23	4	14	200
Intermedio.	100	28	3.57	6	16	400
Baja.	125	30	4.16	8	0	620



Fig. 5 Vista General de la Nueva Transmisión.
6 Vista de la Caja de Velocidad.

Fig.

Para evaluar la resistencia de los engranajes del reductor se realizaron los cálculos de la resistencia superficial y la resistencia a la fractura, se utilizó el mismo torque equivalente utilizado en la evaluación de la resistencia de la transmisión original, o sea, $M_{teq} = 296\ 261.4\ \text{kgf-cm}$. Los cálculos se realizaron de acuerdo a la metodología clásica descrita en las referencias ^{4,10,11,17}.

Los resultados se pueden resumir como sigue:

- Paso de baja de dientes rectos:

Resistencia a la fatiga superficial:

$$\sigma_{SUP} = 3529.63\text{kgf} / \text{cm}^2 \leq [\sigma]_{SUP} = 5500\text{kgf} / \text{cm}^2$$

Resistencia a la fractura por fatiga:

$$\sigma_{FLEX} = 140.20\text{kgf} / \text{cm}^2 \leq [\sigma]_{FLEX} = 1770\text{kgf} / \text{cm}^2$$

El paso de baja no tiene problemas con la resistencia.

- Paso intermedio de dientes oblicuos:

Resistencia a la fatiga superficial:

$$\sigma_{SUP} = 5154.06\text{kgf} / \text{cm}^2 \leq [\sigma]_{SUP} = 5500\text{kgf} / \text{cm}^2$$

Resistencia a la fractura por fatiga:

$$\sigma_{FLEX} = 105.52\text{kgf} / \text{cm}^2 \leq [\sigma]_{FLEX} = 1770\text{kgf} / \text{cm}^2$$

El paso intermedio no tiene problemas con la resistencia.

- Paso de alta de dientes oblicuos:

Resistencia a la fatiga superficial:

$$\sigma_{SUP} = 6006.26\text{kgf} / \text{cm}^2 > [\sigma]_{SUP} = 5500\text{kgf} / \text{cm}^2$$

Resistencia a la fractura por fatiga:

$$\sigma_{FLEX} = 133.90\text{kgf} / \text{cm}^2 \leq [\sigma]_{FLEX} = 1770\text{kgf} / \text{cm}^2$$

No se cumple la condición de resistencia a la fatiga superficial para el paso de alta, pero teniendo en cuenta que esta falla no ocurre de forma instantánea sino que es el resultado de la acumulación debido a un prolongado tiempo de operación y que se consideraron condiciones críticas de trabajo, en la vida real la frecuencia de trabajo del winche es muy baja, por tanto este paso no debe tener problemas de durabilidad superficial. La resistencia a la fractura de este paso no tuvo problemas. Esta consideración ha sido comprobada ya en la práctica pues el sistema con el nuevo winche tiene mas de un año de explotación y en las observaciones del dentado de ninguno de los pasos se observan irregularidades..

3. Conclusiones.

1. Las causas fundamentales de las averías del winche original del varadero radican en la transmisión por cadena y el reductor sinfín abierto que sufre intenso desgaste, los cálculos realizados demuestran que ninguno de estos dos elementos posee una operación confiable.
2. Los cálculos realizados en la transmisión por cadena demuestran que el número de dientes de la estrella menor está por debajo de las recomendaciones de diseño, la velocidad lineal de la cadena es muy alta, lo que provoca excesivo ruido y salpicaduras de aceite, la presión de contacto en los pasadores es demasiado grande y la carga de trabajo excede la carga admisible.
3. En los cálculos de la transmisión por tornillo sin fin se utilizó un torque equivalente de explotación, obtenido sobre

la base de la experiencia de la explotación de los años 2002 y 2003. La comprobación de la resistencia superficial de la transmisión demuestra que el tornillo que esta fabricado de bronce, lo que es inusual en este tipo de transmisión, sufre un desgaste excesivo que es inadmisibles, siendo necesario sustituir este tipo de transmisión.

4. Se concibió un nuevo diseño de la transmisión compuesta por el mismo motor Diesel, una caja de velocidad de camión ZIL 130 que se utiliza como reductor siempre en primera velocidad y un reductor de tres pasos con relación de transmisión 33.17/1, logrando de esta forma satisfacer los requisitos de velocidad y de torque del winche.
5. La caja de velocidad del camión ZIL 130 no se comprobó pues en el camión esta opera con un motor de combustión interna de similar potencia y en condiciones mucho más inestables que en el winche.
6. La comprobación de la resistencia superficial y de la resistencia a la fractura de los tres pasos del reductor de velocidad arrojó que la resistencia a la fractura por fatiga en los mismos está garantizada en los pasos de baja e intermedio, sin embargo, en el paso de alta la tensión de trabajo es ligeramente superior a la admisible, no obstante, teniendo en cuenta que esta situación no es crítica, que la falla por picadura superficial no es instantánea sino que surge después de un prolongado período de explotación y que en la vida real, la frecuencia de trabajo del winche es muy baja se consideró el reductor como satisfactorio.
7. La transmisión fue instalada con este nuevo diseño y ya lleva mas de un año de explotación sin averías.

4. Referencias bibliográficas

1. Beer F.P., Jonhston E.R. Mecánica de los Materiales. 2^a. Ed. Colombia: Mc Graw – Hill, 1993.—738 p.
2. Birger I.A., Shorr B.F., Shneiderovich R.M. Cálculo de Resistencia de Piezas de Máquinas. Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1966.-- 616 p.
3. Combinado Sidero Mecánico de Santa Clara. Reductores de la Serie PM. (Catálogo Industrial)
4. Dobrovolski V. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial MIR, 1970.--692 p.
5. Faires V.M./ Diseño de Elementos de Máquinas. México : Editorial UTEHA, 1985.-- 802 p.
6. Feodosiev V.I. Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 3^a Ed.1985.—583 p.
7. Fernández Levy, Gilda S. Resistencia de Materiales. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.—511p.
8. Fitzgerald F. Mecánica de Materiales. México: Editorial Alfaomega S.A. de C.V., 1996.--560 p.
9. Goytisoló R. Diseño de Elementos de Máquinas. Las Villas: Editado por el Dpto. Mecánica Teórica y Aplicada. UCLV, 1973.--188p.
10. Iusilievich G.V. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1988.—388p
11. Ivanov, M. N. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial Vischaya Schkola, 1991.—386p.
12. Mott R.L. Resistencia de Materiales Aplicada. México: Editorial Prentice- Hall Hispanoamericana S.A. 3^a. Ed. 1996.—640 p.

13. Mukanov K. Design of Metal Structures. Moscú: Editorial MIR, 1968. --- 517p
14. Orlov, P., Ingeniería del Diseño. Moscú: Editorial MIR, 1985.
15. Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.K. Manual de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1989,-- 693 p.
16. Proyecto Integral Varadero. Unidad Básica Taller Varadero ENA – Cienfuegos: Buró de Proyectos e Ingeniería Naval. Binava. 2000.—320 p.
17. Reshetov, D. Elementos de Máquinas. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1985.—830p.
18. Shigley, J.E y Mischkie, C., Diseño en Ingeniería Mecánica. México: Editorial Mc Graw Hill Interamericana. 2001.—943 p.

Caso No. 16 Análisis de la Avería del Piñón de la Transmisión Final del Molino de Crudo No. 2 de la Empresa “Cementos Cienfuegos S.A.”

Autores:

**Dr. Rafael Goytisoló Espinosa¹, M.Sc. Juan Gabriel Noa Águila², Ing. Raúl Hernández Acosta³,
Ing. Ángel Morffis Caneiro³, Ing. Nicodemus Lorenzo Tarapasade⁴, Ing. Mario Cabello Ulloa⁴,
Ing. Raúl Alfonso Rodríguez³, Ing. Giory Alemán González⁴, Ing. Marcos Consuegra Urquiza⁴,
Ing. Adrián González Alonso⁴, Dr. Jorge Moya Rodríguez⁵**

- 1 – Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
- 2 – Profesor Asistente. Máster en Ciencias. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
- 3 – Ingeniero Especialista de Mantenimiento Empresa “Cementos Cienfuegos S.A.”
- 4 – Ingenieros Recién Graduados de la Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
- 5 – Profesor Titular. Dr. en Ciencias Técnicas. Universidad Central de Las Villas.

1. Introducción.

Los molinos de crudo de la antigua Fábrica de Cemento “Karl Marx”, fueron fabricados en la antigua RDA por la firma VEB ZAB Dessau Veb Sket Magdeburg en el año 1976. Se montaron en las líneas en los años 1979 a 1980 con fecha de puesta en marcha: 16 de febrero de 1980.

Estos equipos están destinados para la molturación de materiales tales como: caliza, margas y arcilla requeridos en la producción de cemento y consta de un cuerpo o tambor cilíndrico 9, con revestimiento interior de placas de blindaje que constituye la cámara de molturación, dos grupos de

apoyo integrados por los “trunium” de entrada 10 y de salida 7 y sus respectivos cojinetes de deslizamiento con tejas de fricción de 180° y sus pedestales y por el sistema de transmisión de potencia del tipo de doble accionamiento periférico compuestos por los respectivos motores eléctricos 1, embrague 2, reductores planetarios 3, árboles de transmisión 5 con sus acoplamientos dentados de transmisión 4 y el reductor final cilíndrico de dientes rectos bifurcado con dos piñones 6 y una catalina 8. Consta además de dos estaciones de lubricación para los puntos de apoyo, una para los reductores planetarios del accionamiento y otra para el reductor final de la transmisión. El esquema de la transmisión original se muestra en la Fig. 1.

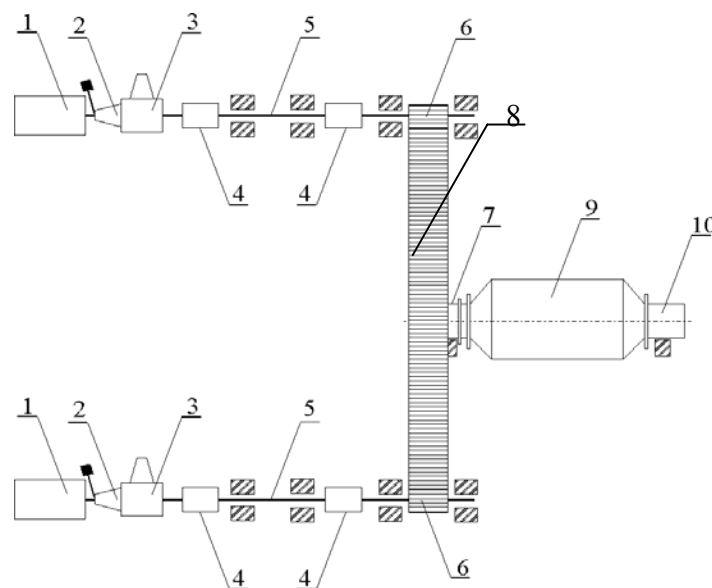


Fig.1. Partes componentes del molino de crudo original.

1 - Motores eléctricos, 2 - Embragues, 3 - Reductores planetarios, 4 - Acoplamientos dentados, 5 - Árboles de transmisión, 6 - Piñones del reductor final, 7 - Trunium de salida, 8 - Catalina, 9 - Tambor del molino, 10 - Trunium de entrada.

La actual Empresa Mixta “Cementos Cienfuegos S.A.” surgió a partir de la antigua Fábrica de Cementos “Karl Marx” sobre la base de negociaciones que se iniciaron en el año 2000 con la parte extranjera y a mediados del año 2001 se inició la inversión consistente en una rehabilitación general de la antigua Empresa de Cementos “Karl Marx” y el montaje de equipamiento prácticamente nuevo en la Línea No. 3. Estas inversiones abarcaron también la rehabilitación de la Línea No. 2 y en particular del Molino de Crudo Objeto de Estudio del presente trabajo. Los objetivos de la rehabilitación del Molino de Crudo eran por un lado elevar la eficiencia del mismo y por otro elevar su confiabilidad. Este Trabajo fue realizado por varias Empresas Contratistas, la Empresa

Geominera Pinar fue la que ejecutó el mayor por ciento de los trabajos de rehabilitación del Molino. Las comprobaciones, rectificaciones y ajuste del “trunium” de salida los ejecutó la Empresa GECA Cienfuegos Cementos Cienfuegos S.A. [42].

Durante la rehabilitación se ejecutaron entre otros los siguientes trabajos técnicos en la transmisión:

- Cambio de los árboles de transmisión con acoplamientos dentados originales que transmitían la potencia desde ambos motores hasta el árbol piñón del reductor final por otros también con acoplamientos dentados del tipo Flexident, pero estos últimos diseñados por la Firma CMD Transmissions –Engrenages & Reducteurs [13].
- Se invirtió la catalina de la transmisión final carriada y desgastada por uno de los flancos para que trabajara por el flanco contrario. Esta operación se había realizado anteriormente en la Empresa en el año 1995 pero en el Molino No. 1.

En el mes de noviembre del 2004 comienza a trabajar el molino después de concluida la rehabilitación. En esa ocasión

se hicieron las correspondientes mediciones de vibraciones y los trabajos de ajuste recomendados por la Firma KHD Humboldt Wedag AG. Durante todo el mes de Noviembre y Diciembre se fueron haciendo mediciones y correcciones en el ajuste de los piñones de la transmisión final del Molino, hasta que se decidió comenzar a operar definitivamente el molino. Como se podrá apreciar en las mediciones registradas en la Empresa de vibraciones y diferencia de temperatura en los extremos del diente del piñón no se logro alinear adecuadamente el piñón izquierdo y siempre las mediciones de vibraciones y temperaturas aparecían alteradas.

Esta situación se mantuvo durante la explotación y a finales del año 2005 se produjo la fractura de varios dientes del piñón izquierdo del reductor final de la transmisión del Molino, lo que provocó la detención de esta línea con las consiguientes pérdidas económicas. La observación del aspecto externo de la fractura permitió definir que se trataba de una falla clásica de fatiga. Este piñón es una pieza que pesa varias toneladas. Ante esta **Situación Problemática** la Dirección de la Empresa solicitó los Servicios del Colectivo de Mecánica Aplicada de

la Universidad de Cienfuegos para esclarecer las causas de la falla y establecer las recomendaciones necesarias para su solución. Durante la investigación preliminar realizada se formuló la **Hipótesis** de que las causas fundamentales de la falla podían ser una de estas dos, o ambas:

1. La aparición de cargas suplementarias sobre el árbol a causa de la presencia de los acoplamientos dentados que transmiten la carga del motor a este reductor.
2. Problemas de desalineación del piñón con relación a la catalina no totalmente resueltos durante el montaje y ajuste del molino.

Esas cargas suplementarias de los acoplamientos fueron precisamente la causa de la avería del árbol de ese propio piñón de un Molino en el año 1997. En esa ocasión el grado de deterioro de los dientes del acoplamiento era tal que la carga se concentraba en unos pocos dientes provocando enormes fuerzas suplementarias sobre el árbol que en condiciones normales debían ser mucho mas pequeñas. Ante esta Situación Problémica y formulada la Hipótesis

mencionada se desarrolló entonces una investigación cuyos

Objetivo General fue:

- Esclarecer las causas de la falla de los dientes del piñón del reductor final de la transmisión del Molino de Crudo y establecer recomendaciones para la eliminación o reducción de las mismas.

En el presente trabajo se esbozan los aspectos fundamentales de la investigación realizada.

2. Desarrollo.

Esquema y datos técnicos de la nueva transmisión del Molino.

Esquema de la transmisión.

El esquema de la transmisión del Molino de la Línea No. 2 se muestra en la Fig. 2 donde se señala la posición específica de los árboles - piñones en los cuales se produjo la falla del dentado, así como la de los árboles de transmisión con sus respectivos acoplamientos dentados.

Datos de los elementos de la transmisión.

Datos de los motores eléctricos.

- Marca: Ercole Marelli.
- Tipo: Asíncrono trifásico NPA 560 L8
- Clase: F
- Potencia: $N_m = 900 \text{ kW}$
- Velocidad de giro: $n_m = 890 \text{ r/min}$
- Voltaje nominal: $V_n = 6\,000 \text{ v}$

- Corriente nominal a plena carga: $I_n = 109 \text{ A}$

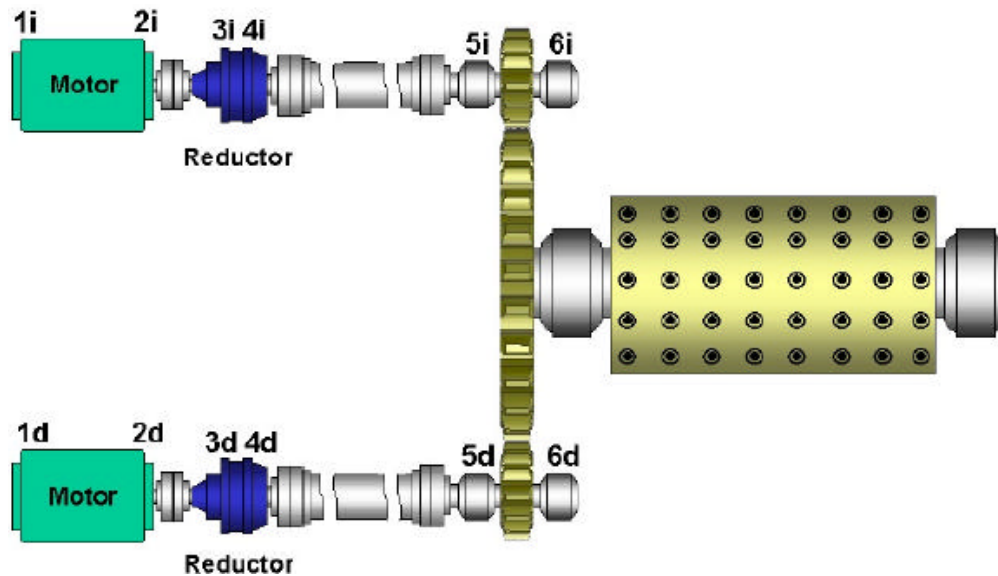


Fig. 2 Partes componentes de la nueva transmisión del molino de crudo y ubicación de los piñones **Objetos de Estudio del presente trabajo.**

1-Motores eléctricos, 2 - Embragues, 3 - Reductores, 4 - Árboles de transmisión,

5 y 6 – Puntos de apoyo de los árboles –piñones del reductor final

Datos de los reductores finales.

- Potencia nominal: $N_p = 1\,000 \text{ kW}$
- Relación de transmisión: $U_p = 9$

Datos generales del reductor.

- Tipo: Cilíndrico bifurcado de dientes rectos.
- Módulo: $m = 20 \text{ mm}$
- Ancho de trabajo: $B_w = 600 \text{ mm}$
- Distancia entre centros: $A_w = 2\,590 \text{ mm}$
- Angulo del perfil: $\alpha = 20^\circ$

Datos de los piñones.

- Números de dientes: $Z_p = 35$
- Diámetro de la circunferencia primitiva: $d_p = 700 \text{ mm}$
- Material: Acero 30 Cr Mo V 9G

Datos de la catalina.

- Números de dientes: $Z_c = 224$
- Diámetro circunferencia primitiva: $d_c = 4\,480 \text{ mm}$
- Material: Acero bajo carbono fundido, dureza HB 267

Datos de los acoplamientos dentados.

En la Fig. 3 se muestra el esquema con las dimensiones fundamentales del árbol de transmisión con los nuevos acoplamientos dentados Flexident.

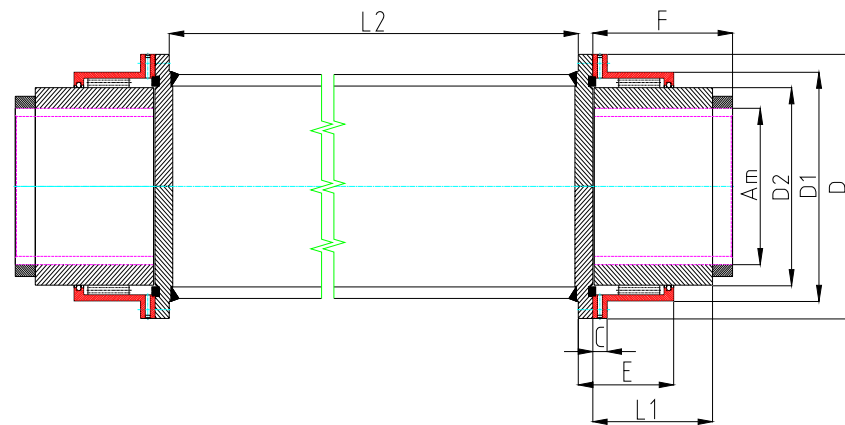


Fig. 3 Esquema del árbol de transmisión con los nuevos Acoplamientos Dentados.

Las dimensiones de los acoplamientos se muestran en la Tabla 1

Tabla 1 Datos de los acoplamientos dentados.

<i>Parámetro</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Magnitud</i>
<i>Torque Nominal (N-m.)</i>	<i>M_t</i>	<i>165000</i>
<i>Dimensiones (mm.)</i>	<i>A_m</i>	<i>250</i>
	<i>B</i>	<i>310</i>
	<i>C</i>	<i>30</i>
	<i>D</i>	<i>498</i>
	<i>D1</i>	<i>432</i>
	<i>D2</i>	<i>374</i>
	<i>E</i>	<i>139</i>
	<i>F</i>	<i>343</i>
	<i>L1</i>	<i>315</i>
	<i>L2</i>	<i>5010</i>
<i>Peso (kgf)</i>		<i>616</i>
<i>Velocidad Máxima. (rpm)</i>		<i>2700</i>
<i>Cantidad de Grasa (kg.)</i>		<i>4</i>

Material del árbol - piñón.

En el plano del árbol – piñón se especifica el material del piñón que es un acero equivalente al acero según GOST 30 Cr

Mo V 9G cuya resistencia máxima según la documentación técnica del molino está entre 735 a 882 MPa en dependencia del tratamiento térmico con Resistencia Máxima: $\sigma_u = 735$ a 882 MPa, Límite de Fluencia, se decidió considerar una resistencia media: $\sigma_u = 810$ MPa, Límite de Fluencia: $\sigma_f = 588$ MPa y Resiliencia del orden de: $a_k = 8 \text{ kgf} - \text{m} / \text{cm}^2$

Comportamiento de las vibraciones y de la mancha de contacto durante la puesta en marcha del molino.

Como se explicó anteriormente en el mes de noviembre del 2004 comienza a trabajar el molino después de concluida la rehabilitación. En esa ocasión se hicieron las correspondientes mediciones de vibraciones y los trabajos de ajuste recomendados por la Firma KHD Humboldt Wedag AG. Durante todo el mes de Noviembre y Diciembre, hasta principio de Enero del 2005 se fueron haciendo mediciones y correcciones en el ajuste de los piñones de la transmisión final del Molino, hasta que se decidió comenzar a operar normalmente. A continuación se presentan los resultados de

la medición de las vibraciones y de la mancha de contacto de acuerdo a un Informe Técnico realizado por Técnicos de la Empresa el día 10/1/05 [8].

En la Fig. 2 se identifican cual es la transmisión izquierda y la derecha en los informes realizados y cual es la posición de las mediciones de vibraciones. En la Tabla 2 se muestra el comportamiento de las vibraciones y los ajustes realizados en los piñones. En negrita se destacan los valores más altos de las vibraciones y de la diferencia de temperatura entre los extremos del diente, que caracteriza precisamente la concentración de la carga en uno de los extremos.

Como se hace mención en la Tabla 2 el día 20/12/04 se efectúa la corrección recomendada por el técnico de KHD, la cual consistió en levantar 1 mm el pedestal lado motor del piñón Izquierdo. Esto fue motivado por dos razones fundamentales: Δt a lo largo del diente superaba los 10 °C y la mancha de contacto del diente no superaba el 20 % de la longitud.

Con la acción realizada prácticamente no se notaron cambios favorables, el contacto del diente alcanzó un 25 % de la longitud aproximadamente y el Δt se mantuvo por encima de 10 °C, además de tener un aumento notable en las vibraciones, es por eso que se decide el propio día 30/12/04 levantar el mismo pedestal 0.5 mm. Se vuelve a limpiar y pintar con laca para evaluar nuevamente la mancha de contacto entre los dientes de muestra para poder analizar posteriormente el resultado de la acción.

El estado de la mancha de contacto el día 30/12/04 se muestra en la Fig. 4. El resultado de la acción una vez más no resultó favorable, el contacto de los dientes no supera el 28% y el Δt y las vibraciones también se mantiene altas. Las imágenes de la mancha de contacto que se muestran en las Figs. 5 y 6 fueron tomadas el día 10/01/05.

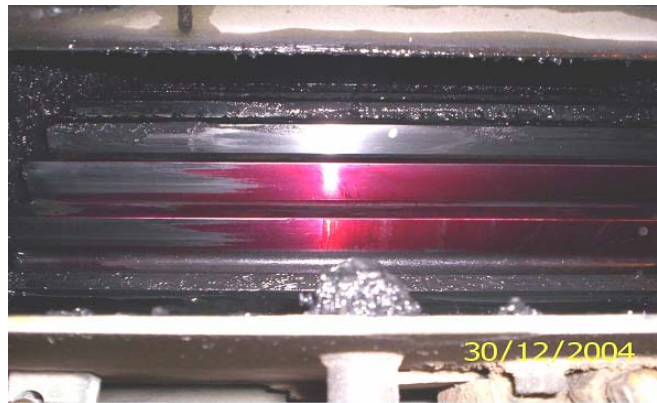


Fig. 4 Estado de la mancha de contacto en el piñón izquierdo el día 30/12/04

Tabla 2 Comportamiento de vibraciones durante la puesta en marcha.

Fecha	Dirección	Piñón Derecho		Observación	Piñón Izquierdo		Observación
		5	6		5	6	
21/11/2004	A	2,3	3,7		6,7	5,0	

	R. Horiz.	4,5	3, 8		8,6	7,8	
	R. Vert.	3,2	5, 1		2,2	4,2	
25/11/20 04	A	3,2	3, 4	80 t/h. Se escucha	6,1	4,4	$\Delta t = 13,4$ °C
	R. Horiz.	5	4, 5	un golpe en el piñón	9,1	9,4	
	R. Vert.	2,6	5, 4	que se refleja en el reductor. $\Delta t = 5,1$ °C	1,7	4,4	
16/12/20 04	A	3,6	4, 4	100 t/h, $\Delta t = 4,1$	8,4	5,5	$\Delta t = 11,7$ °C
	R. Horiz..	7,9	6	°C.	15	13,5	
	R. Vert.	2,2	3, 8		1,5	4,7	

23/12/2004	A	4	3,9	110 t/h, $\Delta t = 3.8$ $^{\circ}\text{C}$	4,6	3,4	El 20/12/04 se corrige la nivelación del piñón izquierdo levantando el pedestal lado motor 1 mm , tal como lo había orientado el técnico de KHD. $\Delta t = 10.2$ $^{\circ}\text{C}$.
	R. Horiz.	7	6		12,2	10,6	
	R. Vert.	2,9	4,1		1,5	3,9	

29/12/2004	A	2,6	3,5	$\Delta t = 4\text{ }^{\circ}\text{C}$	4,4	4,8	El 30/12/04 se orientó corregir la nivelación del piñón izquierdo. $\Delta t = 10\text{ }^{\circ}\text{C}.$
	R. Horiz.	11,6	8,8		19	16,2	
	R. Vert.	2,2	4,4		3,7	4,7	
6/01/05	A	2.4	3.6	$\Delta t = 3.9\text{ }^{\circ}\text{C}$	4.5	4.0	$\Delta t = 9.8\text{ }^{\circ}\text{C}.$
	R. Horiz.	10.7	8.0		17.9	15.5	
	R. Vert.	2.4	4.1		3.7	4.3	



Fig. 5 Estado de la mancha de contacto en el piñón izquierdo
el día 10/1/05

En la Fig. 6 se muestra también una imagen de la mancha de contacto del piñón Derecho, en este caso el contacto de los dientes alcanza aproximadamente un 50% del área del diente, el $\Delta t = 4^{\circ}\text{C}$ y las vibraciones han ido aumentando, aquí no se ha acometido ninguna acción correctiva.



Fig. 6 Estado de la mancha de contacto en el piñón derecho
el día 10/1/05

En la Tabla 3 se muestra el control de las vibraciones de la Transmisión Derecha desde el 3 de Mayo del 2005 fecha en que se realizó una nueva corrección por parte de la Firma KHD, hasta el 14 de Septiembre del 2005 unos días antes que se produjera la fractura de dos dientes del piñón de la Transmisión Izquierda [42].

En la Tabla 4 se muestra el control de las vibraciones de la Transmisión Izquierda en las mismas fechas anteriores.[42].

Tabla 3 Control de las Vibraciones de la Transmisión
Derecha

Fecha	Hora	Derecha	Transmisión Derecha.(362-AP1)						Observación
			1	2	3	4	5	6	
03/05/2005	12:25 p.m	A	2.6	2.2	0.8	0.9	1.1	4.9	Estas mediciones fueron tomadas antes de realizar la corrección pro parte de KHD.
		R.H	2.5	2.4	0.6	1	5.1	8.8	
		R.V	3.2	2.8	0.4	0.7	1.7	9.6	
03/05/2005	5:27 p.m	A					2.3	6.4	
		R.H					5.0	7.3	

		R.V					3. 6	7.0	
03/05/20 05	5:35 p.m	A					2. 3	6.4	Estas mediciones fueron tomados un instante después de realizada la corrección (8 mm de holgura en el ataque)
		R.H					5. 0	7.3	
		R.V					3. 6	7.0	
04/05/20 05	9:35 a.m	A					2. 1	7.3	
		R.H					4. 5	6.7	
		R.V					4. 1	6.4	

05/05/2005	10:30 a.m	A					1.7	8.0	La alimentación en el molino es de 140 t/h
		R.H					2.8	4.2	
		R.V					4.0	5.8	
06/05/2005	11:20 a.m	A					1.7	7.3	La alimentación en el molino es de 140 t/h. Trabajando continuamente desde las 3 horas del día 04/05/2005.
		R.H					2.6	4.2	
		R.V					3.9	6.7	
		A					2.2	7.0	La alimentación

09/05/2005	09:59 a.m	R.H					3.9	6.7	en el molino es de 140 t/h.(Mediciones tomadas dentro de rutas)
		R.V					4.3	8.5	
11/05/2005	09:24 p.m	A					1.9	6.3	La alimentación en el molino es de 140 t/h.
		R.H					3.7	6.6	
		R.V					4.1	8.8	
12/05/2005	02:40 p.m	A					1.7	7.4	La alimentación en el molino es de 130 t/h.
		R.H					4.5	5.3	
		R.V					4.2	8.6	

13/05/2005	3:22 p.m	A					1.8	6.5	La alimentación en el molino es de 130 t/h.(Mediciones tomadas dentro de rutas)
		R.H					3.9	7.2	
		R.V					4.3	8.7	
16/05/2005	9:54 a.m	A					1.9	6.6	La alimentación en el molino es de 140 t/h.(Mediciones tomadas dentro de rutas)
		R.H					3.9	6.2	
		R.V					3.8	9.2	
21/06/20	6:58	A					1.3	7.1	La alimentación

05	p.m	R.H					6. 0	9.5	en el molino es de 140 t/h.
		R.V					4. 3	12. 4	
15/08/20 05	9:00 a.m	A	2. 1	2. 1	1. 3	1. 2	1. 7	7.4	130 t/h
		R.H	2. 3	2. 5	1. 4	1. 4	9. 8	16. 1	
		R.V	3. 2	3. 4	1. 6	1. 1	4. 2	15. 6	
18/08/20 05	10:2 0 a.m	A					2. 1	7.7	
		R.H					9. 9	17. 0	
		R.V					4. 3	16. 0	
22/08/20	02:3	A					2. 2	7.6	

05	5 p.m	R.H					9. 8	16. 5	
		R.V					4. 2	15. 6	
26/08/20 05	10:0 0 a.m	A					2. 3	7.8	
		R.H					9. 9	16. 5	
		R.V					4. 3	16. 0	
01/09/20 05	12:2 5 p.m	A					1. 9	6.3	
		R.H					9. 6	15. 6	
		R.V					2. 1	12. 1	
14/09/20	9:00	A	2	2. 3	1. 2	1. 2	1. 5	6.3	La alimentación

05	a.m	R.H	2.	2.	1.	1.	9.	14.	en el molino es de 120 t/h
			2	7	4	4	2	9	
		R.V	2.	2.	1.	1.	3.	13.	
			9	7	2	1	6	1	

Tabla 4 Control de las Vibraciones de la Transmisión
Izquierda

Fecha	Hora	Dirección	Transmisión Izquierda.(362-AP1)						Observación
			1	2	3	4	5	6	
03/05/2005	12:25 p.m	A	1.	1.	1.	1.	3.6	2.5	Estas mediciones fueran tomadas antes de realizar la corrección por parte de KHD.
			6	5	3	3			
		R.H	2.	2.	0.	3.	14.	11.	
			7	2	9	1	1	4	
		R.V	1.	1.	0.	0.	1.5	4.2	
			6	7	3	6			

03/05/20 05	5:27 p.m	A					5.1	4.2	
		R.H					15.	12.	
							2	2	
		R.V					3.5	5.8	
03/05/20 05	5:35 p.m	A					5.1	4.9	Estas mediciones fueron tomadas un instante después de realizada la corrección (8 mm de holgura en el ataque)
		R.H					15.	12.	
							1	2	
		R.V					3.5	5.8	
04/05/20 05	9:35 a.m	A					4.7	4.3	
		R.H					12.	10.	
							6	2	
		R.V					3.7	4.7	

05/05/2005	10:30 a.m	A					4.1	3.6	La alimentación en el molino es de 140 t/h
		R.H					11.6	9.7	
		R.V					3.1	5.2	
06/05/2005	11:20 a.m	A					3.7	3.1	La alimentación en el molino es de 140 t/h....Trabajando continuamente desde las 3 horas del día 04/05/2005.
		R.H					9.5	8.2	
		R.V					3.1	4.5	
09/05/20	09:5	A					4.0	3.5	La alimentación en el molino
		R.H					11.4	8.9	

05	9 a.m	R.V					2.6	4.5	es de 140 t/h.(Medicio nes tomadas dentro de rutas)
11/05/20 05	09:2 4 p.m	A					2.7	1.9	La alimentación en el molino es de 140 t/h.
		R.H					11. 3	8.5	
		R.V					2.2	4	
			1	2	3	4	5	6	
12/05/20 05	02:4 0 p.m	A					4.2	2.5	La alimentación en el molino es de 130 t/h.
		R.H					11. 7	9.5	
		R.V					2.2	3.8	
13/05/20	3:22	A					3.4	2.5	La alimentación en el molino
		R.H					12. 5	9.4	

05	p.m	R.V					2.2	3.8	es de 130 t/h.(Mediciones tomadas dentro de rutas)
16/05/2005	9:54 a.m	A					3.7	2.5	La alimentación en el molino es de 140 t/h.(Mediciones tomadas dentro de rutas)
		R.H					11.8	9.4	
		R.V					2.2	3.8	
21/06/2005	6:58 p.m	A					4.2	1.9	La alimentación en el molino es de 140 t/h.
		R.H					17.0	12.2	
		R.V					1.7	2.4	
15/08/20	9:00	A	1.6	1.7	2.5	2.3	2.1	2.6	130 t/h

05	a.m	R.H	2. 5	2. 4	1. 8	4. 5	17. 7	13. 4	
		R.V	1. 6	1. 9	1. 0	1. 5	2.4	2.4	
18/08/20 05	10:2 0 a.m	A					2.3	2.6	
		R.H					25. 7	12. 3	
		R.V					2.2	2.5	
22/08/20 05	02:3 5 p.m	A					2.7	2.5	
		R.H					16. 6	12. 5	
		R.V					2.3	2.6	
26/08/20 05	10:0 0 a.m	A					2.8	2.6	
		R.H					15. 9	12. 3	
		R.V					2.2	2.4	
01/09/20 05	12:2 5	A					3.0	2.3	
		R.H					16. 0	12. 1	

	p.m	R.V					2.0	2.4	
14/09/20 05	9:00 a.m	A	1. 4	2. 1	2. 9	2. 9	3.1	3	La alimentación en el molino es de 120 t/h
		R.H	2. 5	2. 4	1. 7	4. 3	16. 6	11. 2	
		R.V	2. 3	2	0. 4	1. 1	2.3	2.7	

En las Tablas 5 y 6 se muestra el comportamiento de las temperaturas de los flancos de los dientes de los piñones, así como el Δt entre los extremos del diente medidas en el mismo período anterior, para las Transmisiones Derecha e Izquierda respectivamente [42].

Tabla 5 Control de las Temperaturas de los Flancos del Diente del Piñón de la Transmisión Derecha

Transmisión Derecha.					
Fecha	Hora	Temperatura del piñón.			Observaciones.
		1	2	3	

04/05/2005	09:35 a.m.	48.8	48.2	50.6	
12/05/2005	02:40 p.m.				
13/05/2005	03:40 p.m.				
16/05/2005	10:00 a.m.				
02/06/2005	11:00 a.m.	55	50.8	49.5	$\Delta t = 5.5^{\circ}\text{C}$, $t_{\text{cuerpo}} = 110^{\circ}\text{C}$
21/06/2005	6:58 p.m.	54	49.5	52.2	$\Delta t = 1.8^{\circ}\text{C}$
15/08/2005	09:00 a.m.	56	51	52.2	$\Delta t = 3.8^{\circ}\text{C}$
18/08/2005	10:20 a.m.	55.5	52.2	52.1	$\Delta t = 3.4^{\circ}\text{C}$
22/08/2005	02:35 p.m.	56	52.1	51.1	$\Delta t = 5.1^{\circ}\text{C}$

26/08/2005	10:00 a.m.	55.2	50.8	52.1	$\Delta t = 3.1^{\circ}\text{C}$
01/09/2005	12:25 a.m.	53.1	51.2	49.6	$\Delta t = 3.5^{\circ}\text{C}$
14/05/2005	09:00 a.m.	55	52	52.1	$\Delta t = 2.9^{\circ}\text{C}$, Alimentación 120 t/h.

Tabla 6 Control de las Temperaturas de los Flancos del Diente del Piñón de la Transmisión Izquierda.

Transmisión Izquierda.					
Fecha	Hora	Temperatura del piñón.			Observaciones.
		1	2	3	
04/05/2005	09:35 a.m.	55.6	55.5	52.7	
12/05/2005	02:40 p.m.	49.4	49.8	47.3	$\Delta t = 1.9^{\circ}\text{C}$, tomando entre ptos 1 y 2 del

					piñón.
13/05/2005	03:30 p.m.				
16/05/2005	10:00 a.m.	49.1	50.3	47.4	$\Delta t = 2.9^{\circ}\text{C}$, tomando entre ptos. 2 y 3 del piñón.
02/06/2005	11:00 a.m.	51.3	52.2	50.2	$\Delta t = 2.0^{\circ}\text{C}$, tomando entre ptos. 2 y 3 del piñón.
21/06/2005	6:58 p.m	49.6	51	48	$\Delta t = 1.6^{\circ}\text{C}$
15/08/2005	09:00 a.m	52	51	49	$\Delta t = 3^{\circ}\text{C}$
18/08/2005	10:20 a.m	49.7	52	47	$\Delta t = 2.7^{\circ}\text{C}$
22/08/2005	02:35 p.m	50.1	50.3	47	$\Delta t = 3.1^{\circ}\text{C}$

26/08/2005	10:00 a.m	49.9	50.8	49	$\Delta t = 0.9^{\circ}\text{C}$
01/09/2005	12:25 a.m	55.1	49.8	48	$\Delta t = 2.1^{\circ}\text{C}$
14/05/2005	09:00 a.m	52	53	52.5	$\Delta t = 0.5^{\circ}\text{C}$, Alimentación 120 t/h.

El 20 de Septiembre del 2005 se produjo la Fractura de dos dientes del Piñón de la Transmisión Izquierda, tomándose fotos de la avería presentada.

Caracterización de la fractura de los dientes.

En la Fig. 7 se muestra la zona del pie donde se produjo la fractura de los dientes, la cual según Dobrovolski [16] es característica de la forma en que se desarrollan las grietas de fatiga en los pies de los engranajes cilíndricos de dientes rectos. En la Fig. 8 se muestra el aspecto externo de la zona

de fractura, la cual es evidentemente por fatiga. En la misma se puede apreciar la zona de incubación inicialmente ubicada en las proximidades del extremo del diente donde se produce la concentración de carga por el efecto de desalineación o deformación no simétrica del árbol con relación a los apoyos y la grieta se corresponde en ese período con una grieta de cuarto de elipse, se observa una segunda zona de incubación originada después de un período relativamente prolongado de parada del molino y donde la grieta de fatiga avanzó por fisuración progresiva de forma diferente en otra dirección pero prolongando en definitiva el tamaño de la grieta de cuarto de elipse, se observa finalmente una tercera zona de incubación originada después de otro período prolongado con su correspondiente zona de fisuración progresiva que condujo a que la grieta creciera hasta su tamaño crítico y originara la fractura por fatiga.



Fig. 7 Vistas de la sección de fractura de los dientes.



Fig. 8 Aspecto externo de las grietas de fatiga de los dientes.

En la Fig. 9 se muestra una vista general de los dos dientes fracturados en el piñón izquierdo y grietas de fatiga en otros dientes.



Fig. 9 Vista de los dientes fracturados y de grietas en otros
dientes

Como conclusión de estos datos se puede afirmar que las grietas en los dientes son evidentemente grietas de fatiga, claramente asociadas a la falta de alineación entre los dientes del piñón y de la catalina que provocan la concentración de la carga en uno de los extremos del diente lo que ha sido comprobado por la mancha de contacto que sólo abarca una parte del diente y por la diferencia de la temperatura superficial entre ambos extremos de estos, lo que es un claro indicador de que uno de los extremos transmite mayor carga.

Evaluación de la resistencia a la fractura por fatiga de los dientes del piñón.

Modelo a emplear para el cálculo del factor de forma del diente tomando en cuenta la fricción y la corrección.

En la literatura especializada sobre Transmisiones por engranajes sólo Dobrovolski [16]. incluye la influencia de la fuerza de fricción en los valores de los Factores de Forma reportados pero para un valor constante del coeficiente de

fricción y sin hacer referencia alguna a la influencia que podían tener las variaciones del coeficiente de fricción en los valores del Factor de Forma y en la resistencia a la fractura del dentado de las ruedas conductoras o conducidas.

En la Figura 10 a) se muestran las cargas que actúan sobre un diente de la rueda conductora en el instante en que sale del contacto con la rueda conducida y en la Figura 10 b) se muestran las cargas sobre un diente de la rueda conducida en el instante en que entra en contacto con un diente de la rueda conductora al producirse el engrane entre dos ruedas, primeramente entra en contacto el extremo o vértice de la cabeza del diente de la rueda conducida con el pie del diente de la rueda conductora, terminando con el contacto del vértice de la rueda conductora con el pie del diente de la rueda conducida. En ambos casos la carga normal, expresada por q_n actúa a lo largo de la línea de engranaje, como es conocido, y perpendicularmente a ésta actúa la fuerza de rozamiento dirigida hacia el vértice del diente, en el caso de las ruedas conductoras, o hacia al pie del diente, en el caso de las ruedas conducidas. La composición de las fuerzas normal y de

fricción, forman la carga resultante q_r inclinada un ángulo ρ respecto a la dirección de q_n , siendo este el ángulo de fricción.

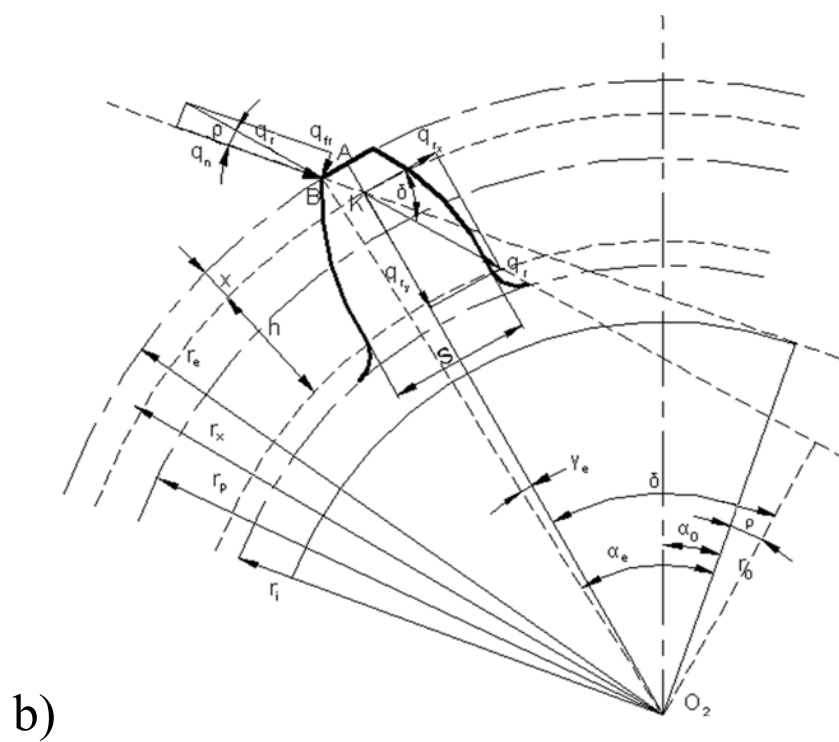
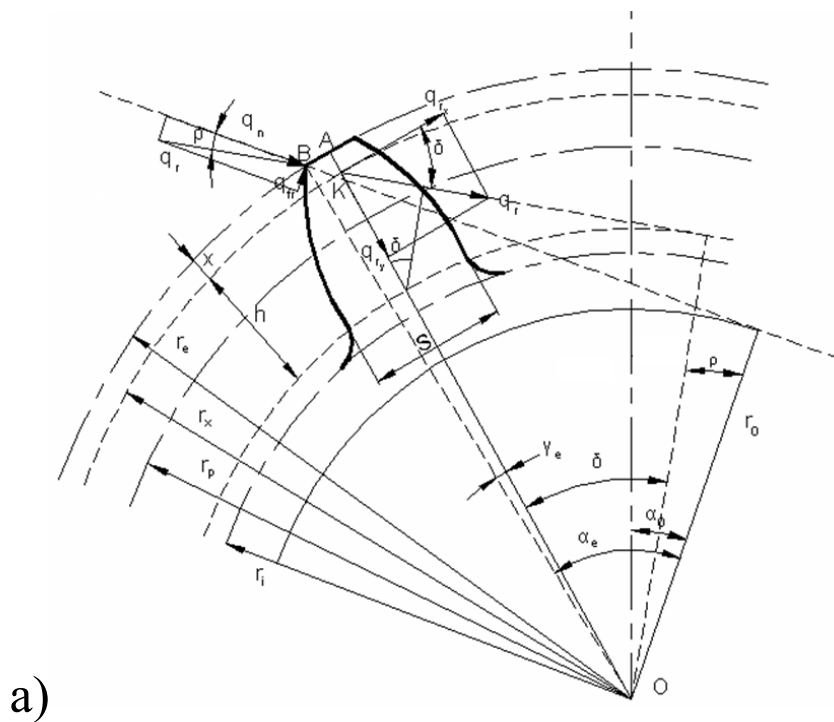


Fig. 10 Cargas actuantes en la circunferencia exterior en el momento final e inicial de contacto para la Rueda Conductora (a) y para la Rueda Conducida (b) respectivamente.

En la Tesis de Maestría de Quiñónez [44] se desarrollo, un nuevo modelo que permite obtener el Factor de Forma para cualquier coeficiente de corrección del dentado de la rueda correspondiente y para cualquier coeficiente de fricción entre los pares engranados.

En la literatura consultada [1, 15, 16, 25, 26, 30, 31, 44] existe una unidad de criterios en cuanto a la dependencia del coeficiente de fricción con la viscosidad del aceite lubricante, la velocidad de deslizamiento relativo, la velocidad periférica de contacto, de la rugosidad de las superficies en contacto, de la carga a transmitir; luego se plantea [16] que para transmisiones cerradas con condiciones favorables de las anteriores características el coeficiente de fricción puede variar de 0.03 a 0,10. Para transmisiones abiertas la magnitud de éste crece bruscamente y puede alcanzar valores de 0.7 y

0.8 [16]. Para el caso de Coronas de Molinos de Caña de Azúcar los experimentos hechos por A. Álvarez y otros, 1998 [1] obtienen valores del coeficiente de fricción próximos a la unidad para el caso de coronas no maquinadas.

Por las razones antes expuestas en el trabajo Quiñónez [44] se evaluaron tres condiciones diferentes desde el punto de vista del coeficiente de fricción:

- Ausencia total de fricción, $f = 0$. Esta situación idealizada se corresponde con el caso de la lubricación hidrodinámica de los dientes, donde las condiciones geométricas, cinemáticas y de viscosidad del lubricante son tan favorables que el espesor de la película excluye totalmente el contacto metal – metal y el valor del coeficiente de fricción es del orden de las milésimas, prácticamente cero. O el caso de la lubricación elastohidrodinámica propia de los contactos bien lubricados excesivamente cargados donde las cualidades de la película lubricante no solo dependen de parámetros geométricos, cinemáticos y viscosos, sino de la elasticidad de los materiales en contacto, que provoca

deformaciones de las superficies y de la dependencia de la viscosidad del aceite no sólo de la temperatura sino del comportamiento viscosidad - presión del mismo, aspectos estos que conducen finalmente a que la película de lubricante que se origina entre los pares en contacto sea muy fina, pero extremadamente resistente limitando sensiblemente el contacto metálico y reduciendo el valor del coeficiente de fricción a valores muy pequeños en dependencia de la rugosidad superficial del par de superficies en contacto.

- Coeficientes de fricción de $f = 0,2$ y $f = 0,5$. Estos valores son típicos del rango en el que se mueve el coeficiente de fricción en el caso de la lubricación de película límite donde las condiciones de lubricación son más desfavorables producto de: bajas velocidades de deslizamiento, grandes cargas, elevadas rugosidades superficiales, altas temperaturas de contacto, baja viscosidad, escasos volúmenes de lubricante, etc. Transmisiones por lo regular o cerradas, con una lubricación no muy eficiente, o abiertas a la atmósfera, de poca importancia en las cuales dadas las mencionadas

condiciones, el espesor de la película de lubricante no excluye el contacto metálico entre las irregularidades aunque si es capaz de limitar, en mayor o menor medida, el efecto adhesivo del contacto reduciendo el valor del coeficiente de fricción al orden de las décimas.

- Coeficiente de fricción $f = 0,8$, próximo a la unidad. Esta situación también idealizada se corresponde con la situación extrema opuesta, o sea, ausencia casi total de lubricante, superficies idealmente secas, con pares de contacto poco compatibles (por ejemplo acero con acero), lo que permitió evaluar el espectro completo de valores de coeficiente de fricción posibles en las transmisiones por engranajes.

Se evaluaron siete condiciones desde el punto de vista del coeficiente de corrección del dentado que son. $\xi = -0,6; -0,3; 0,0; 0,3; 0,6; 1,0$ y $1,3$. Como resultado del procesamiento se obtuvieron las Familias de Curvas que se muestran en las Figs. 11 a) y b) donde se puede apreciar la influencia simultánea de los coeficientes de corrección y de

fricción en el Factor de Forma para las ruedas conductoras y para las ruedas conducidas respectivamente.

Con el modelo elaborado para el cálculo del Factor de Forma introduciendo los rangos dados para los coeficientes de fricción y corrección y para números de dientes desde 10 hasta 1000 se construyeron en Microsoft EXCEL 2003 sendas hojas de cálculo para las ruedas conductora y conducida respectivamente; construyéndose los gráficos mostrados en la Fig. 11 donde se aprecia una gran similitud a los presentados por Dobrovolski [16] para un solo valor del coeficiente de fricción.

Estos gráficos, tienen una gran significación práctica, pues pueden ser utilizados directamente junto con las ecuaciones de la Norma GOST 21354-87 que permiten evaluar la resistencia de los dientes de engranajes cilíndricos de dientes rectos a la fractura por fatiga e incluso, pueden ser utilizados en el cálculo de los engranajes de dientes oblicuos, cónicos y sinfín, sobre todo en aquellos casos de transmisiones abiertas o semicerradas donde es de esperar un elevado coeficiente de fricción entre los dientes.

Determinación del coeficiente de fricción de los engranes cilíndricos de dientes rectos.

Los factores que influyen en la magnitud del coeficiente de fricción en los engranes cilíndricos de dientes rectos son los siguientes [25]:

- Calidad (acabado) de la superficie de los dientes.
- Propiedades y cantidad de lubricante.
- Velocidad periférica de las ruedas.
- Magnitud de la carga a transmitir.

Los experimentos han demostrado que el coeficiente de rozamiento f disminuye con el aumento de la viscosidad del aceite, con el aumento de la velocidad de deslizamiento y con el aumento de la velocidad periférica. De acuerdo con la lisura de la superficie, de la velocidad periférica y de la viscosidad del lubricante, el coeficiente (f) puede variar en los límites de 0,05 a 0,01. Si se trabaja sin lubricación o con lubricación deficiente la magnitud del coeficiente de rozamiento crece bruscamente y puede alcanzar las

magnitudes de 0,7 a 0,8. En la magnitud del coeficiente de fricción influye la temperatura de la superficie de fricción y no la del lubricante [25]. El máximo valor del coeficiente de fricción se obtiene para velocidades de deslizamiento de 1 a 0,25% de la velocidad de rodamiento.

El coeficiente de fricción entre los dientes de las transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos depende de la geometría de los dientes, de la carga específica, de la velocidad, la viscosidad del lubricante y la rugosidad superficial de los flancos de los dientes y se puede calcular por la siguiente expresión[25]:

$$f = 0,2 \left(\frac{q}{\mu \cdot v} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{Ra}{\rho_r} \right)^{0,25}$$

(1)

Donde:

q - carga específica de contacto N / mm.

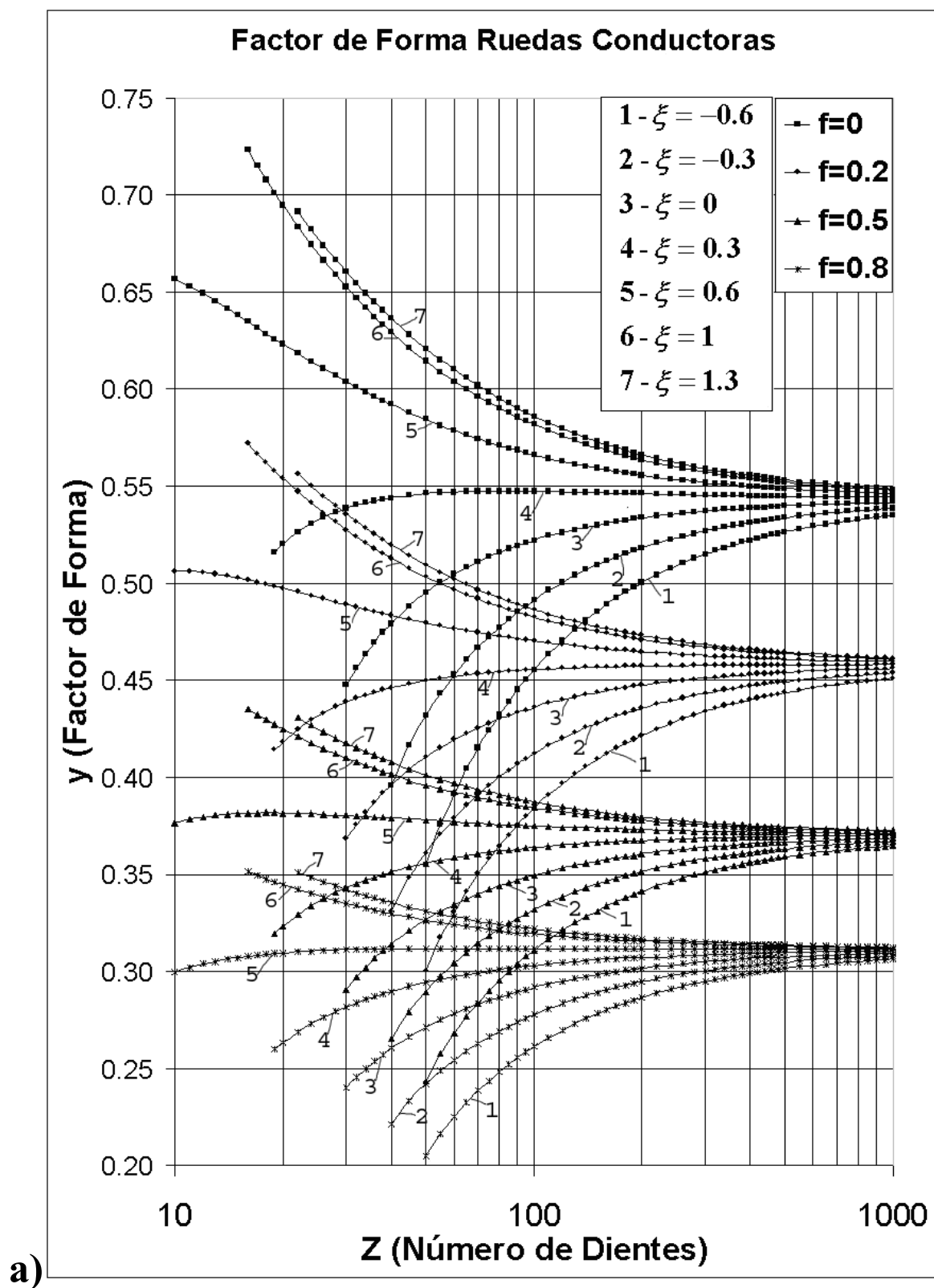
μ - viscosidad absoluta del aceite lubricante en Pa · s.

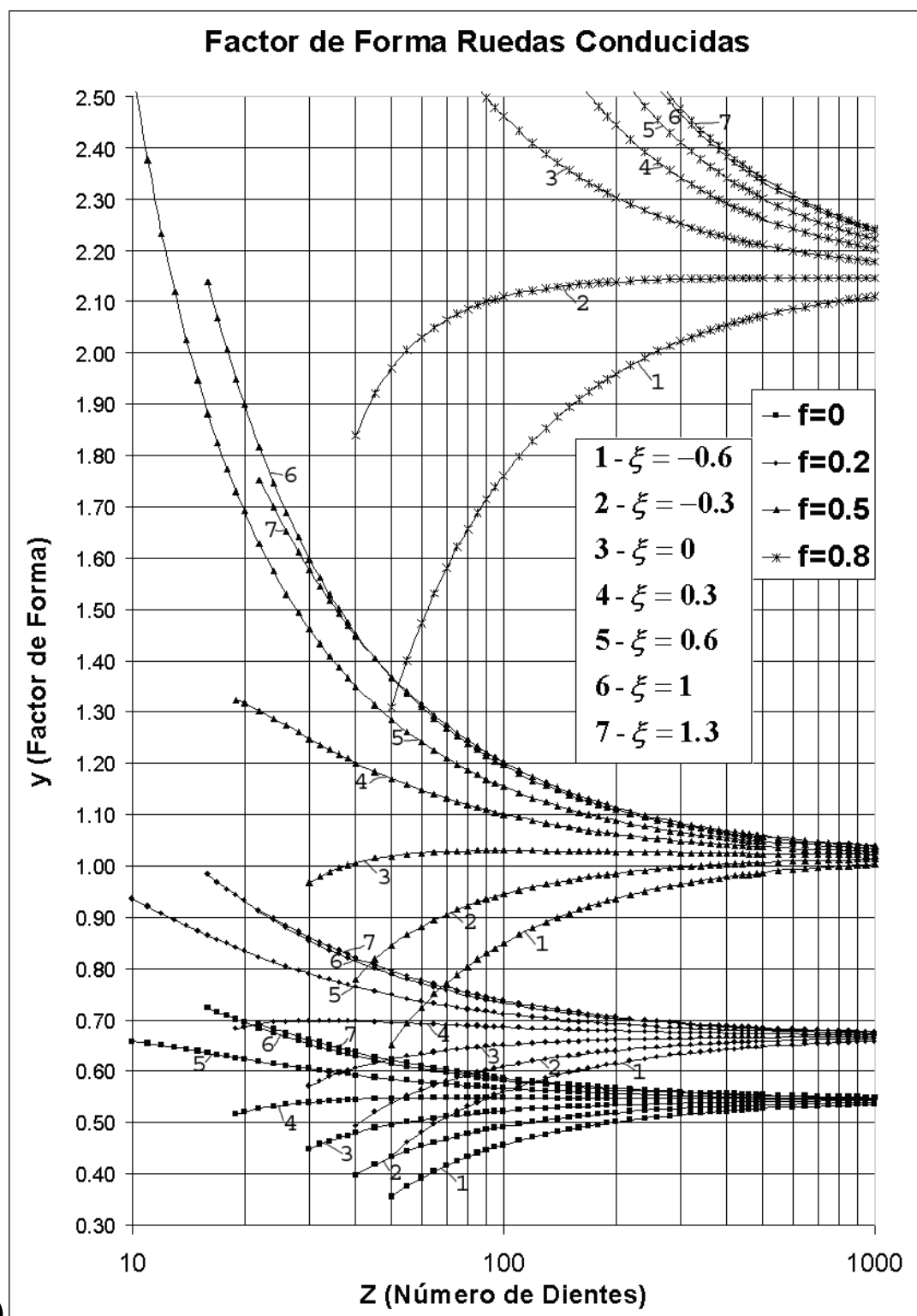
V - velocidad periférica de los engranajes en mm / s.

ρ_r - radio de curvatura reducido en el polo del engranaje en mm.

R_a - rugosidad superficial combinada de las superficies de los dientes en contacto en mm.

La aplicación práctica de la ecuación empleada para calcular el coeficiente de fricción [22] demuestra que la misma da valores altos, por lo que los autores del presente trabajo sugieren emplearla básicamente en transmisiones abiertas o en semiprotegidas con dificultades de lubricación como es el caso que se analiza del Molino de Crudo de la Empresa Cementos Cienfuegos S.A.





b)

Fig. 11 Valores del Factor de Forma para las Ruedas Conductoras y Conducidas para diferentes coeficientes de fricción y de corrección del dentado

Expresión del coeficiente de concentración de tensiones que toma en cuenta la influencia de la corrección en el factor de forma propuesto en el trabajo [44].

En el trabajo [44] se realizó un estudio aplicando el Método de los Elementos Finitos con vistas a establecer una mejor correspondencia entre las ecuaciones para el cálculo de la tensión de flexión en una rueda cualquiera de una Transmisión por Engranajes Cilíndricos de Dientes Rectos. Se calcularon las tensiones en las ruedas por el Método de los Elementos Finitos y se dividieron entre las tensiones calculadas haciendo uso de los factores de forma calculados por el Modelo Matemático mencionado anteriormente. Esta relación se designó como:

$$k\sigma_{MEF} = \frac{\sigma_{MEF}}{\sigma_{MODELO}}$$

(2)

Con los valores obtenidos de $k\sigma_{MEF}$ se realizó un análisis de regresión lineal múltiple tomando como variable dependiente $k\sigma_{MEF}$ y como independiente el número de dientes (Z) y el coeficiente de corrección (ξ); con ayuda del software SPSS 11.0 para Windows se obtuvo la siguiente expresión con un coeficiente de correlación $R^2=0.847$ con varios niveles de significación y de representatividad de las variables independientes sobre las variables dependientes.

$$k\sigma_{MEF} = 1.497 + 0.126\xi - 0.00393Z \quad (3)$$

Esta expresión será la utilizada para evaluar la concentración de tensiones en el pie de los dientes del Molino de Crudo de la Empresa Cementos Cienfuegos S.A.

Cálculo del Factor de Seguridad a la Fatiga por flexión de los Piñones de la Transmisión del Molino de crudo de la Empresa Cementos Cienfuegos S.A.

Potencia transmitida por el reductor final.

Para calcular la potencia transmitida por el reductor final de la transmisión se consideraron las pérdidas mecánicas en todos

los pares cinemáticos ubicados entre el motor y el reductor que son:

Un par de cojinetes de rodamientos ubicados en el árbol del piñón. El coeficiente de rendimiento de un cojinete de rodillos de doble hilera autolineante se tomó de acuerdo a los datos de la literatura $\eta_{coj} = 0,99$ [7], por consiguiente en un par de cojinetes $\eta_c = \eta^2 = 0,98$.

Reductor auxiliar. Según la literatura con $U_p = 9$ el coeficiente de rendimiento de este tipo de reductor es alto $\eta_p = 0,97$ a $0,99$ [7, 16], se asumió un valor medio $\eta_p = 0,98$.

Acoplamientos. Estos acoplamientos tienen un coeficiente de rendimiento relativamente alto dentro del grupo de acoplamientos rígidos de compensación $\eta_a = 0,985$ [7].

El coeficiente de rendimiento mecánico entre el motor y el reductor final será entonces:

$$\eta_t = \eta_c \cdot \eta_p \cdot \eta_a = 0,98 \cdot 0,98 \cdot 0,985 = 0,946 \quad (4)$$

Se tomó en cuenta también el % de utilización de la potencia del motor obtenido sobre la base de la comparación de la corriente de trabajo, determinada en los registros de corriente

de estos motores en la pizarra de control y la corriente nominal. El registro de corriente de estos motores en la pizarra de control oscila como regla alrededor de $I_{sc} = 110 \text{ A}$ y la corriente nominal $I_n = 109 \text{ A}$. El disparo por sobrecarga está calibrado para que éste se produzca para $I_{sc} = 115 \text{ A}$, pero esta situación no se presenta en estos motores, de aquí que se puede suponer que los motores poseen un 100% de utilización de su potencia, o sea, $C_{util} = 1,0$. La potencia que llega al piñón del reductor es:

$$N_p = N_m \cdot \eta_t \cdot C_{util} = 900 \cdot 0,946 \cdot 1, \quad (5)$$

$$N_p = 851,4 \text{ kW}$$

Velocidad de giro del árbol – piñón y fuerza tangencial sobre el piñón..

La velocidad de giro del árbol del piñón se calcula dividiendo la velocidad de giro del motor n_m entre la relación de transmisión del reductor planetario U_p . O sea:

$$n_p = n_m / u_p = 890 / 9 = 98,9 \text{ r/min} \quad (6)$$

Momento torsor en el árbol del piñón.

El momento torsor en el árbol del piñón depende de la potencia que él transmite y de su velocidad de giro:

$$M_t = 955 \frac{Np}{n_p} = 955 \frac{851,4}{98,9} = 8\,221,3 \text{ kN-cm} \quad (7)$$

Fuerzas sobre el piñón.

La fuerza tangencial sobre el dentado del piñón será:

$$P_t = \frac{2M_t}{d_{wp}} = \frac{2 \cdot 8221,3}{70} = 234,9 \text{ kN} \quad (8)$$

La fuerza normal sobre el diente será:

$$P_n = \frac{P_t}{\cos \alpha} = \frac{234,9}{\cos 20^\circ} \cong 250 \text{ kN} \quad (9)$$

Fuerzas sobre el árbol provocadas por el acoplamiento dentado.

En un acoplamiento dentado idealizado éste no debía transmitir cargas transversales al árbol debido al considerable número de dientes en contacto y la simetría general entre las cargas que entre los dientes se producen, sin embargo a causa de la desalineación entre los árboles que se empalman (cuya existencia es la causa fundamental del empleo de estos

acoplamientos rígidos de compensación), se producen cargas radiales las cuales, según [16] se encuentran entre los límites:

$$0 < R \leq P_n = \frac{2Mt}{D_p \cdot \cos \alpha} \text{ kN} \quad (10)$$

Donde:

D_p - Diámetro primitivo del dentado del acoplamiento en cm.

α - Ángulo del perfil del diente.

Las investigaciones experimentales confirman que normalmente, para las magnitudes habituales de no coaxialidad y de errores de fabricación la carga radial es $R = (0,2 \text{ a } 0,4) P_n$. En el peor de los casos, cuando la carga se transmite sólo por unos pocos dientes en contacto a causa de elevadas desalineaciones, grandes errores de fabricación o excesivo desgaste en los dientes, la carga radial sobre el árbol puede ser igual a la carga normal sobre el dentado $R = P_n$ [16].

La fuerza radial sobre el árbol objeto de análisis es:

$$R = P_n = \frac{2Mt}{D_p \cdot \cos \alpha} = \frac{2 \cdot 8221,3}{40 \cdot \cos 20^\circ} = 437,3 \text{ kN} \quad (11)$$

La posición angular relativa de la carga R con relación a la carga P_n existente en el piñón es difícil de conocer. La

dirección más crítica es cuando ella ésta está dirigida hacia arriba, o sea, opuesta a la carga P_n , por el hecho que en estas condiciones eleva la deformación del árbol en la zona de contacto y empeora el fenómeno de concentración de carga sobre el diente.

Cálculo del Factor de Seguridad a la Fatiga por Flexión de los dientes del piñón según la Norma GOST.

La resistencia a la fatiga del diente del piñón queda satisfecha si se cumple que:

$$\sigma_{flex} \leq [\sigma]_{flex}$$

(12)

Donde la tensión de flexión en el diente se calcula por la expresión:

$$\sigma_{flex} = \frac{M t_c . k_c . k_d . (i + 1)}{A . B . i . m . y . \cos \alpha}$$

(13)

Y la tensión admisible del material del diente por la expresión:

$$[\sigma]_{flex} = \frac{\sigma_o}{n.k_\sigma} . k_r$$

(14)

Donde:

M_{tc} - Es el toque en el eje de catalina en N - mm

A - Es la distancia entre centros en mm.

B - Es el ancho de contacto entre los dientes en mm.

i - La relación de transmisión.

α - El ángulo de perfil del diente.

m - El modulo del dentado en mm.

k_d - Es el coeficiente de carga dinámica.

k_c - Es el coeficiente de concentración de carga.

y - Es el factor de forma del diente.

σ_o - Es el límite de fatiga del material bajo ciclo intermitente en MPa.

k_σ - Es el coeficiente de concentración de tensiones.

k_r - Es el factor que toma en cuenta la inestabilidad del régimen de carga.

n - Es el factor de seguridad a la fatiga por flexión del diente.

Despejando el Factor de Seguridad a la Fatiga se tiene que:

$$n = \frac{\sigma_o \cdot k_r \cdot A \cdot B \cdot i \cdot m \cdot y \cdot \cos \alpha}{Mt_c \cdot k_\sigma \cdot k_c \cdot k_d \cdot (i + 1)} \quad (15)$$

El límite de fatiga bajo ciclo intermitente según Dobrovolski [16], se puede estimar como:

$$\sigma_o = 0,6 \sigma_u = 0,6 \cdot 810 = 486 \text{ MPa}$$

El coeficiente de régimen de carga, para el caso de que se desee una vida prolongada se toma $k_r = 1$.

La distancia entre centros $A = 2\,590 \text{ mm}$.

El ancho de contacto $B = 600 \text{ mm}$.

El módulo del dentado $m = 20 \text{ mm}$.

El ángulo del perfil $\alpha = 20^\circ$.

El torque en el eje de la catalina fue calculado anteriormente y se obtuvo:

$$Mt_p = 82\,213\,000 \text{ N} - \text{mm}$$

Para los datos de la transmisión final del Molino, la relación de transmisión es:

$$i = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{224}{35} = 6,4$$

El torque en la corona es:

$$Mt_c = Mt_p \cdot i = 82\,213\,000 \cdot 6,4 = 526\,163\,200 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

El coeficiente k_c de concentración de carga depende del parámetro $\psi_p = B/d_p$ de la transmisión y del diseño de la transmisión. En el caso de la transmisión del Molino de Crudo de la Empresa Cementos Cienfuegos S.A. se tiene que:

$$\psi_p = \frac{B}{d_p} = \frac{600}{700} = 0,86$$

y cuando una de las ruedas esta en consola, o sea, en voladizo que es el caso analizado, sería necesario extrapolar de la tabla dada por Dobrovolski [16]. Los valores dados en la Tabla fue necesario ajustarlos según el Software Curve Expert para obtener una función de $k_c = f(\psi_p)$. La función obtenida fue la siguiente:

$$k_c = 1.11 + 0,125 \cdot \psi_p + 0,375 \cdot \psi_p^2 \quad (16)$$

La curva de ajuste obtenida se muestra en la Fig. 12.

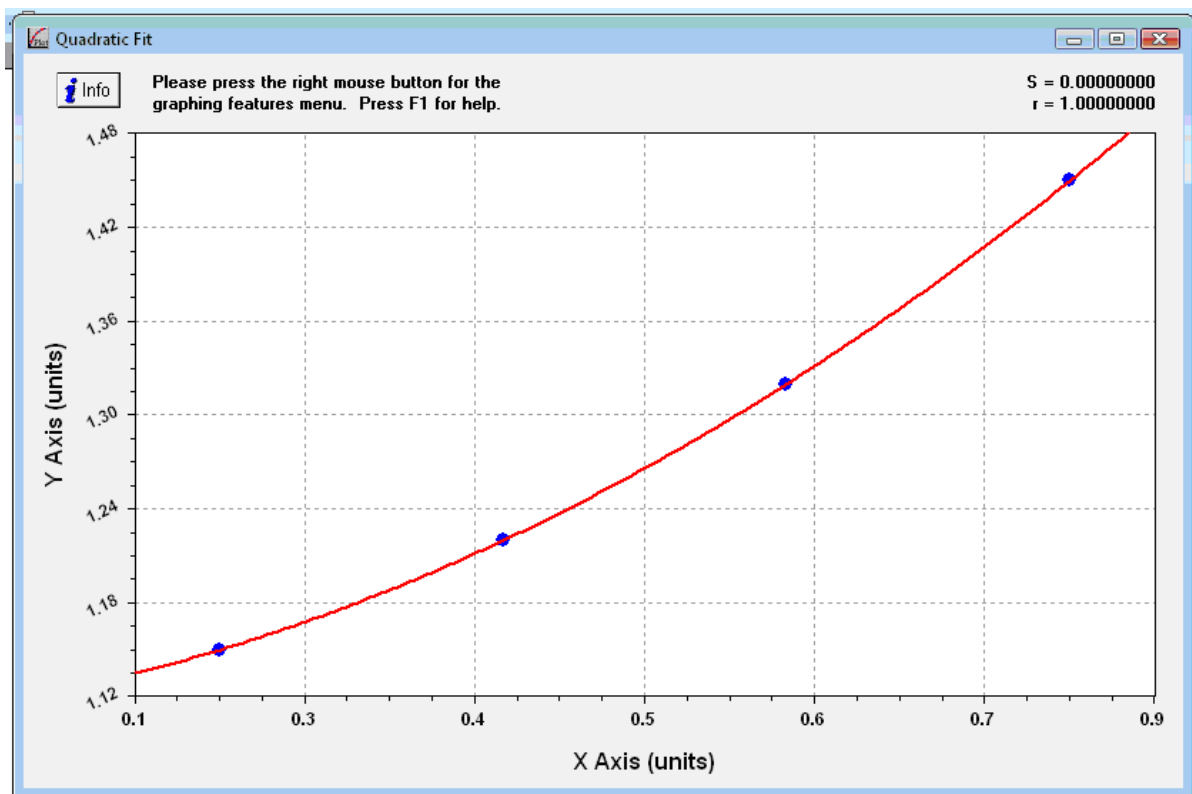


Fig. 12. Curva de ajuste de los valores de k_c dados por Dobrovolski.

De la ecuación (16) se obtiene que para $\psi_p = 0,86$, el valor de k_c es: $k_c = 1,495$

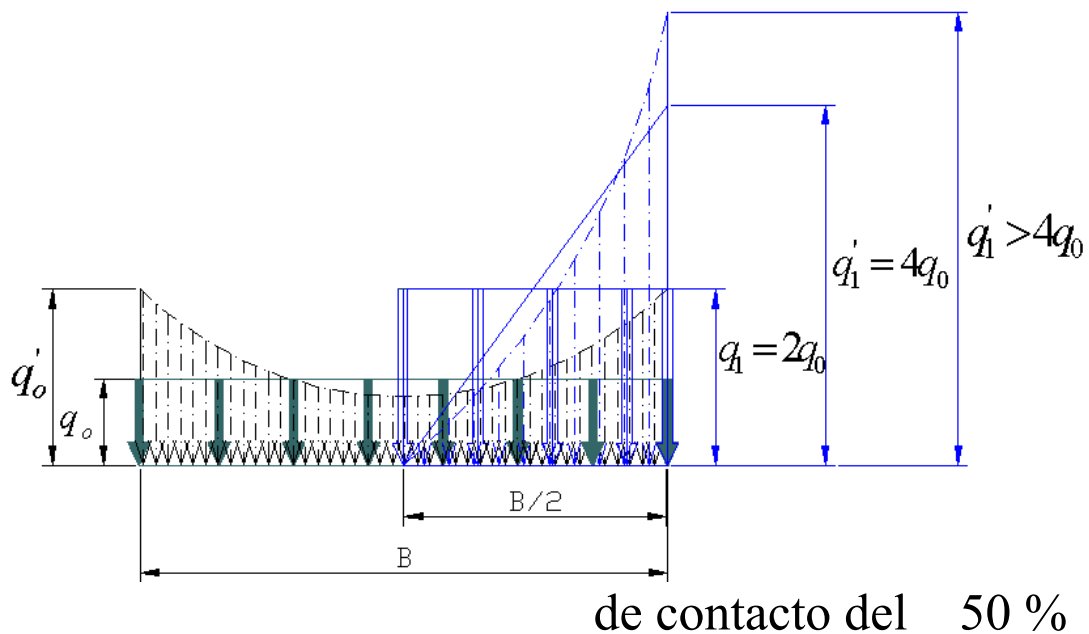
Sin embargo, hay que tener presente que en las condiciones de desalineación que ha estado presentando la transmisión donde la mancha de contacto es inferior incluso al 50 %, este coeficiente en la realidad es mucho mayor.

En la Fig. 13 se muestra una gráfica que ilustra esta situación. La carga específica entre los dientes q_o se calcula suponiendo

que el contacto es a lo largo de toda la longitud, se considera solamente que la carga se concentra en los extremos tal como se muestra en la línea de trazos discontinuos dibujada en negro, pudiendo elevar su magnitud hasta el valor $q'_0 = k_c \cdot q_0$. Ahora bien si la mancha de contacto es del 50 % toda la carga se transmite en la mitad de la longitud del diente y la carga específica teóricamente se duplicará hasta un valor $q_1 = 2 \cdot q_0$ pero la distribución de la carga en estas condiciones de contacto parcial no puede ser uniforme y en la realidad se comportará teóricamente según una distribución triangular como se muestra en la línea de trazo continuo dibujada en azul, o sea, que la carga específica local en uno de los extremos del diente alcanzará un valor $q'_1 = 4 \cdot q_0$ y en la realidad la distribución no será lineal, sino que se comportará como se muestra en la línea de trazos discontinuos dibujada en azul. Resumiendo lo explicado se puede sintetizar diciendo que la norma GOST no aprecia claramente la situación de la concentración de carga en un diente de engranaje cuando la mancha de contacto es menor que el 100 % de la longitud del

diente, pudiendo en un caso de mancha de contacto inferior al 50 % elevarse el coeficiente de concentración de carga hasta valores de $k_c = 5$ o mayores.

Fig. 13 Distribución de la carga específica de contacto con una mancha



El coeficiente de carga dinámica k_d , depende de la velocidad periférica de la transmisión, del Grado de Exactitud y de la dureza de la superficie del diente. En la transmisión del Molino de crudo, por tratarse de ruedas de grandes dimensiones que no pueden ser muy precisas el Grado de

Exactitud es 8, la dureza de la superficie de los dientes según el plano del piñón es $HB > 350$ y la velocidad periférica para los datos de la transmisión es:

$$V = \frac{\pi \cdot d_p \cdot n}{60000} = \frac{\pi \cdot 700 \cdot 98,9}{60000} = 3,6 \text{ m/s}$$

$$V = 3\,600 \text{ mm/s}$$

El coeficiente de carga dinámica según Dobrovolski[16], es $k_d = 1.4$

Para la determinación del factor de forma de los dientes según la Norma GOST no se necesita el coeficiente de fricción entre los dientes, sin embargo el cálculo se realizará sin considerar la fricción y considerando el efecto perjudicial de la fuerza de fricción para el piñón. El coeficiente de fricción entre los dientes de las transmisiones por engranajes depende de la geometría de los dientes, de la carga específica, de la velocidad, la viscosidad del lubricante y la rugosidad superficial de los flancos de los dientes y se puede calcular por la siguiente expresión[25]:

$$f = 0,2 \left(\frac{q}{\mu \cdot v} \right)^{0,25} \cdot \left(\frac{Ra}{\rho_r} \right)^{0,25} \quad (17)$$

Donde:

q - carga específica de contacto N / mm .

μ - viscosidad absoluta del aceite lubricante $Pa - s$.

v - velocidad periférica de los engranajes m / s .

ρ_r - radio de curvatura reducido en el polo del engranaje en mm .

Ra - rugosidad superficial combinada de las superficies de los dientes en contacto en mm .

- Cálculo de la carga específica de contacto q .

La carga específica de contacto se calcula por la expresión:

$$q = \frac{M_{tor} \cdot kc \cdot kd (i + 1)}{A \cdot B \cdot i \cdot \cos \alpha} \quad (18)$$

$$q = \frac{526\,163\,200 \cdot 1,495 \cdot 1,4 \cdot (6,4 + 1)}{2\,590 \cdot 600 \cdot 6,4 \cdot \cos 20} = 871,7 \, N / mm$$

- Determinación de la viscosidad dinámica del lubricante.

La viscosidad de la grasa empleada es:

$$\mu = 19,6 \cdot 10^{-3} \, Pa \cdot s$$

Determinación de la rugosidad superficial combinada de las superficies de los dientes en contacto (Ra).

La rugosidad superficial combinada de los dientes en contacto se calcula por la siguiente expresión:

$$Ra = \frac{1}{2}(R_1 + R_2)$$

Donde:

R_1 - rugosidad de los dientes de la rueda conductora

R_2 - rugosidad de los dientes de la rueda conducida

Por los datos de los engranajes analizados en este caso $R_a = 6,3 \mu_m = 6,3 \cdot 10^{-3} mm$

- Cálculo del radio de curvatura reducido en el engranaje.

El radio de curvatura reducido se determina por la expresión:

$$\rho_r = \frac{A \cdot i}{(i+1)^2} \cdot \text{sen} \alpha = \frac{2590 \cdot 6,4}{(6,4+1)^2} \cdot \text{sen} 20 \quad (19)$$

$$\rho_r = 103,5 mm$$

Sustituyendo los valores obtenidos en la expresión del coeficiente de fricción se obtiene:

$$f = 0,2 \left(\frac{871,7}{19,6 \cdot 10^{-3} \cdot 3600} \right)^{0,25} \left(\frac{6,3 \cdot 10^{-3}}{103,5} \right)^{0,25} = 0,033$$

De la gráfica de la Fig. 11 a) para las ruedas conductoras, con $Z = 35$ dientes, $f = 0$ y coeficiente de corrección $\xi = 0$ el factor de forma es $y = 0,47$ y si el coeficiente de fricción se eleva a $f = 0,033$ el factor de forma se reduce a $y = 0,45$.

Sustituyendo en la expresión del Factor de Seguridad a la Fatiga por Flexión se obtiene que:

Para coeficiente de fricción $f = 0$, situación idealizada no real, se obtiene:

$$n = \frac{\sigma_o \cdot k_r \cdot A \cdot B \cdot i \cdot m \cdot y \cdot \cos \alpha}{Mt_c \cdot k_\sigma \cdot k_c \cdot k_d \cdot (i + 1)} = \frac{486 \cdot 1,0 \cdot 2 \cdot 590 \cdot 600 \cdot 6,4 \cdot 20 \cdot 0,47 \cdot 0,94}{52 \, 616 \, 3200 \cdot 1,36 \cdot 1,495 \cdot 1,4 \cdot (6,4 + 1)} = 3,85$$

Para coeficiente de fricción $f = 0,033$, situación mas cercana a la real, se obtiene:

$$n = \frac{\sigma_o \cdot k_r \cdot A \cdot B \cdot i \cdot m \cdot y \cdot \cos \alpha}{Mt_c \cdot k_\sigma \cdot k_c \cdot k_d \cdot (i + 1)} = \frac{486 \cdot 1,0 \cdot 2 \cdot 590 \cdot 600 \cdot 6,4 \cdot 20 \cdot 0,45 \cdot 0,94}{52 \, 616 \, 3200 \cdot 1,36 \cdot 1,495 \cdot 1,4 \cdot (6,4 + 1)} = 3,69$$

Aparentemente la posibilidad de falla por fatiga del diente es imposible dado el elevado coeficiente de seguridad que se obtiene, sin embargo, la realidad concreta que se tiene es que los dientes han fallado por fatiga y que la situación de desalineación de la transmisión esta provocando que la mancha de contacto sea inferior al 50 % lo que determina que el coeficiente de concentración de carga en el extremo fracturado de los dientes $k_c \geq 5$. Por ejemplo si se calcula el factor de seguridad para $k_c = 5,5$, se obtiene que $n = 1,0$, o sea, en esas condiciones la falla por fatiga es inevitable. Esta

apreciación ha sido confirmada cuando se realizan los cálculos según la Norma AGMA, la cual contempla la posibilidad de que la mancha de contacto sea inferior al 100 %. A continuación se realizarán estos mismos cálculos con la Norma AGMA:

Cálculo del Factor de Seguridad a la Fatiga por Flexión de los dientes del piñón según la Norma AGMA.

La Norma AGMA establece que el cálculo de la resistencia a la flexión constituye el cálculo fundamental de las transmisiones abiertas o con lubricación deficiente y mal protegidas [16]. Según este tipo de transmisión, el desgaste de los dientes es inevitable y el cálculo de la resistencia superficial se realiza solamente con el objetivo de limitar éste a los valores mínimos posibles, sin embargo en este tipo de transmisión la picadura superficial se observa muy raramente, puesto que la capa superficial, en la cual se producen las grietas iniciales, se desgasta antes de que en ella tengan lugar todos los procesos asociados a la falla por picadura superficial

[7]. La fractura por fatiga de los dientes se convierte en el cálculo fundamental de este tipo de transmisiones, que es la falla que se valora en el caso del piñón de la Transmisión del Molino de Crudo de la Empresa Cementos Cienfuegos S.A.

Los cálculos para la obtención del factor de seguridad a la fatiga se exponen a continuación donde para ello se aplicó la metodología de cálculo recomendada por la norma AGMA 218.01 de Diciembre de 1982: “AGMA Standard for Rating Pitting Resistance and Bending Strength of Spur and Helical Involute Gear Teeth” [2, 46].

Donde:

σ_{flex} : Tensión de flexión en lbf/pul².

W_T : Carga tangencial transmitida en lbf.

N_p : Potencia transmitida por el engranaje en KW

H_p : Potencia transmitida por el engranaje en caballos de fuerza.

V : Velocidad periférica en pies/min

P : Paso diametral en pulg⁻¹.

M : Modulo en mm.

K_v : Coeficiente dinámico

F : Ancho del la cara del engranaje en pulg.

J : Factor geométrico.

η : Factor de seguridad.

S_e : Limite de fatiga del diente del engranaje en MPa.

S_e'' : Limite de fatiga de la probeta de la probeta de viga rotatoria en MPa.

K_a : Factor de superficie.

K_b : Factor de tamaño.

K_c : Factor de confiabilidad.

K_d : Factor de temperatura.

K_e : Factor de modificación por concentración de esfuerzos.

K_f : Factor de efectos diversos.

K_o : Factor de corrección por sobrecarga.

K_m : Factor de distribución de la carga.

σ_{adm} : Tensión admisible a flexión en MPa.

S_{ut} : Limite de resistencia a la tracción en lbf/pul²

La ecuación (20) se utiliza para el cálculo de esfuerzos por flexión, la cual es recomendada en el caso de aplicaciones

importantes y donde se considere la posibilidad de falla por fatiga.

$$\sigma_{flex} = \frac{W_T \cdot P}{K_v \cdot F \cdot J}$$

(20)

La carga tangencial transmitida se calcula por la expresión:

$$W_T = \frac{33000 \cdot Hp}{V}$$

(21)

Donde como se mostró anteriormente:

$$N_p = 851.4KW$$

$$V = 3,6 \text{ m/s}$$

y para el calculo por esta norma, llevamos los valores de Np y V a las unidades necesarias donde

$$1hp = 0,7457KW \quad 1m = 3,280ft$$

$$HP = \frac{851.4}{0.7457} hp = 1141.75hp$$

$$V = 3,62 \cdot 3,28 \cdot 60 ft / min = 712,6 ft / min$$

Evalutando en (21) se tiene que:

$$W_T = \frac{33000 \cdot 1141,75hp}{712,6ft/min} = 52\,873,63 \text{ lbf}$$

El paso diametral del diente:

$$P = \frac{25.4}{M} = \frac{25.4}{20} = 1.27 \cdot \text{pul}^{-1}$$

El coeficiente dinámico o de velocidad, evaluando en la ecuación de Barth modificada se obtiene que:

$$K_v = \frac{50}{50 + \sqrt{V}} = \frac{50}{50 + \sqrt{712.6}} = 0.65 \quad (22)$$

Ancho de la cara del diente.

$$B = 600 \text{ mm}$$

$$F = \frac{600}{25.4} \text{ pul} = 23.62 \text{ pul}$$

Factor geométrico. Según AGMA para el caso de un engranaje de diente recto sin corrección y con el ángulo de presión con $\alpha = 20^\circ$ y con número de dientes $Z = 35$ se tiene que:

$$J = 0.63$$

Evalutando en la expresión (2.40) se obtiene:

$$\sigma_f = \frac{52873.63 \text{ lbf} \cdot 1.27 \text{ pul}^{-1}}{0.65 \cdot 23.62 \text{ pul} \cdot 0.62} = 7054.36 \text{ lbf} / \text{pul}^2$$

El factor de seguridad según AGMA.

$$n = \frac{S_e}{\sigma_{flex}} \cdot \frac{1}{K_0 K_m}$$

(23)

Donde:

S_e el límite de fatiga del diente del engranaje en MPa.

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_f \cdot S'_e \quad (24)$$

El factor de acabado superficial para este acero, con una resistencia a la tracción de $\sigma_u = 588 \text{ MPa} = 85\,286,44 \text{ lbf} / \text{pul}^2 = 117,26 \text{ Kpsi} = S_{ut}$ y con un proceso de maquinado para su fabricación se tomó según esta Norma como:

$$K_a = 0,72$$

El factor de tamaño para dientes de engranaje rectos con un paso diametral $P = 1,27 \text{ pulg.}^{-1}$

$$K_b = 0,81$$

El factor de confiabilidad tomado para el cálculo con una confiabilidad de $R = 90 \%$.

$$K_c = 0,897$$

El factor de temperatura recomendado por la norma para casos en que la temperatura del aceite o del engranaje no excede de los 70°C que es el caso analizado, se tomó:

$$K_d = 1$$

El factor de modificación por concentración de tensiones ya fue previamente incluido en el factor geométrico por lo cual tomaremos para los cálculos para engranajes,

$$K_e = 1$$

El factor de efectos diversos para flexión en un solo diente con un $\sigma_u = 85286,44 \text{ lbf} / \text{pul}^2 = 117,26 \text{ Kpsi} = S_{ut}$, se obtiene que:

$$K_f = 1,25$$

El límite de fatiga del material es, según esta Norma:

$$S'_e = 0,50 \cdot S_{ut} = 58743,21 \text{ lbf} / \text{pul}^2$$

Luego evaluando en la ecuación (2,44) se obtiene que:

$$S_e = 0,72 \cdot 0,81 \cdot 0,897 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1,25 \cdot 58\,743,21 \text{ lbf} / \text{pul}^2 = 38\,412,95 \text{ lbf} / \text{pul}^2$$

$$S_e = 38\,412,95 \text{ lbf} / \text{pul}^2$$

El factor de corrección por sobrecarga para esta transmisión que se analiza se consideró que los choques de la maquina motriz (Motor eléctrico) son choque ligeros mientras que en la rueda conducida los choques son moderados (Molino de bolas) para ello la norma recomienda:

$$K_0 = 1,50$$

El factor de distribución de la carga según la Norma AGMA para este engranaje cilíndrico recto con un ancho de la cara mayor de 16 pulg en el cual se caracteriza por un montaje con exactitud tal que el área de contacto es menor que la de toda la cara. La norma establece que este valor toma valores mayores que 2,2. Para el caso analizado debido a la presencia de estas características perjudiciales en el piñón consideramos que este factor podría llegar a tener un valor de, o incluso muy superior:

$$K_m = 2,6$$

Luego evaluando para los valores obtenidos se obtiene que:

$$n = \frac{S_e}{\sigma_{flex}} \cdot \frac{1}{K_0 K_m} = \frac{38412,95 lbf / pul^2}{7054,36 lbf / pul^2} \cdot \frac{1}{1,50 \cdot 2,6} = 1,40$$

Como se aprecia el factor de seguridad por esta Norma da mucho mas pequeño que el obtenido por la norma GOST. El factor K_m tendría que aumentar solamente hasta $K_m = 3,64$ para que el Factor de Seguridad a la Fatiga por Flexión de igual a la unidad y la falla por fatiga de los dientes fuera inevitable.

Aplicación de la Mecánica de la Fractura en la evaluación de la resistencia a la fatiga de los dientes del piñón.

Tenacidad a la Fractura del material de los piñones.

Según las especificaciones técnicas el material de los piñones se corresponde con el acero 30 Cr Mo V 9G con: Resistencia Máxima: $\sigma_u = 750 \text{ MPa}$, Límite de Fluencia: $\sigma_f = 588 \text{ MPa}$ y Resiliencia del orden de: $a_k = 8 \text{ kgf} \cdot \text{m} / \text{cm}^2$

La Tenacidad a la Fractura de este material se halló a través de la conocida correlación clásica de Rolfe – Barsón entre K_{Ic} y la energía CVN del ensayo de impacto Charpy con probeta entallada en V:

$$K_{Ic} = \sigma_f \sqrt{0,6478 \left(\frac{CVN}{\sigma_f} - 0,0098 \right)} \quad \text{MPa} \cdot \sqrt{\text{m}} \quad (25)$$

Donde:

$$CVN = a_k \cdot 9,81 \cdot 0,8 \quad \text{Joules}$$

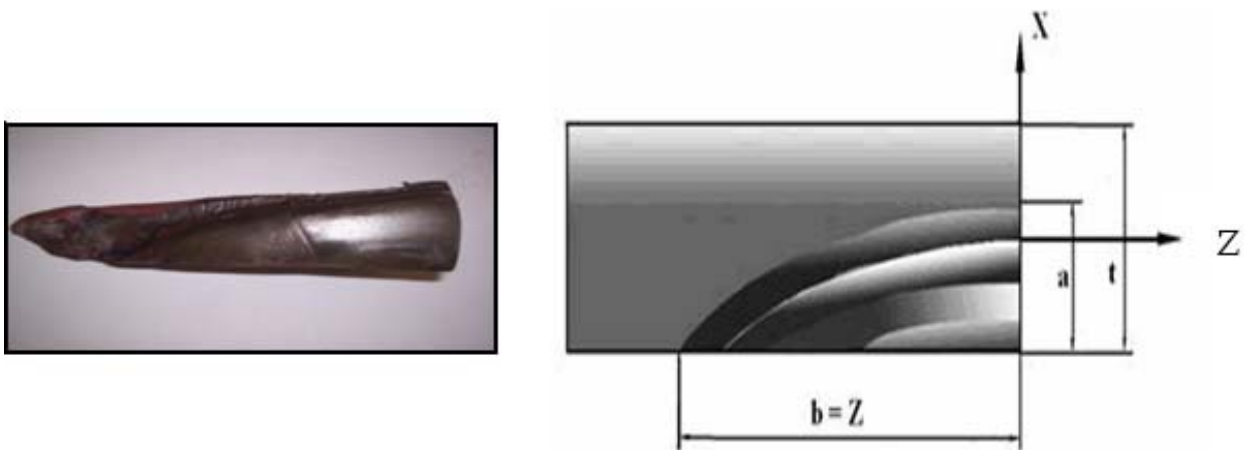
Para este acero:

$$CVN = 8 \cdot 9,81 \cdot 0,8 = 62,8 \text{ J} \quad \text{Y} \quad K_{Ic} = 147,4 \quad \text{MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$$

Caracterización del estado tensional en la zona de las grietas de fatiga del diente y Modelo empleado para su estudio según la Mecánica de la Fractura.

La sección de falla por fatiga del diente está sometida a un estado tensional uniaxial en presencia de tensiones normales de flexión, desde el punto de vista de los Modos de Carga Mecánica de la Fractura esto se corresponde con el Modo I.

El Factor de Intensidad de Tensiones se obtuvo para un modelo de grieta superficial de cuarto de elipse en una placa plana de dimensiones finitas bajo un estado tensional uniaxial de tracción similar al real existente en el pie del diente, tal como se muestra en la Fig. 14.



a)

b)

Fig. 14. Grieta Real y Modelo de Grieta utilizado en la evaluación de la resistencia a la fatiga del diente del piñón.

a) Vista de la grieta real en la esquina de la base del diente. b)

Modelo de grieta superficial de cuarto de elipse en placa plana finita bajo un estado tensional uniaxial de tracción igual al existente en los bordes del pie del diente.

Aplicación de la Mecánica de la Fractura Lineal Elástica en la obtención de las Curvas de Resistencia Residual y los Tamaños Críticos de las Grietas.

El Factor de Intensidad de Tensiones para el Tipo de Grieta considerado según Broek es:

$$K_I = \beta \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a}$$

(26)

$$\beta = \frac{1.25 \cdot M_k \left(\frac{a}{t} \right)}{\phi \left(\frac{a}{b} \right)}$$

(27)

De donde, para las proporciones de las grietas observadas en los dientes: $a \cong 0,25 b$.

El espesor t es igual al espesor del diente en la base. Según Golubev [27] este espesor es igual a:

$$S_o = D_p \cdot \cos \alpha_c \left(\frac{S_p}{D_p} + \operatorname{inv} \alpha_c \right) \quad (28)$$

$$D_p = z_p \cdot m \quad \text{y} \quad S_p = \pi \cdot m/2 + 2 \cdot \xi \cdot m \cdot \tan \alpha_c \quad (29)$$

Para los datos del piñón se obtiene que en la zona de fractura $S_o \cong 45 \text{ mm}$ y la longitud de la grieta observada es de $z = 180 \text{ mm}$, de aquí la relación $(a / b) = (S_o / Z) \cong 0,25$. Para esta relación según los gráficos de $\phi^2 = f(a / b)$ que da Broek se puede tomar: $\phi = 1.14$. Para obtener los valores de M_k fue necesario obtener una función de $M_k = f(a / t)$ haciendo uso del Software Curve Expert, obteniéndose la siguiente:

$$M_k = 1,0577 \cdot (a / t)^2 - 0,555 \cdot (a / t) + 1.1006 \quad (30)$$

Partiendo de la condición de fractura:

$K_I = K_{Ic}$ y despejando σ , se obtiene la expresión para obtener la Gráfica de Resistencia Residual, o sea:

$$\sigma_c = \frac{K_{Ic}}{\beta \cdot \sqrt{\pi \cdot a}} \quad (31)$$

Con esta expresión se obtuvo la Gráfica de Resistencia Residual mostrada en la Fig. 15

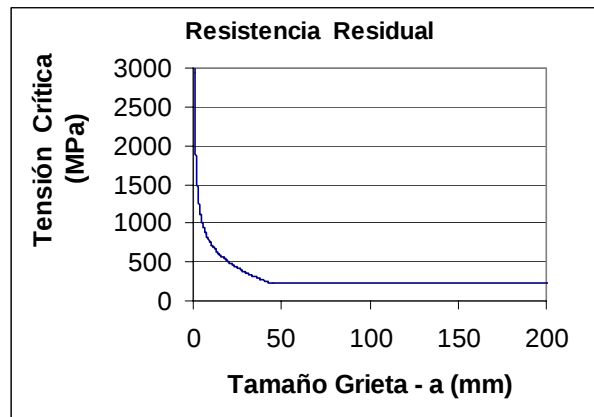


Fig. 15 Gráfica de Resistencia Residual para el modelo de grieta empleado.

De este gráfico y de las Tablas de Excel correspondientes se pudo obtener que para la tensión normal de trabajo de: $\sigma_{flex} = 50 \text{ MPa}$, la profundidad crítica de la grieta da: $a_c = 97,3 \text{ mm}$, y la longitud de la grieta en este caso sería del orden de $b = 390 \text{ mm}$, cuando en la realidad el diente se fracturó con $a_c = 45 \text{ mm}$ (la grieta no puede tener una profundidad mayor que este valor) y una longitud de la grieta $b = 180 \text{ mm}$. Suponiendo que k_c como se explicó en el Capítulo II llegara a ser $k_c = 5.5$, se obtendría $\sigma_{flex} = 184 \text{ MPa}$ y el tamaño crítico de la grieta sería $a_c = 47 \text{ mm}$, lo que se aproxima cerradamente a

lo que ocurrió en el diente, sin embargo, en la realidad el Estado Tensional en la Zona del Frente de Grieta una vez que este se produce es mucho mas complicado, o sea, no es un simple Estado Uniaxial, lo que determina que la grieta no se propague en la dirección de un plano en el pie del diente, sino que vaya subiendo hacia la cabeza del diente. Esta situación como se verá se evaluará mas adelante.

Aplicación de la Mecánica de la Fractura Subcrítica en la evaluación del crecimiento de las grietas para el caso de una grieta de cuarto de elipse bajo el estado uniaxial de tensiones.

Las grietas crecen desde algún micro defecto cualquiera que este presente en la estructura cristalina del metal, o a partir de una huella del proceso de maquinado de los mismos, en la zona de la superficie del pie del diente del lado de la tracción, mediante un proceso de incubación y de fisuración progresiva posterior hasta que alcanza el tamaño crítico ya determinado, momento en el cual se produce la

fractura frágil total. Para la evaluación del crecimiento subcrítico se utilizó la Razón de Crecimiento de Paris [46]:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^n \quad \text{m/ciclo} \quad (32)$$

Donde, para el caso de ciclo intermitente: $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$;

$$K_{\min} = 0 \quad (33)$$

De donde se tiene que:

$$\Delta K_I = \beta \cdot \Delta \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (34)$$

y $\Delta \sigma = \sigma_{\text{flex}} = 50 \text{ MPa}$

Las constantes C y n de la razón de crecimiento de Paris para aceros ferrítico – perlíticos son según Shigley – Mischkie [46]: $C = 6.9 \times 10^{-12}$ y $n = 3$

En la Fig. 16 se muestra el Gráfico de Crecimiento Subcrítico de las grietas en el pie del diente obtenido para el Modelo anterior para un $\Delta \sigma = 50 \text{ MPa}$.

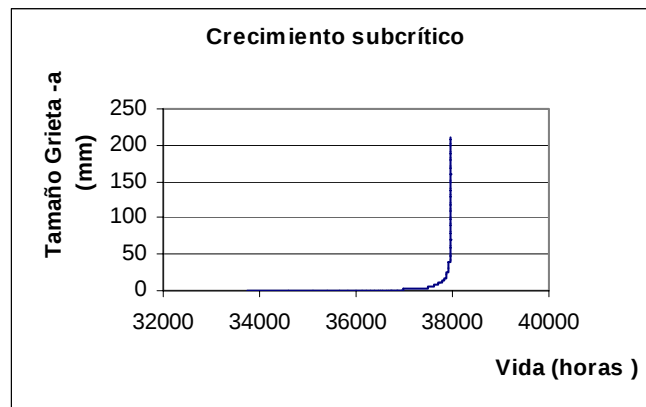


Fig. 16 Gráfico de Crecimiento Subcrítico de las grietas en los piñones para el Modelo de Grieta Simple de Cuarto de Elipse.

Del gráfico se observa que para que un pequeño microdefecto crezca hasta su tamaño crítico, en el caso de los dientes de los piñones para el modelo analizado tienen que transcurrir 37 941 horas, o sea, 1580 días. En la realidad el diente demoró en partirse, desde el 20 de Noviembre del 2004 en que se puso en explotación el molino después de la rehabilitación, hasta 20 de Septiembre del 2005 en que se produjo la fractura de los dientes, un total de 304 días, que corresponden a 7296 horas de trabajo continuo. Esto confirma la valoración hecha anteriormente de que el Estado Tensional en la zona del pie del diente es mas complicado que lo considerado en este

modelo y que la tensión es mucho mayor que $\Delta\sigma = \sigma_{flex} = 50 \text{ MPa}$.

Aplicación de la Mecánica de la Fractura Subcrítica en la evaluación del crecimiento de las grietas para el caso de una grieta de cuarto de elipse bajo el estado tensional complejo en el pie de los dientes.

En la Fig. 17 se muestra el Estado Tensional Real que existe en el frente de la grieta en la medida que esta avanza a lo largo de la longitud del diente. Se muestran en la figura las componentes vertical y horizontal de la carga específica sobre el diente. Las cargas específicas $q_{r\ x}$ y $q_{r\ y}$, ambas provocan flexión con relación al eje z, como ocurre normalmente en un diente, provocando la tensión σ_y , cuyo valor se calcula por la conocida expresión:

$$\sigma_y = \frac{Mt_c.Kc.Kd(i+1)}{A.B.m.i.y.\cos\alpha}.K_y \quad (35)$$

Donde la tensión habitual σ_y que surge en el diente se ha multiplicado por un coeficiente de corrección del espesor K_y , ya que en la medida que la grieta avanza en la longitud (z) va subiendo en la dirección y, tal como se muestra en la Fig. 18,

reduciéndose el espesor en la base de la sección y el momento de inercia con relación al eje z.

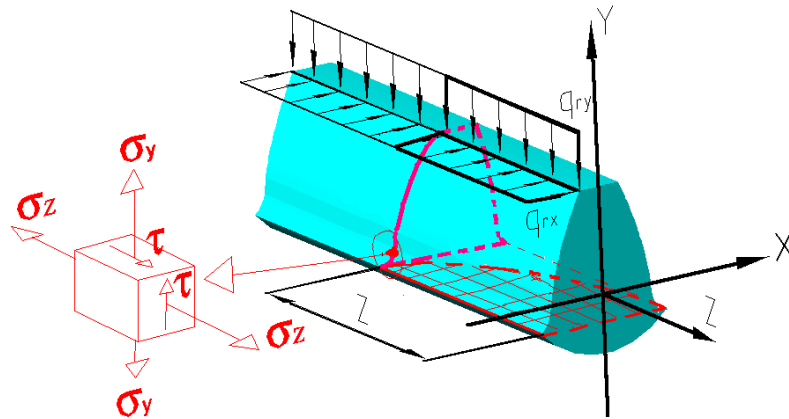


Fig. 17 Estado Tensional Real que existe en la zona del frente de grieta en la medida que esta avanza a lo largo de la longitud del diente.

El coeficiente K_y se calcula por la expresión:

$$K_y = \left(\frac{S_o}{S_y} \right)^2$$

(36)

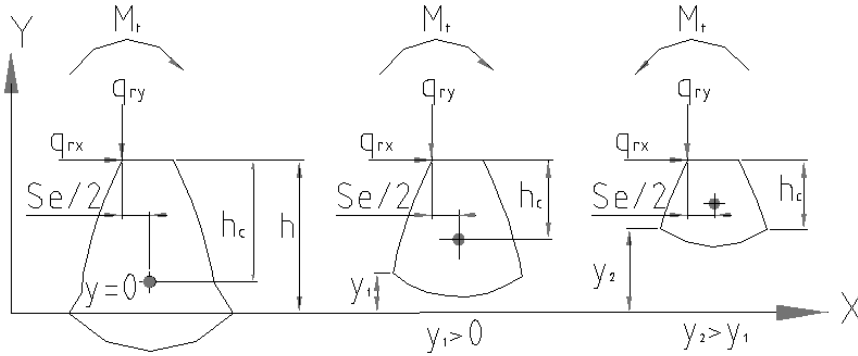
Ahora bien, en la medida que la grieta avanza en la dirección z la carga q_{rx} provoca flexión con relación al eje y, donde el momento flector con relación al eje y es:

$$M_{fy} = q_{rx} \cdot z^2 / 2$$

La tensión provocada por este momento σ_z se calcula entonces por la expresión:

$$\sigma_z = \frac{M_{t_c} \cdot K_c \cdot K_d(i+1)}{A \cdot B \cdot i \cdot \cos \alpha \cdot I_y} \cdot \frac{Z^2}{2} \quad (38)$$

Donde el momento de Inercia con relación al eje y varía en la



medida que la grieta avanza y sube, tal como se puede apreciar en la Fig. 18.

Fig. 18 Reducción del espesor en la base en la medida que la grieta avanza a lo largo de la longitud del diente y sube en la dirección y.

Durante el proceso de crecimiento de la grieta las cargas q_{rx} y q_{ry} , ambas provocan torsión con relación al centroide de la sección sana del diente en el plano $X-Y$. En la Fig. 3.5 se ha representado la posición del centroide de esta sección. El momento torsor originado por estas cargas con relación al centroide es:

$$M_t = q_{rx} \cdot Z \cdot h_c - q_{ry} \cdot Z \cdot \frac{S_e}{2} \quad (39)$$

Donde h_c y S_e son respectivamente la altura de la sección sana y el espesor de la cabeza del diente respectivamente, tal como se muestra en la Fig. 18. La tensión tangencial τ originada por este momento torsor se calcula por la expresión:

$$\tau = \frac{Mt.\rho}{I_p}$$

(40)

Donde ρ es la distancia radial desde el centroide hasta el punto de la sección donde se desea calcular τ y se calcula por la expresión:

$$\rho = \sqrt{\left(\frac{S_o}{2}\right)^2 + (h - h_c - y)^2}$$

(41)

I_p Es el Momento Polar de Inercia de la sección sana que se calcula por la expresión:

$$I_p = I_x + I_y$$

(42)

Para el Estado Tensional del punto representado la Tensión Principal Máxima se puede obtener por la conocida expresión [20]:

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_z + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_z - \sigma_y)^2 + 4\tau^2}$$

(43)

La inclinación de la tensión principal varía en la medida que la grieta avanza y se modifican los valores de σ_x , σ_y y τ .

La inclinación se puede calcular por la conocida ecuación [20]:

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{-2\tau_{xy}}{\sigma_z - \sigma_y} \right) \quad (44)$$

En la Fig. 18 se muestra un esquema donde se puede apreciar la variación de la posición de σ_{max} en función de α en la medida que la grieta crece a lo largo de la longitud (Z).

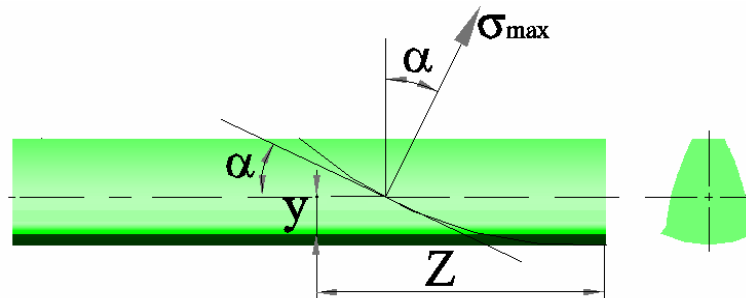


Fig. 19 Variación de α y σ_{max} en la medida que la grieta avanza a lo largo de la longitud del diente y sube en la dirección y.

La expresión de la tensión σ_{max} fue incluida en la hoja en EXCEL que calcula el Crecimiento Subcrítico de la grieta y se obtuvieron los siguientes resultados. La Gráfica de Crecimiento Subcrítico obtenida se da en la Fig. 20 Gráfico de Crecimiento Subcrítico de la profundidad de grieta a en los

piñones para el Nuevo Modelo de Grieta de Cuarto de Elipse considerando la variación de σ_{max} durante el crecimiento.

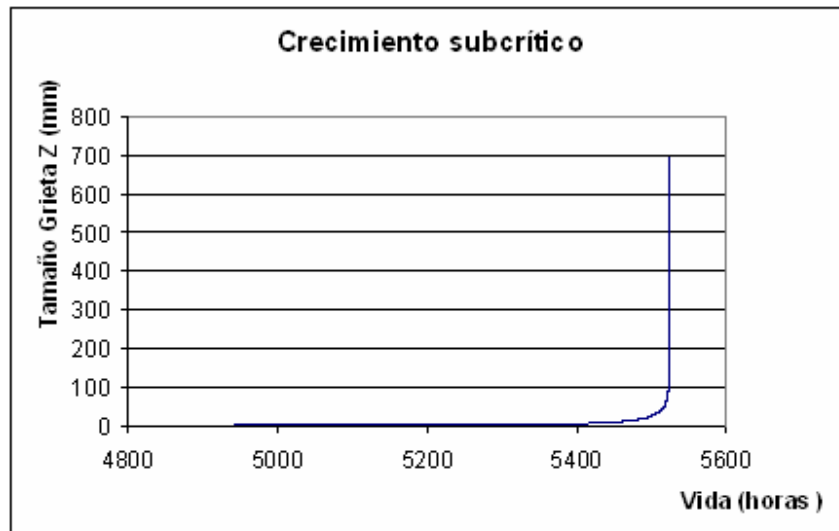


Fig. 20 Gráfico de Crecimiento Subcrítico de la longitud de la grieta Z en los piñones para el Nuevo Modelo de Grieta de Cuarto de Elipse considerando la variación de σ_{max} durante el crecimiento.

De las gráficas y de las tablas correspondientes se puede apreciar que para que un pequeño microdefecto crezca hasta su tamaño crítico, o sea, $a = 45 \text{ mm}$ ó $Z = 180 \text{ mm}$, en el caso de los dientes de los piñones para el Nuevo Modelo analizado, que contempla la variación de $\Delta\sigma = \sigma_{fmax}$, tienen que transcurrir 5 523,6 horas, o sea, 230 días. En la realidad,

como se mencionó anteriormente, el diente demoró en partirse, desde el 20 de Noviembre del 2004 en que se puso en explotación el molino después de la rehabilitación, hasta 20 de Septiembre del 2005 en que se produjo la fractura de los dientes, un total de 304 días, que corresponden a un máximo de 7 296 horas de trabajo continuo, sin embargo, realmente el piñón debe haber trabajado un número menor de horas que este valor máximo pues existieron numerosas paradas para ajuste de los piñones en todo ese período.

Es interesante llamar la atención acerca de un fenómeno observado en la avería del diente y explicado a causa de los resultados obtenidos en la Mecánica de la Fractura. En la Fig. 21 se muestra como a partir de una determinada longitud de la grieta, o sea, cuando $Z > 130 \text{ mm}$, se observa un cambio radical en la orientación de la grieta. Se había formulado la Hipótesis Inicial que este cambio estaba condicionado por una parada prolongada del piñón y que al reiniciarse la explotación el crecimiento de la grieta había tomado un nuevo curso. Los cálculos realizados han confirmado que más o

menos a esa longitud (Z) se produce una inversión total del Momento Torsor sobre la sección sana del diente tal como se muestra en la Fig. 19, lo que modifica sustancialmente el ángulo α de orientación de la grieta, tal como se puede apreciar en la foto de la Fig. 21.



Fig. 21 Vista ampliada de la Grieta de Fatiga y la zona de cambio de orientación de la Grieta cuando $Z > 130 \text{ mm}$.

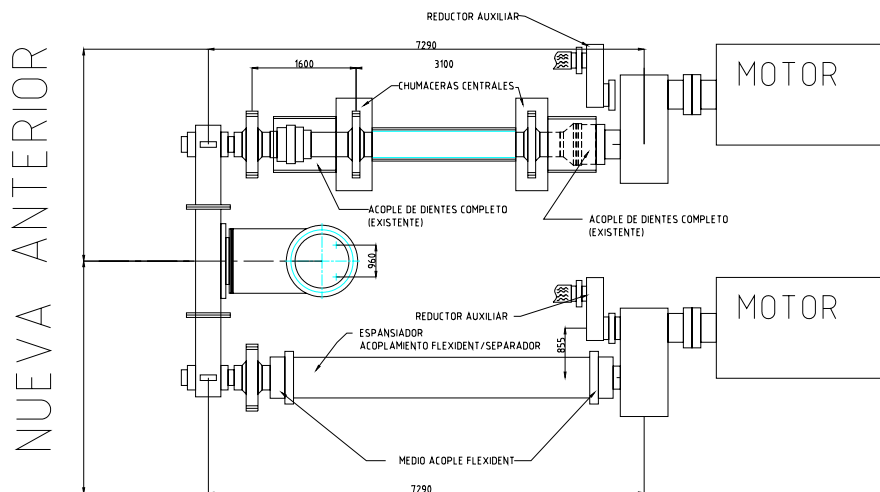
Como se puede concluir de todo este análisis la Mecánica de la Fractura Lineal Elástica confirma que para que la Fractura

del diente se produzca con $a = 45 \text{ mm}$ o cercano a este valor la concentración de carga en el diente tiene que ser elevada, o sea, $k_c \geq 4$. La Mecánica de la Fractura Subcrítica confirma que el crecimiento de la grieta se produjo aceleradamente producto del Estado Tensional Compuesto que se produce en el pie del diente en las vecindades del Frente de Grieta y la misma sigue la dirección de la Tensión Principal σ_{max} .

El plazo requerido para el crecimiento de la grieta desde un microdefecto cualquiera en el pie del diente coincide cerradamente con el plazo de explotación que requirió el diente en las condiciones de desalineación descritas.

Consideraciones finales acerca de la causa de la desalineación del piñón, de las elevadas vibraciones, de la reducción de la mancha de contacto y como consecuencia de la Fractura por Fatiga de los dientes del piñón.

Como se aprecia en el esquema de la transmisión desde los motores hasta los piñones mostrado en la Introducción de este trabajo en el inicio de la explotación de la Fábrica de Cemento “Karl Marx” los molinos de crudo empleaban un árbol de transmisión con dos acoplamientos dentados que poseían dos cojinetes de apoyo en cada árbol lo que



garantizaba que el ajuste dado durante la alineación del molino no se perdía fácilmente y la transmisión trabajaba normalmente sin grandes vibraciones y durante muchos años sin que se produjera la fractura por fatiga de los dientes de los piñones. La falla que se apreciaba en esas circunstancias era la picadura superficial tanto de los dientes del piñón y sobre todo de los dientes de la catalina que es mas blanda y menos resistente al desgaste y a la picadura, aspectos estos

observados durante la rehabilitación que condujeron a que se hiciera necesario invertir la catalina, tal como se refleja en la Introducción de este Trabajo.

Fig. 22 Comparación entre los Acoplamientos Dentados de la Transmisión Anterior de los Molinos y los Acoplamientos Dentados Flexident de la nueva Transmisión.

Como se aprecia en la Fig. 22 en la Vieja Transmisión se utilizaban Acoplamientos Dentados que son del Tipo Rígidos de Compensación, pero con dos pedestales de apoyo en el árbol de conexión entre los dos acoplamientos, lo que garantizaba que una vez que se alineaba el conjunto, esta alineación no se perdía fácilmente y la transmisión operaba sin vibraciones y sin problemas con la fatiga de los dientes. El único problema que se observó en estos acoplamientos fue el desgaste del dentado después de muchos años de explotación que condujo incluso a la falla por fatiga de uno de los árboles, investigación que fue enfrentada por el Colectivo de Mecánica Aplicada de la Universidad de Cienfuegos en aquella ocasión. Sin embargo la nueva transmisión con

acoplamientos dentados de la firma Flexident, realmente no emplea dos acoplamientos dentados, sino que emplea uno solo en el cual las dos mitades del acoplamiento, en lugar de estar acopladas entre si están conectadas por un tubo de conexión de gran rigidez, lo cual no es absolutamente necesaria, sin pedestales de apoyo, lo que conduce a que resulte extremadamente engorrosa e inestable su alineación lo que es la causa fundamental de los problemas de vibraciones que se han venido observando desde la puesta en funcionamiento del molino con estos acoplamientos, que conducen a las elevadas vibraciones, inestabilidad de la alineación reducción de la mancha de contacto y falla por fatiga de los dientes del piñón.

3. Conclusiones Generales.

1. Durante la Rehabilitación del Molino de Crudo No. 2 se cambiaron los árboles de transmisión con acoplamientos dentados originales que transmitían la potencia desde ambos motores hasta los árboles - piñones del reductor final, por otros también con acoplamientos dentados del

tipo Flexident, pero estos últimos diseñados por la Firma CMD Transmissions – Engrenages & Reducteurs, que a diferencia de los originales no tenían apoyos intermedios, lo que hace difícil e inestable su alineación.

2. La experiencia de explotación del Molino con posterioridad a la puesta en marcha demostró que desde el mismo momento de la puesta en explotación, hasta el momento de la rotura de los dientes de los piñón izquierdo, no fue posible lograr un funcionamiento estable de la transmisión manteniéndose normalmente altas las vibraciones y siempre que se evaluó resultó parcial la mancha de contacto.
3. Las grietas en los dientes son evidentemente grietas de fatiga, claramente asociadas a la falta de alineación entre los dientes del piñón y de la catalina que provocan la concentración de la carga en uno de los extremos del diente, lo que se hace evidente por la mancha de contacto que sólo abarca una parte del diente y por la diferencia de la temperatura superficial entre ambos extremos de estos,

lo que es un claro indicador de que uno de los extremos transmite mayor carga.

4. Los cálculos realizados en el Trabajo, tanto por la norma GOST como por la Norma AGMA confirman que en condiciones de desalineación, cuando la mancha de contacto es parcial, del orden del 50 % de la longitud, es perfectamente posible la falla por fatiga a flexión de los dientes.
5. La causa fundamental de la fractura por fatiga de los dientes es la dificultad de alinear correctamente y la inestabilidad de la alineación de la nueva transmisión con acoplamientos dentados de la firma Flexident, la cual realmente no emplea dos acoplamientos dentados, sino que emplea uno solo en el cual las dos mitades del acoplamiento, en lugar de estar acopladas entre si están conectadas por un tubo de conexión de gran rigidez, lo cual no es absolutamente necesaria, sin pedestales de apoyo, lo que conduce a que resulte extremadamente engorrosa e inestable su alineación lo que es la causa fundamental de los problemas de vibraciones que se han

venido observando desde la puesta en funcionamiento del molino con estos acoplamientos, que conducen a las elevadas vibraciones, inestabilidad de la alineación reducción de la mancha de contacto y falla por fatiga de los dientes de los piñones.

6. La Mecánica de la Fractura Lineal Elástica confirma que para que la Fractura del diente se produzca con $a = 45$ mm o cercano a este valor la concentración de carga en el diente tiene que ser elevada, o sea, $k_c \geq 4$, lo que indudablemente está ocurriendo en la transmisión.
7. La Mecánica de la Fractura Subcrítica confirma que el crecimiento de la grieta se produjo aceleradamente producto del Estado Tensional Compuesto que se produce en el pie del diente en las vecindades del Frente de Grieta durante el proceso de crecimiento de la esta y se confirma que la misma sigue la dirección de la Tensión Principal $\sigma_{\max}$.
8. El plazo requerido para el crecimiento de la grieta desde un microdefecto cualquiera en el pie del diente, calculado

por la Mecánica de la Fractura Sub Crítica arrojó un valor de 5 523,6 horas, lo cual coincide cerradamente con el plazo real de explotación que requirió el diente para su rotura, el cual arrojó físicamente un tiempo inferior a 7 296 horas en las condiciones de desalineación descritas.

9. A partir de una longitud de la grieta, $Z > 130$ mm, se observa un cambio radical en la orientación de la grieta. Los cálculos realizados confirman que más o menos a esa longitud (Z) se produce una inversión total del Momento Torsor sobre la sección sana del diente, lo que modifica sustancialmente el ángulo (α) de orientación de la grieta.

4. Bibliografía.

1. Álvarez, A. Influencia del lubricante sobre el tipo de fricción en las coronas de molinos de caña de azúcar. Informe de Investigación Terminada. UCLV, 1998.
2. ANSI/AGMA Standard 2001-C95, Fundamental Rating and Calculation Methods for Involute Spur and Helical

- Gears Teeth. American Gear Manufacturers Association, Alexandria, VA, 1995.
3. Baranov, G. G. Curso de la Teoría de los Mecanismos y Máquinas/ G. G. Baranov.--Moscú: MIR, 1979.—522p.
 4. Baud, S. Static and Dynamic Tooth Loading in Spur and Helical Geared Systems-Experiments and Model Validation. ASME Journal of Mechanisms 124, June 2002.
 5. Becker, A. Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis. University of Nottingham. United Kingdom. 1999.
 6. Beer F.P.,. Mecánica de los Materiales/ F. P. Beer y E. R. Jonhston.—Colombia: Mc Graw – Hill, 2^a. Edición, 1993, 738p.
 7. Birger, I. A. Cálculo de Resistencia de Piezas de Máquinas/ I. A. Birger, B. F. Shorr, R. M. Shneiderovich.-- Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1966, 287—345p.
 8. Cárdenas A.; López B. Comportamiento del Molino de Crudo No. 2 posterior a su puesta en marcha después de

su rehabilitación. Informe Técnico. Empresa Cementos Cienfuegos S.A. 10 de Enero del 2005. 3 p.

9. Cardona Foix, Salvador. Teoría de Máquinas/ Salvador Cardona Foix y Daniel Clos Costa.—Barcelona: Ediciones UPC, 2001, 132p.
10. Chernavski, S. A., Diseño de Transmisiones Mecánicas/ S. A. Chernavski.--Moscú: MIR, 1984—490p.
11. Correa, S. Revisión del Método Analítico para el cálculo de esfuerzos de contacto en engranajes motor por medio de Elementos Finitos. Universidad EAFIT, Medellín – Colombia. 2000.
12. Cotaquispe Cevallos, Luis Orlando. Perfeccionamiento del Diseño de los Engranajes Cilíndricos de Dientes Rectos Exteriores mediante el Método de los Elementos Finitos/ Luis Orlando Cotaquispe Cevallos; J. L. Moya, tutor.--Tesis Doctoral.- -Universidad Central de las Villas, 2004.

13. CMD Flexident Transmissions. Engrenages and Reducteurs. Projet Extension Gamme. Catálogo Industrial. 2000.
14. Dubbel. Manual del Constructor de Maquinas./Dubbel.—Barcelona: Labor SA, 1980, 267p.
15. Dudley, Dorle W. GEAR Handbook/ Dorle W. Dudley.—[s.l.]: Mac Graw Hill, 1985, 258p.
16. Elementos de Máquinas/ V. Dobrovolski...[et.al].-- Moscú: Editorial MIR, 1970, 330p.
17. Faires V. M. Diseño de Elementos de Máquinas/ V. M. Faires. México: Editorial UTEHA, 1985—542 p.
18. Fayet, M. On the reverse of one property of involute gears. ASME Journal of Mechanisms 124, June 2002.
19. Felippa, Carlos A. Introduction to Finite Elements Methods/ Carlos A. Felippa.—Colorado: University of Colorado, 2001, 10—23p.
20. Feodosiev V.I. Resistencia de Materiales/ V. I. Feodosiev.--Moscú: Editorial MIR, 3ª Ed.1985, 583 p.
21. Fernández Levy, Gilda S. Resistencia de Materiales. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1983, 511 p.

22. Fernández Martínez, Flor. Evaluación y Solución de las causas de la avería por calentamiento del Multiplicador de la Bomba de Agua del Sistema contra Incendios de la CTE “Carlos Manuel de Céspedes”/ Flor Fernández Martínez; Rafael Antonio Goytisoló Espinosa, tutor.--Tesis de Maestría.--Universidad de Cienfuegos (CF), 2004.
23. Fitzgerald F. Mecánica de Materiales/ F. Fitzgerald.- -México: Alfa Omega S.A. de C.V., 1996, 560 p.
24. Flaherty, Joseph E. Finite Element Analysis/ Joseph E. Flaherty.—New York: Rensselaer Polytechnics Institute, 2000, 8—24p..
25. Fuentes, Aznar A. Análisis de la Tensión de Flexión en Engranajes Cilíndricos de Perfil de Evolvente/ A. Aznar Fuentes.--Tesis en Oposición al Grado Científico de Doctor.--Universidad de Madrid, 1996.
26. Fuller, Dudley D. Teoría y Práctica de la Lubricación/ D. Dudley Fuller.--Edición Revolucionaria, 1967, 326p.

27. Golubev, Yuri. Teoría de Máquinas y Mecanismos/ Yuri Golubev.--Universidad de Oriente, 1967, 430p.
28. Gonzales, G. Frechilla. El método de los elementos finitos como alternativa en el cálculo de engranajes. ISPAJAE. Cuba – Universidad de Salamanca. España. 2001.
29. GOST 21354-87 Cálculo de Transmisiones por Engranajes Cilíndricos de Dientes Rectos de Perfil de Evolvente. Gosudartsviennij Standart. Moscú, 1989.
30. Goytisoló R. y Moya, J. Influencia de la Corrección en la Lubricación de las Transmisiones por Engranajes. Tecnología, Serie: Centro Construcción de Maquinaria. Año 1, No. 1. Enero-Junio, 1976.
31. Goytisoló R.; Moya, J. Análisis de la Lubricación en el Reductor PM-400. Tecnología, Serie: Centro Construcción de Maquinaria. Año 1, No. 2. Julio-Diciembre, 1976.
32. Goytisoló R.A.; Cabello, J.J. Height Correction to Maximize Gear Resistance to Fatigue. Revista Applied Mechanics (Canada), 4, 1997.

33. Gunzburger, Max D. Finite Element Methods/ Max D. Gunzburger y Janet S. Peterson.—[s.l.]: [s.e.], 2002, 1—7p.
34. Hawkes, Barry. Cadcam/ Barry Hawkes.—Madrid: Paraninfo S.A., 1989.—p. 123-172.
35. Juvinall, R. Fundamentals of Machine Components Design./R. Juvinall.—[s.l.]: John Wiley G. Sons Inc, 1991, 213—221p.
36. Kahn–Jetter, B. Finite element analysis of an involute spline”. ASME Journal of Mechanisms 121, Junio 2000.
37. Lubliner, Jacob. Plasticity Theory/ Jacob Lubliner.—Berkeley: University of California, 2000, 246p.
38. Mischke, Ch. Introducción al Diseño Auxiliado por Computadora/ Ch. Mischke.—Mexico: Hnos Herrero, 1971, 08—130p.
39. Mott R.L. Applied Strength of Materials/ R. L. Mott.--New Jersey: Prentice-Hall, 2ª. Edición 1990, 559 p.

40. Moya, J. Engranajes cilíndricos de dientes rectos:
www.infomecanica.com/engranajes.htm
41. NC16-19-1981. Errores en las transmisiones por engranajes. Términos, definiciones y símbolos.—1981, 32 p.
42. Piloto G. ; Rdríguez L. Rotura de dientes del piñón de la transmisión izquierda del Equipo 362 MB – 1 de la Planta Cementos Cienfuegos S. A. Informe Técnico. 21 de Septiembre de 2005, 11 p.
43. Pisarenko G.S.,. Manual de Resistencia de Materiales/ G. S. Pisarenko, A. P. Yakovlev y V. K. Matveev.--Moscú: Editorial MIR, 1989, 694p.
44. Quiñones Cherta, Aisman. Influencia de los coeficientes de fricción y de corrección en las tensiones en el pie del diente de los engranajes cilíndricos de dientes rectos. Tesis de Maestría. Rafael Goytisoló Espinosa, Tutor, 160p
45. Roylance, T.F. Engineering Desing/ T. F. Roylance. Great Britain: Pergamon Press, 1966, 357p.

46. Shigley, J. E. Diseño en Ingeniería Mecánica/ J. E. Shigley, C. Mischke.--México: Editorial Mc Graw Hill Interamericana. 2001, 745p.
47. Timoshenko S. Resistencia de Materiales/ S. Timoshenko. Moscú: Nauka, 1965, 246p.
48. Velázquez Pérez, José Alberto. Influencia de la Geometría en la Resistencia a la Fractura de los Dientes de los Engranajes Plásticos Cilíndricos de Dientes Rectos/ José Alberto Velázquez Pérez, J. L. Moya, tutor.--Tesis Doctoral.--Universidad Central de las Villas, 2004.
49. Wilson, Charles A. Computer Integred Machine Design/ Charles A. Wilson.--New Jersey: Prentice Hall, 1997, 314p.
50. Zienkiewics, O. C. The Finite Element Method. Volume 1: The Basics/ O. C. Zienkiewics y R. L. Taylor.—Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000, 127—135p.