



**Facultad de Ingeniería Mecánica**

**AVERÍAS EN UNIONES, ACOPLAMIENTOS, ARBOLES ESTRIADOS Y COJINETES.**

**Autores:** Dr. Rafael Goytisoló Espinosa, MSc. Juan G Noa Aguila y un grupo de Profesores - Investigadores del Colectivo de la Línea de Mecánica Aplicada de las Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez” y de la Universidad “Marta Abreu” de las Villas.

**Octubre 2010**  
**Año 52 de la Revolución**

## **Prólogo**

La Gestión de Vida de una Instalación Industrial cualquiera es una alternativa para aumentar su disponibilidad y fiabilidad a corto y mediano plazo y para alargar la vida útil del equipamiento y de la maquinaria a largo plazo. Este nuevo enfoque de la Gestión asociada a la Fiabilidad de la Maquinaria y del Equipamiento Industrial se fundamenta en los avances más recientes de la Ciencia y la Mecánica de los Materiales. Está particularmente relacionado con la aplicación de las Técnicas de los Ensayos no Destructivos (END), las investigaciones asociadas a las Fallas de los Metales, al Perfeccionamiento de los Métodos de Cálculo de las Tensiones y al surgimiento y desarrollo. En los últimos 40 años, una nueva rama de la Mecánica de los Sólidos Deformables: la Mecánica de la Fractura, nos brinda la posibilidad de evaluar el grado de integridad física o estructural de un elemento en presencia de defectos, evaluar las condiciones en que estos defectos se desarrollan hasta su tamaño crítico y qué tiempo de explotación se requiere para ese crecimiento, en fin, se aglutinan en esta metódica los últimos avances de la Ciencia en el Análisis y Solución de Averías, la Ingeniería Forense y el Análisis de Causa Raíz. Todo esto, unido a los avances en el desarrollo de los Métodos Numéricos, entre ellos y en particular el Método de los Elementos Finitos y de las Técnicas de la Computación, han permitido la elaboración de metodologías y programas de cálculo que pueden ser usados como elementos de Diagnóstico, en el Análisis de las Causas de Fallas, o como elementos de Pronóstico para una explotación fiable e incluso también como Elemento para lograr Diseños confiables y racionales. El Grupo de Mecánica Aplicada de la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Cienfuegos ha venido preparándose en los últimos 25 años en la creación y perfeccionamiento de esta nueva tecnología. Ha comenzado desde hace varios años en colaboración con el Centro de Experimentación de la Construcción, CENEX y algunos profesores de la Línea de Mecánica Aplicada de la Universidad Central de Las Villas y las Empresas del Territorio. Esta nueva tecnología ha sido introducida en la práctica, en el Diagnóstico y Pronóstico de Averías en Sistemas Mecánicos y en las soluciones y decisiones que se derivan de su aplicación. El presente libro tiene como objetivos presentar los elementos fundamentales de la Gestión de Vida empleada específicamente como Herramienta de Diagnóstico o Pronóstico en el Análisis de Averías, la Aplicación de la Mecánica de la Fractura y los resultados obtenidos en numerosos Casos Estudiados por el colectivo en su aplicación durante los últimos años 25 años.

Destacamos que el material incluido, no es solo el resultado de la Aplicación en la Práctica Industrial, sino de la Docencia de Pregrado y Postgrado, donde en el Programa de Resistencia de Materiales II de la Universidad de Cienfuegos, está incorporado el Curso de Fundamentos de la Mecánica de la Fractura y en el 4to año de la Carrera de Ingeniería Mecánica, se desarrolla actualmente la asignatura electiva: Análisis y Solución de Averías, de la cual este libro es el texto básico. En la maestría de Mecánica Aplicada de la Facultad de Mecánica de esta Universidad están incorporados los Cursos de Mecánica de la Fractura y dentro de los Cursos de Temas Avanzados de Elementos de Máquinas, Diseño de Equipos Estáticos y Dinámicos y seminarios de Mantenimiento Industrial, se abordan muchos de los Casos de Averías aquí presentados. El autor principal ha desarrollado cursos de Postgrado en varias Empresas e Instituciones como son: Centro Experimental CENEX de Cienfuegos, Centro Nacional de Certificación de Equipos de Alto Riesgo (CNCI), Refinería de Petróleo “Camilo Cienfuegos” y Empresa de Cementos “Cementos Cienfuegos S.A.”. Ha impartido también varias Conferencias en Congresos Internacionales sobre el Tema y se abierto un Curso sobre Análisis y Solución de Averías en la Maestría de Ingeniería Mecánica de la Universidad Nacional de Colombia, en Bogotá.

**Caso No. 6. Análisis de las causas de la rotura de un espárrago del núcleo de la voladora de una máquina de vapor en el Complejo Agroindustrial Azucarero (CAI) “14 de Julio” de la Provincia de Cienfuegos**

Autor:

**R. Goytisol Espinosa<sup>1</sup>**

1- Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

**1. Introducción. (NO ES NECESARIO CONSIDERO)**

En el Complejo Agroindustrial “14 de Julio” de la provincia de Cienfuegos, durante el montaje de la voladora de una de las máquinas de vapor del tren de molinos de caña después de su reparación, se produjo la fractura de uno de los espárragos del núcleo. Una de las mitades del espárrago fracturado se elevó a gran altura y al caer golpeó a uno de los operarios del molino, causándole la muerte.

Motivado por este lamentable hecho, la dirección del CAI solicitó los servicios del autor para desarrollar una investigación que condujera por un lado a esclarecer las causas de la fractura y por otro, a elaborar recomendaciones para evitar hechos similares.

En el presente trabajo se esbozan los aspectos fundamentales de la investigación realizada.

**2. Desarrollo. (NO ES NECESARIO CONSIDERO)**

**2.1 Resultados de la investigación preliminar.**

En la Fig.1 se muestran las dimensiones originales según el plano de taller de los espárragos que fueron fabricados para el núcleo de la voladora.

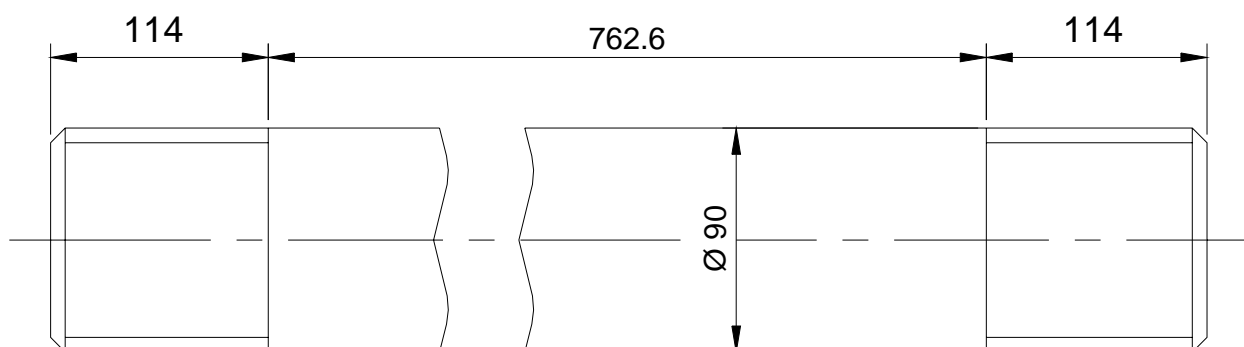


Fig. 1. Dimensiones fundamentales de los espárragos de la voladora.

Los espárragos originales tenían rosca British Standard Withworth con: diámetro exterior 3,5 plg.; diámetro de fondo de la rosca 3,106 plg.; de 3 1/4 hilos/plg y paso 0,30769 plg. Sin embargo los espárragos nuevos se fabricaron por error con: diámetro exterior 3.7/16 plg, diámetro de fondo 3 plg, y paso 3 hilos/plg y se utilizaron las tuercas viejas de: 3 1/4 hilos/plg.

La investigación de la composición química arrojó que el material de los mismos era acero 45, tal como se especificaba en el plano de taller y se aseguraba que habían sido fabricados de barras de este acero laminadas en frío.

La longitud de las tuercas era de 89 mm. Las dimensiones fundamentales del núcleo de la voladora se muestran en la Fig. 2.

Los espárragos fueron colocados en caliente para logran el apriete inicial requerido. El calentamiento se realizó a llama en una longitud que puede haber variado entre (9 plg – 12 plg), o sea, 230 a 300 mm. La temperatura se controló por apreciación de acuerdo a la coloración del acero “rojo hígado”, que puede haber oscilado entre 260 °C a 270 °C.

## 2.2 Cálculo de la fuerza de pretensión de los espárragos.

Para lograr la pretensión necesaria se utilizó un método de colocación de los espárragos en caliente, lo que está establecido para el MINAZ en el documento “Instrucciones para llevar a cabo la inspección e instalación de las voladoras de las máquinas de vapor” [5], basado en instrucciones originales de la Fulton Iron Works Co. Saint Louis, USA. Según este documento se recomienda calentar los tornillos hasta que se hallan alargado aproximadamente 0,020 plg (0,0508 cm). En otra parte del documento se señala que la temperatura correcta para el ajuste debe ser de 630 °F (332 °C) sin especificarse que longitud del tornillo se debe calentar a esta temperatura, aspecto este del cual depende la dilatación térmica que se produce en el mismo. No se dan expresiones para el cálculo de la pretensión.

Este procedimiento de control de la pretensión de los tornillos de grandes dimensiones se basa en la colocación del mismo calentado en su posición de trabajo y ajustar entonces las tuercas hasta que topen con las piezas de unión. Durante el enfriamiento posterior del tornillo hasta la temperatura ambiente, la contracción térmica debe asimilar la deformación que se producirá en las piezas de unión y garantizar que el tornillo quede estirado en la magnitud que corresponda a la fuerza de pretensión deseada.

En el cálculo de las fuerzas de pretensión se parte de la proporcionalidad existente entre las cargas y las deformaciones por debajo del límite de proporcionalidad del material  $\sigma_p$ . De aquí que para una fuerza de pretensión deseada (V) se cumple que:

- La deformación de las piezas será:  $\Delta l_\gamma = \frac{V}{c_\gamma}$

Donde:  $c_\gamma$  es al constante de rigidez de las piezas de unión.

- La deformación del espárrago en este caso será:  $\Delta l_t = \frac{V}{c_t}$

Donde:  $c_t$  es la constante de rigidez del espárrago.

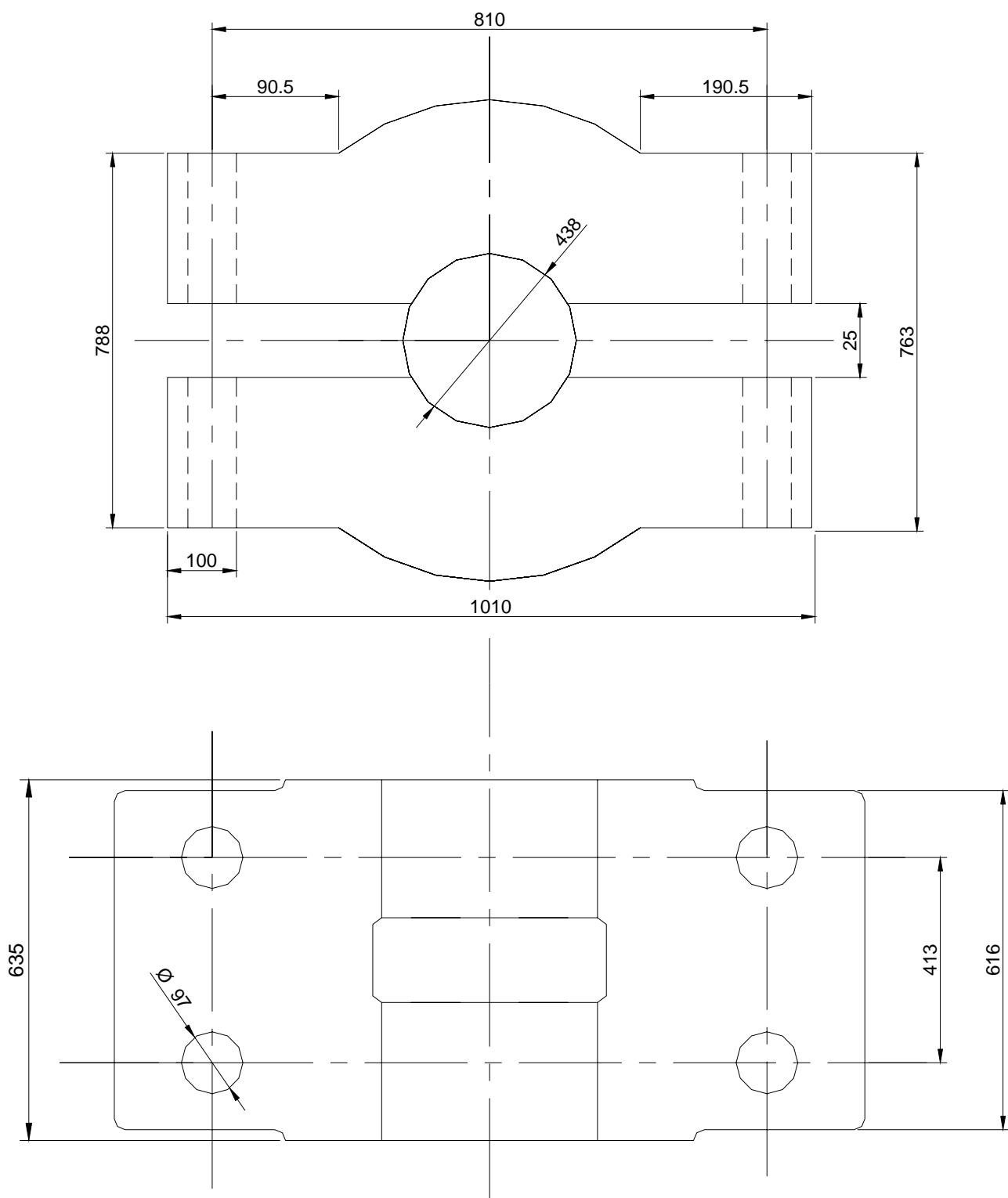


Fig. 2. Dimensiones fundamentales del núcleo de la voladora.

La contracción que se debe producir en los espárragos después de apretados ligeramente en caliente sobre las piezas debe ser igual a la suma de estas deformaciones, o sea:

$$\Delta l_T = \Delta l_\gamma + \Delta l_t = V \cdot \left( \frac{C_p + C_t}{C_p \cdot C_t} \right) \quad (1)$$

La dilatación térmica que se debe producir en el espárrago durante el calentamiento debe ser igual a  $\Delta l_T$  y esta dilatación se calcula en función de la longitud de calentamiento  $l_c$  y la temperatura de calentamiento  $t_c$  por la siguiente expresión:

$$\Delta l_T = l_c \cdot \alpha_t \cdot (t_c - t_0) \quad (2)$$

Donde:

$\alpha_t$  - Coeficiente de dilatación térmica del material del tornillo.

$t_0$  - Temperatura ambiente.

Durante el calentamiento el espárrago hasta la temperatura  $t_c$  debe velarse que el mismo se realice lo más rápido posible y localizado sobre la longitud  $l_c$  de manera que se evite en lo posible la excesiva disipación del calor a través del cuerpo del tornillo, lo que provocaría un exceso en la dilatación térmica con relación al valor deseado. La ligera disipación de calor que se pueda producir si el calentamiento se realiza rápido, se compensa con el enfriamiento que se produce en el espárrago durante el proceso de montaje hasta lograr que las tuercas topen con las piezas de unión.

Igualando las expresiones (1) y (2) se puede obtener la expresión para el cálculo de la temperatura de calentamiento  $t_c$  en la longitud  $l_c$  para lograr una pretensión deseada (V).

$$t_c = \frac{V}{l_c \cdot \alpha_t} \left( \frac{C_p + C_t}{C_p \cdot C_t} \right) + t_0 \quad (3)$$

O se puede despejar la pretensión que se producirá en la unión para una temperatura de calentamiento en la longitud  $l_c$ .

$$V = l_c \cdot \alpha_t \cdot (t_c - t_0) \cdot \left( \frac{C_p \cdot C_t}{C_p + C_t} \right) \quad (4)$$

Para el cálculo de las constantes de rigidez del espárrago y de las piezas en [3] se recomiendan las siguientes expresiones:

- Para un espárrago de sección constante.

$$C_t = \frac{A_t \cdot E_t}{l_t} \quad (5)$$

Donde:

$A_t$  - Es el área de la sección del cuerpo del espárrago.

$E_t$  - Módulo de elasticidad del material del espárrago.

$l_t$  - Longitud del espárrago medida desde la mitad de la altura de la tuerca hasta la mitad de la altura de la cabeza

- Para un espárrago de sección variada.

$$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{E_t} \cdot \left( \frac{l_{t1}}{A_{t1}} + \frac{l_{t2}}{A_{t2}} + \dots + \frac{l_{tn}}{A_{tn}} \right) \quad (6)$$

Donde:

$A_{t1}, A_{t2}, \dots, A_{tn}$  - Son las áreas de los diferentes sectores del espárrago.

$l_{t1}, l_{t2}, \dots, l_{tn}$  - Son las longitudes respectivas de los diferentes sectores. En la longitud de los sectores extremos se incluye la mitad de la altura de la cabeza y la mitad de la altura de la tuerca, si se trata de un tornillo, o de ambas tuercas si se trata de un espárrago.

Para el cálculo de la constante de la rigidez de las piezas se utilizan las recomendaciones dadas por

I. Birger en [1].

$$\frac{1}{C_\gamma} = \left( \frac{l_{p1}}{A_{p1} \cdot E_{p1}} + \frac{l_{p2}}{A_{p2} \cdot E_{p2}} + \dots + \frac{l_{pn}}{A_{pn} \cdot E_{pn}} \right) \quad (7)$$

Donde:

$l_{p1}, l_{p2}, \dots, l_{pn}$  - Son los espesores de las piezas de unión.

$A_{p1}, A_{p2}, \dots, A_{pn}$  - Son las áreas de las secciones transversales de los cilindros medios del cono de deformación de cada pieza.

$E_{t1}, E_{t2}, \dots, E_{tn}$  - Son los módulos de elasticidad de cada pieza.

Las áreas de las piezas  $A_{pi}$  se calculan por la expresión:

$$A_{pi} = \frac{\pi}{4} \cdot \left[ \left( S_i + \frac{1}{2} \cdot l_{pi} \right)^2 \right] - d_a^2 \quad (8)$$

Donde:

$S_i$  - Distancia entre caras de la cabeza o de la tuerca en contacto con la pieza i.

$l_{pi}$  - Espesor de la pieza i.

$d_a$  - Diámetro del agujero para el tornillo o espárrago.

Para el caso de piezas que no estén en contacto, como sucede en el núcleo de la voladora, la constante de rigidez de las piezas se reduce por el efecto de flexión que se produce en éstas, de aquí que resulta más exacto incluir en el cálculo de esta constante, la rigidez de las piezas a flexión.

Para una barra de sección rectangular empotrada en un extremo y libre en el otro (Fig. 3) bajo la acción de una fuerza transversal  $2V$  (son dos espárragos).



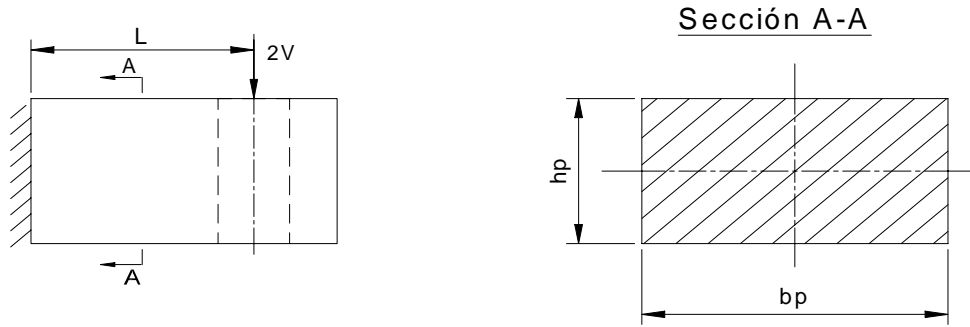


Fig. 3. Rigidez a flexión de las pestañas del núcleo

La deformación por flexión que se produce en el punto de aplicación de la carga será:

$$y = \frac{2 \cdot V \cdot L^3}{3 \cdot E_p \cdot I_x}$$

$$I_x = \frac{1}{12} \cdot b_p \cdot h_p^3$$

De donde el inverso de la constante de rigidez a flexión de cada pieza será:

$$\frac{1}{C_{pf}} = \frac{y}{V} = \frac{2 \cdot L^3}{3 \cdot E_p \cdot \frac{1}{12} \cdot b_p \cdot h_p^3}$$

O sea:

$$\frac{1}{C_{pf}} = \frac{y}{V} = \frac{8 \cdot L^3}{E_p \cdot b_p \cdot h_p^3}$$

Y teniendo en cuenta que en la unión del núcleo de la voladora se unen dos piezas de iguales dimensiones, la rigidez de las piezas en este caso se puede calcular por la expresión:

$$\frac{1}{C_p} = \frac{2}{E_p} \cdot \left\{ \frac{h_p}{\frac{\pi}{4} \left[ \left( S + \frac{1}{2} \cdot h_p \right)^2 - d_a^2 \right]} + \frac{8 \cdot L^3}{b_p \cdot h_p^3} \right\} \quad (8)$$

De donde:

$$\frac{1}{C_p} = \frac{8}{E_p} \cdot \left\{ \frac{h_p}{\pi \cdot \left[ \left( S + \frac{1}{2} \cdot h_p \right)^2 - d_a^2 \right]} + \frac{2 \cdot L^3}{b_p \cdot h_p^3} \right\} \quad (9)$$

### 2.3 Cálculo de la fuerza de pretensión provocada durante el montaje de los tornillos del CAI

“14 de Julio”.

### 2.3.1 Dilatación térmica.

Se consideró:

$$l_c = 300mm = 30cm$$

$$t_c = 270^\circ C$$

$$t_o = 30^\circ C$$

Y para el acero  $\alpha_t = 11.5 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ C^{-1}$

De la expresión (2)

$$\Delta l_T = 30 \cdot 11.5 \cdot 10^{-6} \cdot (270 - 30)$$

$$\Delta l_T = 0.0828cm$$

Esta dilatación térmica está por encima de la recomendada en las “Instrucciones para llevar a cabo la inspección e instalación de las voladoras de las máquinas de vapor”, a pesar que la temperatura de calentamiento está por debajo de la recomendada en el propio documento, pero como en el mismo no se precisa la longitud de calentamiento pueden ocurrir estas desviaciones.

### 2.3.2 Constante de rigidez del tornillo: $C_t$

Se utilizará la expresión (5) pues el tornillo es de sección constante

$$C_t = \frac{A_t \cdot E_t}{l_t}$$

$$A_t = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 9}{4} = 63.6cm^2$$

$$E_t = 2 \cdot 10^6 \text{ kgf/cm}^2$$

$l_t = 78.8 + 8.9 = 87.7 \text{ cm}$  (Se consideró una vez la mitad de la altura de la tuerca por cada extremo)

$$C_t = \frac{63.6 \cdot 2 \cdot 10^6}{87.7} = 1.45 \cdot 10^6 \text{ kgf/cm}$$

### 2.3.3 Constante de rigidez de las piezas.

**Se utilizará la expresión (9) que toma en cuenta el efecto de la flexión. Se considerará:**

$$E_\gamma = 1 \cdot 10^6 \text{ kgf/cm}^2 \quad (\text{hierro fundido})$$

$$h_\gamma = 381.5 \text{ mm} = 38.15 \text{ cm}$$

$$d_a = 9.7 \text{ cm}$$

$$S \cong 1.5 \cdot d \cong 1.5 \cdot 9 = 13.5 \text{ cm}$$

$$L = \frac{810 - 438}{2} = 186 \text{ mm} = 18.6 \text{ cm}$$

$$b_\gamma = 616 \text{ mm} = 61.6 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{C_p} = \frac{8}{E_p} \cdot \left\{ \frac{h_p}{\pi \cdot \left[ \left( S + \frac{1}{2} \cdot h_p \right)^2 - d_a^2 \right]} + \frac{2 \cdot L^3}{b_p \cdot h_p^3} \right\}$$

$$\frac{1}{C_p} = \frac{8}{1 \cdot 10^6} \cdot \left\{ \frac{38,15}{\pi \left[ (13,5 + 0,5 \cdot 38,15)^2 - 9,7^2 \right]} + \frac{2 \cdot 18,6^3}{61,6 \cdot 38,15^3} \right\}$$

$$C_p = 7.6 \cdot 10^6 \text{ kgf/cm}$$

### 2.3.4 Pretensión producida en el tornillo.

Se utilizará para el cálculo la expresión (4)

$$V = l_c \cdot \alpha_t \cdot (t_c - t_0) \cdot \left( \frac{C_p \cdot C_t}{C_p + C_t} \right)$$

$$V = 30 \cdot 11.5 \cdot 10^{-6} \cdot (270 - 30) \cdot \left( \frac{7.6 \cdot 10^6 \cdot 1.45 \cdot 10^6}{7.6 \cdot 10^6 + 1.45 \cdot 10^6} \right) = 100\,832,9 \text{ kgf}$$

2.4 Cálculo de las tensiones originadas en el tornillo.

#### 2.4.1 Tensiones de tracción durante el montaje.

Durante el montaje se producen tensiones de tracción en los tornillos producto de la pretensión (V). Estas tensiones son máximas en la zona de la rosca y se calculan por la expresión:

$$\sigma_t = \frac{V}{A_{tr}} \text{ kgf/cm}^2 \quad (10)$$

Donde:

V- pretensión sobre el tornillo en *kgf*

$A_{1t}$  - área de la raíz de la rosca en  $cm^2$

$$A_{1t} = \frac{\pi \cdot (d_{1t})^2}{4}$$

$$d_{1t} = 3'' = 7.62 \text{ cm}$$

$$A_{1t} = \frac{\pi \cdot (7.62^2)}{4} = 45.6 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_t = \frac{100\,823,9}{45.6} \cong 2212 \text{ kgf/cm}^2$$

Esta tensión aparentemente no debe producir la falla del tornillo, sin embargo en la raíz de la rosca y sobre todo en la zona de transición del cuerpo con la rosca se produce el fenómeno de concentración de tensiones, producto del cambio en la dirección del flujo de fuerzas en la zona de la entalla provocada por el filete de la rosca. Este fenómeno no solo incrementa sustancialmente en la zona local la magnitud de las tensiones, sino que condiciona un cambio en el estado tensional de esa zona de uniaxial a triaxial, que inhibe el proceso de deformación, y la fractura en estas condiciones puede tener un carácter netamente frágil, aun en el caso de que se trate de aceros de gran ductibilidad. En la Fig. 4 que se muestra a continuación se esquematiza la redistribución de las tensiones en la sección de la rosca por el efecto de entalla y el surgimiento de tensiones de tracción en la dirección axial  $\sigma_t = S_t$ , circunferencial  $\sigma_c = S_c$  y radial  $\sigma_r = S_r$  que provocan el cambio del estado tensional. [2].

Acerca de la magnitud del factor de concentración de tensiones existen diversos criterios en la literatura. Así por ejemplo en [3] se señala que para aceros al carbono con rosca internacional métrica, el incremento local de las tensiones dado por el factor  $k_\sigma$  varía de  $k_\sigma = 3.6$  a  $4.8$  veces; los valores más altos, se refieren a las roscas con  $d_0 \geq 24mm$ : si la rosca es laminada los valores de  $k_\sigma$  se deben reducir en un 20 a un 50 %. Para los tornillos de aceros aleados, dada la mayor sensibilidad de estos aceros a la entalla, los valores de  $k_\sigma$  se elevan a  $k_\sigma = 4$  a  $6$ .

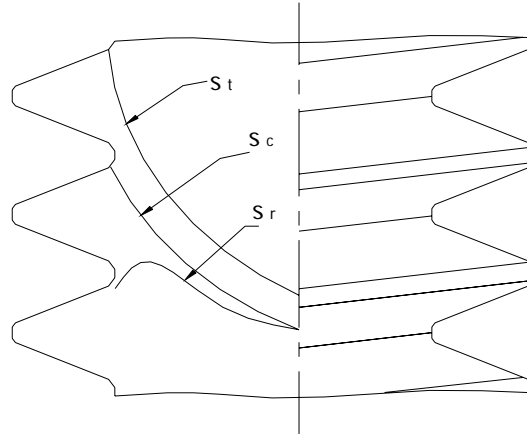
En [6] se dan los siguientes valores, para acero recocido con rosca laminada  $k_\sigma = 2.8$  y para aceros con temple y revenido estos valores se incrementan respectivamente a  $k_\sigma = 3.0$  y  $k_\sigma = 3.8$  respectivamente.

En [4] se da una gráfica de donde se puede calcular el factor de concentración de tensiones en función de las relaciones  $\frac{p}{h}$  y  $\frac{h}{r}$ . Donde:

$p$  – Paso de la rosca,  $h$  – Profundidad del filete y  $r$  – Radio del redondeo del fondo de la rosca.

Según este gráfico para rosca métrica que posee redondeo en el fondo del filete y para el caso de aceros de bajo contenido de carbono, poco sensibles a la concentración de tensiones los valores de  $k_\sigma$  son siempre mayores que  $k_\sigma = 2$ .

Es necesario señalar que para la rosca UNC con medidas en pulgadas en la cual el perfil de la



rosca es un triángulo equilátero con el fondo truncado, es de esperar mayores valores de  $k_{\sigma}$ .

Fig. 4. Concentración de tensiones en el filete de rosca

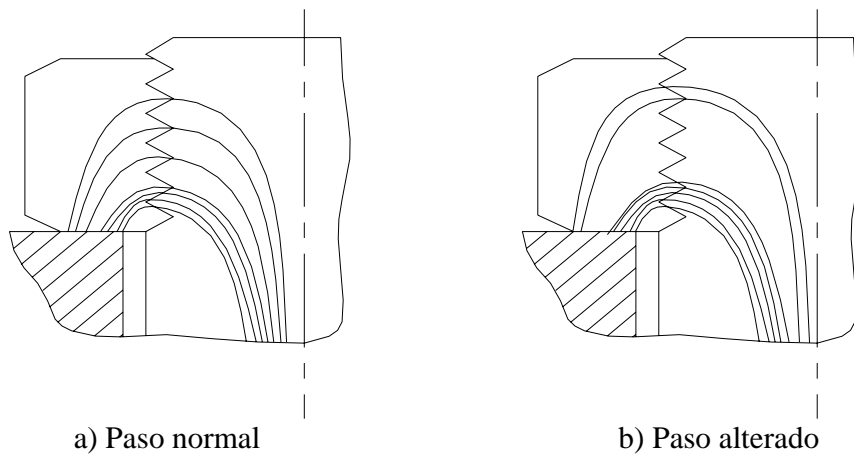


Fig. 5 Distribución de la carga entre los filetes de rosca con paso normal y paso alterado.

Este efecto puede haber empeorado por las diferencias que se mencionaron entre el paso de la tuerca y del tornillo, ya que aunque la carga normalmente no se distribuye uniformemente a lo largo de la altura de la tuerca y los primeros hilos de la tuerca soportan la mayor parte de la carga, las diferencias en el paso pudieron haber sobrecargado el primer hilo, tal como se muestra en la Fig. 5b.

Hay que señalar también que en los aceros con bajo porcentaje de elongación, la sensibilidad a la concentración de tensiones es mayor que en los aceros dúctiles con elevado porcentaje de elongación.

## 2.4.2 Tensiones de flexión durante el montaje.

Producto de la holgura existente entre las dos mitades del núcleo de la voladora durante el montaje se van a producir necesariamente tensiones de flexión en el tornillo a causa de la deflexión que se origina en la pieza a causa de la carga  $2V$ .

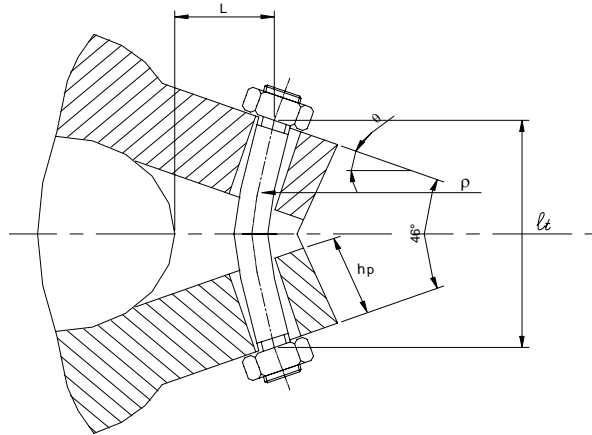


Fig. 6 Curvatura del espárrago por la deformación de las pestañas por flexión

En la Fig. 6 se esquematizan este posible efecto sobre los tornillos, exagerando las deformaciones.

La curvatura que adopta el tornillo al inclinarse la superficie de asiento de la tuerca se puede expresar en función del momento flector por la conocida forma de la flexión en barras.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{Mf}{E_t \cdot I_x} \quad (10)$$

Pero:

$$\text{sen}(\theta) \approx \theta = \frac{l_t/2}{\rho} = \frac{l_t}{2\rho} \quad \text{De donde:}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2\theta}{l_t} \quad (11)$$

Igualando ambas expresiones y despejando  $Mf$ :

$$Mf = \frac{2E_t \cdot I_x \cdot \theta}{l_t} \quad (12)$$

Aquí  $I_x$  es el momento de inercia de la caña

La tensión de flexión se calcularía por la expresión:

$$\sigma_f = \frac{Mf}{W_{x1}} \quad \text{Donde:} \quad (13)$$

$W_{x1}$ - Es el módulo a la flexión de la sección correspondiente a la raíz de la rosca donde se producirán las mayores tensiones de flexión.

Para nuestro caso:

$$W_x \approx 0.1 \cdot d_1^3$$

$$I_x \approx 0.05 \cdot d^4 \quad \text{Donde:}$$

$d$  - Diámetro del cuerpo del tornillo.

$d_1$  - Diámetro de la raíz de la rosca.

Sustituyendo en la expresión de la tensión de flexión se obtiene:

$$\sigma_f = E_t \cdot \theta \cdot \left(\frac{d}{d_1}\right)^3 \cdot \left(\frac{d}{l_t}\right) \quad (14)$$

La expresión (14) es válida tanto para el caso que la inclinación  $\theta$  en los planos de asiento de las tuercas se produzca bajo carga o exista previamente por falta de paralelismo entre los planos de asiento de las tuercas.

Bajo la acción de la carga  $2V$ , para el esquema mostrado en la Fig. 3, el ángulo  $\theta$  que se producirá bajo carga se puede calcular por la expresión.

$$\theta = \frac{2VL^2}{2E_p \cdot I_{xp}} = \frac{12VL^2}{E_p \cdot b_p \cdot h_p^3} \quad (15)$$

Para el caso de la voladora del CAI '14 de Julio' suponiendo que no exista desalineación previa:

$$\theta = \frac{12 \cdot 100850 \cdot (18,6)^2}{1 \cdot 10^6 \cdot 61,6 \cdot (38,13)^3} = 122,4 \cdot 10^{-6} \text{ rad} \quad \text{De donde:}$$

$$\sigma_f = 2 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{9}{7,62}\right)^3 \cdot \left(\frac{9}{78,8}\right) \cdot 122,4 \cdot 10^{-6} = 46 \text{ kgf/cm}^2$$

En este caso las tensiones de flexión no son significativas.

#### 2.4.3 Cálculo de la tensión resultante sobre el tornillo.

La tensión resultante será la suma de la tensión de tracción y la de flexión

$$\sigma_R = \sigma_t + \sigma_f = 2212 + 46 = 2258 \text{ kgf/cm}^2$$

### 2.5 Material utilizado en la fabricación de los tornillos

Con relación a este aspecto no se tiene certeza absoluta de que material fueron construidos los tornillos, pues las barras disponibles no se encontraban identificadas adecuadamente con el grado del acero, no obstante se supone por los técnicos del CAI que el acero 45 empleado era laminado en frío.

Según la norma cubana NC 57-39:84. Tomo I Selección de aceros y sus laminados. [7]. Entre el acero 45 laminado en caliente y en frío, existen diferencias relativamente grandes, tal y como se muestra en la Tabla 1, sobre todo en el porcentaje de elongación que caracteriza la fragilidad o ductilidad de los aceros

<b>Tipo de acero</b>	<b>Estado</b>	<b>Límite de elasticidad</b> $\sigma_e - \text{kgf/cm}^2$	<b>Resistencia máxima</b> $\sigma_u - \text{kgf/cm}^2$	<b>% Elong.</b>
Laminado en caliente	Normalizado	3600	6100	16
Laminado en frío	Endurecido por laminación	-	6500	6

Es significativo el hecho de que en los surtidos que aparece en la norma NC 57-39:84 las barras redondas de acero 45 laminadas en caliente se suministran en diámetros hasta 250 mm, mientras que las barras laminadas en frío se suministran en diámetros de hasta 80 mm, y los tornillos tienen diámetros de 90 mm, lo que obliga a pensar que estos hayan sido fabricados de acero 45 laminado en caliente.

No obstante, suponiendo que los tornillos hayan sido construidos de barras de acero 45 laminadas en frío, sin tratamiento térmico posterior, o sea, simplemente endurecidas por deformación, de acuerdo a la resistencia máxima de este material y la tensión resultante que se produjo en el tornillo durante el montaje, es suficiente que el efecto de concentración de tensiones alcance la magnitud:

$$k_{\sigma} = \frac{\sigma_u}{\sigma_r} = \frac{6500}{2258} = 2.88$$

Para que se produzca la rotura del tornillo, agravada en el caso de este acero por su bajo porcentaje de elongación, 6% y lo que lo hace más sensible a la concentración de tensiones y condiciona por su mayor fragilidad el carácter frágil que tuvo la falla.

Esta concentración de tensiones, e incluso mayores, se pueden producir comúnmente en una pieza roscada, lo que confirma la tesis de que la causa de la falla es producto de la excesiva tensión durante el montaje y la elevada concentración de tensiones.

### 3. Conclusiones. ???????

1. Es evidente que la falla se produjo por el elevado estado de tensión en que se encontraba el tornillo después del montaje, en presencia de la concentración de tensiones normalmente existente en los filetes de rosca, pudiendo estar este estado agravado por:



alteración en el paso de la rosca, falta de paralelismo entre las caras de asiento de las tuercas y excesiva longitud de calentamiento.

2. El empleo del acero laminado en frío pudo haber agravado más la situación debido a su mayor fragilidad (bajo % de elongación).

#### 4. Recomendaciones. ????????????????????

1. Se puede recomendar el empleo del acero 45 laminado en caliente en estado normalizado, el cual asegura una buena resistencia y buena ductilidad, además de no poseer una elevada sensibilidad a la concentración de tensiones.
2. Se debe precisar mejor la dilatación térmica que se debe producir en el tornillo para el montaje. Una dilatación térmica como la recomendada en las “Instrucciones para llevar a cabo la inspección e instalación de las voladoras de las máquinas de vapor” de 0.058 cm equivale para la voladora del CAI “14 de Julio” una fuerza de apriete del núcleo por tornillo de más de 50 000 kgf. Teniendo en cuenta que son 4 tornillos se produce una fuerza total de 200 t. ¿Es necesaria realmente esta fuerza? Recomendamos se haga un estudio profundo de este aspecto para lograr recomendaciones más racionales y más precisas. Esta dilatación térmica provoca en el tornillo una tensión  $\sigma_t = 1385 \text{ Kgf/cm}^2$  lo que representa un factor de seguridad con relación a la fluencia de 2.7 y con relación a la resistencia máxima 4.57 suponiendo

que se emplee el acero 45 en estado normalizado y laminado en caliente. Aquí hay que tener en cuenta que no están incluidas en este valor de tensiones que surgen durante la operación producto de la acción de la fuerza centrífuga, la concentración de tensiones, ni las tensiones complementarias producto de la flexión, los que nos permite afirmar que la seguridad es baja. Por otro lado después de establecido con precisión el límite superior de la dilatación térmica en función de la fuerza de apriete realmente requerida, debe precisarse con detalle la temperatura y la longitud de calentamiento.

3. Se debe pasar al empleo de la rosca métrica que garantiza proporciones entre el paso y la altura del filete  $\frac{P}{h} = 1.63$  y una relación entre la altura del filete y el radio de redondeo  $\frac{h}{r} = 4.25$  Para estas proporciones según [4]  $\gamma \cong 0.5$ :  

$$\alpha_{\sigma} = 1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{h}{r} \cdot \gamma} = 1 + 2 \cdot \sqrt{4.25 \cdot 0.5} = 3.92$$
y el factor real de concentración de tensiones teniendo en cuenta que el factor de sensibilidad a la concentración de tensiones del acero 45,  $q_{\sigma} = 0.58$ ,  $k_{\sigma} = 1 + q_{\sigma} \cdot (\alpha_{\sigma} - 1) = 1 + 0.58 \cdot (3.92 - 1) \cong 2.7$  Lo que no representa un factor de concentración de tensiones excesivamente alto.
4. Se debe reducir el diámetro del cuerpo del tornillo, de acuerdo a las proporciones que se señalan. Esta reducción no afecta la resistencia del tornillo, ya que la sección más débil de éste en la sección de la rosca y sin embargo reduce a la mitad la magnitud de las tensiones de flexión (ver fórmula 11) y aumenta la resistencia a la fatiga al hacerse el tornillo menos rígido. Esta modificación del cuerpo del tornillo

mejora la resistencia, aunque reduce la fuerza de apriete ligeramente al reducirse la constante de rigidez del tornillo ( $C_t$ )

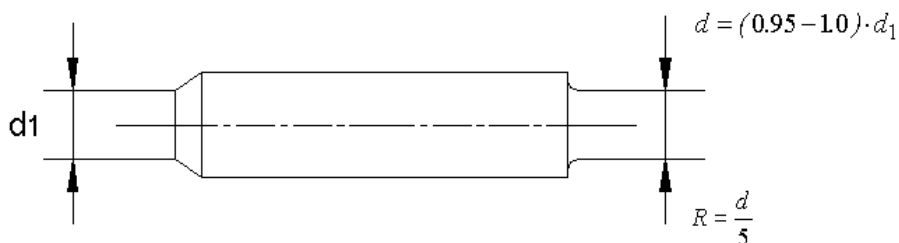


Fig. 7. Espárragos de cuerpo rebajados

5. Se debe velar porque exista un adecuado paralelismo entre las caras de asiento de las tuercas en las piezas antes del montaje y las caras de asiento de las tuercas deben ser rigurosamente perpendiculares al eje de la rosca.
6. Se debe verificar con certeza el grado y tipo de acero antes de fabricar los tornillos.

## 5. REFERENCIAS

1. Birger I. A., Shorr B. F, Shneidierovich R. M. Raschot na prochnost detalei mashin. Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1986. —616 p.
2. Bures V., Dvorak K., Nemeč A. Casti Stroju I. Praga: Statni nakladatelstvi technicke literatury, 1965.—169 p.
3. Dobrovolski V., Zablonski K y otros. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial MIR, 1975. —692p.
4. Goytisoló R. Diseño de Elementos de Máquina I. Tablas. Universidad Central de las Villas, 1973.—188 p
5. MINAZ. Ministerio del Azúcar. Instrucciones para llevar a cabo la instalación e inspección de las voladoras de las máquinas de vapor. Norma Interna.
6. Shigley J. E. El Proyecto en Ingeniería Mecánica. La Habana: Editorial Revolucionaria, 1969. — 658 p.

## 7. Selección de aceros y sus laminados. Tomo I. NC 57-39:84.

### Caso No. 7 Análisis y Solución de la Avería del Molino de una Planta de Reciclaje de Plástico

#### Autores:

**Dr. Rafael Goytisoló Espinosa<sup>1</sup>, Dr. Luis Castellanos González<sup>2</sup>, M.Sc. Vladimir Carrera Martínez<sup>3</sup>, M.Sc. Juan G. Noa Aguila<sup>4</sup> M.Sc. Aisman Quiñones Cherta<sup>5</sup>**

1 – Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

2 – Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

3 – Profesor Auxiliar, M.Sc. en Mecánica Aplicada. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

4 – Profesor Instructor, M.Sc. en Mecánica Aplicada. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

5 – Ingeniero Mecánico. M.Sc. en Mecánica Aplicada. Colaborador de la Facultad de Mecánica. Ucf.

#### 1. Introducción (PRÓLOGO)

En el mes de mayo del 2002, se puso en explotación la Planta Recuperadora de Plástico Mixto en Cienfuegos, Cuba, comprada en España por la Empresa de Recuperación de Materias Primas de esta provincia a la Firma MAYPER, Materias Primas y Periféricos para la industria del Plástico. S.L. La Planta está compuesta en esencia por tres módulos:

- Módulo de Trituración, integrado por un molino molidor de alta velocidad.

- Módulo de Separación, compuesto por la bañera para el lavado del plástico, la cual está concebida para la separación de los elementos menos densos que flotan en la misma y son extraídos a través de una noria de cangilones ubicada en su porción superior y para la extracción de los elementos más pesados depositados en el fondo de la bañera, a través de un conjunto de dos transportadores sinfín, uno horizontal, de fondo y otro inclinado, de elevación y descarga.
- Módulo de Secado, integrado por una centrífuga para el secado de los materiales plásticos.

Al ponerla en explotación se produjo la avería del Molino Triturador, por fractura de uno de los tornillos de sujeción de una de las cuchillas. En la Fig. 1 se muestra una vista de la disposición de una de estas cuchillas en el Molino y de los tornillos de sujeción y de tope de la misma. La fractura se produjo sin causa aparente alguna, pues el molino trabajaba en condiciones normales sin sobrecarga. La avería produjo la detención del molino y de la planta.

En la Fig. 2 se muestra el estado en que quedó la cuchilla y en las Fig. 3 y 4 se muestran el tornillo fracturado y las dos mitades del mismo unidas donde se aprecia la deformación plástica por flexión que se produjo en éste. Una avería similar se había producido unos días antes en la Planta de la provincia de Granma, también recién instalada por la empresa.

La Facultad de Mecánica de la Universidad de Cienfuegos realizó la investigación cuyos objetivos fueron:

1. Esclarecer la causa de la avería para establecer la reclamación correspondiente a la Firma Extranjera Suministradora.
2. Proponer las posibles soluciones para la consulta y aceptación por dicha Firma.



**Figura 1 Vista de una Cuchilla del Molino** **Figura 2 Estado de la Cuchilla después de la Fractura del Tornillo.**



**Figura. 3 Sección del tornillo fracturado y deformación plástica de la arandela.** **Figura 4. Deformación plástica del tornillo fracturado.**

2. Desarrollo.

**Datos del motor:**

Marca: HYUNDAI

Potencia:  $N_m = 22 \text{ kW}$

**Velocidad de giro:  $n_m = 1\ 770 \text{ rpm}$**

**Datos de la transmisión:**

**Tipo: Correas trapezoidales**

Sección de la correa: C;  $b = 22 \text{ mm}$ ,  $h = 13,5 \text{ mm}$

Número de correas: 4

Diámetro medio de la polea mayor,  $D_2 = 78,8 \text{ cm}$

Diámetro medio de la polea menor,  $D_1 = 14,0 \text{ cm}$

Relación de transmisión,  $i_c = 5,63$

**Datos de los tornillos y las arandelas:**

**Tipo de tornillo: Cabeza cilíndrica con hexágono interior (UNE 17056)**

Diámetro de la rosca: M16

Diámetro de la cabeza:  $D_c = 2,4 \text{ cm}$

Altura de la cabeza:  $h_c = 1,6 \text{ cm}$

Longitud de la rosca:  $l = 5,25 \text{ cm}$

Diámetro de la raíz de la rosca:  $d_1 = 1,355 \text{ cm}$

Diámetro medio de la rosca:  $d_2 = 1,47 \text{ cm}$

Paso:  $S = 0,2 \text{ cm}$

Área de la raíz de la rosca:  $A_1 = 1,44 \text{ cm}^2$

Arandela plana: 32x18x4 mm

Arandela de presión: 26,2x17x3,5 mm

**Material de los tornillos:**

Dureza superficial media medida experimentalmente:  $HB = 185$

Se corresponde con el acero para pernos, tornillería y espárragos grado SAE 2 para el cual:  $\sigma_u = 450 \text{ MPa}$  y  $HB < 241 \text{ max}$ , utilizado en la tornillería española.

Se corresponde también con el acero GOST, Grado 35 empleado en tornillería para el cual:

$\sigma_u = 540 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_f = 320$  y  $E = 2 \times 10^5 \text{ MPa}$  [1].

### Dimensiones de las cuchillas:

En la Figura 5 se muestra un esquema con las dimensiones fundamentales de las cuchillas del molino. El peso de la cuchilla se obtuvo mediante pesaje y es  $W = 75 \text{ N}$ .

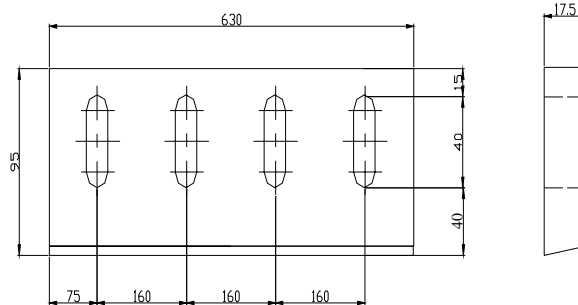


Figura 5 Dimensiones fundamentales de las cuchillas.

### **Potencia en el árbol del rotor de las cuchillas:**

**La potencia en el árbol del rotor de las cuchillas se calculó por la expresión:**

$$N_c = N_m \cdot \eta_c = 22 \cdot 0.96 = 21.12 \text{ kW}$$

Donde:

$N_m = 22 \text{ kW}$ , potencia del motor

$\eta_c = 0.96$ , rendimiento de la transmisión por correas

### **Torque en el árbol del rotor de las cuchillas:**

El torque en el árbol del rotor se obtuvo por la expresión:

$$M_{t_c} = 955 \cdot \frac{N_c(\text{kW})}{n_c(\text{rpm})} = 955 \cdot \frac{21.12}{314.4} = 65.40 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

Donde:

$n_c = n_m / i_c = 1770 / 5.63 = 314.4 \text{ rpm}$ , velocidad de giro del rotor

$n_m = 1770 \text{ rpm}$ , velocidad de giro del motor

$i_c = 5.63$ , relación de transmisión de las correas

### **Carga nominal sobre las cuchillas:**



En la Fig. 6 se muestra un esquema del rotor de las cuchillas con una de las cuchillas móviles en su posición de trabajo con relación a una de las cuchillas fijas. En la propia figura se muestra la posición de la carga nominal sobre la cuchilla móvil  $P_c$ , generada durante el corte del plástico. Se muestra también la posición de uno de los tornillos de tope de dicha cuchilla.

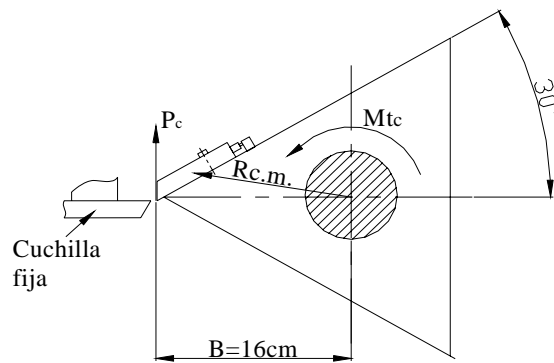


Figura 6 Esquema del rotor de las cuchillas.

Se considerará como carga nominal aquella que se produce para el torque nominal sobre el rotor de las cuchillas  $Mt_c$ . El radio del centro de masa de la cuchilla en su posición de trabajo  $R_{cm}$ , se calculó sobre la base de relaciones geométricas.

$$P_c = \frac{Mt_c}{B} = \frac{65.40}{16} \cong 4.10 \text{ kN}$$

$$R_{cm} \cong 9.4 \text{ cm}$$

Coefficiente de carga dinámica sobre la cuchilla:

Para poder determinar la carga de trabajo real sobre las cuchillas y los tornillos del rotor es preciso poder estimar o calcular las cargas dinámicas que se generan en el caso de un molino que trabaje en las condiciones de este molino triturador de plástico. Según Reshetov [2] para el caso de acoplamiento con grandes masas rotatorias y cargas de choque como son: molinos, laminadores, etc.

$k_{din} = 2.5 \text{ a } 3 \text{ o más}$

Según datos de AFBMA (Anti-friction Bearing Manufacturers Association), [3] para el cálculo de los cojinetes de rotores en máquinas con choques moderados.

$$k_{din} = 1.5 \text{ a } 3$$

Según Pisarenko [4], el coeficiente de carga dinámica durante el impacto torsional se puede obtener por la expresión:

$$k_{din} = 1 + \sqrt{1 + \frac{T}{U} \cdot \frac{1}{1 + k_m \cdot \frac{m_0}{m}}} \quad (1)$$

Donde:

T - Energía cinética del cuerpo que golpea en el instante del impacto (Joules).

U - Energía potencial elástica de deformación del cuerpo golpeado bajo la acción estática del cuerpo que golpea (Joules).

$m_0$  – masa del cuerpo golpeado.

m – masa del cuerpo que golpea

$k_m$  – coeficiente de reducción de la masa del cuerpo golpeado en el punto de impacto.

Si la masa del cuerpo golpeada  $m_0 \ll m$ , que es el caso del molino de plástico analizado, según Mirolubov [5], se puede utilizar la ecuación:

$$k_{din} = \sqrt{1 + \frac{T}{U}} \quad (2)$$

#### Energía cinética del cuerpo que golpea:

La energía cinética del cuerpo que golpea (la cuchilla) en el instante del impacto se puede calcular como sigue:

$$I_0 = m_c \cdot (R_{cm})^2 = \frac{7.5 \cdot (0.094)^2}{9.81} = 0.00676 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$$

$$\omega_c = \frac{\pi \cdot n_c}{30} = \frac{\pi \cdot 314.4}{30} = 32.9 \text{ rad/s}$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_0 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.00676 \cdot (32.9)^2 = 3.66 \text{ J}$$

#### **Energía potencial elástica de deformación del cuerpo golpeado:**

En el caso del cizallamiento, la energía potencial elástica de deformación se calcula por la expresión:

$$U = k \frac{Q^2 \cdot l}{2 \cdot G \cdot A} \quad (3)$$

Donde:

$$Q = P_c = 4.1 \text{ kN} = 4100 \text{ N}$$

Carga estática de cizallamiento sobre el plástico.

k – Coeficiente que depende del tipo de sección transversal del cuerpo cizallado.

Suponiendo que la energía de deformación se absorbe durante el cizallamiento de una lámina de plástico vinílico con:  $E = 0,035 \times 10^{10} \text{ kgf/m}^2$  y  $\mu = 0,35$  [6]. El módulo de elasticidad para el cizallamiento del plástico será:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)} = \frac{0.035 \cdot 10^{10}}{2 \cdot (1 + 0.35)} = 0.013 \cdot 10^{10} \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} = 0.1275 \cdot 10^{10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Se supondrá un ancho de la lámina de plástico igual a la longitud de la cuchilla  $b = 0,63 \text{ m}$  y el espesor  $h = 0,5 \text{ mm} = 0,0005 \text{ m}$ , con área en la sección transversal:

$$A = b \cdot h = 0.63 \cdot 0.0005 = 3.15 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

y la longitud  $l = 2 \text{ mm} = 0,002 \text{ m}$ , que es la holgura entre las cuchillas móvil y fija.

Para sección transversal rectangular según Feodosiev [6]:  $k = 6/5 = 1.2$ .

Finalmente se obtiene que obtiene que:

$$U = k \frac{Q^2 \cdot l}{2 \cdot G \cdot A} = \frac{1.2 \cdot (4022)^2 \cdot 0.002}{2 \cdot 0.1275 \cdot 10^{10} \cdot 3.15 \cdot 10^{-4}} = 0.048 \text{ J}$$

### **Coefficiente de carga dinámica sobre la cuchilla:**

El coeficiente de carga dinámica calculado será por lo tanto:

$$k_{din} = 1 + \sqrt{1 + \frac{3.66}{0.048}} = 9.8 \cong 10$$

Se tomará un valor medio entre el mínimo posible  $k_{din \text{ min}} = 1$  y el máximo calculado  $k_{din \text{ max}} = 10$ ; de donde el coeficiente de carga dinámica sobre la cuchilla será:

$$k_{din} = 5.5$$

$$P_{din} = k_{din} \cdot P_c = 5,5 \cdot 4.1 = 22,5 \text{ kN}$$

### **Las componentes normal y axial de esta carga sobre la cuchilla son:**

$$P_N = P_{din} \cdot \cos 30^\circ = 19,53 \text{ kN}$$

$$P_Q = P_{din} \cdot \text{sen } 30^\circ = 11,25 \text{ kN}$$

### Cálculo de la carga sobre el tornillo:

En la Figura 7 se muestra un esquema de las cargas sobre la cuchilla, incluida la fuerza ejercida por los tornillos de sujeción  $P'$  y las reacciones en los tornillos de tope  $R_x$  y  $R_y$ .

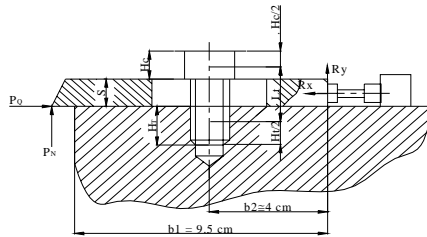


Figura 7 Esquema de las cargas sobre la cuchilla

Del equilibrio del sistema se tiene que:

$$\Sigma M_o = P' \cdot b_2 - P_N \cdot b_1 = 0$$

$$P' = P_N \cdot b_1 / b_2 = 46,4 \text{ kN}$$

La carga sobre un tornillo será:

$$P = P' / 4 = 11,6 \text{ kN}$$

### Compresión residual y carga total sobre el tornillo:

La unión analizada tiene que ser pretensada. El diagrama carga - deformación se muestra en la Fig. 8.

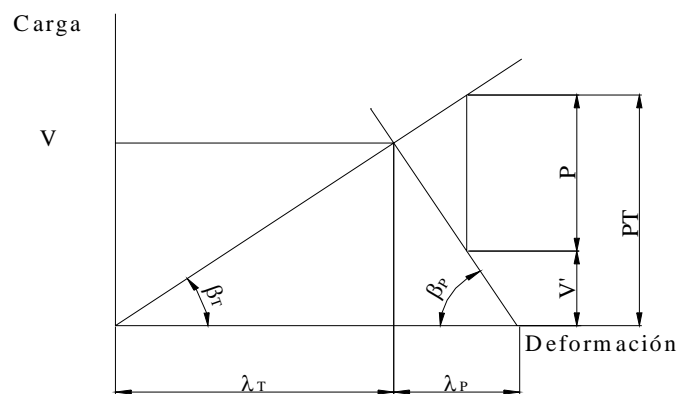


Figura 8 Diagrama carga - deformación de la unión tornillo - cuchilla.

Para las uniones pretensadas se recomienda en [7] una compresión residual en el rango:

$$V' \cong (0.2 \text{ a } 1.8) \cdot P$$

Donde los valores mayores se recomiendan específicamente para uniones herméticas. En el caso analizado que se trata de una unión de fuerza se tomará el menor valor:

$$\mathbf{V' = 0,2 P}$$

De donde:

$$V' = 0,2 \cdot 11,6 = 2,32 \text{ kN}$$

La carga total sobre el tornillo será:

$$P_T = V' + P = 2,32 + 11,6 = 13,92 \text{ kN}$$

Tensión resultante en los tornillos pretensados:

En los tornillos pretensados surgen tensiones de tracción producto de la carga sobre el tornillo y de torsión producto del torque de apriete. Estas tensiones son:

$$\sigma = \frac{P_T}{A_1} \quad \tau = 0,5 \frac{P_T}{A_1}$$

Aplicando la 4ta Hipótesis de Huber – Mises - Hencke:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{(\sigma)^2 + 3 \cdot (\tau)^2} = \sqrt{(\sigma)^2 + 3 \cdot (0,5 \cdot \sigma)^2} = 1,3\sigma$$

*Diámetro requerido en los tornillos en condiciones de carga estática:*

$$[\sigma]_t = \frac{\sigma_f}{4} = \frac{32}{4} = 8 \frac{kN}{cm^2}$$

Para d = 16 mm se recomienda en [7]:

La condición de resistencia será:

$$\sigma_{eq} = 1,3 \cdot \frac{P_T}{A_1} \leq [\sigma]_t$$

$$A_1 \geq \frac{1,3 \cdot P_T}{[\sigma]_t} = \frac{1,3 \cdot 13,92}{8} = 2,1 \text{ cm}^2$$

El tornillo M16x2, tiene  $A_1=1,44\text{cm}^2$ , por lo que la reserva de resistencia es insuficiente. Pudiera resultar mejor haber empleado tornillos M18 o M20.

### **Constante de rigidez del tornillo:**

La constante de rigidez del tornillo se calcula por la expresión siguiente:

$$C_T = E_T \cdot A_1 / L_T \quad (4)$$

Donde:

$E_T$ , módulo de elasticidad del material del tornillo.

$A_1$ , área de la raíz de la rosca.

$L_T$ , longitud del tornillo desde la mitad de la altura de la cabeza hasta la mitad de la longitud roscada.

Para rosca M 16, con el espesor dado de la cuchilla:  $C_T = 2 \cdot 10^4 \cdot 1,44 / 4,7 = 0,613 \cdot 10^4$  kN/cm

### Área de compresión de las piezas:

El área de compresión de las piezas en este caso se ve reducida producto de la existencia de la ranura para el ajuste de la cuchilla, tal como se muestra en la Figura 9. El área de compresión será igual entonces al área de la sección del cono medio de compresión menos el área de la ranura en la zona del cono.

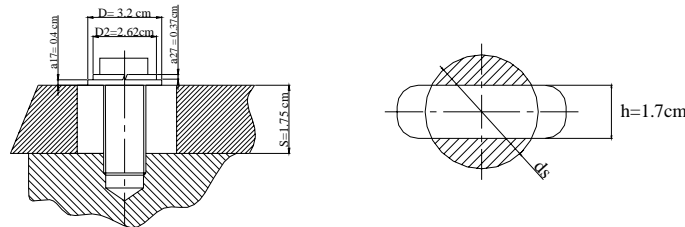


Figura 9 Área de compresión de las piezas

$$d_s = D + S/2 = 3,2 + 1,75/2 = 4,08 \text{ cm}$$

$$A_s = \pi \cdot d_s^2 / 4 - A_{\text{ranura}} = \pi \cdot 4,08^2 / 4 - 4,08 \cdot 1,7 = 6,14 \text{ cm}^2$$

En estas expresiones  $d_s$ , es el diámetro del cono medio de compresión y  $A_s$  el área de compresión de las piezas.

### Constante de rigidez de las piezas y pretensión inicial requerida:

La pretensión inicial requerida en la unión  $V$ , depende de la compresión residual necesaria  $V'$  y de la carga sobre el tornillo  $P$ , que fueron calculadas anteriormente y de las constantes de rigidez del tornillo  $C_T$  y de las piezas  $C_p$ . La constante de rigidez de las piezas se calcula por la expresión señalada.

$$V = V' + (C_P / (C_P + C_T)) \cdot P \quad (5)$$

$$\frac{1}{C_P} = \frac{1}{C_{P_1}} + \frac{1}{C_{P_2}} + \frac{1}{C_{P_3}} = \frac{S}{E \cdot A_s} + \frac{a_1}{E \cdot \frac{\pi \cdot D_1^2}{4}} + \frac{a_2}{E \cdot \frac{\pi \cdot D_2^2}{4}} \quad (6)$$

Donde:  $a_1$  y  $a_2$ , son los espesores de las arandelas empleadas en cada tornillo y  $D_1$  y  $D_2$  sus diámetros respectivos.

$$\frac{1}{C_p} = \frac{1}{2 \cdot 10^4} \left( \frac{1.75}{6.14} + \frac{0.4 \cdot 4}{\pi \cdot (3.2)^2} + \frac{0.35 \cdot 4}{\pi \cdot (2.62)^2} \right)$$

$$C_p = 5 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}$$

Para el tornillo M16  $V = 2,32 + (5 \cdot 10^4 / (5 \cdot 10^4 + 0,613 \cdot 10^4)) \cdot 11,6 = 12,65 \text{ kN}$

*Torque de apriete requerido:*

**El torque de apriete requerido se puede calcular, según Shigley [3], en función de la pretensión inicial y del diámetro del tornillo por la expresión siguiente:**

$$M_t = C \cdot d \cdot V \cong 0.2 \cdot d \cdot V \quad (7)$$

$$M16 - M_t = 0.2 \cdot 1.6 \cdot 12,65 \cong 4,05 \text{ kN-cm}$$

**Este torque de apriete calculado se corresponde con gran exactitud con las recomendaciones generales dadas por M. I. Ivanov [8] y que se dan en la siguiente Tabla:**

**Tabla 1 Torques de apriete según Ivanov**

d, mm	M6	M12	M24	M36
Mt, kN-cm	0,36	3,33	24,36	85,63

**Tensiones de flexión, de tracción y resultante en el tornillo en ausencia de apriete inicial:**

En la Figura 10 se muestra la posición que adopta la cuchilla si la pretensión de la unión no es la adecuada. En estas condiciones de pretensión insuficiente la cuchilla se inclinará tal como se muestra en la Figura 10. Esta inclinación provocará tensiones de flexión suplementarias en el tornillo las cuales serán calculadas a continuación.

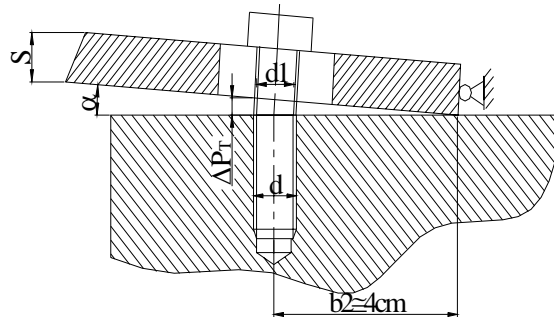


Figura 10 Posición inclinada de la cuchilla con pretensión insuficiente

La inclinación de la cuchilla depende del alargamiento que sufra el tornillo bajo carga y la tensión de flexión depende a su vez de la inclinación de la cuchilla [7].

El alargamiento del tornillo se calcula por la expresión siguiente:

$$\Delta l_T = P_T \cdot L_T / (E_T \cdot A_1) = 12,92 \cdot 4,7 / (2 \cdot 10^4 \cdot 1,44) = 21,1 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$$

**De acuerdo con la Figura 10 la tangente del ángulo de inclinación será la calculada, así como la tensión de flexión:**

$$\tan \alpha \cong \alpha = \frac{\Delta L_T}{b_2} \quad (8)$$

$$\alpha = \frac{12,92 \cdot 4,7}{2 \cdot 10^4 \cdot 1,44 \cdot 4} = 0,00053 \text{ rad}$$

Sustituyendo se obtiene:

La tensión suplementaria de flexión se calculó por la expresión dada por Dobrovolski [7]:

$$\sigma_{flex} = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot E \cdot \left( \frac{d}{d_1} \right)^3 \cdot \left( \frac{d}{S} \right) \quad (9)$$

Sustituyendo se obtiene:

$$\sigma_{flex} = \frac{1}{2} \cdot 0,00053 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot \left( \frac{1,6}{1,33} \right)^3 \cdot \left( \frac{1,6}{1,75} \right) = 8,44 \frac{kN}{cm^2}$$

En ausencia de apriete la tensión de tracción será:

$$\sigma_{trac} = \frac{P}{A_1} = \frac{11,60}{1,44} = 8,06 \frac{kN}{cm^2}$$

La tensión resultante es la suma de la tensión de tracción y de flexión:

$$\sigma_{res} = \sigma_{trac} + \sigma_{flex} = 16,50 \frac{kN}{cm^2}$$

*Concentración de tensiones en el tornillo:*

La tensión en la zona roscada de los tornillos es mayor que la nominal en el tornillo producto del efecto de concentración de tensiones en la rosca. Según la literatura técnica [2, 3, 8, 9] el factor de concentración de tensiones varía en el rango:

$$k_\sigma = 3,6 \text{ a } 4,8 \text{ roscas maquinadas}$$

$$k_\sigma = 2,3 \text{ a } 3,2 \text{ roscas laminadas}$$

Los mayores valores para  $d > 24\text{mm}$ .

En el caso analizado basta un  $k_\sigma = 2$  para que las tensiones de trabajo excedan la fluencia:

$$\sigma_{res\text{máx}} = k_\sigma \cdot \sigma_{res} = 2 \cdot 16,50 = 33,00 \frac{kN}{cm^2} > \sigma_f = 32,00 \frac{kN}{cm^2}$$



### Tensiones de flexión y resultante si hay fluencia:

Si existe fluencia, la deformación en el tornillo será del orden del 0.2 % de la longitud, lo que provocará un alargamiento mucho mayor en el tornillo y por lo tanto una inclinación mucho mayor de la cuchilla incrementándose consecuentemente las tensiones de flexión sobre el tornillo y por lo tanto también la tensión resultante. En la medida que se produzca la deformación plástica se reduce la concentración de tensiones en la raíz de la rosca, pero como se aprecia de los cálculos realizados a continuación bastará un factor de concentración de tensiones de magnitud  $k_\sigma = 1,2$  para que las tensiones en estas condiciones excedan la resistencia máxima del acero provocando la fractura del tornillo.

$$\Delta l_T = \frac{0.2 \cdot 4.7}{100} = 0.0094 \text{ cm}$$

$$\alpha \cong \frac{\Delta l_T}{b_2} = \frac{0.0094}{4} = 0.0024 \text{ rad}$$

$$\sigma_{flex} = \frac{1}{2} \cdot 0.0024 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{1.6}{1.33}\right)^3 \cdot \left(\frac{1.6}{1.75}\right) = 38.20 \frac{kN}{cm^2}$$

$$\sigma_{res_{m\acute{a}x}} = k_\sigma \cdot \sigma_{res} = 1.2 \cdot (8.06 + 38.20) = 55.5 \frac{kN}{cm^2} > \sigma_u = 54.0 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

### Factor de seguridad a la fatiga sin apriete inicial:

En la Figura 11 se muestra el diagrama de variación de la carga contra el tiempo del tornillo en ausencia de apriete inicial. En este caso el ciclo de carga es intermitente y la carga sobre el tornillo varía desde la carga de trabajo P hasta cero.

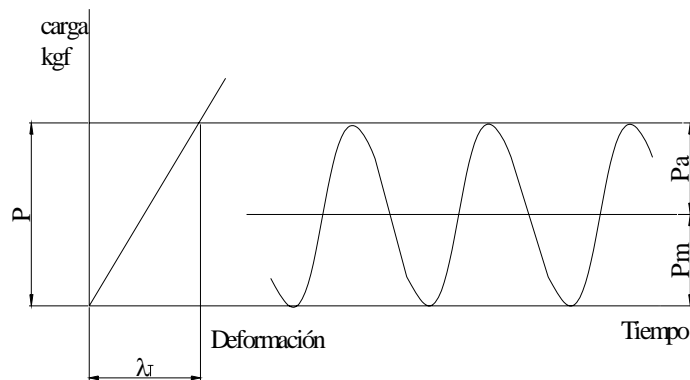


Figura 11 Ciclo de variación de la carga sobre el tornillo en ausencia de apriete inicial.

**La tensión máxima del ciclo será la suma de la tensión de tracción mas la de flexión. Las cargas y las tensiones media y amplitud del ciclo en el caso del ciclo intermitente son iguales entre sí e iguales a la mitad de la máxima. O sea:**

$$\sigma_{\text{máx}} = \sigma_{\text{trac}} + \sigma_{\text{flex}} = 16.50 \frac{kN}{cm^2}$$

$$\sigma_a = \sigma_m = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{2} = 8.25 \frac{kN}{cm^2}$$

El factor de seguridad a la fatiga se calcula por la clásica expresión de Serensen [9]. Donde los límites de fatiga  $\sigma_{-1}$  y  $\sigma_0$  se estimaron en función de la resistencia máxima del material del tornillo y como factor de concentración de tensiones se tomó un valor medio para roscas laminadas.

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{k_\sigma \cdot \sigma_a + \psi_\sigma \cdot \sigma_m} \quad (10)$$

$$\sigma_{-1} = 0.43 \cdot \sigma_u = 0.43 \cdot 54.00 = 23.22 \frac{kN}{cm^2}$$

$$\sigma_0 = 0.60 \cdot \sigma_u = 0.60 \cdot 54.00 = 32.40 \frac{kN}{cm^2}$$

$$\psi_\sigma = \frac{2 \cdot \sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} = \frac{2 \cdot 23.22 - 32.40}{32.40} = 0.43$$

Se tomó un valor medio de  $k_\sigma$

$$k_\sigma = 2.6 \text{ (Valor Medio)}$$

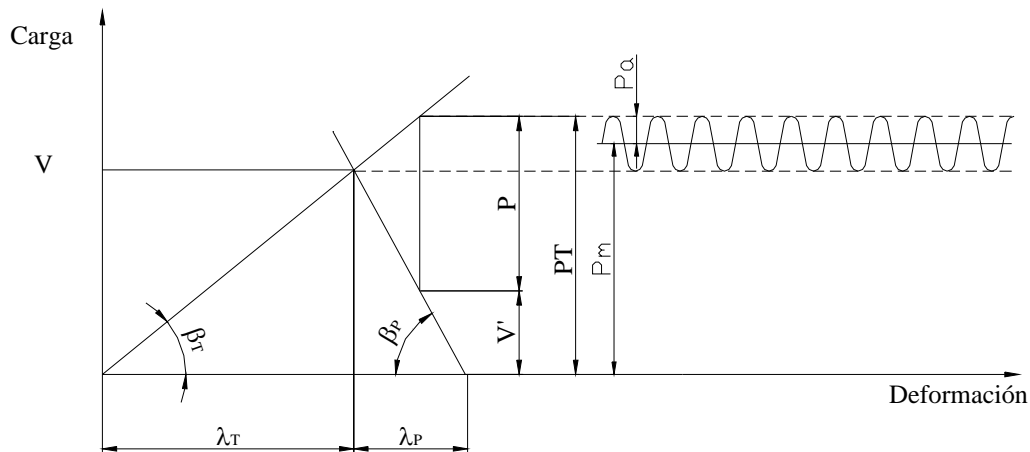
El factor de seguridad a la fatiga en condiciones de apriete insuficiente será:

$$n_\sigma = \frac{23.22}{2.6 \cdot 8.25 + 0.43 \cdot 8.25} = 0.93 \text{ (Falla por fatiga)}$$

Como se aprecia en estas condiciones el factor de seguridad a la fatiga es inferior a la unidad, lo que implica que la falla por fatiga sería inevitable.

**Factor de seguridad a la fatiga de la unión con la pretensión adecuada:**

En la Figura 12 se muestra el diagrama de variación de la carga contra el tiempo del tornillo en el caso de que la unión tenga el apriete inicial adecuado. En este caso el ciclo de carga es alterno y la carga sobre el tornillo varía desde la carga máxima sobre el tornillo  $P_T$



hasta el valor de la pretensión inicial  $V$ .

Figura 12 Ciclo de variación de la carga sobre el tornillo con la pretensión inicial adecuada.

En estas condiciones los parámetros del ciclo de tensiones son:

$$\sigma_{\max} = P_T/A_1 = 13,92/1,44 = 9,67 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{\min} = V/A_1 = 12,65/1,44 = 8,78 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})/2 = 0,45 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_m = (\sigma_{\max} + \sigma_{\min})/2 = 9,23 \text{ kN/cm}^2$$

El factor de seguridad a la fatiga será entonces:

$$n_\sigma = \frac{23,22}{2,6 \cdot 0,45 + 0,43 \cdot 9,23} = 4,5 \text{ (La resistencia a la fatiga está garantizada)}$$

### 3. Conclusiones

1. La unión roscada de la cuchilla con el rotor está diseñada con una reserva de resistencia insuficiente, los cálculos sugieren emplear tornillos de rosca M18 o M 20.
2. Dada la forma en que la carga actúa sobre la cuchilla, si la pretensión inicial de la unión no es la adecuada, se produce la separación de la cuchilla de la superficie del rotor y por lo tanto la inclinación de la superficie de asiento de la cabeza del tornillo, lo que conduce a la aparición de tensiones suplementarias de flexión sobre éste.

3. Las tensiones de flexión suplementarias de flexión provocan un alargamiento mayor del tornillo y esto a su vez genera mayor inclinación de la cuchilla y consecuentemente mayores tensiones de flexión, proceso este que conduce inevitablemente a la fractura de los tornillos.
4. La situación de la unión es tal que en condiciones de apriete insuficiente si la fractura no se produjera por las tensiones suplementarias de flexión se produciría por fatiga después de un número limitado de ciclos de carga pues el factor de seguridad a la fatiga de la unión en estas condiciones es inferior a la unidad.
5. La constante de rigidez de las piezas es baja debido a que el área de compresión de ésta se ve reducida por la presencia de la ranura, para el ajuste de la posición de la cuchilla y producto de la presencia en la unión de las arandelas de presión.
6. El torque de apriete que garantiza que no se separe la cuchilla de la superficie del rotor y por lo tanto no aparezcan tensiones suplementarias de flexión es  $M_T = 4,05 \text{ kN-cm}$ .
7. El factor de seguridad a la fatiga de la unión con este torque de apriete es igual a  $n_\sigma = 4,5$ .
8. Las soluciones del problema que se utilizaron fueron las siguientes:
  - Apretar la unión roscada con el torque de apriete calculado  $M_T = 4,05 \text{ kN-cm}$ .
  - Eliminar las arandelas de presión, que hacen que las piezas sean más elásticas y por lo tanto reducen aun más su constante de rigidez y por ende la resistencia a la fatiga. En lugar de arandelas de presión se utilizaron arandelas rígidas deformables que garantizan que la unión no se afloje bajo carga, deformando la misma sobre uno de las caras hexagonales de la cabeza del tornillo introduciendo su pata en la ranura de la cuchilla.
  - Para elevar aun más la rigidez de las piezas se utilizaron arandelas planas de gran diámetro con vistas a aumentar el área de compresión de las piezas y aumentar la reserva de resistencia a la fatiga.

#### **4. REFERENCIAS**

1. Promsyrioimport. Rusia. Metallurgist's Handbook. Part I. (Catálogo Industrial).
2. Reshetov, D. Elementos de Máquina. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1985. —830p.
3. Shigley J.E., Mischke Ch. R. Diseño en Ingeniería Mecánica. 5ta Ed. España: Editorial Mc Graw Hill, 1997. —883 p.
4. Miroljubov I. et. al. Problemas de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1990. —500 p.
5. Pisarenko G.S. Manual de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1979. — 694 p.
6. Feodosiev, V.I. Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1985. —583p.
7. Dobrovolski V. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial MIR, 1970. —692 p.
8. Ivanov M.N. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial Vischaya Schkola, 1991. —383 p.

9. Birger I.A. Cálculo de Resistencia de Piezas de Máquinas. Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1966. —616 p.

## **Caso No. 8 Análisis y Solución de la Avería del Acoplamiento del Sinfín de la Bañera de una Planta de Reciclaje de Plástico**

**Autores:**

**Dr. Rafael Goytisoló Espinosa<sup>1</sup>, M.Sc. Juan G. Noa Aguila<sup>2</sup>.**

**1. Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.**

**2. Profesor Instructor, M.Sc. en Mecánica Aplicada. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.**

### **1. Introducción**

En el mes de mayo del 2002 se puso en explotación la Planta Recuperadora de Plástico Mixto en Cienfuegos, comprada en España por la empresa de Recuperación de Materias Primas de esta provincia a la Firma MAYPER, Materias Primas y Periféricos para la industria del Plástico. S.L. La Planta está compuesta en esencia por tres módulos [5]:

- Módulo de Trituración, integrado por un molino molidor de alta velocidad.
- Módulo de Separación, compuesto por la bañera para el lavado del plástico, la cual está concebida para la separación de los elementos menos densos que flotan en

la misma y son extraídos a través de una noria de cangilones ubicada en su porción superior y para la extracción de los elementos más pesados depositados en el fondo de la bañera, a través de un conjunto de dos transportadores sinfín, uno horizontal, de fondo y otro inclinado, de elevación y descarga.

- Módulo de Secado, integrado por una centrífuga para el secado de los materiales plásticos de recuperación.

Desde las primeras horas de explotación dicha Planta presentó continuas dificultades, primero con el Molino Triturador, las cuales fueron analizadas y resueltas en el trabajo [3], y posteriormente con el Módulo de Separación. Dicho Módulo presentó dificultades producto de reiteradas obstrucciones del plástico, lo que obligaba a los operarios a realizar frecuentes paradas para extraer, con palas, el material acumulado en el fondo de la bañera que no podía ser extraído por el sinfín de elevación y descarga. Esta situación hizo crisis a principios del año 2003, cuando la obstrucción fue tan violenta que, provocó



la rotura del acoplamiento del sinfín de fondo y la parada de la Planta.

La Empresa solicitó de los Servicios de la Facultad de Mecánica de la Universidad de Cienfuegos para realizar una investigación que cumplimentara los siguientes objetivos:

1. Esclarecer las causas de las obstrucciones en el Sistema de Extracción.
2. Evaluar la resistencia del acoplamiento del accionamiento del sinfín para decidir su fabricación.

## **2. Desarrollo**

En las Figs. 1 y 2 se muestran vistas de la Bañera donde se pueden observar los sinfines de extracción y elevación y el acoplamiento objeto de análisis.



Fig. 1 Vista de la Bañera, de los sinfines de extracción y elevación y descarga.

interconexión

Fig. 2 Vista del acoplamiento del de extracción y del tubo de interconexión

En la Fig. 3 se muestra una muestra del material a transportar. El mismo es plástico triturado, en su mayoría denso, con granulometría entre 3 y 10 mm.



Fig. 3 Muestra del material a transportar.

El peso volumétrico del material a transportar fue obtenido mediante el pesaje de varias muestras de 200 cm<sup>3</sup> en las condiciones de humedad en que el mismo es transportado, obteniéndose, como valor medio:  $\gamma = 0,92 \text{ gr} / \text{cm}^3 = 920 \text{ kg} / \text{m}^3$ .

La capacidad de transportación del sinfín de fondo se puede calcular por la expresión [4,8]:

$$Q = 60 \pi / 4 (D^2 - d^2) S \cdot n \cdot f \cdot \gamma \cdot C \beta \quad \text{kg/h} \quad (1)$$

Donde:

Q – Capacidad de transportación – kg/h.

D – Diámetro exterior del tornillo – m.

d – Diámetro del eje – m.

S – Paso del tornillo – m.

n – Velocidad de giro – rpm.

f – Coeficiente de llenado.

$\gamma$  - Peso volumétrico del material a transportar – kg/m<sup>3</sup>.

$C \beta$  - Coeficiente que toma en cuenta el ángulo de inclinación del tornillo.

El coeficiente de llenado del transportador se recomienda elegirlo, en función del material a transportar, entre  $f = 0,125 - 0,4$ , los valores mayores para materiales no abrasivos, sin embargo, estas recomendaciones son válidas para el diseño de los transportadores. En el caso analizado, teniendo en cuenta la ubicación del transportador en el fondo de la bañera, lo que implica la tendencia a que se llene completamente, para el caso específico que se está evaluando de obstrucciones y rotura del acoplamiento, este coeficiente se tomará mucho mayor, o sea,  $f = 0,7$ . El coeficiente  $C_{\beta} = 1$  para el sinfín horizontal. Calculando para los datos de este sinfín se obtiene:

$$Q_H = 60 \pi / 4 (0,15^2 - 0,0483^2) 0,15 \cdot 24 \cdot 0,7 \cdot 920 \quad \text{kg/h}$$

$$Q_H = 2185 \text{ kg/h} = 2,185 \text{ t/h.}$$

La capacidad de transportación del sinfín de elevación se calculó por la misma expresión (1). Se tomó el mismo coeficiente de llenado  $f = 0,7$  con el fin de considerar condiciones críticas y el coeficiente  $C_{\beta}$  se extrapoló de los valores que aparecen en la referencia [4], obteniéndose para  $\beta = 30^\circ$ ,  $C_{\beta} = 0,5$ . Calculando entonces para los datos de este sinfín, se obtiene:

$$Q_i = 60 \pi / 4 (0,10^2 - 0,0269^2) 0,10 \cdot 39,5 \cdot 0,7 \cdot 920 \cdot 0,5 \quad \text{kg/h}$$

$$Q_i = 556 \text{ kg/h} = 0,556 \text{ t/h}$$

Como se aprecia de los cálculos realizados la capacidad de transportación del sinfín inclinado de elevación y descarga es casi cuatro veces más pequeña que la del sinfín horizontal de fondo. Esta es la principal causa de las obstrucciones. Cuando el sinfín de fondo se llena considerablemente el sinfín de elevación y descarga es incapaz de extraer el material produciéndose la obstrucción.

La solución para este problema es elevar la velocidad de giro del sinfín inclinado, de manera que al menos, la capacidad de transportación de ambos transportadores sea la misma. Como la capacidad de transportación es proporcional a la velocidad de giro, se procedió a calcular a que velocidad debe girar el sinfín de elevación y descarga para que su capacidad sea igual a la del sinfín horizontal. O sea:

$$n_{i1} = (Q_H / Q_i) n_{i0} \quad (2)$$

Donde:

$n_{i1}$  - nueva velocidad de giro del sinfín de elevación y descarga, rpm.

$n_{i0}$  - velocidad de giro original del sinfín de elevación y descarga, rpm.

$Q_H$  - capacidad de transportación del sinfín horizontal.

$Q_i$  - capacidad de transportación del sinfín inclinado.

Calculando para los datos disponibles se obtiene:  $n_{i1} = 2185 \cdot 39,5 / 556 = 155 \text{ rpm}$

Se hace preciso comprobar si esta velocidad está por encima del rango recomendado de velocidad máxima del tornillo, de acuerdo al material a transportar. Según [4], para materiales ligeros no abrasivos, como son: el polvo de carbón, granos, harina, grafito en polvo, etc., la velocidad máxima del tornillo puede alcanzar valores de hasta:

$$n_{\max} = \frac{60}{\sqrt{D}} = \frac{60}{\sqrt{0,1}} = 190 \text{ rpm.}$$

Y para materiales pesados, no abrasivos como son: el carbón en piedra, la sal común, etc. la velocidad máxima puede alcanzar valores de hasta:

$$n_{\max} = \frac{45}{\sqrt{D}} = \frac{45}{\sqrt{0,1}} = 142 \text{ rpm.}$$

Como se aprecia la velocidad de giro requerida por el sinfín de elevación y descarga es un poco mayor que este último valor, sin embargo, realmente el plástico a transportar no es tan pesado como el carbón en piedra, o como la sal común y se puede admitir esa velocidad.

Para lograr elevar la velocidad de giro del tornillo del sinfín de elevación y descarga, se hizo necesario modificar la relación de transmisión de la cadena que posee este transportador a la salida del reductor de velocidad por tornillo sinfín, de  $i = 1$ , que poseía inicialmente,  $a_i = 1 / 3,92$ , elevando el número de dientes del *sproket* conductor de 12 a 47 dientes.

Se procederá a comprobar si en estas nuevas condiciones de explotación, la potencia requerida no excede la potencia del motor instalado. La potencia en el eje se calculó por la ecuación (3).

$$N_t = Q \cdot L / 367 (w + \text{sen } \beta) \quad \text{kW} \quad (3)$$

Calculando para los nuevos datos de este sinfín:

$$N_t = 2,185 \cdot 3,05 / 367 (4 + \text{sen } 30^\circ) = 0,082 \quad \text{kW}$$

La potencia en el motor se calculó por la misma expresión (3). La transmisión en este caso está compuesta por un reductor sinfín y un paso de cadena. Se asumió  $\eta_{cad} = 0,9$ . De donde:

$$\eta_{transm} = \eta_{red} \cdot \eta_{cad} = 0,7 \cdot 0,9 = 0,63$$

y la potencia del motor:

$$N_m = \frac{0,082}{0,63} = 0,13 \quad \text{kW}$$

Como se aprecia el motor también esta sobredimensionado y la modificación no tiene implicación ninguna en el mismo.

En la Fig. 4 se muestra una vista de la transmisión por cadena modificada.



Fig. 4 Vista de la transmisión por cadena modificada.

En el sistema existe un elemento que conspira contra la uniformidad del trabajo de los transportadores, que es el sistema de entrega del material del sinfín horizontal al sinfín inclinado. Este está compuesto por un tubo de conexión vertical de  $d = 0,2 \text{ m}$  y  $l = 0,4 \text{ m}$  de longitud, tal como se puede apreciar en la Fig. 1. este tubo representa un “cuello de botella” en la transportación y se eliminó, acortando su longitud al mínimo posible.

El torque en el eje del sinfín horizontal se puede calcular por la clásica expresión:

$$M_t = 97\,420 \text{ N (kW)} / n \text{ (rpm)} \quad \text{kgf - cm.} \quad (6)$$

La potencia en este sinfín fue calculada anteriormente, obteniéndose  $N = 0,023 \text{ kW}$  y la velocidad de giro es  $n = 24 \text{ rpm}$ . De donde:

$$M_t = 97\,420 \cdot 0,023 / 24 = 93,36 \text{ kgf - cm.}$$

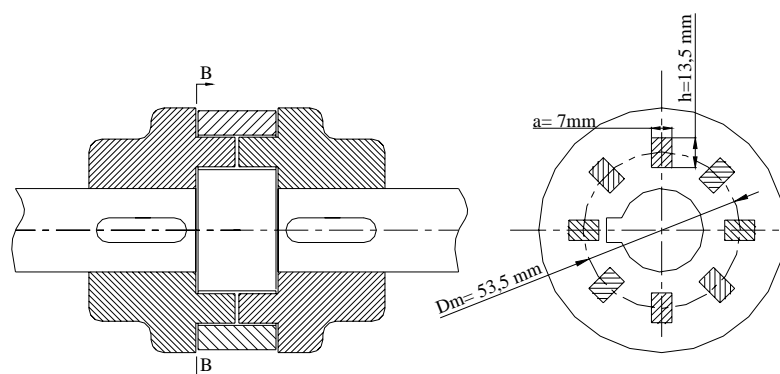


Fig. 5 Esquema del acoplamiento de conexión

En el momento de arranque en el acoplamiento se produce una sobrecarga dinámica, provocada por la inercia de las masas en movimiento. En el caso del sinfín de fondo que se arranca con carga es conveniente tomar un coeficiente de carga dinámica elevado. Se asumió  $k_{din} = 5$ . El torque a transmitir será entonces:

$$M_{t_{max}} = k_{din} \cdot M_t = 5 \cdot 93,36 = 467 \text{ kgf} - \text{cm}.$$

En la Fig. 5 se muestra un esquema del acoplamiento de conexión y las dimensiones del diente en la sección B – B. El nuevo acoplamiento se va a fabricar de plástico poliamídico de alta densidad, para el cual, según [7], la resistencia máxima es:

$$\sigma_u = 2,2 \text{ kgf} / \text{mm}^2 = 220 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

La fuerza  $P_d$  sobre un diente, considerando la recomendación de [1] de tomar, para árboles estriados y acoplamientos dentados, un coeficiente de irregularidad de la distribución de la carga  $\psi = 0,75 < 1$ , para  $z = 8$  dientes, será:

$$P_d = \frac{2 \cdot M_{t_{max}}}{D_m \cdot \psi \cdot z} = \frac{2 \cdot 467}{(5,35 \cdot 0,75 \cdot 8)} = 29,1 \text{ kgf}$$

La tensión de flexión en la base del diente será

$$\sigma_{flex\ max} = \frac{M_{flex\ max}}{W} = \frac{P_d \cdot b/2}{1/6 \cdot h \cdot a^2} = \frac{6 \cdot 29,1 \cdot 0,55}{(1,35 \cdot 0,7^2)} = 145 \text{ kgf/cm}^2$$

El factor de seguridad a la flexión es:  $n = \frac{\sigma_u}{\sigma_{flex\ max}} = \frac{220}{145} = 1,52$  La reserva de resistencia no es

elevada, pero si aceptable, teniendo en cuenta que se seleccionó un coeficiente de carga dinámica elevado en el cálculo de la carga.

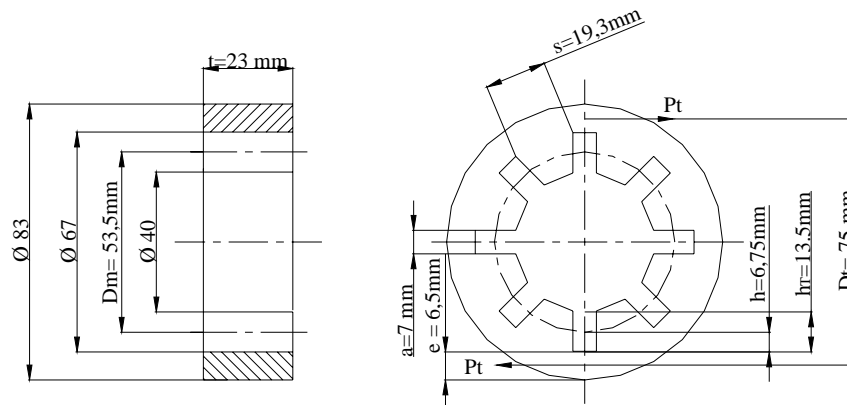


Fig. 6 Núcleo central del acoplamiento

La tensión de cizallamiento en la base del diente calculada por la expresión de Zhuravski desarrollada para una sección rectangular [2], será:

$$\tau_{max} = \frac{Q \cdot S'_x}{b \cdot I_x} = \frac{3 \cdot Q}{2 \cdot A} = \frac{3 \cdot P_d}{2 \cdot a \cdot h} = 3 \cdot 29,1 / 1,35 \cdot 0,7 = 92,4 \text{ kgf/cm}^2$$

La resistencia máxima al cizallamiento se puede estimar con gran exactitud según la Cuarta

Hipótesis de Resistencia [2]:  $\tau_u = \frac{\sigma_u}{\sqrt{3}} = 0,58 \cdot \sigma_u = 0,58 \cdot 220 = 128 \text{ kgf/cm}^2$ . El factor de

seguridad al cizallamiento será:  $n = \frac{\tau_u}{\tau_{max}} = \frac{128}{92,4} = 1,4$  Un poco más bajo que el de flexión, pero

se puede admitir por la misma razón anterior.

La base de los dientes del núcleo central es mucho mayor que la de los dientes de las dos mitades del acoplamiento, razón por la cual su resistencia está garantizada. Se comprobará primero la posibilidad de falla por tracción en la Sección C – C en el espesor entre el fondo del diente y el borde exterior del núcleo (Fig. 6).

La fuerza  $P_t$  de tracción se puede hallar partiendo de la condición de equilibrio:

$$M_{t \max} = P_t \cdot D_t \tag{7}$$

Donde:  $P_t = \frac{M_{t \max}}{D_t} = 467 / 7,5 = 62,3 \text{ kgf}$



La tensión de tracción será:  $\sigma_t = \frac{P_t}{A_t} = \frac{P_t}{t \cdot e} = 62,3 / (2,3 \cdot 0,65) = 41,6 \text{ kgf/cm}^2$

El factor de seguridad a la tracción es:  $n = \frac{\sigma_u}{\sigma_t} = 220 / 41,6 = 5,29$ , el cual es elevado.

La otra posible falla del núcleo es a torsión en la Sección A – A. Esta Sección se puede considerar como un perfil cerrado de paredes delgadas, de espesor variable. La tensión tangencial máxima en este caso se puede calcular por la expresión siguiente [2]:

$$\tau_{M_t, max} = \frac{M_{t, max}}{W_t} = \frac{M_{t, max}}{2 \cdot A^* \cdot \delta_{min}} \quad (8)$$

Donde:

$A^*$  - Área encerrada en la línea media del contorno -  $\text{cm}^2$ .

$\delta_{min}$  = Espesor mínimo de la sección – cm. El espesor mínimo es  $\delta_{min} = e = 0,65 \text{ cm}$

Se considerará a modo de simplificación, como línea media del contorno el diámetro medio entre  $D_m$  y  $D_t$ . O sea:

$$A^* = \frac{\pi}{4} \cdot \left( \frac{D_m + D_t}{2} \right)^2 = \frac{\pi}{4} \cdot \left( \frac{5,35 + 7,5}{2} \right)^2 = 32,42 \text{ cm}^2$$

La tensión de torsión será:  $\tau_{M_t} = 467 / (2 \cdot 32,42 \cdot 0,65) = 11 \text{ kgf/cm}^2$

y el factor de seguridad a la torsión será:  $n = \frac{\tau_u}{\tau_{M_t}} = 128 / 11 = 11,6$ , la cual es elevada.

### 3. Conclusiones.

1. La capacidad de transportación del sinfín de elevación y descarga de la Bañera es prácticamente la cuarta parte de la del sinfín horizontal de fondo, lo cual constituye la causa fundamental de las obstrucciones de material.
2. La presencia del tubo vertical, de capacidad reducida, en la interconexión entre el sinfín horizontal de fondo y el inclinado de elevación y descarga, constituye un “cuello de botella” en el sistema de transportación del material.

3. Los dos problemas anteriores se resolvieron elevando la velocidad del sinfín inclinado mediante la modificación de la relación de transmisión de la transmisión por cadena del sinfín y mediante la eliminación del tubo de interconexión respectivamente.
4. El empleo del plástico poliamídico de alta densidad en la fabricación del acoplamiento del sinfín horizontal garantiza una resistencia satisfactoria de este elemento.
5. Por cada día de parada la Planta deja de producir una tonelada de plástico, que representa un ingreso de 650.00 USD y ventas del orden de 2 280.00 USD por concepto de la producción cooperada con la Empresa “Plastimec” de aquí que el Impacto Económico del trabajo fue considerable.
6. El Impacto Medioambiental también es importante ya que esta Planta es la encargada de Reciclar los Desechos Plásticos de Cienfuegos

#### **4. Referencias Bibliográficas.**

1. Dobrovolski V. Elementos de Máquinas. / V. Dobrovolski. -- Moscú: Editorial MIR, 1970.-- 692 p.
2. Feodosiev, V.I. Resistencia de Materiales / V.I. Feodosiev. Moscú: Editorial MIR, 1985. — 583p.
3. Goytisolo R, Castellanos L, Carrera V, Noa J.G. y Quiñones A. Análisis de la avería y recuperación del Molino de la Planta de Plástico Mixto de la Empresa de Recuperación de Materias Primas de Cienfuegos. Informe de Investigación. Trabajo presentado en el XIV Forum de Ciencia y Técnica, 2002. —19 p.
4. Labahn – Kaminsky. Prontuario del Cemento. La Habana: Ciencia y Técnica, 1970. — 406 p.
5. MAYPER, Valencia, España. Instrucciones de puesta en marcha y operación de las Plantas de Reciclaje de Plásticos. Catálogo Industrial, 1996. —5 p.
6. \_\_\_\_\_. Módulo de Separación Descripción y Planos. 1996, 17 p. Catálogo Industrial.
7. Pisarenko G.S, Yakovlev A.P, Matveev V.V. Manual de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1979.-- 694 p.
8. Shubin V.S, Pedré C. Diseño de Maquinaria Industrial. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1984. —363 p.



**Autores:**

**Dr. Rafael Goytisoló Espinosa<sup>1</sup>, Ing. Reinier Valdés Ulloa<sup>2</sup>, Dr. Hernán Hernández Herrera<sup>3</sup>, Dr. Luis Castellanos González<sup>4</sup>, M.Sc. Juan Gabriel Noa Águila<sup>5</sup>**

1. Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Titular de la Facultad de Mecánica de la UCf.
2. Ingeniero Mecánico. Colaborador Facultad de Mecánica de la UCf
3. Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Instructor de la Facultad de Mecánica de la UCf.
4. Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Titular de la Facultad de Mecánica de la UCf.
5. Master en Ciencias Técnicas. Profesor Asistente de la Facultad de Mecánica de la UCf.

**1. Introducción.**

Dentro del parque de vehículos de la empresa ASTRO, no solo en la provincia, sino al nivel nacional, se dispone de una gran cantidad de ómnibus de la marca Mercedes – Benz.

Estos son vehículos de gran calidad y prestigio internacional, sin embargo, han presentado ciertas dificultades con la durabilidad de los cubos de la polea conducida de la transmisión que acciona el ventilador del motor, el cual falla por desgaste de los dientes del estriado triangular. Se alisa completamente el estriado interior del cubo de la polea y se produce en ocasiones la falla por fatiga de los rayos de la polea. Esta avería ha ocurrido ya en varios ómnibus.

La polea conducida de la transmisión del ventilador tiene una construcción muy peculiar, las ranuras de las correas están dispuestas excéntricamente con relación al cubo de la polea. Teniendo en cuenta el principio general del diseño de elementos de máquinas de que las cargas

excéntricas son muy dañinas y siempre deben evitarse, se formuló la hipótesis de que la causa de la avería está relacionada en primer lugar con esta excentricidad y en segundo lugar con el pequeño diámetro del estriado del cubo. Esto hace que indudablemente las presiones de contacto sean altas, lo que propicia el desgaste del estriado.

Ante esta situación problemática se planteó la siguiente hipótesis:

- El deterioro del cubo de la polea del motor Mercedes – Benz se produce debido al incremento de la presión de contacto que se origina en la polea por el diseño excéntrico del cubo de la misma y la falla por fatiga de los rayos se produce o como una consecuencia de este deterioro o por la variación de las tensiones en los rayos al pasar de la zona de contacto con la correa a la zona opuesta donde no hay contacto.

Se propone el siguiente Objetivo General:

- Realizar un estudio del mecanismo de transmisión por correas del accionamiento del ventilador del motor del ómnibus Mercedes – Benz con vistas a esclarecer la causa de las averías del cubo y de los rayos y fundamentar una reclamación a la firma suministradora.

Se propone los siguientes Objetivos Específicos:

- Realizar un estudio acerca del material de la polea con vistas a establecer su estructura y propiedades.
- Determinar la velocidad de giro, el torque y la potencia que se transmite en el cubo de la polea.

- Aplicar el Teorema del Trabajo Mínimo para elaborar una Metodología de Cálculo que permita determinar las fuerzas internas y tensiones que surgen en los rayos y evaluar su resistencia a la fatiga.
- Determinar las presiones de contacto que surgen en el estriado del cubo por acción del torque, la carga y el momento flector con relación a su centro y evaluar su resistencia al desgaste.
- Elaborar conclusiones acerca de las causas de las averías observadas en el cubo y en los rayos.

## 2. Desarrollo.

### Investigación del material de la polea.

Para la determinación del material de la polea, se le realizaron una serie de pruebas y observaciones a la misma. De acuerdo al aspecto exterior y al análisis de la falla se apreció que la polea es una pieza fundida, que puede ser acero o hierro. (Esto se sabe por el aspecto de la superficie y por la propia geometría de la pieza). Se hace necesario discernir si es acero o hierro fundido. Por otro lado, el alto grado de deformación plástica y la pérdida de la geometría del estriado unido con a deformación plástica del centro por la parte interior de la polea, (aplastamiento), evidencian que el material es dúctil y de baja resistencia mecánica. Por el alto grado de deformación sin fractura, hace pensar que si la fundición es de hierro, no debe ser fundición gris ordinaria pues de serlo no existiría la deformación plástica observada. Se realizó una prueba de taller para identificar a groso modo el material, mediante el ensayo de la chispa por esmerilado. Según el Catálogo Técnico. ELECTROMANUFACTURA S.A. el cual contiene una tabla ilustrativa de la apariencia de la chispa y en correspondencia a esta el tipo de metal, lo que facilita discernir entre el acero y la fundición de hierro. Por los resultados del ensayo se demuestra que el material es hierro fundido, habiéndose observado, abundantes líneas rojizas cortas que terminan con estrellas en los extremos debido al quemado del carbono.

Para precisar aun mejor se realizó un análisis metalográfico. Se tomó una muestra (probeta) del centro de la polea se desbaste y se pulió a espejo, se observó sin ataque químico para determinar el tipo de grafito. Se observó en el microscopio óptico: Metabal, con un aumento de (100X) demostrándose que el grafito es esferoidal, o sea, que se trata de una fundición de alta resistencia o fundición nodular. Para identificar la matriz del hierro fundido se hizo un ataque químico a la probeta con Nital al 2%. Se observa que la matriz es ferrítica - perlítica, con mayor % de ferrita que de perlita. En la Fig. 1. Se muestra la microestructura de esta fundición.

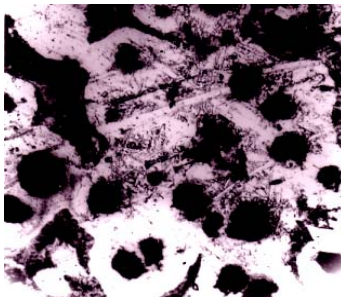


Fig. 1 Micro estructura de la matriz ferrítico - perlítica.

El ensayo de dureza arrojó que el material es dúctil, lo que se corresponde con la estructura observada donde existe un alto por ciento de ferrita, fase muy dúctil responsable de la alta capacidad para la deformación plástica y de la baja resistencia. En conclusión el material es un

hierro fundido de alta resistencia con grafito esferoidal, con una matriz ferrítico – perlítica sin tratamiento térmico de mejorado. Todo lo cual justifica la deformación plástica y el desgaste observado en la polea.

### Características técnicas del motor.

En la Tabla 1 se dan los datos técnicos del motor.

Tabla 1 Datos Técnicos del Motor Mercedes Benz	
Motor	OM447LA
Número de cilindros	6
Disposición de los cilindros	Vertical en línea
Diámetro de los cilindros	128 mm
Carrera de los émbolos	155 mm
Cilindrada total	11967 cm <sup>3</sup>
Relación de compresión	16,25:1
Potencia máxima	260/354/2100KW/cv/min <sup>-1</sup>
Par motor maximo,N-m/m-Kgf/min <sup>-1</sup>	1550/158/1100 a 1700
Régimen de ralentí,min <sup>-1</sup>	600 ± 25
Presión de aceite mínima	
- en ralentí	0,5 bares
- en rotación máxima	2,5 bares
Temperatura nominal de comienzo de abertura de las válvulas (Termostática).	83 <sup>0</sup>
Temperatura nominal de funcionamiento del motor.	80 a 95 <sup>0</sup>
Presión en el sistema de enfriamiento.	
- Operación normal	0,4 bares
- Presión máxima	1,1 bares
Orden de inyección.	1-5-3-6-2-4
Combustible a ser utilizado.	Gasoil filtrado

### Calculo de la velocidad de giro del ventilador:

En la Fig.2 se muestra el esquema y las dimensiones fundamentales de la transmisión por correa desde el eje del cigüeñal al eje del ventilador.

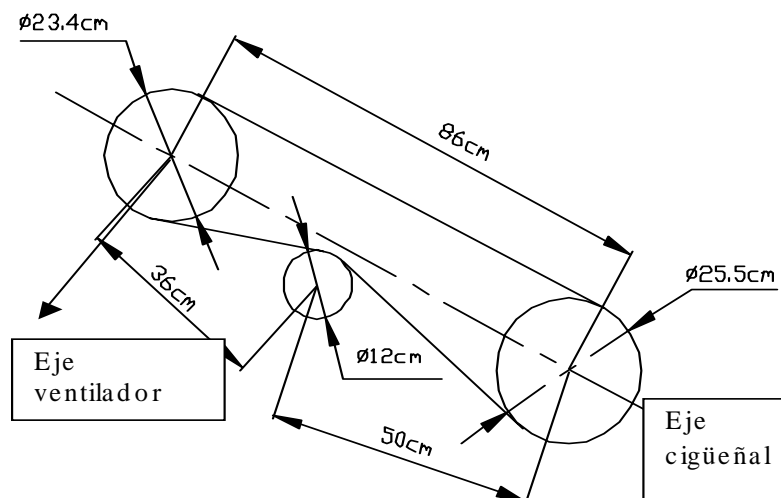


Fig. 2. Esquema de la transmisión por correa.

La velocidad de giro nominal del cigüeñal  $n = 1700$  rpm. De donde la velocidad de giro del ventilador se puede obtener de la relación.

$$i = \frac{D_2}{D_1} = \frac{n_1}{n_2} \quad (1)$$

Despejando:

$$n_2 = n_1 \frac{D_1}{D_2} \quad (2)$$

$$n_2 = 1700 \frac{25,5}{23,4} = 1853rpm$$

$D_1$  – Diámetro de la polea del cigüeñal. Ver Fig. 2

$D_2$  - Diámetro de la polea del ventilador. Ver Fig. 2

### Cálculo de la potencia consumida por el ventilador.

Según Heltd teniendo el diámetro de la paleta del ventilador, el número de aspas y la velocidad de giro se puede obtener el flujo del ventilador en  $m^3/min$ . Extrapolando en el gráfico dado por este autor se puede obtener los valores del flujo para una paleta de  $D = 70$  cm. Que es la que posee el motor Mercedes Benz analizado.

Los valores obtenidos para paletas de 4 aspas son:

Para:  $n_1 = 2000$  rpm el flujo  $Q_1 = 171$   $m^3/min$ .

y para  $n_2 = 3000$  rpm el flujo  $Q_2 = 250$   $m^3/min$ .

Para  $n_3 = 1853$  rpm se puede obtener la siguiente proporción

$$\frac{Q_3 - Q_1}{Q_2 - Q_1} = \frac{n_3 - n_1}{n_2 - n_1} \quad (3)$$

Despejando  $Q_3$ :

$$Q_3 = (Q_2 - Q_1) \left( \frac{n_3 - n_1}{n_2 - n_1} \right) + Q_1 \quad (4)$$

$$Q_3 = (250 - 171) \left( \frac{1853 - 2000}{3000 - 2000} \right) + 171$$

$$Q_3 = 160 \text{ m}^3/min$$

Del mismo gráfico se obtuvo el incremento que se produce en el flujo al incrementar el número de aspas.

$$\frac{\Delta Q}{\Delta Z} = \frac{Q_6 - Q_4}{6 - 4} \quad (5)$$



$$\frac{\Delta Q}{\Delta Z} = \frac{271 - 250}{2} = 10.5 m^3/min$$

Al pasar de 4 a 7 aspas que son las que realmente tiene el ventilador del motor se tiene que para ese incremento de 3 aspas.

$$Q_7 = Q_3 + \left( \frac{\Delta Q}{\Delta z} \right) \cdot \Delta z \quad (6)$$

$$Q_7 = 160 + 10,5 \cdot 3$$

$$Q_7 = 191,5 m^3/min = 6762 \text{ pie}^3/min.$$

De otro gráfico del propio Heldt teniendo el diámetro de la paleta, el flujo en  $\text{pie}^3/min$ , se puede obtener la potencia consumida por el ventilador en CV. Extrapolando aproximadamente de dicho gráfico para  $D = 70 \text{ cm}$ ;  $Q = 6762 \text{ pie}^3/min$ . y  $n = 1853 \text{ r.p.m.}$  se obtiene que  $N \cong 3CV$ .

### Evaluación de la resistencia ab la fatiga de los rayos de la polea.

#### Cálculo de torque sobre la polea.

$$M_t = 71620 \frac{N(CV)}{n(rpm)} \quad (7)$$

$$M_t = 71620 \frac{N(CV)}{n(rpm)} = 71620 \frac{3}{1853} = 116 \text{kgf} - \text{cm}$$

#### Cálculo de la fuerza periférica.

$$M_t = P \frac{D_2}{2} \quad (8)$$

Despejando P:

$$P = \frac{2M_t}{D_2} \quad (9)$$

$$P = \frac{2 \cdot 116}{23,4} = 10 \text{kgf}$$

#### Cálculo de la fuerza sobre los ramales de la correa.

La relación del esfuerzo periférico que transmite la correa, a la suma de las tensiones de sus ramales, se le denomina coeficiente de empuje.

$$\varphi = \frac{p}{2S_0} = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} \quad (10)$$

$$S_1 - S_2 = S_1 + S_2 \cdot \varphi \quad (11)$$

Según Dobrovolski<sup>4</sup> el coeficiente de empuje de la transmisión por correas trapezoidales  $\varphi = 0.7 - 0.9$ . Tomando el valor medio  $\varphi = 0.8$

$$S_1 - S_2 = P \quad (12)$$

Sustituyendo (11) en (12)

$$S_1 + S_2 = \frac{P}{\varphi} \quad (13)$$

$$2S_1 = \frac{P}{\varphi} + P = P \left( 1 + \frac{1}{\varphi} \right) = P \left( \frac{\varphi + 1}{\varphi} \right) \quad (14)$$

$$S_1 = \frac{P}{2} \left( \frac{\varphi + 1}{\varphi} \right) = 11.25 \text{kgf} \quad (15)$$

$$S_2 = S_1 - P = 1.25 \text{kgf}$$

**Cálculo de las cargas ( $q_s$ ) y ( $q_i$ ).**

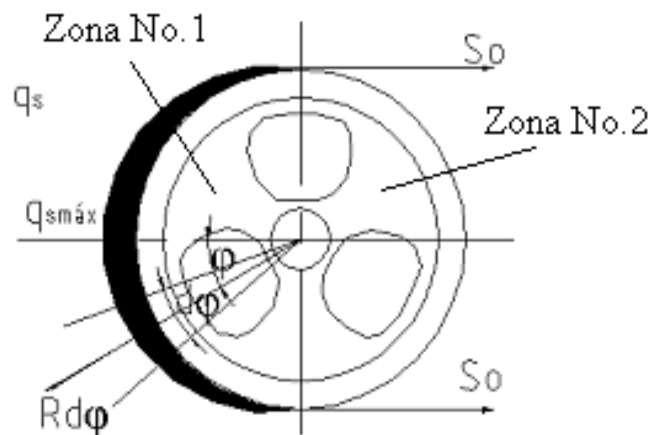


Fig. 3 Esquema de la carga sobre la pulea durante el tensado previo.

En la Fig. 3 se muestra el diagrama de fuerzas distribuidas sobre la superficie de contacto pulea – correa, la zona oscura representa la distribución de las fuerzas de la correa sobre la llanta.

Del equilibrio del eje x:

Del equilibrio del eje x:

$$q_s = q_{s \max} \cdot \cos \varphi \quad (16)$$

$$\sum F_y = 2 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} q_{s \max} \cdot \cos^2 \varphi \cdot R_0 \cdot \partial \varphi - 2S_0 = 0 \quad (17)$$

$$2q_{s \max} \cdot R_0 \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi \cdot \partial \varphi = 2S_0 \quad (18)$$

$$q_{s \max} = \frac{S_0}{R_0} \cdot \frac{1}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi \cdot \partial \varphi} \quad (19)$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi \cdot \partial \varphi = \frac{\pi}{4} \quad (20)$$

Sustituyendo:

$$q_{s \max} = \frac{4S_0}{\pi \cdot R_0} = \frac{2(S_1 + S_2)}{\pi \cdot D_0} \quad (21)$$

Donde:  $2S_0 = S_1 + S_2 \quad (22)$

$S_0$  – Fuerza de tensado previo total de las correas en (kN).

### **Fuerza distribuida sobre la polea debido a la carga de la correa.**

La carga distribuida que provoca la correa sobre la polea como se muestra en la Fig. 3 varía en la zona de contacto correa - polea durante el tensado previo, cuando la transmisión se encuentra parada. Posteriormente en operación se produce una redistribución de esta carga, el ramal conductor adquiere la carga  $P_1$  debido al aumento de la tensión producto del esfuerzo a transmitir y el menos tenso la carga  $P_2$ , sin embargo en aras de simplificar los cálculos se considerará que la carga distribuida  $q_s$  es constante en el sector analizado ( $2\alpha$ ) y su magnitud es igual al valor máximo calculado durante el tensado previo.

$$q_s = q_{s \max} = \frac{2(S_1 + S_2)}{\pi \cdot D_0} \quad (23)$$

$$q_s = \frac{2(S_1 + S_2)}{2\pi R_0} = \frac{2(11,25 + 1,25)}{2\pi \cdot 11,7}$$

$$q_s = 0,34 \text{ kgf} / \text{cm}$$

### Cálculo de la Fuerza de inercia distribuida en la polea.

Durante el giro de la polea a una velocidad angular  $\omega$  se produce sobre la llanta una fuerza de inercia  $q_i$  distribuida uniformemente a lo largo de todo el perímetro de la llanta. Esta fuerza se calcula:

$$q_i = m_0 \cdot a_n = m_0 \omega^2 R_0 \quad (24)$$

$$m_0 = \frac{W_{polea}}{g \cdot 2\pi R_0} \quad (25)$$

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} \quad (26)$$

$$R_0 = \frac{D_2}{2} \quad (27)$$

$W_{polea}$  - Peso de la polea en (kg)

$$m_0 = \frac{W_{polea}}{g \cdot 2\pi R_0} = \frac{4,14}{9,81 \cdot 2\pi \cdot 0,117} = 0,57 \frac{\text{kgf} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2}$$

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} = \frac{2\pi \cdot 1853}{60} = 194,3 \text{ rad} / \text{s}$$

$$R_0 = \frac{D_2}{2} = \frac{0,234}{2} = 0,117 \text{ m} = 11,7 \text{ cm}$$

$$q_i = 0,57(194,3)^2 \cdot 0,117 = 2517,7 \text{ kgf} / \text{m}$$

$$q_i = 25,177 \text{ kgf/cm}$$

Cálculo de las fuerzas distribuidas resultantes.

### Fuerza distribuida resultante en la zona de contacto entre polea – correa. Zona No.1

$$q_{r1} = q_i - q_s \quad (28)$$

$$q_{r1} = q_i - q_s = 25,177 - 0,34 = 24,84 \text{ kgf} / \text{cm}$$

y la fuerza resultante en la zona donde no hay contacto entre polea –correa: Zona No.2

$$q_{r2} = q_i \quad (29)$$

$$q_{r2} = q_i = 25,177 \text{ kgf} - \text{cm}$$

**Cálculo de las fuerzas internas según el Teorema del Trabajo Mínimo.**

El sistema de fuerzas planteado en la Fig. 4 b es hiperestático ya que existen tres incógnitas  $N_0$ ,  $M_0$  y  $N_r$  con una sola ecuación de equilibrio disponible  $\sum F_y = 0$ , sin embargo, si se tiene un sistema en el cual actúan cargas externas  $P_1, P_2, \dots, P_n$  y las reacciones en los apoyos  $X_1, X_2, \dots, X_n$ . Si se cumple la ley de Hooke y el principio de superposición se pueden hallar las reacciones en los apoyos partiendo del Segundo Teorema de Castigliano.

**Si**  $U = f(P_1, P_2, \dots, P_n, X_1, X_2, \dots, X_n)$

**Para hallar  $X_1, X_2, \dots, X_n$**

$$\frac{\partial U}{\partial X_1} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial X_2} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial X_n} = 0$$

Desde el punto de vista matemático esto significa la búsqueda del extremo de la función.

$$U = f(P_1, P_2, \dots, P_n, X_1, X_2, \dots, X_n)$$

**Esta función es homogénea cuadrática y las derivadas son funciones lineales positivas, la segunda derivada de estas funciones es positiva, o sea, se trata de un mínimo de la función.**

**Es decir que los valores de las reacciones se distribuyen entre los apoyos de manera que la energía potencial acumulada en el sistema sea mínima, de aquí que este teorema se conozca como Teorema del Trabajo Mínimo.**

La llanta de la polea de masa por unidad de longitud  $q$  (Kg./m) y dimensiones en la sección transversal caracterizada por  $A_0, I_0$ . Y  $n$  rayos de masa por unidad de longitud  $q_1$  (Kg./m) y área de la sección transversal  $A_1$  que gira a una velocidad angular constante  $\omega$  tal como se muestra en la Fig. 4a

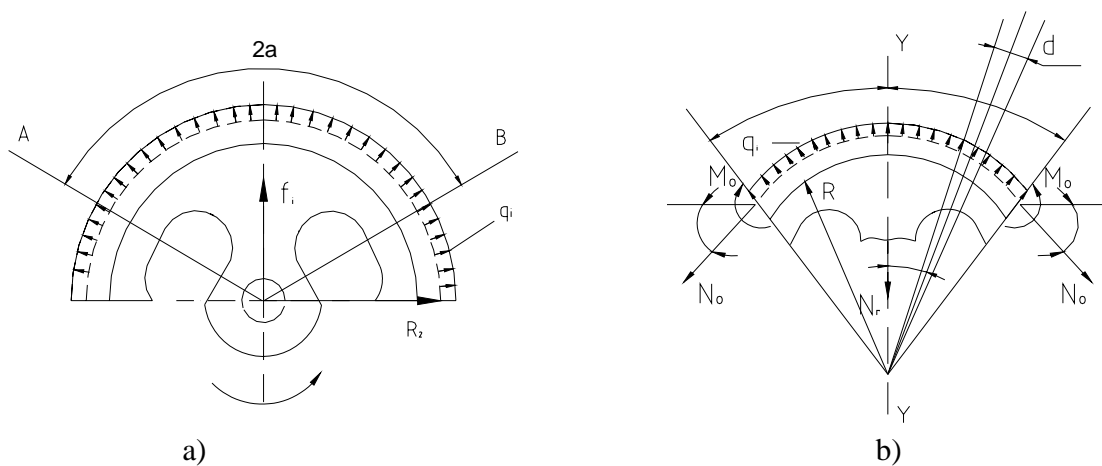


Fig. 4 Esquema de análisis para la determinación de las fuerzas en la llanta y en los rayos de la polea.

La carga que soporta la polea son las fuerzas de inercia ( $q_i$ ) uniformemente distribuidas a lo largo de todo el perímetro de la polea, provocadas por la masa distribuida de la llanta y la aceleración normal provocada por el giro de la polea con  $\omega$  constante, y las fuerzas de inercia que se originan en los rayos. Por simetría en las secciones A y B no existen tensiones tangenciales, o sea, fuerzas internas de cortante, solo las fuerzas normales  $N_0$  y los momentos flectores  $M_0$ . Analicemos el tramo de la llanta limitado por las secciones A y B que abarcan un ángulo

$2\alpha = \frac{2\pi}{n}$  donde  $n$  es el número de rayos. Sobre el tramo de llanta actúa la fuerza de inercia  $q_i$ ,  $N_0$ ,  $M_0$  y la fuerza que ejerce en rayo sobre la llanta:  $N_r$  Fig.4 b.

Planteando la ecuación de equilibrio, la sumatoria de fuerzas en la dirección del eje y-y de la Fig.4 b.

$$\sum F_y = 2N_0 \text{sen} \alpha + N_r - 2 \int_0^{\alpha} q_i \omega R_0 \partial \varphi \cos \varphi = 0 \quad (30)$$

$$N_r = 2q_i \cdot \omega \cdot R_0 \cdot \text{sen} \varphi - 2N_0 \text{sen} \alpha \quad (31)$$

$$N_r = 2 \cdot \text{sen} \alpha (q_i \cdot \omega \cdot R_0 - N_0) \quad (32)$$

Analizando ahora una sección S cualquiera de la llanta Fig. 5.

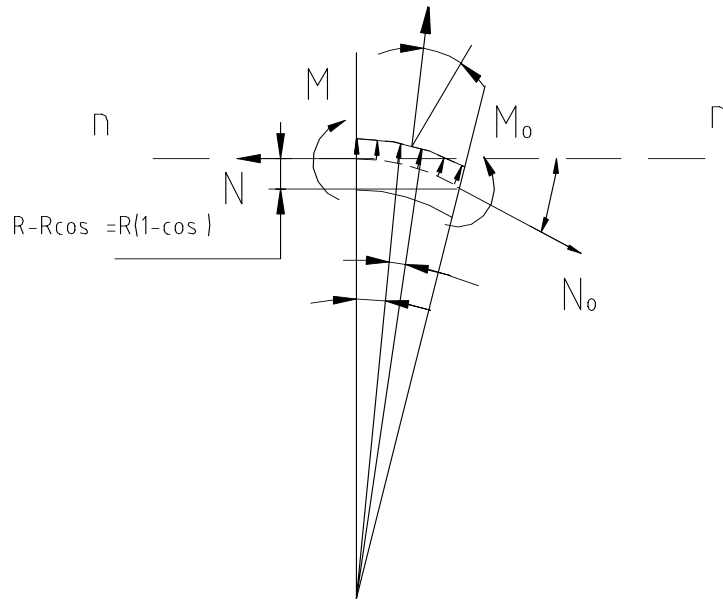


Fig. 5. Fuerzas internas en una sección S de la llanta.

$$\sum F_n = N - N_0 \cos \varphi - \int_0^{\varphi} q_i \cdot R_0 \cdot \partial \varphi' \cdot \text{sen}(\varphi - \varphi') = 0 \quad (33)$$

$$N = N_0 \cos \varphi + q_i \cdot R_0 \int_0^{\varphi} \text{sen}(\varphi - \varphi') \partial \varphi' \quad (34)$$

y como:  $\text{sen}(\varphi - \varphi') = \text{sen} \varphi \cdot \cos \varphi' - \cos \varphi \text{sen} \varphi'$  (35)

se tiene que:

$$N = N_0 \cos \varphi + q_i \cdot R_0 \left[ \int_0^{\varphi} (\text{sen} \varphi \cdot \cos \varphi' - \cos \varphi \text{sen} \varphi') \partial \varphi' \right] \quad (36)$$

Integrando y evaluando entre límites

$$N = N_0 \cos \varphi + q_i \cdot R_0 \left[ \text{sen}^2 \varphi + \cos^2 \varphi - \cos \varphi \right] \quad (37)$$

Pero:

$$\text{sen}^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1 \quad \text{y} \quad 2 \text{sen}^2 \frac{\varphi}{2} = 1 - \cos^2 \varphi \quad (38) \text{ y } (39)$$

De donde:

$$N = N_0 \cos \varphi + 2q_i \cdot R_0 \cdot \text{sen}^2 \frac{\varphi}{2} \quad (40)$$

$$\sum M_0 = M - M_0 - N \cdot R_0 (1 - \cos \varphi) = 0 \quad (41)$$

$$M = M_0 + 2 N \cdot R_0 \cdot \text{sen}^2 \frac{\varphi}{2} \quad (42)$$

Sustituyendo (40) en (41)

$$M = M_0 + 2 \left[ N_0 \cdot \cos \varphi + 2q_i \cdot R_0 \text{sen}^2 \frac{\varphi}{2} \right] \cdot R_0 \text{sen}^2 \frac{\varphi}{2} \quad (43)$$

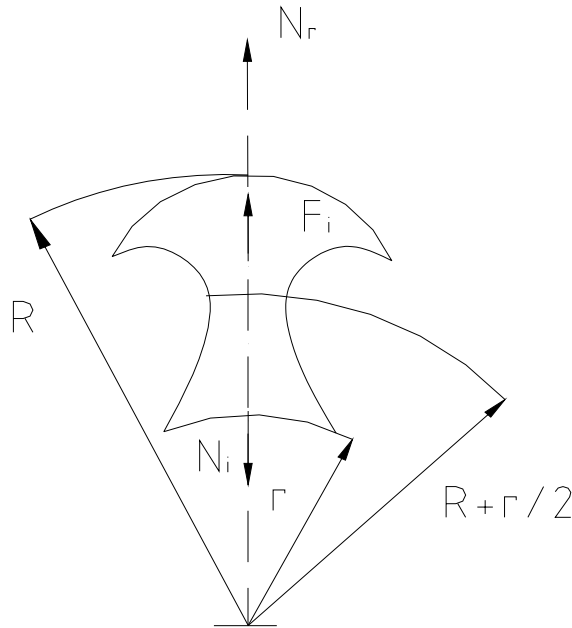
$$M = M_0 + N_0 \cdot R_0 \cos \varphi \cdot (1 - \cos \varphi) + 4q_i \cdot R_0^2 \text{sen}^4 \frac{\varphi}{2} \quad (44)$$

$$M_0 = -\frac{N_r R_0}{2} \left( \frac{1}{\text{sen} \alpha} - \frac{1}{\alpha} \right) \quad (45)$$

El signo negativo indica que el momento  $M_0$  es contrario.

$$N_0 = q_i R_0 - \frac{N_r}{2 \text{sen} \alpha} \quad (46)$$

La fuerza interna  $N_1$  en una sección cualquiera del rayo se obtiene del equilibrio del rayo Fig.6.



**Fig. 6. Fuerzas internas en una sección cualquiera del rayo.**

$$\sum F_y = N_r - N_1 + \int_r^R q_1 \omega^2 \left( \frac{R+r}{2} \right) \partial r = 0 \quad (47)$$



$$N_1 = N_r + \frac{q_1 \omega^2}{2} (R+r)(R-r) \quad (48)$$

$$N_1 = N_r + \frac{q_1 \omega^2}{2} (R^2 + r^2) \quad (49)$$

La energía potencial unitaria de deformación total del sistema es:

$$U = U_0 + U_1 \quad (50)$$

$$U = 2 \int_0^\alpha \frac{M^2 R d\varphi}{2EI_0} + 2 \int_0^\alpha \frac{N^2 R d\varphi}{2EA_0} + 2 \int_0^\alpha \frac{N_1^2 \cdot dr}{2EA_1} \quad (51)$$

Sustituyendo (32) y (40) en (44), (49) en (51) y aplicando el Teorema de Trabajo Mínimo finalmente se obtiene el valor de las fuerzas provocadas en el rayo a causa de las fuerzas distribuidas resultantes en las zonas 1 y 2.

$$N_{r1} = \frac{2}{3} q_{r1} R_0 \frac{1}{\frac{A_0 R_0^2}{I_0} f_1(\alpha) + f_2(\alpha) + \frac{A_0}{I_0}} \quad (52)$$

$$N_{r2} = \frac{2}{3} q_{r2} R_0 \frac{1}{\frac{A_0 R_0^2}{I_0} f_1(\alpha) + f_2(\alpha) + \frac{A_0}{I_0}} \quad (53)$$

Donde:  $f_1(\alpha) = \frac{1}{2 \text{sen}^2 \alpha} \left( \frac{\text{sen} 2\alpha}{4} \right) + \frac{\alpha}{2} \quad (54)$

$$f_2(\alpha) = \frac{1}{2 \text{sen}^2 \alpha} \left( \frac{\text{sen} 2\alpha}{4} + \frac{\alpha}{2} \right) - \frac{1}{2\alpha} \quad (55)$$

$$f_1(\alpha) = \frac{1}{2 \text{sen}^2 \alpha} \left( \frac{\text{sen} 2\alpha}{4} \right) + \frac{\alpha}{2} \quad (56)$$

$$f_1(\alpha) = 0.48675$$

$$f_2(\alpha) = \frac{1}{2 \text{sen}^2 \alpha} \left( \frac{\text{sen} 2\alpha}{4} + \frac{\alpha}{2} \right) - \frac{1}{2\alpha} \quad (57)$$

$$f_2(\alpha) = 0.47845$$

Los valores de  $f_1(\alpha)$  y  $f_2(\alpha)$  para diferentes números de rayos se dan en la Tabla 2.

Tabla 2 Valores de $f_1(\alpha)$ y $f_2(\alpha)$ para diferentes números de rayos.				
n	3	4	6	7
$2\alpha$	$120^0$	$90^0$	$60^0$	$120^0$
$f_1(\alpha)$	0.48675	0.643	0.967	0.48675
$f_2(\alpha)$	0.47845	0.00608	0.00169	0.48675

$A_0 \rightarrow$  Área de la sección transversal de la llanta.

$A_1 \rightarrow$  Área de la sección transversal más pequeña del rayo

$I_0 \rightarrow$  Momento de inercia de la llanta.

$$A_0 = 5.295 \text{ cm}^2, A_1 = 2.96 \text{ cm}^2, I_0 = 1.672 \text{ cm}^4$$

$$N_{r1} = \frac{2}{3} \cdot 24,84 \cdot 11,7 \frac{1}{\frac{5,295 \cdot 136,89}{1,672} \cdot 0,48675 + 0,47845 + \frac{5,295}{2,96}} \quad (58)$$

$$N_{r1} = 0.9 \text{ kgf}$$

$$N_{11} = N_{r1} + \frac{q_1 \cdot \omega^2}{2} (R^2 - r^2) \quad (59)$$

$$q_1 = \frac{W_1}{g} = \frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{cm}^2} \quad (60)$$

$$W_1 = A_1 \cdot l \cdot \gamma \quad (61)$$

$$\gamma = \frac{7,8 \text{ kg}}{10^3 \text{ cm}^3} \quad (62)$$

$$l = R - r \quad (63)$$

$$N_{11} = N_{r1} + \frac{q_1 \cdot \omega^2}{2} (R^2 - r^2)$$

$$N_{11} = 0,90 + \frac{0.000024 \cdot 37752,49}{2} (37,21 - 4,7)$$

$$N_{11} = 15,6 \text{ kgf}$$

$$N_{12} = N_{r2} + \frac{q_1 \cdot \omega^2}{2} (R^2 - r^2) \quad (64)$$

$$N_{12} = 25,10 + \frac{0.000024 \cdot 37752,49}{2} (37,21 - 4,7)$$

$$N_{12} = 40 \text{ kgf g}$$

Cálculo de las tensiones normales en el rayo debido a la tracción.

$$\sigma_{t1} = \frac{N_{11}}{A_1} = \frac{\text{Kgf}}{\text{cm}^2} \quad (65)$$

$$\sigma_{t2} = \frac{N_{12}}{A_1} = \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad (66)$$

$$\sigma_{t1} = \frac{N_{11}}{A_1} = \frac{15,6}{2,96} = 5,3 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{t2} = \frac{N_{12}}{A_1} = \frac{40}{2,96} = 13,5 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

### Determinación del momento flector que asimila cada uno de los rayos de la polea.

La polea posee tres rayos que se pueden considerar empotrados al cubo y producto de la excentricidad de la carga sobre las ranuras de la polea provocadas por las correas se produce un momento flector M como se explico anteriormente. En la Fig. 7 se ilustra un esquema de la polea donde se muestran los tres rayos separados a  $120^\circ$  entre si, empotrados correspondientemente al cubo y el momento flector M actuante.

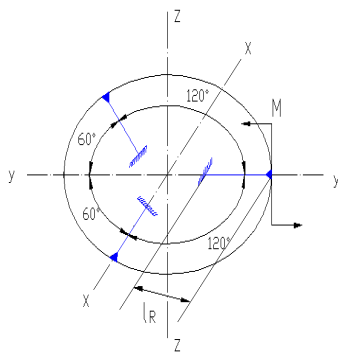


Fig. 7 Esquema de análisis de la flexión en los rayos de la pulea.

La pulea se ha representado en posición horizontal para facilitar la representación de los diagramas.

La pulea constituye en estas condiciones de carga un pórtico plano - espacial con dos empotramientos suplementarios, además de constituir por su estructura un marco cerrado. El pórtico es a su vez simétrico con relación al plano y-z con carga simétrica.

El pórtico tiene por lo tanto hiperestaticidad exterior (dada por los dos empotramientos suplementarios) e hiperestaticidad interior por constituir un marco cerrado. Para construir el sistema isostático equivalente se eliminarán dos de los tres empotramientos y se sustituirán estos por las cargas que los representan. Como se trata de un pórtico plano espacial solo existen las fuerzas internas perpendiculares al plano del pórtico, pero la carga aplicada M solo produce como reacciones los momentos flectores  $X_1$  y  $X_2$  (iguales por condición de simetría del pórtico)

Para romper la hiperestaticidad del pórtico es necesario abrir el marco cerrado, y aprovechando las propiedades de simetría se abrirá el mismo por el plano de simetría. Como el pórtico es simétrico con carga simétrica son cero las fuerzas internas antisimétricas en el plano de simetría.

Como el pórtico es plano- espacial, solo podían existir las fuerzas internas perpendiculares al plano de pórtico, o sea, las fuerzas de cortante y los momentos flectores perpendiculares al plano.

Al ser simétrico con carga simétrica las fuerzas de cortantes y los momentos torsores son cero y solo aparecerían en este corte los momentos flectores  $X_1$ .

El sistema equivalente será por lo tanto el mostrado en la Fig. 8

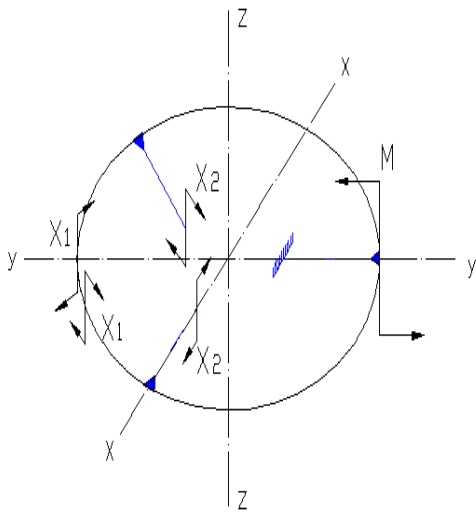


Fig. 8 Esquema del sistema equivalente de fuerzas.

El sistema de ecuaciones canónicas será:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{1M} = 0 \quad (67)$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{2M} = 0 \quad (68)$$

Para hallar el coeficiente de las ecuaciones canónicas hay que plantear las ecuaciones de momentos de las fuerzas unitarias  $X_1=1$  y  $X_2=1$  y el gráfico de la carga externa  $M$ .

Las ecuaciones de momentos flectores y momentos torsores de la fuerza  $X_1=1$ , son:

$$M_{fx_1=1} = 1 \cdot \cos \theta \quad \text{y} \quad M_{tx_1=1} = 1 \cdot \text{sen} \theta \quad (69) \text{ y } (70)$$

Los diagramas de momentos correspondientes a estas ecuaciones se muestran en las Figs. 9 y 10.

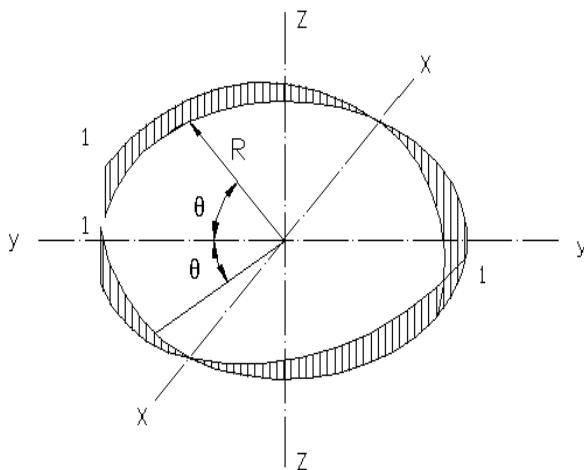


Fig. 9. Diagrama unitario de  $X_1$ .

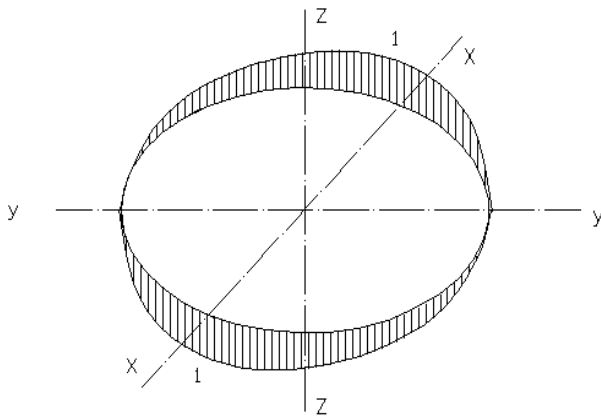


Fig. 10. Diagrama unitario de  $X_2$ .

Las ecuaciones de momentos flectores y momentos torsores de la fuerza  $X_2 = 1$ , son:

$$M_{fx_2=1} = 1 \cdot \text{sen}(\theta - 60^\circ) \quad \text{y} \quad M_{tx_2=1} = 1 \cdot \text{cos}(\theta - 60^\circ) \quad (71) \text{ y } (72)$$

Los diagramas se muestran en las Figs. 11 y 12.

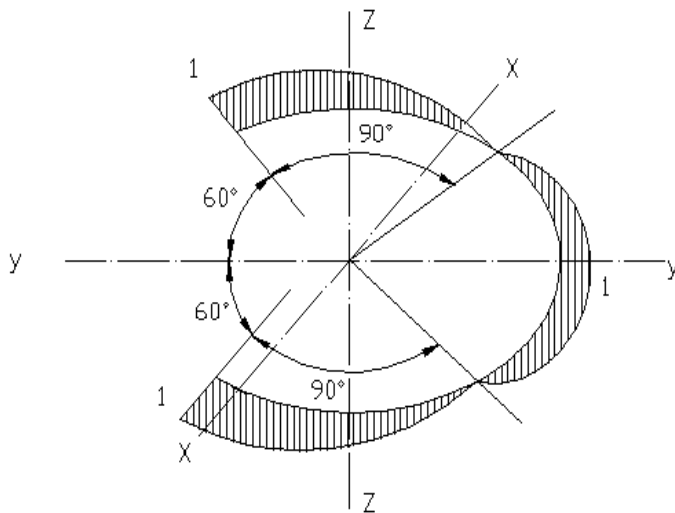


Fig. 11 Diagrama de Momentos Torsores de  $X_2 = 1$

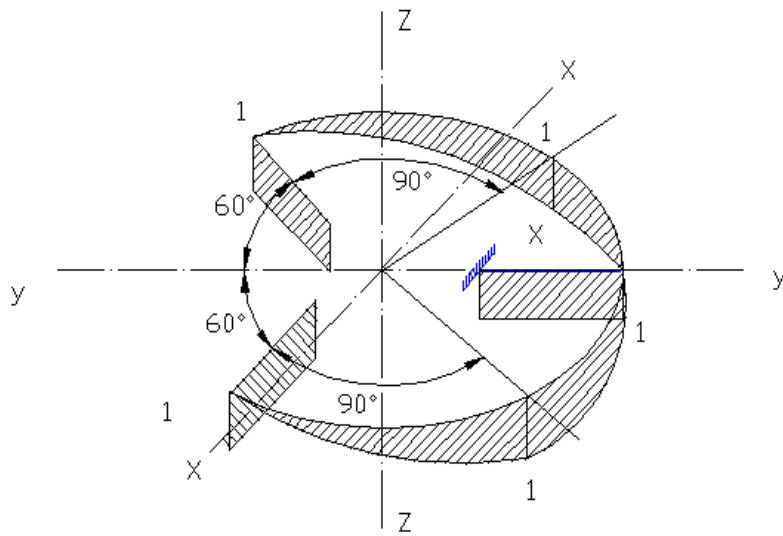


Fig. 12 Diagrama de Momentos Flectores de  $X_2 = 1$

Se muestra en la Fig. 13 el diagrama de la carga externa M

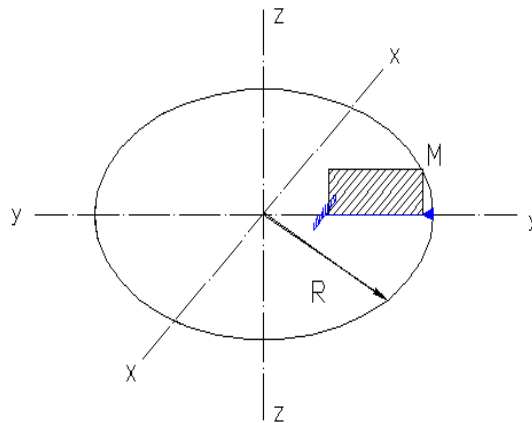


Fig. 13 Diagrama de la Carga externa M.

Se hallaran a continuación los coeficientes de las ecuaciones canónicas.

$$\delta_{11} = 2 \left[ \frac{1}{EI_{fa_0}} \int_0^\pi \cos \theta \cdot \cos \theta \cdot R d\theta + \frac{1}{GI_{ta_0}} \int_0^\pi \text{sen} \theta \cdot \text{sen} \theta \cdot R d\theta \right] \quad (73)$$

$$\delta_{11} = \frac{2R}{EI_{fa_0}} \int_0^\pi \cos^2 \theta \cdot R d\theta + \frac{2R}{GI_{ta_0}} \int_0^\pi \text{sen}^2 \theta \cdot R d\theta$$

$$\delta_{11} = \frac{2R}{EI_{fa}} \frac{\pi}{2} + \frac{2R}{GI_{ta}} \frac{\pi}{2} = \pi R \left[ \frac{1}{EI_{fa}} + \frac{1}{GI_{ta}} \right] \quad (74)$$

$$\delta_{12} = 2 \left[ \frac{1}{EI_{fa}} \int_0^{\pi-60^0} \cos\theta \cdot \text{sen}(\theta - 60^0) R \partial\theta + \frac{1}{GI_{ta}} \int_0^{\pi-60^0} \text{sen}\theta \cdot \cos(\theta - 60^0) R \partial\theta \right] \quad (75)$$

Pero:

$$\text{sen}(\theta - 60^0) = \text{sen}\theta \cdot \cos 60^0 - \cos\theta \cdot \text{sen}60^0 \quad (76)$$

$$\cos(\theta - 60^0) = \cos\theta \cdot \cos 60^0 + \text{sen}\theta \cdot \text{sen}60^0 \quad (77)$$

Sustituyendo y descomponiendo en varias integrales:

$$\begin{aligned} \delta_{12} = & \frac{2R}{EI_{fa}} \left[ \cos 60^0 \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \cos\theta \cdot \text{sen}\theta \cdot \partial\theta - \text{sen}60^0 \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \cos^2\theta \cdot \partial\theta \right] \\ & + \frac{2R}{GI_{ta}} \left[ \cos 60^0 \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \cos\theta \cdot \text{sen}\theta \cdot \partial\theta + \text{sen}60^0 \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \text{sen}^2\theta \cdot \partial\theta \right] \quad (78) \end{aligned}$$

$$\delta_{12} = \frac{2R}{EI_{fa}} \left[ \cos 60^0 \cdot \frac{1}{2} \text{sen}^2\theta \int_0^{\frac{2\pi}{3}} - \text{sen}60^0 \frac{1}{2} \left( \theta + \frac{1}{2} \text{sen}^2 2\theta \right) \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \right]$$

$$+ \frac{2R}{GI_{ta}} \left[ \cos 60^0 \frac{1}{2} \text{sen}^2\theta \int_0^{\frac{2\pi}{3}} + \text{sen}60^0 \frac{1}{2} \left( \theta - \frac{1}{2} \text{sen}^2 2\theta \right) \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \right] \quad (79)$$

$$\delta_{12} = \frac{2R}{EI_{fa}} [0,1875 - 0,72] + \frac{2R}{GI_{ta}} [0,1875 + 1,0944] \quad (80)$$

$$\delta_{12} = \frac{2,564R}{GI_{fa}} - \frac{1,065R}{EI_{ta}} \quad (81)$$

$$\delta_{22} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot l_R}{EI_{fR}} + 2 \left[ \frac{1}{EI_{fa}} \int_0^{\pi-60^0} \text{sen}(\theta - 60^0) \cdot \text{sen}(\theta - 60^0) R \partial\theta \right] \quad (82)$$

$$\delta_{22} = \frac{3 \cdot l_R}{EI_{fR}} + 2 \left[ \frac{R}{EI_{fa}} \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \text{sen}^2(\theta - 60^0) \partial\theta + \frac{R}{GI_{ta}} \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \cos^2(\theta - 60^0) R \partial\theta \right]$$

$$+ \frac{1}{GI_{ta}} \int_0^{\pi-60^0} \cos(\theta - 60^0) \cdot \cos(\theta - 60^0) R \partial\theta \quad (83)$$

$$\delta_{22} = \frac{3 \cdot l_R}{EI_{fR}} + 2 \left[ \frac{R}{EI_{fa}} \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \left( \frac{1}{4} \text{sen}^2\theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{sen}\theta \cdot \cos\theta + \frac{3}{4} \cos^2\theta \right) \partial\theta \right]$$

$$+ \frac{R}{GI_{ta}} \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \left( \frac{1}{4} \cos^2\theta - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{sen}\theta \cdot \cos\theta + \frac{3}{4} \text{sen}^2\theta \right) \partial\theta \quad (84)$$

$$\delta_{22} = \frac{3 \cdot l_R}{EI_{fR}} + 2 \frac{R}{EI_{fa}} \left[ \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \left( \theta - \frac{1}{2} \text{sen}2\theta \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \text{sen}^2\theta + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \left( \theta - \frac{1}{2} \text{sen}^2 2\theta \right) \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \right]$$

$$+ \frac{2R}{EI_{fa}} \left[ \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \left( \theta + \frac{1}{2} \text{sen}2\theta \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{2} \text{sen}^2\theta + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \left( \theta - \frac{1}{2} \text{sen}^2 2\theta \right) \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \right] \quad (85)$$

$$\delta_{22} = \frac{3 \cdot l_R}{EI_{fR}} + 2 \frac{R}{EI_{fa}} \left[ \frac{1}{8} (2,0944 + 0,433) - 0,433 \cdot 0,75 + \frac{3}{8} (2,0944 - 0,433) \right]$$

$$+ \frac{2R}{EI_{fa}} \left[ \frac{1}{8} (2,0944 - 0,433) + 0,433 \cdot 0,75 + \frac{3}{8} (2,0944 + 0,433) \right] \quad (86)$$



$$\delta_{22} = \frac{3 \cdot l_R}{EI_{fR}} + \frac{1,228R}{EI_{fa}} + \frac{2,96R}{GI_{ta}} \quad (87)$$

$$\delta_{1M} = 0 \quad (88)$$

$$\delta_{2M} = -\frac{1}{EI_{fR}} M \cdot 1 \cdot l_R = -\frac{M \cdot l_R}{EI_{fR}} \quad (89)$$

Sustituyendo los coeficientes en la primera ecuación canónica, se obtiene:

$$\pi R \left[ \frac{1}{EI_{fa}} + \frac{1}{GI_{ta}} \right] \cdot X_1 + \left[ \frac{2,564 R}{GI_{ta}} - \frac{1,065 R}{EI_{fa}} \right] \cdot X_2 = 0 \quad (90)$$

$$X_1 = X_2 \left[ \frac{2,564 \cdot EI_{fa} - 1,065 \cdot GI_{ta}}{GI_{ta} \cdot EI_{fa}} \right] \left[ \frac{\pi (EI_{fa} + GI_{ta})}{EI_{fa} \cdot GI_{ta}} \right] \quad (91)$$

$$X_1 = \left[ \frac{2,564 EI_{fa} - 1,065 GI_{ta}}{\pi (EI_{fa} + GI_{ta})} \right] X_2 \quad (92)$$

Para todos los materiales se cumple que:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (93)$$

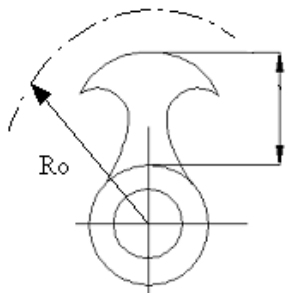
Y para el hierro fundido maleable se puede tomar  $\mu = 0,25$  de donde:

$$E = 2,5G \quad (94)$$

Sustituyendo esta relación y simplificando se tiene que:

$$X_1 = \left[ \frac{6I_{fa} - I_{ta}}{2,95(2,5I_{fa} + I_{ta})} \right] X_2 \quad (95)$$

La longitud del rallo es  $l_R = 9,4$  cm y el radio medio de la polea  $R_0 = 11,7$  cm Se muestra en la Fig. 14.



$I_R$

Fig. 14 Longitud del rallo ( $I_R$ ).

$I_{fa}$  = Momento de inercia a flexión del arco.

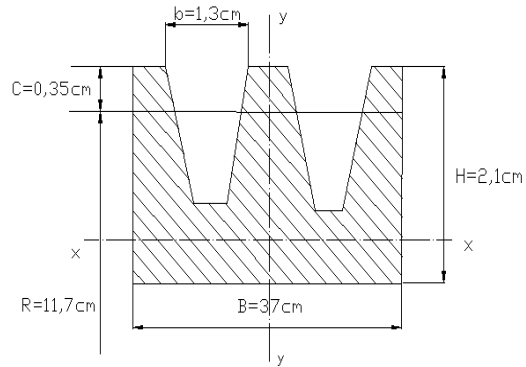


Fig. 15. Sección de la llanta (aro).

$I_{fa} = I_{Y \text{ aro}}$

Se obtuvo mediante el Software AUTOCAD;

$I_{fa} = 1,672 \text{ cm}^4$

$I_{ta}$  = Parámetro a torsión del arco.

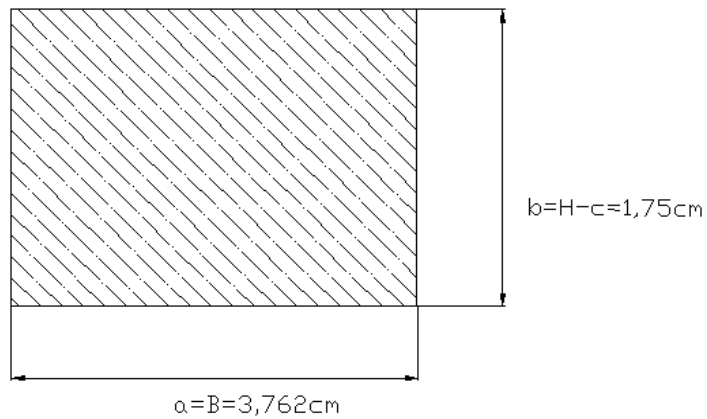


Fig. 16. Sección simplificada de la llanta.

Según Feodosiev  $I_{ta} = \beta \cdot b \cdot a$  donde  $b < a$  y

$$\beta = f\left(\frac{a}{b}\right) \quad \text{Para} \quad \frac{a}{b} = \frac{3,762}{1,75} \cong 2,15 \quad \beta \cong 0,24$$

$$I_{ta} = 2,77 \text{ cm}^4$$

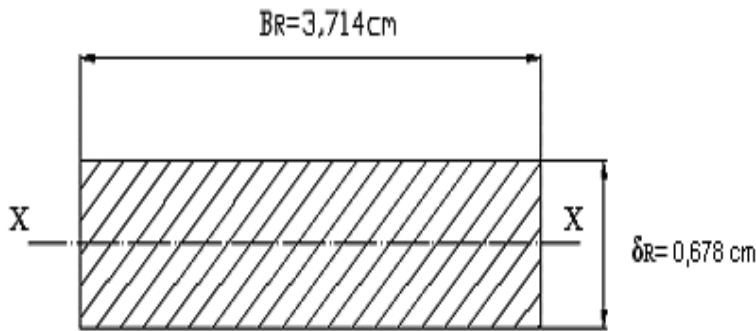


Fig. 17. Sección del rallo.

El momento de inercia:

$$I_{fr} = \frac{1}{12} B_r (\delta_R)^3 = 0,0961 \text{ cm}^4$$

El módulo:

$$W_{fa} \frac{1}{6} B_r (\delta_R)^2 = 0,285 \text{ cm}^3$$

El área  $A = B_R \times \delta_r = 2,52 \text{ cm}^2$

Sustituyendo en la ecuación (2.91).

$$X_1 = \left[ \frac{6 \cdot 1,672 - 2,77}{2,95(2,5 \cdot 1,672 + 2,77)} \right] X_2 \quad (96)$$

$$X_1 = 0,354 X_2 \quad (97)$$

Hallando los valores de los coeficientes de la ecuación canónica (2.77).

$$\delta_{21} = \delta_{12} = \frac{2,564 \cdot 11,75}{\frac{E}{2,5} \cdot 2,77} - \frac{1,065 \cdot 11,75}{E \cdot 1,672} = \frac{27,19}{E} - \frac{7,484}{E} = \frac{19,7}{E} \quad (98)$$

$$\delta_{22} = \frac{3 \cdot 9,442}{E \cdot 0,0961} + \frac{1,288 \cdot 11,75}{E \cdot 1,672} + \frac{2,96 \cdot 11,75}{\frac{E}{2,5} \cdot 2,77} \quad (99)$$

$$\delta_{22} = \frac{294,76}{E} + \frac{9,05}{E} + \frac{31,39}{E} = \frac{335,2}{E} \quad (100)$$

$$\delta_{2M} = \frac{M \cdot 9,442}{E \cdot 0,0961} = -\frac{98,25M}{E} \quad (101)$$

Sustituyendo en la ecuación canónica correspondiente.

$$\frac{19,7}{E} X_1 + \frac{335,2}{E} X_2 - \frac{98,25 \cdot M}{E} = 0 \quad (102)$$

Sustituyendo (97) en (102) y despejando  $X_2$

$$6,974 X_2 + 335,2 X_2 = 98,25 \cdot M \quad (103)$$

$$X_2 = 0,287M \quad (104)$$

El momento flector resultante en el rayo cuando este está exactamente en la parte superior (Zona No.1) es el momento máximo sobre el rayo.

$$M_{\max 1} = M - M X_2 = M - 0,287 M X_2 \quad (105)$$

$$M_{\max 1} = 0,713M \quad (106)$$

Y el mínimo se tomara igual a  $M X_2$ , (Zona No.2).

$$M_{\min 2} = -0,287 \cdot M \quad (107)$$

El momento  $M$  es igual a:

$$M = q_s \cdot D \cdot e \quad (108)$$

$$M = 0,68 \cdot 24,2 \cdot 3,85 = 63,4 \text{ kgf} - \text{cm} \quad (109)$$

**Cálculo de las tensiones normales en el rallo debido al momento flector  $M$ .**

$$\sigma_{\max f1} = \frac{M_{\max}}{W_{fR}} = \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad (110)$$

$$\sigma_{\min f1} = \frac{M_{\min}}{W_{fR}} = \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad (111)$$

$$\sigma_{\max f1} = \frac{0,713 \cdot 63,4}{0,285} = 158,6 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{\min f1} = -\frac{0,287 \cdot 63,4}{0,285} = -63,8 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Cálculo de las tensiones en el rallo.

$$\sigma_{\max 1} = \sigma_{t1} + \sigma_{\max f1} \quad (112)$$

$$\sigma_{\min 2} = \sigma_{t2} + \sigma_{\min f2} \quad (113)$$

$$\sigma_{\max 1} = 5,3 + 158,6 = 163,9 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_{\min 2} = 13,5 - 63,8 = 50,3 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (114)$$

$$r = -\frac{50,3}{163,9} = -0,3$$

El ciclo de trabajo está en la Zona No.1 del Diagrama de Limites de Fatiga.

### Calculo del factor de seguridad a la fatiga.

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max 1} - \sigma_{\min 2}}{2} = \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad (115)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max 1} + \sigma_{\min 2}}{2} = \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad (116)$$

$$\sigma_a = \frac{163,9 + 50,3}{2} = 107,1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_m = \frac{163,9 - 50,3}{2} = 56,8 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Según Pisarenko en las Tablas (3) y (4) .Se obtuvieron.

$$\alpha_\sigma = 1,4$$

$q_\sigma = 0,9$ . Curva.3 para  $H_0f_0$  – con relación  $\frac{\sigma_f}{\sigma_u} \cong 0,6 \implies$  Para hierro fundido nodular.

$$k_\sigma = 1 + q_\sigma(\alpha_\sigma - 1) = 1,36 \quad (117)$$

Según Pisarenko para el hierro fundido nodular con dimensiones de alrededor de 50 mm  $\varepsilon = 0,6 - 0,7$ ; como el ancho es un poco menor de 50 mm  $B = 37$  mm se tomará:  $\varepsilon = 0,7$ .

El factor de superficie para el caso de superficies fundidas sin maquinado posterior se tomará equivalente a un torneado en tosco, con  $\sigma_u = 40 \text{ kgf/mm}^2$   $\beta_k \cong 0,87$

$$\sigma_{-1} = 0,36\sigma_u = 0,36(4000) = 1440 \text{ kgf/mm}^2 \quad (118)$$

$$\sigma_0 = 0,5\sigma_u = 0,5(4000) = 2000 \text{ kgf/mm}^2 \quad (119)$$

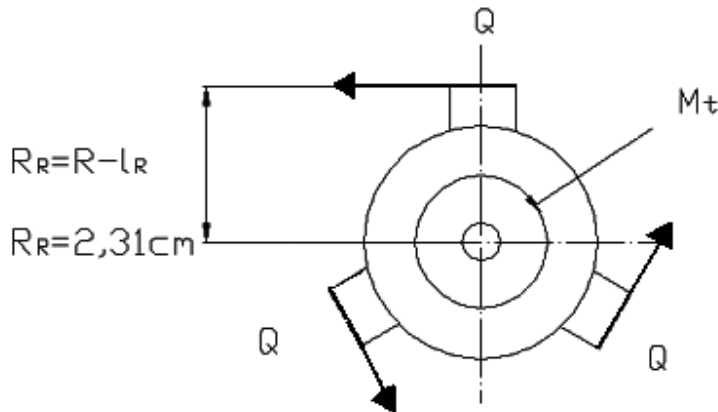
$$\eta_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma \cdot \sigma_a}{\varepsilon \cdot \beta_k} + \left( \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_0}{\sigma_0} \right) \sigma_m} \quad (120)$$

$$\eta_{\sigma} = \frac{1440}{\frac{1,36 \cdot 107,1}{0,7 \cdot 0,87} + \left( \frac{2 \cdot 1440 - 2000}{2000} \right) 56,8} \quad (121)$$

$$\eta_{\sigma} = 5,45$$

**Calculo del factor de seguridad a las tensiones tangenciales.**

En la Fig.18 se muestra la carga Q de cortante que soporta cada rayo.



**Fig. 18 Esquema de carga de cortante.**

Del equilibrio de momentos se tiene que:

$$\sum M_0 = 3Q \cdot R_R - M_t = 0 \quad (122)$$

$$Q = \frac{M_t}{3R_r} = \frac{116}{3 \cdot 2,21} = 17,5 \text{ kgf} \quad (123)$$

La tensión tangencial en el rallo será en el caso de flexión transversal según Feodosiev:

$$\tau_{\max} = \frac{3Q}{2A} \quad (124)$$

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{17,5}{2,52} = 10,5 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}_2}$$

El ciclo de la torsión se considerará constante. De donde

$$\eta_{\tau} = \frac{\tau_f}{\tau_{\max}} \quad (125)$$

$$\eta_{\tau} = \frac{1440}{10,5} = 137$$

La tensión de fluencia se estimó como:

$$\tau_f = 0,6\sigma_f = 0,6(0,6 \cdot 4000) = 1440 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2} \quad (126)$$

**Calculo del factor de seguridad resultante a la fatiga.**

$$\eta_r = \frac{\eta_\sigma \cdot \eta_\tau}{\sqrt{\eta_\sigma^2 + \eta_\tau^2}} \quad (127)$$

$$\eta_r = \frac{5,45 \cdot 137}{\sqrt{(5,45)^2 + (137)^2}} = \frac{746,65}{137,1} = 5,44$$

La falla por fatiga de los rayos ocurre después que se produce el desgaste en el cubo.

Evaluación de la resistencia al desgaste del estriado del cubo de la polea del ventilador.

**Evaluación de la resistencia al aplastamiento del estriado de la polea.**

El estriado está sometido a tensiones de aplastamiento, provocadas por un lado, por el momento torsor y por otro por la acción de las cargas  $S_1$  y  $S_2$  y por el momento flector provocado por estas ultimas cargas, dada la excentricidad de las ranuras de las correas en la llanta con relación al centro del cubo. Se calcularán cada una de estas tensiones de aplastamiento por separado y se aplicará el Principio de la Superposición. La falla por desgaste del cubo se produce por el efecto resultante de todas estas cargas, unido al efecto de las vibraciones que siempre existen en un motor, como el de los ómnibus Mercedes Benz, lo cual provoca el movimiento deslizante entre las superficies en contacto.

**Tensión de aplastamiento provocada por el momento torsor  $M_t$ .**

El estriado es del tipo triangular con  $Z = 33$  estrías coincidiendo sus dimensiones con la Norma CSN 01 4933 (Checoslovaquia), lo más probable es que esta coincida con la Norma DIN, ya que el motor es de procedencia alemana.

Los datos del estriado necesario para el cálculo al aplastamiento son:

$$D_m = 18,5 \text{ mm}$$

$$D_{\text{ext}} = 20 \text{ mm}$$

$$D_{\text{int}} = 17,37 \text{ mm}$$

$$L = 27 \text{ mm}$$

*El torque es  $M_t = 116 \text{ kgf-cm}$*

La tensión de aplastamiento es:

$$\sigma_{apMt} = \frac{M_t}{L \cdot R_m \cdot A \cdot Z \cdot \psi} \quad (128)$$

Donde:

$$R_m = \frac{D_m}{2} = \frac{18,5}{2} = 9,25 \text{ mm} = 0,925 \text{ cm} \quad (129)$$

$$A = \frac{D_{ext} - D_{int}}{2} = \frac{20 - 17,37}{2} = 1,315 \text{ cm}^2 / \text{cm} \quad (130)$$

$$L = 2,7 \text{ cm}$$

$$Z = 33$$

$\Psi = 0,75$  (coeficiente de irregularidad de distribución de la carga)

$$\sigma_{apMt} = \frac{116}{2,7 \cdot 0,925 \cdot 1,315 \cdot 33 \cdot 0,75} = 1,427 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

### Tensión de aplastamiento provocada por las fuerzas sobre la correa $S_1$ y $S_2$ .

Estas fuerzas sobre la correa provocan una presión da aplastamiento sobre el árbol distribuida como se muestra en la Fig.2.17. La distribución de tensiones es sinusoidal y la tensión de aplastamiento máxima es calculada por esta distribución en Dobrovolski para chavetas cónicas.

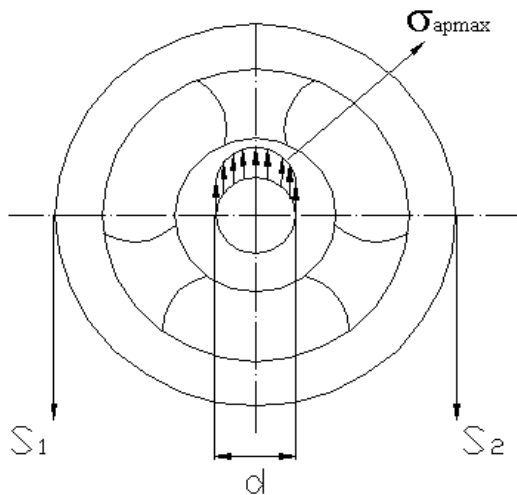


Fig. 19 Tensión de aplastamiento provocada por las fuerzas sobre la correa  $S_1$  y  $S_2$ .

La tensión de aplastamiento máxima será, según Birger:

$$\sigma_{ap \max} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N}{Ld} \quad (131)$$

Donde:

$$D = D_{ext} = 2 \text{ cm}$$

$$N = S_1 + S_2 = 11,25 + 1,25 = 12,5 \text{ kgf}$$



$$L = 2,7 \text{ cm}$$

$$\sigma_{ap_{\max}} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{12,5}{2,7 \cdot 2} = 2,949 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

**Tensión de aplastamiento originada por el momento flector que surge dada la excentricidad de la carga.**

La carga  $N = S_1 + S_2$  provocada por los ramales de las correas, esta excéntrica con relación al centro del cubo una dimensión  $e = 3,85 \text{ cm}$ .

Esta excentricidad provoca un momento flector de magnitud:

$$M = N \cdot e = 125 \cdot 3,85 = 48125 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

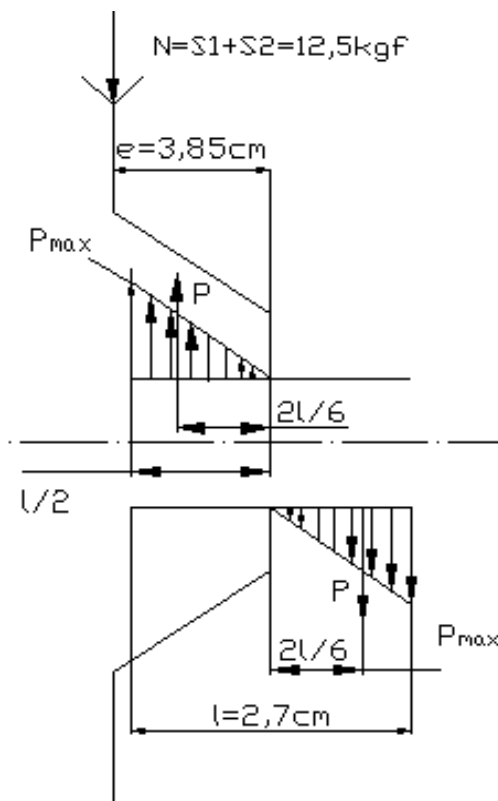


Fig. 20 Esquema de las presiones de contacto provocadas por la excentricidad de la carga.

Del equilibrio de momento se puede hallar el valor de la fuerza  $P$  resultante de la presión de contacto en la mitad del cubo.

$$\sum M_0 = P \cdot \frac{2}{3} \frac{L}{2} \cdot 2 \quad (132)$$

Donde:

$$P = \frac{3N \cdot e}{2L} = \frac{3 \cdot 12,5 \cdot 3,85}{2 \cdot 2,7} = 26,74 \text{ kgf} \quad (133)$$

La tensión de aplastamiento máxima que es igual a la presión máxima de contacto, se puede calcular, ya que la fuerza P es igual a la integral de la presión a través del área de contacto, o sea, el producto de la presión media de contacto por el área proyectada:

$$P = \frac{1}{2} p_{\max} \cdot \frac{L}{2} \cdot d \quad (134)$$

$$\sigma_{ap \max} = p_{\max} = \frac{4P}{L \cdot d} \quad (135)$$

$$\sigma_{ap \max} = \frac{4 \cdot 26,74}{2,7 \cdot 2} = 19,81 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

Esta presión es mucho mayor que la provocada por el torque y la carga.

### **Presión de contacto permisible para prevenir el desgaste.**

En el cubo de la polea del motor Mercedes Benz no ocurre el aplastamiento puro, el cual se presenta solamente en uniones estática sin movimiento recíproco. Cuando existe movimiento recíproco provocado por las holguras en presencia de las vibraciones, el fenómeno que se presenta es el desgaste, que es la avería que ocurre en la polea. Mientras mayor es la presión de contacto mayor es el desgaste. Hay que destacar que siempre existirá desgaste, lo que sucede es, que si la presión de contacto es pequeña el desgaste será lento y la vida prolongada, si la presión de contacto es grande, el desgaste es acelerado y la vida reducida.

No existe uniformidad de criterios acerca de las presiones permisibles para reducir a un mínimo los valores de desgaste.

De la propia Norma CSN 01 4933, se recomienda por ejemplo que para uniones fijas, sin tratamiento térmico y con carga ligera se pueden admitir presiones de hasta:  $[P] = 20 \text{ kgf} / \text{cm}^2$ .

Doblovolski plantea que para evitar el rápido desgaste de los dientes y a veces el agarramiento de estos, los valores de las tensiones de aplastamiento admisible bajan bruscamente y da valores que se reducen hasta:  $[\sigma]_{ap} = 30 \text{ kgf} / \text{cm}^2$ .

Reshetov por otro lado dice que para el trabajo sin desgaste

$$[\sigma]_{ap} < 3 \cdot HRC - \text{kgf} / \text{cm}^2$$

Donde HRC es la dureza Rocwell C de la superficie mas blanda.

Las mediciones de dureza de la polea de hierro fundido (nodular), arrojaron una dureza media HB = 190.

La equivalente Brinell con Rocwell C se da en la literatura. Extrapolando de esta se tiene que:

HB	HRC
207	17
201	15
190	HRC

De donde se obtiene que:

$$HRC = 15 - \frac{(201-190)(17-15)}{207-201} \cong 11$$

Y la tensión de aplastamiento permisible según Reshetov será.

$$[\sigma]_{ap} = 3 \cdot 11 = 33 \text{kgf} / \text{cm}^2 \quad (136)$$

### Evaluación de la resistencia al desgaste del estriado de la polea de hierro fundido.

La presión de contacto o tensión de aplastamiento resultante es:

$$\sigma_{ap_{res}} = \sigma_{ap_{Mt}} + \sigma_{ap_N} + \sigma_{ap_M} \quad (137)$$

$$\sigma_{ap_{res}} = 1,427 + 2,949 + 19,81 = 24,2 \text{kgf} / \text{m}^2$$

Como se aprecia, la excentricidad de la carga crea una presión de contacto tan grande que eleva la tensión de aplastamiento resultante a valores que están por encima del valor permisible establecido en la Norma Checa y muy próximos a los dados por Doblovolski y Reshetov, lo cual implica que el desgaste va a estar presente y va a ser intenso. Una vez que el desgaste se intensifica el orificio del cubo de la polea se vuelve cónico, la polea se inclina por el efecto del momento M, aumenta la excentricidad y la situación empeora, intensificándose el desgaste e incluso partiendo los rayos por fatiga. Estos procesos de desgaste del cubo en forma cónica y fractura de los rayos son observados físicamente en las poleas.

### 3. Conclusiones.

1. Se desarrollo una Metodología basada en la aplicación del Teorema del Trabajo Mínimo para calcular las tensiones en los rayos de una polea bajo carga. La misma permite

resolver el pórtico hiperestático plano que representa el aro de la llanta de la polea y sus rayos, bajo la acción de la carga distribuida provocada por las fuerzas de inercia de la polea y la fuerza de la correa, y permite resolver el pórtico hiperestático plano - espacial que representa el aro de la llanta de la polea con sus rayos, bajo la acción del momento provocado por la excentricidad de la carga de los ramales de las correas con relación al centroide del rayo, determinándose de esta forma las fuerzas internas que asimila el rayo en el caso de poleas en las cuales la llanta es excéntrica con relación al cubo. Superponiendo los efectos se pueden hallar las fuerzas internas y las tensiones en los rayos, cuando estos durante el giro se encuentran en la zona de contacto polea – correa y cuando están en la zona opuesta. Esta variación de las tensiones puede provocar la fractura por fatiga de los rayos, posibilidad que puede ser evaluada por la Metodología Clásica para Cálculos de la Resistencia a la Fatiga.

2. Se desarrolló una Nueva Metodología para evaluar la resistencia al aplastamiento de las árboles estriados. La metodología clásica, descrita en la totalidad de los textos de Elementos de Máquinas, sólo considera en la evaluación de la resistencia la presión de contacto provocada por el torque a transmitir por el árbol. La Nueva Metodología Elaborada considera no sólo la presión de contacto entre ambos estriados provocada por el momento torsor, sino que considera también la presión de contacto provocada por las fuerzas radiales que actúan sobre el elemento colocado sobre el árbol, presentes en todos los elementos de transmisión como son poleas, ruedas dentadas, ruedas de estrella para cadenas, etc. y se consideró además la presión de contacto provocada por el momento flector que a su vez es provocado por la excentricidad de las cargas actuantes sobre el elemento de transmisión con relación al centro del cubo o por las fuerzas axiales presentes en algunos elementos de transmisión como son por ejemplo los engranes con dientes oblicuos, ruedas cónicas, etc. Estas últimas presiones como se demostró en el trabajo resultan mayores que las que son provocadas por el momento torsor.
3. La Aplicación de las Metodologías elaboradas permitió concluir que el desgaste en explotación del dentado del estriado es perfectamente posible producto de las cargas actuantes, ya que la superposición de presiones provocadas por los efectos anteriormente mencionados hace que la presión este muy próxima a los valores máximos admisibles acelerando el proceso de desgaste en presencia de las vibraciones propias de este tipo de agregado. Se concluyó también que la fatiga del rayo sólo pudiera ser posible cuando producto del desgaste excesivo del dentado del cubo y la ovalidad considerable que es mismo adquiere durante este proceso empeoran las condiciones de trabajo, elevan la excentricidad de la carga, reducen el área, aspectos estos que provocan influencias muy difíciles de evaluar, per que si pudieran conducir a la fractura por fatiga de los rayos. Toda esta situación se puede agravar por un excesivo tensado de la correa.

#### **4. Bibliografía.**

1. Bilmes P.D., Análisis y Prevención de Fallas Metalúrgicas. Libro publicado para el curso impartido por el Investigador y Profesor de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de la Plata. Argentina. 1999. –293 p
2. Birger I.A., Shorr B.F., Shneiderovich R.M. Cálculo de Resistencia de Piezas de Máquinas. Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1966.-- 616 p.
3. Dobrovolski V. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial MIR, 1970.--692 p.
4. Faires V.M./ Diseño de Elementos de Máquinas. México: Editorial UTEHA, 1985.-- 802 p.
5. Feodosiev V.I. Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 3ª Ed.1985. —583 p.

6. Goytisoló R. Diseño de Elementos de Máquinas. Las Villas: Editado por el Dpto. Mecánica Teórica y Aplicada. UCLV, 1973.--188p.
7. Hall A.S., Holowenko A.R., Laughlin H.G. Diseño de Máquinas. Madrid: Editorial Dossat S.A., 1971. --344p.
8. Heldt P.M. Motores Rápidos de Combustión. Proyecto, Fabricación y Ensayo. La Habana: Editora Revolucionaria, 1966. --767p.
9. Iusilievich G.V. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1988. —388p
10. Ivanov, M. N. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial Vichaya Schkola, 1991. —386p.
11. Orlov, P., Ingeniería del Diseño. Moscú: Editorial MIR, 1985.
12. Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.K. Manual de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1989,-- 693 p.
13. Reshetov, D. Elementos de Máquinas. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1985. — 830p.
14. Shigley J.E. El Proyecto en Ingeniería Mecánica. La Habana: Editora Revolucionaria, 1969.-- 658 p.
15. Shigley, J. E. / Diseño en Ingeniería./ México: Editorial Mc Graw Hill, 1977. -- 785 p.
16. Shigley, J. E.; Mitchell, L. D. / Diseño en Ingeniería Mecánica. / México: Editorial Mc Graw Hill, 1985. -- 915 p.
17. Shigley, J.E y Mischkie, C., Diseño en Ingeniería Mecánica. México: Editorial McGraw Hill Interamericana. 2001. —943 p.
18. Timoshenko S. Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial Nauka, 1965. —480p.
19. Volmir A. Problemas de Resistencia de Materiales. Moscú; Editorial MIR, 1986.—477 p.
20. Wilson Ch. Computer Integred Machine Design. New Jersey: Prentice Hall, 1997.—646 p.

## **Caso No. 10 Análisis y Solución de las Averías en el Sistema de Lubricación del Molino de Crudo N° 1 de la Fábrica de Cemento de la ciudad de Cienfuegos, Cuba.**

### **Autores:**

**Dr. Rafael Goytisoló Espinosa<sup>1</sup>, Dr. Luis Castellanos González<sup>2</sup>, Ing. Raúl Hernández Acosta<sup>3</sup>, Ing. Eldis R. Goytisoló Betancourt<sup>4</sup>, Ing. Borys Lio Alonso<sup>5</sup>, Ing. Luis Haro Becerra<sup>6</sup>, Ing. Yoel Rodríguez Peña<sup>7</sup>, Ing. Allán Arbelo de la Barca<sup>8</sup>, Ing. Osnel Rubio Cánceres<sup>9</sup>.**

### **(ESTO NO HACE FALTA)**

1 - Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

2 - Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

3 - Ingeniero Mecánico. Especialista de la Empresa de Cemento.

4; 5; 6; 7; 8; 9 - Ingenieros Mecánicos. Colaboradores de la Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

## **1. INTRODUCCIÓN**

A finales de 1995 se presentaron un conjunto de fallas en el Molino de Crudo N° 1 de la Empresa de Cemento “Karl Marx” de Cienfuegos en Cuba, que obligaron a realizar un trabajo de investigación que culminó con la reparación del molino [9]. Entre los trabajos que se ejecutaron se encuentra la reparación por soldadura de un conjunto a grietas de fatigas que se detectaron en el muñón del cojinete de apoyo de salida del molino que condujo, producto de la necesidad de maquinado y rectificado posterior del muñón, a que el diámetro de este se viera reducido de 2 000 mm que era el diámetro original a 1 996 mm de diámetro nominal. La adecuación de la teja del cojinete al nuevo diámetro del muñón se llevó a cabo mediante el relleno de la misma con metal Babbitt de la superficie de fricción y el maquinado a un diámetro de 1998<sup>-0,4</sup> mm, lo que resolvió momentáneamente el problema, pero después de cierto tiempo de explotación, debido a problemas tecnológicos durante la operación de relleno, la teja volvió a fallar reiteradamente por lo que se decidió no rellenar, sino remaquinar sobre la misma capa existente de metal antifricción, con un diámetro nominal de 1 996 mm. El problema se plantea en esta ocasión era la determinación de la clarencia diametral del ajuste del cojinete que garantiza las mejores condiciones de lubricación así como el esclarecimiento de la presión de operación del sistema, datos estos que no están disponibles en la documentación técnica del molino. Se plantea además la posibilidad de la recuperación de la bomba de alta presión que tenía dañados los cojinetes de apoyo.

Los objetivos de la presente investigación fueron:

1. Determinar el ajuste más adecuado entre teja y muñón para el cojinete hidrostático de apoyo de salida del molino que garantice las condiciones más adecuadas de lubricación e impida la falla del mismo.
2. Realizar la recuperación de la bomba de alta presión del sistema de lubricación del molino.

## **2. Desarrollo.**

En la Fig.1 Se muestra el esquema del molino de crudo N°1 y sus partes componentes donde se puede apreciar la posición que ocupan los “truniums”.

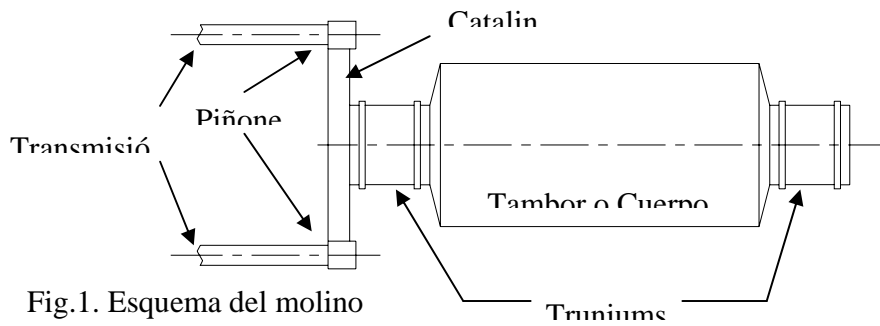


Fig. 1. Esquema del molino

El molino cuenta con dos sistemas independiente para cada cojinete de apoyo. Los cojinetes del molino trabajan con lubricación hidrostática.

Las bombas de alta presión (una para cada cojinete) son las encargadas de suministrar el aceite de alta presión a los orificios de lubricación (cuatro para cada chumacera como muestra en la Fig.2 ) para generar la componente hidrostática de la carga. El aceite empleado en la lubricación retorna al tanque de donde es bombeado por las bombas de baja presión (una para cada cojinete) para su filtraje y enfriamiento en el correspondiente enfriador ubicado en la parte superior del recipiente de aceite.

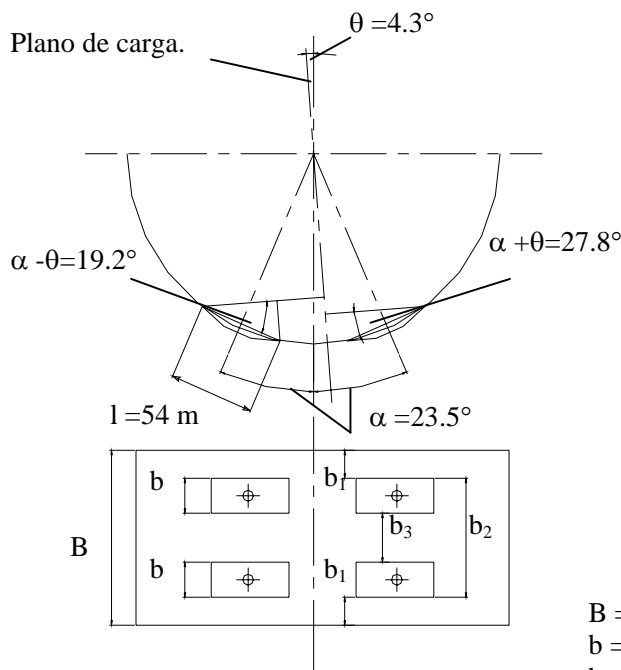


Fig. 2. Esquema de la teja donde se pueden apreciar las ranuras de lubricación.

B = 499 m.  
 b = 120 mm.  
 b<sub>1</sub> = 100 mm.  
 b<sub>2</sub> = 299 mm.  
 b<sub>3</sub> = 59 mm.

**Especificaciones Técnicas de las bombas del sistema.**

**Bombas de alta presión.**

Tipo A G 3L  
 Fabricación Alemana (RDA)  
 Caudal 63 l/ min  
 Presión nominal 160 kgf / cm<sup>2</sup>  
 Presión máxima 200 kg f / cm<sup>2</sup>

**Bombas de baja presión.**

Tipo BUG 4,4 RE  
 Fabricación Alemana (RDA)  
 Caudal 63 l/ min  
 Presión nominal 10 Kg f / cm<sup>2</sup>  
 Presión de succión 0,5 Kg f / cm<sup>2</sup>  
 Presión de succión 20,5 kg f / cm<sup>2</sup>

Temperatura de trabajo - Hasta 80 °C.

**Datos de motor eléctrico:**

Tipo KMR 13254  
 Fabricación Alemana (RDA)  
 Potencial Nominal 85 kW  
 Velocidad del giro 1450 r/min  
 Voltaje nominal 440 V  
 Frecuencia 60 Hz

**Datos del motor eléctrico:**

Tipo KMR 80 G4  
 Fabricación Alemana (RDA)  
 Potencial Nominal 1,7 kN  
 Velocidad de giro 1746 r/min  
 Voltaje nominal 440 V  
 Frecuencia 60 Hz

**Datos de lubricante.**

El lubricante recomendado por el fabricante del molino es el R-50, el equivalente CUPET de este lubricante es el circulación 100 y por recomendación de la UDP con el objetivo de disminuir los surtidos de lubricantes de la Empresa se utiliza actualmente el aceite Reductor 150. De la firma MARAVEN de Venezuela. Las propiedades fundamentales de estos lubricantes se muestran en la Tabla 1.

Tipo de lubricante	Viscosidad en cSt a :			Punto de inflamación °C
	40 °C	50 °C	100 °C	
R – 50	-	50 ± 5	-	200
Circulación 100	100	64	11,2	254
Reductor 150	150	77	14,5	254

El peso específico del aceite Reductor 150 es  $\rho = 893 \text{ kg / m}^3$  a 15 °C, el índice de viscosidad es 95. Según las especificaciones técnicas del sistema de lubricación del molino de aceite no debe trabajar a una temperatura superior a los 80°C. Se asumirá para el cálculo de las propiedades del lubricante una temperatura de trabajo  $t = 70 \text{ }^\circ\text{C}$ . La densidad del aceite a la temperatura de operación se calcula, si se conoce la densidad de 15°C para la siguiente expresión [4].

$$\rho_{70^\circ} = \rho_{15^\circ} - 0.00063 (70 - 15)$$

$$\rho_{70^\circ} = 0,893 - 0.00063 (55)$$

$$\rho_{70^\circ} = 0.858 \text{ kg / m}^3$$

Para el cálculo de la viscosidad a la temperatura de operación se utilizó la Carta de Viscosidad - Temperatura de la ASTM [12] para la cual es necesario expresar las viscosidades a dos temperaturas en SSU.

La ecuación que relaciona la viscosidad en cSt. Con la viscosidad en SSU es la siguiente [8].

$$v_{cSt} = 0,22 \text{ SSU} - \frac{180}{\text{SSU}}$$

Arreglando convenientemente esta ecuación.



$$SSU^2 - \frac{V_{CST}}{0.22} \cdot SSU - 812.2 = 0$$

Sustituyendo las viscosidades  $v_{cSt}$  para  $t = 40 \text{ }^\circ\text{C}$  y para  $t = 100 \text{ }^\circ\text{C}$  se obtiene:

$$SSU_{70} = 172.$$

De donde:

$$v_{cSt 70} = 0.22 SSU_{70} - 180/SSU_{70}.$$

$$v_{cSt 70} = 36.8 \text{ cSt}$$

La viscosidad absoluta a esta temperatura.

$$\mu_{cp70} = \rho_{70} v_{cSt} = 0.858 \cdot 36.8 = 31.6 \text{ centipoises.}$$

Expresándola en las unidades del sistema M.K.S.

$$\mu_{70} = 1.02 \cdot 10^{-4} \mu_{cp70} \text{ kg-s/m}^2$$

$$\mu_{70} = 32.2 \cdot 10^{-4} \text{ kg-s/m}^2$$

## 2.1 Cargas sobre el molino

El molino en operación normal está sometido a un conjunto de cargas transversales que

determinan la magnitud de las reacciones en los apoyos. Estas cargas son:

- Pesos propios de las diferentes partes componentes del molino.
- Carga de bolas empleadas para la trituración.
- Carga del material que se tritura en un instante determinado en el molino.
- Carga de inercia originada por el hecho de que durante la operación una parte de la carga de bolas y del material permanece en contacto con la superficie inferior del tambor, pero producto del giro del mismo ocupa una posición excéntrica.
- Carga dinámica originada por el hecho de que durante el proceso de trituración del material una parte de la carga de bolas y del material realizan un vuelo parabólico en el interior del molino y al caer golpea el cuerpo en su parte inferior interior originándose una carga dinámica complementaria.

Todas estas cargas fueron determinadas de acuerdo a la documentación técnica del molino y utilizando las ecuaciones de la teoría general de los molinos de bolas de la industria de cemento [1,3,5]

En la Tabla 2 se dan los valores de estas cargas y los símbolos empleados para su identificación.

## **2.2 Reacción en los cojinetes de apoyo**

En las Fig. 3 a) y b) se muestran los esquemas de cargas que actúan sobre el molino tanto en el plano vertical como en el plano horizontal y las correspondientes reacciones en los cojinetes de apoyo.

La carga resultante sobre el cojinete más cargado que es el correspondiente al apoyo de entrada A será:

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{(141.7)^2 + (1880.47)^2}$$

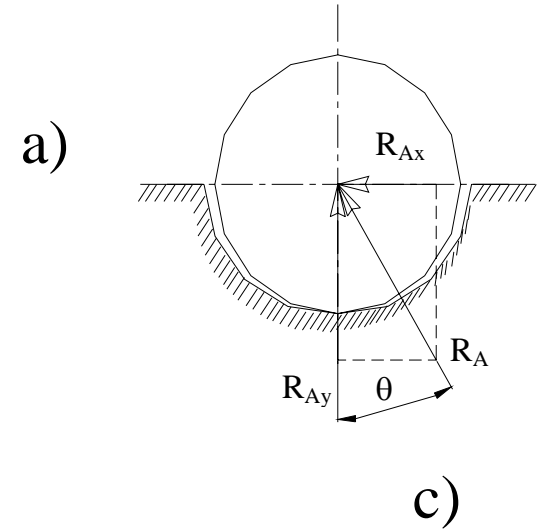
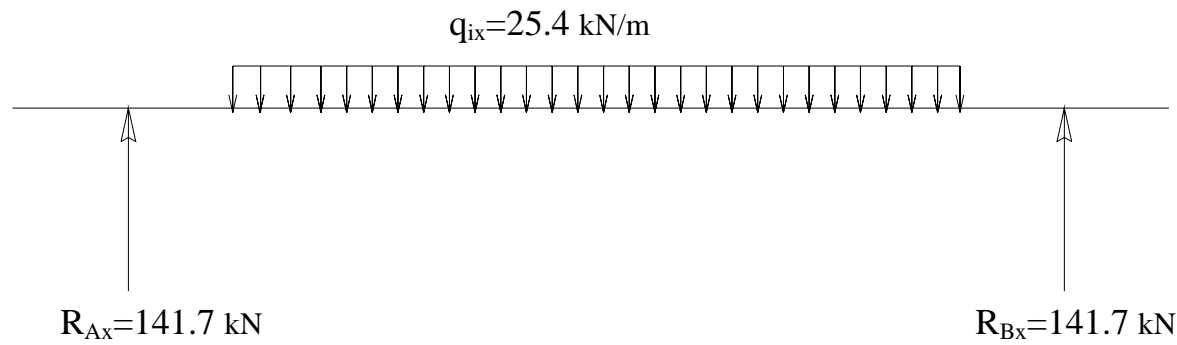
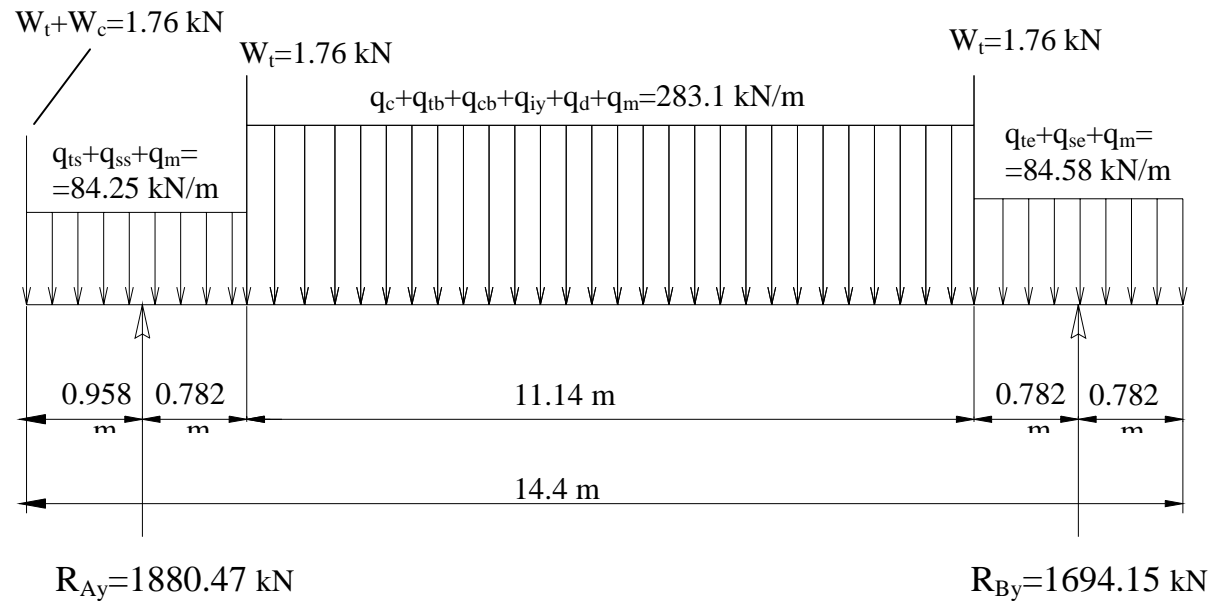
$$R_A = 1886 \text{ kN}$$

Esta carga ocupa una posición inclinada con relación al eje vertical del molino (Fig.3 c.), o sea:

$$\theta = \arctan \frac{R_{Ax}}{R_{Ay}} = \arctan \frac{141.7}{1880.47} = \arctan 0.0754$$

$$\theta = 4.3^\circ$$

La velocidad de giro del molino es  $n = 15,45$  rev/min.



- b)
- a). Plano vertical.
  - b). Plano horizontal.
  - c). Carga resultante el apoyo A.

Fig. 3. Cargas que actúan sobre el molino.



### 2.3 Capacidad hidrodinámica del cojinete.

Para tener una idea de cuales son los valores óptimos de la clarencia diametral desde el punto de vista de la capacidad de carga y el calentamiento del cojinete en condiciones de lubricación hidrodinámica (fricción fluida ) y poder evaluar mucho más objetivamente el comportamiento del cojinete en condiciones de lubricación hidrostática se procedió a trazar las curvas de espesor mínimo de la película  $h_{\min}$  vs  $\Delta$  y de temperatura media del lubricante  $t_{\text{med}}$  vs  $\Delta$  suponiendo que el cojinete no tuviera las cuatro ranuras de lubricación, o sea, pudiera trabajar en condiciones de lubricación hidrodinámica.

El cojinete tiene un diámetro nominal después de la reparación de “trunium” de  $d = 1\ 996$  mm y un ancho  $B = 499$  mm, de donde  $\lambda = B/d = 499/1996 = 0,25$ .

El espesor mínimo de la película hidrodinámica que se origina en el cojinete depende de la clarencia diametral  $\Delta$  (diámetro del cojinete - diámetro del eje) y de la excentricidad relativa  $\chi = \frac{2l}{\Delta}$  que se origina en el cojinete dadas las condiciones de carga, giro y viscosidad del

lubricante y dimensiones básicas a través de la ecuación:  $h_{\min} = \frac{\Delta}{2} (1 - \chi)$

Donde:

$e$  - es la excentricidad absoluta entre los centros del cojinete y del eje en operación.

Si  $\chi = 1$  el eje no flota y está en contacto total con la superficie del cojinete. Si por el contrario  $\chi = 0$  la capacidad de flotación del cojinete es tal que los centros del eje y del cojinete ocupan una posición concéntrica y el espesor de la película sería igual a la mitad de la clarencia. Si la lubricación es hidrodinámica al inicio de la operación como  $n = 0$ ,  $\chi = 1$  y en la medida que el árbol alcanza su velocidad de giro el mismo ocupa una posición excéntrica donde  $1 \geq \chi \geq 0$ .

La excentricidad relativa se puede obtener en los gráficos dados en [13] para  $\lambda = 0,25$  en dependencia del número de Sommerfeld.

$$S = \left(\frac{d}{\Delta}\right)^2 \frac{\mu_t \cdot n}{k}$$

Donde:

$d$  - Diámetro nominal de eje en mm.

$\Delta$  - Clarencia diametral en mm.

$\mu_t$  - Viscosidad del aceite a la temperatura de trabajo en  $\text{kg}\cdot\text{s}/\text{m}^2$

$n$  - Velocidad de giro en r/s.

$$k = \frac{R}{B \cdot d} \text{ en } \text{kg}/\text{m}^2$$

Donde:

$R$  - Carga radial en kgf.

$B$  - Ancho del cojinete en m.

$d$  - Diámetro del cojinete en m.

<b>Tabla N° 2 Cargas sobre el Molino de Bolas de Crudo N° 1 de la Empresa de Cemento</b>							
Tipo de Carga ( Elemento )	Cant.	Vol. m <sup>3</sup>	masa kg	Peso total kN	Longitud de aplicación m	Carga distribuida KN/m	Símbolo
<b>Pesos propios</b>							
Trunium de entrada.	1	1,152	9019,4	88,45	1,51	58,57	q <sub>t.e</sub>
Trunium de salida.	1	1,359	10640,2	104,345	1,74	59,97	q <sub>t.s</sub>
Sinfín de entrada.	1	0,257	2010,0	19,718	1,51	13,06	q <sub>s.e</sub>
Sinfín de salida.	1	0,257	2010,0	19.718	1,74	11,33	q <sub>s.s</sub>
Cuerpo del molino con blindaje.	1	-	146 300,0	1434,9	11,14	128,80	q <sub>c</sub>
Catalina.	1674	-	14426,0	141,5	-	-	W <sub>c</sub>
Tornillos del blindaje.	30	-	1483,2	14,55	11,14	1,30	q <sub>t.b</sub>
Tornillos catalina.	30	-	179,04	1,756	-	-	W <sub>t</sub>
Tornillos brida entrada.	30	-	179,04	1,756	-	-	W <sub>t</sub>
Tornillo brida salida.	30	-	179,04	1,756	-	-	W <sub>t</sub>
Carga de bolas.	-	-	118 000,0	1157,3	11,14	103,90	q <sub>c.b</sub>
Carga del material a moler en el molino	-	-	-	184,5	14,40	12,95	q <sub>m</sub>

Tabla N° 2 (continuación)							
Tipo de Carga (Elemento)	Cant.	Vol. m <sup>3</sup>	masa kg	Peso total kN	Longitud de aplicación m	Carga distribuida kN/m	Símbolo
Fuerzas de inercia por posición excéntrica del material y de la carga de bolas	-	-	-	202,2	11,14	18,15	q <sub>iY</sub>
	-	-	-	283,4	11,14	25,40	q <sub>ix</sub>
Carga dinámica por impacto de las bolas y la carga en el fondo del molino.	-	-	-	200,4	11,14	18,00	q <sub>d</sub>

En dependencia de la excentricidad relativa  $\chi$  para  $\lambda = 0,25$  se obtiene el parámetro de coeficiente de fricción  $(d/\Delta) f$ , de donde se puede calcular el valor del coeficiente para cada valor de la clarencia diametral  $\Delta$ .

La temperatura media de trabajo de aceite en el cojinete se puede calcular sobre la base del siguiente balance de energía en el cojinete.

Para un régimen estacionario de trabajo, la cantidad de calor  $W$  que se genera por el rozamiento de las capas de aceite en la película tiene que ser igual a la cantidad de calor que se disipe en el cojinete.

$$W = W_1 + W_2$$

Siendo:

$W_1$  - la cantidad de calor que es derivada por el aceite que circula a través del cojinete.

$W_2$  - la cantidad de calor que es derivada a través del metal del cojinete.

Estos calores se calculan por las expresiones.

$$W = \frac{R \cdot v \cdot f}{427} \quad \text{kcal/s}$$

Donde:

$R$  - Carga radial sobre el cojinete en kgf.

$v$  - Velocidad de deslizamiento en m/s.

$f$  - coeficiente de fricción.

$$W_1 = c \cdot \gamma \cdot Q \cdot \Delta t \quad \text{kcal/s}$$

Donde:

$c$  - Calor específico del aceite en kcal/kg

$\gamma$  - Peso específico en kg/m<sup>3</sup>

$Q$  - Flujo de aceite que circula por el cojinete en m<sup>3</sup>/s.

$$W_2 = \alpha \cdot \pi \cdot d \cdot B \cdot \Delta t \quad \text{kcal/s}$$

Donde:

$\alpha$  - Coeficiente de transferencia de calor en kcal /m<sup>2</sup> s °C.

d - Diámetro del cojinete en m.

B - Ancho del cojinete en m.

En estas dos últimas expresiones.

$$\Delta t = t_{med} - t_{ent}.$$

Teniendo en cuenta que para todas las marcas de aceites  $c \cdot \gamma \approx 405$  y seguir [4] para cojinetes de construcción pesada con intensidad derivación de calor, por ejemplo, con enfriamiento por agua del aceite, que es el caso que se tiene  $\alpha = 0,033$  kcal /m<sup>2</sup> .s. °C, se obtiene que:

$$t_{med} = t_{ent} + \frac{R \cdot v \cdot f}{427(c \cdot \gamma \cdot Q + \alpha \cdot \pi \cdot d \cdot B)}$$

Donde para:

$$R = 1886 \text{ kN} = 188 \text{ 600 kgf}$$

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60} = \frac{\pi \cdot 1.996 \cdot 15.45}{60} = 1.518 \text{ m/s}$$

$$Q = 63 \text{ l/min} = 1.05 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$d = 1.996 \text{ m}$$

$$B = 0.499 \text{ m}$$

Se tiene que:

$$\Delta t = 1267.45 \text{ f } ^\circ\text{C}$$

La temperatura media del aceite se calculó suponiendo que el mismo puede ser enfriado en el sistema de enfriamiento hasta una temperatura de 40 °C lo que es una suposición conservadora.

En la Tabla 3 se dan los resultados del cálculo del espesor mínimo de la película y de la temperatura media en el cojinete y del coeficiente de fricción para diferentes clarencias diametrales y en la figura 4 se dan las dependencias gráficas correspondientes.

El espesor permisible de la película se calcula por la expresión [4]:  $[h_{min}] = n (R_{z1} + R_{z2} + y_{piv})$

Donde:  $R_{z1}$  y  $R_{z2}$  son las alturas medias de las irregularidades del muñón y del casquillo. En el caso de superficies torneadas de gran diámetro con Grado de Exactitud 8 se puede tomar  $R_{z1} = R_{z2} = 20 \mu\text{m}$ .

Para cojinetes autoalineantes, como son los cojinetes del molino:  $y_{piv} = 0$ . Tomando  $n = 3$  se tiene que:  $[h_{min}] = 3(20 + 20) = 120 \mu\text{m}$

La temperatura permisible en el aceite según las recomendaciones del fabricante es:  $[t] = 80 \text{ }^\circ\text{C}$ .

En la Fig. No.4 se muestran los resultados del cálculo. Como se puede apreciar la clarencia óptima del cojinete con acción hidrodinámica sería  $\Delta = 150 \mu\text{m}$  donde se obtiene el mayor espesor de la película de  $h_{min} = 266,3 \mu\text{m}$  y la temperatura media del aceite no excede los 60 °C.

En general la capacidad de disipación de calor del cojinete es buena y las temperaturas se mantienen aún para las clarencias diametrales más pequeñas por debajo de los 80 °C. Esta condición es ideal en el caso de los molinos de bolas ya que el mismo se arranca con la carga de bolas en su interior y en los momentos de arranque y parada no se produce acción hidrodinámica y la película se reduciría a valores por debajo de  $[h_{min}]$  de aquí que en estos equipos se utilice la lubricación hidrostática [7].

En la lubricación hidrostática las ranuras de lubricación se disponen en la zona de carga rompiéndose totalmente la acción hidrodinámica. El espesor de la película en este caso depende exclusivamente de la presión con que se suministra el aceite y del caudal de éste. La ventaja es que la película es independiente de velocidad de giro del molino y se pudo generar incluso estando el molino estático. Se procederá a continuación a analizar las condiciones en que se desarrolla la lubricación hidrostática del molino.



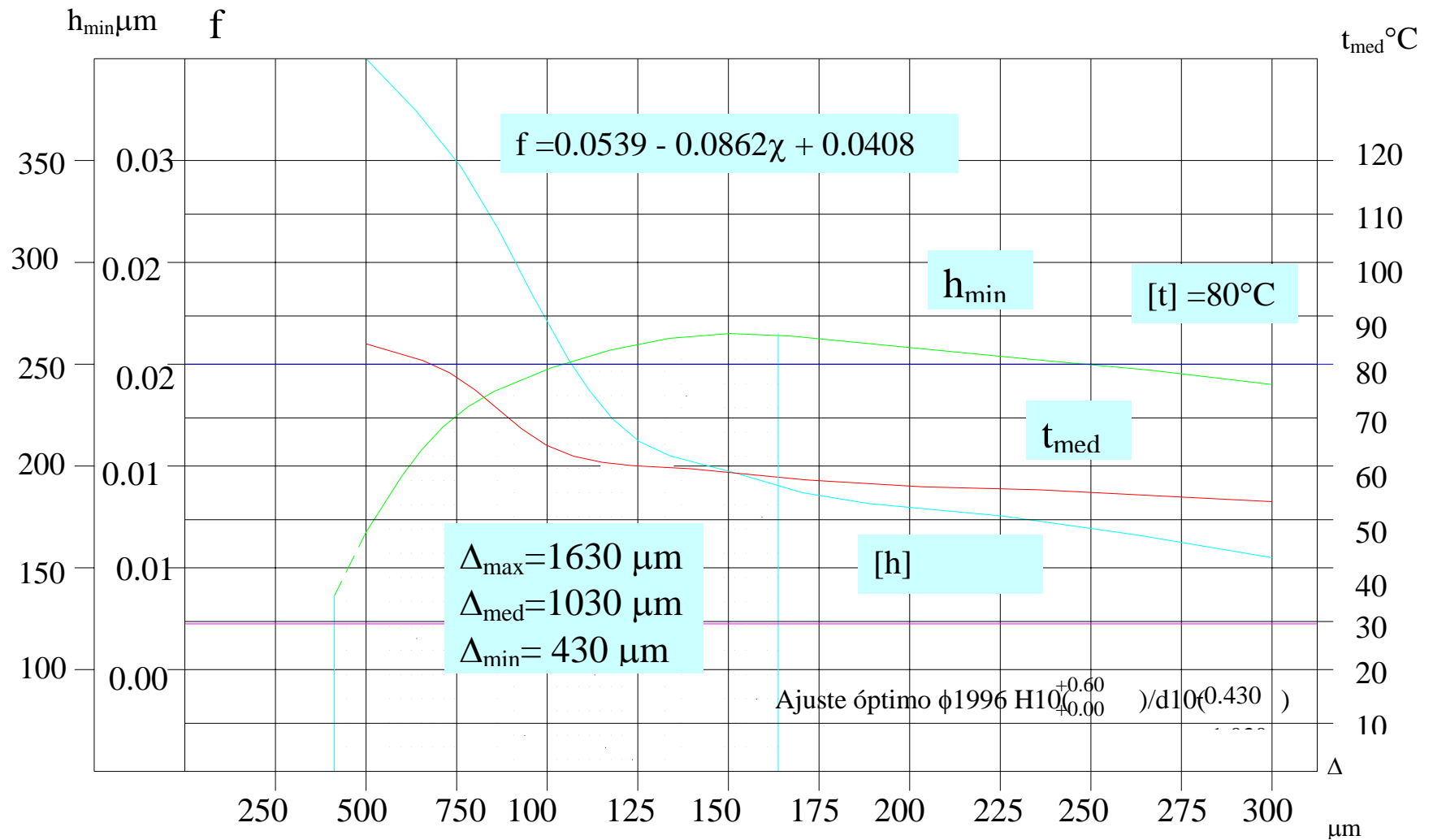


Fig. 4. Dependencia gráfica de *espesor mínimo de la película*, el *coeficiente de fricción* y la *temperatura media del aceite* del cojinete en condiciones de **lubricación hidrodinámica**.



**Tabla 3. Parámetros del cojinete con lubricación hidrodinámica.**

$\Delta$ ( $\mu\text{m}$ )	$\left(\frac{d}{\Delta}\right)^2$	$\frac{\mu_{70} \cdot n}{k}$	$S = \left(\frac{d}{\Delta}\right)^2 \frac{\mu_{70} \cdot n}{k}$	$\chi$	$h_{min} = \frac{\Delta}{2}(1 - \chi)$ ( $\mu\text{m}$ )	$\left(\frac{d}{\Delta}\right) \cdot f$	f	$\Delta t = 1267.5 f$ $^{\circ}\text{C}$	$t_{med} = t_e + \Delta t$ $^{\circ}\text{C}$
500	$16 \cdot 10^6$	$0.43 \cdot 10^{-6}$	6.88	0.23	167.5	140	0.035	44.4	84.4
750	$7,1 \cdot 10^6$	"	3.05	0.40	225.0	80	0.030	38.0	78.0
1000	$4 \cdot 10^6$	"	1.72	0.51	245.0	37	0.0185	23.5	63.5
1250	$2.56 \cdot 10^6$	"	1.10	0.59	256.3	26	0.0163	20.7	60.7
1500	$1.78 \cdot 10^6$	"	0.765	0.645	266.3	20	0.0150	19.0	59.0
1750	$1.3 \cdot 10^6$	"	0.560	0.70	262.5	15	0.0132	16.7	56.7
2000	$1 \cdot 10^6$	"	0.430	0.738	262.0	3	0.0130	16.5	56.5
2500	$0.64 \cdot 10^6$	"	0.280	0.80	250.0	9	0.0113	14.3	54.3
3000	$0.44 \cdot 10^6$	"	0.190	0.84	240.0	7	0.0106	13.4	53.4

## 2.4 Capacidad hidrostática del cojinete.

En condiciones de lubricación hidrostática la capacidad de carga del cojinete depende de la presión del aceite en el sistema y de su distribución de acuerdo a la disposición de las ranuras con relación al plano de carga. En la Fig. 2 se muestra un esquema con las dimensiones de las cuatro ranuras de lubricación, su posición relativa con relación al plano de carga y la distribución de presiones en la sección transversal del cojinete.

La capacidad de carga no es más que la integral de la presión a través del área proyectada en la dirección perpendicular al plano de carga del cojinete.

El resultado de esta integración para este cojinete en particular es:

$$R = p \left[ \left( b_2 \cdot l + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot b_1 \cdot l \right) \cos(\alpha + \theta) + \left( b_2 \cdot l + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot b_1 \cdot l \right) \cos(\alpha - \theta) \right] \cdot \frac{9.81}{1000}$$

Sustituyendo las dimensiones, se obtiene:

$$R = 38.66 p \text{ [kN]}$$

Donde p se expresa en kgf / cm<sup>2</sup>.

En condiciones normales, la carga radial sobre el cojinete es R = 1886 kN, de donde se obtiene que para garantizar, en condiciones de lubricación hidrostática, la sustentación del cojinete se requiere una presión  $p \geq 48,8 \text{ kgf / cm}^2$ .

Como se demostró en el trabajo [9], el molino operó en condiciones anormales de trabajo con un solo accionamiento en la transmisión, con una desalineación entre los apoyos de 4 mm y con una excentricidad considerable del centro de masa, condiciones en las cuales la carga radial alcanzó un valor de R = 3878 kN, la presión necesaria para la sustentación en este caso es de  $p \geq 100,3 \text{ kgf / cm}^2$ . La bomba de alta presión, producto del desgaste que presentan los cojinetes de apoyo, tiene dificultades para suministrar el caudal requerido a esta presión, su eficiencia volumétrica en estas condiciones es muy baja y no garantiza el espesor mínimo requerido para evitar el contacto entre las asperezas de la superficie, provocándose consecuentemente la falla del cojinete.

Se analizará a continuación como se puede calcular el espesor mínimo de la película, partiendo de que la bomba de alta presión trabaja con su flujo nominal, el cual fluye a través de los laterales de las ranuras de lubricación hacia el borde lateral exterior del cojinete.

Según [7] específicamente para el caso de molinos de bola con una disposición de las ranuras en la dirección circunferencial tal como la que se presenta en el caso analizado se propone la siguiente expresión.

$$h_{\min} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot q \cdot m \cdot b_1}{p \cdot l_T}} \quad [\text{cm}]$$

Donde:

$q = Q/2 = 1050/2 = 525 \text{ cm}^3/\text{s}$  - es el flujo hacia uno de los laterales del cojinete.

$\mu_{70} = 31.6 \text{ cp} = 0.316 \text{ poisses}$  - la viscosidad del lubricante a la temperatura de trabajo.

$b_1 = 10 \text{ cm}$  - distancia de la ranura al borde del cojinete.

$l_T = 2 \cdot l = 2 \cdot 54 = 108 \text{ cm}$  - longitud total de las ranuras.

p - presión del aceite en las ranuras en dinas/cm<sup>2</sup>

En la Tabla 4 se muestran los valores de la capacidad de carga radial hidrostática del cojinete, el espesor mínimo de la película y la temperatura media del aceite en el cojinete para diferentes presiones del sistema entre 30 y 160 kgf/cm<sup>2</sup>.

Para el cálculo de la  $t_{med}$  se determinó primeramente la excentricidad relativa partiendo de que en el cojinete se garantice una clarencia mínima del ajuste de  $\Delta = 430 \mu m$ , correspondiente al ajuste H10/d10, para el cual se producirían los mayores valores de temperatura media.

De donde:

$$\chi = 1 - \frac{2 \cdot h_{min}}{D_{min}}$$

Para obtener los valores del coeficiente de fricción en el cojinete para estas condiciones de trabajo se halló la ecuación de correlación existente entre  $f = f(\chi)$  de acuerdo a los datos de la Tabla 2 y se utilizó entonces esta correlación en el balance térmico.

El cálculo de la  $t_{med}$  se determinó aplicando las ecuaciones del balance térmico tal como se hizo al evaluar la acción hidrodinámica del cojinete.

En la Fig. 5 se muestran las dependencias gráficas de los parámetros mencionados en función de la presión del sistema.

Como se puede apreciar en estos resultados, para garantizar una adecuada capacidad de carga radial y una temperatura media de trabajo del aceite en el cojinete  $t_{med} < 80^{\circ} C$  se requiere una presión en el sistema  $p \geq 50 \text{ kgf/cm}^2$ . La bomba de alta presión juega un papel fundamentalmente el trabajo del sistema y es necesario garantizar que la misma será capaz de trabajar a una presión superior a  $p \geq 50 \text{ kgf/cm}^2$  con una eficiencia volumétrica adecuada.

Se procederá a continuación a describir el trabajo que se desarrolló con relación a la bomba de alta presión y la tecnología de recuperación de la misma.

## 2.5 Recuperación de la bomba de alta presión.

La recuperación de la bomba de alta presión se llevó a cabo en las siguientes etapas:

- Defectado de la bomba.
- Recuperación de los elementos dañados.
- Evaluación en el banco de pruebas.
- Análisis económico.

## 2.6 Defectado de la bomba.

Motivado por las severas condiciones de trabajo, la bomba de alta presión presenta fallas provocadas por el desgaste de los bujes de bronce que constituyen los apoyos de los árboles de la misma, lo que ocasiona una elevación de la clarencia entre los piñones y la carcasa del lado de alta presión y provoca el desgaste y el rayado de la superficie interior del cuerpo del lado de baja, lo que provoca una pérdida sensible de la eficiencia de la bomba, disminuye el gasto de la misma y grandes pérdidas de la presión, lo cual impide que la misma pueda satisfacer las exigencias del trabajo en el molino y provoca la falla de los cojinetes de apoyo de éste.

Los cojinetes de apoyo de la bomba tienen una durabilidad muy baja. La Empresa ha tratado dar solución a este problema fabricando los bujes en los talleres de la misma pero la durabilidad de los mismos es aún muy baja.

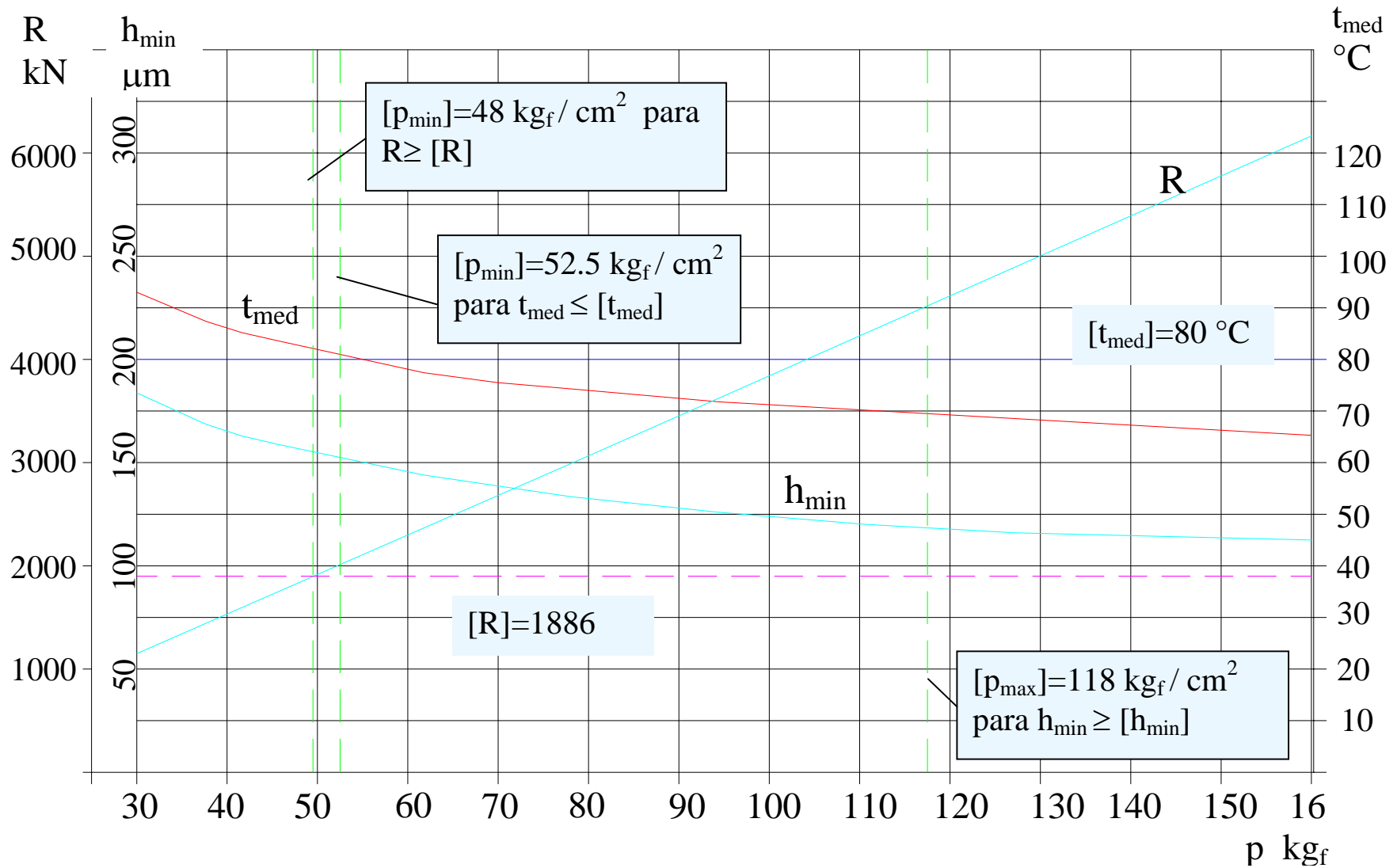


Fig. 5. Dependencia gráfica de espesor mínimo de la película, la capacidad de carga y la temperatura media del aceite del cojinete en condiciones de lubricación hidrostática.

**Tabla 4. Parámetros del cojinete con lubricación hidrostática.**

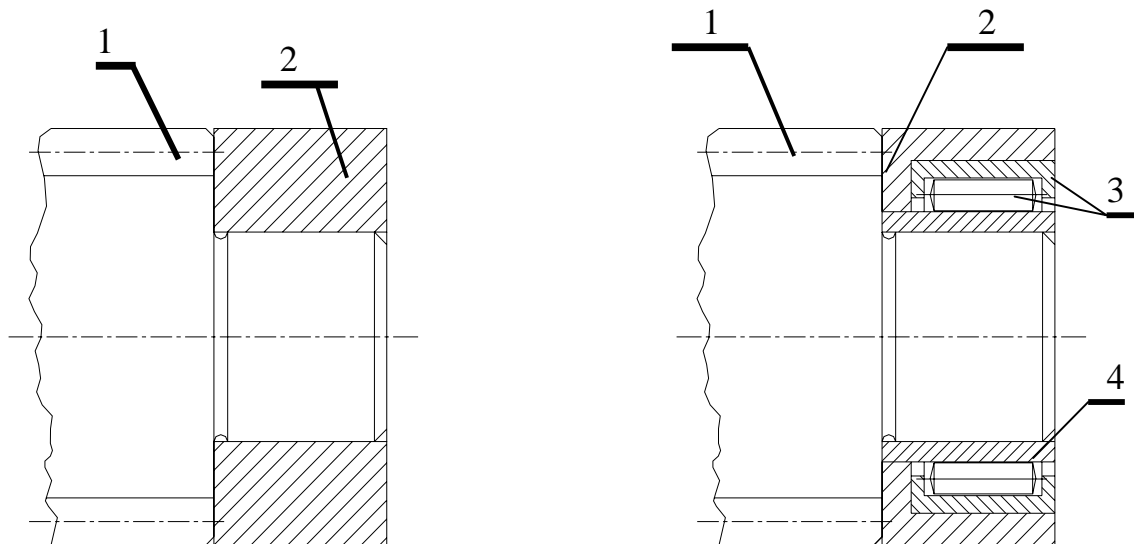
P (kgf/cm <sup>2</sup> )	p (dinas/cm <sup>2</sup> )	R (kN)	h <sub>min</sub> (μm)	$\chi_{\min} = 1 - \frac{2 \cdot h_{\min}}{\Delta_{\min}}$	f	Δt = 1267.5 f °C	t <sub>med</sub> = t <sub>e</sub> + Δt °C
30	29.43 10 <sup>6</sup>	1159.8	184.5	0.142	0.0425	53.9	93.9
40	39.24 10 <sup>6</sup>	1546.4	166.6	0.225	0.0366	46.4	86.4
50	49.05 10 <sup>6</sup>	1933.0	155.5	0.276	0.0332	42.1	82.1
60	58.86 10 <sup>6</sup>	2319.6	146.3	0.320	0.0305	38.7	78.7
80	78.48 10 <sup>6</sup>	3092.8	132.9	0.382	0.0269	34.1	74.1
100	98.10 10 <sup>6</sup>	3866.0	123.4	0.426	0.0246	31.2	71.2
120	117.72 10 <sup>6</sup>	4639.2	116.1	0.460	0.0229	29	69.0
160	156.96 10 <sup>6</sup>	6185.6	105.5	0.509	0.0206	26.1	66.1

La investigación realizada sobre el material de los bujes arrojó que el mismo es bronce al estaño. En el análisis microestructural se observó una disolución del tipo alfa, típica de estos bronce. Las pruebas de durezas realizadas dieron una dureza de los mismos de 60 HB. Lo más significativo es la presencia en los mismos de una capa muy fina de metal Babbitt sobre la superficie de trabajo cuya composición química no se pudo determinar, pero que indudablemente le aporta el metal mejores propiedades antifricción y mayor compatibilidad, penetrabilidad y conformabilidad. En los bujes fabricados por la Empresa esta capa está ausente, lo cual explica que las fallas de los molinos se produzcan en más breve tiempo.

## 2.7 Solución a la falla de los cojinetes de apoyo.

Con el objetivo de poder alcanzar una durabilidad mayor en los cojinetes de apoyo se decidió sustituir los bujes de bronce por rolletes de agujas, aprovechando las piezas de bronce que constituyen los bujes como elemento soporte y al mismo tiempo los mismos continúan cumpliendo su función de hermetizar las caras laterales de los piñones (el desgaste de esta superficie es mínimo en los bujes). La solución se esquematiza en las siguientes Figs. 6 a) y b).

En las construcciones modernas de bombas de engranajes los rolletes de agujas han ido sustituyendo en gran medida a los cojinetes de deslizamiento debido a su alta fiabilidad a su posibilidad de soportar cargas radiales elevadas.



*Construcción original.*

1. Árbol - Piñón.
2. Buje de bronce.

*Construcción modificada.*

1. Árbol - Piñón.
2. Buje de bronce.
3. Rollete de aguja.
4. Casquillo de acero.

Fig. 6. Solución a la falla de los cojinetes de la bomba de alta presión.

De acuerdo a un criterio dimensional se seleccionó el Rollete GPZ-943/40. Al cual se le retiró el aro interior y se procedió a encasquillar el eje con un casquillo de acero 18XGT que fue sometido a un tratamiento de cementación, temple y revenido posterior hasta una dureza de 60 HRC. Para el tratamiento térmico de los casquillos los mismos fueron colocados en un dispositivo en forma de pasador con un ajuste deslizante en el diámetro interior para evitar la ovalidad excesiva y garantizar la cementación de la capa exterior. Después de introducidos estos en el horno se reguló el goteo de queroseno o una presión de 70-75 mm de agua



durante un tiempo de 5 horas. El temple se realizó de forma directa sin extraer la carga del horno, se reguló la temperatura a 830 °C y se esperó a que ésta fuera constante, se cerró el goteo y se quitó la presión. El enfriamiento se realizó en aceite. El revenido se realizó a una temperatura de 180-200 °C durante dos horas y posteriormente se enfrió al aire. Se aprovechó la temperatura del revenido para dejar los casquillos montados en los alojamientos correspondientes en el árbol, mediante el prensado en caliente.

Los casquillos fueron rectificadas montados sobre los árboles-piñones a la medida del aro interior del rollete en una rectificadora cilíndrica por un operario altamente calificado.

Para garantizar la exactitud en la distancia entre centros de los alojamientos de los rolletes en la carcasa estos fueron maquinados en un taladro de coordenadas que garantiza la precisión adecuada.

Para el cálculo de la vida útil de rollete se utilizó el coeficiente de capacidad de carga dinámica reportado en el catálogo de estos rolletes [10]:  $C_d = 80\ 300$ . La carga radial sobre cada rollete se calculó para una presión de trabajo de la bomba en la zona de alta presión  $p_a = 80\text{ kgf/cm}^2$ , una presión de baja  $p_b = 0,5\text{ kgf/cm}^2$ . El ancho de los piñones  $B = 2.4\text{ cm}$ , la distancia entre centro  $A = 5.75\text{ cm}$  y el diámetro exterior  $D_e = 6.835\text{ cm}$ .

$$R_T = (p_a - p_b) \cdot B \cdot A + (p_a - p_b) \cdot \frac{D_e \cdot B}{2}$$

De donde  $R_T = 1785.5\text{ kgf}$

Para cada rollete  $R = 446.4\text{ kgf}$

Dado que:

$$C = R \cdot k_c \cdot k_r \cdot k_t \cdot (n \cdot h)^{0.3} \leq C_d$$

Para:

$k_c = 1.2$  - choques ligeros, sobrecargas hasta 125 %.

$k_r = 1.0$  - rota el aro interior.

$k_t = 1.0$  -  $t < 125\text{ °C}$

$n = 1450\text{ rpm}$ .

Se despejó la vida en horas:

$h = 12\ 340\text{ horas}$

Esta durabilidad se consideró aceptable. Al régimen de trabajo a que está sometida la bomba esta puede representar varios años de explotación.

Finalmente la bomba recuperadora fue montada en un banco de prueba y evaluada con resultados satisfactorios.

### 3. Conclusiones

Como conclusiones del trabajo se pueden establecer las siguientes:

1. Los cojinetes de apoyo del molino presentan una buena capacidad de acción hidrodinámica con el aceite reductor 150, sin embargo, se hace necesario utilizar la lubricación hidrostática ya que el molino se ve obligado a arrancar con carga, condición esta muy dañina para los cojinetes con lubricación hidrodinámica.
2. La lubricación hidrostática requiere la colocación de las ranuras de sustentación en la zona de carga, lo que provoca la ruptura de la acción hidrodinámica reduciendo esta última a menos del 20 % de la original.
3. La clarencia del cojinete que garantiza las mejores condiciones de lubricación y de durabilidad en el mismo se encuentra entre los 750-1000  $\mu\text{m}$ . Sobre esta base se eligió el ajuste ISO H10/d10 que garantiza una clarencia media de 1030  $\mu\text{m}$ .

4. En condiciones de lubricación hidrostática se garantiza una buena capacidad de carga para presiones del sistema mayores que  $50 \text{ kgf/cm}^2$  para las cuales la temperatura media de trabajo del aceite es menor que  $80 \text{ }^\circ\text{C}$ .
5. La bomba de alta presión es el elemento clave del sistema de lubricación, producto de la necesidad de lograr una adecuada presión y flujo de la misma para que la película sea gruesa. Si la eficiencia volumétrica cae la película se reduce y puede producirse el contacto metálico.
6. La variante utilizada para la recuperación de la bomba de alta presión se ajusta a la tendencia actual de utilizar rolletes de agujas en los piñones de las bombas de engranajes.

#### *Bibliografía*

1. Bauman V.A., Klushastsev B.V., Martinov V.D./Equipamiento mecánico de la industria de materiales de la construcción. /Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1981.-- 324 p.
2. Birger J.A., Shorr B.F., Schneidierovich R.M. / Calculo de la resistencia de piezas de máquinas. / Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1986.-- 606 p.
3. Duda W.H. / Manual tecnológico del cemento. / Barcelona: Editores Técnicos Asociados S.A., 1977.-- 332 p.
4. Elementos de máquinas. / Dobrovobolskil V....et.al. / Moscú : Editorial MIR, 1970.-- 662 p.
5. Equipamiento mecánico para la producción de materiales de la construcción. / Silenok S.G.....et.al / Moscú : Editorial Mashinostroenie, 1969.-- 199 p.
6. Faïres V.M. / Diseño de elementos de máquinas. / México: Editorial UTEHA, 1985.-- 802 p.
7. Fuller D. / Teoría y Práctica de la Lubricación. / D. Fuller. La Habana: Editora Revolucionaria, 1967.--544 p
8. Goytisoló R. / Diseño de elementos de máquinas. Folleto y tablas. / Santa Clara: Editado por U.C.L.V., 1973.-- 188 p.
9. Goytisoló. R. y otros. / Análisis de las fallas del “trunium” de salida del molino de crudo N° 1 de la Empresa de Cemento “Karl Marx”. Ponencia XI Forum de Ciencia y Técnica, 1996.--90 p.
10. GPZ. Ball and Roller Bearing. Moscú: Editorial Stankoimport. Catálogo Industrial.
11. Ivanov M.N. / Elementos de máquinas. / Moscú: Editorial Vishaya Schkola, 1991.-- 383 p.
12. Shigley J.E. / El proyecto en ingeniería mecánica / La Habana: Editora Revolucionaria, 1969.-- 658 p.
13. Shigley J.E./Diseño en Ingeniería. / México: Editorial Mc Graw Hill, 1977.-- 785 p.
14. Shigley J.E., Mitchell L.D./ Diseño en Ingeniería Mecánica./ México: Editorial Mc Graw Hill, 1985.-- 915 p.

Caso No. 11. Análisis y Solución de la falla por desgaste del cojinete de apoyo del engrane impulsor de la bomba de aceite de la caja hidromecánica de cambios del Montacargas Toyota 02 - 3FDE 35.

**Autores:**

**Dr. Rafael Goytisoló Espinosa<sup>1</sup>, Ing. Eivys González Herrera<sup>2</sup>, M.Sc. Rogelio Hernández Peña<sup>3</sup>**

1- Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica, Universidad de Cienfuegos.

2- Ingeniera Mecánica. Colaboradora de la Facultad de Mecánica de la Universidad de Cienfuegos.

3- Profesor Asistente. M.Sc. en Mecánica Aplicada. Facultad de Mecánica, Universidad de Cienfuegos. ( ESTO NO HACE FALTA )

## **1. Introducción.**

**Los montacargas Toyota de los almacenes pertenecientes a la Empresa de Servicios Portuarios del Centro en Cienfuegos, Cuba, se paralizaban producto de problemas que presentaban en la transmisión automática de velocidad, en particular en la bomba del sistema hidráulico del convertidor de torque, la cual sufría pérdidas de presión quedando la caja de velocidades fuera de servicio.**

Esto motivó la acción inmediata de los técnicos de la Empresa, los cuales después del desarme y defectado de la caja pudieron precisar que la pérdida de presión de la bomba se producía a causa de la caída de la eficiencia volumétrica, producto del desgaste del recubrimiento de bronce del casquillo del cojinete de apoyo del piñón impulsor. Este casquillo constituye el buje del cojinete, el mismo está compuesto por una concha de 360<sup>0</sup> de acero recubierta interiormente por una capa de bronce la cual se desgasta producto de la fricción con el eje del estator, sobre el cual se apoya el casquillo fijo del piñón en su giro a altas velocidades.

Este casquillo comenzó a ser recuperado por la Empresa mediante el relleno con bronce utilizando un dispositivo especialmente diseñado para este fin, por los técnicos de la misma y el posterior maquinado con la clarencia especificada por los fabricantes entre 0,030-0,079 mm, obteniéndose buenos resultados, sin embargo la durabilidad no era muy alta.

El desgaste de un cojinete de deslizamiento depende del tipo de fricción que se puede producir en el mismo dependiendo de las condiciones de trabajo: Carga, velocidad, viscosidad del aceite y clarencia relativa.

Si el conjunto de estos parámetros están bien seleccionados, la fricción puede ser fluida de manera que se cree en el cojinete una película gruesa de lubricante que excluya durante la operación el contacto metálico entre las partes, limitándose este contacto, y por lo tanto el desgaste, a los momentos de arranque y parada donde, producto de que la velocidad es menor en estos momentos que la nominal, no se genera una película gruesa, existiendo contacto metálico y desgaste en estos momentos.

En la proyección moderna de cojinetes de deslizamiento se utilizan las técnicas de optimización de la clarencia con el objetivo de elevar la durabilidad con un balance térmico adecuado. Con el fin de aportar estas técnicas al trabajo desarrollado en la Empresa de Servicios Portuarios del Centro se decidió llevar a cabo esta propuesta cuyos objetivos son:

1. Establecer la clarencia diametral óptima en el cojinete de deslizamiento de la bomba y seleccionar las tolerancias de maquinado del casquillo que garanticen las mejores condiciones de operación y la mayor vida de servicio.
2. Seleccionar el ajuste requerido para la fijación del casquillo al cuerpo del engrane impulsor, así como el material requerido con vistas a que la Empresa pudiera fabricar completamente dicho casquillo.

## **2. Desarrollo.**

### **2.1 Características generales de la bomba de aceite del convertidor de torque.**

En la Fig.1 se muestra un esquema de la caja de velocidades del montacargas donde se puede apreciar la posición del convertidor de torque (1), la bomba de aceite (3) y el casquillo (2) del cojinete de deslizamiento del piñón impulsor [12, 13,14].

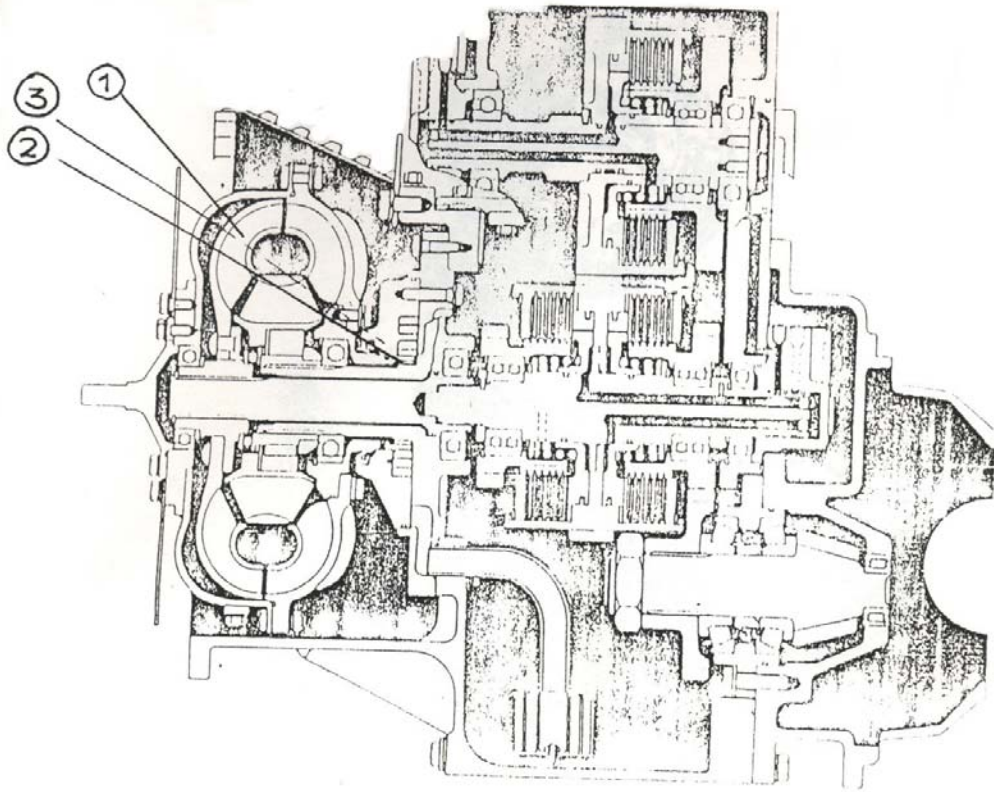


Fig. 1 Sección de la caja de velocidades del montacargas

La bomba es del tipo de engranes con dentado interior tal como se muestra en la fig. 2.

La misma está compuesta por las siguientes partes:

1. Carcaza o cuerpo de la bomba
2. Engranaje impulsor con su casquillo de apoyo
3. Engranaje impulsado de dentado interior
4. Media luna
5. Estator o apoyo del casquillo del engranaje impulsor

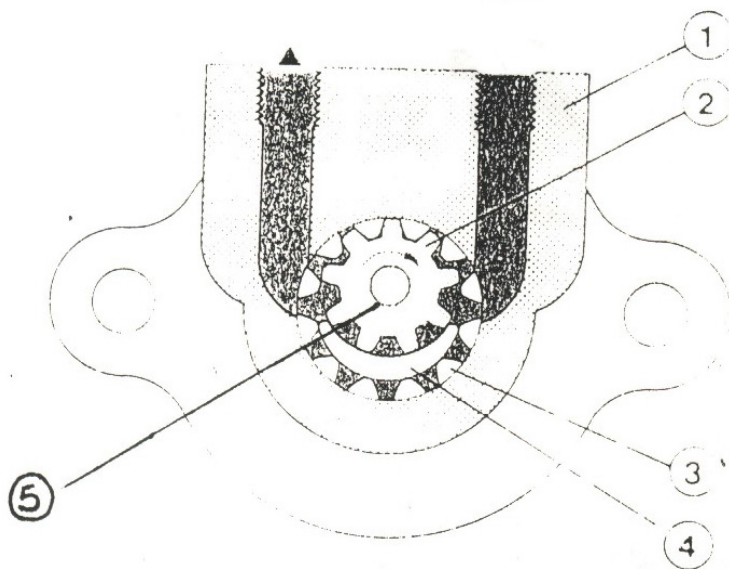


Fig. 2 Esquema de la bomba del montacargas

El objetivo de la bomba es suministrar aceite al circuito hidráulico de la caja de velocidad y del convertidor de torque a una presión  $p_a = 12 \text{ Kgf/cm}^2$  para los diferentes circuitos que permiten los cambios de velocidades cuando el operario los seleccione.

Cuando el operador selecciona algún cambio, los piñones de la caja de velocidad que se encuentran en toma constante pero sin transmitir potencia, comienzan a transmitir al ser acoplados, al accionar el sistema hidráulico el embrague correspondiente de discos múltiples y el convertidor de torque transmite el torque al sistema.

El convertidor de torque está acoplado al piñón impulsor de la bomba, girando este sobre el estator apoyado en el cojinete de deslizamiento, este piñón acciona a su vez al engrane impulsado y entre ambos provocan la acción de bombeo de aceite.

### 2.1 Parámetros de operación y dimensiones de los engranes de la bomba de aceite.

Del catálogo del convertidor de torque se pudo conocer que la presión de trabajo, o presión del lado de alta de la bomba es  $p_a = 12 \text{ Kgf/cm}^2$  y la presión de baja  $p_b = 0.5 \text{ Kgf/cm}^2$ , lo cual es típico en este tipo de elemento.

La velocidad de giro puede variar, siendo la máxima:  $n_{m\acute{a}x} = 2350 \text{ rev/min}$ , la velocidad de giro en vacío:  $n_{m\acute{i}n} = 750 \text{ rev/min}$  y la velocidad nominal  $n_{nom} = 1500 \text{ rev/min}$  [12].

Los restantes parámetros de la bomba se desconocen, así que fue necesario determinarlos mediante mediciones de dimensiones geométricas y cálculos.

Los datos obtenidos mediante mediciones de los piñones fueron:

- Piñón impulsor :

1. Número de dientes  $Z_1 = 28$
2. Diámetro exterior  $de_1 = 90mm$
3. Diámetro interior  $di_1 = 76.5mm$
4. Ancho del diente  $b = 15mm$

- Piñón impulsado:

1. Número de dientes  $Z_2 = 34$
2. Diámetro exterior  $de_2 = 109.5mm$
3. Diámetro interior  $di_2 = 96mm$
4. Ancho del diente  $b = 15mm$

Con estos datos se precisó el módulo del dentado y se comprobó que las mediciones fueran correctas y se calculó entonces los restantes parámetros de la bomba [3].

- Módulo del dentado.

Calculado a partir del diámetro exterior del engrane exterior.

$$m = \frac{de_1}{Z_1 + 2 \cdot f_0} = \frac{90}{28 + 2 \cdot 1.0} = 3mm \quad (1)$$

Calculado a partir del diámetro exterior del engrane de dentado interior.

$$m = \frac{de_2}{Z_2 + 2 \cdot (f_0 + C_0)} = \frac{109.5}{34 + 2 \cdot (1.0 + 0.25)} = 3mm \quad (2)$$

- Altura del diente.

$$h = (2 \cdot f_0 + C_0) \cdot m = (2 \cdot 1.0 + 0.25) \cdot 3 = 6.75mm = 0.675cm \quad (3)$$

- Desplazamiento geométrico de la bomba

Se calcula por la expresión [3]

$$q = 2 \cdot h \cdot b \cdot dp_1 \quad (4)$$

El diámetro de la circunferencia de paso de la rueda impulsora es:

$$dp_1 = Z_1 \cdot m = 28 \cdot 3 = 84 \text{ mm} = 8.4 \text{ cm}$$

De donde:

$$q = 2 \cdot 0.675 \cdot 1.5 \cdot 8.4 = 17 \text{ cm}^3/\text{rev}$$

- Caudal de la bomba.

El caudal en general se calcula por la expresión [7]

$$Q = \frac{q \cdot n \cdot \eta_0}{1000} \quad \text{l/min} \quad (5)$$

Donde:

$$q \rightarrow \text{cm}^3/\text{rev}$$

$$n \rightarrow \text{rev/min}$$

$\eta_0 \rightarrow$  Eficiencia volumétrica, asumiendo  $\eta_0 \cong 0.95$  (típico de estas bombas) [5], se tiene que:

$$Q_{\text{máx}} = \frac{17 \cdot 2350 \cdot 0.95}{1000} \cong 38 \text{ l/min}$$

$$Q_{\text{nom}} = \frac{17 \cdot 1500 \cdot 0.95}{1000} \cong 24.2 \text{ l/min}$$

- Torque en el eje.

Se calcula por la expresión [7]

$$Mt = 0.159 \cdot \frac{q \cdot p}{\eta_m} \quad \text{N} \cdot \text{m} \quad (6)$$

Donde:

$$q \rightarrow \text{cm}^3/\text{rev}$$

$$p \rightarrow \text{MP}$$

$\eta_m \rightarrow$  Eficiencia mecánica, asumiendo  $\eta_m \cong 0.97$  (típico en estas bombas), se tiene que:

$$Mt = 0.159 \cdot \frac{17 \cdot 1.2}{0.97} = 3.35 \text{ Nm}$$

- Potencia demandada

Se calcula por la expresión [7]

$$N = \frac{q \cdot n \cdot p}{60000 \cdot \eta_m} \quad (7)$$

De donde:



$$N_{m\acute{a}x} = \frac{17 \cdot 2350 \cdot 1.2}{60000 \cdot 0.97} = 0.824 \text{ kW} \quad N_{nom} = \frac{17 \cdot 1500 \cdot 1.2}{60000 \cdot 0.97} = 0.526 \text{ kW}$$

## 2.2 Datos del aceite empleado en la transmisi3n.

El aceite empleado en la transmisi3n es el Autom3tico DX-II, el cual ha sido dise1ado como lubricante y fluido hidr3ulico para transmisiones autom3ticas y direcciones hidr3ulicas. Se elabora con aceite b3sico paraf3nicos de alta calidad a los cuales se le incorporan aditivos multifuncionales que le imparten a los lubricantes terminados un alto 3ndice de viscosidad, propiedades antidesgaste, antioxidantes, antiherrumbrantes y antiespumantes.

Cumple las especificaciones, FORD, DB y VW en transmisiones autom3ticas. ALLISON C3 y CARTERPILLAR TO-2 en transmisiones de fuerza y SPERRY VICKERS M-2950 S y EL-286-S en fluidos hidr3ulicos.

Las caracter3sticas fundamentales son [2].

- Viscosidad a 40° C en CSt ..... 56.81
- Viscosidad a 100° C en CSt..... 9.59
- Punto de inflamaci3n en °C..... 214.0
- 3ndice de viscosidad ..... 150.0
- Densidad a 15°C ..... 0.876

La temperatura de trabajo del aceite en la transmisi3n seg3n datos del fabricante debe estar alrededor de los 70°C.

La densidad del aceite a esta temperatura es [4].

$$\rho_{70} = \rho_{15} - 0.00063 \cdot (70 - 15) \quad (8)$$

$$\rho_{70} = 0.876 - 0.00063 \cdot 55 = 0.841$$

La viscosidad en Segundos Saybolt Universales (SSU) se calcula por la expresi3n [4].

$$SSU^2 - \frac{V_{CSt}}{0.22} \cdot SSU - 818.2 = 0 \quad (9)$$

De donde para las especificaciones t3cnicas:

$$SSU_{40} = 261.34 \text{ y } SSU_{100} = 57.76$$

Llevando estas dos viscosidades al diagrama viscosidad temperatura de la ASTM [10] se puede obtener la viscosidad en  $SSU_{70}$ , de donde:

$$SSU_{70} = 100$$

La viscosidad en CSt a 70°C es:

$$U_{70} = 0.22 \cdot SSU_{70} - \frac{180}{SSU_{70}} \quad (10)$$

$$U_{70} = 0.22 \cdot 100 - \frac{180}{100} = 20.2 \text{ CSt}$$

Finalmente se hace necesario obtener la viscosidad dinámica del lubricante en centipoises a la temperatura de trabajo, la cual se calcula por la expresión [3].

$$\eta_{70} = \rho_{70} \cdot U_{70} \quad (11)$$

De donde:

$$\eta_{70} = 0.841 \cdot 20.2 = 17 \text{ cP}$$

y en las unidades del sistema MKS

$$\eta_{70} = 1.02 \cdot 10^{-4} \cdot 17 = 17.34 \cdot 10^{-4} \text{ Kg} \cdot \text{s}/\text{m}^2$$

### 2.3 Factores de diseño en los cojinetes de deslizamiento.

En el diseño de cojinetes de deslizamiento se distinguen dos grupos de variables. En el primer grupo están aquellos cuyos valores son predeterminados o están bajo control del diseñador. Estas son:

1. El diámetro nominal del cojinete – d
2. La longitud del cojinete – L
3. El ángulo de abrace del muñón por el cojinete –  $\beta$
4. La velocidad de giro del muñón –  $\eta$
5. La carga por unidad de área proyectada del cojinete – p
6. La viscosidad del lubricante –  $\eta$
7. La clarencia diametral entre cojinete y muñón –  $\Delta$

En el caso analizado no se puede controlar ninguna de las primeras cinco variables ya que estas están predeterminadas en el diseño de la bomba hidráulica. La viscosidad está recomendada por el fabricante, aunque se pudieran realizar cambios en el aceite siempre que esto fuese factible y aconsejable. La séptima variable si está bajo control absoluto del diseñador y de ella dependerán

fundamentalmente los parámetros de operación, los cuales constituyen las variables del segundo grupo.

En este segundo grupo se hallan las variables dependientes, cambiando algunas de las variables del primer grupo se pueden modificar estas. El diseñador no tiene otra forma de control sobre las mismas. Estas variables son:

1. El espesor mínimo de la película --  $h_0$
2. El coeficiente de fricción --  $f$
3. La elevación de la temperatura del lubricante --  $\Delta t$
4. El flujo de lubricante que mueve el cojinete –  $Q$

Estas variables son los factores de diseño ya que al diseñar un cojinete de deslizamiento se hace necesario establecer cuales son los valores o rangos satisfactorios para estas variables de segundo grupo y después decidir que valores de las variables de primer grupo emplear para garantizar esas condiciones de operación.

#### **2.4 Empleo de técnicas de optimización en el diseño.**

Como se explicó las variables del primer grupo determinan la magnitud de las variables de segundo grupo o parámetros de operación. Una selección inadecuada de las primeras, o un inadecuado control de ellas durante la explotación (velocidad, viscosidad, etc.), o la fabricación (diámetro, clarencia diametral, etc.) pueden dar como resultado una película de lubricante demasiado delgada que condicione el contacto metálico de las irregularidades de la superficie del metal del cojinete y el del muñón y por lo tanto el excesivo desgaste, en este caso el flujo de aceite arrastrado por el cojinete será muy pequeño, insuficiente para disipar el calor que se genera producto de la fricción y el cojinete se sobrecalentará y finalmente podrá fallar por agarramiento.

Una de las variables del primer grupo que más influye en el comportamiento del cojinete es la clarencia diametral, de aquí que durante la optimización de los cojinetes se plotee el comportamiento de las variables del segundo grupo, en dependencia del valor de la clarencia diametral del cojinete.

En la Fig. 3 se muestra a modo de ejemplo las formas de estas gráficas para un intervalo completo de clarencias diametrales.

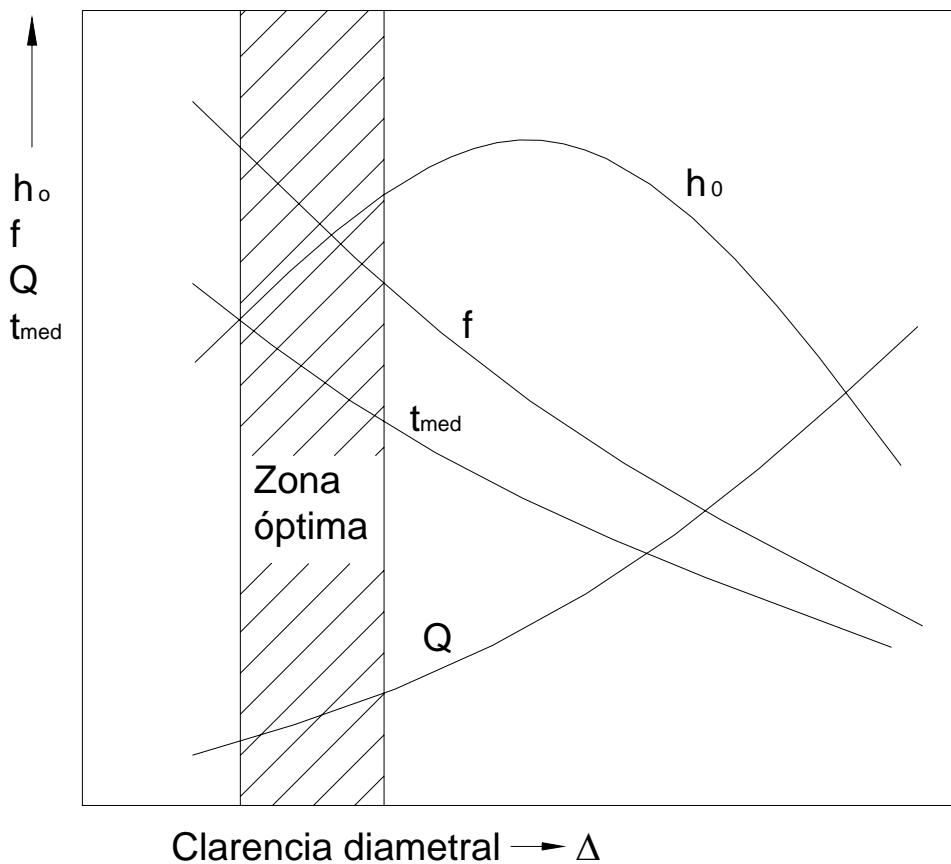


Fig. 3 Comportamiento de los parámetros de funcionamiento de los cojinetes en función de la clarancia diametral

La gráfica muestra que si la clarancia es pequeña, la temperatura será muy alta y muy pequeño el espesor de la película. Las temperaturas altas pueden condicionar la falla por fatiga del cojinete. En este caso al ser la película de aceite muy fina, las partículas extrañas no podrán pasar sin causar ralladuras o quedar encajadas en el cojinete. En este caso habrá gran desgaste y fricción excesiva, resultando un calentamiento intenso y posiblemente se produzca el agarramiento del cojinete.

En el caso de una holgura grande el espesor de la película también cae y no se excluye el contacto metálico, además de volverse ruidoso el trabajo del conjunto.

Cuando se toman en cuenta las tolerancias de producción y el desgaste futuro, la zona de clarancias diametrales óptimas se ubica a la izquierda del punto del diagrama donde se produce la película de mayor espesor. De esta manera, el futuro desgaste correrá el punto de operación hacia la derecha, incrementará el espesor de la película y descenderá la temperatura de operación. De esta, manera se logra una vida de servicio mucho más prolongada.

## 2.5 Datos del cojinete de apoyo del engrane impulsor

Los datos del cojinete objeto de estudio en esta investigación son:

- Diámetro nominal del cojinete –  $d$   
 $d = 55mm$

- Longitud del cojinete –  $l$   
La longitud media es  $l = 14mm$

- Relación  $\frac{l}{d}$   
 $\lambda = \frac{l}{d} = \frac{14}{55} \cong 0.25$

- Angulo de abrace  $\beta$   
 $\beta = 360^\circ$

- Velocidad de giro del cojinete y velocidad periférica.

La velocidad nominal de giro  $n = 1500r/min$  y la velocidad periférica  $V = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60000} \quad m/s \quad (12)$

Para  $d = 55mm$  y  $n = 1500r/min$

$$V = \frac{\pi \cdot 55 \cdot 1500}{60000} = 4.32m/s$$

- Carga radial sobre el cojinete  $R$

En la Fig. 4 se muestra la distribución de presiones sobre el engrane impulsor.

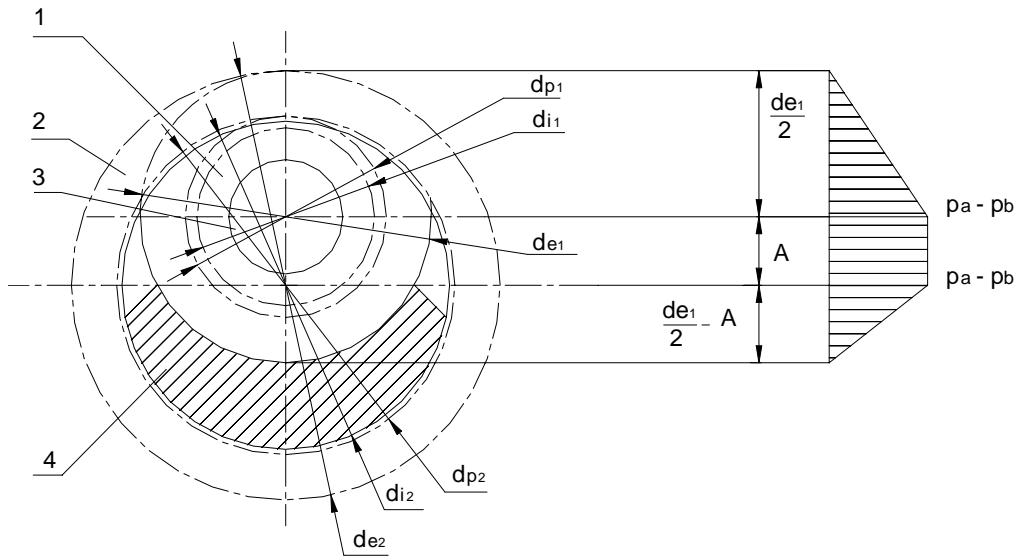


Fig. 4 Distribución de presiones sobre el engrane impulsor.

1. Engrane impulsor. 2. Engrane impulsado. 3. Cojinete de engrane impulsor. 4. Media luna.

La carga radial resultante sobre el cojinete será:

$$R = (p_a - p_b) \cdot A \cdot b + \frac{p_a - p_b}{2} \cdot \frac{de_1 \cdot b}{2} + \frac{p_a - p_b}{2} \cdot \left( \frac{de_1}{2} - A \right) \quad (13)$$

La distancia entre centros se calculó por la expresión:

$$A = \frac{dp_1 \cdot (i - 1)}{2} \quad (14)$$

Donde:

$A \rightarrow$  Distancia entre centros  $\rightarrow$  cm

$i \rightarrow$  Relación de transmisión

$$i = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{34}{28} = 1.2143$$

El diámetro de la circunferencia de paso de la rueda impulsora es:

$dp_1 \rightarrow$  Diámetro de la circunferencia de paso del engrane impulsor

$$dp_1 = Z_1 \cdot m = 28 \cdot 3 = 84 \text{ mm} = 8.4 \text{ cm}$$

De donde:

$$A = \frac{8.4 \cdot (1.2143 - 1)}{2} = 0.9 \text{ cm}$$

La carga radial sobre el cojinete es:

$$R = (12 - 0.5) \cdot 0.9 \cdot 1.5 + \frac{12 - 0.5}{2} \cdot \frac{9 \cdot 1.5}{2} + \frac{12 - 0.5}{2} \cdot \left( \frac{9}{2} - 0.9 \right) \cdot 1.5 = 85.4 \text{ kgf}$$

### **Carga por unidad de área proyectada (p).**

La carga por unidad de área proyectada se calcula por la expresión [3].

$$p = \frac{R}{l \cdot d} \quad (15)$$

Para  $R = 85.4 \text{ kgf}$ ,  $l = 0.014 \text{ m}$ ,  $d = 0.055 \text{ mm}$

$$p = \frac{85.4}{0.055 \cdot 0.015} = 10.35 \cdot 10^4 \text{ kgf/m}^2$$

## **2.6 Dependencia entre los parámetros de operación del cojinete y la clarencia diametral.**

Para optimizar la operación del cojinete se varió el valor de la clarencia diametral desde  $\Delta_{\text{mín}} =$  a  $\Delta_{\text{máx}} =$  y se calculó para cada valor de  $\Delta$  el número característico del cojinete o número de Sommerfeld.

$$S = \left( \frac{d}{\Delta} \right)^2 \cdot \frac{\eta_{70} \cdot n}{p} \quad (16)$$

Donde:

$S \rightarrow$  Número de Sommerfeld.

$d \rightarrow$  Diámetro del cojinete en mm.

$\Delta \rightarrow$  Clarencia diametral en mm.

$\eta_{70} \rightarrow$  Viscosidad absoluta a 70 °C en  $\text{kgf} \cdot \text{seg}/\text{m}^2$

$n \rightarrow$  Velocidad de giro del cojinete en  $\text{m}/\text{s}$

$p \rightarrow$  Carga por unidad de área proyectada en  $\text{kgf}/\text{m}^2$

En dependencia de los valores del número de Sommerfeld se pueden obtener los valores de los números adimensionales:

$$\text{Variable de espesor mínimo de la película} \rightarrow \chi = \frac{h_{\text{mín}}}{\Delta} \quad (17)$$

$$\text{Variable de fricción} = \left(\frac{d}{\Delta}\right) \cdot f \quad (18)$$

$$\text{Variable de flujo} = \frac{Q}{d \cdot \Delta \cdot n \cdot l} \quad (19)$$

$$\text{Variable de fugas laterales} = \frac{Q_s}{Q} \quad (20)$$

Estas variables aparecen ploteadas en función de  $S$  en los gráficos de [3,10,11] para cojinete de diferentes valores de  $\beta$  y de  $\lambda = \frac{l}{d}$ .

Conociendo el valor del coeficiente de fricción  $f$  y el valor del flujo arrastrado por el cojinete se puede hallar  $\Delta t$  de la ecuación de balance térmico del cojinete, como sigue:

Para un régimen estacionario de trabajo, la cantidad de calor  $W$  que se genera por la fricción en el cojinete tiene que ser igual a la cantidad de calor total que se disipa a través del aceite y del metal del cojinete. O sea:

$$W = W_1 + W_2 \quad (21)$$

Donde:

$W \rightarrow$  Calor generado en el cojinete  $\rightarrow kcal/seg$ .

$W_1 \rightarrow$  Calor disipado por el aceite  $\rightarrow kcal/seg$ .

$W_2 \rightarrow$  Calor disipado por el metal del cojinete  $\rightarrow kcal/seg$ .

Estos calores se calculan por las expresiones:

$$W = \frac{R \cdot V \cdot f}{427} \quad (22)$$

Donde:

$R \rightarrow$  Carga radial sobre el cojinete en  $kgf$ .

$V \rightarrow$  Velocidad de deslizamiento en  $m/s$ .

$f \rightarrow$  Coeficiente de fricción.

$$W_1 = C \cdot \gamma \cdot Q \cdot \Delta t \quad (23)$$

$$W_2 = \alpha \cdot \pi \cdot d \cdot b \cdot \Delta t \quad (24)$$



Donde:

$\alpha \rightarrow$  Coeficiente de transmisión de calor en  $kcal/m^2 \cdot s \cdot ^\circ C$

$C \rightarrow$  Calor específico del aceite en  $kcal/kg$

$\gamma \rightarrow$  Peso específico del aceite en  $kg/m^3$

$d \rightarrow$  Diámetro del cojinete en  $m$

$b \rightarrow$  Ancho del cojinete en  $m$

$Q \rightarrow$  Flujo de aceite en  $m^3/seg$

$f \rightarrow$  Coeficiente de fricción

Sustituyendo (22), (23) y (24) en (21) y despejando  $\Delta t$  se obtiene:

$$\Delta t = \frac{R \cdot V \cdot f}{427 \cdot (C \cdot \gamma \cdot Q + \alpha \cdot \pi \cdot d \cdot b)}$$

Además, teniendo en cuenta que para todas las marcas de aceite se puede considerar  $C \cdot \gamma \cong 405$  y según [3] para cojinetes con intensiva derivación de calor, que es el caso analizado, producto de que todo el conjunto está bañado en aceite,  $\alpha = 0.0033 kcal/m^2 \cdot s \cdot ^\circ C$ , se tiene que:

$$\Delta t = \frac{85.4 \cdot 4.32 \cdot f}{427 \cdot 405 \cdot Q + 0.0033 \cdot \pi \cdot 0.055 \cdot 0.014 \cdot 427}$$

$$\Delta t = \frac{369.1 \cdot f}{0.173 \cdot 10^{-6} Q + 0.034}$$

La temperatura media del aceite en el cojinete es según [3].

$$t_{med} = t_{ent} + \Delta t$$

Donde la temperatura de entrada del aceite en el cojinete se supone igual a la temperatura en el cárter de la caja:  $t_{ent} = 60^\circ C$ .

El espesor mínimo permisible de la película según [3] se calcula por la expresión:

$$[h_{mín}] = n \cdot (Rz_a + Rz_c + y_a)$$

Donde:

$Rz_a$  y  $Rz_c \rightarrow$  son las alturas medias de las irregularidades de las superficies del árbol y del cojinete respectivamente.

$y_a \rightarrow$  Flecha del árbol en el punto de apoyo. En este caso  $y_a = 0$

$n \rightarrow$  Factor de seguridad. Para grado de exactitud 6 ó 7 se recomienda el rectificado fino de las superficies, o sea,  $Rz = 0.8$  a  $1.6 \mu m$ , admitiendo  $Rz = 1.6 \mu m$  y un factor de seguridad  $n=2.0$ , se tiene que:

$$[h] = 2.0 \cdot (1.6 + 1.6) = 6.4 \mu m$$

Como temperatura máxima admisible se tomará  $[t_{med}] = 70^{\circ} C$ .

En la Tabla 1. Se muestran los resultados del cálculo de los parámetros de funcionamiento del cojinete en dependencia de la clarencia diametral y en la Fig. 5 se muestran las gráficas de estas dependencias y donde se han representado también los valores de  $[h_{mín}]$  y  $[t_{med}]$ , para establecer las zonas de clarencias óptima.

**Tabla1. Parámetros de funcionamiento del cojinete en dependencia de la clarencia diametral**

$\Delta$ $\mu m$	$\left(\frac{\Delta}{d}\right)$	$S = \left(\frac{d}{\Delta}\right)^2 \frac{\eta}{h}$	$\frac{h_o^2}{\Delta}$	$h_o$ $\mu m$	$\left(\frac{d}{\Delta}\right) \cdot \eta$	$f_o$	$\frac{Q}{d \cdot \Delta l \cdot t}$	$Q$ $m^3/s$	$\frac{Q_s}{Q}$	$Q_s$ $m^3/s$	$\Delta t$ $^{\circ}C$	$t_{med}$ $^{\circ}C$
20	$364 \cdot 10^{-6}$	3.175	0.60	6	70	0.026	4.30	$1.66 \cdot 10$	0.54	$0.90 \cdot 10$	29.88	89.88
30	$515 \cdot 10^{-6}$	1.41	0.46	6.9	33	0.018	5.8	$3.35 \cdot 10$	0.92	$3.08 \cdot 10$	10.83	70.83
40	$727 \cdot 10^{-6}$	0.79	0.36	7.2	20	0.0145	5.1	$3.93 \cdot 10$	0.79	$3.11 \cdot 10$	7.50	67.50
50	$909 \cdot 10^{-6}$	0.51	0.29	7.25	14	0.013	5.3	$5.10 \cdot 10$	0.84	$4.28 \cdot 10$	5.24	65.24
60	$1091 \cdot 10^{-6}$	0.353	0.23	7.05	11	0.012	5.5	$6.35 \cdot 10$	0.87	$5.53 \cdot 10$	3.91	63.91

70	1273·10 <sup>-6</sup>	0.26	0.20	7	8.5	0.011	5.6	7.55·10 <sup>-6</sup>	0.89	6.72·10 <sup>-6</sup>	3.03	63.03
80	1455·10 <sup>-6</sup>	0.20	0.17	6.8	7.3	0.0106	5.7	8.78·10 <sup>-6</sup>	0.90	7.90·10 <sup>-6</sup>	2.52	62.52
90	1636·10 <sup>-6</sup>	0.16	0.15	6.75	6	0.0098	5.8	105·10 <sup>-6</sup>	0.92	9.25·10 <sup>-6</sup>	2.04	62.04

## 2.7 Comprobación de la resistencia al agarramiento.

Aun cuando el cojinete esté optimizado y se garantice una lubricación hidrodinámica en condiciones normales de funcionamiento, esto no quiere decir que no se pueda producir contacto metálico entre las partes. Este contacto ocurre de hecho en los momentos de arranque y parada y puede ocurrir durante la operación en momentos de sobrecargas instantáneas. En los cojinetes de deslizamiento la falla por agarramiento es probable cuando  $v > 0.1 m/s$ .

Como cálculo para evitar el agarramiento se utiliza el criterio de limitar las presiones de contacto, la velocidad y el producto  $p \cdot v$ , o sea debe cumplirse que [3]:

$$p = \frac{R}{l \cdot d} \leq [p]$$

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60000} \leq [v]$$

$$p \cdot v = \frac{R \cdot n}{1910 \cdot l} \leq [p \cdot v]$$

En el cojinete objeto de estudio, como se calculó anteriormente:

$$p = 10.35 \cdot 10^4 \text{ Kgf}/m^2 = 10.35 \text{ Kgf}/cm^2$$

$$v = 4.32 m/s$$

$$p \cdot v = 44.7 \text{ Kgf} \cdot m/cm^2 \cdot s$$

En [3] se da para los broncees los siguientes valores admisibles:

$$[p] = 320 \text{ Kgf}/cm^2$$

$$[v] = 7.5 m/s$$

$$[p \cdot v] = 20 \text{ Kgf} \cdot m/cm^2 \cdot s$$

$$[t] = 160^\circ C$$

Aparentemente el producto  $p \cdot v > [p \cdot v]$ . Sin embargo en [4] se dan gráficas que precisan más el producto  $[p \cdot v]$ , o sea, se da la presión admisible del cojinete en dependencia de la velocidad y se puede comprobar que para los broncees al estaño, para  $v = 4.32 m/s$ ,  $[p] = 180 \text{ Kgf}/cm^2$  y para bronce al plomo  $[p] = 150 \text{ Kgf}/cm^2$ . O sea que la probabilidad de aparición del agarramiento está muy limitada.

## 2.8 Selección de la tolerancia del casquillo en el diámetro interior.

La tolerancia del casquillo para el diámetro interior hay que seleccionarla en condiciones de la recuperación de la bomba en función de la medida real efectiva que posea el árbol en el momento de la recuperación de manera que la holgura con relación a este sea menor que  $\delta_{m\acute{a}x} = 45\mu m$  y no debe ser menor que  $\delta_{m\acute{i}n} = 32\mu m$  (ver Fig. 5).

De la medición del diámetro para el montacarga que está siendo objeto de recuperación se obtuvo que el diámetro del árbol era:  $d_a = 54,60\text{ mm}$ . Por lo tanto la tolerancia del casquillo en el diámetro interior será:

$$\downarrow 54.6 \begin{matrix} +0.045 \\ +0.032 \end{matrix}$$

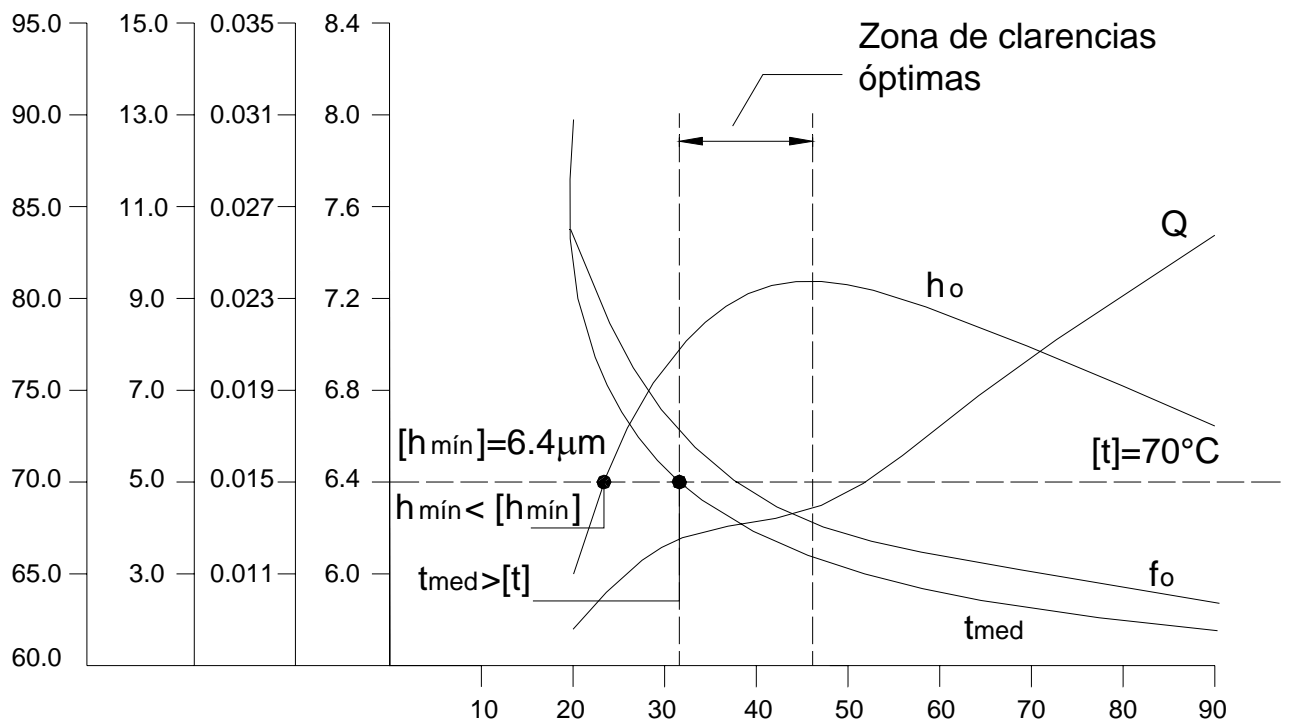


Fig. 5 Zona de clarencias óptima.

**Selección del ajuste requerido para la fijación del casquillo del cojinete al interior del engrane impulsor.**

El esquema de colocación del casquillo en el interior del engrane impulsor se muestra en la Fig. 6 .

El casquillo del cojinete está colocado por interferencia en las cuatro pestañas interiores del engrane impulsor. A través de ese dentado interior es accionado el engrane del convertidor de torque.

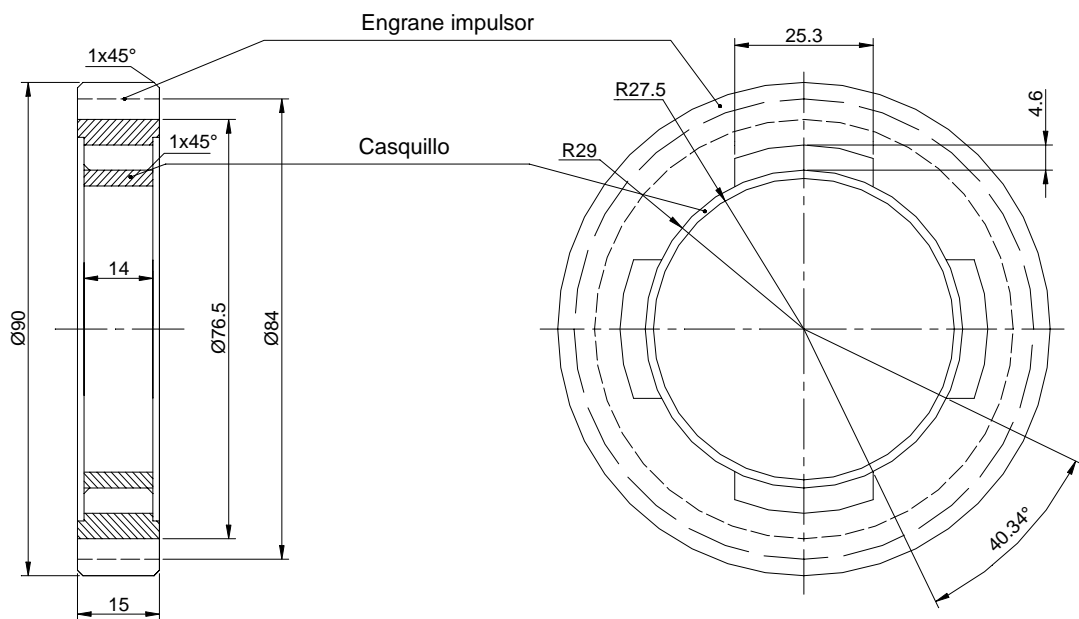


Fig.6 Esquema y dimensiones del montaje del casquillo del cojinete en el interior del engrane impulsor.

El momento de fricción máximo entre el casquillo del cojinete y el muñón del mismo (estator) será aquel que se produce cuando hay contacto metálico. Si asumimos un coeficiente de fricción alto en ese caso digamos  $fc_{m\acute{a}x} = 0.05$ , valor típico máximo en el caso de lubricación límite, entonces:

$$Mfr_{m\acute{a}x} = R \cdot fc_{m\acute{a}x} \cdot \frac{dc}{2}$$

Para  $R = 85.39 \text{ kgf}$  y  $dc = 5.5 \text{ cm}$ , se tiene que:

$$Mfr_{m\acute{a}x} = 85.39 \cdot 0.05 \cdot \frac{5.5}{2} \cong 12 \text{ kgf} \cdot \text{cm}$$

El ajuste por interferencia entre el casquillo y el engrane debe garantizar un par de fricción entre estas partes mayor que el de fricción máxima del cojinete, de manera que el casquillo no patine en su asiento.

El momento de fricción del ajuste por interferencia será [3].

$$Mfr_{ajuste} = Z \cdot p \cdot b \cdot b_1 \cdot f_a \cdot \frac{de}{2} \quad Kgf \cdot cm$$

Donde:

$Z \rightarrow$  Número de pestañas del encaje. De la fig. 6,  $Z = 4$ .

$p \rightarrow$  Presión requerida en el ajuste.

$de \rightarrow$  Diámetro exterior del casquillo. De la fig. 6,  $de = 5.8 \text{ cm}$

$p \rightarrow$  Presión requerida en el ajuste.

$de \rightarrow$  Diámetro exterior del casquillo. De la fig. 6,  $de = 5.8 \text{ cm}$

$b \rightarrow$  Ancho del casquillo en la dirección longitudinal,  $b = 1.4 \text{ cm}$

$b_1 \rightarrow$  Ancho del encaje en la dirección circunferencial. De la fig. 6:

$$b_1 = \frac{de}{2} \cdot \varphi = 2.9 \cdot 0.7 = 2.03 \text{ cm}$$

$f_a \rightarrow$  Coeficiente de fricción en el ajuste por interferencia según [3] para ensamblaje a presión  $f_a = 0.08$ .

De la condición que:

$Mfl_{ajuste} > Mfl_{m\acute{a}x}$  se puede despejar la presión requerida

$$p > \frac{2 \cdot Mfl_{m\acute{a}x}}{Z \cdot b \cdot b_1 \cdot de \cdot f_a}$$

$$p > \frac{2 \cdot 12}{4 \cdot 1.4 \cdot 2.03 \cdot 5.8 \cdot 0.08}$$

$$p > 4.55 \text{ kgf/cm}^2$$

La interferencia requerida para lograr esta presión se calcula de la expresión [3]:

$$\delta \geq \frac{p \cdot de \cdot (C_1 + C_2)}{E} \cdot 10^3 \quad \mu m$$

Donde:

$$p \rightarrow \text{kgf/cm}^2$$



$d_e \rightarrow mm$

$E \rightarrow kgf/cm^2$

$C_1$  y  $C_2$  Son dos constantes elásticas adimensionales que dependen de las dimensiones y del material de la pieza interior y exterior respectivamente. O sea:

$$C_1 = \frac{d^2 + d_1^2}{d^2 - d_1^2} - \mu_1 \qquad C_2 = \frac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2} + \mu_2$$

Donde:

$d \rightarrow$  Diámetro nominal del ajuste  $d = 58mm$ .

$d_1 \rightarrow$  Diámetro interior de la pieza interior (casquillo)  $d_1 = 55mm$ .

$d_2 \rightarrow$  Diámetro exterior de la pieza exterior (engrane), tomaremos  $d_2$  igual al diámetro interior del engrane,  $d_2 = 76.5mm$ .

$\mu_1 = \mu_2 = 0.3 \rightarrow$  coeficiente de Poisson del material de la pieza interior y exterior respectivamente. Ambas son de acero.

$$C_1 = \frac{58^2 + 55^2}{58^2 - 55^2} - 0.3 = 18.55$$

$$C_2 = \frac{76.5^2 + 58^2}{76.5^2 - 58^2} + 0.3 = 4.00$$

El módulo de elasticidad  $E = E_1 = E_2 = 2 \cdot 10^6 kgf/cm^2$ .

## 2.9 Comprobación de la resistencia mecánica del casquillo. Selección del material.

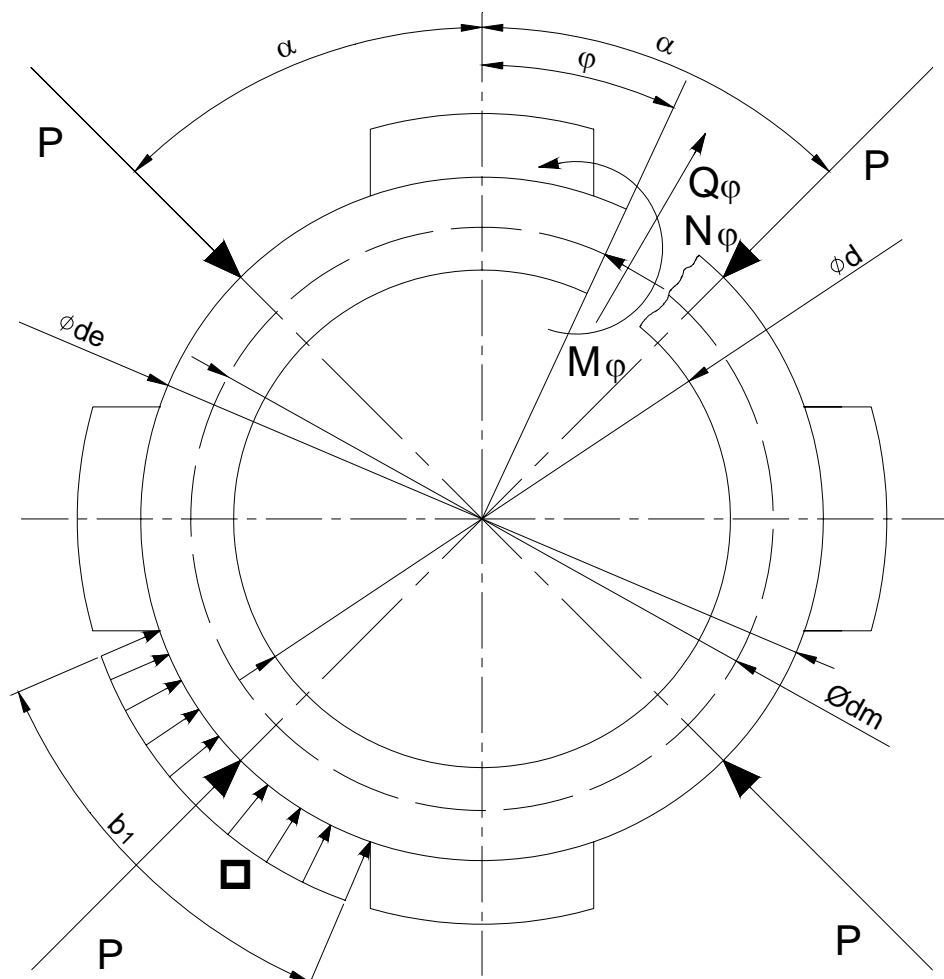


Fig. 7 Esquema de cargas sobre el casquillo.

En la Fig. 7 se muestra el esquema de análisis del casquillo bajo la acción de las cargas provocadas, producto del encaje por interferencia en el interior del engrane impulsor.

La carga  $P = p \cdot b_1 \cdot b \text{ kgf}$

El diámetro medio del casquillo  $d_m = 5.65 \text{ cm}$

Los valores de las fuerzas internas con una sección cualquiera con  $0 \leq \varphi \leq \alpha$  aparecen resueltas para este sistema hiperestático en [8]. Y son:

$$N_{\varphi} = \frac{P \cdot \cos \varphi}{2 \cdot \operatorname{sen} \alpha}$$

$$Q_{\varphi} = \frac{P \cdot \operatorname{sen} \varphi}{2 \cdot \operatorname{sen} \alpha}$$

$$M_{\varphi} = \frac{P \cdot dm}{4} \cdot \left( \frac{\cos \varphi}{\operatorname{sen} \alpha} - \frac{1}{\alpha} \right)$$

para  $\varphi = 0$

$$N_0 = \frac{P_1 \cdot \cos 0}{2 \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot P = 0.71 \cdot P \quad \text{kgf}$$

$$Q_0 = 0 \quad \text{kgf}$$

$$M_0 = \frac{P \cdot dm}{4} \cdot \left( \frac{\cos 0}{\operatorname{sen} \frac{\pi}{4}} - \frac{4}{\pi} \right) = \frac{P \cdot 5.65}{4} \cdot \left( \sqrt{2} - \frac{4}{\pi} \right) = 0.2 \cdot P \quad \text{kgf} \cdot \text{cm}$$

para  $\varphi = \alpha = \frac{\pi}{4}$

$$N_{\alpha} = \frac{P \cdot \cos \frac{\pi}{4}}{2 \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{4}} = \frac{P}{2} \quad \text{kgf}$$

$$Q_{\alpha} = \frac{P \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{4}}{2 \cdot \operatorname{sen} \frac{\pi}{4}} = \frac{P}{2} \quad \text{kgf}$$

$$M_{\alpha} = \frac{P \cdot dm}{4} \cdot \left( \frac{\cos \frac{\pi}{4}}{\operatorname{sen} \frac{\pi}{4}} - \frac{4}{\pi} \right) = \frac{P \cdot 5.65}{4} \cdot \left( 1 - \frac{4}{\pi} \right) = -0.386 \cdot P \quad \text{kgf} \cdot \text{cm}$$

La sección más crítica del casquillo es cuando  $\varphi = \alpha$ . Las tensiones en esta sección son:

$$\sigma = \frac{N_{\alpha}}{A} + \frac{M_{\alpha}}{W} \quad \text{kgf/cm}^2$$

$$\tau = \frac{Q_{\alpha}}{A} \quad \text{kgf/cm}^2$$

La tensión equivalente según la tercera hipótesis considerando que la tensión  $\tau$  se distribuye uniformemente en toda la sección del casquillo.

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2} \leq [\sigma]_t$$

Sustituyendo en esta expresión los valores de  $\sigma$  y  $\tau$ .

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\left(\frac{P}{2 \cdot A} + \frac{0.386 \cdot P}{W}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{P}{2 \cdot A}\right)^2} \leq [\sigma]_t$$

$$\text{Como } A = b \cdot t \quad \text{y} \quad W = \frac{1}{6} \cdot b \cdot (t)^2$$

Donde:

$b \rightarrow$  Ancho del casquillo en cm.

$t \rightarrow$  Espesor del casquillo.

Se tiene que:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\left(\frac{P}{2 \cdot b \cdot t} + \frac{0.386 \cdot P}{b \cdot t^2}\right)^2 + 4 \cdot \left(\frac{P}{2 \cdot b \cdot t}\right)^2} \leq [\sigma]_t$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{(2.38 \cdot P + 73.52 \cdot P)^2 + (4.76 \cdot P)^2} \leq [\sigma]_t$$

$$\sigma_{eq} = 76 \cdot P \leq [\sigma]_t$$

$$\text{La tensión admisible } [\sigma]_t = \frac{\sigma_f}{n}$$

Donde:

$n \rightarrow$  Factor de seguridad

$\sigma_f \rightarrow$  Límite de fluencia en  $\text{kgf/cm}^2$

De donde:

$$P \leq \frac{\sigma_f}{76 \cdot n} \quad \text{Kgf}$$

Teniendo en cuenta el pequeño espesor del casquillo se elegirá un acero aleado con tratamiento térmico para garantizar un alto límite de fluencia, pero con un contenido de carbono no muy alto para no afectar su soldabilidad. Se elegirá el acero 30XMA con (0.25-0.33)% de C, (0.8-1.1)% de Cr, (0.40-0.7)% de Mn, (0.17-0.37)% de Si, P y S  $\leq$  0.040, Ni  $\leq$  0.40 y (0.15-0.25)% de Mo, el cual con temple a 880°C en aceite y revenido a 560°C en agua o aceite alcanza

$$\sigma_f = 7500 \text{ kgf/cm}^2 \quad \text{y} \quad \sigma_u = 9500 \text{ kgf/cm}^2.$$

Se tiene que, para  $n = 1.5$

$$P \leq \frac{7500}{76 \cdot 1.5} \leq 65.8 \text{ kgf}$$

Calculando la presión que corresponde a esta fuerza P

$$p = \frac{P}{b \cdot b_1} \text{ kgf/cm}^2$$

$$b = 1.4 \text{ cm} \quad y \quad b_1 = 2.03 \text{ cm}$$

$$p = \frac{65.8}{1.4 \cdot 2.03} = 23.2 \text{ kgf/cm}^2$$

La interferencia que corresponde a esta expresión [3].

$$\delta \leq \frac{p \cdot d_e \cdot (C_1 + C_2)}{E} \cdot 10^3 \mu\text{m}$$

$$\delta \leq \frac{23.2 \cdot 58 \cdot (18.55 + 4)}{2 \times 10^6} \cdot 10^3 \mu\text{m}$$

$$\delta \leq 15.2 \mu\text{m}$$

O sea:

Tenemos que escoger un ajuste que garantice que la interferencia mínima  $\delta_{\min} \geq 2.9 \mu\text{m}$  para que la unión no deslice y la máxima sea menor que  $\delta_{\max} \leq 15.2 \mu\text{m}$  para que el casquillo resista con un factor de seguridad de 1.5.

Ninguno de los ajustes normados de ISA garantizan que la interferencia sea menor que  $\delta_{\max} < 15.2 \mu\text{m}$ , por lo que para poder especificar la tolerancia de la dimensión exterior del casquillo no queda otra alternativa que medir con exactitud el diámetro del orificio donde será prensado el casquillo y especificar entonces en el plano de taller del casquillo un diámetro exterior igual a:

$$d_{\text{ext. casquillo}} = d_{\text{orificio}} \begin{matrix} + 0.015\text{mm} \\ + 0.003\text{mm} \end{matrix}$$

$$d_{\text{orificio}} = 58.2 \text{ mm} \qquad d_{\text{ext. casquillo}} = 58.2 \begin{matrix} + 0.015\text{mm} \\ + 0.003\text{mm} \end{matrix}$$

En operación el casquillo se ve sometido además a una presión interior provocada por la carga radial R del cojinete. Esta presión fue calculada anteriormente y es igual a  $p = 10.35 \text{ Kgf/cm}^2$ . La tensión provocada por esta presión considerando el casquillo como una bóveda cilíndrica de paredes delgadas [8].

$$\sigma = \frac{p \cdot \frac{dm}{2}}{\delta}$$

Donde  $\delta$  es el espesor de la pared,  $\delta = 0.15 \text{ cm}$ .

$$\sigma = \frac{10.35 \cdot 5.65}{2 \cdot 0.15} \cong 195 \text{ Kgf/cm}^2$$

Como se aprecia estas tensiones son mucho más pequeñas que las provocadas por el encaje por interferencia y son de tracción, o sea, que ellas favorecen la resistencia del casquillo que está sometida a grandes tensiones de compresión.

## 2. Conclusiones.

3. La clarencia diametral que garantiza la mayor acción hidrodinámica en el cojinete y por consiguiente el mayor espesor de la película de lubricante es  $\Delta = 0,045 \text{ mm}$ .
4. Para garantizar una temperatura de trabajo en el cojinete, menor que el valor admisible  $[t] = 70^{\circ}$  se requiere una clarencia diametral mayor que  $\Delta = 0,032 \text{ mm}$ .
5. El rango de clarencias que garantizan las mejores condiciones de operación y la mayor vida de servicio es por lo tanto:  $\Delta = 0,032 - 0,045 \text{ mm}$ .
6. Para evitar el deslizamiento del casquillo en su encaje en las pestañas del engrane impulsor la interferencia mínima requerida del ajuste es  $\delta_{\min} \geq 2,9 \mu\text{m}$ .
7. Para garantizar la resistencia del casquillo se propone emplear acero 30XMA con temple y revenido.
8. La interferencia máxima que es capaz de soportar sin deformación el casquillo hecho de este material es  $\delta \leq 15,2 \mu\text{m}$ .

## Bibliografía

1. ACINOX. Cuba. Listado de precios de productos importados. Abril – Junio de 1999. Catálogo Industrial.
2. CUBALUB. CUPET. Cuba. Características de los aceites y grasas lubricantes. 1997. Catálogo Industrial.
3. Dobrovolsky V. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial MIR, 1975. 622p.
4. Goytisolo R. Tablas de Diseño de Elementos de Máquinas III, UCLV. Dpto. de Mecánica Aplicada, 1973. 60p.
5. MANNESMANN – REXROTH. Alemania. Training Hidráulico, 1981. Catálogo Industrial.
6. NC01-01. Selección de las desviaciones y ajustes de ISA, vigentes desde Marzo de 1972.
7. Petrov V.A. Transmisiones hidráulicas volumétricas de las máquinas autopropulsadas. Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1998. 244p.
8. Pisarenko G. S. Manual de resistencia de materiales. Moscú: Editorial MIR, 1989. 694p.
9. PROMSYRIOIMPORT. Rusia. Metallurgist's Handbook. Part I, 1965. Catálogo Industrial.

10. Shigley J, Mitchell L. Diseño en Ingeniería Mecánica. México: Editorial Mc Graw- Hill, 1985. 915p.
11. Stachowiak G. W. Batchelov A. W. Engineering Tribology Amsterdan: Editorial Elsevier, 1983. 872p.
12. TOYOTA. Japón. Transmisión del convertidor de par para los modelos de 3.5 – 4,5 ton. Catálogo Industrial.
13. TOYOTA. Japón. Manual de reparaciones Montacargas TOYOTA 02 – 3FDE35.