

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño

Ciudad de La Habana.

Universidad Pedagógica Conrado Benítez García. Cienfuegos

Sede Universitaria Pedagógica: Rodas

TRABAJO PRESENTADO EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO:

MASTER EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Modalidad: Tesis

Mención: Secundaria Básica

TÍTULO: Propuesta de acciones para la inserción del Número de Oro
(Phi) en la Matemática de noveno grado.

AUTORA: Lic. María del Carmen Rodríguez Garrués

Categoría docente: Profesor Instructor

TUTOR: Msc. Jorge L. Mazaira Fernández

Categoría docente: Profesor Asistente

El presente trabajo aborda una problemática científica que por su importancia constituye uno de los problemas presentes en la Enseñanza General, en particular en la disciplina de Matemática; es la referente a la actualización científica, cultural y técnica de los profesores en correspondencia con los avances que surgen y los descubrimientos que necesitan de su conocimiento inmediato y aplicación, destaca la necesidad de la incorporación del tema “El número irracional Φ ” en las clases de 9no grado. En ella se hace énfasis en algunos puntos importantes, sobre todo en el papel del profesor dentro del proceso de enseñanza- aprendizaje. Se utilizaron en esta investigación métodos del nivel teórico, del nivel empírico, del matemático y/o estadístico. La propuesta diseñada fue llevada a la práctica mediante un experimento pedagógico el cual arrojó resultados positivos, en el conocimiento adquiridos por los profesores.

Introducción.....	1
Capítulo I: Sustentos teóricos en los que se apoya la investigación y el diagnóstico del proceso enseñanza - aprendizaje de la matemática en las instituciones objeto de investigación.....	7
1.1 El trabajo metodológico en la escuela cubana.....	7
1.1.1 La preparación metodológica del profesor de noveno grado.....	12
1.1.2 El ordenamiento de contenido según las líneas directrices.....	12
1.1.3 Caracterización de la línea directriz Dominios Numéricos en la Secundaria Básica.....	13
1.1.4 El programa. Definición. Su Importancia y Objetivo.....	16
1.1.5 Métodos de trabajo con el programa de enseñanza de la matemática.....	19
1.2 El número Irracional Phi, definición algebraica, historia e importancia.....	21
1.3.- Programas en los que se puede efectuar la inclusión del número irracional Phi.....	24
Capítulo II: Propuesta para el conocimiento e inclusión del número irracional Phi en profesores de Secundaria Básica.....	26
2.1 Fundamentos de la propuesta.....	26
2.2 Propuesta de acciones.....	29
2.3 Aplicación de la propuesta de actividades. Análisis de los resultados.....	51
Conclusiones.....	54
Recomendaciones.....	55
Bibliografía.....	56

El desarrollo acelerado de la ciencia y la técnica en nuestros tiempos y la cantidad de conocimientos acumulados por el hombre, son realidades de hoy que colocan a la educación ante una gran provocación: preparar a las nuevas generaciones para que puedan vivir de acuerdo con su tiempo, en un mundo donde el ser humano se convierte, cada vez más, en el transformador de la naturaleza, donde los conocimientos se renuevan y enriquecen constantemente.

En la actualidad, son muchos los avances científicos y tecnológicos que se están desarrollando y continúan apareciendo hallazgos de la antigüedad, quiénes se incorporan en nuestros conocimientos y escuelas a una velocidad vertiginosa, pues en frecuencias de tiempo muy corta son puestos al saber de la población mundial, gracias a tecnologías y los diversos medios de difusión. En tales circunstancias, ningún sistema de educación puede aspirar a transmitir a los alumnos toda la experiencia acumulada por la humanidad, sino a formar en ellos las cualidades del pensamiento y de la personalidad que les permitan estar preparados para participar activamente en la construcción de la nueva sociedad.

Para que esta importante misión de la educación sea posible, se requiere de un elevado nivel profesional de los profesores. De ahí la necesidad de la actualización y profundización constante de sus conocimientos y habilidades profesionales. Cabe destacar en este sentido, la contribución que puede brindar la educación como teoría que centra su atención en la superación de las fuerzas laborales y de la comunidad, posterior a su formación de cualquier nivel de educación, en especial en la preparación de los profesores.

La preparación de profesores de los diferentes niveles educacionales, incluyendo las universidades y las actividades de post-graduación, continúa siendo un objeto de estudio de principal orden del Ministerio de la Educación, por su valor multiplicador de conocimientos, habilidades, pensamiento y conducta. En esta preparación, resulta imprescindible para un profesor de matemáticas apropiarse de información actualizada, la realización de

investigaciones que estén en correspondencia con las novedades internacionales vinculadas a esta ciencia, y de gran importancia para el conocimiento de colegas e instituciones con la cual estamos comprometidos, “la escuela cubana”.

En la matemática existen números irracionales que por su importancia y utilización son estudiados en la enseñanza secundaria, tal es el caso del número irracional **Pi** (π), indispensable para el cálculo de la área de un círculo, prevista su inclusión por la primera vez en los programas del séptimo grado.

¿Qué es **Pi**?

La relación que existe entre el perímetro de una circunferencia y su diámetro es una de las grandes constantes universales conocidas por el hombre, a que se dio el nombre de **Pi**. Esto quiere decir que si pudiésemos tener una circunferencia de un metro de diámetro construida con un hilo, cortásemos el hilo y lo extendiésemos en el suelo para formar un segmento, éste tendría una largura exactamente igual al valor de **Pi** (3,1415926535897932384626433832795...).

Entre otros números irracionales que también son estudiados específicamente en Pre-Universitario tenemos el **número Euler (e)**, así llamado en homenaje al matemático **Euler**. Las variantes del nombre del número incluyen: número de constante de **Néper**, número **neperiano**, constante matemática y número exponencial, etc. La primera referencia con la constante fue publicada en la tabla de un apéndice de un trabajo sobre logaritmos. Sin embargo, éste no contiene la constante propiamente dicha, pero apenas una simple lista de logaritmos naturales calculados a partir de esta.

La primera indicación de la constante fue descubierta cuando intentaba encontrar un valor para la siguiente expresión (muy común en el cálculo):

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

Su valor aproximado es: 2,718 281 828 459 045 235 360 287...

El número también puede ser escrito como la suma de la serie infinita:

$$e = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots$$

Y finalmente otro número irracional, que se tuvo conocimiento recientemente y que por su importancia se entiende que debe ser conocido, difundido e incorporado en la escuela, es el número irracional: **Phi** (Φ), universalmente conocido desde la antigüedad. Este número posee propiedades curiosas y se volvió célebre por la utilización que los pintores y arquitectos de la antigüedad hicieron de él en sus obras.

En investigaciones iniciales realizadas por la autora de este trabajo, se aprecia el total desconocimiento de este número por profesionales de la rama de la matemática. Los docentes desconocen variados ejemplos de números irracionales, por ejemplo: el 100% de ellos hacen referencia a: π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$, etc. que son los que aparecen en los libros de texto y no tienen acceso a la información sobre la existencia del número irracional Phi.

Como se puede observar existen limitaciones en el conocimiento de los docentes para dar un adecuado tratamiento a la existencia en la vida cotidiana de múltiples ejemplos de números irracionales, no enriqueciéndose la cultura general integral de alumnos y profesores, en particular la cultura matemática.

Entre las regularidades encontradas sobresalen las siguientes:

En análisis realizados en los programas de enseñanza secundaria, preuniversitario y en los Institutos de Formación de profesores, se evidencia que el número irracional PHI, no es abordado en ninguno de los niveles de enseñanza, lo que incide en que futuros egresados desconozcan del mismo, pudiendo estar presente su inclusión de forma natural en los programas de las escuelas cubanas, es decir, sin que implique modificaciones en estos.

Un gran porcentaje de los docentes de Secundaria Básica no tuvieron una formación matemática adecuada, ya sea en pregrado o de manera posgraduada. Además los profesores no tienen un acceso directo a la Internet nacional e internacional que les permita obtener información actualizada del

tema y sobre los avances científicos y tecnológicos que se están desarrollando los cuales deben ser incorporados en el conocimiento de los profesores y en las escuelas de manera general.

Por lo antes mencionado se puede llegar al siguiente problema científico: Insuficiente conocimiento de los profesores que imparten el noveno grado para el tratamiento del número " Φ " en el conjunto de los números irracionales.

Siendo el Objeto de la investigación: La preparación metodológica de los profesores de noveno grado.

El Campo de acción de la investigación incluye: El tratamiento del número " Φ " como parte del contenido de los números irracionales en el programa de noveno grado.

Como Objetivo: Elaborar una propuesta de acciones que prepare al docente de noveno grado para la inclusión del número irracional Phi en el programa de Matemática.

Preguntas científicas:

- ¿Cuáles son los fundamentos teóricos que sustentan la incorporación del número irracional Φ en los programas de estudio de enseñanza de las matemáticas?
- Diagnosticar las necesidades de los profesores en cuanto al conocimiento sobre los números irracionales.
- ¿Qué propuesta diseñar para lograr la preparación de los profesores en el tema?
- ¿Cómo constatar la pertinencia de la propuesta elaborada?

Para dar respuesta a estas preguntas científicas se realizaron las tareas científicas siguientes:

- Valoración de los fundamentos teóricos que sustentan la preparación del docente de noveno grado para incorporar el número irracional Φ en el programa de estudio de Matemática.
- Caracterización del estado actual de la utilización del número Φ en el tratamiento de los contenidos de la unidad 1 de noveno grado.

- Elaboración de una propuesta, que permite la preparación de los profesores.
- Validar la propuesta en la práctica educativa.

Población y Muestra:

En el estudio realizado se tomaron como muestra 5 profesores de la ESBU Reinaldo Erice Borges de un total de 14 profesores de Matemática del Municipio, que representa la población.

Para el desarrollo de este trabajo se utilizaron como métodos de investigación:

Métodos Teóricos:

1. El **analítico-sintético**, que permitió realizar el estudio de la bibliografía relacionada con lo tema objeto de investigación, buscar las regularidades del proceso de formación de los profesores de Matemáticas en la enseñanza general, formación de profesores, y su caracterización.
2. El **ascenso de lo abstracto a lo concreto**, con lo que se determinó desde los elementos que caracterizan la necesidad de la superación y actualización de los profesores para establecer los elementos teóricos de la propuesta.
3. El **inductivo – deductivo**, pues de las visitas a clases, se establecieron las regularidades en el proceso de formación de los profesores de Matemáticas y subsistema de enseñanza general.
4. El método **histórico-lógico**, que permitió establecer, después de valorar el decursar histórico de desarrollo del proceso de formación de los profesores de Matemáticas, en el accionar con sus estudiantes para arribar a las conclusiones sobre la importancia de dominar la existencia del número del número Phi y su influencia en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática.

De los métodos empíricos se utilizaron fundamentalmente:

1. La **observación** (visita a clases), para determinar el grado de desconocimiento sobre la existencia del número Phi en los profesores.
2. Se realizaron **entrevistas** a profesores, lo que permitió constatar la información necesaria sobre el desconocimiento teórico que poseen los

docentes de la existencia y aplicación de lo numero Phi y la necesidad de su inclusión en la formación de los mismos, de esta forma se determinó la magnitud del problema, caracterizarlo y determinar la propuesta que contribuya a su solución.

Como **aporte práctico**, se muestra una propuesta de acciones que prepare al docente de noveno grado para la inclusión del número irracional Phi en el programa de Matemática.

El desarrollo se encuentra estructurado en:

Capítulo I: Sustentos teóricos en los que se apoya la investigación y el diagnóstico del proceso enseñanza - aprendizaje de la matemática en las instituciones objeto de investigación

1.1 El trabajo metodológico en la escuela cubana

1.1.1 La preparación metodológica del profesor de noveno grado

1.1.2 El ordenamiento de contenido según las líneas directrices

1.1.3 Caracterización de la línea directriz Dominios Numéricos en la Secundaria Básica

1.1.4 El programa. Definición. Su Importancia y Objetivo

1.1.5 Métodos de trabajo con el programa de enseñanza de la matemática

1.2 El número Irracional Phi, definición algebraica, historia e importancia

1.3 Programas en los que se puede efectuar la inclusión del número irracional Phi

Capítulo II: Propuesta para el conocimiento e inclusión del número irracional Phi en profesores de Secundaria Básica

2.1 Fundamentos de la propuesta

2.2 Propuesta de acciones

2.3 Aplicación de la propuesta de actividades. Análisis de los resultados.

Capítulo I: Sustentos teóricos en los que se apoya la investigación. Diagnóstico del proceso enseñanza - aprendizaje de la matemática en las instituciones objeto de investigación.

1.1 El trabajo metodológico en la escuela cubana

El trabajo metodológico es el sistema de actividades que de forma permanente y sistemática se diseña y ejecuta por los cuadros de dirección en los diferentes niveles y tipos de Educación para elevar la preparación político-ideológica, pedagógico-metodológica y científica de los funcionarios en diferentes niveles y los docentes graduados y en formación mediante las direcciones docente metodológica y científico metodológica, a fin de ponerlos en condiciones de dirigir eficientemente el proceso educativo.

La realización de toda actividad metodológica está encaminada a que los cuadros, funcionarios y el personal docente graduado y en formación, se prepare político e ideológicamente y domine los contenidos, la metodología del trabajo educativo, la didáctica de las asignaturas, especialidades o áreas de desarrollo que imparten con un enfoque científico y sobre la base de satisfacer las exigencias siguientes:

- a) Elevar la calidad del proceso educativo mediante el perfeccionamiento constante de su labor profesional.
- b) Lograr la preparación en la práctica, de manera sistémica y sistemática, de todos los dirigentes, metodólogos, docentes graduados y en formación, así como de los técnicos.
- c) Perfeccionar el desempeño profesional científico y creativo sobre la base de actuaciones éticas en correspondencia con la tradición pedagógica cubana y la cultura universal.

Las principales líneas y objetivos del trabajo metodológico se definen en el Consejo de Dirección de cada nivel de dirección e institución educativa, a partir de las direcciones y los objetivos priorizados del MINISTERIO DE EDUCACIÓN, el fin y los objetivos de cada educación, el diagnóstico del nivel de desarrollo de los directivos y educadores, así como de los resultados del proceso educativo.

Los directores y jefes de departamento de la educación en el nivel nacional, los subdirectores y jefes de la educación en los niveles provincial y municipal, así como los directores de las instituciones educativas son los máximos responsables de la organización, planificación, ejecución y el control del trabajo metodológico, a partir del diagnóstico integral de los cuadros, funcionarios, docentes y estudiantes.

Los metodólogos en los diferentes niveles de dirección y tipos de educación realizan actividades metodológicas de preparación de las estructuras subordinadas y de los directores de las instituciones educativas para garantizar la planificación, ejecución y control del trabajo docente metodológico y científico metodológico. El trabajo que se realice por parte de los metodólogos en las instituciones educativas parte del análisis del desarrollo del proceso educativo, tomando como centro la clase y las diferentes formas organizativas, la preparación de los directivos, de los docentes para ejecutarla y el resultado de los educandos.

Los metodólogos de asignaturas realizan actividades de preparación y ayuda metodológica a tutores, profesores principales o docentes. Para ello desarrollan sesiones de preparación semanal por grados con el objetivo de la preparación de las clases y actividades de las semanas siguientes. Esta actividad se realiza teniendo en cuenta los contenidos más complejos y la preparación real de los docentes.

Se seleccionan colaboradores en las instituciones educativas con experiencia en el nivel y dominio de los contenidos y la didáctica de las asignaturas y áreas de desarrollo, para garantizar la preparación de las clases y actividades de los docentes. Se instrumentarán sesiones de trabajo, con la periodicidad que se requiera, para que los colaboradores atiendan metodológicamente y contribuyan a la preparación de las clases o actividades de los docentes con menos experiencia y dominio del contenido.

El trabajo metodológico tiene como contenido fundamental la preparación de los docentes para lograr la integralidad del proceso educativo, teniendo en cuenta la formación integral que debe recibir el educando, a través de las actividades docentes y extradocentes. En correspondencia con lo anterior el trabajo metodológico abarcará, entre otros:

- a) El dominio del contenido de los programas, los métodos y procedimientos que permitan la dirección eficaz del aprendizaje, el desarrollo de habilidades, el vínculo estudio trabajo, la educación para la salud y su contribución a la calidad de vida y a la formación de los educandos.
- b) La implementación del sistema de evaluación del escolar y el análisis metodológico de sus resultados de la evaluación que influyen de forma directa en la calidad del proceso de enseñanza aprendizaje.
- c) Los nexos interdisciplinarios entre las asignaturas que contribuyen decisivamente a la formación laboral del educando.

El trabajo metodológico que se realiza de forma individual parte de la autopreparación que realiza el docente en el contenido, la didáctica y los aspectos psicopedagógicos requeridos para el desempeño de su labor. Esta autopreparación, orientada, planificada y controlada por el jefe inmediato superior, es la base de la cultura general y premisa fundamental para que resulte efectivo el trabajo metodológico que se realiza de forma colectiva, lo cual requiere de esfuerzo personal y dedicación permanente y sus resultados se tendrán en cuenta en la evaluación profesoral. El tiempo que se dedique a esta actividad estará en dependencia de la experiencia del docente. El trabajo metodológico que se realiza de forma colectiva, tiene como rasgo esencial el enfoque en sistema, se desarrolla encaminado al logro de la elevación científica de los docentes y al desarrollo de buenas clases y actividades. Se basa en dos direcciones: Docente-Metodológica y Científico-Metodológica, las cuales están estrechamente vinculadas entre sí y en la gestión del trabajo metodológico deben integrarse en respuesta a los objetivos propuestos.

El trabajo docente-metodológico es la actividad que se realiza con el fin de mejorar de forma continua el proceso educativo; basándose fundamentalmente en la preparación didáctica que poseen los educadores del contenido de los programas, de los métodos y medios con que cuenta, así como del análisis crítico y la experiencia acumulada.

Las formas fundamentales del trabajo docente-metodológico son:

- a) Reunión metodológica.
- b) Clase metodológica.
- c) Clase abierta.
- d) Clase de comprobación
- e) Preparación de la asignatura o área de desarrollo.
- f) Taller metodológico.
- g) Visita de ayuda metodológica.
- h) Control a clases o actividades.

Las formas de trabajo docente metodológico se interrelacionan entre sí y constituyen un sistema. Su selección está en correspondencia con los objetivos a lograr.

- ✓ La reunión metodológica es la forma de trabajo docente-metodológico dedicado al análisis, el debate y la adopción de decisiones acerca de temas vinculados al proceso educativo para su mejor desarrollo.
- ✓ La clase metodológica es la forma de trabajo docente-metodológico que, mediante la explicación, la demostración, la argumentación y el análisis, orienta al personal docente, sobre aspectos de carácter metodológico que contribuyen a su preparación para la ejecución del proceso pedagógico. La clase metodológica puede tener carácter **demostrativo o instructivo**, y responde a los objetivos metodológicos previstos.
- ✓ La clase abierta es una forma de trabajo metodológico de observación colectiva a una clase con docentes de un ciclo, grupo, grado, departamento, o de una asignatura en el nivel medio superior, en un turno de clases del horario docente, que por su flexibilidad se puede ajustar para que coincidan varios docentes sin actividad frente a sus grupos, la estructuras de dirección y funcionarios. Está orientado a generalizar las experiencias más significativas y a comprobar cómo se cumple lo orientado en el trabajo metodológico. En este tipo de clase se orienta la observación hacia el cumplimiento del objetivo propuesto en el plan metodológico y que ha sido atendido en las reuniones y clases metodológicas, con el objetivo de demostrar cómo se debe desarrollar el contenido.
- ✓ La clase de comprobación es la actividad metodológica que se realiza a cualquier docente, en especial los que se inician en un área de

desarrollo, asignatura, especialidad, año de vida, grado y ciclo o a los de poca experiencia en la dirección del proceso educativo, en particular los docentes en formación.

- ✓ La preparación de la asignatura o del área de desarrollo es el tipo de trabajo docente-metodológico que garantiza, previo a la realización de la actividad docente, la planificación y organización de los elementos principales que aseguran su desarrollo eficiente, teniendo en cuenta las orientaciones metodológicas del departamento. Para este tipo de actividad se toma en cuenta las adecuaciones que se hacen a partir del diagnóstico del grupo.
- ✓ El taller metodológico es la actividad que se realiza en cualquier nivel de dirección con los docentes, en el cual de manera cooperada se elaboran estrategias, alternativas didácticas, se discuten propuestas para el tratamiento de los contenidos, métodos y se arriban a conclusiones generalizadas.
- ✓ La visita de ayuda metodológica es la actividad que se realiza en cualquier nivel de dirección para asesorar a los directivos, funcionarios y docentes en los aspectos de la dirección del trabajo metodológico y el tratamiento particular de los contenidos y su didáctica y otros aspectos del proceso educativo que garanticen su efectividad y la calidad de los resultados. Es una actividad esencialmente demostrativa, con un carácter diferenciado que tiene como punto de partida los aspectos positivos y negativos que sirvan de base para fundamentar las orientaciones concretas y dar seguimiento a la evolución del docente o colectivo pedagógico en los diferentes niveles.
- ✓ El control a clases o las actividades tiene como propósito valorar la afectividad del trabajo metodológico en todos los niveles, el cumplimiento de los objetivos metodológicos que se han trazado, el desempeño del docente y la calidad de la clase o actividades que imparte.

1.1.1 La preparación metodológica del profesor de noveno grado

El profesor de Matemática de la Secundaria Básica actual tiene ante sus retos potenciar no solo el aprendizaje, sino también el desarrollo del pensamiento lógico. Esta posición rechaza todo intento de convertir la enseñanza de la Matemática en un fenómeno exclusivo, sólo dirigido a alumnos aventajados o especialmente elegidos, al cual le son ajenos el trabajo cooperativo y la exploración del entorno físico, limitado a un conjunto de reglas que deben dominar sin mucho interés en su significado hasta aplicarlas automáticamente. La enseñanza de la Matemática junto a su propósito instructivo no puede subestimar su contribución a la educación de los alumnos y a la estimulación de su desarrollo intelectual. La unidad de estas tres intenciones significa conducción didáctica, que tenga en cuenta el diagnóstico sistemático, la asequibilidad de la enseñanza, el aprendizaje activo y el trabajo cooperativo y creador. La asequibilidad se basa en la simplificación didáctica para que el aprendizaje se produzca de lo sencillo a lo complejo, de lo próximo a lo distante, de lo conocido a lo desconocido, de lo fácil a lo difícil, de lo concreto a lo abstracto. Las exigencias que se planteen deberán situarse en la zona de desarrollo próximo, pues tanto el exigir poco, como el exigir mucho constituyen infracciones del principio de unidad de lo instructivo, lo educativo y lo desarrollador. Para que lo aprendido permanezca en la memoria por largo tiempo, debe adquirir un significado y un sentido personal para el que aprende.

1.1.2 El ordenamiento de contenido según las líneas directrices.

La materia de enseñanza se puede ordenar atendiendo a los aspectos principales de la transmisión de conocimientos, el desarrollo de las habilidades y capacidades generales, específicas y de educación de los alumnos según las líneas directrices. Éstos son lineamientos que se mantienen durante todo el curso escolar con respecto a los Objetivos parciales, los contenidos que deben ser objeto de apropiación y los métodos a elegir.

En estos programas para la enseñanza de la matemática se reconocen las siguientes líneas directrices: (C. DR. Sergio BALLESTER PEDROSO) –

Metodología de la enseñanza matemática.

- 1 – Dominios numéricos.
- 2 – Cálculo con magnitudes y valores aproximados.
- 3 – Ecuaciones e inecuaciones. Sistemas. Optimización lineal.
- 4 – Correspondencia, transformación función.
- 5 – Geometría.
- 6 – Procesos de aproximación. Límite y cálculo infinitesimal.
- 7 – Definir.
- 8 – Fundamental, demostrar.
- 9 – Aspectos lógicos y lingüísticos.
- 10 – Base conjuntista.
- 11 – Trabajo con variables.
- 12 – Matematizar problemas extra matemáticos.
- 13 – Trabajo algorítmico.
- 14 – Trabajo combinatorio, pensamiento probabilístico.
- 15 – Técnicas de la actividad mental y práctica.

1.1.3 Caracterización de la línea directriz Dominios Numéricos en la Secundaria Básica.

La línea directriz Dominios Numéricos tiene especial significación en la escuela como recurso para fundamentar con análisis cuantitativo diversos hechos y fenómenos de la vida. El desarrollo de esta directriz permite a los alumnos hacer valoraciones de carácter económico, político y social, particularmente en los que se demuestra la obra de la Revolución Cubana. Además, contribuye a la comprensión y utilización sistemática de los conocimientos dentro de cada una de las áreas matemáticas a través de las relaciones que se establecen entre la aritmética, el álgebra y la geometría.

En 7mo grado se consolidan y sistematizan los conocimientos y habilidades matemáticas sobre los dominios numéricos ya conocidos por los alumnos en el nivel primario: el dominio de los números naturales y el dominio de los números fraccionarios vinculados a situaciones de la vida que ayudan a comprender el significado de estos números.

En 8vo grado se introducen los números negativos partiendo de las necesidades prácticas de la vida, se define el conjunto de los números enteros y se inicia la construcción de los números racionales como ampliación del dominio de los fraccionarios.

En 9no se consolidan y sistematizan los nuevos conocimientos adquiridos en el nivel de secundaria básica, se finaliza la construcción del dominio de los números racionales definiéndose el concepto de número racional, se da a conocer la existencia de números irracionales y se define el conjunto de números reales.

Los objetivos y contenido por unidades:

- 7mo Grado

En la unidad 1 “El significado de los números” se sistematizan por los alumnos los conocimientos adquiridos en la escuela primaria acerca de: la lectura, escritura, identificación y del orden de utilización de los números naturales y fraccionarios, las operaciones de cálculo con números naturales, fraccionarios y expresiones decimales y el significado de comparaciones a través del tanto por ciento.

El nexa con la geometría se debe destacar mediante:

La representación en el rayo numérico de números decimales y la ilustración de los conceptos de fracción de por ciento, considerando porciones de superficies iguales en figuras geométricas conocidas, expresados como fracción común (relacionadas convenientemente con el segmento unidad) y como expresiones decimales, además de que también se identifican y escriben los números fraccionarios representados en el rayo.

- 8vo Grado.

En la unidad 1 “Números con signos”, partiendo de necesidades prácticas de la vida en que es necesario establecer puntos y sistemas de referencia, se introducen los números negativos.

Se le hace comprender a los alumnos las insuficiencias de los dominios de los números naturales y fraccionarios ara dar respuesta a situaciones de la vida y de la propia Matemática.

Se define el conjunto de números enteros ($\mathbb{Z}$) a partir de una simetrización de $\mathbb{N}$; es decir, se forma el conjunto de los números enteros añadiendo a los

números naturales los elementos de un conjunto formado por los opuestos de dichos números.

Igualmente partiendo de problemas prácticos que no pueden ser resueltos desde el punto de vista matemático, solo con los números fraccionarios, se inicia la construcción del dominio de los números racionales ($\mathbb{Q}$) como una ampliación del dominio de los números fraccionarios.

Aquí finaliza la construcción del dominio de los números racionales y se establece la relación de inclusión entre el conjunto de los números naturales, fraccionarios, enteros y racionales.

El nexa con la geometría debe lograrse mediante:

- Representación e identificación de números racionales en la recta numérica expresados como fracción común y como expresión decimal.
- Comparación de números racionales a través de la recta numérica.
- Ilustración del concepto de valor absoluto módulo de un número racional.

- 9no Grado.

En la unidad “Los Conjuntos Numéricos”, se comienza por “El dominio de los números racionales,” se consolidan y sistematizan los conocimientos adquiridos por los alumnos acerca del orden y de las operaciones aritméticas con números racionales mediante el análisis de datos.

Con posterioridad, se amplía al dominio de los Números Reales, tratando a los Irracionales.

A partir del análisis de situaciones de la vida que se expresan con números grandes o con números muy pequeños se introduce el concepto de notación científica y se les hace comprender a los alumnos la necesidad de utilizar esta nueva forma de escribir los números, la cual es utilizada con frecuencia para expresar datos en Química, Física, Biología, etc.

A partir del análisis de $\sqrt{2}$, como un número que no puede expresarse como cociente de dos números enteros, se aborda la existencia de números no racionales. Para su comprensión se ilustra geométricamente la existencia del punto correspondiente a este número en la recta, permitiendo declarar la existencia de los números irracionales y hacer la ampliación del dominio de los números reales, el que se define como el conjunto de unión de los números racionales e irracionales.

1.1.4 El programa. Definición. Su Importancia y Objetivo.

Todo y cualquier hombre tiene siempre un objetivo a alcanzar. Es de la naturaleza humana que cuando se piensa realizar una actividad, se plantea antes el programa. Es este programa el que va a orientar a todos aquellos que directa o indirectamente participan en esta actividad. Entonces al conformar el programa tiene que haber una buena estructuración en la secuencia lógica de toda técnica necesaria durante el ejercicio de esta actividad para que haya éxitos de los objetivos que se pretenden alcanzar.

El proceso de enseñanza - aprendizaje no se excluye de la regla. Para alcanzar aquello que se pretende con la formación del hombre del mañana es necesaria la ejecución exitosa del programa que se formuló sobre la base de esos objetivos. Independientemente en cada país, el estado tiene intereses particulares en la formación de su pueblo y trazar un programa es una regla universal. Como se trata de un documento que va a influir en las mentes de personas; su elaboración precisa de mucha atención. Según Dr. Ramírez Bermúdez “trabajar con la mente humana es una tarea muy difícil porque la mente humana es santa”. Luego su formación precisa mucho cuidado porque un pequeño lapso que haya, desvía inmediatamente la atención del individuo. Todo el programa de enseñanza - aprendizaje debe ser bien estructurado de manera que los temas y contenidos que en él constan tengan una secuencia lógica.

El Programa es definido por ciertos autores como:

CF.F. Bobbitt (1972): el programa es sinónimo de currículo. Programa consiste en el detallamiento del currículo conforme las necesidades o situaciones específicas de la escuela, del aula y del alumno.

Un programa de enseñanza sólo se transforma en currículo después de las experiencias que el niño vive en torno al mismo. (RAGAN W.R— 1973)

C.DR. Eduardo Villegas: el Programa es el documento en el que se sintetiza el diseño realizado.

C.DR. María García: el programa representa el modelo de proceso docente que, como patrón ideal el profesor debe aspirar a materializar en el desarrollo de la disciplina.

C.DR. Roberto Moreira (1950): programa es un documento metodológico de gran valor para el maestro, ya que en éste se precisa el lenguaje de la rama

objeto de estudio, los componentes del Proceso Docente Educativo y se concretan las leyes y principios de la didáctica.

Programa es un esbozo, o esquema que representa una idea, un objeto, una acción o sucesión de acciones, una aspiración o proyecto que sirva como guía para ordenar la actividad de producirlo afectivamente. (DR. Rita M^a Álvarez De Zayas).

La cuestión de los programas escolares está ligada a los manuales, debiendo éstos suministrar al alumno, bajo una forma organizada las materias del programa que ellos tendrán de aprender. El libro escolar debe inspirar en la materia estudiada, sobre todo en la psicología del escolar.

La importancia de los programas está en que los programas escolares constituyen el componente fundamental del currículo. Son desarrollados teniendo en cuenta las condiciones de la comunidad escolar en el sentido estricto, donde la comunidad se desarrolle, para prever el éxito escolar educativo. En nuestro país, estos aspectos se vuelven relevantes tanto por la diversidad cultural y de condición en la que funciona la escuela (recursos materiales y humanos – nivel de Formación de Profesores y de Desarrollo de los Alumnos), como por la necesidad imperiosa de promover el éxito educativo, tan necesario para el desarrollo del país. Esta forma de organización se piensa ser la adecuada para facilitar al profesor, la comprensión de la complejidad del Sistema Educativo y de los contenidos de los diversos elementos del programa. Un programa bien hecho, sirve de orientación para cualquier individuo ligado a la propia actividad. El programa de enseñanza - aprendizaje es un documento hecho para orientar millares de individuos (docentes) ligados a la enseñanza.

Luego su estructuración debe ser entendida no sólo por los individuos que lo forman, más sí por todos aquéllos que lo utilizan para la realización de las actividades. Sin ese documento no podemos caminar correctamente, lo que causaría una confusión en la mente de quien lo asimila. Y consecuentemente no habría éxitos en el proceso. De una forma general podemos considerar que un programa tiene como propósito principal crear un espacio de reflexión, discusión y problematización en torno a la fundamentación práctica en la vida humana al formar a los ciudadanos cubanos en general y a la joven generación

en especial con base en la concepción científica del mundo, se desarrolla la conciencia sobre la fuerza creadora del hombre y de la actividad material con vista a la formación de un hombre nuevo.

Objetivos de la enseñanza de la matemática en secundaria Básica:

La enseñanza de la matemática en Secundaria Básica, deberá desarrollar en los alumnos:

- Consolidación de los conocimientos y capacidades adquiridas en la Enseñanza Primaria.
- Desarrollo intenso en los alumnos de los métodos para el pensamiento en el trabajo científico.
- Apreciar la contribución de la matemática en la evolución científica.
- Usar correctamente el vocabulario y la simbología matemática.
- Perfeccionar las capacidades de definir, demostrar, reconocer y sistematizar problemas matemáticos.
- Estudiar sensiblemente las dificultades de juzgar, con base en las capacidades adquiridas

1.1.5 Métodos de trabajo con el programa de enseñanza de la matemática. (Eduardo Villegas, 1997).

El conocimiento exacto de toda información contenida en los programas es una condición previa para el desarrollo exitoso en la conducción del proceso de enseñanza – Aprendizaje de los alumnos y la base más importante para la planificación de la enseñanza. Para que el maestro aplique este propósito racional e independiente, debe dominar los métodos para la familiarización con los programas de matemáticas, conocido como corte vertical, corte horizontal y panorámica del saber y del poder.

El corte vertical, se utiliza para obtener informaciones de los programas sobre la condición previa que poseen los alumnos (en las cuales puede apoyarse el profesor) y sobre las premisas fundamentales que se deben crear en una unidad para que de este modo contribuyan en la comprensión de los objetivos de las unidades siguientes. El corte vertical consiste en una exposición resumida por clases de conocimientos, hábitos, habilidades y capacidades, que deben ser objeto de apropiación por los alumnos. En él se reflejan las unidades de un conjunto de materias de un nivel de enseñanza. Así, es posible hacer un corte vertical de los programas sobre las ecuaciones e inecuaciones y dominios numéricos de secundaria básica (7mo a 9no Grado)

Para realizar el corte vertical es necesario:

- a) Determinar el conjunto de materias y las clases que abarca,
- b) Determinar (con ayuda de los programas correspondientes) las unidades en las que cada clase se corresponden con el conjunto de materias seleccionadas,
- c) Elaborar una síntesis en cada unidad, de los conocimientos, hábitos, habilidades y capacidades correspondientes (destacar el nivel de profundidad exigido y los elementos nuevos introducidos).

El corte horizontal se emplea para obtener información del programa sobre la distribución o estructuración del contenido de la enseñanza en una unidad o parte de ésta, generalmente por semana. La realización del corte horizontal constituye una ayuda significativa para la planificación de la enseñanza. Siendo así, permite reconocer las relaciones entre los contenidos de las diferentes clases y prever el tiempo dedicado a la fijación, las evaluaciones y otras actividades dirigidas, así como el tiempo disponible de reserva, además de afectaciones por días feriados, y otras actividades previamente conocidas.

Para realizar el corte horizontal es necesario:

- a) Determinar la semana de inicio para el tratamiento de la materia de enseñanza,
- b) Determinar el orden en el que se trabajará la unidad o unidades temáticas,

c) Determinar el tiempo disponible para toda la unidad, cada una de las unidades temáticas y clases que se conforman, así como las afectaciones y otras actividades de la etapa que se planifican,

d) Determinar o dosificar ordenadamente, por semanas y según la frecuencia correspondiente, los contenidos temáticos de las clases de nuevo contenido y las que fijan lo aprendido, teniendo cuidado de prever momentos evolutivos y otras actividades inherentes al desarrollo del proceso de enseñanza - aprendizaje de la matemática.

El Panorama del saber y el poder se utiliza para obtener la información de los programas sobre los conocimientos esenciales que deben dominar los alumnos en una unidad de enseñanza o unidad temática, y sobre los hábitos, las habilidades y capacidades fundamentales de la misma.

Para realizar la panorámica del saber y el poder es necesario:

- a) Determinar en qué unidad se basará la panorámica,
- b) Determinar qué nuevos conocimientos adquieren los alumnos en la unidad y esto se refiere a conceptos, proposiciones o procedimientos,
- c) Determinar que hábitos, habilidades y capacidades se debe formar o continuar desarrollando en la unidad y a qué nivel de profundidad y generalización,
- d) Precisar lo esencial del trabajo en la unidad, tomando como base los objetos generales de la clase y específicos de la unidad.

Los métodos de familiarización con los programas son útiles para conocer su estructura interna y para someter a un análisis los programas ya elaborados, pues permiten también detectar posibles insuficiencias en la sistematización del tratamiento del contenido. El conocimiento de ese método permite a los maestros profundizar los programas de forma independiente cuando se producen cambios de conocimientos y autopreparen para el trabajo en cualquier tipo de curso y subsistema nacional o internacional.

En algún momento mencionamos: currículo, actualmente, el término currículo es usado en un sentido más amplio para referirse a la vida y a todo el programa de la escuela incluso las actividades extra clase (Bobbitt 1936).

Realizando un análisis de lo expresado hasta el momento necesitamos concretar los subsistemas, disciplinas y clases en los que pueden ser

insertadas nuestra propuesta, sin que esto determine cambios sustanciales en los programas vigentes; sino una forma de perfeccionar y actualizar la enseñanza de un determinado contenido de las matemáticas.

1.2 El número Irracional Phi, definición algebraica, historia e importancia.

El Número Phi, es un número irracional misterioso y enigmático que nos surge en una infinidad de elementos de la naturaleza en la forma de una razón, siendo considerada por muchos como una oferta de Dios al mundo. La designación adoptada para este número Φ (Phi mayúsculo), es la inicial del nombre de Fídias (*Phideas*), famoso escultor griego, por haber usado la proporción de oro en muchos de sus trabajos, que fue escultor y arquitecto encargado de la construcción del Partenón, en Atenas. Es una letra griega que se pronuncia "FI". Quedó conocido como la divina proporción o proporción de oro. Este número irracional es considerado por muchos el símbolo de la armonía. También se conoce como proporción áurea, o número áureo, razón áurea razón de oro, proporción de extrema razón o número de Oro.

Se buscó descubrir las aplicaciones de esta proporción en las diversas áreas del conocimiento. Con ese estudio fue posible hacer un análisis histórico contextual de la Geometría en lo que tañe a la Proporción Áurea. Siglos antes de Cristo, los pitagóricos estudiaron las relaciones entre los segmentos de un pentagrama y descubrieron un número que tiene mucha importancia en la geometría estética, arquitectura y biología. Este número que fue, más tarde, llamado número de oro y fue designado como número phi.

Es frecuente su utilización, este número está envuelto con la naturaleza del crecimiento. *Phi*, (no confundir con el número PI, cociente de la división de la largura de una circunferencia por la medida de su respectivo diámetro), El nombre de número de oro se debe a que puede ser encontrado en la proporción en conchas marinas, seres humanos, hasta en la relación de los machos y hembras de cualquier colmena del mundo, y en numerosos otros ejemplos que involucran el orden del crecimiento (crecimiento biológico).

Justamente por ello, este número se vuelve tan frecuente. Y justamente por haber esa frecuencia, el número de oro ganó un estatus de "casi mágico", siendo objetivo de investigadores, artistas y escritores.

¿Cuál es su valor?

El número de oro (Φ – phi) es un número irracional, con propiedades curiosas, cuyo valor aproximado es:

$$\Phi \approx 1,6180339887498948482045868343656381177203091798057...$$

Este número, es el único número positivo que verifica la siguiente relación:

$$\Phi^2 = \Phi + 1$$

El resolver esta ecuación identifica el valor aproximado del número **Phi** (Φ), cuyo valor aproximado es:

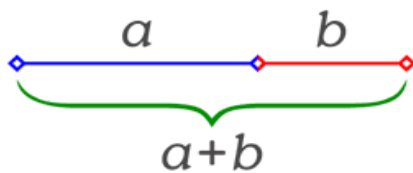
$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.618\,033\,989...$$

El hecho de ser encontrado a través del desarrollo matemático es lo que se torna fascinante:

Definición Algebraica

Definición Algebraica. Cálculo del Número φ

Conocidos los segmentos a y b, tal y como aparece en la figura:



A partir de esta figura, la proporción ó **razón áurea** es definida algebraicamente como:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi$$

De donde podemos formular las ecuaciones:

i) Tomando la parte izquierda;

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

ii) tomando la parte derecha;

$$\frac{a}{b} = \varphi \quad ; \text{ que equivale a: } a = b\varphi$$

La ecuación de la derecha muestra que

$a = b\varphi$ puede ser sustituido en la parte izquierda, resultando en:

$$\frac{b\varphi + b}{b\varphi} = \frac{b\varphi}{b}$$

Multiplicando por b ambos miembros y simplificando, tenemos:

$$\frac{\varphi + 1}{\varphi} = \varphi$$

Multiplicando ambos miembros por φ , resulta:

$$\varphi + 1 = \varphi^2$$

Finalmente, sustrayendo φ^2 de ambos miembros de la ecuación y multiplicando por -1 , encontramos:

$\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$, que es una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, en que $a = 1$, $b = -1$ e $c = -1$.

Ahora, basta resolver esa ecuación cuadrática por la fórmula de resolución de ecuaciones de 2º grado

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4}}{2}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

La única solución positiva de esa ecuación cuadrática es la siguiente:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1.618\,033\,989\dots$$

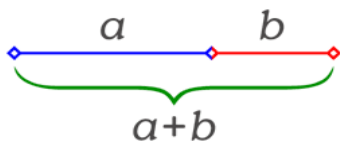
Qué es el número φ .

Por tanto:

El número de oro (Phi), es el único número real positivo que verifica la siguiente relación (no es de nuestro interés considerar la negativa)

$$\boldsymbol{\phi^2 = \phi + 1}$$

Precisamente, tomando como referencia la figura desde la cual partimos para obtener su valor algebraicamente:



y formando la proporción con los segmentos a y b de forma que:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi$$

Desde la antigüedad este número ha sido grandemente utilizado.

1.3.- Programas en los que se puede efectuar la inclusión del número irracional Phi

Ya se argumentó la importancia que tiene la constante actualización del hombre en la humanidad con los avances científicos y técnicos, por tanto se hace imprescindible este conocimiento, en primer lugar de los maestros como primera fuente de transmisión de conocimientos y consecuentemente en la nueva generación. Estos deben buscar la forma de estar actualizados científicamente y metodológicamente, con pleno conocimiento de las novedades desde el punto de vista científico, técnico y cultural que van surgiendo en el desarrollo del universo, tal y como está expresado en los objetivos de cada subsistema.

Por tanto las investigaciones de tesis de Licenciatura, maestrías, doctorados pueden contribuir notablemente a este fin.

¿Cómo se puede obtener?

En primer lugar, realizando un perfeccionamiento constante del sistema de Educación.

Para lograr esto debemos analizar qué contenidos necesitan ser actualizados, renovados, modificados o incluidos y como es lógico, en qué tipo de enseñanza podemos hacerlo.

El presente tema de investigación precisa de este análisis, tratándose del número Phi, que al igual a Pi y Euler fue introducido su estudio en la enseñanza media, éste por su importancia necesita ser incorporado al plan de

estudio en la unidad de la ampliación de los dominios numéricos en Secundaria Básica.

Subsistema de la Enseñanza Secundaria Básica.

Se tratan contenidos de enseñanza de la Matemática, desde 7mo a 9no Grado, con temas de Números y operaciones, Álgebra, Geometría, Estadística, etc. Su inclusión se hace factible en 9no Grado, la Unidad #1 "Los Conjuntos Numéricos", clase #21: "Números Irracionales. El Dominio de los números Reales"

Capítulo II: Propuesta para el conocimiento e inclusión del número irracional *Phi* en profesores de Secundaria Básica.

La preparación de profesores de los diferentes niveles educacionales, incluyendo las universidades y las actividades de post-graduación, continúa siendo un objeto de estudio de principal orden del Ministerio de la Educación, por su valor multiplicador de conocimientos, habilidades, pensamiento y conducta. En esta preparación, resulta imprescindible para un profesor de matemáticas apropiarse de información actualizada, la realización de investigaciones que esté en correspondencia con las novedades internacionales vinculadas a esta ciencia, es de gran importancia poner al conocimiento de colegas e instituciones.

2.1 Fundamentos de la propuesta.

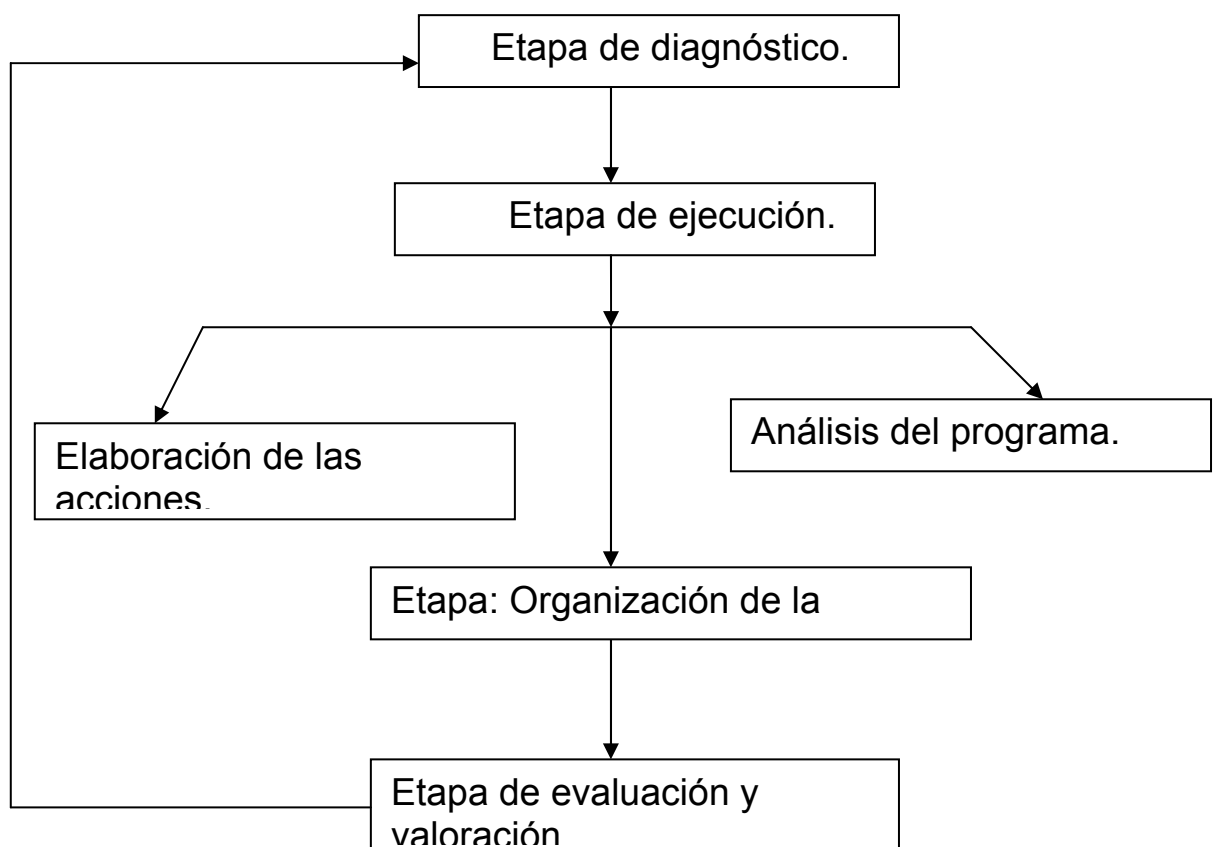
Para la elaboración de esta propuesta se tuvieron en cuenta los siguientes fundamentos teóricos:

Para toda investigación es necesaria la elaboración y aplicación de un diagnóstico, que parta del conocimiento del estado actual del fenómeno que se investigue y se quiera transformar. Este acto debe ser entendido como un proceso sintético: diagnóstico - organización – ejecución – evaluación; conjugándose la interrelación entre las diferentes etapas de manera que el resultado de una sirva de punto de partida para la otra.

Esta propuesta de acciones que aspira a preparar a los docentes que imparten la asignatura de Matemática en el noveno grado de la Secundaria Básica, debe cumplir con el objeto general de la asignatura, la selección y estudio del programa y fundamentalmente los elementos del diagnóstico efectuado a fin de detectar el problema existente y a partir de aquí establecer las tareas que puedan tributar al cumplimiento de este trabajo.

La propuesta de acciones fue concebida teniendo en cuenta una serie de etapas con sus correspondientes fases como se muestra en el esquema siguiente:

Etapas para la elaboración de la propuesta de actividades.



A continuación se explicarán los procedimientos y actividades desarrolladas en cada una de las etapas.

Primera etapa: Diagnóstico.

Esta es la etapa en que el investigador buscará ahondar en los conocimientos que se posean con respecto al tema. Es por eso que se hizo necesaria la aplicación de diferentes técnicas e instrumentos que permitieron conocer el estado del conocimiento de los profesores de noveno grado sobre las aplicaciones del número Phi. Entre los instrumentos aplicados se encuentran los siguientes:

- Encuesta a profesores y estudiantes.
- Observación a clases.
- Revisión de documentos.

Una vez conocida la realidad, se poseen entonces elementos que permiten determinar cuáles son las acciones que se pueden planificar, en correspondencia con las posibilidades de actuación reales de cada sujeto y del contexto en que se desarrolle su principal actividad.

Segunda etapa: Ejecución.

Sobre la base de los resultados obtenidos a partir de la aplicación de los instrumentos que posibilitaron el diagnóstico del problema se manifiesta la necesidad de elaborar una propuesta de acciones que brinda a los profesores una herramienta para facilitar el trabajo con la vinculación de la vida práctica y el aporte que brinda a esta la asignatura en cuestión. Para la elaboración de esta propuesta se tuvieron en cuenta las siguientes fases.

Fase 1: Análisis del programa

Al cumplir con esta fase se revisó el programa de Matemática correspondiente a los tres grados de la enseñanza secundaria con el objetivo de determinar los contenidos que, estando incluidos en este, brindaban la posibilidad de hablar

de los números irracionales. Siendo el de noveno grado el único que presenta este contenido.

En un primer momento dentro de la revisión de este programa se observaron los objetivos generales de esta asignatura constatando la existencia de objetivos que hablan de la necesidad de vincular al estudiante con la realidad objetiva que lo rodea.

Fase 2: Elaboración de las acciones.

Tercera etapa evaluación y valoración.

La evaluación y valoración no deben ser entendidas como procesos iguales, pues ambos tienen sus características específicas. Para la evaluación se propone utilizar los métodos tradicionales de evaluar de forma oral, escrita mediante paneles o informes; siempre que se respeten los criterios de los docentes que se encuentren dentro del rango correcto y se contribuya a formar valores de forma educativa.

Par la valoración de la propuesta como sistema se propone recoger las impresiones de algunos de los sujetos participantes en ellas, con el objetivo de conocer el grado de satisfacción, asimilación y aceptación de la propuesta y de elaborar, en caso de ser necesarias otras actividades que contribuyan al cumplimiento del objetivo de la investigación.

2.2 Propuesta de acciones

Objetivo: Preparar a los docentes de 9no Grado en el conocimiento del número irracional Phi y sus aplicaciones en la vida.

Actividad #1 (Semana #1)

Preparación metodológica

Tema: El número Phi

- Definición algebraica.
- Cálculo del número irracional Phi.

Contenido:

(Ver contenido en el epígrafe 1.2)

Actividad #2 (Semana #2)

Taller metodológico.

Tema: Historia del número de oro. Razón del número.

Contenido:

La historia de este enigmático número se pierde en la antigüedad. En el Egipto las pirámides de Guiza fueron construidas teniendo en cuenta la razón áurea: La razón entre la altura de una faz y mitad del lado de la base de la gran pirámide es igual al número de oro. Esta razón o sección áurea también aparece en muchas estatuas de la antigüedad.

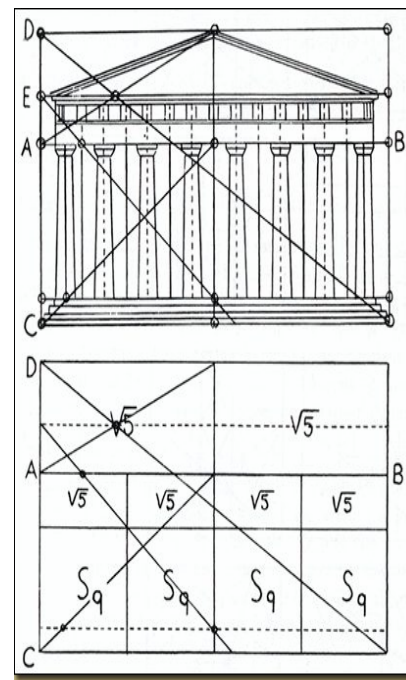


La pirámide de Khéops, en Guiza

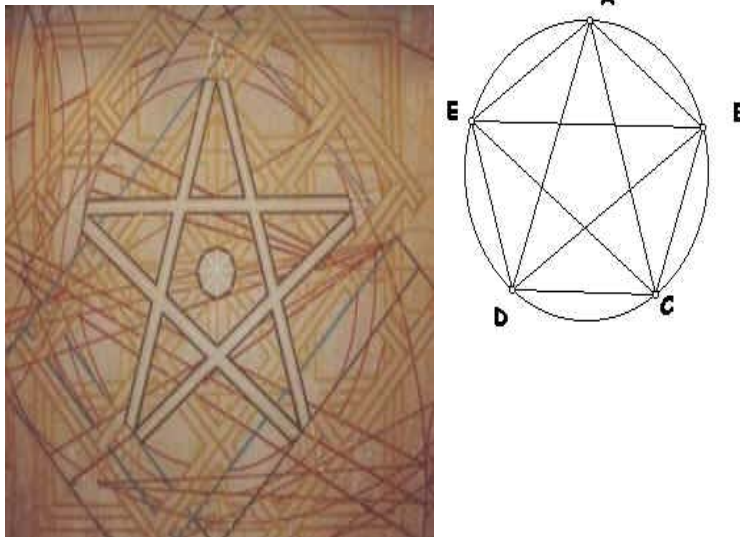
Otro ejemplo de la proporción áurea en la antigüedad es el Papiro de Rhind (Egipto) o Ahmes que mide 5,5 metros de largo por 0,32 metros de ancho, data aproximadamente en el año 1650 a.C., donde se encuentra un texto matemático en la forma de manual práctico que contiene 85 problemas copiados en escrita hierática por el escriba Ahmes de un trabajo más antiguo. Se refiere a una «razón sagrada» que se cree ser el número de oro. Esta razón o sección áurea también aparece en muchas estatuas de la antigüedad. El Papiro de Rhind puede ser observado en la siguiente figura:



Construido muchos cientos de años después (entre 447 433 A. C.), el Partenón Griego, templo representativo del siglo de Pericles contiene la razón de Oro en el rectángulo que contienen la fachada (Anchura / Altura), lo que revela la preocupación de realizar una obra bella y armoniosa. El escultor y arquitecto encargado de la construcción de este templo fue Fidias. La designación adoptada para el número de oro es la inicial del nombre de este arquitecto - la letra griega Φ (Phi mayúsculo).



Los Pitagóricos usaron también la sección de oro en la construcción de la estrella pentagonal.



Ellos no lo consiguieron explicar como cociente entre dos números enteros, la razón existente entre el lado del pentágono regular estrellado (pentáculo) y el lado del pentágono regular inscritos en una circunferencia. Cuando llegaron a esta conclusión se pusieron muy amilanados, pues todo esto era muy contrario a toda la lógica que conocían y defendían, que le llamaron irracional. Fue el primer número irracional de que se tuvo conciencia que lo era. Este número era el número o sección de oro, a pesar de que este nombre solo le fue atribuido 2000 años después.

Posteriormente, los griegos consideraron que el rectángulo cuyos lados poseía esta relación presentaba una especial armonía estética y le llamaron a rectángulo áureo o rectángulo de oro, considerando esta armonía como una virtud excepcional. Endoxus fue un matemático griego que se volvió conocido debido a su teoría de las proporciones y al método de la exhaustación, creó una serie de teoremas generales de geometría y aplicó el método de análisis para estudiar la sección que se cree ser la sección de oro.

Una contribución preciosa fue dada por **Fibonacci o Leonardo de Pisa**:



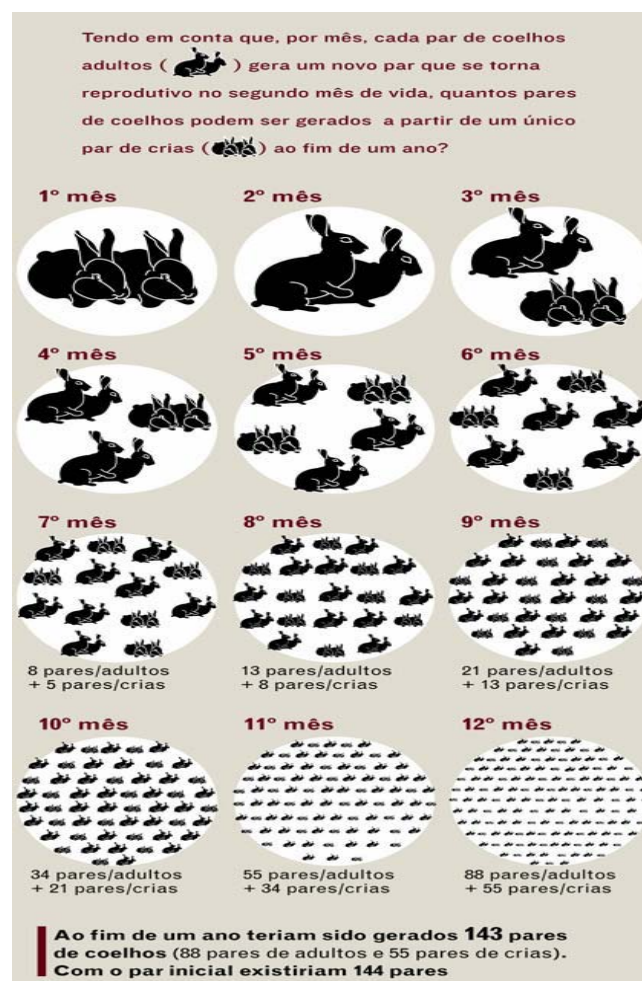
En el fin de la Edad Media había dos escuelas matemáticas: una, la escuela de la iglesia y universidad, vuelta a un ámbito más teórico y exhaustivo y otra con una finalidad más práctica y objetiva, la escuela del comercio y de los mercaderes a la cual pertenecía Fibonacci. El Matemático Italiano Leonardo de Pisa (Fibonacci = filius Bonacci), nació en Italia a eso de 1175 y quedó conocido como Fibonacci (hijo de Bonaccio y también comerciante). Desde la publicación del libro *Liber Abacci*, (libro del Ábaco) en 1202, que llegó a nosotros, gracias a su segunda edición de 1228, Fibonacci se volvió famoso, principalmente debido a los numerosos temas desarrollados en ese trabajo. En él aparecen estudios sobre el clásico problema desarrollando poblaciones de conejos, lo cual fue la base para el establecimiento de la célebre secuencia (números) de Fibonacci y una gran cantidad de asuntos relacionados con la Aritmética y Álgebra de la época donde realizó un papel importante en el desarrollo matemático en Europa en los siglos siguientes pues por este libro fue que los europeos vinieron a conocer los logaritmos hindúes, también denominados arábigos.

La contribución de Fibonacci para el número de oro está relacionada con la solución de su problema de los conejos publicado en su libro *Liber Abaci*, la secuencia de números de Fibonacci. La teoría contenida en el libro *Liber Abacci* es ilustrada con muchos problemas que representan una gran parte del

libro. Uno de los problemas que aparece en las páginas 123 y 124 de este libro es el Problema de los pares de conejos (parfa coniculatorum):

- ¿Cuántos pares de conejos pueden ser generados de un par de conejos en un año? Un hombre tiene un par de conejos en un ambiente enteramente cerrado. Deseamos saber cuántos pares de conejos pueden ser generados de este par en un año, si de un modo natural a cada mes ocurre la producción de un par y un par empieza a producir conejos cuando completa dos meses de vida. Como el par adulto producen un par nuevo a cada 30 días, en el inicio del segundo mes existirán dos pares de conejos, siendo un par de adultos y otro de conejos jóvenes, así en el inicio del mes 1 existirán 2 pares: 1 par adulto + 1 par recién nacido.

Este problema aparece esquematizado en la siguiente figura:



Como es un número extraído de la secuencia de Fibonacci, el número áureo representa directamente una constante de crecimiento.

El número áureo es aproximado por la división de los enésimo término de la serie de Fibonacci (1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,..., en la cual cada número es la suma de los dos números inmediatamente anteriores en la propia serie) por el término anterior. Esa división converge para el número áureo según tomamos cada vez mayor. Podemos ver un ejemplo de esa convergencia a continuación, en que la serie de Fibonacci está escrita hasta su séptimo término [1, 1, 2, 3, 5, 8, 13]: es que las sucesivas razones entre un número y el que lo antecede se van aproximando al número de oro.

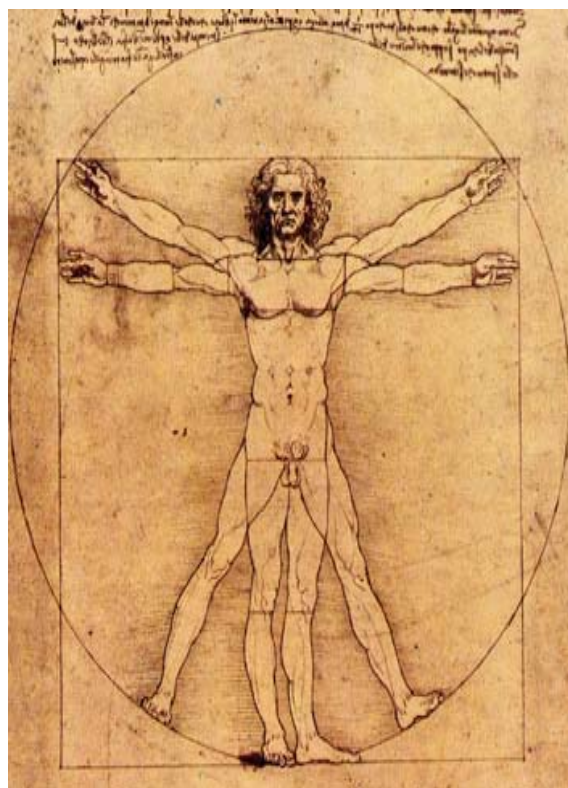
$$\frac{2}{1} = 2 \quad \frac{3}{2} = 1,5 \quad \frac{5}{3} = 1,666... \quad \frac{8}{5} = 1,6 \quad \frac{13}{8} = 1,625$$

Una contribución que no puede ser dejada de referir fue la contribución de Leonardo Da Vinci (1452-1519). La excelencia de sus dibujos revela sus conocimientos matemáticos bien como la utilización de la razón áurea así como la garantía de una perfección, belleza y armonía únicas.



Leonardo Da Vinci (1452-1519)

Es recordado como matemático, a pesar de que su mente no la concentró en la aritmética, álgebra o geometría el tiempo suficiente para hacer una contribución significativa. Representa bien el tipo de hombre del renacentismo que hacía de todo un poco sin concentrarse en nada. Leonardo era un genio de pensamiento original que usó exhaustivamente sus conocimientos de matemáticas, nómadamente el número de oro, en sus obras de arte. Un ejemplo es la tradicional representación del hombre en forma de estrella de cinco puntas de Leonardo, la cual fue inspirada en el pentágono regular y estrellado inscrito en la circunferencia, según puede ser observado en la figura:



En la pintura del renacimiento se destaca uno de los cuadros más célebres de Leonardo da Vinci: la Mona Lisa, que presenta el rectángulo de Oro en múltiples locales:



(a) dibujando un rectángulo a la vuelta de la faz el rectángulo resultante es un rectángulo de Oro;

(b) dividiendo este rectángulo por una línea que pase en los ojos, el nuevo rectángulo logrado también es de Oro.

(c) las dimensiones del cuadro también representan la razón de Oro.

Razón de oro.

Si quisiéramos dividir un segmento AB en dos partes, tendríamos una infinidad de maneras de hacerlo. Existe sin embargo, una que parece ser más agradable a la vista, cual si traduciéndose una operación armoniosa para nuestros sentidos. Relativamente esta división, que el matemático alemán Zeizing formuló, en 1855, tiene el siguiente principio:

"Para que todo lo dividido en dos partes desiguales parezca bello desde el punto de vista de la forma, debe presentar la parte menor y la mayor la misma relación que entre ésta y el todo".

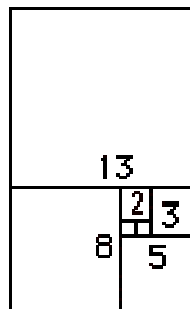
O sea, dado un segmento de recta AB , un punto C divide este segmento de una forma más armoniosa si existe la proporción de oro: $AB/CB = CB/AC$ (siendo CB el segmento mayor). El número de oro es exactamente el valor de la razón AB/CB , (llamada razón de oro).

La división de un segmento hecha según esa proporción se denomina división áurea, a la que Euclides llamó la división en media y extrema razón, también

conocida por sección divina por el matemático Luca Pacioli o sección áurea según Leonardo da Vinci.

Rectángulo de oro

Si diseñamos un rectángulo cuya razón entre las larguras de los lados mayor y menor es igual al número de oro logramos un rectángulo de oro.

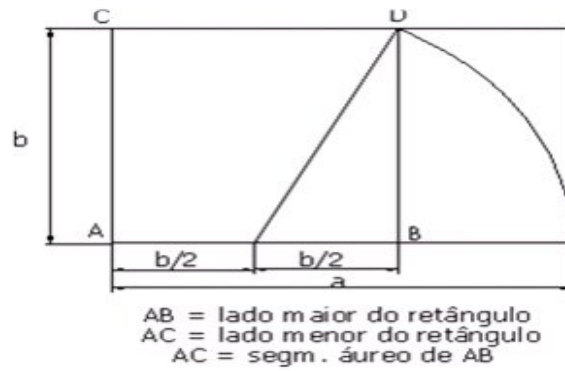


El rectángulo de oro es un objeto matemático que marca fuerte presencia en el dominio de las artes, en la arquitectura, en la pintura, y hasta en la publicidad. Este hecho no es una simple coincidencia ya que muchos test psicológicos demostraron que el rectángulo de oro es de todos los rectángulos lo más agradable a la vista.

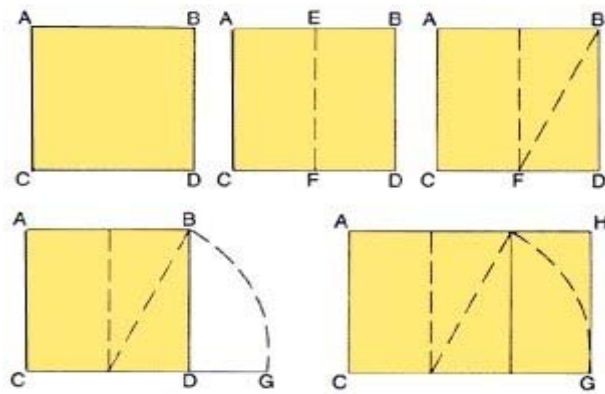
Hasta hoy no se consiguió descubrir la razón de ser de esa belleza, pero la verdad es que existen inúmeros ejemplos donde el rectángulo de oro aparece. Incluso en las situaciones más prácticas de nuestra vida cotidiana, encontramos aproximaciones del rectángulo de oro, es por ejemplo el caso de las tarjetas de crédito, billetes de identidad, el modelo de la Licencia de conducción, así como la forma rectangular de la mayor parte de nuestros libros.

Ideas para su construcción de forma fácil

a) Construcción del rectángulo áureo a partir de su lado mayor:

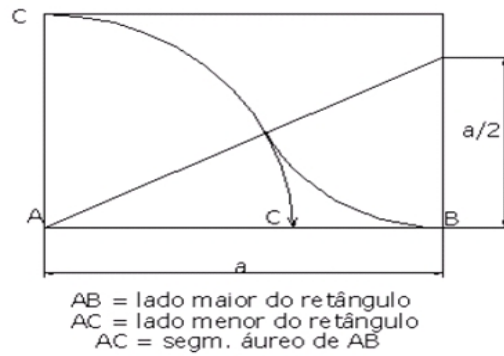


La construcción del rectángulo áureo es simple. Basta seguir el siguiente esquema:



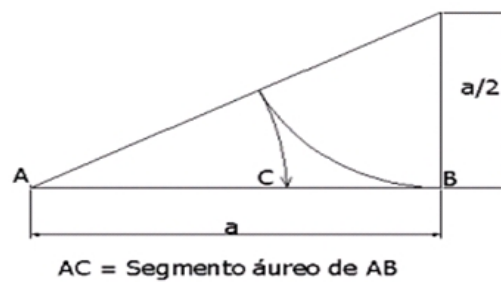
EL rectángulo ACGH es áureo.

b) Construcción del rectángulo áureo a partir de su lado menor



Segmento Áureo:

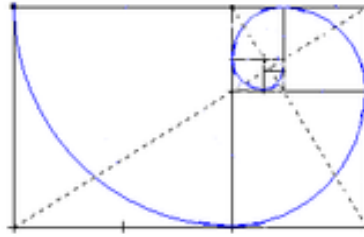
También llamado de segmento de oro y número de oro. Es el segmento resultante de la división de otro segmento AB en media y extrema razón, o sea, es logrado cuando se hace una sección áurea en el segmento AB



Espiral de oro

Un rectángulo de oro tiene la interesante propiedad de, si lo dividimos en un cuadrado y en un rectángulo, el nuevo rectángulo es también de oro. Repetido

este proceso infinitamente y unidos los bordes de los cuadrados generados, se logra una espiral a que se da el nombre de espiral de oro



Durante años el hombre buscó la belleza perfecta, la proporción ideal. Los griegos crearon entonces el rectángulo de oro. Era un rectángulo, de lo cual se sabía las proporciones del lado mayor dividido por el lado menor y desde esa proporción todo era construido. Así ellos hicieron el Parthenon, la proporción del rectángulo que forma la cara central y lateral. La profundidad dividía por la largura o altura, todo seguía una proporción ideal de 1,618. Los Egipcios hicieron lo mismo con las pirámides cada piedra era 1,618 menor que la piedra de abajo y la de abajo era 1,618 mayor que la de encima, que era 1,618 mayor que la de la 3a hilera y así por delante.

Bueno, por vuelta 1500 con la venida del Renacimiento a la cultura clásica volvió a la moda Michelangelo y principalmente Leonardo da Vinci, grandes amantes de la cultura pagana, colocaron esta proporción natural en sus obras. Pero de la Vinci fue aún más lejos; como científico, tomaba cadáveres para medir la proporción de su cuerpo y descubrió que ninguna otra cosa obedece tanto la DIVINA PROPORCIÓN de lo que el cuerpo humano... Obra prima de Dios. Por ejemplo:

-Mida su altura y después divida por la altura de su ombligo hasta el suelo; el resultado es 1,618.

-Mida su brazo entero y después divida por el tamaño de su codo hasta el dedo; el resultado es 1,618.

-Mida sus dedos, el entero dividido por el doble central hasta la punta o del doble central hasta la punta dividido por la segunda dobla. El resultado es 1,618;

-Mida su pierna entera y divida por el tamaño de su rodilla hasta el suelo. El resultado es 1,618;

-La altura de su cráneo dividido por el tamaño de su mandíbula hasta el alto de la cabeza. El resultado 1,618;

-De su cintura hasta la cabeza y después solo el tórax. El resultado es 1,618; (considere errores de medida de la regla o cinta métrica que no son objetos precisos de medición).

Todo, cada hueso del cuerpo humano es regido por la Divina Proporción. ¿Sería Dios, usando su concepto mayor de belleza en su mayor creación hecha su imagen y semejanza? Conejos, abejas, caramujos, constelaciones, girasoles, árboles, artes y el hombre; cosas teóricamente diferentes, todas ligadas en una proporción en común. Entonces hasta hoy ésta es considerada la más perfecta de las proporciones. Mida su tarjeta de crédito, anchura / altura, su libro, su diario, una foto revelada. (Se recuerda: considere errores de medida de la regla o cinta métrica).

Actividad #3 (Semana #3)

Taller metodológico.

Tema: Aplicaciones en la vida del número de oro.

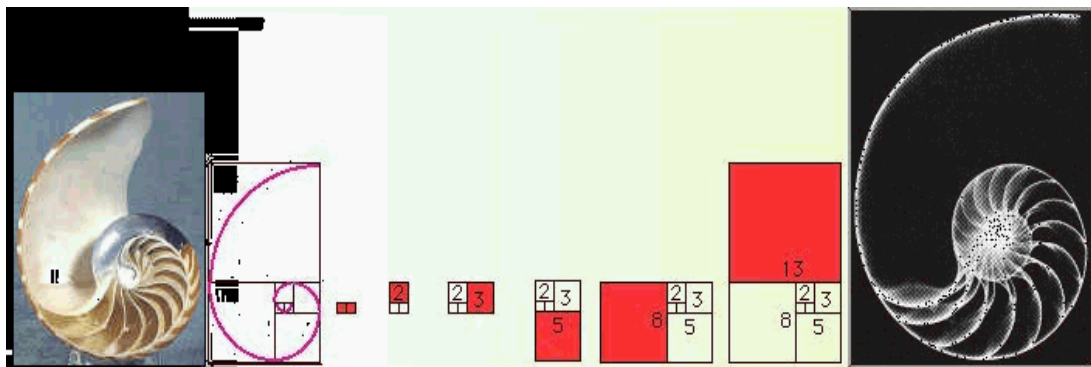
- Naturaleza.
- Cuerpo humano.
- Arte.
- Música.
- Literatura.

Contenido:

El Número de Oro en la Naturaleza

Cuando los científicos empezaron a estudiar la naturaleza en términos matemáticos, empezaron a descubrir cosas fantásticas:

- *Población de Abejas*; La proporción de abejas hembras en comparación con abejas machos en una colmena es de 1,618;
- *Concha del Caramujo (Nautilus)* – La proporción en la que crece el radio del interior de la concha de esta especie de caramujo. Este molusco bombea gas para adentro de su concha colmada de cámaras para poder regular la profundidad de su flotación.
- *Moluscos náuticos*: Existen espirales relacionadas con el número de oro, como, por ejemplo, los ***moluscos náuticos*** o la simple coliflor, conforme ilustrado en la figura:



- La proporción que aumenta el tamaño de las espirales de un caracol es de 1,618
 - *Semillas de un girasol*: La proporción en la que aumenta el diámetro de las espirales semillas de un girasol es de 1,618;
- La Naturaleza "arregló" las semillas del girasol sin intervalos, en la forma más eficiente posible, formando espirales logarítmicas que tanto curvan para la izquierda como para la derecha. Lo curioso es que los números de espirales en cada dirección son (casi siempre) números vecinos en la secuencia de Fibonacci.
- El radio de estas espirales varía de especie para especie de flor, según está indicado en la Figura:



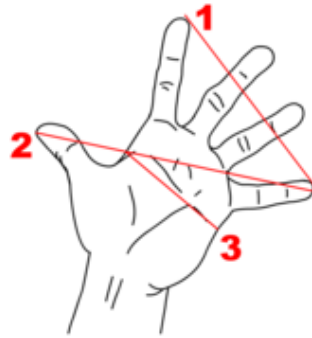
También en las semillas de la proporción en la que aumenta el diámetro de las espirales de semillas de un girasol es la razón áurea.

Hojas de Árboles: La proporción en la que se disminuyen las hojas de un árbol en la medida que ascendemos de altura es de 1,618*(más apreciado en la almendra).

Galaxias: Y no solo en la Tierra se encuentra tal proporción. En las galaxias las estrellas se distribuyen en torno a un astro principal en una espiral obedeciendo a la proporción de 1,618 también.

Los números de Fibonacci pueden ser usados para caracterizar diversas propiedades en la Naturaleza. El modo como las semillas están dispuestas en el centro de diversas flores es uno de esos ejemplos. Por eso, el número Phi quedó conocido como La DIVINA PROPORCIÓN. Porque, los historiadores describen que fue la belleza perfecta que Dios habría escogido para hacer el mundo. Además de las mencionadas, también se puede observar otras aplicaciones del número de oro en el cuerpo humano (mano), la arquitectura, la música, figuras geométricas, el arte, la literatura, el cine y objetos.

Cuerpo Humano.



Proporciones áureas en una mano:

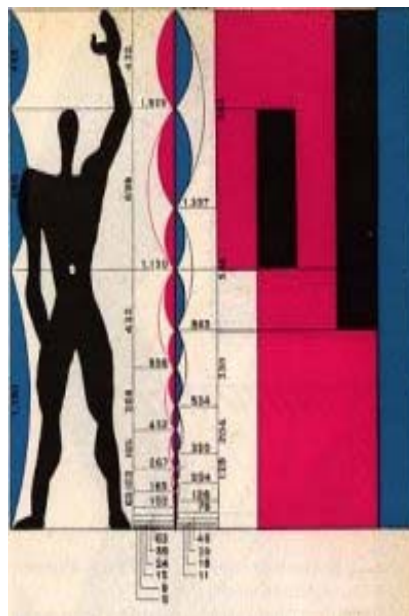
- La altura del cuerpo humano y la medida del ombligo hasta el suelo.
- La altura del cráneo y la medida de la mandíbula hasta el alto de la cabeza.
- La medida de la cintura hasta la cabeza y el tamaño del tórax.
- La medida del hombro a la punta del dedo y la medida del codo a la punta del dedo.
- El tamaño de los dedos y la medida del pliegue central hasta la punta.
- La medida del pliegue central hasta la punta dividido y de la segunda pliegue hasta la punta.
- La medida de su cadera al suelo y la medida de su rodilla hasta al suelo.
- La medida del codo hasta la muñeca y la medida de su pie.

La Proporción Áurea En la Arquitectura

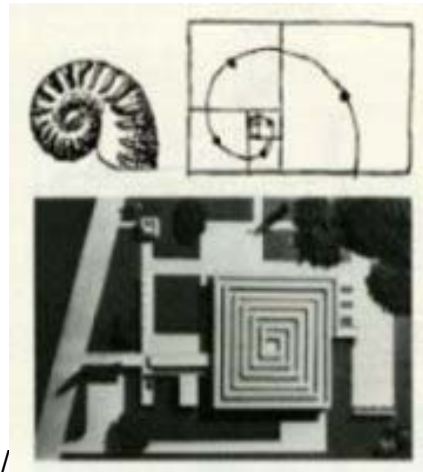


Se puede encontrar rectángulos de oro asociados a numerosas obras de arquitectura tal como el Parthenon, en Atenas, en las obras del arquitecto Lee Corbusier. Una de esas obras de lee Corbusier aparece ilustrada en la figura siguiente, donde se puede notar claramente la utilización de rectángulos áureos.

Entre 1942 y 1948, Le Corbusier desarrolló un sistema de medición conocido por “Modulor”. El Modulor está basado en la razón de oro y en los números de Fibonacci y usa también las dimensiones medias humanas (adentro de las cuales 183 cm es la altura standard). El Modulor es una secuencia de medidas que Lee Corbusier usó para encontrar armonía en sus composiciones arquitecturais. El Modulor fue publicado en 1950 y después del gran éxito, Lee Corbusier vino a publicar, en 1955, el “Modulor 2” que puede ser observado en la figura siguiente:



Lee Corbusier se esforzó por usar la espiral de oro inscrita en el rectángulo áureo en algunos de sus trabajos arquitectónicos pero no logró un resultado mucho brillante, por lo menos cuando comparados con los de otros arquitectos, como es el caso de Tatlin lo que puede ser visto en las figuras siguientes respectivamente.



La Proporción Áurea en la Música

Pitágoras de Samos (582 a.C. - 497 a.C.) es considerado el fundador de la geometría teórica. En sus pensamientos sobre la estructura del universo, razones y proporciones, elaboró una teoría que vinculaba la música, el espacio y los números. En dos cuerdas, de mismo material, bajo misma tensión y siendo la primera el doble de la largura de la segunda, cuando tocadas, la cuerda más corta irá a emitir un ton una octava arriba de la cuerda más larga, debido a que su frecuencia tener el doble del valor. O sea, la relación de las 1:2 comprende la relación sonora de una octava. Si dividimos la cuerda más corta por la mitad, logrando la relación de las 2:4, el ton será de dos octavas arriba de la cuerda inicial. Por otro lado, la relación de las 3:4 nos da un ton una cuarta arriba del ton inicial, y la relación de las 2:3 presenta un ton una quinta arriba.

De esta manera, Pitágoras elaboró relaciones entre sonidos, el tamaño de las cuerdas y las razones de las 1:2:3:4. Aún sobre los pensamientos pitagóricos, podemos lograr tres tipos de proporciones: (a) la proporción geométrica se establece entre octavas de un ton, o sea, las 1:2:4 el ton una octava arriba y dos octavas arriba; (b) la proporción aritmética, se apropia de la relación de las 2:3:4, se establece al trabajar el sonido de una octava en una quinta y una cuarta y (c) la proporción harmónica envuelve la diferencia de los valores de las fracciones medianas, esto es, en la relación de las 6:8:12, 8 excede 6 en un tercio según y conforme 12 excede 8 también en un tercio.

La proporción harmónica puede ser considerada una subversión de la proporción aritmética, trabajando el sonido de una octava en una cuarta y una quinta. En la música, existen artículos que relacionan las composiciones de Mozart, Bethoveen (Quinta Sinfonía), Schubert y otros con la razón áurea. se puede verificar en la figura 14 que incluso la construcción de instrumentos, como ejemplo el violín, está relacionado con la proporción áurea.

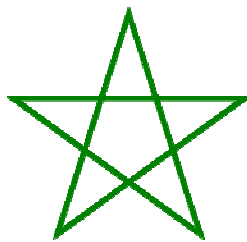


Otro ejemplo en la música es:

El número de oro está presente en las famosas Sinfonía n.º 5, la Sinfonía n.º 9, de Ludwig Van Beethoven, entre otras obras. Otro hecho interesante registrado en la Revista Batiera, en un artículo sobre el baterista de jazz Max Roach, es que, en sus cortos, aparece tal número, si consideramos las relaciones que aparecen entre tiempos de bombo y la caja.

Figuras Geométricas

Un decágono regular, inscrito en una circunferencia, tiene los lados con relación dorada con el radio de la circunferencia.



Arte

La proporción áurea fue muy usada en el arte, en obras como "El Nacimiento de Venus", cuadro de Botticelli, en que Afrodita está en la proporción áurea. Esa proporción estaría allí aplicada por el motivo de que el autor representara la perfección de la belleza. En El Sacramento de la Última Cena, de Salvador Dalí, las dimensiones del cuadro (aproximadamente 270 cm × 167 cm) están en una Razón Áurea entre sí. En la historia del arte renacentista, la perfección de la belleza en cuadros fue bastante explorada en base en esta constante. Varios pintores y escultores lanzaron mano de las posibilidades que la proporción les daba para retratar la realidad con más perfección.

Otro ejemplo ya descrito es: "La Mona Lisa", de Leonardo da Vinci, que utiliza el número áureo en las relaciones entre su tronco y cabeza, y también entre los elementos del rostro.

Literatura

- En la literatura, el número de oro encuentra su aplicación más notable en el poema griego "La Ilíada", de Homero, que narra los acontecimientos de los últimos días de la guerra de Troya. Quien al leerlo notará que la proporción entre las estrofas mayores y las menores da un número próximo a 1,618, el número de oro.
- Luis de Camoes en su obra "Las Lusíadas", colocó la llegada a la India en el punto que divide la obra en la razón de oro.
- Virgilio en su obra "Eneida", construyó la razón áurea con las estrofas mayores y menores.

Cine

El director ruso Sergei Eisenstein utilizó del número de oro en el filme Acourazado Potemkin para marcar los inicios de escenas importantes de la trama, midiendo la razón por el tamaño de las cintas de película.

Objetos Actuales

Actualmente, esa proporción aún es muy usada. Al estandarizar internacionalmente algunas medidas usadas en nuestro día-a-día, los proyectistas buscaron "respetar" la proporción divina. La razón entre la largura y la anchura de una Tarjeta de Crédito, algunos libros, diarios, una foto revelada, entre otros.

Todos esos ejemplos nos llevan a percibir la gran importancia de este número que por este motivo fue llamado "número de oro".

Actividad #4 (Semana #4)

Clase abierta (Clase 21, Unidad #1 9no Grado.)

Tema: Números irracionales.

Objetivo: Demostrar cómo incluir el número irracional Phi y sus aplicaciones en la vida práctica desde la clase de Matemática.

Contenido:

(Ejemplos de todos los contenidos vistos en las tres actividades anteriores).

2.3 Aplicación de la propuesta de actividades. Análisis de los resultados

Se decidió, por parte de la autora de este trabajo, poner en práctica la propuesta de acciones diseñada, de manera que permita, con mayor grado de confiabilidad, comprobar la pertinencia de la misma.

Planificación del experimento

El **objetivo** que se persigue con el experimento pedagógico de carácter transformador es:

- Constatar el grado de preparación de los profesores de noveno grado sobre las aplicaciones del número irracional Phi.
- Poner en práctica la propuesta de acciones para la preparación de los conocimientos de los profesores de noveno grado en la enseñanza Secundaria Básica.
- Valorar la efectividad de la propuesta durante la realización de las actividades.

Para el logro de estos objetivos se propusieron las siguientes **tareas**:

1. Elaborar y aplicar una prueba pedagógica para determinar el nivel inicial de preparación de los profesores de noveno grado sobre las aplicaciones del número irracional Phi.
2. Poner en práctica la propuesta de acciones.
3. Elaborar y aplicar prueba pedagógica para determinar el nivel final de preparación de los profesores de noveno grado sobre las aplicaciones del número irracional Phi.
4. Procesar los datos y analizar los resultados.

La hipótesis a controlar es la misma que aparece declarada en la parte introductoria de este trabajo de investigación pedagógica.

Selección de la población y de la muestra

En el estudio realizado se tomaron como muestra 5 profesores de la “ESBU Reinaldo Erice Borges” de un total de 14 profesores de Matemática del Municipio, que representa la población.

Metodología utilizada

En esta enseñanza experimental no se utiliza grupo de control sino que se realiza un estudio doble sin grupo de control, que consiste en la aplicación de una prueba de antes y después, es decir, se realizó un control o corte inicial y posteriormente un control final después de la aplicación de la propuesta de clases de repaso.

Es importante señalar que el experimento solo se dirige a verificar la hipótesis planteada, en ningún momento se pretende generalizar los resultados obtenidos.

En este experimento se emplearon los siguientes **métodos**:

- i) Descriptivos: Análisis porcentual.

Desarrollo del experimento. Análisis de los resultados

Para iniciar el experimento se aplicó la prueba pedagógica inicial (ver anexo 2) para el diagnóstico de los profesores seleccionados.

De los 5 profesores, todos respondieron que conocen los números irracionales pero, ninguno hace referencia al número Phi.

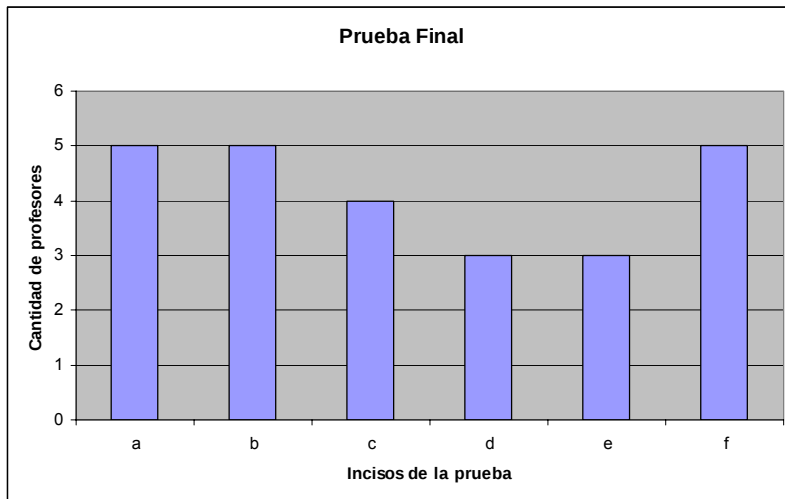
Después de aplicada la propuesta de acciones, se aplicó la prueba pedagógica final (ver anexo 3), con exigencias similares a la primera en la misma se introdujeron nuevas preguntas con un grado mayor de complejidad teniendo en cuenta los avances de los profesores.

De los 5 profesores, después de aplicada la prueba pedagógica final, todos mencionan al número Phi dentro del conjunto de los números irracionales y saber explicar qué es para un 100% de la muestra. De los 5 profesores 4 supieron decir el valor aproximado de Phi, para un 80% de la muestra. Un total de 3 profesores supieron poner más de cinco aplicaciones del número para un 60% de la muestra y esta misma cantidad se sienten preparados para impartir el contenido. El 100% de la muestra coincide en la gran importancia que tiene

el conocimiento de este número para relacionar la aplicación de la Matemática con la vida práctica.

Lo expresado anteriormente podemos compararlo mediante un gráfico de barras, según se muestra a continuación.

Gráfico de barras



Por todo lo antes mostrado queda evidenciado que lo supuesto es verdadero.

Conclusiones.

El número de oro (***PHI***) es considerado por muchos estudiosos un símbolo de la armonía. Puede ser encontrado en la vida cotidiana, de forma natural y en

muchas construcciones y monumentos históricos. Aparece en la naturaleza, en el arte, arquitectura, música y en los seres humanos.

En esta investigación se puede arribar a las siguientes conclusiones:

- La preparación del docente para impartir contenidos que vinculan a la Matemática con la vida práctica tiene vital importancia en la formación de los educandos.
- El número irracional Phi era desconocido por parte de los docentes de noveno grado de la Secundaria Básica, así como sus aplicaciones en la vida práctica.
- Se elaboró una propuesta de cómo puede ser incluido en la Secundaria Básica, para lo cual se precisó la forma de brindar la actualización de los profesores de Matemática en el tema, así de cómo introducirlo en el nivel, como futuros portadores de la información a los alumnos.
- Se validó la propuesta en la práctica educativa, demostrando la preparación que adquirieron los docentes en cuanto al tema.

Recomendaciones.

Teniendo en cuenta lo tratado anteriormente y sobre la base de las conclusiones, se piensa ser oportuno al emitir algunas sugerencias:

- Lograr que los profesores apliquen esta propuesta en las escuelas, pues es una necesidad hoy en día desde el punto de vista instructivo, cultural, y técnico-científico.
- Actualizar la misma con los conocimientos sobre la aplicación del número Phi que puedan ir surgiendo en el mundo científico de hoy.

Bibliografía.

AGUAYO, A. M. Pedagogía.-- La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1924. -- 314 p.

ÁLVAREZ DE ZAYAS, CARLOS. La escuela en la vida.-- La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1999.-- 178 p.

ARIAS HERRERA, H. La comunidad y su estudio. -- La Habana: Ed. Pueblo y

Educación, 1995. -- 87p.

BALLESTER, SERGIO.-- Transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática. --. La Habana: Pueblo y Educación, 2002.-- p.8-15

BATISTA, D. G. (2003). Compendio de Pedagogía. -- Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación, 2003.-- p.195-212.

COLE, K. C.O *Universo e a Xícara de Chá*. -- São Paulo: Record, 2008. -- 294p.

CONSTANTES PHI, PI e E. Conceptos y aplicaciones, 2009. — p.103

CARRASCO, T. ALEXIS. Hacia una escuela de excelencia. --La Habana: Ed. Academia, 1996. -- 94p.

CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN: INSTITUTO LATINOAMERICANO Y CARIBEÑO. Fundamentos de la investigación educativa Módulo I: Maestría en Ciencias de la Educación: Primera parte.-- [CD - Rom]: La Habana: EMPROMAVE, [s.a]

_____ Fundamentos de la investigación educativa: Módulo I: Maestría en Ciencias de la Educación: Segunda parte.-- [La Habana]: Ed. Pueblo y Educación, [2005]. —31 p.

_____ Fundamentos de la investigación educativa: Módulo II: Maestría en Ciencias de la Educación: Primera parte.-- [La Habana]: Ed. Pueblo y Educación, [2006]. —31 p.

_____ Fundamentos de la investigación educativa: Módulo II: Maestría en Ciencias de la Educación: Segunda parte.-- [La Habana]: Ed. Pueblo y Educación, [2006]. —31 p.

_____ Fundamentos de la investigación educativa: Maestría en Ciencias de la Educación: Módulo III: Primera parte.-- [La Habana]: Ed. Pueblo y Educación, [2007]. —71 p.

_____ Fundamentos de la investigación educativa: Maestría en Ciencias de la Educación: Módulo III: Segunda parte.-- [La Habana]: Ed. Pueblo y Educación, [2007]. —71 p.

FIBONACCI. Numbers and the Golden Section in Art, Architecture and Music.

GONZÁLES SOCAS, ANA MARIA. Nociones de Sociología, Psicología y Pedagogía-- Ana M. Gonzáles Soca. --S.I. Ed Pueblo y Educación ,2004. -- 315p.

CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN, Programa Secundaria Básica 9no Grado. -- La Habana: Pueblo y Educación, 2004. --p.2-20

KLINGBERG, LOTHAR. Introducción a la didáctica general.-- La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1972.-- p.15.

LIVIO, Mario. *Razón áurea: La historia de phi*. -- São Paulo: Record, 2009. -- 336p.

MONTAÑO, JUAN RAMÓN. La enseñanza- aprendizaje de Español, Matemática e Historia: Cartas metodológicas al Profesor General Integral. -- La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2005. --102 p.

VALDÉS.A. Q. Cuaderno Complementario 9no Grado. -- Ciudad de La Habana: Pueblo y Educación, 2006.—p.20-25

VILLEGAS, Eduardo Metodología de la Enseñanza de la Matemática- Tomo I.

<http://pt.wikipedia.org/wiki/consultada>; 20 de julio de 2010.

<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm17/ouro.htm/consultada> 20 de julio de 2010

<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm41/provaouro.htm/consultada> 20 de julio de 2010

<http://members.tripod.com/caraipora/proporouro.htm/consultada> 20 de julio de 2010

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/num_ouro.htm/consultada 12 de septiembre de 2010

<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2002/icm203/numeros.htm/consultada> 12 de septiembre de 2010

<http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/alegria/fibonacci/seqfib1.htm/>
[consultada](#) 12 de septiembre de 2010

http://pascal.iseg.utl.pt/~ncrato/Expresso/FiFibonacci_Expresso_20041009.htm/
[consultada](#) 28 de octubre de 2010

http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/num_ouro.htm/consultada 28 de octubre de 2010

http://www.perfeitauniao.org/pficial/2004/a_proporcao_aurea.htm/consultada 28 de octubre de 2010

<http://matemática-na-veia.blogspot.com/search/label/curiosidades/consultada>
[28 de octubre de 2010](#)

Anexo 1

Encuesta a Profesores.

Compañero Profesor: Se está llevando a cabo una investigación de carácter pedagógico con el fin de mejorar la calidad del proceso enseñanza – aprendizaje y elevar la preparación para impartir las clases de Matemática, es por ello que necesitamos responder con la mayor sinceridad el siguiente cuestionario. Gracias.

- ¿Qué es el número PHI?

- ¿Qué valor tiene?

- ¿Para qué nos sirve en la vida?

- ¿Se precisa su conocimiento en la escuela?;

- ¿Cuál es su definición algebraica?

- ¿Cuándo fue descubierto?

- ¿Qué importancia tiene?

Anexo 2

Prueba de entrada

Compañero Profesor: Se está llevando a cabo una investigación de carácter pedagógico con el fin de mejorar la calidad del proceso enseñanza – aprendizaje y elevar la preparación para impartir las clases de Matemática, es por ello que se necesita responder con la mayor sinceridad el siguiente cuestionario. Gracias.

a) ¿Conoces los números irracionales? ¿Cuáles?

b) ¿Qué es el número PHI?

c) ¿Qué valor tiene?

d) ¿Para qué sirve en la vida?

e) ¿Se precisa su conocimiento en la escuela?

f) ¿Cuándo fue descubierto?

Anexo 3

Prueba de salida

Compañero Profesor: Usted ha sido objeto de una investigación de carácter pedagógico con el fin de mejorar la calidad del proceso enseñanza – aprendizaje y elevar la preparación de los profesores de noveno grado en el dominio del contenido acerca de los números irracionales y su aplicación en la vida. Responda con la mayor sinceridad el siguiente cuestionario. Gracias.

a) ¿Conoces los números irracionales? ¿Cuáles?

b) ¿Qué es el número PHI?

c) ¿Qué valor tiene?

d) ¿Cuáles son sus aplicaciones en la vida?

e) ¿Se siente usted preparado para introducir este contenido en las clases de Matemática?

f) ¿Cómo valora este nuevo conocimiento?
