

**Ministerio de Educación**  
**Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño**  
**Ciudad de La Habana**  
**Cuba**



**Filial universitaria pedagógica**  
**Municipio Rodas**  
**Maestría en Ciencias de la Educación**  
**Segunda Edición**

Propuesta de ejercicios integradores sobre ángulos y sus relaciones métricas en el  
plano para estudiantes de séptimo grado

Autor: Lic. Luis Alberto Del Sol Fabregat

Tesis presentada en opción al Título Académico de Máster en Ciencias de la  
Educación Mención Secundaria Básica

Cienfuegos, 2012

## *Resumen*

Debido a la percepción del insuficiente desarrollo de habilidades en los estudiantes de 7mo grado de la ESBEC "Owen Noel Fundora Valdivia" para la resolución de ejercicios matemáticos relacionados con ángulos y sus relaciones métricas en el plano, se realizó una investigación con el objetivo de elaborar una propuesta de ejercicios integradores relacionados con ángulos y sus relaciones métricas en el plano en correspondencia con los contenidos del programa de Matemática 7mo grado. Se utilizaron métodos del nivel teórico y empírico para el desarrollo de la misma. El análisis de los aspectos teóricos metodológicos relacionados con los antecedentes históricos de la Geometría y su tratamiento en la escuela cubana actual y el diagnóstico realizado a los estudiantes para determinar las insuficiencias en resolver ejercicios geométricos, relacionados con ángulos y sus relaciones métricas en el plano, se elaboró la propuesta de ejercicios vinculándola con el entorno para su valoración por parte de especialistas y aplicación.

# Índice

|                                                                                                     |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Introducción.....                                                                                   | 1  |
| CAPÍTULO 1 Consideraciones psicopedagógicas e históricas de la Geometría.....                       |    |
| ...9                                                                                                |    |
| 1.1 La Geometría. Antecedentes históricos.....                                                      | 9  |
| 1.1.1 Tratamiento metodológico de la Geometría en la escuela cubana.....                            |    |
| 11                                                                                                  |    |
| 1.1.2 Línea Directriz Geometría.....                                                                | 13 |
| 1.1.3 Métodos usuales y los niveles de asimilación del contenido de enseñanza de la matemática..... | 15 |
| 1.1.4 Sobre la selección de ejercicios y el aumento del grado de dificultad.....                    | 16 |
| 1.2 Los contenidos geométricos en el séptimo grado.....                                             | 18 |
| 1.2.1 La Secundaria Básica y sus transformaciones.....                                              | 18 |
| 1.2.2 Precisiones del Programa Director de Matemática.....                                          | 22 |
| 1.3 Niveles de desempeño cognitivo. ....                                                            | 23 |
| CAPÍTULO 2 Fundamentación, presentación y validación de la propuesta.....                           | 26 |
| 2.1 Fundamentos de la propuesta.....                                                                | 26 |
| 2.1.1 Metodología.....                                                                              | 29 |
| 2.1.2 Fundamentos Metodológicos.....                                                                | 32 |
| 2.2 Propuesta de ejercicios.....                                                                    | 33 |
| 2.3 Constatación de los resultados de la propuesta en la práctica escolar.....                      | 43 |
| Conclusiones.....                                                                                   | 49 |

|                      |    |
|----------------------|----|
| Recomendaciones..... | 50 |
| Referencias          |    |
| Bibliográficas.....  | 51 |
| Bibliografía         |    |
| consultada.....      | 52 |

## **Introducción**

Las escuelas cubanas en el siglo XXI, ubicadas dentro de una sociedad globalizada, basada cada vez más en el conocimiento, en un tiempo en el que la creatividad se configura como el motor fundamental de desarrollo y progreso, tienen como misión fundamental, lograr que sus egresados demuestren el liderazgo académico necesario que les permita enfrentar retos que la sociedad impone.

En esta misión, el profesor como conductor del proceso enseñanza aprendizaje, debe estar adecuadamente preparado para demostrar, ante sus educandos, sus experiencias personales en la creación de nuevos conocimientos con la generación de un flujo de información permanente que eleve su prestigio profesional.

En el desarrollo social la Revolución ha logrado éxitos impresionantes que la sitúan en el primer lugar entre las naciones de América Latina, sobresaliendo notablemente los resultados educacionales. (1)

La dirección científica de la educación constituye uno de los objetivos del Ministerio de Educación; pero un sistema educativo que busca la excelencia necesita tener un diagnóstico permanente de su estado y para ello se requiere de un verdadero control del aprendizaje de los alumnos a través de los diferentes instrumentos y herramientas que nos brinda el control de la calidad del aprendizaje en estos momentos, el cual permite realizar estudios comparativos que no solo son importantes para saber quién está mejor o peor en cuanto a eficacia del aprendizaje, sino que, a partir de sus resultados, se pueden perfeccionar los sistemas educativos, además los estudiantes no saben en cada uno de los grados evaluados, que no logran; situación que propicia años más tarde insuficiencias en su aprendizaje.

Estas transformaciones permiten incorporar nuevas acciones y recursos de manera sistemática y creativa que sean fuente de dinamismo y contribuyan a que la educación se convierta en un factor clave del desarrollo. La enseñanza de la Matemática escolar juega un papel importante en la formación de individuos que sean capaces de asumir los retos científicos y técnicos que demanda el actual desarrollo social. Sin embargo, la falta de motivación por el estudio de la Matemática y el pobre desarrollo de las habilidades en esta asignatura son obstáculos al logro de esos propósitos, y constituyen dificultades a las cuales se deben enfrentar sistemáticamente los profesores de Matemática durante el desempeño de su profesión. En muchos casos, en las clases de Matemática se les presentan a los alumnos colecciones de ejercicios para que logren interiorizar un algoritmo, una fórmula, un teorema; mientras es poco frecuente la presentación de actividades vinculadas al entorno. En análisis realizados

de los resultados en las pruebas efectuadas se obtiene que: atendiendo al contenido los mejores resultados se observan en las preguntas relacionadas con temas de la vida cotidiana y los peores en las de contenido “abstracto”.

En la asignatura Matemática en las clases de ejercitación no siempre se realizan actividades por parte del profesor que respondan a las necesidades actuales es decir:

1. Ejercicios que transiten por los diferentes niveles de desempeño.
2. Ejercicios variados tanto en la forma como en el contenido.
3. Presentar ejercicios en una dirección del pensamiento y en dirección opuesta.
4. Ejercicios con solución única, varias soluciones o ninguna solución.
5. Ejercicios con condiciones excesivas o donde falten condiciones.
6. Actividades que exijan de los alumnos la creación independiente de sus propios ejercicios.

Como parte de los cambios que se deben ir logrando se han llevado a cabo transformaciones que consideran al alumno como punto de partida de su labor. Al centrar la instrucción en los alumnos, se espera y aspira al logro de un aprendizaje constructivo sobre los conocimientos que se poseen, todo esto facilita la formación de los nuevos conocimientos y el desarrollo intelectual de cada uno de los educandos por separado y en grupos; por tanto estos avances en educación conlleven a una etapa superior del desarrollo social, favoreciendo la elevación de la calidad en todas las esferas. La educación cubana posee fundamentalmente la misión histórica de formar nuevos hombres, que según los intereses de la sociedad, deben adquirir una visión científica del mundo, desarrollando plenamente sus capacidades intelectuales y elevados sentimientos humanos y gustos estéticos.

En este empeño, se requiere que todos los factores vinculados al proceso de **enseñanza-aprendizaje**, desarrollen acciones encaminadas a propiciar una actividad cada vez más creadora ante la vida, en que el alumno sea el centro, que juegue un papel protagónico.

En el currículo escolar de la Secundaria Básica cobra especial relevancia dentro del proceso de **enseñanza-aprendizaje**, el destinado a la asignatura de la Matemática, pues contempla la formación de determinadas habilidades mentales en el alumno que sean válidas no solo para el aprendizaje de esta asignatura, sino para las demás.

Aquí se confirma el valor específico de esta asignatura como disciplina prototipo del razonamiento, lo que permite comprender el por qué se le concede tanta importancia y dentro de ella a una de sus disciplinas “La Geometría”.

La línea directriz Geometría se desarrolla desde la enseñanza preescolar, transitando hasta la preuniversitaria, en forma permanente, pues las ideas geométricas están siempre presentes; el significado geométrico de los conceptos y teoremas deben ocupar un plano principal, ya que contribuyen de manera esencial a lograr una representación mental clara de los conceptos. Por tal razón en vínculo con las restantes áreas matemáticas debe explicitarse en función de la comprensión de conocimientos aritméticos y algebraicos. (2)

El trabajo con la Geometría constituye un contenido esencial dentro del currículo matemático, pues una educación dirigida a preparar a los alumnos a enfrentarse a las necesidades cotidianas no se concibe sin que influya un trabajo consolidado de esta rama. En ello se sustentan habilidades y destrezas matemáticas, su aplicación en la ciencia y la técnica indican que su importancia es cada vez más determinante.

La enseñanza de la Geometría tiene por objeto, además de comunicar a los alumnos los resultados geométricos, darles a conocer el método con ayuda del cual se obtienen estos resultados. Esta se distingue por la claridad y la sencillez, tanto en el enunciado del resultado como en los planteamientos de arranque a partir de los cuales debe obtenerse ese resultado. De ahí que la Geometría brinda las mejores oportunidades para desarrollar el pensamiento lógico en la escuela. (2)

La tarea esencial de la enseñanza de la Geometría consiste en enseñar al alumno a razonar lógicamente, argumentar sus afirmaciones y demostrarlas.

Durante esta etapa el autor de este trabajo se dio a la tarea de explorar las debilidades que frenan el conocimiento acabado de los alumnos hacia la Geometría, mediante cuestionarios y entrevistas a docentes de experiencia (Anexos 1, y 2), revisión de libretas de alumnos, análisis de evaluaciones sistemáticas aplicadas, cuestionarios aplicados a alumnos (Anexos 3), cuestionarios y entrevistas a docentes Profesores Generales Integrales (PGI) de Secundaria Básica (Anexo 4 y 5), observación a clases (Anexo 6) donde se pudo identificar un grupo de regularidades relacionadas con el trabajo en la Línea Directriz Geometría a partir de las dificultades con el aprendizaje de los

estudiantes, uso y disponibilidad de las bibliografías las cuales se reflejan a continuación:

- Los alumnos no se sienten motivados por el estudio de la unidad Geometría.
- Escaso conocimiento por parte de los alumnos de los contenidos geométricos.
- No se conciben dentro de las clases ejercicios que desarrollen habilidades de razonamiento relacionados con ángulos y sus relaciones métricas en el plano.
- No se conciben para el estudio independiente ejercicios que desarrollen habilidades de razonamiento relacionados con ángulos y sus relaciones métricas en el plano.
- No se adecuan ejercicios integradores que despierten el interés de los estudiantes por la Geometría.
- Se carece de una bibliografía complementaria y actualizada que facilite al maestro efectuar el tratamiento didáctico-metodológico de los contenidos de la unidad Geometría y la selección de ejercicios para las clases.

Considerándose los elementos antes planteados se decidió realizar un estudio de los contenidos de la unidad Geometría y su aplicación en las clases sobre la base de la selección y graduación de los ejercicios propuestos en la ESBE "Owen Noel Fundora Valdivia" del municipio Rodas, tomando como referencia también, los resultados del operativo provincial del grupo de la calidad del aprendizaje de la Matemática cuyos resultados, en séptimo grado, revelan que uno de los elementos del conocimiento más afectado es la Geometría:

| Evaluados | Respuestas correctas | %    |
|-----------|----------------------|------|
| 152       | 37                   | 24.3 |

Interpretación internacional aceptada de los resultados de este tipo de operativos

- Menos de 40% de respuestas correctas: Deficiente
- Entre 40% y 60% de respuestas correctas: Alerta de la existencia de serios problemas curriculares.
- Más del 60% de respuestas correctas: Aceptable

Teniendo en cuenta el porcentaje de respuestas correctas en el contenido de Geometría se alcanzó una evaluación de deficiente.

Ante estos elementos señalados nos planteamos la necesidad de elaborar un material de apoyo a la docencia relacionado con ángulos y sus relaciones métricas en el plano vinculado con el entorno de los estudiantes para fijar los conocimientos geométricos



en los mismos, sirviendo de guía a los Profesores Generales Integrales para que puedan prepararse, enriquecer sus conocimientos y confeccionar ejercicios similares según las características de sus alumnos.

La población quedó constituida por la totalidad de alumnos del séptimo grado de la ESBECE antes mencionada para un total de 152 alumnos, de ellos se seleccionaron de forma intencional (no probabilística) 32 estudiantes que integraban el grupo 7<sup>mo</sup> 3 conformando la muestra al cumplir con los requisitos de ser el grado y grupo donde se desempeñaba el autor del presente trabajo como Profesor General Integral, además los estudiantes en casi la totalidad eran de la zona la cual sirvió de referencia para la elaboración de los ejercicios, el propósito de la investigación fue el diseño de un material de apoyo a la docencia sobre ángulos y sus relaciones métricas en el plano a desarrollar en las clases de sistematización y consolidación de los contenidos del grado destinados para la asignatura Matemática desde el séptimo grado, por ser el grado donde ellos inician su vida como estudiantes de la enseñanza media y los Profesores Generales Integrales deben acompañarlos durante este periodo de tiempo.

La significación práctica de esta investigación radica en que se pondrá a disposición de los Profesores Generales Integrales (PGI) un material de apoyo a la docencia que les servirá para complementar sus actividades en las clases de Matemáticas.

Efectuándose un análisis de los resultados del operativo provincial del grupo de la calidad del aprendizaje de la Matemática, se puede constatar que existen algunas insuficiencias asociadas a la fijación y aplicación de nuevas situaciones de los conocimientos geométricos; específicamente aquellos que están relacionados con ángulos y sus relaciones métricas.

Por todo lo anterior es que se declara como **problema** de esta investigación el siguiente:

Insuficiente desarrollo de habilidades en los estudiantes de 7<sup>mo</sup> grado de la ESBECE "Owen Noel Fundora Valdivia" para la resolución de ejercicios matemáticos relacionados con ángulos y sus relaciones métricas en el plano.

**El tema** de esta investigación es: Resolución de ejercicios sobre ángulos y sus relaciones métricas en el plano.

**El objeto es:** El proceso *enseñanza-aprendizaje* de la Geometría mediante las clases de repaso.

**El campo de acción es:** Resolución de ejercicios sobre ángulos y sus relaciones métricas en el plano

Se asume como **objetivo:** Elaborar una propuesta de ejercicios integradores relacionados con ángulos y sus relaciones métricas en el plano en correspondencia con los contenidos del programa de Matemática 7mo grado

Para el logro de este objetivo se trazaron las siguientes **tareas de investigación:**

1. Análisis de los aspectos teóricos metodológicos relacionados con los antecedentes históricos de la Geometría y su tratamiento en la escuela cubana actual.
2. Diagnóstico de los estudiantes para determinar las insuficiencias para resolver ejercicios geométricos relacionados con ángulos y sus relaciones métricas en el plano.
3. Elaboración la propuesta de ejercicios relacionados con ángulos y sus relaciones métricas en el plano, vinculados con el entorno.
4. Valoración de la propuesta de ejercicios.

**La idea a defender es la siguiente:**

Una propuesta de ejercicios que utiliza el entorno para motivar a los estudiantes a partir de sus potencialidades inmediatas, contribuye a desarrollar habilidades en ellos para resolver ejercicios geométricos relacionados con ángulos y sus relaciones métricas en el plano.

**El aporte práctico:** Está dado por la propuesta de ejercicios integradores y su vinculación con el entorno desde el punto de vista teórico práctico.

Los **métodos y técnicas** utilizados en esta investigación fueron:

➤ **Del nivel empírico:**

- Encuesta a estudiantes al inicio de la investigación para conocer la preferencia del estudio de la Geometría por parte de ellos, es decir, como parte de la información para corroborar la existencia del problema. El método de encuesta consiste en buscar información de primera mano que puede obtenerse con la aplicación de un cuestionario o con la realización de entrevistas a los participantes, esta información constituye una premisa necesaria para el investigador, siempre de acuerdo con los objetivos trazados en la investigación. Esta forma de recolectar la información primaria puede ser por preguntas orales o escritas

- Encuesta a docentes al inicio de la investigación para conocer el nivel de preparación alcanzado por los profesores generales integrales en la selección y elaboración de ejercicios variados que contribuyan a elevar la calidad del aprendizaje en los estudiantes.
- La revisión de documentos escolares: planes de clase, revisión de libretas, programas de estudio y bibliografía de la asignatura Matemática se realizó durante todo el proceso investigativo para la identificar las insuficiencias que se tendrían en cuenta para la conformación de los ejercicios. Este tipo de datos se obtiene de fuentes documentales escritas. Se debe tener en cuenta también la documentación electrónica y la recuperación de artefactos y materiales que permitan el análisis histórico del proceso.
- La observación: es uno de los métodos científicos más utilizados en la investigación aquí se utilizó para obtener información de fuentes primarias, amplia y abierta acerca del objeto de estudio, su valor radica en que permite obtener dicha información tal y como se da en la realidad. Para lograr una buena calidad en la observación es determinante establecer una adecuada definición de las situaciones, fenómenos o estados del objeto que será observado.

➤ ***Del nivel teórico:***

- El análisis-síntesis, se utilizará durante todo el proceso de investigación con el objetivo de fomentar los fundamentos de toda la información acopiada sobre el tema objeto de estudio durante la revisión bibliográfica, así como en el procesamiento e interpretación de los datos obtenidos como resultado de la aplicación de los instrumentos.
- La inducción-deducción, su utilización nos permitirá durante la revisión bibliográfica y el análisis de los resultados, realizar inferencias y razonamientos lógicos acerca del objeto de estudio, lo que posibilitará el establecimiento de conclusiones parciales y generales.
- Tránsito de lo abstracto a lo concreto, se utilizó para diseñar los ejercicios que pueden ser propuestos en las clases de repaso en la Geometría en la Secundaria Básica.
- Histórico-lógico, su utilización nos permitió realizar la reseña histórica de la Geometría en los diferentes niveles de enseñanza comenzando desde el preescolar y culminando en el preuniversitario.

➤ ***Del nivel estadístico:***

- Para calcular los valores porcentuales y realizar la representación gráfica; para el procesamiento de la información recogida a través de los instrumentos aplicados, y la representación de figuras.

Las fuentes teóricas utilizadas en la investigación lo constituyen los documentos normativos y metodológicos del MINED para el trabajo en la Secundaria Básica, bibliografías de la enseñanza preescolar, primaria y secundaria básica, y obras de destacados autores como A.V. Pogorélov, Ignacio Fiterre, la Enciclopedia Autodidáctica Interactiva Océano, entre otras.

## CAPÍTULO 1

### Consideraciones psicopedagógicas e históricas de la Geometría.

Según Enciclopedia Autodidáctica Interactiva Océano (3) y A.V. Pogorélov (4), la Geometría es una palabra griega que significa: medición de tierra; es la ciencia que trata de las propiedades de las figuras geométricas empleadas para la medición de extensiones. I. Fiterre, por su parte define la Geometría como la ciencia que estudia la forma, tamaño y posición de los cuerpos. (5)

#### 1.1 La Geometría. Antecedentes históricos (5)

La **geometría** es una de las más antiguas [ciencias](#). Inicialmente, constituía un cuerpo de conocimientos prácticos en relación con las [longitudes](#), [áreas](#) y [volúmenes](#). En el [Antiguo Egipto](#) estaba muy desarrollada, según los textos de [Heródoto](#), [Estrabón](#) y [Diodoro Sículo](#).

La Geometría nació gracias a la práctica del hombre: la mayor parte de las propiedades geométricas que permiten resolver problemas prácticos, aparecen nada menos que en los viejísimos papiros y tablillas de barro de Egipto y Babilonia.

La Geometría es una creación humana que data de los siglos VI al III a.n.e. Fueron los griegos quienes estructuraron por vez primera, de una manera coherente, ésta rama matemática. Como [Euclides](#), en el siglo III a. C. configuró la geometría en forma [axiomática](#), tratamiento que estableció una norma a seguir durante muchos siglos: (la [geometría euclidiana](#)) descrita en su obra «[Los Elementos](#)»; se le concede el sobrenombre de "El padre de la Geometría".

La Geometría se convirtió entre los antiguos griegos en un lenguaje científico utilizado para describir las idealizaciones de los objetos del mundo exterior: los puntos y líneas geométricos, son abstracciones de los trazos realizados con el lápiz sobre el papel, o de los lugares donde se encuentran las paredes de una habitación. Con todo, de esa geometría "práctica" que está ya presente en las actividades del agrimensor o del arquitecto, la Geometría clásica, la denominada euclídea (en ocasiones los matemáticos usan el término para englobar geometrías de dimensiones superiores con propiedades similares. Sin embargo, con frecuencia, geometría euclidiana es sinónimo de geometría plana y de geometría clásica) ,, conserva una exigencia: la de

darse la posibilidad de medir y comparar longitudes y distancias, por lo cual se ocupa fundamentalmente de estudiar las propiedades métricas de las figuras (medida de ángulo, longitud de un segmento, área de una superficie, volumen de un sólido...)

En el espacio físico usual, las longitudes y los ángulos son las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos que se mantienen inalterados por los movimientos llamados rígidos: traslaciones, giros y simetrías, que son las transformaciones que mantienen inalteradas las medidas así como las relaciones de incidencia y perpendicularidad de las configuraciones geométricas. A ésta preocupación por la medida, la Geometría euclídea añade, sin embargo, un elemento formal ajeno a las técnicas de medición de terreno o de construcción de edificios: el requisito de que los enunciados geométricos se deriven, como teoremas, de una serie de definiciones y principios o axiomas. Los geómetras griegos fueron los primeros en darle al discurso matemático el carácter de sistema deductivo que luego había de hacerse característico de toda la Matemática.

El sentido etimológico de la palabra geometría es el de “medida de tierra”, lo que nos recuerda que el origen histórico de ésta parte de la Matemática ha de buscarse en el desarrollo de la agrimensura y la construcción, en el marco de antiguas civilizaciones, como la egipcia, la babilónica la indú o la china. La cultura griega adoptó ese conjunto de conocimientos, aunque transformándolas de una manera decisiva; en efecto, fueron los griegos quienes organizaron el saber geométrico tradicional en forma de sistema deductivo, como un conjunto de verdades derivadas lógicamente, cada una de ellas, de otras verdades anteriormente establecidas, o de axiomas explícitamente aceptados sin demostración. De hecho, esa naturaleza deductiva que hoy nos parece inseparable de la Matemática en general, apareció por vez primera en Grecia hacia el siglo V a.C., alcanzando su formación más acabada en “Los Elementos” de Euclides, una de las obras más importantes de la Geometría. Puede dar idea de su importancia el hecho que toda la Geometría elemental se encuentra en éste libro. Compiló en *Los Elementos* toda la Geometría conocida de su época, pero no se limitó a reunir todo el conocimiento geométrico, sino que lo ordenó y le dio estructura de ciencia. Es decir, a partir de unos axiomas desarrolló y demostró los teoremas y proposiciones geométricos, dando nuevas demostraciones propias cuando los antiguos no se adaptaban a la nueva ordenación que había dado a las proposiciones.

La agrimensura tuvo gran importancia en el desarrollo histórico de la Geometría, por lo que no es de extrañar que los problemas relacionados con la determinación de la medida de las áreas de las figuras geométricas fundamentales, tanto poligonales

como curvilíneas, así como el estudio de la equivalencia entre superficies delimitadas por dichas figuras, ocupan preferentemente la atención de los primeros geómetras, y en especial la de los egipcios y los griegos. Estos últimos se enfrentaron a un problema importante: las relaciones entre superficies pueden establecerse atendiendo a su forma y al margen de consideraciones aritméticas, por eso las cuestiones relacionadas con la medida de tales superficies exigen resolver problemas de cálculo numérico; y resulta que las operaciones de medición no proporcionan un puente adecuado entre la geometría y la aritmética, ya que dichas operaciones solo pueden hacer intervenir números enteros o fraccionarios, mientras que el cálculo de la medida de algunas superficies exige aceptar la existencia de magnitudes irracionales.

### ***1.1.1 Tratamiento metodológico de la Geometría en la escuela cubana.***

La **pedagogía** es una ciencia perteneciente al campo de las Ciencias Sociales y Humanas, el objeto de estudio de la Pedagogía es la educación, tomada ésta en el sentido general que le han atribuido diversas legislaciones internacionales, como lo referido en documentos de la UNESCO. Así, también es posible encontrar la palabra formación como objeto de estudio de la Pedagogía, siendo educación y formación vocablos sinónimos en tal contexto (existe un debate que indica que son términos diferentes). La Pedagogía estudia a la educación como fenómeno complejo y multirreferencial, lo que indica que existen conocimientos provenientes de otras ciencias y disciplinas que le pueden ayudar a comprender lo que es la educación; ejemplos de ello son la Historia, la Sociología, la Psicología y la Política, entre otras.

Resulta pues de vital importancia efectuar una panorámica metodológica del tratamiento de la geometría en la escuela cubana actual de manera que facilite la comprensión e importancia dentro del currículo escolar.

#### **Enseñanza preescolar.**

- Desde cuarto y quinto año de vida los niños comienzan a identificar figuras geométricas en la actividad "El Mundo de las Figuras". En el sexto año además de identificar figuras, las nombran.

#### **Enseñanza Primaria.**

##### **Primer ciclo.**

- En este ciclo, primer grado específicamente se trazan puntos y rectas, se trazan, señalan y comparan segmentos. Reconocen y trazan con plantillas

triángulos, cuadrados, rectángulos en papel cuadriculado, miden los lados del rectángulo, reconocen y trazan círculos con plantillas.

- En segundo grado reconocen puntos y rectas, puntos que están en y fuera de la recta. Trazan cuadriláteros y segmentos, reconocen cubos y ortoedros y trazan circunferencias.
- En tercer grado, reconocen puntos que pertenecen a una figura dada, trazan rectas y puntos que pertenecen y no pertenecen a la recta. Nombran segmentos y rectas, trazan rectas paralelas y reconocen segmentos paralelos. Reconocen rectas perpendiculares. Reconocen y trazan paralelogramos, reconocen y forman prismas.
- En cuarto grado, trazan rectas paralelas y perpendiculares, rectángulos, segmentos, triángulos; a estos últimos los clasifican atendiendo a las longitudes de sus lados, trazan semirrectas, cuadrados, paralelogramos, cuadriláteros, ángulos y los clasifican. Trabajan con escalas y mapas, trazan trapecios, rombo, ortoedro, pirámide, circunferencia, radio, diámetros, cilindros, conos, prismas, esferas, cubos y círculos.

### **Segundo ciclo.**

- En quinto grado, se repasa y profundizan las figuras y cuerpos geométricos fundamentales, la recta y el plano, segmento, ángulo, polígono, figuras simétricas, igualdad y movimientos (reflexión del plano en una recta, traslación y la simetría con respecto a un punto).
- En sexto grado, repasan lo aprendido en grados anteriores, analizan algunas propiedades de la planimetría, realizan movimientos del plano, estudian las propiedades especiales de la reflexión, la traslación y la simetría central. Conocen la definición de ángulo, lo clasifican, estudian los ángulos consecutivos, adyacentes, opuestos por el vértice y entre paralelas. De los triángulos estudian su clasificación, relación entre los lados y ángulos de un triángulo, desigualdad triangular, teoremas sobre los ángulos de un triángulo. Aprenden a hallar el volumen de un ortoedro y conocen unidades de volumen y capacidad.

### **Enseñanza Secundaria Básica o Nivel medio.**

- En éste nivel se continúa el estudio de los ángulos, triángulos, cuadriláteros y se consolidan los conocimientos de la primaria, se comienza con la igualdad de triángulos, semejanza de figuras geométricas, teorema de Tales, teorema de Pitágoras, teorema de las transversales, se halla la longitud de circunferencias y círculos y volumen de cuerpos.



### **Enseñanza Preuniversitaria o Nivel medio superior.**

- En éste nivel se continúa trabajando con la Línea Directriz de la Geometría, específicamente la semejanza de triángulos, se introduce el estudio de la Geometría Analítica y la Geometría del Espacio.

#### **1.1.2 Línea Directriz Geometría.**

Como la geometría elemental es la base del pensamiento geométrico, se debe insistir en las propiedades de las figuras geométricas elementales y en el cálculo geométrico relacionado con ellas. Lo anterior hace de la geometría un contenido que debe ser asimilado permanentemente por lo que la línea directriz “Geometría y trabajo con magnitudes” se desarrolla desde la enseñanza preescolar, transitando por la enseñanza primaria, la secundaria básica, hasta la enseñanza preuniversitaria, en forma permanente pues las ideas geométricas, deben estar siempre presentes; el significado geométrico de los conceptos y teoremas deben ocupar un plano principal siempre que sea posible, ya que contribuye de manera esencial a lograr una representación mental clara de los conceptos, los que serán elaborados cuidadosamente y con la participación activa de los estudiantes.

La geometría debe ser empleada como vehículo apropiado para interpretar el mundo físico y como herramienta de la orientación en el espacio.

La línea directriz Geometría y trabajo con magnitudes está sustentada sobre tres de los aspectos esenciales para el estudio de esta ciencia:

- las relaciones de posición entre rectas, entre rectas y figuras,
- las transformaciones geométricas (los movimientos del plano),
- las relaciones de igualdad y semejanzas de figuras y el cálculo con magnitudes.

En el transcurso de los tres grados de la enseñanza secundaria se resolverán problemas geométricos relacionados con la vida práctica y de otras ciencias que requieran esbozar figuras y/o cuerpos geométricos, así como calcular, comparar longitudes de segmentos, amplitudes de ángulos, perímetros, áreas, volúmenes y aplicar las propiedades geométricas de forma oral y escrita sobre la base de las propiedades de las figuras, de los cuerpos geométricos, de las relaciones entre ellos y sus elementos.

#### **Objetivos de la Línea Directriz**

- Identificar figuras y cuerpos geométricos.

- Reconocer las propiedades fundamentales de las figuras y cuerpos geométricos.
- Esbozar figuras y cuerpos geométricos.
- Estimar y calcular magnitudes.
- Resolver problemas relacionados con:
  - Las propiedades de las figuras planas (7mo grado),
  - Las propiedades de las figuras planas y sus proporciones (8vo grado), y
  - Las propiedades de las figuras planas y cuerpos geométricos (9no grado).
- Contenidos que abarca

En 7<sup>mo</sup> grado se consolidan y sistematizan los conocimientos y habilidades geométricas adquiridas por los alumnos en la enseñanza precedente. Esto debe lograrse a partir de la identificación de la figura en el entorno pasando al reconocimiento de sus elementos esenciales y a las propiedades que lo caracteriza.

En 8<sup>vo</sup> grado el trabajo con la geometría se centra en el análisis de relaciones entre figuras vinculadas a través de una transformación del plano (movimiento, semejanza).

Esto lo diferencia del grado anterior donde se obtuvieron relaciones entre elementos de una misma figura, sobre la base de relaciones de posición.

En 9no grado se induce el concepto de circunferencia a partir de situaciones prácticas. Se determinan sus elementos y propiedades fundamentales. A través de las relaciones de posición se discuten estas entre rectas y circunferencias y entre ángulos y circunferencias. Análogamente se tratan los conceptos de prisma, pirámide, cilindro, cono y esfera y se estudian sus propiedades principales. (2)

### ***1.1.3 Métodos usuales y los niveles de asimilación del contenido de enseñanza de la matemática.***

En esta clasificación de I. Ya Lerner y M.N.Skatkin (6) están incluidos los cinco grandes grupos:

- Método receptivo de información.
- Método reproductivo.
- Exposición problémica.
- Método heurístico.
- Método investigativo.

El tercero, el cuarto y el quinto son los llamados métodos problémicos o productivos y constituyen etapas en el desarrollo de las capacidades creadoras y la independencia cognoscitiva de los alumnos.

Cuando se decide emplear en la enseñanza métodos problémicos o productivos no se pueden obviar el problema docente, la tarea problémica y la pregunta problémica. Estos aspectos se definen como sigue:

**El problema docente:** es la contradicción asimilada por el sujeto que caracteriza lo buscado, en el sentido de la:

- Determinación de lo conocido respecto a lo desconocido;
- Existencia de algo indefinido;
- Determinación de las posibles condiciones para la solución independiente.

**La tarea problémica:** es una actividad de búsqueda a partir de la contradicción que surge en la situación problémica. Esta búsqueda debe ser de tal naturaleza que permita eliminar el conflicto (contradicción) y asegure la solución de dicha tarea. Este proceso de búsqueda es un elemento de creación en el cuál intervienen procedimientos lógicos y heurísticos

**La pregunta problémica:** es un componente de la tarea problémica, la forma lógica de expresión del problema docente, es el estímulo directo del movimiento del conocimiento, la forma lógica de expresión del problema docente. Su solución tiene carácter heurístico, o sea, conduce a encontrar lo nuevo, lo desconocido.

La tarea se diferencia de la pregunta en que supone el cumplimiento de algunas acciones en una sucesión determinada.

El método de búsqueda parcial

La asimilación, por elementos, de la experiencia creadora, y el dominio de algunas etapas de solución de los ejercicios problémicos, se garantiza con el método heurístico o de búsqueda parcial.

La conversación heurística constituye la forma más conocida y expresiva de este método. La misma consta de una serie de preguntas interrelacionadas, cada una de las cuales constituye un eslabón hacia la solución del problema y la respuesta a las mismas requiere de la reproducción de los conocimientos así como de la realización de una pregunta de búsqueda.

El proceso de dominio de la experiencia creadora es paulatino, prolongado y necesita de cierto modelo, aunque sea de la manifestación externa de este proceso, lo cuál se ofrece por el maestro, mediante la llamada exposición problémica.

La estructura de la exposición problémica puede expresarse como sigue:

1. Planteamiento de la solución y su lógica.
2. Desarrollo de la solución y su lógica.
3. Proceso de solución, dificultades y contradicciones.
4. Solución y demostración de que es correcto.
5. Revelación de la importancia de la solución para continuar desarrollando el pensamiento en la esfera de la actividad.

#### ***1.1.4 Sobre la selección de ejercicios y el aumento del grado de dificultad.***

Según Regina Bruder, se comprende como selección de ejercicios “Una actividad Pedagógica productiva y dirigida hacia un objeto para los cuales hay que apoyarse especialmente en diferentes factores subjetivos y condiciones de cálculo en la clase; con una alta conciencia del objetivo en relación con los planes de estudio.

De aquí que una selección de los ejercicios puede realizarse según los siguientes puntos de orientación:

- 1.- La contribución que se puede lograr con los problemas y ejercicios formales para la fijación de conceptos teoremas y procedimientos.
- 2.- Las funciones didácticas que se pueden y deben realizar con la ayuda de ejercicios formales y problemas.

Según las funciones didácticas se pueden seleccionar ejercicios.

- Para el aseguramiento del nivel de partida.
- Para el logro de la motivación.
- Para la elaboración de la nueva materia
- Para la fijación (ejercitación, profundización, repaso, sistematización, aplicación).
- Para el control y evaluación.

En los ejercicios para la ejercitación donde se persigue el desarrollo de habilidades se hace necesaria la variedad de estos.

En los ejercicios seleccionados para el repaso debe tomarse la combinación de estos, es decir no repetir los mismos problemas sin presentar nuevas situaciones.

En la sistematización se deben plantear problemas sencillos y la vía para su solución.

- 3.- La materialización del principio politécnico en las clases de Matemática con ayuda de los problemas.
- 4.- Relación intermateria.

5.- Las posibilidades que ofrecen los problemas y ejercicios formales para una influencia educativa en los escolares.

6.- Construcción de ejercicios por parte del alumno y su solución. (6)

Criterios para la graduación de las dificultades.

Criterios objetivos para la graduación de las dificultades:

- La estructura del ejercicio.
- La formulación verbal del ejercicio.
- La forma y de modo de las magnitudes dadas.
- La subdivisión en ejercicios parciales.
- Las dimensiones de las magnitudes.

Criterios subjetivos para la graduación de las dificultades.

- La relación de los alumnos con la situación
- El grado exigido de actividad independiente.

Aspectos que todo docente debe considerar al seleccionar ejercicios para la clase.

## ***1.2 Los contenidos geométricos en el séptimo grado.***

Para el análisis de los contenidos incluidos en el programa para la Matemática en el séptimo grado de la enseñanza secundaria básica debemos considerar aspectos como:

### ***1.2.1 La Secundaria Básica y sus transformaciones.***

El papel de la educación ha de ser el de crear desarrollo a partir de la adquisición de aprendizajes específicos y relevantes por parte de los educandos. Pero la educación se convierte en promotora del desarrollo solamente cuando es capaz de conducir a las personas más allá de los niveles alcanzados en un momento determinado de su vida, y cuando propicia la realización de aprendizajes que superen las metas ya logradas.

A partir de la implantación del nuevo modelo en la escuela Secundaria Básica generalizado a todo el país, se han producido cambios radicales y profundos hacia un sistema educacional que se corresponda cada vez más con la igualdad, la justicia, la autoestima y las necesidades morales y sociales de los adolescentes cada vez que se trabaje por elevar la cultura general integral, como base de un eficiente trabajo político- ideológico.

El seguimiento realizado al impacto de estas transformaciones en todas las escuelas a partir de los Entrenamientos Metodológicos Conjuntos (EMC), visitas especializadas, inspecciones, Sistema de Evaluación de la Calidad de la Enseñanza (SECE), grupos provinciales de control de la calidad, intercambio realizado con docentes y directivos y el balance realizado de éste Programa de la Revolución, en abril del año 2004, confirman la necesidad de profundizar en la preparación de los Profesores Generales Integrales el cumplimiento de sus funciones especialmente, en el carácter diferenciado de todas las acciones del proceso docente educativo para lograr mayores niveles en el cumplimiento de los objetivos acorde a las necesidades de los estudiantes.

### ***Estado actual de las transformaciones***

#### **Fortalezas**

- a) Introducción de la colección de software educativo “El navegante”.
- b) Introducción de la práctica masiva del ajedrez.
- c) El nuevo sistema de evaluación del estudiante.
- d) Implantación del programa de la merienda escolar en 350 Escuelas Secundarias Básicas Urbanas (ESBU) en el país.
- e) El 100 % de las escuelas con doble sesión.
- f) Compromiso político de cuadros, docentes, pioneros, organizaciones políticas y de masas para enfrentar y cumplir el Nuevo Modelo Pedagógico.
- g) Aceptación del video-clases y la tele-clases en cada uno de los grados.
- h) Reconceptualización de reuniones de padres.
- i) Nivel de satisfacción de la familia y los alumnos.

#### **Debilidades**

- a) Débil preparación de los jefes de grado, tutores y docentes.
- b) Falta de claridad en los docentes en el Sistema de Evaluación de la Enseñanza (SEE) en cuanto a las distintas vías de realización.
- c) Insuficiente cobertura del personal docente y tener vinculados a las aulas a los jefes de grado.
- d) No se alcanzan los niveles de conocimientos que se requieren en geometría, trabajo con variables y magnitudes.
- e) No poder visualizar todos los video-clases de la semana con anterioridad.
- f) La materialización de la rotación y el trabajo cooperado de los dúos y tríos.

Dentro de la enseñanza secundaria básica, en el séptimo grado la asignatura Matemática en su programa dedica un total de 70 horas a la unidad de los contenidos

geométricos que representan el 35 % del total de horas lo cual muestra la importancia de lograr la asimilación de estos contenidos además uno de los objetivos generales es: esbozar figuras, a partir de objetos reales, para emplearlos en la resolución de problemas prácticos que requieren la confección de croquis y orientarse en su entorno, aplicando las relaciones de posición y magnitudes básicas en las figuras planas fundamentales.

Los contenidos geométricos deben impartirse luego de los aritméticos y algebraicos, con el fin de ser explicitados con estos, razón por lo cual están ubicados después de ellos en el programa con igual o mayor cantidad de horas destinada a su aprendizaje.

La unidad se nombra El mundo de las figuras planas, con los siguientes objetivos:

- Estimar, calcular y comparar longitudes de segmentos, amplitudes de ángulos, áreas y perímetros de triángulos, paralelogramos, rectángulos, rombos, cuadrados, trapecios y trapezoides en su entorno natural y social, y donde utilicen las unidades del sistema internacional y sus conversiones hacia otras unidades empleadas comúnmente.
- Esbozar croquis de las áreas de acampada, campamentos de la escuela al campo, entre otras, aplicando las propiedades de los triángulos, rectángulos, cuadrados y circunferencias.
- Resolver problemas relacionados con la vida económica, política y social del país, de su hogar y escuela, utilizando el orden y las operaciones de los números naturales y fraccionarios, el tanto por ciento, las ecuaciones que se reducen a la forma  $ax + b = c$  y  $ax = b$ , con  $a$ ,  $b$  y  $c$  números fraccionarios ( $a \neq 0$ ,  $c \geq b$ ) y las propiedades básicas de las figuras en el plano (segmento, ángulo, triángulo, paralelogramo, trapecio y trapezoide).

Se distribuyen los contenidos en cuatro temas.

- Las figuras planas (8 horas/ clase) que incluye la identificación de las figuras planas fundamentales (punto, semirrecta, recta, segmento, plano, semiplano, ángulo, triángulo, cuadrilátero, circunferencia), a través de la realización, entre otros, de esbozos del área de acampada, de la escuela, de campamento de escuela al campo, en los que se manifiesten las propiedades esenciales que caractericen a estas figuras. Repaso de las propiedades fundamentales de la planimetría. Repaso de los conceptos línea poligonal (abierta y cerrada) y polígonos. Análisis de los elementos de cada una de ellas (lados, ángulos, vértices, diagonales, radios y diámetros) y sus principales características

geométricas. Clasificación de los triángulos según sus lados y ángulos. Clasificación de los cuadriláteros.

- Ángulos y sus relaciones entre figuras (15 horas/ clase) que incluye relaciones de posición entre un punto y una recta y entre dos rectas (rectas paralelas, coincidentes y rectas que se corten en un punto). Estudio de los ángulos que determinan dos rectas que se cortan (ángulos adyacentes y opuestos por el vértice). Relación entre dos rectas y una secante a ellas dos (determinación de ángulos correspondientes, alternos y conjugados), relación entre los ángulos formados por dos rectas paralelas cortados por una secante, la mediatriz como relación entre una recta y un segmento (su construcción y propiedades), la bisectriz como relación entre una semirrecta y un ángulo (su construcción y propiedades). Resolución de problemas.
- Relación entre los elementos de un triángulo y los de un cuadrilátero (28 horas/ clase) que incluye relación entre ángulos en un triángulo (suma de los ángulos interiores, relación entre ángulo exterior y los interiores no adyacente a él). Relación entre los lados de un triángulo (desigualdad triangular), relación entre un lado y el ángulo opuesto a él en un triángulo. Relación entre segmentos y rectas notables en un triángulo (medianas, alturas, mediatrices y bisectrices). Su construcción y propiedades sobre la concurrencia en un punto de las medianas, mediatrices, bisectrices y alturas en un triángulos (9 horas/ clase). Cuadriláteros convexos. Sus elementos y propiedades. Relación entre los diferentes tipos de cuadriláteros. Paralelogramos. Sus propiedades. Paralelogramos especiales (rectángulo, rombo y cuadrado). Sus propiedades. Trapecios, su clasificación y propiedades. Resolución de problemas (17 horas/ clase).
- Estimación de magnitudes en figuras planas (21 horas/ clase) que incluye reconocimiento del tipo de unidad de magnitud en que se expresan longitudes, áreas y masas. Múltiplos y submúltiplos de las unidades de masa, longitud y superficie. Otras unidades de medidas fuera del sistema internacional de unidades (quintal métrico, tonelada métrica, onza, libra, arroba). Estimación y medición de amplitudes de ángulos y longitudes de segmentos. Estimación y cálculo del perímetro y área de un triángulo, un rectángulo, un cuadrado, un paralelogramo y un trapecio. Estimación y cálculo del área de otras figuras a partir de la combinación de las anteriores. Conversión de unidades de medidas. Necesidad de introducir el uso de escalas y el cálculo de magnitudes de estas figuras planas en el uso de croquis. Resolución de problemas.



Esta unidad sistematiza y consolida los conocimientos y habilidades geométricas adquiridos por los alumnos en la enseñanza primaria, partiendo de la identificación de las figuras del entorno en que vive y obtener las propiedades que la caracterizan.

### ***1.2.2 Precisiones del Programa Director de Matemática.***

La importancia de la enseñanza de la Matemática para la formación multilateral de los estudiantes es universalmente reconocida. Los contenidos básicos de ésta asignatura son imprescindibles para lograr un aprendizaje sólido, significativo y aplicable tanto en el desempeño profesional como en la vida cotidiana.

La escuela tiene que priorizar y garantizar que los alumnos adquieran gradual y sistemáticamente una formación adecuada de los contenidos matemáticos.

Los objetivos básicos del Programa Director de la Matemática son los que a continuación se relacionan:

- a) Desarrollar el pensamiento lógico al operar con proposiciones, conceptos y procedimientos, con métodos adecuados asimilados de forma cada vez más consciente.
- b) Calcular con rapidez y seguridad, saber utilizar las reglas del cálculo aproximado y estudiar la factibilidad de las respuestas en correspondencia a los enunciados de los ejercicios que se proponen.
- c) Desarrollar habilidades en la conversión de unidades monetarias y de magnitudes, analizar situaciones de la vida práctica y realizar estimaciones que tengan relación con la escuela y su entorno, así como con otras asignaturas.
- d) Desarrollar habilidades para construir figuras, trazar gráficos y medir longitudes de segmentos o amplitudes de ángulos utilizando semicírculos, reglas, cartabones y diferentes plantillas.

Los docentes encargados de impartir asignaturas de ciencias tienen que procurar que los alumnos aprendan a analizar los problemas, encontrar los medios para resolverlos por sí mismos, escribir de forma sintética y con rigor las respuestas, así como evaluar otras vías de solución que no sean escogidas por ellos. Para ello debe enfrentar a los alumnos a ejercicios variados e integradores que promuevan el razonamiento lógico, la interpretación espacial, la estimación y conversión de magnitudes.

Además el programa dedica 20 horas/ clase a la consolidación de los contenidos referentes al grado en las cuales se debe contribuir el desarrollo de las habilidades en esta asignatura.

### **1.3 Niveles de desempeño cognitivo.**

Ha existido la incógnita sobre como denominar al acto por el cual alguien hace cosas con sentido, resuelve problemas y los explica, interactúa comunicativamente según sean los distintos contextos y asume posiciones con criterio; tales características, deseables, en todo ser humano, podríamos identificarlas como propias de su “desempeño”.

Este desempeño puede estar determinado por el uso que del conocimiento hace cada persona. En esta perspectiva; al hablar de desempeño es muy importante evitar la separación de los factores cognoscitivos de los afectivos y volutivos, especialmente si se tiene en cuenta el impacto de la teoría en la práctica educativa.

El desempeño cognitivo hace referencia al cumplimiento de lo que uno debe hacer en un área del saber de acuerdo con las exigencias establecidas para ello, en este caso, con la edad y el grado escolar alcanzado y cuando se trata de los niveles de desempeño cognitivo se debe tener en cuenta dos aspectos íntimamente relacionados, el grado de complejidad con que se quiere medir este desempeño cognitivo y al mismo tiempo la magnitud de los logros del aprendizaje alcanzados en una asignatura determinada.

Se han considerado tres niveles de desempeño cognitivo vinculados con la magnitud y peculiaridad de los logros del aprendizaje alcanzado por los alumnos en las diferentes asignaturas del currículo escolar:

#### **➤ Primer nivel**

Capacidad del alumno para utilizar las operaciones de carácter instrumental básica de una signatura dada. Para ello deberá reconocer, identificar, describir e interpretar los conceptos y propiedades esenciales en que se sustenta esta.

#### **➤ Segundo nivel**

Capacidad del alumno para establecer relaciones conceptuales, donde además de reconocer, describir e interpretar los conceptos, deberá aplicarlos a una situación práctica planteada y reflexionar sobre sus relaciones internas.

#### **➤ Tercer nivel**

Capacidad del alumno para resolver problemas por lo que deberá reconocer y contextualizar la situación problémica, identificar componentes e interrelaciones, establecer las estrategias de solución, fundamentar o justificar lo realizado (o sea

problemas propiamente dicho, donde la vía por lo general no es conocida para la mayoría de los alumnos y donde el nivel de producción de los mismos es más elevado).

Los niveles de desempeño tienen un carácter relativo, es decir, lo que resulta un primer nivel para un alumno de noveno grado puede resultar un tercer nivel para uno de séptimo. (10)

Para la enseñanza de la asignatura Matemática en general estos conceptos de niveles de desempeño se definen como sigue:

**Nivel I:** Que los alumnos sean capaces de resolver ejercicios formales, reproductivos (saber leer, escribir números, establecer relaciones de orden, reconocer figuras planas y utilizar algoritmos). Están presentes contenidos y habilidades que forman la base de la comprensión matemática.

También se conoce como nivel repetitivo

**Nivel II:** Situaciones problemáticas que están dentro de los problemas rutinarios que tienen una vía de solución conocida, exige un proceso algorítmico del pensamiento. Este es el primer paso en el desarrollo de la capacidad para aplicar estructuras a la resolución de problemas.

También se conoce este nivel como de aplicación de conocimientos.

**Nivel III:** Problemas propiamente dicho, donde la vía de solución por lo general no es conocida para la mayoría de los alumnos y donde el nivel de producción de los mismos es más elevado.

Este nivel también es identificado como nivel de generalización.

## **CAPÍTULO 2**

### **Fundamentación, presentación y validación de la propuesta**

En este capítulo se efectúa un análisis crítico de aquellos elementos que constituyen premisas básicas para la conformación de una propuesta de ejercicios integradores destinados a la fijación de conocimientos geométricos

en el nivel medio Secundaria Básica. La misma constituye una herramienta didáctica que en dependencia de su explotación y correcta utilización en los momentos adecuados, se pudiera convertir en un potente folleto para este fin.

### ***2.1 Fundamentos de la propuesta***

La escuela cubana actual comienza desde la enseñanza preescolar el estudio de la Geometría, de ahí la importancia que se le atribuye a esta rama de la Matemática.

El conocimiento profundo de la Geometría es determinante pero también el desarrollo de un conjunto de cualidades de la personalidad como los intereses, aspiraciones, convicciones, ideales, autovaloración y el conocimiento del desarrollo de los estudiantes, del colectivo, la escuela, la familia y la comunidad, de modo que la dirección del aprendizaje de la asignatura se tiene en cuenta las particularidades de cada uno y las del entorno de forma creativa. De esa manera la clase debe ser una respuesta ajustada a las necesidades del grupo y de cada alumno en particular, de manera que garantice la asequibilidad del contenido mediante una aplicación gradual de los ejercicios por niveles de desempeño y su coherente análisis de la propuesta de tareas a desarrollar en cada clase.

Importante resulta la selección y elaboración de ejercicios de manera que permita aplicar formas efectivas para lograr su aprendizaje profundo y consolidado.

En este sentido se hace cada vez más evidente que no se trata de que los alumnos sean vistos como recipientes, sino de desarrollar sus capacidades para enfrentar a los nuevos retos de este mundo y en particular enseñarlos a aprender.

Las tareas matemáticas son un instrumento que se utiliza habitualmente en el proceso de ***enseñanza-aprendizaje***. Lo más importante para un profesor no radica en el convencimiento de que estos contribuyen a lograr las funciones básicas de este proceso, sino en su diseño, análisis o elección.

Esta es una de las primeras decisiones que tiene que tomar el profesor al pensar en la enseñanza o fijar, en la memoria de los estudiantes, los conocimientos.

Analicemos algunos aspectos relacionados con lo anterior, explicados por la Dra. V. González Maura y colaboradores. (7)

**La memoria** es un proceso psíquico que tiene la particularidad de ejecutarse a través de otros procesos, es decir, de los procesos básicos de la misma: fijación, conservación y reproducción.

**La fijación o grabación** es el proceso de la memoria mediante el cual las estimulaciones que el hombre recibe, quedan plasmadas en forma de huellas mecánicas y su resultado es la fijación de lo nuevo.

El éxito de la fijación depende de múltiples factores, dentro de los cuales podemos destacar la dosificación de la información, su grado de complejidad, su significación para el sujeto etcétera.

**La conservación o retención** es el proceso que permite mantener las huellas que han sido fijadas. Este es un proceso dinámico, en que las huellas no se conservan exactamente tal y como fueron fijadas, sino que en el propio proceso de conservación.

**La reproducción** es el proceso que permite la actualización de las huellas que han sido fijados y conservado. La reproducción puede efectuarse en forma de reconocimiento y en forma de recuerdo.

**El reconocimiento** se produce ante la presencia del estímulo que anteriormente provocó la fijación de la huella, es decir, identificamos lo anteriormente percibido.

**El recuerdo** es la actualización de la huella que se produce en ausencia del estímulo que la provocó. Es decir, no es necesaria la percepción del estímulo que originó la huella, para que esta se produzca.

Por su parte, A. V. Petrovski (8) define el recuerdo como el proceso de la memoria que tiene como resultado la fijación de lo nuevo, en estrecha relación con lo antes adquirido. Señala, además, que el recuerdo siempre es relativo pues en nuestra memoria no se conserva todo lo que actúa sobre nuestros órganos de los sentidos.

En este trabajo una fuente potencial para fijar los contenidos lo constituyen documentos ya elaborados. Los libros de texto son uno de estos tipos de documentos potenciales para elegir tareas y actividades a proponer en el aula; sin embargo esto no resulta suficiente, además de los documentos ya elaborados debe considerarse lo que Vigotsky en su teoría sobre el enfoque histórico cultural define como zona de desarrollo próximo y no es más que la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel

de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero capaz. A través de la zona de desarrollo próximo se puede comprender el curso interno del desarrollo. (9)

Siguiendo a Vigotsky, se reconoce que una educación desarrolladora es la que conduce al desarrollo, va delante de él – guiando, orientando, estimulando-. Es también aquella que tiene en cuenta el desarrollo actual para ampliar continuamente los límites de la zona de desarrollo próximo y los progresivos niveles de desarrollo del sujeto. Es la que promueve y potencia aprendizajes desarrolladores.

También intervienen otros factores, que están relacionados con los anteriores, como la maduración psicológica, la dificultad material, la actitud activa y la distribución del tiempo para aprender.

Con la utilización de estos elementos teóricos se toman en consideración no solo los ciclos y procesos de maduración mental que ya han completado sino también aquellos que se hallan en estado de formación, que han comenzado a madurar y a desarrollarse. Para ello es imprescindible que los docentes pongan en función su capacidad innovadora y creadora para diseñar o elaborar nuevas tareas que propicien y estimulen el desarrollo de las potencialidades intelectuales de los alumnos. (9)

En el proceso de **enseñanza-aprendizaje** desempeña un papel determinante la forma en que las matemáticas y en particular, la geometría, son presentadas a través de las tareas. En ese sentido, las características del proceso de generación del conocimiento geométrico, es decir, la naturaleza del aprendizaje producido y la forma en que este se produce, viene definida, en parte, por el tipo de tarea que los alumnos deben resolver.

La relación entre las tareas geométricas y la actividad que el alumno debe desarrollar al intentar resolverlas (o la misma forma en que el profesor las plantea) puede llegar a caracterizar una determinada comprensión de las nociones matemáticas.

Además, esta relación entre las tareas y lo que el estudiante debe hacer con ellas hace que se genere por parte de estos creencias implícitas sobre lo que son las matemáticas escolares (contenido matemático) y lo que significa aprender algo en Matemática.

El proceso **enseñanza-aprendizaje** tiene como propósito contribuir a la formación integral de la personalidad del alumno, a través de él este adquiere los conocimientos, habilidades, capacidades, normas de comportamiento, valores,

convicciones y se apropian de una cultura general acorde con los principios de nuestra sociedad socialista.

A través de este proceso el alumno aprenderá diferentes elementos del conocimiento, conceptos, teorías, leyes, procedimientos, que formen parte del contenido de cada asignatura; es un proceso activo de interacción del profesor con los alumnos, con el contexto, se prepara al estudiante en las formas de utilizar el contenido aprendido, las formas de actuar teniendo en cuenta las normas y valores de la sociedad en que vivimos.

La comprensión y empleo por los alumnos de los contenidos de un área matemática determinada debe apoyarse en la representación de los mismos en otras áreas como expresión de la interrelación de las líneas directrices del saber.

En este sentido se evidencia una doble perspectiva, dada por:

- Las características textuales de la tarea que tienen que resolver y
- La naturaleza de la actividad que genera dicha tarea.

Delimitando un marco conceptual se puede asumir que la fijación del conocimiento es producto, tanto de la tarea como de la situación en que se da: características de la actividad generada, es decir, interacciones tarea-alumno, alumno-alumno y alumno-profesor.

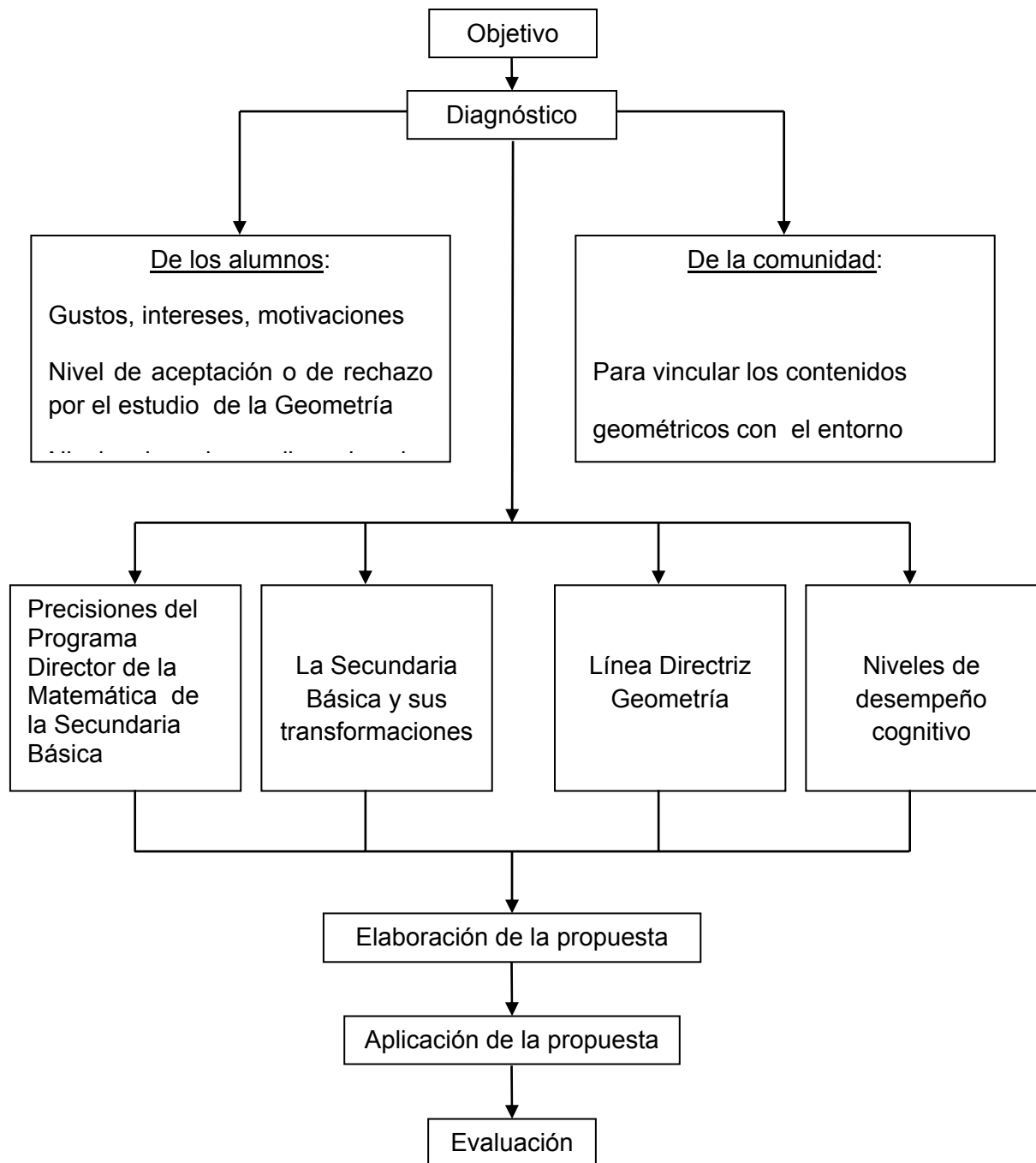
### **2.1.1 Metodología**

Cualquier propuesta que se elabore con el propósito de contribuir al desarrollo de habilidades y desarrollar sus capacidades intelectuales mediante el empleo de tareas debe considerarse la premisa desarrollada en el epígrafe 2.1.

La propuesta se representa en el esquema que a continuación se muestra:

Esquema 2.1. Propuesta para el diseño de ejercicios sobre ángulos y sus relaciones métricas.





Es importante además, considerar los elementos personológicos del proceso (actividad del profesor y del alumno durante la solución de la tarea), así como los elementos no personológicos (objetivo de la tarea, contenido, método, forma de organización y evaluación). Otro aspecto de singular importancia lo constituye la creación de un clima favorable para el desarrollo de la actividad.

Todos estos elementos deben integrarse de manera armónica en la propuesta que se elabore.

Para realizar la valoración (Anexo 7), los especialistas debieron llenar el siguiente cuadro a partir de las indicaciones ofrecidas y previa entrega de la colección de ejercicios que se propone.

| No | Aspectos a Evaluar          | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----|-----------------------------|---|---|---|---|---|
| 1  | Estructura                  |   |   |   |   |   |
| 2  | Pertinencia                 |   |   |   |   |   |
| 3  | Utilidad                    |   |   |   |   |   |
| 4  | Factibilidad                |   |   |   |   |   |
| 5  | Valor científico pedagógico |   |   |   |   |   |

Se les explicó que las categorías evaluativas se deben otorgar en orden ascendentes y se especificó que cuando fuera menor que 5 debían expresar debajo de la tabla qué aspecto le condujo a tomar esa decisión.

Definiciones operacionales para otorgar la evaluación correspondiente a cada aspecto:

Estructura: Si la misma se ajusta o no a lo establecido para una colección de ejercicios.

Pertinencia: Si la forma en que está concebida da respuesta a las dificultades identificadas en el diagnóstico.

Utilidad: Si la propuesta diseñada responde a un problema identificado y pendiente de solución.

Factibilidad: Si la colección de ejercicios propuesta puede ser aplicada en la práctica.

Valor científico pedagógico: Si los resultados obtenidos obedecen a una búsqueda científica, ejecutada mediante un proceso investigativo.

### **2.1.2 Fundamentos Metodológicos**

El primer elemento a considerar en la propuesta es la indicación del objetivo. Este objetivo puede estar encaminado a:

- a) Las habilidades en los procedimientos para solucionar tareas.
- b) La apropiación de los conocimientos geométricos.

c) El desarrollo de las capacidades intelectuales de los alumnos.  
Esto está en dependencia con la intención didáctica del profesor.

El diagnóstico debe realizarse en dos direcciones fundamentales:

1. A los alumnos
2. A la comunidad

El diagnóstico de los alumnos debe realizarse en cuatro direcciones para:

1. Establecer el grado de preferencia por el estudio de la Geometría
2. Establecer el nivel de desarrollo de los conocimientos geométricos
3. Nivel de conocimientos sobre los procedimientos para la solución de la tarea
4. Conocer los gustos, necesidades, deseos, intereses, es decir, todo aquello con lo que puedan sentirse realmente interesados, con el propósito de formular tareas en relación y armonía con ellos.

El diagnóstico de la comunidad debe realizarse para conocer las potencialidades que brinda el entorno como fuente para la elaboración de tareas donde el alumno pueda apreciar las amplias posibilidades de aplicación de la geometría en la vida.

Una vez que se realice el diagnóstico se procederá a la elaboración de las tareas o ejercicios geométricos, para lo cual además de tener en cuenta los resultados del diagnóstico se tendrán en consideración las cuatro premisas declaradas. En esta elaboración es importante tener en cuenta que las tareas sean distintas unas de otras, en mayor o en menor grado, y que no requieran en general la simple aplicación de una forma o de un algoritmo que ya el alumno está acostumbrado a realizar de manera automática. Otro aspecto importante es que las tareas que se elaboren no sean familiares para el alumno y que necesiten de la aplicación, en última instancia del pensamiento creativo.

Todas estas consideraciones propician en buena medida la fijación de los conocimientos geométricos y el desarrollo de importantes capacidades intelectuales.

## ***2.2 Propuesta de ejercicios.***

Esta colección de ejercicios pretende contribuir al perfeccionamiento de la enseñanza de la Geometría en el séptimo grado. En muchas ocasiones y en casi todos los escenarios docentes es frecuente escuchar la necesidad de **eleva la calidad de la educación**, pero ¿cómo hacerlo?

La fijación de los contenidos geométricos sobre ángulos y sus relaciones métricas en el plano para los estudiantes de séptimo grado de la ESBE: Owen Noel Fundora

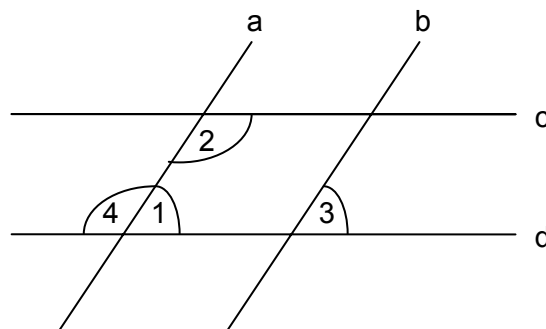
Valdivia del municipio de Rodas en la provincia de Cienfuegos se beneficia con los ejercicios propuestos; los cuales han sido elaborados por el autor de este trabajo después de haber consultados varias bibliografías sobre el tema objeto de estudio y de la materia a la que se hace referencia, además revisados por un grupo de compañeros conocedores del tema y con formación pedagógica, facilitando así el trabajo de los docentes. Corresponde a los docentes diseñar con estos ejercicios actividades sistemáticas, emplearlos en clases tanto de tratamiento de nuevo contenido como de consolidación así como para asegurar el nivel de partida o como actividad independiente ya sea en el aula como en la casa; esperamos que se despierte el interés en los alumnos por el estudio de la Geometría.

La solución a todos los ejercicios propuestos aparece por niveles en los Anexos 8, 9 y 10 por una vía de solución detallada, no siendo esta la única, por lo que se acepta cualquier otra solución que los alumnos encuentren, siempre que el proceder sea correcto.

Los ejercicios que a continuación se presentan han sido organizados según los niveles de desempeño cognitivo.

### Primer nivel de desempeño

- 1- El CAI “5 de Septiembre” necesita del suministro de caña de azúcar por ferrocarril. En un cruce cercano al mismo se intersecan dos vías según se muestra en la figura:



Si se conoce que  $a \parallel b$  y  $c \parallel d$ , además que el ángulo  $1 = 56^\circ$ .

1.1 La amplitud del ángulo 2 es:

- a)  $56^\circ$    b)  $124^\circ$    c)  $180^\circ$    d) No se puede determinar

1.2 La amplitud del ángulo 3 es:

a) ☐  $180^{\circ}$    b) ☐  $56^{\circ}$    c) ☐  $124^{\circ}$    d) ☐ No se puede determinar

1.3 La amplitud del ángulo 4 es:

a) ☐  $56^{\circ}$    b) ☐  $180^{\circ}$    c) ☐  $124^{\circ}$    d) ☐ No se puede determinar

2- Cada mariposa de un sistema de regadíos determina círculos en su recorrido. Si una mariposa determina ocho ángulos en un recorrido completo. La amplitud de cada uno de estos ángulos es de:

a) ☐  $80^{\circ}$    b) ☐  $45^{\circ}$    c) ☐  $360^{\circ}$    d) ☐ No se puede determinar

3- Si uno de los ángulos adyacentes que forman la intercepción de la cortina de la presa "Voladora" con el aliviadero es agudo, el otro puede ser:

a) ☐ recto   b) ☐ agudo   c) ☐ obtuso   d) ☐ No se puede determinar

4- En un cercado para pastoreo se intersecan dos cercas formando dos ángulos adyacentes, podemos afirmar entonces que:

Marque con una X la respuesta correcta

☐ Pueden sumar cualquier amplitud entre  $0^{\circ}$  y  $360^{\circ}$

☐ Tienen un vértice común

☐ Tienen un lado común y los otros dos opuestos

☐ Son iguales

5- Un poste de electricidad próximo a nuestro centro debido a los fuertes vientos del huracán Gustav en la temporada ciclónica del año 2008 se inclinó  $27^{\circ}$ . La amplitud del ángulo formado entre el poste y el suelo después de la inclinación, tomando el menor de los ángulos es de:

a) ☐  $90^{\circ}$    b) ☐  $63^{\circ}$    c) ☐  $73^{\circ}$    d) ☐ No se puede determinar

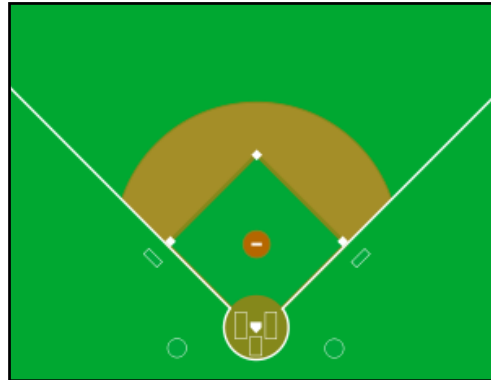
6- La figura que a continuación se muestra representa un terreno de pelota similar al de nuestro centro del que se conoce que las distancias entre las bases forman un cuadrado, si se traza una diagonal que una los puntos de la segunda base con el home quedan determinados dos triángulos:

6.1 Atendiendo a la longitud de sus lados los triángulos anteriormente determinados se clasifican en:

a) ☐ equiláteros b) ☐ isósceles c) ☐ escaleno d) ☐ no se puede determinar

6.2 Atendiendo a la amplitud de sus ángulos los triángulos anteriormente determinados se clasifican en:

a) ☐ acutángulos b) ☐ obtusángulos c) ☐ rectángulo d) ☐ no se puede determinar



7- Si tomamos como rectas el pasillo central de la escuela y el puente aéreo: ¿Qué tipo de rectas forman? Marque con una X la respuesta correcta de las que a continuación se proponen.

a) ☐ perpendiculares b) ☐ paralelas c) ☐ oblicuas d) ☐ ninguna de las anteriores

8- Un tablero de baloncesto tiene forma rectangular, si al mismo le trazamos las diagonales.

Marque con una X de las siguientes propiedades las que se cumplen en esa figura.

a) ☐ Son bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.

b) ☐ Se cortan en sus puntos medios.

c) ☐ Se cruzan.

d) ☐ Se cortan perpendicularmente.

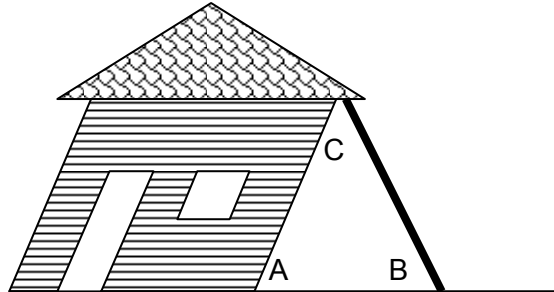
e) ☐ Son oblicuas.

f) ☐ Unen dos vértices consecutivos.

g) ☐ Unen dos vértices opuestos.

## Segundo nivel de desempeño

- 1- En la figura se muestra una vivienda de madera la cual fue apuntalada para evitar su derrumbe formando los ángulos A, B y C, si el ángulo A tiene una amplitud de  $3x^\circ + 23^\circ$ ; el B,  $5x^\circ - 5^\circ$  y el C,  $x^\circ$ . Calcula:



- a) La amplitud de cada ángulo  
b) La inclinación de la vivienda
- 2- Se desea pintar la segunda planta de nuestra escuela, utilizando una escalera para llegar hasta ella. El ángulo A (intersección de la escalera y el piso) es el doble del ángulo B (intersección de la escalera y la pared). ¿Qué amplitud tendrá cada ángulo formado por la intersección de?:

2.1) La pared y el piso.

- a)   $180^\circ$    b)   $60^\circ$    c)   $90^\circ$    d)  No se puede determinar.

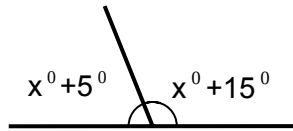
2.2) La escalera y el piso.

- a)   $90^\circ$    b)   $60^\circ$    c)   $150^\circ$    d)  No se puede determinar

2.3) La escalera y la pared.

- a)   $60^\circ$    b)   $90^\circ$    c)   $30^\circ$    d)  No se puede determinar.

- 3- La siguiente figura representa la intercepción de la carretera de entrada a Santiago de Cartagena con la Autopista Nacional. Determine la amplitud de los ángulos de los cuales se da información en la figura y marque la respuesta correcta.

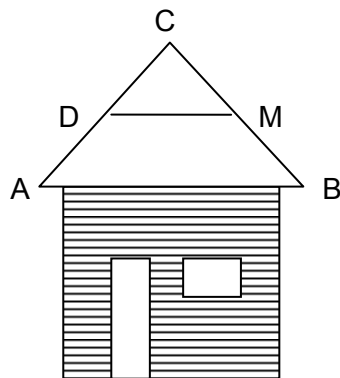


\_\_\_ No sé

\_\_\_  $95^{\circ}$  y  $85^{\circ}$

$45.5^{\circ}$  v  $44.5^{\circ}$

- 4- La figura muestra una vivienda la cual tiene el techo de fibrocemento y el frente del mismo tiene forma de triángulo. Si lo denotamos con las letras ABC y se le coloca una viga de refuerzo  $\overline{DM}$  paralela al lado  $\overline{AB}$ , se forma el triángulo CDM. Si el ángulo CMD es igual a  $70^{\circ}$  y el ángulo CAB es igual a  $60^{\circ}$ . Calcula el ángulo ACB.

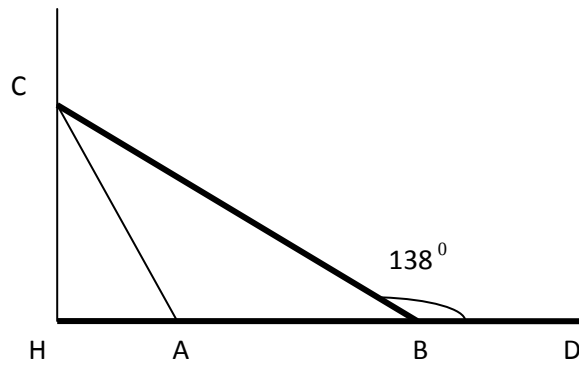


- 5- Paralelo a nuestro centro hay un camino que más adelante se desvía hacia la comunidad 5 de Septiembre como se muestra en la figura. Si trazamos el segmento  $\overline{CH}$  perpendicular a  $\overline{AB}$  y otro  $\overline{CA} = \overline{AB}$  determinamos los triángulos CHA y CAB, si conocemos que el ángulo formado por la intercepción de los dos caminos tiene una amplitud de  $138^{\circ}$ .
- Clasifique el triángulo ABC en cuanto a la longitud de sus lados y la amplitud de sus ángulos
  - Determina la amplitud del ángulo HCA en la figura.

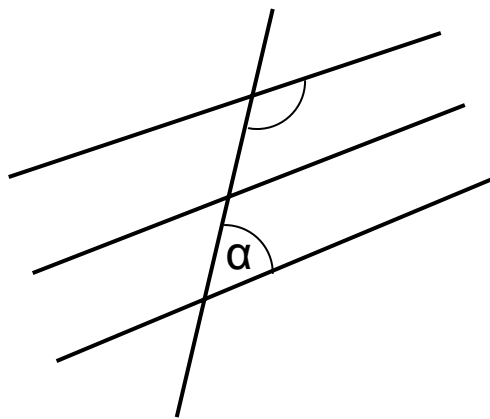
HD: camino // a la ESBE

BC: desvío hacia la comunidad 5 de septiembre

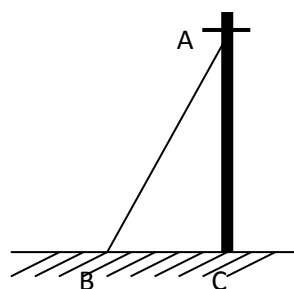




- 6- Para regarle agua al terreno de autoconsumo del centro se han trazado surcos con un arado que atraviezan los de la siembra para lograr una mejor efectividad en esa actividad. Si los surcos de la siembra son paralelos, ¿qué amplitud tendrá el ángulo  $\alpha$  si el ángulo  $\beta$  lo excede en  $112^\circ$ ?



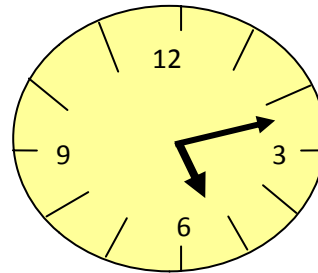
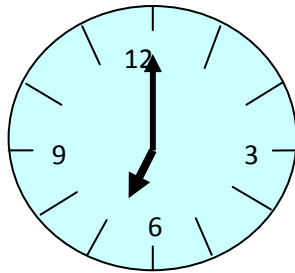
- 7- Un cable tensor de un poste de teléfono forma con este y el suelo un triángulo. Si el ángulo B es el cuádruplo más  $5^\circ$  del ángulo A. Calcule las amplitudes de los ángulos interiores del triángulo.



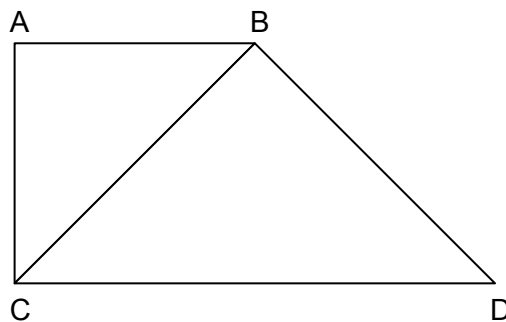
- 8- En una acampada el profesor llevo un papalote con forma de rombo para que los alumnos lo empinaran, si se conoce que uno de los ángulos de dicho papalote tiene una amplitud de  $120^\circ$  :
- a) ¿Qué amplitud tendrán los restantes ángulos del papalote?
  - b) Si se traza las diagonales al papalote; halle la amplitud de los ángulos interiores de uno de los triángulos formados.
  - c) ¿Que relación existe el mayor ángulo del triángulo y el lado opuesto a el? Explique por qué sucede esto.
- 9- En la clase de matemática el profesor explicó a los alumnos como se debe doblar la bandera de la estrella solitaria y dibujo en el pizarrón como queda después de doblada, o sea, en forma de triángulo y denotó los puntos de la figura dibujada con las letras ABC, Lugo prolongó el lado AB hasta el punto D. El ángulo CBD de la figura formada tenía una amplitud de  $96^\circ$  y el ángulo ACD tenía una amplitud de  $36^\circ$ . Determine bajo estas condiciones la amplitud de los ángulos interiores del triángulo ABC. Justifique
- 10- En el mural del aula del grupo 7mo3 las noticias nacionales se colocan en un sobre con forma de triángulo que cumple la propiedad de ser isósceles, este protege que dichas noticias no se extravíen. Si a dicho triángulo se le traza la bisectriz que otras propiedades cumple la recta trazada con relación al lado base.

### **Tercer nivel de desempeño**

- 1- Un reloj de forma circular determina ángulos entre sus manecillas. Si a las 3 pm la amplitud del ángulo formado entre el horario y el minuterio es de  $90^\circ$ .
- 1.1 La amplitud del ángulo formado a las 7 pm siguiendo el recorrido de las manecillas del reloj es de:
- a) \_\_\_  $150^\circ$     b) \_\_\_  $210^\circ$     c) \_\_\_  $180^\circ$     d) \_\_\_ No se puede determinar
- 1.2 La amplitud del ángulo formado a las 5:12 pm es de:
- a) \_\_\_  $150^\circ$     b) \_\_\_  $90^\circ$     c) \_\_\_  $84^\circ$     d) \_\_\_ No se puede determinar



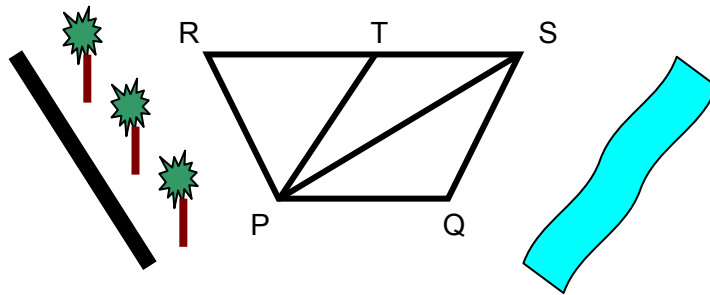
- 2- En el autoconsumo de nuestro centro hay un terreno que tiene forma de trapecio como se muestra en la figura, el cuadrilátero referido lo denotaremos con las letras ABCD, donde  $AB \parallel CD$  el triángulo ABC es rectángulo en A,  $BC = BD$ , el ángulo CBD es  $30^\circ$  mayor que el ángulo BCD. Calcula las amplitudes de los ángulos, de los triángulos que determina la diagonal BC en la figura.



- 3- La figura representa un terreno sembrado de maíz, que tiene en uno de sus lados un río y en otro un camino formando un trapecio isósceles,  $PQ \parallel RS$  y PS es la diagonal trazada para determinar las amplitudes de ciertos ángulos. Si

$$\overline{SQ} = \overline{QP} = \overline{PR} = \frac{\overline{RS}}{2}.$$

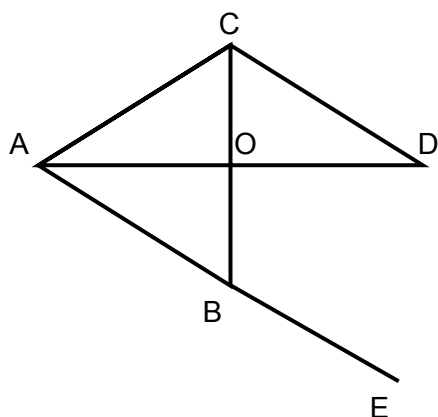
- ¿Qué amplitud tendrá el ángulo RPS si T es punto medio?
- Determina las amplitudes de los ángulos del triángulo PTS



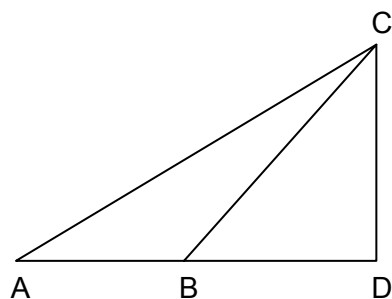
- 4- La bandera de la estrella solitaria tiene el doble de largo que de ancho, y es de forma rectangular. Uno de sus extremos le sirve de base a un triángulo equilátero. Tiene cinco franjas horizontales paralelas de un mismo ancho. En el centro del triángulo, se inscribe una estrella de cinco puntas. Determine:
- La amplitud de los ángulos de una de las franjas azules bases de la bandera
  - La amplitud de los ángulos de una de las franjas blancas
  - ¿Qué relación existe entre dichos ángulos?



- 5- En la clase de Educación Laboral el profesor orientó a los alumnos construir un papalote. Cuando uno de los estudiantes tenía su tarea casi terminada como se muestra en la figura, el profesor le pidió que calculara la amplitud del ángulo OBE para lo cual le facilitó los siguientes datos:
- CB es la bisectriz del ángulo ACD,  $AB \parallel CD$ , el ángulo  $CDA = 50^\circ$  y el ángulo  $CAB = 80^\circ$ .



- 6- Dos caminos paralelos AD y BE son cortados por un río secante a estos AB. Las bisectrices de los ángulos ABE y DAB se cortan en un punto C. Halla la amplitud del ángulo ACB.
- 7- En la figura se muestra un cartabón de pizarra ADC el cual se le trazó un segmento desde el vértice C hasta el punto B que se encuentra en el lado AD de manera que  $2BD = AB = BC$ , CD es la perpendicular bajada desde C al lado AB. Determine bajo estas condiciones las amplitudes de los ángulos interiores del triángulo ABC.



Después de confeccionados los ejercicios, resueltos y agrupados según los niveles de desempeño cognitivo fueron consultados un grupo de 15 especialistas escogidos por la preparación en la asignatura y los años de experiencia en la docencia de la misma; para valorar el diseño de los ejercicios según los criterios reflejados en el anexo 7. Los resultados de esta consulta se muestran a continuación en la siguiente tabla:

|  |                |  |
|--|----------------|--|
|  | <b>Puntaje</b> |  |
|--|----------------|--|

| indicadores                 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | total |
|-----------------------------|---|---|---|---|---|-------|
| Estructura                  | 1 | 1 | 3 | 4 | 6 | 15    |
| Pertinencia                 | 2 | 3 | 4 | 5 | 1 | 15    |
| Utilidad                    | 1 | 1 | 2 | 5 | 6 | 15    |
| Factibilidad                | 2 | 1 | 3 | 4 | 5 | 15    |
| Valor científico pedagógico | 1 | 1 | 2 | 6 | 5 | 15    |

Para el cumplimiento de los indicadores se toma el siguiente criterio: menor de 3 no se cumplen, 3 ó más se cumplen.

Esto constata que el grupo de especialistas evalúa la propuesta con buena estructura, pertinente, útil, factible y de gran valor científico y pedagógico. (Anexo 11)

### **2.3 Constatación de los resultados de la propuesta en la práctica escolar.**

Después de valorar por especialistas la colección de ejercicios propuestos que se elaboraron relacionando los ángulos y sus relaciones métricas en el plano con el entorno se decide comprobar si los ejercicios inciden en el aprendizaje de los conocimientos geométricos de los alumnos para lo cual la propuesta de ejercicios fue aplicada en el grupo 7<sup>mo</sup> 3 seleccionado intencionalmente dentro de todos los grupos de este grado escolar en la ESBEC: “Owen Noel Fundora Valdivia” del municipio de Rodas donde por ser el grupo donde se encontraba desempeñando su función como Profesor General Integral (PGI) el autor de este trabajo, el grupo escogido tenía 32 estudiantes de matrícula.

Aunque el autor conocía el diagnóstico integral del grupo, no poseía referencias sobre los conocimientos del grupo en este contenido por lo que se realizó el diagnóstico del grupo antes de aplicar la propuesta de ejercicios (Anexo 12) con la intención de evaluar los conocimientos sobre Geometría que estos poseían para entonces diagnosticar la preparación y el desarrollo del aprendizaje anterior, todo esto muestra como resultados los siguientes:

| Estudiante No. | Diag |
|----------------|------|
| 1              | 8    |
| 2              | 5    |

|    |    |
|----|----|
| 3  | 6  |
| 4  | 0  |
| 5  | 5  |
| 6  | 0  |
| 7  | 6  |
| 8  | 5  |
| 9  | 4  |
| 10 | 3  |
| 11 | 0  |
| 12 | 0  |
| 13 | 2  |
| 14 | 3  |
| 15 | 5  |
| 16 | 6  |
| 17 | 5  |
| 18 | -- |
| 19 | -- |
| 20 | 2  |
| 21 | 6  |
| 22 | 7  |
| 23 | 0  |
| 24 | 5  |
| 25 | 3  |
| 26 | 2  |
| 27 | 6  |

|    |   |
|----|---|
| 28 | 4 |
| 29 | 4 |
| 30 | 6 |
| 31 | 4 |
| 32 | 2 |

Estas calificaciones muestran las insuficiencias de los alumnos en la disciplina Geometría, las mismas son dificultades en las operaciones básicas del pensamiento es decir, las habilidades intelectuales analizar, sintetizar, abstraer y generalizar. También se detectaron insuficiencias en las habilidades observación y comparación, con estas dificultades se constata que el nivel de conocimientos es bajo caracterizado por memoria mecánica con tendencia a la reproducción.

Con estos resultados se discriminaron los estudiantes según los criterios siguientes;

- Insuficiente: calificación menor de 6
- Regular: calificación de 6 o 7
- Bien: calificación de 8
- Muy bien: calificación de 9
- Excelente: calificación de 10

| Categorías   | Diagnóstico |
|--------------|-------------|
| Insuficiente | 22          |
| Regular      | 7           |
| Bien         | 1           |
| Muy Bien     | 0           |
| Excelente    | 0           |
| Total        | 30          |



Se puede asumir que la situación del grupo seleccionado para la aplicación de la propuesta de ejercicios que favorezcan la fijación de los conocimientos en geometría dentro de la asignatura Matemática de la enseñanza secundaria básica presenta grandes dificultades ya que la mayoría de los alumnos diagnosticados obtuvieron calificaciones que los ubican en la categoría de insuficientes, en total fueron 22 de los 30 presentados, solo 7 en categoría de regular y 1 en bien, las categorías de muy bien y excelente no fue alcanzada por ningún alumno.

El estudio detallado de la disciplina Geometría, permitió seleccionar los objetivos de forma adecuada y en relación a la intención de la propuesta lo que facilitó la elaboración de la misma, así como el diseño de evaluaciones periódicas que muestren el avance o progreso en el aprendizaje de los alumnos, como indica la siguiente tabla:

| Estudiante No. | 1ra. | 2da. | 3ra. | 4ta. |
|----------------|------|------|------|------|
| 1              | 10   | 10   | 10   | 10   |
| 2              | 6    | 6    | 7    | 8    |
| 3              | 7    | 8    | 8    | 9    |
| 4              | 3    | 4    | 5    | 5    |
| 5              | 7    | 7    | 8    | 8    |
| 6              | 2    | 3    | 4    | 5    |
| 7              | 7    | 8    | 9    | 9    |
| 8              | 6    | 7    | 8    | 9    |
| 9              | 6    | 6    | 7    | 7    |
| 10             | 4    | 6    | 7    | 7    |
| 11             | 2    | 3    | 4    | 5    |
| 12             | 2    | 3    | 4    | 5    |
| 13             | 4    | 6    | 5    | 6    |
| 14             | 5    | 6    | 7    | 7    |

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 15 | 6  | 7  | 8  | 8  |
| 16 | 8  | 9  | 9  | 10 |
| 17 | 6  | 7  | 8  | 8  |
| 18 | -- | 5  | 6  | 7  |
| 19 | -- | 5  | 7  | 8  |
| 20 | 3  | 4  | 4  | 5  |
| 21 | 6  | 7  | 8  | 8  |
| 22 | 9  | 10 | 10 | 10 |
| 23 | 2  | 3  | 4  | 4  |
| 24 | 6  | 7  | 7  | 8  |
| 25 | 4  | 5  | 6  | 7  |
| 26 | 3  | 4  | 5  | 5  |
| 27 | 7  | 8  | 8  | 9  |
| 28 | 5  | 6  | 7  | 8  |
| 29 | 5  | 6  | 6  | 7  |
| 30 | 7  | 9  | 9  | 9  |
| 31 | 5  | 6  | 7  | 7  |
| 32 | 4  | 5  | 5  | 6  |

Estos resultados individuales al ser agrupados permitieron la valoración del desarrollo del aprendizaje en el grupo, se muestra que la utilización de los ejercicios favoreció la fijación de los conocimientos en los alumnos al observar que los resultados en las evaluaciones periódicas fueron en ascenso, pudiendo confirmar que el diseño de los ejercicios y su aplicación son apropiados para facilitar el aprendizaje de los contenidos relacionados con la geometría en el séptimo grado. Lo anteriormente expuesto se muestra resumido en la siguiente tabla:

| Categorías   | Evaluaciones |       |    |        |    |        |    |        |
|--------------|--------------|-------|----|--------|----|--------|----|--------|
|              | 1ª           | %     | 2ª | %      | 3ª | %      | 4ª | %      |
| Insuficiente | 15           | 50,00 | 11 | 34,38  | 9  | 28,12  | 7  | 21,88  |
| Regular      | 12           | 40,00 | 14 | 43,75  | 11 | 34,38  | 9  | 28,12  |
| Bien         | 1            | 3,33  | 3  | 9,38   | 7  | 21,88  | 8  | 25,00  |
| Muy Bien     | 1            | 3,33  | 2  | 6,25   | 3  | 9,38   | 5  | 15,62  |
| Excelente    | 1            | 3,33  | 2  | 6,25   | 2  | 6,25   | 3  | 9,38   |
| Total        | 30           | 99,99 | 32 | 100,01 | 32 | 100,01 | 32 | 100,00 |

Para una mejor comprensión de los resultados de los alumnos a partir del diagnóstico inicial se construyó un gráfico de barras el cual se muestra en el (anexo 13)

La organización y dirección como otra de las exigencias del proceso de **enseñanza-aprendizaje** precisa que el docente cambie su posición respecto a la concepción, las exigencias y la organización de la actividad y las tareas de aprendizaje que el concibe en las que la independencia y la participación del alumno serian esenciales desde su concepción y planificación hasta su ejecución y control de forma tal que dirija el proceso con la implicación y flexibilidad necesarias respecto a la participación del estudiante en este.

El protagonismo del alumno en los distintos momentos de la actividad de aprendizaje estará dado tanto por el nivel de implicación en la búsqueda del conocimiento y las tareas para adquirirlo y utilizarlo, como por la propia exigencia de las tareas que deberán propiciar un rico intercambio y comunicación de los alumnos.

La concepción y formulación de la tarea permitirá al docente dar la atención particular tanto en la formación de conceptos como el desarrollo de habilidades específicas de la asignatura y a las de carácter general intelectual que deben lograr su desarrollo como parte del proceso de **enseñanza- aprendizaje**.

Todo lo anterior expuesto nos permitió arribar a las siguientes conclusiones.

**Conclusiones.**

El análisis de los aspectos teóricos metodológicos relacionados con los antecedentes históricos de la Geometría y su tratamiento en la escuela cubana actual, los resultados obtenidos en los operativos de la calidad del aprendizaje en la Matemática y el diagnóstico realizado a los estudiantes para determinar las insuficiencias en resolver ejercicios geométricos relacionados con ángulos y sus relaciones métricas en el plano, se elaboró la propuesta de ejercicios vinculándola con el entorno para su posterior valoración por parte de especialistas y su aplicación.

## **Recomendaciones**

1. Al jefe de grado de 7mo valorar la posibilidad de introducir la propuesta en los restantes grupos.
2. Utilizar los ejercicios en las actividades metodológicas del grado.

• **Referencias Bibliográficas**

- 1-CONGRESO DEL PARTIDO COMUNISTA DE CUBA, I \_\_ La Habana: Ed. Política, 1982. \_\_ p 116.
- 2-El transcurso de las líneas directrices en los programas de matemática y la planificación de la enseñanza / Sergio Ballester Pedroso...[et al.]. \_\_ La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 2002. \_\_ p 19.
- 3-Enciclopedia Autodidáctica Interactiva Océano. \_ *España: Ed. Océano,2000.* \_\_ p 685.
- 4-POGORELOV, A. V. Geometría elemental. \_\_ La Habana: Ed. Pueblo y Educación,2001. \_\_ p 17.
- 5-FITERRE RIVERAS, IGNACIO. Matemática: segundo curso: Geometría. \_\_ La Habana: Ed. SELECTA, 1959. \_\_ p 11.
- 6-Metodología de la enseñanza de la matemática / Sergio Ballester Pedroso... [ et. al] . \_\_ La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 2002, \_\_ T I. \_\_ p 181.
- 7-Psicología para educadores / Viviana González Maura... [et. al]. \_\_ La Habana. Ed. Pueblo y Educación, 1995. \_\_ p158.
- 8-PETROVSKI, A. V. Psicología General. \_\_ La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1978. \_\_ p 320.

9-VIGOSKY L. S. Zona de desarrollo próximo: una nueva aproximación en: El desarrollo de los procesos psicológicos superiores, Barcelona: Grijalbo; 1979. \_\_ p 130.

10-V Seminario Nacional para Educadores. \_\_La Habana: MINED, 2004. \_\_ p 4.



• ***Bibliografía consultada.***

Arnaiz, I. La dirección del aprendizaje de las Matemáticas: Un enfoque didáctico-humanista e integrador.—La Habana: (s.l), 2002.

CASTELLANOS, D. Aprender y enseñar en la escuela, una concepción desarrolladora.—La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2002.

Compendio de Pedagogía. \_\_ La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 2004. \_\_ 354p.

CONGRESO DEL PARTIDO COMUNISTA DE CUBA, I . \_\_ La Habana: Ed. Política, 1982. \_\_ 116 p

CUBA. MINISTERIO DE EDUCACION. Precisiones para el desarrollo de los programas de las asignaturas del Departamento de Ciencias Exactas en las secundarias básicas seleccionadas.—La Habana: Mined, 2000.—87p.

CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN Programa: Matemática: 8<sup>vo</sup>. \_\_ La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 2004. \_\_ p 30 – 37.

CUBA. MINISTERIO DE EDUCACION. Pedagogía ICCP.—La Habana: Ed Pueblo y Educación, 2000

CUBA. MINISTERIO DE EDUCACION. Fundamentos de la investigación educativa. Maestría en ciencias de educación. Segunda parte.\_ La Habana: Ed Pueblo y educación, 2005.

\_\_\_\_\_ Resolución Ministerial 85/99.

\_\_\_\_\_ Resolución Ministerial 106/2004

\_\_\_\_\_ Circular 01/2000

DIAZ GONZALEZ, MARIO. Problemas de Matemática para los entrenamientos de la educación Secundaria Básica I. \_\_ La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 2004. 91p.

EGAÑA MORALES, ESTEBAN. La estadística herramienta fundamental en la investigación pedagógica. La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 2003. - 24 p

FLETCHER, T. Didáctica de la matemática moderna en la enseñanza media.—Barcelona: Editorial Teide, 1971.

- El transcurso de las líneas directrices en los programas de matemática y la planificación de la enseñanza / Sergio Ballester Pedroso... [et.al]. La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 2002. --22. p
- Enciclopedia Autodidáctica Interactiva Océano. *España: Ed. Océano, 2000.* p685-740.
- FITERRE RIVERAS, IGNACIO. Matemática: segundo curso: Geometría. \_\_ La Habana: Ed. SELECTA, 1959. \_\_ p 53-82.
- González, V. Psicología para educadores.--La Habana : Editorial Pueblo y Educación, 2002.—345p.
- GONZÁLEZ, V. Psicología para educadores.-- La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2002.—354p.
- GARCÍA, J. A. Matemática en la escuela secundaria básica. La Didáctica de las Matemáticas: una visión general.-- [www.uva.es/seiem/internet](http://www.uva.es/seiem/internet)
- HERNÁNDEZ, H. La Huella de la Matemática en el pensamiento, La Habana: MES, Grupo  $\beta$  de investigación en Educación Matemática. --(Material mimeografiado)
- HERNÁNDEZ, H. La Huella de la Matemática en el pensamiento.—La Habana: MES, Grupo  $\beta$  de investigación en Educación matemática.—(Material mimeografiado)
- JUNGK, WERNER. Conferencia sobre metodología de la enseñanza de la matemática. I. \_\_ La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1976. \_\_ 186p
- LÓPEZ, M. “¿Sabes enseñar a describir, definir, argumentar?”, en Preguntas y respuestas para elevar la calidad del trabajo en la escuela.-- La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2002.—65p.
- Matemática: 7<sup>mo</sup> grado / Félix Muñoz Barrios... [ et. al]. \_\_ La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1976. \_\_ 206p.
- Metodología de la enseñanza de la matemática / Sergio Ballester Pedroso... [ et. al] . \_\_ La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 2002, \_\_ 2.T.
- Metodología de la Investigación Educacional / Gastón Pérez Rodríguez... [ et. al]. \_\_ La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 2002. \_\_ 2.T.
- NÚÑEZ DE VILLAVICENCIO F. Subsistema de motivación. En: Psicología y Salud. La Habana: Ciencias Médicas; 2001.\_\_ p.53-56.
- PETROVSKI, A. V. Psicología General. \_\_ La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1978. \_\_ 320 p.

Pedagogía 97. La Enseñanza problemática de la Matemática, una concreción vigotskiana en la educación matemática / P Torres, curso 56.-- La Habana, 1997.

Pedagogía 2001. Interdisciplinariedad en la escuela: De la utopía a la realidad / J Fiallo .--La Habana : IPLAC, 2001.

Pedagogía 2003. Enseñanza vs Aprendizaje de los conceptos matemáticas en la escuela primaria. / Góngora, Curso 63.-- La Habana, 2003.

Pedagogía 2003. Currículo e Interdisciplinariedad / G Llanio, Curso 23.-- La Habana, 2003.

Pedagogía 2003. Currículo e Interdisciplinariedad Curso 23 / Llanio, G.-- La Habana: IPLAC, 2003.

POGORELOV, A. V. Geometría elemental. \_\_ La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 2001. \_\_ p 31-76.

Programa y Precisiones de la asignatura Matemática en las Secundarias Básicas. \_\_ La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 2002. \_\_ p82-86.

Psicología para educadores / Viviana González Maura... [et. al]. \_\_ La Habana. Ed. Pueblo y Educación, 1995. \_\_ p.158

V Seminario Nacional para Educadores. \_\_La Habana: MINED, 2004. \_\_ p.3.

VIGOTSKY L S. Zona de desarrollo próximo: una nueva aproximación, en: El desarrollo de los procesos psicológicos superiores, Barcelona: Grijalbo; 1979.\_\_ p130-140

Seminario Nacional para el personal docente.\_ La Habana: Ed Pueblo y Educación, 2000.

II Seminario Nacional para educadores.\_ La Habana: Ed Política, 2001.—11p

III Seminario Nacional para educadores.\_ La Habana: Ed Pueblo y Educación, 2002.—15p

IV Seminario Nacional para educadores.\_ La Habana: Ed ICCP, 2003.—16p

V Seminario Nacional para educadores.\_ La Habana: Ed Pueblo y Educación, 2004.—16p

VI Seminario Nacional para educadores.\_ La Habana: Ed Pueblo y Educación, 2005.—16p

RODRÍGUEZ GÓMEZ G. Aspectos básicos sobre el análisis de datos cualitativos. En: metodología de la investigación cualitativa.-- La Habana: Félix Varela; 2004.\_\_\_ p.197-218.

\_\_\_\_\_. Hacia una concepción del aprendizaje desarrollador.-- La Habana: ISPEJV, 2001.

\_\_\_\_\_. Tradición y enfoques en la investigación cualitativa. En: Metodología de la investigación cualitativa.-- La Habana: Félix Varela; 2004.\_\_\_ p23-36.

SILVESTRE, M. Hacia una didáctica desarrolladora.--La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2002.—123p.

TORRES, P. La Enseñanza de la Matemática en Cuba en los umbrales del siglo XXI: logros y retos.-- La Habana, ISPEJ, 2000.—76p.

## **Anexo 1**

### **Cuestionario a docentes de experiencia**

Estimado profesor: Este cuestionario se aplica con el propósito de obtener información para un estudio sobre el trabajo en la unidad Geometría en el séptimo grado, específicamente sobre ángulos y sus relaciones métricas. Las respuestas que usted aporte serán de uso confidencial y de gran utilidad para nuestro trabajo.

¿Cuáles de los siguientes aspectos usted considera que influyen en la fijación de los conocimientos geométricos en la asignatura Matemática en los estudiantes de séptimo grado?

- Falta de vinculación con otras asignaturas
- Desinterés de los estudiantes
- Escasa bibliografía sobre el tema
- Limitada preparación de los docentes
- Poca motivación por parte de los estudiantes
- Insuficiencias en el programa
- Conocimientos precedentes
- No se orientan tareas de mantenimiento sobre el tema
- No se crean ejercicios integradores por parte de los docentes

## **Anexo 2**

### **Guía para la entrevista a docentes de experiencia**

Estimado Profesor:

Estamos realizando un estudio sobre la fijación de los conocimientos geométricos sobre ángulos y sus relaciones métricas en el plano, para lo cual nos hemos propuesto realizar un diagnóstico de la situación actual en la enseñanza de estos contenidos. Usted ha sido seleccionado por su experiencia como docente y preparación pedagógica. Sus criterios serán muy valiosos.

Le agradecemos su sinceridad y cooperación

1. ¿Cuáles son las principales dificultades de la enseñanza de los conocimientos geométricos para la fijación de los mismos en la secundaria básica?
2. ¿Qué habilidades considera usted están deficientes en la formación de los alumnos que limitan la fijación de los conocimientos geométricos?
3. ¿Cómo usted considera pueda mejorarse la fijación de los conocimientos geométricos en los estudiantes de la secundaria básica?

### **Anexo 3**

#### **Cuestionario para estudiantes.**

Estimado estudiante: Este cuestionario se aplica para obtener información sobre el trabajo en la unidad Geometría en el séptimo grado, específicamente sobre ángulos y sus relaciones métricas.

1. Escribe en orden de preferencia las asignaturas que recibes

1.1. \_\_\_\_\_

1.2. \_\_\_\_\_

1.3. \_\_\_\_\_

1.4. \_\_\_\_\_

1.5. \_\_\_\_\_

1.6. \_\_\_\_\_

2. Te sientes motivado en las clases de Matemática

Si \_\_\_\_

No \_\_\_\_

3. Señala con una (x) que contenido de la Matemática es el que más te agrada
- \_\_\_ trabajo con variables
- \_\_\_ Geometría
- \_\_\_ Cálculo Numérico
4. ¿Crees que la enseñanza de la Geometría vinculada al entorno te ayude a una mayor comprensión de esta rama de la Matemática?
- Si \_\_\_ No \_\_\_

#### **Anexo 4**

##### **Cuestionario para profesores generales integrales**

Estimado profesor: Este cuestionario se aplica con el propósito de obtener información para un estudio sobre el trabajo en la unidad Geometría en el séptimo grado, específicamente sobre ángulos y sus relaciones métricas. Las respuestas que usted aporte serán de uso confidencial y de gran utilidad para nuestro trabajo.

- 1.- ¿Posee usted el conocimiento suficiente para impartir las clases de relaciones métricas entre ángulos en el plano?

Si \_\_\_ A veces \_\_\_ No \_\_\_

- 2.- ¿Considera usted que los ejercicios del texto son suficientes en la unidad?



Si \_\_\_\_

No \_\_\_\_

3.- ¿Sugiere crear más?

Si \_\_\_\_

No \_\_\_\_

4.- ¿Crea usted ejercicios variados para consolidar el tema objeto de estudio de manera que logre la motivación consciente de los estudiantes?.

Si \_\_\_\_

A veces \_\_\_\_

No \_\_\_\_

## **Anexo 5**

### **Entrevista a profesores generales integrales**

Estimado Profesor:

Estamos realizando un estudio sobre la fijación de los conocimientos geométricos sobre ángulos y sus relaciones métricas en el plano, para lo cual

nos hemos propuesto realizar un diagnóstico de la situación actual en la enseñanza de estos contenidos. Nos ayudaría conocer sus criterios con relación a las preguntas formuladas a continuación. Le agradecemos su sinceridad y cooperación.

#### Preguntas Básicas

1. ¿Está presente en el programa del grado la vinculación de los conocimientos geométricos con otras asignaturas? Fundamente su respuesta.
2. ¿Cómo tributan las asignaturas del grado a la fijación de los conocimientos geométricos en los estudiantes? Ejemplifique.
3. ¿Considera usted que sus alumnos se encuentran preparados para enfrentar la enseñanza de los conocimientos geométricos? Justifique su respuesta.

#### **Anexo 6**

ASIGNATURA: \_\_\_\_\_

TIPO DE CLASE: \_\_\_\_\_

TEMA \_\_\_\_\_

FECHA: \_\_\_\_\_

PROFESOR: \_\_\_\_\_

## **1. Condiciones Generales.**

1.1 Puntualidad del profesor y los estudiantes.

1.2 Disciplina.

1.3 Condiciones ambientales.

## **2. Introducción.**

2.1 Control de la asistencia.

2.1.1 Vinculación con contenidos anteriores.

2.1.2 Motivación.

## **3. Desarrollo de la clase.**

3.1.1 Objetivos:

3.1.2 Contenido:

a) Si el contenido se ajusta a los objetivos.

b) Proyección del video didáctico en caso que corresponda.

c) Si se caracterizó la clase por grandes volúmenes de contenidos.

d) Coherencia lógica con que el profesor da el contenido de la asignatura, así como el uso de medios de enseñanza.

e) Orientación de las tareas docentes.

- f) Métodos de enseñanza empleados.
- g) Interés en la clase que manifiesta el estudiante.

### **3.1.2. Referente a las tareas docentes.**

- a) Si el profesor orienta tareas docentes.
- b) Si las tareas docentes están bien diseñadas.
- c) Si el estudiante trabaja con la guía didáctica en el aula.
- d) Si se define la forma de control de las tareas docentes.

## **4. Cualidades del docente. Comunicación profesor-alumno.**

- a) Dominio del tema y control del proceso.
- b) Calidad de la expresión oral.
- c) Aspecto personal.
- d) Si se realiza trabajo educativo.
- e) Reacciones del profesor ante situaciones imprevistas.
- h) Relación profesor-alumno.
- i) Exigencia del profesor.

## **5. Otros aspectos para la valoración general de la unidad temática.**

- a) Correspondencia con el programa de la asignatura.
- b) Determinar si los objetivos y los contenidos tienen salida hacia los objetivos del grado.
- c) Valoración final del cumplimiento de los objetivos.

## **6. Conclusiones.**

- a) Si se verifica el cumplimiento de los objetivos.
- b) Si se realiza motivación de la próxima actividad.

c) Si se realiza una valoración general de la actividad desarrollada.

## **7. Insuficiencias detectadas.**

### **Anexo 7**

#### **Valoración por criterios de Especialistas**

Estimado Profesor:

El presente cuestionario tiene el propósito de recoger sus criterios respecto al diseño de la propuesta de ejercicios para la fijación de los conocimientos geométricos sobre ángulos y sus relaciones métricas en el plano.

Usted ha sido seleccionado teniendo en cuenta su experiencia como docente, preparación científico metodológica y conocimientos de la enseñanza de la asignatura Matemática en la secundaria básica.

A continuación le ofrecemos una tabla en la que aparecen una serie de indicadores que usted deberá evaluar del 1 al 5. Usted valorará cada uno de estos aspectos en la colección de ejercicios diseñada y le otorgará la categoría

que considere en orden ascendente, asignando el 5 como la máxima evaluación.

Cuando su categoría sea menor de 5, puede expresar debajo de la tabla qué aspecto le condujo a realizar esta evaluación.

| No | Aspectos a Evaluar          | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----|-----------------------------|---|---|---|---|---|
| 1  | Estructura                  |   |   |   |   |   |
| 2  | Pertinencia                 |   |   |   |   |   |
| 3  | Utilidad                    |   |   |   |   |   |
| 4  | Factibilidad                |   |   |   |   |   |
| 5  | Valor científico pedagógico |   |   |   |   |   |

Definiciones operacionales para otorgar la evaluación correspondiente a cada indicador.

Estructura: Si la misma se ajusta o no a lo establecido para una colección de ejercicios.

Pertinencia: Si la forma en que está concebida da respuesta a las dificultades identificadas en el diagnóstico.

Utilidad: Si la propuesta diseñada responde a un problema identificado y pendiente de solución.

Factibilidad: Si la colección de ejercicios propuesta puede ser aplicada en la práctica.

Valor científico pedagógico: Si los resultados obtenidos obedecen a una búsqueda científica, ejecutada mediante un proceso investigativo.

Agradecemos su valiosa cooperación. Le saluda cordialmente...

Equipo de Investigación.



## Respuesta a los ejercicios propuestos del primer nivel de desarrollo

### Ejercicio número 1

- 1.1)  $124^\circ$  por ser conjugados.
- 1.2)  $124^\circ$  por ser adyacente con el ángulo 1 y por alterno interno con el ángulo 2.
- 1.3)  $56^\circ$  por ser correspondiente con el ángulo 1.

Se pueden aceptar otras respuestas, o sea, otras vías de solución siempre que los resultados finales sean correctos.

### Ejercicio número 2

La amplitud de cada uno de los ángulos es de  $45^\circ$  por ser cada uno de estos ángulos iguales y el círculo tiene  $360^\circ$  de amplitud bastaría dividir  $360:8$ .

### Ejercicio número 3

La cortina es una recta si un ángulo es agudo el otro es obtuso.

### Ejercicio número 4

La respuesta correcta es el inciso b.

### Ejercicio número 5

El poste de electricidad determina con el piso ángulos de  $90^\circ$  si se inclina  $27^\circ$  se resta  $90^\circ - 27^\circ$  y la diferencia obtenida será la inclinación del poste o sea  $63^\circ$ .

### Ejercicio número 6

6.1 Para que la respuesta sea correcta los estudiantes deberán marcar el inciso b.

6.2 Para que la respuesta sea correcta los estudiantes deberán marcar el inciso c.

### Ejercicio número 7

En este ejercicio los alumnos deben marcar el inciso b para que la respuesta sea correcta.

### Ejercicio número 8

En este ejercicio los alumnos deben marcar para que la respuesta sea correcta los incisos b, e y g.



## **Anexo 9**

Respuesta a los ejercicios propuestos del segundo nivel de desarrollo

### **Ejercicio número 1**

- a) Para calcular la amplitud de los ángulos hay que sumar el valor de cada uno de ellos e igualarlo a  $180^\circ$  que es la suma de las amplitudes de los ángulos interiores de un triángulo:

$$3x + 23 + 5x - 5 + x = 180$$

$$3x + 5x + x = 180 - 23 + 5$$

$$9x = 162$$

$$X = 162 : 9$$

$$X = 18$$

Respuestas

El ángulo A tiene una amplitud de:  $77^\circ$

El ángulo B tiene una amplitud de:  $85^\circ$

El ángulo C tiene una amplitud de:  $18^\circ$

- b) La amplitud de la vivienda se debe calcular restando  $90^\circ - 77^\circ$  debiéndose obtener como resultado  $13^\circ$  que es la inclinación de la vivienda.

### **Ejercicio número 2**

El piso se asume como una línea recta horizontal y la pared como una línea recta vertical, o sea, forman ángulos de  $90^\circ$ .

Se puede plantear la siguiente ecuación:

$$x + 2x + 90^\circ = 180^\circ$$

$$3x = 180^\circ - 90^\circ$$

$$x = 90^\circ : 3$$

$$x = 30^\circ$$

La respuesta correcta del 2.1 es el inciso c

La respuesta correcta del 2.2 es el inciso b

La respuesta correcta del 2.3 es el inciso c

### **Ejercicio número 3**

En este ejercicio el alumno puede plantear la siguiente ecuación:

$$(x+5) + (x+15) = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 20$$

$$x = 160^\circ : 2$$

$$x = 80^\circ$$

Para hallar la respuesta correcta de la pareja de ángulos que están representados en la figura se debe sumar  $80+5$  y  $80+15$  quedando entonces la suma de  $85$  y  $95$  que sería la respuesta correcta.

### **Ejercicio número 4**

Como  $AB \parallel DM$  y el ángulo  $CMD = 70^\circ$  y el  $CAB = 60^\circ$  por datos entonces el ángulo  $CDM = 60^\circ$  por ser correspondiente con el ángulo  $CAB$  por tanto el ángulo  $ACB = 50^\circ$  por suma de ángulos interiores de un triángulo.

### Ejercicio número 5

a) Atendiendo la longitud de los lados del triángulo ABC es isósceles por tener dos lados iguales y por la amplitud de sus ángulos se clasifica como obtusángulo por tener un ángulo obtuso.

b) Para hallar la amplitud del ángulo HCA se deben hallar primero las amplitudes de los restantes ángulos de los dos ángulos determinados en la figura. De los datos tenemos que la amplitud del ángulo CBD es de  $138^\circ$  por tanto el ángulo ABC tendrá una amplitud de  $42^\circ$  por ser adyacente con el ángulo CBD como el lado  $CA=AB$  a lados iguales se le oponen ángulos iguales y viceversa por lo que el ángulo ACB tendrá una amplitud de  $42^\circ$  y el ángulo CAB tendrá una amplitud de  $96^\circ$  por suma de ángulos interiores de un triángulo.

El ángulo HAC tiene una amplitud de  $84^\circ$  por ser adyacente con el ángulo CAB de  $96^\circ$ , el ángulo CHA tiene una amplitud de  $90^\circ$  por ser CH perpendicular a AB y el ángulo HCA tendrá una amplitud de  $6^\circ$  por suma de los ángulos interiores de un triángulo.

### Ejercicio número 6

Una vía de solución puede ser la propuesta a continuación:

Como los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  son conjugados entre paralelas sus amplitudes suman  $180^\circ$  y pueden plantear la siguiente ecuación:

$\alpha + \beta = 180^\circ$  como el ángulo  $\beta$  excede al ángulo  $\alpha$  en  $112^\circ$  se puede plantear que  $\beta = \alpha + 112^\circ$  y sustituyendo quedaría:

$$\alpha + \alpha + 112^\circ = 180^\circ$$

$$2\alpha = 180^\circ - 112^\circ$$

$$\alpha = 68^\circ : 2$$

$$\alpha = 34^\circ$$

La amplitud del ángulo  $\alpha$  es de  $34^\circ$  y la del ángulo  $\beta$  es de  $146^\circ$

### Ejercicio número 7

Para resolver este ejercicio los alumnos deben saber que el poste forma con el piso un ángulo de  $90^\circ$  y pueden para su resolución plantear la siguiente ecuación:

$A + B + C = 180^\circ$  del ángulo A no se conoce nada por lo que su valor será x del B se conoce que es el cuádruplo del A más  $5^\circ$  y del C que tiene una amplitud de  $90^\circ$  y  $180^\circ$  es la suma de las amplitudes de los ángulos internos de un triángulo por lo que sustituyendo la ecuación primaria quedaría de la siguiente manera:

$$X + (4x + 5^\circ) + 90^\circ = 180^\circ$$

$$5x = 180^\circ - 90^\circ - 5^\circ$$

$$5x = 180^\circ - 95^\circ$$

$$X = 85 : 5$$

$$X = 17$$

Por lo que el ángulo A tiene una amplitud de  $17^\circ$  el ángulo B tiene una amplitud de  $68^\circ$  y el ángulo C tiene una amplitud de  $90^\circ$ .

### Ejercicio número 8

a) Como el papalote forma un rombo este tiene dos parejas de ángulos iguales Por tanto si uno tiene una amplitud de  $120^\circ$  tendrá otro de igual medida sumando estos dos  $240^\circ$  los otros  $120^\circ$  restante para completar  $360^\circ$  se dividen entre dos ya que son iguales teniendo cada uno una amplitud de  $60^\circ$ .

b) Conociendo que en el rombo las diagonales son bisectrices de los ángulos cuyos vértices une y que se cortan perpendicularmente en cada triángulo formado hay un ángulo recto  $90^\circ$ , como se conocían las amplitudes de los ángulos del rombo y las bisectrices los dividen en dos iguales las amplitudes de los ángulos de cada triángulo formado serán  $90^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $30^\circ$ .

c) La relación que existe entre el mayor ángulo formado en cada triángulo y el lado opuesto es que es también el mayor lado, ya que en un mismo triángulo o en triángulos iguales al mayor lado se le opone el mayor ángulo y viceversa.

### Ejercicio número 9

En este ejercicio se conoce de los datos las amplitudes de los ángulos ACB y CBD ángulo exterior del triángulo ABC que cumple la propiedad que su amplitud va ser igual a la suma de los ángulos interiores no adyacentes a el, también se pueden hallar las amplitudes hallando la amplitud del ángulo adyacente al exterior sumándolo con el ángulo ACB y restándole  $180^\circ$ .

### **Ejercicio número 10**

La relación que tiene la bisectriz de un triángulo isósceles en relación con el lado base es que además es mediana, mediatriz y altura.

## **Anexo 10**

Respuesta a los ejercicios propuestos del tercer nivel de desarrollo

### **Ejercicio número 1**

1.1 En este ejercicio los alumnos deben analizar que si a las 3pm la amplitud formada por las manecillas del reloj determinan un ángulo de  $90^\circ$  cada vez que recorre el horario una hora, recorre también  $30^\circ$  por lo que a las 7pm el ángulo determinado será de  $210^\circ$ , debiendo marcar el inciso b.

1.2 En este ejercicio los alumnos deben razonar que el horario se mueve según camina el minutero, o sea no se queda estático ¿pero cuanto? deben entonces dividir los  $360^\circ$  que determina un reloj entre 12 que es la cantidad de horas que hay en un recorrido completo, esta operación le debe dar como resultado 30 que es la cantidad de grados que hay entre una hora y otra. Como el minutero recorre 60 minutos en una hora y el recorrido del horario es solo el que hay entre una y otra hora se divide 60 entre 5 que son las rayitas que recorre el horario en una hora, dando como resultado 12, o sea cuando el minutero recorre 12 minutos el horario cambia la posición de una rayita a otra y como entre esas rayitas hay una amplitud de  $6^\circ$  a las 5:12 pm el ángulo determinado entre el horario y el minutero será de  $84^\circ$ , por lo que deberán marcar el inciso c.

### **Ejercicio número 2**

a) De los datos tenemos que  $AB \parallel CD$ , que el triángulo ABC es rectángulo en  $A = 90^\circ$ ,  $BC = BD$  y que el ángulo CBD es  $30^\circ$  mayor que el ángulo BCD. Se puede plantear la siguiente ecuación:

$BCD + CBD + D = 180^\circ$  por ser la suma de los ángulos interiores de un triángulo

$x + (x + 30^\circ) + x = 180^\circ$  sustituyendo

$$3x = 180^\circ - 30^\circ$$

$$x = 150 : 3$$

$$x = 50$$

Por tanto BCD tiene una amplitud de  $50^\circ$  CBD tiene una amplitud de  $80^\circ$  y CDB tiene una amplitud de  $50^\circ$ .

En el triángulo ABC el ángulo ABC tiene una amplitud de  $50^\circ$  por ser alterno interno entre paralelas con el ángulo BCD, el ángulo BAD tiene una amplitud de  $90^\circ$  por datos y el ángulo ACB tiene una amplitud de  $40^\circ$  por suma de ángulos interiores de un triángulo.

b) Atendiendo a la amplitud de sus ángulos el triángulo CBD es acutángulo por tener sus tres ángulos agudos y el triángulo ABC es rectángulo por tener un ángulo recto.

Por la longitud de sus lados el triángulo CBD es isósceles por tener dos lados iguales y el triángulo ABC es escaleno por tener sus tres lados diferentes.

Para clasificar un triángulo si se tiene la amplitud de sus ángulos no es necesario hallar la longitud de sus lados, porque en un mismo triángulo o en triángulos iguales a ángulos iguales se le oponen lados iguales y viceversa.

### Ejercicio número 3

a) Como T es punto medio de RS Entonces PQST es un rombo y  $PT = SQ$  y el ángulo  $PRT =$  al ángulo  $RPT =$  ángulo  $PTR$  por lo que el triángulo RTP es equilátero y tiene ángulos de  $60^\circ$ , el ángulo PTS tiene una amplitud de  $120^\circ$  por ser adyacente con el ángulo RTP y el ángulo PQS también tiene una amplitud de  $120^\circ$  por ser ángulos opuestos de un rombo, los ángulos TSQ y TPQ tienen una amplitud de  $60^\circ$  por suma de ángulos interiores de un paralelogramo.

b) En el triángulo PTS tenemos que :

El ángulo PTS tiene una amplitud de  $120^\circ$  quedando demostrado anterior mente y los ángulos TSP y TPS estos tienen una amplitud de  $30^\circ$  cada uno.

#### **Ejercicio número 4**

a) Como la bandera tiene forma de rectángulo sus cuatro ángulos son rectos y tienen una amplitud de  $90^\circ$ , Al inscribirse un triángulo equilátero en uno de sus lados y tener este formado un ángulo de  $60^\circ$  queda en esa esquina del trapecio rectángulo determinado un ángulo de  $30^\circ$ , el las otras dos esquinas opuestas los ángulos formados son de  $90^\circ$  y el ángulo restante tendrá entonces una amplitud de  $150^\circ$  por suma de ángulos interiores de un paralelogramo.

b) Las amplitudes de los ángulos de una de las franjas blancas de la bandera serán iguales a la de la franja azul, como las franjas de la bandera son paralelas esa es una vía para determinar las amplitudes de los ángulos según su posición dentro de dichas rectas.

#### **Ejercicio número 5**

El ángulo CDA = ángulo OAB =  $50^\circ$  por ser alternos entre las rectas paralelas CD y AB.

El ángulo CAD = el ángulo CAB = el ángulo CAB - el ángulo OAB =  $30^\circ$  por resta de ángulos, el ángulo ACD =  $100^\circ$  Por suma de ángulos interiores de un triángulo.

El ángulo OCD tiene una amplitud de  $50^\circ$  por ser CB bisectriz y el ángulo COD tiene una amplitud de  $80^\circ$  por suma de ángulos interiores de un triángulo. El ángulo AOB tiene una amplitud de  $80^\circ$  por ser opuesto por el vértice con el ángulo COD. El ángulo ABO tiene una amplitud de  $50^\circ$  por suma de ángulos interiores de un triángulo y el ángulo OBE tiene una amplitud de  $130^\circ$  por ser adyacente con el ángulo ABO.

#### **Ejercicio número 6**

Como son las bisectrices de dos ángulos suplementarios (los ángulos ABE y DAB son conjugados) Entonces se cortan perpendicularmente y el ángulo ACB es recto, tiene una amplitud de  $90^\circ$

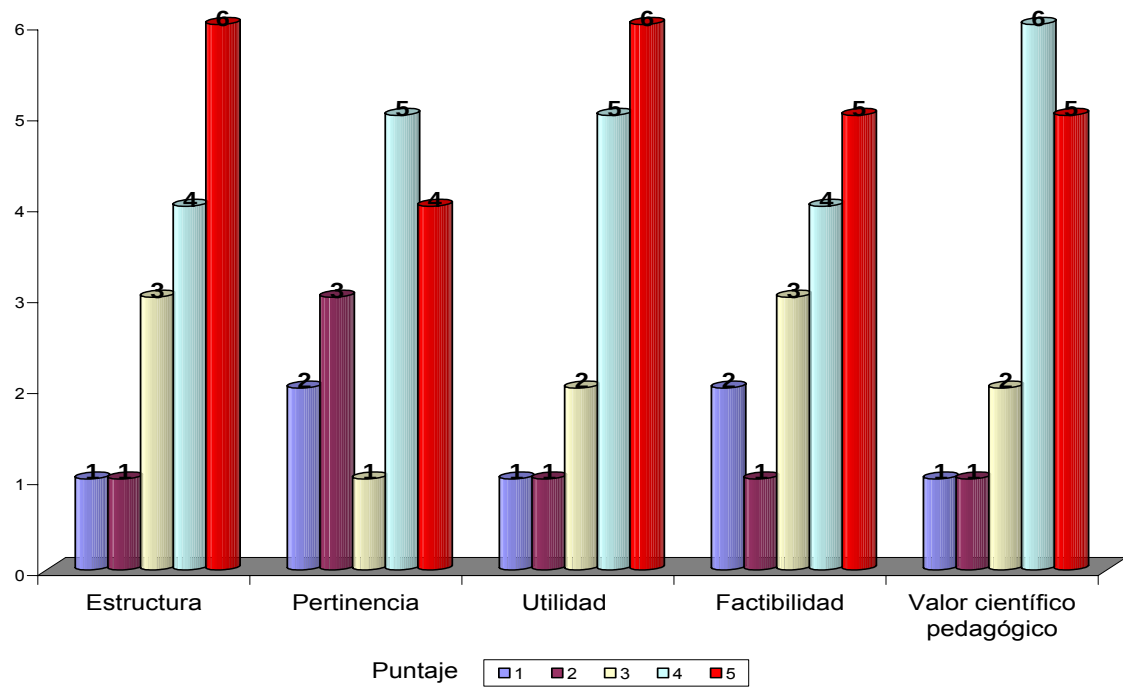
#### **Ejercicio número 7**



Al mencionar que es un cartabón de pizarra el estudiante debe saber que estos son triángulos rectángulos con ángulos de  $30^\circ$  uno y de  $45^\circ$  grados el otro ya que estos solo tienen dos formas, como los catetos no son iguales entonces el de la figura que se muestra es de  $30^\circ$  al ser los lados AB y BC iguales, el triángulo formado es isósceles de base AC y en todo triángulo o en triángulos iguales a lados iguales se le oponen ángulos iguales y viceversa, entonces el ángulo CAB es igual al ángulo ACB =  $30^\circ$  y el ángulo ABC tendrá una amplitud de  $120^\circ$  por suma de ángulos interiores de un triángulo.

## **Anexo 11**

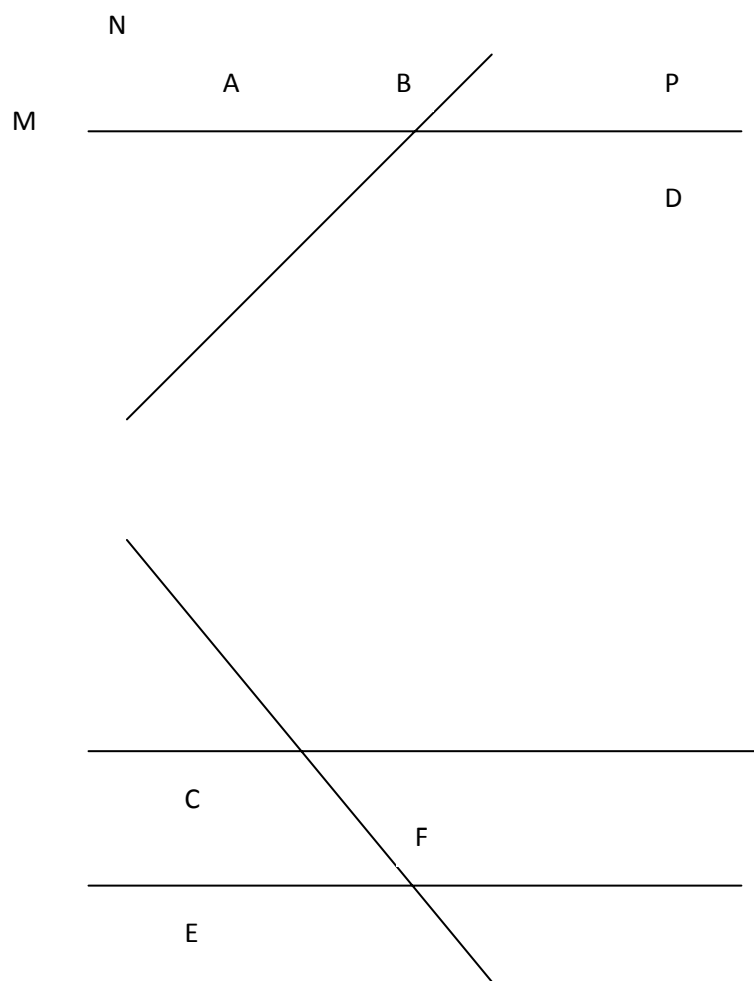
**Resultados de la valoración de la propuesta de ejercicios por criterios de especialistas.**



## Anexo 12

### Cuestionario para el diagnóstico inicial de los alumnos

- 1- Seleccione las proposiciones que considere verdaderas
  - ☐ El ángulo  $101^\circ$  y el ángulo  $79^\circ$  pueden ser adyacentes
  - ☐ El ángulo adyacente a un ángulo agudo puede ser agudo
  - ☐ El ángulo  $A = 76^\circ$  y el ángulo  $B = 67^\circ$  pueden ser conjugados entre paralelas
  - ☐ Los pares de ángulos alternos están situados en diferentes semiplanos de la secante y en la misma región
- 2- Los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  son ángulos conjugados entre paralelas. Si el ángulo  $\beta$  excede al ángulo  $\alpha$  en  $120^\circ$ . ¿Cuántos grados mide cada uno de estos ángulos?
- 3- En la figura las rectas AB, CD y EF son paralelas entre sí. Las rectas AF y BE se cortan en el punto C. El ángulo  $MAN = 25^\circ$ ; y el  $CBP = 115^\circ$ . Halla la amplitud del ángulo ACB.



### Anexo 13

Resultados porcentuales de las evaluaciones realizadas a los estudiantes del 7mo. 3  
ESBEC "Owen Noel Fundora Valdivia."

