

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN
INSTITUTO PEDAGÓGICO LATINOAMERICANO Y CARIBEÑO
CIUDAD DE LA HABANA
UNIVERSIDAD DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS
“CONRADO BENÍTEZ GARCÍA”
SEDE UNIVERSITARIA PEDAGÓGICA:
AGUADA DE PASAJEROS**

**MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
PRIMERA EDICIÓN**

**TESIS PRESENTADA EN OPCIÓN AL TÍTULO ACADÉMICO DE MASTER EN
CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

MENCIÓN: SECUNDARIA BÁSICA

**TÍTULO: PROPUESTA DE ALTERNATIVAS METODOLÓGICAS PARA LA
FORMACIÓN Y FIJACIÓN DE CONCEPTOS GEOMÉTRICOS EN LA
SECUNDARIA BÁSICA**

AUTOR: Lic. Alejandro Juan Díaz Cabrera

**TUTOR: Dr. C. Eloy Arteaga Valdés. Profesor Titular de Matemática.
Universidad de Ciencias Pedagógicas “Conrado Benítez García”**

**AÑO 2009
“AÑO DEL ANIVERSARIO 50 DEL TRIUNFO DE LA REVOLUCIÓN”**

Hay que trabajar para enriquecer los conocimientos adquiridos durante los estudios, para saberlos aplicar en la práctica de manera creadora y recordar que la realidad es siempre mucho más rica que la teoría, pero que la teoría es imprescindible para desarrollar el trabajo profesional de modo científico[...]

Fidel Castro, 7 de julio de 1981

AGRADECIMIENTOS

A todas aquellas amistades, compañeros, profesores, tutores y familiares que de una manera u otra colaboraron en la confección de este trabajo.

Muchas gracias y nuestro eterno agradecimiento; nunca olvidaremos su sacrificio y apoyo.

Gracias a la Revolución Cubana que ha facilitado nuestra superación.

DEDICATORIA

A mis hijos

A mi esposa

A mis padres, hermanos

A mi tutor y sus padres

A mis amigos

A Fidel y a la Revolución

RESUMEN

La formación y asimilación de conceptos constituyen la premisa de la actividad racional y efectiva del hombre al encontrarse con nuevos objetos, situaciones y tareas. Tanto la formación como la asimilación de conceptos, se realiza en el proceso y sobre la base de la actividad que pone al descubierto las propiedades y los vínculos de los elementos de la realidad. En el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática en cualquier nivel educacional se le presta especial importancia a ambos procesos ya que el punto de partida para lograr una aplicación de los conceptos durante el aprendizaje es la formación del mismo. Para que el alumno logre una asimilación sólida y profunda de los conceptos incluidos como parte del contenido de la enseñanza de la Matemática en la escuela media, es necesario, no solo que el alumno comprenda y tome conciencia de cuáles son los conceptos que debe asimilar, sino que, además sepa cómo elaborarlos y qué hacer para aplicarlos correctamente. En otras palabras hay que prestar especial atención al aspecto de contenido y al aspecto lógico – operacional. En esta investigación se proponen algunas alternativas metodológicas para dirigir la actividad cognoscitiva de los alumnos, tanto en el proceso de formación de los nuevos conceptos de Geometría Plana, como en el proceso de fijación, ofreciéndose algunas estrategias de aprendizaje que pueden ser enseñadas por los docentes a los alumnos. Los resultados fueron posibles con la utilización de los métodos teóricos, empíricos y matemáticos de la investigación educacional y forman parte del proyecto de investigación que actualmente se desarrolla por los docentes de la Facultad de Profesores Generales Integrales de Secundaria Básica de la Universidad de Ciencias Pedagógicas “Conrado Benítez García” de Cienfuegos, con el objetivo de elevar la preparación didáctica de los Profesores Generales Integrales, quienes en su gran mayoría tienen serias dificultades en esta dirección, y constituye un resultado parcial del Proyecto de Investigación de Secundaria Básica.

Contenido	Pág.
Introducción -----	1
Capítulo I: Fundamentos psicopedagógicos de la formación de conceptos en la enseñanza de la Geometría -----	9
1.1. Breve reseña histórica de la enseñanza de la Geometría. Particularidades en la escuela cubana-----	9
1.2. Modelos utilizados internacionalmente para la enseñanza de la Geometría y la formación de conceptos geométricos-----	15
1.2.1. La formación de conceptos en la escuela cubana-----	28
1.3. Condiciones que influyen en la formación de los conceptos-----	31
1.3.1. Algunas consideraciones para dirigir la actividad cognoscitiva durante la formación de conceptos-----	32
1.4. El tratamiento metodológico de los conceptos matemáticos y sus definiciones-----	34
1.4.1. Estructura del proceso total de la elaboración de conceptos-----	34
1.4.2. Sobre el tratamiento de las definiciones-----	37
1.4.3. Métodos sustitutos de la definición de conceptos-----	39
Capítulo 2: La formación y asimilación de conceptos en la enseñanza de la Geometría en la Secundaria Básica -----	41
2.1. Fundamentos psicopedagógicos de las alternativas metodológicas para la formación y asimilación de conceptos geométricos-----	41
2.1.1. El enfoque desarrollador del proceso de enseñanza – aprendizaje en la Secundaria Básica-----	42
2.1.2. La enseñanza desarrolladora de las ciencias. Retos para el nuevo milenio-----	46
2.1.3. Enfoque metodológico general de la asignatura Matemática en la Secundaria Básica cubana-----	49

2.2. Las alternativas metodológicas. Modelo para su diseño -----	52
2.3. <i>Alternativas metodológicas para dirigir la actividad cognoscitiva de los alumnos durante la formación y asimilación de conceptos en secundaria básica</i> -----	56
2.4. <i>Validación de las alternativas metodológicas elaboradas en la práctica educativa. Análisis de los resultados</i> -----	64
2.4.1. <i>Planificación del cuasi experimento pedagógico</i> -----	64
2.4.2. <i>Selección de la muestra</i> -----	67
2.4.3. <i>Descripción del cuasi experimento. Análisis de los resultados</i> -----	67
Conclusiones -----	73
Recomendaciones -----	75
Bibliografía	
Anexos	

Introducción

La educación constituye el proceso social complejo e histórico concreto en el que tiene lugar la transmisión y asimilación de la herencia cultural acumulada por el ser humano. Desde esta perspectiva, el aprendizaje representa el mecanismo a través del cual el sujeto se apropia de los contenidos y las formas de la cultura que son transmitidas en la interacción con otras personas.

El papel de la educación ha de ser el de crear desarrollo a partir de la adquisición de aprendizajes específicos y relevantes por parte de los / las educandos. Pero la educación se convierte en promotora del desarrollo solamente cuando es capaz de conducir a las personas más allá de los niveles alcanzados en un momento determinado de su vida, y cuando propicia la realización de aprendizajes que superen las metas ya logradas.

El aprendizaje humano es un proceso complejo, que transcurre a lo largo de toda la vida. Su infinita riqueza y diversidad, es decir, su naturaleza multidimensional, se expresa básicamente en tres esferas particulares:

- (a) los contenidos o resultados del aprendizaje
- (b) los procesos o mecanismos a través de los cuales las personas se apropian de estos contenidos diversos
- (c) las condiciones del aprendizaje, o sea, los diferentes tipos de situaciones de actividad e interacción en las cuales se movilizan determinados procesos en función de la apropiación de la experiencia sociohistórica. Su combinación define una gran variedad de contextos, situaciones, tipos y prácticas de aprendizaje, y consecuentemente, de habilidades, capacidades y actitudes necesarias para desplegarlos, que a su vez quedan matizados a partir de la propia diversidad humana.

En el proyecto de transformaciones iniciado en la escuela secundaria básica a partir del curso escolar 2003/2004, se introducen modificaciones a los contenidos de los programas de las diferentes asignaturas del currículo y aunque estas modificaciones no implican cambios curriculares esenciales, ellas contribuyen a lograr el fin de este tipo de escuelas que es:

“...la formación básica e integral del adolescente cubano, sobre la base de una cultura general, que le permita estar plenamente identificado con su nacionalidad y patriotismo, al conocer y entender su pasado, enfrentar su presente y su preparación futura, adoptando conscientemente la opción del socialismo, que garantice la defensa de las conquistas sociales y la continuidad de la obra de la Revolución, expresado en sus formas de sentir, de pensar y de actuar”¹

Entre los objetivos formativos generales se destacan que este adolescente debe ser capaz- entre otras cosas- de:

“Solucionar problemas propios de las diferentes asignaturas y de la vida cotidiana, con una actuación transformadora y valorativa, a partir de la identificación, formulación y solución de problemas mediante el desarrollo del pensamiento lógico, la aplicación de conocimientos, el empleo de estrategias y técnicas de aprendizaje específicas... Desarrollar... un mayor nivel de independencia de su pensamiento al hallar por sí mismo lo esencial, el problema, los procedimientos y técnicas más adecuados para su autoaprendizaje y autoeducación en las diversas fuentes de información”²

El logro de estas aspiraciones es posible en el contexto de una enseñanza desarrolladora que promueva un aprendizaje productivo y desarrollador, donde los conocimientos se conviertan en patrimonio individual de los estudiantes y puedan ser utilizados por estos a la solución de múltiples y nuevos problemas.

La Matemática es una de las asignaturas priorizada en este nivel educacional y ella tiene una alta dosis de responsabilidad en la formación integral de los educandos, sobre todo en el desarrollo de formas de trabajo y de razonamientos que son inherentes a esta ciencia y en general al trabajo científico y práctico del hombre.

Uno de los problemas principales que hoy tiene la enseñanza de la Matemática, en particular, la enseñanza de la geometría escolar en la Secundaria Básica, es la comprensión de los procesos de aprendizaje de los conceptos geométricos.

¹ COLECTIVO DE AUTORES. Modelo de escuela secundaria básica.-Editorial Molinos Trade, S.A, 2007.-p.11

² Ibídem.-p.12

Revisando la literatura especializada, se pudo apreciar cómo los investigadores se han dedicado a analizar la manera de como se produce el aprendizaje de los conceptos geométricos elementales (generalmente de geometría plana) en los diferentes niveles educativos.

En cada caso se encuentran aproximaciones al problema que difieren en el tipo de material usado, la metodología de enseñanza, la organización de los conocimientos matemáticos o el tipo de actividades realizadas por los estudiantes. Esta diversidad es un reflejo de la complejidad del problema, incluso en el caso de los conceptos geométricos considerados como más elementales (por ejemplo, los distintos tipos de figuras planas).

En el análisis de los planes de clase y de los informes de las visitas especializadas, se pudo constatar que cuando los profesores presentan por primera vez a los alumnos un concepto nuevo de geometría elemental, suelen recurrir a uno de estos dos métodos de enseñanza:

- a) enuncian una definición matemática de dicho concepto (más o menos formal, según el curso) y, a continuación, plantean ejercicios de memorización y de reconocimiento de algunas figuras concretas, o
- b) presentan ejemplos de figuras que representan ese concepto, haciendo una descripción de sus características matemáticas (y, a veces, físicas), a continuación, enuncian una definición matemática del concepto y, por último, plantean ejercicios de memorización de la definición y de reconocimiento de otras figuras concretas.

En ambos casos, los profesores suelen poner más énfasis en las definiciones que en los ejemplos, sin darse cuenta de que son los últimos los que impactan más en los estudiantes y los que producen un efecto mental más duradero y profundo.

En una encuesta (anexo # 1) realizada a 24 Profesores Generales Integrales de Secundaria Básica del municipio de Aguada, que representan el 30% del total, se pudo constatar que:

- Más del 67% de los profesores no dominan las vías para la enseñanza de los conceptos y definiciones geométricas.

- Los docentes que aseguran dominar las vías no logran reconocer los pasos metodológicos esenciales para cada vía.
- El 100% reconoce que las actividades que le orientan con más frecuencia a los alumnos para fijar los conceptos son identificar y ejemplificar, es decir no reconocen las sistematizaciones, profundizaciones y aplicaciones del concepto como actividades dirigidas a la fijación de un determinado concepto,

Por otra parte en una entrevista realizada a 12 profesores de Matemática que imparten clases en la carrera en las Sedes Pedagógicas Municipales (anexo # 2) y en la revisión del Programa de la asignatura Matemática para la Secundaria Básica y su Metodología III se pudo constatar que:

- Es insuficiente el tiempo que se dedica al tratamiento metodológico de la formación y asimilación de conceptos y definiciones matemáticas. Solo se dedican 6h al tratamiento de las situaciones típicas en la enseñanza de la Matemática, y deben abordarse todas, incluyendo la formación de conceptos.
- En la preparación metodológica se abordan los aspectos o puntos metodológicos esenciales de cada contenido, y no se agotan todas las alternativas posibles para su tratamiento.

Esto demuestra las insuficiencias que existen en relación con la enseñanza de los conceptos geométricos y que están dadas en lo fundamental por ***la falta de conocimientos de los profesores en lo que respecta a la dirección de la actividad cognoscitiva de los alumnos durante la formación de conceptos***, lo que influye en el hecho de que los alumnos identifican los conceptos solo por su forma y no por su contenido, es decir no pueden explicarlos, traer ejemplos de la vida, analizar algún hecho sobre la base de su contenido.

Esto permite identificar como **problema de investigación** el siguiente: *¿Cómo estructurar metodológicamente los procesos de formación y fijación de los conceptos geométricos en la enseñanza de la Matemática en el séptimo grado de la educación secundaria?*

El **objeto** de esta investigación es el proceso de enseñanza – aprendizaje de la Matemática en la Educación Secundaria y el **campo de acción** lo constituyen las alternativas metodológicas para la dirección del proceso de enseñanza -

aprendizaje durante la formación y asimilación de conceptos geométricos en el 7mo grado.

El **objetivo** de esta investigación es: *Elaboración de alternativas metodológicas, basadas en los fundamentos lógicos, psicológicos y pedagógicos de la formación de conceptos, para la estructuración del proceso de enseñanza – aprendizaje en la formación y asimilación de los conceptos geométricos incluidos en el programa de Matemática del séptimo grado.*

Para el logro de este objetivo se ejecutaron las siguientes **tareas científicas**:

1. Valorar críticamente las exigencias del proceso de enseñanza – aprendizaje en la Educación Secundaria, así como la concepción desarrolladora de la enseñanza de las ciencias, en particular el enfoque metodológico general de la asignatura Matemática en este nivel educacional en este contexto.
2. Sistematizar los conocimientos psicopedagógicos y metodológicos relacionados con la formación de conceptos en la enseñanza, utilizando bibliografía nacional y extranjera.
3. Diseñar las alternativas metodológicas para la formación y fijación de conceptos en el estudio de la unidad Geometría Plana en el 7mo grado de la Educación Secundaria.
4. Validar en la práctica educativa las alternativas metodológicas elaboradas para la formación y fijación de conceptos.

Durante el desarrollo de esta investigación se le dio respuesta a las siguientes

preguntas científicas:

1. *¿Qué especificidades ha tenido la enseñanza de la geometría en la escuela cubana y en particular en lo relacionado con la formación de conceptos geométricos?*
2. *¿Qué modelos se han utilizado internacionalmente en la enseñanza de la Geometría para la formación de conceptos geométricos en los alumnos y cómo pueden ser utilizados en la enseñanza desarrolladora?*
3. *¿Cómo se aborda la formación de conceptos geométricos en la enseñanza de la Matemática en la escuela cubana?*

4. *¿Cuáles son los fundamentos científico - lógicos del proceso de formación de conceptos en la enseñanza de la Matemática?*

5. *¿Qué alternativas metodológicas pueden emplearse en la enseñanza de la geometría para dirigir el proceso de formación y asimilación de conceptos?*

6. *¿Cómo lograr que las alternativas metodológicas diseñadas sean asimiladas por los Profesores Generales Integrales de Secundaria Básica para que puedan ser incorporadas en su práctica educativa?*

La **actualidad** de esta investigación se evidencia en los requerimientos metodológicos para la concepción y dirección de la clase abordados en el Seminario Nacional para Educadores efectuado en noviembre del 2001, en particular el referido a la dirección del proceso de enseñanza – aprendizaje y en los fundamentos psicopedagógicos de las transformaciones realizadas en este nivel educacional que exigen de un proceso de enseñanza – aprendizaje con un enfoque desarrollador, donde se le preste especial atención al diseño de situaciones de enseñanza – aprendizaje que propicien este tipo de aprendizaje.

Lo **novedoso** está dado por el hecho de concebir alternativas metodológicas para la asimilación y fijación de los conceptos y definiciones geométricas, tomando como base los lineamientos generales ya establecidos en la Metodología de la Enseñanza de la Matemática, pero desde la perspectiva de un proceso de enseñanza - aprendizaje desarrollador.

El **aporte práctico** de esta investigación se concreta en las alternativas metodológicas para la asimilación y fijación de los conceptos geométricos que se proponen. Estas alternativas se constituyen en herramientas metodológicas para los Profesores Generales Integrales de este nivel educacional, que le permitirá desarrollar el proceso de enseñanza – aprendizaje de esta disciplina matemática con un enfoque desarrollador.

Metodología utilizada en el desarrollo de la investigación:

La **investigación** realizada estuvo dirigida a la solución de un problema de carácter práctico, luego se considera una investigación aplicada, y en su desarrollo, como parte de la utilización del método científico, se aplicaron

métodos, técnicas y procedimientos cualitativos y cuantitativos, entre los que se destacan:

a) Del nivel teórico:

- **Inducción – deducción, análisis - síntesis** para realizar inferencias y elaborar conclusiones sobre la base de la información recopilada relacionada con los modelos que se han utilizado en la enseñanza de la Geometría para el aprendizaje de los conceptos y las definiciones.
- **Histórico - lógico** para analizar regularidades de la enseñanza de la Geometría como rama de la Matemática, en particular en la escuela cubana.
- **Modelación y tránsito de lo abstracto a lo concreto** para el diseño de las alternativas metodológicas sobre la base de los conocimientos teóricos sistematizados.
- **Sistémico – estructural y funcional** para el diseño de las alternativas metodológicas, las cuales se caracterizan por un conjunto de pasos que tienen enfoque sistémico, así como en el diseño de las estrategias de aprendizaje que se elaboran en algunas de ellas.

b) Del nivel empírico:

- **Entrevista** a profesores de las Sedes Pedagógicas municipales que imparten clases de Matemática en la carrera para conocer acerca de las principales dificultades que se presentan en relación con el tratamiento metodológico de los conceptos matemáticos y sus definiciones.
- **Encuestas** a Profesores Generales Integrales para conocer sus criterios y opiniones en relación con el tratamiento metodológico de los conceptos y definiciones matemáticas que se estudian en la secundaria básica.
- **Pruebas pedagógicas** a los estudiantes para recopilar información acerca del nivel de desarrollo de los conocimientos adquiridos en la carrera sobre el tratamiento metodológico de los conceptos matemáticos y sus definiciones.
- **Análisis de documentos:** muestreo de planes de clases, revisión de los informes de las visitas especializadas y de ayuda metodológica para determinar regularidades en lo que respecta a la dirección de los procesos de formación y fijación de conceptos en las clases de Matemática.

c) Del nivel matemático: Se utilizaron métodos de la estadística descriptiva tales como: las tablas, gráficas de barra, análisis de la frecuencia absoluta y relativa, la mediana, la moda, para el procesamiento de los datos obtenidos como resultado de la aplicación de los diferentes instrumentos. Se utilizó además el paquete estadístico SPSS para Windows.

En el desarrollo de esta investigación se utilizaron diferentes fuentes bibliográficas tanto nacionales como extranjeras de destacados autores tales como: R. Barcia, M. de Guzmán, H. FREUDENTHAL, J. Kilpatrick, I. Nocedo, entre otros; así como los documentos normativos y metodológicos del Ministerio de Educación y las tesis de los congresos del Partido Comunista de Cuba.

Capítulo 1: Fundamentos psicopedagógicos de la formación de conceptos en la enseñanza de la Geometría

1.1. Breve reseña histórica de la enseñanza de la Geometría. Particularidades en la escuela cubana

El establecimiento de la Matemática como ciencia independiente, en el antiguo imperio griego, donde sobresalen los aportes de Pitágoras en el arte numérico, Arquímedes con los métodos aproximados, Apolonio con el trabajo de las cónicas, Diofanto con su aritmética, Ptolomeo con su trigonometría y Euclides con su geometría, recibió de los egipcios y los babilonios la formación de las primeras representaciones matemáticas, que impulsadas por necesidades prácticas o sociales como el comercio, la astronomía, la ornamentación y la agrimensura constituyeron los primeros sistemas numéricos y las representaciones geométricas.

La concepción de la Geometría de Euclides, que a decir de Diudonné, 1959 – citado por Y. Proenza Garrido, L.M. Leyva Leyva, 2002, constituye “... *la realización intelectual quizás más extraordinaria alcanzada por la humanidad y es merced a Euclides que hemos podido erigir la elevada estructura del presente*”, se mantuvo por cerca de 22 siglos; la llegada de las Geometrías no euclidianas en el siglo XIX por Gauss, Bolyai y Lobachewski da un viraje al pensamiento geométrico, se derrumba la idea absoluta del espacio defendida por Kant y se estructura una teoría geométrica opuesta a las concepciones euclidianas.

En esta evolución histórica un hecho ocurrido en la década del 60, que tenía como antecedente un importantísimo evento, el Seminario de Rayaumout, 1959- citado por Luis Rico “1997”-, dio un viraje a lo que se consideraba esencial en la Matemática.

La introducción de la Matemática Moderna trajo a las escuelas el formalismo y la absolutización de la teoría de conjunto; lo que limitó el trabajo con la Geometría Elemental; en particular, la intuición espacial en la estereometría, ya que por su

carácter formalista la Matemática Moderna abogaba por la profundización en el rigor lógico y no en la intuición ni en la visualización.

Indudablemente la introducción de la Matemática Moderna fue consecuencia de la forma de pensar de los eminentes matemáticos que la promovieron; las concepciones filosóficas que se reconocen en la historia de la Matemática son: idealismo subjetivo, idealismo objetivo y materialismo.

De estas posiciones se desprendieron dos corrientes el nominalismo y el realismo. La expresión contemporánea del nominalismo es el formalismo que considera que la Matemática es y se reduce a un sistema de reglas, de transformaciones, de nombres y de formas de actuar. No le importa el significado, sino el manejo del lenguaje simbólico.

Para los formalistas la Matemática es lo formalizado y por tanto el pensamiento que no opera con la simbología específica, con el lenguaje específico de la Matemática no es pensamiento matemático.

Como se ha expresado esta corriente consiguió sustituir la Matemática clásica, por la posición formalista, la Matemática Moderna vista hoy a lo largo de las décadas se ha considerado, permeada de formalismo, constituyó un fracaso en el ámbito mundial.

Con esta panorámica general, la llegada de la modernización de las matemáticas, le impregnó características a la Geometría y su enseñanza, la cual perdió su propio peso, pasando a ser considerada en la distancia como la “cenicienta de las matemáticas”.

Hoy se considera una necesidad ineludible, desde el punto de vista didáctico, científico e histórico, volver a recuperar el contenido espacial e intuitivo en toda la Matemática, no ya solo en lo que se refiere a la Geometría (De Guzmán 1993).

El pensamiento geométrico, en consecuencia, ha ido decreciendo en las últimas décadas en la enseñanza de la Matemática en la primaria, la secundaria y el preuniversitario; ya que es necesario enseñar “algo más básico y profundo que es el cultivo de aquellas porciones de la Matemática y tratan de estimular la capacidad del hombre para explorar racionalmente el espacio físico en que vive, la figura y la forma básica”.

A partir del Seminario de Rayaumont en 1959- citado por L. Rico-, en cuyas actas predominan las críticas demoledoras a los programas de enseñanza; donde se contextualiza la frase célebre de Diudoné “Abajo Euclides”, que sirvió para enarbolar reformas; y en las siguientes reuniones (RELME), congresos (ICMI) y seminarios a escala mundial y en Iberoamérica, se ha discutido con bastante fuerza la importancia de la educación geométrica y el favorecimiento de un pensamiento geométrico en los escolares.

Según, Y. Proenza Garrido, L.M. Leyva Leyva, 2002, en la actualidad hay un acuerdo bastante unánime en todos los países, sobre los principios siguientes:

1. Para los más jóvenes, la enseñanza de la geometría no puede ser deductiva, debe ser una instrucción basada en la observación; su objetivo es la elaboración de los conceptos fundamentales a partir de la experiencia (es decir, geometría euclidiana).
2. Para el matemático, la manera más elegante, la más profunda, la más rápida, de definir el plano (o el espacio), es definirlo como espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$, con dos (o tres) dimensiones, provisto de un producto escalar, es decir, de una forma bilineal simétrica $u.v$ tal que $u.v > 0$ para todo vector $u \neq 0$.

Cuba ha estado en el centro de esas discusiones y desde 1944 declaró como objetivos del aprendizaje de la geometría los siguientes:

- a) Dominio de los teoremas esenciales y de sus aplicaciones prácticas.
- b) Comprensión clara de la naturaleza de la prueba geométrica y del significado del rigor matemático.
- c) Creación de hábitos de expresión suscita del pensamiento y de organización lógica de las ideas.
- d) Transferencia de los hábitos adquiridos a situaciones no geométricas, de modo que el alumno adquiriera la capacidad del pensamiento cuidadoso e independiente.

Se considera que la concepción del currículo de Geometría en la escuela cubana (Rizo, 1987, 1989, 1990)- citada por Y. Proenza Garrido, L.M. Leyva Leyva, 2002, se sustenta, con plena vigencia, en estos objetivos generales para el aprendizaje de los contenidos geométricos y se organiza en tres etapas fundamentales: un ciclo inicial o propedéutico que abarca la enseñanza preescolar y hasta el cuarto

grado de la escuela primaria, con un estudio intuitivo; una de estudio racional o deductiva que comienza en los grados quinto y sexto de la escuela primaria y se extiende hasta los grados de secundaria básica; y una tercera etapa de complementación.

Es un logro que el curso de Geometría actual de la escuela cubana no hace una construcción axiomática rigurosa en ninguna de las tres etapas mencionadas, aunque sí incluye elementos muy intuitivos de los sistemas de Euclides y de Hilbert.

No se pretende dar un sistema de axiomas completo que posibilite formar el curso; sino sólo algunos axiomas de incidencia, orden y movimiento. Simplemente se hizo una selección de aquellos, que a modo de propiedades, tengan alguna utilización en el trabajo posterior (Rizo, 1990).

Según lo expresado, han sucedido muchas cosas en el ámbito de la enseñanza aprendizaje de la Matemática en estos últimos treinta años que han determinado cambios en la enseñanza de la Geometría, sobre todo, la tendencia a no presentarla solo como una ciencia deductiva a partir de los Elementos de Euclides. La conveniencia de mantener su enseñanza se debe a considerar:

a) La geometría como fuente de intuiciones. Muchas ramas de la Matemática se han encontrado o construidas mediante profundizaciones de intuiciones geométricas. La visualización de un sistema de ecuaciones lineales como rectas o planos facilita la comprensión y ayuda a aprehender la teoría. Muchas veces en la primera etapa de la resolución de problemas hacemos uso de los dibujos que nos ayudan a intuir las posibles soluciones.

b) La geometría como iniciación en el pensamiento formal. Quizás ninguna rama de la Matemática se presta como la Geometría para pasar de lo concreto a lo abstracto y de ello a lo formal, quizás porque en ninguna parte se refiere a algo más concreto que ella, el espacio físico.

c) La geometría como fuente para el desarrollo de diferentes formas de pensamiento. La elección de problemas tanto abiertos como la demostración para ejercitar al alumno en el razonamiento formal pueden aportar distintas estrategias o modo de razonamiento: generalización, inducción y analogía.

d) La geometría como una esfera sensible a multitud de procedimientos y habilidades. Ejemplos de procedimientos y habilidades son, entre otros: la percepción, la deducción, la imaginación, la intuición,... y entre las habilidades: dibujar, representar, construir figuras y modelos, armar y desarmar.

Para la concepción del proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos geométricos no basta con tener una concepción clara de la evolución histórica de la ciencia y de la disciplina escolar, se necesita poseer presupuestos pedagógicos y psicológicos que fundamenten científicamente el proceso pedagógico.

La concepción de cualquier enfoque didáctico metodológico presupone la declaración de posiciones epistemológicas, pedagógicas y psicológicas que en última instancia le sirven de base y la determinan.

En la escuela cubana actual estos presupuestos están erigidos sobre la base del materialismo dialéctico e histórico como su fundamento metodológico y para este, el camino del conocimiento de la verdad parte de la percepción viva de la realidad objetiva, se eleva al pensamiento abstracto y regresa a la práctica donde se verifica y enriquece.

Los fundamentos psicopedagógicos generales que se asumen se encuentran en el enfoque histórico cultural desarrollado por Vigotsky³ y sus seguidores, que centra su interés en el desarrollo integral del individuo y sus fundamentos descansan en la tesis de que los diferentes componentes de la actividad psíquica del sujeto no son hechos dados de manera acabada, sino resultado de una evolución tanto filo como ontogenética, en la que intervienen de manera determinante los instrumentos producidos por la cultura y el desarrollo social.

Vigotsky realizó una certera valoración de la relación entre la enseñanza y el desarrollo, probablemente no superada por ninguna otra teoría; las relaciones entre signos y herramientas, pensamiento y lenguaje, memoria mediata e inmediata, lo biológico y lo cultural, lo individual y lo social con su interacción dialéctica son ejemplo de ello.

³ BERMÚDEZ MORRIS, RAQUEL y PÉREZ MARTÍN, LORENZO M. Aprendizaje formativo y crecimiento personal (provisional). La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2004.-p.48-63

La introducción del concepto de “zona de desarrollo próximo” para demostrar que no toda enseñanza impulsa el desarrollo, que lo que se trata es de estructurar el proceso de enseñanza aprendizaje que ni lo estanque ni lo evite, es un punto incuestionable de visión y precisión en su teoría. Al respecto define “zona de desarrollo próximo” como la distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz... dicha zona define aquellas funciones que todavía no han madurado, pero que se hallan en proceso de maduración.

La amplia aplicación de las ideas de Vigotsky y sus seguidores A. N Leontiev (1970), S. L Rubinstein (1960), A. Luria (1975), V. Davidov (1980), Y. A. Galperin (1958), N. F. Talízina (1985)-citados por Y. Proenza Garrido, L.M. Leyva Leyva, 2002, que continuaron desarrollando dichas ideas se puede resumir en las siguientes posiciones psicopedagógicas:

- a) El aprendizaje, concebido como actividad social, de producción y reproducción del conocimiento, mediante el cual el niño se apropia de la experiencia histórico-cultural, asimila modelos sociales de actividad y de interrelación, más tarde, en la escuela, de conocimientos científicos, bajo condiciones de orientación e interacción social.
- b) EL carácter rector de la enseñanza para el desarrollo psicológico, ya que es una fuente de este. La enseñanza debe asegurar las condiciones para que el alumno se eleve mediante la colaboración y la actividad conjunta, a un nivel superior de desarrollo.
- c) En la enseñanza debe reflejarse la clara concepción de las ideas y valores que mueven el desarrollo social, perspectiva de la humanidad, en función de las condiciones histórico - sociales del presente, las condiciones en las que se inserta el alumno, los recursos de que dispone y el sistema de relaciones que propicien el aprendizaje.

d) Los principios que, entre otros, deben regir este proceso serían: la unidad entre la instrucción y la educación, su carácter científico, la enseñanza desarrolladora y su carácter consciente y objetual.

e) En estas aplicaciones el maestro realiza la función de dirección del aprendizaje, es decir, orienta, controla y evalúa; conduce el aprendizaje de los alumnos, constituye un mediador en dicho proceso.

La pedagogía y psicología cubana, con sus tradiciones y características, impregnan un profundo carácter humanista a esta comprensión, al dar valor al papel del sujeto, a su participación activa, directa y comprometida en su propio crecimiento personal y social.

Por último, la contextualización de un aprendizaje desarrollador sustentado en los presupuestos antes referidos, constituye la principal premisa psicopedagógica para estructurar científicamente el proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos geométricos.

1.2. Modelos utilizados internacionalmente para la enseñanza de la Geometría y la formación de conceptos geométricos

En la enseñanza de la geometría, en particular, para la formación de conceptos geométricos en los escolares se han utilizado diversos modelos. Entre ellos el modelo de Van Hiele, 1986, los trabajos de Freudenthal (1971, 1973, 1983) los trabajos de Vinner y sus colaboradores (Hershkowitz, 1990; Hershkowitz, Bruckheimer y Vinner, 1987; Vinner, 1976, 1983; Vinner y Hershkowitz, 1983).

Por la importancia de estos modelos y los aportes de cada uno de ellos, que son de obligada consulta para delinear estrategias pedagógicas que propicien la formación sólida de los conceptos geométricos en la escuela, el autor de este trabajo considera conveniente analizar la esencia de cada uno de ellos.

❖ El modelo de los Van Hiele

En los años 50, los esposos Pierre M. Van Hiele y Dina van Hiele- Geldof- citados por Jaime, A - A. Gutiérrez, 1989, trabajaban como profesores de geometría de enseñanza secundaria en Holanda. A partir de su experiencia docente, elaboraron

un modelo que trata de explicar por un lado cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes y por otro cómo puede un profesor/a ayudar a sus alumnos/as para que mejoren la calidad de su razonamiento. De esta forma los componentes principales del modelo van Hiele son la "teoría de los niveles de razonamiento", que explica cómo se produce el desarrollo en la calidad de razonamiento geométrico de los estudiantes cuando éstos estudian geometría, y las "fases de aprendizaje", que constituye su propuesta didáctica para la secuenciación de actividades de enseñanza-aprendizaje en el aula, con el objeto de facilitar el ascenso de los estudiantes de un nivel de razonamiento al inmediatamente superior. Se explicará brevemente en qué consisten ambos componentes del modelo.

I. Los niveles de razonamiento

Los niveles de razonamiento describen los distintos tipos de razonamiento geométrico de los estudiantes a lo largo de su formación matemática, que va desde el razonamiento intuitivo de los niños de preescolar hasta el formal y abstracto de los estudiantes de las Facultades de Ciencias. De acuerdo con el modelo de van Hiele si el aprendiz es guiado por experiencias instruccionales adecuadas, avanza a través de los cinco niveles de razonamiento, empezando con el reconocimiento de figuras como todos (nivel 1), progresando hacia el descubrimiento de las propiedades de las figuras y hacia el razonamiento informal acerca de estas figuras y sus propiedades (niveles 2 y 3), y culminando con un estudio riguroso de geometría axiomática (niveles 4 y 5). El nivel 1 es denominado nivel de *reconocimiento o visualización*; el nivel 2, *nivel de análisis*; el nivel 3 *clasificación o abstracción*; el nivel 4 *deducción*, y el nivel 5 *rigor*. El modelo es recursivo, es decir cada nivel se construye sobre el anterior, concediéndose el desarrollo de los conceptos espaciales y geométricos como una secuencia desde planteamientos inductivos y cualitativos, hacia formas de razonamiento cada vez más deductivas y abstractas. En la bibliografía existente sobre el tema se pueden encontrar listas muy completas de las características de los distintos niveles.

Para que se logre un desarrollo sólido de la capacidad de razonamiento geométrico en los escolares, los creadores de este modelo, sugieren algunas recomendaciones para el trabajo en los diferentes niveles que son:

Secuencialidad: No es posible alterar el orden de adquisición de los niveles, es decir que no es posible alcanzar un nivel de razonamiento sin antes haber superado, de forma ordenada, todos los niveles inferiores.

Aquí es necesario poner en evidencia un peligro que se deriva del aprendizaje memorístico: Un estudiante puede aparentar un nivel superior al que realmente tiene porque ha aprendido procedimientos rutinarios propios del nivel superior, aunque realmente no los comprenda. Un ejemplo muy frecuente se tiene en los estudiantes de Enseñanza Media: Generalmente, se les hace demostrar propiedades y resolver formalmente problemas para poder aprobar, lo cual se traduce en que con el paso del tiempo han aprendido un cierto número de formas mecánicas de actuar, propias del lenguaje matemático formalizado, con las que dan la impresión de encontrarse en el 4° nivel, cuando en realidad están muy lejos de ese tipo de razonamiento.

Especificidad del lenguaje: Cada nivel lleva asociado un tipo de lenguaje para comunicarse, de forma que dos personas que utilicen lenguajes de diferentes niveles no podrán entenderse. Son evidentes las implicaciones de esta propiedad en la forma de comportarse los profesores en las aulas. Con esto, Van Hiele está diciendo que si se quiere que los alumnos entiendan realmente y que aprendan algo, se debe situar en su nivel, en vez de pretender que ellos se sitúen el nivel del maestro, es decir, en el que teóricamente les corresponde por el curso en que se encuentran.

Continuidad: El paso de un nivel al siguiente se produce de forma pausada, pudiendo ser rápido (de pocas horas o días) para alcanzar los niveles 1 y 2, pero normalmente lento (de meses o años) para alcanzar los niveles 3 y 4.

Este ha sido uno de los interrogantes que ha presentado la descripción teórica del modelo de Van Hiele, pues en sus planteamientos iniciales (Van Hiele, 1986), los autores del modelo propugnaban una secuencia discreta de niveles, es decir un paso muy rápido, casi instantáneo, de los estudiantes de un nivel al siguiente. No

obstante, dado que las características de cada nivel de razonamiento son múltiples, es necesario preguntarse cómo hay que tratar a los estudiantes que presentan indicios de adquisición de un nivel y que también presentan indicios de no haberlo adquirido. Este hecho ha venido corroborado por numerosos informes, entre ellos los de investigaciones cubanas (Gutiérrez, Jaime & Fortuny, 1991; Gutiérrez y otros, 1991), en los que se señala la presencia de estudiantes que muestran características propias de dos niveles consecutivos, lo cual significa que esos estudiantes se encuentran en medio de un proceso de adquisición de las habilidades de razonamiento del nivel superior.

II. Fases del Modelo de Van Hiele en la enseñanza de la Geometría

Primera fase: Información-pregunta

El docente y los estudiantes toman contacto con el material y los objetos a estudiar. Se hacen las primeras preguntas y se realizan las primeras observaciones, surgen las primeras cuestiones y se introduce el vocabulario específico. El objetivo de las actividades de esta fase es doble: por un lado le ayudan al docente hacer un diagnóstico, por ejemplo ¿qué conocimientos previos tienen los estudiantes? y; por otro lado, permite a los estudiantes conocer la dirección del estudio a seguir.

Segunda fase: Orientación dirigida

Los estudiantes exploran el tópico propuesto utilizando el material educativo según las orientaciones del docente. Las actividades permiten descubrir a los estudiantes las propiedades de los objetos o ideas matemáticas exploradas.

Tercera fase: Explicación

Los estudiantes construyen y expresan sus propios descubrimientos y, para fijar el aprendizaje el docente realizará las correcciones de lenguaje necesarias.

Cuarta fase: Orientación libre

Los estudiantes realizan tareas más complicadas pudiendo ellos mismos orientar sus investigaciones más o menos abiertas, utilizando otros materiales complementarios. En consecuencia desarrollan capacidades de análisis cuando por sí mismo encuentran la explicación y justificación de sus resultados.

Quinta fase: Integración

Los estudiantes revisan los resultados y se forman una idea global de las relaciones y propiedades aprendidas. El rol del docente es ayudarlo a realizar esta síntesis de conocimientos.

Resumiendo las características fundamentales de cada fase, en la primera se pone a discusión del alumno/a material clarificador del contexto de trabajo. En la segunda fase se proporciona material por medio del cual el alumno/a aprenda las principales nociones del campo de conocimiento que se está explorando. El material y las nociones a trabajar, se seleccionarán en función del nivel de razonamiento de los alumnos/as. En la tercera fase conduciendo las discusiones de clase, se buscará que el alumno/a se apropie del lenguaje geométrico pertinente. En la cuarta fase se proporcionará al alumno/a materiales con varias posibilidades de uso y el profesor/a dará instrucciones que permitan diversas formas de actuación por parte de los alumnos/as. En la quinta fase se invitará a los alumnos/as a reflexionar sobre sus propias acciones en las fases anteriores. Como resultado de esta quinta fase, los autores entienden que el alumno/a accede a un nuevo nivel de razonamiento. El estudiante adopta una nueva red de relaciones que conecta con la totalidad del dominio explorado. Este nuevo nivel de pensamiento, que ha adquirido su propia intuición, ha sustituido al dominio de pensamiento anterior.

❖ La formación de conceptos geométricos según Freudenthal

H. Freudenthal, (1971, 1973), después de plantear e intentar responder a lo que él llama tres cuestiones filosóficas (qué son las matemáticas, qué es la educación, y si se debería enseñar las matemáticas como un sistema deductivo), permite identificar otra pregunta (¿qué es geometría?) y una fundamentación teórica de la geometría como ciencia que parte del espacio (del espacio en el que el niño vive y se relaciona) y que sirve como vehículo para desarrollar el razonamiento lógico.

Las ideas de Freudenthal que han tenido más relevancia (1973, 1983) aportan sugerencias o comentarios concretos referidos a la enseñanza-aprendizaje de conceptos geométricos. Él introduce los conceptos **“contexto geométrico”**, **“objeto mental”** o **“concepto mental”**.

En el libro *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures* (**Freudenthal**, 1983) **Freudenthal** se propone analizar qué es eso que Piaget llama "la representación del espacio en el niño" (**Freudenthal**, 1983) y afirma que, cualquiera que sea el **concepto** que los adultos actuales tengan de **espacio**, en los niños esa idea no tiene influencia en la constitución de los **objetos mentales geométricos** habituales. Antes de llegar al espacio o espacios como objetos mentales hay que manejar los objetos mentales que entendemos como objetos geométricos. Como tales objetos geométricos serán colocados posteriormente en un espacio, pero como objetos mentales están ante todo situados en un contexto, el llamado **contexto geométrico**. Reclama el contexto original en el que se constituyó la geometría: el de la medida de la tierra y los usos prácticos. No quiere entrar a discutir lo que pueda ser el objeto **mental** geométrico pero indica que es algo ligado a la representación **mental** o, más habitualmente, a la gráfico-**mental**. Estos objetos mentales geométricos son de largo alcance en el proceso de formación de conceptos geométricos y hasta puede decirse que no se puede construir la geometría sin ellos, lo cual está relacionado con que las imágenes y la imaginación son más eficientes representando figuras que números. Por ejemplo, cualquier ejemplar dibujado o imaginado de triángulo es un buen paradigma de triángulo, con todas sus propiedades.

Según **Freudenthal** la educación geométrica comienza muy temprano debido sin duda a que el contexto geométrico resulta cómodo y placentero. Primero se da la **rectiliniaridad**, ejemplificada en el entorno natural en la postura erguida, los miembros extendidos, los troncos de los árboles, el caminar recto como camino más corto, y los múltiples instrumentos y acciones (palos, bordes, cortes).

La **planitud** es aun más frecuente y está sugerida fuertemente por los suelos y pavimentos, paredes, mesas, cajas. Junto a ellas aparece el **paralelismo** (bordes de objetos, carreteras, puertas, filas de casas, etc.) y los **ángulos rectos** de casas, habitaciones y objetos. En el entorno natural también se comienza a adquirir la **simetría especular**, la **simetría poligonal** y la **simetría axial**. Las secciones de árboles, el sol y la luna llena, sugieren **círculos** y las pelotas y otros objetos sugieren **esferas** y hasta **cilindros** y **conos**. Finalmente destaca como

caso importante la congruencia y similitud sugerida especialmente a los niños por los juguetes que imitan el mundo de los adultos.

Según estas ideas de **Freudenthal** se puede concluir que el contexto geométrico designa un mundo de objetos y acciones, accesible a la experiencia de las personas, en el que destacan las características geométricas euclídeas para los niveles de Educación Primaria y Secundaria.

Sin forzar este planteamiento, se estima que se puede interpretar el contexto geométrico como perteneciente al mundo de la vida corriente, por ejemplo si se elige dar un paseo por el barrio para estudiar la dirección y sentido de las calles o ángulos de cruce, o a un mundo más simplificado que haga destacar estas características geométricas, como el mundo de las cajas o incluso los cuerpos geométricos o un geoplano. En los niveles de preescolar el mundo del juego será muy relevante pero se estima que en los niveles de Educación Primaria se ocupan de observar y analizar el mundo natural y social que les rodea, y ahí se puede encontrar un sinnúmero de contextos geométricos. El autor de este trabajo opina incluir como contextos geométricos propios de la enseñanza escolar los correspondientes a materiales sofisticados que permiten acciones con ellos: espejos, varillas, construcciones, etc. En todos estos mundos se pueden construir esos objetos mentales geométricos de que habla **Freudenthal** y tienen la ventaja de que eliminan gran parte del *ruido* (información no geométrica) que se encuentra en el mundo natural y permiten construcciones más sistemáticas que pueden ser convenientes a medida que avanza la instrucción escolar.

Por las ideas que Freudenthal expone en otros lugares, entiendo que esos mundos no se exploran solos sino en compañía de profesores y otros alumnos, utilizando todas las capacidades de acción y expresión. Esos mundos aparecen como externos a la persona pero hay que tener en cuenta que lo dado son las cosas no las relaciones entre ellas y cada persona elabora a partir de ellas los objetos mentales geométricos bajo la influencia de sus capacidades, expectativas, etc. En ese proceso se elaboran **significados compartidos** que tienden a la construcción de los conceptos geométricos de la cultura escolar.

Quiero hacer dos aclaraciones. La primera respecto a lo que es **construir conocimiento** geométrico, matemático o de otro tipo, algo que está omnipresente en las propuestas curriculares y que tiene interpretaciones muy variadas. La noción de construcción de conocimiento suele aparecer ligada a lo que se entiende por significado de algo (**concepto**, problema, actividad,...) y puede analizarse desde un punto de vista personal o institucional, como hace Rodino (Godino, 2000) -citado H. Freudenthal,(1983). Una pequeña discusión sobre el tema de construcción del conocimiento puede verse en Giménez (Giménez, J. 2000) -citado H. Freudenthal, (1983). La propia posición de Freudenthal está próxima a las teorías que propugnan la construcción cultural de los conocimientos según las hipótesis de Vigotsky. Una exposición detallada de un modelo en esta línea es la que da Lerman (Lerman, 1996) -citado H. Freudenthal,(1983). La segunda aclaración es relativa a la noción de **contexto**, que en este trabajo se ceñirá a los contextos geométricos tal como los entiende **Freudenthal**, con la posible extensión a contextos geométricos intraescolares. No se entrará en las múltiples interpretaciones que de contexto pueden darse, aún si nos ciñéramos al aprendizaje de matemáticas (Gómez Chacón, I.M., 1998) -citado H. Freudenthal, (1983), ni en la problemática que engendra la transferencia de significado de situaciones extraescolares a la construcción de significado en la actividad matemática escolar.

Para terminar este apartado se dirá que el contexto de la geometría euclídea es, según **Freudenthal**, "la geometría de los cuerpos rígidos, reproducibles congruentemente y similarmente".

❖ **Los trabajos de Vinner y sus colaboradores**

Vinner y sus colaboradores han investigado acerca del aprendizaje de conceptos geométricos. Además de preocuparse de que los estudiantes adquieran determinados conceptos de geometría plana y de que se perfeccionen y amplíen sus imágenes, han tratado de explicar lo que ocurre en la mente de los estudiantes cuando, una vez que se supone que el concepto ya se ha adquirido, se les pide que identifiquen o construyan ejemplos.

Vinner y Hershkowitz (1983) señalan, que en la identificación o construcción de ejemplos de un concepto, se pueden distinguir al menos tres elementos: **a) la imagen del concepto; b) la definición del concepto; c) un grupo de operaciones, mentales o físicas, como ciertas operaciones lógicas o como girar una figura dada para obtener una orientación en la que una comparación con el dibujo mental sea más fácil.** Aclaran que la descripción hecha es importante para la enseñanza de conceptos porque se han delimitado los elementos que deben formarse en la mente para que ocurra la identificación y la construcción: debería introducirse una variedad de ejemplos en una variedad de orientaciones, una definición verbal e instrucciones sobre cómo realizar ciertas operaciones (mentales y físicas).

Pero también advierten que este análisis no garantiza una identificación y construcción con éxito, si bien sí que tiene una repercusión en la enseñanza. Delimitan los *distractores de orientación* y *distractores de configuración*.

Para aclarar a qué corresponden los distractores de orientación indican que «por razones perceptuales, la imagen del concepto de ángulo recto podría incluir sólo los colocados en una posición vertical y que, sin embargo, si se es consciente de esto, se puede girar el papel hasta colocar el ángulo en una posición vertical y, entonces, se supera la limitación perceptual». Para introducir los *distractores de configuración*, dicen: «Como consecuencia de la experiencia pasada, un concepto imagen de una altura en un triángulo podría incluir sólo alturas que caen dentro del triángulo y, así, también se diferencian las dibujadas desde cada lado del triángulo.»

Añaden que, «si, en este caso, la definición del concepto es correcta y se tienen las operaciones adecuadas, el resultado puede ser correcto».

Por otra parte, Hershkowitz (1990) recopila las conclusiones de los trabajos del grupo de psicología de la educación matemática (Internacional Group for the Psychology of Mathematics Education, PME). Ha tratado de describir, a partir de los resultados obtenidos en la experimentación, el proceso cognitivo que caracteriza la construcción de conceptos geométricos básicos y el desarrollo cognitivo de las imágenes de los conceptos.

Destaca el papel de los procesos visuales en la formación de la imagen de un concepto. En los conceptos sobre objetos tridimensionales, éste es especialmente importante.

Subraya que, para comprender mejor cómo construyen los estudiantes imágenes de conceptos geométricos y cuáles son los factores que tienen una importancia en su desarrollo, es necesario realizar un análisis de los conceptos y de su estructura matemática. Señala que la mayoría de las estructuras de conceptos básicos pueden describirse como conjunción de las propiedades que poseen y aporta un esquema que describe las relaciones matemáticas entre los elementos de un concepto matemático.

Para ello, usa la terminología de atributos críticos (relevantes) y de atributos no críticos (irrelevantes) que se utilizan en este trabajo. Para esta autora «El concepto se deriva de su definición matemática, por lo que tiene atributos relevantes (críticos, los atributos que un concepto tiene que tener para ser ejemplo del concepto) y atributos no críticos (los que sólo poseen algunos ejemplos)».

Para describir el desarrollo cognitivo de los estudiantes en relación con las imágenes de los conceptos, cree que es necesario considerar también lo que llama el *fenómeno prototipo* (los ejemplos prototipo son generalmente los ejemplos que tienen la lista de atributos «más grande»; se logran primero y existen en la imagen del concepto de la mayoría de los estudiantes), *juicios prototípicos* (el ejemplo prototipo es la base para juicios prototípicos) y *rasgos analíticos* (este tipo de razonamiento se basa en los atributos críticos del concepto).

Hershkowitz (1990) remarca que hay evidencia de que la construcción de la imagen de un concepto es una mezcla de procesos visuales y analíticos; que el fenómeno prototipo y los juicios prototípicos en su mayor parte son un producto de procesos visuales; y que los atributos irrelevantes generalmente tienen fuertes características visuales y, por lo tanto, se logran primero y actúan como distractores.

La misma autora señala otras características de la construcción de conceptos básicos: un orden jerárquico en el logro de ejemplos de conceptos, comunes a toda la población y que progresan con la práctica (comienzan con ejemplos

prototipo y continúan con otros, bien por procesos visuales o analíticos), y diferentes tipos de patrones de ideas erróneas dentro de la misma población.

Distingue entre: a) ideas erróneas (*misconception*) que los estudiantes se resisten a abandonar (que tienen el mismo patrón de incidencia en un curso y en el siguiente); b) ideas erróneas que los estudiantes corrigen con la adquisición del concepto; y c) ideas erróneas que los estudiantes incrementan con la adquisición del concepto (que se desarrollaron con el proceso de aprendizaje).

Hay otras investigaciones relativas a la introducción de los conceptos (vía ejemplos y no ejemplos), que vale la pena considerar (Charles, 1980; Hoffer, 1978). En Charles (1980), mediante dos situaciones observadas en clases de enseñanza elemental, en EEUU, se muestra que los tipos de ejemplos y no ejemplos usados para enseñar un concepto y la manera en cómo se utilizan éstos influye en el grado de comprensión. Hoffer (1978) es especialmente interesante. En este trabajo se encuentran guías para considerar cuándo se enseñan conceptos.

Además, indica lo que cabe esperar que pueda hacer un estudiante en relación con un concepto nuevo: que sea capaz de escoger y reconocer todos los ejemplos del concepto y producir nuevos ejemplos; y puesto que necesita comunicar sobre los conceptos, en algún estadio debería ser capaz de interpretar y producir la palabra (o el símbolo) para el concepto. Respecto a si el estudiante podría dar una definición del concepto, advierte que «aunque las definiciones expresadas en el nivel adecuado pueden ayudar en la formación de conceptos, hay un peligro de confiar en la verbalización. Lo importante es la idea, y recitar maquinalmente una definición no asegura que la idea esté presente» (Hoffer, 1978).

El trabajo de Clements y Battista (1992) también merece atención. Recopila la investigación realizada sobre el rendimiento de los estudiantes en geometría; asimismo revisa la investigación en el desarrollo del conocimiento geométrico desde las tres perspectivas teóricas principales (Piaget, los Van Hiele y ciencia cognitiva); considera la relación entre el pensamiento espacial y las matemáticas, la relación entre la naturaleza del razonamiento espacial y las imágenes, y

considera también intentos que se han hecho para enseñar habilidades espaciales.

Además dedica una sección a las representaciones de las ideas geométricas en la que incluye resultados que se refieren a conceptos, diagramas, «manipulativos» y computadoras.

Otras investigaciones que suponen un soporte para este trabajo tienen que ver con la visualización. La visualización se ha considerado útil en el aprendizaje de las matemáticas, como soporte para la intuición y formación de conceptos (Bishop, 1989; Clements y Battista, 1992; Dreyfus, 1991; Fischbein, 1987). De las múltiples investigaciones que se han realizado relativas a la visualización, nos centramos en las que tratan cómo los diagramas pueden afectar en las representaciones que se construyen los estudiantes de los conceptos, teoremas y problemas, y tienen en consideración errores que pueden surgir de la interpretación que los estudiantes hacen de los propios diagramas. Merecen atención las investigaciones que han subrayado el *doble estatus* de los objetos geométricos como un obstáculo para el aprendizaje de la geometría (Mesquita, 1992) y las que centran su atención en la *figura geométrica* y el dibujo que representa esta figura (Laborde 1996; Parzysz, 1988, 1991).

Se ha intentado evitar, en la medida de lo posible, los problemas de visión espacial que se derivan del estudio de los sólidos. Es por esto por lo que se ha trabajado con modelos materiales de los sólidos, y sólo en algunas ocasiones con dibujos de ellos. Al trabajar con modelos físicos de los sólidos, se puede considerar como análogo a la «figura geométrica» de la que habla Laborde (1996), el «modelo geométrico»; éste puede verse como la relación entre las diferentes representaciones materiales de los sólidos (modelos u armazones contruidos con diferentes materiales) y los sólidos (el objeto geométrico). Resulta interesante, por tanto, considerar las investigaciones que se centran en la interpretación de los dibujos geométricos, pues sus resultados pueden soportar los resultados obtenidos sobre las representaciones materiales de los sólidos.

Asimismo, las consideraciones que se hayan hecho sobre las propiedades de los objetos geométricos que reflejan los dibujos de los mismos pueden ser análogas a

las propiedades de un objeto que refleja el modelo material del mismo. Es por esto por lo que otras investigaciones que forman parte de lo que constituye el marco teórico para el análisis de errores que se presentan en este trabajo se refieren a lo que Fischbein (1987) llamó *estructura conceptual que interviene* (investigaciones ya mencionadas que se va a describir brevemente a continuación).

Mesquita (1992) señala que entre los obstáculos encontrados en el aprendizaje de la geometría, el que llama *doble estatus de los objetos geométricos* parece ser uno de los más primitivos (pues resulta del origen mismo de la geometría) y del que, como consecuencia, surgirán otros errores. El doble estatus resulta del hecho siguiente: en geometría, todo concepto, si bien es distinto de sus representaciones externas, corre el riesgo de ser difícilmente dissociable de ellas. De ahí que las representaciones externas de cualquier concepto geométrico conllevan una ambigüedad fundamental que se traslada en lo que la autora llama el *doble estatus de los objetos geométricos*: todo lo que se apoya en objetos generales y abstractos («ideas» para Poincaré) no puede ser expresado más que por una configuración específica, que implica objetos concretos y particulares. Apunta también que este doble estatus puede que no lo perciba el estudiante que se enfrenta con un problema geométrico, pero la ambigüedad que resulta puede ser una fuente de conflicto.

Laborde (1996) considera la *figura geométrica* como la relación entre el dibujo y el objeto geométrico. Señala que con los dibujos de objetos geométricos se forman con el tiempo modelos prototipo de objetos geométricos como resultado de influencias a la vez perceptivas y culturales. Este problema también se detecta en las investigaciones de Hershkowitz y sus colaboradores (ellos lo llaman *fenómeno prototipo y juicios prototípicos*).

Al fijarse en las propiedades de un objeto que refleja el dibujo, se ha detectado que «*es necesaria una descripción discursiva que caracterice el objeto geométrico para eliminar las ambigüedades inherentes al dibujo*» (Parzysz, 1988, 1991). Laborde (1996) habla del *dominio de funcionamiento* (conjunto de las propiedades geométricas representadas por ciertas propiedades espaciales del dibujo) y del *dominio de interpretación* (todas las propiedades espaciales del dibujo no pueden

ser interpretadas como propiedades del objeto). Vinner y Hershkowitz (1983) lo han subrayado también, como se ha indicado, cuando nombran los *distractores de orientación y de configuración*.

1.2.1. La formación de conceptos en la escuela cubana

La formación de conceptos en la escuela cubana se realiza sobre la base de la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales, Y. A. Galperín (1960)-citado por Talízina-, N. F. Talízina (1988)

De acuerdo a lo planteado por Petrovsky (1978), la base de una correcta y adecuada traslación de las acciones a nuevos objetos, condiciones y tareas son los conocimientos. Estos reflejan la experiencia, que sistematiza las propiedades generales de la realidad.

Por eso la formación y asimilación de los conocimientos y conceptos correspondientes constituyen la premisa de una actividad conveniente y efectiva del hombre, abierta a nuevos objetos, situaciones y tareas.

La formación de conceptos y la adquisición de conocimientos se realiza en el proceso de la actividad y sobre la base de esta, que revela las propiedades y nexos de los elementos de la realidad. A la vez el papel de los diversos tipos de actividad en la formación de los conocimientos es diferente. Por ejemplo: **la actividad objetual** (manipulación y traslado) es necesaria para que las cosas y fenómenos “ demuestren ” sus propiedades; **la perceptiva** (percepción y observación), para que estas propiedades se reflejen en las percepciones y representaciones; **la mental** (análisis y síntesis), para comparar estas propiedades y destacar las que son comunes; **la verbal** (designar y nombrar) para fijar estas propiedades comunes haciendo abstracción de los objetos y generalizándolas como rasgos de las clases.

De aquí se deriva que la enseñanza de conceptos incluya los siguientes elementos:

1. Demostración a los alumnos o que ellos mismos descubran, de distintos objetos o fenómenos de determinada clase. Al hacerlo los objetos se escogen de tal modo

que se diferencien por todos sus rasgos menos por los esenciales (método de diferenciación) o, por el contrario que sean similares en todo, salvo en los rasgos esenciales (método de oposición).

2. Observación por los alumnos de estos objetos o fenómenos y separación de sus diversos aspectos y propiedades, estructura, vínculo.

3. Comparación, confrontación y contraposición (análisis) de las propiedades encontradas. Identificación y unión (síntesis) de las que son comunes a todos los objetos estudiados o, por el contrario, diferencian a todos los objetos de un grupo de todos los de otro grupo.

4. Abstracción de las propiedades señaladas mediante su fijación en un término.

5. Por último, generalización del concepto mediante la aplicación del término a diferentes objetos que tienen los rasgos encontrados.

El camino para la formación de conceptos en los alumnos no debe ser forzosamente pasivo. En unos casos todos los objetos de observación pueden ser mostrados por el maestro. En otros pueden ser buscados, descubiertos o creados por los propios alumnos.

Investigaciones psicológicas han descubierto muchas características y mecanismos importantes de este proceso. Primero se puso de manifiesto que la reelaboración de la información no comienza después de la percepción de los objetos o fenómenos, sino ya en el curso de la percepción. Posteriormente se aclaró que la reelaboración de la información percibida, que conduce a la formación de los conceptos, no posee siempre un carácter consciente y detallado. Por último, resulta ser que no siempre el concepto está ligado a la asimilación o el empleo de la palabra correspondiente. Los niños a veces pueden clasificar correctamente objetos o figuras. No todos los conocimientos generalizados poseen el carácter de conceptos, es decir, como lo denominó Vigotsky “seudoconceptos cotidianos”, que pueden influir de modo sustancial en el contenido de los conceptos.

La actividad de los alumnos para asimilar y aplicar los conocimientos depende de los diversos tipos de material didáctico que se empleen.

Las peculiaridades del material didáctico determinan los modos de la actividad objetual, perceptiva y mental que es necesaria para la formación de los conocimientos necesarios. Por lo tanto, para formar conocimientos y conceptos correctos es preciso enseñar a los alumnos los métodos de la actividad mental con los cuales llega a poner de manifiesto, destacar y unir los rasgos esenciales de las clases de objetos que se estudian.

Es por ello que debe considerarse las **etapas** fundamentales que se observan durante la formación de los conceptos en el proceso de enseñanza. Al principio, las representaciones y conceptos de los alumnos tienen un carácter *difuso*; al aplicarlos el alumno no tiene conciencia de cuales son los rasgos en los que se apoya. Luego se diferencian y se toma conciencia de algunos rasgos, los más frecuentes, los que más saltan a la vista. Pero aún no se comprende la diferencia entre los rasgos esenciales y no esenciales. Posteriormente se distinguen y hacen conscientes los rasgos esenciales. En la etapa final, el concepto se vincula con una cantidad cada vez mayor de objetos diversos, en él se incluyen las posibles variedades y características concretas de estos objetos.

El proceso de formar conceptos está vinculado a la dirección general y concreta de la actividad, a sus motivos y fines, a la experiencia del sujeto, a sus valores, conocimientos, actitud hacia el mundo, etc. Surge de aquí que la formación de un concepto correcto pasa a través de intentos de utilizarlo y es regulado por los resultados de esos intentos.

En las distintas personas los procesos de formación de un concepto pueden efectuarse por dos caminos esencialmente diferentes. El primero: **práctico – concreto**, donde los alumnos prueban de diversos modos comparar objetos hasta que encuentran la solución correcta. Al hacerlo, por lo común no distinguen los fundamentos de la clasificación, sino que se apoyan en la percepción directa y se guían por el confuso sentido intuitivo de que unos u otros objetos se parecen en algo uno a otro. El segundo camino: **lógico abstracto**, donde en este caso los alumnos con frecuencia no realizan en general agrupamiento tentativo, sino que tratan de encontrar, mediante el análisis lógico, los principios de la clasificación.

Por consiguiente, los conceptos pueden formarse sobre la base de la actividad práctica sensorial y sobre la base de la actividad ideal, mental.

En la práctica de la enseñanza se observan ambos caminos para formar conceptos. ¿Cuál es mejor?: eso depende del carácter de la tarea, la experiencia y de los conocimientos del alumno, y de su tipo de actividad psíquica. Por ejemplo, cuando resuelven tareas (en la clasificación de figuras geométricas), en los escolares pequeños predomina el camino práctico – intuitivo, en tanto que en los estudiantes, el lógico – abstracto.

La formación de conceptos no es una percepción pasiva, sino una actividad intensa orientada a resolver tareas cognoscitivas. Esta actividad incluye el planteo y la solución de problemas, la formulación y demostración de hipótesis, la búsqueda y comprobación de significados.

1.3. Condiciones que influyen en la formación de los conceptos

Entre los **factores** propicios para la formación de conceptos se encuentran los siguientes:

1. Peculiaridades de la personalidad y la motivación: Como toda actividad, la formación de conceptos es dirigida por el fin y surge bajo la influencia de determinados motivos. Las funciones de los objetos, fijadas en los conceptos, deben interesar al alumno, ser imprescindibles para resolver tareas, transformarse en un problema. Entonces la percepción y el pensamiento del alumno comienzan a buscar y destacar en los objetos las correspondientes estructuras funcionales. Por lo tanto, la enseñanza de conceptos debe realizarse planteando tareas cuya solución exija la formación y el empleo de ellos.

2. Los esfuerzos orientados, las búsquedas y los reiterados intentos que son acompañados por la comprobación de los resultados: Esas búsquedas hacen que tome conciencia de relaciones y propiedades siempre nuevas de los objetos, mientras entre ellas no se revelen las que son esenciales para resolver el tipo de tareas dadas. Sobre esta base surge una nueva comprensión de las mismas, los mismos elementos se incluyen en nuevos conceptos.

3. La presencia de los conocimientos correspondientes y actitudes: Antes de enseñar conceptos, los alumnos deben conocer las propiedades, relaciones y funciones de los objetos en las que se apoyan los conceptos estudiados. Se recomienda iniciar la enseñanza por los conceptos más generales, es decir, por las propiedades estructurales más generales del ámbito de la realidad que se estudia.
4. Análisis previo de la esencia de la tarea mental y valoración de sus posibles soluciones: El concepto se forma más rápido y correctamente si el alumno tiene conciencia de para qué hace falta, qué tareas permite resolver, con qué ámbitos de la realidad tiene relación.
5. Orientación del pensamiento: Sólo los deseos, la aplicación y los conocimientos con frecuencia no bastan para formar en el alumno conceptos correctos. Es preciso que el pensamiento esté orientado a las funciones y rasgos correspondientes del objeto.
6. La vía fundamental para la formación de conceptos es la enseñanza. Los conocimientos, las tareas que resuelve en el curso de la enseñanza es lo que determina el contenido, carácter y forma de los conceptos, las acciones prácticas, perceptivas y mentales del alumno, y revelan qué aspectos del objeto resultan significativos y esenciales.

1.3.1. Algunas consideraciones para dirigir la actividad cognoscitiva durante la formación de conceptos.

Para dirigir la actividad de los estudiantes durante la formación de conceptos se hace necesario tener en cuenta una serie de consideraciones o aspectos, los cuales se abordan a continuación.

Una organización correcta del medio favorece esa actividad, permite que transcurra con mayor rapidez y mejores resultados. Pero para el maestro es más importante no simplemente facilitar la " independencia " del educando en la asimilación de determinados conceptos, sino dirigir de modo directo y dinámico esta actividad.

Para la formación correcta de conceptos es preciso destacar primero los rasgos esenciales correspondientes de los restantes objetos, y segundo hacerlo significativo para el educando.

Los rasgos esenciales se pueden destacar por dos vías, a saber, por el **método de modelización** (designación), cuando los rasgos necesarios son separados de los objetos y se fijan mediante esquemas, símbolos, palabras, o por el **método de variación** cuando los tipos de material presentado se cambian y alternan de tal modo que aparezca lo esencial en él.

La **significación** para el alumno se logra por el hecho de que los rasgos esenciales destacados se emplean para resolver determinadas tareas. Estos rasgos se convierten en algo necesario para él como puntos orientadores de una acción adecuada. Para ello es preciso hacer pasar concientemente al alumno por todas las etapas de la actividad que exige orientarse hacia los rasgos que han sido fijados en el concepto que se estudia. El objetivo de esa actividad es llenar de significado los conceptos recibidos y ayudar a asimilar los modos de utilizarlos. En la actividad el educando no debe buscar por sí solo los rasgos esenciales fijados en los conceptos, sino aprender a aplicarlos. Se entiende que para formar conceptos plenos y no erróneos la actividad respectiva del alumno debe estructurarse sobre una base plenamente orientadora. Dicho de otro modo, el maestro debe dar al alumno todos los rasgos esenciales de los objetos y enseñarles, mostrarles qué operaciones exige cada uno de esos rasgos para ser desatacado o reproducido.

Para lo anterior puede seguirse dos vías:

1ra. La Base Orientadora de la Acción (BOA) se establece y se asimila en distintos modelos concretos. Se comienza por formular un esquema o algoritmo que indica exhaustivamente:

- ¿Qué rasgos del objeto y en qué orden se deben destacar?
- ¿Qué acciones cabe realizar en presencia de unos u otros rasgos?
- ¿Qué resultados pueden dar esas acciones?
- ¿En qué concepto se debe incluir el objeto si se obtiene tal o cual resultado?

El empleo reiterado del algoritmo con respecto a distintos objetos concretos (modelos) termina por formar en el educando los conceptos correspondientes.

2da. No se debe dar al educando modelos concretos como objetos de orientación, sino los principios generales y las estructuras de la clase de objetos que se estudian. En este caso, el alumno por sí solo, partiendo de los principios generales, estructura la BOA para objetos concretos. Se ha demostrado que los principios mostrados mejoran sustancialmente la enseñanza de los conceptos. En particular, aceleran la asimilación, facilitan que sean plenos, flexibles y que su aplicación sea correcta, permiten formar conceptos complejos y abstractos a una edad considerablemente más temprana.

1.4 El tratamiento metodológico de los conceptos matemáticos y sus definiciones

Una de las situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática más importante es el ***tratamiento de los conceptos y sus definiciones*** y esta cobra más relevancia en el tratamiento de la Geometría. Frecuentemente se utilizan indistintamente estos términos por lo que se hace necesario hacer presiones al respecto. En este epígrafe se encuentran aspectos teóricos y metodológicos relativos a estos dos conceptos.

1.4.1. Estructura del proceso total de la elaboración de conceptos

La formación de conceptos matemáticos tiene un importante objetivo: Representar la relación entre la matemática y la realidad objetiva, por lo que habrá que reflexionar sobre, cómo lograr que los alumnos reconozcan que los conceptos, al igual que la forma de trabajo matemático, tiene su origen en las necesidades características de la práctica, que surge en la larga lucha del hombre por transformar la realidad.

S. Ballester, en su libro Metodología de la enseñanza de la Matemática define el **concepto como**: “el reflejo mental de una clase de individuo o de una clase de

clases sobre la base de sus características inalterable, es lo que se llama concepto”.

Todo concepto se caracteriza por su contenido y su extensión. El contenido de un concepto abarca todas las características esenciales comunes a los objetos considerados y que han sido tomado para la formación de clases. La extensión de un concepto comprende a todos los objetos que pertenecen al concepto de acuerdo con su contenido.

Entre el contenido y la extensión de un concepto existe una estrecha relación: cuanto más amplio sea el contenido tanto más pequeña será la extensión. Esta relación se llama **ley de reciprocidad**.

Entre los conceptos se pueden diferenciar tres tipos:

CONCEPTO DE OBJETO: Designa clases de objetos reales que pueden caracterizarse por medio de representantes. Ejemplo: Triángulo, Cuadrado.

CONCEPTO DE OPERACIÓN: Designa acciones que se efectúan con los objetos. Ejemplo: Medir

CONCEPTO DE RELACIÓN: Refleja las relaciones existentes entre los objetos. Ejemplo: Perpendicularidad entre rectas.

Existen diferentes variantes que se pueden utilizar para la dirección del proceso de abstracción para la elaboración de los conceptos y propiedades geométricas, estas son:

1. Los conceptos y su denominación se introducen por una vía intuitiva y perceptual, por abstracción de objetos del medio y de modelos y en la medida que se van introduciendo las distintas relaciones y se van precisando las propiedades características. Este proceso es paulatino y se produce entre los grados del primer ciclo.
 2. Los conceptos y su denominación se introducen siguiendo los pasos del proceso de abstracción de la vía inductiva. (La primera variante se considera también una vía inductiva.)
 3. Los conceptos y su denominación se obtienen mediante una vía deductiva.
- Este proceso total de la elaboración de conceptos (del primer tipo) tiene tres fases:

La primera fase está caracterizada por **consideraciones y ejercicios preparatorios**.

Estos comienzan a veces, mucho antes de la introducción del concepto. Mediante ellos los alumnos se familiarizan con fenómenos y formas de trabajos correspondientes, para más tarde poder relacionar inmediatamente con el concepto, las ideas adquiridas sobre el contenido. Los alumnos conocen parcialmente el concepto mucho antes de su tratamiento en la clase, porque ya lo han utilizado en el lenguaje común.

La segunda fase consiste en la **formación del concepto**. Se entiende por esto, a la motivación y orientación hacia el objetivo y que pasa por la separación de las características comunes y no comunes, hasta llegar a la definición o la explicación del concepto.

La tercera fase consiste en la **asimilación del concepto** o también en la fijación del concepto. A ellas pertenecen las ejercitaciones, profundizaciones, sistematización y aplicaciones, y los repasos del concepto, ante todo a través de acciones mentales y prácticas dirigidas a ese objeto.

Por otra parte, un profesor debe prever las actividades que hay que llevar a cabo con los alumnos para formar el concepto (acción mental) de acuerdo con las etapas de la acción y el control (teoría de Galperín), es decir:

1. Actividades que hay que llevar a cabo con objetos materiales.

Ejemplos de objetos concretos, modelos que sirven de base para la visualización directa, trabajo con modelos, construcción o completamientos de dibujo, resúmenes o grabados de instrumentos de dibujo con lo que se puede reconocer lo esencial más rápido y claramente que utilizando los objetos originales.

2. Actividades que hay que realizar oralmente.

Comentarios con los alumnos sobre sus observaciones, descripciones orales de las características esenciales del concepto, discusión, resúmenes parciales.

3. Actividades propiamente mentales.

Observación, comparación, análisis, síntesis de las características esenciales hasta llegar a las características del concepto. Se va relegando a un segundo

plano las actividades con materiales y se plantean requerimientos más elevados en la actividad mental y a la independencia de los alumnos.

1.4.2. Sobre el tratamiento de las definiciones

Mediante una definición o determinación de conceptos se determina el contenido de un concepto y también su extensión. El hecho de que el contenido y la extensión determinen un concepto, no dice, sin embargo, como se hace realmente una definición del mismo.

En el libro Metodología de la enseñanza de la Matemática, se plantea que una definición es:

- A. Una proposición que establece lo que es un objeto, cómo surge o cómo se le reconoce.
- B. Una regla que fija cómo se debe emplear un signo lingüístico.
- C. Una proposición o regla que establece o fija lo que significa o debe significar un signo lingüístico.

Además, está claro que una simple definición para introducir un concepto en la clase, no basta para hacer comprensible a los alumnos la extensión y el contenido. La tarea del maestro es actuar como estimulante a través de diferentes medios y métodos durante el proceso de formación de un concepto en la conciencia de los alumnos, ayudándolos a determinar la extensión y el contenido del concepto. Los conceptos claros facilitan el trabajo de enseñanza y aprendizaje. Se sobreentiende que el tipo de forma de determinación del concepto en la clase depende en gran medida del nivel de desarrollo de los alumnos.

Se puede representar la estructura de una definición como una ecuación en la forma siguiente:



Es importante destacar que un mismo concepto se puede definir mediante diferentes expresiones, es decir, a lo que se define conocido por definiendum, se le puede asociar un conjunto de diferentes términos y relaciones, nombrado definiens.

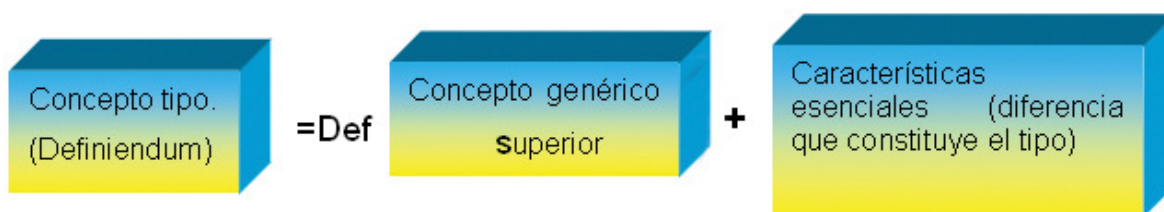
Existen diferentes tipos de definiciones entre las que se pueden destacar:

Definición existencial: el objeto existe ya y se describe mediante sus características.

Definición genérica: Se describe cómo surge el objeto a definir, se expresa cómo puede obtenerse el objeto a definir, por ejemplo: “El prisma es un cuerpo geométrico que se obtiene al hacer girar una superficie rectangular alrededor de uno de sus lados”

Las definiciones existenciales se clasifican en explícitas e implícitas. Las explícitas se emplean con mucha frecuencia en las definiciones de conceptos de objetos geométricos. En este tipo de definición se encuentran varias formas, dos de ellas pueden ser:

1. Se nombre un concepto genérico (superior) y las características esenciales comunes. Su estructura se puede representar de la siguiente manera:



2. Se define mediante la extensión del concepto. Es decir enumerando a todos los elementos que pertenecen al concepto. Ejemplo: Se llaman movimientos a las traslaciones, rotaciones, reflexiones y transformaciones que resultan de componer un número finito de traslaciones, rotaciones o reflexiones.

Otras formas de definiciones existenciales explícitas son las definiciones axiomáticas y las inductivas. Ejemplo de definiciones implícitas se tiene el sistema de axiomas de Hilbert, en los que los conceptos básicos de la Geometría están caracterizados, es decir, definidos implícitamente mediante los axiomas.

Por esto el maestro debe dominar los posibles errores que se pueden cometer a la hora de definir una figura geométrica y sus consecuencias, solo se hará referencia a los dos errores más frecuentes.

1. Definición **subdeterminadas**: Cuando faltan características esenciales por mencionar.

Ejemplo: Llamamos cuadrado a un paralelogramo rectangular.

En este ejemplo falta la característica esencial de que los lados son congruentes.

En este tipo de error la extensión del concepto aumenta.

2. Definición **sobredeterminadas**: Cuando se adicionan características que no son esenciales.

Ejemplo: Llamemos rectángulos a un paralelogramo que tiene sus lados consecutivos perpendiculares y sus lados opuestos iguales.

En el ejemplo anterior la característica “tiene lados opuestos iguales”, no es esencial pues se ha estrechado el concepto por definir.

La elaboración de conceptos y sus definiciones, como elemento de materia, tiene gran importancia en la enseñanza de la matemática, porque la comprensión de conceptos matemáticos:

- Es fundamental para la comprensión de relaciones matemáticas.
- Es premisa para el desarrollo de la capacidad de aplicar lo aprendido de forma segura y creativa.
- Es esencial para el adiestramiento lógico lingüístico.
- Permite la transmisión de importantes nociones ideológicas referente a la teoría del conocimiento y el desarrollo de numerosas propiedades del carácter.

1.4.3. Métodos sustitutos de la definición de conceptos

Además de que es imposible definir todos los conceptos, en la escuela no siempre está como objetivo de la enseñanza el definir conceptos. En los primeros grados de la escuela primaria cubana no se define conceptos, pero si se forman conceptos muy importantes que deben ser objeto de apropiación por parte de los

alumnos. En estos grados (1ro a 5to) se forman los conceptos con ayuda de los métodos sustitutos de la definición de conceptos. Estos métodos son:

1. Comparación: constancia de la semejanza de los objetos equiparados. La comparación se utiliza tanto a nivel de conocimiento científico como de reflejo literario del mundo.
2. Distinción: constancia de la diferencia de un objeto frente a otros objetos parecidos.
3. Aclaración mediante ejemplos: alegación de ejemplos que ilustren el concepto en cuestión.
4. Descripción: enumeración de los rasgos externos de un objeto con el fin de distinguirlo en forma no rigurosa de los objetos no parecidos, incluyendo indicios tanto sustanciales como insustanciales. Ofrece una imagen sensitiva palmaria de un objeto, que el hombre puede componer mediante una representación creadora o reproductora.
5. Caracterización: enumeración de algunas propiedades internas sustanciales de un objeto.
6. Conjugación de la descripción y la caracterización.

Los métodos sustitutos de la definición de conceptos permiten al hombre caracterizar de modo más brillante, emocional, figurado y, a veces, más conciso un objeto o fenómeno, lo cual contribuye a comprender mejor la esencia del objeto reflejado en un concepto.

En la escuela secundaria básica se utilizan indistintamente las definiciones y los métodos sustitutos para definir conceptos.

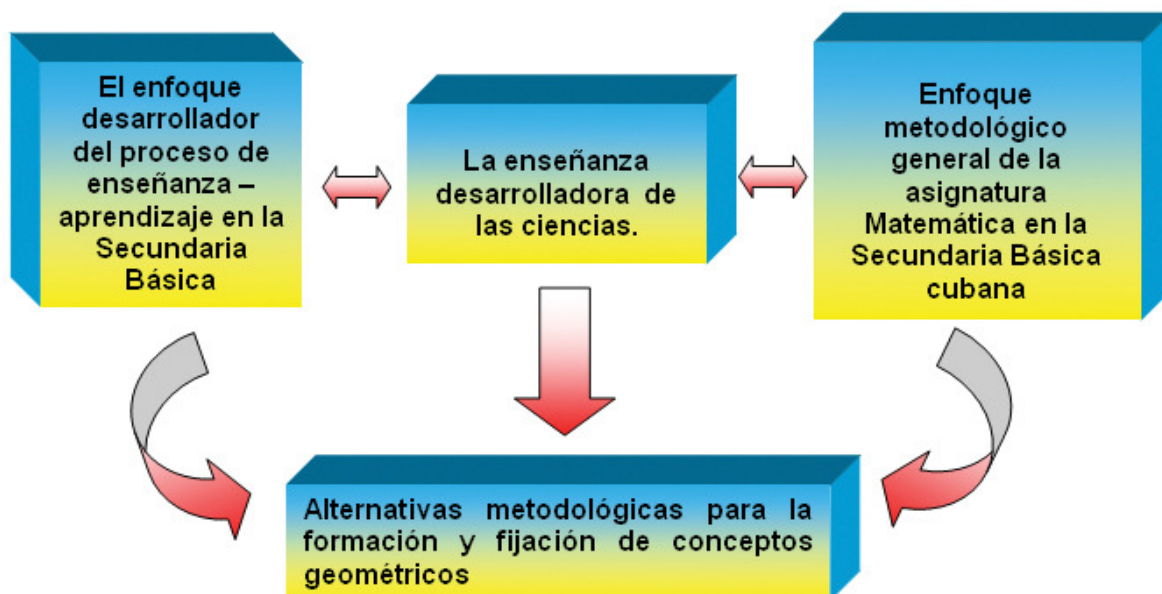
Capítulo 2: La formación y asimilación de conceptos en la enseñanza de la Geometría en la Secundaria Básica

2.1. Fundamentos psicopedagógicos de las alternativas metodológicas para la formación y asimilación de conceptos geométricos

Del mismo modo que la modelación, las estrategias pedagógicas son aspectos esenciales en la dirección del proceso pedagógico en favor de la formación integral de las nuevas generaciones (R. A. Salcedo, 2004), las alternativas metodológicas constituyen aspectos esenciales en la dirección del proceso de enseñanza – aprendizaje en cualquier asignatura del currículo escolar.

Estas últimas, al igual que las estrategias están fundamentadas teóricamente desde los puntos de vista científico e ideológico.

Las alternativas que se exponen en este capítulo para dirigir el proceso de enseñanza – aprendizaje durante la asimilación de los conceptos geométricos están fundamentadas desde el punto de vista psicopedagógico y didáctico, como se muestra en el siguiente esquema.



2.1.1. El enfoque desarrollador del proceso de enseñanza – aprendizaje en la Secundaria Básica

El proceso de enseñanza-aprendizaje en la Secundaria Básica, a tenor de las transformaciones emprendidas en el curso escolar 2003 – 2004, requiere de nuevos enfoques, derivados de la relación o unidad dialéctica que existe entre los conceptos educación, aprendizaje y desarrollo.

Un análisis profundo de esta relación imprimen al proceso de enseñanza – aprendizaje un marcado carácter desarrollador, lo que implica una valoración exhaustiva de los conceptos aprendizaje desarrollador y enseñanza desarrolladora.

Al caracterizar la esencia del aprendizaje desarrollador, D. Castellanos Simón y otros, 2001, expresan:

“Un aprendizaje desarrollador es aquel que garantiza en el individuo la apropiación activa y creadora de la cultura, propiciando el desarrollo de su auto-perfeccionamiento constante, de su autonomía y autodeterminación, en íntima conexión con los necesarios procesos de socialización, compromiso y responsabilidad social”⁴

Por tanto, para ser desarrollador, el aprendizaje tendría que cumplir con tres *criterios básicos*:

1. Promover el desarrollo *integral* de la personalidad del educando, es decir, activar la apropiación de conocimientos, destrezas y capacidades intelectuales en estrecha armonía con la formación de sentimientos, motivaciones, cualidades, valores, convicciones e ideales. En otras palabras, tendría que garantizar la unidad y equilibrio de lo cognitivo y lo afectivo-valorativo en el desarrollo y crecimiento personal de los aprendices.
2. Potenciar el tránsito progresivo de la dependencia a la *independencia* y a la *autorregulación*, así como el desarrollo en el sujeto de la capacidad de conocer, controlar y transformar creadoramente su propia persona y su medio.

⁴ Hacia una concepción del aprendizaje desarrollador. Colección Proyectos. Colectivo de autores.- p 42.

3. Desarrollar la capacidad para realizar aprendizajes a lo largo de la vida, a partir del dominio de las habilidades y estrategias para *aprender a aprender*, y de la necesidad de una *autoeducación* constante.

Estos mismos autores identifican la enseñanza que propicia y estimula el aprendizaje desarrollador, como una **enseñanza desarrolladora**. Al referirse a la esencia de esta enseñanza expresan que esta es:

“...el proceso sistémico de transmisión de la cultura en la institución escolar en función del encargo social, que se organiza a partir de los niveles de desarrollo actual y potencial de los y las estudiantes, y conduce el tránsito continuo hacia niveles superiores de desarrollo, con la finalidad de formar una personalidad integral y autodeterminada, capaz de transformarse y de transformar su realidad en un contexto histórico concreto”⁵

La concepción del aprendizaje propuesta previamente (*aprendizaje desarrollador*) se sustenta en una concepción del desarrollo humano que penetra su esencia, y le confiere obviamente su impronta especial. La educación desarrolladora, concretizada en el sistema de acciones de aprendizaje y de enseñanza, reflejará igualmente esta naturaleza singular de los procesos analizados. Desde esta óptica, la *intencionalidad* y *finalidad* del proceso de enseñanza-aprendizaje trasciende entonces la tradicional concepción lineal y parcializada del mismo como mero reproductor de contenidos.

La concepción del proceso de enseñanza – aprendizaje que se plantea supone, además, una *visión integral*, que reconozca no solamente sus componentes estructurales, sino también las relaciones que se establecen entre los mismos, y entre ellos y el propio proceso como un todo. Una comprensión más rica, que incluya a protagonistas, niveles y relaciones como elementos integrantes de su estructura.

Consecuentemente, el diseño del proceso **abarcará dialécticamente los componentes tradicionalmente reconocidos** (*objetivo, contenido, método, medio, evaluación*) como elementos mediatizadores de las relaciones entre los protagonistas (*alumno/a, profesor/a, grupo*), y también, de manera muy especial,

⁵ Hacia una concepción del aprendizaje desarrollador. Colección Proyectos. Colectivo de autores.- p .66.

incluirá las relaciones que se establecen entre ellos. Se destaca aquí el papel del *problema* como un elemento significativo que expresa, precisamente, el carácter dialéctico de dicho proceso.

Finalmente, el reconocimiento de los *niveles de organización* del proceso, como manifestación de su carácter *sistémico*, permitirá comprender su estructura espacial y funcional. Sólo a partir de un sólido enfoque de sistema pueden integrarse los diferentes componentes de manera tal que conformen una totalidad con identidad propia, desarrolladora, y que a la vez, cada uno mantenga su identidad como parte en función de la identidad del sistema como una totalidad, o sea, en función de la contradicción o *problema* a resolver.

En otras palabras, los rasgos esenciales que caracterizan una enseñanza desarrolladora adquieren verdadero significado al establecerse una relación cualitativamente superior entre los componentes del proceso de enseñanza - aprendizaje y entre éstos y el propio proceso. Este planteamiento orienta hacia un análisis más profundo del papel de cada uno de ellos en su interrelación, y muy especialmente hacia los nexos entre los protagonistas y los restantes componentes. Los componentes son los que dan sentido y concreción a las relaciones que se establecen entre alumno/a, profesor/a y grupo.

La coherencia y profundidad de la concepción de “aprendizaje desarrollador”, asumida como fundamento del proceso de enseñanza, ofrece a los/las docentes un conjunto de indicadores necesarios para su **diseño, ejecución y evaluación**. Así, por ejemplo, es posible afirmar que:

- *Lo dialéctico*, sustentado en la concepción dialéctico-materialista de la categoría *desarrollo*, se concretiza en el reconocimiento del *problema* como componente clave del proceso de enseñanza-aprendizaje. El problema formulado (el cual expresa el nivel del proceso y la condición tiempo-espacio del mismo), se vincula directamente a la influencia que el PEA debe ejercer sobre la *zona de desarrollo próximo* de los/las estudiantes y consecuentemente, sobre su crecimiento personal.
- Al mismo tiempo, la esencia dialéctica de la enseñanza desarrolladora se expresa en su aspecto procesal, gradual, y progresivo, que se corresponde con

la necesidad que tiene el/la alumno/a de *dominar lo que ha sido logrado en el desarrollo histórico de la sociedad humana* a través de un proceso activo y sistemático - aunque no lineal - de construcción, reconstrucción, y de apropiación de la cultura.

- El carácter *multidimensional y contextual* de la enseñanza desarrolladora se redimensiona a partir de la exigencia del aprendizaje desarrollador de formar una *personalidad integral y autodeterminada, capaz de transformarse y de transformar su realidad en un contexto histórico* determinado, a partir de su aspiración a potenciar el dominio de conocimientos, habilidades y capacidades en estrecha armonía con la formación de motivos, sentimientos, cualidades, actitudes, ideales y valores de alta relevancia personal y social.
- A su vez, la necesaria contextualización del aprendizaje, en su dimensión espacial y temporal, conduce a la reflexión sobre las situaciones de aprendizaje, más aún, sobre las situaciones de enseñanza-aprendizaje. El propio término “situación” refiere una determinada relación espacio-temporal en la que se insertan activamente protagonistas y componentes del proceso.
- En este sentido, la situación de aprendizaje se manifiesta como el espacio de interacción en el que se organizan las condiciones necesarias y suficientes para el desarrollo de procesos de apropiación y dominio de contenidos de enseñanza y aprendizaje. El/la docente, cuando diseña el Proceso de Enseñanza-Aprendizaje (PEA), y piensa en sus diferentes clases, realmente está diseñando las diferentes situaciones en las que sus estudiantes desarrollarán sus acciones de aprendizaje. En lugar de concebir la clase como un espacio de transmisión de contenidos (“impartición” de clases), debe concebirlas como espacios activos –e interactivos- de aprendizaje, como creación de condiciones que facilitarán en sus estudiantes el acceso a nuevos niveles de desarrollo (desde el punto de vista individual y grupal).
- La dirección y la comunicación, procesos inherentes al PEA, enriquecen también su contenido a partir de la comprensión del carácter mediado, cooperativo y contextualizado del aprendizaje humano.

En resumen, se puede afirmar que la categoría aprendizaje desarrollador constituye un referente esencial para comprender y estructurar el proceso de enseñanza-aprendizaje como sistema. Para ello, se impone la reflexión sobre las siguientes cuestiones estratégicas:

- ¿De qué forma propiciar el desarrollo de la actividad intelectual productivo-creadora y reflexiva, de modo que los/las estudiantes realicen aprendizajes de calidad y aprendan a aprender?
- ¿Cómo lograr que los aprendizajes adquieran un sentido personal para los/las aprendices a partir del establecimiento de relaciones significativas de los nuevos contenidos con los contenidos anteriores, la experiencia práctica y con su mundo afectivo individual?
- ¿En qué condiciones el proceso de enseñanza – aprendizaje contribuye al desarrollo de un fuerte sistema de motivaciones intrínsecas y de autovaloraciones y expectativas positivas que orienten y sustenten la disposición y los esfuerzos de los/las estudiantes para aprender de manera activa, autónoma y permanente?

La respuesta a estas interrogantes exige, sin dudas, una reconceptualización de los rasgos y componentes de dicho proceso, los cuales pueden integrarse en una estrategia didáctica que estimule y propicie el aprendizaje desarrollador.

2.1.2. La enseñanza desarrolladora de las ciencias. Retos para el nuevo milenio

En el mundo de hoy no existe prácticamente una actividad humana en la que no sea necesario utilizar algún tipo de conocimiento de las ciencias y cada vez es más necesaria la integración de estos conocimientos, su abordaje interdisciplinario, multidisciplinario o transdisciplinario. Por ejemplo, para diseñar un software se necesitan innumerables conocimientos a los que se ha llegado en diferentes países, incluso en diversas disciplinas; los cambios climáticos en el planeta sólo se comprenden realmente si se apoya en los aportes de diferentes

ciencias como la Geografía, la Física, la Astronomía, las Matemáticas y hasta de la propia Biología.

Incluso las ciencias sociales requieren cada vez más la aplicación de temas tales como: ecuaciones no lineales, la teoría de sistemas, la contaminación ambiental y su incidencia en el desarrollo de los países, entre otros.

Elementos esenciales de esas transformaciones son:

- un enfoque cada vez más humanista de la enseñanza de las ciencias, que ponga de relieve la contribución de ellas a la cultura general y preste especial atención a los problemas éticos relacionados con el desarrollo científico - tecnológico;
- el establecimiento de un núcleo de problemas, conceptos, ideas leyes y principios, comunes a diversas ramas de la ciencia y la tecnología, que sirva de base al trabajo interdisciplinario en las escuelas y a la integración de múltiples saberes y dimensiones de la cultura humana;
- la familiarización de los estudiantes con métodos y modos de pensar y comportarse, característicos de la actividad científico – investigadora contemporánea;
- el desarrollo en los estudiantes de una actitud crítica, reflexiva y, al propio tiempo, responsable, transformadora y solidaria, ante los problemas de la humanidad y de su entorno.
- Se deberán propiciar vías para el intercambio colegiado entre los docentes en las instituciones escolares, como una vía que contribuye a perfeccionar su trabajo y elevar la calidad de la educación.

La enseñanza de la ciencia debe **propiciar el desarrollo de estrategias para aprender a aprender, aprender a conocer, pero también para aprender a ser y aprender a sentir**. Se debe buscar el desarrollo de habilidades tales como la observación, la clasificación, la modelación, el planteamiento de hipótesis, el planteamiento y solución de problemas, entre otras y, a la vez, crear motivos por lo que se hace, sentimientos de amor y respeto por los demás, incluyendo a sus compañeros, la familia y los restantes miembros de la comunidad.

El reto de enseñar y aprender ciencias en el nuevo milenio, no radica solamente en vincular la teoría con la práctica, o conocer los últimos adelantos científicos. Esto, va mucho más allá; pasa por **valorar la historicidad del contenido de enseñanza**, conocer **la esencia, los nexos y relaciones** entre los objetos, fenómenos y procesos, tener en cuenta los **aspectos éticos** que acompañan a los descubrimientos científicos y crear un **sentido de compromiso social** en las alumnas y alumnos.

La enseñanza de las ciencias debe **formar valores en los estudiantes que le permitan comprometerse en transformar creadoramente, con el apoyo de la ciencia y la tecnología, la realidad de sus naciones.**

Hoy se debe **enseñar ciencia con gran calidad, pero y sobre todo, buscando la equidad**, es decir, que las grandes masas de la población mundial se beneficien con su aprendizaje y no sólo una élite. Enseñar y aprender ciencias **teniendo en cuenta la igualdad de géneros.**

La enseñanza de las ciencias debe preparar a las alumnas y alumnos para comprender y vivir en la globalización a que tiende el mundo de hoy, ya que esta agrava más las diferencias entre los países ricos y los pobres.

Se deberá propiciar una **cultura científica** que garantice el desarrollo de **habilidades para la búsqueda de información, la utilización de las nuevas tecnologías, de la informática, el dominio de aspectos económicos y las posibilidades de producción de literatura científica, a la vez de conocimientos de las formas de protección de la propiedad intelectual o industrial**, para lograr que los países de menor desarrollo puedan también producir y colocar en el mundo conocimientos científicos que puedan ser consultados por otros, incluso que puedan viajar por las grandes autopistas de la información o el ciberespacio.

La ciencia hoy integra un gran volumen de los más diversos tipos de conocimientos y trabaja con grupos interdisciplinarios, multidisciplinarios y transdisciplinarios de científicos, por lo que la enseñanza de las ciencias debe **enseñar a trabajar en colectividad, respetando cada individualidad y potenciando al máximo el desarrollo individual de cada alumna y alumno.**

Se necesita **que la propia enseñanza de las ciencias motive a los estudiantes a aprenderla**. Existen diferentes investigaciones que reflejan que una enseñanza bien estructurada de las ciencias motiva a los estudiantes.

2.1.3. Enfoque metodológico general de la asignatura Matemática en la Secundaria Básica cubana

A partir de la definición de los Objetivos Formativos Generales y por grados para el nivel de Secundaria Básica es necesario precisar el papel de la Matemática como asignatura priorizada, para lograr su vínculo con la vida y su responsabilidad en el desarrollo del pensamiento lógico de los alumnos, como base y parte esencial de la formación comunista, integral y armónica de su personalidad.

Este grado como una etapa de tránsito desde la escuela primaria y de adaptación en el nivel de secundaria básica, exige a la asignatura concentrar su programa del grado en el proceso de **consolidación y sistematización** de los conocimientos y habilidades matemáticas previos, pero en el **nivel de complejidad superior** que le imprimen las transformaciones en enfoque y métodos de la asignatura en su conjunto. Los contenidos del programa incluyen los aspectos políticos-ideológicos, económicos-laborales y científico-ambientalistas que se plantean en los objetivos formativos del grado. En cuanto a los contenidos propiamente matemáticos aunque se asemejan a los del nivel primario, se tratan con un **enfoque integrador y de generalización**.

Las transformaciones a realizar pueden agruparse en dos dimensiones fundamentales: el **enfoque metodológico general** de la asignatura, y los **métodos y procedimientos** para la dirección del proceso docente-educativo.

Constituyen transformaciones en el enfoque metodológico general de la asignatura, las siguientes:

1. La presentación y tratamiento de los *nuevos contenidos a partir del planteamiento y solución de problemas prácticos* de carácter político-ideológico, económico-laboral y científico-ambiental, y no solo desde la propia lógica de la asignatura.

Los problemas no pueden seguir empleándose solamente como las nuevas situaciones en las que los alumnos aplican los conocimientos aprendidos y las habilidades correspondientes.

Significa que los problemas se tratarán como una situación del medio natural o social en que se desenvuelve el alumno, del que conoce cierta información y descubre interrogantes no resueltas, que necesita explicar o responder, para lo cual, entonces, requiere un *pensamiento heurístico y ampliar* su conocimientos y habilidades matemáticas.

2. El tratamiento de los contenidos logra la *sistematización* de estos dentro de cada unidad y a lo largo del nivel y la *integración* de las diferentes áreas matemáticas (Aritmética, Álgebra y Geometría), como el sistema de recursos que le sirve a los alumnos para resolver los problemas prácticos antes señalados, y no como objetos matemáticos independientes entre sí.

Como culminación del nivel básico de la Educación General, la asignatura tiene que asegurar la comprensión y la utilización sistemática de los contenidos dentro de cada área matemática; es decir, las relaciones entre los distintos dominios numéricos y entre las operaciones aritméticas, los fundamentos de las funciones lineales desde el trabajo con variables, la solución de ecuaciones y las relaciones de posición entre figuras y cuerpos, sus magnitudes y transformaciones en el plano.

Además, la comprensión y empleo por los alumnos de los contenidos de un área matemática determinada debe apoyarse en la representación de los mismos en otras áreas, *como expresión de la interrelación de las líneas directrices del saber* (dominios numéricos, trabajo con variables, ecuaciones, correspondencias, funciones y geometría).

Es decir, la apropiación, fijación y aplicación de un concepto aritmético o algebraico debe apoyarse en el empleo de recursos de la geometría, y viceversa. Lo mismo debe hacerse durante el tratamiento de las proposiciones y los procedimientos matemáticos.

3. La incorporación de habilidades matemáticas que amplíen los procedimientos lógicos para el planteamiento y solución de los problemas prácticos,

específicamente en el *procesamiento de información*, la estimación y el esbozo de figuras y modelos geométricos sencillos.

Programa de Matemática

La necesidad de analizar y *extraer conclusiones*, sobre todo de carácter ideológico y político, de la información sistemática acerca de la situación actual de Cuba y del mundo, exige desarrollar en los alumnos habilidades en el *procesamiento selectivo* de la información cuantitativa que aparece en la prensa, intervenciones de dirigentes e informes económicos y sociales de su territorio.

Por otro lado, la necesidad de *transferir* los conceptos y procedimientos matemáticos al modo común de interpretar y orientarse ante los problemas prácticos a solucionar, exige *no limitarse* al trabajo con procedimientos exactos, sino desarrollar también, en los modos de pensar, la estimación de cantidades, magnitudes y resultados de cálculos y ecuaciones. El desarrollo de esta habilidad no puede significar una disminución de la atención al cálculo aritmético (oral y escrito), el cual debe seguir siendo atendido en este nivel, de acuerdo con las exigencias de los conjuntos numéricos tratados.

4. La integración de contenidos de otras asignaturas del currículo a los contenidos específicos de la matemática de forma tal que a través de las clases de la asignatura se ponga de manifiesto el carácter interdisciplinario que debe lograrse.

En los **métodos y procedimientos** para la dirección del proceso docente educativo, las transformaciones se refieren a:

1. La necesidad de asegurar la *comprensión del significado* de los contenidos *por todos* los alumnos *antes* de proceder a la ejercitación para su fijación, y no sobredimensionar el trabajo con ejercicios como vía metodológica para el tratamiento de los contenidos.

2. El empleo predominante del método de elaboración conjunta, mediante el procedimiento de *preguntas heurísticas*, que muevan el pensamiento de los alumnos, que despierten su interés por la solución de los referidos problemas prácticos y les enseñen a razonar lógicamente. Sobre esa premisa, orientar actividades en la clase a resolver por equipos de alumnos de modo que se organice la cooperación y la atención a los ritmos diferenciados del aprendizaje.

3. La planificación, orientación y control del trabajo independiente extraclase de los alumnos como una forma organizativa más del proceso docente educativo; no solo para hacer ejercicios, sino para cumplir fases necesarias de búsqueda de información, comprensión de los contenidos, elaboración de posibles soluciones a problemas y la propia ejercitación o autocontrol del aprendizaje.

4. La planificación de la evaluación en correspondencia con los objetivos de los grados y unidades, y como proceso continuo que promueva la discusión de alternativas y procedimientos para la solución de las tareas docentes, con el empleo de la crítica y la autocrítica como método habitual para la evaluación de los compañeros y la propia autoevaluación.

El eje central del trabajo con los contenidos de la asignatura lo constituye **la formulación y resolución de problemas** vinculados con la vida relacionados con el desarrollo político, económico y social del país y del mundo, así como con fenómenos y procesos científicos y ambientales a partir de la recopilación y análisis de datos estadísticos.

2.2. Las alternativas metodológicas. Modelo para su diseño

En la literatura revisada no aparece explícitamente definido el concepto alternativas metodológicas, pero es posible analizar la esencia de este a partir del análisis del concepto alternativa pedagógica y del objeto de estudio de la metodología.

R. A. Salcedo, 2003, define la alternativa pedagógica como “opción entre dos o más variantes con que cuenta el subsistema dirigente (educador) para trabajar con el subsistema dirigido (educandos), partiendo de las características, posibilidades de estos y de su contexto de actuación”

Partiendo del análisis de esta definición y tomando en consideración que la metodología es la ciencia que se encarga de estructurar un proceso con el propósito de lograr su mayor efectividad (C. Lavares de Zayas, 1999), entonces se puede llegar a la conclusión siguiente: ***una alternativa metodológica es la opción entre dos o más variantes con la que cuenta el profesor para***

estructurar el proceso de formación de nuevos conocimientos teniendo en cuenta las especificidades de este, las características de los alumnos- nivel de preparación y desarrollo- y las particularidades de este proceso de formación. Cada una de las variantes puede constituirse en alternativa metodológica.

Lógica del diseño y puesta en práctica de alternativas metodológicas para la formación de conceptos

Para diseñar una alternativa metodológica el autor de este trabajo sugiere emplear el modelo que propone R. A. Salcedo.

Según esta autora, es necesario partir del reconocimiento del papel rector de los objetivos, el enfoque sistémico de los componentes del proceso docente - educativo, el papel de la retroalimentación, la comunicación, la necesidad de análisis del nivel de entrada, el educador como agente de cambio y el papel activo del educando.

En la elaboración o diseño y puesta en práctica de alternativas metodológicas para la formación de conceptos es necesario tener en cuenta determinados aspectos como son:

1. Determinación del fin, es decir, el objetivo que se persigue con dicha alternativa
Las condiciones sociales constituyen premisas básicas para la formulación de los objetivos que determinan la dirección de la actividad y por tanto condicionan los estilos de dirección, la selección y ubicación del contenido, la dirección de la participación activa, la influencia conjunta y la valoración de los resultados.

2. Diagnóstico de la realidad y de las posibilidades (nivel de preparación y desarrollo de los alumnos).

Este diagnóstico incluye tanto el descubrimiento de las condiciones sociales, como las potencialidades del contenido y las características de los sujetos.

Además el diagnóstico de las capacidades de trabajo conjunto de los profesores para lograr la unidad de criterios, influencias y acción.

El maestro se enfrenta a las contradicciones entre las exigencias y las capacidades propias que le permiten estimular el desarrollo de la actividad y esforzarse por alcanzar los objetivos.

3. Determinación o elaboración de las variantes posibles a utilizar.

La actividad de los alumnos se organiza y dirige de manera que hagan totalmente suyos ese contenido y se desarrollen con él, para lo que se requiere de alta exigencia, confianza y ayuda, de manera que estimule la participación activa del colectivo y del individuo, jugando un papel fundamental la unidad de criterios en el subsistema dirigente.

En el caso de que se decida elaborar nuevas variantes es necesario tener en cuenta, entre otras cosas, las bases psicopedagógicas para la enseñanza de conceptos, en particular las vías y los métodos sustitutos para la formación de conceptos y los objetivos que se persiguen en el grado, sin dejar de tener en cuenta las particularidades de los sujetos con los que se trabaja

1. Selección y planificación de la alternativa metodológica.

Implica para el maestro, con la unión de influencias y a partir del análisis de las condiciones psicosociales y cognoscitivas, el diseño de estilos de dirección, selección, ubicación del contenido y la motivación del protagonismo del sujeto en la actividad intelectual, para lograr un cambio positivo en el subsistema dirigido, implicando el éxito del proceso pedagógico.

2. Instrumentación de la alternativa y retroalimentación.

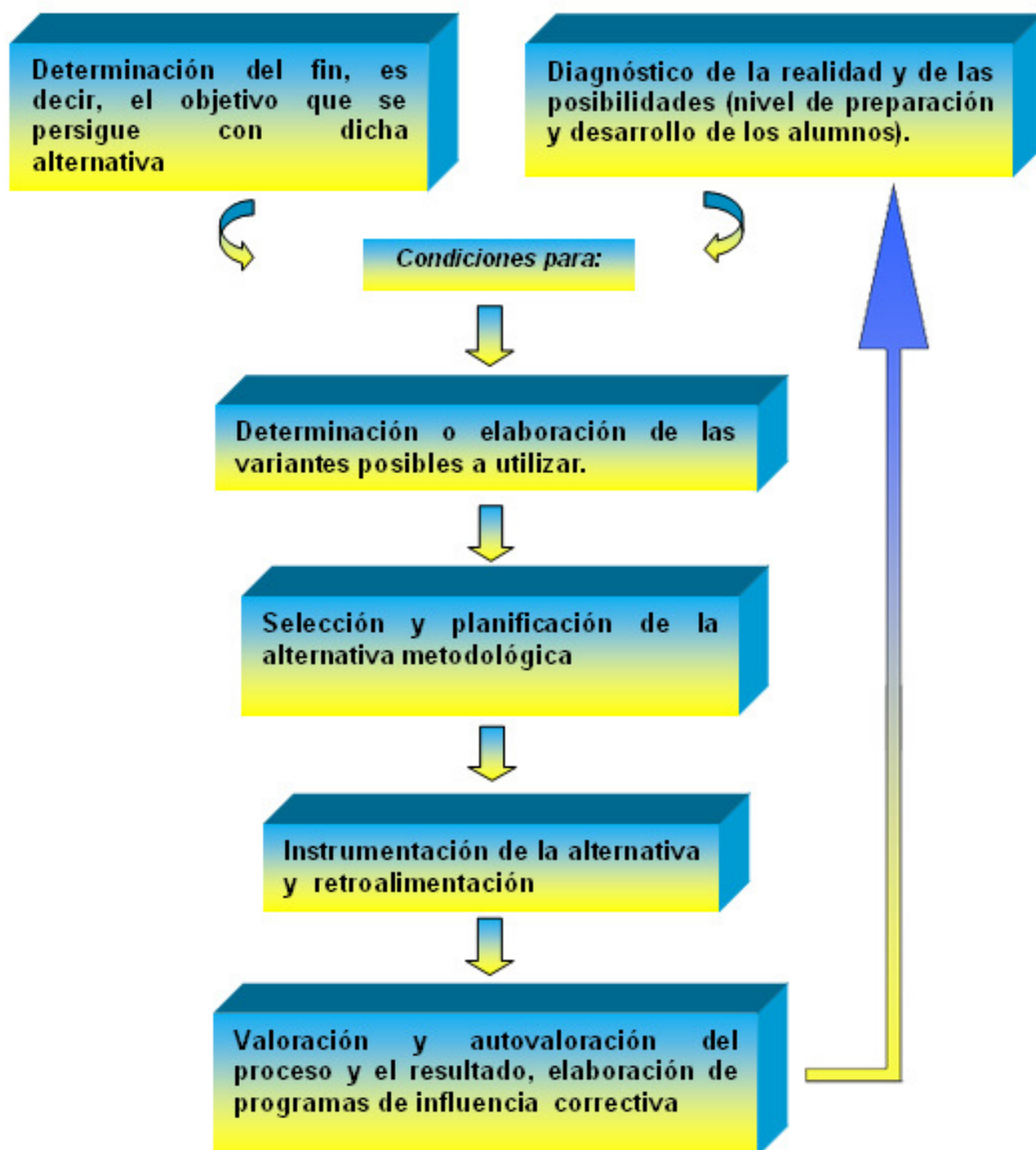
La selección correcta de las acciones que pondrán en práctica el programa, la unidad de acción, la correcta orientación hacia el objetivo, el método y la organización del proceso pedagógico, contribuirán a una eficaz evidencia de los productos de la instrumentación del programa de influencias.

En estos dos últimos aspectos es muy importante tener en cuenta las características del proceso de enseñanza – aprendizaje desarrollador, las exigencias de la enseñanza desarrolladora de las ciencias y las especificidades del tratamiento de conceptos y definiciones.

3. Valoración y autovaloración del proceso y el resultado, elaboración de programas de influencia correctiva.

Valoración diferenciada para poder precisar objetivos siguientes de forma analítica y correcta. Visión del proceso colectivo del desarrollo individual, comprensión de

las potencialidades aún por utilizar, conclusión para la evaluación futura. Elementos importantes para el educador y el educando. Los aspectos analizados permiten elaborar el siguiente cuadro lógico para seleccionar una alternativa metodológica:



Un aspecto esencial de este esquema o modelo lo constituye ***la determinación o elaboración de las variante posibles a utilizar***. Aquí se tienen dos posibilidades, una, que existan- porque ya están elaboradas- alternativas que el profesor puede utilizar, y otra que no existan dichas alternativas. En el primer caso basta con seleccionar una de ellas, para luego planificarla e instrumentarla en la práctica educativa. En el segundo caso, entonces la tarea consiste en diseñar una o varias alternativas.

Puede darse el caso de que existan varias alternativas, pero ninguna de ellas satisface las exigencias del grupo, en este caso hay que elaborar una nueva.

En esto radica precisamente la esencia de esta propuesta, es decir, diseñar nuevas alternativas metodológicas para dirigir el proceso de enseñanza – aprendizaje de los alumnos durante la formación y asimilación de nuevos conceptos geométricos.

2.3. Alternativas metodológicas para dirigir la actividad cognoscitiva de los alumnos durante la formación y asimilación de conceptos en Secundaria Básica

De acuerdo a lo analizado en apartados anteriores de este trabajo se puede inferir que las variantes metodológicas para la formación y asimilación de los conceptos geométricos que aparecen en el programa de Matemática de la secundaria básica se pueden estructurar de la siguiente manera:

I. Alternativas Metodológicas para la formación y definición de conceptos geométricos en la Secundaria Básica

La formación de conceptos en la escuela se realiza mediante dos vías totalmente diferentes:

1. La primera vía se puede denominar **concreto – práctica**. Los alumnos prueban a confrontar de diferentes modos los objetos, hasta que encuentran la solución correcta. Por lo común, ellos no distinguen

conscientemente los fundamentos de la clasificación, sino que se apoyan en la percepción directa y se guían por un vago “sentido” intuitivo de que tales o cuales objetos o fenómenos “encajan por algo el uno en el otro”.

2. La segunda vía se puede denominar **abstracto – lógica**. En este caso, los alumnos con frecuencia no realizan agrupamientos de prueba, sino que intentan encontrar los principios de clasificación mediante el análisis lógico

La selección de una u otra vía depende, en primer lugar, del carácter de la tarea, de la experiencia y conocimientos de los alumnos, y, por último, de su nivel de desarrollo psíquico.

Para mostrar a los alumnos (o que estos pongan al descubierto) los diferentes objetos o fenómenos de una determinada clase, se pueden emplear dos métodos: el **método divisorio**, es decir, los objetos se seleccionan de modo tal que se diferencian portados los indicios, excepto los esenciales o el **método de la contraposición**, es decir, los objetos se seleccionan de modo que se parezcan en todos los indicios, excepto los esenciales.

Otro aspecto importante para la definición de conceptos es la distinción de los indicios esenciales. Estos se pueden identificar por dos vías: mediante el **método de la diferenciación**, en que los indicios imprescindibles se separan de los objetos y se fijan con ayuda de esquemas, símbolos, palabras; o con el **método de variación**, en que los tipos del material que se plantea varían, se alteran de modo que se vaya elucidando en él lo esencial.

Cada una de estas variantes puede ser tomada como punto de partida para el diseño de alternativas metodológicas para la formación de conceptos y definiciones:

Alternativa Metodológica # 1

La formación de conceptos se realiza siguiendo la **vía concreto – práctica**, utilizando los **métodos divisorio y de la diferenciación**. Metodológicamente se procede de la siguiente manera:

Primer paso: Se le presentan al alumno un conjunto de varios objetos conocidos que puedan agruparse en una misma clase. La clase de objetos que interesa debe

estar formada por objetos que se diferencien en todos los rasgos, menos en los rasgos esenciales. Por ejemplo:

Para la formación del concepto cilindro se presentan varios objetos como:

- Una caja de talco.
- Una lata de compotas.
- Una lata de conservas.
- Una clave, etc.

Segundo paso: Se pide a los alumnos que confronte los objetos.

Tercer paso: Se les pide a los alumnos que explique el por qué estos objetos pertenecen a la misma clase.

Durante el proceso se pueden ofrecer niveles de ayuda, tales como:

¿Por qué todos estos objetos están en la misma clase?

¿Qué tienen en común todos estos objetos?

¿En qué se parecen estos objetos?

¿En qué se diferencia de otros objetos?

Por ejemplo, de una caja de fósforos, de un jabón, de una pelota de baloncesto, etc.

Cuarto paso: Exposición de las conclusiones y explicitación de los razonamientos realizados.

Quinto paso: Institucionalización del conocimiento por parte del profesor, donde se corrigen los errores de los alumnos.

Sexto paso: Se les pide a los alumnos poner ejemplos de otros representantes del concepto.

Sugerencias:

Para la utilización exitosa de esta alternativa se sugiere organizar el trabajo de los alumnos en pequeños grupos y luego analizar los resultados en el grupo – clase.

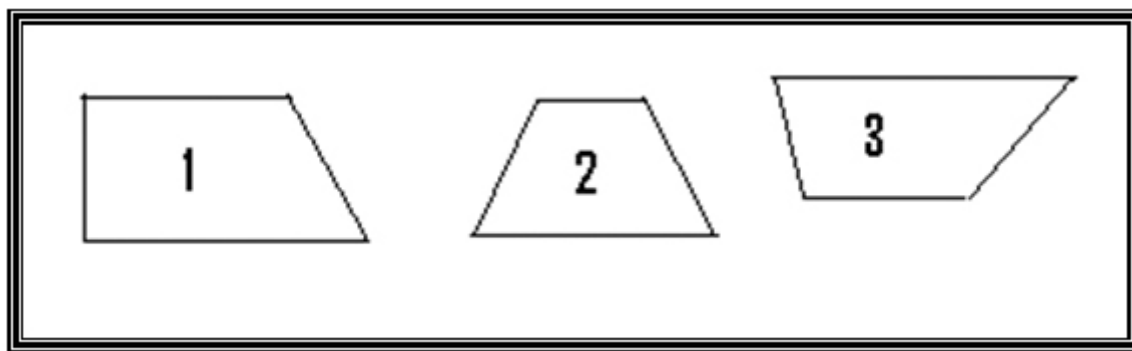
Alternativa Metodológica # 2

La formación de conceptos se realiza siguiendo la **vía abstracto - lógica**, utilizando el **método divisorio y de la diferenciación**. Metodológicamente se procede de la siguiente manera:

Primer paso: Se le presentan al alumno un conjunto de varios objetos conocidos o sus representaciones que pertenecen a una misma clase. La clase de objetos que interesa debe estar formada por objetos que se diferencien en todos los indicios, menos en los esenciales. Por ejemplo:

Para la formación del concepto trapecio

Primer paso: Se presenta un esquema donde aparecen diferentes tipos de trapecios.



Segunda paso: Se le pide que determinen los rasgos esenciales de esta clase de objetos. Para ello se ofrece la siguiente **base orientadora**:

1. Identificar los rasgos comunes de la clase de objetos dada.
2. Determinar los rasgos esenciales a partir de los rasgos comunes.
3. Selecciona un concepto genérico, en el cual puedan ser incluidos dichos objetos.
4. Elaborar la definición.

Cuarto paso: Presentación de la definición elaborada

Quinto paso: Institucionalización del conocimiento por parte del profesor, donde se corrigen los errores de los alumnos.

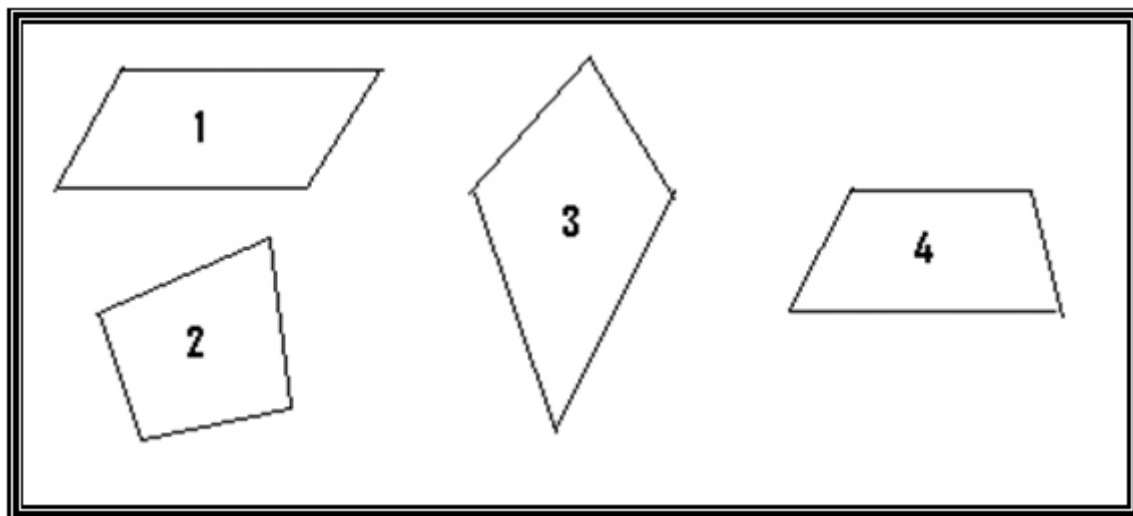
Sexto paso: Se le pide a los alumnos poner ejemplos de otros representantes del concepto.

Alternativa Metodológica # 3

La formación de conceptos se realiza siguiendo la **vía abstracto - lógica**, utilizando el **método de contraposición y de la diferenciación**. Metodológicamente se procede de la siguiente manera:

Primer paso: se le presentan a los alumnos objetos semejantes en todos los indicios menos en los esenciales. Por ejemplo:

Para la formación del concepto paralelogramo se le presentan figuras conocidas como las que aparecen a continuación:



Segundo paso: Se pide a los alumnos que identifiquen los rasgos esenciales del paralelogramo señalado con el número 1.

Tercer paso: Se le pide que elaboren la definición buscando un concepto genérico y agregando los rasgos esenciales encontrados.

Cuarto paso: Presentación de la definición elaborada

Quinto paso: Institucionalización del conocimiento por parte del profesor, donde se corrigen los errores de los alumnos.

Sexto paso: Se le pide a los alumnos poner ejemplos de otros representantes del concepto.

II. Alternativas metodológicas para la asimilación (fijación) de conceptos en la Secundaria Básica

Alternativa Metodológica # 1

La identificación de conceptos

Primer paso: ofrecer una base orientadora racional como la siguiente:

Base orientadora para identificar un concepto:

1. Sustituir el concepto por su definición o indique los rasgos esenciales del concepto.
2. Comprobar la pertenencia (ausencia) de dichos rasgos en cada uno de los objetos presentados.
3. Decidir si es un representante o no del concepto.

Segundo paso: Pedir a los alumnos que adapten la base orientadora racional al concepto que se quiere identificar.

Tercer paso: Analizar cada uno de los objetos.

Cuarto paso: Elaborar conclusiones.

En la identificación de conceptos se pueden utilizar objetos reales que sean representantes del concepto o representaciones.

En el caso de las representaciones se pueden utilizar objetos simples u objetos compuestos.

Alternativa Metodológica # 2

Sistematización de conceptos:

La sistematización de conceptos incluye operaciones lógicas como: la división y la clasificación de conceptos.

La división de conceptos es una operación lógica que permite distribuir por medio de la base seleccionada (el indicio, según el cual esta se realiza) el volumen del concepto dividido (conjunto) entre varios miembros de la división del concepto (subconjuntos). En la división del concepto el volumen del concepto se revela mediante la enumeración de los específicos.

La división del concepto se puede realizar según diversas bases, por ejemplo, en Geometría, de acuerdo a sus lados, según los ángulos, etc.

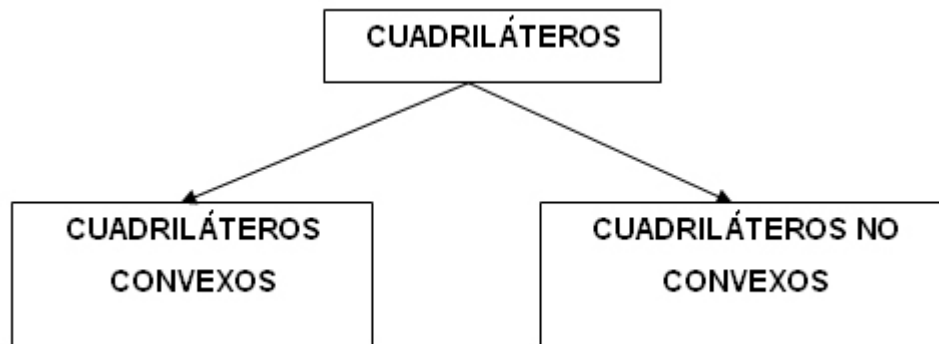
Para lograr una correcta división del concepto es necesaria la observación o cumplimiento de las siguientes reglas:

- 1) La división del concepto debe ser *proporcionada*, es decir, la suma de los conceptos específicos debe ser igual al volumen del concepto genérico (dividido).

- 2) La división del concepto solo puede hacerse según una base, para que no se crucen los volúmenes de los conceptos miembros de la división realizada.
- 3) Los miembros de la división del concepto deben excluirse mutuamente, es decir, no tener elementos comunes (no cruzarse).
- 4) La división del concepto debe ser continua, es decir, no se puede dar saltos en ella.

Existen dos tipos de división de conceptos: **la dicotomía y la clasificación.**

Dicotomía: bisección o división en dos partes iguales. Es un tipo de división de concepto, según el cual el volumen del concepto por dividir se parte en dos conceptos contradictorios, por ejemplo:



La clasificación: tipo de división sucesiva, formadora de un sistema ramificado en que cada miembro suyo (especie) se divide en subespecies y así sucesivamente.

Existen dos tipos: 1) según el indicio especificado y 2) mediante la dicotomía.

En general para sistematizar conceptos puede ser útil enseñar a los alumnos la siguiente **estrategia de aprendizaje**:

1. Enumerar y colocar juntos todos los elementos conocidos en una sucesión cualquiera.
2. Sustituir los conceptos por sus definiciones.
3. Identificar relaciones entre los conceptos.
4. Realizar divisiones de conceptos.
5. Clasificar los conceptos atendiendo a la base (indicios) seleccionada.
6. Seleccionar una técnica (esquemas lógicos, mapas conceptuales, etc.) conveniente para representar la clasificación realizada.

Para dividir un concepto se debe ofrecer a los alumnos una base orientadora racional como la siguiente:

1. **Precisar las características esenciales del concepto.**
2. **Determinar el indicio a partir del cual se realizará la división.**
3. **Establecer las diferentes subclases.**
4. **Utilizar un esquema lógico para representar la división realizada.**

Por ejemplo:

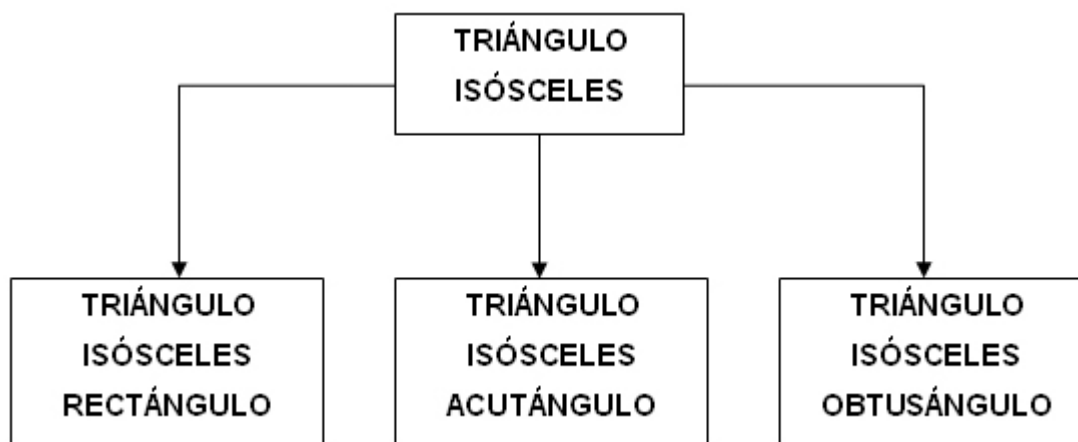
Dividir el concepto “triángulo isósceles”.

Se precisan las características esenciales del concepto triángulos isósceles (tienen dos lados iguales).

Se toma como indicio, la amplitud de los ángulos.

Se establecen tres subclases: triángulo isósceles rectángulo, triángulo isósceles acutángulo y triángulo isósceles obtusángulo.

Se confecciona el siguiente esquema:



Alternativa Metodológica # 3

Profundización de conceptos

Una forma de profundizar en un concepto es la **definición innovadora de conceptos.**

La esencia de la definición innovadora de conceptos es la búsqueda de nuevas definiciones para un concepto ya definido. Esto pone a prueba las capacidades creadoras de los alumnos, a la vez que se constituye en una actividad de aprendizaje que fomenta la creatividad de los estudiantes.

Primer paso: se presenta a los alumnos el concepto que se quiere redefinir.

Segundo paso: se les pide que redefinan el concepto utilizando cualquiera de las posibles técnicas enseñadas.

Algunas técnicas para definir innovadoramente un concepto:

- Ampliación o reducción en la extensión de los términos.
- Sustitución de los términos.
- Reorganización de los términos.
- Inversión de los términos.
- Recombinación de los términos.
- Transposición de los términos.

Tercer paso: presentación y análisis de las definiciones elaboradas por los alumnos.

Algunas de las alternativas metodológicas diseñadas contienen estrategias o procedimientos que deben ser enseñados a los alumnos durante el proceso de fijación de los conceptos.

Por ejemplo:

La **mediatriz** se define como la recta perpendicular que divide a un segmento en dos segmentos iguales.

Si se sustituye el concepto “recta” por conjunto de puntos del plano, y tomando en consideración que esos puntos equidistan (están a la misma distancia) de los extremos del segmento, entonces se puede definir innovadoramente el concepto **mediatriz como el conjunto de puntos del plano que equidistan de los extremos de un segmento.**

2.4. Validación de las alternativas metodológicas elaboradas en la práctica educativa. Análisis de los resultados

2.4.1. Planificación del cuasi experimento pedagógico

Se realizó un cuasi experimento pedagógico de carácter transformador. En este tipo de experimento no sólo se refleja o revela la realidad, al comprobar o refutar

una hipótesis sino también se transforma esa realidad, a partir de la intervención pedagógica del investigador, lo que permite hacer aportaciones a la teoría pedagógica. El objetivo esencial de estos radica en la modificación del sujeto investigado y no en la conceptualización teórica del fenómeno objeto de estudio.

Para la realización de este experimento se aplicó la siguiente metodología.

Metodología de realización del cuasi experimento pedagógico:

Las fases del experimento se pueden resumir como sigue:

PRIMERA FASE: Planteamiento del hecho o fenómeno a estudiar por medio del cuasi experimento.

SEGUNDA FASE: Determinación de la hipótesis y de las variables que estarán presentes en la situación experimental.

TERCERA FASE: Delimitación de las condiciones en que se desarrollará el experimento.

CUARTA FASE: Recolección y clasificación de los datos obtenidos y su comparación con los iniciales.

Tareas:

1. Aplicar una prueba pedagógica inicial a los Profesores Generales Integrales que participan en el experimento.
2. Desarrollar las sesiones de preparación metodológica en la escuela (tercera fase).
3. Aplicar prueba pedagógica final (cuarta fase).
4. Analizar resultados (cuarta Fase).

El cuasi experimento se realizó con el **objetivo** de:

Elevar los conocimientos didácticos y metodológicos de los Profesores Generales Integrales de Secundaria Básica en relación con la formación y asimilación de los conceptos geométricos en la escuela para mejorar su práctica educativa.

Se planteó como **Hipótesis:**

La implementación de las alternativas metodológicas diseñadas para dirigir la formación y asimilación de conceptos geométricos en la preparación metodológica de los Profesores Generales Integrales de Secundaria Básica, contribuye a que

estos logren dominar los requerimientos didácticos y metodológicos de la formación de los diferentes conceptos geométricos.

Variable independiente:

- alternativas metodológicas diseñadas para dirigir la formación y asimilación de conceptos geométricos.

Variable dependiente:

- dominio de los requerimientos didácticos y metodológicos de la formación de los diferentes conceptos geométricos.

Se entiende por **dominio de los requerimientos didácticos y metodológicos** para la formación y asimilación de los diferentes conceptos geométricos, la capacidad de los profesores para planificar y dirigir la actividad cognoscitiva de los alumnos durante la formación y asimilación de los nuevos conceptos empleando correctamente cualquiera de las alternativas diseñadas.

Se identifican dos dimensiones de la variable dependiente: planificación y dirección.

DIMENSIONES	INDICADORES
Planificación de los procesos de formación y fijación de conceptos	• Selección de la alternativa metodológica. • Identificación de los pasos metodológicos. • Planificación del proceso de acuerdo a la alternativa y sus pasos metodológicos.
Dirección de los procesos de formación y fijación de conceptos	• Actividades que se orientan en cada fase del proceso. • Ayudas e impulsos que se dan a los alumnos en cada fase.

El experimento se realizó en un solo grupo sin compararlo con otro grupo. Se comenzó con un control inicial, luego se procedió a la aplicación del cuasi experimento y finalmente se realizó un control final, tal y como se describe a continuación:

G ----- O----- X-----O

G (Grupo)

O (Prueba comprobatoria del estado del grupo, respecto a la variable independiente)

X (Intervención pedagógica)

2.4.2. Selección de la muestra

Población: todos los Profesores Generales Integrales de Secundaria Básica del municipio de Aguada de Pasajeros, y la muestra estuvo integrada por 24 profesores, que representan el 30% del total y que fueron seleccionados al azar.

La muestra estuvo integrada por:

16 Profesores Generales Integrales en formación: 5 de segundo año, 4 de tercer año, 1 de cuarto año y 6 de 5to año.

8 Profesores Generales Integrales, que son graduados de otras especialidades: 3 Licenciados en Educación Primaria, y 5 Licenciados en Educación.

2.4.3. Descripción del cuasi experimento. Análisis de los resultados

Antes de la puesta en práctica del cuasi experimento se aplicó la prueba pedagógica inicial (anexo # 3)

En esta prueba los profesores debían seleccionar un concepto genérico pertinente para poder definir a través del concepto “automóvil”, sobre la base de la observación de las láminas que se le presentaron.

Los resultados se muestran en el anexo # 4

Pregunta # 1:

Se le dieron cuatro opciones, de las cuales debían escoger una. Del total de la muestra 10 escogieron acertadamente el concepto “vehículo”, 8 el concepto artefacto y 6 el concepto “objeto”, es decir, solo el 41,6 %- menos de la mitad de la muestra- determinó correctamente el concepto genérico pertinente.

Pregunta # 2:

De los muestreados, solo 4, o sea, el 16,6 %, logró identificar las dos características esenciales de los automóviles y el resto, o solamente identificó una o señaló otras que no eran esenciales.

Pregunta # 3:

Solo 4, es decir, el 16,6 %, lograron definir correctamente el concepto:

Automóvil: Vehículo montado en ruedas que posee un motor que lo pone en movimiento.

Los que utilizaron los conceptos artefacto y objeto no lograron identificar las características esenciales y por consiguiente las definiciones que elaboraron no fueron convenientes.

Lo anterior indica que aproximadamente el 17% de los encuestados dominan los fundamentos científicos esenciales relacionados con la formación de conceptos, o sea, el 83% tiene dificultades en el momento de definir un concepto.

Pregunta # 4:

Los 24 profesores reconocieron la vía inductiva, pero se observaron serios errores de carácter metodológico en las orientaciones que se ofrecieron para guiar la actividad de los alumnos durante la formación de este concepto. Solo 4 lograron describir con bastante exactitud los pasos metodológicos y las indicaciones que debían ofrecerle a sus alumnos.

Pregunta # 5:

Solo 4 profesores reconocieron que podría cambiarse la situación inicial y señalaron que en lugar de presentar láminas con automóviles, se pueden presentar láminas con otros tipos de vehículos, tales como: carretones tirados por caballos, barcos, aviones, carretas tiradas por bueyes etc., y que luego podría pedírseles que indicaran cuáles de ellos eran automóviles.

Las deficiencias encontradas en el test inicial se resumen en:

1. Desconocimiento de los fundamentos científico- esenciales en la formación de conceptos.
2. Desconocimiento del proceder metodológico para guiar la actividad de los alumnos en la formación de conceptos.

Tomando en consideración estas dificultades se decidió iniciar el experimento impartiendo una conferencia sobre los fundamentos científico – esenciales de la formación de conceptos.

A continuación se muestra la dosificación de las actividades realizadas en la preparación metodológica de los profesores, en el caso de los profesores en formación estas actividades fueron consideradas como parte del currículo.

Nro.	Actividades
	ALTERNATIVAS PARA LA FORMACIÓN DE CONCEPTOS
1	1.1. Explicar los fundamentos científico – lógicos de la formación de conceptos y los pasos metodológicos de la alternativa # 1 1.2. Ejemplificar con un concepto de la Unidad “ El mundo de las figuras Planas” 1.3. Planificar impulsos y ayudas para guiar la actividad de los alumnos
2	2.1. Explicar el fundamento lógico – psicológico y los pasos metodológicos de la alternativa # 2 2.2. Ejemplificar con un concepto de la Unidad “ El mundo de las figuras Planas” 2.3. Planificar impulsos y ayudas para guiar la actividad de los alumnos
3	3.1. Explicar el fundamento lógico – psicológico y los pasos metodológicos de la alternativa # 3 3.2. Ejemplificar con un concepto de la Unidad “ El mundo de las figuras Planas” 3.3. Planificar impulsos y ayudas para guiar la actividad de los alumnos
4	Actividad práctica # 1: Planificar el proceso de formación de los conceptos geométricos incluidos en el programa del 7mo grado
5	Actividad práctica # 2: Planificar el proceso de formación de los conceptos geométricos incluidos en el programa del 7mo grado

6	Actividad práctica # 3: Planificar el proceso de formación de los conceptos geométricos incluidos en el programa del 7mo grado
ALTERNATIVAS PARA LA FIJACIÓN DE CONCEPTOS	
1	1.1. Explicar el fundamento lógico – psicológico y los pasos metodológicos de la alternativa # 1 1.2. Ejemplificar con un concepto de la Unidad “ El mundo de las figuras Planas” 1.3. Planificar impulsos y ayudas para guiar la actividad de los alumnos
2	2.1. Explicar el fundamento lógico – psicológico y los pasos metodológicos de la alternativa # 2 2.2. Ejemplificar con un concepto de la Unidad “ El mundo de las figuras Planas” 2.3. Planificar impulsos y ayudas para guiar la actividad de los alumnos
3	3.1. Explicar el fundamento lógico – psicológico y los pasos metodológicos de la alternativa # 3 3.2. Ejemplificar con un concepto de la Unidad “ El mundo de las figuras Planas” 3.3. Planificar impulsos y ayudas para guiar la actividad de los alumnos
4	Actividad práctica # 1: Planificar el proceso de fijación de los conceptos geométricos incluidos en el programa del 7mo grado utilizando las diferentes alternativas diseñadas.
5	Actividad práctica # 2: Planificar el proceso de fijación de los conceptos geométricos incluidos en el programa del 7mo grado utilizando las diferentes alternativas diseñadas.

Una vez finalizado el cuasi experimento se aplicó la prueba pedagógica final (anexo # 5), la cual estuvo conformada a su vez por tres ítems, el primero, para verificar los conocimientos de los profesores acerca de los fundamentos científico

– lógicos de la formación de conceptos, el segundo para verificar los conocimientos sobre la planificación del proceso de formación de un concepto y, el tercero, para comprobar los conocimientos teóricos y prácticos relacionados con la planificación del proceso de fijación.

Los resultados de esta prueba pedagógica (anexo # 6) indican que hubo un salto cualitativo en el nivel de conocimientos de los profesores en lo que respecta a al dominio de los fundamentos científico –lógicos relacionados con la formación de conceptos y en la planificación de los procesos de formación y de fijación.

De los 24 docentes con los que se realizó el cuasi – experimento, 20, es decir, el 83% lograron identificar correctamente el concepto genérico (superior) y el 75% logró identificar las características esenciales y consecuentemente definir sin dificultades el concepto.

De igual manera 22 de los docentes, que representan el 92% lograron planificar adecuadamente los procesos de formación y fijación del concepto “cuadrado”

Es de destacar las definiciones que se enunciaron como resultado de la utilización de la alternativa dirigida a la profundización del concepto (definición innovadora) y que se ofrecen a continuación:

Cuadrado: El cuadrado es un rectángulo que tiene todos sus lados iguales.

Cuadrado: El cuadrado es un rombo que tiene todos sus ángulos rectos (iguales).

Cuadrado: Es un paralelogramo que tiene al menos un ángulo recto y todos sus lados iguales.

Cuadrado: Es un paralelogramo que tiene al menos un par de lados consecutivos perpendiculares y de igual longitud.

Nótese que en las dos primeras definiciones se cambia el concepto genérico que aparece en la definición que está en libro de texto del grado, mientras que en las dos últimas se mantiene el mismo concepto genérico, pero se cambia el definiens- expresión mediante la cual se define el concepto.

Los resultados comparativos (anexo # 7) entre la prueba pedagógica inicial y la final permiten apreciar el salto positivo que se produjo como resultado del cuasi – experimento. La mediana se trasladó de 2 a 5, es decir, más del 50% de los que participaron en la experiencia alcanzó calificaciones de excelentes y la moda se

trasladó de 2 a 5, es decir, la nota que predomina es “excelente”. Estos resultados corroboran la hipótesis asumida en este cuasi – experimento.

Conclusiones

Como resultado de la investigación realizada se arriba a las siguientes conclusiones de carácter generalizador:

1. La Geometría es una de las ramas o disciplinas de la Matemática escolar que contribuye de manera decisiva al desarrollo del pensamiento del estudiante y una de las actividades que más incide en ese desarrollo del intelecto es la formación y asimilación de los conceptos geométricos.
2. Los enfoques o modelos pedagógicos que tradicionalmente se han utilizado en el mundo para la enseñanza de la Geometría y en particular para la formación de conceptos geométricos, independientemente del fundamento filosófico o psicológico que los sustentan, ofrecen importantes indicaciones y observaciones que es necesario tener en cuenta para estructurar metodológicamente los procesos de formación y fijación de nuevos conceptos geométricos, que a su vez pueden ser integrados a las concepciones filosóficas y pedagógicas que sustentan la enseñanza de la Matemática en la escuela cubana en cualquier nivel educacional.
3. Cualquier alternativa didáctica o metodológica que se diseñe para propiciar una correcta formación y fijación de los conceptos geométricos que se estudian en la carrera de formación de Profesores Generales Integrales de Secundaria Básica debe corresponderse con los fundamentos psicopedagógicos de las transformaciones que actualmente se realizan en este nivel educacional, específicamente, el enfoque desarrollador del proceso de enseñanza – aprendizaje, las exigencias de la enseñanza desarrolladora de las ciencias y el enfoque metodológico general de la asignatura Matemática en el nivel.
4. En la formación de profesores, al igual que en la educación secundaria se deben utilizar indistintamente las dos vías para la formación de los nuevos conceptos geométricos: la **vía concreto – práctica** y la **abstracto - lógica**. Si bien la primera permite utilizar los recursos que brinda el entorno para el desarrollo del proceso de enseñanza – aprendizaje, permitiendo que el alumno pueda apreciar las amplias posibilidades de aplicación de la Matemática en la vida, la

segunda propicia el desarrollo del pensamiento final. Ambas vías permiten la formación y desarrollo de los procesos implicados en el acto cognoscitivo.

5. Cualquier alternativa para la fijación de los conceptos geométricos, debe contener explícitamente la enseñanza de estrategias de aprendizaje, técnicas y procedimientos que le permitan al alumno utilizar o aplicar los conceptos asimilados a nuevas situaciones de aprendizaje.

6. Las alternativas metodológicas diseñadas para la formación y fijación de los conceptos geométricos que se estudian en el séptimo grado de la Educación Secundaria propician la elevación del nivel de conocimientos del los Profesores Generales Integrales en lo que respecta al tratamiento metodológico de esta situación típica de la enseñanza de la Matemática en la escuela, lo cual quedó corroborado en esta investigación.

Recomendaciones

Del análisis de los logros e insatisfacciones del autor, realizados a partir del desarrollo de esta investigación, se considera oportuno ofrecer las siguientes recomendaciones:

1. Divulgar los resultados de esta investigación en el resto de los municipios de la provincia con el objetivo de elevar la preparación de los Profesores Generales Integrales- en formación y los ya graduados- en lo que respecta al tratamiento metodológico de los conceptos y definiciones en la enseñanza de la Geometría.
2. Sugerir, como parte del proceso de validación de la disciplina Matemática para la Secundaria Básica y su Metodología, que se incluyan los resultados de esta investigación como parte del contenido de la disciplina.
3. Enrumbar las investigaciones futuras en lo que se refiere a las estrategias de aprendizaje que permitan la formación de nuevos conceptos geométricos, así como la definición creativa o innovadora de conceptos, para dar respuesta a las exigencias del aprendizaje desarrollador de la Matemática.

Bibliografía

- Alternativas Metodológicas para la formación y asimilación de conceptos geométricos en la Geometría Plana.-/Alejandro Díaz Cabrera, Eloy Arteaga Valdés, Fadaray García Lima, Jorge L. del Sol Martínez, Nardo Diez Mollineda. 2009.- <http://www.monografias.com/>.
- BARCIA MARTÍNEZ, ROBERT. La preparación geométrica de los estudiantes de la Licenciatura en Educación Primaria/ Robert Barcia Martínez. - - 158h. - - Tesis de Grado (Doctor en Ciencias pedagógicas).- - Instituto Central de Ciencias Pedagógicas; La Habana, 2000.
-
- Tratamiento de la Geometría en la Escuela Primaria cubana / Robert Barcia Martínez. - - La Habana: Pedagogía 2003, 20h.
- BERMÚDEZ MORRIS, RAQUEL y PÉREZ MARTÍN, LORENZO M. Aprendizaje formativo y crecimiento personal (provisional). La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2004.-p.48-63.
- BISHOP, A. J. Review of Research on Visualization in Mathematics Education. Focus on Learning Problems in Mathematics, 1989.- 11(1), pp. 7-16.
- BIBILONI, LLUIS. Formacion matematica y didactica del profesor de Educacion Secundaria, 2006 <http://www.cimm.ucr.ac.cr/formaciondeeducadores/>.
- BRAGA, GLORIA MARÍA. Apuntes para la enseñanza de la Geometría <http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar2008/educontinua/mate/orden/mate5f.htm>.
- BURGER, W.F. y SHAUGHNESSY, J.M. Characterizing the Van Hiele Levels of Development in Geometry. Journal for Research in Mathematics Education, 1986.- 17(1), pp. 31-48.
- CABELLO SANTOS, GABY LILI. La enseñanza de la geometría aplicando los modelos de recreación y reflexión a través de la funcionalidad de materiales educativos 2006. - <http://www.cientec.or.cr/matematica/pdf/P-Gaby-Cabello.pdf>.
- CABRERA BON, MARIBEL. Propuesta de actividades para desarrollar habilidades geométricas en los escolares de primer grado. / Maribel Cabrera Bon. - -

- Trabajo de Diploma (Lic en Educación Primaria). - - Instituto Superior Pedagógico, Cienfuegos, 2001. - - 57 p.
- COLECTIVO DE AUTORES. Pedagogía. Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 1984.
- Compendio de Pedagogía. --La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2003. -- 354p.
- CHARLES, R.I. Some Guidelines for Teaching Geometry Concepts. *Arithmetic Teacher*, 27(8), 1980. - pp. 18-20.
- CLEMENTS, D.H. y BATTISTA, M.T. Geometry and Spatial Reasoning, en Grouws, D. A. (ed.) (1992). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*.- Nueva York: MacMillan, 1992.- pp. 420-464.
- DANILOV, M. A. Didáctica de la Escuela Media / M. A. Danilov, M. N. Skatkin. – La Habana: Editorial Libros para la Educación, 1978.- 366p.
- DE GUZMÁN, MIGUEL. Tendencias internacionales actuales en la enseñanza de la Matemática.-- p. 19 – 26.--En *Revista de Ciencias de la Educación*.-- No.21.- - La Habana, ene.- dic, 1989.
- DREYFUS, T. On the Status of Visual Reasoning in Mathematics and Mathematics Education, en Furinghetti, F. (ed.) (1991). *Proceedings of the 15th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, pp. 33-48. Italia: Asís.
- EDGARDO BIANCHI, ARIEL . *Del Aprendizaje a la Creatividad*. – Buenos Aires: Ediciones Braga, S.A. , 1990. - 279p.
- FREUDENTHAL, H. *Geometry Between the Devil and the Deep Sea*. *Educational Studies in Mathematics*, 1971.-3(2/4), pp. 413-435.
- _____. *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Reidel. 1973
- GUÉTMANOVA, A; PANOV, M; PETROV, V. *Lógica: en forma simple sobre lo complejo (Diccionario)*.-Moscú: Editorial Progreso, 1991.-304p.
- GUILLÉN, G. Identification of Van Hiele Levels of Reasoning in Three-Dimensional Geometry, en Puig, 1996.

- _____. El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos. Observación de procesos de aprendizaje. Tesis doctoral. València: Universitat de València, 1997.
- GUTIÉRREZ, A. A model of test design to asses the Van Hiele levels. Proceeding of 18 PME Conference, vol. 3, Canadá, 1994.
- GUTIÉRREZ, ÁNGEL Y JAIME, ADELA. Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de magisterio.- España, Valencia, 2008-60h.
- Hacia una concepción del aprendizaje desarrollador. Colección Proyectos. Colectivo de autores.- p 35.
- HERSHKOWITZ, R. Psychological Aspects of Learning Geometry, en Nesher, P. y Kilpatrick, J. (eds.), 1990.
- HERSHKOWITZ, R., BRUCKHEIMER, M. y VINNER, S. Activities with Teachers Based on Cognitive Research, en NCTM, 1987: Learning and Teaching Geometry, K-12., 1987 Yearbook, pp. 222-235. Reston-VA: NCTM.
- HOFFER, A. Mathematics Resource Project: Geometry and Visualization. Palo Alto (Estados Unidos): Creative Publications, 1978.
- KILPATRICK, JEREMEY. Educación Matemática e Investigación, Luis Rico, Modesto Sierra. – Madrid: Ed. Síntesis, S.A, 1994. -- 203p.
- LABORDE, C. Cabri-Geómetra o una nueva relación con la geometría, en Puig, L. y Calderón, J. (eds.), 1996. Investigación y didáctica de las matemáticas, pp. 67-85. Madrid: CIDE.
- La enseñanza de la geometría de sólidos en la E.G.B. Memoria final del proyecto de investigación. Gregoria Guillén Soler, Angel Gutiérrez Rodríguez, Adela Jaime Pastor, María Cáceres Sansaloni.-Valencia, 1992.-223h.
- LIST. G. Lógica Matemática, Teoría de Conjuntos y Dominios Numéricos: primera parte/ G. List...| et. Al|. - - La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1977.
- LÓPEZ PÉREZ, ABEL. Tratamiento de los polígonos en las escuelas primarias del municipio de Abreus/ Abel López Pérez López, Milays Prado Pérez; Robert Barcia Martínez. - -63h. - - Trabajo de Diploma (FMP) . - - Universidad, Cienfuegos. - - 1998.

- Matemática séptimo grado. Colectivo de Autores,- La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1989.
- Metodología de la Enseñanza de la Matemática: 10 a 40 tercera parte/ Ostr E Geissler... | et. Al.]. - - La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1986.- - 193p.
- Metodología de la enseñanza de la Matemática 1/ Sergio Ballester Pedroso... [et. al.].- - La Habana: Ed, Pueblo y Educación, 1992. - - 459p.
- Metodología de la investigación educacional / Gastón Pérez Rodríguez...[et. al.]. - - La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1996. - - 139p.
- Modelo de Secundaria Básica. Colectivo de Autores. Editorial: Molinos Trade, S.A., 2007.- 93p.
- MORALES, N. Los cuerpos geométricos y el desarrollo del pensamiento espacial en el primer ciclo de la escuela primaria / Naisy Morales Villaveirán. - -48 h. - - Trabajo de Diploma - -Instituto Superior Pedagógico, Cienfuegos, 2002.
- NOCEDO DE LEÓN, IRMA. Metodología de la investigación pedagógica y psicológica Tomo I y II. / Irma Nocedo De León, Eddy, Abreus Guerra. - - La Habana: Editorial: Pueblo y Educación, 1999.
- Pedagogía. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1981.390p.
- Pedagogía/ G. Neuner y otros. La Habana: Editorial Libros para la Educación, 1978. – 476p.
- PETROVSKI, A. V. Psicología Evolutiva y Pedagógica. – Moscú: Editorial progreso, 1980. - 352p.
- Primer Congreso del Partido Comunista de Cuba. Editado por el Departamento de Orientación Revolucionaria del Comité Central del Partido Comunista de Cuba. La Habana, 1975- - 248p, III El.
- PROENZA GARRIDO, Y. La Geometría: una alternativa para su aprendizaje. En Actos del Congreso Internacional de Matemática y Computación, Cienfuegos, 1999.
- _____. La Geometría hoy en la escuela primaria. Memorias del Encuentro internacional Dulce María Escalona. La Habana, 1998.
- _____. El desarrollo del pensamiento geométrico en el escolar primarios a través de los contenidos geométricos. En: Actas del Evento

- Internacional COMPUMAT. Universidad Cuenca del Plata - ISP "Blas Roca Calderío". Manzanillo. Cuba, 2000.
- _____. Los contenidos geométricos: potencialidades en la escuela primaria. En: Revista Holguín electrónica.CITMA. Cuba, 2001.
- _____. Nuevo enfoque de la enseñanza aprendizaje de los contenidos geométricos en la escuela primaria. En: Revista Holguín electrónica. CITMA.Cuba, 2001.
- _____. Pensamiento geométrico o espacial ¿moda o necesidad? En: Revista Holguín electrónica. CITMA. Cuba, 2001.
- PROENZA GARRIDO, YOLANDA y LEYVA LEYVA. LUIS MANUEL. Desarrollo histórico de la Geometría. <http://www.revistaciencias.com/> , 2005.
- Programa de Matemática séptimo grado. Colectivo de Autores.- La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2003.
- RICO, PILAR Y MARGARITA SILVESTRE. El proceso de enseñanza-aprendizaje. ICCP, La Habana, 1997.
- _____. La Actividad Docente. Algunas Consideraciones. – pp. 56 – 62. - En Revista Educación (La Habana). - No. 58, jul.- sept. 1985.
- _____. Reflexión y Aprendizaje en el Aula. – La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1996. - 52p.
- RICO ROMERO, LUIS. Bases Teóricas del currículo de Matemática en Educación Secundaria. – Madrid: Ed. Síntesis, S. A, 1997, 447p.
- SABINA FUENTE, MAYRA. Necesidades de Superación de los Maestros en el Tratamiento de la Geometría en el Primer ciclo / Mayra Sabina Fuentes, Carmen M. Varela Ávila; Robert Barcia Martínez. - - 74h. - - Trabajo de Diploma (F.MP). - - Universidad, Cienfuegos, 1996.
- Sanz Lerma, Inés. El mundo de las cajas 2001.- <http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-573/es/contenidos/informacion/>
- GÓMEZ, ADRIANA DELIA. Teorías del aprendizaje, ¿Cómo se adquieren los conceptos? , 2007.- <http://www.monografias.com/trabajos5/teap/teap.shtml>.

- SIERRA SALCEDO, REGLA A. Modelación y estrategias. Algunas consideraciones desde una perspectiva pedagógica.- En Compendio de Pedagogía. --La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2003. --p.311-328.
- TALÍZINA, N. F. Conferencias sobre los Fundamentos de la Educación Superior. La Habana: DEPES, 1985.- - p 90.
- TEMALIA. Las matemáticas y el desarrollo del pensamiento lógico. <http://www.geocities.com/aulavy>. 2002.
- TURÉGANO, PILAR. Una interpretación de la formación de conceptos y su aplicación en el aula.- Plaza Universidad, 3 – 02071, Albacete, 2006.
- _____. Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de van Hiele, en Llinares, S.; Sánchez, M.V. (eds.), 1990, Teoría y práctica en educación matemática(Alfar, Sevilla).- pp. 295-384.
- YERUSHALMY, M. Group for the psychology of Mathematic Education. <http://www.member.tripod.com>. 2001.
- ZORZOLI, GUSTAVO (2002): La enseñanza de la Geometría. <http://www.geocities.com/aulavy>. 2002.
- MESQUITA, A.L.The Types of Apprehension in Spatial Geometry: Sketch of a Research, Structural Topology, 1998.-18, pp. 19-30.
- HERSHKOWITZ, R. Visualization in geometry - two sides of the coin, Focus on Learning Problems in Mathematics, 1989.- vol. 11, n° 1, pp. 61-76.
- _____. Psychological aspects of learning geometry, en Nesher, P.; Kilpatrick, J. (eds.), 1990, Mathematics and cognition (Cambridge U.P., Cambridge, G.B.), pp. 70-95.
- JAIME, A.; CHAPA, F.; GUTIÉRREZ, A. Definiciones de triángulos y cuadriláteros: Errores e inconsistencias en libros de texto de E.G.B,1992.- Epsilon n° 23, pp. 49-62.
- JAIME, A.; GUTIÉRREZ, A. Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de van Hiele, en Llinares, S.; Sánchez, M.V. (eds.), 1990, Teoría y práctica en educación matemática (Alfar, Sevilla), pp. 295-384.

- SKEMP, R.R. Psicología del aprendizaje de las matemáticas. Morata: Madrid, 1980.
- VINNER, S. Concept definition, concept image and the notion of function, 1983, International Journal of Mathematical Education in Science and Technology vol. 14, pp. 293-305.
- _____. The role of definitions in the teaching and learning of mathematics, en Tall, D. (ed.), 1991, Advanced mathematical thinking (Kluwer, Dordrecht, Holanda), pp. 65-81.
- VINNER, S. HERSHKOWITZ, R. On concept formation in geometry, 1983, Zentralblatt für Didaktik der Mathematik vol. 83, n° 1, pp. 20-25.
- ZILBERSTEIN, JOSÉ Y MARGARITA SILVESTRE. Una didáctica para una enseñanza y un aprendizaje desarrollador. ICCP, La Habana, 1997.

Anexos

Anexo # 1: Encuesta a profesores generales integrales de secundaria básica sobre la formación y fijación de conceptos

Objetivo: Comprobar si los profesores dominan las vías para definir un concepto, así como conocer las actividades que realizan en sus aulas para fijar un concepto

1. Domina usted los pasos metodológicos para la formación de un concepto utilizando las vías inductiva y deductiva.

SI _____ NO _____

2. A continuación se da una relación de pasos metodológicos que usted debe observar al definir un concepto: Indica con una (I) o con una (D) los que correspondan a las vías inductiva y deductiva respectivamente.

a) ____ Ofrecer una definición del concepto indicando sus características esenciales.

b) ____ Enumerar representantes del concepto.

c) ____ Determinar las características comunes y no comunes de la clase de objetos en cuestión.

d) ____ Expresar la definición del concepto con sus propias palabras.

e) ____ Construir un representante del concepto a definir.

f) ____ Determinar las característica esenciales del concepto.

g) ____ Buscar un concepto genérico pertinente.

h) ____ Describir el concepto a través de sus características.

3. Refiérase a las actividades que usted frecuentemente le orienta a sus alumnos para fijar o asimilar un concepto ya estudiado.

4. Las actividades que usted orienta a sus alumnos para la fijación de conceptos:

a) ____ Las tomo de los videos clases de ejercitación.

b) ____ Las selecciono del libro de texto.

c) ____Las elaboro tomando en cuenta las actividades dirigidas a la fijación de conceptos.

Anexo # 2: Entrevista a profesores de las sedes

Objetivo: Conocer las opiniones y valoraciones de los profesores que habitualmente imparten clases en las Sedes Pedagógicas acerca del tratamiento de conceptos en la carrera y de las deficiencias que tienen los estudiantes en este contenido.

1. ¿Domina usted el programa de la disciplina Matemática para la carrera Profesor General Integral de Secundaria Básica?
2. ¿Considera usted que es suficiente el tiempo dedicado para el tratamiento metodológico de conceptos y definiciones matemáticas?
3. ¿Se continúa profundizando en este tema en las preparaciones metodológicas que el profesor realiza en la escuela, con el rigor que esto exige?
4. ¿Considera usted que los profesores dominan lo relacionado con los fundamentos científico – lógicos relacionados con la formación de conceptos y las vías para la formación y fijación de un concepto?

Anexo # 3: Prueba Pedagógica inicial

Objetivo: Verificar si los profesores pueden aplicar lo aprendido para definir un concepto y si dominan la vía utilizada para definirlos con sus correspondientes pasos metodológicos.

Definición del concepto “automóvil”

I.- Se le presentan a los profesores láminas donde aparece varios automóviles

Actividades:

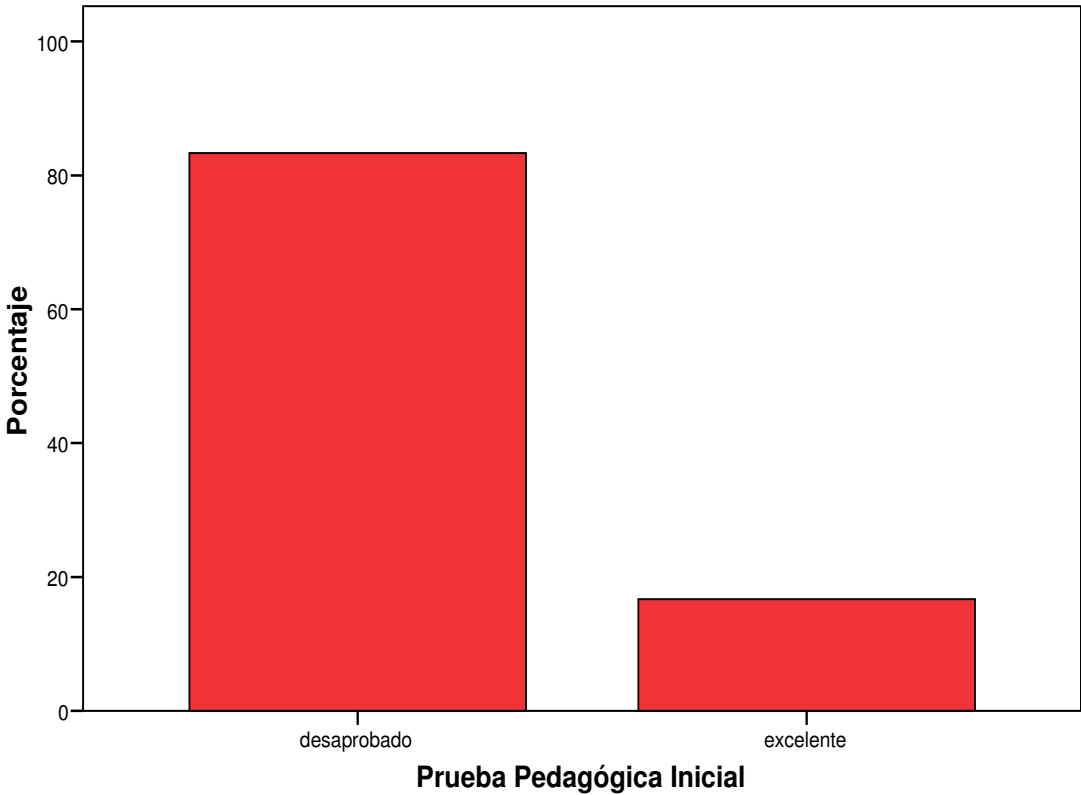
1. ¿Cuál de los conceptos que damos a continuación usted escogería para definir el concepto “automóvil”
a) ___ artefacto b) ___ objeto c) ___ vehículo d) ___ máquina
2. Diga en qué se diferencian de otros (artefactos, objetos, vehículos, máquinas).
3. Defina el concepto “automóvil”
- 4.- Diga la vía (método) utilizado aquí para definir este concepto
- 5.- Si usted desearía que sus alumnos definieran este concepto. ¿Qué actividades les orientaría?

Anexo # 4: Resultados de la prueba pedagógica inicial

Prueba Pedagógica Inicial

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	desaprobado	20	83.3	83.3	83.3
	excelente	4	16.7	16.7	100.0
	Total	24	100.0	100.0	

Prueba Pedagógica Inicial



Anexo # 5: Prueba pedagógica final

Objetivo: Comprobar si los profesores son capaces de aplicar lo aprendido durante el cuasi experimento para definir un concepto y planificar los procesos de formación y fijación de un concepto utilizando las alternativas estudiadas.

1. En el séptimo grado se estudia el concepto “trapezio”

1.1. Cuál de los conceptos que te ofrecemos a continuación usted escogería como concepto genérico para definir este concepto:

a) ___ Rectángulo b) ___ Polígono c) ___ Paralelogramo d) ___
Cuadrilátero convexo

1.2. Diga cuáles es o son las diferencias que constituyen el tipo

1.3. Defina el concepto

2. Escoja una de las alternativas estudiadas para formar un concepto y planifique el proceso de formación del concepto cuadrado en el aula.

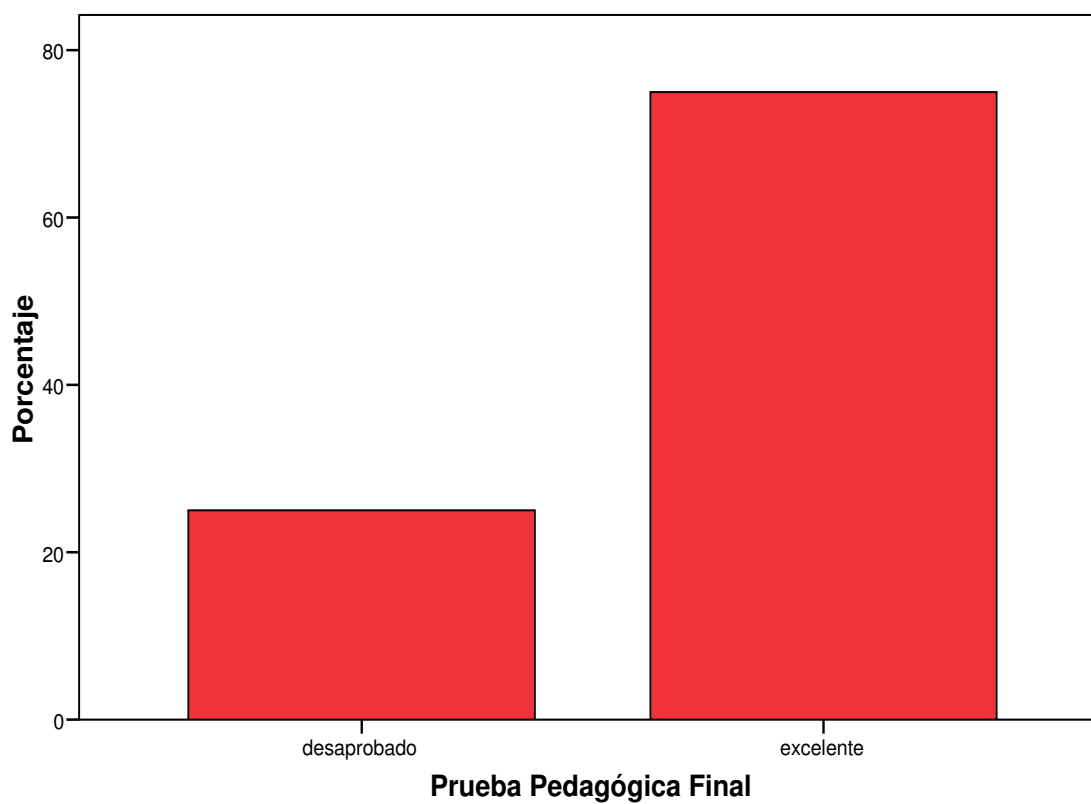
3. Proponga actividades para la fijación de este concepto teniendo en cuenta las diferentes alternativas estudiadas (al menos una por cada alternativa)

Anexo # 6: Resultados de la prueba pedagógica final

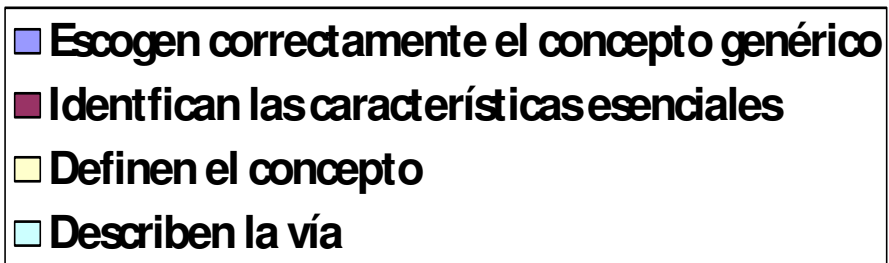
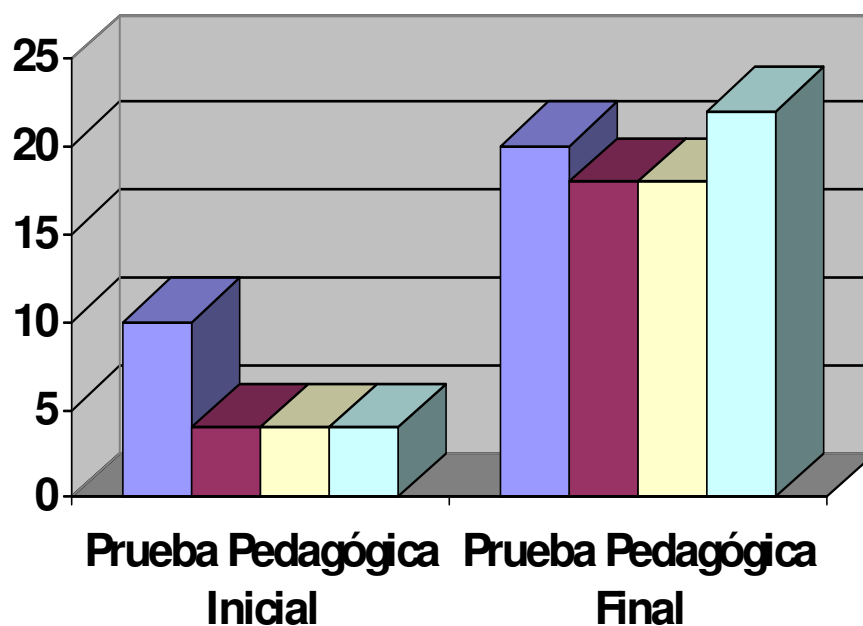
Prueba Pedagógica Final

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	desaprobado	6	25.0	25.0	25.0
	excelente	18	75.0	75.0	100.0
	Total	24	100.0	100.0	

Prueba Pedagógica Final



Anexo # 7: Resultados comparativos de las pruebas pedagógicas inicial y final



		Prueba Pedagógica Inicial	Prueba Pedagógica Final
N	Válidos	24	24
	Perdidos	0	0
Mediana		2.00	5.00
Moda		2	5