

**UNIVERSIDAD DE
CIENCIAS PEDAGÓGICAS**

**“Conrado Benítez García”
Cienfuegos
Sede Universitaria Pedagógica
Municipal
Aguada de Pasajeros**

*Propuesta de ejercicios para el desarrollo de
habilidades de cálculo en la multiplicación y
división de fracciones comunes en los escolares
de sexto grado.*



*Tesis en opción al título académico de Master
en Ciencias de la Educación. Mención
Primaria. 1ra Edición.*

Autora: Lic. Reina Luisa Vives Chaviano.

*Cienfuegos 2010
“Año 52 de la Revolución”*

Síntesis

La división de fracciones comunes además de su importancia dentro de la propia Matemática y para la ciencia en general tiene un valor educativo, ya que mediante ella se pueden profundizar los conocimientos sobre algunas esferas de la sociedad, consolidando y desarrollando convicciones y actitudes respecto a la participación activa de la vida práctica. Esta investigación fundamenta la elaboración de una propuesta de ejercicios para contribuir al desarrollo de habilidades en la multiplicación y división de fracciones comunes sustentada en los significados prácticos teniendo en cuenta la simplificación, las cuales ayudará a fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje en la asignatura Matemática, partiendo de un diagnóstico fino e integral de los alumnos. Para el desarrollo de la investigación se utilizaron diferentes métodos, entre los que se destacan del nivel teórico: el analítico y sintético, inducción-deducción, del nivel empírico: la entrevista, la observación participativa y análisis de documentos y el nivel matemático. Entre los avances que se quieren alcanzar se puede destacar la preparación de los alumnos para ejecutar diferentes funciones que se llevan a cabo en el seno de la sociedad.

Introducción.....	1
Capítulo I Fundamentación teórica conceptual sobre el desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes.....	9
1.1 El proceso de enseñanza- aprendizaje en la escuela primaria.....	9
1. 2 La Matemática en la escuela primaria.....	12
1.3 Desarrollo de habilidades. Habilidades Matemáticas. Habilidades de cálculo.....	15
1.4 El trabajo con la multiplicación y división de fracciones comunes...	22
Capítulo II Elaboración, presentación y validación de la propuesta de ejercicios	29
2.1 Caracterización psicopedagógica del escolar de sexto grado.....	29
2.2 Fundamentos en que sustenta la propuesta de ejercicios.....	30
2.3 Propuesta de ejercicios para el desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes.....	40
2.4 Implementación y validación de la propuesta de ejercicios.....	60
Conclusiones.....	73
Recomendaciones.....	74
Referencias.....	75
Bibliografía.....	76
Anexos	

Introducción

Cuba está en el mundo. Recibe sus efectos y contradicciones que, por supuesto, la afecta, pero su forma de reaccionar es peculiar, parte de una filosofía diferente a la que impera en otros países, también afectados por las condiciones históricas imperantes. Resulta evidente, que las contradicciones internas de clase, la lucha por un nuevo régimen social, nos obliga a profundizar en el Socialismo como única y verdadera opción para moralizar las relaciones sociales.

La Revolución Socialista es un hecho histórico profundo que ofrece oportunidades de poseer maneras de pensar diferentes, más humanistas, basados en un diseño social tanto en el plano teórico como práctico. Forma hombres en los más altos valores humanos de igualdad, equidad, democracia, soberanía nacional y solidaridad.

Para cumplir con lo anterior la Educación Primaria asume un extraordinario reto: la preparación de las nuevas generaciones para que puedan vivir en un mundo en el que los conocimientos científicos evolucionan con rapidez. Su objetivo ineludible es formar en ellos cualidades del pensamiento y de la personalidad que los dote de las herramientas necesarias para participar creativamente en la construcción de una sociedad cada día más culta y más justa.

La realidad demanda que se instaure un nuevo modelo, que conduzca al enriquecimiento de los procesos educativos que se desarrollan en la escuela primaria. Resulta necesario entre las aspiraciones de la educación formar el modelo de hombre en una posición activa, regulada, reflexiva y participativa, en una adecuada formación de valores y convicciones que propicien de esta forma al cumplimiento íntegro de las palabras de nuestro Comandante en Jefe el 28 de septiembre del 2000 cuando expresó:

“Vamos a desarrollar un socialismo mucho más justo; vamos a garantizar las posibilidades de que todos los niños que nazcan en este país , cualquiera que sea el nivel cultural del núcleo familiar, el lugar donde viva, la marginalidad que padezca, tengan todos, absolutamente las mismas posibilidades”(2)

En la Educación Primaria, desde los primeros grados se garantiza la formación integral de la personalidad del escolar, se fomenta la interiorización de

conocimientos y orientaciones valorativas que se reflejen gradualmente en sus sentimientos, formas de pensar y comportamiento acorde con el sistema de valores de la Revolución Socialista.

Para el logro de este fin se debe tener en cuenta la caracterización psicopedagógica de cada niño y niña a partir del diagnóstico integral. El docente debe conocer a sus alumnos, identificar las necesidades, potencialidades y riesgos para instrumentar la debida ayuda en el plano individual y grupal, sobre la base de factores fisiológicos, psicológicos y sociológicos que se presentan en el contexto social.

Es necesario precisar que la política educacional en Cuba se rige por principios como la atención diferenciada, integración del escolar, que tiene en cuenta el contexto sociocultural en que se desarrollan los escolares, producto de la interacción de los factores internos y externos de la escuela.

En la enseñanza primaria la asignatura Matemática tiene una elevada formación general con carácter científico y partidista, donde se amplía la formación matemática que depende en gran medida el cumplimiento de las tareas de la ciencia y la técnica.

En ella la instrucción - educación se planifica sobre la base de conocimientos más modernos de esta ciencia, el desarrollo de habilidades y capacidades de los alumnos se amplía de manera que se promueva un grado de abstracción más elevado, donde obliga al alumno a realizar una actividad mental rigurosa. La adquisición de un conocimiento, el desarrollo de una habilidad, se estructuran generalmente a partir de antecedentes ya conocidos, por lo que el conocimiento del nivel logrado respecto a estos antecedentes en cada alumno se convierte en un indicador necesario para la concepción del proceso.

Como parte de este proceso, su enseñanza en la escuela transcurre unido al aprendizaje y fundamentada en tres elementos básicos:

- El reconocido valor de los elementos Matemáticos para la solución de los problemas que nuestro pueblo debe enfrentar en la edificación de la sociedad socialista.
- Las potencialidades que radican en el aprendizaje de la Matemática para contribuir al desarrollo del pensamiento.

- La contribución que puede prestar la Matemática al desarrollo de la conciencia y la educación de las nuevas generaciones.

La Matemática contribuye al dominio numérico de los números naturales, se sistematiza el cálculo en este dominio y se introduce definiciones muy sencillas sobre la base de expresar las propiedades que caracterizan los conceptos que se estudian.

Es necesario que en las clases que se imparten en esta asignatura con respecto al tratamiento de las operaciones de cálculo con números naturales deben tener en cuenta las condiciones previas que hay que garantizar en relación con los conocimientos, habilidades y capacidades que los escolares deben poseer. Entre ellas podemos mencionar:

- Significado práctico de la operación.
- Desarrollo de habilidades de cálculo con los ejercicios básicos de las cuatro operaciones fundamentales.
- Dominio del principio fundamental del sistema de posición decimal.
- Desarrollo de habilidades en la lectura y escritura de números, así como el valor posicional de las cifras.
- Conocimientos de los conceptos.
- Desarrollo de habilidades de ubicación de los números en la tabla de posiciones.
- Reconocimientos de los términos de las operaciones.

En la aplicación de los algoritmos para calcular, aún se presentan dificultades. Es de suma importancia tener presente la relación que hay que establecer con los conocimientos, las habilidades adquiridas en el trabajo con los números, su estructura y formación, para la comprensión de los procedimientos de cálculo.

El logro exitoso de este propósito está íntimamente relacionado con la formación y desarrollo de habilidades de estimación y determinación de resultados del cálculo aritmético. El desarrollo de habilidades de cálculo recibe influencia en el cumplimiento de estos objetivos, ya que facilita el trabajo con números grandes.

De igual forma en las Orientaciones Metodológicas se dan explicaciones y sugerencias sobre el tratamiento metodológico de las habilidades de cálculo,

qué medios de enseñanza se pueden utilizar y los ejercicios que se proponen para el desarrollo de habilidades matemáticas.

En la vida cotidiana el escolar se enfrenta a situaciones que no puede resolver operando con números naturales y son solubles en la práctica, en este caso nos referimos al cálculo con fracciones, de gran importancia para el nivel superior.

De ahí que el tratamiento de los números fraccionarios exige del docente un dominio amplio, profundo y actualizado de los contenidos con que se van a relacionar y de las vías, procedimientos, métodos para su solución. El mayor tiempo de la enseñanza de la Matemática se dedica a la resolución de ejercicios, que deben ser utilizados como medio de desarrollo matemático general del alumno.

Lo expresado en los documentos rectores, Programas, Orientaciones Metodológicas, Seminarios, Textos de Metodología de La Matemática, Indicaciones a maestros de primaria para lograr habilidades de cálculo, curso 1986- 1987 , comprobaciones aplicadas y operativos, corrobora la necesidad de perfeccionar el trabajo en función al desarrollo de habilidades de cálculo, cuestión que no se ha logrado cumplir con efectividad en los escolares de sexto grado de la primaria” Arturo Almeida González”, ya que los ejercicios del Libro de texto y Software educativo a pesar de ser suficientes, no son variados en su presentación, generalmente son reproductivos, carecen de distractores y en el trabajo con la simplificación como exigencia en el cálculo, faltó la sistematización de esta habilidad por grado de complejidad.

La autora de la investigación le resultó de interés conocer el estado inicial del aprendizaje que poseían los alumnos del grupo de sexto grado B, con el objetivo de tener un diagnóstico fino, donde comprobó que al trabajar el cálculo de adición y sustracción de fracciones comunes los alumnos en quinto grado presentaron deficiencias en la simplificación, contenido que no se pudo sistematizar teniendo en cuenta el grado de complejidad por dificultades, lo cual constituye una problemática al iniciar el cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes.

Se aplicó un grupo de instrumentos como: análisis de documentos (Revisión del libro de texto y software educativos “ El país de los números” y Problemas Matemático II (Anexo1), se pudo constatar que los ejercicios relacionados con

el desarrollo de habilidades de cálculo de la multiplicación y división de fracciones comunes en el libro de texto son suficientes y en los software educativos están limitados, no se presenta variedad en la presentación de los ejercicios, carecen de distractores y no se logró desarrollar suficientemente la simplificación por dificultades.

En entrevista realizada a la jefa del segundo ciclo (Anexo 2), se constató que en el banco de problemas de la escuela se pudo apreciar que en las comprobaciones de conocimientos y operativos aplicados a los escolares de sexto grado una regularidad es el cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes, donde el elemento afectado es la simplificación.

Se aplicó una prueba inicial (Anexo 3) para determinar las dificultades detectadas en el cálculo con las operaciones de adición y sustracción, donde se pudo comprobar que el elemento más afectado fue la simplificación que arrojó un 55 % (Tabla 1).

Al realizar un estudio y análisis de los ejercicios de multiplicación y división de fracciones comunes que aparecen en el libro de texto y software educativos “El país de los números” y “Problemas matemático II”, arrojó como resultados que en el libro de texto aparecen en la multiplicación 4 ejercicios formales con 34 incisos, 4 ejercicios con texto y 11 problemas que en total serían 19. En la división aparecen 4 ejercicios formales con 28 incisos, 4 ejercicios con texto y 9 problemas, en ambos casos son suficientes para el tratamiento de los epígrafes. En el caso del software educativo aparecen 9 ejercicios de multiplicación y 5 de división. El indicador referido a la simplificación se materializa generalmente en una fracción,, no aparecen distractores, conllevando a los escolares a una memoria mecánica, no lográndose en ellos un pensamiento activo, reflexivo y regulado.

Las contradicciones y dificultades constatadas en los instrumentos anteriormente expuesto permite plantear como: **Problema científico:** ¿Cómo contribuir al desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes en los escolares de sexto grado de la ENU” Arturo Almeida González”?

Objeto de investigación: El proceso de enseñanza – aprendizaje en la asignatura Matemática en sexto grado.

Campo de investigación: El desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes en los escolares de sexto grado.

Objetivo de la investigación: Elaborar una propuesta de ejercicios para el desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones en los escolares de sexto grado.

Idea a defender: Una propuesta de ejercicios sustentada en la organización de los significados prácticos teniendo en cuenta la simplificación como una exigencia en el cálculo, contribuirá al desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes.

Tareas científicas:

1 -Sistematización de los conceptos teóricos relacionado con el proceso de enseñanza – aprendizaje de la asignatura Matemática, sexto grado; del desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes; precisiones metodológicas para el trabajo con el cálculo en la multiplicación y división de fracciones.

2--Diagnóstico y determinación de las principales regularidades relacionada con el desarrollo de habilidades de cálculo en la adición y sustracción de fracciones comunes en los escolares de sexto grado.

3-Diseño y elaboración de la propuesta de ejercicios que contribuya al desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes en los escolares de sexto grado.

4-Implementación y validación de la propuesta diseñada.

En esta investigación se emplearon métodos del nivel teórico, del nivel empírico y del nivel estadístico.

Nivel teórico:

Analítico -sintético: Se utilizó al inicio de la investigación y durante la misma con el objetivo de fundamentar durante la revisión bibliográfica toda la información recopilada sobre el trabajo que se realiza en relación al desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes. Además se procesó e interpretó los resultados obtenidos a través de la revisión de documentos relacionados con la asignatura para la búsqueda del problema como : documentos rectores, programas, orientaciones

metodológicas para determinar como incidió el tratamiento de los contenidos, así como el estudio y análisis de los ejercicios del libro de texto y software educativos “El país de los números” y Problemas matemático II” con el objetivo de valorar si contenían suficientes ejercicios para que conozcan, fijen, apliquen y desarrollen habilidades de cálculo.

Inducción- deducción: Permitió durante la revisión bibliográfica realizar inferencias y razonamientos lógicos acerca de los estudios que se han realizado sobre el desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes, además para el establecimiento de conclusiones parciales y generales de la interpretación de los datos que se obtuvo durante el desarrollo de la investigación al inicio y final.

Nivel empírico

Observación participativa o abierta: Posibilitó la observación directa por parte del maestro (observador), al involucrarse con los alumnos en la planificación del trabajo realizado en cuanto al desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes durante la etapa inicial y final y apreciar el desarrollo del proceso de enseñanza- aprendizaje de acuerdo con la propuesta elaborada y determinar el nivel de transformación de la práctica y la viabilidad de la idea a defender.

Entrevista: Permitió constatar a través del banco de problemas de la escuela que el cálculo de la multiplicación y división de fracciones comunes es una regularidad en los escolares de sexto grado, esto se pudo apreciar mediante las comprobaciones aplicadas y operativos efectuados.

Análisis de documentos: Propició la determinación de los antecedentes de la enseñanza en la multiplicación y división de fracciones en sexto grado, así como la obtención de la información que contribuyó a la visión actual del problema.

Nivel matemático y estadístico:

Análisis porcentual: Permitió procesar la información obtenida de las pruebas pedagógicas aplicadas al inicio y final de la investigación.

El aporte práctico: Lo constituye la propuesta de ejercicios dirigida al desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones a partir de los significados prácticos teniendo en cuenta la simplificación como una exigencia en el cálculo.

Para el desarrollo de esta investigación se tomó como **muestra** 20 alumnos de sexto B de la escuela primaria “Arturo Almeida González”, Consejo Popular Real Campiña, Municipio Aguada de Pasajeros.

Se escogió de forma intencional el grupo, por ser este donde el investigador realiza la práctica pedagógica, además es el grado donde se introduce el cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes, existiendo deficiencias en el desarrollo de habilidades de cálculo.

Estructura de la investigación.

La tesis consta de introducción, dos capítulos, conclusiones, recomendaciones y anexos. En el capítulo I se abordan las condiciones teóricas y conceptuales acerca del desarrollo de habilidades de cálculo. En el capítulo II se desarrolla la metodología investigativa, se presenta los fundamentos teóricos metodológicos que sustenta la propuesta de ejercicios, se analizan los resultados de los instrumentos aplicados en el diagnóstico y se exponen los resultados de la aplicación de la propuesta. La tesis se complementa con la información que brinda los anexos sobre el objeto investigado.

El análisis de la bibliografía que se conduce a determinar su actualidad y conceptualización, se centra en el análisis de autores que han brindado información acerca del estudio de la enseñanza de La Matemática.

CAPITULO I. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA CONCEPTUAL SOBRE EL DESARROLLO DE HABILIDADES DE CÁLCULO EN LA MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES COMUNES

En este capítulo se abordan los fundamentos relacionados con el aprendizaje desarrollador en la escuela primaria. La concepción que se le atribuye a la enseñanza de La Matemática en el nivel primario. Las habilidades matemáticas y de cálculo. El trabajo con la multiplicación y división de fracciones comunes en sexto grado. Su estructura interna, objetivos y contenidos, así como el tratamiento metodológico.

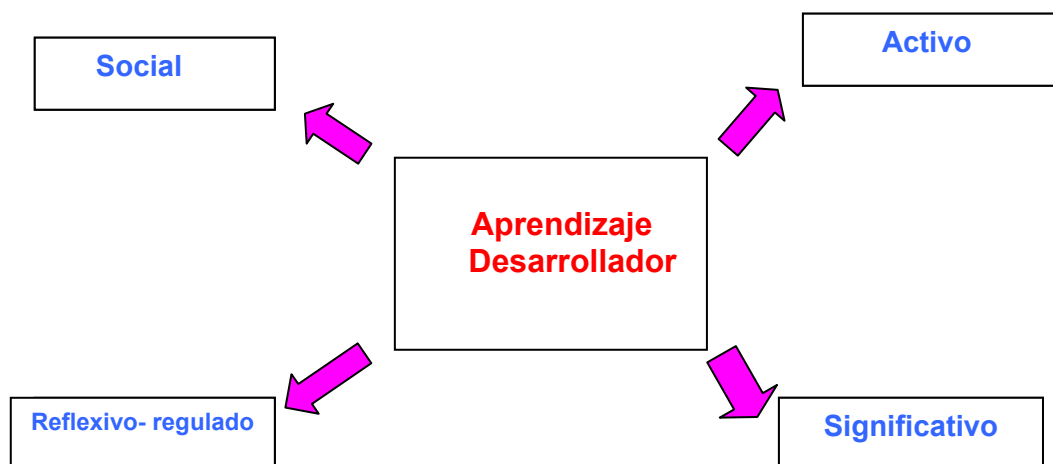
1.2 El proceso de enseñanza- aprendizaje en la escuela primaria

Como parte de la concepción desarrolladora que sirve de base al Modelo, un elemento de partida esencial en el análisis, lo constituye la consideración de la enseñanza como guía del desarrollo. Los niveles de desarrollo que alcanza el escolar estarán mediados por la actividad y la comunicación que realiza como parte de su aprendizaje, por lo que constituyen agentes mediadores entre el niño y la experiencia cultural que va a asimilar.

Para el desarrollo del trabajo, se asume como definición de aprendizaje la que ha elaborado como parte de las investigaciones seguidas en el Instituto Central de Ciencias Pedagógicas, por Rico, P (2002).

En el texto “El Modelo de la Escuela Primaria”, define que el aprendizaje: “Es el proceso de apropiación por el niño de la cultura, bajo condiciones de orientación e interacción social. Hacer suya esa cultura, requiere de un proceso activo, reflexivo, regulado, mediante el cual aprende, de forma gradual, acerca de los objetos, procedimientos, las formas de actuar, las formas de interacción social, de pensar, del contexto histórico social en el que se desarrolla y de cuyo proceso dependerá su propio desarrollo” (3).

Como parte del concepto de partida que se analiza, se destacan otros elementos esenciales que caracterizan el aprendizaje como:



En el Material Básico de la Maestría se asume que “la educación desarrolladora es la que conduce al desarrollo, va delante de él – guiando, orientando, estimulando-. Es también aquella que tiene en cuenta el desarrollo actual para ampliar continuamente los límites de la zona de desarrollo próximo y los progresivos niveles de desarrollo del sujeto. Es la que promueve y potencia aprendizajes desarrolladores.” (4)

Según el Doctor Castellano en el texto Didáctica de la Matemática refiere que “un aprendizaje desarrollador es aquel que garantiza en el individuo la apropiación activa y creadora de la cultura, propiciando el desarrollo de su autoperfeccionamiento constante, de su autonomía y autodeterminación en íntima conexión con los necesarios procesos de socialización, compromiso y responsabilidad social”.

A partir de la concepción asumida plantea que, el aprendizaje para ser desarrollador tiene que cumplir con los tres criterios básicos siguientes:

1. Promover el desarrollo integral de la personalidad del educando.
2. Propiciar el tránsito progresivo de la dependencia a la independencia y a la autorregulación.
3. Desarrollar capacidades para lograr aprendizaje a lo largo de la vida.

Un análisis de las investigaciones desarrolladas en Cuba, tomando como base las ideas centrales de este enfoque, pueden ser apreciadas en diferentes líneas de trabajo. Algunos autores, buscan dar respuesta a los procesos de aprendizaje y desarrollo a partir de la elaboración de estrategias, procedimientos, exigencias, tareas de aprendizaje, que en el orden didáctico, enriquezcan la enseñanza que se instrumenta para el alcance de este objetivo, que el alumno participe en un proceso donde puedan ser desarrolladas al máximo sus potencialidades.

La doctora Pilar Rico en el texto Proceso de enseñanza- aprendizaje desarrollador en la escuela primaria, plantea que el aprendizaje se caracteriza por su carácter social, individual, activo de colaboración, significativo y consciente.

Este aprendizaje se produce en la actividad de interacción social (parejas, en equipos) donde tiene lugar la colaboración, intercambio de criterios, el esfuerzo intelectual, elementos de la actividad compartida que permite cambios tanto en lo cognitivo como en las necesidades del alumno.

Al mismo tiempo señala que la dirección de este proceso debe responder a teorías pedagógicas con el concurso de otras ciencias, como por ejemplo, la filosofía, la sociología, la psicología. Esta última ocupa un lugar especial, por la particularidad de las exigencias que hoy demanda la educación en la formación de un sujeto cada vez más activo y creador con condiciones de contribuir al desarrollo del entorno social y a su propia auto transformación.

La dirección del proceso de aprendizaje se desarrolla en el grupo escolar, según consideraciones del investigador, cuyo mediador es el maestro, que será el encargado de conducir un proceso en que la actividad y los procesos de interrelación y comunicación social permitan la apropiación por el alumno de la experiencia histórica social.

El grupo considerado como un órgano vivo, con identidad propia, que se conforma en las interacciones y en la comunicación, genera normas, funciones, metas y objetivos comunes. Es en este donde se forman importantes cualidades y valores de la personalidad de los escolares, donde desempeña un papel fundamental en la formación de la actividad valorativa.

Un aspecto importante es que el alumno como posición activa se involucre en un proceso de control valorativo de sus propias acciones de aprendizaje.

Resulta necesario que el maestro, en su papel de guía y a partir del diagnóstico integral con un carácter dinámico, proponga ejercicios que cumplan entre otras exigencias, la intención de que el alumno erradique las dificultades y sienta la satisfacción del éxito.

Para lograr lo anterior, le corresponde al docente desempeñar las siguientes funciones:

- Orientador.
- Investigativa y de superación.

Estas funciones determinan el quehacer del docente como guía en el proceso de desarrollo de los escolares, para propiciar el tránsito desde niveles inferiores de desarrollo hacia niveles superiores.

Desde el punto de vista metodológico debe brindar atención a los siguientes requerimientos:

- tener en cuenta en cada etapa de desarrollo del alumno características psicológicas que le son inherentes.
- Las potencialidades del grupo e individuales, las que deberán orientar para producir el salto en el desarrollo.
- Los objetivos a alcanzar.

Es necesario tener en cuenta las particularidades de cada alumno sus zonas de desarrollo próximo, según Vigotsky la define como “La distancia entre el nivel de desarrollo determinado por la capacidad de resolver un problema y el nivel de desarrollo potencial. Para ello debe crearse en el aula un ambiente de indagación, intercambio, participación e implicación afectiva.

La Matemática como el resto de las asignaturas de la Educación Primaria desempeña un papel determinante para la adquisición de conocimientos, habilidades y hábitos, de ahí la necesidad al organizar y dirigir aceptadamente el proceso de enseñanza- aprendizaje.

1. 2 La Matemática en la escuela primaria

Desde una concepción desarrolladora las exigencias del proceso enseñanza- aprendizaje está vinculada a lograr las metas y aspiraciones en los escolares del nivel primario.

A través del proceso de enseñanza- aprendizaje de cualquier disciplina, especialmente La Matemática, debe hacerse explícita la significación social de lo que el alumno

aprende, lo que se expresa concretamente por la manifestación que tiene lo que asimila en la ciencia, en la técnica, en la sociedad en general, y especialmente por la manifestación en su actuación contextual.

Dr. C. Carlos Suárez Méndez en el libro Didáctica de la Matemática en la que el MSc. Alfredo Rebollar en su trabajo investigativo afirma que "el contenido de la enseñanza de La Matemática es tanto objeto de apropiación por los estudiantes como base del desarrollo de su personalidad en todos sus aspectos" (5)

En su sentido amplio, no se restringe a la interacción profesor-alumno durante la clase, va más allá a otros factores que intervienen en el proceso de enseñanza aprendizaje como: el diseño y desarrollo de los planes y programas de estudio, los libros de texto, las metodologías de la enseñanza, las teorías del aprendizaje y la construcción de marcos teóricos para la investigación educativa, que se ponen en práctica a partir de las concepciones filosóficas y epistemológicas que tienen el profesor y los alumnos acerca de las matemáticas.

Al docente le corresponde dirigir científicamente el aprendizaje en esta asignatura, lo que significa diagnosticar sistemáticamente su estado; lograr un acercamiento cada vez más certero a los elementos del conocimiento que se encuentran afectados en los alumnos; hacer los correspondiente análisis para sintetizar cuáles son las principales dificultades y las causas que las originan, en función de organizar las acciones que permitan resolverlas en el orden científico, didáctico y metodológico.

Durante la clase de Matemática el maestro debe:

- Lograr que los alumnos se interesen por la actividad, disfruten durante la ejecución y puedan realizar otras actividades en el caso que concluyan la tarea propuesta.
- Evaluar con profundidad los procesos de solución seguidos, así como la corrección final de la respuesta.
- Valorar la reflexión y profundidad de las soluciones alcanzadas por los alumnos.
- Lograr un espacio de exposición y reflexión de los resultados del trabajo realizado y evaluarlos colectivamente.

- Lograr que los alumnos hagan explícitas sus concepciones acerca de la solución, de la vía seleccionada en función de contribuir a la toma de decisiones.
- Tener en cuenta el enfoque pedagógico para darle tratamiento al error, profundizando en las causas que lo originan con la participación de los alumnos.

Los fundamentos de la ciencia matemática devienen de instrumentos imprescindibles para conocer y transformar el mundo, se desprende la necesidad de que todos los escolares aprendan las bases de esta ciencia, de modo que, además puedan resolver los innumerables problemas que les plantea la práctica social.

La preparación Matemática en la escuela actual, adquiere una mayor importancia para la actividad práctica posterior de los alumnos. El papel de esta en la vida social aumenta en forma singularmente rápida y el progreso científico- técnico y la complejidad técnica de la producción, plantean nuevas exigencias en la preparación de las nuevas generaciones.

Al mismo tiempo, ofrece múltiples posibilidades para contribuir, de manera decisiva, al desarrollo multifacético de la personalidad de los educandos lo que constituye otra razón para situar esta actividad en un lugar destacado del proceso educativo.

Esta disciplina es considerada no sólo como una asignatura importante, sino también como una de las mal llamadas “difíciles”. Por otra parte son conocidos los problemas que se afrontan en nuestras escuelas y en particular, los que se refieren al proceso de enseñanza – aprendizaje de La Matemática.

Todo lo anterior evidencia la necesidad de que la escuela cubana proporcione una elevada instrucción matemática general, la cual se caracteriza por:

- La disponibilidad del saber y el poder matemáticos para su utilización.
- El dominio de un saber matemático básico que debe ser ampliado en dependencia del oficio o profesión.
- La comprensión de problemas matemáticos, en el marco de los conocimientos básicos de la formación matemática escolar.
- El reconocimiento de problemas matemáticos en la vida práctica de nuestro medio social y la intuición para buscar soluciones a los mismos.

- La decisión para la selección y el empleo de los medios necesarios en la solución de los problemas y el aseguramiento lógico de cada reflexión, de cada paso de solución,
- La capacidad de abstracción.
- La adaptación a las tendencias modernas y de desarrollo de La Matemática.

El propósito de la aplicación de estas tareas contribuye al desarrollo intelectual de los alumnos, donde se le exige en su actividad consciente y creadora a analizar, comparar, fundamentar, demostrar y generalizar las operaciones mentales.

Estas operaciones están presentes durante el trabajo con la asignatura en la resolución de ejercicios y en el desarrollo de los hábitos y habilidades.

En los planes de estudios y los programas de la asignatura en el segundo ciclo de la primaria los alumnos:

- profundizan en el cálculo con los números naturales
- estudian el dominio de los números fraccionarios y desarrollan habilidades de cálculo con los mismos
- estudian los movimientos del plano, cuerpos sencillos y continúan el desarrollo de capacidades elementales en la fundamentación de relaciones matemáticas
- aprender a utilizar relaciones de proporcionalidad, proporciones y el cálculo porcentual

La integralidad del proceso enseñanza- aprendizaje radica en que este dé respuesta a las exigencias del aprendizaje de los conocimientos del desarrollo intelectual y físico del escolar y la formación de sentimientos, cualidades y valores todo lo cual dará cumplimiento a los objetivos y fin de la educación y en particular de cada nivel primario.

La calidad y profundidad de un conocimiento está muy relacionado con las habilidades que se forman, se desarrollan, en definitiva son las que capacitan a los alumnos para asimilar y usar mejor los conocimientos y lo que es más importante aún, los prepara para afrontar nuevas informaciones, buscar las necesarias y adquirir por sí mismos nuevos conocimientos.

1.3 Desarrollo de habilidades. Habilidades Matemáticas. Habilidades cálculo

El nivel de desarrollo que alcanza el escolar está relacionado por la actividad y la comunicación que realiza como parte de su aprendizaje, mediante los cuales responde a sus necesidades y se relaciona con los objetos.

Esta interacción es importante porque al transitar por los diferentes grados de la educación garantiza su formación básica y la adquisición sólida de conocimientos mediante la integración de un sistema de habilidades.

Según la Doctora Mercedes López López en el texto “Sabes enseñar a describir, definir, argumentar” (1990) las habilidades se forman en el mismo proceso de la actividad en la que el alumno hace suya la información, adquiere conocimientos y experiencias.” (6)

Otros psicólogos como A. V. Petrovski, en el texto “Metodología de La Matemática”, segunda parte, plantean que “formar una habilidad consiste en lograr el dominio de un sistema de operaciones encaminadas a la elaboración de la información obtenida del objeto y contenida en los conocimientos, así como las operaciones tendentes a revelar esta información.”

La autora Viviana González Maura, en el texto Psicología para Educadores, 1995 plantea que habilidad es la posibilidad del sujeto de poder realizar determinadas acciones y llevar a cabo determinadas actividades, es decir, la posibilidad de elegir y poner en práctica los conocimientos”.

La Lic. Maribel Ferrer en su Tesis de Doctorado, 2000, hace una selección del concepto habilidad por varios autores. Sobre el concepto habilidad son conocidos los estudios realizados por L. F. Spirín en su libro Formación de habilidades profesionales del maestro, el que selecciona 22 definiciones dadas por autores como O. A. Abdulina, E. I. Boiko, Leontiev, K. K. Platonov, A. A. Stepanov y otros, que expresan como un hábito culminado y los que la definen como una acción creadora en constante perfeccionamiento.

El estudio de este y otros trabajos sobre el tema, indica tendencia al segundo grupo, tanto en psicólogos como en pedagogos.

Una de las definiciones más defendida en nuestro país es la que señala que las habilidades constituyen el dominio de acciones (psíquicas y prácticas) que permiten una regulación racional de la actividad, con ayuda de los conocimientos y hábitos que el sujeto posee. En general muchos autores

citados asumen que la habilidad es el resultado de la asimilación de conocimientos y hábitos por lo que prestan mayor atención a su estructura funcional y se ocupan menos de cómo actúa el sujeto en esos conocimientos y hábitos en los diferentes niveles de sistematicidad del contenido.

Las habilidades son componentes de la actividad que ocupan un lugar importante en la realización exitosa de las diferentes tareas del escolar. Para ello el maestro debe tener presente que determinar un objetivo en término de desarrollo de habilidades implica la necesidad de especificar el tipo de actividad para la cual ellas son requeridas.

En las Orientaciones Metodológicas de sexto grado se plantea que cuando se habla de habilidades, se considera un complejo formado por conocimientos específicos, sistemas de operaciones, conocimientos y operaciones lógicas.

De las definiciones analizadas, la autora de la investigación coincide con el criterio dado por Pretovski, pues en el proceso de la actividad el alumno adquiere conocimientos matemáticos y los pone en práctica durante la búsqueda de la vía de solución de un ejercicio.

Es importante precisar dos etapas en la adquisición de una habilidad.

1. **Formación de la habilidad:** comprende la adquisición consciente de los modos de actuar, cuando bajo la dirección del maestro el alumno recibe orientación adecuada sobre la forma de proceder.

En la práctica diaria se pueden dar situaciones diferentes. Una es que el alumno recibe una orientación adecuada en correspondencia con sus posibles niveles de dificultad y teniendo en cuenta la lógica en la sucesión de las operaciones y la otra cuando el maestro actúa y espera que el alumno, teniendo en cuenta su proceder, haga suya más o menos espontáneamente sus formas de acción. Esta segunda situación descrita debe ser eliminada de la práctica pedagógica.

2. **Desarrollo de habilidad:** se garantiza cuando se logra una suficiente ejercitación, teniendo en cuenta la rapidez y corrección con que la acción se ejecute.

Una vez iniciada la ejercitación, la repetición del sistema de operaciones va determinando la automatización de muchos de sus componentes, cada una de ellas se ejecuta con más seguridad, la dirección consciente es cada vez menor, se gana en precisión y se logra el desarrollo.

En el texto “Sabes enseñar a describir, definir, argumentar” la Doctora Mercedes López López plantea que hay habilidades generales y específicas según sean parte del contenido de todas las asignaturas.

Habilidades específicas:

- análisis
- interpretación
- uso de instrumentos

Habilidades generales:

- observación
- descripción
- comparación
- clasificación
- definición
- modelación
- argumentación

Entre ellas es importante destacar las de carácter intelectual, las que favorecen el desarrollo de las operaciones del pensamiento. Así como las denominadas docentes que son las que caracterizan al buen estudiante, las que determinan en gran medida la calidad de la actividad cognoscitiva y la actividad docente de los educandos.

El escolar para desarrollar habilidades debe caracterizarse por ser un agente protagónico en la búsqueda de las relaciones entre las condiciones dadas en la tarea y las exigencias planteadas, para lo cual debe transitar del análisis a la síntesis lo que obliga a organizar y planificar mentalmente los pasos a seguir.

Es preciso que el maestro esté consciente de la formación adecuada de una habilidad antes de comenzar a desarrollar los contenidos que se imparten para promover el desarrollo intelectual de los alumnos.

Las habilidades matemáticas son componentes automatizados de la actividad consciente. Ellas surgen mediante acciones realizadas, primero conscientemente, cuyos actos parciales se funden mediante la ejercitación y repetición de la misma actividad hasta que se convierte en un acto unificado.

O. Simeón en el texto Metodología de la enseñanza para maestros primarios señala diferentes momentos o etapas de la formación y desarrollo de habilidades matemáticas:

1. Comprensión del modo de actuar y del orden en que se deben realizar las acciones.
2. Asimilación de forma consciente del modo de actuación.
3. Fijación del modo de actuación asimilado a través de la repetición.
4. Aplicación de las habilidades a otras situaciones más complejas desde el punto de vista del contenido y de la adquisición de otros conocimientos.

Se coincide con lo expresado por el autor porque para formar habilidades matemáticas en los alumnos se deben planificar las actividades cumpliendo con los pasos metodológicos. De esta forma se logrará que reflexionen en la solución de las mismas apropiándose así de los conocimientos impartidos. Además es importante que memoricen el material estudiado, aspecto importante en el aprendizaje ya que son útiles tanto para la reproducción como para la aplicación .. De esta forma se logrará que reflexionen en la solución de las mismas.

Además hay que educar a los alumnos a comprobar siempre los resultados de su trabajo, acostumbrarlos a dar por terminado el cumplimiento de una tarea solo cuando estén convencidos de que el resultado sea correcto, así se desarrolla su capacidad y disposición para la crítica.

Para desarrollar una habilidad no es suficiente la repetición de la parte práctica de la acción, es necesario que tengan en cuenta además la parte que corresponde al pensamiento teórico: el alumno debe ser capaz de identificar las características y propiedades esenciales de los conocimientos que le sirven de base, comprender la orientación necesaria para realizar la acción con los conocimientos y su ejecución. Si no se tiene en cuenta lo anterior y solo se llega a la repetición formal de operaciones que no son asimiladas, estas nunca llegan al plano mental y son, en consecuencia, de utilidad nula en las operaciones.

Según P.V. Galperin. "El proceso de desarrollo de habilidades es un proceso (cognoscitivo) generalizado que transcurre de la misma forma para las diferentes habilidades particulares y que se fundamenta en la teoría de la formación de las acciones por etapas."

La Teoría de la formación de las acciones mentales por etapas contribuye a que el alumno pueda transformar las habilidades generalizadas, que no es más que etapas del proceso de asimilación:

- Motivación: es cuando el alumno siente motivados de aprender y conocer, entonces debemos motivarlos para aceptar la habilidad y conocimientos que se forman.
- Esquema de base orientadora: se forma el modelo de la actividad que se quiere formar, reflejado todas las partes estructurales.
- Formación de la actividad generalizada: el alumno debe calcular, la actividad debe ser asimilada en forma materializada.
- La actividad verbalizada externamente: el alumno realiza transformaciones en forma oral.
- Ejecución en el lenguaje para sí: el alumno realiza las transformaciones en forma oral sólo para él. Se lleva la actividad hasta el plano mental.
- Ejecución en forma de lenguaje interno (acción mental): es la base superior, en la que el alumno realiza la transformación en forma de lenguaje activo, poco a poco en forma cada vez más breve.

La etapa más importante es la materializada de la acción y constituye la forma superior de la actividad. La solidez de los conocimientos va a depender no tanto del número de repeticiones, como de cuán generalizada está la acción y cuán cerca de la forma mental.

Teniendo en cuenta la importancia de trabajar con procedimientos generalizados, es necesario conocer ciertas habilidades generalizadas, que a la vez se agrupan en procedimientos específicos como:

- Calcular
- Fundamentar
- Resolver problemas
- Identificar el tipo de cálculo a realizar
- Seleccionar las reglas de cálculo necesarias
- Efectuar los cálculos
- Expresar el resultado en la forma que elija el algoritmo utilizado
- Dominar los ejercicios básicos de multiplicación y división

Estas habilidades deben tenerse en cuenta al diseñar los sistemas de ejercicios, no pueden ser todos del mismo tipo, es necesario que el alumno

ejercite la identificación para que este procedimiento se asimile como parte de habilidad.

Teniendo presente esta concepción en la que debe desarrollarse la enseñanza, es fundamental destacar que el nivel primario refleja una etapa para el desarrollo de habilidades de cálculo en las operaciones que facilita el trabajo independiente de los alumnos mediante el uso efectivo de los ejercicios que realizan en la actividad intelectual, donde se forman habilidades, capacidades, conocimientos y hábitos que son imprescindibles para la construcción de nuevos ejercicios.

Las habilidades de cálculo tienen gran importancia pues cada día el hombre se enfrenta a problemas de cálculo cuya solución es importante para la comprensión del medio que lo rodea al poder establecer y comprender sus relaciones cuantitativas.

Según indicaciones a los maestros de primaria para lograr habilidades de cálculo, curso (1986- 1987) los alumnos deben memorizar los ejercicios básicos de las cuatro operaciones fundamentales con números naturales a partir de la asimilación consciente del concepto de cada una de estas operaciones y de la aplicación de los conocimientos que adquieran sobre los números naturales, las relaciones entre las operaciones y sus propiedades.

No debe lograrse una memoria mecánica sin una comprensión previa por parte del alumno. La memorización después de la comprensión es necesaria y aunque no todo debe memorizarse, en el caso de los ejercicios básicos es indispensable, por cuanto el alumno debe aplicar de forma automática en la solución de otros ejercicios de cálculo.

Las habilidades de cálculo se inician antes de la introducción de los procedimientos de cálculo. Una exigencia fundamental es el entrenamiento de la memoria, por lo que se deben preparar actividades que permitan ejercitarla, así como fijar los significados prácticos de las operaciones, conceptos y procedimientos que el escolar pondrá en práctica al realizar un ejercicio.

El Doctor Ballester (1995) en el texto "Didáctica de la Matemática", considera que en la selección de los ejercicios que va a presentar al escolar, el docente debe tener en cuenta las habilidades o hábitos fundamentales a desarrollar en el cálculo, de acuerdo con los objetivos concretos de la enseñanza y la actividad mental que deben desarrollar los escolares en el proceso de solución.

La autora de este trabajo define como habilidad de cálculo determinadas acciones que realiza el individuo de forma consciente en la propia actividad al resolver un tipo de ejercicio o problema que luego lo materializa en el procedimiento de solución.

En el currículo de la escuela primaria se contempla la necesidad de formar y desarrollar habilidades de cálculo mental para lo cual hay objetivos que deben cumplimentarse y darle continuidad en todo este nivel de enseñanza.

Al trabajar en sexto grado la multiplicación y división, uno de los objetivos es el desarrollo de habilidades con números naturales y fraccionarios en la solución de contenidos matemáticos, propiciando el desarrollo de capacidades que contribuyen a la realización de procedimientos y operaciones mentales

1.4 El trabajo con la multiplicación y división de fracciones comunes

Con la unidad Números fraccionarios se pretende desarrollar en los alumnos habilidades de cálculo y la utilización de las fracciones en la solución de problemas. La idea rectora de esta unidad es que los alumnos reafirmen y profundicen el concepto de fracción y su significado práctico, continúen desarrollando habilidades en la comparación y en la realización de operaciones de adición y sustracción con fracciones, así como que inicien el desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones, en especial, la división de fracciones representadas en notación decimal y que puedan aplicar en la resolución de ejercicios y problemas.

Para lograr lo anterior, es necesario que los alumnos sean capaces de comprender el significado de las operaciones de multiplicar y dividir fracciones comunes y dominar los procedimientos de cálculo correspondientes.

La multiplicación y división con fracciones tienen los mismos significados para los números naturales, pero atendiendo al concepto de fracción se añaden otros nuevos significados.

Su tratamiento metodológico comienza en la Unidad – 2 – Números fraccionarios con un total de 63 h. c. De ellas 31 h.c se imparten en el primer Período y 32 h.c en el segundo Período.

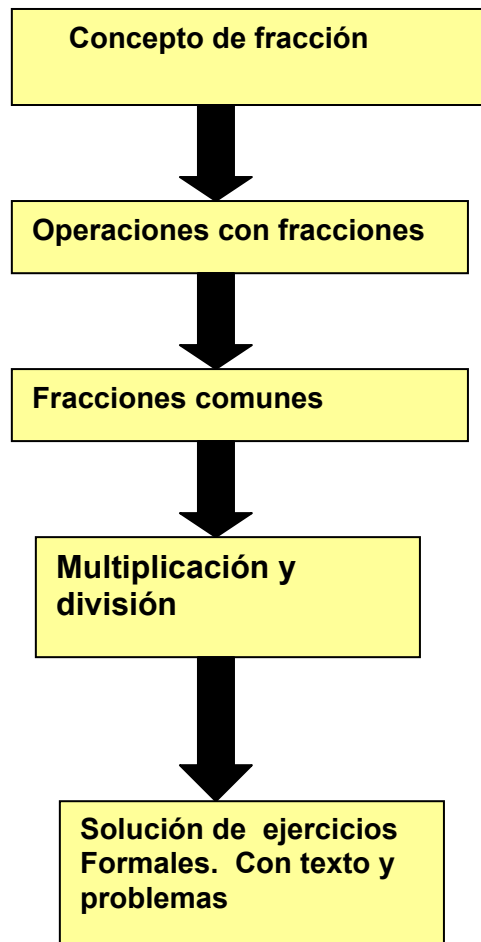
En el programa de estudio los objetivos generales relacionados con este contenido que se deben cumplir son:

- Calcular con seguridad y rapidez con números naturales y fraccionarios, incluir operaciones combinadas y en cualquier forma de representación.
- Profundizar en el concepto de fracción como parte de una unidad o un conjunto y aplicarlo a situaciones de la práctica.
- Conocer el concepto de conjunto, las operaciones, relaciones entre ellos así como el lenguaje y la simbología correspondiente.

Al concluir la Enseñanza Primaria, la asignatura Matemática exige que los alumnos:

- Escribir números fraccionarios en distintas formas de representación (fracción, mixto y expresión decimal).
- Tengan desarrolladas habilidades en el cálculo con números fraccionarios y naturales.
- Dominen el significado práctico de las operaciones aritméticas.
- Calcular con seguridad y rapidez cualquier tipo de operación, incluyendo operaciones combinadas y en cualquier forma de representación.
- Dominen procedimientos de solución de ejercicios y problemas.
- Con números naturales y fraccionarios.
- Concepto de recíproco de una fracción. División de fracciones comunes. Significado de la operación.
- Procedimiento de cálculo. Fracciones complejas.
- Solución y formulación de ejercicios formales, con texto y problemas.

En el siguiente esquema pueden derivarse las unidades para el tratamiento de los contenidos.



En estas temáticas se incluye el repaso para profundizar en el contenido, pues se estudian nuevos puntos de vistas para el tratamiento de lo ya conocido, para contribuir al desarrollo de habilidades de cálculo en las operaciones con números fraccionarios y su utilización en la resolución de ejercicios.

En el tratamiento de la multiplicación es imprescindible que los alumnos dominen el procedimiento de solución, pero deben reconocer primero las significaciones dadas a las diferentes dificultades:

- Como suma abreviada.
- Hallar una fracción de un conjunto.
- Hallar una fracción de otra.

Además se van graduando las dificultades, incluyendo la simplificación (convertir en otra fracción equivalente cuyos términos sean menores).

En las Orientaciones Metodológicas se muestran diferentes vías metodológicas para el trabajo con la multiplicación de fracciones comunes.

En la unidad temática correspondiente a la multiplicación se le puede dedicar 6 h. Para dar tratamiento al contenido se parte de la interpretación del significado de la operatoria. Lo fundamental es que los alumnos aprendan a multiplicar fracciones que sepan aplicarla a la solución de ejercicios con texto y problemas.

Se deben asegurar las condiciones previas como: el cálculo con números naturales, fundamentalmente la multiplicación, el concepto fracción y la representación de fracciones en figuras geométricas.

Para motivar la introducción de la multiplicación de fracciones comunes, debe partirse de una situación problémica en que se plantee la multiplicación como una suma abreviada, a fin de realizar la interpretación de la operación. Esta situación puede ser la que aparece como primera en el epígrafe 2 del libro de texto, relativa a las horas que dedica un estudiante a practicar la ortografía.

Luego que los alumnos hayan comprendido el significado de esta operación identificándola con una suma abreviada, el maestro hará notar, que existen otras interpretaciones de la multiplicación de fracciones comunes. Otra situación problémica llevará a los alumnos a reconocer que hallar una fracción de un número equivale a una multiplicación. El ejemplo de los botones que aparece como segundo al principio del epígrafe 2, puede ser utilizado con este fin.

Debe recordarse que ya en quinto grado el alumno de forma práctica e intuitiva, aprendió a hallar una fracción de un conjunto, luego, no habrá dificultades para identificar, en la situación planteada, que **$\frac{3}{4}$ de 8** equivale a **$\frac{3}{4} \cdot 8$** , aunque esto aún no lo saben calcular, a partir de la figura B9 pueden concluir de forma intuitiva que el resultado es **6**.

Como última interpretación se analizará una situación en que se proponga hallar una fracción de otra fracción; los alumnos pueden identificarla con la situación anterior e inferir que también equivale a una multiplicación. En este caso, tampoco pueden concluir, mediante el cálculo, que **$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$** , pero de nuevo, apoyándose en la interpretación de gráfica (fig. b10 del libro de texto), pueden llegar al resultado.

Una vez que los alumnos interioricen que la multiplicación de fracciones puede ser identificada en situaciones como una suma abreviada y en otras como hallar una fracción de un conjunto o de otra fracción, estarán en condiciones de

determinar cómo proceder para multiplicar fracciones comunes numéricamente.

Para inferir una regla de validez general que sirva de procedimiento de cálculo, el maestro puede apoyarse en los cálculos de las situaciones problemáticas antes utilizadas:

$$3. \quad 1/4 = 3/4 \quad 3/4 \cdot 8 = 6 \quad 1/4 \cdot 1/2 = 1/8$$

Debe destacar, o tratar de que los alumnos lo descubran, que en todos los casos se ha obtenido una fracción cuyo denominador es el producto de los numeradores y el denominador, el producto de los denominadores. Sería útil en el segundo ejemplo, hacer notar detalladamente cómo también se cumple esa regla:

$$3/4 \cdot 8 = 3 \cdot 8 / 4 \cdot 1 = 24/4 = 6$$

El ejemplo 1 del epígrafe 2 del libro de texto puede ser utilizado para fijar el procedimiento de cálculo antes elaborado. El maestro no debe olvidar, insistir en la conveniencia de simplificar antes de calcular, ya que esto evita el cálculo con números grandes y con ello se elimina una causa de errores. De este modo, el cálculo resulta más sencillo. Esto se debe plantear como una exigencia.

En el libro de texto, al finalizar el ejemplo 1 aparece encerrada en un recuadro la regla para multiplicar fracciones comunes. Esta regla debe ser memorizada por los alumnos.

Para ejercitar y fijar el procedimiento elaborado, el maestro presentará una selección de ejercicios formales, con texto y problemas para desarrollar habilidades de cálculo.

División de fracciones comunes

Después de presentada y ejercitada la multiplicación de fracciones comunes, se comenzará el tratamiento de la división de fracciones comunes.

Esta parte del contenido aparece en el segundo y tercer subepígrafe del epígrafe 2. a su tratamiento se le puede dedicar hasta 6 horas clase.

Lo esencial que debe lograr el maestro en estas clases, es que los alumnos fijen el procedimiento para dividir fracciones y lo puedan aplicar a la solución de ejercicios formales, con textos y problemas.

Siguiendo la misma metodología de la multiplicación, se comenzará presentando la significación de distintas situaciones que pueden producirse y que conducen a divisiones de fracciones comunes.

Previamente, el maestro debe haber introducido en concepto de recíproco, para lo cual puede utilizar el ejemplo 2 del epígrafe 2.

Mediante situaciones problémicas, se hará ver a los alumnos que la división de fracciones comunes puede significar: una equipartición, al igual que con los números naturales, o una comparación para determinar qué parte es una fracción de otra fracción y averiguar las veces que una fracción está contenida en las unidades.

Es importante que el maestro utilice materiales concretos, esquemas, representaciones, entre otros, para objetivar las situaciones que plantee y que pueden ser las dos consignadas en el libro de texto del alumno u otras elaboradas por él.

Una vez asimilados por los alumnos los significados propuestos, se estará en condiciones de plantearles la existencia de un procedimiento único de cálculo, reduciendo la división a una multiplicación equivalente. Se destacará, en todos los casos, que han dividido las fracciones reduciendo esta operación a una multiplicación del dividendo por el recíproco del divisor.

Mediante el ejemplo del epígrafe 2 se puede ir precisando con los alumnos las situaciones y la manera de proceder, de forma análoga a la multiplicación.

El maestro debe guiar a los alumnos, para llegar a la formulación de una regla para dividir fracciones comunes, esta será comparada con la que aparece en el libro de texto, a continuación del ejemplo 3.

Sobre la base del un ejemplo, debe mostrarse la división como operación inversa de la multiplicación, destacando la importancia de la comprobación de los resultados por medio de las operaciones inversas.

Por ejemplo:

$$1/2: 1/3 = 3/2$$

$$\text{luego } 3/2 \cdot 1/3 = 1/2$$

Es bueno que en una de las clases dedicadas a fijar el procedimiento para dividir fracciones comunes, se precise que la división de fracciones comunes siempre puede realizarse y después, se haga una comparación entre las limitaciones que rigen el dominio de los números naturales, respecto a la

posibilidad de realizar la división de fracciones comunes siempre puede realizarse.

El trabajo en la multiplicación y división de fracciones se dirige al desarrollo de habilidades de cálculo para lo cual es necesario tener presente los niveles de dificultad y su relación con los significados prácticos como:

- Enteros y fracción.
- Fracción y enteros.
- Fracción y fracción.
- Mixto y fracción.
- Mixto y Mixto.

Según lo planteado por W. Jungk en el texto Metodología de la Enseñanza de la Matemática Tomo I, sobre criterios objetivos para la graduación de las dificultades. Las mismas se refieren a:

1. **La estructura del ejercicio:** Por ello se entiende la cantidad de relaciones que han de tenerse en cuenta en la sobredeterminación del tipo de conceptos y operaciones indicados en los problemas.
2. **La formulación verbal del ejercicio:** Se refiere al enunciado que ofrece las operaciones.
3. **La forma y de modo de las magnitudes dadas:** pueden darse valores concretos o caracterizarse las magnitudes, solo mediante variables
4. **La subdivisión en ejercicios parciales:** Los ejercicios a veces son reconocibles y el orden para la vía de solución.
5. **Las dimensiones de las magnitudes:** los alumnos prefieren números de pocos lugares.

En la selección de los ejercicios y su ordenamiento según el grado de dificultad, hay que tener en cuenta los objetivos planteados para la enseñanza, las peculiaridades de los alumnos, y los criterios didácticos y metodológicos. De esta manera se desarrollan habilidades y capacidades necesarias para la vida práctica y que emplearán en diferentes situaciones problemáticas.

Conclusiones parciales

1. La idea de potenciar el desarrollo de habilidades de cálculo en los escolares de sexto grado ha sido una preocupante por pedagogos a

partir de la práctica pedagógica durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.

2. Sólo podrá estimularse el pensamiento reflexivo y desarrollador de los escolares a partir de la búsqueda de vías, métodos necesarios, procedimientos, para conducir el proceso de enseñanza-aprendizaje en función al desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes y lograr la generalización del procedimiento de solución a nuevas situaciones de la naturaleza y la vida.
3. Es preciso que los maestros trasmitan a los escolares los significados prácticos de las operaciones para que les hagan comprender que esto es posible para que interioricen los tipos de habilidades para asimilarlos en la vía de solución y su procedimiento.

CAPITULO II ELABORACION, PRESENTACION Y VALIDACION DE LA PROPUESTA DE EJERCICIOS

En este capítulo se aborda los fundamentos teóricos con la concepción psicológica, didáctica y metodológica de la propuesta diseñada. Además se expresa la caracterización psicopedagógica del escolar de sexto grado, las características fundamentales de los ejercicios que contribuirán al desarrollo de habilidades de cálculo de la división de fracciones comunes y la validación de los resultados obtenidos.

2.1 Caracterización psicopedagógica del escolar de sexto grado

En el texto “Modelo de la escuela primaria cubana” (2008), se plantea que el nivel primario constituye una de las etapas fundamentales en cuanto a adquisiciones y desarrollo de potencialidades del niño en el área intelectual como en lo afectivo- motivacional.

En sexto grado, se inicia la etapa de la adolescencia al situarla entre los 11 y 12 años.

Se puede apreciar que en estas edades se alcanzan niveles superiores para asimilar los conceptos científicos, pueden operar con abstracciones y permite al adolescente realizar reflexiones mediante un proceso deductivo. Cada vez son más independientes, llegan a generalizaciones en los contenidos y ser críticos en relación con lo que se analiza en su propia actividad.

En la asignatura Matemática deben ser portadores de un conjunto de procedimientos y estrategias generales y específicas en las actividades de aprendizaje en la que deben observar, comparar, describir, clasificar, caracterizar, definir y realizar el control valorativo, así como tener un comportamiento de análisis reflexivo de las tareas, procedimientos de solución y vías de cálculos.

La formación politécnica de los alumnos se verá favorecida en este grado por el trabajo con la multiplicación y división de fracciones comunes. Se completa así la preparación iniciada en quinto grado en el trabajo con números fraccionarios y obtienen una idea concreta sobre sus respectivos significados prácticos y se aplican en la resolución de problemas, ejercicios formales y con texto.

En el marco de la investigación surge la necesidad de despertar el interés de los alumnos por resolver ejercicios que contribuyan al desarrollo de habilidades

de cálculo, por lo que se elaboran estos a partir de esquemas, representaciones, con el empleo de distractores para que comprendan el ejercicio, tomen un papel protagónico y fundamenten todas las posibles respuestas.

Caracterizando las particularidades de los escolares de sexto grado B de la ENU “Arturo Almeida González”, tomando como muestra intencional un grupo de 20 alumnos, de ellos 11 varones y 9 hembras. La edad oscila entre 11 y 12 años. El grupo es promedio.

En Matemática los alumnos operan en el cálculo con las cuatro operaciones fundamentales con números naturales en la solución de ejercicios. En el diagnóstico del grupo aún se presentan deficiencias en la memorización de ejercicios básicos de multiplicación y división del 6 al 9, dificultando el cálculo de multiplicación y división al trabajar los procedimientos escritos. Se sistematizan los significados prácticos. En el desarrollo de habilidades de cálculo en la adición y sustracción con fracciones los alumnos en quinto grado desarrollaron habilidades al reducir la fracción a un denominador común utilizando la simplificación como exigencia en el cálculo, pero aún existe esta dificultad, siendo una regularidad para el cálculo posterior, la causa se le atribuye al poco dominio de los ejercicios básicos de productos y cocientes y la no aplicación de las reglas de divisibilidad.

2.2 Fundamentos en que sustenta la propuesta de ejercicios

La propuesta de ejercicios está dirigida a los alumnos de sexto grado, se confeccionó teniendo en cuenta los objetivos de la educación y los resultados arrojados por los instrumentos aplicados inicialmente, así como las características de los alumnos de esta edad. Al aplicarla se trata de elevar el nivel de conocimientos en ellos y de las habilidades.

La propuesta parte del desarrollo de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes. Se considera como fundamento principales de nuestra propuesta los siguientes:

Fundamentación filosófica: Partiendo de los objetivos de la propuesta de ejercicios, se considera la fundamentación filosófica a partir del humanismo, que percibe el desarrollo de la personalidad y la educación integral del ser humano. Se asume la necesidad de la interacción dialéctica entre la instrucción

y la educación, que permite estructurar el proceso según sus necesidades, busca la relación dialéctica entre el conocimiento previo y el contenido del texto entre pensamiento-lenguaje y contenido- forma lo que evidencia en la propuesta, pues ella le da la posibilidad al estudiante de interactuar con el conocimiento.

Fundamentación psicopedagógica: Se basa en el enfoque histórico cultural de Vigotsky y sus seguidores que difunden el desarrollo integral de la personalidad del escolar de sexto grado, en el cual se encaminada a formar relaciones afectivas acorde con sus diferencias, formas de comunicación, entre sus características se manifiesta su carácter activo y las potencialidades de análisis reflexivo. El diagnóstico sistemático guía el accionar con la zona de desarrollo próximo, a partir de la propuesta.

Fundamentos sociológicos: el estudio de la Matemática contribuye al desarrollo del pensamiento de los escolares. Mediante esta asignatura se forman conceptos y se desarrollan habilidades para comprender los fenómenos que ocurren en la sociedad. Establece la relación sociedad – hombre pues se necesita la relación entre el conocimiento cotidiano (sociedad) y el teórico, en función de apreciar el papel del hombre y su inserción en la sociedad. Contribuye al desarrollo de la función socializadora de la escuela y permite establecer relaciones afectivas entre maestros y alumnos.

Objetivo de la propuesta:

Ofrecer una propuesta de ejercicios para contribuir al desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes, teniendo en cuenta la organización de los significados prácticos a partir de la relación parte-todo, incluyendo la simplificación como exigencia en el cálculo

Significados prácticos.

Multiplicación.

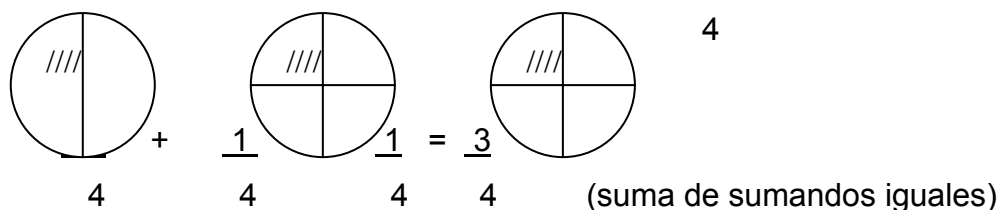
Suma abreviada.

En este significado aparece una suma de sumandos iguales para hallar el todo (reunión de partes iguales). Se representa la suma de la fracción 3 veces, se suman los numeradores y se mantiene el denominador.

Existe una forma más abreviada planteando el ejercicio como una multiplicación.

Ejemplo:

Se desea saber el tiempo que dedica el estudiante cada semana en practicar ortografía. Si 3 veces a la semana le dedica $\frac{1}{4}$ de hora.



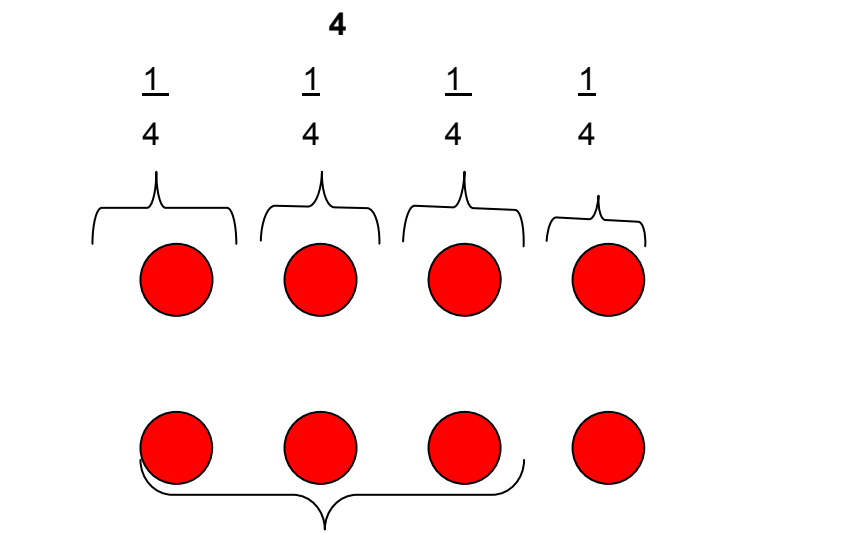
$$3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad (\text{suma abreviada})$$

En la representación de este significado práctico se explica que los numeradores y denominadores se multiplican.

En el caso del número entero se coloca un **1** en el denominador, quiere decir que hemos dividido la unidad en una parte, por tanto $\frac{3}{1}$ es lo mismo que **3** unidades.

1

En el segundo significado práctico "Hallar una fracción de un conjunto", se representa a los alumnos un conjunto de **8** pelotas y se necesita conocer cuántas pelotas representan $\frac{3}{4}$ partes del conjunto.



$$\frac{3}{4} \text{ de } 8$$

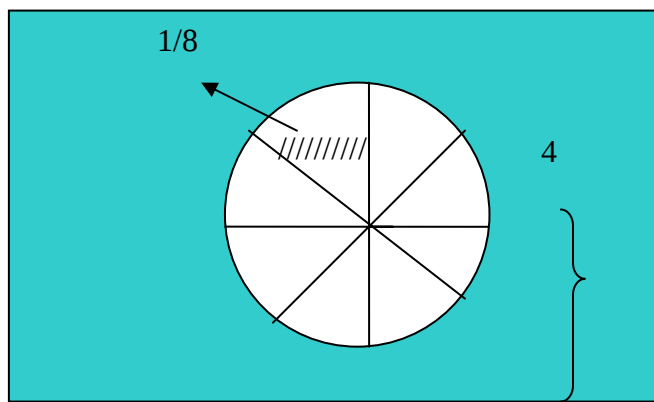
6

Se procede a efectuar el cálculo: $\frac{3}{4} \cdot 8 = \frac{3 \cdot 8}{4 \cdot 1} = \frac{24}{4} = 6$

(Dada la fracción y el todo, hallar la parte) 1

Se multiplica la fracción (que representa la parte del conjunto) por el conjunto de 8 pelotas, se puede colocar 1 en el denominador, multiplican numeradores y denominadores. Se simplifica por separado la fracción obtenida, donde el número mayor es múltiplo del menor y se obtiene como resultado **6**.

En el tercer significado práctico "Hallar una fracción de otra fracción", se presenta la siguiente situación:



La hermana de Alina le sirvieron $\frac{1}{4}$ de la mitad del pastel ¿Qué parte del pastel se comió su hermanita?

$\frac{1}{4}$ de 2 es $\frac{1}{8}$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 1}{4 \cdot 2} = \frac{1}{8}$$

Se multiplican los numeradores y denominadores y se obtiene como resultado una fracción.

Para resumir se plantea que en todos los casos se han multiplicado las fracciones, numeradores por numeradores y denominador por denominador.

Se simplifica tanto como sea posible.

$\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{22}$

$$\text{El número mixto } 2 \frac{1}{5} \cdot \frac{10}{22} = \frac{11}{5} \cdot \frac{10}{22} = \frac{2}{2} = 1$$

División.

Significados prácticos:

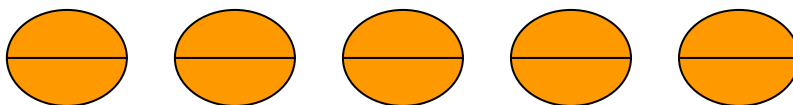
Repartir en partes iguales el todo.

(Hallar el contenido de cada parte).

Situación problémica:

Tienes 5 naranjas y las divides exactamente a la mitad ¿Cuántas partes obtuviste?

$$5: \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{1} = \frac{5 \cdot 2}{1 \cdot 1} = 10$$

Respuesta: Obtuviste 10 partes.

En el segundo significado práctico: "Averiguar las veces que la fracción está contenida en las unidades."

Ejemplo: La mitad de un hurto escolar se divide en 4 partes iguales para sembrar lechugas, en una de ellos. ¿Qué parte del terreno se dedicará a ese tipo de hortaliza?

$$\frac{1}{2}: \frac{4}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8}$$

En el cálculo se debe hallar el

recíproco de la fracción representada por el divisor.

En el tercer significado práctico "Hallar qué parte es una fracción de otra".

$$\frac{1}{2} \text{ m es } \frac{2}{3} \text{ de } \frac{3}{4} \text{ m } \quad \frac{1}{2}: \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{4}$$

En todos los casos se han dividido las fracciones reduciéndola a una multiplicación donde el segundo factor es el recíproco del divisor.

La autora de la investigación hace un análisis de la dosificación de los contenidos del Programa y las Orientaciones Metodológicas de la asignatura Matemática e insertó en la misma los ejercicios de la propuesta relacionados con los ejercicios del libro de texto. Se le dedica a cada significado práctico de la multiplicación y división 2 h. c. (Ver tabla).

Multiplicación

Clase	Ejercicios del libro de texto	Ejercicios de la propuesta
Epígrafe 1 1	2 página 32 incisos a) b) c) d) y 7 página 33	1 incisos a) b). 2 incisos a) b) c) d)
2	5 a) b) c) y 6, 12 página 33	5 y 6
Epígrafe 2 3	2 página 32 incisos a) b) c) d) e) f)	7 y 8
4	13 página 33	9, 10 y 11
Epígrafe 3 5	3 a) b) c) d) e) f) página 32	13, 14 y 15
6	5 página 32 d) f). 17 y 18	16 y 17 Aplicación de la prueba 1.

División

Clase	Ejercicios del libro de texto	Ejercicios de la propuesta
Epígrafe 4 1	25 e) f) g) h) página 34 26 e) f) g) h) página 34	18 a) b) c) d) 20 a) b) c) d)
2	29 y 35 página 35	21, 22 y 23
Epígrafe 5 3	25 a) b) c) d) página 34. 26 a) b) c) d) página 34	24 y 25

4	34 página 35 y 36	26 y 27
Epígrafe 6	27 a) b) c) d) página 34.	28 y 29
5	28 g) h) i) j) página 34	
6	28 a) b) c) d) página 34. 37 página 35	30, 31, 32, 33 y 34 Aplicación de la prueba 2.

La propuesta de ejercicios con respecto al cálculo de multiplicación de fracciones está formada por 17 ejercicios. Se refuerza el trabajo con la simplificación por ser un elemento del conocimiento de menor variedad en el libro de texto según el grado de complejidad.

Para el mantenimiento de las habilidades se incluyen ejercicios de adición y sustracción con números naturales y fraccionarios en ejercicios combinados. Además se le da continuidad al desarrollo de habilidades de estas operaciones de cálculo en el epígrafe correspondiente al repaso.

Se agrupan por significados prácticos:

Epígrafe 1- Suma abreviada.

Consta de 6 ejercicios (1 al 5) con 10 incisos, aparecen distractores, ejercicios combinados, con texto y problema, donde se trabaja la simplificación atendiendo al grado de complejidad (el número menor es múltiplo del mayor y el número mayor es múltiplo del menor).

Epígrafe 2- Hallar una fracción de un conjunto.

Consta de 6 ejercicios (6 al 11), aparecen ejercicios con esquemas, combinados, con texto y problemas, se sistematiza la potenciación, raíz cuadrada y el cálculo con números naturales como mantenimiento de habilidades. Se incluye la simplificación(el número mayor es múltiplo del menor).

Epígrafe 3- Hallar una fracción de otra fracción.

La propuesta comienza del ejercicio 12 al 17. Aparecen distractores, ejercicios de completar, de unir, combinadas, hallar el valor de una variable y problema. Se trabaja la simplificación con la dificultad: el número menor es múltiplo del mayor y viceversa, donde se simplifica de forma cruzada.

La propuesta de ejercicios con respecto al cálculo de división con fracciones contiene 18 ejercicios. Se trabaja la simplificación por grado de complejidad. Como mantenimiento de habilidades se incluyen ejercicios de sustracción con fracciones en combinadas, aparecen distractores.

Se estructura de la forma siguiente:

Epígrafe 4- Repartir en partes iguales.

Abarca los ejercicios del 18 al 23. Aparecen distractores, ejercicios combinados y problemas. Se incluye la simplificación (el número menor es múltiplo del mayor y viceversa).

Epígrafe 5- Averiguar las veces que una fracción está contenida en las unidades.

Contiene los ejercicios del 24 al 29.

Aparecen distractores, ejercicios combinados, esquemas y problemas. Se trabaja la simplificación de forma cruzada y en diferentes fracciones.

Epígrafe 6- Hallar qué parte es una fracción de otra.

La propuesta comienza a partir del ejercicio 30 al 34.

Aparecen ejercicios de unir, combinadas, mantenimiento de habilidades en cuanto al cálculo de la adición, sustracción y multiplicación y problemas. Se trabaja la simplificación (el número menor es múltiplo del mayor y viceversa, en diferentes fracciones, de forma cruzada e independiente).

Características fundamentales de los ejercicios del libro de texto y software educativos para contribuir al desarrollo de habilidades de cálculo de fracciones comunes

Para tener una idea clara de cómo están distribuidos los ejercicios del libro de texto y software educativo “El país de los números y Problemas matemáticos II” según el trabajo con los significados prácticos, incluyendo la simplificación referido al desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes, se realizó una revisión en cuanto a la variedad en la presentación de los ejercicios para según los resultados elaborar la propuesta de ejercicios.

La tabla siguiente muestra el resultado de la revisión de forma general:

Operaciones de cálculo	Significados prácticos	Cantidad de ejercicios Libro de texto	Software educativos	
			El país de los números I	Problemas Matemáticos
Multiplicación de fracciones comunes	Suma abreviada	11 (6 incisos)	3	-----
	Hallar una fracción de un conjunto	3 (6 incisos)	-----	-----
	Hallar una fracción de otra fracción	8	3	2
División de fracciones comunes	Repartir en partes iguales el todo	4 (8 incisos)	3	1
	Averiguar las veces que una fracción está contenida en las unidades	11 (8 incisos)	-----	-----
	Hallar qué parte es una fracción de otra fracción	4 (20 incisos)	-----	2

En el libro de texto los ejercicios de multiplicación y división de fracciones comunes se identifican por significados prácticos donde se establece la relación parte _ todo y se le añade la propiedad de ser iguales. Esta relación también responde a los niveles de dificultad.

En el cálculo de la multiplicación de fracciones aparecen ejercicios formales, con texto y problema. Referido a la simplificación los ejercicios que se plantean

tienen más de una dificultad en sus incisos, ejemplo 2, 3 y 4 página 33. En este indicador el elemento menos trabajado es la simplificación de forma cruzada.

En los software educativos “El país de los números y Problemas Matemáticos II los ejercicios se relacionan con los significados prácticos, aparecen ejercicios de simplificación, pero están muy limitados, no propiciando la sistematización de las habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones.

En el cálculo de división de fracciones se observó que aparecen ejercicios para el trabajo con los significados prácticos, ejemplo 1 página 34 del libro de texto, se incluye el trabajo con el recíproco (22, 23 y 24 página 34). Los mismos están dirigidos al cálculo en ejercicios formales, con texto y problema. La simplificación se trabaja generalmente en los ejercicios formales. Aparecen cantidad de ejercicios por niveles de dificultad, los menos trabajados se refieren a enteros y mixtos y mixto mixto.

En el software educativo no hay variedad de ejercicios en el segundo y tercer significado práctico. La simplificación está limitada en variedad según el grado de complejidad, predomina generalmente en una fracción.

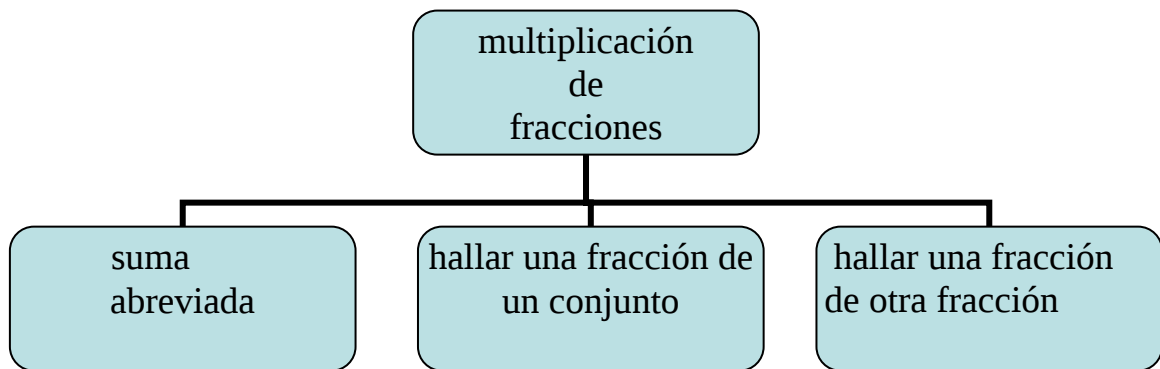
Tomando en cuenta lo anterior y la forma en que se enfoca los ejercicios, la autora de esta investigación ha elaborado se propuesta de ejercicios de manera que, junto con el libro de texto y los software educativos, contribuya al desarrollo de habilidades de cálculo de fracciones comunes. Esta se elaboró teniendo en cuenta los siguientes elementos:

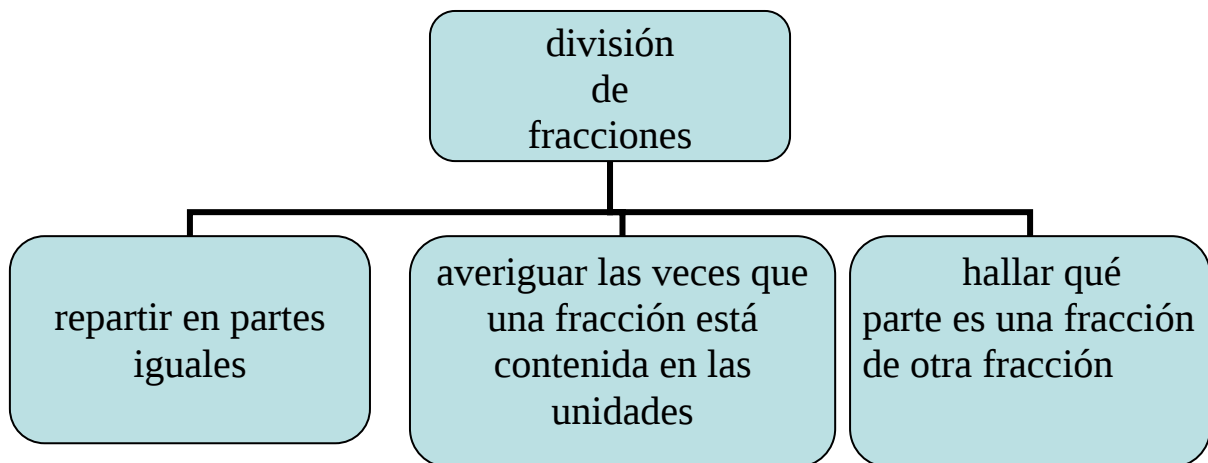
Variedad en la presentación de los ejercicios:

- Marca con una cruz el resultado correcto en el cálculo de multiplicación.
- Une con una línea el cálculo de la columna A con la B
- Aparecen ejercicios con texto donde se trabaja el significado práctico como suma abreviada, se incluyen ejercicios utilizando los términos(quintuplica la fracción, disminuye el producto)
- Ejercicios combinados con las siguientes órdenes (el resultado de calcular, selecciona la respuesta correcta)
- Observa el gráfico y completa.
- Determina los números que completa la igualdad.
- Halla el cociente.
- Calcula.
- Determina la respuesta correcta.

- Resuelve el problema.
- Que respondan a los significados prácticos, incluyendo la simplificación como exigencia en el cálculo.

La propuesta se estructura por epígrafes teniendo en cuenta los significados prácticos:





2.4 Propuesta de ejercicios para el desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes

La propuesta de ejercicios está sustentada por la organización de los significados prácticos de la multiplicación y división de fracciones comunes, incluye la simplificación como exigencia en el cálculo y diseñada en seis epígrafes para contribuir al desarrollo de habilidades de cálculo.

Multiplicación

Epígrafe 1- Suma abreviada.

Ejercicio 1.

Calcula.

- a) 3. $\frac{1}{4}$ b) 5. $\frac{2}{3}$ c) 4. $\frac{1}{5}$ d) 6. $\frac{3}{7}$

Ejercicio 2.

Une con una línea el cálculo de la columna A con la B.

A	B
3. $\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$
2. $\frac{3}{8}$	$\frac{3}{4}$

$$4. \frac{1}{12}$$

$$1 \frac{2}{3}$$

$$5. \frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{2}$$

Ejercicio 3

Resuelve.

a) ¿Qué número se obtiene sumando 12 veces $11 \frac{1}{6}$?

b) Quintuplica la fracción $\frac{4}{30}$

Ejercicio 4

El resultado de calcular:

$$9 \frac{2}{7} + (14 \frac{3}{7}) = 49$$

A) ----- 15 B) ---- 17 C) ---- 18 D) ---- no se puede calcular.

Ejercicio 5

Lee detenidamente el problema y busca la vía de solución.

Un obrero ajusta una obra en \$ 200 y hace los $\frac{7}{20}$ de ella. ¿Cuánto recibirá?

Respuestas

Ejercicio 1

$$a) \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8} \quad b) \frac{5}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{3} = 3 \frac{1}{3} \quad c) \frac{4}{1} \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \quad d) \frac{6}{1} \cdot \frac{3}{7} = \frac{18}{7}$$

Ejercicio 2

A

B.

$$\begin{array}{rcl}
 3. & \frac{1}{6} & \text{--} \\
 2. & \frac{3}{8} & \text{--} \\
 4. & \frac{1}{12} & \text{--} \\
 5. & \frac{2}{6} & \text{--}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 & \frac{1}{3} & \\
 & \frac{3}{4} & \\
 & \frac{1}{2} & \\
 & \frac{1}{2} &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 & 1 & \\
 3. & \frac{1}{6} = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{2} & \\
 & 2 & \\
 4. & \frac{1}{12} = \frac{4}{12} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} & \\
 & 3 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 & 1 & \\
 2. & \frac{3}{8} = \frac{2}{8} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{4} & \\
 & 4 & \\
 & 1 & \\
 5. & \frac{2}{6} = \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} &
 \end{array}$$

Ejercicio 3

2

$$a) \quad 12. \frac{11}{6} \frac{1}{1} = \frac{12}{1} \cdot \frac{67}{6} = 134 \quad 11 \frac{1}{6} = \frac{67}{6}$$

1

1

2

$$b)) \quad 5. \frac{4}{30} = \frac{5}{1} \cdot \frac{4}{30} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Ejercicio 4

2

2

$$9 + (14. \frac{3}{7}) -- 49 \quad 14. \frac{3}{7} = \frac{14}{1} \cdot \frac{3}{7} = 6$$

2

$$9 + 6 - 49$$

$$\begin{array}{l}
 \checkmark \\
 81 + 6 - 49 \\
 \checkmark \\
 87 + 49 \\
 \checkmark \\
 38
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 81 + 6 = 87 \\
 87 - 49 = 38
 \end{array}$$

□

Ejercicio 5

$$\begin{array}{r} 10 \\ \$ 200. \underline{7} = \underline{200.} \underline{7} = 70 \\ 20 \quad 1 \quad 20 \\ 1 \end{array} \quad 200:20 = 10$$

Respuesta: Recibirá \$ 70.

Epígrafe 2 –“Hallar una fracción de un conjunto.”

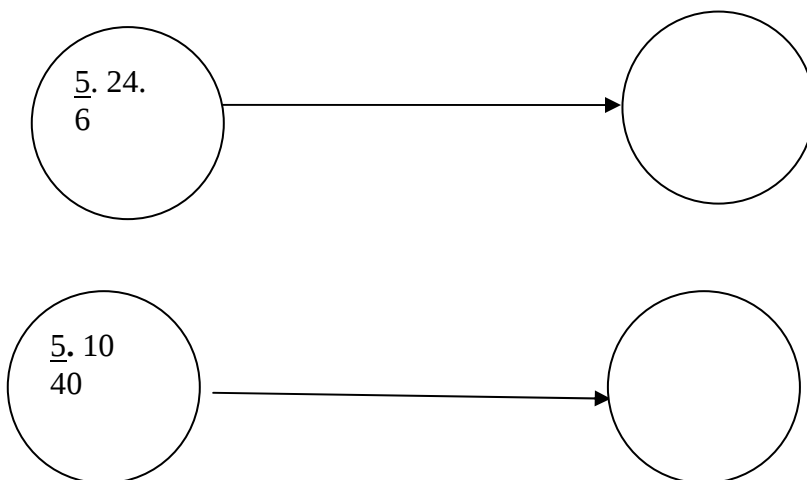
Ejercicio 6.

Calcula.

a) $\underline{1} \cdot 5$ b) $\underline{7} \cdot 3$ c) $\underline{1} \cdot 9$ d) $\underline{6} \cdot 4$
6 10 2 7

Ejercicio 7

Observa el gráfico y completa.



Ejercicio 8

a) Un factor es 5 y el otro factor 49. Calcula el producto.

Ejercicio 9

Selecciona la respuesta correcta.

$$\begin{array}{r} 2 \\ (1 \quad) + 1. \sqrt{36} + 5 \\ 3 \end{array}$$

Ejercicio 10

a) En cuanto disminuye el producto de $\frac{19}{6} \cdot 18$ al producto de $\frac{9}{4} \cdot 12$.

Ejercicio 11

Analiza el problema. Resuelve.

¿Cuántos litros hay que sacar de un tonel de 560 litros para que me queden en él los 6 del contenido?

7

Repuestas:

Ejercicio 6

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{1.}{6} \cdot \frac{5}{1} = \frac{5}{6} \\ \text{b) } \frac{7.}{10} \cdot \frac{3}{1} = \frac{21}{10} = 2 \frac{1}{10} \\ \text{c) } \frac{1.}{2} \cdot \frac{9}{1} = \frac{9}{2} = 4 \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{d) } \frac{6.}{7} \cdot \frac{4}{1} = \frac{24}{7} = 3 \frac{3}{7} \\ \text{e) } \frac{4.}{35} \cdot \frac{9}{1} = \frac{36}{35} = 1 \frac{1}{35} \end{array}$$

Ejercicio 7

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \frac{5.}{6} \cdot \frac{24}{1} \\ \hline \end{array} & \longrightarrow & 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ \frac{5.}{6} \cdot \frac{24}{1} = 20 \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{c} \frac{5.}{10} \cdot \frac{10}{1} \\ \hline \end{array} & \longrightarrow & \frac{1}{4} \end{array}$$

Ejercicio 8

a) 4
5. $24 =$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & & 2 & & 1 & & \\ \hline 5 & & 10 & = & 10 & = & 2 = 1 \\ 40 & & 1 & & 8 & & 4 & & 4 \\ 8 & & & & 4 & & & & 2 \end{array}$$

Ejercicio 9

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \sqrt{36} + 5$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

$$\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3}} = \sqrt{36} + 5$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{6}{1} = 2$$

$$\frac{1}{9} + \frac{1}{3} \sqrt{6} + 5$$

$$\frac{1}{9} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 5$$

$$\frac{1}{9} + \frac{2}{1} = \frac{1 + 18}{9} = \frac{19}{9}$$

$$\begin{array}{r} \underline{19} + 5 \\ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{19} + \underline{5} = \underline{19 + 45} = \underline{64} = 7 \quad \underline{1} \\ 9 \quad 1 \quad 9 \quad 9 \quad 9 \end{array}$$

Ejercicio 10

$$\begin{array}{ccc} 3 & 3 & \\ \underline{19.} \ \underline{18} = 57 & \underline{9.} \ \underline{12} = 27 & 57 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \quad 1 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \quad 1 \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} - \quad 27 \\ 30 \end{array}$$

Respuesta: El producto disminuye en 30.

Ejercicio 11

$$\frac{6}{7} \cdot 560 = x$$

$$X = 80 \text{ L}$$

$$\begin{array}{r} 80 \\ 6 \cdot \frac{560}{7} = 480 \end{array} \quad \begin{array}{r} 560 \quad \underline{7} \\ - 56 \quad 80 \text{ L} \\ 0 \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 560 \\ - 480 \\ \hline 80 \end{array}$$

Respuesta: Hay que sacar 80 L para que me queden $\frac{6}{7}$ del contenido.

7

Epígrafe: 3 Hallar una fracción de otra fracción.

Ejercicio 12

Calcula

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} & \text{b) } \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{6} & \text{c) } \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3} & \text{d) } \frac{8}{9} \cdot \frac{2}{6} \end{array}$$

Ejercicio 13

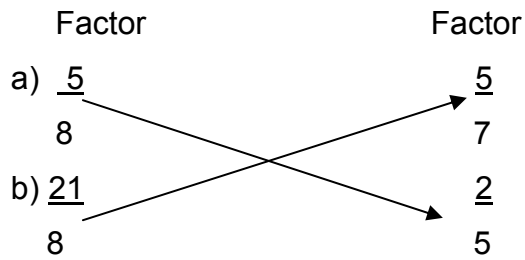
Determina los números que completa la igualdad.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{10} = \boxed{} & \text{b) } \frac{5}{3} \cdot \frac{2}{18} = \boxed{} & \text{c) } \frac{12}{8} \cdot \frac{1}{12} = \boxed{} \\ & & \boxed{} \end{array}$$

Ejercicio 14

Analiza los términos de la operación.

Halla el producto.



Ejercicio 15

Selecciona la respuesta correcta:

²
 (1). $\frac{2}{2} \cdot 12 + 15$
 2 3

Ejercicio 16

Halla el valor de B

A = $\frac{4}{16}$. B	B = $\frac{2}{4}$
A = $\frac{3}{2}$. B	B = $\frac{12}{12}$
A = $\frac{5}{2}$. B	B = $\frac{2}{25}$

Ejercicio 17

Lee detenidamente el problema. Resuélvelo.

¿Un obrero gasta $\frac{2}{3}$ de las $\frac{2}{4}$ partes de su salario en alimentos. ¿Qué partes gastó en alimentos?

Respuestas:

Ejercicio 12

a) $\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$	b) $\frac{3}{8} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{16}$	c) $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{21}$	d) $\frac{8}{9} \cdot \frac{2}{6} = \frac{8}{27}$
	²		³

Ejercicio 13

1

2

5

$$\text{a) } \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{10} = \boxed{\frac{6}{25}}$$

$$\frac{1}{1} = \boxed{1}$$

$$\text{c) } \frac{12}{8} \cdot \frac{1}{12} = \boxed{\frac{1}{8}} \quad \text{o}$$

$$\text{b) } \frac{5}{3} \cdot \frac{2}{18} = \boxed{\frac{2}{9}}$$

$$\frac{12}{8} \cdot \frac{1}{12} = \frac{3}{24} = \boxed{\frac{1}{8}}$$

Ejercicio 14

$$\text{a) } \frac{5}{8} \quad \frac{4}{7} \quad \frac{2}{5}$$

$$\text{a) } \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{b) } \frac{21}{8} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$$

Ejercicio 15

$$\begin{aligned} & \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 12 + 15 \\ & \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot 12 + 15} \\ & \sqrt{\frac{1}{6} \cdot 12 + 15} \\ & \sqrt{2 + 15} \\ & \sqrt{17} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\ & \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \\ & \frac{1}{6} \cdot \frac{12}{1} = 2 \quad 2 + 15 = 17 \end{aligned}$$

Ejercicio 16

$$A = \frac{4}{16} \quad B = \frac{2}{4} \quad \frac{4}{16} \cdot \frac{2}{4} = \frac{1}{8} \quad B = \frac{1}{8}$$

$$A = \frac{3}{2} \cdot \frac{12}{12} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2} \quad B = 1 \frac{1}{2}$$

$$A = \frac{5}{2} \quad B = \frac{2}{25} \quad \frac{5}{2} \cdot \frac{2}{25} = \frac{1}{5} \quad B = \frac{1}{5}$$

Ejercicio 17

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{4} = X \quad \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{4} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad X = \frac{1}{3}$$

División

Significados prácticos.

Epígrafe 4 --Repartir en partes iguales.

Ejercicio 18.

Calcula. Convierte la fracción impropia en mixta.

$$\text{a) } 4 : \frac{3}{5} \quad \text{b) } 3 : \frac{5}{7} \quad \text{c) } 5 : \frac{4}{6} \quad \text{d) } 7 : \frac{3}{9}$$

Ejercicio 19

Marca con una cruz (x) el resultado correcto:

$$5 : \frac{4}{12}$$

A) ---- 10 B) ----- 13 c) ---- 15 D) ----- no tiene solución.

Ejercicio 20

Halla el cociente. Simplifica tanto como sea posible.

a) 5: $\frac{10}{13}$ b) 7: $\frac{21}{2}$ c) 4: $\frac{2}{5}$ d) 3: $\frac{12}{14}$

Ejercicio 21

12 es resultado de calcular:

A) ----- 5: $\frac{25}{11}$ B) ---- 2: $\frac{3}{7}$ C) ---- 4: $\frac{12}{13}$ D) ---- 3: $\frac{1}{4}$

Ejercicio 22

Resuelve. Controla el resultado.

a) X= 15: $\frac{3}{4}$ b) X = 50: $\frac{21}{2}$ c) X = 80: $\frac{8}{5}$

Ejercicio 23

Lee el problema y resuélvelo.

Tenemos que ver cuántas jarras de 2 de litros caben en 5 litros.

Respuestas:

Ejercicio 18

a) 4: 3 = $\frac{4}{5}$. $\frac{5}{1} = \frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3}$

b) 3: $\frac{5}{7} = \frac{3}{1} \cdot \frac{7}{5} = \frac{21}{5} = 4 \frac{1}{5}$

3

c) 5: $\frac{4}{5} = \frac{5}{6} = \frac{15}{7} = 7 \frac{1}{7}$

$$\begin{array}{cccccc} 6 & 1 & 4 & 2 & & 2 \\ & & 2 & & & \\ & & & 3 & & \end{array}$$

d) $7: \underline{3} = \underline{7} \cdot \underline{9} = 21$

$$\begin{array}{ccc} 9 & 1 & 3 \\ & & 1 \end{array}$$

Ejercicio 19

$$3$$

5: $\underline{4} = \underline{5} \cdot \underline{12} = 15$

$$\begin{array}{ccc} 12 & 1 & 4 \\ & & 1 \end{array}$$

C) --x--- 15

Ejercicio 20

$$1$$

a) $5: \underline{10} = \underline{5} \cdot \underline{13} = \underline{13} = 6 \underline{1}$

$$\begin{array}{cccccc} 13 & 1 & 10 & 2 & & 2 \\ & & & 2 & & \end{array}$$

$$1$$

b) $7: \underline{21} = \underline{7} \cdot \underline{2} = \underline{2}$

$$\begin{array}{ccc} 2 & 1 & 21 \ 3 \\ & & 3 \end{array}$$

$$2$$

c) $4: \underline{2} = \underline{4} \cdot \underline{5} = 10$

$$\begin{array}{ccc} 5 & 1 & 2 \\ & & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 1 & 7 \end{array}$$

d) $3: \underline{12} = \underline{3} \cdot \underline{14} = \underline{14} = \underline{7} = 3 \underline{1}$

$$\begin{array}{cccccc} 14 & 1 & 12 & 4 & 2 & 2 \\ & & & 4 & 2 & \end{array}$$

Ejercicio 21

12 es resultado de calcular:

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \text{A) } \dots 5: \underline{25} = \underline{5}. \underline{11} = \underline{11} = 2 \underline{1} \\
 \phantom{\text{A) } \dots 5:} 11 \quad 1 \quad 25 \quad 5 \quad 5 \\
 \phantom{\text{A) } \dots 5:} 5
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{B) } \dots 2: \underline{3} = 2. \underline{7} = \underline{14} = 4 \underline{2} \\
 \phantom{\text{B) } \dots 2:} 7 \quad 3 \quad 3 \quad 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \text{C) } \dots 4: \underline{12} = \underline{4}. \underline{13} = \underline{13} = 4 \underline{1} \\
 \phantom{\text{C) } \dots 4:} 13 \quad 1 \quad 12 \quad 3 \quad 3 \\
 \phantom{\text{C) } \dots 4:} 3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{D) } \dots 3: \underline{1} = \underline{3}. \underline{4} = 12 \quad \text{D) } -x-- 12 \\
 \phantom{\text{D) } \dots 3:} 4 \quad 1 \quad 1
 \end{array}$$

Ejercicio 22

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } x = 15: \underline{3} \\
 \phantom{\text{a) } x = 15:} 4 \\
 \phantom{\text{a) } x = 15:} 5 \\
 x = \underline{15}. \underline{4} = 20 \\
 1 \quad 3 \\
 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{b) } x = 50: 2 \underline{1} \\
 \phantom{\text{b) } x = 50:} 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 x = 50: \underline{5} \\
 2 \\
 10
 \end{array}$$

$$x = \frac{50}{1} \cdot \frac{2}{5} = 20$$

$$c) x = 80 : \frac{8}{5}$$

$$10$$

$$X = 80 \cdot \frac{5}{8} = 50$$

Ejercicio 23

$$5 : \frac{2}{3} = x \qquad 5 : \frac{2}{3} = 5 \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{2} = 7 \frac{1}{2}$$

$$X = 7 \frac{1}{2}$$

Respuesta: Caben en 5 litros $7 \frac{1}{2}$ jarras.

Epígrafe 5 – Averiguar las veces que una fracción está contenida en las unidades.

Ejercicio 24

1 es el resultado de calcular:

$$A) - \frac{2}{3} : 5 \quad B) - \frac{3}{7} : 2 \quad C) - \frac{5}{11} : 4 \quad D) 1 : \frac{3}{4}$$

Observa el siguiente esquema. Calcula según la flecha.

Ejercicio 25

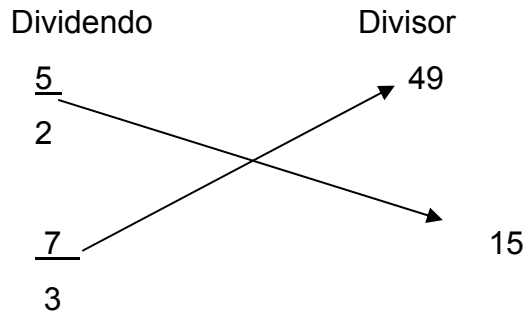
$$\boxed{3 \frac{1}{5}}$$

$$\boxed{\frac{6}{5}}$$

$$\begin{array}{c} : \\ \longrightarrow 6 \\ : \\ \longrightarrow 8 \end{array}$$

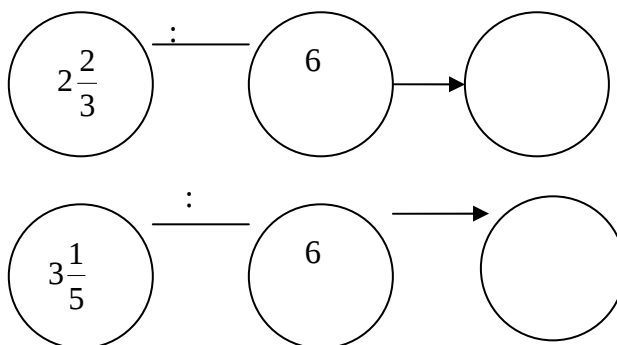
Ejercicio 26

Analiza los términos de la operación. Calcula el cociente.



Ejercicio 27

Observa el esquema y determina la respuesta correcta.



Ejercicio 28

Resuelve.

a) $7\frac{1}{2} : 10$

b) $5\frac{1}{2} : 13$

Ejercicio 29

Lee detenidamente el problema. Resuélvelo.

Si un hombre hace un trabajo voluntario en 8 días ¿Qué parte del trabajo puede hacer en $1\frac{3}{4}$ días?

Epígrafe 3 Hallar una fracción de otra.

Ejercicio 30

Calcula.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \underline{21} : 4 \\ \underline{4} \end{array} \quad \text{b) } \begin{array}{l} 3 \underline{1} : \underline{7} \\ 2 \quad 4 \end{array} \quad \text{c) } \begin{array}{l} 4 \underline{2} : 2 \underline{1} \\ 3 \quad 3 \end{array}$$

Ejercicio 31

Une con el cálculo de la columna A con la B.

a) $\begin{array}{l} 2 \underline{1} : 1 \underline{1} \\ 2 \quad 2 \end{array}$	B
b) $\begin{array}{l} 3 \underline{1} : 1 \underline{3} \\ 2 \quad 4 \end{array}$	- 2
c) $\begin{array}{l} 4 \underline{2} : 2 \underline{1} \\ 3 \quad 3 \end{array}$	- 3
d) $\begin{array}{l} 5 \underline{1} : 1 \underline{3} \\ 4 \quad 4 \end{array}$	- 2

Ejercicio 32

Calcula.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \underline{2} \cdot \underline{14} : \underline{2} \\ 7 \quad 3 \quad 3 \end{array}$$

$$\text{b) } (\underline{2} + \underline{1}) : \underline{3} \\ 9 \quad 6 \quad 4$$

$$\text{c) } (\underline{3} - \underline{1}) : (\underline{2} - \underline{1}) \\ 4 \quad 3 \quad 3 \quad 10$$

Ejercicio 33

El resultado de calcular $\underline{2} : \underline{4}$ es:

$$\begin{array}{l} 6 \quad 3 \end{array}$$

A) --- 4 B) --- 4 C) --- 1 D) --- no tiene solución.

Ejercicio 34

Problema.

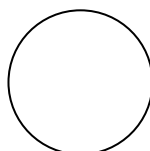
Elena tenía 3 m de mezclilla. Gastó 1 m para una camisa a su hijo. Qué parte gastó?

Respuestas:

Ejercicio 24

$$\text{A) } \underline{2} : \underline{5} = \underline{2} \cdot \underline{1} = \underline{2} \\ 3 \quad 1 \quad 3 \quad 5 \quad 15$$

$$\text{B) } \underline{3} : \underline{2} = \underline{3} \cdot \underline{1} = \underline{3}$$



7 1 7 2 14

C) $\underline{5} : \underline{4} = \underline{5} \cdot \underline{1} = \underline{5}$

11 1 11 4 44

D) $\underline{1} : \underline{3} = \underline{1} \cdot \underline{1} = \underline{1}$

4 1 4 3 12

D) -x---

Ejercicio 25

$$\boxed{\frac{4}{7}} \xrightarrow{\quad : \quad} \frac{2}{21}$$

$$\boxed{\frac{6}{5}} \xrightarrow{\quad : \quad} \frac{3}{20}$$

2

$2 : \underline{6} = \underline{4} \cdot \underline{1} = \underline{2}$

7 1 7 6 21

3

3

$\underline{6} : \underline{8} = \underline{6} \cdot \underline{1} = \underline{3}$

5 1 5 8 20

4

Ejercicio 26

Dividendo

Divisor

$$\begin{array}{l} \underline{5} \\ 2 \end{array} \xrightarrow{\quad : \quad} \begin{array}{l} 49 \\ 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \\ \underline{5} : \underline{15} = \underline{5} \cdot \underline{1} = \underline{1} \\ 2 \quad 1 \quad 2 \quad 15 \quad 6 \\ \quad \quad \quad \quad \quad 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \underline{7} \\ 3 \end{array} \xrightarrow{\quad : \quad} \begin{array}{l} 15 \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \\ \underline{7} : \underline{49} = \underline{7} \cdot \underline{1} = \underline{1} \\ 3 \quad 1 \quad 3 \quad 49 \quad 21 \\ \quad \quad \quad \quad \quad 7 \end{array}$$

Ejercicio 27

2

3

8

35

Ejercicio 28

Resuelve.

3

$$\text{a) } 7 \frac{1}{2} : 10 = \frac{15}{2} : \frac{10}{1} = \frac{15}{2} \cdot \frac{1}{10} = \frac{3}{4}$$

$$\text{b) } 5 \frac{1}{3} : 12 = \frac{16}{3} : \frac{12}{1} = \frac{16}{3} \cdot \frac{1}{12} = \frac{4}{9}$$

Ejercicio 29

Comprobación

$$1 \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$$

1

$$\frac{7}{4} : \frac{8}{4} = \frac{7}{4} : \frac{8}{4} = \frac{7}{4} \cdot \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{7}{4} : \frac{8}{4} = \frac{7}{4} : \frac{8}{4} = \frac{7}{4} \cdot \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{7}{4} : \frac{8}{4} = \frac{7}{4} : \frac{8}{4} = \frac{7}{4} \cdot \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$$

Respuesta: En 13 días puede hacer 7 partes del trabajo.

4

Epígrafe 6 – Hallar qué parte es una fracción de otra.

Ejercicio 30

Calcula.

$$\text{a) } 21 : 4$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{7}{4}$$

$$\text{b) } 3 \frac{1}{2} : 7$$

$$\text{c) } 4 \frac{2}{3} : 2 \frac{1}{3}$$

Ejercicio 31

Une con una línea la columna A con el resultado de columna B.

A

B

$$\text{a) } 2 \frac{1}{4} : 1 \frac{1}{2}$$

--- 2

$$\text{b) } 3 \frac{1}{2} : 1 \frac{3}{4}$$

---- 3

$$\text{c) } 4 \frac{2}{3} : 2 \frac{1}{3} \quad \text{---- } 2$$

$$\text{d) } 5 \frac{1}{4} : 1 \frac{3}{4} \quad \text{----- } 1 \frac{1}{2}$$

Ejercicio 32

Calcula. Simplifica siempre que sea posible.

$$\text{a) } \frac{2}{7} \cdot \frac{14}{3} : \frac{2}{3}$$

$$\text{b) } (2 + \frac{1}{9}) : \frac{3}{64}$$

$$\text{c) } (\frac{3}{4} - \frac{1}{3}) : (\frac{2}{3} - \frac{1}{10})$$

Ejercicio 33

El resultado de calcular $\frac{2}{6} : \frac{4}{3}$ es:

$$\frac{6}{3}$$

A) – 4 B) --- 4 C) --- 1 D) – no tiene solución

Ejercicio 34

Analiza el problema. Resuelve.

Elena tenía $\frac{3}{4}$ m de mezclilla. Gastó $\frac{1}{2}$ m para una camisa a su hijo. ¿Qué parte gastó?

Respuesta:

Ejercicio 30

$$\text{a) } \frac{21}{3} \cdot \frac{7}{4} = \frac{49}{4} = 12 \frac{1}{4}$$

$$\text{b) } \frac{6}{2} \cdot \frac{4}{7} = \frac{12}{7} = 1 \frac{5}{7}$$

$$\text{c) } \frac{14}{3} \cdot \frac{7}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

Ejercicio 31

$$\begin{array}{l} \text{a) } \rightarrow \text{-- } 2 \\ \text{b) } \rightarrow \text{-- } 3 \\ \text{c) } \rightarrow 2 \\ \text{d) } \rightarrow \text{-- } 1 \frac{1}{2} \end{array}$$

Ejercicio 32

$$a) \frac{2 \cdot 14}{7 \cdot 3} = \frac{4}{3} : \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} = 2$$

$$b) \frac{14}{27}$$

$$c) \frac{25}{34}$$

Ejercicio 33

$$B) \frac{1}{4}$$

Ejercicio 34

$$\frac{3}{4} \text{ m} : \frac{1}{2} \text{ m} = \frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3}{2} = 1 \frac{1}{2}$$

Respuesta: Gastó $1 \frac{1}{2}$ metros.

2.4 Implementación y validación de la propuesta de ejercicios

En el curso 2008-2009 se inició el proceso de validación de la propuesta de ejercicios.

Para implementar la propuesta de ejercicios se utilizó como muestra al grupo de sexto grado B con 20 alumnos de la ENU "Arturo Almeida González" del Municipio de Aguada de Pasajeros.

La autora de la investigación para poner en práctica la implementación tuvo en cuenta los siguientes aspectos:

- Si los ejercicios se corresponden con los objetivos del grado.
- Si los ejercicios responden a los significados prácticos.
- Variedad de los ejercicios en su presentación.
- El grado de complejidad de los ejercicios.

- Niveles de dificultad.
- Dosificación de los ejercicios por horas clases según el Programa (Ver Tabla página 35)

Aspectos positivos.

La Jefa del Segundo Ciclo señala que:

- La propuesta cumple con los objetivos para la cual fue concebida.
- Se corresponde con el grado.
- Los ejercicios están bien elaborados por significados prácticos.
- Se incluye el trabajo con la simplificación atendiendo a los niveles de dificultad.
- Son variados.

Aspectos negativos.

- Se sugiere reelaborar algunas órdenes para una mejor comprensión del ejercicio y su razonamiento.
- Reforzar el trabajo con la simplificación teniendo en cuenta el grado de complejidad.

Estas sesiones de trabajo fueron productivas, pues se logró identificar al alumno con la propuesta de ejercicios, permitiendo aclarar dudas y tomar alternativas para mejorarla.

Después de analizar y solucionar los señalamientos realizados se procedió a presentar la propuesta de ejercicios a los alumnos.

Para la validación de la propuesta se tuvo en cuenta el siguiente momento:

-- Implementar la propuesta de ejercicios en el proceso de enseñanza – aprendizaje de los alumnos para la cual fue concebida, así como determinar el comportamiento de los indicadores que se tuvieron en cuenta en el diagnóstico inicial del problema.

Para evaluar la efectividad de la propuesta se partió del análisis de los objetivos del grado en cuanto al cálculo de multiplicación y división de fracciones: Además se incluyó los siguientes elementos del conocimiento:

- Comprensión del ejercicio: en este elemento se evalúa la realización de los ejercicios por parte de los alumnos, cómo operan en el cálculo, si necesitan de impulsos didácticos para la búsqueda de la vía de solución,

si razonan los problemas presentados, el orden de las operaciones combinadas y con texto.

- Cálculo: se comprueba el desarrollo de habilidades alcanzados por los alumnos en cuanto al cálculo con las cuatro operaciones fundamentales y con números fraccionarios en ejercicios formales, combinados, con texto y problemas. Además la memorización de los ejercicios básicos de multiplicación y división y si calculan con rapidez y seguridad.
- Convertir la fracción impropia a mixta y viceversa.
- Simplificación por grado de complejidad: en una fracción por separado, de forma cruzada y numerador con denominador en diferentes fracciones.
- Hallar el recíproco.

Estos elementos del conocimiento se evalúan en el proceso de la clase como proceso y resultado teniendo en cuenta el papel protagónico de los alumnos en la cual se aplicó una prueba inicial con el objetivo de comprobar el desarrollo de habilidades en el cálculo de adición y sustracción con fracciones, se incluyen la observación del trabajo independiente y la aplicación de la prueba de aprendizaje 2 y 3 en el proceso de implementación y validación.

De las unidades del programa de Matemática en sexto grado, se seleccionó para la implementación la Unidad 2 – Números Fraccionarios con un total de 63 h. c, de ellas 31 h. c corresponde al 1. Período y 32 h. c al 2. Período.

Se implementó la propuesta en el epígrafe 2.2 – Multiplicación y división de fracciones comunes con 14 h. c.

El cálculo de multiplicación de fracciones se implementó en la semana 8 y 9 correspondiente al Primer Período, abarcando 1 semana y un día con 6 h. c en total. El cálculo de la división se implementó en la semana 1 y 2 del Segundo período con 6 h. c, duró 1 semana y un día.

Se le dedica 2 h. c para el tratamiento con estas operaciones teniendo en cuenta su organización por significados prácticos, incluyendo la simplificación.

Para dar tratamiento a la unidad se muestra los contenidos por la dosificación de los ejercicios en las clases de Matemática.

Multiplicación.

Epígrafe – 1- 2 h. c

Clase # 1- Ejercicio 2 a) b) c) i) página 32 y Ejercicio 7 página 33 del Libro de texto, **(Propuesta – 1 a), 2 (4 incisos).**

En la clase 1 se propuso el ejercicio 1 para motivar la clase, mediante una situación problémica con el objetivo de dar tratamiento al significado práctico "Suma Abreviada". En la realización del ejercicio 2 con 4 incisos los alumnos trabajaron de forma independiente, hubo rapidez y seguridad en el cálculo, excepto los alumnos 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, y 10 que no comprendieron el ejercicio y tuvieron que necesitar de impulsos como:

- Analiza la operación que se te indica.
- Recuerda como proceder.

En el caso de los alumnos 1, 2, 4, 6, 9, 10 y 14 se mostraron inseguros al determinar la fracción que debían simplificar en el último ejercicio, por lo que necesitaron de explicación.

En la clase # 2 – Ejercicio 5 a) b) e) página 32 y los ejercicios 6 y 12 página 33 del Libro de texto. **(Propuesta – Ejercicios 5 y 6).**

En el ejercicio 5 los alumnos demostraron habilidades al dominar el orden de las operaciones, calcularon con rapidez y seguridad y efectuaron el control de los cálculos, aunque los alumnos 2, 4, 9, 10 y 14 trabajaron con poca rapidez y no llegaron a revisar los cálculos por lo que necesitaron de impulsos como:

- Revisa que los cálculos realizados no tengan errores.

Con respecto a la simplificación los alumnos 2, 4, 8, 9, 10 y 14 tuvieron dificultades, afectando en gran medida el cálculo.

En el ejercicio 6 al resolver el problema los alumnos se sintieron seguros al trabajar con el significado práctico de la operación, procedieron a calcular con seguridad la vía de solución hallada y respondieron correctamente la pregunta del problema, menos los alumnos 2, 4, 7, 9, 10 y 14 que necesitaron de impulsos en la búsqueda de la vía de solución como:

- Busquen las relaciones con los datos.
- Lee la pregunta.
- Piensa en la vía de solución.

Además los alumnos 2, 4, 8, 9, 10 y 14 presentaron dificultades al operar en el cálculo, pues no llegaron a simplificar la fracción (el número mayor es múltiplo del menor)

Clase # 3 – Ejercicio2 página 32 (6 incisos) del Libro de texto. (Propuesta – Ejercicios 7 y 8).

En esta clase se propuso el ejercicio 7 para introducir el segundo significado práctico “Hallar una fracción de un conjunto”. Al trabajar con el ejercicio 8 se observó que los alumnos asimilaron el significado práctico ya que operaron en el cálculo sin dificultad. Trabajaron de forma independiente y llegaron al resultado correcto, excepto los alumnos 2, 4, 9, 10, 14 y 17 que tuvieron un error en el cálculo al convertir la fracción impropia a mixta y en la simplificación (el número mayor es múltiplo del menor) presentaron dificultades los alumnos 9, 10 y 14

Clase # 4 – Ejercicio13 página 33 del Libro de texto. (Propuesta – Ejercicio 9, 10 y 11).

En esta clase se observó el estudio independiente de los alumnos (Anexo 4)

Objetivo:

Comprobar el nivel de aprendizaje que poseen los alumnos al calcular con la multiplicación de fracciones comunes para determinar las dificultades que presentan en el desarrollo de habilidades de cálculo, así como la rapidez en que solucionan los ejercicios.

Elementos del conocimiento a medir:

- a) Comprensión del ejercicio.
- b) Cálculo.
- c) Convertir fracción mixta a impropia.
- d) Simplificación.

Indicadores	Alumnos																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a	-	-	-	-	-	-	-		x	x	-	-	-	-	-	-		-	-	-
b	-		-		x	x	x	x	x	x	-	-	-	-	x	-	x	-	-	-
c	-	-	-	-	-	-			-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
d	-	x	-	x	x	-	x	x	x	x	-	-	-	x	-	-	-	-	-	-

Los alumnos se organizaron por equipos para la realización de los ejercicios. Al resolver el ejercicio 9 se mostraron activos, comprendieron la orden y calcularon con rapidez y seguridad. En el caso de la simplificación los alumnos 2, 4,9 y 10, a pesar de trabajar de forma independiente necesitaron de explicación en el primer ejercicio, luego continuaron operando en el cálculo. El alumno 9 y 10 necesitaron de impulsos como:

- Analiza la orden del ejercicio.
- Recuerda como proceder en el cálculo.
- Comprueba los resultados.

En el ejercicio 10 hubo mayor independencia en la realización de los ejercicios, se sintieron cómodos al operar con rapidez y seguridad el ejercicio, ya que comprendieron la orden, seleccionaron correctamente el resultado, excepto los alumnos 9 y 10, que presentaron dificultades en el cálculo de división con números naturales. Necesitaron de impulsos los alumnos 2, 4,9 y 10 como:

- Recuerda cómo proceder en el cálculo.
- Analiza los cálculos hallados.

Los alumnos 15 y 17 tuvieron un error en el cálculo, pero rectificaron con rapidez.

En el ejercicio 11 los alumnos al trabajar de forma independiente se mostraron seguros al operar en el cálculo, hubo comunicación entre ellos para la búsqueda de solución, por lo que fueron estimulados los alumnos 11, 12, 13, 16, 18 19 y 20. Los alumnos 5, 6, 7, 8, 15 y 17 a pesar de efectuar el cálculo con seguridad, no trabajaron con rapidez. En la simplificación aún los alumnos 2, 4, 5, 7 8, 9, 10 y 14 presentan dificultades por no aplicar las reglas de divisibilidad al determinar cuál es el mismo número que divide al numerador y denominador.

Elementos del conocimiento más afectados:

- a) Cálculo. Los alumnos 5, 6, 7, 8, 9,10, 15 y 17 necesitaron de explicación del ejercicio y de impulsos didácticos.
- d) Simplificación: Los alumnos 2, 4, 9 y 10 presentaron dificultades.

Clase – 5 – Epígrafe 3 – “Hallar una fracción de otra”. Ejercicio 3 incisos a) b) c) d) e) f) página 32. (Propuesta – Ejercicio 13, 14 y 15).

En el ejercicio 12 los alumnos se apropiaron del significado práctico, trabajaron de forma independiente, calcularon con rapidez y seguridad porque comprendieron fácilmente la orden del ejercicio. Los alumnos 2, 4, 9 y 10 necesitaron de ayuda en el ejercicio del inciso d), los alumnos 3, 11, 12, 13, 18, 19 y 20 operaron en el cálculo utilizando otra vía de solución al simplificar.

En el ejercicio 13 los alumnos demostraron dominio del procedimiento de solución, participaron en la clase y el cálculo fue correcto, se observa avance en el grupo con respecto a la simplificación, excepto los alumnos 9 y 10 que mostraron inseguridad.

En el ejercicio 14 los alumnos trabajaron por dúos, se intercambiaron las libretas para evaluar las habilidades desarrolladas en el cálculo lográndose en ellos las rectificaciones de errores y el fortalecimiento de las relaciones afectivas en el grupo.

En el ejercicio 15 se observó que los alumnos alcanzaron mayor desarrollo de habilidades en el cálculo donde se evidenció en ellos mayor comprensión del ejercicio, rapidez y seguridad en el cálculo y llegaron al resultado correcto, aunque existen alumnos que aún presentan dificultades (2, 4, 9 y 10).

Clase # 6 – Ejercicio 5 incisos d) f), Ejercicios 17 y 18 del libro de texto. (Propuesta – Ejercicio 16 y 17. Aplicación de la prueba de aprendizaje # 2 en la etapa de implementación).

En el ejercicio 16 los alumnos 1,2, 4,9,10,13,14, y 20 necesitaron de una breve explicación del ejercicio, trabajaron de forma independiente, con seguridad y rapidez en el cálculo, comprobándose el dominio de los significados prácticos y habilidades en la simplificación, se propuso como tarea para la casa el ejercicio 17.

Posteriormente se aplicó la prueba de aprendizaje # 2 (Anexo 6).

Objetivo:

Constatar la efectividad de la propuesta de ejercicios que permite comprobar el desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación de fracciones por significados prácticos y teniendo en cuenta la simplificación.

Elementos del conocimiento a medir:

- a) Comprensión del ejercicio.
- b) Cálculo.
- c) Convertir fracción mixta en impropia y viceversa.
- d) Simplificación.
- e) Rapidez.

Indicadores	Alumnos																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a		x	-	x	-	-	x		x	x	-	-	-	x	-	-		-	-	-
b		x	-	x	-	-		x	x	x	-	-	-	x	-	-		-	-	-
c		x	-	x	-	-			x	x	-	-	-	x	-	-	x	-	-	-
d	-	x	-	x	-	-		x	x	x	-	-	-	x	-	-	x	-	-	-

Elementos del conocimiento más afectados.

a) Comprensión del ejercicio: Los alumnos 2, 4, 7, 9, 10 y 14 necesitaron de impulsos didácticos como:

- Lee detenidamente el problema.
- Analiza los datos.
- Comprueba la vía de solución.

b) Cálculo: 6 alumnos presentaron dificultades (2, 4, 8, 9, 10, y 14) por presentar inseguridad en el cálculo.

c) Convertir fracción mixta a impropia: 6 alumnos presentaron dificultades (2, 4, 9, 10, 14, y 17) por tener un error en el procedimiento.

Simplificación: 8 alumnos no aplicaron las reglas de divisibilidad de forma correcta (2, 4, 8, 9, 10, 14 y 17). Coinciden los 2, 4, 9, 10, y 14 en los indicadores afectados.

e) Los alumnos 2, 4, 9, 10 y 14 tuvieron poca rapidez al calcular.

División

Significado práctico – “Repartir en partes iguales”.

Clase # 1 – Ejercicio 25 e) f) g) h) página 34, Ejercicio 26 página 34 e) f) g) h).

(Propuesta – Ejercicio 19 a) b) c) d) y Ejercicio 21 a) b) c) d).

En el ejercicio 19 los alumnos (1, 2, 4, 6, 9 y 10) necesitaron de impulsos tales como:

- Recuerda como proceder en el cálculo.
- Convierte la fracción impropia a mixta.

Los alumnos (2, 4, 8, 9, 10, 14, 15, y 17) resolvieron tres ejercicios durante el tiempo previsto por lo que no tuvieron rapidez y seguridad en el cálculo. En el procedimiento de solución al convertir la fracción impropia a mixta tuvieron dificultades los alumnos (2, 4, 6, 9, 10 y 16 en los incisos a) y b). En la simplificación con la dificultad (fracción por separado) hubo 7 alumnos que presentaron inseguridad al determinar el número divisible por el numerador y denominador en el inciso c) y d), ellos son: 2, 4, 6, 8, 9, 10 y 14. En hallar el recíproco del divisor presentaron dificultades al operar con el algoritmo los alumnos (2, 4, 6, 9, y 10). Coinciden en los indicadores evaluados los alumnos (2, 4, 6, 9, y 10).

En el ejercicio 20 los alumnos 9 y 10 necesitaron de impulsos como:

- Simplifica tanto como sea posible.
- Comprueba los resultados.

Con respecto al cálculo los alumnos 2, 4, 9, y 10 tuvieron inseguridad al operar con el ejercicio del inciso a).

Se equivocaron en el cálculo los alumnos 3, 7, 12 y 15. Al convertir la fracción impropia a mixta en el inciso a) y d) tuvieron dificultades los alumnos 4, 9, 10 y 14.

En la simplificación (el número menor es múltiplo del mayor) en los incisos a), b) y d) los alumnos 2, 4, 9, 14 y 17 tuvieron dificultades. Coinciden con estas dificultades los alumnos 4, 9, 10, y 14. En hallar el recíproco hubo 3 alumnos que obviaron el algoritmo ellos son: 4, 9, y 10.

Clase # 2 – Ejercicio 29 y 35 página 35 del Libro de texto. (Propuesta – 21, 22, y 23).

Los alumnos mostraron habilidades al comprender el ejercicio. Al operar en el cálculo tuvieron dificultades en la rapidez los alumnos (2, 4, 9, 10, 14 y 17). Los alumnos 9, 10 y 14 presentaron inseguridad en el inciso B) y C) al convertir la fracción impropia a mixta. En la simplificación los alumnos 2, 4, 9, 10 y 14 en el inciso c) con la dificultad el número menor es múltiplo del mayor en distintas

fracciones y en hallar el recíproco estuvieron inseguros los alumnos 9 y 10. Coinciden los alumnos 2, 4, 9, 10 y 14.

En el ejercicio 23 los alumnos 2, 4, 9, y 10 para razonar el problema necesitaron de impulsos como:

- Lee detenidamente el problema.
- Analiza los datos.
- Comprueba los resultados.

En el cálculo al plantear la igualdad por el significado práctico los alumnos 2, 4, 9, 10 y 14 no comprendieron la vía de solución. El alumno 10 obvió el algoritmo de hallar el recíproco y en la respuesta del problema los alumnos 9 y 14 tuvieron errores en ortografía.

En el ejercicio 22 necesitaron de impulsos los alumnos 4, 6, 9, 10 y 16 como: Simplifica tanto como sea posible. En el cálculo trabajaron con poca rapidez los alumnos 9 y 10, solo resolvieron 2 ejercicios. Se mostraron inseguros los alumnos 2, 4, 6, 8, 14 y 16. Convertir la fracción mixta a impropia el alumno 9 tuvo inseguridad. En la simplificación con la dificultad (el número mayor es múltiplo del menor en distintas fracciones – numerador y denominador.., los alumnos 2, 4, 7, 9, 10 y 16 presentaron dificultades. Hallar el recíproco necesitó de seguimiento el alumno 9.

Epígrafe 5 –“Averiguar las veces que la fracción está contenida en las unidades.”

Clase #3 – Ejercicio 25 a) b) c) d) página 34. Ejercicio 26 a) b) c) d) página 34.(**propuesta – Ejercicio 24 y 25).**

En el ejercicio 25 los alumnos trabajaron con mayor rapidez y seguridad, ya que fue fácil de comprender el ejercicio. Los alumnos 4, 9 y 10 presentaron dificultades en la simplificación por no determinar el número que divide por igual al 4 y 6 así como el 6 y 8, en este caso hubo que explicar este indicador.

Clase # 4- Ejercicio 34 página 35 y36 del Libro de texto. (**Propuesta - Ejercicio 26 y 27).**

En esta clase se observó el estudio independiente de los alumnos (Anexo 7).

Objetivo:

Comprobar el nivel de aprendizaje alcanzado por los alumnos en el cálculo de división de fracciones para determinar las dificultades que presentan en el desarrollo de habilidades de cálculo, así como la rapidez en que solucionan los ejercicios.

Elementos del conocimiento a medir:

- a) Comprensión del ejercicio.
- b) Cálculo.
- c) Convertir fracción mixta a impropia y viceversa.
- d) Simplificación.
- e) Hallar el recíproco.
- f) Rapidez

Indicadores	Alumnos																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a																				
b		x		x					x	x										
c																				
d		x		x					x	x										
e																				

Los alumnos 2, 4, 9 y 10 tuvieron inseguridad en el cálculo del ejercicio 26, pero llegaron al resultado final. El resto de los alumnos demostraron habilidades en el cálculo, trabajaron activos dinámicos, reflexionaron al analizar la orden del ejercicio y realizar el control, hubo intercambio de libretas para comprobar sus necesidades y potencialidades. En la simplificación los resultados fueron satisfactorios.

En la clase 27 los alumnos trabajaron de forma independiente, hubo rapidez en el cálculo y seguridad, permanecieron motivados durante la clase, aunque los alumnos 15 y 17 se equivocaron en el cálculo pero rectificaron con rapidez. En el ejercicio 1 tuvieron dificultades en la simplificación los alumnos 2, 4, 9 y 10 por no aplicar las reglas de divisibilidad. Coinciden los mismos alumnos.

Epígrafe – 6 “Hallar qué parte es una fracción de otra.”

Clase # 5 En el ejercicio 28 los alumnos demostraron mayor habilidad en el cálculo de división y dominio del significado práctico. En la simplificación se logró desarrollar habilidades teniendo en cuenta el grado de complejidad, aunque los alumnos 2, 4, 9 y 10 presentan dificultades en determinar el número que es divisible por el numerador y denominador de la fracción.

En el ejercicio 29 los alumnos lograron razonar el problema mediante el significado práctico de la operación a realizar. Se mostraron reflexivos en la búsqueda de la vía de solución. Llegaron al resultado final, excepto los alumnos 1, 2, 4, 6, 9, y 10 que estuvieron inseguros en la comprobación.

Clase 6 – Ejercicio 28 a) b) c) d) página 34 y Ejercicio 37 página 35 (Propuesta ejercicios 30, 31, 32 y 33). Aplicación de la prueba de Aprendizaje # 3 (Anexo 8).

En este ejercicio los alumnos trabajaron de forma independiente, se mostraron seguros en el cálculo, llegaron a simplificar la fracción y convertir la fracción impropia a mixta, aunque el alumno 9 necesitó ayuda en la simplificación por no memorizar los productos del 4.

En el ejercicio 31 trabajaron por equipos, se observó que los alumnos estuvieron concentrados durante la realización la actividad, hubo comunicación entre ellos en cuanto a la solución de los ejercicios. En la simplificación se desarrolló habilidades en el cálculo al simplificar de forma cruzada, convirtieron con rapidez la fracción mixta a impropia. Los alumnos 9 y 10 resolvieron 3 ejercicios por el poco desarrollo de habilidades al operar con estos ejercicios.

En el ejercicio 32 se observó que los alumnos dominan el procedimiento de solución, participaron activamente en la clase, demostraron seguridad y rapidez en la solución de los ejercicios y habilidades en la simplificación, excepto los alumnos 9 y 10 por presentar pocas habilidades en el cálculo. Como tarea para la casa se propuso el ejercicio 33.

Al terminar los alumnos de calcular los ejercicios anteriores se aplicó la Prueba de aprendizaje # 3 (Anexo 8) en la etapa final de la implementación.

Objetivo:

Solucionar ejercicios de nuevo tipo de multiplicación de fracciones comunes teniendo en cuenta los significados prácticos de la operación y la simplificación que permita para comprobar el dominio de las habilidades de cálculo al generalizar el procedimiento de solución.

Elementos del conocimiento a medir:

- a) Comprensión del ejercicio.
- b) Cálculo.
- c) Simplificación.
- d) Convertir fracción mixta en impropia y viceversa.
- e) Hallar el recíproco.

Indicadores	Alumnos																			
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
a		x		x					x											
b		x		x					x	x										
c																				
d		x		x					x	x										
e		x							x	x										

En la pregunta 1 los alumnos comprendieron la orden de ejercicio, solo 3 alumnos necesitaron de impulsos (2, 4y 9).En el cálculo trabajaron los ejercicios 2 y 3 con rapidez y seguridad, hubo concentración en la realización del ejercicio. En la simplificación los resultados fueron positivos, hubo avance en el grupo, aunque los alumnos 2, 4, 9 y 10 aún no han materializado la habilidad de simplificar cuando aparece la fracción por separado y determinar el número que divide al otro. En la habilidad convertir la fracción impropia a mixta y viceversa se logró resultados satisfactorios.

En la evaluación de los ejercicios se tuvo en cuenta los resultados de los elementos del conocimiento descritos en cada uno de ellos.

Al aplicar la prueba de aplicación #3 se pudo apreciar que la situación inicial se revierte, pues disminuyó la cantidad de alumnos que presentan dificultades en el contenido, por lo que se observó un incremento en el desarrollo de las habilidades diagnosticadas.

Se observa que la habilidad referida a la simplificación en las dificultades el número menor es múltiplo del mayor y viceversa, se obtuvo mejores resultados. En la dificultad de buscar formas de saber cuál es el número que divide al numerador y denominador para reducir la fracción, aunque hay un incremento en sus resultados. En estas dos dificultades los alumnos se sienten inseguros

al resolver los ejercicios por no reconocer con rapidez la fracción que tienen que simplificar. De forma general se demuestra en la práctica que los resultados en el aprendizaje fueron significativos, a pesar de que todavía existen dificultades.

La autora es del criterio que por los elementos antes expuestos, la propuesta de ejercicios diseñada contribuye al desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes en sexto grado.

La aplicación de la propuesta de ejercicios favoreció el desarrollo de habilidades de cálculo en la simplificación teniendo en cuenta el grado de complejidad.

Se considera que los resultados obtenidos son un producto de la implementación de la propuesta de ejercicios, ya que la misma tuvo una aceptación positiva en los alumnos de sexto grado, al mejorar en relación con el diagnóstico inicial del grupo. La propuesta de ejercicios sustentada en los significados prácticos y la variedad en la presentación de los mismos, es factible para resolver las dificultades que presentan los alumnos en cuanto al desarrollo de habilidades de cálculo. A partir de estas valoraciones se precisa la validez de la idea a defender y se está en condiciones de arribar a las conclusiones de esta investigación.

Conclusiones.

El trabajo con multiplicación y división de fracciones comunes de la Educación Primaria en la asignatura Matemática, se dirige a desarrollar en los alumnos habilidades de cálculo.

Al aplicar el diagnóstico inicial se pudo observar que los alumnos tenían dificultades en el desarrollo de habilidades de cálculo en la adición y sustracción de fracciones comunes, por lo que fue necesario crear y aplicar una propuesta de ejercicios, en función de darle solución a esta problemática..

La propuesta de ejercicios responde a los significados prácticos, incluyendo la simplificación con exigencia en el cálculo y la variedad de la presentación de los ejercicios.

La aplicación de la propuesta de ejercicios contribuyó al desarrollo de habilidades de cálculo en la multiplicación y división de fracciones comunes en los escolares de sexto grado de la ENU” Arturo Almeida González.”

Recomendaciones.

Enriquecer la propuesta de ejercicios teniendo en cuenta las características de los alumnos, reforzando la simplificación como exigencia en el cálculo y aplicarla a otros grupos de sexto grado.

Referencias Bibliográficas:

1. Castro Ruz, Fidel. – Seminario Nacional a dirigentes, metodólogos e inspectores de las direcciones provinciales y municipales de educación. – Segunda parte, 1979. p. 695.
2. Castro Ruz, Fidel. – Fragmentos del discurso, 16 de abril de 2001. Material Básico: Fundamentos de la Investigación Educativa.- Módulo 1.-Primera parte, 2005. p. 5.
3. Rizo Montero, Pilar: Exigencias del Modelo de la escuela primaria, 2000. p. 1.
4. Castellanos Simóns, Doris: Aproximación a una concepción desarrolladora del aprendizaje, en Material Básico de la Maestría, Módulo Primaria, Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 2007. p. 14.
5. Rebollar, Alfredo: Una variante para el trabajo desarrollador, en Tesis de Doctorado, ISP Frank País, Santiago de Cuba, 2000. p. 17.
6. López López, Mercedes. – “Sabes enseñar a describir, definir, argumentar”, 1990. p. 4

BIBLIOGRAFÍA

- ALBARRÁN PEDROSO, JUANA C. Didáctica de la Matemática en la escuela primaria: La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2005. __ 248 p.
- ALBARRÁN PEDROSO; JUANA V. ¿Cómo realizar el tratamiento del cálculo mental? –La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2007. —28 p.
- ALBARRÁN PEDROSO; JUANA V. ¿Cómo realizar el tratamiento de los procedimientos escritos de adición, sustracción y multiplicación? –La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2007. —21 p.
- ALBOLAEZ BORGES, MAILYN y otros autores. —Trabajo de Curso. — Cienfuegos: Instituto Superior Pedagógico Conrado Benítez García, 1991. — Hojas 38.
- ALVAREZ DE ZAYAS, CARLOS MANUEL. Características esenciales pedagógicas de la escuela cubana. Educación. __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2000. __ p. 15 – 17
- BALLESTER PEDROSO, SERGIO. Metodología de la Enseñanza de la Matemática: Tomo I... [et.al.]. __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1992. __ 452 p.
- Bibliografía complementaria. – En. Soporte digital, 2005. __ 19 p.
- CABALLERO DELGADO, ELVIRA. Didáctica de la escuela en la vida. __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2002. __ 174 p.
- CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN. Programa. Matemática. —Tercer grado.-- La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2007. __ 42 _ 62 p.
- _____. Programa. Matemática. __ Cuarto grado. __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2007. __ 67 _ 84 p.
- _____. Programa. Matemática. __ Quinto grado. __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2007. __ 88 _ 100 p.
- _____. Programa. Matemática. Sexto grado. __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2007. __ 105 _ 121 p.
- _____. Orientaciones Metodológicas. __ Ciencias: quinto grado: La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1989. __ 317 p.
- _____. Orientaciones Metodológicas. __ Ciencias: Sexto grado: La Habana Editorial Pueblo y Educación, 1989. __ 339 p.

- _____. Indicaciones a los maestros de primaria para lograr habilidades de cálculo: curso 1986/ 1987. __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1987. __ p. 1
- _____. Libro de texto de Matemática: sexto grado. __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1990. __ 244 p.
- _____. Cuaderno Complementario: Matemática: séptimo grado. __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2006. __ p. 6– 79
- _____. El Modelo de la escuela primaria cubana: una propuesta desarrolladora de educación, enseñanza y aprendizaje. __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2008. __ 139 p.
- _____. Exigencias del Modelo de la escuela primaria para la dirección por el maestro de los procesos de educación, enseñanza y aprendizaje. __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2008. __ 90 p.
- _____. Programa: Matemática: Educación Primaria. __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2007. __ p. 105 – 119
- CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN: INSTITUTO PEDAGÓGICO LATINOAMERICANO Y CARIBEÑO. Fundamentos de la Investigación Educativa: Maestría en Ciencias de la Educación: módulo I: primera parte. __ [La Habana], Editorial Pueblo y Educación, 2004. __ p. 14
- _____. Fundamentos de la Investigación Educativa: Maestría en Ciencias de la Educación: módulo I: segunda parte. __ [La Habana], Editorial Pueblo y Educación, 2005. __ 31 p.
- _____. Fundamentos de la Investigación Educativa: Maestría en Ciencias de la Educación: módulo II: primera parte. __ [La Habana], Editorial Pueblo y Educación, 2006. __ 31 p.
- _____. Fundamentos de la Investigación Educativa: Maestría en Ciencias de la Educación: módulo II: segunda parte. __ [La Habana], Editorial Pueblo y Educación, 2006. __ 31 p.
- _____. Fundamentos de la Investigación Educativa: Texto básico. __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1987. __ 165 p.
- _____. Maestría en Ciencias de la Educación: Mención en la educación primaria: módulo III: primera parte. __ [La Habana], Editorial Pueblo y Educación, 2007. __ p. 39 - 42

- _____.Maestría en Ciencias de la Educación: Mención en la educación primaria: módulo III: segunda parte. __ __ [La Habana], Editorial Pueblo y Educación, 2007. __ __ 91 p.
- _____.Maestría en Ciencias de la Educación: Mención en la educación primaria: módulo III: tercera parte. __ __ [La Habana], Editorial Pueblo y Educación, 2007. __ __ p. 96 - 105
- _____.Maestría en Ciencias de la Educación: Mención en la educación primaria: módulo III: cuarta parte. __ __ [La Habana], Editorial Pueblo y Educación, 2007. __ __ 105 p.
- DÍAZ GONZÁLEZ, MARIO. Problemas de Matemática para los entrenamientos de la Educación Primaria I. __ __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2004. __ __ 69 p.
- DOMÍNGUEZ GARCÍA, LAURA. Psicología. Selección de textos. Características de diferentes etapas del desarrollo de la personalidad.__ __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación Félix Varela, 2003.__ __68 p.
- GONZÁLEZ, DALIA ALEIDA y otros autores.__ __Trabajo de Curso: Instituto Pedagógico Conrado Benítez, 1992.__ __ Hoja 3.
- GRIJALBO. Gran diccionario. Enciclopédico Ilustrado. Jorge Luís Borges: Madrid Barcelona.__ __ Reservados todos los derechos, 2001.__ __ 1822 p.
- GUTIÉRREZ GONZÁLEZ, FELINO R. y otros autores.__ __ Trabajo de Curso.__Cienfuegos: Instituto Superior Pedagógico Conrado Benítez, 1989.__ __Hoja 38.
- REYES DÍAZ, BÁRBARA E. BÁRBARA E. REYES DÍAZ. IRAIDA NOVOA VEGA.__Trabajo de Diploma.__Cienfuegos: Instituto Superior Pedagógico Conrado Benítez, 1996.__Hoja 39.
- RICO MONTERO, PILAR y coautores.__Proceso de enseñanza, aprendizaje, desarrollador en la escuela primaria.__Teoría y práctica.__ __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2004.__ __ 243 p.
- Hacia el perfeccionamiento de la escuela primaria. __ __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2000. __ __ 154 p.
- LÓPEZ LÓPEZ, MERCEDES. Sabes enseñar a describir, definir, argumentar. __ __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1990. __ __ p. 1 - 4
- Metodología de la Investigación Educacional. Desafíos y polémicas actuales. - Ciudad de La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2005. __ __ 233 p.

Metodología de la investigación Educacional: primera parte / Gastón Pérez Rodríguez... [et. al.]. – La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2002.– 139 p.

Metodología de la investigación Educacional: segunda parte / Irma Nocedo de León... [et. al.]. – La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2001. – 192 p.

Objetivos de la enseñanza de la Matemática. __ __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1989. __ __ p. 2

Seminario Nacional a dirigentes, metodólogos e inspectores de las direcciones provinciales y municipales de educación [documentos normativos y metodológicos]: cuarta parte. __ __ La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1980. __ __ p. 9 – 70 - 73

Seminario Nacional para educadores: 1 / Ministerio de Educación. __ __ [La Habana]: Editorial Pueblo y Educación, 2000. __ __ 16 p.

Seminario Nacional para educadores: 2 / Ministerio de Educación. __ __ [La Habana]: Editorial Pueblo y Educación, 2001. __ __ 17 p.

Seminario Nacional para educadores: 3 / Ministerio de Educación. __ __ [La Habana]: Editorial Pueblo y Educación, 2002. __ __ 16 p.

Seminario Nacional para educadores: 4 / Ministerio de Educación. __ __ [La Habana]: Editorial Pueblo y Educación, 2003. __ __ 18 p.

Seminario Nacional para educadores: 5 / Ministerio de Educación. __ __ [La Habana]: Editorial Pueblo y Educación, 2004. __ __ 15 p.

Seminario Nacional para educadores: 6 / Ministerio de Educación. __ __ [La Habana]: Editorial Pueblo y Educación, 2005. __ __ p. 4 – 5.

Anexo 4

Observación al trabajo independiente de los alumnos de sexto grado B. (fase intermedia de implementación).

Participantes: maestro y alumnos.

Lugar: ENU" Arturo Almeida González".

Objetivo: Comprobar el nivel de aprendizaje que poseen los alumnos referidos al cálculo de multiplicación de fracciones comunes para determinar las dificultades que presentan en el desarrollo de habilidades de cálculo como la rapidez en que solucionan los ejercicios.

Indicadores a medir.

- Comprensión del ejercicio.
- Cálculo.
- Convertir fracción impropia a mixta viceversa.
- Simplificación.

Anexo 5

Prueba de Aprendizaje # 2 (en la fase de implementación).

Objetivo: Solucionar ejercicios de nuevo tipo de multiplicación de fracciones comunes teniendo en cuenta los significados prácticos y la simplificación que permita comprobar el dominio de las habilidades de cálculo al generalizar el procedimiento de solución.

Actividades.

1- Calcula.

$$\text{c) } 4 \cdot \frac{1}{5} \quad \text{d) } 6 \cdot \frac{3}{7}$$

2- ¿Qué número se obtiene sumando 12 veces $11 \frac{1}{2}$?

$$\text{3- } \left(\frac{1}{3} \right) + \frac{1}{3} \cdot 36 + 5$$

Problema.

Un obrero gasta 2 de las $\frac{2}{3}$ partes de su salario en alimentos ¿Qué parte gasta en alimentos?

Anexo 1

Revisión de documentos (estudio y análisis de los ejercicios del libro de texto y software educativos).

Participante: maestro del grado.

Lugar: ENU" Arturo Almeida González".

Objetivo: Constatar a través de la revisión del libro de texto y software educativo los ejercicios relacionados con la multiplicación y división de fracciones comunes.

Guía para el análisis.

1. Cantidad de ejercicios del libro de texto y softwares educativos.
2. Variedad en la presentación de los ejercicios.
3. El trabajo con la simplificación.

-

Anexo 3

Prueba de aprendizaje # 1. (Etapa inicial)

Participantes: alumnos de sexto grado y maestro del grupo.

Objetivo: Constatar el nivel de aprendizaje de los alumnos en el cálculo de adición y sustracción de fracciones comunes para determinar el estado inicial en cuanto al desarrollo de habilidades.

Actividades:

Ejercicio # 1 Calcula.

$$\text{a) } \frac{3}{10} + \frac{5}{10} \quad \text{b) } \frac{5}{6} + \frac{2}{9}$$

Ejercicio # 2.

Marca con una cruz (x) el resultado correcto.

$$5 - \frac{21}{8}$$

8

$$\text{A) } \frac{2}{3} \quad \text{B) } \frac{2}{8} \quad \text{C) } \frac{2}{8}$$

Ejercicio # 3.

Problema.

Un depósito de agua está lleno hasta los $\frac{2}{3}$. Se añade agua hasta llenar $\frac{1}{4}$ más del depósito. ¿Qué parte queda llena?

Indicadores a medir.

Cálculo.

Denominadores iguales.

Distintos denominadores.

Hallar el m.c.m.

Simplificación.

Convertir fracción impropia a mixta.

muestreados	presentes	convertir	Determinación m. c. m	simplificación	cálculo
20	20	15	14	11	13

Indicadores afectados.

Determinación del m. c. m. (6) los alumnos 2, 4, 8, 9, 10 y 14.

Simplificación (9) los alumnos 2, 4, 8, 9, 10, 14, 16, 17 y 19.

Cálculo (7) los alumnos 2, 4, 7, 8, 10, 14, y 16.

Anexo 2

Entrevista a Jefa del Segundo ciclo.

Nombres y apellidos:

Lugar: **ENU** “Arturo Almeida González”.

Años de experiencia en el MINED.

Años de experiencia en el grado.

Objetivo: Conocer los criterios que tiene la jefa del segundo ciclo sobre los resultados que se alcanzan en el desarrollo de habilidades de cálculo en sexto grado con números fraccionarios.

Consigna: Se le explica a los docentes que se esta realizando un estudio acerca de las deficiencias que existen en la enseñanza de la Matemática con respecto al desarrollo de cálculo con números fraccionarios. Necesitamos que nos ayuden a responder con sinceridad algunas preguntas sencillas.

Gracias.

Cuestionario:

1 -¿Cuáles han sido las deficiencias detectadas en comprobaciones de conocimientos y operativos aplicados sobre el desarrollo de habilidades de cálculo con números fraccionarios?

2-¿Cuáles han sido las principales dificultades en la multiplicación y división de fracciones comunes n los escolares de sexto grado?

3-¿Qué causas usted le atribuyes a la existencia de estas dificultades?

Anexo 6

Observación al trabajo independiente de los alumnos de sexto grado B. (fase intermedia de implementación).

Participantes: maestro y alumnos.

Lugar: ENU" Arturo Almeida González".

Objetivo: Comprobar el nivel de aprendizaje que poseen los alumnos referidos al cálculo de multiplicación de fracciones comunes para determinar las dificultades que presentan en el desarrollo de habilidades de cálculo como la rapidez en que solucionan los ejercicios.

Indicadores a medir.

- Comprensión del ejercicio.
- Cálculo.
- Convertir fracción impropia a mixta viceversa.
- Simplificación.

Anexo #7

Prueba de Aprendizaje # 3(fase final de implementación).

Participantes: alumnos de sexto grado B y maestro del grupo.

Objetivo: Constatar la efectividad de los ejercicios de la propuesta en la solución de ejercicios formales de división de fracciones comunes que permiten comprobar los significados prácticos y la simplificación trabajados en los epígrafes 4, 5, y 6.

Actividades.

1 - Marca con una (x) el resultado correcto

5: 4.

12

A) _ 10 B) _13 C) _ 15 D) _ no tiene solución.

2 – 1 es el resultado de calcular.

2

A) – 2 : 5 B) --- 3 : 2 C) --- 5 : 4 D) --- 1 : 3
3 7 11 4

3 – Problema.

Elena tenía 3 m de mezclilla. Gastó 1 m para una camisa a su hijo ¿Qué parte gastó?

Indicadores a medir.

- Comprensión del ejercicio.
- Cálculo.
- Convertir fracción impropia a mixta viceversa.
- Simplificación.
- Hallar el recíproco.

Ciudad de La Habana