

ANÁLISIS Y SOLUCIÓN DE AVERÍAS EN ÁRBOLES

Autores: Dr. Rafael Goytisoló Espinosa, MSc. Juan G Noa Aguila y un grupo de Profesores - Investigadores del Colectivo de la Línea de Mecánica Aplicada de las Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez” y de la Universidad “Marta Abreu” de las Villas.

Octubre 2010
Año 52 de la Revolución

Prólogo

La Gestión de Vida de una Instalación Industrial cualquiera es una alternativa para aumentar su disponibilidad y fiabilidad a corto y mediano plazo y para alargar la vida útil del equipamiento y de la maquinaria a largo plazo. Este nuevo enfoque de la Gestión asociada a la Fiabilidad de la Maquinaria y del Equipamiento Industrial se fundamenta en los avances más recientes de la Ciencia y la Mecánica de los Materiales, en particular lo relacionado con la aplicación de las Técnicas de los Ensayos no Destructivos (END), las investigaciones asociadas a las Fallas de los Metales, al Perfeccionamiento de los Métodos de Cálculo de las Tensiones y al surgimiento y desarrollo, en los últimos 40 años, de una nueva rama de la Mecánica de los Sólidos Deformables: la Mecánica de la Fractura, que nos brinda la posibilidad de evaluar el grado de integridad física o estructural de un elemento en presencia de defectos, evaluar las condiciones en que estos defectos se desarrollan hasta su tamaño crítico y que tiempo de explotación se requiere para ese crecimiento, en fin, se aglutinan en esta metódica los últimos avances de la Ciencia en el Análisis y Solución de Averías, la Ingeniería Forense y el Análisis de Causa Raíz. Todo esto, unido a los avances en el desarrollo de los Métodos Numéricos, entre ellos y en particular el Método de los Elementos Finitos y de las Técnicas de la Computación, han permitido la elaboración de metodologías y programas de cálculo que pueden ser usados como elementos de Diagnóstico, en el Análisis de las Causas de Fallas, o como elementos de Pronóstico para una explotación fiable e incluso también como Elemento para lograr Diseños confiables y racionales. El Grupo de Mecánica Aplicada de la Facultad de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Cienfuegos ha venido preparándose en los últimos 25 años en la creación y perfeccionamiento de esta nueva tecnología y ha comenzado desde hace ya varios años, en colaboración con el Centro de Experimentación de la Construcción, CENEX y algunos profesores de la Línea de Mecánica Aplicada de la Universidad Central de Las Villas y las Empresas del Territorio la introducción de la misma en la práctica, en el Diagnóstico y Pronóstico de Averías en Sistemas Mecánicos y en las soluciones y decisiones que se derivan de su aplicación. El presente libro tiene como objetivos presentar los elementos fundamentales de la Gestión de Vida empleada específicamente como Herramienta de Diagnóstico o Pronóstico en el Análisis de Averías, la Aplicación de la Mecánica de la Fractura y los resultados obtenidos en numerosos Casos Estudiados por el colectivo en su aplicación durante los últimos años 25 Años.

Es de Destacar que el material incluido no es solo el resultado de la Aplicación en la Práctica Industrial, sino en la Docencia de Pregrado y Postgrado, donde en el Programa de Resistencia de Materiales II de la Universidad de Cienfuegos, está incorporado el Curso de Fundamentos de la Mecánica de la Fractura y en el 4to año de la Carrera de Ingeniería Mecánica se desarrolla actualmente la asignatura electiva: análisis y Solución de Averías de la cual este libro es el texto básico. y en la Maestría de Mecánica Aplicada de la Facultad de Mecánica de esta Universidad están incorporados los Cursos de Mecánica de la Fractura y dentro de los Cursos de Temas Avanzados de Elementos de Máquinas, Diseño de Equipos Estáticos y Dinámicos y Seminarios de Mantenimiento Industrial, se abordan muchos de las Casos de Averías aquí presentados. Además el autor principal ha desarrollado cursos de Postgrado en varias Empresas e Instituciones como son: Centro Experimental CENEX de Cienfuegos, Centro Nacional de Certificación de Equipos de Alto Riesgo (CNCI), Refinería de Petróleo “Camilo Cienfuegos” y Empresa de Cementos “Cementos Cienfuegos S.A.”. Ha desarrollado varias Conferencias en Congresos Internacionales en diferentes países sobre el Tema y se ha desarrollado un Curso sobre Análisis y Solución de Averías en la Maestría de Ingeniería Mecánica de la Universidad Nacional de Colombia en Bogotá.

Caso No. 1. Análisis y Solución de la Falla por Fatiga del Árbol Intermedio del Reductor Principal del Puente Trasero de la Transmisión de la Motoniveladora DZ-122 de Fabricación Rusa.

Autores:

Dr. Rafael Goytisol Espinosa¹, Ing. Manuel Martínez García², Ing. Alberto Pérez de la Fuente³

1. Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica, Universidad de Cienfuegos.
2. Ingeniero Mecánico. Colaborador de la Facultad de Mecánica, Universidad de Cienfuegos.
3. Profesor Auxiliar, Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

1. Introducción.

A mediados de la década de los 80, Cuba adquirió en la antigua URSS un grupo de motoniveladoras DZ-122. Este modelo de motoniveladora consistía en una versión modernizada de las motoniveladora DZ-557-1, la cual se venía explotando en Cuba desde hacia varios años sin grandes dificultades, en la construcción de caminos y carreteras y en diferentes tareas de movimiento de tierra de la construcción en general.

Desde las primeras horas de trabajo comenzaron a producirse roturas en el árbol intermedio del reductor principal del puente trasero, lo que motivó que la casi totalidad de estos equipos quedaran fuera de servicio. Todas esas máquinas estaban en el período de garantía, de aquí que la Empresa Comercializadora en Cuba solicitara al colectivo de Mecánica Aplicada de la Universidad de Cienfuegos una investigación que permitiera fundamentar una reclamación a la Empresa Suministradora en la URSS.

El Departamento de Mecánica de la Facultad de Ingeniería desarrolló la investigación, cuyos objetivos fueron:

- 1- Esclarecer las causas de las fallas del árbol intermedio del reductor principal del puente trasero de dichas motoniveladoras.

- 2- Proponer soluciones que permitieran poner dichas máquinas en explotación, evitando las roturas en servicio, y reduciendo las pérdidas económicas que se estaban produciendo en el proceso productivo.

2. Desarrollo.

2.1 Esquema de la transmisión.

En la transmisión de fuerza de la motoniveladora (Fig. 1), se encuentra: el motor (1), con el embrague (2), el árbol cardánico (3), a través del cual se transmite el momento torsor a la caja hidromecánica de cambios con convertidor de torque (4). El momento torsor se transmite al puente trasero a través del árbol cardánico (5).

En el árbol de entrada del puente trasero está dispuesto el freno manual (6). El puente trasero está compuesto del reductor principal (7) y de los reductores laterales o balancines (8). Finalmente en la transmisión de fuerza se encuentran los frenos de las ruedas (9) y las ruedas (10).

El árbol intermedio del reductor principal es el que contiene la corona del par cónico y el piñón del par cilíndrico.

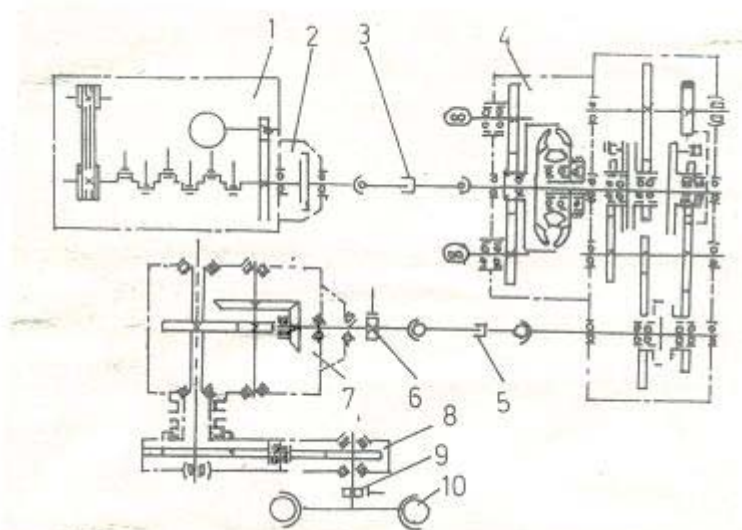


Fig. 1 Esquema de la transmisión de fuerza de la motoniveladora DZ -122.

2.2 Datos de los elementos de la transmisión.

2.2.1 Dimensiones y características constructivas del árbol intermedio de la motoniveladora D-557-1.

La motoniveladora D-557-1 (modelo anterior) posee un puente trasero de estructura similar al de la motoniveladora DZ-122 con algunas diferencias en la relación de transmisión de los pares cónico y cilíndrico del mismo y con la particularidad constructiva de que en el árbol intermedio del reductor principal del puente, la corona cónica y el piñón cilíndrico constituyen un todo único acoplado al árbol intermedio a través de una chaveta prismática [5].

El árbol intermedio de este modelo D-557-1 tiene la particularidad de ser un árbol liso de diámetro 65 mm, con chavetero de 180 mm de longitud en su porción central tal como se muestra en la Fig. 2.

Este árbol nunca presentó dificultades con la resistencia a la fatiga. Gran parte de los momentos flectores y torsores que se desarrollaban por las cargas en los engranes, los asimilaba el conjunto solidario corona cónica – piñón cilíndrico.

2.2.2 Dimensiones y características constructivas del árbol intermedio de la motoniveladora DZ-122.

El reductor principal del puente trasero de la motoniveladora DZ-122 se diferencia fundamentalmente del reductor principal de la motoniveladora D-557-1 en lo referente al diseño y construcción del árbol intermedio y de los elementos independientes colocados sobre él.

En la motoniveladora DZ-122 la corona cónica y el piñón cilíndrico constituyen dos elementos independientes acoplados al árbol mediante un estriado con centrado interior. El esquema del árbol se muestra en la Fig. 3 [6].

Como se puede apreciar en la Fig.3, uno de los extremos del árbol, el extremo del lado del piñón cilíndrico tiene la zona de diámetro 65mm más larga, motivado por el hecho de que para la fijación axial del piñón cilíndrico se empleó en este diseño un manguito cilíndrico de diámetro interior 65mm y 23 mm de longitud, lo que hace que la zona de transición de este diámetro con el árbol estriado quedará mas separada del centro del apoyo, aumentando el momento flector en esta zona. Además la relación de cambio de diámetros que existe en el árbol en esta zona, considerando como diámetro mayor el de fondo del estriado, es elevada: $\frac{D}{d} = \frac{82}{65} = 1.26$ y el radio del redondeo en la transición es muy pequeño $r = 1$ mm, lo que determina una elevada concentración de tensiones, que unido al incremento del momento flector mencionado anteriormente, provocaba la rotura por fatiga del árbol en esta sección.

2.2.3 Material y tratamiento térmico del árbol intermedio.

En la descripción técnica de la motoniveladora DZ-122 no aparece explícito el material del árbol intermedio, de aquí que fuera necesario investigar la composición química de muestras del acero de varios de los árboles fracturados. El resultado de los análisis y la comparación con los aceros de fabricación rusa arrojó lo siguiente.

Tabla 1. Comparación de la composición química de las muestras con la de aceros de fabricación Rusa [8]			
Tipo de componente	Composición de las muestras en %	Acero 50 X	Acero 40 XG
Carbono %	0.45 a 0.55	0.45 a 0.55	0.35 a 0.45
Manganeso %	0.70 a 1	0.50 a 0.80	0.90 a 1.20

Cromo %	0.70 a 1	0.80 a 1.10	0.90 a 1.20
Níquel %	0.20 a 0.30	0.4	0.4

Los aceros rusos de composición química similar a las muestras son los aceros 50 X y 40 XG, pero por la mayor correspondencia y por tratarse de un árbol se asumió que fuera el acero 50 X.

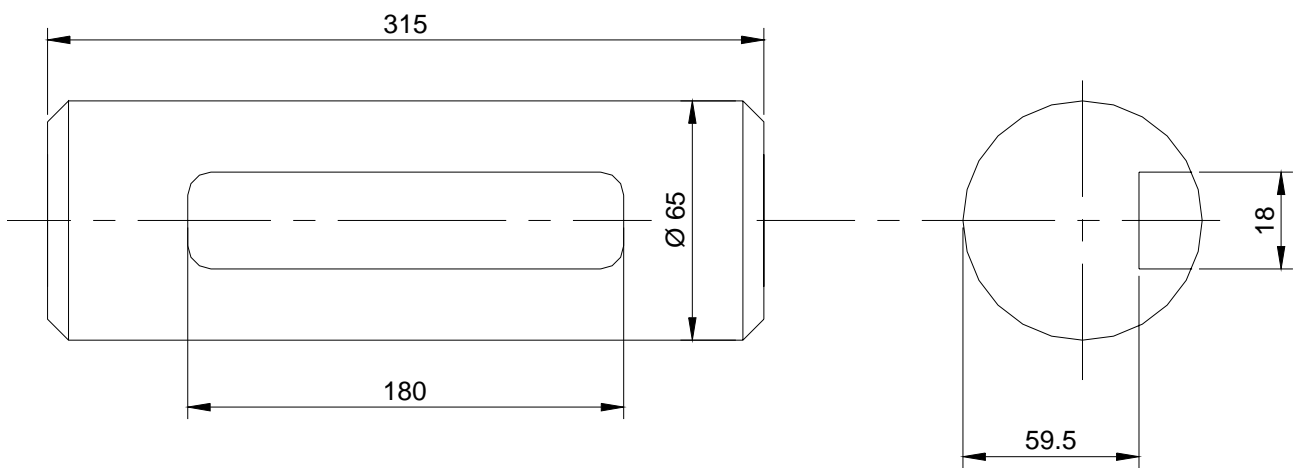


Fig. 2. Esquema del árbol intermedio del reductor intermedio del puente trasero de la motoniveladora D-557-1.

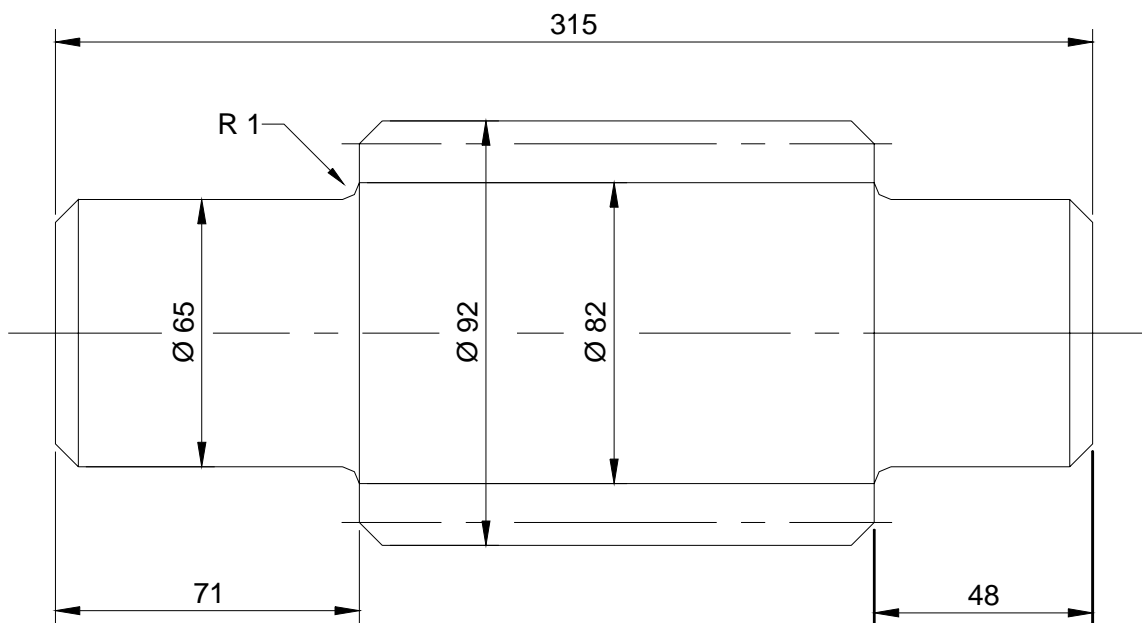


Fig. 3. Esquema del árbol intermedio del reductor intermedio del puente trasero de la motoniveladora

DZ-122.

Con vistas a precisar el tratamiento térmico del material se hicieron mediciones de dureza de las muestras de los árboles obteniéndose HB = 270 a 280.

Lo que permitió presuponer que se trataba de acero 50 X con mejoramiento, o sea, temple con revenido alto, el cual permite elevar las propiedades mecánicas y mantener la tenacidad. Esto fue confirmado posteriormente con el examen metalográfico de las muestras.

2.2.4 Caracterización de la rotura del árbol.

Se recopilaron los tiempos de explotación de 6 motoniveladoras antes de la rotura del árbol, los cuales se dan en la tabla 2.

Tabla 2. Tiempo de explotación antes de la fractura del árbol		
Motonivelador a N^o	Empresa	Tiempo de rotura - hs
1	Forestal	356
2	Viales N^o 5	421
3	Viales N^o 5	238

4	ECMAI	310
5	ECMAI	400
6	Cítricos	800

La observación del aspecto externo de las fallas (Fig.4) permitió diagnosticar que se trataba de una falla por fatiga bajo flexión simétrica en rotación con una fuerte concentración de tensiones periférica [2]

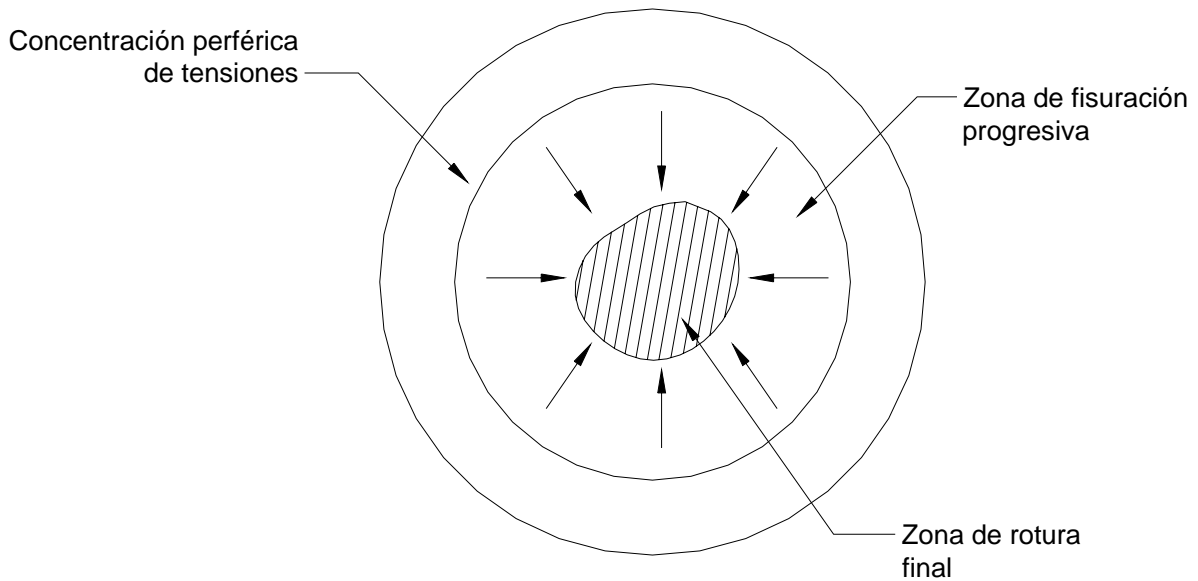


Fig. 4. Aspecto externo de las fracturas por fatiga.

2.3 Régimen de cálculo de los árboles.

La motoniveladora DZ-122 está hecha para trabajar bajo diferentes regímenes de carga. La misma posee cuatro velocidades con marcha normal (dos de trabajo y dos de transporte) y dos velocidades en contramarcha. Sin embargo, la entrevista de los operarios arrojó que durante las fallas, la explotación se realizaba en tareas de movimiento de tierra y se estaban empleando fundamentalmente la primera velocidad en marcha normal y la primera en contramarcha.

De acuerdo con el esquema cinemático de la caja hidromecánica de cambios, la relación de transmisión para la primera velocidad en marcha normal es:

$$i_1 = \frac{43}{23} \cdot \frac{56}{21} = 4.98$$

y para la primera velocidad en contramarcha:

$$i_l = \frac{28}{33} \cdot \frac{43}{20} \cdot \frac{56}{21} = 4.86$$

El régimen de explotación del árbol es realmente inestable, sin embargo dada la semejanza de las relaciones de transmisión y con el fin de simplificar los cálculos se consideró que la operación era estable con un torque y velocidad correspondiente a la primera velocidad en marcha normal donde el torque en el árbol intermedio es máximo. La potencia de cálculo se tomó igual a la potencia nominal $N_{mot} = 135 CV$ y la velocidad del motor también la nominal $n_{mot} = 1700 rpm$ [6].

2.4 Cálculo del torque en el árbol de entrada del reductor principal.

La velocidad del árbol de entrada del reductor principal es:

$$n_{red} = \frac{n_{motor}}{i_{caja}} = \frac{1700}{4.98} = 341 rpm \quad (1)$$

El rendimiento mecánico de la transmisión desde el motor hasta el árbol de entrada del reductor se calculó por la expresión:

$$\eta_{tot} = \eta_{ct} \cdot \eta_{ruedas}^m \cdot \eta_{coj}^n \quad (2)$$

Donde:

η_{tot} - rendimiento mecánico total de la transmisión entre el motor y el reductor intermedio.

η_{ct} - rendimiento del convertidor de torque. Se asumió $\eta_{ct} = 0.995$ para la potencia nominal.

η_{ruedas} - rendimiento mecánico de cada par de ruedas dentadas engranadas. Se asumió

$$\eta_{ruedas} = 0.98 \quad [2].$$

η_{coj} - rendimiento mecánico de cada par de cojinetes de rodamientos. Se asumió $\eta_{coj} = 0.99$ [1].

m – número total de pares de ruedas engranadas. En la caja son dos pares de ruedas, o sea, $m = 2$

n – número total de pares de cojinetes con carga. Desde el motor al reductor incluyendo el embrague hay cuatro pares de cojinetes cargados, o sea, $n = 4$.

Sustituyendo los datos en la ecuación (2), se tiene que:

$$\eta_{tot} = 0.995 \cdot 0.98^2 \cdot 0.99^4 \cong 0.92$$

El torque en el árbol de entrada del reductor será:

$$M_t = 71620 \cdot \frac{N_{mot} \cdot \eta_{tot}}{\eta_{red}} \quad [kgf - cm]$$

(3)

Sustituyendo:

$$M_t = 71620 \cdot \frac{135 \cdot 0.92}{341} = 25520 \text{ kgf} - cm$$

2.5 Cargas y esquema de análisis del árbol intermedio.

En la Fig. 5 se muestra un esquema del árbol intermedio con las ruedas que están colocadas sobre él, las dimensiones básicas y la posición y dirección de las fuerzas que actúan sobre el mismo.

Para el par cilíndrico se tiene que:

$$P_t = \frac{2 \cdot M_{tr cil}}{d_{r cil}} \quad Kgf$$

(4)

Donde:

$M_{tr cil}$ - momento torsor en la rueda cilíndrica - kgf

$d_{r cil}$ - diámetro primitivo de la rueda cilíndrica – cm

El momento torsor en la rueda cilíndrica se puede calcular multiplicando el torque de entrada al reductor por la relación de transmisión de este. O sea:

$$M_{tr\ cil} = M_t \cdot i_{red} \quad Kgf - cm$$

(5)

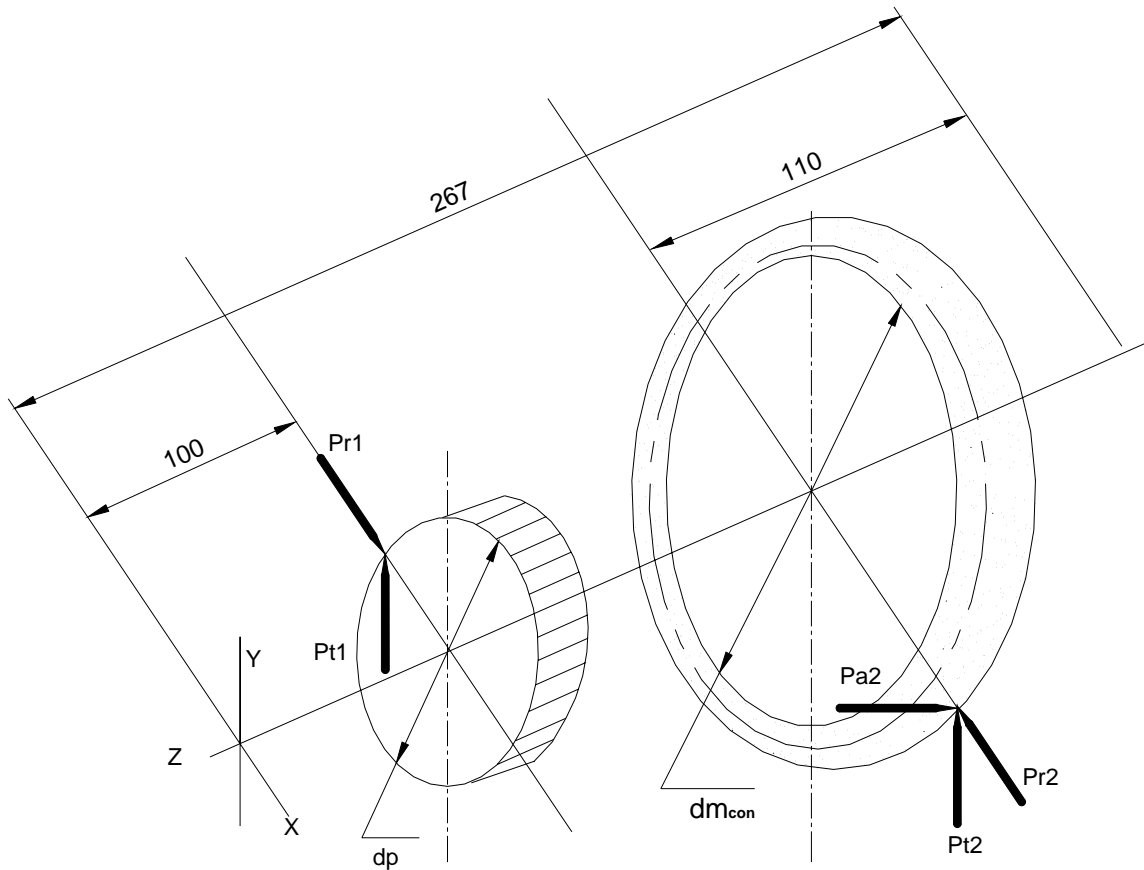


Fig. 5. Esquema y cargas sobre el árbol intermedio

y la relación de transmisión del reductor se halla por la expresión:

$$i_{red} = i_{con} \cdot i_{cil} = 2.67 \cdot 2.35 = 6.27$$

De donde:

$$M_{tr\ cil} = 25520 \cdot 6.27 = 160010 \text{ Kgf} - \text{cm}$$

El diámetro medio de la rueda cilíndrica es $dr_{cil} = 400\text{mm} = 40\text{cm}$.

Sustituyendo en (4):

$$Pt_1 = \frac{2 \cdot 160010}{40} \cong 8000 \text{ Kgf}$$

La fuerza radial sobre el piñón cilíndrico es:

$$Pr_i = Pt_1 \cdot \tan 20^\circ = 8000 \cdot 0.36 = 2880 \text{Kgf}$$

(6)

Para el par cónico se tiene que:

$$Pt_2 = \frac{2 \cdot M_{tr \text{ con}}}{dm_{con}} \quad \text{Kgf}$$

(7)

Donde:

$M_{tr \text{ con}}$ - momento torsor en la rueda cónica – $\text{Kgf} - \text{cm}$

dm_{con} - diámetro medio de la rueda cónica – cm

El momento torsor en la rueda cónica se puede hallar multiplicando el torque a la entrada del reductor por la relación de transmisión del par cónico. O sea:

$$M_{tr \text{ con}} = M_t \cdot i_{con} \quad \text{Kgf} - \text{cm}$$

(8)

y la relación de transmisión del par cónico es:

$$i_{con} = 2.67$$

Sustituyendo:

$$M_{tr \text{ con}} = 25520 \cdot 2.67 = 68138 \text{kgf} - \text{cm}$$

El diámetro medio de la rueda cónica es $dm_{con} = 31.2 \text{ cm}$

De donde de acuerdo a la expresión (7):

$$Pt_2 = \frac{2 \cdot 68138}{31.2} = 4368 \text{kgf}$$

Las fuerzas radial y axial sobre la corona cónica se hallan por las expresiones [1]..

$$Pr_2 = Pt_2 \cdot \tan(\alpha) \cdot \text{sen}(\varphi_p) + Pt_2 \cdot \tan(\beta_c) \cdot \cos(\varphi_p)$$

(9)

$$Pa_2 = Pt_2 \cdot \tan(\alpha) \cdot \cos(\varphi_p) + Pt_2 \cdot \tan(\beta_c) \cdot \text{sen}(\varphi_p)$$

(10)

Donde:

$\alpha = 20^0$ ángulo del perfil del diente.

$\beta_c = 40^0$ ángulo de la hélice. Se midió sobre la corona cónica.

φ_p ángulo del cono primitivo del piñón cónico.

$$\tan(\varphi_p) = \frac{1}{i_{con}} = \frac{1}{2.67} = 0.7491$$

(11)

De donde:

$$\varphi_p \approx 20.5^0$$

Sustituyendo en las expresiones (9) y (10) se obtiene:

$$Pr_2 = 4368 \cdot 0.36 \cdot 0.35 + 4368 \cdot 0.84 \cdot 0.94 = 5021 \text{ kgf}$$

$$Pa_2 = 4368 \cdot 0.36 \cdot 0.94 + 4368 \cdot 0.84 \cdot 0.36 = 2762 \text{ kgf}$$

2.6 Diagramas de fuerzas de cortante, momento flectores y momento flector.

En la Fig. 7 se muestra el diagrama de momentos flectores resultante situado junto al esquema del árbol para identificar las fuerzas internas en la sección de fractura. Los cojinetes

de apoyo tienen 48 mm de ancho, por lo que el centro de los apoyos se encuentra a 24 mm de los extremos del árbol.

La sección de la falla se encuentra a 4.7 cm del apoyo izquierdo. El valor del momento flector en dicha sección es:

$$M_f = \frac{69350 \cdot 4.7}{10} = 32595 \text{ Kgf} - \text{cm}$$

La sección de la falla no está sometida a torsión como se aprecia en las Figs. 6 y 7.

$A_y = 6803 \text{ Kgf}$ $P_{t1} = 8000 \text{ Kgf}$ $P_{t2} = 4368 \text{ Kgf}$ $B_y = 5565 \text{ Kgf}$

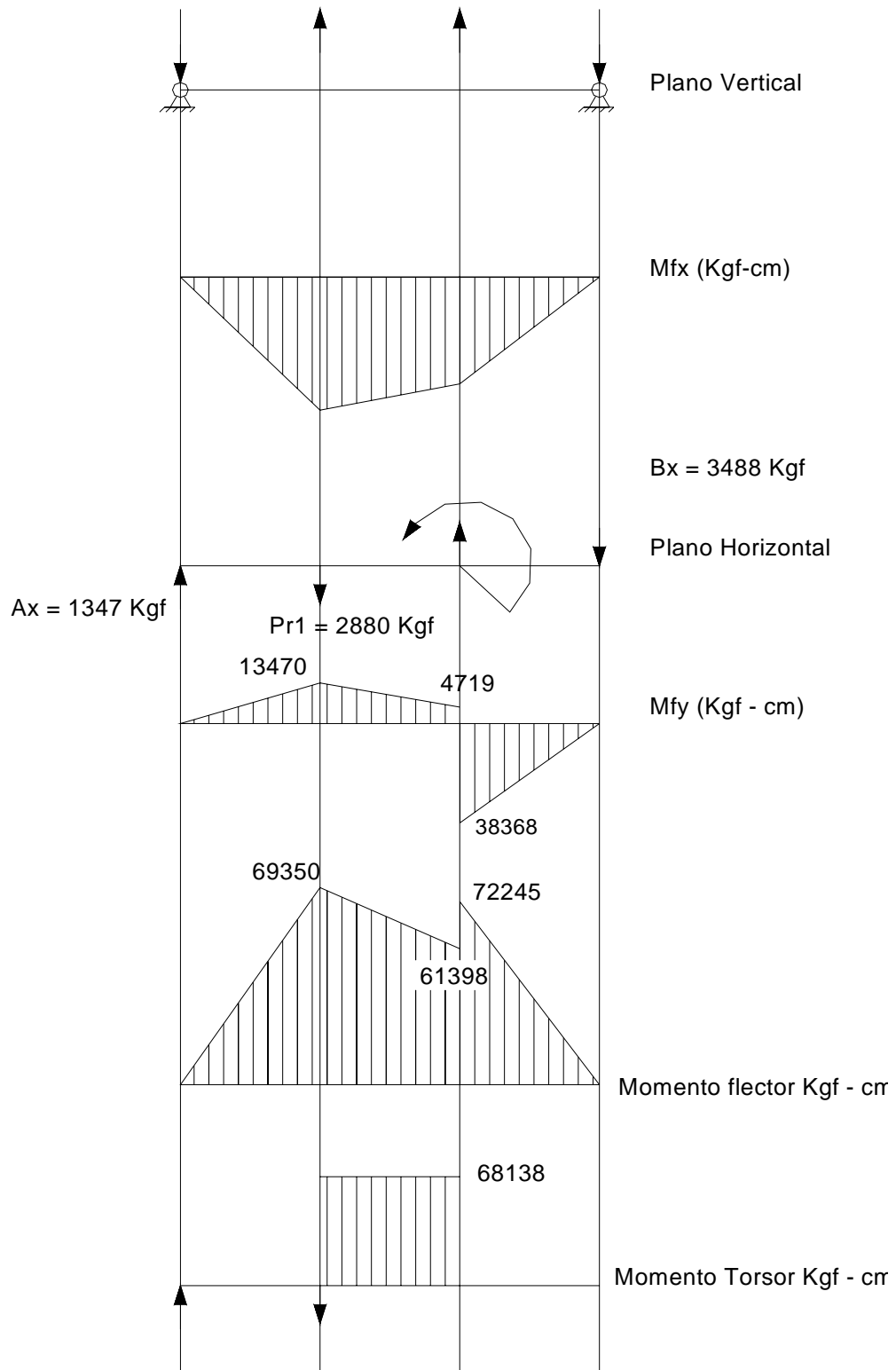


Fig. 6. Diagrama de fuerza de cortante, momentos flectores y momento torsor.

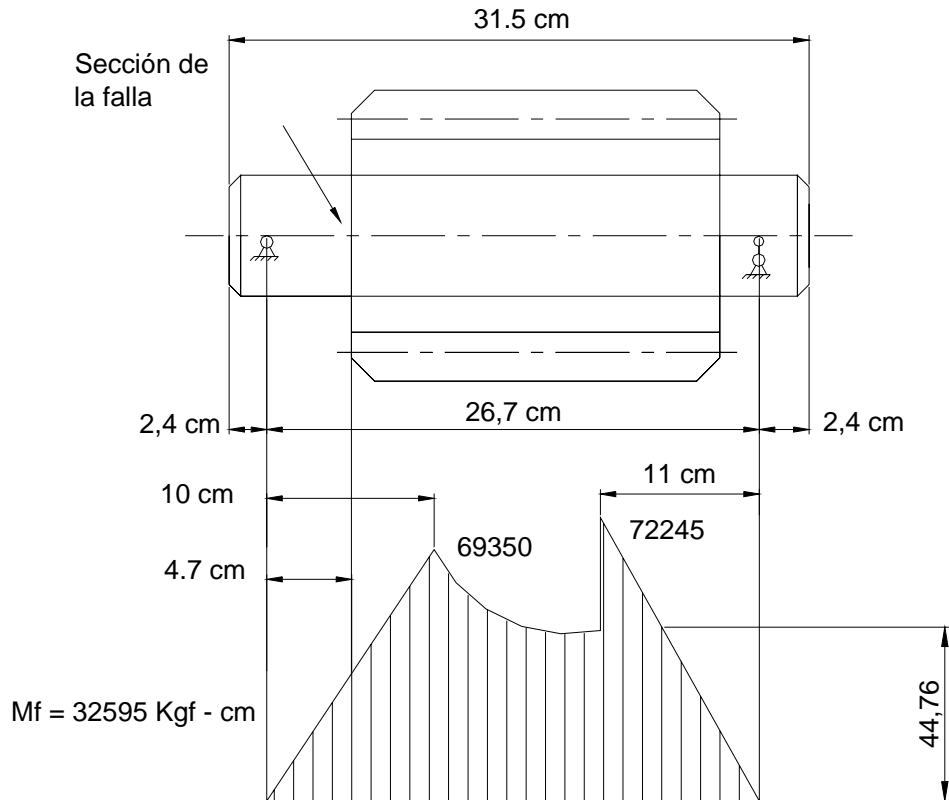


Fig. 7. Ubicación y momento flector resultante de la sección de la falla.

2.7 Cálculo del factor de seguridad a la fatiga bajo tensiones normales en la sección de la falla.

El ciclo de la flexión es simétrico, $\sigma_m = 0, \sigma_a = \sigma_{m\acute{a}x}$, de donde el factor de seguridad a la fatiga se calcula por la expresión:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1} \cdot \varepsilon_\sigma \cdot \beta_k}{k_\sigma \cdot \sigma_a}$$

(12)

La tensión amplitud del ciclo es:

$$\sigma_a = \sigma_{m\acute{a}x} = \frac{M_f}{w} = \frac{M_f}{0.1 \cdot (d)^3} = \frac{32595}{0.1 \cdot 6.5^3} = 1187 \text{ Kgf/cm}^2$$

Las propiedades mecánicas del acero 50 X después del temple y revenido se dan en [8].

$$\sigma_u = 8500 \text{ kgf/cm}^2 \quad \text{y} \quad \sigma_f = 6500 \text{ kgf/cm}^2$$

El límite de fatiga bajo ciclo simétrico en flexión se estimó por las relaciones dadas en [2].

$$\sigma_{-1} = 0.43 \cdot \sigma_u = 0.43 \cdot 8500 = 3655 \text{ kgf/cm}^2$$

El factor de tamaño para acero aleado con concentrador, según la referencia [3] es, para $d = 65 \text{ mm}$.

$$\mathcal{E}_\sigma = 0.52$$

El factor de estado de la superficie para torneado fino con acero de $\sigma_u = 85 \text{ Kgf/cm}^2$ es [7]:

$$\beta_k = 0.83$$

El factor teórico de concentración de tensiones correspondiente a un cambio en diámetro en flexión.

$$\frac{D}{d} = \frac{82}{65} = 1.26$$

y una relación radio de redondeo a diámetro:

$$\frac{r}{d} = \frac{1}{65} = 0.015$$

según los gráficos dados en [4], se tiene que:

$$\alpha_\sigma = 2.35$$

El factor de sensibilidad a la concentración de tensiones para $\sigma_u = 85 \text{ Kgf/cm}^2$, según [7] es:

$$q_\sigma \cong 0.72$$

El factor real de concentración de tensiones es:

$$k_\sigma = 1 + q_\sigma \cdot (\alpha_\sigma - 1) \quad (13)$$

Sustituyendo:

$$k_{\sigma} = 1 + 0.72 \cdot (2.35 - 1) = 1.972$$

Sustituyendo los datos en la ecuación (12) se obtiene que:

$$n_{\sigma} = \frac{3655 \cdot 0.52 \cdot 0.83}{1.972 \cdot 1187} = 0.67 \ll 1.0$$

La falla por fatiga del árbol era inevitable. Evidentemente se cometió un error al modificar el reductor final y no se apreciaron correctamente las influencias que podían tener los cambios efectuados en la resistencia del árbol analizado.

2.8 Solución propuesta para garantizar la resistencia a la fatiga del árbol.

Como solución al problema de la deficiente resistencia a la fatiga del árbol se propusieron varias alternativas que fueron:

1. El empleo de un acero aleado de mayor resistencia mecánica como lo es el acero al cromo, níquel, molibdeno 40XHMA el cual después del mejoramiento (temple y revenido alto) alcanza como mínimo $\sigma_u = 11000 \text{ Kgf/cm}^2$ y $\sigma_f = 8500 \text{ Kgf/cm}^2$ según los datos de la norma GOST 4543-61 [7].
2. La reducción de las tensiones de trabajo mediante la elevación del diámetro en la sección de la falla de $d = 65 \text{ mm}$ a $d = 75 \text{ mm}$. El límite del respaldo del rollete cónico empleado era $d = 80 \text{ mm}$, por lo que en esta caso se empleó un manguito cónico de respaldo, tal como se muestra en la parte inferior de la Fig. 8.
3. La disminución de la concentración de tensiones elevando el radio de redondeo de la transición a $r = 4 \text{ mm}$ y el empleo de un bisel en el manguito cónico de $5 \times 45^\circ$, lo cual unido a la reducción de la relación de diámetros, que implica la elevación del diámetro del árbol, disminuyen sensiblemente el factor real de concentración de tensiones.(Fig.8).

El cálculo del factor de seguridad a la fatiga si se aplican las soluciones propuestas arrojó los siguientes resultados:

Al elevar el diámetro del árbol en la sección de la falla a $d = 75 \text{ mm} = 7.5 \text{ cm}$ las tensiones de trabajo se reducen a:

$$\sigma_a = \sigma_{m\acute{a}x} = \frac{Mf}{0.1 \cdot (d)^3} = \frac{32595}{0.1 \cdot (7.5)^3} = 773 \text{ Kgf/cm}^2$$

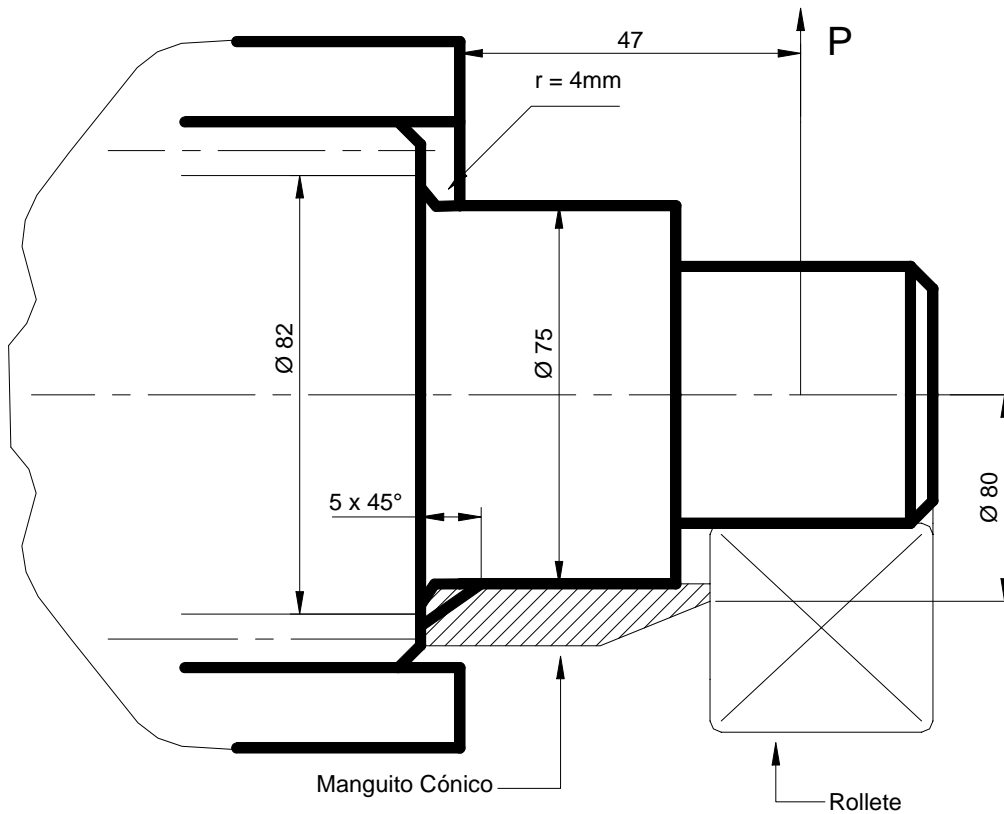


Fig. 8. Esquema de las soluciones propuestas.

Para un valor de σ_u del acero 40XHMA de $\sigma_u = 11000 \text{ Kgf/cm}^2$, el límite de fatiga bajo ciclo simétrico en flexión se eleva a: $\sigma_{-1} = 0.43 \cdot \sigma_u = 0.43 \cdot 11000 = 4730 \text{ kgf/cm}^2$

El factor de tamaño para acero aleado con concentrador, para $d = 75 \text{ mm}$, se reduce ligeramente a $\epsilon_{\sigma} = 0.51$

El factor de estado de la superficie para torneado fino con acero $\sigma_u = 110 \text{ Kgf/cm}^2$, se reduce según [7] a:

$$\beta_k = 0.78$$

El factor teórico de concentración de tensiones para las nuevas proporciones del cambio en diámetro.

$$\frac{D}{d} = \frac{82}{75} \approx 1.1 \quad \text{y} \quad \frac{r}{d} = \frac{4}{65} \approx 0.06$$

Según el gráfico de [4] es:

$$\alpha_{\sigma} = 1.67$$

y el factor de sensibilidad a la concentración de tensiones es mayor para $\sigma_u = 110 \text{ kgf/cm}^2$ y

$$\alpha_{\sigma} = 1.67, \text{ según [7] es:}$$

$$q_{\sigma} \approx 0.88$$

Por lo que el factor real de concentración de tensiones será:

$$k_{\sigma} = 1 + 0.88 \cdot (1.67 - 1) \approx 1.6$$

Sustituyendo en la ecuación (12) se obtiene:

$$n_{\sigma} = \frac{4730 \cdot 0.51 \cdot 0.78}{1.6 \cdot 7.73} = 1.52$$

El cual es un factor de seguridad aceptable a la fatiga, teniendo en cuenta que se ha considerado un régimen de explotación extremo.

3. Conclusiones.

El análisis realizado permitió arribar a las siguientes conclusiones:

1. El estudio del aspecto externo de las fallas permitió establecer que se trataba de una falla por fatiga bajo flexión simétrica en rotación con una fuerte concentración de tensiones periférica.

2. Las modificaciones de diseño introducidas en el árbol intermedio del reductor principal del puente trasero condujeron a una elevada concentración de tensiones en la sección de la fractura lo que indudablemente es la causa fundamental de la falla por fatiga del árbol.
3. La combinación de la elevación de la resistencia mecánica del material del árbol, la reducción de las tensiones de trabajo mediante la elevación del diámetro en la sección de la falla y la reducción de la concentración de tensiones mediante la reducción de la relación de diámetros y la elevación del radio de redondeo de la transición, conducen a la elevación de la resistencia a la fatiga del árbol a niveles aceptables.

4. Bibliografía.

1. Chernavskii S.A. y otros. Proyección de transmisiones mecánicas. Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1985. -- 558p.
2. Dobrovolski V. y otros. Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial MIR, 1975. -- 692p.
3. Feodosiev V.I. Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1985. -- 583p.
4. Goytisoló R. Fatiga volumétrica y superficial de los metales. Folleto Curso Especial de Diseño. Universidad Central de las Villas, 1973. -- 81p
5. Motoniveladora D-557-1. Descripción técnica e instrucciones para la explotación. Moscú. URSS, 1970.
6. Motoniveladora D-557-1. Descripción técnica e instrucciones para la explotación. Moscú. URSS, 1983.
7. Pisarenko y otros. Manual de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1985. -- 694p.
8. Promsyríoimport. Rusia. Metallurgist's Handbook. Part 1. (Catálogo industrial).
9. Rechetov D. N. Atlas de diseño de Elementos de Máquina. Dpto. de Mecánica Teórica y Aplicada. UCLV. Cuba, 1976.

Caso No. 2. Análisis de las Fallas del “trunium” de salida del Molino de Crudo N°1 de la Fábrica de Cemento de la ciudad de Cienfuegos, Cuba

Autores por la Universidad de Cienfuegos:

Dr. Rafael Goytisoló Espinosa¹, Dr. Juan J. Cabello Eras², Ing. Eldis R. Goytisoló Betancourt³, Ing. Boris Lío Alonso⁴, Ing. Luis Haro Becerra⁵, Ing. Yoel Rodríguez Peña⁶, M.Sc. Vladimir Carrera Martínez⁷, Ing. Alberto Pérez de la Fuente⁸, M.Sc. Rogelio Chou Rodríguez⁹

1. Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
2. Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
3. Ingeniero Mecánico. Colaborador de la Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
4. Ingeniero Mecánico. Colaborador de la Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
5. Ingeniero Mecánico. Colaborador de la Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
6. Ingeniero Mecánico. Colaborador de la Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
7. Profesor Auxiliar, M.Sc. en Mecánica Aplicada. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
8. Profesor Auxiliar, Colaborador de la Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
9. Profesor Asistente, M.Sc. en Mecánica Aplicada. Colaborador de la Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

Autores por la Empresa de Cemento “Karl Marx”:

Ing. Raúl Hernández Acosta¹, Ing. Evidio Rodríguez², Tec. Rolando Marrero Chao³, Ing. René Martínez Campo⁴, Ing. Pedro Berbén⁵, Ing. Sergio González⁶, Ing. Héctor Cordero⁷.

1. Ingeniero Mecánico. Especialista de la Empresa de Cemento.
2. Ingeniero Mecánico. Especialista de la Empresa de Cemento
3. Técnico. Empresa de Cemento.
4. Ingeniero Mecánico. Especialista de la Empresa de Cemento
5. Ingeniero Mecánico. Especialista de la Empresa de Cemento.
6. Ingeniero Mecánico. Especialista de la Empresa de Cemento
7. Ingeniero Mecánico. Especialista de la Empresa de Cemento
8. Ingeniero Mecánico. Especialista de la Empresa de Cemento

1. Introducción.

1.1 Antecedentes.

El Molino de Crudo de la línea de producción No.1 de la Fábrica de Cemento de Cienfuegos fue fabricado en la antigua RDA por la firma VEB ZAB DESSAU VEB STEK MAGDEBURG en el año 1976. Se montó en la línea en los años 1979 a 1980 con fecha de puesta en marcha 16 de febrero de 1980.

Este equipo está destinado para la molturación de materiales tales como: caliza, marga y arcilla requeridos en la producción de cemento y consta de un cuerpo o tambor cilíndrico con revestimiento interior de placas de blindaje que constituyen la cámara de molturación, dos grupos de apoyo integrados por los "trunium" de entrada y de salida y sus respectivos cojinetes de deslizamiento con tejas de fricción de 180° y sus pedestales y por el sistema de accionamiento del

tipo doble accionamiento periférico compuesto por los respectivos motores eléctricos, reductores planetarios, arboles de transmisión y el reductor final cilíndrico de dientes rectos bifurcado (Fig. N° 1). Consta además de dos estaciones de lubricación para los puntos de apoyos, una para los reductores planetarios del accionamiento y otra para el reductor final de la transmisión.

En el mes de Febrero del año 1986 se produjo la primera avería en el molino al producirse la fractura de un grupo de tornillos de la brida de acoplamiento trinium de salida-tambor. En esa ocasión se procedió al restablecimiento de los tornillos averiados y al cambio de la teja de fricción de esta chumacera.

Durante la segunda mitad del año 1986 y principios del 1987 el molino trabajó al 50% de su capacidad producto de la falla del reductor planetario del accionamiento izquierdo y la no existencia en la fábrica de repuesto para el mismo, manteniéndose el molino funcionando con el accionamiento derecho.

Con el restablecimiento de los dos accionamientos, el molino continuó operando a su capacidad nominal hasta el mes de mayo del año 1991 en que motivado por las condiciones del Período Especial en Cuba fue detenida la producción de la línea hasta finales del año 1995 en que se decidió la puesta en marcha de la misma para poder satisfacer los compromisos de la fábrica de producir en el año 1996, 300 000 toneladas de cemento adicionales con relación a la producción del año 1995.

1.2 Planteamiento del Problema.

A finales de 1995 y durante el proceso de puesta en marcha de la línea N° 1 se produjo la falla del cojinete de apoyo correspondiente al trinium de salida del molino de crudo por arrastre y desprendimiento del recubrimiento de fricción de la superficie del metal del cojinete. Durante el restablecimiento del cojinete se detectaron un conjunto de grietas en la superficie de deslizamiento del mismo cuyo origen se desconocía y que fueron las causantes del arrastre del metal.

En el proceso de inspección del molino en su conjunto se detectó una desalineación entre los apoyos del mismo y una deformación plástica del eje geométrico del tambor, elementos estos cuyo origen también se desconocía pero que podían haber influido en la aparición de las grietas del "trinium".

Se cuestionaba si el prolongado período de parada del molino, en el cual gran parte de este tiempo el mismo se mantuvo con la carga de bolas en su interior, podía haber determinado algún proceso que diera origen a las grietas detectadas.

Durante la investigación se descubrieron otros deterioros que podrían aportar elementos acerca de la falla del trinium como son: desgaste de la superficie del encaje y de la pestaña de centraje de la

brida de unión trinium de salida-tambor, aplastamiento de la superficie de los orificios de los pines radiales de la brida, desgaste o aplastamiento de la superficie de asiento de un grupo de tuercas de los tornillos de la brida. Del molino se poseen prácticamente todos los datos requeridos para el análisis excepto el plano del trinium y su material.

En la Fábrica de Cemento existen otras dos líneas con molinos idénticos al que es objeto de esta investigación y otros tres molinos de cemento de similar construcción, de aquí que el esclarecimiento de las causas de las fallas detectadas en el molino puedan contribuir a evitar que deterioros similares pudieran presentarse en los restantes molinos de la fábrica, con el consiguiente ahorro de recursos y al mismo tiempo contribuir a que fallas similares se produjeran en otras fábricas del país. El estudio aportará los elementos de cálculo necesarios para establecer qué medidas tomar para eliminar las causas de las fallas y qué garantía desde el punto de vista de la resistencia podrá tener la eliminación por soldadura de las grietas detectadas en el trinium.

1.3 Objetivos

La presente investigación tiene como objetivos los siguientes:

1. Esclarecer las causas de los diferentes deterioros observados en el molino de crudo N°1 de la Fábrica de Cemento.
2. Establecer las recomendaciones necesarias para eliminar las causas que provocaron dichos deterioros y qué medidas de control técnicos se deben establecer para evitar fallas similares en los restantes molinos.
3. Establecer qué nivel de riesgo puede tener la recuperación por soldadura del trinium y en qué condiciones se debe organizar la explotación posterior del molino.

2. Desarrollo.

2.1 Esquema del molino

El esquema del Molino de Crudo No 1 se muestra en la Fig. No. 1.

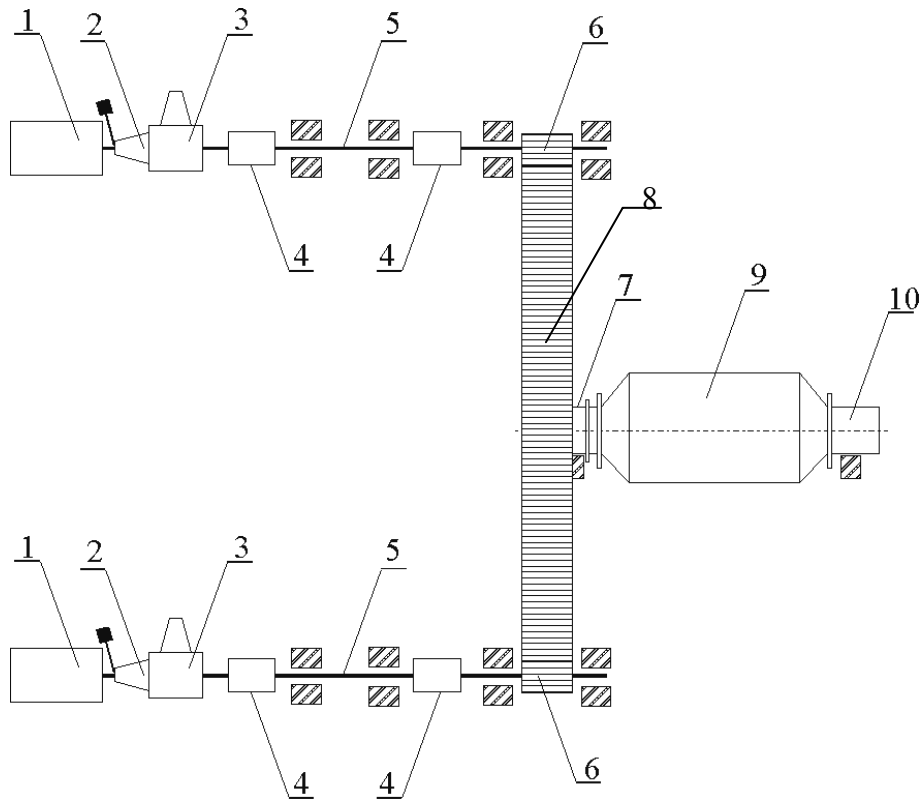


Fig.1. Partes componentes del molino de crudo.

- 1-Motores eléctricos, 2- Embragues, 3- Reductores planetarios, 4- Acoplamientos dentados,
 5- Árboles de transmisión, 6- Piñones reductor final, 7- Trunium de salida, 8- Catalina,
 9- Tambor del molino, 10- Trunium de entrada.

2.2 Datos disponibles.

• Motores eléctricos.

Marca: Ercole Marelli

Tipo: NPA 560 L8, asíncrono trifásico.

Clase: F

Potencia Nominal: $N_m = 900 \text{ kW}$

Velocidad de giro nominal: $n_m = 890 \text{ rpm}$

Voltaje nominal: $V_m = 6000 \text{ V}$

Corriente nominal a plena carga: $I_m = 109 \text{ A}$

• Reductores planetarios.

Potencia nominal: $N_p = 1000 \text{ kW}$

Relación de transmisión: $U_p = 9$

- **Reductor final.**

Tipo: Cilíndrico de dientes rectos bifurcado

Datos del reductor:

Módulo: $m = 20$ mm

Angulo del perfil: $\alpha = 20^\circ$

Ancho de trabajo: $B_w = 600$ mm

Distancia entre centros: $A_w = 2590$ mm.

- **Datos del piñón.**

Número de dientes: $Z_1 = 35$

Diámetro primitivo: $d_{w1} = 700$ mm

Material: Acero 30 Cr Mo V 9 G

$\sigma_r = 75-90$ kef /mm²

$\sigma_y = 60$ kgf/mm²

- **Datos de la catalina.**

Número de dientes : $Z_2 = 224$

Diámetro primitivo $D_{w2} = 4480$ mm

2.3 Caracterización del material del trunium

La determinación de la composición química del material del trunium fue realizada en los laboratorios del Centro de Investigaciones Metalúrgicas (CIME) arrojando los siguientes resultados:

$C = 0.07$ %, $Mn = 1.41$ %, $Si = 0.017$ %, $P = 0.017$ %

Esta composición química se corresponde con el acero de fabricación rusa 10 Mn 2 para el cual según [10] posee la siguiente composición química:

$C = 0.07-0.15$ %, $Mn = 1.20-1.60$ %, $Si = 0.017-0.037$ %, $P = 0.017-0.037$ %

Para el cual con normalizado a una temperatura de calentamiento de 920 °C y enfriamiento al aire se obtienen las siguientes propiedades mecánicas:

$\sigma_y = 245$ MPa = 25 kgf/mm²

$\sigma_u = 420$ MPa = 43 kgf/mm²

$\delta = 22$ %

$\psi = 50 \%$

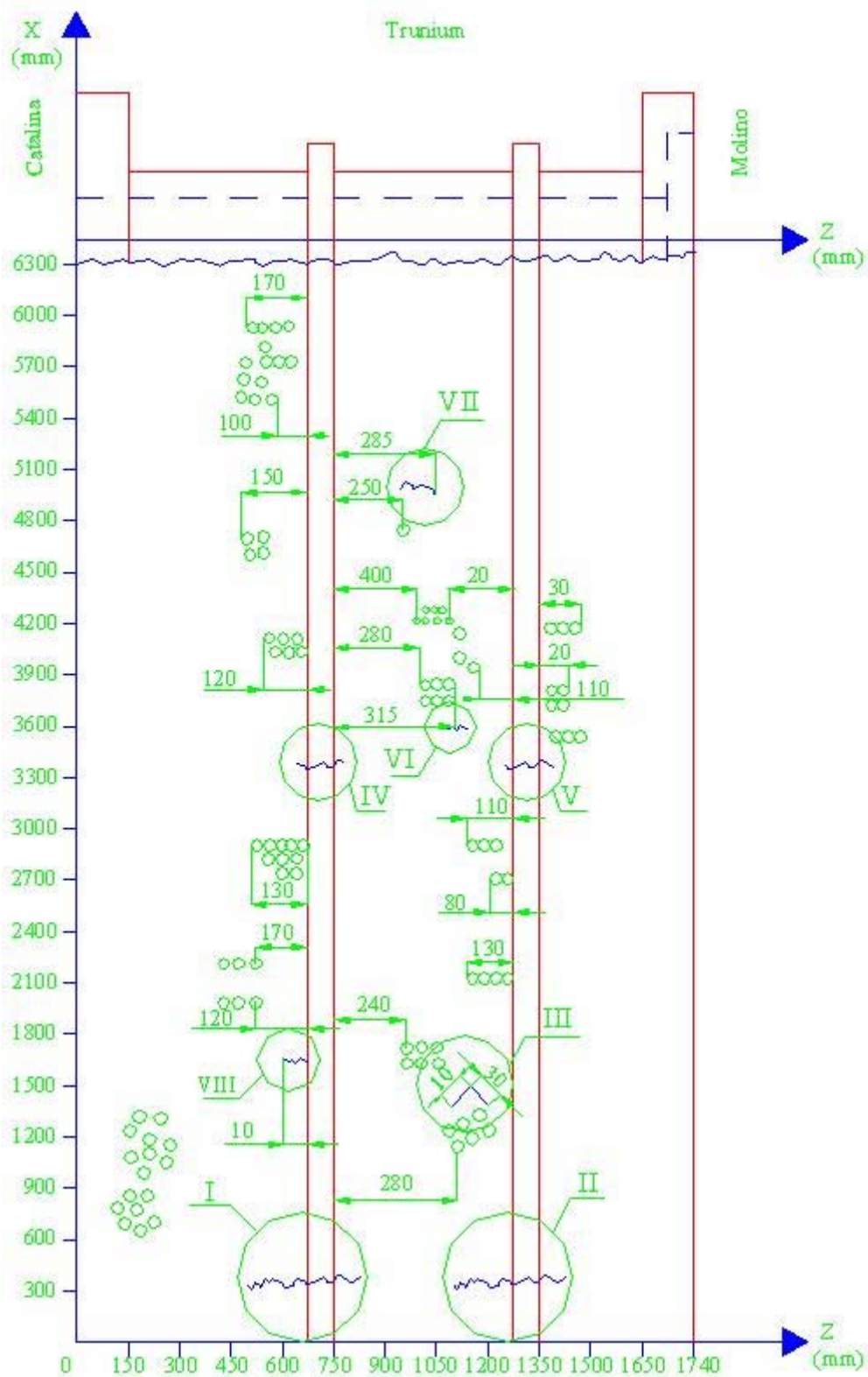
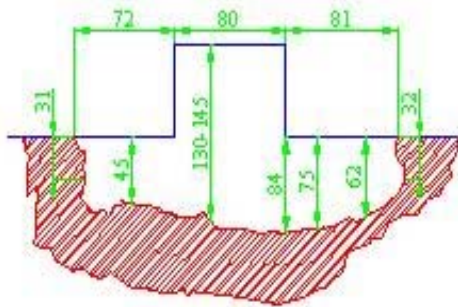
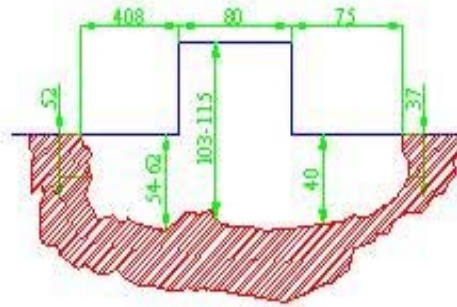


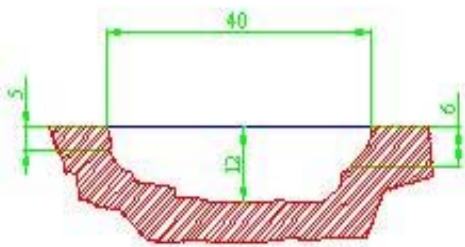
Fig. 2 Ubicación de las grietas y defectos de fundición a través del perímetro y de la longitud del “trunium”.



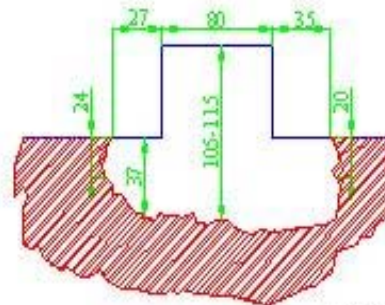
Grieta I $a/b = 0.721$



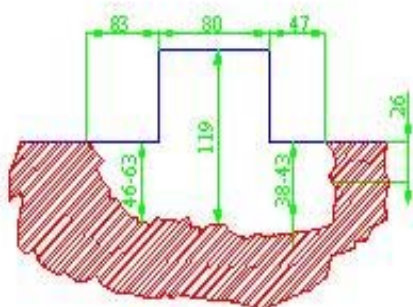
Grieta II $a/b = 0.195$



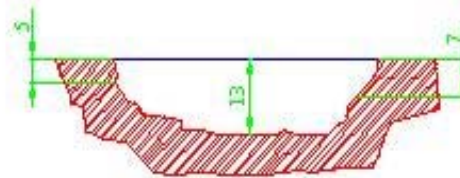
Grieta III $a/b = 0.6$



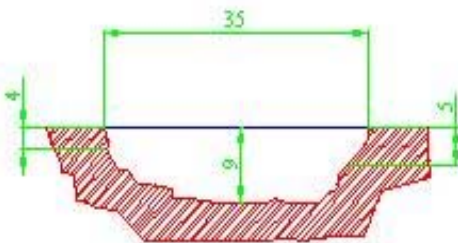
Grieta IV $a/b = 0.845$



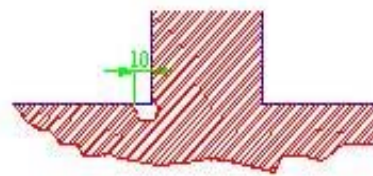
Grieta V $a/b = 0.57$



Grieta VI



Grieta VII



Grieta VIII

Fig. 3 Dimensiones de las grietas detectadas

Las mediciones de dureza del metal realizadas por el Laboratorio de Metalografía y Tratamiento Térmico de la Universidad de Cienfuegos se corresponden con un material con estas propiedades mecánicas y este tratamiento térmico.

2.4 Caracterización de las fallas y defectos

- **Ubicación y dimensionamiento de las grietas y defectos de fundición.**

La detección, ubicación y dimensionamiento de las grietas del trunium de salida fue realizada por el Grupo de Defectoscopía Ultrasónica del Centro Experimental del MICONS de la provincia de Cienfuegos (CENEX), los cuales utilizaron los equipos SM-90 y UD2-12 por los métodos de eco-impulso y polvo magnético de fabricación Tokio-Keiki, Japón y URSS respectivamente.

La ubicación de las grietas y defectos de fundición, detectados durante el examen ultrasónico a través del perímetro y la longitud del trunium se muestra en la Fig. 2.

En la Fig. 3 se muestran las dimensiones de las grietas detectadas. En la grieta N° VIII no pudo ser precisada la profundidad. Algo similar ocurrió con los defectos subsuperficiales de fundición detectados que se ubicaron en posición pero no se pudo precisar su profundidad ni sus dimensiones, sólo se precisa que se trata de agrupaciones de defectos ubicados uno al lado del otro tal como se muestra en la Fig. 2.

Específicamente de las grietas I y IV, fue de donde se extrajeron muestras del metal de la parte de la pestaña para el análisis químico y el metalográfico del acero del trunium y precisamente de los bordes de la grieta, tal como se muestra en la Fig. 4, se pudo realizar examen visual de la superficie de la grieta.

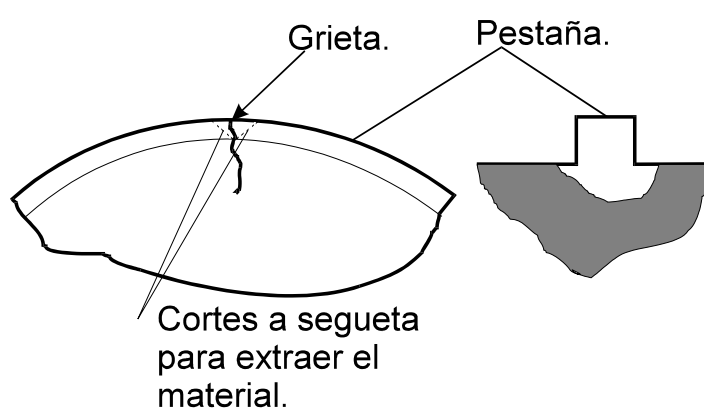


Fig.4 Zona de donde se extrajo metal del trunium para el examen químico y metalográfico del metal del trunium y el examen visual de la grieta.

Los resultados del examen visual arrojaron elementos característicos de las grietas de fatiga como son: superficie de la grieta pulida por la erosión provocada por la fricción entre las dos caras en contacto de la grieta durante el proceso de fisuración progresiva y agrupación de defectos de fundición en la zona del pie de la pestaña y a todo lo ancho de la misma lo que determina, dada la proximidad de estos defectos con la zona de cambio de diámetro de la superficie del trunium y la pestaña, el reforzamiento de la concentración de tensiones en dicha zona.

El radio del redondeo del fondo de la pestaña, al no disponer del plano de trunium, tuvo que ser medido utilizando galgas de radios interiores, arrojando un valor $R = 8$ mm.

La ubicación de los defectos en la zona del pie de la pestaña y la zona pulida de la grieta se muestra en la Fig. 5.

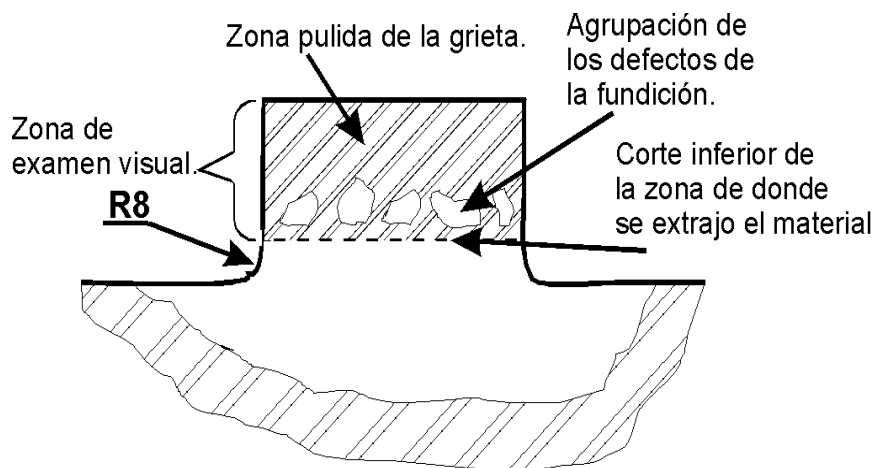


Fig. 5. Resultado del examen visual de la zona de la grieta.

- **Extensión y profundidad del desgaste de la pestaña del tambor y del encaje del trunium en la superficie de centraje de la brida trunium de salida-tambor**

En la Fig. 6 se muestra la ubicación, extensión y profundidad de la zona desgastada de la brida trunium-tambor. Como se puede apreciar la zona de desgaste máximo está ubicada cercano al plano de excentricidad del centro de masa del tambor, perpendicular al plano divisor de la catalina y

prácticamente perpendicular al plano donde aparecen las grietas principales I, II, IV y V (ver Figs. 2 y 3). Es significativo el hecho de que el desgaste no abarca todo el perímetro de la superficie del encaje sino una zona de aproximadamente 260° del perímetro, dividido simétricamente con relación a la zona de mayor desgaste.

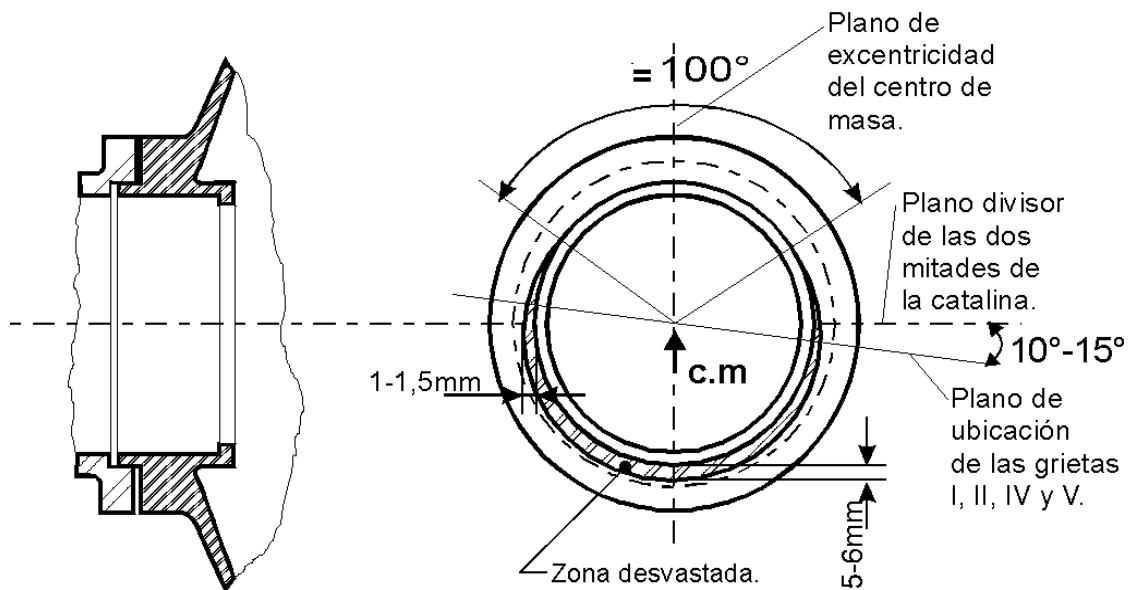


Fig. 6 Extensión y profundidad del desgaste de la pestaña y el encaje de la brida de unión trunium de salida-tambor

- **Estudio de la nivelación y pulsaciones del molino**

Durante la inspección del molino, posterior a la detección de las grietas, se descubrió por el personal técnico de la fábrica, cierta desalineación entre los apoyos del trunium. Teniendo en cuenta los hechos de que cualquier desalineación entre los apoyos de un equipo de tal envergadura desde el punto de vista de las cargas y las masas que rotan podría crear efectos indeseables capaces de provocar las fallas del trunium, se autorizó por parte de la Dirección de la Empresa realizar un examen minucioso de la nivelación y pulsaciones del eje del molino.

Este examen fue realizado por el Departamento de Mantenimiento de la Unión de Empresas del Cemento utilizando un teodolito adecuado para este examen. Los resultados obtenidos en el mismo se dan en la Fig. 7 y en la Tabla 1.

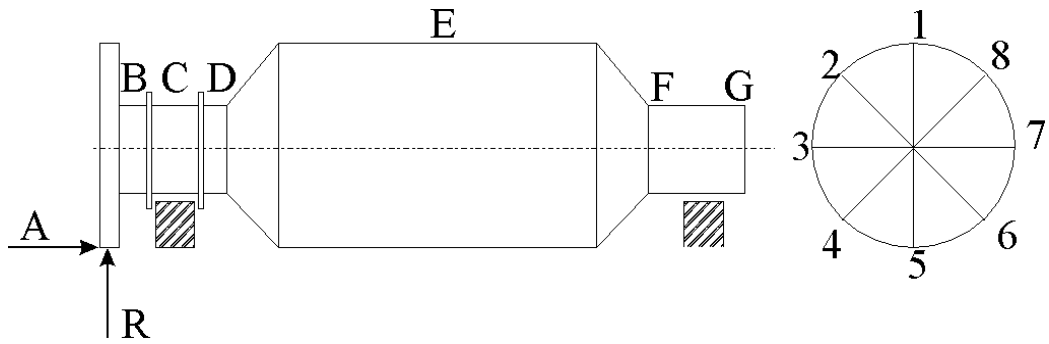


Fig.7. Ubicación de los planos y secciones que se chequearon en el examen de nivelación y pulsación.

Tabla N°1. Resultados del chequeo de nivelación y pulsaciones en mm.

Plano Sección	1	2	3	4	5	6	7	8
A	64.5	64.9	64.5	64	64	62.6	62.5	62.9
R	7.	8.2	7.4	8	8	7.4	6.4	7
B	1809	1809	1809	1809	1808.5	1809	1809	1809
C	1809	1809	1809	1809	1809	1809	1809	1809
D	1809	1809	1809	1809	1809	1809	1809	1809
E	725	705	703	703	607.5	703	703	702
F	1812	1812	1813	1813	1813	1812	1813	1813
G	1812	1812	1812.5	1812.5	1813	1812	1813	1813

Como conclusiones del examen se emitieron las siguientes:

1. Existe un desalineación entre el apoyo posterior del molino (trunium de entrada), caracterizado por los planos F y G, con relación al apoyo delantero (trunium de salida), caracterizado por los planos B y C de 4 mm por debajo del eje del molino.
2. Existe un desplazamiento pronunciado del eje del molino en el plano E, correspondiente al centro del tambor, con un valor medio de aproximadamente 100 mm y localizado en el sector 1-2/5-6.

3. Las mediciones arrojan que no existe ovalidad apreciable en ninguno de los trunium, o esta tiene un valor máximo de 1 mm.

2.5 Análisis de las diferentes hipótesis del surgimiento de las grietas en el trunium de salida.

- **Hipótesis N° 1.** Falla originada por un proceso de deformación plástica durante el período prolongado de parada a que se vio sometido el molino con la carga de bolas en su interior.

- **Planteamiento de la Hipótesis.**

La primera hipótesis que se formuló acerca del origen de las grietas del trunium de salida fue que durante el periodo prolongado de parada a que se vio sometido el molino, gran parte de cuyo tiempo se mantuvo el mismo con la carga de bolas en su interior, se produjo un proceso de deformación plástica por relajación del metal, asociado a la influencia de la tensión actuando un tiempo prolongado que determinó que posteriormente durante el arranque y prueba del molino condujera a la incubación y desarrollo de las grietas.

- **Análisis de la hipótesis**

Esta hipótesis era difícil de argumentar teóricamente; ya que las cargas estáticas son inferiores a las cargas en operación, no obstante se incluyó en este trabajo este análisis con el objetivo de poder descartar categóricamente la misma.

Las cargas estáticas que actúan sobre el molino son:

1. Peso propio que incluye: Peso de los trunium de entrada y salida, peso de los sinfines de entrada y de salida, peso del cuerpo, peso del blindaje, peso de la catalina, peso de los tornillos de sujeción del blindaje, de los tornillos de sujeción de la catalina y de las bridas de unión del tambor con los “truniums” de entrada y salida.

2. Carga de bolas.

La masa fue calculada, para alguno de los elementos mencionados anteriormente determinando, a partir de las dimensiones, el volumen del mismo y multiplicando entonces este volumen por la densidad del acero $\rho = 7830 \text{ kg/m}^3$.

Para otros elementos el peso propio se tomó de los datos existentes en la documentación técnica del molino. En el caso de los tornillos y tuercas este dato se determinó obteniendo de la norma la masa/unidad y multiplicando entonces por la cantidad de tornillos.

La carga de bolas se tomó de la documentación técnica del molino donde se refleja una carga según su capacidad de 118 t.

En la Tabla N°.2 se muestran el resumen de los valores de las cargas que actúan sobre el molino en condiciones normales de carga.

En la Fig. 9 se muestra el esquema de análisis del molino para estas condiciones de carga y los diagramas de fuerzas de cortante y momentos flectores correspondientes (Las cifras fueron redondeadas después de los cálculos en la segunda cifra decimal).

En la Fig.10 se muestran los valores de fuerzas de cortante y momentos flectores en las 5 secciones que se consideraron características del estado tensional del “trunium”.

Para el cálculo de las tensiones se utilizarán las ecuaciones clásicas de Navier y de Zhuravski.

$$\sigma_{max} = \frac{Mf \cdot y_{max}}{I_x} \qquad \tau_{max} = \frac{Q \cdot S_{x,max}}{b \cdot I_x}$$

Las propiedades geométricas de la sección I_x y $S_{x,max}$ se determinarán de acuerdo a las dimensiones del trunium de la siguiente forma (Fig. 8):

$$b = D-d$$

$$I_x = 0.05 \cdot D^4 \left[1 - (d/D)^4 \right]$$

$$D = 2.0 \text{ m}$$

$$d = 1.78 \text{ m}$$

$$I_x = 0,298 \text{ m}^4 = 2.98 \cdot 10^7 \text{ cm}^4$$

$$b = 0,22 \text{ m} = 22 \text{ cm}$$

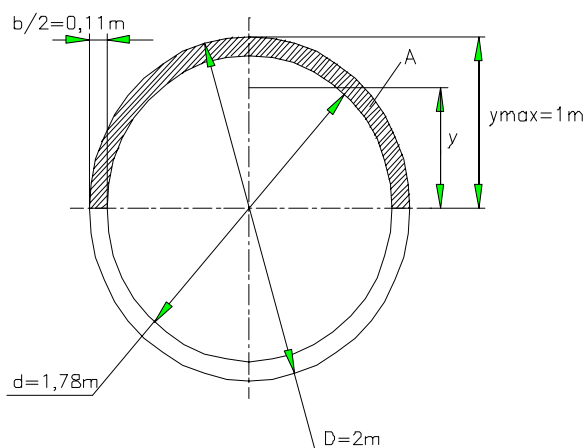


Fig. 8 Sección del “trunium”

Tabla N°2 Peso propio de los elementos del molino y de la carga de bolas.

ELEMENTO	CANT	VOL (m ³)	MASA (kg)	PESO (kN)	LONG (m).	CARGA DISTRIB. (kN/m)	SIMBOLO.
Trunium de entrada	1	1.152	9019.4	88.45	1.51	58.57	q _{t.e}
Trunium de salida	1	1.359	10640.2	104.345	1.74	59.97	q _{t.s}
Sinfín de entrada	1	0.257	2010	19.718	1.51	13.06	q _{s.e}
Sinfín de salida	1	0.257	2010	19.718	1.74	11.33	q _{s.s}
cuerpo del molino con blindaje	1	-	146300	1434.9	11.14	128.80	q _c
Catalina	1	-	144260	141.5	-	-	W _c
Tornillos del blindaje	30	-	1483.2	14.55	11.14	1.30	q _{t.b}
Tornillos de la catalina	30	-	179.04	1.756	-	-	W _t
Tornillos de la brida de entrada	30	-	179.04	1.756	-	-	W _t
Tornillos de la brida de salida		-	179.04	1.756	-	-	W _t
Carga de bolas		-	118000	1157.3	11.14	103.90	q _{c.b}

$$W_c + W_t = 143.3 \text{ KN}$$

$$q_{ts} + q_{s:s} = 71.3 \text{ KN/m}$$

$$W_t = 1.76 \text{ KN}$$

$$W_t = 1.76 \text{ KN}$$

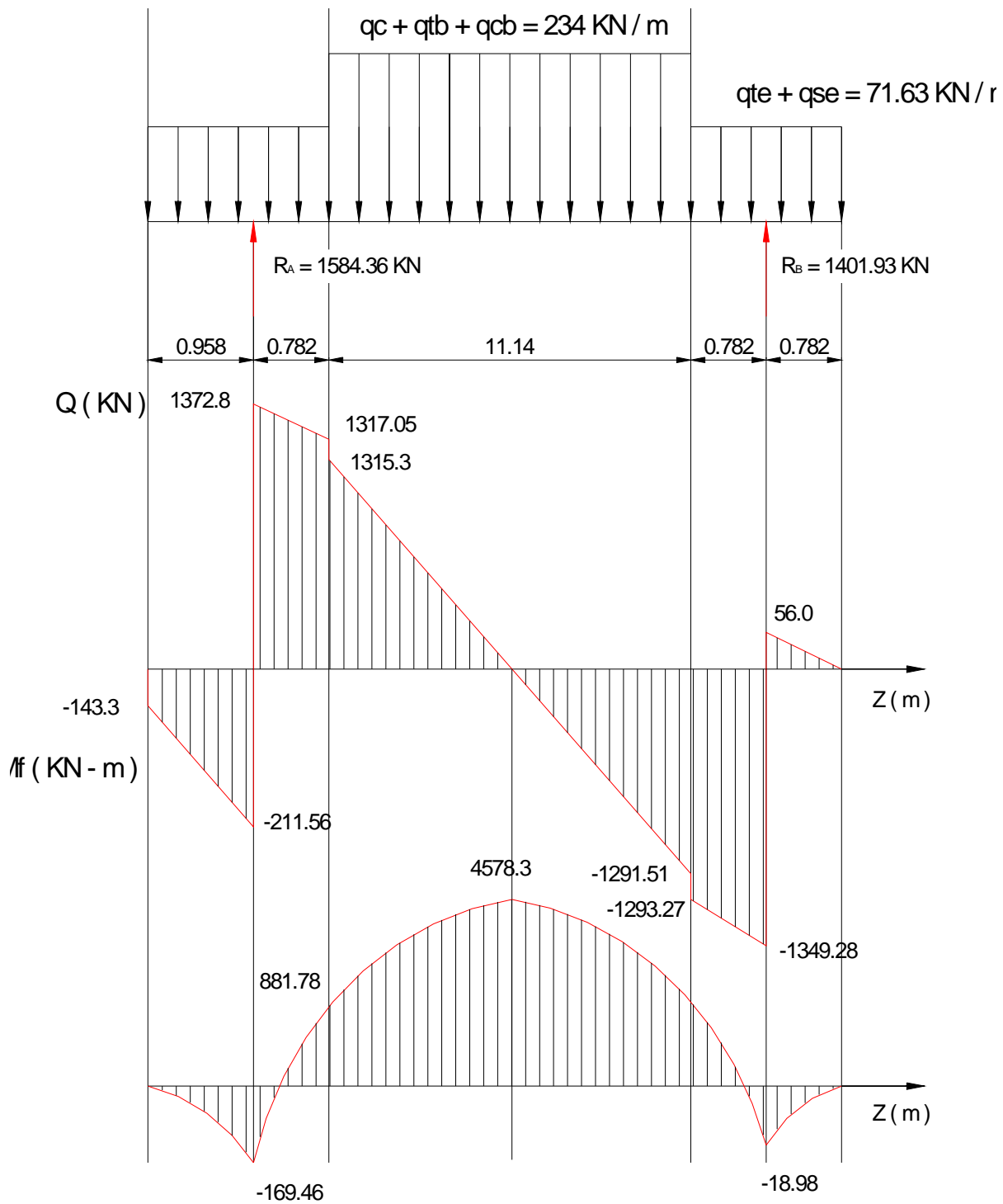


Fig. 9. Diagrama $Q = f(z)$ y $M_f = f(z)$ para el molino con cargas estáticas y condiciones normales de carga.

En la Fig.10 se muestran los valores de fuerzas de cortante y momentos flectores en las 5 secciones que se consideraron características del estado tensional del “trunium”.

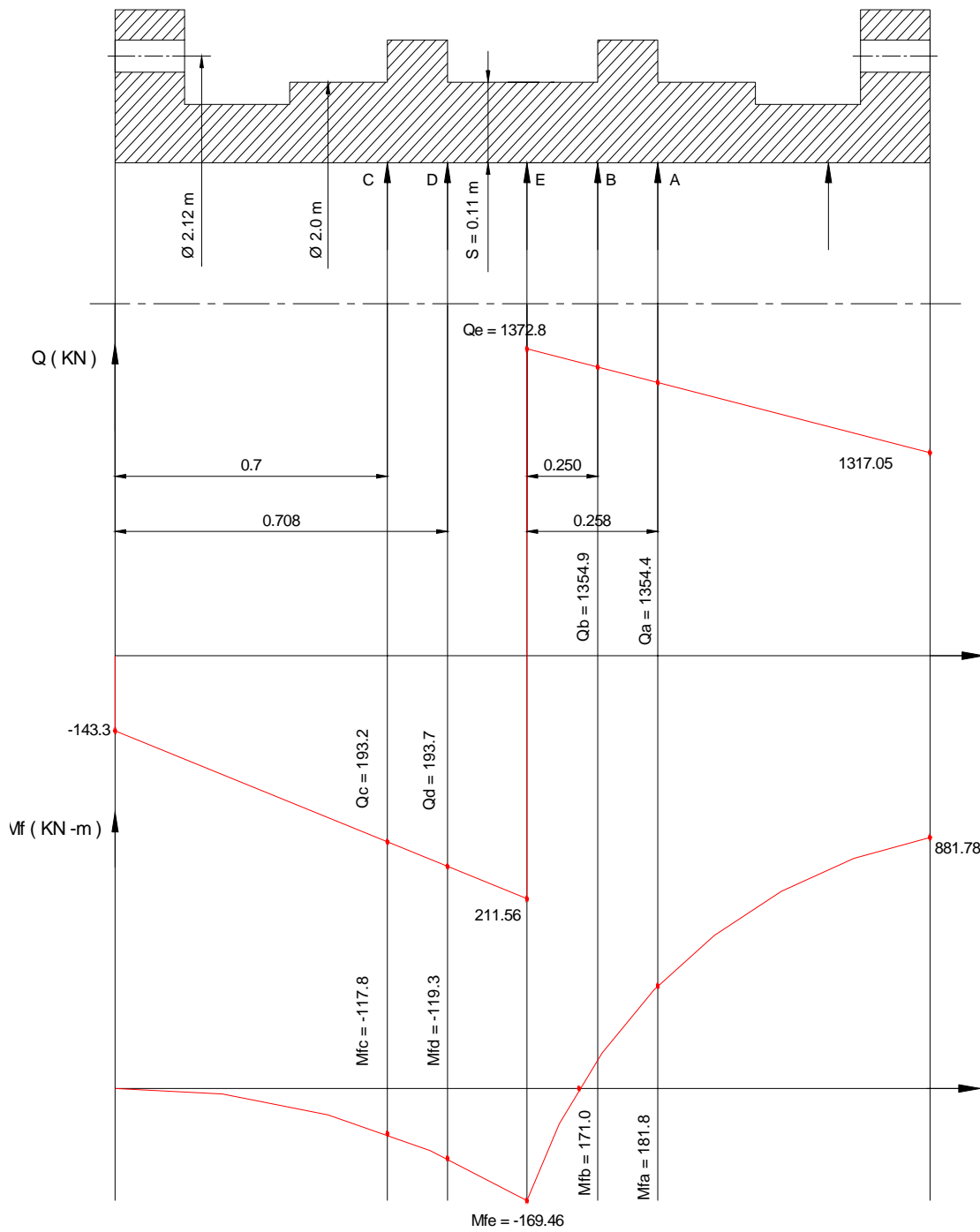


Fig. 10. Fuerzas de cortante y momentos flectores en las secciones características del “trunium”.

$$S_{\text{máx}} = A \cdot \bar{y}$$

$$A = \frac{1}{2} \frac{\pi \cdot D^2}{4} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right] = 0.327 \text{ m}^2$$

$$\bar{y} = \frac{2(D^3 - d^3)}{3 \cdot \pi \cdot (D^2 - d^2)} = 0.602 \text{ m}$$

$$S_{\text{x.máx}} = 0.197 \text{ m}^3 = 1.97 \cdot 10^5 \text{ cm}^3$$

En la Tabla 3 se muestran los valores de las tensiones en las diferentes secciones del trunium, así como los factores de seguridad calculados por las expresiones:

$$n_{\tau} = \tau_f / \tau_{\text{máx}}$$

$$n_{\sigma} = \sigma_f / \sigma_{\text{máx}}$$

Se tomo $\sigma_f = 245 \text{ MPa} = 24.5 \text{ kN/cm}^2$ y $\tau_f = 0.6 \sigma_f = 14.7 \text{ kN/cm}^2$

Tabla 3. Tensiones en las diferentes secciones del Trunium en condiciones de carga estática.

Sección.	$\tau_{\text{máx}}$ (kN/cm ²)	n_{τ}	$\sigma_{\text{máx}}$ (kN/cm ²)	n_{σ}
A	0,406	36,2	0,061	401,6
B	0,407	36,1	0,0574	426,8
C	0,058	253,4	0,0395	620,3
D	0,058	253,4	0,0400	612,5
E	0,412	35,7	0,0569	430,5

Como se puede apreciar los niveles de tensiones son tan bajos que no existe la más mínima posibilidad que durante el periodo de parada del molino se produjera ningún proceso que condujera a la falla del trunium.

- **Hipótesis N° 2.** Falla originada durante el período prolongado de parada a que se vio sometido el molino con la carga de bolas en su interior y bajo la acción de las cargas suplementarias que introduce la desalineación de 4 mm existente entre los apoyos.

- **Planteamiento de la hipótesis.**

Durante el periodo prolongado de parada a que se vio sometido el molino con la carga de bolas en su interior se produjo un descenso de la base correspondiente al “trunium” de entrada en una magnitud de 4 mm con relación al de salida originándose tensiones suplementarias que asociadas al

factor tiempo crearon las premisas para que se incubaran y desarrollaran las grietas durante la operación.

• **Análisis de la hipótesis.**

Resulta extremadamente difícil determinar las cargas suplementarias que se originarían en el molino si se produjera el descenso del apoyo de entrada con relación al de salida en un momento posterior al montaje del molino partiendo del hecho de que el molino está apoyado sobre dos pedestales autoalineantes. Si no existiera la restricción que representa el reductor final de la transmisión el molino podría acomodarse a la desalineación y no se producirían cargas suplementarias, sin embargo al ser el reductor planetario, insertado en la transmisión autofrenante, se originaran cargas suplementarias que dependerán de las deformaciones que se puedan producir en los elementos que se encuentran entre la catalina situada en voladizo en el extremo de salida del molino y el reductor planetario.

El esquema de análisis que se adoptó para determinar, aunque sea aproximadamente, la magnitud de estas cargas se muestra en la Fig. 12.

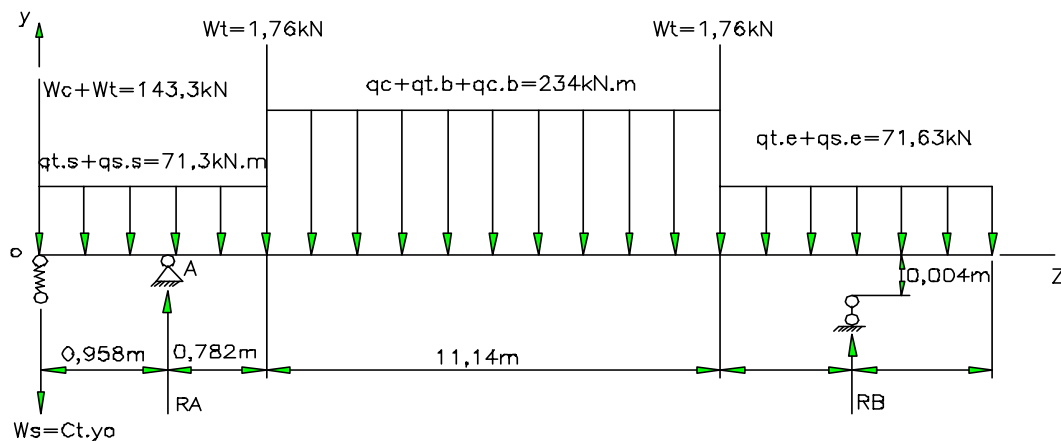


Fig. 12 Esquema de Análisis para la Hipótesis No. 2

Los elementos enlazados al árbol en o y de cuyas deformaciones dependerá la magnitud de las cargas suplementarias $W_s = C_t y_o$ que se originan en ese punto son:

1. Dientes engranados entre la catalina y los dos piñones colocados a ambos lados de la misma.
2. Árboles de ambos piñones.
3. Tornillos de la tapa de los pedestales de ambos piñones.
4. Tornillos de anclaje de los pedestales
5. Árbol de transmisión (no se consideró en el análisis).

El número de dientes engranados entre ambos piñones y la catalina depende del coeficiente de recubrimiento de la transmisión, de aquí que se determinó primero esta magnitud:

$$\varepsilon = \frac{1}{\pi \cdot m \cdot \cos \alpha_c} \left[\sqrt{R_{e,2}^2 - R_{o,2}^2} + \sqrt{R_{e,1}^2 - R_{e,0}^2} - (R_1 + R_2) \sin \alpha_c \right]$$

Los datos son:

$$m = 20 \text{ mm}, \alpha_c = 20^\circ$$

$$R_1 = 350 \text{ mm}, R_{e1} = 370 \text{ mm}, R_{o1} = R_1 \cos(20^\circ) = 328.9 \text{ mm}$$

$$R_2 = 2240 \text{ mm}, R_{e2} = 2260 \text{ mm}, R_{o2} = R_2 \cos(20^\circ) = 2104.9 \text{ mm}$$

Sustituyendo obtenemos: $\varepsilon = 1.8$. Se considerará entonces que permanentemente existen dos pares de dientes en contacto.

El conjunto de elementos deformables asociados al molino a través de la catalina forma entonces un sistema serie-paralelo de elementos deformables como el que se muestra en la Fig. 13. La constante de rigidez C_t del sistema será:

$$C_t = 2 \left[\frac{16 \cdot C_c \cdot C_p \cdot C_a \cdot C_t \cdot C_a}{2 \cdot C_p \cdot C_c \cdot C_a (C_t + C_a) + 8 \cdot C_t \cdot C_a [2 \cdot C_p \cdot C_c + C_a (C_p + C_c)]} \right]$$

Se determinará a continuación la constante de rigidez de cada uno de los elementos del sistema.

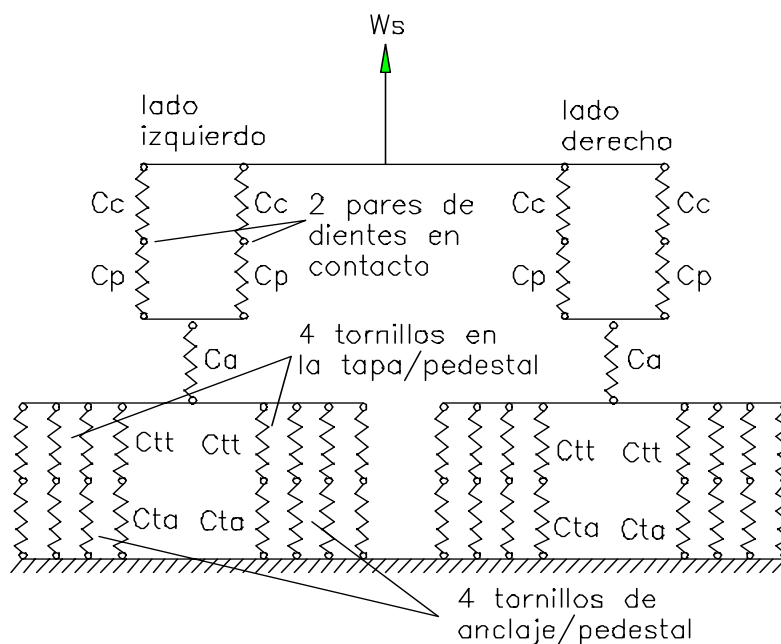


Fig. 13. Sistema de elementos deformables asociados al árbol del molino a través de la catalina.

- **Constante de rigidez del diente de la catalina**

Debido al elevado número de dientes de la catalina la forma del diente se diferencia poco del diente de la cremallera básica de aquí la constante de rigidez del diente de la catalina se calculará para un diente de flanco rectilíneo con el mismo espesor en la cabeza y la circunferencia primitiva que el diente real (Fig. 14).

$$S_p = \frac{\pi \cdot m}{2} = 3.142 \text{ cm}$$

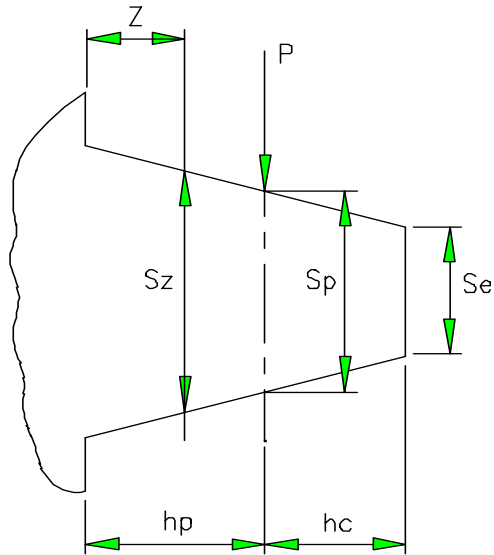


Fig.14. Forma simplificada del diente de la catalina

$$h_c = f_c \cdot m = 2.0 \text{ cm}$$

$$h_p = f_p \cdot m = 2.5 \text{ cm}$$

$$S_e = 2 \cdot R_e \left(\frac{S_p}{2 \cdot R_p} + \text{inv} \alpha_c - \text{inv} \alpha_e \right)$$

Donde $\cos \alpha_e = \frac{R_0}{R_e}$

Para $R_e = 2260 \text{ mm}$, $R_p = 2240 \text{ mm}$ y $R_0 = 2104.9 \text{ mm}$

$\alpha_c = 20^\circ$ y $\alpha_e = 21.35^\circ$

$$\text{inv} \alpha_c = \tan \alpha_c - \alpha_c = 0.01490$$

$$\text{inv} \alpha_e = \tan \alpha_e - \alpha_e = 0.01826$$

$$S_e = 16.51 \text{ mm} = 1.651 \text{ cm}$$

Se puede plantear la siguiente proporción:

$$\frac{S_z - S_p}{h_p - z} = \frac{S_p - S_e}{h_c}$$

De donde:

$$S_z = 5.0058 - 0.7455 z$$

El momento de inercia de una sección cualquiera del diente de la catalina será una función: $I_x = f(z)$ igual a:

$$I_x = \frac{1}{12} \cdot b \cdot S_z^3 = 5 (5.0058 - 0.7455 z)^3$$

Siendo $b = 60$ cm

Al ser el momento de inercia de la sección del diente variable no se pueden utilizar las ecuaciones universales de la elástica. Se utilizará entonces la ecuación diferencial aproximada de la curva elástica de la viga, o sea:

$$E I_x y'' = M_f$$

Considerando los dientes en contacto en el polo, lo que constituye una simplificación, pero válida en nuestro caso donde se pretende determinar valores aproximados de las cargas suplementarias que se pueden originar en estas condiciones.

$$M_f = P \cdot (h_p - z) = P \cdot (2.5 - z)$$

$$E = 10^4 \text{ kN / cm}^2$$

$$y'' = \frac{P \cdot (2.5 - z)}{2 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot (5.0058 - 0.7455 \cdot z)^3}$$

Integrando dos veces, para las condiciones $z = 0, y' = 0, y = 0$. Se obtiene en la primera integración.

$$y' = \frac{2.5 \cdot P}{10^5} \int (5.0058 - 0.7455 \cdot z)^{-3} \cdot dz - \frac{P}{10^5} \int z \cdot (5.0058 - 0.7455 \cdot z)^{-3} \cdot dz$$

Integrando y sustituyendo $z = 0, y' = 0$. Se obtiene el valor de la primera constante de integración.

$$C_1 = - 0.2496 \cdot 10^{-5} P$$

Sustituyendo C_1 en el resultado de la primera integración.

$$y = 10^{-5} \cdot P \left[1.8 \cdot \int \frac{dz}{5.0058 - 0.7455 \cdot z} - 2.823 \cdot \int (5.0058 - 0.7455 \cdot z)^{-2} \cdot dz - \int 0.2496 \cdot dz \right]$$

Para $z = 0, y = 0$. Se obtiene el valor de la segunda constante de integración

$$C_2 = 4.647 \cdot 10^{-5} P$$

Sustituyendo C_2 y para $z = h_p = 2.5$ cm.

$$y = 0.0562 \cdot 10^{-5} P.$$

Como $C_c = \frac{P}{y} = 17.8 \cdot 10^5 \text{ kN/cm}$

• **Constante de rigidez del diente del piñón.**

Para calcular la constante de rigidez del piñón primeramente se determinó el espesor del diente en las circunferencias características.

Circunferencia de paso

$$S_p = \frac{\pi \cdot m}{2} = 3.142 \text{ cm}$$

Circunferencia básica

$$S_o = 2 \cdot R_{o,1} \left(\frac{S_p}{2 \cdot R_1} + \text{inv} \alpha_c \right) = 3.051 \text{ cm}$$

Circunferencia exterior

$$S_e = 2 \cdot R_{e,1} \left(\frac{S_p}{2 \cdot R_1} + \text{inv} \alpha_c - \text{inv} \alpha_e \right)$$

$$\alpha_{e,1} = \cos^{-1} \left(\frac{R_{o,1}}{R_{e,1}} \right) = 27.26^\circ \quad \text{inv} \alpha_{e,1} = \tan \alpha_{e,1} - \alpha_{e,1} = 0.03948$$

$$S_e = 3.14 \text{ cm}$$

Como se puede apreciar los espesores del diente a lo largo de su altura se diferencian muy poco de aquí que para el cálculo de su constante de rigidez el diente del piñón puede ser considerado como una viga de sección constante de espesor $S = S_p = 3.14 \text{ cm}$ (Fig. 15).

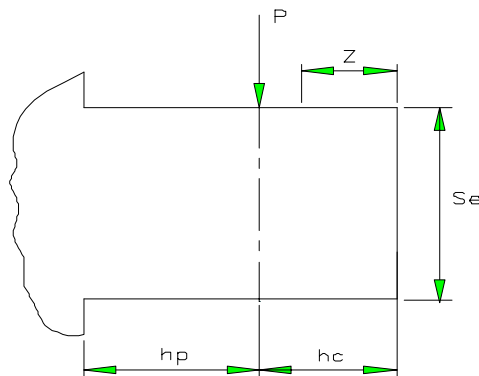


Fig. 15. Forma simplificada del diente del piñón

$$I_x = \frac{1}{12} \cdot b \cdot (S_p)^3 = 155 \text{ cm}^4$$

Para este esquema en una viga sección constante [12]

$$y = \frac{P \cdot b^3}{6 \cdot E \cdot I_x} \left(\frac{l-z}{b} - 3 \right) \left(\frac{l-z}{b} \right)^2$$

Donde, para contacto en el polo,

$$l = h_p + h_c = 4.5 \text{ cm}, b = h_p = 2.5 \text{ cm}, z = h_c = 2.0 \text{ cm}$$

$$y = 0.03252 \cdot 10^{-4} P$$

$$\text{De donde: } C_p = \frac{P}{y} = 3.075 \cdot 10^5 \text{ kN/cm}$$

- **Constante de rigidez del árbol del piñón.**

Ambos piñones acoplados a la catalina son idénticos. El árbol de esta es simple montado sobre dos apoyos con cojinetes de rodamientos según el esquema de la Fig. 16.

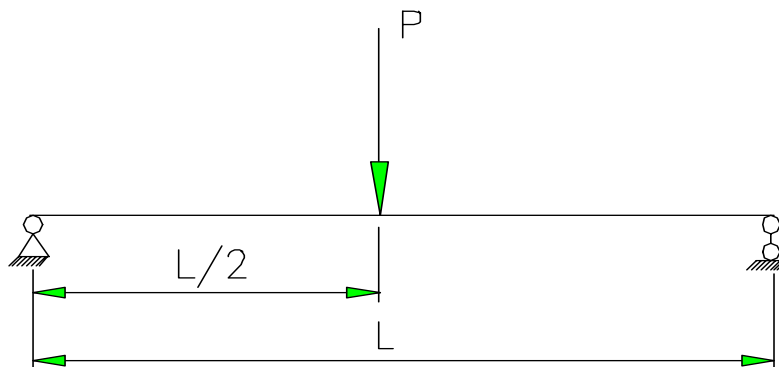


Fig. 16 Esquema del árbol del piñón.

Para este esquema según [12]

$$y = \frac{P \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I_x}$$

$$\text{Como } C = \frac{P}{y} = \frac{48 \cdot E \cdot I_x}{l^3}$$

Para el árbol $l = 140 \text{ cm}$, $d = 40 \text{ cm}$, $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$, $I_x = 0.05 d^4$

$$C_a = 4.478 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}$$

- **Constante de rigidez de los tornillos de la tapa.**

La constante de rigidez de los tornillos de la tapa de las chumaceras de apoyos del árbol del piñón se calcula aproximadamente por la expresión:

$$C_{t_i} = \frac{E \cdot A}{l}$$

Donde:

E - módulo de elasticidad del acero; $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$

A - área de la sección transversal del cuerpo del tornillo de diámetro 4,2cm

l - longitud del tornillo desde la mitad de la altura de la cabeza hasta la mitad de la altura de la tuerca (mitad de la altura de la parte roscada de la base, ya que son espárragos). Esta longitud es $l = 30,5 \text{ cm}$.

$$C_{t_i} = 9.1 \cdot 10^3 \text{ kN/cm}$$

- **Constante de rigidez de los tornillos de anclaje.**

De la misma forma que para el caso anterior.

$$C_{t_a} = \frac{E \cdot A}{l}$$

$E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$, $d = 4.2 \text{ cm}$, $l = 15,2 \text{ cm}$

$C_{t_a} = 1.82 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}$

- **Constante de rigidez del sistema.**

$$C_t = 2 \left[\frac{16 \cdot C_c \cdot C_p \cdot C_a \cdot C_{t_i} \cdot C_{t_a}}{2 \cdot C_p \cdot C_c \cdot C_a (C_{t_i} + C_{t_a}) + 8 \cdot C_{t_i} \cdot C_{t_a} [2 \cdot C_p \cdot C_c + C_a (C_p + C_c)]} \right]$$

$C_c = 17.8 \cdot 10^5 \text{ kN/cm}$

$C_p = 3.075 \cdot 10^5 \text{ kN/cm}$

$C_a = 4.478 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}$

$C_{t_i} = 9.1 \cdot 10^3 \text{ kN/cm}$

$C_{t_a} = 1.82 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}$

Sustituyendo se obtiene:

$C_t = 4.45 \cdot 10^4 \text{ kN/cm} = 4.45 \cdot 10^6 \text{ kN/m}$

Conocida la constante de rigidez del sistema ya se puede plantear el sistema de ecuaciones para hallar W_s y las reacciones de apoyo R_A y R_B

Disponemos de dos ecuaciones de equilibrio (Fig. 12).

$$\sum Fy = R_A + R_B - C_t \cdot y_o - 2985.8 = 0 \quad (I)$$

$$\sum M_o = 0.958 \cdot R_A + 13.662 \cdot R_B - 20664.14 = 0 \quad (\text{II})$$

Se pueden plantear otras dos condiciones ya que la flecha en el apoyo A, $y_A = 0$ y en el apoyo B, $y_B = 0,004$ m

De la primera condición:

$$E \cdot I_x \cdot y_A = E \cdot I_x \cdot y_o + E \cdot I_x \cdot \theta_o \cdot (0.958) - \frac{143.3 \cdot (0.958)^3}{6} - \frac{C_i \cdot y_o \cdot (0.958)^3}{6} - \frac{71.3 \cdot (0.958)^4}{24} = 0$$

Tomando $E = 2 \cdot 10^4$ kN/cm² = $2 \cdot 10^6$ kN/m²

Como momento de inercia se tomo el que predomina en la sección entre apoyos del molino que es el del tambor.

Según la literatura especializada de molinos de bolas para cemento [1], el módulo de la sección del tambor, teniendo en cuenta los orificios para los tornillos del blindaje se calcula por la expresión:

$$W_x = \frac{\pi \cdot D_m^2}{4} \cdot \delta \cdot (1 - c) \quad [\text{m}^3]$$

Donde:

D_m - diámetro medio del tambor [m]

δ - espesor de la pared [m]

$$c = \sum \frac{b_i}{\pi \cdot D_m}$$

$\sum b_i$ _sumatoria de los diámetros de los agujeros en una sección

y el momento de inercia por la expresión

$$I_x = W_x \cdot \left(\frac{D_m}{2} + \delta \right) \quad [\text{m}^4]$$

Los datos del tambor del molino son:

$D_m = 4.04$ m

$\delta = 0.04$ m

Nº de orificios en una sección: 33

Diámetro de los orificios: 0.033 m

Sustituyendo en las expresiones anteriores.

$c = 0.104$

$W_x = 0.46$ m³

$I_x = 0,92$ m⁴

Sustituyendo E e I_x en la ecuación se obtiene:

$$(18.02 \cdot 10^7 - 0.1466 \cdot C_t) \cdot y_o + 1.726 \cdot 10^8 \cdot \theta_o - 23.5 = 0 \quad (\text{III})$$

De la segunda condición, sustituyendo E e I_x y procesando se obtiene:

$$(18.02 \cdot 10^7 - 425 \cdot C_t) \cdot y_o + 2.462 \cdot 10^9 \theta_o + 341.72 \cdot R_A + 4.19 \cdot 10^5 = 0 \quad (\text{IV})$$

Resolviendo el sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas con el sistema DERIVE para $C_t = 4.45 \cdot 10^6$ kN/m se obtiene:

$$R_A = 3325.0 \text{ kN}$$

$$R_B = 1279.4 \text{ kN}$$

$$y_o = 3.6376 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\theta_o = 3.7847 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

Para el esquema de análisis de la figura 12 y con los datos anteriores se construyeron los diagramas de la Fig. 17.

Las fuerzas de cortante y momentos flectores en las mismas secciones a que se refiere la Fig. 10 en este caso son:

Tabla N° 4 Fuerzas de cortante y momentos flectores en las secciones características con cargas estáticas y desalineación del apoyo derecho

Sección	Q (kN)	M _F (kN-m)
A	1476.75	- 1343.18
B	1477 .04	- 1349.09
C	- 1812.05	- 1258.01
D	- 1812.33	- 1265.26
E	- 1830.16	- 1720.60

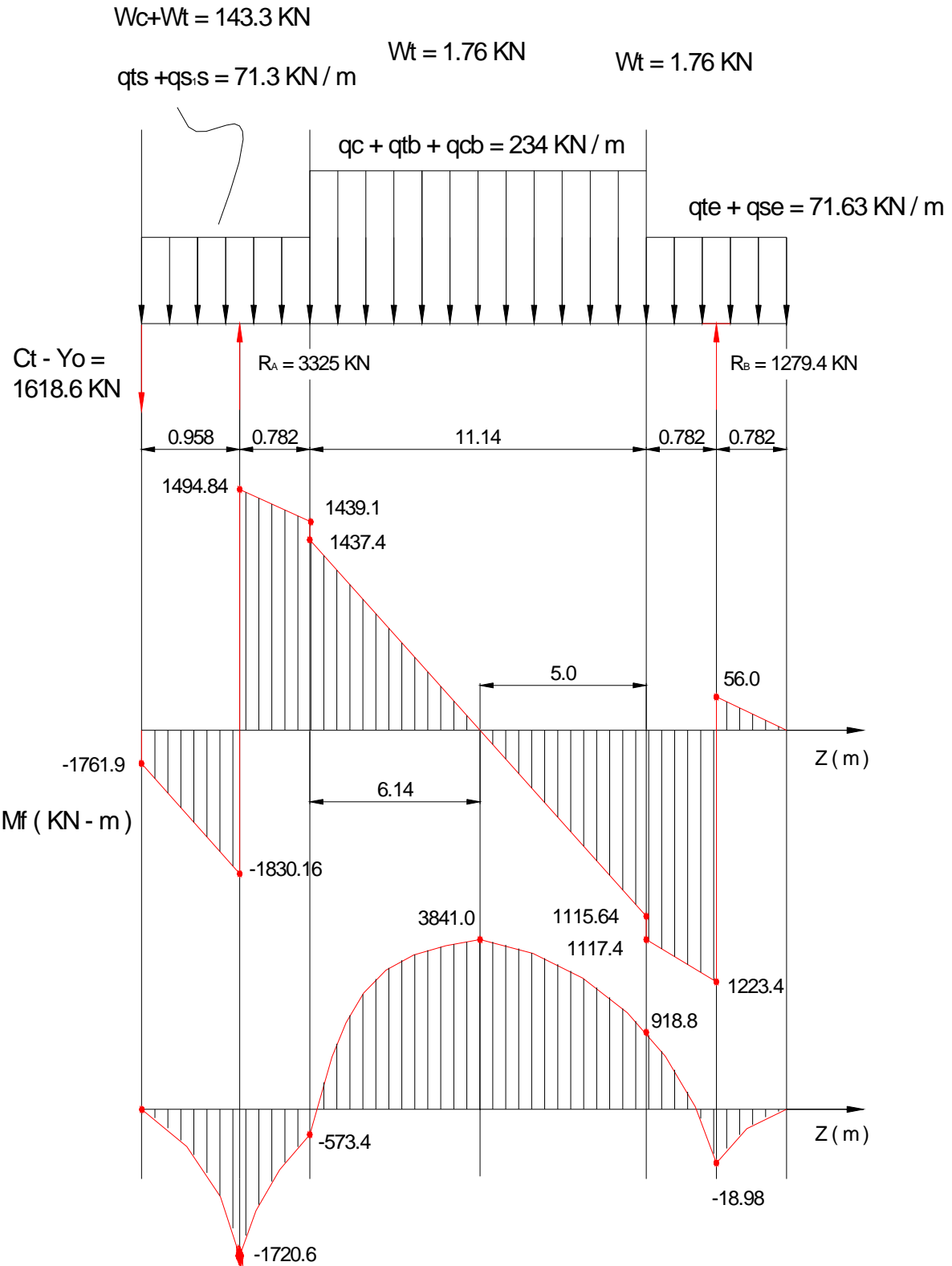


Fig. 17. Diagrama $Q = f(z)$ y $M_f = f(z)$ para el molino con cargas estáticas y desalineación de 4 mm en el apoyo derecho.

Las tensiones y los factores de seguridad para este caso se muestran en la Tabla 5.

Tabla N° 5 Tensiones en las diferentes secciones del trunium en condiciones de carga estática con desalineación del apoyo derecho

Sección	$\tau_{\text{máx}}$ (kN/cm ²)	n_{τ}	$\sigma_{\text{máx}}$ (kN/cm ²)	n_{σ}
A	0.443	33.2	0.451	54.3
B	0.443	33.2	0.453	54.2
C	0.544	27.0	0.423	57.9
D	0.544	27.0	0.425	57.6
E	0.550	26.7	0.578	42.4

Como se aprecia los niveles de tensiones en las secciones características del trunium son tan bajos aun en estas condiciones, que no tienen probabilidad alguna de conducir a un proceso de destrucción por fatiga. La posibilidad de que la falla se originara durante el período prolongado de parada del trunium queda totalmente descartada.

- **Hipótesis N° 3.** Falla originada por un proceso de fatiga bajo condiciones normales de explotación del trunium.

- **Planteamiento de la hipótesis.**

Al ser descartadas las dos hipótesis anteriores es necesario evaluar la posibilidad de que la falla ocurriera por un proceso de fatiga. A pesar de que se conoce la existencia de la desalineación del apoyo derecho del trunium y la excentricidad del centro de masa del tambor el análisis de la posibilidad de aparición de esta falla se inició evaluando el estado tensional que existe en las secciones agrietadas del trunium en las condiciones normales de explotación.

La hipótesis se puede formular entonces de la siguiente manera: la combinación de tensiones de cizallamiento, de flexión y de torsión que surgen en las secciones del trunium en presencia de los concentradores de tensiones que existen en dichas secciones condujeron a la incubación de las grietas y al desarrollo de las mismas por fisuración progresiva.

- **Análisis de la hipótesis**

De la teoría general de los molinos de bolas [1,3,5] se conoce que durante la operación del molino la parte de la carga de bolas y de la carga del material que permanecen en contacto con el cuerpo del tambor ocupan, debido al giro del molino, una posición excéntrica dentro del tambor tal como se muestra en la Fig.18.

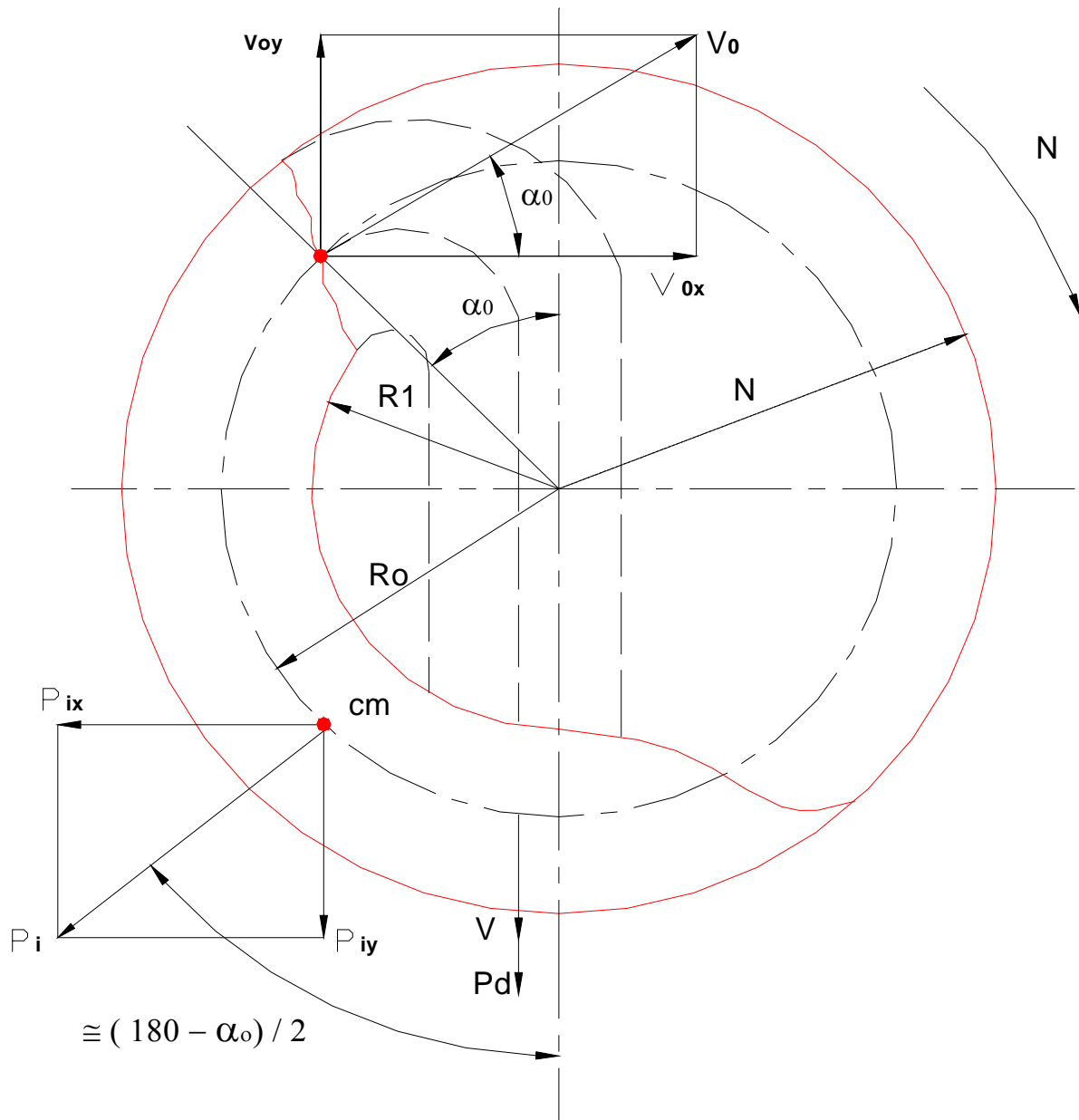


Fig. 18. Posición de la carga de bolas y de material durante el trabajo del molino.

La carga de material se considera como un 16 % de la carga de bolas y el 56.6 % de la suma de la carga de bolas y del material permanece en contacto con el tambor [1].

El 43.4 % de la carga de bolas y del material se separa de la superficie del tambor y realiza un vuelo según una trayectoria parabólica tal como se muestra en la figura hasta su caída, produciéndose de esta forma el efecto de trituración sobre el material producto de las cargas dinámicas que se originan durante el golpeo de las bolas sobre el material.

El ángulo α_o para el cual se inicia la separación corresponde al ángulo en el cual la componente del peso de cada partícula en la dirección del radio se iguala con la fuerza de inercia sobre la partícula (Fig. 19). De donde:

$$G \cdot \cos \alpha_o = \frac{G}{g} \cdot \frac{V_o^2}{R_o} \qquad \cos \alpha_o = \frac{V_o^2}{g \cdot R_o}$$

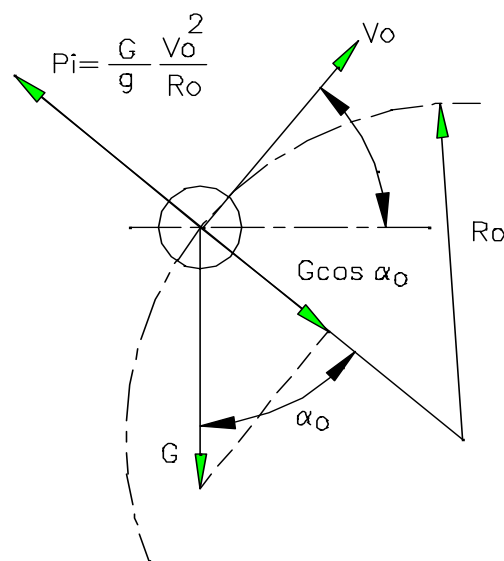


Fig. 19. Instante del comienzo del vuelo de las partículas.

La velocidad V_o se calculó por:

$$V_o = \frac{\pi \cdot R_o \cdot n}{30} \quad [\text{m/s}]$$

El tiempo de contacto con el tambor

$$t_1 = \frac{90 - \alpha_o}{1.5 \cdot n}$$

El tiempo de vuelo

$$t_2 = 19.1 \cdot \frac{\text{sen} 2\alpha_o}{n}$$

Y el tiempo total de recorrido de la trayectoria por una partícula cualquiera $t_o = t_1 + t_2$

La parte que está en contacto con el tambor al encontrarse en una posición excéntrica provoca una fuerza complementaria sobre el molino que es la fuerza de inercia F_i (Fig. 18).

La magnitud de esta fuerza se calcula por la expresión:

$$P_i = m \frac{V_o^2}{R_o}$$

En las expresiones anteriores:

$$m = 0.566 \cdot \left(\frac{Q_{c.b}}{g} + 0.16 \frac{Q_{c.b}}{g} \right) = 0.657 \frac{Q_{c.b}}{g}$$

$$P_i = 0.657 \cdot Q_{c.b} \frac{V_o^2}{g} R_o$$

$m_{c.b}$ -masa de la carga de bolas

R_o -radio del centro de masa = $0.86 \cdot R$ [5]

V_o -velocidad periférica correspondiente al radio R_o

Las partículas en vuelo al caer sobre la parte inferior del tambor generan una fuerza dinámica adicional sobre el molino que se calcula por la expresión.

$$P_d = m_d \cdot V$$

Donde :

m_d - masa dinámica - kg/s

V - velocidad de golpeo - m/s

La masa dinámica se calcula por la expresión:

$$m_d = 0.434 \cdot (Q_{c.b} + 0.16 \cdot Q_{c.b}) \frac{1}{g \cdot t_o}$$

Y la velocidad de golpeo

$$V = V_{o.y} - g \cdot t_2$$

$$V = V_o \cdot \text{sen } \alpha_o - 19.1(\text{sen } 2\alpha_o g) \frac{1}{n}$$

La fuerza dinámica será

$$P_d = 0.434 \frac{(Q_{c.b} + 0.16 \cdot Q_{c.b})}{g \cdot t_o} \left(V_o \cdot \text{sen } \alpha_o - 19.1 \frac{\text{sen } 2\alpha_o}{n} \right)$$

Los cálculos de estas fuerzas complementarias sobre el molino arrojan los siguientes resultados:

$$V_o = 2.78. \text{ m/s}$$

$$\alpha_o = 62.73^\circ$$

$$t_1 = 1.18 \text{ s}$$

$$t_2 = 1.0 \text{ s}$$

$$t_o = t_1 + t_2 = 2.18 \text{ s}$$

$$V = -7.33 \text{ m/s}$$

La fuerza de inercia para $Q_{cb} = 1157.3 \text{ kN}$

$$P_i = 348.1 \text{ kN}$$

Las componentes de esta fuerza:

$$P_{i.x} = P_i \cdot \sin\left(\frac{180 - \alpha_o}{2}\right) = 283.4 \text{ kN}$$

$$P_{i.y} = P_i \cdot \cos\left(\frac{180 - \alpha_o}{2}\right) = 202.2 \text{ kN}$$

Las cargas uniformemente distribuidas que estas fuerzas representan sobre el molino serán :

$$q_{i.x} = \frac{P_{i.x}}{l_{tambor}} = 25.4 \text{ kN/m}$$

$$q_{i.y} = \frac{P_{i.y}}{l_{tambor}} = 18.15 \text{ kN/m}$$

La fuerza dinámica:

$$P_d = 200.4 \text{ kN}$$

Su carga distribuida:

$$q_d = \frac{P_d}{l_{tambor}} = 18 \text{ kN/m}$$

El peso propio del material se considero uniformemente distribuido a lo largo de toda la longitud del molino. Su carga distribuida es:

$$q_{mat} = \frac{0.16 \cdot Q_{c.b}}{l_{molino}} = 12.95 \text{ kN/m}$$

En las Figs. 20 y 21 se muestra el esquema de análisis correspondiente a este caso de carga en el plano horizontal y en el vertical así como los correspondientes diagramas de fuerzas de cortante y momentos flectores.

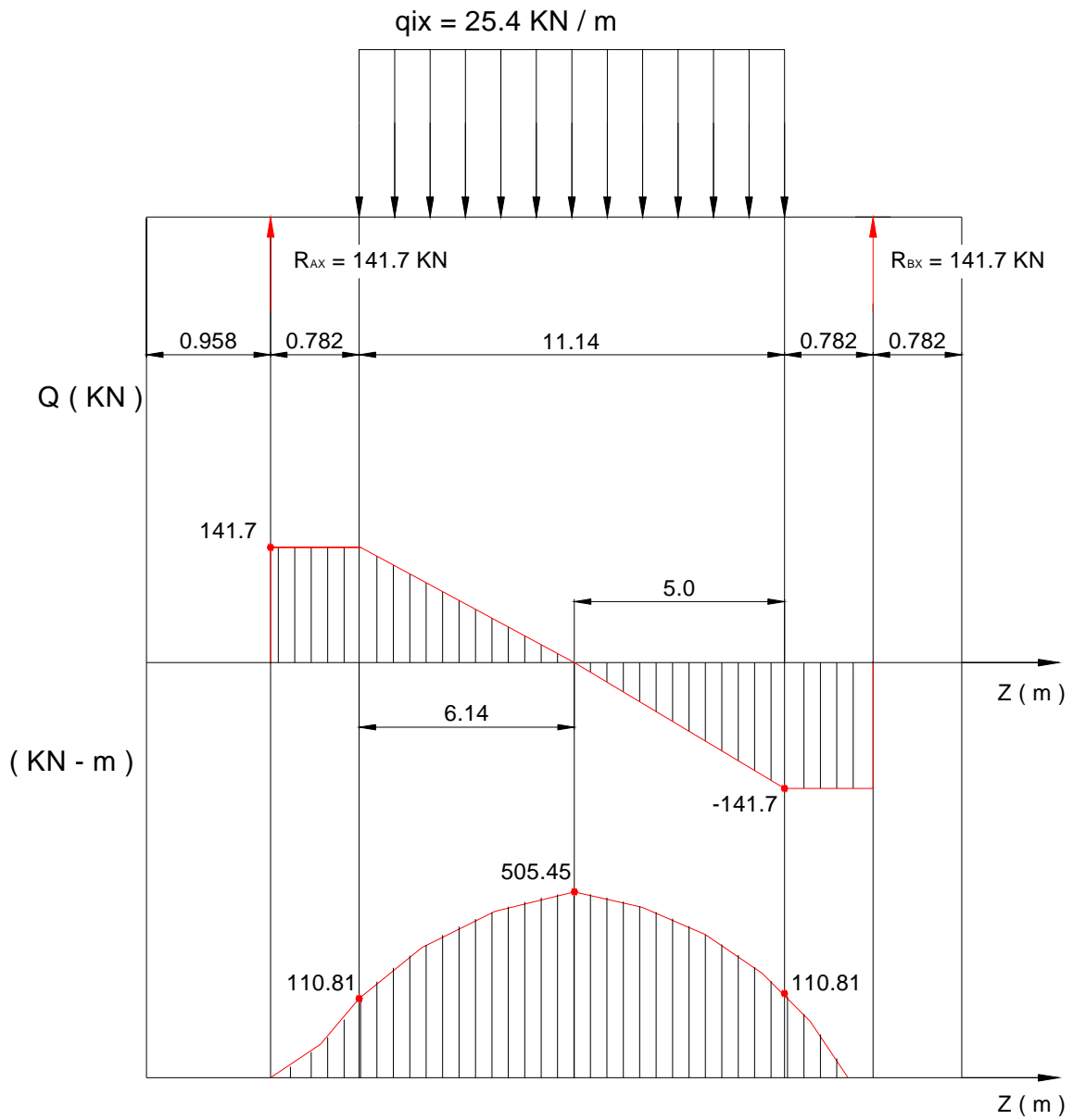


Fig. 20. Diagrama $Q_x = f(z)$ y $M_{fy} = f(z)$ para el molino con cargas dinámicas y condiciones normales de explotación.

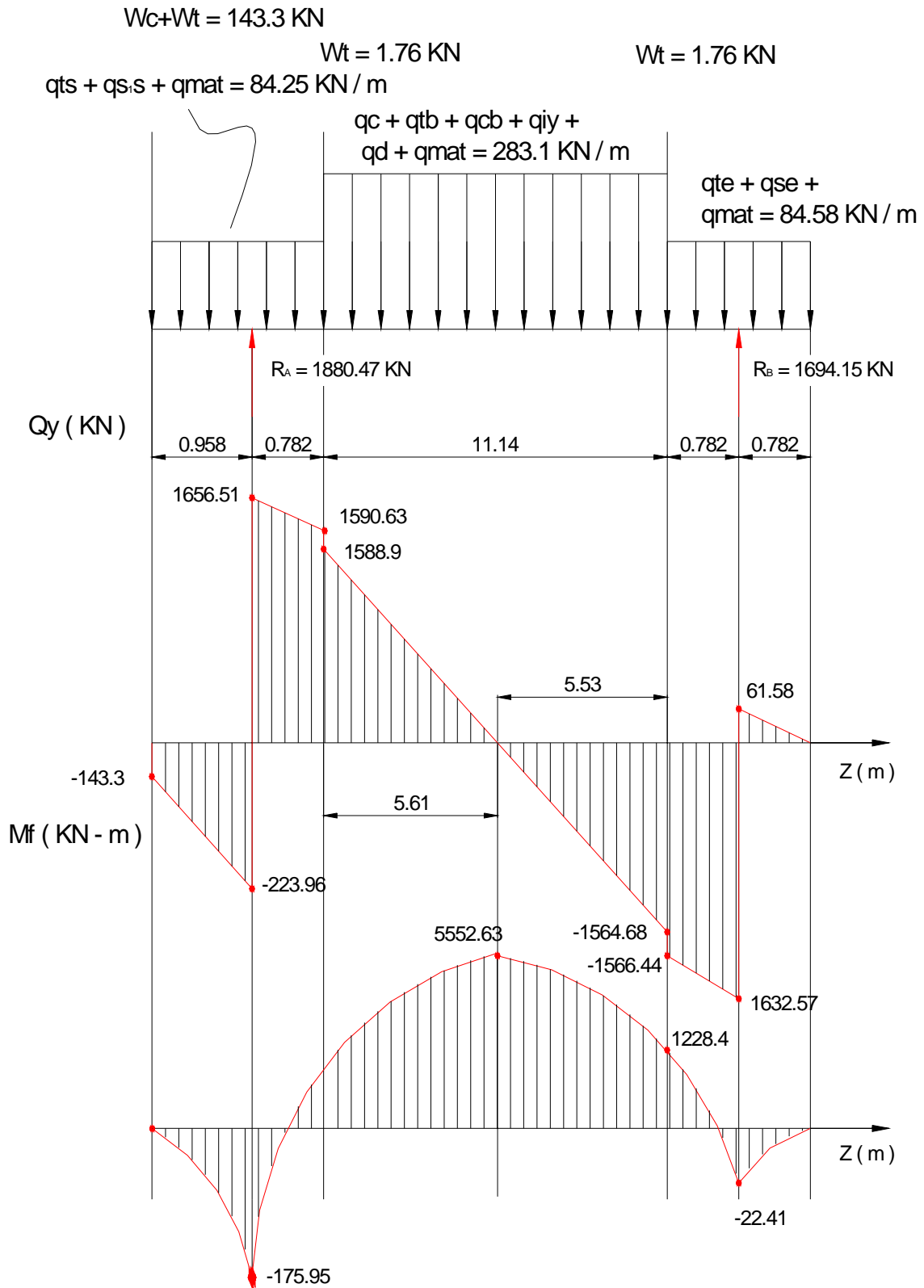


Fig. 21. Diagrama $Q_y = f(z)$ y $M_f = f(z)$ para el molino con cargas dinámicas y condiciones normales de explotación.

Los valores de las fuerzas de cortante en la dirección de los ejes, la fuerza de cortante resultante, los momentos flectores con relación a los ejes centroidales y el momento flector resultante en las mismas secciones características del trinium que se señalan en la Fig. .10 se dan para este caso en la Tabla 6

Tabla N°6. Fuerzas de cortante y momentos flectores en las secciones características con carga dinámica y condiciones normales de explotación.

Sección	Q _x (kN)	Q _y (kN)	Q _r (kN)	M _{f,x} (kN- m)	M _{f,y} (kN-m)	M _{f,r} (kN -m)
A	141.7	1635.11	1641.24	242.09	36.0	244.75
B	141.7	1635.45	1641.57	235.55	35.43	238.2
C	0	202.56	202.56	-121.78	0	121.78
D	0	202.9	202.9	-122.59	0	122.59
E	1417	1656.51	1662.56	-175.95	0	175.95

Estas secciones no solo están sometidas a flexión sino también a torsión. La potencia que cada motor le entrega al molino se puede calcular partiendo de la potencia de estos y los rendimientos mecánicos de los elementos existentes entre el motor y el trinium por la siguiente expresión:

$$N_{\text{molino}} = 2 N_m \eta_{\text{coj}}^2 \eta_{\text{plan}} \eta_{\text{red. fin}} C_{\text{util}}$$

$$N_{\text{molino}} = 2 \cdot 900 \cdot 0.98^2 \cdot 0.98 \cdot 0.97 \cdot 1.0$$

$$N_{\text{molino}} = 1\ 641.24 \text{ kW}$$

El momento torsor en el eje del molino que gira a $n = 15.45 \text{ r/min}$ será :

$$M_t = 955 N / n = 101\ 448.9 \text{ kN- cm}$$

La tensión tangencial provocada por el momento torsor se calcula por la conocida expresión:

$$\tau_{\text{max. Mt}} = M_t \rho / I_p$$

Donde:

$$\rho = D/2 = 1.0 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

$$I_p = 0.1 D^4 [1 - (d/D)^4] = 0.585 \text{ m}^4 = 0.585 \cdot 10^8 \text{ cm}^4$$

$$\tau_{\text{max. Mt}} = 0.173 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

Tanto las tensiones normales como las tangenciales en las diferentes secciones del trinium varían cíclicamente. El ciclo de las tensiones normales de flexión es simétrico ($r = -1$) y el factor de seguridad a la fatiga se puede calcular por la expresión clásica.

$$n_{\sigma} = \frac{\varepsilon_{\sigma} \cdot \beta_k \cdot \sigma_{-1}}{k_{\sigma} \cdot \sigma_a}$$

En esta expresión:

$$\sigma_{-1} = 0.43 \sigma_r = 0.43 \cdot 420 = 180.6 \text{ MPa} = 18.06 \text{ kN / cm}^2$$

$$\varepsilon_{\sigma} = 0.4 \text{ para } d = 2000 \text{ mm}$$

$$\beta_k = 0.84$$

El coeficiente real de concentración de tensiones depende de la sección que se analice. Así para las secciones A, B, C y D

$$\text{Para } D/d = 2/1.78 = 1.12 \text{ y } r/d = 0.008/2 = 0.004$$

Se tiene que para flexión $\alpha_{\sigma} = 3.0$, $q_{\sigma} = 0.5$ para $\sigma_r = 43 \text{ kg/mm}^2$ y

$$\alpha_{\sigma} = 3 \text{ y por lo tanto } k_{\sigma 1} = 1 + q_{\sigma} (\alpha_{\sigma} - 1) = 2$$

En los cálculos se considero que dos concentradores muy próximos $k_{\sigma 1}$ y $k_{\sigma 2}$ multiplican sus efectos. Dada la presencia de un gran volumen de defectos internos (poros, inclusiones no metálicas, etc.) se consideró $k_{\sigma 2} = 1.75$ y por lo tanto

$$k_{\sigma} = k_{\sigma 1} k_{\sigma 2} = 3.5.$$

Para la sección E solo se consideró la presencia de los concentradores internos

$$k_{\sigma} = k_{\sigma 2} = 1.75$$

Desde el punto de vista de las tensiones tangenciales se superponen las tensiones tangenciales a la flexión (τ_Q) con las de la torsión (τ_{Mt}) como se muestra en la Fig. 22.

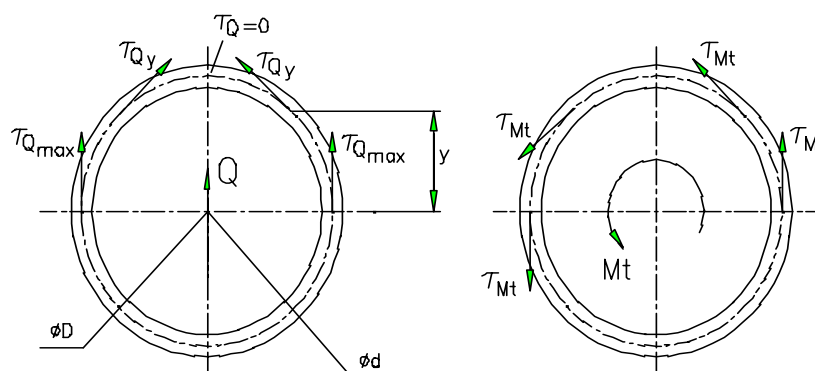


Fig.22. Direcciones de las tensiones τ_Q y τ_{Mt}

El ciclo de tensiones variables desde el punto de vista de las tensiones tangenciales será tal que la τ_{\max} se producirá cuando se suman las tensiones τ_Q y τ_{Mt} , o sea :

$$\tau_{\max} = \tau_Q + \tau_{Mt}$$

Y la tensión mínima cuando se restan.

La razón de asimetría del ciclo será $r = \tau_{\min} / \tau_{\max}$.

Si la razón de asimetría da negativa el factor de seguridad a las tensiones tangenciales se halla por la expresión:

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_{\tau} \cdot \tau_a}{\varepsilon_{\tau} \cdot \beta_k} + \Psi_{\tau} \cdot \tau_m}$$

Donde:

$$\tau_a = \tau_{\max} - \tau_{\min} / 2$$

$$\tau_m = \tau_{\max} + \tau_{\min} / 2$$

$$\tau_{-1} = 0.22 \quad \tau_r = 0.22 \quad 420 = 92.4 \text{ MPa} = 9.24 \text{ kN/cm}^2$$

$$\varepsilon_{\tau} = 0.4 \text{ para } d = 2000 \text{ mm}$$

$$\beta_k = 0.84$$

Para las secciones A, B, C y D

Para $D/d = 1.12$ y $r/d = 0.004$ y torsión $\alpha_{\tau} = 2.35$

Y como para $\alpha > 2$, $q_{\tau} = 0.5$

$$K_{\tau 1} = 1 + 0.5 (2.35 - 1) = 1.67$$

Pero teniendo en cuenta la influencia de los concentradores interiores

$$k_{\tau 2} = 1.5, \text{ se tomó } k_{\tau} = k_{\tau 1} \cdot k_{\tau 2} = 2.5$$

El coeficiente $\Psi_{\tau} = 2 (\tau_{-1} - \tau_0) / \tau_0$ y como

$$\tau_0 = 0.3 \quad \sigma_r = 126 \text{ MPa} = 12.6 \text{ kN/cm}^2 \leq \tau_f$$

$$\text{y como } \tau_f = 0.6 \quad \sigma_f = 147 \text{ MPa} = 14.7 \text{ kN/cm}^2$$

$$\Psi_{\tau} = 0.47$$

Si la razón de asimetría da positiva hay que ver si es mayor o menor que r_s

$$r_s = 1 - \tau_0 (\tau_r - \tau_f) / \tau_f (\tau_r - \tau_0)$$

$$\text{Para } \tau_r = 0.6 \quad \sigma_r = 252 \text{ MPa} = 25.2 \text{ kN/cm}^2$$

$$r_s = 0.286$$

Si $r < r_s$

$$n_{\tau} = \frac{\tau_u}{\left(\frac{2\tau_u - \tau_0}{\tau_0}\right) \cdot \frac{k_{\tau} \cdot \tau_a}{\varepsilon_{\tau} \cdot \beta_k} + \tau_m}$$

Y si $r \geq r_s$

$$n_{\tau} = \tau_f / \tau_{\max}$$

Siguiendo esta metodología se calcularon los factores de seguridad a la fatiga bajo tensiones normales y tangenciales. El factor de seguridad resultante se obtuvo como:

$$n = \frac{n_{\sigma} \cdot n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}$$

En la Tabla 7 se dan los parámetros de los ciclos y los factores de seguridad correspondiente para el caso de carga analizado.

Como se puede apreciar los factores de seguridad a la fatiga son aceptables, las posibilidades de falla por fatiga del “trunium” en condiciones normales de explotación son escasas.

Tabla N° 7. Parámetros de los ciclos de tensiones variables y de factores de seguridad para las secciones características con carga dinámica en condiciones normales explotación.

Sección	σ_{\max} (kN/cm ²)	σ_{\min} (kN/cm ²)	r	n_{σ}	τ_{\max} (kn/cm ²)	τ_{\min} (kN/cm ²)	r	n_{τ}	n
A	0.082	-0.082	-1	21.14	0.665	-0.319	-0.48	2.47	2.45
B	0.080	-0.080		21.67	0.666	-0.320	-0.48	2.47	2.45
C	0.041	-0.041		42.29	0.233	0.113	0.49	63.1	35.1
D	0.041	-0.041		42.29	0.234	0.112	0.48	62.8	35.1
E	0.059	-0.059		58.78	0.672	-0.326	-0.49	4.00	3.99

- **Hipótesis N° 4.** Falla originada por un proceso de fatiga en presencia de la desalineación del apoyo derecho.

- **Planteamiento de la hipótesis.**

En un momento determinado durante la explotación del molino se produjo el descenso del apoyo derecho del molino en una magnitud de 4 mm lo que provoca cargas suplementarias en la zona de la catalina y reacciones suplementarias en los apoyos lo que unido a las cargas normales que surgen durante la hipótesis anterior provocaron la incubación y desarrollo de las grietas de fatiga.

- **Análisis de la hipótesis.**

Para el análisis de esta hipótesis se utilizó el mismo esquema de análisis que bajo condiciones estáticas (Fig. 12) pero considerando todas las cargas de trabajo bajo condiciones dinámicas (Figs . 20 y 21) .

El sistema de ecuaciones obtenido para el plano vertical fue el siguiente:

$$R_A + R_B - 4.45 \cdot 10^6 y_o - 3574.6 = 0$$

$$21522.52 - 12.7 R_B - 4\,262\,826.0 y_o = 0$$

$$179.75 \cdot 10^6 y_o + 1.726 \cdot 10^8 \theta_o - 23.949 = 0$$

$$246.19 \cdot 10^7 \theta_o - 171.094 \cdot 10^7 y_o + 3.698 \cdot 10^5 + 341.72 R_A = 0$$

La solución de este sistema es:

$$R_A = 3718.7 \text{ kN}$$

$$R_B = 1565.3 \text{ kN}$$

$$y_o = 3.8414 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\theta_o = 3.994 \cdot 10^{-4} \text{ Rad}$$

$$C_t y_o = 1709.3 \text{ kN}$$

El diagrama de fuerza de cortante y momentos flectores en el plano horizontal es igual al mostrado en la Fig. 20 y el diagrama para el plano vertical se muestra en la Fig. 23.

Los valores de la fuerzas de cortantes y momentos flectores en los ejes y los valores resultantes para las secciones características del trunium se dan en la Tabla 8.

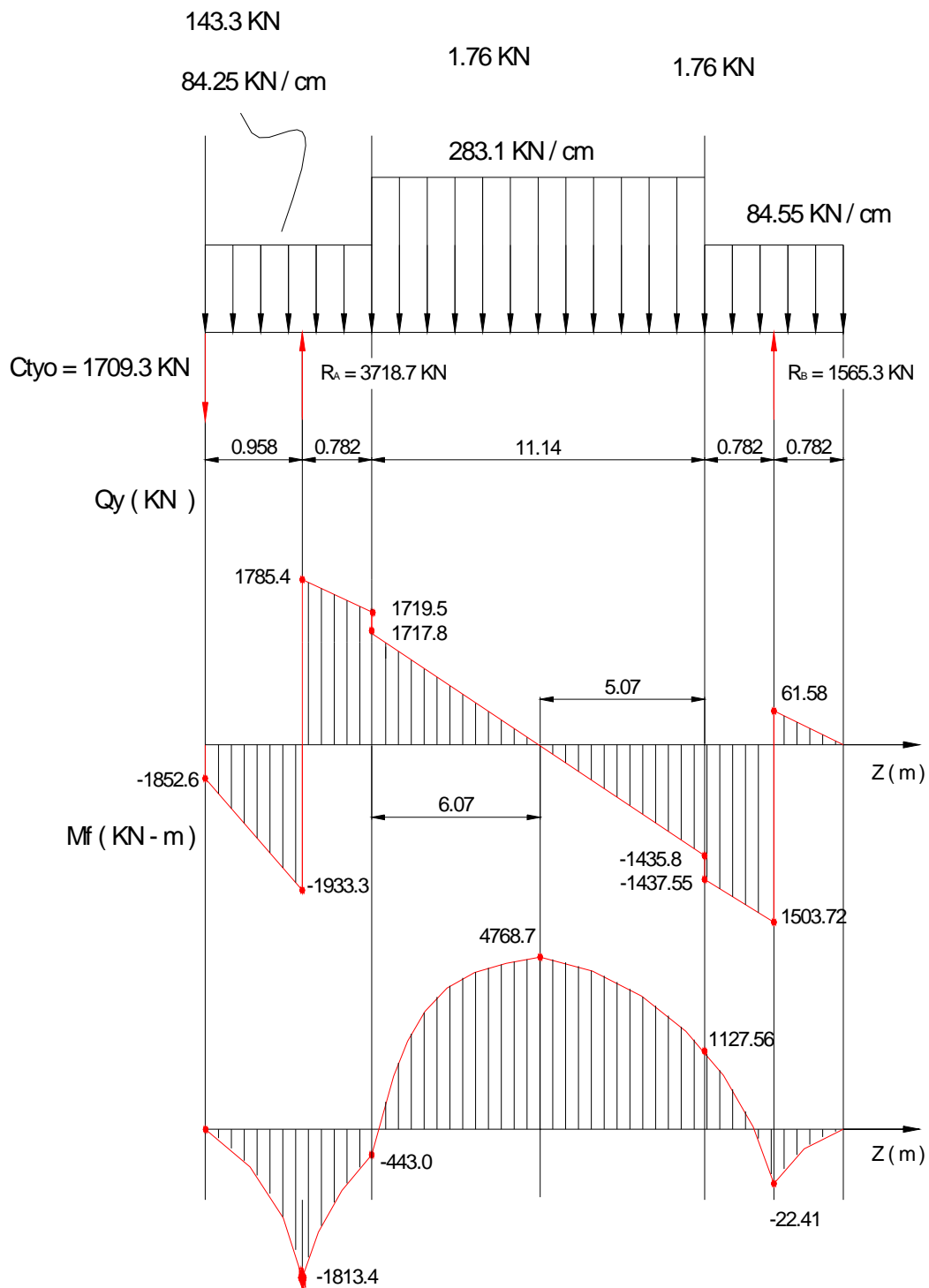


Fig. 23. Diagrama $Q_y = f(z)$ y $M_f = f(z)$ para el molino con cargas dinámicas en presencia de la desalineación del apoyo derecho.

Tabla N° 8. Fuerzas de cortante y momentos flectores en las secciones características con carga dinámica y condiciones normales de explotación.

Sección	Q _x (kN)	Q _y (kN)	Q _r (kN)	M _{f,x} (kN- m)	M _{f,y} (kN- m)	M _{f,r} (kN -m)
A	141.70	1764.0	1764.4	- 1362.66	36.00	1363.13
B	141.70	1764.3	1764.70	- 1369.71	35.43	1370.17
C	0	-1911.9	1911.9	- 1325.10	0	1325.10
D	0	- 1912.2	1912.2	- 1332.74	0	1332.74
E	141.70	- 1933.3	1938.5	- 1813.4	0	1813.4

Los parámetros de los ciclos y los factores de seguridad a la fatiga de las diferentes secciones se dan en la Tabla N° 9.

Como se puede apreciar los factores de seguridad a la fatiga han disminuido en todas las secciones pero aún la posibilidad de aparición de la falla por fatiga es limitada.

Tabla N° 9. Parámetros de los ciclos de tensiones variables y de factores de seguridad para las secciones características con carga dinámica en presencia de la desalineación del apoyo derecho.

Sección	σ_{\max} (kN/cm ²)	σ_{\min} (kN/cm ²)	r	n_{σ}	τ_{\max} (kn/cm ²)	τ_{\min} (kN/cm ²)	r	n_{τ}	n
A	0.458	- 0.458	-1	3.79	0.700	- 0.359	- 0.51	2.3	1.97
B	0.460	- 0.460		3.77	0.700	- 0.359	-0.51	2.3	1.97
C	0.445	- 0.445		3.90	0.744	- 0.404	- 0.54	2.13	1.87
D	0.448	- 0.448		3.87	0.744	- 0.404	- 0.54	2.13	1.87
E	0.609	- 0.609		5.7	0.750	- 0.41	- 0.55	3.47	2.96

- **Hipótesis N°5.** Falla originada por un proceso de fatiga en presencia de la excentricidad del centro de masa.

- **Planteamiento de la hipótesis**

Durante la investigación se pudo detectar que el centro de masa del tambor está desplazado del eje de giro en una magnitud del orden de 100 mm. Esta excentricidad origina una fuerza complementaria igual al producto de la masa del tambor (incluido el blindaje y los tornillos del blindaje) por la aceleración del centro de masa, o sea, la fuerza de inercia suplementaria que se origina por esta excentricidad. Esta fuerza puede haber originado cambios en el estado tensional de las secciones del trunium que dieran origen a la incubación y desarrollo de las grietas.

- **Análisis de la hipótesis.**

La masa del tambor con su blindaje y con los tornillos del blindaje es de 147 783.2 kg y la aceleración del centro de masa

$$a_n = \omega^2 \cdot R = (\pi n / 30)^2 R = (\pi 15.45 / 30)^2 0.1 = 0.26 \text{ m/s}^2$$

La fuerza de inercia suplementaria será: $P_i = m_i a_n = 147783.2 \cdot 0.26 = 38.4 \text{ kN}$

Esta fuerza aunque se calculó como concentrada en el centro de masa realmente está no uniformemente distribuida a lo largo de todo el tambor, ya que la excentricidad varía a lo largo de la longitud. Por esta razón no se construyó el diagrama de momento para todo el molino, sino que se calcularon las nuevas reacciones en los apoyos incluidas las cargas normales de explotación analizadas en la hipótesis N° 3 y se adicionó la fuerza de inercia suplementaria en el centro de masa. La presencia de esta fuerza solo afecta la parte del molino entre los dos apoyos, por lo tanto las secciones C y D no se ven afectadas por esta carga. Los valores de las fuerzas de cortante y momentos flectores en estas condiciones se dan en la Tabla N° 10.

Tabla N°.10. Fuerzas de cortante y momentos flectores en las secciones características con carga dinámica y excentricidad del centro de masa.

Sección	Q _x (kN)	Q _y (kN)	Q _r (kN)	M _{f,x} (kN- m)	M _{f,y} (kN-m)	M _{f,r} (kN -m)
A	141.70	1654.4	1660.5	36.00	247.05	249.7
B	141.70	1654.8	1660.9	35.43	240.44	243.0
E	141.70	1375.9	1681.8	0	- 175.9	175.9

Realmente la fuerza de inercia P_i gira con el árbol lo que afectará la razón de asimetría del ciclo de las tensiones normales la cual ya no será exactamente $r = -1$ sino ligeramente inferior a este valor, sin embargo tomando en cuenta que la diferencia en el valor de r es muy pequeña y que el ciclo con $r = -1$ es mas crítico se calcularon los factores de seguridad para esta condición.

En la Tabla N°.11 se dan los parámetros de los ciclos y los factores de seguridad a la fatiga en estas condiciones de carga. Como se puede apreciar estos valores de los factores de seguridad prácticamente no se alteran con relación a las condiciones normales de carga. La excentricidad del centro de masa influye muy poco en la resistencia a la fatiga del “trunium”.

Tabla N° 11. Parámetros de los ciclos de tensiones variables y de factores de seguridad para las secciones características con carga dinámica en presencia de la excentricidad del centro de masa.

Sección	σ_{\max} (kN/cm ²)	σ_{\min} (kN/cm ²)	r	n_{σ}	τ_{\max} (kn/cm ²)	τ_{\min} (kN/cm ²)	r	n_{τ}	n
A	0.084	- 0.084	-1	20.64	0.668	- 0.328	- 0.49	2.44	2.42
B	0.082	- 0.084		21.14	0.668	- 0.328	- 0.49	2.44	2.42
E	0.059	- 0.059		58.77	0.675	- 0.505	- 0.75	3.96	3.95

- **Hipótesis N° 6.** Falla originada por un proceso de fatiga en presencia de la desalineación del apoyo derecho y la excentricidad del centro de masa.

- **Planteamiento de la hipótesis.**

Aunque ambos efectos por separado no provocan la falla por fatiga en ninguna de las secciones del “trunium” se planteó la posibilidad de que ambos efectos actuando simultáneamente pudieran provocarla, de aquí que se considerara como posible esta hipótesis.

- **Análisis de la hipótesis.**

Siguiendo el mismo procedimiento descrito en el análisis de la hipótesis N° 4 pero incluyendo dentro del sistema de cargas la fuerza de inercia calculada durante el análisis de la hipótesis N°5 cuando esta actúa hacia abajo, o sea, cuando su tendencia es a aumentar las reacciones en los apoyos, se obtuvo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$R_A + R_B - 4.45 \cdot 10^6 y_o - 3613.3 = 0 \quad \text{(I)}$$

$$21768.3 - 12.7 R_B - 4262826 y_o = 0 \quad \text{(II)}$$

$$179.95 \cdot 10^6 y_o + 1.727 \cdot 10^6 \theta_o - 23.95 = 0 \quad \text{(III)}$$

$$341.72 R_A - 171.1 \cdot 10^7 y_o + 246.19 \cdot 10^7 \theta_o + 366835.88 = 0 \quad \text{(IV)}$$

Cuya solución es:

$$R_A = 3744.73 \text{ kN}$$

$$R_B = 1584.13 \text{ kN}$$

$$y_o = 3.866 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\theta_o = -4.008 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

Los valores de fuerzas de cortante y momentos flectores obtenidos en las secciones características del “trunium” en estas condiciones de carga se dan en la Tabla N°12

Tabla N° 12. Fuerzas de cortante y momentos flectores en las secciones características con cargas dinámicas, desalineación del apoyo derecho y excentricidad del centro de masa.

Sección	Q _x (kN)	Q _y (kN)	Q _r (kN)	M _{f,x} (kN- m)	M _{f,y} (kN-m)	M _{f,r} (kn -m)
A	141.70	1783.8	1789.4	36.00	- 1363.6	1364.1
B	141.70	1784.2	1789.8.	35.43	- 1370.7	1371.2
C	0	- 1918.1	1918.1	0	- 1329.5	1329.5
D	0	- 1918.5	1918.5	0	- 1337.2	1337.2
E	141.7	- 1939.5	1944.7	0	- 1819.4	1819.4

Los parámetros de los ciclos y los factores de seguridad a la fatiga se dan en la Tabla N°13.

Tabla N° 13. Parámetros de los ciclos de tensiones variables y de factores de seguridad para las secciones características con carga dinámica, en presencia de la desalineación del apoyo derecho y de la excentricidad del centro de masa.

Sección	σ_{\max} (kN/cm ²)	σ_{\min} (kN/cm ²)	r	n_{σ}	τ_{\max} (kn/cm ²)	τ_{\min} (kN/cm ²)	r	n_{τ}	n
A	0.458	- 0.458	-1	3.786	0.707	- 0.367	- 0.52	2.27	1.95
B	0.460	- 0.460		3.769	0.707	- 0.367	- 0.52	2.27	1.95
C	0.447	- 0.447		3.879	0.745	- 0.405	- 0.54	2.12	1.86
D	0.449	- 0.449		3.861	0.746	- 0.406	- 0.54	2.12	1.86
E	0.61	- 0.61		5.685	0.753	- .0413	- 0.55	3.45	2.95

- **Hipótesis N° 7.** Falla originada por un proceso de fatiga durante el período en que el molino se mantuvo trabajando con uno de los dos accionamientos, en presencia de la desalineación del apoyo derecho y la excentricidad del centro de masa.

- **Planteamiento de la hipótesis.**

Durante los años 1986 y 1987 el molino se mantuvo trabajando al 50 % de su capacidad accionado por uno de sus dos motores (el derecho), a causa de la rotura de uno de los dos reductores planetarios. Esta situación implica que aunque la carga de bolas fue inferior, así como la carga de material, el hecho de que se accionara el molino desde uno de los dos piñones implica que las fuerzas tangencial y radial que el piñón ejerce sobre la catalina no se equilibran con las del otro piñón y provocan tensiones suplementarias en las secciones del trunium. Las tensiones tangenciales provocadas por el momento torsor se reducen en un 50 % sin embargo las cargas de flexión suplementarias originadas en el accionamiento unidas a las que se producen por la desalineación del apoyo derecho y la excentricidad del centro de masa pudieron dar origen a la falla por fatiga.

- **Análisis de la hipótesis**

Siguiendo la misma metodología expuesta para las hipótesis analizadas anteriormente se procedió al análisis de este caso.

Las cargas que se consideraron sobre el molino son:

$$q_{\text{mol}} = 128.8 \text{ kN/m} \text{ (peso del molino y su blindaje)}$$

$$q_{\text{t.b}} = 1.3 \text{ kN/m} \text{ (tornillos del blindaje)}$$

$$q_{\text{c.b}} = 51.59 \text{ kN/m} \text{ (50 \% de la carga de bolas)}$$

$$q_{\text{mat}} = 6.475 \text{ kN/m} \text{ (50 \% de la carga de material)}$$

$$q_{\text{din}} = 9.0 \text{ kN/m} \text{ (50 \% de la carga dinámica)}$$

$$q_{\text{i.x}} = 12.7 \text{ kN/m} \text{ (50 \% de la fuerza de inercia horizontal)}$$

$$q_{\text{i.y}} = 9.075 \text{ kN/m} \text{ (50 \% de la fuerza de inercia vertical)}$$

$$q_{\text{t.e}} = 58.57 \text{ kN/m} \text{ (peso del trunium de entrada)}$$

$$q_{\text{t.s}} = 59.97 \text{ kN/m} \text{ (peso del trunium de salida)}$$

$$q_{\text{s.e}} = 13.06 \text{ kN/m} \text{ (peso de sinfín de entrada)}$$

$$q_{\text{s.s}} = 11.33 \text{ kN/m} \text{ (peso del sinfín de salida)}$$

$$q_{\text{f.i}} = 3.474 \text{ kN/m} \text{ (fuerza de inercia de la excentricidad)}$$

$w_t = 1.76 \text{ kN}$ (peso de los tornillos de la catalina y de las bridas de los truniums de entrada y de salida)

$w_c = 141.5 \text{ kN}$ (peso de la catalina)

$P_t = 453 \text{ kN}$ (fuerza tangencial del piñón sobre la catalina)

$P_r = 165 \text{ kN}$ (fuerza radial del piñón sobre la catalina)

$C_t y_o$ - Fuerza suplementaria que origina en la catalina la desalineación del apoyo derecho (kN)

R_A y R_B - Reacciones en los apoyos (kN)

El esquema de análisis utilizado en el plano vertical se muestra en la Fig. 24.

El sistema de ecuaciones obtenido fue el siguiente:

$$R_A + R_B - 4450000 y_o - 3198 = 0 \quad (\text{I})$$

$$12.7 R_B + 4263100 y_o - 15858 = 0 \quad (\text{II})$$

$$179541913.4 y_o + 172631600 \theta_o - 90.1 \quad (\text{III})$$

$$341.72 R_A + 2461892400 - 1711061595 y_o + 242582.8 = 0 \quad (\text{IV})$$

La solución de este sistema:

$$R_{Ay} = 3601.35 \text{ kN}$$

$$R_{By} = 1132.79 \text{ kN}$$

$$y_o = 3.452 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$\theta_o = -3.585 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$$

Los diagramas de fuerzas de cortante y momentos flectores obtenidos en el plano vertical se muestran en la Fig. 24.

El esquema de carga en el plano horizontal y los diagramas de fuerza de cortante y momentos flectores se muestran en la Fig. 25.

Los valores de las fuerzas de cortante y los momentos flectores en los planos vertical y horizontal y los valores resultantes para las secciones características del trunium se dan en la tabla 14.

Los parámetros de los ciclos de tensiones variables y los factores de seguridad para las diferentes secciones se muestran en la Tabla 15.

Como se puede apreciar los factores de seguridad se reducen en estas condiciones de carga a valores muy peligrosos, muy próximos al valor mínimo recomendado para poder garantizar la resistencia a la fatiga ($n = 1.3$).

$$N_t + P_t = 1592.6 \text{ KN}$$

$$W_t = 1.76 \text{ KN}$$

$$W_t = 1.76 \text{ KN}$$

$$q_{ts} + q_{s.s} + q_{mat} = 77.8 \text{ KN/m}$$

$$q_{mol} + q_{tb} + q_{cb} + q_{mat} + q_{din} + q_{jy} + q_{FL} = 210.1 \text{ KN/m}$$

$$q_{te} + q_{se} + q_{mat} = 78.1 \text{ KN/m}$$

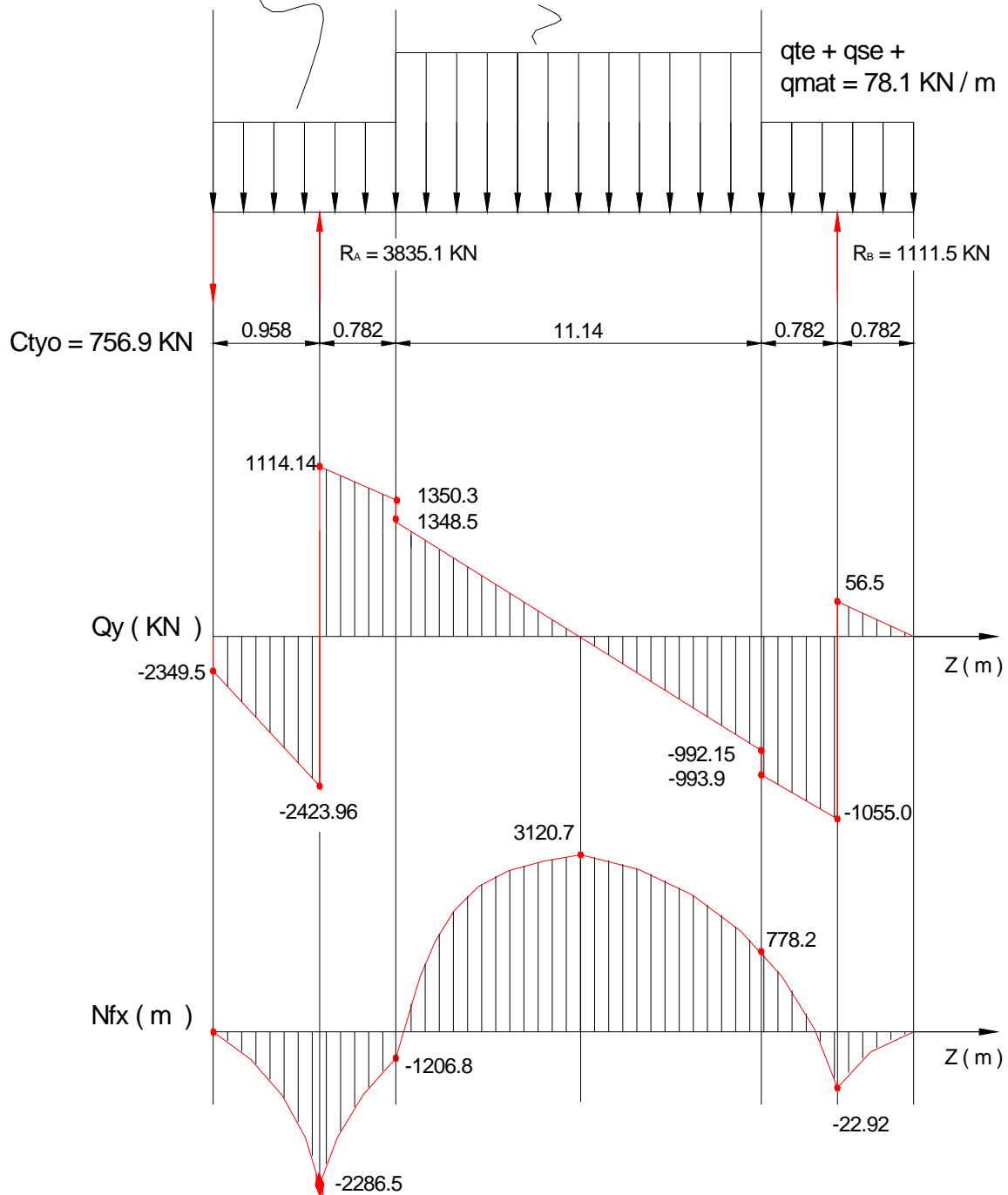


Fig. 24. Fuerzas de cortante y momentos flectores en el plano vertical para cargas dinámicas con un accionamiento en presencia de la desalineación del apoyo derecho y la excentricidad del centro de masa.

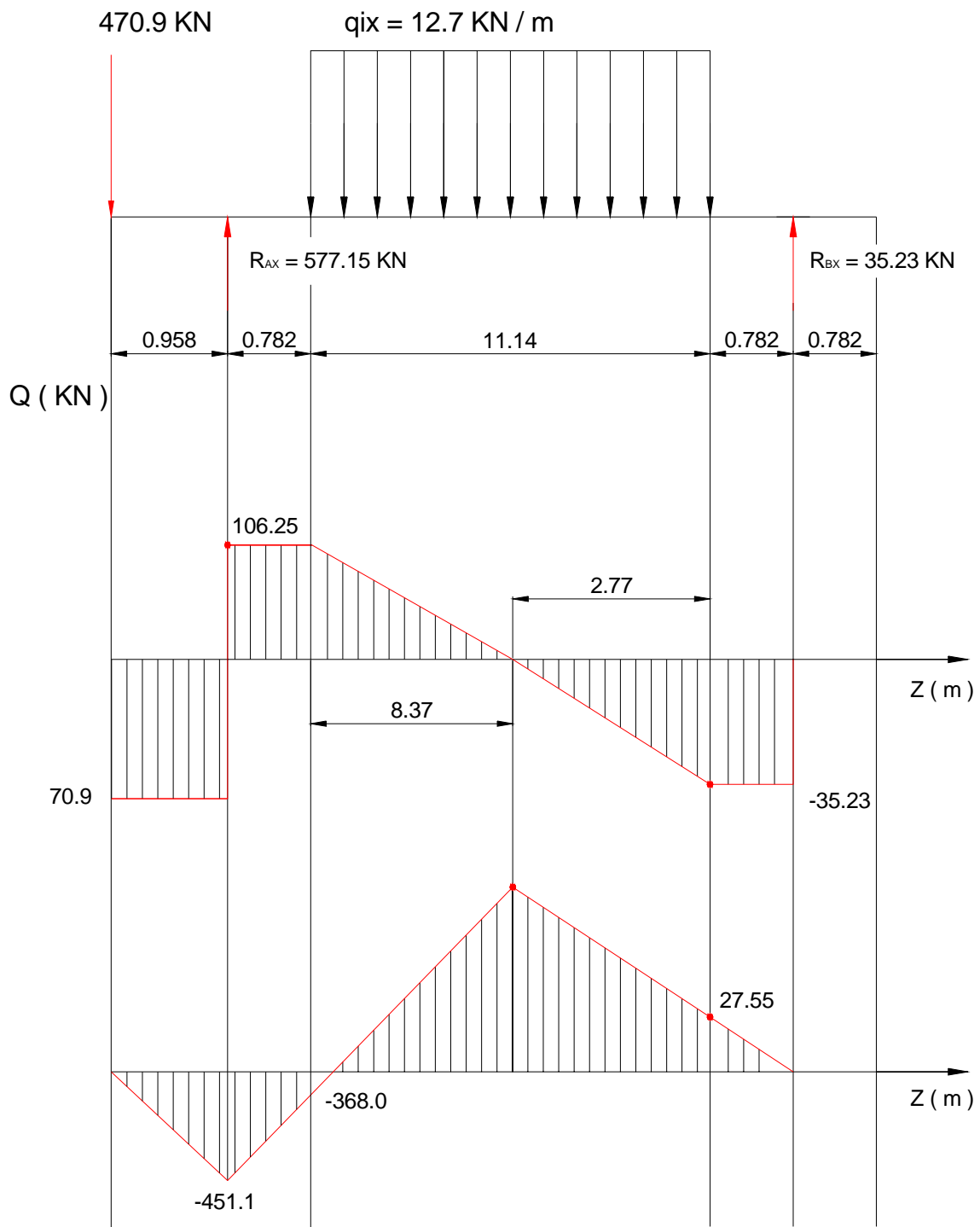


Fig. 25. Fuerzas de cortante y momentos flectores en el plano horizontal para cargas dinámicas con un accionamiento en presencia de la desalineación del apoyo derecho y la excentricidad del centro de masa.

Indudablemente que la situación más peligrosa en la que operó el molino fue en el período en que operó con un accionamiento lo que unido a la desalineación existente en el apoyo de entrada, la excentricidad del centro de masa, la gran cantidad de defectos internos que posee el material del trinium y la propia heterogeneidad característica en las propiedades mecánicas del material de piezas fundidas de gran tamaño, hacen muy probable que en este período pudiera incubarse la falla por fatiga.

Tabla N° 14. Fuerzas de cortante y momentos flectores en las secciones características con cargas dinámicas, un accionamiento, desalineación del apoyo de entrada y excentricidad del centro de masa.

Sección	Q _x (kN)	Q _y (kN)	Q _r (kN)	M _{f,x} (kN- m)	M _{f,y} (kN-m)	M _{f,r} (kN -m)
A	83.16	1369.3	1371.8	-1633.6	- 131.3	1638.9
B	83.16	1377.1	1379.6	-1743.0	-138.0	1748.5
C	-165	-2180.7	2186.9	1337.0	-102.3	1340.9
D	-165	-2186.9	2198.1	-1511.8	-115.5	1516.2
E	-165	-2207.0	2218.1	-2078.6	-158.1	2084.6

Tabla N° 15. Parámetros de los ciclos de tensiones variables y factores de seguridad para las secciones características con carga dinámica, un accionamiento en presencia de la desalineación del apoyo de entrada y la excentricidad del centro de masa.

Sección	Tensiones Normales				Tensiones Tangenciales				n
	σ _{max} (kN/cm ²)	σ _{min} (kN/cm ²)	r	n _σ	τ _{max} (kn/cm ²)	τ _{min} (kN/cm ²)	r	n _τ	
A	0.551	- 0.551	-1	3.15	0.510	- 0.333	- 0.65	2.92	2.14
B	0.588	- 0.588		2.95	0.510	- 0.333	- 0.65	2.92	2.07
C	0.450	- 0.450		3.85	0.822	- 0.649	- 0.79	1.68	1.57
D	0.509	- 0.509		3.40	0.822	- 0.649	- 0.79	1.68	1.50
E	0.700	- 0.700		4.95	0.827	- 0.654	- 0.79	2.77	2.41

2.6 Análisis de la falla de los tornillos de la brida de unión trunium de salida-tambor.

- **Características de la brida.**

La primera avería que se produjo en el molino en febrero de 1986 fue precisamente la rotura de un grupo de los tornillos de esta brida, de aquí que el análisis de las condiciones de carga en que se pudo haber producido esta falla es un elemento importante en la reconstrucción de los hechos que pueden haber conducido a la falla actual del trunium de salida; de aquí que continuaremos la investigación por el análisis de esta falla.

La brida de unión trunium de salida-tambor tiene que transmitir las cargas de flexión, las fuerzas de cortante y el momento torsor que se originan en esa sección del molino.

Las dimensiones de los elementos fundamentales de la misma se dan en las figuras 26 y 27.

La brida fue diseñada para que las fuerzas de cortante fueran soportadas por la pestaña de encaje trunium-tambor (Fig.26), el momento torsor fuera transmitido por los pasadores radiales (Fig.27) y los tornillos de unión de la brida soportaran exclusivamente las cargas de flexión que se originan en esa sección durante el trabajo del molino.

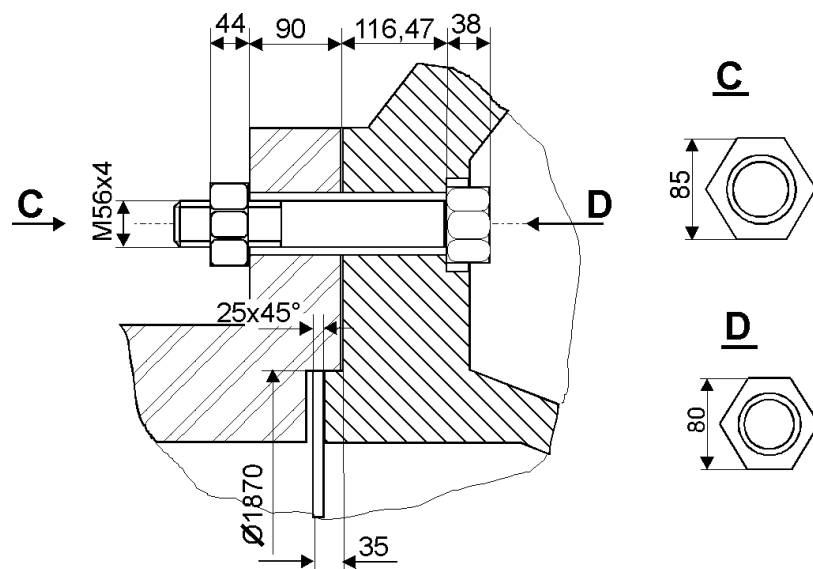


Fig. 26 Esquema de los tornillos de fijación de la brida.

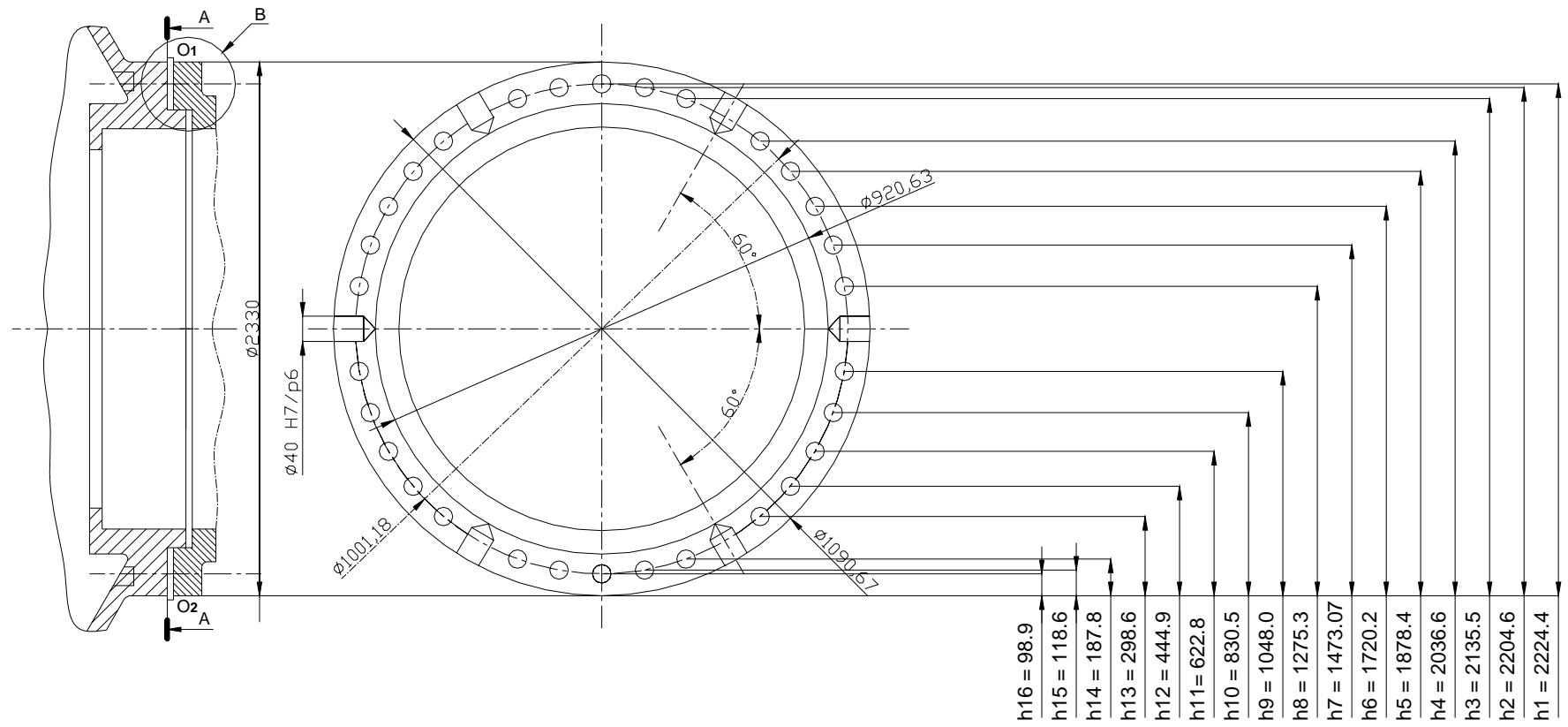


Fig. 27 Esquema y ubicación de los tornillos de la brida y de los pasadores radiales.

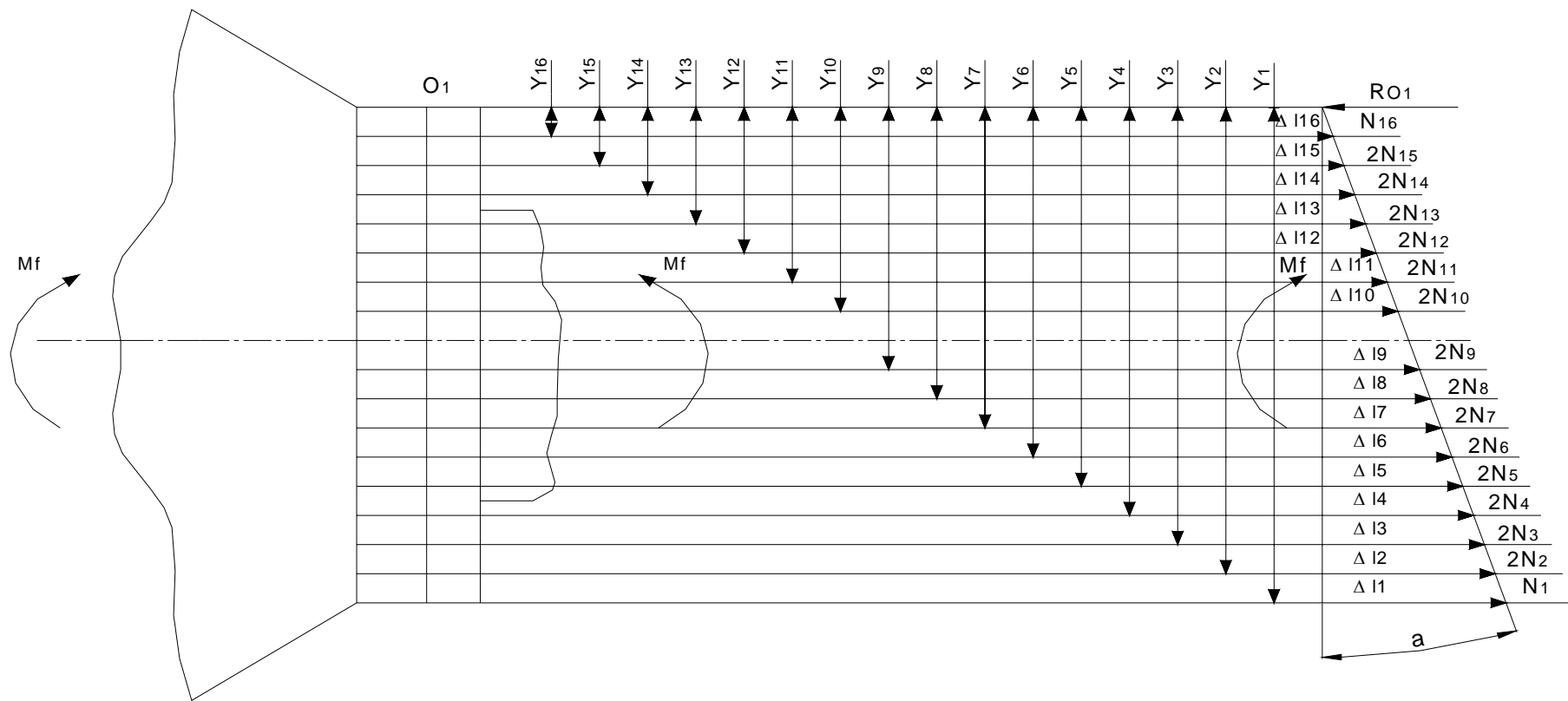


Fig. 28 Deformaciones por tracción de los tornillos de la brida

• **Cálculo de las cargas originadas en los tornillos de la brida por la acción del momento flector en la sección de la brida bajo condiciones normales de trabajo del molino.**

El momento flector que debe soportar la sección de la brida en condiciones normales de trabajo del molino fue calculado anteriormente (Figs. 11 y 12) y tiene un valor $M_f = 1093,683$ kN-m. El esquema de análisis para el cálculo de las cargas de trabajo sobre los tornillos se muestra en la Fig.28. Los tornillos de la brida bajo la acción del momento M_f constituyen un sistema de barras hiperestático. Las dos mitades de la brida bajo la acción de M_f se apoyan mutuamente en el punto O (Fig.28) y provocan en los tornillos cargas proporcionales a la distancia de cada uno de ellos a este punto. La deformación por tracción que sufre cada tornillo es proporcional también a esta distancia (Exageradas en la Fig. 28).

Al apoyarse en O_1 surge una reacción desconocida R_{O1} en ese punto. Para eliminar esta reacción como incógnita del sistema de ecuaciones plantearemos la ecuación de equilibrio $\sum M_{O1} = 0$ con relación al punto O_1 . Se tiene que:

$$\sum M_{O.1} = N_1 \cdot y_1 + 2 \cdot N_2 \cdot y_2 + \dots + 2 \cdot N_{15} \cdot y_{15} + N_{16} \cdot y_{16} - M_f = 0$$

Como se puede apreciar el sistema posee 15 grados de hiperestaticidad (Una sola ecuación de equilibrio disponible y 16 incógnitas). Las 15 ecuaciones complementarias son las ecuaciones de compatibilidad de las deformaciones siguientes:

$$\frac{\Delta l_1}{y_1} = \frac{\Delta l_2}{y_2}; \frac{\Delta l_1}{y_1} = \frac{\Delta l_3}{y_3}; \dots; \frac{\Delta l_1}{y_1} = \frac{\Delta l_{n-1}}{y_{n-1}}; \frac{\Delta l_1}{y_1} = \frac{\Delta l_n}{y_n}. \text{ Donde } n = 16$$

Como $\Delta l_i = \frac{N_i \cdot l_i}{E_i \cdot A_i}$ y todos los tornillos son iguales

$$l_1 = l_2 = l_3 = \dots = l_{15} = l_{16}$$

$$E_1 = E_2 = E_3 = \dots = E_{15} = E_{16}$$

$$A_1 = A_2 = A_3 = \dots = A_{15} = A_{16}$$

Se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$N_2 = \left(\frac{Y_2}{Y_1}\right) \cdot N_1 \qquad N_3 = \left(\frac{Y_3}{Y_1}\right) \cdot N_1 \qquad N_4 = \left(\frac{Y_4}{Y_1}\right) \cdot N_1$$

$$N_5 = \left(\frac{Y_5}{Y_1}\right) \cdot N_1 \qquad N_6 = \left(\frac{Y_6}{Y_1}\right) \cdot N_1 \qquad N_7 = \left(\frac{Y_7}{Y_1}\right) \cdot N_1$$

$$\begin{aligned}
N_8 &= \left(\frac{Y_8}{Y_1}\right) \cdot N_1 & N_9 &= \left(\frac{Y_9}{Y_1}\right) \cdot N_1 & N_{10} &= \left(\frac{Y_{10}}{Y_1}\right) \cdot N_1 \\
N_{11} &= \left(\frac{Y_{11}}{Y_1}\right) \cdot N_1 & N_{12} &= \left(\frac{Y_{12}}{Y_1}\right) \cdot N_1 & N_{13} &= \left(\frac{Y_{13}}{Y_1}\right) \cdot N_1 \\
N_{14} &= \left(\frac{Y_{14}}{Y_1}\right) \cdot N_1 & N_{15} &= \left(\frac{Y_{15}}{Y_1}\right) \cdot N_1 & N_{16} &= \left(\frac{Y_{16}}{Y_1}\right) \cdot N_1
\end{aligned}$$

Los valores de y_1 a y_{16} aparecen acotados en la Fig. 25 y $M_f = 1093.683 \text{ kN-m} = 109368.3 \text{ kN-mm}$.

El sistema de ecuaciones anteriormente expuesto fue resuelto mediante el sistema DERIVE y se obtuvieron los siguientes resultados.

$$\begin{array}{cccc}
N_1 = 42.18 \text{ kN} & N_5 = 35.62 \text{ kN} & N_9 = 19.87 \text{ kN} & N_{13} = 5.66 \text{ kN} \\
N_2 = 41.80 \text{ kN} & N_6 = 32.62 \text{ kN} & N_{10} = 15.75 \text{ kN} & N_{14} = 3.56 \text{ kN} \\
N_3 = 40.49 \text{ kN} & N_7 = 27.93 \text{ kN} & N_{11} = 11.81 \text{ kN} & N_{15} = 2.25 \text{ kN} \\
N_4 = 38.61 \text{ kN} & N_8 = 24.18 \text{ kN} & N_{12} = 8.44 \text{ kN} & N_{16} = 1.87 \text{ kN}
\end{array}$$

Durante el giro del molino todos los tornillos pasan sucesivamente por las posiciones 1 a 16 de forma cíclica de aquí que los tornillos de esta unión están sometidos a la acción de cargas variables y la falla por fatiga puede por lo tanto ser posible.

Esta unión constituye una unión pretensada donde el esquema carga-deformación de la unión se muestra en la Fig. 29.

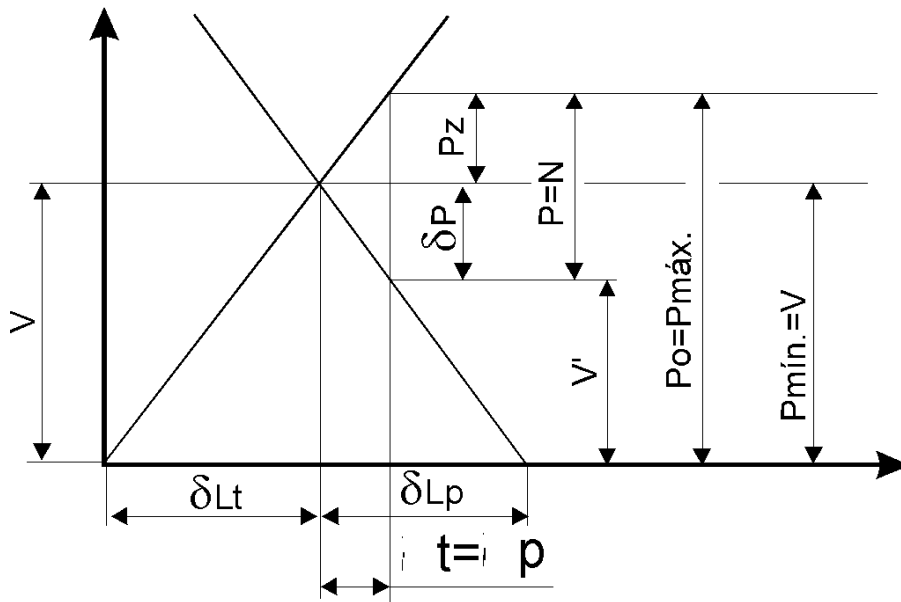


Fig. 29 Comportamiento de la unión roscada de la brida

La compresión residual entre las piezas V' se calcula de acuerdo a la magnitud de la carga de trabajo por la fórmula $V' = \gamma \cdot P$ [4], siendo γ un coeficiente experimental que varía en el rango de 0.2 a 1.8, los valores mayores se toman para uniones herméticas. En una unión sin requerimientos particulares de hermeticidad se puede adoptar $\gamma = 0.5$ a 1.5.

La pretensión inicial V requerida para lograr la compresión residual V' durante el trabajo de la unión, depende de la rigidez de los tornillos y de las piezas que conforman la unión y se calcula por la expresión:

$$V = V' + \Delta P = V' + P \frac{C_p}{(C_p + C_t)}$$

Donde las constantes de rigidez del tornillo C_t y la de las piezas C_p se calculan por la metodología siguiente:

$$C_t = \frac{A_t \cdot E_t}{l_t}$$

Para los tornillos $M56 \times 4$

$$d = 56 \text{ mm}$$

$$S_1 = 85 \text{ mm}$$

$$d_h = 58 \text{ mm}$$

$$S_2 = 80 \text{ mm}$$

$$H = 44 \text{ mm}$$

$$h = 38 \text{ mm}$$

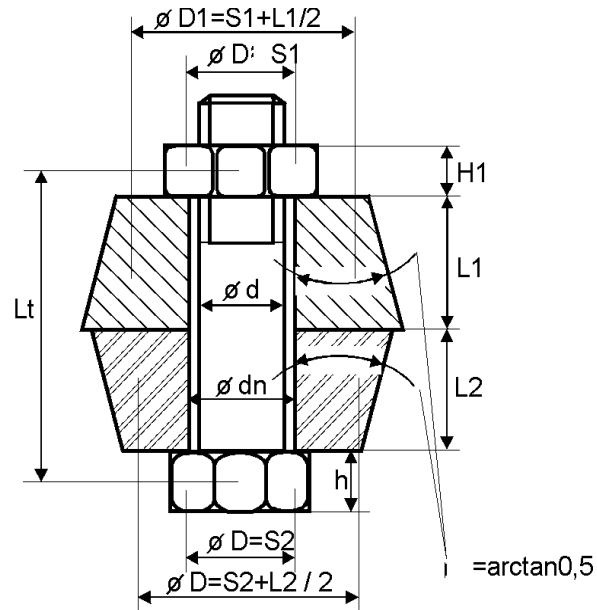


Fig. 30 Área de Compresión de las piezas.

El área de la sección transversal del tornillo es:

$$A_t = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 24.63 \text{ cm}^2.$$

Para el cálculo de la rigidez del tornillo, la longitud del mismo se toma desde la mitad de la altura de la cabeza hasta la mitad de la altura de la tuerca, o sea (Fig. 30)

$$l_t = l_1 + l_2 + \frac{h_1}{2} + \frac{H}{2}.$$

Los espesores de las piezas de la unión son:

$$l_1 = 11.647 \text{ cm} \text{ y } l_2 = 9.0 \text{ cm} \text{ (ver Fig.26).}$$

De donde:

$$l_t = 24.747 \text{ cm}$$

El módulo de elasticidad del acero se puede tomar

$$E = 2 \cdot 10^6 \text{ kgf/cm}^2.$$

La constante de rigidez de un tornillo será:

$$C_t = 19.91 \cdot 10^5 \text{ kg}_f / \text{cm}$$

Durante el apriete el volumen de las piezas que se deforman son conos truncados con un orificio central circular de diámetro igual al del agujero para la colocación de los tornillos y un ángulo del cono $\alpha = \arctan 0.5 = 26^\circ 40'$ [2,4]. Estos conos pueden ser sustituidos a los efectos de los cálculos por cilindros huecos con diámetros exteriores:

$$D_1 = S_1 + \frac{l_1}{2} \quad \text{y} \quad D_2 = S_2 + \frac{l_2}{2}$$

Donde S_1 y S_2 son las distancias entre caras de la tuerca y la cabeza del tornillo respectivamente.

Las áreas de las secciones transversales de estos cilindros son:

$$A_1 = \frac{\pi}{4} \left[\left(S_1 + \frac{l_1}{2} \right)^2 - d_h^2 \right] = 123.66 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{\pi}{4} \left[\left(S_2 + \frac{l_2}{2} \right)^2 - d_h^2 \right] = 106.32 \text{ cm}^2$$

La constante de rigidez de las piezas:

$$\frac{1}{C_p} = \frac{1}{C_{p.1}} + \frac{1}{C_{p.2}} = \frac{l_1}{E \cdot A_1} + \frac{l_2}{E \cdot A_2} \dots$$

$$C_p = 111.84 \cdot 10^5 \text{ Kg}_f / \text{cm}$$

El valor $\frac{\Delta P}{P}$ será:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{C_p}{(C_p + C_t)} = 0.849$$

Y el valor de $\frac{P_z}{P}$ se calcula por la expresión

$$\frac{P_z}{P} = \frac{C_t}{(C_p + C_t)} = 0.151$$

Estos valores no dependen de la carga sino solamente de las rigideces respectivas de las piezas.

Si asumimos una compresión residual media $V' = P = N_1 = 42.18 \text{ kN}$. La pretensión requerida será:

$$V = V' + \Delta P = P + 0.849 \cdot P = 78 \text{ kN}$$

y la carga máxima sobre el tornillo:

$$P_o = V + P_z = V + 0.151 \cdot P = 84.37 \text{ kN}$$

La tensión normal

$$\sigma_o = \frac{P_o}{A_{1,t}}$$

Donde $A_{1t} = 20.5 \text{ cm}^2$, es el área de la sección transversal del tornillo correspondiente a la raíz de la rosca.

$$\sigma_o = 4.12 \text{ kN/cm}^2 = 420.12 \text{ kg/cm}^2$$

Durante el apriete del tornillo surge una tensión tangencial [4]

$$\tau_o = \frac{M_t}{W_p} = 0.5 \cdot \sigma_o = 2.06 \text{ kN/cm}^2$$

En esta unión bajo carga se producen además tensiones de flexión en el tornillo, a causa de que durante el trabajo la brida se apoya en el punto O, (ver Fig.28) lo que hace que las dos mitades de la brida se inclinen una con relación a la otra provocando sobre el tornillo el efecto de flexión mostrado (de forma exagerada) en la Fig.31.

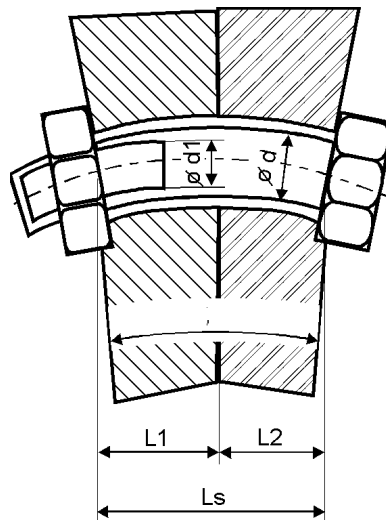


Fig. 31 Deformaciones por flexión de los tornillos de la brida.

La tensión de flexión en estas condiciones se calcula por la ecuación:

$$\sigma_{flex} = \frac{1}{2} \cdot E \cdot \alpha \cdot \left(\frac{d}{d_1} \right)^3 \cdot \frac{d}{l_s}$$

Como se ve la tensión de flexión depende directamente de la inclinación mutua que adopten las superficies de asiento de la cabeza y la tuerca del tornillo (Fig.30). En el caso de una unión

pretensada con carga máxima P_0 y carga mínima V la deformación del tornillo λ_t es realmente la que se produce en el mismo por la diferencia de estas cargas, o sea, P_z (ver Fig.28). Donde:

$$\lambda_t = \frac{P_z}{C_t} = \frac{0.151 \cdot P}{C_t}$$

Para:

$$P = N_1 = 42.18 \text{ kN} = 4\,304 \text{ kg}$$

$$C_t = 19.91 \cdot 10^5 \text{ kg/cm}$$

$$\lambda_{t..1} = 32.64 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$$

El ángulo α será (ver Fig. 27)

$$\alpha \cong \tan \alpha = \frac{\lambda_{t..1}}{y_1} = 0.15 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$$

En el caso de tornillo M 56 X 4, $d = 5,6 \text{ cm}$ y $d_1 = 5,1 \text{ cm}$. de la Fig. 30 se tiene que:

$$L_5 = L_1 + L_2 = 11.64 + 9,0 = 20,647 \text{ cm y para el acero } E = 2 \cdot 10^6 \text{ kg / cm}^2.$$

De donde:

$$\sigma_{flex} = 0.54 \text{ kg/cm}^2 = 5.3 \cdot 10^{-3} \text{ kN/cm}^2$$

La tensión normal resultante en los tornillos es:

$$\sigma_{res} = \sigma_o + \sigma_{flex} = 4.13 \text{ kN/cm}^2$$

Se comprobará inicialmente si el tornillo es capaz de soportar la combinación de tensiones normales de trabajo y las tensiones tangenciales que surgen durante el apriete y que perduran en el mismo durante el trabajo.

Según la Cuarta Hipótesis de Resistencia de Hubert – Mises – Hencki (Von Mises) :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{(\sigma_o + \sigma_{flex})^2 + 3 \cdot \tau_o} \leq [\sigma]_t$$

La tensión admisible de los tornillos se elige en función del diámetro del tornillo y del límite de fluencia del material. Para $d = 30$ a 60 mm

$$[\sigma]_t = (0.4.a.0.6) \cdot \sigma_f$$

El límite de fluencia del acero 45 es $\sigma_f = 353 \text{ MPa} = 35,3 \text{ kN/cm}^2$. La tensión admisible media

$$[\sigma]_t = 0,5 \cdot 35,3 = 17,65 \text{ kN / cm}^2$$

La tensión equivalente

$$\sigma_{eq} = 5.45 \text{ kN/cm}^2 \ll [\sigma]_t$$

Los tornillos de la brida soportan ampliamente las cargas estáticas aun incluso cuando la pretensión inicial sea mucho mayor que la elegida.

Determinaremos el factor de seguridad a la fatiga de estos tornillos para evaluar la probabilidad de falla.

La tensión máxima del ciclo (Fig. 28)

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\text{res}} = 4,13 \text{ kN/cm}^2$$

y la tensión mínima

$$\sigma_{\min} = V/A_1 t = 78/20,5 = 3,8 \text{ kN/cm}^2$$

La razón de asimetría del ciclo

$$r = \sigma_{\min} / \sigma_{\max} = 3,8 / 4,13 = 0,92$$

La razón de asimetría límite entre las zonas 2 y 3 del Diagrama de Límites de Fatiga es:

$$r_s = 1 - \frac{\sigma_o \cdot (\sigma_r - \sigma_f)}{\sigma_f \cdot (\sigma_r - \sigma_o)}$$

Para el acero 45:

$$\sigma_r = 598 \text{ MPa}$$

$$\sigma_f = 353 \text{ MPa}$$

$$\sigma_o = 0,6 \sigma_r \leq \sigma_f = 0,6 \cdot 598 = 359 > \sigma_f$$

Se toma $\sigma_o = \sigma_f = 353 \text{ MPa}$

Por lo tanto

$$r_s = 0$$

Y como $r > r_s$ el ciclo cae en la zona 3 donde solo existe probabilidad de falla por fatiga después de la falla por fluencia, o sea con deformaciones plásticas. El factor de seguridad con relación a la fluencia es

$$n_\sigma = \frac{\sigma_f}{\sigma_{\max}} = 8.56$$

Como se ve la resistencia a la fatiga está garantizada.

Como se ve, en condiciones normales de carga los tornillos de la brida tienen una resistencia garantizada, sin embargo sobre ellos se produjeron condiciones anormales de carga debido a los siguientes hechos

La hipótesis es la siguiente: la pestaña del encaje de la brida sufrió un proceso de desgaste abrasivo a causa de la presión de contacto, en presencia del polvo del material que se procesa en el molino, y bajo la acción de cierto movimiento deslizante entre las dos piezas en contacto que se origina por la variación en la deformación de los tornillos. En la medida que se fue produciendo este proceso de desgaste la carga de cortante fue dejando de ser asimilada por la pestaña y comenzó a ser asimilada por los pasadores radiales, que estaban diseñados para transmitir solamente el momento torsor provocándose el aplastamiento de la superficie del alojamiento de los mismos. Una vez que el nivel de desgaste de la pestaña y el aplastamiento de los pasadores radiales excedió la holgura entre los agujeros de los tornillos de la brida y el cuerpo de estos, las cargas de cortante y el momento torsor pasaron entonces a ser asimilados y transmitidos por el cuerpo de los tornillos provocándose tensiones capaces de originar la falla por fatiga. Todo esto unido al hecho de que los tornillos pretensados son muy sensibles al apriete inicial la falla puede haberse originado en algunos tornillos solamente por apriete excesivo de estos.

2.7 Análisis de la falla por desgaste de la pestaña de encaje de la brida de unión trunium-tambor.

- **Cálculo de las presiones de contacto.**

En la Fig. 26 se muestran las dimensiones de la pestaña del encaje. Esta pestaña debe soportar una carga que es igual a la diferencia entre la fuerza de cortante provocada por las cargas sobre el molino (Figs.11 y 12) y la fuerza de fricción resultante entre las dos caras de la brida, provocada por la compresión residual V' entre ellas.

De las Figs. 11 y 12

$$Q = 1\,590,6 \text{ kN}$$

La fuerza de fricción provocada entre las dos caras en contacto de la brida por los 30 tornillos es:

$$P_{f,r} = V' \cdot Z \cdot f$$

Según la literatura especializada se puede adoptar el coeficiente de fricción $f = 0,2$ [6] para el caso de acero sobre acero. Para $V' = P = 42,18 \text{ kN}$ y $Z=30$

$$P_{fr} = 42,18 \cdot 30 \cdot 0,2 = 253,1 \text{ kN}$$

De donde:

$$Q_{e.f} = Q - P_{f,r} = 1337,5 \text{ kN}$$

Esta carga actuando verticalmente sobre la pestaña provoca presiones entre las superficies de contacto del encaje que se pueden considerar distribuidas sinusoidalmente como se muestra en la Fig.32

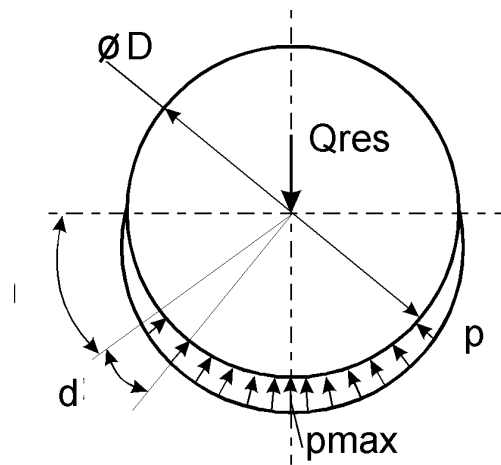


Fig. 32 Distribución de presiones en la superficie de encaje de la brida

De manera que se cumple que $p = p_{max} \cdot \text{sen } \varphi$.

Del equilibrio del sistema tiene que cumplirse que

$$\int_0^\pi p \frac{D}{2} d\varphi b \text{sen } \varphi = Q_{res}$$

Y como $p = p_{max} \cdot \text{sen } \varphi$

De donde

$$p_{max} = \frac{2Q_{ef}}{D \cdot b \int_0^\pi \text{sen}^2 \varphi \cdot d\varphi} = \frac{4Q_{ef}}{\pi \cdot Db}$$

Donde b es el ancho efectivo de contacto de la pestaña $b = 3.5 - 0.25 = 3.25$ cm y $D = 187$ cm (Fig. 26)

$$p_{max} = 2.8 \text{ kN / cm}^2 = 285 \text{ kg /cm}^2$$

Los valores de la presión de contacto permisible para prevenir el desgaste dependen mucho de las condiciones específicas de trabajo. Así por ejemplo para el caso de uniones por chavetas móviles se dan en la literatura valores recomendados del orden de $[p] = 300 \text{ kg/cm}^2$ [2,4]. En el caso de acoplamiento de Oldham donde se emplean aceros cementados, endurecidos hasta $\text{HRC} = 55-60$ se recomienda $[p] = 200 \text{ kg/cm}^2$ [4]. En el caso de embragues de fricción donde existe un movimiento deslizante brusco durante los momentos de embrague y desembrague estas presiones admisibles se reducen a valores de $[p] = 6$ a 8 kg/cm^2 para acero templado con acero templado en presencia de engrase [4]. Como se puede apreciar presiones del orden de $p_{max} = 285 \text{ kg/cm}^2$ necesariamente provocarán el desgaste de la pestaña, más aún en las condiciones en que esta trabaja en el molino, donde en las superficies de contacto fácilmente penetra el polvo fino del proceso de trituración de los materiales que circulan con el aire por el interior del tambor, provocándose un desgaste

abrasivo. El movimiento relativo de las superficies en contacto de la pestaña lo proporcionan la diferencia de deformación en los tornillos cuando ellos están en la posición inferior a cuando están en la posición superior (Fig.27), lo que provoca que la pestaña esté sometida a un movimiento deslizante de amplitud pequeña pero con una frecuencia muy alta $f = 14.5$ veces/min, igual a la velocidad de giro del tambor, condiciones estas severas desde el punto de vista del desgaste.

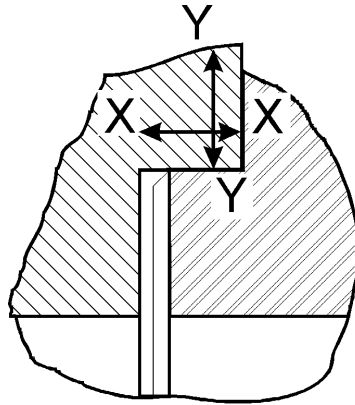


Fig. 33 Direcciones de los deslizamientos entre las superficies de contacto en las pestañas.

- Cálculo de la amplitud del movimiento deslizante de la pestaña del encaje de la brida.

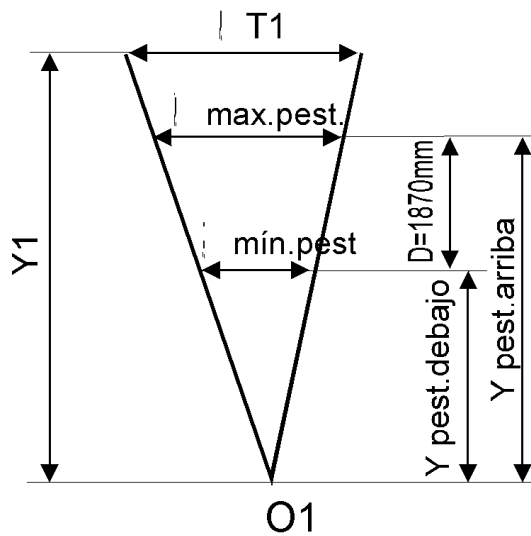


Fig. 34 Amplitud del movimiento deslizante en la pestaña

El valor λ_t se calculó anteriormente $\lambda_t = 32.64 \cdot 10^{-5}$ cm para $y_1 = 222.44$ cm.

La amplitud del movimiento deslizante en la pestaña es (Fig.34).

$$\lambda_{amp} = \lambda_{m\acute{a}x.pest} - \lambda_{m\acute{i}n.pest}$$

De la Figura 34 se pueden establecer las siguientes proporciones

$$\frac{\lambda_{max.pest}}{y_{pest.arriba}} = \frac{\lambda_{min.pest}}{y_{pest.abajo}} = \frac{\lambda_{t1}}{y_1}$$

Para $y_{\text{pest.arriba}} = 210 \text{ cm}$, $y_{\text{pest.abajo}} = 23 \text{ cm}$ se obtienen:

$$\lambda_{\text{máx.pest}} = 30,8 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$$

$$\lambda_{\text{mín.pest}} = 3,38 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$$

De donde

$$\lambda_{\text{amp}} = 30,8 \cdot 10^{-5} - 3,38 \cdot 10^{-5} = 27,42 \cdot 10^{-5} \text{ cm} = 2,742 \mu\text{m}$$

• **Influencia de la excentricidad del centro de masa y la desalineación entre apoyos del molino en la tendencia al desgaste de la pestaña.**

En el molino de crudo de la Línea No 1 de la Fábrica de Cemento la situación del desgaste de la pestaña de la brida de encaje trunium-tambor está agravada por la excentricidad existente en el centro de masa del tambor. Es fácil comprender que esta excentricidad está presente en el molino desde hace mucho tiempo y que ha influido en la intensidad del desgaste, por medio de la extensión que presenta la huella del desgaste en la pestaña. En la Figura 35 se ha representado de nuevo la configuración y extensión de esta huella.

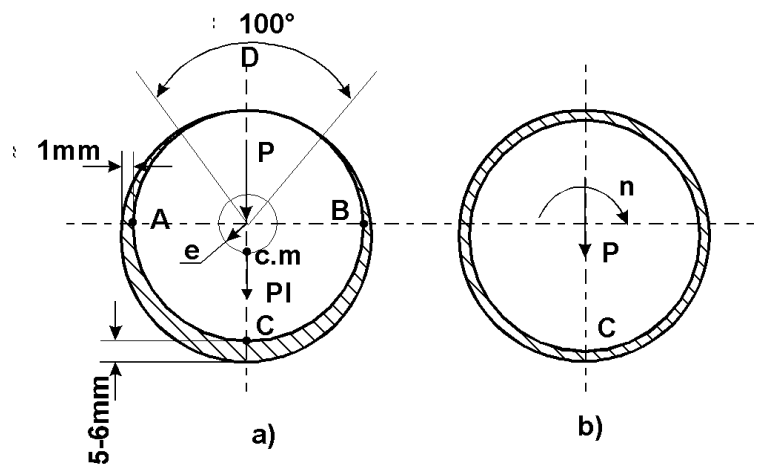


Fig. 35 Huella del desgaste en la brida

La excentricidad e del centro de masa provoca, como se vio anteriormente, una carga adicional sobre el molino, de magnitud igual a la fuerza de inercia provocadas por las masas en rotación en el molino (cuerpo y blindaje), o sea

$$P_i = m_{\text{rot}} a_n = m_{\text{rot}} \omega_{\text{mol}}^2 e.$$

Esta fuerza fue calculada anteriormente, tiene una magnitud $P_i = 348,1 \text{ kN}$ y tiene la particularidad que está aplicada en el centro de masa, o sea, que gira con el molino. De no existir esta fuerza no se podría explicar por qué el desgaste ha abarcado un ángulo menor que 360° , o sea, solo una parte del perímetro, ni se podría explicar la diferencia del desgaste en los puntos A, B, C y D. Las cargas

fundamentales sobre el molino son verticales y dirigidas hacia abajo, al girar la pestaña todos los puntos de la misma pasan por la posición C donde se produce la máxima presión de contacto y se produciría un desgaste uniforme (Fig.35 b). Claro está, al girar la fuerza P_i con el molino la magnitud de la carga de trabajo sobre los puntos A, B, C y D será diferente, lo que explica las diferencias del desgaste entre los diferentes puntos y la presencia de un máximo en el desgaste en el punto C.

Cuando en el proceso de giro del molino, el centro de masa se ubica en su posición inferior la carga P_i se suma a las cargas de trabajo P, incrementándose la presión de contacto entre la pestaña del tambor y el encaje de la brida en el punto C. Cuando por el contrario el centro de masa se ubica en su posición superior las fuerzas se restan y la presión de contacto es menor en A. Esta oscilación de la presión ocasiona además, deslizamiento entre las partículas e intensifica el desgaste en C.

En este análisis se comprobó también qué influencia pudo haber tenido la desalineación existente entre los apoyos del molino en el desgaste de la pestaña. Siguiendo la metodología expuesta se calculó la p_{max} de contacto y la λ_{amp} para las diferentes condiciones de carga.

En la Tabla 16 se dan los resultados del cálculo.

Tabla N° 16 Presión de contacto y amplitud del deslizamiento entre la pestaña y el encaje de la brida de unión trunium-tambor para diferentes condiciones de cargas.

	Q (kN)	P _{fr} (kN)	Q _{e.f} (kN)	M _f (kN m)	P = N ₁ (kN)	p máx (kN/cm ²)	λ _{amp} μ _m
Condiciones normales de carga	1590.6	253.1	1337.6	1093.68	42.18	2.80	2.742
Considerando las cargas provocadas por la excentricidad de c.m. del molino	1610.0	250.2	1359.8	1108.86	42.76	2.85	2.779
Considerando la desalineación entre los apoyos del molino	1719.5	381.0	1338.5	- 443.0	17.08	2.81	1.110
Considerando la excentricidad del c.m. y la desalineación entre los apoyos del molino	1739.3	382.8	1356.5	- 433.50	16.72	2.84	1.087

Como se puede apreciar de la Tabla No. 16, la presencia de la excentricidad eleva la presión de contacto y aumenta la amplitud del deslizamiento de las superficies. La desalineación entre los apoyos eleva solo ligeramente la presión de contacto entre las superficies a causa de la elevación de la fuerza de cortante, sin embargo se reduce la amplitud del deslizamiento al reducirse el módulo del momento flector en dicha sección y por lo tanto la fuerza N_1 sobre los tornillos. Ambos efectos combinados provocan el mismo resultado, elevan la presión de contacto pero reducen la amplitud del deslizamiento.

Evidentemente en presencia de la excentricidad la tendencia al desgaste es mayor ya que se eleva la presión y aumenta la amplitud del deslizamiento. La desalineación aunque reduce ligeramente la presión introduce un efecto desfavorable en cuanto la amplitud del deslizamiento, no obstante consideramos que en cualquiera de estas condiciones de carga existen condiciones para que se produzca el desgaste progresivo de la pestaña tal como ocurrió en la realidad.

- **Análisis de la falla por aplastamiento de los pines radiales de la brida de unión trunium - tambor.**

Los pines radiales de la brida de unión trunium-tambor están diseñados para que transmitan el momento torsor que se origina en la sección de la brida. Este momento torsor fue calculado anteriormente y tiene una magnitud $M_t = 101\,448.8$ kN-cm.

Se calculará inicialmente las tensiones de cizallamiento y de aplastamiento a que están sometidos los pines en condiciones normales de carga.

La condición de resistencia al cizallamiento es:

$$\tau_{M_t} = \frac{M_t}{ZdlR} \leq [\tau]$$

Donde

$z = 6$ pines, $d = 4$ cm, $l = 15$ cm y $R = 110.4$ cm.

Como radio R se tomó el radio medio correspondiente a la mitad de la longitud de los pines (Fig.36). De donde

$$\tau_{M_t} = 2.55 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

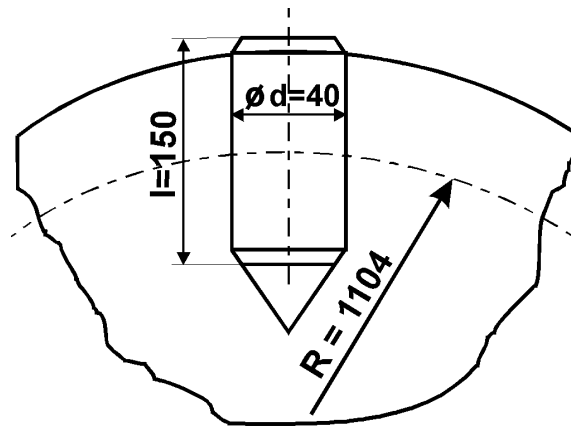


Fig.36 Dimensiones de los pasadores radiales.

Para el caso de chavetas en piezas de acero, sometidas a la acción de choques débiles que puede ser considerado el caso de los pines radiales, se recomienda

$$[\tau] = 870 \text{ kg} / \text{cm}^2 = 8.54 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

Como se puede apreciar.

$$\tau = 2.55 \text{ kN} / \text{cm}^2 \ll [\tau]$$

Por lo tanto los pines radiales tienen una resistencia al cizallamiento, en condiciones normales de trabajo, garantizada.

La condición de resistencia al aplastamiento es:

$$\sigma_{ap.Mt} = \frac{4 M_t}{Z \pi d l R} \leq [\sigma]_{ap}$$

$$\sigma_{ap.Mt} = 3.25 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

La tensión admisible al aplastamiento se puede tomar

$$[\sigma]_{ap} = 1000 \text{ kg}_f / \text{cm}^2 = 9.8 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

De manera que

$$\sigma_{ap.Mt} \ll [\sigma]_{ap}$$

Como se ve la resistencia al aplastamiento de los pines también está garantizada.

Analizaremos qué sucede cuando al desgastarse la pestaña la fuerza de cortante deja de ser soportada por la pestaña y pasa a ser asimilada por los pines radiales.

Consideraremos igual que para la pestaña que la fuerza de fricción provocada por los tornillos entre las caras de la brida contribuye y que la fuerza de cortante efectiva es

$$Q_{ef} = Q - P_{fr} = 1337.5 \text{ kN}$$

La tensión de cizallamiento será:

$$\tau_Q = \frac{Q_{ef}}{Zdl} = 3.72 \text{ kN/cm}^2$$

La tensión de cizallamiento resultante en el pin más cargado será:

$$\tau_{res} = \tau_{Mt} + \tau_Q = 2.55 + 3.72 = 6.27 \text{ kN/cm}^2 < [\tau]$$

La resistencia al cizallamiento es aún suficiente.

La tensión de aplastamiento, teniendo en cuenta la distribución sinusoidal de las presiones de contacto y el hecho de que en la posición más favorable para los pines solo hay dos pines situados transversalmente en posición perpendicular a la carga Q_{ef} y los otros cuatro pines quedan en una posición oblicua girados 60° , será:

$$\sigma_{ap.Q} = \frac{4}{\pi} \frac{Q_{ef}}{(2 \cdot l \cdot d + 4 \cdot l \cdot d \cdot \cos 60^\circ)} = 7.1 \text{ kN/cm}^2$$

La tensión de aplastamiento resultante para el pin más cargado será:

$$\sigma_{ap.res} = \sigma_{ap.Mt} + \sigma_{ap.Q} = 10.35 > [\sigma]_{ap} = 9.8 \text{ kN/cm}^2 .$$

Como se puede apreciar en estas condiciones la resistencia al aplastamiento de los pines no está garantizada.

Está claro que en presencia de la excentricidad del centro de masa del molino y la desalineación de los apoyos esta situación se agrava a causa de la elevación de la carga Q_{ef} . En la Tabla 17 se dan los resultados del cálculo de τ_{res} y $\sigma_{a.p.res}$ para las diferentes condiciones de carga.

Tabla N° 17 Tensiones de cizallamiento y de aplastamiento de los pines radiales de la brida trunium - Tambor bajo diferentes condiciones de carga.

	τ_{M_t} (kN/cm ²)	$\sigma_{ap. M_t}$ (kN/cm ²)	Q (kN) M _f (kN-m)	P _{f,r} (kN)	Q _{ef} = Qp _{f,r} (kN)	τ_Q (kN/cm ²)	$\sigma_{ap.Q}$ (kN/cm ²)	τ_{res} (kN/cm ²)	$\sigma_{ap.res}$ (kN/cm ²)
Condiciones normales de diseño, transmitiendo solo M _t	2.55	3.25	-	-	-	-	-	2.55	3.25
Transmitiendo M _t y la fuerza de cortante Q en condiciones normales de trabajo	2.55	3.25	1590.6 (1093.68)	253.1	1337.5	3.72	7.10	6.27	10.35
Transmitiendo M _t y la fuerza de cortante Q en condiciones de excentricidad del c.m. del tambor			1610.0 (1102.86)	250.2	1359.8	3.78	7.21	6.33	10.46
Transmitiendo M _t y Q en condiciones de desalineación entre los apoyos del trunium			1719.5 (443.0)	381.0	1338.5	3.72	7.10	6.27	10.35
Transmitiendo M _t y Q en condiciones de excentricidad del c.m del tambor y desalineación entre los apoyos			1739.3 (433.5)	382.8	1356.5	3.77	7.20	6.32	10.45

Como se puede apreciar las tensiones tanto de cortante como de aplastamiento de los pines transmitiendo solo el momento torsor son suficientes para provocar la falla.

La falla por aplastamiento la determina el hecho de que una vez que la pestaña se haya desgastado los pines tienen que soportar la fuerza de cortante Q que en condiciones normales de carga es suficiente para provocar el aplastamiento de la superficie de apoyo de los mismos. La excentricidad del centro de masa agrava la situación de los pines al elevarse la carga Q y además el momento flector lo que hace que los tornillos de la brida se encuentren más cargados, la compresión residual entre las caras en contacto de la brida se reduce y la fuerza de fricción es menor, elevándose Q_{ef} . La desalineación entre los apoyos no tiene un efecto resultante sensible ya que se eleva aun mas Q , pero se reduce M_f , lo que hace que los tornillos se vean menos cargados y la fuerza de fricción crece lo que hace que el valor de Q_{ef} sea similar al producido en condiciones normales de trabajo.

3. Conclusiones.

1. El material del trinium es acero al manganeso 10Mn2 en estado normalizado cuya composición química y propiedades mecánicas se dan en el trabajo.
2. Del examen ultrasónico del trinium se pudo comprobar que existen en el mismo un considerable volumen de defectos de fundición (poros, inclusiones no metálicas, etc.) que son focos concentradores de tensiones.
3. Del examen visual de las grietas se pudo comprobar que las mismas son grietas de fatiga cuya incubación se produjo próximo al concentrador de tensiones que representa la pestaña y a agrupaciones de defectos internos.
4. Existe una desalineación del apoyo posterior del molino (trinium de entrada) con relación al apoyo delantero del orden de 4 mm por debajo del eje del molino.
5. Existe un desplazamiento pronunciado del eje del molino en el plano correspondiente al centro del tambor con un valor medio del orden de 100 mm.
6. No existe ovalidad apreciable en ninguno de los dos triniums; o esta es inferior a 1mm.
7. Los niveles de tensiones que surgen en el trinium en condiciones de carga estática, aún con la carga de bolas en su interior son tan bajos que no existe posibilidad alguna de que las grietas pudieran tener origen en el período prolongado de parada a la que se vio sometido el molino.

8. La presencia de la desalineación del apoyo derecho del trunium eleva la magnitud de las tensiones en algunas de las secciones del trunium, sin embargo los factores de seguridad se mantienen en valores que excluyen toda posibilidad de falla en condiciones estáticas.
9. Bajo cargas dinámicas en condiciones normales de explotación, el factor de seguridad resultante a la fatiga en las secciones mas peligrosas del trunium se mantiene por encima de $n \geq 2.45$, valor que aunque no amplio garantiza la adecuada resistencia a la fatiga.
10. La presencia de la desalineación del apoyo derecho del molino reduce sensiblemente los factores de seguridad a la fatiga por flexión lo que hace que los factores de seguridad resultantes se reduzcan aunque se mantienen por encima de $n \geq 1.87$ que es todavía un valor aceptable.
11. La excentricidad existente en el centro de masa del molino no provoca efectos sensibles en las tensiones en el trunium, incluso en las secciones del mismo que están fuera de la longitud entre apoyos no tiene ninguna influencia. La reducción que provoca en los factores de seguridad a la fatiga es del orden del 1 %.
12. La situación mas peligrosa desde el punto de vista de la fatiga del trunium a la que se vio sometido el molino fue en el período en que operó con un accionamiento lo que unido a la desalineación existente en el apoyo derecho y la excentricidad del centro de masa reducen los factores de seguridad en las secciones mas peligrosas del trunium a valores de $n = 1.47$.
13. El análisis realizado permite afirmar que las grietas de fatiga pudieron haberse incubado en el período en que el molino operó con un solo accionamiento ya que en estas condiciones el estado tensional de las secciones del trunium empeora sensiblemente, lo que unido a la gran cantidad de defectos internos que posee el trunium y a la propia heterogeneidad característica, en las propiedades mecánicas del material de las piezas fundidas de gran tamaño pudieron dar origen a las grietas de fatiga.
14. Queda claro que las grietas de fatiga en el trunium surgen, no por efecto de una sola causa, sino por una superposición de causa (giro del molino desde un solo accionamiento, desalineación, excentricidad, etc.) incluida la presencia de tensiones térmicas originadas por la temperatura del aire que circula por el interior del molino que es del orden de los 200 °C o superior, lo que determina una temperatura de la superficie interior del “trunium” grande con relación a la superficie exterior. Estas tensiones fueron tentativamente valoradas y pueden alcanzar valores tales que sumadas a las tensiones de las cargas pueden reducir el factor de seguridad a la fatiga por debajo de los límites permisibles.

15. En condiciones normales de trabajo los tornillos de la brida del trunium tienen una resistencia garantizada. La falla de los mismos se produjo a causa del desgaste de la pestaña de la brida que hizo que las fuerzas de cortante originada en la brida fueran asimilada en un inicio por los pasadores radiales, provocando la falla por aplastamiento de estos y una vez que estos pasadores y sus alojamientos se deformaran todas las cargas pasaran a ser asimiladas por los tornillos lo que indudablemente en condiciones de apriete excesivo de algunos tornillos pudo haber provocado la falla por fatiga de estos.
16. La resistencia al desgaste de la pestaña de la brida es insuficiente lo que unido al deslizamiento que se origina entre las superficies en contacto de la misma en presencia del polvo del material triturado que está presente en esa zona provocaron el desgaste apreciable de la misma.
17. Los pines radiales soportan sin dificultad las cargas de torsión para lo cual están diseñados sin embargo fallan por aplastamiento en presencia de las cargas de cortante que se vieron obligados a asimilar al desgastarse la pestaña.

4. Recomendaciones.

1. Restablecer la alineación existente en el apoyo derecho mediante la colocación de “lines” en el pedestal.
2. Restablecer la coaxialidad entre las dos mitades de la brida mediante la colocación, en el espacio entre pasadores radiales, de nuevos pasadores radiales en igual número y diámetro y remaquinar los orificios de los pasadores existentes a un diámetro mayor y colocar nuevos pasadores en esto orificios con el objetivo de duplicar la capacidad de carga de estos dada la dificultad de remaquinar la pestaña de la brida del lado del tambor.
3. Restablecer las zonas agrietadas del trunium mediante soldadura.
4. Eliminar la práctica de accionar el molino al 50 % de su capacidad desde el accionamiento derecho. Desde el accionamiento izquierdo esta práctica resulta imposible a causa de la tendencia del molino a separarse de los apoyos.
5. Mantener un control sistemático de los defectos de fundición detectados en el trunium para garantizar que el molino no opere en presencia de nuevas grietas de fatiga.
6. Controlar sistemáticamente la alineación de los apoyos del molino.

5. Bibliografía

1. Bauman V.A., Klushastsev B.V., Martinov V.D./Equipamiento mecánico de la industria de materiales de la construcción. /Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1981.-- 324 p.
2. Birger J.A., Shorr B.F., Schneidierovich R.M. / Calculo de la resistencia de piezas de máquinas. / Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1966.-- 606 p.
3. Duda W.H. / Manual tecnológico del cemento. / Barcelona: Editores Técnicos Asociados S.A., 1977.-- 332 p.
4. Elementos de máquinas/ Dobrovobolskil V....et.al. / Moscú: Editorial MIR, 1970.-- 662 p.
5. Equipamiento mecánico para la producción de materiales de la construcción/Silenok S.G.....et.al / Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1969.-- 199 p.
6. Faires V.M. / Diseño de elementos de máquinas. / México: Editorial UTEHA, 1985.-- 802 p.
7. Gost 4543-71 Aceros de construcción de baja aleación. Condiciones Técnicas. Vigente desde 1971.
8. Goytisoló R. / Diseño de elementos de máquinas. Folleto y tablas./Santa Clara : Editado por U.C.L.V., 1973.-- 188 p.
9. Ivanov M.N. / Elementos de máquinas. / Moscú: Editorial Vishaya Schkola, 1991.-- 383 p.
10. Metallurgist's Handboo. / Moscú: Editorial PROMSYRIOIM PORT, 1965. -- 272 p.
11. Partón V.Z./Mecánica de la Destrucción. /Moscú: Editorial MIR, 1990.--415 p.
12. Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.K. / Manual de Resistencia de Materiales. / Moscú: Editorial MIR, 1989,-- 693 p.
13. Shigley J.E. / El Proyecto en Ingeniería Mecánica / La Habana: Editora Revolucionaria, 1969.-- 658 p.
14. Shigley J.E./Diseño en Ingeniería. /México: Editorial Mc Graw Hill, 1977.-- 785 p.
15. Shigley J.E., Mitchell L.D./ Diseño en Ingeniería Mecánica./ México: Editorial Mc Graw Hill, 1985.-- 915 p./

Caso No. 3. Análisis y Solución de la Falla por Fatiga del Árbol del Piñón del Reductor Final de la Transmisión de un Molino de Crudo de una Fábrica de Cemento y Recuperación de los Acoplamientos Dentados de la Transmisión

Autores:

R. Goytisol Espinosa¹, J. J. Cabello Eras², R. Hernández Acosta³, R. Ferrer Díaz⁴

1 – Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

2 – Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

3 – Ingeniero Mecánico. Especialista de la Empresa de Cemento.

4 – Ingeniero Mecánico. Colaborador de la Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.

1. Introducción.

A finales del año 1997 se produjo la falla del árbol del piñón del reductor final de la transmisión del molino de crudo de la línea No 3 de la Empresa Productora de Cemento de la ciudad de Cienfuegos en Cuba, lo que provocó la detención de esta línea con las consiguientes pérdidas económicas. Este árbol es una pieza que pesa 1,5 t y de la cual no se disponía de repuesto. Ante esta situación la Dirección de la Empresa solicitó los servicios del Colectivo de Mecánica Aplicada de la Universidad de Cienfuegos para esclarecer las causas de la falla y establecer las recomendaciones necesarias para su solución. Durante la investigación preliminar realizada se formuló la Hipótesis de que la causa fundamental de la falla era el excesivo nivel de desgaste que presentaban los dientes de los acoplamientos dentados que transmiten la carga del motor a este reductor. El grado de deterioro era tal que la carga se concentraba en unos pocos dientes provocando fuerzas suplementarias sobre el árbol que en condiciones normales no debían aparecer. Los acoplamientos dentados de repuesto eran suministrados por la Firma Alemana productora de este tipo de molino de bolas, y al desaparecer dicha Firma estos repuestos dejaron de suministrarse, por lo que la situación de la Empresa era crítica desde este punto de vista. Se desarrolló entonces una investigación cuyos objetivos específicos fueron:

1. Esclarecer las causas de la falla del árbol del piñón del reductor final de la transmisión y establecer recomendaciones necesarias para su fabricación.
2. Analizar las posibilidades de recuperar los acoplamientos dentados existentes en la Empresa como una vía de contribuir a la solución del problema.

En el presente trabajo se esbozan los aspectos fundamentales de la investigación realizada.

2. Desarrollo.

2.1 Esquema de la transmisión.

El esquema de la transmisión objeto de análisis se muestra en la Fig. 1 donde se señala la posición específica del árbol del piñón en el cual se produjo la falla, así como la de los acoplamientos dentados.

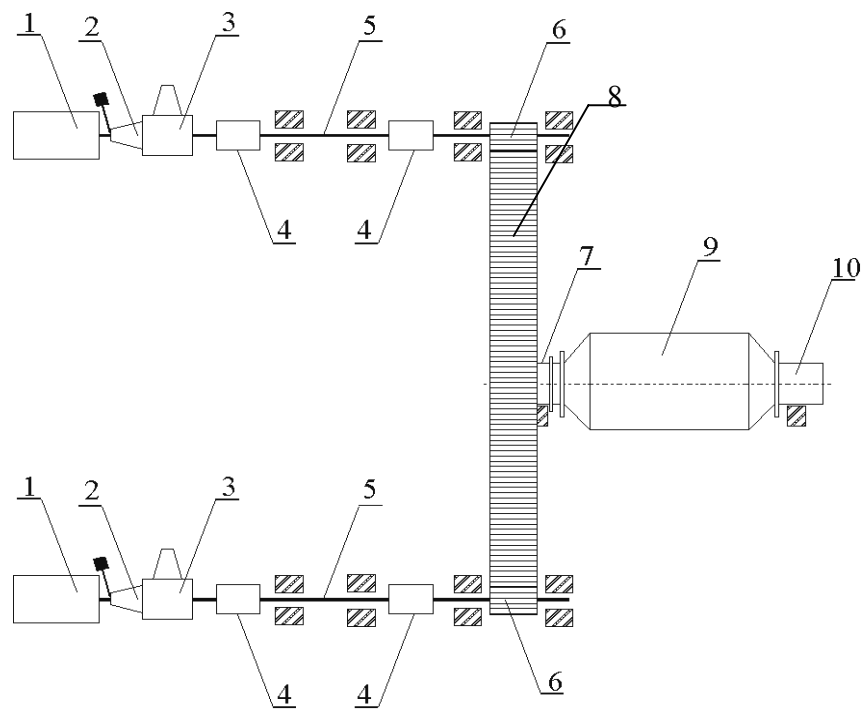


Fig.1 Partes componentes del molino de crudo.

- 1-Motores eléctricos, 2- Embragues, 3- Reductores planetarios, 4- Acoplamientos dentados,
5- Árboles de transmisión, 6- Piñones reductor final, 7- Trunium de salida, 8- Catalina,
9- Tambor del molino, 10- Trunium de entrada.

2.2 Datos de los elementos de la transmisión.

2.2.1 Motores eléctricos.

- Marca: Ercole Marelli.
- Tipo: Asíncrono trifásico NPA 560 L8
- Clase: F

- Potencia: $N_m = 900 \text{ kW}$
- Velocidad de giro: $n_m = 890 \text{ r/min}$
- Voltaje nominal: $V_n = 6\,000 \text{ v}$
- Corriente nominal a plena carga: $I_n = 109 \text{ A}$

2.2.2 Reductores planetarios.

- Potencia nominal: $N_p = 1\,000 \text{ kW}$
- Relación de transmisión: $U_p = 9$

2.2.3 Reductor final.

- Tipo: Cilíndrico bifurcado de dientes rectos.
- Módulo: $m = 2$
- Ancho de trabajo: $b_w = 600 \text{ mm}$
- Distancia entre centros: $a_w = 2\,590 \text{ mm}$
- Angulo del perfil: $\alpha = 20^\circ$

Datos de los piñones:

- Números de dientes: $Z_p = 35$
- Diámetro de la circunf. primitiva: $d_w = 700 \text{ mm}$
- Material: Acero 30 Cr Mo V 9G $\sigma_f = 735 \text{ a } 882 \text{ MPa}$, $\sigma_{f'} = 588 \text{ MPa}$

Datos de la catalina:

- Números de dientes: $Z_c = 224$
- Diámetro circunferencia primitiva: $d_{w2} = 4\,480 \text{ mm}$
- Material: Acero bajo carbono fundido, dureza HB 267

2.2.4 Acoplamientos dentados.

En la Fig. 2 a) y b) se muestran los esquemas con las dimensiones fundamentales de una de las mitades de los acoplamientos dentados compuesta por el acoplamiento interior (Fig. 2 a) y el

acoplamiento exterior (Fig. 2 b). En los planos disponibles en la Empresa de estas piezas, se especifica el material de los mismos pero no se aclara el tratamiento térmico.

Los datos del dentado de los acoplamientos interior y exterior se muestran en la Tabla 1

Tabla 1 Datos de los acoplamientos dentados.

	Acoplamiento interior	Acoplamiento exterior
Diámetro exterior (de)	580 mm	585 mm
Diámetro interior (di)	536,66mm	545 mm
Número de dientes (z)	56	56
Módulo (m)	10 mm	10 mm
Diámetro primitivo (dp)	560 mm	560 mm
Material	Ac 40X	Ac 40X
Angulo del perfil (α)	20^0	20^0

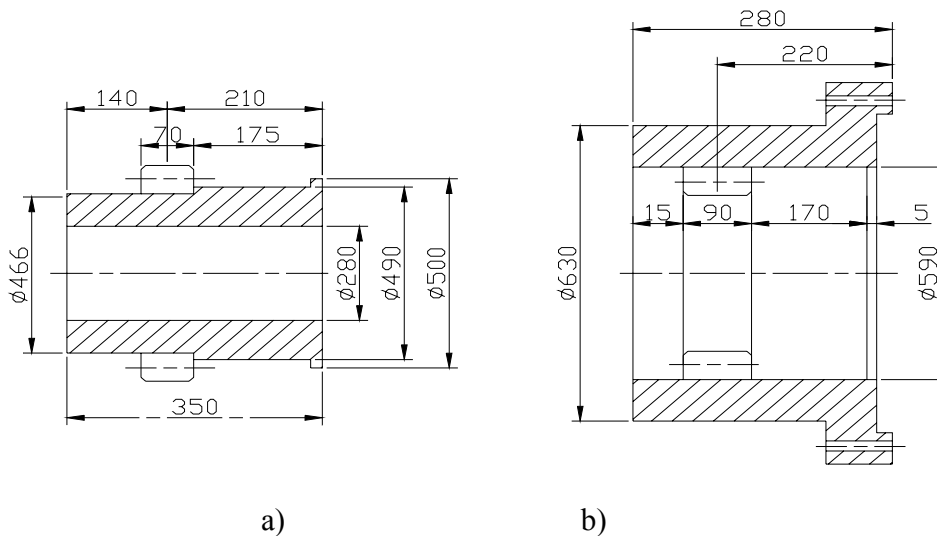


Fig. 2 Dimensiones fundamentales de las partes del acoplamiento

Material y tratamiento térmico de los acoplamientos.

En los planos se especifica el material del mismo, que es acero 40X cuya resistencia máxima según las especificaciones técnicas [8] oscila entre 716 a 1030 MPa en dependencia del tratamiento térmico. En el plano no se especifica el tratamiento térmico por lo que se procedió a medir la dureza de la superficie, fundamentalmente en la zona próxima al dentado, utilizando un durómetro POLDI. Se realizaron en total 5 mediciones de dureza en la zona del dentado y del cuerpo del acoplamiento, obteniéndose un valor medio HB 169,2 en la zona del dentado y HB 154,4 en el cuerpo, lo que confirma que el material es acero fundido en estado normalizado sin otro tratamiento térmico volumétrico, ni superficial. La diferencia de dureza se explica debido a que la superficie del dentado se ha endurecido producto al contacto de las superficies de trabajo.

2.2.5 Árbol del piñón.

Material y tratamiento térmico del árbol.

En el plano del árbol se especifica el material del mismo, que es igual al material del piñón, o sea, acero 30 Cr Mo V 9G cuya resistencia máxima según la documentación técnica del molino está entre 735 a 882 MPa en dependencia del tratamiento térmico. En el plano no se especifica el tratamiento térmico por lo que se procedió a medir la dureza de la superficie, fundamentalmente en la zona próxima a la fractura utilizando un durómetro POLDI. Se realizaron en total 5 mediciones

de dureza, obteniéndose un valor medio HB 174, lo que confirma que el material se encuentra en estado normalizado sin otro tratamiento térmico volumétrico, ni superficial. Se decidió por lo tanto asumir un valor de la resistencia máxima del acero próxima a su valor mínimo: $\sigma_r = 750$ MPa.

Caracterización de la fractura del árbol.

En la Fig. 3 se muestra la sección de la fractura, la cual es evidentemente por fatiga. En la misma se puede apreciar la zona de incubación, ubicada en las proximidades del concentrador correspondiente, en este caso el cambio de diámetro, la zona de fisuración progresiva, donde incluso se puede apreciar la presencia de las líneas de detención características de esta zona y finalmente se observa la zona de fractura frágil final. Cuando se compara este aspecto externo de la fractura, con el cuadro característico de las diferentes fracturas por fatiga dado en [2], se evidencia que se trata sin dudas de una fractura por fatiga bajo flexión simétrica en rotación, que es la sollicitación a la que se encuentra sometido este árbol, en presencia de un concentrador periférico débil provocado por el cambio de diámetro y bajo la acción de una sobrecarga cíclica moderada.

A moderadas sobrecargas cíclicas (nivel de tensiones moderado con relación al límite de fatiga), la grieta se desarrolla lentamente, la pieza resiste un gran número de ciclos de carga, en presencia de la grieta antes de que se produzca la fractura frágil final. En este caso la grieta penetra a gran profundidad, con lo cual la zona de fractura frágil final es relativamente pequeña. En la investigación realizada se pudo conocer que, por dificultades de otra índole, el molino de crudo objeto de análisis trabajó solo 515 horas en el período comprendido desde principios del año 1991, hasta Marzo del año 1997. En la Fig. No 3 se puede observar claramente una línea de detención muy marcada señalada con el número (4) en la figura. Probablemente éste era el tamaño que tenía la grieta en el año 1991 y los efectos de la corrosión en el vértice de la grieta, provocada por la humedad ambiente en el mencionado período prolongado de parada, provocaron esa marcada línea de detención. La velocidad de desarrollo de la grieta en los últimos meses de trabajo creció a cuentas de la corrosión y al crecimiento de las cargas sobre el árbol, provocadas por el progresivo deterioro del dentado de los acoplamientos, efecto este que será analizado mas adelante.

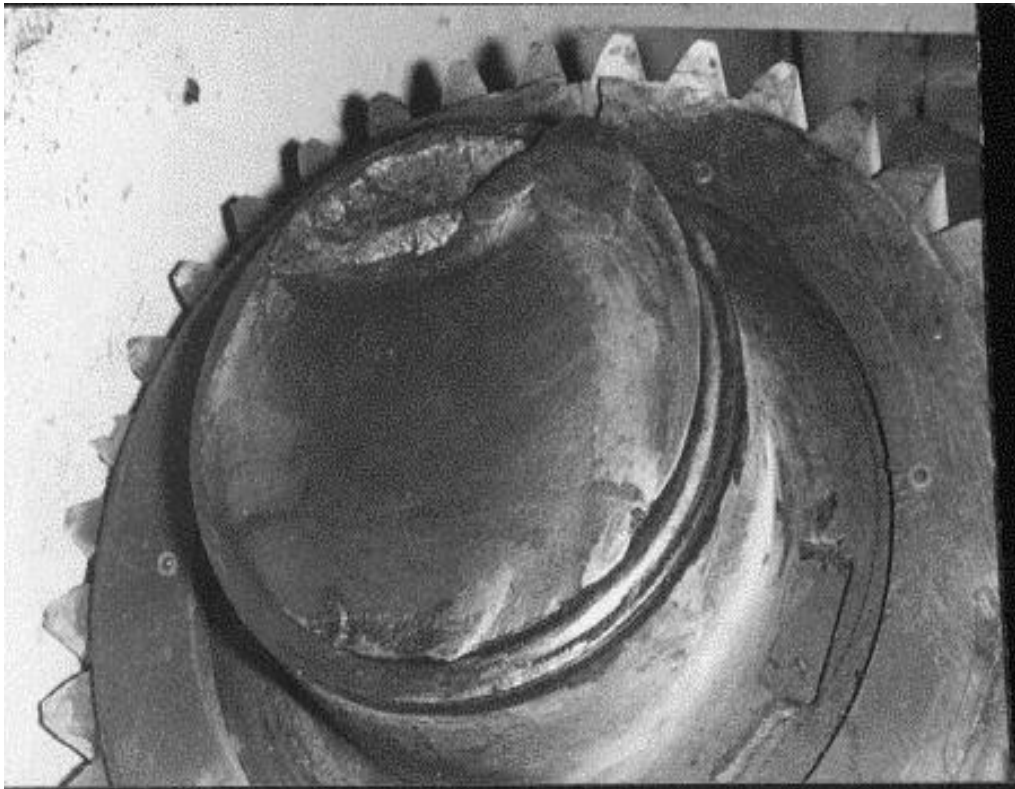


Fig. 3 Aspecto externo de la sección de la falla.

2.3 Potencia transmitida por el reductor final.

Para calcular la potencia transmitida por el reductor final de la transmisión se consideraron las pérdidas mecánicas en todos los pares cinemáticos ubicados entre el motor y el reductor que son:

- Dos pares de cojinetes de rodamientos, uno en el árbol de transmisión y otro en el árbol del piñón. El coeficiente de rendimiento de un cojinete de rodillos de doble hilera autolubrificante se asumió $\eta = 0,99$ [2], por consiguiente en un par de cojinetes $\eta_c = \eta^2 = 0,98$.
- Reductor planetario. Según la literatura con $U_p = 9$ el coeficiente de rendimiento de este tipo de reductor es alto $\eta_p = 0,97$ a $0,99$ [1,2], se asumió un valor medio $\eta_p = 0,98$.
- Acoplamientos. Estos acoplamientos tienen un coeficiente de rendimiento relativamente alto dentro del grupo de acoplamientos rígidos de compensación $\eta_a = 0,985$ [4].

El coeficiente de rendimiento mecánico entre el motor y el reductor final será entonces:

$$\eta_t = \eta_c^2 \cdot \eta_p \cdot \eta_a = (0,98)^2 \cdot 0,98 \cdot 0,985 = 0,927. \quad (1)$$

Se tomó en cuenta también el % de utilización de la potencia del motor obtenido sobre la base de la comparación de la corriente de trabajo, determinada en los registros de corriente de estos motores en la pizarra de control y la corriente nominal. El registro de corriente de estos motores en la pizarra de control oscila alrededor de $I = 110 \text{ A}$ y la corriente nominal $I_n = 109 \text{ A}$. El disparo por sobrecarga está calibrado para que éste se produzca para $I_{sc} = 115 \text{ A}$, pero esta situación no se presenta en estos motores, de aquí que se puede suponer que los motores poseen un 100% de utilización de su potencia, o sea, $C_{util} = 1,0$.

La potencia que llega al piñón del reductor es:

$$N_p = N_m \cdot \eta_t \cdot C_{util} = 900 \cdot 0,927 \cdot 1,0 \quad (2)$$

$$N_p = 834,3 \text{ kW}$$

2.4 Cargas y esquema de análisis del árbol del piñón.

2.4.1 Velocidad de giro del árbol piñón.

La velocidad de giro del árbol del piñón se calcula dividiendo la velocidad de giro del motor n_m entre la relación de transmisión del reductor planetario U_p . O sea:

$$n_p = n_m / u_p = 890 / 9 = 98,9 \text{ r/min} \quad (3)$$

Momento torsor en el árbol del piñón.

El momento torsor en el árbol del piñón depende de la potencia que él transmite y de su velocidad de giro:

$$M_t = 955 \frac{N_p}{n_p} = 955 \frac{834,3}{98,9} = 8056,2 \text{ kN-cm} \quad (4)$$

2.4.2 Fuerzas sobre el piñón.

La fuerza tangencial sobre el dentado del piñón será:

$$P_t = \frac{2M_t}{d_{wp}} = \frac{2 \cdot 8056,2}{70} = 230,2 \text{ kN} \quad (5)$$

La fuerza normal sobre el diente será:

$$P_n = \frac{P_t}{\cos \alpha} = \frac{230,2}{\cos 20^\circ} \cong 245 \text{ kN} \quad (6)$$

2.4.3 Fuerzas sobre el árbol provocadas por el acoplamiento

En un acoplamiento dentado idealizado éste no debía transmitir cargas transversales al árbol debido al considerable número de dientes en contacto y la simetría general entre las cargas que entre los dientes se producen, sin embargo a causa de la desalineación entre los árboles que se empalman (cuya existencia es la causa fundamental del empleo de estos acoplamientos rígidos de compensación), se producen cargas radiales las cuales, según [2] se encuentran entre los límites:

$$0 < R \leq P_n = \frac{2Mt}{D_p \cdot \cos \alpha} \quad \text{kN} \quad (7)$$

Donde:

D_p - diámetro primitivo del dentado del acoplamiento en cm.

α - ángulo del perfil del diente.

Las investigaciones experimentales confirman que normalmente, para las magnitudes habituales de no coaxialidad y de errores de fabricación la carga radial es $R = (0,2 \text{ a } 0,4) P_n$ [2]. En el peor de los casos, cuando la carga se transmite sólo por un par de dientes en contacto a causa de elevadas desalineaciones, grandes errores de fabricación o excesivo desgaste en los dientes, la carga radial sobre el árbol es igual a la carga normal sobre el dentado $R = P_n$.

La fuerza radial sobre el árbol objeto de análisis es:

$$R = P_n = \frac{2Mt}{D_p \cdot \cos \alpha} = \frac{2 \cdot 8056,2}{56 \cdot \cos 20^\circ} = 306,2 \quad \text{kN} \quad (8)$$

La posición angular relativa de la carga R con relación a la carga P_n existente en el piñón es difícil de conocer. En el análisis realizado se fue variando esta posición para poder establecer claramente cual sería la situación más peligrosa. La dirección más crítica es cuando ésta está dirigida hacia arriba, o sea, opuesta a la carga P_n , tal como se muestra en la Fig. 4.

2.4.5 Esquema de análisis del árbol.

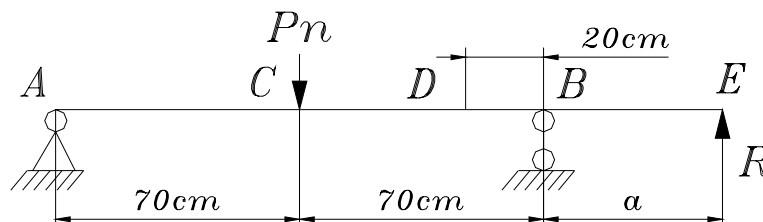


Fig. 4 Esquema de análisis del árbol del piñón.

En la Fig. 4 se muestra el esquema de análisis adoptado para el árbol del piñón. Los cojinetes de apoyo del árbol son rolletes cilíndricos de doble hilera autoalineantes con manguito cónico para su fijación al árbol, lo que justifica plenamente el empleo en el esquema de los apoyos articulados. La distancia entre apoyos se tomó igual a la distancia entre los centros geométricos de los rolletes, lo que es recomendado para este tipo de apoyos autoalineantes. Las cargas P_n y R realmente son cargas distribuidas en la longitud de contacto piñón - árbol y acoplamiento - árbol respectivamente, sin embargo en aras de simplificar el esquema y considerar la situación más crítica para el árbol se consideraron estas fuerzas concentradas (lo que es usual en los esquemas de análisis de árboles de reductores de velocidad). La carga P_n se consideró ubicada en la mitad de la superficie de contacto piñón - árbol, dada la simetría geométrica del reductor y la carga provocada por el acoplamiento se consideró ubicada en la posición, media de la superficie de contacto árbol - acoplamiento, o sea, a una distancia $a = 43$ cm del centro del apoyo y en la posición extrema exterior más alejada del apoyo, o sea, a una distancia $a = 46,5$ cm, posición esta donde la concentración de carga en el dentado sería mas peligrosa. La sección de la fractura está señalada con la letra D en la Fig. 4 y esta ubicada a 20 cm del apoyo.

2.5 Resultados del cálculo del factor de seguridad resultante a la fatiga en la sección de fractura D para diferentes condiciones de carga.

En la Fig. 5 se muestran los diagramas de fuerzas de cortante, momentos flectores y momento torsor del árbol de piñón provocados por la fuerza P_n y en la Fig. 6 los diagramas de fuerzas de cortante y momentos flectores originados por la fuerza R del acoplamiento. En la Tabla No. 2 se muestran los resultados del cálculo del momento flector resultante en la sección D de fractura, la tensión de flexión máxima en dicha sección, el factor de seguridad a la fatiga para estas tensiones normales, la fuerza de cortante en la sección D, la tensión tangencial resultante provocada por el momento torsor y la fuerza de cortante, el factor de seguridad a las tensiones tangenciales y el factor de seguridad resultante a la fatiga para las posibles diferentes condiciones de carga.

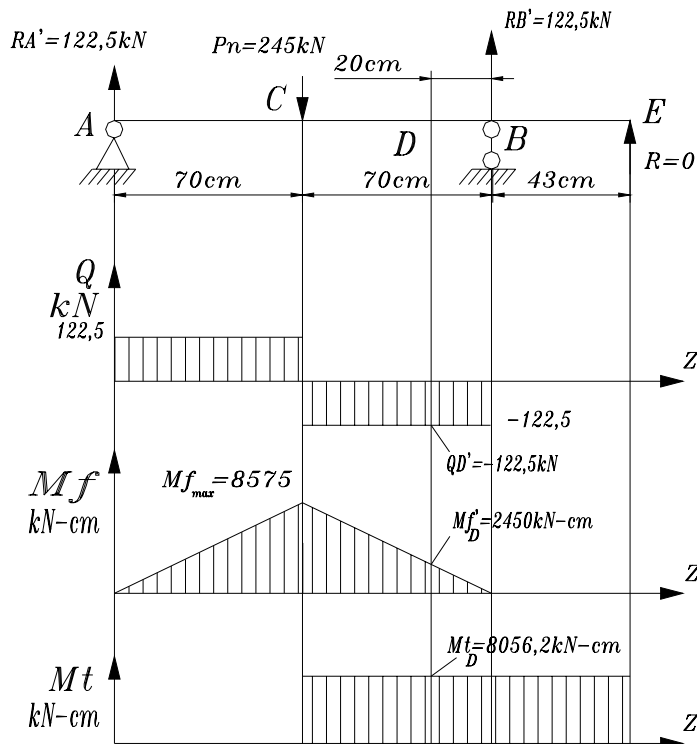


Fig.5 Diagramas de fuerzas de cortante, momentos flectores y torsor en el árbol del piñón provocados por P_n .

Como se aprecia en la Tabla 2, en condiciones ideales de explotación del acoplamiento, para $R = 0$, el factor de seguridad resultante a la fatiga es elevado $n_r = 5.24$, en la medida que se deteriora el dentado del acoplamiento y la carga radial que éste le transmite al árbol aumenta a $0,2 P_n$, $0,4 P_n$ y a P_n , el factor de seguridad a la fatiga disminuye a 2,83, 1,93 y 1,02 respectivamente. Si se considera que la carga del acoplamiento está ubicada en el extremo de éste, entonces el factor de seguridad se reduce a 0.95. Estos resultados confirman la hipótesis de que la causa directa de la falla por fatiga fue el excesivo grado de deterioro que presentaba el dentado del acoplamiento.

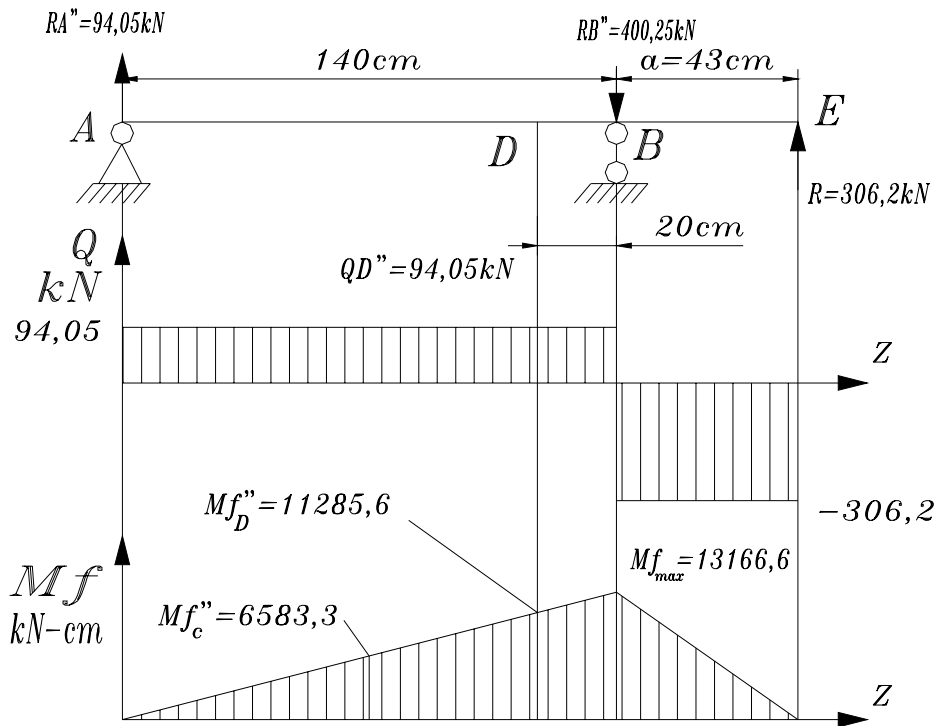


Fig.6 Diagrama de fuerzas de cortante y momentos flectores provocados por la fuerza R en el árbol del piñón.

Tabla 2 Factores de seguridad a la fatiga del árbol con diferentes valores y posición de R								
Valor de R, kN	Posic. de R a - cm	Mf _{DR} kN-cm	σ_{\max} kN/cm ²	n _σ	Q _{DR} kN	$\tau_{\max D}$ kN/cm ²	n _τ	n _r
R = 0	-	2 450.0	0.9	5.5	123	1.72	15.7	5.24
R = 0,2 Pn = 61,2	43	4706.12	1.7	2.88	104	1.69	16.0	2.83
R = 0,4 Pn = 123	43	5266.60	2.6	1.94	84.9	1.65	16.4	1.93
R = Pn = 306,2	43	13166.60	4.9	1.02	28.4	1.54	17.5	1.02
R = Pn = 306,2	46.5	14238.50	5.3	0.95	20.7	1.53	17.7	0.95

2.6 Propuestas para la solución del problema.

Para resolver la situación existente se realizaron dos propuestas:

- Mejoramiento de la resistencia a la fatiga del árbol.

- Recuperación de los acoplamientos dentados para reducir las cargas sobre el árbol.

Se analizarán a continuación cada una de estas propuestas.

2.7 Mejoramiento de la resistencia a la fatiga del árbol.

Si se analiza el plano de taller del árbol y su montaje en el reductor se observa que el escalón donde se produjo la falla no actúa como respaldo de ningún elemento de los colocados sobre el árbol, ya que el rollete cilíndrico de doble hilera autoalineante próximo a este escalón está montado sobre manguito cónico de fijación y se coloca sobre la parte lisa del árbol. Su única función es reducir el diámetro del árbol de 400 mm en la zona del piñón a 300 mm en la zona del cojinete, pero no se requiere que el radio de redondeo sea específicamente de 4 mm tal como aparece en el plano de taller. Las transiciones ideales reportadas en la literatura [2, 9], no resulta posible emplearlas en este caso pues ocuparían una longitud en el árbol mayor de 45 cm y abarcarían la zona de colocación del cojinete. Se recomienda entonces emplear una transición cónica tal como se muestra en la Fig. 7 para la cual el factor de concentración de tensiones es mayor que 1 pero pequeño $k_{\sigma} = 1.2$. Este tipo de transición ofrece la ventaja de que en la zona de la falla, el diámetro es ahora $d = 34$ cm y en la zona de empalme del cono con el cilindro, el diámetro es $d = 30$ cm pero el momento flector en esta zona es menor $M_f = 13\,278$ kN – cm y $k_{\sigma} = 1.2$. Con relación al material del árbol el acero 30 Cr Mo V9 G es un acero aleado costoso para temple y revenido, tratamiento mediante el cual sus propiedades mecánicas se elevan considerablemente ($\sigma_r = 950$ MPa) [8]. En este caso se había empleado este acero sin tratamiento por lo que no se estaban aprovechando plenamente la presencia de los elementos de aleación.

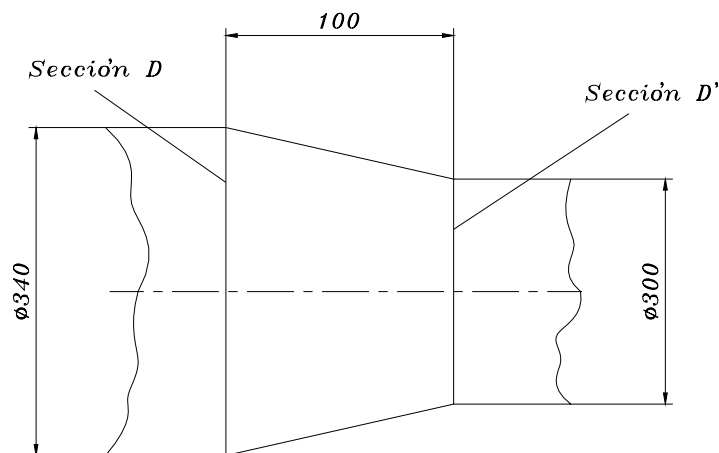


Fig.7 Transición en el cambio de diámetro de la sección de la fallas.

El temple y revenido en un árbol de estas dimensiones es excesivamente costoso por lo que en el presente trabajo se recomendó el empleo de acero 45 en estado normalizado, el cual es un acero relativamente barato, ideal para la fabricación de árboles por su elevada maquinabilidad y excelentes cualidades desde el punto de vista de la resistencia a la fatiga: elevado límite de fatiga y baja sensibilidad a la concentración de tensiones. En la Tabla 3 se reportan también los resultados del cálculo del factor de seguridad en estas dos secciones empleando en la fabricación del árbol el acero 45 en estado normalizado. Como se puede apreciar aun sin resolver la situación de los acoplamientos los resultados son satisfactorios.

Tabla 3 Factores de seguridad a la fatiga del árbol con acero 45 y transición cónica								
Valor de R, kN	Posic. de R a - cm	Mf _{DR} kN- cm	σ_{\max} kN/cm ²	n _{σ}	Q _{DR} kN	$\tau_{\max D}$ kN/cm ²	n _{τ}	n _r
En la sección D R = Pn =306,2	46.5	14238.50	3.6	2.02	20.77	1.05	20.6	2.01
En la sección D' R = Pn = 306,2	46.5	13277.91	4.9	1.49	20.77	1.53	14.1	1.48

2.8 Recuperación de los acoplamientos dentados.

2.8.1 Variante propuesta para la recuperación del acoplamiento.

La variante propuesta para la recuperación de los acoplamientos dentados consiste en el aprovechamiento de las piezas desgastadas componentes de los mismos, mediante el maquinado de la zona donde están practicados los dentados tanto en la pieza exterior como interior y la colocación de zunchos, mediante ajustes por interferencia, donde se tallarán de nuevo tanto el dentado exterior como el interior.

El empleo del ajuste por interferencia ofrece la ventaja de que puede ser desmontada la unión mediante el calentamiento de las piezas y el auxilio de una prensa, lo que permitiría repetir la recuperación una vez que se produzca de nuevo el desgaste o la fractura de los dientes.

2.8.2 Potencia transmitida por el acoplamiento.

Para calcular la potencia transmitida por el primer acoplamiento de la transmisión, que es el más cargado, se consideraron solamente las pérdidas mecánicas en el reductor planetario.

La potencia que llega al primer acoplamiento será entonces:

$$Na = 900 \cdot 0,98 = 882 \text{ kW} \quad (9)$$

2.8.3 Velocidad periférica del acoplamiento.

La velocidad periférica del acoplamiento la podemos obtener mediante la siguiente ecuación:

$$v = \frac{\pi \cdot dp \cdot na}{60000} \quad (10)$$

$$v = \frac{\pi \cdot 560 \cdot 98,9}{60000} = 2,9 \text{ m/s} \quad (11)$$

2.8.4 Momento torsor en el primer acoplamiento.

El momento torsor en el primer acoplamiento será:

$$Mta = 955 \frac{Na}{na} \quad (12)$$

$$Mta = 955 \cdot 882 / 98,9 = 8\,516 \text{ kN-cm} = 868\,000 \text{ kgf-cm}$$

2.8.5 Cálculo de la resistencia superficial del dentado del acoplamiento.

Según [2] para acoplamientos dentados con velocidad periférica del dentado $v \leq 5 \text{ m/s}$ no es obligatorio el tratamiento térmico de los dientes, sin embargo se recomienda una diferencia obligatoria de dureza entre el dentado interior y el exterior de HB 30.

La velocidad periférica del acoplamiento es de $v = 2,9 \text{ m/s}$ por lo que está justificado el hecho de que la medición experimental de la dureza de los dientes arrojará como promedio HB 169,2; sin embargo, en los acoplamientos actuales no se cumple la recomendación con relación a la diferencia de dureza y por otro lado, es posible elegir aceros laminados en caliente con una dureza en estado normalizado mayor que la obtenida experimentalmente, lo que indudablemente mejorará la resistencia al desgaste.

Se elegirán los siguientes aceros para la recuperación del acoplamiento:

Para el manguito del dentado exterior: Acero 35.

Para el zuncho del dentado interior: Acero 50 G.

Ambos en estado normalizado. En la Tabla 3 se dan las propiedades mecánicas de estos aceros.

Tabla 3 Propiedades mecánicas de los aceros.[7,8]

Propiedades mecánicas	Unidades	Acero 35	Acero 50 G
Límite de fluencia	kgf/cm ²	3 200	3 800
Resistencia máxima	kgf/cm ²	5 400	6 400
Módulo de elasticidad	kgf/cm ²	2.10 ⁶	2.10 ⁶
Coefficiente de Poisson	-	0.3	0.3
% de elongación	%	20	14
Dureza Brinell (Laminado en caliente en estado normalizado)	HB	229	255

Teóricamente en los acoplamientos dentados todos los dientes debían estar en contacto, sin embargo producto de las imprecisiones en el tallado, desalineaciones de los árboles, desgaste, etc., solo una parte lo estará. Se considerará en los cálculos que solo el 25% de los dientes transmiten la carga.

El dentado de los acoplamientos es idéntico al de las transmisiones por engranaje, sin embargo las ecuaciones de cálculo no se ajustan exactamente por tratarse de dos ruedas con una distancia entre centros teórica igual a cero. Teniendo en cuenta que la forma del dentado interior es similar al de una cremallera, para el cálculo de las tensiones de contacto, se utilizará la ecuación dada en [2] para este caso. O sea:

$$\sigma_{\text{sup}} = \frac{2140}{dp} \sqrt{\frac{Mta \cdot kc \cdot kd}{B}} \leq [\sigma]_{\text{sup}} \text{ kgf/cm}^2 \quad (13)$$

Se transformará esta ecuación para expresarla en términos de la fuerza normal sobre un diente Pn.

La fuerza Pn sobre un diente en el contacto cremallera – diente será:

$$Pn = \frac{2Mta}{dp \cdot \cos \alpha} \quad (14)$$

Despejando Mta de (14) y sustituyendo en (13), se tiene que:

$$\sigma_{\text{sup}} = 2140 \sqrt{\frac{Pn \cdot kc \cdot kd \cdot \cos \alpha}{2 \cdot dp \cdot B}} \leq [\sigma]_{\text{sup}} \quad (15)$$

Donde:

σ_{sup} – tensión de contacto en kgf/cm².

Pn – fuerza normal sobre un diente en kgf.

Dp – diámetro primitivo del dentado en cm.

B - ancho de contacto en cm.

α - ángulo del perfil en grados.

kc – coeficiente de concentración de carga.

kd – coeficiente de carga dinámica.

La fuerza Pn sobre un diente del acoplamiento será:

$$Pn = \frac{2 \cdot Mta}{dp \cdot \cos \alpha \cdot \psi \cdot z} \quad (16)$$

Donde:

Pn – fuerza normal sobre un diente en kgf.

Mta – torque sobre el acoplamiento en kgf – cm.

dp – diámetro primitivo del dentado del acoplamiento en cm.

α - ángulo del perfil en grados.

z - número de dientes.

ψ - coeficiente de la irregularidad de la distribución de la carga.

En árboles estriados se recomienda $\psi = 0.75$. Se tomará para acoplamientos dentados tomando en cuenta la mayor holgura entre los dientes, tal como se explicó anteriormente, se considerará que solo el 25% de los dientes transmite la carga, o sea, se tomará: $\psi = 0.25$; Sustituyendo los datos en (16), se tiene que:

$$Pn = \frac{2 \cdot 868000}{56 \cdot \cos 20 \cdot 0,25 \cdot 56} = 2\,333 \text{ kgf}$$

Con este valor de Pn que es la fuerza normal sobre un diente del acoplamiento dentado podemos calcular por la ecuación (15) la tensión de contacto y compararla con el valor permisible La tensión permisible a contacto depende de la dureza de las superficies de contacto. Para el caso de aceros al carbono o de media aleación según [2], el límite de fatiga al contacto σ_{sup} es:

$$\sigma_{\text{sup}} = C_B \cdot HB \quad (17)$$

Donde:

C_B – coeficiente que depende del tipo de acero y del tratamiento térmico. Para los aceros al carbono o de media aleación en estado normalizado $C_B = 25$.

HB – dureza del acero. Para este caso se tomará HB = 229 que es la menor dureza del acero 35.

Entonces:

$$\sigma_{\text{sup}} = 25 \cdot 229 = 6\,000 \text{ kgf/cm}^2$$

Para hallar la tensión admisible, el límite de fatiga se multiplica por una serie de coeficientes [2]

$$[\sigma]_{\text{sup}} = \sigma_{\text{sup}} \cdot k_r \cdot k_s \cdot k_a \quad (18)$$

Donde:

k_r - coeficiente de régimen de carga. Si se desea vida prolongada $k_r = 1$.

k_s - coeficiente de estado de la superficie. Para grado de exactitud 7 ú 8, que es lo usual, $k_s = 1$.

k_a - coeficiente que depende de la viscosidad. Para aceites o grasas con viscosidad entre 50 y 300 cSt donde están la enorme mayoría de los lubricantes $k_a = 1$.

De donde:

$$[\sigma]_{\text{sup}} = 5\,725 \text{ kgf/cm}^2.$$

El coeficiente de concentración de carga sobre el diente depende de la relación $\psi_p = B/d_p = 7/56 = 0,125$ y de la posición del piñón. Para el caso de piñón en voladizo que es la situación del acoplamiento, según [2]:

$$k_c = 1,15.$$

El coeficiente de carga dinámica depende de la velocidad periférica del dentado y del grado de exactitud. Para velocidad $v = 2,9$ m/s; grado de exactitud 8 y dureza da la superficie HB<350:

$$k_d = 1,35.$$

Sustituyendo en la ecuación (15):

$$\sigma_{\text{sup}} = 2140 \sqrt{\frac{2\,333 \cdot 1,15 \cdot 1,35 \cdot \cos 20}{2 \cdot 56 \cdot 7}} = 4\,458,84 \text{ kgf/cm}^2 < 5\,725 \text{ kgf/cm}^2 = [\sigma]_{\text{sup}}$$

El acoplamiento dentado exterior soporta bien las tensiones de contacto fabricado con acero 35 normalizado. El interior es más resistente al contacto, el acero 50G posee mayor dureza en estado normalizado.

2.8.6 Cálculo de la resistencia a la fatiga por flexión del dentado del acoplamiento.

La condición de resistencia a flexión en un diente del engranaje se plantea por la expresión:

$$\sigma_{flex} = \frac{q}{m \cdot y} \leq [\sigma]_{flex} \quad \text{kgf/cm}^2 \quad (19)$$

Donde:

q – carga específica por unidad de longitud en un diente kgf/cm.

$$q = \frac{Pn}{B} kc \cdot kd \quad (20)$$

m – módulo del dentado en cm.

y – factor de forma del diente.

Sustituyendo (20) en (19) se obtiene que:

$$\sigma_{flex} = \frac{Pn \cdot kc \cdot kd}{B \cdot m \cdot y} \leq [\sigma]_{flex} \quad \text{kgf/cm}^2 \quad (21)$$

Donde:

Pn – en el caso analizado es la fuerza sobre un diente del acoplamiento en kgf.

Los datos Pn , kc , kd , B y m están dados o calculados anteriormente.

Como factor de forma en los cálculos se toma el del diente más débil.

Para el dentado interior [2]:

$$y = 0,52(1+20/z) \quad (22)$$

$$y = 0,706$$

Para el dentado exterior con $z = 56$ y $\xi = 0$

$$y = 0,451$$

La tensión admisible a la fatiga por flexión se calcula por la expresión:

$$[\sigma]_{flex} = \frac{\sigma_0 \cdot kr}{n \cdot k\sigma} \quad (23)$$

Donde:

σ_0 – límite de fatiga para ciclo intermitente en kgf/cm².

Según Dobrovolski [2]:

$$\sigma_0 = 0,6 \sigma_u \leq \sigma_f \quad (24)$$

$$\sigma_0 = 0,6 \cdot 5400 = 3240 > \sigma_f = 3200 \text{ kgf/cm}^2$$

Hay que tomar $\sigma_0 = \sigma_f = 3200 \text{ kgf/cm}^2$

n^2 - factor de seguridad.

Para acero laminado con normalizado o mejoramiento [2] $n^2=1,6$.

k_σ - factor de concentración de tensiones.

El factor de concentración de tensiones se interpoló para $z = 56$ de la tabla suministrada en la literatura técnica, $k_\sigma = 1,4$ [2]

k_r - factor de régimen de carga, que para vida prolongada $k_r = 1$

Sustituyendo en (23)

$$[\sigma]_{flex} = \frac{3200 \cdot 1}{1,6 \cdot 1,4} = 1429 \text{ kgf/cm}^2$$

Sustituyendo los datos en (21):

$$\sigma_{flex} = \frac{2333 \cdot 1,15 \cdot 1,35}{7 \cdot 1 \cdot 0,45} = 1147,7 \text{ kgf/cm}^2 < [\sigma]_{fle} = 1429 \text{ kgf/cm}^2$$

El dentado de acero 35 normalizado soporta las cargas sin que se produzca la fatiga por flexión del diente.

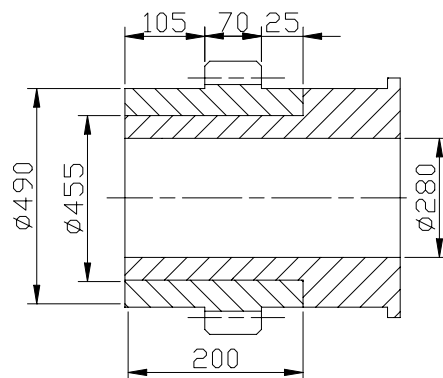


Fig. 8 Zuncho de dentado exterior.

2.8.7 Cálculo de la unión por interferencia del zuncho del dentado exterior.

En la Fig. 8 se muestran las dimensiones y la posición del zuncho donde será tallado el dentado exterior.

Se calculará a continuación la interferencia requerida para transmitir el torque. Según [2]:

$$\delta = \frac{2 \cdot Mta}{\pi \cdot d \cdot l \cdot f} \left(\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2} \right) \cdot 10^3 \text{ } \mu\text{m} \quad (25)$$

Donde:

δ - interferencia requerida en μm .

M_{ta} – torque a transmitir por la unión en $\text{kgf}\cdot\text{mm}$ $M_{ta} = 8\,600\,000\ \text{kgf}\cdot\text{mm}$

d – diámetro nominal del ajuste en mm $d = 455\ \text{mm}$

l – longitud de la zona del ajuste en mm $l = 200\ \text{mm}$

f – coeficiente de fricción. Según [2], si el ensamblaje se realiza por temperatura: $f = 0,14$

C_1 - constante elástica de la pieza interior

$$C_1 = \frac{d^2 + d_1^2}{d^2 - d_1^2} - \mu_1 \quad (26)$$

Donde:

$d = 455\ \text{mm}$; $d_1 = 280\ \text{mm}$; $\mu_1 = 0,3$

$C_1 = 1,92$

C_2 – constante elástica de la pieza exterior

$$C_2 = \frac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2} + \mu_2 \quad (27)$$

Donde:

$d_2 = 490\ \text{mm}$; $d = 455\ \text{mm}$; $\mu_2 = 0,3$

$C_2 = 13,82$

E - módulo de elasticidad del acero $E = E_1 = E_2 = 2 \cdot 10^4\ \text{kgf}/\text{mm}^2$

Sustituyendo en la expresión (25):

$$\delta = \frac{2 \cdot 868000}{\pi \cdot 455 \cdot 200 \cdot 0,14} \left(\frac{1,92}{2 \cdot 10^4} + \frac{13,82}{2 \cdot 10^4} \right) \cdot 10^3 \cong 338\ \mu\text{m}$$

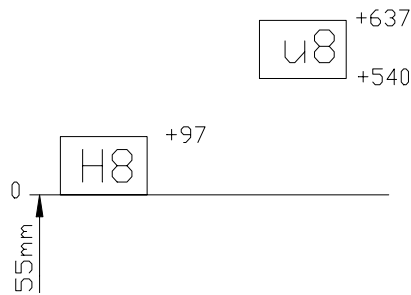


Fig. 9 Zona de tolerancia del ajuste por interferencia del zuncho de dentado exterior.

Se escogerá un ajuste prensado normalizado que garantice que la interferencia mínima del ajuste sea mayor que este valor. Entre los recomendados por la Norma ISA [5] se encuentran el ajuste H8/u8. La representación de la zona de tolerancias la podemos ver en la Fig. 9.

La interferencia mínima del ajuste es:

$$\delta_{\min} = \delta_{\min. \text{ eje}} - \delta_{\max. \text{ agujero}} \quad (28)$$

$$\delta_{\min} = 540 - 97 = 443 \mu\text{m} > 338 \mu\text{m}.$$

Como se ve es mayor que la requerida para transmitir el torque.

La máxima interferencia del ajuste será:

$$\delta_{\max} = \delta_{\max. \text{ eje}} - \delta_{\min. \text{ agujero}} \quad (29)$$

$$\delta_{\max} = 637 - 0 = 637 \mu\text{m}.$$

Se comprobará a continuación si el zuncho es capaz de resistir la interferencia máxima posible del ajuste.

La presión máxima provocada en la superficie interior del zuncho por la interferencia máxima será:

$$P_{\max} = \frac{\delta_{\max} \cdot 10^{-3}}{d \left(\frac{C_1 + C_2}{E} \right)} \text{ kgf/mm}^2 \quad (30)$$

Donde:

P_{\max} – presión máxima sobre el zuncho.

δ_{\max} – interferencia máxima del ajuste $\delta_{\max} = 637 \mu\text{m}$.

d – diámetro nominal del ajuste $d = 455 \text{ mm}$

C_1 y C_2 – constantes elásticas de las piezas.

E – módulo de elasticidad del acero.

Sustituyendo en (30):

$$P_{\max} = \frac{637 \cdot 10^{-3}}{455 \left(\frac{1,92 + 13,82}{2 \cdot 10^4} \right)} = 1,78 \text{ kgf/mm}^2$$

La tensión circunferencial máxima en el zuncho de dentado exterior se produce en el borde interior y se calcula por la siguiente ecuación:

$$\sigma_{t \text{ máx}} = P_{\text{máx}} \cdot \frac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2} \quad (31)$$

$$\sigma_{t \text{ máx}} = \sigma_1 = 1,78 \cdot \frac{490^2 + 455^2}{490^2 - 455^2} = 24,05 \text{ kgf} / \text{mm}^2$$

La tensión radial en el borde interior será:

$$\sigma_r = -P_{\text{máx}} \quad (32)$$

$$\sigma_r = \sigma_3 = -1,78 \text{ kgf/mm}^2$$

La condición de resistencia según la tercera hipótesis de resistencia, en el borde interior del zuncho será:

$$\sigma_{\text{eq}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]_t \leq \sigma_f / n \quad (33)$$

Si se despeja el factor de seguridad del zuncho hecho de acero 35 normalizado con $\sigma_f = 32 \text{ kgf/mm}^2$.

$$n \geq \frac{\sigma_f}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad (34)$$

$$n \geq \frac{32}{24,05 - (-1,78)}$$

$$n = 1,24$$

lo que constituye un factor de seguridad aceptable teniendo en cuenta que se trabajó con la presión máxima posible del ajuste.

Para ensamblar la unión se requiere calentar el zuncho para montar suavemente el mismo y evitar el desgarramiento de las irregularidades, garantizando de esta forma un alto coeficiente de fricción y elevada capacidad de carga. La temperatura de calentamiento según [2] es:

$$t_c = \frac{\delta_{\text{máx}} + \delta_0}{\alpha \cdot d \cdot 10^3} + t_a \quad (35)$$

Donde:

t_c - temperatura de calentamiento en $^{\circ}\text{C}$.

t_a - temperatura ambiente en $^{\circ}\text{C}$.

$\delta_{\text{máx}}$ - interferencia máxima del ajuste $\delta_{\text{máx}} = 637 \mu\text{m}$.

δ_0 - juego requerido para lograr un ensamblaje suave. En la literatura técnica se recomienda el juego máximo del ajuste H8 / f8 [3].

$$C_1 = \frac{610^2 + 590^2}{610^2 - 590^2} - 0,3 = 29,7$$

$$C_2 = \frac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2} + \mu_2 \quad (38)$$

$$C_2 = \frac{630^2 + 610^2}{630^2 - 610^2} + 0,3 = 31,31$$

$$E = E_1 = E_2 = 2 \cdot 10^4 \text{ kgf/mm}^2$$

$$\delta = \frac{2 \cdot 8680000}{\pi \cdot 610 \cdot 110 \cdot 0,14} \left(\frac{29,2}{2 \cdot 10^4} + \frac{31,31}{2 \cdot 10^4} \right) \cdot 10^3$$

$$\delta = 1\,777 \text{ }\mu\text{m}$$

El ajuste que se seleccione tiene que tener una interferencia mínima mayor que: δ , o sea:

$$\delta_{\text{mín}} > \delta > 1\,777 \text{ }\mu\text{m}$$

Se calculará la interferencia máxima que puede soportar la pieza exterior que es la más débil.

La condición de resistencia de la pieza exterior como se vio anteriormente es:

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - \sigma_3 = p \cdot \frac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2} - (-p) \leq [\sigma]_2 \quad (39)$$

Para el acero 50G con un factor de seguridad de $n = 1,24$ la tensión permisible a tracción para $\sigma_f = 38 \text{ kgf/mm}^2$ será:

$$[\sigma]_t = \frac{\sigma_f}{n} = \frac{38}{1,24} = 30 \text{ kgf/mm}^2 \quad (40)$$

Despejando p de la ecuación (39) se obtiene:

$$p_{\text{máx}} \leq \frac{[\sigma]_t \cdot (d_2^2 - d^2)}{2 \cdot d_2^2} \quad (41)$$

$$p_{\text{máx}} \leq \frac{30 \cdot (630^2 - 610^2)}{2 \cdot 630^2}$$

$$p_{\text{máx}} \leq 0,937 \text{ kgf/mm}^2$$

La interferencia máxima que puede soportar la pieza exterior será:

$$\delta_{\text{máx}} = p_{\text{máx}} \cdot d \cdot \left(\frac{C_1 + C_2}{E} \right) \cdot 10^3$$

$$\delta_{\text{máx}} = 0,937 \cdot 610 \cdot \left(\frac{29,7 + 31,31}{2 \cdot 10^4} \right) \cdot 10^3$$

$$\delta_{\text{máx}} = 1\,745 \mu\text{m}.$$

Como se ve la interferencia máxima que puede soportar la pieza exterior es menor que la requerida para transmitir el torque, de manera que no todo el torque se puede transmitir mediante el ajuste por interferencia. Se elegirá un ajuste normalizado y se calculará qué torque puede transmitir la unión.

Se eligió según la Norma ISA [6] el ajuste H8 / u7.

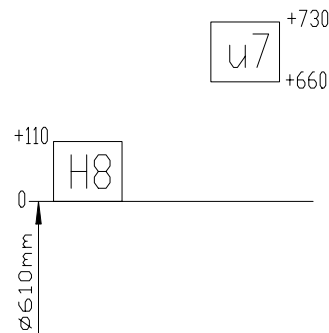


Fig. 11 Zonas de tolerancias del ajuste por interferencia del zuncho de dentado

El torque que puede transmitir este ajuste se calcula con $\delta_{\text{mín}}$ despejando M_{ta} de (36)

$$M_{ta} = \frac{\pi \cdot d \cdot l \cdot f \cdot \delta_{\text{mín}}}{2 \cdot \left(\frac{C_1 + C_2}{E} \right) \cdot 10^3} \quad (42)$$

$$M_{ta} = \frac{\pi \cdot 610 \cdot 110 \cdot 0,14 \cdot 550}{2 \cdot \left(\frac{29,7 + 31,31}{2 \cdot 10^4} \right) \cdot 10^3}$$

$$M_{ta} = 2\,660\,493 \text{ kgf} \cdot \text{mm}.$$

Para garantizar la transmisión del torque el zuncho se soldará como se muestra en la Fig. 12

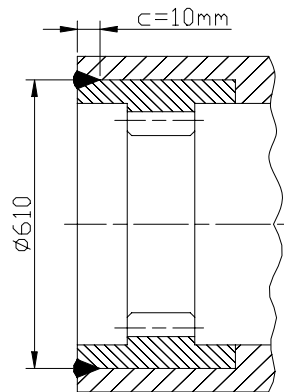


Fig. 12 Soldadura del zuncho.

La condición de resistencia del cordón de soldadura será:

$$\tau = \frac{Q_s}{A_s} = \frac{2 \cdot M_{ta}}{d \cdot \pi \cdot d \cdot c} = \frac{2 \cdot M_{ta}}{d^2 \cdot \pi \cdot c} \leq [\tau]_s \quad (43)$$

despejando el torque que se puede transmitir con esta condición, se tiene que:

$$M_{ta} = \frac{[\tau]_s \cdot \pi \cdot d^2 \cdot c}{2} \quad (44)$$

La tensión admisible del cordón para la soldadura manual por arco eléctrico y electrodo E-34 de la peor calidad, $\varphi = 0,5$

$$[\tau]_s = \varphi \cdot [\sigma]_t = 0,5 \cdot 30 = 15 \text{ kgf} / \text{mm}^2.$$

Asumiendo $c = 10 \text{ mm}$

$$M_{ta} = \frac{15 \cdot \pi \cdot (610^2) \cdot 10}{2}$$

$$M_{ta} = 8\,767\,420 \text{ kgf} - \text{mm}.$$

Como se aprecia el cordón de soldadura solo es capaz de transmitir un torque mucho mayor que el requerido.

La presencia de la soldadura dificulta la reutilización de la pieza exterior en caso de que en un futuro se desee realizar una nueva reparación, sin embargo no lo hace totalmente imposible ya que dicho cordón pudiera ser eliminado mediante oxiacorte y maquinado.

3. Conclusiones.

1. El nivel de desgaste del dentado de los acoplamientos de los molinos de crudo de la Empresa de Cemento es tan grande que se produce la fractura de sus dientes y las considerables cargas radiales que este desgaste ocasiona sobre los árboles, fueron la causa directa de la falla por fatiga del árbol de entrada del reductor final del molino de crudo No 3, de aquí se desprende la extrema necesidad de recuperar el estado técnico de dichos acoplamientos.
2. El material del árbol es acero aleado 30 Cr Mo V 9G, el cual es costoso y adquiere elevadas propiedades mecánicas cuando se trata térmicamente con un tratamiento de temple y revenido. La evaluación experimental de la dureza de la superficie arrojó que la misma es muy baja (HB 174), lo cual confirma que no se empleó tratamiento térmico y por lo tanto no tiene sentido utilizar dicho acero.
3. La solución propuesta para elevar la resistencia a la fatiga del árbol y reducir su costo de fabricación es modificar la zona de transición del diámetro 340 mm a 300 mm, utilizando una transición cónica en una longitud $L = 100$ mm y utilizar acero 45 en estado normalizado. Esta solución eleva el factor de seguridad en la sección de la falla de $n_r = 0.95$ a $n_r = 2.01$. La sección del pie del cono se convierte entonces en la sección mas crítica, pero el factor de seguridad resultante en esa sección es de $n_r = 1.48$ el cual es aceptable teniendo en cuenta que se trata de condiciones extremas.
4. En la investigación realizada acerca del material de los acoplamientos se pudo comprobar que la dureza, tanto del dentado exterior como del dentado interior, se encuentra alrededor de los HB 170, lo que denota, por un lado, la no existencia de tratamiento térmico de temple y revenido y por otro, que en los acoplamientos originales no se respetó la diferencia mínima obligatoria de dureza que se recomienda en la literatura técnica de HB 30 entre el dentado interior y el exterior de los acoplamientos de este tipo sin endurecimiento superficial de los dientes.
5. Técnicamente es factible la recuperación de los acoplamientos dentados mediante la inserción de zunchos sobre los cuales se maquinarán los dentados tanto interior como exterior.
6. Según la literatura técnica, cuando la velocidad periférica de los dientes $v \leq 5$ m/s se permite una dureza de los dientes $HB \approx 280$. En el caso de los molinos de crudo $v = 2.9$ m/s de aquí que se decidió, a causa de las grandes dimensiones de las piezas a

fabricar, utilizar para la fabricación del zuncho de dentado interior una chapa de acero 50 G en estado normalizado que posee $HB \approx 270$ y para el de dentado exterior una chapa de acero 35 también en estado normalizado con $HB \approx 229$, lo cual garantiza una diferencia de dureza próxima a la recomendada. Ambas chapas de espesor 120 mm.

7. La resistencia superficial de los dentados fabricados de dichos materiales está garantizada con una adecuada reserva de resistencia, lo que garantiza una durabilidad prolongada de los acoplamientos recuperados.
8. La resistencia a la fatiga por flexión igualmente resulta satisfactoria para ambos dentados; incluso para el dentado exterior, más débil por la forma de los dientes y por el material menos resistente, la reserva de resistencia es aceptable.
9. El zuncho de dentado exterior es capaz de transmitir el torque del molino sin dificultades cuando se ajusta por interferencia sobre la pieza correspondiente, lo que posibilita la recuperación sucesiva de esta pieza, por esta misma tecnología, cuando se produzca de nuevo el deterioro del dentado.
10. El zuncho de dentado interior no es capaz de transmitir el torque solamente mediante el ajuste por interferencia, por lo que se dispuso de un cordón de soldadura en uno de sus extremos, lo que obligará a utilizar la técnica de oxicorte o el maquinado de esa zona si se desea la recuperación sucesiva de esta pieza.
11. Ambos zunchos serán colocados en sus encajes respectivos mediante calentamiento de la pieza exterior a una temperatura $t_C \approx 200$ °C.

4. Bibliografía.

1. Birger I.A. Cálculo de Resistencia de Piezas de Máquinas. / I. A Birger, B. F. Shorr, R. M. Shneiderovich.-- Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1986.-- 616 p. (En ruso)
2. Dobrovolski V. Elementos de Máquinas. / V. Dobrovolski. -- Moscú: Editorial MIR, 1970.- - 692 p.
3. Goytisolo R. Diseño de Elementos de Máquinas I. / R. Goytisolo. --Las Villas: Editado por el Dpto. Mecánica Teórica y Aplicada. UCLV, 1973.-- S.P

4. Ivanov M.N. Elementos de Máquinas. / M. N. Ivanov. --Moscú: Editorial Vischaya Schkola, 1991.-- 383 p. (En ruso)
5. NC-01-01-72. Selección de las desviaciones y ajustes de ISA. Vigente a partir de Marzo de 1972.--12p.
6. NC 01-03-72 Selección de las desviaciones y ajustes de ISA para las dimensiones desde 500 hasta 3150 mm. Vigente a partir de Marzo de 1972.--10p.
7. Pisarenko G.S. Manual de Resistencia de Materiales. / G. S. Pisarenko. -- Moscú: Editorial MIR, 1979.-- 694 p.
8. Promsyrioimport. Rusia. Metallurgist's Handbook. Part I. (Catálogo industrial).
9. Roylance T.F. Engineering Design. Great Britain: Pergamon Press, 1986, 345p.

Caso No. 4 Análisis de las Fallas por Fatiga para los Árboles de los Molinos de Caña de Azúcar y Aplicación de la Mecánica de la Fractura en el Pronóstico de Vida Remanente

Autores:

Dr. Rafael Goytisolo Espinosa¹, Dr. Nelson Arzola de la Peña², Dr. Jorge Moya Rodríguez³.

1. Profesor Titular, Dr. En Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos, Cuba.
2. Profesor Asistente. Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos. Cuba.
3. Profesor Titular, Dr. En Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad Central de Las Villas, Cuba.

1. Introducción

Las fallas por fatiga de los árboles de los molinos de caña de azúcar se reportan históricamente en la Industria Azucarera Cubana, siendo la causa fundamental que provoca paradas prolongadas en servicio en los molinos, con las consiguientes pérdidas económicas.

Desde el año 1979, en varias publicaciones, y hasta el año 1984 con la defensa de su Doctorado en Ciencias Técnicas, la Dra. Gilda Fernández Levy³² desarrolló un estudio sobre los guijos de molinos que abarcó elementos tales como: caracterización de las fallas, la estandarización, las propiedades del material y el diagnóstico de las fallas; sin embargo no se profundizó en el esquema de análisis de estos árboles, sus tensiones de trabajo y no se abordó la problemática de predicción de las posibilidades de falla, ni la vida remanente una vez que en el guijo aparecen las grietas de fatiga. Con posterioridad a este estudio los trabajos publicados sobre guijos en Cuba han sido muy aislados⁶³, y ninguno ha enfrentado el problema desde la óptica con se verá en este trabajo.

Los Esquemas de Análisis que se presentan en la literatura técnica consultada, parten de un supuesto inicial totalmente erróneo el cual consiste en considerar las chumaceras como apoyos, cuando realmente las chumaceras son zonas del árbol donde se aplica la fuerza hidráulica necesaria para la compresión de la caña y tienen que ser precisamente chumaceras puesto que el árbol rota. Si se analizan con profundidad los diferentes Esquemas de Análisis de los diferentes autores precedentes que todos parten de esta consideración se verá como en ninguno se cumplen las ecuaciones de equilibrio. Esto fue ampliamente demostrado en el Trabajo¹¹⁰. Por otro lado, todos los autores precedentes simplifican extremadamente las cargas sobre el guijo, consideran la reacción de la caña sobre la maza como uniformemente distribuida, lo cual conspira contra la exactitud en el cálculo de las tensiones y en el pronóstico de la vida remanente^{42, 46, 51, 52, 60, 64, 69, 105, 114}.

La problemática planteada continúa siendo muy actual y lejos de estar resuelta hay que concluir que no ha sido abordada con profundidad. Mayor actualidad cobra aún con el surgimiento y desarrollo, en los últimos 40 años, de la Mecánica de la Fractura, que aborda con nuevos métodos de análisis científico y sobre la base de la evaluación de nuevas propiedades mecánicas del material, la

problemática de la aparición y desarrollo de grietas en las piezas de máquinas y estructuras y la predicción de la velocidad de propagación y la vida remanente ^{12, 40, 107.}

En la Universidad de Cienfuegos desde el año 1995 se ha venido trabajando en precisar las expresiones para el cálculo de la potencia consumida por los diferentes elementos componentes de un molino de caña, como paso fundamental para relacionar el estado tensional del guijo con las características y parámetros de explotación del tándem y del molino en particular. Se ha desarrollado también el trabajo de perfeccionamiento del esquema de análisis del guijo tomando en cuenta las cargas fundamentales que actúan sobre el mismo, con vistas al cálculo más exacto de las fuerzas internas y las tensiones, como paso previo para la aplicación de las leyes de la Mecánica de la Fractura al análisis de la falla por fatiga y el pronóstico de la vida remanente ^{38, 110.}

En el CENEX (Centro Experimental de la Construcción de Cienfuegos) se viene aplicando desde hace más de 10 años, en colaboración con el MINAZ de Cienfuegos y de otras provincias, el diagnóstico por técnicas ultrasónicas de las grietas presentes en los guijos. Este diagnóstico se completaría desde el punto de vista práctico con los resultados del presente trabajo, constituyéndose en una herramienta que indudablemente contribuirá a la toma de decisiones.

Esta situación ha permitido identificar el siguiente:

Problema Científico:

A pesar de que la falla por fatiga de los árboles de los molinos de caña de azúcar, es un problema frecuente y conocido, que trae consigo pérdidas económicas considerables y que en los últimos años se ha introducido el examen ultrasónico como vía para detectar la presencia de grietas de fatiga en los mismos, no ha sido creada aún una herramienta que permita evaluar el grado de peligrosidad de las grietas detectadas y pronosticar la vida remanente del árbol con la exactitud requerida como para contribuir a la toma de decisiones, planificando adecuadamente su sustitución o limitando las cargas, de acuerdo con la estrategia de la zafra, evitando las roturas en servicio, eliminando el tiempo perdido y reduciendo las pérdidas económicas.

Teniendo en cuenta la experiencia acumulada por la Universidad de Cienfuegos en el análisis de esta problemática, se ha formulado la siguiente:

Hipótesis:

Resulta posible evaluar la peligrosidad de las grietas detectadas en los árboles (guijos) de los molinos de caña de azúcar, con una exactitud aceptable técnicamente, mediante la aplicación creadora de la Tecnología de la Mecánica de la Fractura, si se cuenta con:

- Un Esquema de Análisis del árbol lo suficientemente riguroso, que permita determinar con la exactitud requerida las fuerzas internas y las tensiones en el mismo.
- Un modelo adecuado del desarrollo de la grieta desde el punto de vista de la Mecánica de la Fractura.

En el presente trabajo se pretende contribuir a dar respuesta a la Hipótesis formulada, para lo cual se han planteado los siguientes:

Objetivos Generales:

- Establecer un esquema de análisis más adecuado de los árboles de molinos de caña, en función de las características y parámetros de explotación del tándem y del molino en particular, con vistas a poder establecer con exactitud aceptable las fuerzas internas y las tensiones de los árboles en sus diferentes secciones.
- Elaborar un modelo de desarrollo de las grietas de fatiga desde el punto de vista de la Mecánica de la Fractura que permita pronosticar la vida remanente y el período adecuado entre inspecciones.

Objetivos Específicos:

- Elaborar el esquema de análisis del guijo de molino, tomando en cuenta las cargas fundamentales actuantes sobre el mismo y el verdadero carácter de la distribución de la reacción de la caña sobre el árbol, al considerarlo como una viga sobre una fundación elástica.
- **Determinar experimentalmente la constante de rigidez de la fundación elástica que constituye el bagazo, en función de la humedad de éste, la posición del molino y la relación de compresión.**
- Determinar la flotación instantánea existente en un molino para poder tomar en cuenta las variaciones de las fuerzas de contacto que provoca la misma sobre la espiga cuadrada del árbol superior del molino.
- Precisar las expresiones para el cálculo del rendimiento mecánico del tándem como paso fundamental para poder calcular con exactitud aceptable la potencia demandada por el molino.
- Determinar experimentalmente las propiedades mecánicas y estimar las fractomecánicas del material empleado en la fabricación de los árboles de los molinos de caña en función de la posición radial específica del punto evaluado en el árbol.

- Elaboración de la metodología para la evaluación de la Resistencia Residual y el Crecimiento Subcrítico de las grietas tomando en cuenta la combinación de los modos I, II y III de carga presentes en el árbol y el modelo de crecimiento de la grieta desde una microgrieta superficial semielíptica, al inicio del proceso de fisuración progresiva, hasta una grieta circunferencial en el momento de la rotura.

En el presente trabajo se desarrollaron Nuevos Esquemas de Análisis para los árboles superior, cañero y bagacero de un molino de caña de azúcar, y se determinaron con una mayor exactitud las fuerzas internas que obran en las secciones transversales de los mismos. Se analizó el caso más general, o sea el molino de cuatro mazas y virgen inclinada. La reacción del colchón de bagazo sobre el rodillo superior se evaluó considerando el guijo como una viga sobre fundación elástica. Además se tomaron en cuenta las restantes fuerzas fundamentales que actúan sobre los rodillos (fuerza hidráulica, fuerzas en los engranes durante la transmisión del torque, fuerzas de contacto en el acoplamiento cuadrado, peso de los elementos acoplados a los árboles y sus pesos propios, entre otras menos importantes) y se precisó la forma de obtenerlas. Se calcularon las tensiones que actúan en las diferentes secciones de los guijos como paso previo para la aplicación de la Tecnología de la Mecánica de la Fractura.

En el trabajo se estableció, para determinadas condiciones de explotación, la vía para calcular el tamaño crítico de la grieta que provoca la fractura frágil final por fatiga. Se elaboró además una metodología para la determinación del tiempo de crecimiento subcrítico, desde un pequeño defecto o grieta superficial, hasta la grieta de tamaño crítico. El conocimiento de este tiempo contribuirá a la toma de decisiones con relación al momento de sustitución del guijo, evitándose de esta forma las costosas fallas en servicio.

En el trabajo se ha dado cumplimiento a los objetivos planteados, con varios aportes que son:

Aportes Científicos:

- Un Nuevo Esquema de Análisis de los árboles de los molinos de caña de azúcar al considerar estos como vigas sobre una fundación elástica lo que permite considerar la caña como apoyo real de los árboles superiores y determinar el verdadero carácter de la reacción de la caña sobre el árbol.
- La correlación obtenida experimentalmente entre la constante de rigidez de la fundación elástica que representa el bagazo, la posición del molino en el tándem, la humedad del bagazo y la relación de compresión del mismo.
- La expresión para el cálculo de las fuerzas de contacto en la espiga cuadrada del árbol superior en función del torque instantáneo y la flotación instantánea del árbol superior medida experimentalmente.

- La metodología empleada para precisar la magnitud de las presiones hidráulicas que es necesario aplicar a cada una de las chumaceras del árbol superior del molino para obtener una compresión uniforme de la caña en el molino; de modo que contribuya a optimizar la extracción del guarapo.
- El Modelo que permite evaluar la Resistencia Residual y el Crecimiento Subcrítico de las grietas tomando en cuenta la combinación de los modos I, II y III de carga y el modelo de crecimiento de la misma desde una microgrieta superficial semielíptica, al inicio del proceso de fisuración progresiva, hasta una grieta circunferencial en el momento de la rotura.
- La aplicación del Modelo de Densidad de Energía de Deformación en el pronóstico de la orientación que tendrá la grieta en un árbol en particular.
- La metodología para determinar los plazos más racionales para el diagnóstico ultrasónico de las grietas en los árboles de los molinos y la precisión requerida en el equipamiento para el diagnóstico.

2. Desarrollo

2.1 Resultados de la Investigación Bibliográfica.

La investigación bibliográfica realizada acerca del Problema Científico planteado permitió arribar a las siguientes conclusiones:

1. La falla por fatiga de los árboles de los molinos de caña es un problema frecuente en la explotación de estos elementos, que ocasiona pérdidas de tiempo en zafra y voluminosas pérdidas económicas. Esta ha sido caracterizada fenomenológicamente por varios investigadores en Cuba y en otros países, y se ha comprobado empíricamente que la misma ocurre preferentemente en los árboles superiores, con menor frecuencia en los árboles de la maza bagacera y que prácticamente no ocurre en los árboles de las mazas cañeras, sin que se haya abordado con toda la profundidad requerida la evaluación de resistencia a la fatiga de los mismos.
2. En los análisis que han sido realizados de la resistencia a la fatiga de los árboles de los molinos se han empleados diferentes esquemas de análisis e incluso en el cálculo de las tensiones se ha utilizado el Método de los Elementos Finitos, sin embargo, en todos los casos se han utilizado esquemas simplificados de las cargas actuantes, en otros no se ha considerado el verdadero

carácter de la distribución de las cargas que surgen por la interacción de las mazas del molino, la cuchilla central y el bagazo.

3. La Mecánica de la Fractura es una rama de la Mecánica de los Sólidos Deformables que ha tenido un desarrollo impetuoso en los últimos 40 años. Se ha investigado su aplicación al estudio de la falla por fatiga en árboles, sin embargo, no ha sido aplicada con profundidad a la investigación de la falla por fatiga de los árboles de los molinos de caña, ni se reportan en la literatura trabajos de investigación aplicados a árboles que contemplen los siguientes aspectos presentes en estos elementos de los molinos de caña:
 - La presencia de grandes fuerzas de cortante que unido a la acción de grandes momentos torsores y flectores conducen a la acción simultánea de los tres modos de carga posibles actuando sobre la grieta.
 - La combinación de dos modelos utilizados en el estudio del desarrollo de grietas: la grieta semielíptica superficial al comienzo del proceso de fatiga con la grieta circunferencial presente en el momento de la fractura.
4. No se reporta en la bibliografía revisada la utilización del factor de densidad de energía de deformación en árboles de molinos de caña. La aplicación de este criterio a los árboles de los molinos de caña, donde están presentes los tres modos de carga, permitirá predecir la inclinación que va experimentando la grieta durante su propagación.

2.2 Desarrollo del Esquema de Análisis de los Árboles de los Molinos de Caña de Azúcar considerando el mismo como una Viga sobre Fundación Elástica y Estado Tensional en los Diferentes Puntos.

En el presente epígrafe se expone el Esquema de Análisis y el procedimiento empleado para el cálculo de las fuerzas internas en los árboles de los molinos de caña de azúcar, a través de las cuales se puede conocer el estado tensional existente en los diferentes puntos. El molino estudiado es de cuatro mazas y virgen inclinada. La reacción del colchón de bagazo sobre el rodillo superior fue determinada considerando éste como una viga sobre fundación elástica. Además se realiza una descripción de las fuerzas que actúan sobre los rodillos (fuerza hidráulica, fuerzas en los engranes, fuerzas en el acoplamiento cuadrado, peso de los elementos acoplados sobre los árboles y sus pesos propios, entre otras menos importantes) y la forma de obtenerlas. Además, se realiza una valoración sobre lo inadecuado que resulta contar con presiones hidráulicas iguales en ambos cilindros desde el punto de vista de la extracción; y se encuentra una relación óptima entre las dos presiones hidráulicas para un molino típico. Los cálculos en este capítulo son realizados con los parámetros de operación del molino número cinco.

En la elaboración del Esquema de Análisis se consideraron las siguientes cargas sobre los árboles:

- Fuerza hidráulica sobre las chumaceras del árbol superior.
- Fuerzas de contacto entre las coronas y las coronitas.
- Fuerzas de contacto entre la espiga cuadrada del árbol superior y el acoplamiento cuadrado.
- Reacción del colchón de bagazo sobre los rodillos de los árboles.
- Peso propio del árbol y de los elementos acoplados.
- Fuerzas normales generadas sobre la virgen.
- Fricción de las chumaceras con la virgen.
- Fricción de los cueros del pistón con la pared de los cilindros.

En la Fig.1 se muestran, por ejemplo, las fuerzas sobre las coronas y coronitas.

De todas estas fuerzas en el presente resumen se hará énfasis en dos de ellas que constituyen aportes del trabajo.

Basado en los resultados de Okamura, Tanaka y Terao 69, en el presente trabajo se obtuvo un modelo matemático que relaciona las fuerzas que se generan en la espiga cuadrada del árbol superior con el momento torsor transmitido por el acoplamiento y la razón de excentricidad. La ecuación de regresión obtenida es la siguiente:

$$F_r^{inst.} = \pm A_0 \cdot T_m^{inst.} \quad (1)$$

Siendo el coeficiente A_0 igual a:

$$A_0 = 0,01143 + 9,55063 \cdot \lambda^{inst.} - 334,419 \cdot \lambda^{inst.2} \quad (2)$$

Se selecciona el signo positivo para flotación positiva y para este caso la fuerza suplementaria está orientada hacia abajo. Además, se conoce que:

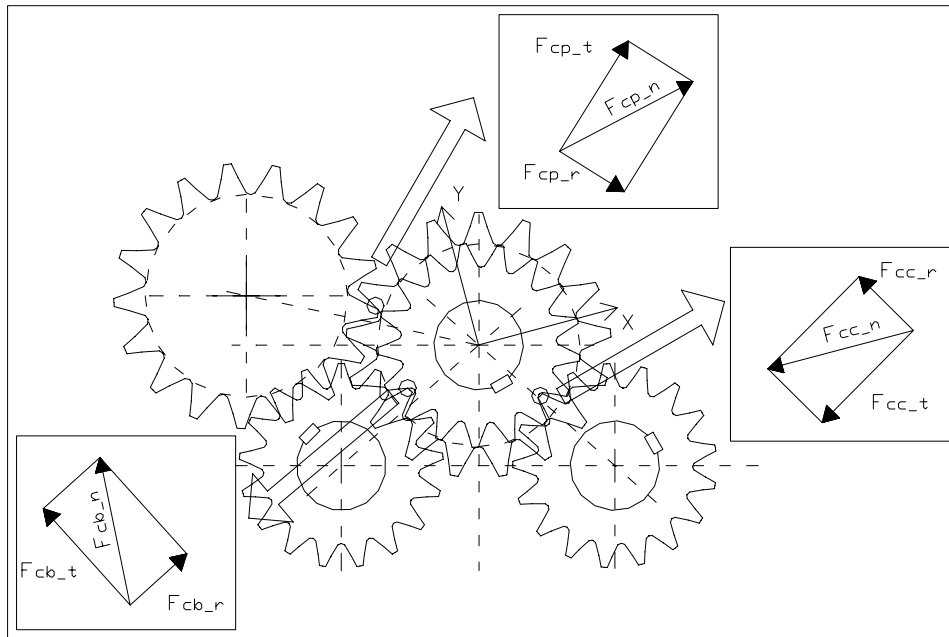


Fig. 1 Fuerzas que se generan en las Coronas y Coronitas del Molino

$$T_m^{inst.} = (P_a + P_b) \cdot \frac{l_3}{2} \quad y, \quad F_r^{inst.} = P_a - P_b \quad (3)$$

La razón de excentricidad instantánea puede ser hallada según:

$$\lambda^{inst} = \frac{f^{inst.} - \Delta_{est}}{L_b} \quad (4)$$

Y el torque instantáneo, en el caso de que el motor primario que mueve el molino sea un motor eléctrico, queda expresado por:

$$T_m^{inst.} = \frac{16,54 \cdot \eta_{motor} \cdot \eta_{te} \cdot V_l \cdot I_l \cdot \cos \varphi}{n_s} \quad (5)$$

Para la utilización de la expresión anterior se necesita de los registros de corriente tomados en conjunto con la flotación instantánea para un mismo instante de tiempo.

La desalineación estática (Δ_{est}) se mide con el molino detenido y sin bagazo en tránsito. Esta dimensión fue hallada con ayuda de un nivel de agua por:

$$\Delta_{est} = \frac{d_2 - d_1}{2} + h_{l2} - h_{l1} \quad (6)$$

El valor medio del conjunto de mediciones realizadas fue de $\Delta_{est} = 12$ mm para el primer molino; 10 mm para el segundo y 9 mm para los molinos restantes.

La flotación instantánea fue posible medirla por medio de un transductor resistivo, acoplado a una tarjeta de adquisición de datos conectada a una computadora. El cuerpo del dispositivo es fijado a la virgen y su cursor es conectado al pistón del cilindro hidráulico que está del lado del acoplamiento cuadrado. En la Fig. 2-3 se muestra una pequeña fracción de tiempo de medición de la flotación instantánea.

Combinando las expresiones (1) y (3) es posible conocer las fuerzas de contacto P_a y P_b en cualquier instante de tiempo. El único requisito es conocer el valor del torque instantáneo y de la flotación instantánea. Las ecuaciones son expresadas como sigue:

$$P_a = T_m^{inst.} \cdot \left(\frac{1}{I_3} \pm \frac{A_0}{2} \right) \quad (7)$$

$$P_b = T_m^{inst.} \cdot \left(\frac{1}{I_3} \mp \frac{A_0}{2} \right) \quad (8)$$

De este modo quedan completamente determinadas las fuerzas de contacto que obran sobre la espiga cuadrada y es posible conocer su historia de carga.

De las mediciones realizadas de la flotación instantánea (Fig. 3) y de la corriente consumida por los correspondientes motores que mueven a los cinco molinos, del CAI “Guillermo Moncada”, fue posible obtener una historia de carga simplificada para las fuerzas que actúan en la espiga cuadrada del árbol superior, para cinco niveles discretos. La misma se muestra a continuación:

- El 3% del tiempo el árbol superior opera con desalineación positiva máxima ($j = 1$).
- El 7% del tiempo el árbol superior opera con una desalineación positiva que provoca que las cargas suplementarias en el acoplamiento cuadrado sean el 75% de las producidas por la desalineación máxima ($j = 2$).
- El 15% del tiempo el árbol superior opera con una desalineación positiva que provoca que las cargas suplementarias en el acoplamiento cuadrado sean el 50% de las producidas por la desalineación máxima ($j = 3$).
- El 20% del tiempo el árbol superior opera con una desalineación positiva que provoca que las cargas suplementarias en el acoplamiento cuadrado sean el 25% de las producidas por la desalineación máxima ($j = 4$).

- El 55% del tiempo el árbol superior opera sin desalineación positiva, y por tanto las cargas suplementarias en el acoplamiento cuadrado pueden ser despreciadas ($j = 5$).

En la Fig. 2 se muestra la disposición de las fuerzas en el acoplamiento actuando sobre la espiga cuadrada correspondiente al extremo del guijo.

En la Fig. 3 se muestra un gráfico con una pequeña fracción de tiempo de las historias de las fuerzas de contacto. Además, en la Fig. 3 se muestra la variación en el tiempo de la fuerza radial suplementaria real y simplificada por medio de la discretización realizada. Estos resultados complementan los obtenidos por Okamura⁶⁹ y otros y constituyen uno de los aportes del presente trabajo.

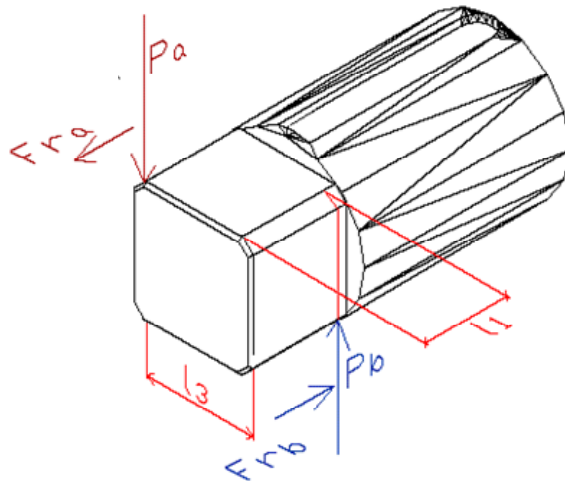


Fig. 2 Fuerzas sobre la espiga del árbol para el Acoplamiento Cuadrado

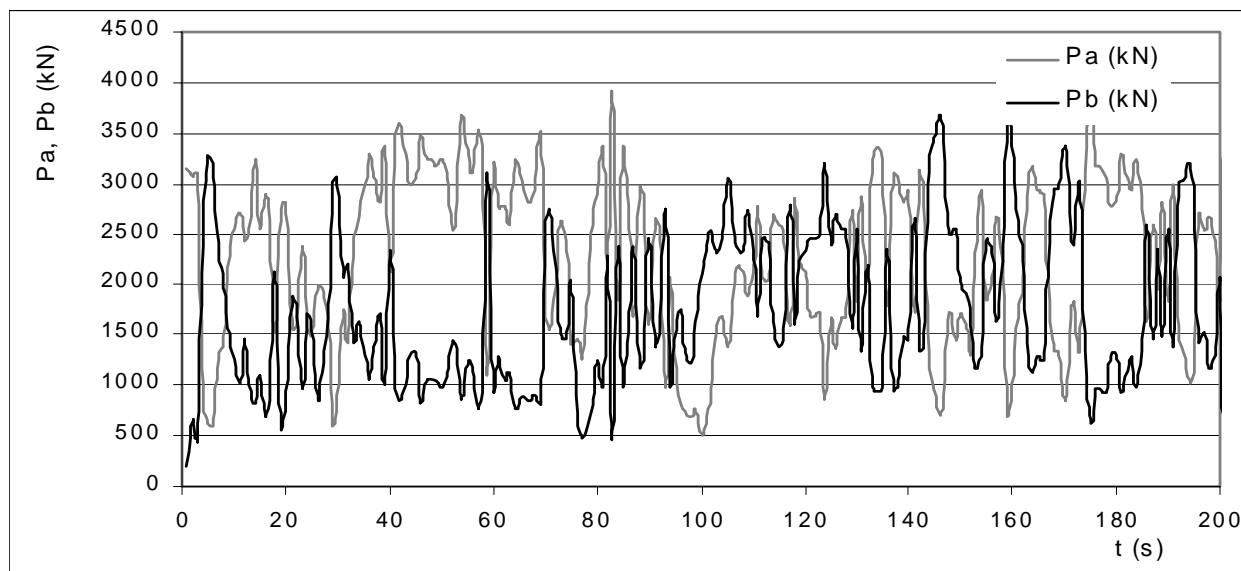


Fig. 3 Variación de las fuerzas de contacto en la espiga cuadrada del árbol superior

Por otro lado, la reacción del colchón de bagazo sobre los rodillos de los árboles es una carga reactiva y posee un valor desconocido, por lo que debe ser determinada utilizando el resto de las cargas que actúan sobre el árbol. La misma se determinó considerando al árbol como una viga sobre fundación elástica, de modo que la reacción del colchón de bagazo es proporcional a la flecha del árbol para cada posición ⁷⁷:

$$q_{R(z)} = -\alpha \cdot y_{(z)} \quad (9)$$

La consideración del rodillo superior como una viga sobre fundación elástica es uno de los aportes del presente trabajo. En ningún trabajo anterior se llega a determinar la ley de variación de esta reacción a lo largo de la longitud de la maza. Sin dudas, su caracterización desde el punto de vista matemático brinda nuevos conocimientos sobre el proceso de compactación de la caña de azúcar en los molinos.

Para aplicar el Modelo de Viga sobre Fundación Elástica se hace necesario conocer el coeficiente de rigidez de la fundación (α); que en el caso que nos ocupa es bagazo compactado.

Para el bagazo no se cuenta con este valor, por lo que se hace necesaria la confección de un diseño experimental con vistas a su determinación. Una tarjeta de adquisición de datos (PCL – 812 PG), acoplada a una PC, es la encargada de recibir la señal del transductor resistivo, el cual mide la altura del colchón de bagazo dentro de la cámara de compresión y por tanto la compactación de éste. Además, en el circuito hidráulico de la prensa es conectado un transductor inductivo capaz de

medir la presión en la línea. Ambas señales, la de desplazamiento y la de presión en función del tiempo, son recogidas por dicha tarjeta.

El modelo matemático escogido para describir la variación de la presión con la relación de compresión es el siguiente:

$$p = \frac{a_{coef}}{(C')^6}; \quad C' = \frac{h}{H_0} \quad (10)$$

Con el diseño experimental se pretende observar la influencia que posee el por ciento de humedad del bagazo y su nivel de fragmentación en el fenómeno de compactación.

El coeficiente a_{coef} varía en dependencia de las condiciones físicas del bagazo, principalmente depende del por ciento de humedad que posea y de la preparación que tenga el bagazo. Por dicho motivo se realizó un diseño factorial experimental completo a tres niveles para los dos factores mencionados anteriormente.

Las muestras de bagazo fueron tomadas a la entrada del primer, tercer y quinto molino respectivamente, en cuatro Centrales de la Provincia de Cienfuegos. Estas, posteriormente fueron deshidratadas en una mufla a una temperatura de 120 °C.

Posteriormente se pesan las muestras de bagazo, con un peso de 250 g para cada una y se procedió a humedecerlas hasta alcanzar un 40 %, 60 % y 80 % de humedad para los niveles inferior, medio y alto respectivamente del experimento. En la Tabla 1 se muestra el valor medio del coeficiente a_{coef} así como el coeficiente de correlación y el error standard para el modelo.

El valor del coeficiente elástico de la fundación, para una relación de compresión determinada, es igual a la pendiente de la curva de compactación. Derivando la expresión (2-10) se obtiene:

$$\alpha = \frac{dp}{dC'} = \frac{6 \cdot a_{coef}}{(C')^7} \quad (11)$$

En la Tabla 2 se muestran los valores medios de α para tres valores de relación de compresión y para los distintos niveles de los factores experimentales.

Tabla 1 Valores medios obtenidos en las corridas experimentales.

Coef.	Molino 1			Molino 3			Molino 5		
	40% hum.	60% hum.	80% hum.	40% hum.	60% hum.	80% hum.	40% hum.	60% hum.	80% hum.
a	81,605	84,885	95,273	89,326	93,330	101,176	92,399	98,105	107,690
r	0,997	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,999	0,998	0,999
S	5,201	2,141	1,530	1,915	0,853	1,801	1,981	1,740	2,864

Tabla 2 Valores medios de α para cada una de las corridas experimentales (MPa).

C	Molino 1			Molino 3			Molino 5		
	40% hum.	60% hum.	80% hum.	40% hum.	60% hum.	80% hum.	40% hum.	60% hum.	80% hum.
0.06	17 141	17 830	20 012	18 763	19 604	21 252	19 408	20 607	22 620
0.10	480	499	560	525	549	595	543	577	633
0.14	46	47	53	50	52	56	52	55	60

El modelo matemático obtenido para la determinación del coeficiente a_{coef} es el siguiente:

$$a_{coef} = 84,63 - 0,4318 \cdot W + 0,0062 \cdot W^2 + 4,354 \cdot M \quad (12)$$

Los factores que aparecen en la expresión (12) son estadísticamente significativos, para un nivel de confianza del 95%; con un coeficiente de correlación ajustado igual a 94,4%.

Finalmente, el coeficiente de rigidez de la fundación puede ser calculado según:

$$\alpha = \frac{5,88 \cdot 10^{-7} \cdot (84,63 - 0,4318 \cdot W + 0,0062 \cdot W^2 + 4,354 \cdot M)}{C'_{eq}{}^7} \quad [MPa] \quad (13)$$

Esta expresión constituye uno de los aportes del presente trabajo.

La maza superior está apoyada sobre tres elementos, la maza cañera, la maza bagacera y la cuchilla central. Las aberturas que existen entre ellos y la maza superior poseen valores diferentes. De modo que resulta apropiado establecer una media ponderada de la relación de compresión del molino en función de la carga relativa que soporta cada uno de estos elementos. La relación de compresión equivalente es expresada por:

$$C'_{eq} = \left(\frac{\lambda_b}{\lambda_c + \lambda_b + \delta} \right) \cdot C'_{sal} + \left(\frac{\lambda_c}{\lambda_c + \lambda_b + \delta} \right) \cdot C'_{ent} + \left(\frac{\delta}{\lambda_c + \lambda_b + \delta} \right) \cdot C'_{cc} \quad (14)$$

De esta forma, se tiene en cuenta la influencia relativa que posee la carga que soporta cada elemento inferior en la compresión que sufre el colchón de bagazo, a su paso a través de los mismos.

Las fuerzas internas que actúan sobre la sección transversal del árbol pueden ser halladas, sin dificultad, hasta el extremo izquierdo y hasta el extremo derecho de la maza, utilizando el método de las secciones. La zona donde se encuentra acoplada la maza resulta una incógnita, pues se desconoce cuál es la ley de variación de la reacción del colchón de bagazo, la que puede ser hallada utilizando el método de los parámetros de origen para la solución del caso general de carga para una viga finita

sobre fundación elástica. En la Fig. 4 se muestra el Esquema de Análisis propuesto para los Árboles Superiores.

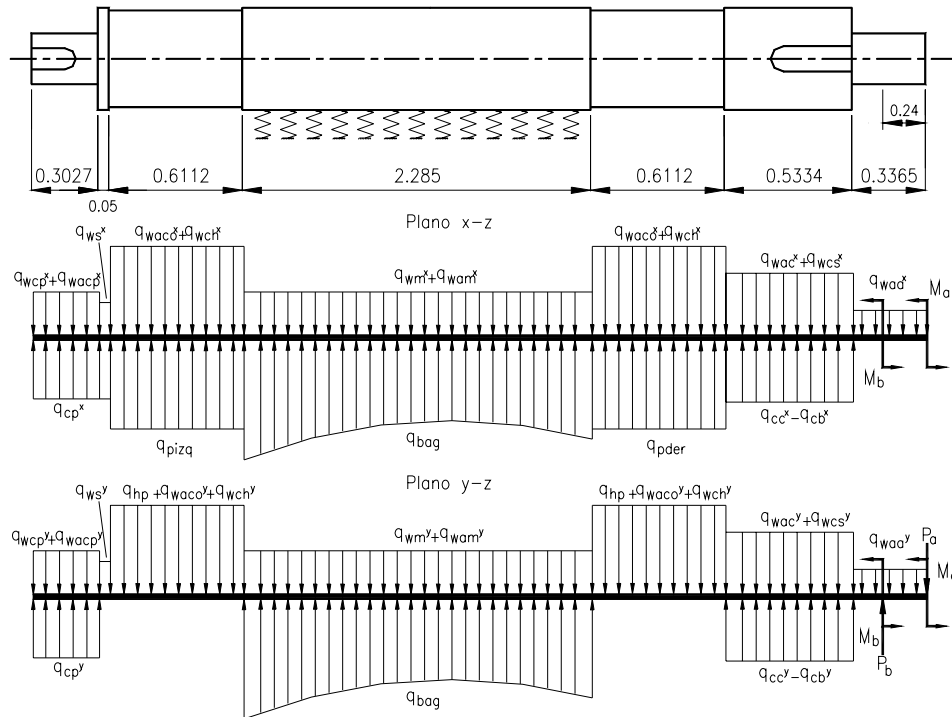


Fig. 4 Esquema de Análisis de los Árboles Superiores.

Las fuerzas de cortante Q_1 y Q_2 y los momentos flectores M_1 y M_2 en los extremos del tramo considerado se determinan utilizando el método de las secciones, teniendo valores de:

$$Q_1 = (q_{ncp}^y - q_{w1}^y - q_{wcp}^y) \cdot L_1 - q_{w2}^y \cdot L_2 - (q_{w3}^y + q_{wc1}^y + q_{hid1}^y) \cdot L_3 \quad (15)$$

$$Q_2 = (q_{w5}^y + q_{wc2}^y + q_{hid2}^y) \cdot L_5 + (q_{wgs}^y + q_{w6}^y - q_{ncc}^y + q_{ncb}^y) \cdot L_6 + q_{w7}^y \cdot L_7 + P_a - P_b \quad (16)$$

$$M_1 = (q_{ncp}^y - q_{w1}^y - q_{wcp}^y) \cdot L_1 \cdot \left(\frac{L_1}{2} + L_2 + L_3 \right) - q_{w2}^y \cdot L_2 \cdot \left(\frac{L_2}{2} + L_3 \right) - (q_{w3}^y + q_{wc1}^y + q_{hid1}^y) \cdot \frac{L_3^2}{2}$$

$$M_2 = -(q_{w5}^y + q_{wc2}^y + q_{hid2}^y) \cdot \frac{L_5^2}{2} - (q_{wgs}^y + q_{w6}^y + q_{ncb}^y - q_{ncc}^y) \cdot L_5 \cdot \left(L_5 + \frac{L_6}{2} \right) - q_{w7}^y \cdot L_7 \cdot \left(L_5 + L_6 + \frac{L_7}{2} \right) + P_b \cdot (L_5 + L_6 + L_7 - l_1) - P_a \cdot (L_5 + L_6 + L_7) - \mu_c \cdot (P_a + P_b) \cdot \frac{l_3}{2} \quad (17)$$

18)

Además en la región analizada se tiene una carga distribuida que es la suma de las componentes en la dirección del eje y del peso por unidad de longitud del árbol y de la maza. Esta carga es igual a:

$$q_t^y = q_{rol}^y + q_{w4}^y \quad (19)$$

La ecuación diferencial de la viga para el caso analizado es:

$$Y_{(z)}^{IV} + 4 \cdot \beta^4 \cdot y_{(z)} = 0 \quad (20)$$

Siendo:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{\alpha}{4 \cdot S}} \quad (21)$$

$$S = I_s \cdot E_s + I_e \cdot E_e \quad (22)$$

La variable independiente z puede ser sustituida por una variable adimensional.

$$\xi = \beta \cdot Z \quad (23)$$

De modo que pueden ser calculados dos parámetros en el origen, los mismos toman los siguientes valores:

$$\theta_o = \frac{\beta^2}{\alpha \cdot (J_{o3}^2 - J_{o2} \cdot J_{o4})} \cdot \left[Q_1 \cdot (J_{o2}^2 - J_{o1} \cdot J_{o3}) + Q_2 \cdot J_{o3} + M_{f1} \cdot \beta \cdot (J_{o1} \cdot J_{o2} + 4 \cdot J_{o3} \cdot J_{o4}) - M_{f2} \cdot \beta \cdot J_{o2} \right] \quad (24)$$

$$y_o = \frac{\beta^2}{\alpha \cdot J_{o3}} \cdot \left[M_{f2} - M_{f1} \cdot J_{o1} - \frac{Q_1 \cdot J_{o2}}{\beta} - \frac{\theta_o \cdot \alpha \cdot J_{o4}}{\beta^3} - \frac{q_t \cdot J_{o3}}{\beta^2} \right] \quad (25)$$

La deflexión, pendiente, fuerza de cortante y momento flector del árbol en el plano yz están dados por las siguientes expresiones:

$$y_{(z)} = y_o \cdot J_{1(z)} + \frac{\theta_o \cdot J_{2(z)}}{\beta} - \frac{1}{S} \cdot \left[\frac{M_{f1} \cdot J_{3(z)}}{\beta^2} + \frac{Q_1 \cdot J_{4(z)}}{\beta^3} + \frac{q_t \cdot J_{1(z)}}{4 \cdot \beta^4} \right] \quad (26)$$

$$\theta_{(z)} = \theta_o \cdot J_{1(z)} - \frac{1}{S} \cdot \left[\frac{M_{f1} \cdot J_{2(z)}}{\beta} + \frac{Q_1 \cdot J_{3(z)}}{\beta^2} + 4 \cdot S \cdot \beta \cdot y_o \cdot J_{4(z)} - \frac{q_t \cdot J_{4(z)}}{\beta^3} \right] \quad (27)$$

$$Q_{(z)} = Q_1 \cdot J_{1(z)} + \frac{y_o \cdot \alpha \cdot J_{2(z)}}{\beta} + \frac{\theta_o \cdot \alpha \cdot J_{3(z)}}{\beta^2} - 4 \cdot M_{f1} \cdot \beta \cdot J_{4(z)} + \frac{q_t \cdot J_{2(z)}}{\beta} \quad (28)$$

$$M_{(z)} = M_{f1} \cdot J_{1(z)} + \frac{Q_1 \cdot J_{2(z)}}{\beta} + \frac{y_o \cdot \alpha \cdot J_{3(z)}}{\beta^2} + \frac{\theta_o \cdot \alpha \cdot J_{4(z)}}{\beta^3} + \frac{q_t \cdot J_{3(z)}}{\beta^2} \quad (29)$$

La reacción del colchón de bagazo puede obtenerse mediante la ecuación de la fuerza de cortante, como sigue:

$$q_{R(z)} = \frac{dQ(z)}{dz} - q_t = (q_t + \alpha \cdot y_o) \cdot \cos(\beta \cdot z) \cdot \cosh(\beta \cdot z) + \left(\frac{\alpha \cdot \theta_o}{2 \cdot \beta} - \beta \cdot Q_1 \right) \cdot \sin(\beta \cdot z) \cdot \cosh(\beta \cdot z) + \left(\frac{\alpha \cdot \theta_o}{2 \cdot \beta} + \beta \cdot Q_1 \right) \cdot \cos(\beta \cdot z) \cdot \sinh(\beta \cdot z) - 2 \cdot \beta^2 \cdot M_{f1} \cdot \sin(\beta \cdot z) \cdot \sinh(\beta \cdot z) - q_t \quad (30)$$

En el plano xz se tienen como incógnitas las reacciones normales sobre la virgen, las cuales son obtenidas de las ecuaciones de equilibrio del rodillo para ese plano.

Posteriormente, utilizando el método de las secciones, se determinan los valores de carga distribuida, fuerza de cortante y momento flector para dicho plano. Un último diagrama necesario para completar el cálculo de las fuerzas internas que actúan en cualquier sección transversal del árbol superior del molino, es el diagrama de momentos torsores. Este se obtiene utilizando las ecuaciones expuestas a continuación.

$$T_a = \frac{9,55 \cdot \varphi_{MA} \cdot \eta_{te} \cdot \eta_c \cdot W_t}{n_s} \quad (31)$$

$$T_b = T_a + \mu_{st_b} \cdot \frac{D_3}{2} \cdot \sqrt{(R_{V_{izq}} + q_{wc1}^x \cdot L_3)^2 + L_3^2 \cdot (q_{hid1}^y + q_{wc1}^y)^2} \quad (32)$$

$$T_f = \frac{P_a \cdot l_3}{2} \quad (33)$$

$$T_e = \frac{(P_a + P_b) \cdot l_3}{2} \quad (34)$$

$$T_d = T_e - \frac{9,55 \cdot (\varphi_{MC} + \varphi_{MB}) \cdot \eta_{te} \cdot \eta_c \cdot W_t}{n_s} \quad (35)$$

$$T_c = T_d - \mu_{st_b} \cdot \frac{D_5}{2} \cdot \sqrt{(R_{V_{der}} + q_{wc2}^x \cdot L_5)^2 + L_5^2 \cdot (q_{hid2}^y + q_{wc2}^y)^2} \quad (36)$$

Entre estos puntos la ley de variación del momento torsor puede suponerse lineal. Excepto para la zona de la maza, donde la misma puede ser hallada como:

$$T_{(z)} = T_b + \mu_{m_bag} \cdot \frac{D_e}{2} \cdot \int_0^z q_{R(z)} \cdot dz \quad (37)$$

Finalmente se obtienen las fuerzas internas que obran sobre el árbol superior en el plano yz. En la Figura 2-5 se muestran, a modo de ejemplo, los gráficos de carga distribuida, fuerza de cortante, momento flector y momento torsor respectivamente para el árbol superior del 5to molino del CAI “Guillermo Moncada”.

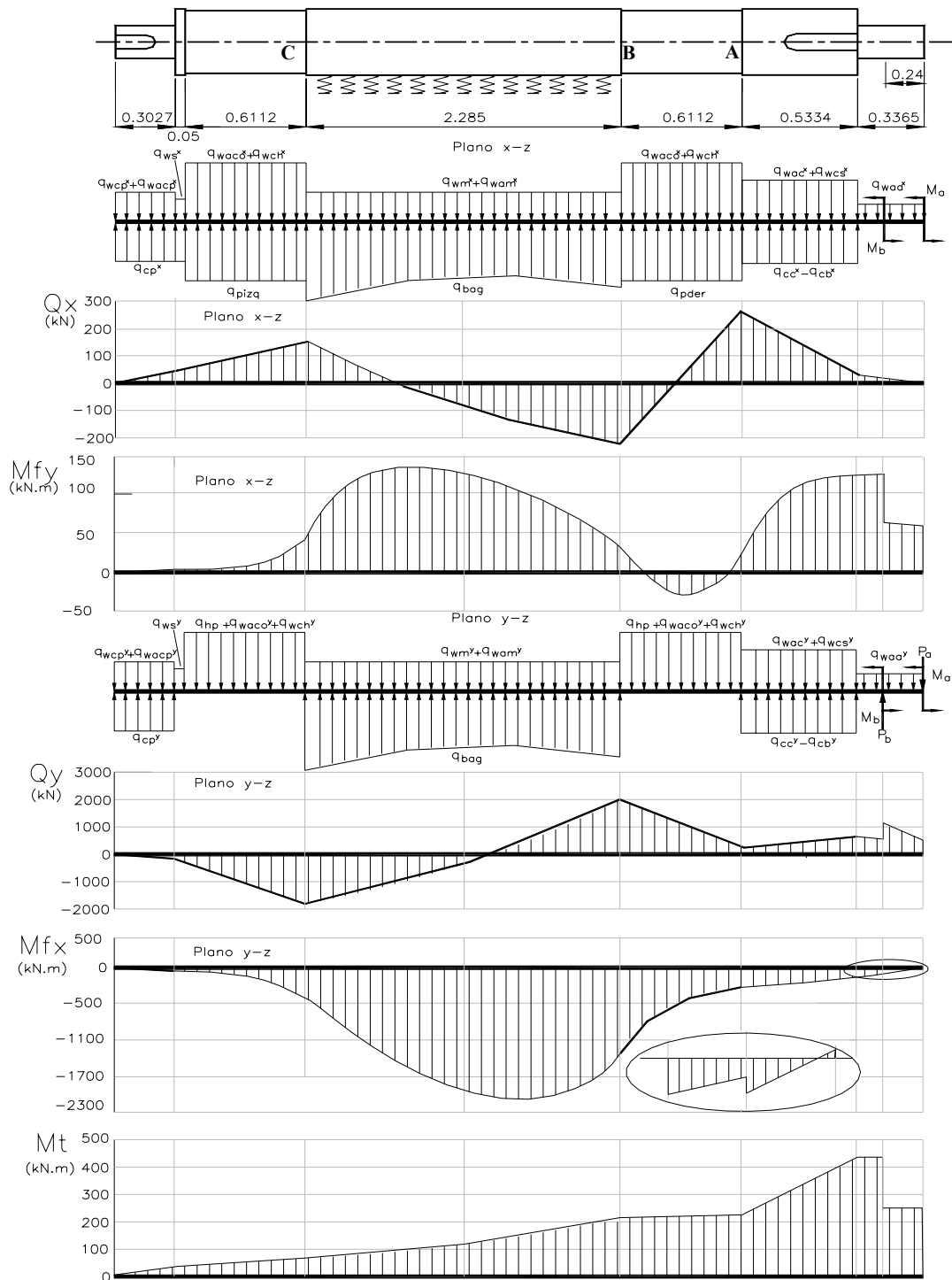


Fig. 5 Diagramas de Fuerzas de Cortante, Momentos Flectores y Momento Torsores para el Árbol Superior del 5to Molino del CAI “Guillermo Moncada”

El coeficiente de fricción equivalente acero-bagazo se determina como:

$$\mu_{m_bag} = \frac{2 \cdot (T_c - T_b)}{D_e \cdot \int_0^{L_d} q_{R(z)} \cdot dz} \quad (2 - 38)$$

El coeficiente de fricción acero-bronce en las chumaceras del árbol superior es determinado utilizando la expresión dada por Lafargue 50, que relaciona este parámetro con la velocidad de deslizamiento y la presión específica.

Se centra el análisis ahora en el comportamiento de la reacción del colchón de bagazo para distintas relaciones de fuerzas hidráulicas aplicadas al cilindro izquierdo y derecho. En la literatura se plantea el efecto que puede tener la utilización de presiones hidráulicas diferentes para ambos lados del molino, y se plantea como un método con el cual se logra que las flotaciones del árbol superior a ambos lados sean iguales. Pero en ningún lugar se realiza un análisis teórico que argumente este comportamiento, por lo que esto representa un aporte del presente trabajo

Se plantea la relación de la intensidad de la carga hidráulica del lado izquierdo respecto a la intensidad de la carga hidráulica del lado derecho como:

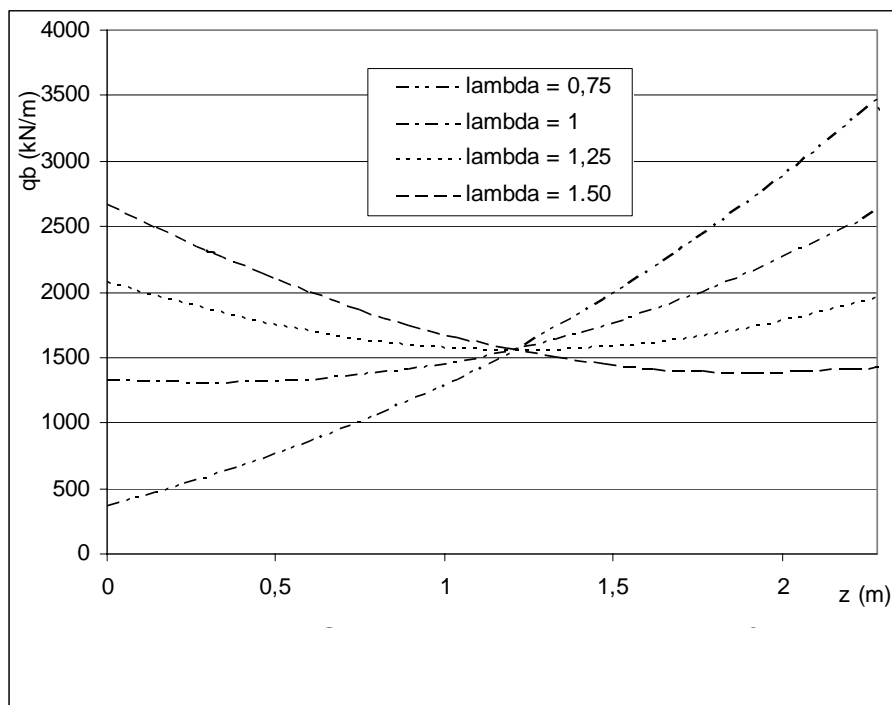
$$\lambda = \frac{q_{hid1}}{q_{hid2}} \quad (2 - 39)$$

Asignándole valores a λ de 0,75; 1; 1,25; 1,5 se obtienen las reacciones mostradas en la Fig. 2-6. El resultado obtenido resulta interesante desde el punto de vista operacional. Como se puede apreciar al aplicar fuerzas hidráulicas de igual magnitud a ambas chumaceras resulta mucho más compactada la caña que pasa del lado de las coronas que la que pasa por el otro extremo. Una situación aún más desfavorable se alcanza si se aplica mayor fuerza hidráulica ($\lambda = 0,75$) al cilindro derecho (más cercano a las coronas).

Evidentemente si se quiere alcanzar niveles de extracción mayores debe lograrse que la presión sobre el colchón de bagazo sea lo más uniforme posible a todo lo ancho de la maza.

Para el molino analizado la relación de presiones hidráulicas óptima es alcanzada para $\lambda=1,24$; donde se logra la mejor simetría en la distribución de la reacción del bagazo. Este valor se corresponde con

presiones hidráulicas de valores 22,8 MPa y 18,6 MPa (3 300 psi y 2 700 psi) para el lado izquierdo y derecho respectivamente. Este parámetro está en correspondencia con el nivel de uniformidad en la compresión a que es sometida la caña en el molino. Cada molino debe ser analizado independientemente con el fin de conocer cual es el mejor valor de λ , ya que el mismo es función de todas las cargas que obran sobre él, de las dimensiones que posea y de los parámetros de operación.



En el trabajo también se elaboró el Esquema de Análisis para los rodillos inferiores. En la Tabla 2-3

Fig. 2.6 Reacciones de la caña sobre la masa para diferentes relaciones de las fuerzas hidráulicas sobre las chumaceras del árbol superior.

se muestra un resumen de las magnitudes de las fuerzas internas que actúan sobre los tres rodillos para las 6 secciones características de la geometría de estos elementos.

Además, se perfeccionaron las expresiones para el cálculo del rendimiento mecánico del tándem para poder calcular con exactitud aceptable la potencia demandada por el molino.

Las propiedades mecánicas del material de los árboles fueron determinadas experimentalmente.

Los ensayos realizados fueron:

- Ensayo de tracción.

- Ensayo de impacto Charpy.
- Ensayo de dureza.

Además se realizó análisis químico y metalográfico a una muestra, la cual permitió llegar a la conclusión de que se trata de un acero grado 45 según GOST o 1045 según AISI.

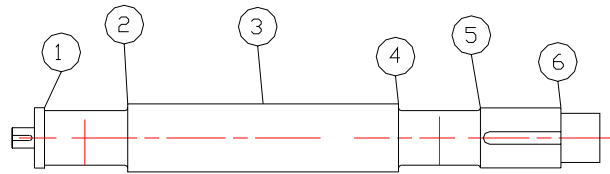


Tabla 2.3. Fuerzas internas en diferentes secciones respecto al extremo izquierdo del árbol

Maza	Esfuerzo	1 (200 mm)	2 (935 mm)	3 (2 141 mm)	4 (3 348 mm)	5 (4 072 mm)	6 (4 782 mm)
Superior	T (kN m)	46,56	59,57	114,45	289,03	303,79	464,78
	V _r (kN)	59,40	1876,01	850,41	2484,91	628,10	692,63
	Mr (kN m)	6,94	665,56	2345,70	1827,67	729,97	311,42
Cañera	T (kN m)	0,08	13,09	29,09	79,89	92,91	0,00
	V _r (kN)	2,32	419,06	127,66	730,83	228,27	7,54
	Mr (kN m))	0,04	152,91	484,11	241,20	86,95	8,47
Bagacera	T (kN m)	0,08	13,17	23,48	56,65	69,50	0,00
	V _r (kN)	8,25	1405,42	446,30	2427,86	131,94	2,70
	Mr (kN m)	0,03	517,20	1641,47	756,29	94,54	12,71

En los resultados de los ensayos mecánicos realizados a estos elementos por Fernández³² se aprecia cierta variación de las propiedades mecánicas en la dirección radial. Debido a esto se decidió tomar las muestras de metal a utilizar en los ensayos, para cinco distancias radiales. Para cada posición radial se extrajeron tres probetas, tanto del tipo utilizada en el ensayo Charpy como en el ensayo a tracción.

La tenacidad a la fractura del material se estimó por la correlación Rolfe-Barsom:

$$\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_f}\right)^2 = 0,6478 \cdot \left(\frac{CVN}{\sigma_f} - 0,0098\right) \quad (2 - 40)$$

Los valores de tenacidad a la fractura obtenidos por medio de la expresión (2-40) se corresponden con los que aparecen en una gráfica de tenacidad a la fractura contra dureza para este tipo de material en Dowling 26.

Con los resultados de todos los ensayos se realizó una prueba de comparación de medias para determinar si existen diferencias significativas entre los resultados obtenidos para las diferentes distancias radiales, demostrándose que no existen diferencias significativas entre las propiedades locales del material de los árboles para un nivel de confianza del 95%. Las propiedades mecánicas medias de dicho acero pueden resumirse como aparecen en la Tabla 2-4.

Tabla 2-4 Propiedades mecánicas medias del material del árbol ensayado

Propiedad	Valor
Límite de fluencia (MPa)	350
Límite de resistencia (MPa)	630
Dureza (HB)	160
Deformación relativa (%)	17
Estricción (%)	36
Energía de impacto Charpy (J)	39,2
Tenacidad a la fractura (Mpa m ^{1/2})	90

Se realizó una valoración de la influencia que tiene la maza acoplada a los árboles en la magnitud de las tensiones que surgen en estos. Aplicando el método expuesto se conoce el valor de las fuerzas internas en cualquier sección del árbol. Estas estarán actuando sobre la sección transversal total del rodillo que conforma el árbol y el elemento acoplado sobre él (maza); en caso de analizar una sección que se encuentre en la zona de acoplamiento de la maza. Estas expresiones son novedosas en el cálculo de árboles con elementos ajustados por interferencia al mismo y constituyen un aporte del presente trabajo. En la tabla 2-5 se muestra la distribución de las fuerzas internas entre el árbol y la maza.

A continuación se analiza el estado tensional que surge en las caras de un elemento geométrico infinitamente pequeño, ubicado en un punto cualquiera de la sección transversal del árbol, utilizando el sistema polar de coordenadas para el análisis.

El ajuste por interferencia crea una presión específica (pesp), idealmente uniforme sobre toda la superficie que está en contacto con el elemento montado sobre el árbol. En la Fig. 2-7 se representan las fuerzas internas que actúan en dicha sección.

El momento torsor crea tensiones tangenciales que dependen linealmente del radio. La expresión, expresada en forma vectorial, queda de la forma:

$$\vec{\tau}_T = \frac{32 \cdot T}{\pi \cdot D^4} \cdot \rho \cdot (-\sin(\varphi) \cdot \vec{i} + \cos(\varphi) \cdot \vec{j}) \quad (2 - 41)$$

Tabla 2-5 Distribución de las fuerzas internas entre el árbol y la maza.

Fuerzas internas	Total	Sobre el árbol	Sobre la maza	Unidades
Momento flector actuando en el eje y	78	15	64	KN m
Momento flector actuando en el eje x	-1 728	-324	-1 404	KN m
Fuerza de cortante actuando en la dirección del eje y	1 343	907	436	kN
Fuerza de cortante actuando en la dirección del eje x	-157	-106	-51	kN
Momento torsor	183	33	150	KN m
Diámetro del árbol en la zona del acoplamiento	600			mm
Diámetro del elemento acoplado al árbol	1 020			mm
Interferencia del encaje (rango utilizado)	200 - 400			μm

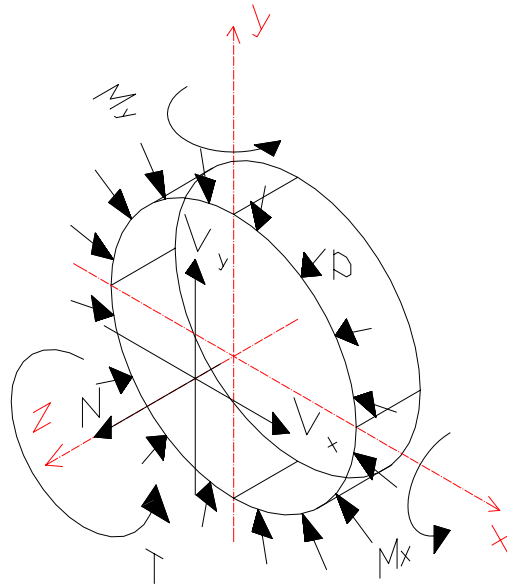


Fig. 2-7. Fuerzas internas actuando sobre la sección

Por otro lado, las tensiones tangenciales provocadas por las fuerzas de cortante pueden ser determinadas utilizando la ecuación de Zhuravski para ambas direcciones. La fuerza de cortante en la superficie libre del elemento acoplado deberá ser tangente a ella, de otro modo existiría una componente radial no compensada. Según Timoshenko 104 las expresiones de Zhuravski brindan el valor de la componente de la tensión tangencial en la dirección de la fuerza cortante que las produce, existiendo además una componente transversal de tensión tangencial. La situación queda resuelta al realizar algunas consideraciones.

Luego de realizar algunas transformaciones algebraicas se llega al siguiente resultado para el cálculo de las tensiones tangenciales radiales y circunferenciales:

$$\tau_{r(\varphi)} = \frac{64 \cdot \left(\frac{D^2}{4} - \rho^2 \right)}{3 \cdot \pi \cdot D^4} \cdot (V_x \cdot \cos(\varphi) + V_y \cdot \sin(\varphi)) \quad (2 - 42)$$

$$\tau_{t(\varphi)} = \frac{16}{3 \cdot \pi \cdot D^2} \cdot (V_y \cdot \cos(\varphi) - V_x \cdot \sin(\varphi)) + \frac{32 \cdot T}{\pi \cdot D^4} \cdot \rho \quad (2 - 43)$$

Estas expresiones, que contribuyen a precisar el estado tensional de un punto en la sección transversal de un árbol, no aparecen reflejadas en la literatura técnica y constituyen un aporte del presente trabajo.

La tensión normal, provocada por los momentos flectores y por una fuerza de tracción o compresión, puede ser hallada por la siguiente expresión:

$$\overline{\sigma_N} = \left[\frac{64}{\pi \cdot D^4} \cdot \rho \cdot (M_x \cdot \sin(\varphi) + M_y \cdot \cos(\varphi)) \pm \frac{4 \cdot N}{\pi \cdot D^2} \right] \cdot \vec{k} \quad (2 - 44)$$

Se pasa ahora a determinar las tensiones que surgen producto de la presión p_{esp} , provocada por el ajuste por interferencia utilizado para fijar la maza al árbol.

Debido a la deformación elástica de las piezas acopladas (dilatación del agujero del elemento acoplado y contracción de la zona de acople del árbol), en las superficies de contacto se crea una presión específica p_{esp} . Las tensiones internas que surgen en el árbol, en la zona donde se monta el elemento, producto de la presión ejercida sobre la superficie pueden calcularse utilizando la solución del problema de Lamé. Bajo estas circunstancias surgen tensiones radiales y circunferenciales de valor:

$$\sigma_r = -p_{esp} \quad (2 - 45)$$

Si todas estas tensiones halladas anteriormente se colocan en las caras del elemento geométrico infinitamente pequeño ya mencionado; se obtiene el estado tensional triaxial mostrado en la Fig. 2-8.

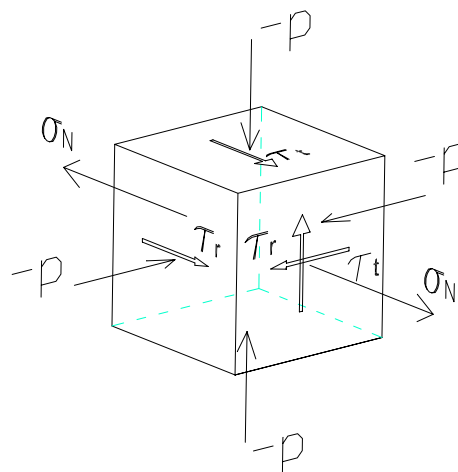


Fig. 2-8. Estado tensional general presente en un punto de la sección

Utilizando el criterio de las tensiones tangenciales octohedrales (Hubert – Mises - Hencke) se puede determinar la tensión equivalente en cualquier punto de la sección transversal del árbol.

$$\begin{aligned}\sigma_{eq} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6 \cdot (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)}\end{aligned}\quad (2 - 46)$$

La Fig. 2-15 muestra cómo varía la tensión equivalente durante la rotación del árbol para tres puntos situados a 150, 200 y 250 mm del centro de la sección transversal del árbol. El valor medio de interferencia utilizado es de 320 μm ; dicho valor es el establecido por la Dirección Técnica del Ministerio del Azúcar.

En la Fig. 2-16 se muestra la variación que experimenta la tensión equivalente al variar el valor del ajuste utilizado. El rango de este último es de 200 a 400 μm , el cual corresponde con una variación de la presión específica $\text{pesp} = (13,7 \sim 27,5)$ MPa. Dentro de este rango se encuentran usualmente los ajustes utilizados en la industria azucarera para fijar las mazas a los árboles de los molinos.

El análisis realizado en el Capítulo II permitió arribar a las siguientes conclusiones parciales:

1. Para la confección del esquema de análisis de los árboles de los molinos de caña de azúcar se hace necesario recopilar un volumen considerable de información sobre los parámetros geométricos, de diseño, de instalación y las condiciones de operación y mantenimiento del molino, con el objetivo de poder calcular las diferentes cargas que actúan sobre los árboles.
2. Una de las cargas que actúa sobre el molino de mayor dificultad en su determinación, son las fuerzas de contacto que le introduce el acoplamiento cuadrado al mismo. Estas fuerzas no solo dependen de la geometría y del momento torsor transmitido por el acoplamiento sino de la razón de excentricidad. Basado en los resultados de Okamura y otros se obtuvo en el trabajo una ecuación de regresión que permite, teniendo las mediciones de corriente instantánea y de flotación instantánea, obtener las variaciones de estas fuerzas en el tiempo para introducirlas en el cálculo de los árboles. Estos resultados constituyen un aporte del presente trabajo.
3. Resulta adecuada la consideración del árbol superior como una viga sobre fundación elástica, siendo una forma efectiva para determinar el verdadero carácter de la reacción del bagazo sobre este elemento y por ende poder hallar las fuerzas internas que obran en la zona central. Para este caso la resultante de dicha reacción resultó ser igual a $N_s = 4\,410$ kN y su centroide localizado a $C_z = 1,36$ m respecto al extremo izquierdo de la maza. Esta consideración constituye un aporte del presente trabajo al cálculo de las fuerzas internas en molinos de caña de azúcar.

4. La constante de rigidez de la fundación α depende de las propiedades físicas del bagazo, por lo que su valor debe ser obtenido de forma experimental. En este trabajo se obtuvo una expresión que relaciona este parámetro con el por ciento de humedad del bagazo, posición del molino en el tándem y la relación de compresión. El modelo obtenido es el siguiente:

$$\alpha = \frac{5.88 \cdot 10^{-7} \cdot (84.63 - 0.4318 \cdot W + 0.0062 \cdot W^2 + 4.354 \cdot M)}{C^7} \quad [MPa]$$

5. Es inadecuado aplicar fuerzas hidráulicas de igual magnitud a ambos lados del molino. Si se quiere alcanzar una compresión más uniforme del colchón de bagazo a lo largo del molino deberá suministrarse, digamos, más presión del lado izquierdo. En el molino analizado la relación óptima tiene un valor de $\lambda = 1,24$, de modo que para cilindros hidráulicos del mismo diámetro y longitud del asiento de la chumacera, iguales para ambos lados, la presión hidráulica del lado izquierdo deberá ser 24% mayor que la que se aplique del lado derecho. Este cambio mejorará la capacidad de extracción del molino. La metódica expuesta en el trabajo, basado en el esquema de análisis empleado, para determinar la relación λ para un molino en particular constituye un aporte del presente trabajo.

6. El esquema de análisis expuesto constituye una vía efectiva para la determinación de las fuerzas internas que actúan en las diferentes secciones de cada árbol. Las mazas inferiores resultan menos cargadas que la superior. En el molino estudiado, la maza cañera y la bagacera soportan un 23,7 % y 83,7 % respectivamente de la reacción del bagazo que soporta la maza superior. Para un molino de virgen no inclinada resulta un poco más cargada la maza cañera y parcialmente descargada la maza bagacera. Si se mantienen todos los parámetros de funcionamiento, geometría y demás factores considerados del molino inalterados, pero se selecciona uno de virgen no inclinada, los porcentajes descritos previamente toman valores de 47,6 % y 66,2 % para la maza cañera y la maza bagacera respectivamente.

7. En el trabajo se demostró que resulta significativa y es posible tener en cuenta la influencia que tiene la maza, acoplada por interferencia al árbol, en la magnitud de las tensiones que surgen en la porción central del mismo, en dependencia de las dimensiones de ambos elementos y de los módulos de elasticidad correspondientes. Las expresiones obtenidas se consideran un aporte del trabajo.

8. La sección más crítica, desde el punto de vista de la resistencia a la fatiga, de los árboles de los molinos resulta la situada en la media caña del collarín por el lado de las coronas; debido

a los altos valores de fuerza de cortante, momento flector y momento torsor que ahí se generan. Adicionando a esto el hecho de que existe un cambio de diámetro en esta zona, hace que esta sección sea especialmente vulnerable. Además el árbol superior resulta sensiblemente más cargado que los inferiores.

CAPÍTULO III CÁLCULO DE LA VIDA REMANENTE DE LOS ÁRBOLES DE LOS MOLINOS DE CAÑA DE AZÚCAR Y DETERMINACIÓN DE LOS INTERVALOS DE TIEMPO INTERINSPECCIONES.

En este capítulo se describe el procedimiento para el cálculo de la vida remanente y el período de tiempo interinspecciones de los árboles de los molinos de caña de azúcar con los dos tipos de grietas que usualmente se describen en la literatura 97, 99. En el cálculo se utilizan las posibilidades que brinda la Mecánica de la Fractura en cuanto a la determinación de tamaños críticos de grietas y en la determinación de la razón de propagación de grietas. La razón de crecimiento de Paris es utilizada en el modelo de crecimiento de la grieta. La zona que se analiza está ubicada en la media caña del collarín del lado de las coronas, que como se demostró en el capítulo I es la zona más propensa a la falla por fatiga. Son analizados los árboles superior, cañero y bagacero de los cinco molinos de un tándem de características típicas. Observándose que resulta inadecuado establecer un plan de inspección homogéneo para todos los árboles debido a las condiciones de carga desiguales a los que se ven sometidos. El procedimiento descrito es extensible a cualquier tándem.

El primer paso para llevar a cabo el análisis del crecimiento de la grieta es conocer, con la mayor exactitud posible, los valores de las fuerzas internas que actúan en la sección bajo análisis. Conociendo las cargas que actúan sobre el molino y utilizando el esquema de análisis planteado en el capítulo II se llega a determinar dichas fuerzas internas. Se analiza a lo largo de este capítulo los árboles superiores, cañeros y bagaceros de un tándem de características típicas.

Las fuerzas internas fueron calculadas para la sección del cambio en diámetro del collarín más próximo a las coronas, para los cinco niveles de carga de la historia de carga simplificada propuesta en el capítulo anterior.

Por medio de estas fuerzas internas se puede conocer el estado tensional presente en la periferia del árbol o en cualquier otro punto interno de la sección. La variación de la tensión normal con la rotación del árbol producto del momento flector puede ser hallada utilizando la expresión (2-44). Las tensiones tangenciales radiales y circunferenciales con la rotación del árbol, producto de las fuerzas de cortante y el momento torsor, son halladas con el auxilio de (2-42) y (2-43).

En la Tabla 3-1 se muestra un resumen de los valores máximos y mínimos que alcanzan las tensiones para todos los árboles del tándem.

Para poder realizar el pronóstico de vida o determinar el intervalo de tiempo interinspecciones en los árboles de los molinos es necesario establecer el tamaño crítico y el tamaño permisible de la grieta. El tamaño máximo permisible depende de las cargas a las que está sometido el elemento. Para la aviación,

los recipientes y tuberías a presión existen normas que fijan este último parámetro. Es práctica común determinar un tamaño de grieta tolerable máxima por medio de la carga límite a la que puede ser sometido el elemento bajo análisis 13. Para maquinaria pesada la carga límite es comúnmente un 10% mayor que la carga nominal y en 42 se estima en un 15% para los molinos de caña de azúcar. Utilizando este último valor de sobrecarga se determina el tamaño máximo tolerable del defecto. En la Tabla 3-2 se muestran los valores que alcanza la tensión normal bajo estas condiciones. Por su parte, el tamaño crítico de la grieta, es determinado considerando las cargas nominales de operación. Para la determinación de ambos valores mencionados se requiere de la construcción de la gráfica de resistencia residual.

En las mediciones ultrasónicas realizadas por el CENEX a los molinos de caña de azúcar se han encontrado una amplia variedad de tamaños y formas de grietas. Por su parte Fernández 32 también hizo una amplia caracterización de las fallas que surgen en estos elementos. Las grietas encontradas siempre han estado ubicadas en un plano próximo a la sección transversal del árbol. El tamaño de la grieta depende de la etapa de su propagación en que son detectadas y siempre surgen de microdefectos ubicados en la superficie o muy próximos a ella.

Existen dos modelos de grietas que concuerdan con las observaciones experimentales: la grieta semielíptica superficial y la grieta circunferencial. En una sección dada del árbol pueden surgir una o varias grietas semielípticas superficiales. Las cuales al crecer dan lugar al surgimiento de una grieta circunferencial, cuando sus bordes hacen contacto. Además, puede surgir y propagarse una grieta circunferencial de existir un defecto periférico en la superficie del árbol; como por ejemplo, el rayado provocado por una cuchilla de maquinado.

En la práctica resultan innumerables las combinaciones de grietas que pueden surgir a lo largo del tiempo para una sección dada. El presente trabajo se limita a los siguientes modelos:

- Propagación de una grieta semielíptica superficial.
- Propagación de dos, tres, cuatro y hasta 10 grietas de tipo semielíptica superficial.
- Propagación de una grieta circunferencial.

Una magnitud necesaria más adelante es la profundidad de la grieta semielíptica superficial en su punto más profundo, para la cual ocurre el contacto de sus bordes. Esta es calculada como:

$$a_{cont} = \frac{\pi \cdot k_a \cdot D}{2 \cdot n_g} \quad (3 - 1)$$

Al ocurrir el contacto de las grietas semielípticas ocurre la transición hacia el tipo de grieta circunferencial. La profundidad de esta última no tendrá el mismo valor en toda la periferia en un comienzo. Deberá emplearse en los cálculos un tamaño de grieta medio. Planteando la expresión del valor medio de la función de contorno de la grieta:

$$a_m = \frac{n_g}{\pi \cdot D} \int_{-\frac{\pi \cdot D}{2 \cdot n_g}}^{\frac{\pi \cdot D}{2 \cdot n_g}} \sqrt{a_{cont}^2 - k_a^2 \cdot x^2} dx \quad (3 - 2)$$

Se obtiene:

$$a_m = \frac{\pi^2 \cdot k_a \cdot D}{8 \cdot n_g} \quad (3 - 3)$$

Un aspecto importante en la aplicación de la Mecánica de la Fractura es la obtención del gráfico de resistencia residual el cual se obtiene igualando el factor de intensidad de tensiones equivalente, a la tenacidad a la fractura del material; que es la condición para que ocurra la falla instantánea.

$$K_{eq} = K_{Ic} \quad (3 - 4)$$

Existen dos criterios ampliamente extendidos para la determinación del factor de intensidad de tensiones equivalente, los cuales son el criterio de la energía de deformación liberada y el del desplazamiento del vértice de la grieta. El primero de ellos es el utilizado en este caso. Para el estado de deformación plana el mismo es expresado como:

$$K_{eq} = \sqrt{K_I^2 + K_{II}^2 + \frac{1}{1 - \mu_s} \cdot K_{III}^2} \quad (3 - 5)$$

En el vértice de una grieta semielíptica existen los tres modos de carga, para el estado tensional planteado. Según Murakami 97, el factor de intensidad de tensiones para el caso de un árbol con grieta semielíptica superficial sometido a flexión (KI) puede ser hallado por:

$$K_{I(\varphi)} = F_{I(a/D)} \cdot \sigma_{N(\varphi)} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (3 - 6)$$

El factor geométrico depende de la relación de aspecto de la grieta (a/b), donde a es la profundidad de la grieta o semieje menor de la elipse que conforma su vértice y b es su semieje mayor. Para este caso se escogerá una relación de aspecto pequeña a/b = 0,1, por ser esta condición la más crítica para una grieta de este tipo 13, y se mantendrá constante durante el proceso de propagación de la grieta. Para dicha relación el factor geométrico queda expresado solamente en función de la relación entre la profundidad de la grieta y el diámetro del árbol.

$$F_{I(a/D,0.1)} = 1,0933 - 0,9362 \cdot \left(\frac{a}{D}\right) - 0,0534 \cdot \left(\frac{a}{D}\right)^2 \quad (3 - 7)$$

La tensión tangencial radial propicia el deslizamiento de las superficies creadas por la grieta en dirección transversal a su vértice, por lo que es la tensión que provoca el modo de carga II. El factor de intensidad de tensiones para este modo de carga es hallado por la expresión (3-8).

Mientras que, la tensión tangencial circunferencial induce dicho deslizamiento en la dirección del vértice de la grieta, provocando el modo III de carga, cuyo factor de intensidad de tensiones es obtenido a través de (3-9).

$$K_{II(\varphi)} = F_{II(a/D)} \cdot \tau_{r(\varphi)} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (3 - 8)$$

$$K_{III(\varphi)} = F_{III(a/D)} \cdot \tau_{t(\varphi)} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (3 - 9)$$

Siendo:

$$F_{II(a/D)} = \frac{1,122 - 0,561 \cdot \left(\frac{a}{D}\right) + 0,085 \cdot \left(\frac{a}{D}\right)^2 + 0,18 \cdot \left(\frac{a}{D}\right)^3}{\sqrt{1 - \frac{a}{D}}} \quad (3 - 10)$$

$$F_{III(a/D)} = \sqrt{\frac{2 \cdot D}{\pi \cdot a} \cdot \tan\left(\frac{\pi \cdot a}{2 \cdot D}\right)} \quad (3 - 11)$$

Por otro lado, los modos de carga presentes en el vértice de una grieta circunferencial para el estado tensional planteado son el I y el III. Las ecuaciones para el cálculo de los factores de intensidad de tensiones pueden ser encontradas en la literatura especializada en el tema 97, 99. Las mismas dependen del valor del estado tensional, del tamaño de la grieta y de las características geométricas del cuerpo bajo análisis.

Para el caso en estudio, estos factores de intensidad de tensiones se expresan según las ecuaciones (3-12) y (3-13).

$$K_{I(\varphi)} = F_I \cdot \sigma_{N(\varphi)} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (3 - 12)$$

$$K_{III(\varphi)} = F_{III} \cdot \tau_{t(\varphi)} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (3 - 13)$$

Siendo:

$$F_I = \frac{3}{8 \cdot \beta^{2,5}} \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \beta + \frac{3}{8} \cdot \beta^2 + \frac{5}{16} \cdot \beta^3 + \frac{35}{128} \cdot \beta^4 + 0,537 \cdot \beta^5 \right] \quad (3 - 14)$$

$$F_{III} = \frac{3}{8 \cdot \beta^{2,5}} \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \beta + \frac{3}{8} \cdot \beta^2 + \frac{5}{16} \cdot \beta^3 + \frac{35}{128} \cdot \beta^4 + 0,208 \cdot \beta^5 \right] \quad (3 - 15)$$

$$\beta = 1 - \frac{2 \cdot a}{D} \quad (3 - 16)$$

Luego de hacer algunas transformaciones elementales, utilizando las ecuaciones (3-4), (3-5), (3-6), (3-8), (3-9), (3-12) y (3-13) se llega a la siguiente expresión:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{K_{Ic}^2}{F_I^2 \cdot \pi \cdot a_c} - \tau_r^2 \cdot \left(\frac{F_{II}}{F_I}\right)^2 - \frac{1}{1-\mu} \cdot \tau_t^2 \cdot \left(\frac{F_{III}}{F_I}\right)^2} \quad (3 - 17)$$

En la expresión (3-17) los factores geométricos que aparecen son los de una grieta semielíptica o una grieta circunferencial según corresponda.

En la Fig. 3-1 se muestra el gráfico de resistencia residual obtenido. El tamaño de grieta máximo permisible (ap) y el tamaño de grieta crítico (ac) son obtenidos con la ayuda del gráfico de resistencia residual, sus valores para cada uno de los árboles del tándem aparecen en la Tabla 3-3. Es de destacar que estos valores calculados coinciden cerradamente con el rango de valores de las grietas de fractura observadas en los árboles rotos evaluados por el CENEX.

La sección analizada en este trabajo se encuentra ubicada en un cambio en diámetro. Las expresiones que aparecen en la literatura para el cálculo de los factores de intensidad de tensiones no consideran el fenómeno de elevación de las tensiones producto de estos concentradores. Según Dowling 26 el efecto de la concentración externa de tensiones provocado por un cambio de diámetros no se manifiesta a través de toda la sección transversal, sino solamente hasta una profundidad entre (0,1 a 0,2)·r.

En el presente trabajo, considerando una dependencia cuadrática, se propone tomar en cuenta el efecto del concentrador de tensiones en la profundidad.

En todos los árboles normalizados de molinos 65, el radio del filete aliviador de tensiones utilizado en el cambio en diámetro tiene una magnitud igual a $r = 25$ mm. Utilizando este último valor y el resto de las características geométricas se obtiene $k_{t\sigma} = 1,95$ y $k_{t\tau} = 1,60$. Matemáticamente los valores de $k_{t\sigma}$ y $k_{t\tau}$ son expresados por las expresiones (3-18) y (3-19).

$$k_{t\sigma} = \begin{cases} 1 + \frac{(k_{t\sigma}^s - 1)}{0,04 \cdot r^2} \cdot (a - 0,2 \cdot r)^2 & \text{si } a < 0,2 \cdot r \\ 1 & \text{si } a \geq 0,2 \cdot r \end{cases} \quad (3 - 18)$$

$$k_{t\tau} = \begin{cases} 1 + \frac{(k_{t\tau}^s - 1)}{0,04 \cdot r^2} \cdot (a - 0,2 \cdot r)^2 & \text{si } a < 0,2 \cdot r \\ 1 & \text{si } a \geq 0,2 \cdot r \end{cases} \quad (3 - 19)$$

En el caso de una grieta semiélfptica superficial para modos de carga combinados, el crecimiento subcrítico de la grieta puede ser modelado satisfactoriamente por la ecuación propuesta por Paris 2, 13, 26, 75:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K_{eq})^n \quad (\text{m/ciclo}) \quad (3 - 20)$$

Siendo:

$$\Delta K_{eq} = K_{eq \max} - K_{eq \min} \quad (3 - 21)$$

En la literatura aparecen los valores de los coeficientes de la ecuación de Paris para los aceros ferrito – perlíticos 7, 26, 90. Los mismos poseen valores de $C = 6,89 \cdot 10^{-12}$ y $n = 3$, para da/dN en m/ciclo y ΔK en MPa m^{1/2}.

Utilizando el criterio de la energía de deformación liberada puede obtenerse la relación que existe entre cada uno de los factores de intensidad de tensiones actuando de forma combinada y el factor de intensidad de tensiones equivalente 94. Además, es necesario tomar en consideración la elevación de las tensiones que ocurre en la zona cercana a la superficie del árbol, debido al cambio en diámetro que se encuentra en la zona bajo análisis. La ley de variación para el concentrador de tensiones ha sido planteada en el epígrafe anterior.

La razón de crecimiento de la grieta tendrá que ser repetido tantas veces como niveles de carga existan, es decir desde $j=1$ hasta 5, y la expresión (3-20) reescrita como:

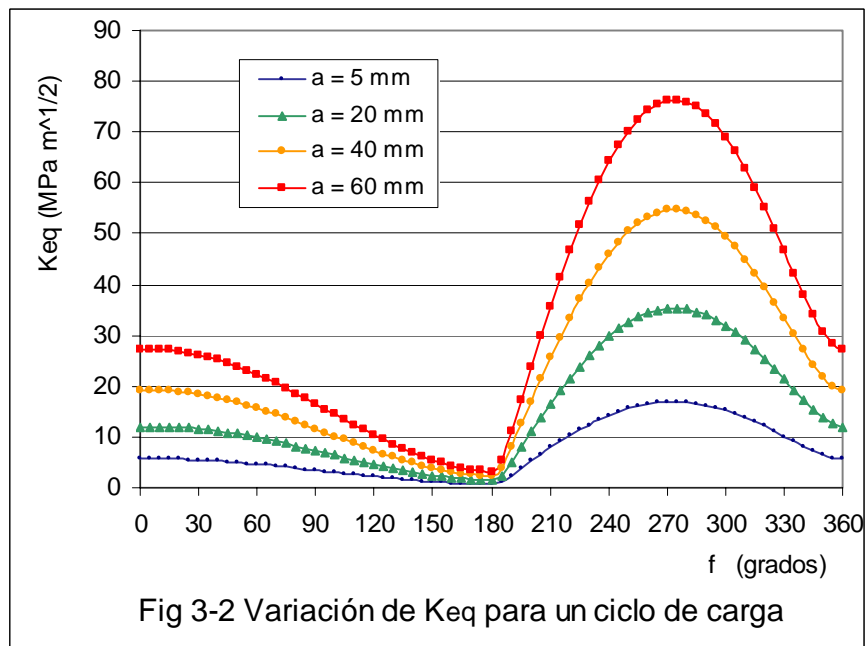
$$\left(\frac{da}{dN} \right)_{prom.} = C \cdot (\overline{\Delta K})^n \quad (3 - 22)$$

Siendo:

$$\overline{\Delta K}_{eq} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N_b} (\Delta K_{eq i})}{N_b} \right]^{\frac{1}{n}} = \left[\sum_{j=1}^5 n_j \cdot (\Delta K_{eq j})^n \right]^{\frac{1}{n}} \quad (3 - 23)$$

En la Fig. 3-2 se muestra la variación del factor de intensidad de tensiones equivalente. El rango de variación del factor de intensidad de tensiones para la historia de tensiones j es hallado por:

$$\Delta K_{eqj} = \left(\left\langle \sqrt{\left(F_I \cdot k_{t\sigma} \cdot \sigma_{Nj(\varphi)} \right)^2 + \left(F_{II} \cdot k_{t\tau} \cdot \tau_{rj(\varphi)} \right)^2 + \frac{1}{1-\mu} \cdot \left(F_{III} \cdot k_{t\tau} \cdot \tau_{tj(\varphi)} \right)^2} \right\rangle_{\max} - \left\langle \sqrt{\left(F_{II} \cdot k_{t\tau} \cdot \tau_{rj(\varphi)} \right)^2 + \frac{1}{1-\mu} \cdot \left(F_{III} \cdot k_{t\tau} \cdot \tau_{tj(\varphi)} \right)^2} \right\rangle_{\min} \right) \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (3 - 24)$$



En la Figura 3-3 se muestra el crecimiento subcrítico de la grieta semiéptica superficial para los árboles superiores de los cinco molinos respectivamente. El tamaño de la grieta inicial seleccionado es igual a 0,05 mm, valor típicamente seleccionado 13, 26.

Se analizará a continuación el modelo de crecimiento para una grieta circunferencial. Los modos de carga presentes para este tipo de grieta, para el estado tensional presente son el I y el III. Las ecuaciones para el cálculo de los factores de intensidad de tensiones para una grieta circunferencial fueron dadas anteriormente. Al igual que para el caso de grieta semiéptica superficial, la ecuación de Paris es la empleada para modelar el crecimiento de las grietas.

Si se observan los gráficos de variación de las tensiones para un ciclo de carga se aprecia que las tensiones normales y las tangenciales están fuera de fase, en consecuencia los valores extremos no se alcanzan para un mismo instante de tiempo. Esto conduce a realizar el cálculo de Keq para un ciclo completo y a lo largo del crecimiento subcrítico de la grieta, para poder conocer sus valores extremos.

La expresión empleada para hallar ΔK_{eq} es obtenida al sustituir (3-12) y (3-13) en (3-5) y esta última en (3-21); considerando además el efecto que introduce el cambio en diámetro mediante (3-18) y (3-19) se obtiene finalmente:

$$\Delta K_{eq} = \left[\begin{array}{l} \left\langle \sqrt{\left(F_I \cdot k_{t\sigma} \cdot \sigma_{N(\varphi)}\right)^2 + \frac{1}{1-\mu} \cdot \left(F_{III} \cdot k_{t\tau} \cdot \tau_{t(\varphi)}\right)^2} \right\rangle_{\max} \\ - \left\langle \sqrt{\left(F_I \cdot k_{t\sigma} \cdot \sigma_{N(\varphi)}\right)^2 + \frac{1}{1-\mu} \cdot \left(F_{III} \cdot k_{t\tau} \cdot \tau_{t(\varphi)}\right)^2} \right\rangle_{\min} \end{array} \right] \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (3 - 25)$$

Una vez efectuados los cálculos se grafica el crecimiento subcrítico de la grieta circunferencial para los tres árboles de los cinco molinos. En la Fig. 3-4 se muestran los resultados para los árboles superiores. El tamaño de la grieta inicial fue escogido igual a 0,05 mm, al igual que para la grieta semielíptica.

La detección de la grieta deberá ser garantizada antes de que alcance el tamaño máximo permisible. Si se designa al período de tiempo desde que surge la grieta hasta que esta alcanza un tamaño detectable por las técnicas de ultrasonido como t_d , y como t_p el tiempo para el cual la grieta alcanza un tamaño máximo permisible; entonces, se deberá realizar al menos una inspección en el intervalo $t_d < t < t_p$ si se quiere que la falla sea detectada antes de que alcance una magnitud crítica.

Afortunadamente el tiempo requerido para el crecimiento de la grieta desde su tamaño detectable hasta el tamaño máximo permisible es independiente del tamaño de la grieta inicial a_0 , el cual en la práctica es desconocido. Por lo que es posible diseñar un programa basado en un intervalo de tiempo máximo permisible interinspecciones.

La determinación del período de tiempo interinspecciones requiere no solamente del establecimiento de un tamaño de grieta máximo permisible, sino también de un tamaño mínimo detectable de grieta. Este último está definido por la tecnología de detección utilizada, la facilidad de acceso al lugar que se necesita inspeccionar, y la calificación y experiencia del personal a cargo de la operación. El CENEX, centro con gran experiencia en análisis ultrasónicos, considera que para el caso de los árboles de los molinos de caña $a_d = 4$ mm. Los valores obtenidos del tamaño máximo permisible de la grieta fueron dados en la Tabla 3-3.

Como $\overline{\Delta K}$ aumenta con la longitud de la grieta y como da/dN depende de ella, la razón de crecimiento de la grieta se acelera con el incremento de la dimensión del defecto. Esta situación obliga a utilizar un procedimiento de integración para poder conocer el tiempo que demora el crecimiento de la grieta. Para obtener dicho intervalo la ecuación (3-20) es reescrita como:

$$\Delta t_{max} = \frac{1}{1440 \cdot n_s \cdot C} \int_{a_d}^{a_p} \frac{da}{(\overline{\Delta K}_{eq})^n} \quad (3 - 26)$$

Para los árboles poco cargados donde se desarrollen inicialmente grietas semielípticas ocurrirá que los bordes de estas últimas entrarán en contacto con un tamaño menor que el máximo permisible. Por lo que el intervalo Δt_{max} estará dividido en dos fases. Una primera fase donde crecen las grietas

semielípticas y una segunda donde ocurre el crecimiento de la grieta circunferencial que surge de las grietas semielípticas. La expresión (3-26) deberá transformarse y plantearse como:

$$\Delta t_{max} = \frac{1}{1440 \cdot n_s \cdot C} \left[\int_{a_d}^{a_m} \frac{da}{(\overline{\Delta K}^S_{eq})^n} + \int_{a_m}^{a_p} \frac{da}{(\overline{\Delta K}^C_{eq})^n} \right] \quad (3 - 27)$$

La solución formal de la integral (3-27) es muy complicada, la integración numérica para su solución resulta más conveniente.

La ecuación (3-27) puede además ser empleada para el cálculo de la vida remanente de los árboles. Si una grieta de tamaño a_w es detectada durante la explotación del árbol, la vida remanente podrá conocerse cambiando el límite de integración inferior por este tamaño. Esto resulta sumamente útil, ya que se puede reemplazar estos elementos en el momento más ventajoso desde el punto de vista productivo; evitando paradas innecesarias y costosas.

Como se expresó, el factor de densidad de energía de deformación no ha sido empleado anteriormente en la evaluación del crecimiento de grietas en los molinos de caña de azúcar, éste permite predecir no solamente la razón de crecimiento de las grietas, sino también la inclinación que van experimentando durante su propagación, con respecto al plano inicial donde surgen. Se modelaron, utilizando este factor, los dos tipos de grietas tratadas anteriormente.

Para modelar el crecimiento y la dirección de la grieta bajo modos de carga combinados se selecciona el criterio basado en la densidad de energía de deformación alrededor del vértice de la grieta 91, 92. Su valor es expresado por:

$$S = A_{11} \cdot K_I^2 + 2 \cdot A_{12} \cdot K_I \cdot K_{II} + A_{22} \cdot K_{II}^2 + A_{33} \cdot K_{III}^2 \quad (3 - 28)$$

La grieta crecerá en la dirección donde exista el menor valor de la densidad de energía de deformación. Las condiciones para que ocurra el crecimiento de la grieta son:

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0 \quad \text{para } \theta = \theta_0 \quad (3 - 29)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} > 0 \quad \text{para } \theta = \theta_0 \quad (3 - 30)$$

El tamaño inicial de grieta seleccionado es igual a $a_0 = 0,05$ mm.

La longitud total de la grieta luego de i incrementos de grieta, es hallada por:

$$a_i = \sqrt{\left(\sum (a_0 + \Delta a_i \cdot \cos(\theta_{0i}))^2 + \sum (\Delta a_i \cdot \sin(\theta_{0i}))^2\right)} \quad (3 - 31)$$

Del análisis de los resultados se comprueba que aunque el modo de carga III influye en la razón de propagación de la grieta no interesa en el cálculo de la dirección en que ella se propaga.

Desde el punto de vista práctico el factor de intensidad de tensiones para el modo II de carga posee un valor muy pequeño para grietas de pequeño tamaño cuando es comparado con el factor de intensidad de tensiones para el modo I de carga. Debido a que la tensión tangencial radial no posee una gran magnitud para puntos próximos a la superficie.

En la Tabla 3-4 son mostrados los resultados obtenidos al iniciar los cálculos para el caso de la grieta circunferencial y en la Tabla 3-5 para el caso de la grieta semielíptica superficial para los tres árboles del molino considerado.

Según 32, al realizar una amplia caracterización sobre la falla de estos elementos, las grietas presentaron inclinaciones promedio que están en correspondencia con las inclinaciones promedio calculadas en este trabajo.

Los resultados obtenidos en el Capítulo III permitieron arribar a las siguientes conclusiones parciales:

1. La tecnología de la Mecánica de la Fractura Lineal Elástica y de la Mecánica Subcrítica resultan apropiadas para la predicción de la vida remanente, así como para el establecimiento de los períodos interinspecciones de los árboles de los molinos de caña de azúcar.
2. Los resultados obtenidos solo consideran la posibilidad de grietas en la zona del cambio en diámetro del collarín más cercano al acoplamiento cuadrado; la cual como se conoce, es la que acumula el mayor número de fallas para estos elementos. Para la confección de un plan de inspección general deberán analizarse las otras zonas del árbol que son propensas a fallas por fatiga y los aspectos económicos y de operación.
3. Existe una gran diferencia en la tolerancia de los árboles de los molinos a permitir grietas, los más críticos resultan ser los árboles superiores.

4. Con el objetivo de asegurar la integridad estructural de los árboles, deberán ser inspeccionados según los períodos de tiempo, en números de días en operación, que se indican a continuación:

Molino	Árbol		
	Superior	Bagacero	Cañero
1 y 4	186	586	No necesitan ser inspeccionados
2 y 3	235	761	
5	151	457	

5. Los árboles superiores trabajan bajo condiciones de cargas extremas, por tal motivo el período de tiempo que transcurre desde la aparición de una grieta en su superficie hasta que la misma alcanza el tamaño máximo permisible, es corto. Esto lleva a la necesidad de realizar inspecciones para ellos muy frecuentes, si se quiere evitar fallas por fatiga imprevistas. Por tal motivo deberá implementarse, en caso de que se requiera inspeccionar dentro del período de zafra, un método de inspección rápido y eficaz para evitar paradas prolongadas y minimizar los costos.

6. Es deseable desde el punto de vista técnico económico no realizar inspecciones a los árboles de los molinos durante el período de zafra. Para ello, deberá perfeccionarse la tecnología empleada de detección de grietas, de forma que el tamaño de grieta mínimo detectable sea menor.

7. Es posible tener un molino en operación con árboles agrietados para las posiciones inferiores, siempre y cuando se conozca el tamaño de la grieta, su razón de crecimiento y su tamaño máximo permisible utilizando la metodología propuesta. Por ejemplo, el árbol bagacero del primer molino con una grieta circunferencial de 20 mm, podrá utilizarse satisfactoriamente durante 130 días de operación antes de que la grieta alcance su tamaño máximo permisible. Aunque, es recomendable eliminar la grieta mediante maquinado y recuperar el árbol mediante soldadura lo antes posible, y de ese modo podrá ser utilizado durante mayor tiempo.

8. El factor de densidad de energía de deformación resulta apropiado para describir el proceso de propagación de grietas en árboles sometidos a flexión - torsión - fuerza de cortante. Tanto para grietas de tipo circunferencial como semielípticas.

9. A pesar de que la aplicación del criterio de densidad de energía de deformación es algo más complicado que el factor de intensidad de tensiones equivalente, brinda mayor información sobre el comportamiento de la grieta. La inclinación de la grieta puede ser conocida.

10. Una grieta superficial circunferencial en un árbol sometido a modo mixto de carga I – III siempre se propagará en el plano de la sección transversal. Mientras que una grieta semielíptica sometida a modo mixto de carga I – II – III comenzará a propagarse en dicho plano y posteriormente irá inclinando su trayectoria. Su desviación será más pronunciada en dependencia de la razón K_{II}/K_I .

11. Existe correspondencia entre las inclinaciones de grietas reportadas y los valores calculados. Por ejemplo, una grieta semielíptica en el árbol bagacero varía su inclinación desde 10° cuando posee una profundidad de 20 mm hasta una inclinación de 25° para una profundidad de 60 mm. Lamentablemente no se aclara en 32 la forma en que se midió dicha inclinación ni qué posición tenían los árboles en el molino.

CAPITULO IV. VALORACIÓN ECONÓMICA DE LA APLICABILIDAD DE LA METODOLOGÍA DE INSPECCIÓN ULTRASÓNICA.

El criterio que más se adecua para evaluar diferentes variantes de explotación de equipos o sistemas simples, que forman parte de un sistema mucho más complejo y para los cuales resulta prácticamente imposible precisar el valor de la producción realizada, es el Costo del Ciclo de Vida (CCV). El CCV no es más que una variante del Valor Actual Neto (VAN) en la cual se consideran los costos en que se incurren durante la vida útil del equipo o sistema. La variante que posea el menor valor del CCV es la más rentable.

Para este análisis, los costos que se consideran son únicamente los que están relacionados con el proceso de inspección ultrasónica, Además, el valor de la inversión inicial y el valor residual para todos los casos no se toman en cuenta. Estos últimos no intervienen en los cálculos de las distintas variantes, pues para cada una de ellas, el costo de adquisición de los árboles será el mismo y prácticamente poseerán el mismo valor residual al final de sus vidas útiles.

A modo de ejemplos los cálculos serán realizados para todos los árboles del tándem analizado en el cuerpo de la tesis. Para los árboles cañeros y de la maza alimentadora bastará con inspeccionarlos antes del montaje inicial, para descartar la posibilidad de grietas de tamaño apreciable en estos.

Las variantes a analizar son:

1. No se realiza inspección ultrasónica y, se cuenta con condiciones para realizar la reparación en caso de una rotura imprevista.
2. No se realiza inspección ultrasónica ni se cuenta con condiciones para realizar la reparación en caso de una rotura imprevista.
3. Es necesario realizar inspecciones en zafra para garantizar la integridad estructural de los árboles debido a que las condiciones de inspección ultrasónica y/o las características de operación del tándem así lo exigen.
4. Las condiciones de inspección ultrasónica y las características de operación del tándem permiten poder realizar inspecciones fuera del periodo de zafra.

Los valores de las variables necesarias en los cálculos se muestran en la Tabla 4-1. Los periodos de tiempo interinspecciones, en días en operación, para las variantes tres y cuatro, aparecen en la Tabla 4-2. Las fallas imprevistas se consideran que ocurren al expirarse la vida útil de cada árbol. Esta consideración está en estrecha concordancia con las observaciones de fallas en árboles de molinos.

Tabla 4-1 Variables necesarias en los cálculos

Variable	Símbolo	Valor	
Vida útil de la instalación en años	N	15	
Tasa de retorno anual de la inversión (%)	k	20	
Tasa de inflación general (%)	In	4	
Tasa de inflación aplicable a la energía (%)	ie	4	
Costo de la energía eléctrica (\$/kWh)	ce	\$ 0,088	
Tiempo promedio de parada forzosa por rotura de un árbol con condiciones preparadas (h)	tavr	Superior	inferiores
		8	12
Tiempo promedio de parada forzosa por rotura de un árbol sin condiciones preparadas (h)		20	
Salario (\$/t azúcar)	sp	24,60	
Costo unitario de una inspección ultrasónica (\$)	ci	50	

Tabla 4-2 Tiempo interinspección para las variantes 3 y 4.

Molino	Variante 3		Variante 4	
	A. Superior	A. Bagacero	A. Superior	A. Bagacero
1 y 4	88	280	186	586
2 y 3	111	365	235	761
5	70	219	151	457

Como se observa en los resultados obtenidos, la variante que menos costos genera a través del tiempo es la última. Por lo tanto, es la que menor costo del ciclo de vida posee con un valor de $CCV = 1\ 065$ USD. Elegir la variante 1 o la 2 es inadmisibles desde el punto de vista de una industria moderna y competente. El CCV de estas dos variantes es sumamente elevado, con valores de $3\ 330$ y $4\ 130$ USD respectivamente. La tercera variante no es desacertada del todo, pero su $CCV = 2\ 135$ USD, mayor que el que posee la última variante, deja en evidencia la desventaja de tener que realizar inspecciones dentro del periodo de zafra, aún siendo realizadas dentro de los periodos de paradas por mantenimiento. Como resultado de este análisis económico se comprueba la importancia de la utilización de la metodología propuesta en este trabajo para la determinación de los plazos interinspecciones más racionales y la acotación de los tamaños de grietas mínimas detectables y las máximas permisibles.

Del análisis económico realizado en el Capítulo IV se llega a la siguiente conclusión parcial:

1. Es factible económicamente realizar la inspección ultrasónica según los periodos de tiempo determinados en este trabajo, con un costo del ciclo de vida de $1\ 065$ USD. El cual es tres veces menor que el de la variante de esperar una falla imprevista con todas las condiciones preparadas.

3. Conclusiones.

Como resultado de las investigaciones teóricas y experimentales realizadas en el presente trabajo se pueden establecer las siguientes conclusiones:

1. Se precisó la expresión para el cálculo de la potencia total demandada por el molino, lo que permitió calcular con mayor exactitud el torque transmitido por la espiga cuadrada del árbol

superior, a partir del cálculo de la potencia demandada por la compresión del bagazo, la fricción entre los muñones y los cojinetes de apoyo, la fricción entre el bagazo y la cuchilla central, la fricción de los raspadores y la punta de la cuchilla central con las mazas, la maza alimentadora y el conductor intermedio; introduciendo en los cálculos las pérdidas que ocurren en los diferentes componentes del molino y en la transmisión.

2. Se elaboró un nuevo esquema de análisis para los árboles de los molinos de caña de azúcar incorporando las cargas fundamentales actuantes sobre estos y considerando el conjunto árbol – maza superior como una viga sobre fundación elástica constituida por el colchón de bagazo. Esta consideración permitió precisar el verdadero carácter de la reacción del colchón de bagazo sobre los rodillos del molino y sobre los árboles.
3. Se determinó experimentalmente el coeficiente de rigidez del bagazo α , para el cálculo de la reacción del colchón, de acuerdo con el esquema de análisis empleado. La ecuación de correlación obtenida permite calcular dicho coeficiente en función de la humedad del bagazo, el grado de fragmentación del bagazo, caracterizado por el número de orden del molino en el tándem, y la relación de compresión equivalente de este.
4. El empleo del esquema de análisis permite precisar, para un molino en particular, la relación de intensidad de carga hidráulica sobre la chumacera izquierda del árbol superior del molino, respecto a la intensidad de carga hidráulica sobre la chumacera derecha, obteniéndose conclusiones acerca de la relación de intensidad de carga hidráulica a emplear para lograr una compresión lo más uniforme posible del colchón a lo largo de la mazas. Lo anterior debe influir favorablemente en la extracción de jugo para la misma carga hidráulica total. La vía empleada para precisar la relación entre las intensidades de la carga hidráulica representa un aporte del trabajo.
5. Se determinó la flotación instantánea de la maza superior para un tándem típico de cinco molinos; lo que permitió obtener la razón de excentricidad instantánea del acoplamiento cuadrado y a su vez esto permitió calcular las fuerzas instantáneas de contacto y el torque instantáneo en la espiga cuadrada del árbol superior. Estos datos fueron utilizados en la confección de una historia de carga con cinco niveles discretos de carga, lo cual constituye un aporte del presente trabajo.
6. Se determinaron las expresiones para calcular las fuerzas internas y las tensiones en aquellas secciones de los árboles que se encuentran en la zona donde está colocada por interferencia la maza, mediante la determinación de la fracción de las diferentes fuerzas

internas que asimila la maza en dependencia de la rigidez relativa de la maza y el árbol. Estas expresiones no aparecen utilizadas en el cálculo de las tensiones en árboles en la literatura técnica consultada. De los resultados se aprecia que la maza del molino absorbe una parte importante de las fuerzas internas en esa zona.

7. Se obtuvieron las expresiones para calcular las componentes de la tensión tangencial que aparecen en la sección transversal de los árboles en las direcciones tangente al frente de la grieta y perpendicular a este, lo cual determina la existencia simultánea de los modos II y III de carga en un punto interior de la sección transversal agrietada del árbol. La existencia simultánea de los tres modos de carga no ha sido empleada con anterioridad al presente trabajo en cálculos de árboles basados en la Mecánica de la Fractura.
8. En el análisis del estado tensional, de un punto cualquiera de la zona de los árboles donde se monta la maza, se tomaron en cuenta las tensiones que se inducen en el árbol por la presión exterior que se genera al colocar la maza por interferencia, calculadas por las ecuaciones de Lamé para los cilindros de paredes gruesas. La incorporación de este elemento resulta novedoso en el cálculo de estos árboles.
9. Se determinaron experimentalmente las propiedades mecánicas del acero empleado en los árboles para diferentes posiciones radiales y se pudo precisar que no existen diferencias significativas en las propiedades locales del material del árbol para un nivel de confianza del 95%. La tenacidad a la fractura del material se estimó, para las propiedades mecánicas obtenidas, mediante la correlación clásica de Rolfe-Barsom.
10. Se elaboró un modelo para evaluar la resistencia residual y el crecimiento subcrítico de las grietas en los árboles de los molinos de caña de azúcar; teniendo en cuenta la combinación de los tres modos de carga presentes en el mismo y la superposición de los modelos de crecimiento desde una grieta superficial semielíptica, al inicio del proceso de fisuración, con el de una grieta circunferencial, a partir del momento en que se cierra en el perímetro la grieta semielíptica. La grieta circunferencial es la presente en el momento de la fractura en la totalidad de los árboles rotos por fatiga, según un volumen grande de observaciones realizadas. La combinación de estos dos modelos de crecimiento es novedoso en la Mecánica de la Fractura.
11. Por primera vez en la práctica se aplica el Modelo de Densidad de Energía de Deformación al análisis del crecimiento de las grietas en los árboles de los molinos de caña. La aplicación de este modelo permite pronosticar no solo los plazos de crecimiento, sino

también la orientación de la grieta. Los resultados obtenidos están en adecuada correspondencia con las observaciones realizadas en un volumen grande de árboles rotos por fatiga.

12. Del análisis de las distintas variantes de crecimiento de las grietas se observa que la grieta de mayor razón de crecimiento es la de tipo circunferencial. Aunque es la menos probable que ocurra, la determinación del período de tiempo interinspecciones debe ser fijado utilizando este modelo. Por otro lado, la vida remanente de un árbol agrietado debe ser calculada utilizando la variante que mejor se ajuste al tipo y cantidad de grietas que sean detectadas durante la inspección ultrasónica.
13. El período de tiempo interinspecciones deberá ser obtenido para cada tándem y características de operación en particular. Para el tándem en estudio, estos tiempos son iguales a la cantidad de días en operación que aparecen a continuación:

Árbol Molino	Superior	Bagacero	Cañero
1 y 4	186	586	No necesitan ser inspeccionados
2 y 3	235	761	
5	151	457	

Si el periodo de tiempo interinspección de algún árbol resulta menor que la duración de una zafra se necesitaría inspeccionar dicho árbol en zafra para garantizar su integridad estructural. Es deseable desde el punto de vista técnico económico que esto no ocurra. Para ello deberá perfeccionarse la tecnología empleada de detección de grietas, de forma que el tamaño de grieta mínimo detectable sea menor.

4. Referencias Bibliográficas.

1. Abon, J. F. "Utilization of hydraulic motors for the individual drive of sugar cane (mill rollers). Their results after three sugar cane crops", Proc. 19th Congress. ISSCT, 1987, p. 850-858.
2. Altshuler, T. L. "Fatigue: life predictions for materials selection and design". Metals Park, OH: American Society for Metals, cop, 1986. p. 321-386.

3. Anderson, S. I. and Loughran, J. G. "Mill roller design and operational stress rates", Proceeding of the Australian society of sugar Cane Technologists, Townsville, 1999, p. 301 – 306.
4. Anderson, T. L. "Fracture mechanics: fundamentals and applications". Boca Raton (FL): CRC Press, cop, 1991, p. 150-254.
5. Arvesa, A. "A comparison between a conventional and a press roller mill tandem", International Sugar Journal, 1992, 11, p. 111-112.
6. Bannantine, J. A. Comer, J. J. James L. "Fundamentals of metal fatigue analysis". Englewood Cliffs (NJ): Prentice Hall, cop, 1990. p. 210-401.
7. Barsom, J. M. and Rolfe, S. T. "Fracture and Fatigue Control in Structures", 2nd ed., Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J, 1987, p. 52-208.
8. Barsom, J. M. Rolfe, S. T. "Correlations between K_{Ic} and Charpy V-Notch test results in the transition-temperature range", Impact Testing of Metals, ASTM STP 466, American Society for Testing and Materials, 1987, p. 281 – 302.
9. Barsom, John M. "Fracture and fatigue control in structures: applications of fracture mechanics". Woburn (MA): Butterworth-Heinemann, 1999. p. 85-325.
10. Benthem, J. P., Koiter, W. T., "Asymptotic approximations to crack problems", Chapter 3, Mechanics of fracture 1, Method of Analysis and Solutions of Crack Problems, G. C. Sih, ed., Noordhoff International Publishing. Leyden, 1973, p. 131 – 178.
11. Broek, D. "Elementary Engineering Fracture Mechanics", 4th ed., Kluwer Academic Pubs. Dordrecht, the Netherlands. 1986, p. 15-186.
12. Broek, D. "Fracture Mechanics". / D. Broek. -- USA: Institute of the Chemical Process Industries. Inc, 1983, -571 p.
13. Broek, D. "The practical use of fracture mechanics". Dordrecht: Kluwer, cop. 1989. p. 211-369.
14. Brown, M. W. Miller, K. J. "Biaxial and multiaxial fatigue". London: Mechanical Engineering Publications, 1989. p. 100-340.
15. Brown, M. W., Miller, K. J., "Model I fatigue crack growth under biaxial stress at room and elevated temperature", ASTM STP 853, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, 1985, p. 135 – 152.
16. Buch, A. "Fatigue strength calculation". Trans Tech. Publications. 1988, p. 331 – 443.
17. Cabello Eras, Juan José. "Cinemática, transmisión de la carga; lubricación y resistencia superficial de las coronas de molinos de azúcar" / Juan José Cabello Eras; Jorge L. Moya

- Rodríguez tutor. __ Tesis de Doctorado. __ Cienfuegos: Dpto. Mecánica Teórica y Aplicada, 1999. __ 100p.
18. Cabello, J. Goytisoló, R. Y Moya, J. “Analysis of the lubrication of gears in sugar cane mills”. Proceedings of 16th Canadian Congress of Applied Mechanics. Québec. 1997, p. 46 – 50.
 19. Campos, Y. “Perfeccionamiento del diseño de los acoplamientos cuadrados para molinos de caña”/ Yamill S. Campos Pérez; Rosendo Franco Rodríguez y Jorge Laureano Moya Rodríguez tutores. __ Tesis de doctorado. __ UCLV: Departamento de Mecánica Aplicada y Dibujo, 2001. __ 90p.
 20. Chand, S. and Garg, S. B. L., “Crack Closure Studies Under Constant Amplitude Loading”, Engineering Fracture Mechanics, 18, 1983, pp. 333-347.
 21. Chang, J. B. and Rudd, J. L. “Damage Tolerance of Metallic Structures: Analysis Methods and Applications, ASTM STP 842, Am. Soc. For Testing and Materials, West Conshohoken PA. 1984, p. 36-190.
 22. Dally, J. W. “Experimental stress analysis”. New York: McGraw-Hill, cop. 1991, p. 20-90.
 23. Dillon, B. Number one mill low speed gearbox failure at pioneer mill. Proceeding of Australian Society of Sugar Cane Technologist. (Australia): p. 187-190, 1984.
 24. Dobrovolski, V. Elemento de máquinas. / V. Dobrovolski. __ Moscú: Editorial MIR. 1970. __ 693p.
 25. Donahue, R. J., et. al.”Crack Opening Displacement and the rate of fatigue Crack Growth”, International Journal of Fracture Mechanics, 8, 1972, pp. 209-219.
 26. Dowling, N. E. “Mechanical behaviour of materials: engineering methods for deformation, fracture, and fatigue”. Upper Saddle River (NJ): Prentice Hall, cop. 1999. p.239-550.
 27. Elber, W. “Equivalent Constant-Amplitude Concept for Crack Growth Under Spectrum Loading”, Fatigue Crack Growth Under Spectrum Loads, ASTM STP 595, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, Pa., 1976, pp. 236-250.
 28. Elber, W. “Fatigue Crack Closure Under Cyclic Tension”, Engineering Fracture Mechanics, 2, 1970, pp. 37-45.
 29. Erdogan, F., “Stress Intensity Factor”, Journal of Applied Mechanics, 50, pp. 992-1002. 1963.
 30. Ferdinand, L. Singer, A. “Strength of materials”. New York (NY): Harper & Row, cop., 1980, p. 120-280.
 31. Fernández, F. “Sistema automatizado para el trazado del molino de caña de azúcar”/ Feliberto Fernández Castañeda; Rosendo Franco Rodríguez tutor. Tesis de Doctorado __ UCLV: Departamento de Mecánica Aplicada y Dibujo, 2000. __ 100p.

32. Fernández, G. S. “Investigación sobre el origen y desarrollo de la falla en árboles de molinos de centrales azucareros”. Tesis en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Técnicas. 1982, _161 p.
33. Fisher, J. W. *Fatigue and Fracture in Steel Bridges: Case Studies*, John Wiley, New York, NY. 1984, p. 6-86.
34. Fong, J. T. “Fatigue Mechanisms”, ASTM STP 675, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, Pa. 1979, p. 32-220.
35. Foreman, R. G., et al.”Development of the NASA/FLAGRO Computer Program”, *Fracture Mechanics: Eighteenth Symposium*, Read, D. T. and Reed, R. P., ASTM STP 945, Am. Soc. For Testing and Materials, West Conshohocken, PA, 1988, pp. 781-803.
36. Foreman, R. G., Kearney, V. E. and Engle, R. M. “Numerical Analysis of Crack Propagation in Cyclic-Loaded Structures”, *Journal of Basic Engineering*, 89, 1967, pp. 459-464.
37. Gao, H., Alagok, N., Brown, M. W., Miller, K. J., “Growth of fatigue cracks under combined Mode I and Mode II loads”, ASTM STP 853, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, 1985, p. 184 – 202.
38. Goytisoló Betancourt, Eldis Rafael. *Teoría y aplicaciones de la Mecánica de la Fractura al análisis de fallas en piezas de máquinas.*/ Eldis Rafael Goytisoló Betancourt. Rafael Goytisoló Espinosa, Tutor. —Trabajo de Diploma, Cienfuegos: Universidad de Cienfuegos, 1997. —133h.
39. Herrera, E. “Roturas de Guijos”. *Memorias ATAC. 29 Conf. Anual. La Habana. No. 11, 1956*, p. 323-335.
40. Hofer, K. E. Equations for fracture mechanics. *Machine Design (USA)*, 40; (3): p. 103-113, 1968.
41. Hoshide, T., Socie, D. F., “Crack nucleation and growth modeling in biaxial fatigue”, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 29, 1988, p. 287 – 299.
42. Hugottt, E. *Manual para ingeniero Azucareros* / E. Hugottt. __ México: Compañía Editorial Continental, S.A, 1974. __ 803p.
43. Hurd, N. J., Irwing, P. E., “Factors influencing propagation of mode III fatigue cracks under torsional loading”, ASTM STP 761, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, 1982, p. 212 – 233.
44. Imhoff, E. J. and Barsom, J. M. “Fatigue and Corrosion-Fatigue Crack Growth of 4340 Steel at Various Yield Strengths”, *Progress in Flaw Growth and Fracture Toughness Testing*, ASTM STP 536, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1973, pp. 182-205.

45. Iwadate, T. Tanaka, Y. Takemata, H. “Prediction of fracture toughness K_{Ic} transition curves of pressure vessel steels from Charpy V-Notch impact test results”, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 116, 1994, p. 353 – 357.
46. Jenkins, G.H. *Introducción a la tecnología del azúcar de caña* / G. H. Jenkins. _ La Habana: Edit. Ciencia y técnica, 1971. _ _ 568p.
47. Juvinall, R. C. “Fundamentals of machine Component design”. John Wiley & Sons, Inc. 3rd Edition. 2000. p. 888.
48. Kanninen, M. F Popelar, C. H. “Advanced fracture mechanics”. New York: Oxford University Press, 1985. p. 149-380.
49. Kokanda, S. “Fatigue Failures of Metals”, Sijthoff and Noordhoff, Alphen ann den Rijn, The Netherlands, 1978, p. 34-108.
50. Lafargue, F. Rodríguez, C. “Influencia de la velocidad de deslizamiento en el consumo de potencia de las chumaceras de los cilindros de caña”, *Revista Centro Azúcar*, (3), 2001, p. 33 – 36.
51. Lewinski, J. y Baquero. “Análisis de las nuevas transmisiones para molinos azucareros”. (CIATEQ). XVI Convención nacional. Asociación de Técnicos Azucareros de México. AC (ATAM), 1990, p. 118-129.
52. Lewk, H. J. “Mechanical and performance characteristics of the self-setting mill”. *International Sugar Journal*, Sept. 1986.
53. Liebowitz, H., Lee, J. D., Eftis, J. “Biaxial load effects in Fracture Mechanics”, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 10, 1978, p. 315 – 335.
54. Lindley, T. C. and Richards, C. E. “The Relevance of Crack Closure to Fatigue Crack Propagation”, *Materials Science and Engineering*, 14, 1974, pp. 281-293.
55. Liu, A. F., Allison, J. A., Dittmer, D. F., Yamane, J.R., ”Effect of biaxial stresses on crack growth”, *ASTM STP 677*, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, 1979, p. 5 – 22.
56. López, S. y Beckwith, B. “Coronas de molinos azucareros”. *Boletín Geplacea*. Vol. IX, No 4 Abril, 1992.
57. Loughran, J. G., Ritchie, W. H. and Refalo, B. “Stress and durability modeling of sugar mill rolls”, *Proceeding of the Australian society of sugar Cane Technologists*, James Cook University of North Qld., 1995 , p. 352 – 357.

58. Maddox, S. J. "The effect of Mean Stress on Fatigue Crack propagation. A literature review", *International Journal of Fracture*, 11, 1975, p. 389-408.
59. McEvelly, A. J. and Groeger, J. "On the Threshold for Fatigue-Crack Growth", Fourth International Conference on Fracture, Vol. 2, University of Waterloo Press, Waterloo, Canada, 1977, pp.1293-1298.
60. Meade, George P. *Manual del azúcar de caña / George P. Meade.* __ La Habana: Edición Revolucionaria, 1967. __ 940p.
61. Miner, M. A. "Cumulative Damage in Fatigue", *Journal of Applied Mechanics*, 12, 1945, pp. A159-A164.
62. Moya, J. "Diseño de coronas de molinos de caña de azúcar". Tesis de Doctorado. UCLV. 1994. _100p.
63. Moya, J. Importancia del diagnóstico en la industria azucarera. *Construcción de Maquinaria.* (Santa Clara), 8; (1): 1993.
64. Muñoz, G. Lewinski J. Análisis del comportamiento mecánico de un molino cañero. *International Sugar Journal.* Vol. 98, N° 1172 S, 1992, p.386-390.
65. NC 07 – 22 "Elementos de Máquina para transmisión de Movimientos. Guijos". Especificaciones de calidad, 1985.
66. Negrín, L. "Geometría y cinemática de engranajes que trabajan con distancia entre centros variable"/ Luis Iván Negrín Hernández; Rosendo Franco Rodríguez tutor. Tesis de Doctorado. __ UCLV: Departamento de Mecánica Aplicada y Dibujo, 1999. __ 100 p.
67. Negrín, L y Franco, R. "Cálculo de engranajes con variación de la distancia entre centros", *Actas del III Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, La Habana, 1997.*
68. Nelson, D. V."Review of Fatigue-Crack-Growth Prediction Methods", *Experimental Mechanics*, 17, 1977, pp. 41-49.
69. Okamura, H., Tanaka, H. and Terao, M. (1972). Square box couplings in cane mill drivers, Parts 1 and 2. *International Sugar Journal*, 1972, 291-293 and 323-327.
70. Osping C. Y. and Pérez, C. F. "Conversion of a mill from three to four rollers", *International Sugar Journal*, 1991, 108, (8), p.6-9.
71. Otsuka, A., Mori, K., Miyaa, T., "The condition of fatigue crack growth in mixed mode condition", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 7, 1975, p. 427 – 439.
72. Otsuka, A., Tohgo, K, and Skjolstrup, C. E., "Fatigue crack growth in high strength aluminum alloy weldments under Mode II loadings", in *The Mechanism of Fracture*, ASM International, Materials Park, Ohio, 1986, p. 265 – 275.

73. Paris, P. C. "Twenty Years of Reflection on Questions Involving Fatigue Crack Growth", Fatigue Thresholds, J. Backlund, and C. J. Beevers, Chamelem, London, 1982, pp. 3-10.
74. Paris, P. C., Bucci, R. J., Wessel, E. T., Clark, W. G., Jr., and Mager, T. R., "An extensive Study on Low Fatigue Crack Growth Rates in A533 and A508 Steels", Stress Analysis and Growth of Cracks, Part I, ASTM STP 513, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, Pa., 1972, pp. 141-176.
75. Petit, J. et. al."Fatigue crack growth under variable amplitude loading". London: Elsevier, cop., 1988. p. 100-367.
76. Petrak, G. J. and Gallagher, J. P. "Prediction of the Effect of Yield Strength on Fatigue Crack Growth Retardation in HP-9Ni-4Co-30C Steel", Journal of Engineering Materials and Technology, 97, pp. 206-213. 1975.
77. Pisarenko, G.S. Manual de Resistencia de Materiales./ G.S. Pisarenko, A.P. Yakovlev, V:V Matvéev.-- Moscú: Editorial MIR, 1985.-- 695 p.
78. Plumbridge, W. J. "Review: Fatigue Crack Propagation in Metallic and Polymeric Materials", Journal of Materials Science, 7, 1972, pp. 939-962.
79. Priddle, E. K. "High Cycle Fatigue Crack Propagation Under Random and Constant Amplitude Loadings" International Journal of Pressure Vessels and Piping, 4, 1976, pp. 89-117.
80. Probst, E. P. and Hillberry, B. M. "Fatigue Crack Delay and Arrest Due to Single Peak Tensile Overloads", AIAA Journal, 12, 1974, pp. 330-335.
81. Reddy, S. C., Fatemi, A., "Small crack growth in multiaxial fatigue", ASTM STP 1122, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, 1992, p. 276 – 298.
82. Reid, M. J. "Possible causes of recent roll shaft failures in South African sugar mill", Proceeding of the XX ISSCT Congress, 12-21 Oct. 1989, Sao Paulo. Brazil.
83. Ritchie, R. O., McClintock, F. A., Tschegg, E. K., Nayeb-Hashemi, H., "Mode III fatigue crack growth under combined torsional and axial loading", ASTM STP 853, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, 1985, p. 203 – 227.
84. Rodríguez, A. "Tribología de las coronas de molinos de caña de azúcar". Tesis de Maestría. UCLV. 1997._100 p.
85. Rodríguez, A. Álvarez, E. Rodríguez, C. "Fricción en las coronas de molinos". Ingeniería Mecánica. Vol. I No. 1. 1998, p. 42 – 46.
86. Satyanarayana, K. "Methods of improving mill extraction", International Sugar Journal, 1986, 11, (4), p.9-11.

87. Schijve, J. "Four Lectures on Fatigue Crack Growth", *Engineering Fracture Mechanics*, 11, 1979, pp. 167-221.
88. Shewale, P. K. And Patil, A. R. "Some aspects relating to reduction in the moisture content of bagasse by efficient milling operation", *International Sugar Journal*, 1987, 12, (9), p.9-11.
89. Shields, J. B. "Some recent developments in sugar cane mills", *International Sugar Journal*, 1986, 10, (4), p.8-12.
90. Shigley, J.E. y Mischke, Ch. R. "Mechanical Engineering Design". Sexta Edición. Boston: Mc Graw Hill, 2001.--1248p.
91. Sih, G- C. and Barthelemy, B. M. "Mixed Mode Fatigue Crack Growth Predictions", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 13, 1980, pp. 439 – 451.
92. Sih, G. C. "Experimental evaluation of stress concentration and intensity factors: useful methods and solutions to experimentalists in fracture mechanics". The Hague: Nijhoff, 1981. p. 140-364.
93. Sih, G. C. "Mechanics of Fracture, Vol. 1, Noordhoff International Publishing, Leyden, 1973, pp. 23 – 44.
94. Socie, D. F. and Marquis G. B. "Multiaxial Fatigue". Society of Automotive Engineers. 2000. pp. 232 – 272.
95. Socie, D. F., Hua, C. T., Worthem, D. W., "Mixed mode small crack growth", *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 10, 1987, p. 1 – 16.
96. Spotts, M. F. "Design of machine elements". Prentice-Hall, Inc. 6th Edition, 1985, _730 p.
97. *Stress Intensity Factors Handbook*, Y. Murakami, editor-in-chief, Pergamon Press. Oxford, Vols. 1 y 2, 1987; Vol.3, 1992. _215 p.
98. Suresh, S. "Fatigue of Materials", Cambridge University Press, Cambridge, UK. 1991.
99. Tada, H. Paris, P. C. Irwin, G. R. "The stress analysis of cracks handbook". St. Louis (MO): Del Research Corporation, 1973. p. 452-620.
100. Tanaka, K., "Fatigue propagation from a crack inclined to the cyclic tensile axis", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 6, 1974, p. 493 – 507.
101. Tanaka, K., Akiniwa, Y., Yu, H.C., "Near-Threshold propagation of circumferencial fatigue cracks in steel bars under torsional loading", *International Conference on Mechanical Behavior of Materials, ICMM'97*, 1997, p. 313 – 317.

102. Tanaka, K., Matsuoka, S., Kimura, M., "Fatigue strength of 7075-T6 aluminum alloy under combined axial and torsion", *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 7, No. 4, 1984, p. 195 – 211.
103. Taylor, D. "A compendium of fatigue thresholds and growth rates". Engineering Materials Advisory Services LTD, London, United Kingdom, 1985. p. 38.
104. Timoshenko, S. "Strength of materials". Malabar, FL: Krieger. 1984. p. 80-182.
105. Tosio, C.T. "Sugar Mill Drive Couplings an alternative designs". Proceedings of XXI Congress of the International Sugar Cane Technologists. 5-14 Marzo 1992. Bangkok Thailand. Vol.3 p. 807-817.
106. Towers, O. L. "Tests for fracture toughness and fatigue assessment: a compilation of stress intensity, compliance, and elastic n factors". Abington: Welding Institute, cop. 1985. p.50-84.
107. Troshenko, V.I. Resistencia a la fatiga de los metales y aleaciones. / V.I. Troshenko, L.A. Sosnovskij.-- Kiev: Editorial Naukova Dumka, 1987.-- 505 p. (En ruso).
108. Tschegg, E. K., "Mode II and Mode I Fatigue crack propagation under torsional loading," *Journal of Materials Science and Engineering*, Vol. 18, No. 6, 1983, p. 1604 – 1614.
109. Tweed, J., Rooke, D. P., "The torsion of a circular cylinder containing a symmetric array of edge cracks", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 10, 1972, p. 801 – 812,
110. Veloz Rodríguez, Yoelvis. Esquema de análisis del Guijo Superior del Molino de Caña de Azúcar. / Yoelvis Veloz Rodríguez. Rafael Goytisol Espinosa, Tutor. —Trabajo de Diploma, Cienfuegos: Universidad de Cienfuegos, 1996. —76 p.
111. Walker, K. "The Effect of Stress Ratio During Crack Propagation and Fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 Aluminum", *Effects of Environment and Complex Load History on Fatigue Life*, ASTM STP 462, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, Pa, 1970, pp 1-14.
112. Wallin, K. et. al."Automatic fracture toughness testing system at the Technical Research Centre of Finland". Espoo, 1984, p. 32-148.
113. Weertman, J. "Fatigue Crack Propagation Theories", *Fatigue and Microstructure*, American Society for Metals, Metals Park, Ohio, 1979, pp. 279-306.
114. Wendel L. "Transmisiones hidrostáticas para molinos de caña: una alternativa para las transmisiones tradicionales movidas por vapor". *J. Amer. Soc. Sugar. Cane. Tech.* Vol. 15, 1995, p. 82-92.
115. Wheeler, O. E. "Spectrum Loading and Crack Growth", *Journal of Basic Engineering*, 94, 1972, pp. 181-186.

116. Willenborg, J., Engle, R. M., Jr., and Wood, R. A. "A Crack Growth Retardation Model Using an Effective Stress Concept", Air Force Flight Dynamics Laboratory Report AFFDL-TM-71-1-FBR, January 1971, 37 p.
117. Zhizhong, H., Lihua, M., Shuzhen, C., "A study of shear fatigue crack mechanisms", Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, Vol. 15, No. 6, 1992, p. 563 – 572.

Caso No. 5 Evaluación de la Fractura por Fatiga del Cigüeñal del Motor Diesel de la Moto Nave “Mar del Sur”.

Autores:

Dr. Rafael A. Goytisoló Espinosa¹, Ing. Juan G. Noa Aguila², Dr. Nelson Arzola de la Peña³, Dr. Luis Castellanos González⁴, Ing. Hernán Hernández Herrera⁵, Ing. Leyne López Torres⁶, Lic. Ariel Fernández Cañizares⁷

1. Profesor Titular, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
2. Profesor Instructor. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
3. Profesor Asistente, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
4. Profesor Auxiliar, Dr. en Ciencias Técnicas. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
5. Profesor Instructor. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos.
6. Estudiante 4º. Año. Facultad de Mecánica. Universidad de Cienfuegos
7. Profesor Instructor. Facultad de Humanidades. Universidad de Cienfuegos

1. Introducción

El 15 de diciembre del 2001 se produjo la fractura del cigüeñal de uno de los motores de la Moto Nave “Mar del Sur” de la Empresa Equital de Cienfuegos. Ese día, a las 7:55 AM se había producido una operación de atraque por babor, en la rampa del muelle de la bahía; “Little Bay” en la Isla Montserrat del Mar Caribe. A las 10:45 AM, al arrancar de nuevo los motores se observó un ruido anormal en el trabajo del cigüeñal del motor averiado y se procedió a detener la marcha del mismo. El motor había sido recientemente reparado, colocándole un cigüeñal nuevo adquirido en Canadá, el cual tenía solo 91 días de explotación después de la reparación. Es el segundo cigüeñal que se rompe después de una reparación y ambos por la misma sección. Se sospecha que el material de los cigüeñales que se están suministrando por la comercializadora Canadiense, no satisface los requerimientos de resistencia de dichos motores. La Empresa solicitó los servicios del Centro Experimental de la Construcción y el Montaje, CENEX de la CEN de Juragua y éste a su vez los de la Facultad de Mecánica de la Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez” para realizar una Investigación Conjunta que condujera a cumplimentar los siguientes objetivos:

1. Determinar la magnitud y el carácter de la variación de las tensiones que surgen en la zona del cachete donde se produce la fractura.
2. Evaluar la resistencia a la fatiga de dicha zona de acuerdo a las características obtenidas en la investigación del material.
3. Servir de contraparte en la demanda de la Empresa Equital de Cienfuegos a la Empresa Camagüey Diesel

2. Desarrollo

2.1 Datos del Motor.

El motor es Diesel de 8 cilindros en línea, de dos tiempos, fabricado por la División: Detroit Diesel Allison, de la Corporación: General Motors, de los Estados Unidos de América.

No se posee la característica exterior de velocidad del motor, ni su diagrama indicado. Solo se dispone de sus parámetros nominales.

$$N_{\text{nom}} = 480 \text{ H.P} = 487 \text{ C.V.}$$

$$n_{\text{nom}} = 1\ 500 \text{ rpm}$$

2.2 Características de la fractura.

En las Figs. 1 a) y 1 b) se muestran vistas de la grieta de fractura, observadas desde ambos lados del muñón de biela y en las Figs. 1 c) y 1 d) se muestran vistas del aspecto externo de la zona fracturada en ambas partes del cigüeñal.

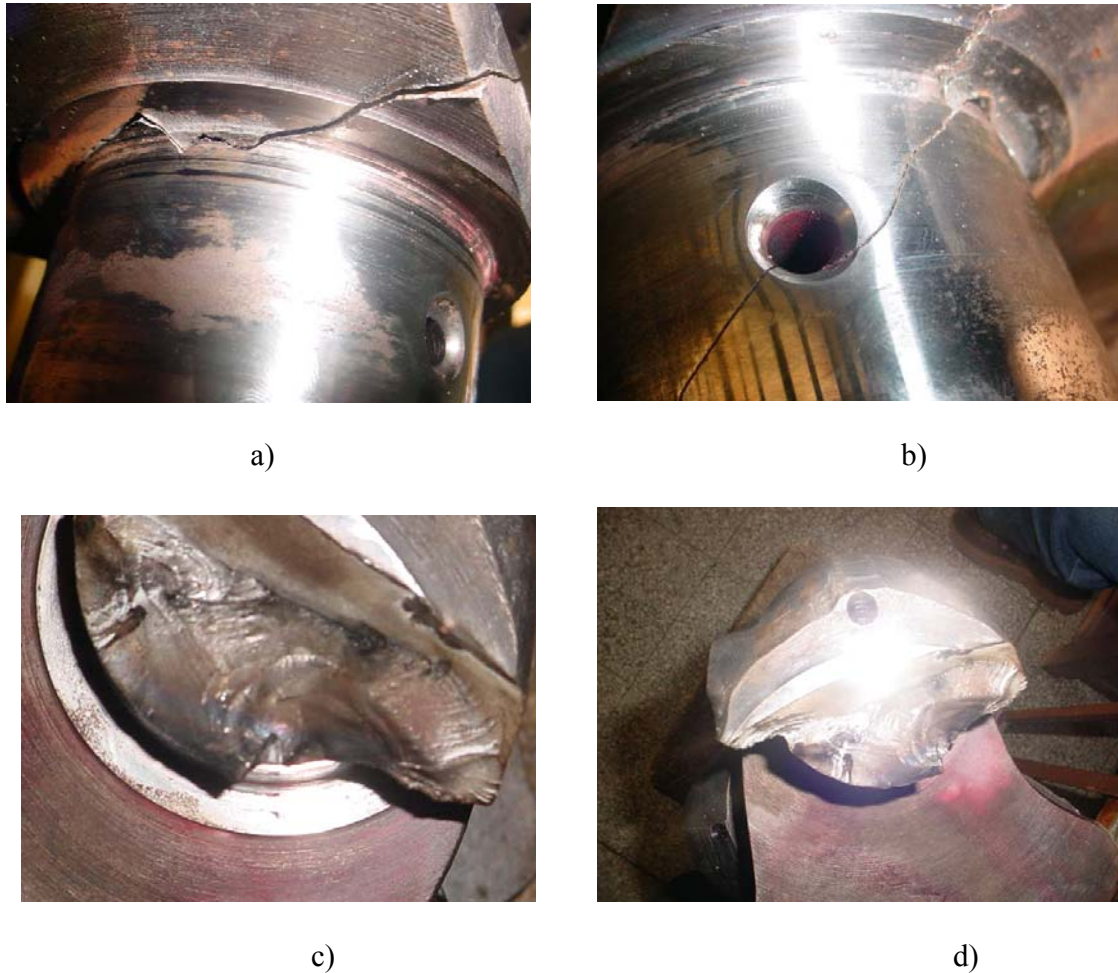


Fig. 1 Vistas de la grieta de la fractura y del aspecto externo de la zona fracturada

La fractura como se observa está localizada en el cachete del extremo de salida del cigüeñal en la zona de solape de los muñones de apoyo y de biela. En la Fig. 2 se ha dibujado la grieta de fractura en dicha zona del cachete para que se comprenda la ubicación de la misma.

2.3 Cálculo térmico del motor y construcción del diagrama indicado

Para poder realizar el cálculo de las fuerzas sobre el cigüeñal es necesario conocer el diagrama indicado del motor. Para obtenerlo se procedió a realizar el cálculo térmico del mismo, de donde se obtuvo el diagrama indicado. Se partió de un combustible Diesel típico con índice de cetano de 45, cuya composición elemental en fracciones molares es $C \cong 0,87$, $H \cong 0,126$ y $O \cong 0,004$, de masa molecular $m = 190 \text{ kg/kmol}$ y un valor calórico $H = 42\,000 \text{ kJ/kg}$ [1]. La cámara de combustión es del tipo no separada. En la Tabla N°1 se muestran los resultados del cálculo térmico del motor, utilizados para la construcción del diagrama indicado, de acuerdo con la metodología expuesta en [1]

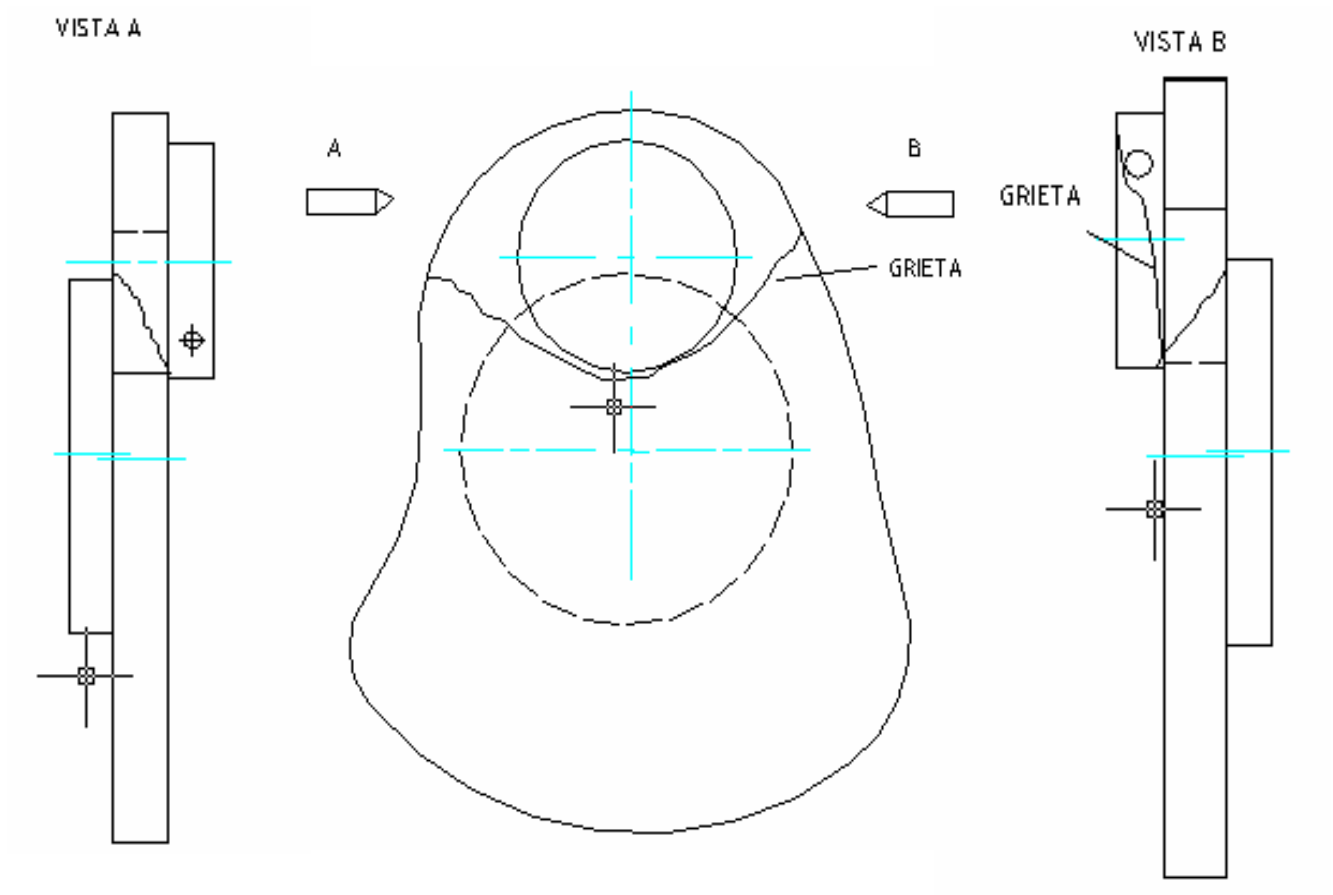


Fig. 2 Esquema de la grieta en el cachete del cigüeñal

Al construir el Diagrama Indicado se consideró que el escape de los gases en los motores de dos tiempos se comienza cuando la presión en el cilindro en la expansión alcanza un valor de $P = 3$ a $5 \text{ kgf/cm}^2 \cong 0,3$ a $0,5 \text{ MPa}$.

En la Fig. 3 se muestra el Diagrama Indicado obtenido en función del ángulo de giro del cigüeñal con relación al punto muerto inferior. En el propio diagrama se muestran las fracciones de la presión máxima de los gases $P_g = 9 \text{ MPa}$ obtenidas para los diferentes puntos característicos del diagrama.

Tabla N° 1 Resultados del cálculo térmico del motor	
Parámetro	Valor
Relación de compresión	$\varepsilon=16$
Coefficiente de exceso de aire	$\alpha= 1,5$
Presión ambiente	$P_0 = 0,1 \text{ Mpa}$
Temperatura ambiente	$T_0 = 298 \text{ °K}$
Densidad de la mezcla	$\rho_0 = 1,17 \text{ kg/m}^3$
Presión de los gases residuales	$P_r = 0,115 \text{ Mpa}$
Temperatura de los gases residuales	$T_r = 800 \text{ °K}$
Incremento de la temperatura de la mezcla, por caldeo	$\Delta T = 25 \text{ °K}$
Caída de presión en la admisión	$\Delta P_a = 0,005792$
Presión en la admisión	$P_a 0,094 \text{ Mpa}$
Coefficiente de gases residuales	$\gamma_R = 3,35$
Temperatura al final de la admisión	$T_a = 339$
Coefficiente politrópico del proceso de compresión	$n_1 = 1,35$
Presión teórica al final de la compresión	$P_c = 3,97 \text{ Mpa}$
Presión real al final de la compresión producto del inicio adelantado de la combustión	$P_c' = 4,50 \text{ Mpa}$
Cantidad teórica de aire requerido para la combustión de un kilogramo de combustible	$L_0 = 0,495 \text{ kmol/kg}$
Cantidad real de aire teniendo en cuenta el coeficiente de exceso de aire	$M_l = 0,063 \text{ kmol/kg}$
Cantidad de CO ₂ producto de la combustión	$M_{CO_2} = 0,0725 \text{ kmol/kg}$
Cantidad de N ₂ producto de la combustión	$M_{N_2} = 0,587 \text{ kmol/kg}$
Cantidad de O ₂ producto de la combustión	$M_{O_2} = 0,052 \text{ kmol/kg}$
Cantidad total de productos de la combustión	$M_2 = 0,775 \text{ kmol/kg}$
Coefficiente teórico de transformación molecular	$\mu_0 = 1,043$
Coefficiente efectivo de transformación molecular	$\mu = 1,042$
Temperatura de los gases al final de la combustión	$T_z = 1950 \text{ °K}$
Presión real al real final de la combustión	$P_z' = P_z = 9 \text{ MPa}$
Relación de incremento de la presión	$\lambda = 2,27$
Posición angular del máximo de presión P_z	$\alpha_z = 12,5^\circ$
Coefficiente politrópico del proceso de expansión	$n_2 = 1,25$
Coefficiente de expansión previa	$\rho = 1,0001$
Coefficiente de expansión ulterior	$\delta = 15,998$
Presión al final de la expansión	$P_e = 0,28 \text{ MPa}$
Temperatura al final de la expansión	$T_e = 975 \text{ °K}$
Temperatura real de los gases residuales	$T_r' = 725 \text{ °K}$
% de diferencia entre T_r y T_r'	$\Delta = 9,38 \%$

Como la diferencia entre T_r y T_r' es menor que el 10 % los cálculos realizados se pueden considerar aceptables.

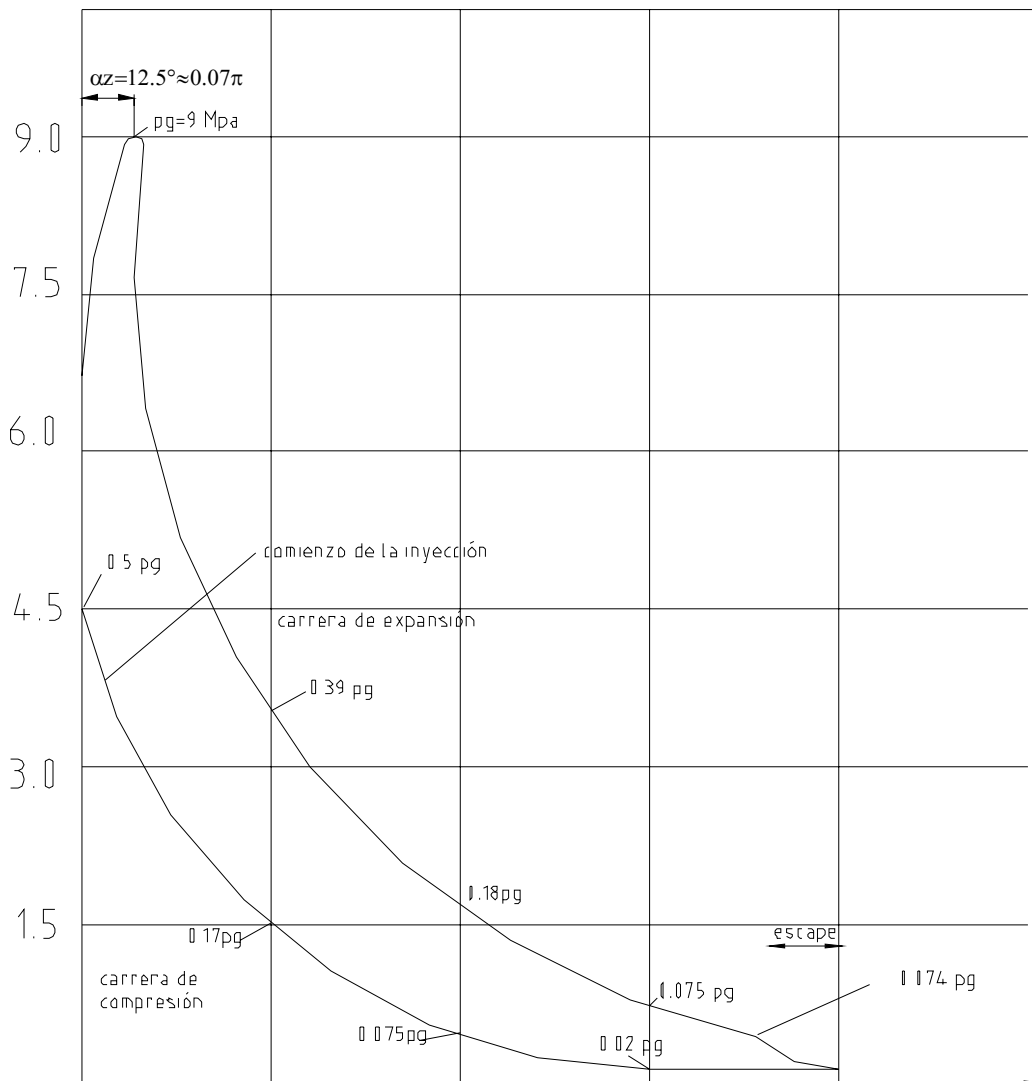


Fig. 3 Diagrama indicado del motor

2.4 Cálculo del torque nominal de salida del cigüeñal

El torque nominal de salida del cigüeñal se puede calcular en función de la potencia nominal y la velocidad de giro nominal por la expresión.

$$M_i = 71620 \cdot \frac{N(C.V)}{n(rpm)} \quad \text{kgf} - \text{cm}$$

Donde:

$$N = 480 H.P \cdot 1,014 \frac{C.V}{H.P} = 487 C.V$$

$n = 1500 \text{ rpm}$

Sustituyendo.

$$M_t = 71620 \cdot \frac{487}{1500} = 23253 \text{ kgf} - \text{cm} = 228 \text{ kN} - \text{cm}$$

2.5 Dimensiones fundamentales del codo del cigüeñal donde se produjo la fractura

En la Fig. 4 se muestra un esquema del codo del cigüeñal con las dimensiones fundamentales necesarias para el cálculo de las fuerzas. Se muestra en esa propia figura la posición del centro de masa del cachete obtenida a través del dibujo del mismo y el cálculo correspondiente usando el sistema AUTOCAD

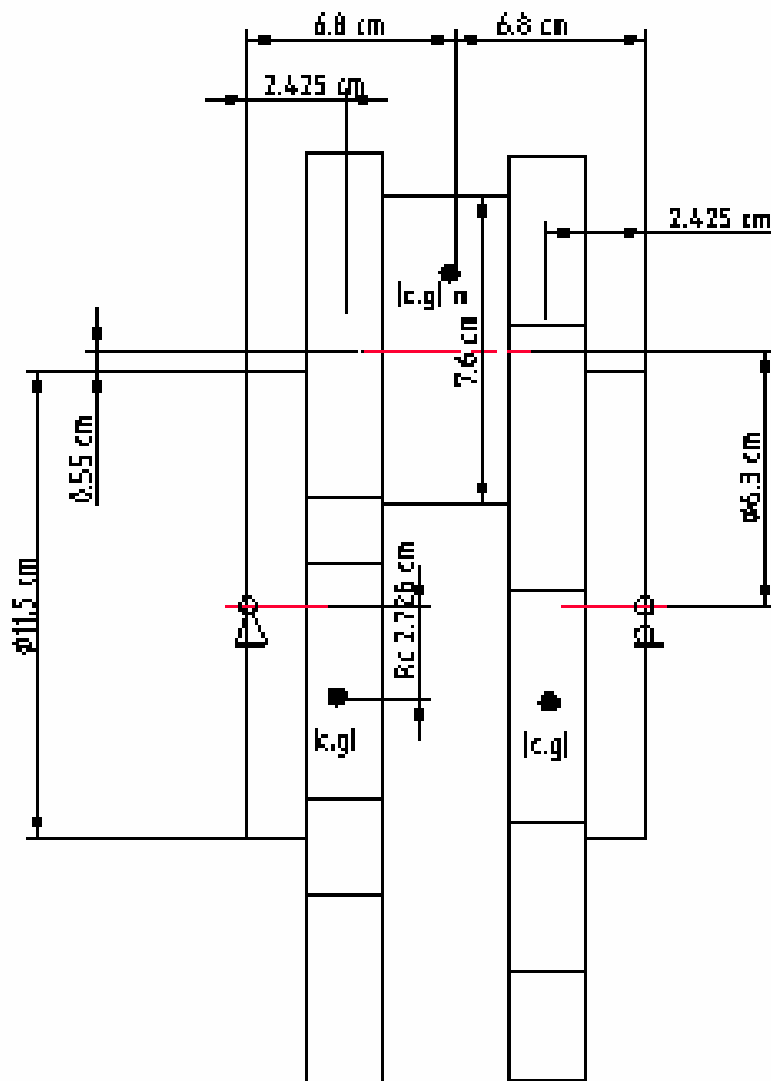


Fig. 4 Dimensiones fundamentales del codo del cigüeñal

2.6 Dimensiones y masas del pistón, la biela y el cachete

El diámetro del pistón fue medido, obteniéndose $d_p = 10,7$ cm, la longitud de la biela L igualmente fue medida, obteniéndose $L = 25$ cm. El conjunto biela pistón fue pesado obteniéndose una masa total $m_p + m_b = 6,4$ kg. La parte de la biela que se carga al muñón de biela del cigüeñal para el cálculo de la correspondiente fuerza de inercia del muñón se obtuvo mediante pesaje, tal como se muestra en la Fig. 5 y se obtuvo $m_{pb} = 1,9$ kg. La masa del pistón y de la cabeza de la biela necesaria para calcular las fuerzas de inercias a ubicar en el pasador del pistón se hallaron por diferencia $m_p + m_{cb} = 6,4 - 1,9 = 4,5$ kg.

La masa del cachete fue obtenida por AUTOCAD, m_c 4,4 kg, al igual que la del muñón $m_m = 3,5$ kg

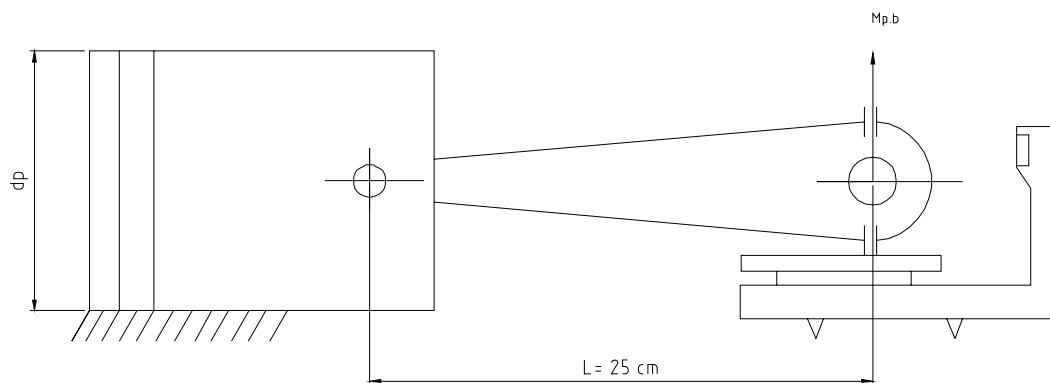


Fig. 5 Esquema del pesaje para determinar la parte de la biela que carga al muñón de biela

2.7 Material del Cigüeñal.

El análisis químico de una muestra del metal y las observaciones metalográficas confirman que se trata de un acero al carbono grado 30, con un tratamiento termoquímico superficial en la zona de los muñones. Las mediciones de dureza en las vecindades de la zona fracturada arrojan un valor medio $HRC \cong 40$, lo que permite presuponer que el mismo fue sometido a un temple posterior. Para este acero, con ese tratamiento se puede suponer que las propiedades mecánicas están en los valores mayores del rango dado en [6] para el mismo. O sea:

$$\sigma_u = 60 \text{ kgf/mm}^2 = 58,8 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_f = 30 \text{ kgf/mm}^2 = 29,4 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{-1} = 27 \text{ kgf/mm}^2 = 26,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau_{-1} = 14 \text{ kgf/mm}^2 = 13,7 \text{ kN/cm}^2$$

$$\text{Resilencia} = 8 \frac{\text{kgf} \cdot \text{m}}{\text{mm}^2} = 78,4 \frac{\text{J}}{\text{mm}^2}$$

2.8 Cálculo de las fuerzas provocadas por el gas y la inercia de las masas del pistón y de la biela sobre el codo

En la Fig. 6 se muestra un esquema del mecanismo cigüeñal – biela - pistón del motor, donde se presentan las distintas fuerzas que actúan sobre el mismo. En [2] se dan las expresiones para el cálculo de estas fuerzas.

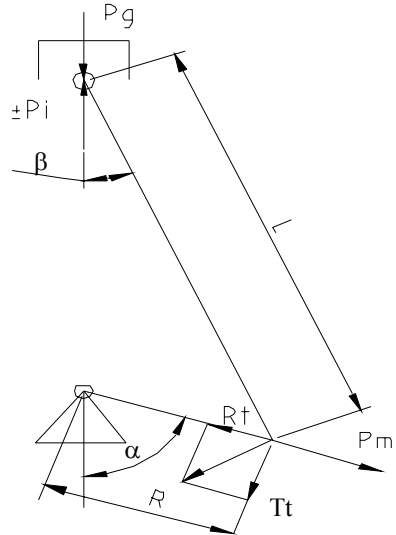


Fig. 6. Fuerzas de los gases y fuerzas de inercia en el cigüeñal

Las fuerzas tangencial y radial sobre el muñón de biela se calculan por las expresiones dadas en [3]:

$$T_t = T_g + T_i = \frac{\text{sen}(\alpha + \beta)}{\cos \beta} \cdot \left[p_g \cdot \frac{\pi \cdot d_p^2}{4} + \frac{(m_p + m_{cb})}{1000} \cdot R \cdot \omega^2 \cdot \left(\cos \alpha + \frac{R}{L} \cdot \cos 2\alpha \right) \right] \quad \text{kN} \quad (1)$$

$$R_t = R_g + R_i = \frac{\cos(\alpha + \beta)}{\cos \beta} \cdot \left[p_g \cdot \frac{\pi \cdot d_p^2}{4} + \frac{(m_p + m_{cb})}{1000} \cdot R \cdot \omega^2 \cdot \left(\cos \alpha + \frac{R}{L} \cdot \cos 2\alpha \right) \right] \quad \text{kN} \quad (2)$$

Las fuerzas de inercia en el cachete y en el muñón se calculan por las expresiones:

$$P_{ci} = m_c \cdot \omega^2 \cdot R_c \quad (3)$$

$$P_{mi} = (m_m + m_{pb}) \cdot \omega^2 \cdot R \quad (4)$$

Donde:

p_g – presión del gas en el instante correspondiente - kN/cm^2

d_p – diámetro del pistón - cm

m_p, m_{pb}, m_{cb}, m_m , - masa del pistón, pie de biela, cabeza de biela y muñón de biela respectivamente.

R – Radio del cigüeñal – m

A – ángulo de giro del cigüeñal – rad

La relación entre α y β mostrada en la Fig. 6 se puede establecer por las relaciones trigonométricas, o sea:

$$\text{sen} \beta = \frac{R \cdot \text{sen} \alpha}{L} \quad (5)$$

la velocidad angular es:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1500}{60} = 157,1 \text{ rad/seg} \quad (6)$$

Los valores de P_{ci} y P_{mi} calculados para los datos dados anteriormente arrojan:

$$P_{ci} = 2,96 \text{ kW} \quad , \quad P_{mi} = 8,4 \text{ kN}$$

En la Fig. 7 se muestra la variación de presión de los gases con el ángulo de giro del cigüeñal y en la Fig. 8 los valores de T_t y R_t en función del ángulo de giro del cigüeñal calculados por las expresiones (1) y (2).

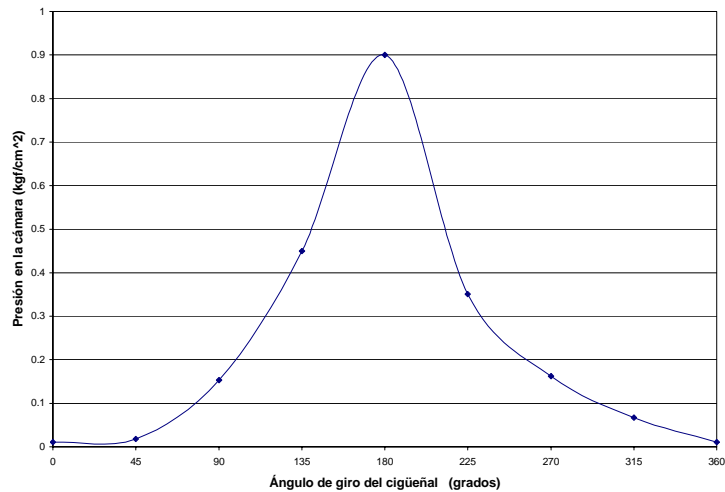
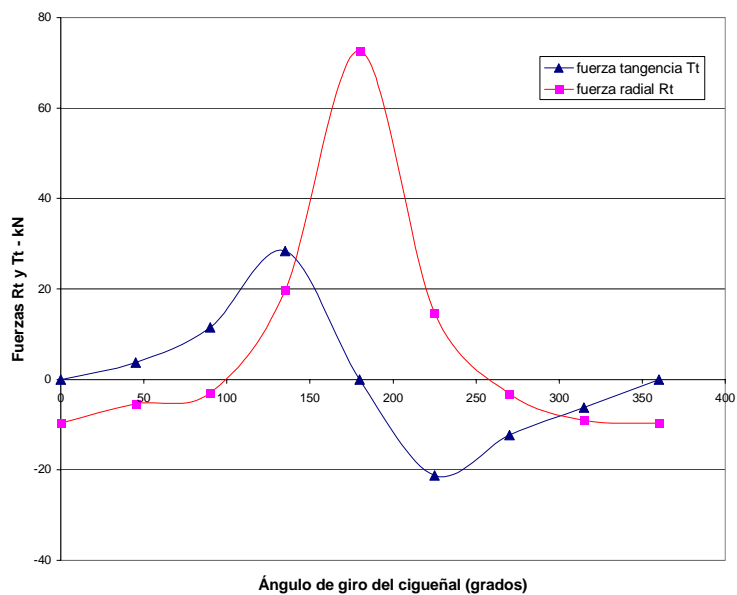


Fig. / 7 Presión de la cámara v.s. ángulo d giro del cigüeñal
Fig. 8 Fuerzas T_t y R_t v.s. ángulo de giro del cigüeñal



En la Fig. 9 se muestra la totalidad de las cargas que actúan sobre el codo.

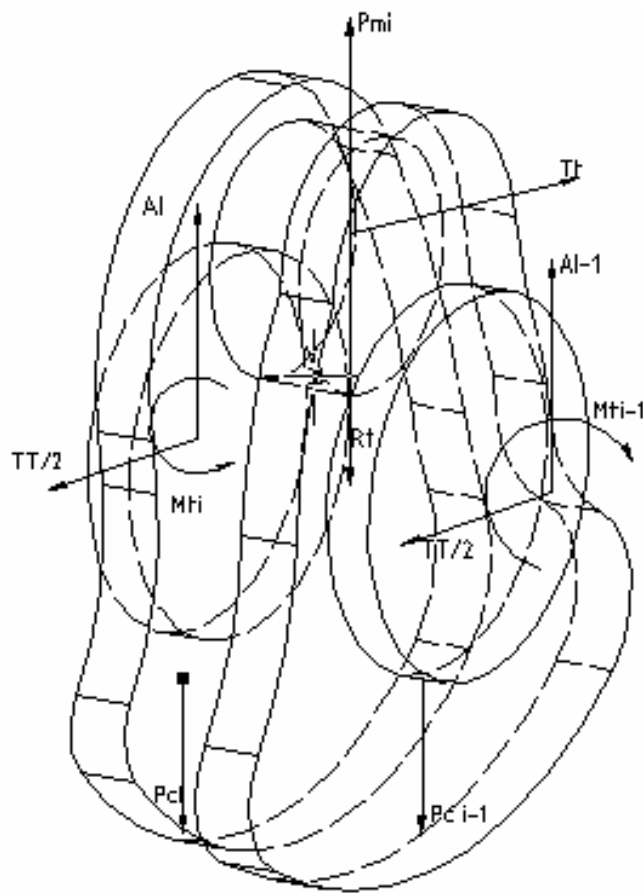


Fig. 9 Cargas que actúan sobre el codo del cigüeñal

La reacción A_i se puede obtener de la ecuación de equilibrio como:

$$A_i = \frac{R_t}{2} + P_{ci} - \frac{P_{mi}}{2} \quad kN \quad (7)$$

En la Fig. 10 se muestra la variación de esta reacción con el ángulo de giro del cigüeñal

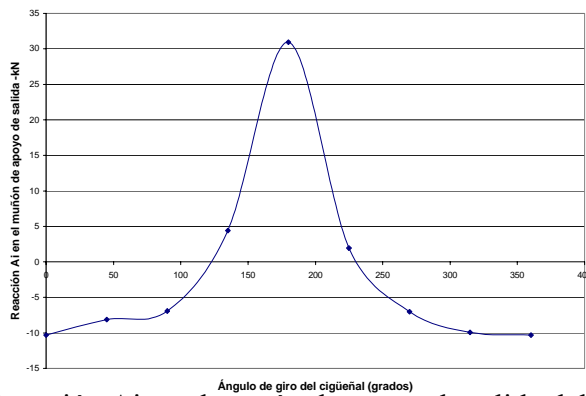
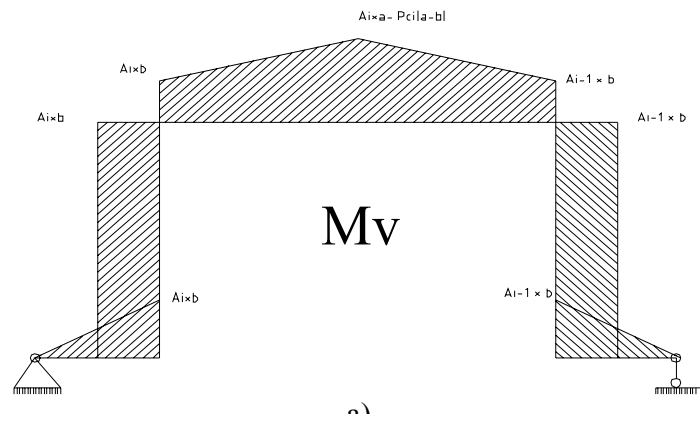


Fig. 10 Reacción A_i en el muñón de apoyo de salida del cigüeñal

En la Fig. 11 se muestran los diagramas de momentos flectores en el plano del codo (Plano Vertical), en el plano perpendicular al plano del codo (Plano Horizontal) y el momento torsor en el codo del cigüeñal, obtenidos en dependencia de las cargas calculadas anteriormente y en Fig. 12 se muestran específicamente las fuerzas internas que surgen en la zona del cachete donde se produjo la fractura.



M_H

b)

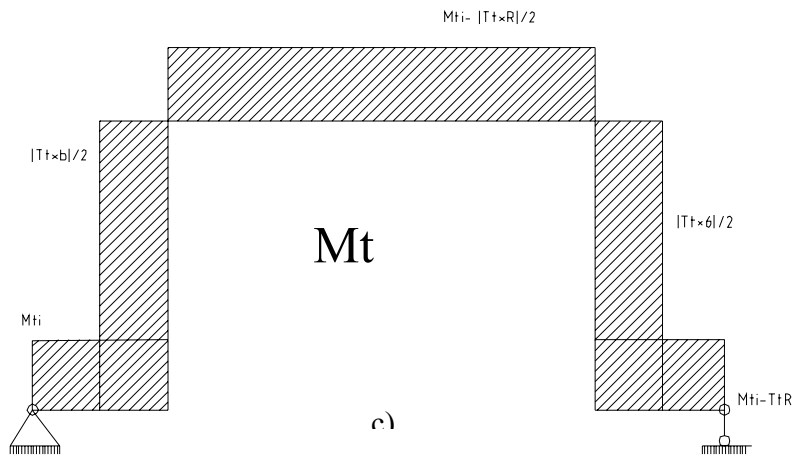


Fig. 11 Diagramas de momentos internos en el codo del cigüeñal
 a) Momentos flectores en el plano del codo (Plano vertical)
 b) Momentos flectores en el plano perpendicular al codo (Plano horizontal)
 c) Momentos torsores

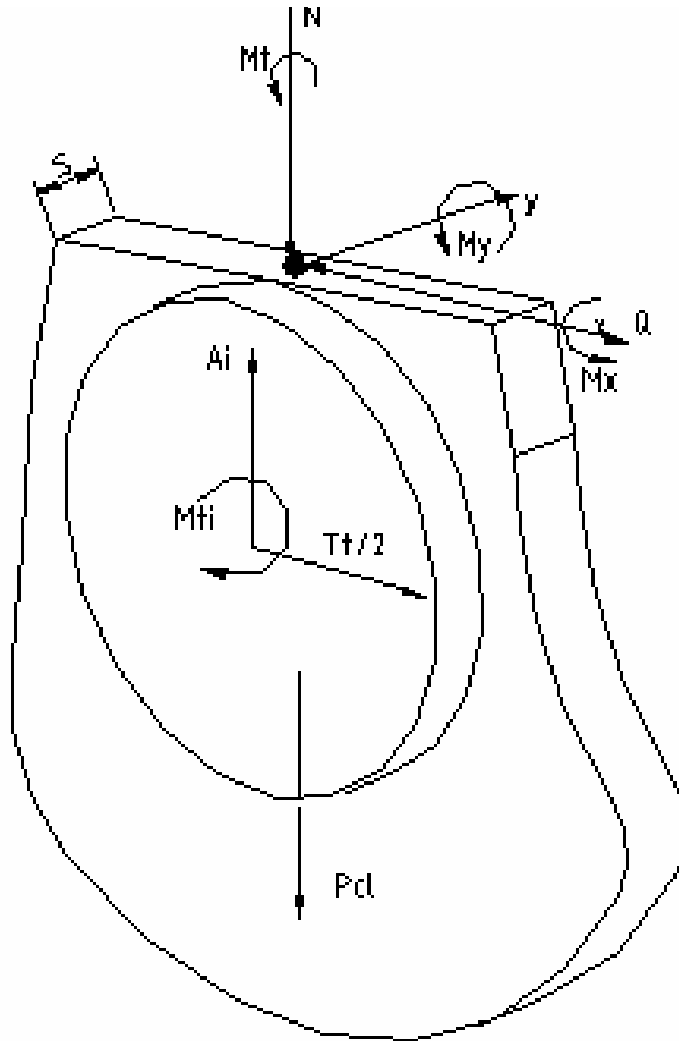


Fig. 12 Fuerzas internas en la sección de fractura del cachete

Estas fuerzas internas se obtienen aplicando el método de las secciones por las siguientes expresiones:

$$N = A_i - P_{ci} \quad kN \quad (8)$$

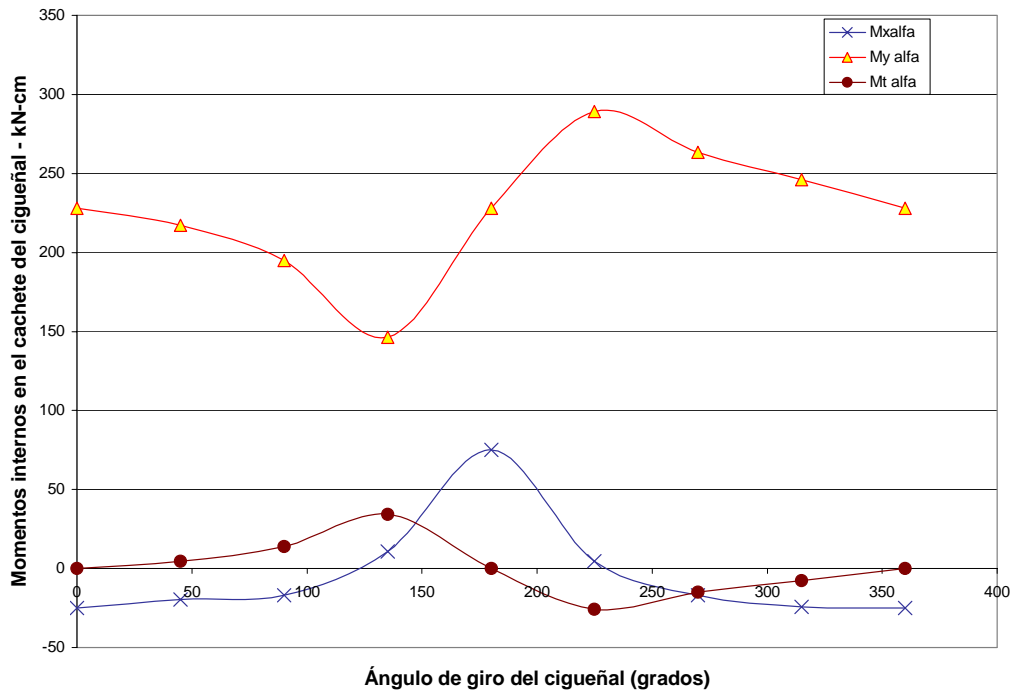
$$m_x = A_i \cdot b \quad kN - cm \quad (9)$$

$$M_y = M_t - \frac{T_t}{2} \cdot (R - Y) \quad kN - cm \quad (10)$$

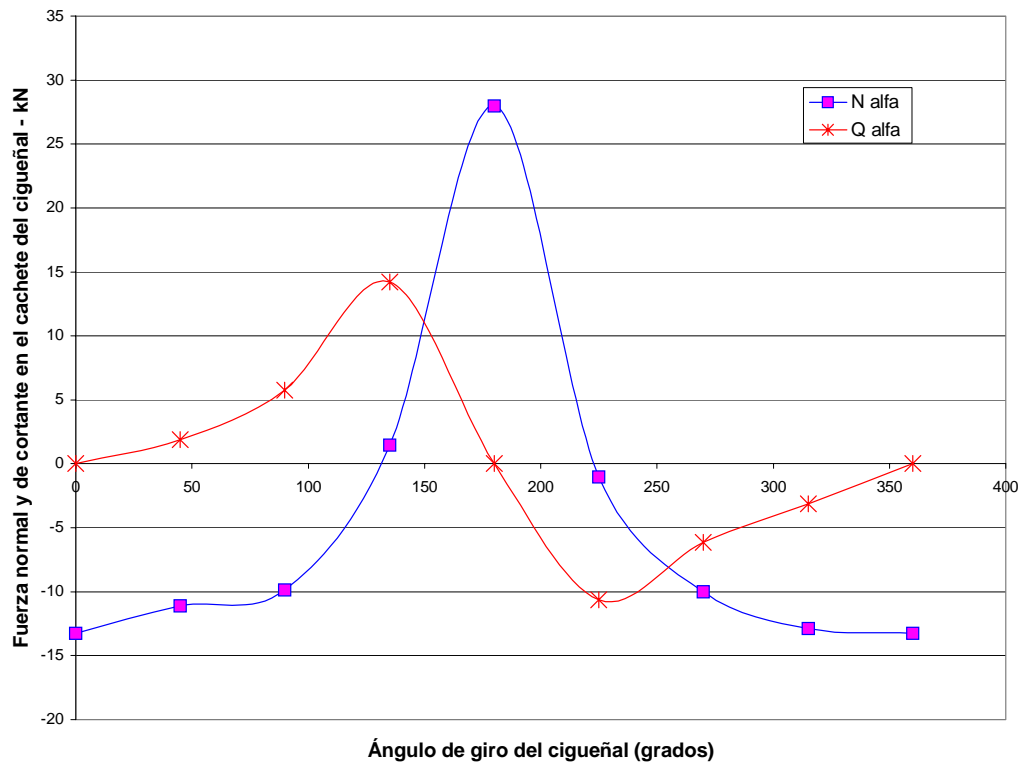
$$Q = \frac{T_t}{2} \quad kN \quad (11)$$

$$M_t = \frac{T_t \cdot b}{2} \quad kN - cm \quad (12)$$

Los valores de estas fuerzas internas en función del ángulo de giro del cigüeñal se muestran en la Fig. 13 a) y b)



a) Momentos internos en el cachete del cigüeñal



b) Fuerzas normal y de cortante en el cachete del cigüeñal

Fig. 13 Fuerzas internas en le cachete del cigüeñal

Las tensiones provocadas por estas fuerzas internas son

$$\sigma_N = \frac{N}{B \cdot S} \quad kN / cm^2 \quad (13)$$

$$\sigma_{mx} = \frac{6 \cdot M_x}{B \cdot S^2} \quad kN / cm^2 \quad (14)$$

$$\sigma_{my} = \frac{6 \cdot M_y}{B \cdot S^2} \quad kN / cm^2 \quad (15)$$

$$\tau_Q = \frac{3 \cdot Q}{2 \cdot B \cdot S} \quad kN / cm^2 \quad (16)$$

$$\tau_{Mt} = \frac{M_t}{\alpha \cdot B \cdot S^2} \quad kN / cm^2 \quad (17)$$

La variación de estas tensiones en función del ángulo de giro del cigüeñal se muestran en la Figs. 14 y 15 para $B = 10 \text{ cm}$, $S = 1,9 \text{ cm}$ y α , obtenido de [4], $\alpha = 0,0293$

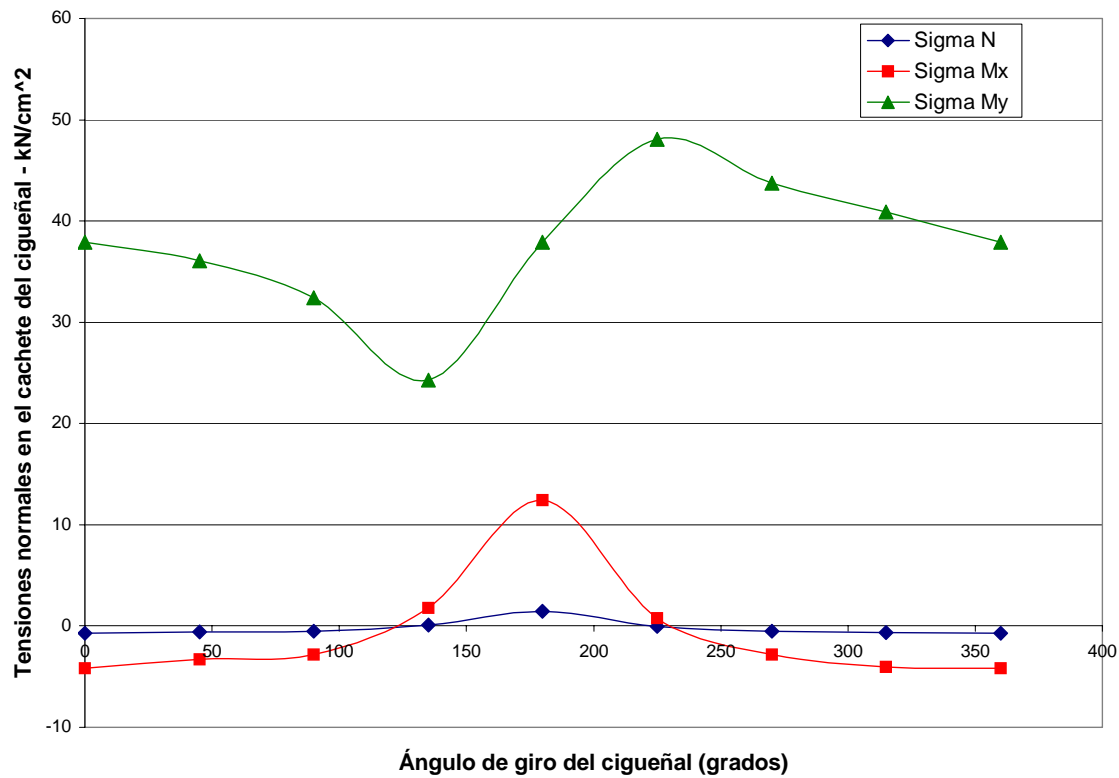


Fig. 14 Tensiones normales en el cachete del cigüeñal

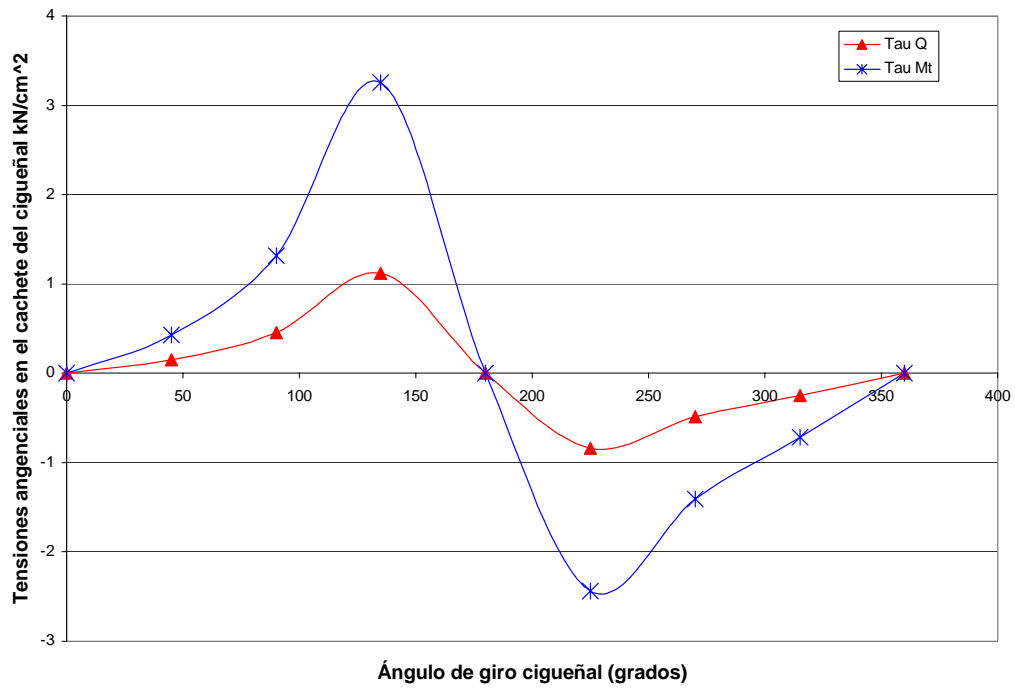


Fig. 15 Tensiones tangenciales en el cachete del cigüeñal

En la Fig. 16 se muestra un esquema tentativo de distribución de las tensiones normales en 8 puntos diferentes de la sección de falla en el cachete.

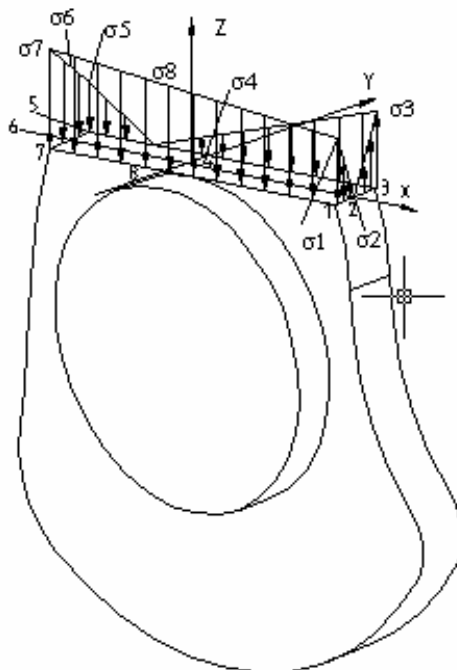


Fig. 16 Distribución de las tensiones normales en el contorno del cachete

La tensión normal en cada punto se halla superponiendo las tensiones normales originadas por las diferentes fuerzas internas, o sea:

$$\sigma_1 = -\sigma_N - \sigma_{mx} + \sigma_{my} \quad kN / cm^2 \quad (18)$$

$$\sigma_2 = \sigma_{mY} - \sigma_N \quad kN / cm^2 \quad (19)$$

$$\sigma_3 = -\sigma_N + \sigma_{mx} + \sigma_{my} \quad kN / cm^2 \quad (20)$$

$$\sigma_4 = -\sigma_N + \sigma_{mx} \quad kN / cm^2 \quad (21)$$

$$\sigma_5 = -\sigma_N + \sigma_{mx} - \sigma_{my} \quad kN / cm^2 \quad (22)$$

$$\sigma_6 = -\sigma_N - \sigma_{my} \quad kN / cm^2 \quad (23)$$

$$\sigma_7 = -\sigma_N - \sigma_{mx} - \sigma_{my} \quad kN / cm^2 \quad (24)$$

$$\sigma_8 = -\sigma_N - \sigma_{my} \quad kN / cm^2 \quad (25)$$

En la Fig.17 se muestra la variación de estas tensiones en función del ángulo de giro del cigüeñal

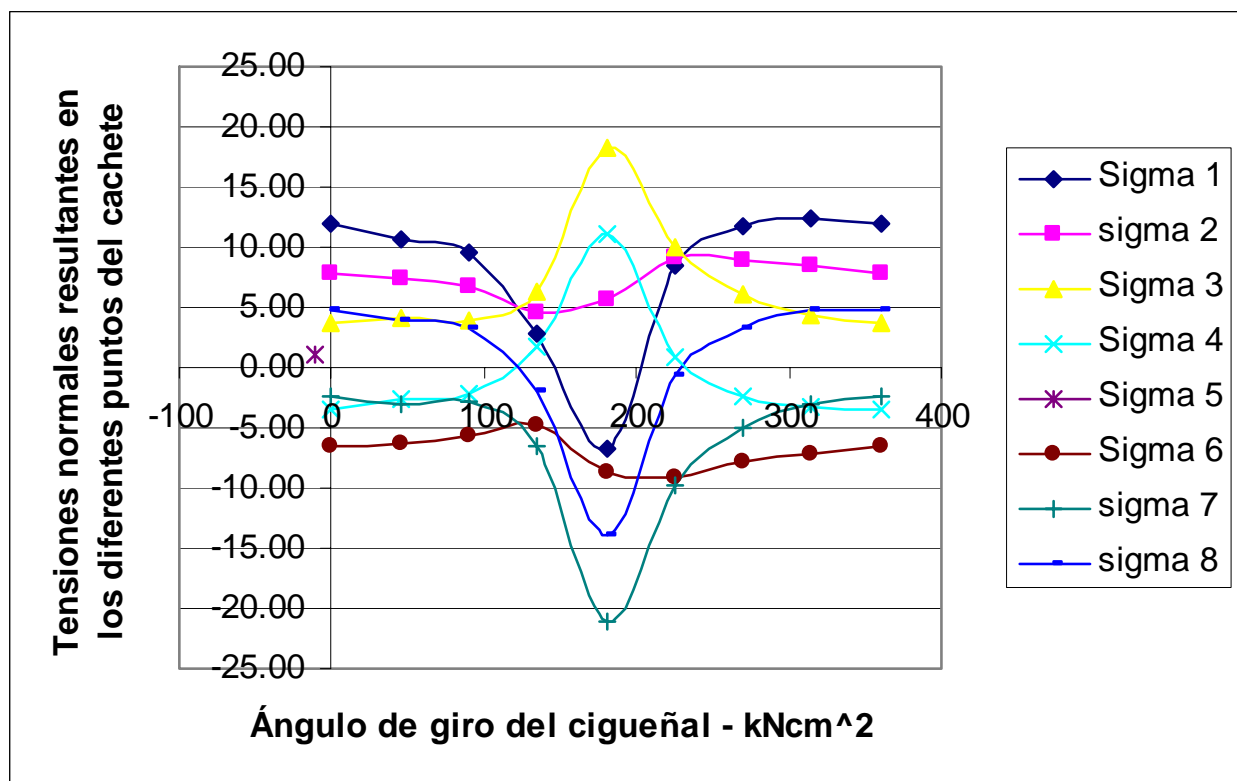


Fig.17 Variación de las tensiones normales en función del ángulo de giro del cigüeñal

En la Fig. 18 se muestra un diagrama de distribución de las tensiones tangenciales para los mismos 8 puntos del contorno del cachete

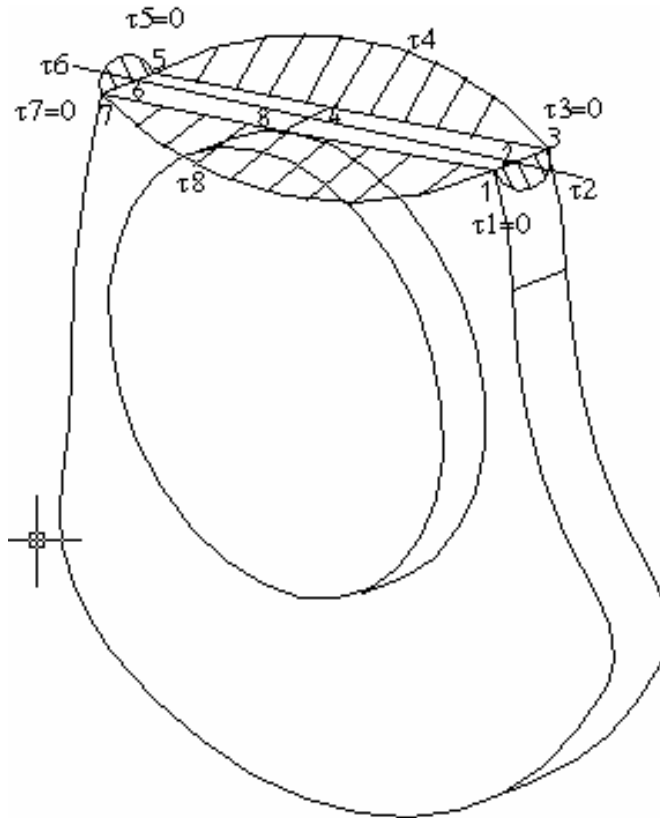


Fig.18 Variación de las tensiones tangenciales en función del ángulo de giro del cigüeñal

Las tensiones tangenciales se calculan superponiendo las de cortante y torsión por las expresiones

$$\tau_2 = \eta \cdot \tau_{Mt} \quad kN/cm^2 \quad (26)$$

Donde:

$\eta = 0,744$, obtenido de [4]

$$\tau_4 = \tau_Q + \tau_{Mt} \quad kN/cm^2 \quad (27)$$

$$\tau_4 = \tau_2 \quad kN/cm \quad (28)$$

$$\tau_8 = \tau_{M<t} - \tau_Q \quad kN/cm^2 \quad (29)$$

En la Fig. 19 se muestra la variación de estas tensiones en función del ángulo de giro del cigüeñal.

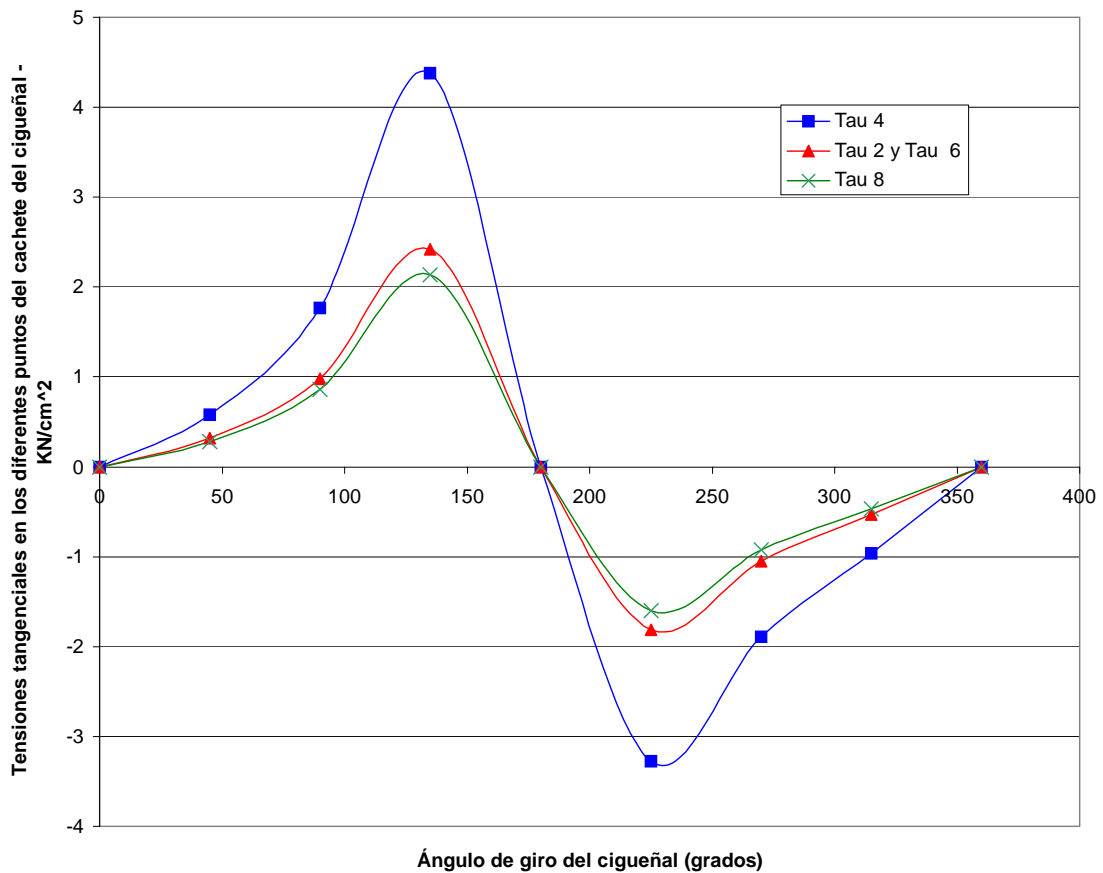


Fig.19 Variación de las tensiones tangenciales en función del ángulo de giro del cigüeñal

2.9 Cálculo del factor de seguridad a la fatiga de los diferentes puntos del cachete en la sección de fractura.

La metodología para el cálculo del factor de seguridad a la fatiga en los muñones de biela, muñones de apoyo y cachetes de los cigüeñales aparecen descrita en la referencia [3]

En el caso de los cachetes, que es la zona de fractura por fatiga para el cigüeñal en análisis, los factores de seguridad a la fatiga bajo tensiones normales, bajo tensiones tangenciales y resultantes se hallan por las expresiones:

$$\eta_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{(k\sigma)_d \cdot \sigma_a + \psi_{\sigma} \cdot \sigma_m} \quad (30)$$

$$\eta_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{(k\tau)_d \cdot \tau_a + \psi_{\tau} \cdot \tau_m} \quad (31)$$

$$\eta = \frac{\eta_{\sigma} \cdot \eta_{\tau}}{\sqrt{\eta_{\sigma}^2 + \eta_{\tau}^2}} \quad (32)$$

los factores reales de concentración de tensiones $(k_\sigma)_d$ y $(k_\tau)_d$ para el diámetro del muñón de biela $d = 76$ mm se halla por las expresiones

$$(k_\sigma)_d = (k_\sigma)_{d_0} \cdot \frac{\varepsilon_{d_0}}{\varepsilon_d} \quad (33)$$

$$(k_\tau)_d = (k_\tau)_{d_0} \cdot \frac{\varepsilon_{d_0}}{\varepsilon_d} \quad (34)$$

El valor de $(k_\sigma)_{d_0}$ se halla de la gráfica correspondiente del Birger [4] en función de la relación r/s donde:

$r = 5$ mm – radio de redondeo en la transición muñón de biela - cachete.

$S = 19$ mm, espesor del cachete.

La gráfica da el valor para un diámetro $d_0 = 55$ mm y se obtiene:

$$(k_\sigma)_{d_0} = 2,8$$

Los valores de los factores de tamaño ε_{d_0} y ε_d para ajustar este coeficiente al diámetro real $d = 76$ mm, se obtienen de la gráfica correspondiente. Se utilizó la gráfica dada en [4]. Para el acero al carbono con concentración de tensiones:

$$\varepsilon_{d_0} = 0,7 \quad \text{y} \quad \varepsilon_d = 0,65$$

De donde:

$$(k_\sigma)_{d_0} = 2,8 \cdot \frac{0,7}{0,65} = 3$$

El valor de $(k_\tau)_{d_0}$ se halla de igual manera de la gráfica correspondiente del Birger [2], en función de la relación r/d donde:

$d = 76$ mm, diámetro del muñón de biela

De donde se obtiene:

$$(k_\tau)_{d_0} = 2,7 \quad \text{y} \quad (k_\tau)_d = 2,7 \cdot \frac{0,7}{0,65} = 2,9$$

Los valores de los coeficientes de sensibilidad del material a la asimetría del ciclo se dan también en el texto de Birger [2], en función de la resistencia máxima del acero. Para aceros al carbono con $\sigma_u = 5$ 200 a 7 500 kgf/cm² los valores de estos coeficientes son:

$$\psi_\sigma = 0,05 \quad \text{y} \quad \psi_\tau = 0$$

Los valores de σ_{-1} y τ_{-1} fueron dados anteriormente y los valores de σ_a , σ_m y τ_a , τ_m se obtienen de la Figs. 17 y 19, donde se dan las variaciones de las tensiones normales y tangenciales en los diferentes puntos del cigüeñal en función del ángulo de giro del cigüeñal.

En la Tabla 2 se muestran los datos obtenidos de estos gráficos para el cálculo de factores de seguridad de los diferentes puntos y los resultados obtenidos en el cálculo.

2.9 Aplicación de la Mecánica de la Fractura.

Se aplicó la Tecnología de la Mecánica de la Fractura utilizando el criterio conocido como del Factor de Densidad de Energía de Deformación, el cual para una carga cíclica, se calcula por la siguiente expresión:

$$\Delta S = 2 \left[a_{11}(\theta_0) K_I \Delta K_I + a_{12}(\theta_0) (K_{II} \Delta K_I + K_I \Delta K_{II}) + a_{22}(\theta_0) K_{II} \Delta K_{II} + a_{33}(\theta_0) K_{III} \Delta K_{III} \right] \quad (19)$$

La razón de crecimiento de la grieta se relaciona con ΔS , por la Ecuación de Paris.

$$\frac{da}{dN} = C_s \cdot \Delta S^{m/2} \quad (20), \quad C_s = C \cdot \left(\frac{2\pi E}{(1-2\nu) \cdot (1+\nu)} \right)^{m/2} \quad (21), \quad C = 6.89 \cdot 10^{-12} \text{ y } m = 3$$

La dirección en la cual crecerá la grieta se establece por la siguiente condición:

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0 \quad \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} > 0 \quad \text{para } \theta = \theta_0 \quad (22)$$

Donde θ_0 es la dirección en la cual la densidad de energía de deformación es mínima y en la cual se propaga la grieta. Se obtuvieron las curvas de resistencia residual y las gráficas de inclinación de la grieta durante su crecimiento. Se evaluaron dos tipos de grietas: 1. La semielíptica centrada ubicada en el punto de transición con el muñón cilíndrico 1. La grieta de cuarto de elipse, ubicada en una de las esquinas del cachete.

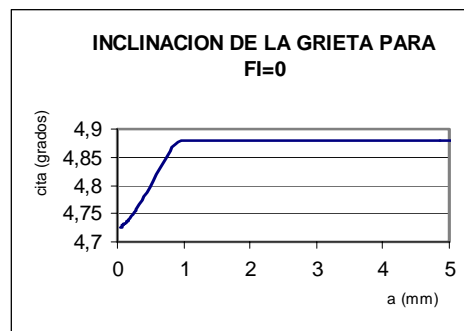


Fig. 7 Inclinación de la grieta en el punto donde se inició la fisura.

Los cálculos confirmaron que la grieta se debía desarrollar en forma de concha tal como se observa en la gráfica de la Fig. 7 y que se corresponde con el aspecto externo de la grieta observado en la Fig. 1 c).

Utilizando un modelo de grieta inicial semielíptica centrada ubicada en la superficie, se obtuvo que para el punto 8, ubicado en el centro del empalme del cachete con el muñón de apoyo, se produce la mayor razón de crecimiento de la grieta. La vida útil del cigüeñal analizando este punto es de solo 173 horas de trabajo del cigüeñal. Hay que tener en cuenta que los cálculos fueron realizados para el caso de que el motor estuviera funcionando a potencia máxima durante todo el período hasta que se produjo la fractura, lo cual es la situación más crítica pero muy improbable. Se confirma con este resultado que la vida útil del cigüeñal para ese material es extremadamente limitada.

3. Conclusiones

1. La investigación del material del cigüeñal arrojó que se trata de acero 30, sin embargo en la literatura técnica[1,2,3,5] no se recomienda este tipo de acero para árboles y mucho menos para cigüeñales, mas aun tratándose de un motor de relativa gran potencia como es el motor de la Moto Nave "Mar del Sur".

2. Tal como se supuso, la capacidad resistente de este acero es insuficiente para soportar las tensiones que se desarrollan en el codo de salida del cigüeñal y los factores de seguridad a la fatiga en algunos de los puntos mas críticos dan inferiores a la unidad.
3. Los puntos más críticos son aquellos donde la tensión media dio positiva, en los puntos donde la tensión media da predominantemente negativa, o sea, de compresión, no se propicia el desarrollo de grietas de fatiga y no fueron considerados en el cálculo de los factores de seguridad, aunque por otro lado las tensiones en estos puntos son menores.
4. El punto más crítico es el punto del cachete que empalma con el muñón de apoyo, que es precisamente donde el fenómeno de concentración de tensiones es mayor y donde existen tanto tensiones normales como tensiones tangenciales. El factor resultante a la fatiga dio menor que uno, aunque muy próximo a este valor, lo que implica que la vida del árbol desde el punto de vista de la fatiga es muy limitada. Hay que tener en cuenta que los cálculos se hicieron considerando que el cigüeñal trabajaría todo el tiempo a la potencia nominal, o sea, no se consideró la historia real de carga, de modo que realmente el factor de seguridad de diseño debe ser un poco mayor, sin embargo es evidente que la resistencia a la fatiga del mismo es insuficiente.
5. Del cálculo de crecimiento subcrítico para los dos tipos de grietas ubicadas en las posiciones más críticas, es decir, en el centro y en una esquina de la sección, se obtuvo como resultado que la grieta debió comenzar en el centro del cachete, dado el escaso tiempo de propagación calculado (173 h).
6. El surgimiento y propagación de una grieta en una de las esquinas resulta improbable como causa de la falla en estudio, ya que el tiempo de crecimiento subcrítico resultó ser mayor que el transcurrido desde que se montó el cigüeñal nuevo hasta que ocurrió la avería.
7. Como resultado de la modelación del crecimiento subcrítico realizada se determinó la posible trayectoria de la grieta. Su inclinación resultó ser distinta para los diferentes puntos de su vértice para la grieta semicircular, poseyendo forma de concha. La forma final de la concha se constató en la observación de la falla durante la etapa inicial de la investigación de la avería. Para una grieta en la esquina, la dirección de propagación resultó ser siempre perpendicular a la sección transversal del cachete del cigüeñal.

4. Referencias Bibliográficas.

1. Alexeev I., Fernández E. (1987). Elementos de construcción y cálculo de motores de combustión interna. Tomo III. La Habana: Editorial Pueblo y Educación. 75 p.
2. Birger I.a., Schorr B.F., Schneiderovich R.M. (1966). Cálculo de resistencia de piezas de máquinas. Moscú: Editorial Mashinostrenie. 616 p.
3. Choy R., Alexeev I. (1990). Elementos de construcción y cálculo de los motores de combustión interna. La Habana: Editorial ENPES. 246 p.
4. Feodosiev V. I. Resistencia de Materiales. (1985) Moscú: Editorial MIR. 583 p.
5. Jovaj M. S., Maslov G.S. Motores de Automóvil. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1987. 534 p.
6. Pisarenko G.S., Yákovlev A.P., Matvéev V.V. Manual de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR, 1989. 694 p.

Tabla No 2 Valores de las tensiones y factores de seguridad para los puntos más críticos del cachete

Punto del cachete	$\sigma_{\text{máx}}$ kN/cm ²	σ_{min} kN/cm ²	σ_{m} kN/cm ²	σ_{m} kN/cm ²	n_{a}	$\sigma_{\text{máx}}$ kN/cm ²	σ_{min} kN/cm ²	σ_{m} kN/cm ²	σ_{a} kN/cm ²	n_{a}	n_{res}
1	12.45	-6.73	8.09	9.59	0.91	-	.-	.-	.-	.-	0.91
2	9.18	4.54	7.41	2.32	3.62	2.42	-1.81	0.04	2.12	2.23	1.90
3	18.19	3.75	6.72	7.22	1.21	.-	.-	.-	.-	.-	1.21
8	4.84	-13.93	0.93	9.39	0.94	2.14	-1.60	0.03	1.87	2.53	0.88

