

**IPLAC
CIUDAD DE LA HABANA**



**Sede Universitaria Pedagógica Municipal
Cumanayagua**

Tesis para optar por el grado de Master en Ciencias de la Educación

Mención Preuniversitaria

Primera Edición

**Título: La resolución de problemas geométricos de cálculo en estudiantes
del décimo grado del IPVCE “Carlos Roloff”**

Autora. Lic. Yanet Rodríguez Oropesa

Tutor: MSc. Marta Molla González

Consultante: MSc. Emir García Pino

2010

“Año 52 de la Revolución”

RESUMEN

El nuevo milenio ha impuesto a nuestra sociedad el reto de enfrentarse a un vertiginoso desarrollo científico – técnico que hace necesaria la educación integral de los ciudadanos. Por ello el sistema educacional de Cuba se encuentra enfrascado en un constante proceso de transformación y renovación de sus enfoques, con énfasis en la utilización de métodos que propicien al estudiante las vías para adquirir conocimientos por sí solo, o sea, de aprender por sí mismo. Para la consecución de tal propósito, la presente investigación se centra en las estrategias de aprendizaje y los pasos a tener en cuenta para la elaboración y enseñanza de estas desde una perspectiva pedagógica. En correspondencia con esto la autora propone una alternativa didáctica basada en la enseñanza de una estrategia que contribuya a potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo, lo que constituye una dificultad para los estudiantes del décimo grado del IPVCE “Carlos Roloff”.

Esto se pudo corroborar a través de la aplicación de diferentes instrumentos tales como: encuestas, observación a clases y prueba pedagógica, los cuales constituyen métodos del nivel empírico, cuyos resultados se tuvieron en cuenta para la concepción de la alternativa didáctica, además de métodos del nivel teórico y métodos matemáticos. Los resultados obtenidos en la implementación y validación de la alternativa didáctica propuesta evidenciaron que es realizable en las condiciones de la práctica escolar y que brinda al estudiante una alternativa para el trabajo con este tipo de problemas, de modo que contribuye al desarrollo del proceso de enseñanza – aprendizaje.

ÍNDICE

CONTENIDO	PÁGINA
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. Fundamentos psicopedagógicos para el desarrollo de la resolución de problemas geométricos de cálculo. Estrategias de aprendizaje .	9
1.1. <i>Aprendizaje. Fundamentos teóricos y prácticos</i>	9
1.2. <i>Estrategias de aprendizaje. Concepciones actuales. Clasificaciones</i> .	14
1.3. <i>La enseñanza de estrategias de aprendizaje</i>	21
1.4. <i>Problemas. Conceptualización y clasificaciones</i>	29
1. 5. <i>Habilidades. Vías para su formación</i>	37
CAPÍTULO 2. Alternativa didáctica para potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo.....	46
2.1. <i>Fundamentos epistemológicos, psicológicos y didácticos de la alternativa didáctica</i>	46
2.2. <i>Caracterización y diagnóstico del estado inicial del problema</i>	55
2.3. <i>Descripción de la alternativa didáctica</i>	59
2.4. <i>Diseño de la estrategia de aprendizaje</i>	62
2.5. <i>Implementación de la estrategia</i>	70
2.6. <i>Validación de la alternativa didáctica</i>	73
CONCLUSIONES	81
RECOMENDACIONES	81
BIBLIOGRAFÍA	
ANEXOS	

INTRODUCCIÓN

En los últimos años la comunidad internacional de los educadores matemáticos, ha mostrado un interés creciente en el mejoramiento de la calidad de la Educación Matemática, término empleado para resaltar dos dimensiones fundamentales de la misma, las dimensiones instructiva y educativa. Con énfasis en que la enseñanza (actividad del profesor) debe propiciar un aprendizaje productivo y creador. Este objetivo está identificado con uno de los problemas científicos más apremiantes determinados a nivel nacional: la elevación de la calidad de los aprendizajes en niños, adolescentes y jóvenes.

En este sentido Niss (1994), citado por Rico L. (1995), reconoce dos modos diferentes de argumentación en los estudios sobre los fines de la Educación Matemática:

- Argumentos utilitarios
- Argumentos de formación general

En los primeros señala a la Matemática como instrumento indispensable para desenvolverse con éxito en la vida y como requisito previo para el estudio de otras ciencias. En los segundos abarca lo relacionado con la formación de la personalidad, modos de actuación y lo que se considera el valor estético y el carácter lúdico y recreativo de las matemáticas.

En los países cuyo sistema social se rige o fundamenta en la concepción marxista – leninista, la enseñanza de la Matemática obedece a los argumentos señalados anteriormente; pero en los argumentos de tipo utilitario se destaca la Matemática como instrumento indispensable para la construcción del socialismo. Entre los argumentos de formación general se destaca la formación y desarrollo del pensamiento, de las capacidades intelectuales de los estudiantes, la reafirmación de sentimientos patrióticos, hábitos de disciplina, valores morales, normas de conducta, convicciones políticas e ideológicas, sin las cuales resultaría prácticamente imposible la edificación del socialismo.

Esto hace que la enseñanza de la Matemática en Cuba tenga entre sus fines más importantes: contribuir a que los estudiantes adquieran una concepción científica del

mundo, una cultura general integral que les permita buscar vías de solución para los problemas propuestos; fundamentalmente los relacionados con la vida cotidiana. Para ello toma, como punto de partida, lo planteado en el Programa del Partido Comunista, en lo que respecta a las Perspectivas y Tareas en la Educación, donde se expresa:

“En la educación, a partir de los avances obtenidos, se deberá alcanzar una etapa superior de desarrollo, cuya esencia ha de ser una sustancial elevación de su calidad. Para ello se requiere que la escuela y todos los factores vinculados a la educación mantengan una exigencia permanente en aras del desarrollo de una actitud científica y creadora ante la vida, que capacite al hombre para transformar la sociedad, objetivo fundamental de la educación comunista” Congreso del Partido(1986:144)

En esta tarea se le confiere una gran importancia a la necesidad de desarrollar en los estudiantes una actitud científica y creadora ante la vida. Este aspecto es de vital importancia para la Matemática en nivel medio superior, muestra de ello está en el programa de la asignatura, en el que se plantea como uno de los objetivos generales que se deben: formular y resolver problemas relacionados con el desarrollo político, económico y social, tanto local, nacional como mundial que requieran transferir conocimientos y habilidades aritméticas, algebraicas, geométricas y trigonométricas a diferentes contextos y promuevan el desarrollo de la imaginación, de modos de la actividad mental, de sentimientos y actitudes que les permitan ser útiles a la sociedad y asumir conductas revolucionarias y responsables ante la vida.

Como se indica, resolver problemas es considerado, actualmente, una actividad de especial importancia en el proceso docente educativo, por su valor instructivo y formativo. Estos constituyen un reto para el estudiante pues se enfrenta a situaciones que lo ponen a prueba por su novedad y por la diversidad de situaciones a las que se enfrenta en el proceso de resolución de cada problema.

Los problemas matemáticos se pueden clasificar a partir del contenido matemático mismo, como son: los problemas aritméticos, algebraicos y geométricos. Estos últimos por su parte pueden clasificarse en problemas geométricos de demostración y problemas geométricos de cálculo.

La resolución de problemas ha sido un tema abordado por varios autores, durante la

búsqueda de antecedentes del tratamiento de los problemas geométricos de cálculo en la provincia de Cienfuegos, se encontró el Trabajo de investigación de Doctorado en diversidad, Currículo y Educación de Jorge Luis del Sol Martínez (2003) cuyo objetivo estuvo dirigido a la elaboración de una propuesta didáctica para la dirección de la actividad cognoscitiva de los estudiantes durante la resolución de problemas geométricos de cálculo en el nivel medio superior y el trabajo de Diploma de la autora de esta investigación (2003) cuyo objetivo se centró en el diseño de una estrategia didáctica que contribuyera al desarrollo de habilidades en la resolución de problemas geométricos de cálculo.

En esta dirección se encauzan los intensos esfuerzos por transmitir estrategias heurísticas adecuadas para la resolución de problemas en general, por estimular la resolución autónoma de verdaderos problemas, más bien que la mera transmisión de recetas adecuadas en cada materia.

La problemática sobre la enseñanza de estrategias de aprendizaje y aprendizaje estratégico se ha abordado explícitamente por investigadores nacionales y extranjeros desde principios de la década del 80; entre estos últimos se encuentran varios autores citados por Pozo J. I. (1990). En el plano nacional dentro de los investigadores acerca de estrategias de aprendizaje se encuentra Rodríguez F. L. (2003), el cual aportó algunas consideraciones en torno a las estrategias de aprendizaje y el paradigma de aprender a aprender; además de Castellanos D. (2003), el cual investigó acerca de las estrategias para promover el aprendizaje desarrollador en el contexto escolar. En nuestra provincia García F. (2009), investigó el tema y propuso una alternativa didáctica para la enseñanza de estrategias de búsqueda y/o descubrimiento de proposiciones geométricas en el séptimo grado.

Es un hecho aceptado que la función de la escuela en el área de la enseñanza está más dirigida a fomentar en el estudiante las posibilidades de adquirir el conocimiento por sí mismo, que a dotarlo de grandes volúmenes de información. Como se ha planteado, la activación y regulación del aprendizaje apunta al objetivo de educar estudiantes que más que ser consumidores y acumuladores de información, puedan producirla, transformarla y utilizarla a través de un proceso que devenga progresivamente auto-iniciado, consciente y auto-controlado.

En este sentido la Matemática juega un papel importante y se pone de manifiesto en la caracterización que hace Silva C. (1985), pues se refiere a esta como fase especial del conocimiento humano y confirma su valor específico como disciplina prototipo del razonamiento, pues plantea que la Matemática consiste fundamentalmente en la búsqueda y obtención de consecuencias y resultados, logrados mediante razonamiento lógico, a partir de ciertas premisas básicas, que se aceptan como verdades provisionales o hipotéticas, llamadas axiomas o postulados. Esto permite conocer por qué se le concede tanta importancia a la capacidad de razonamiento en su aprendizaje y sobre todo cuánto se requiere de un ente activo, de modo que se convierta en protagonista de su propia actividad.

El auto-conocimiento que posee un estudiante acerca de sus procesos cognitivos, de las características y exigencias de las situaciones y tareas a resolver, y de las estrategias que puede desplegar para regular eficientemente su ejecución en las mismas, constituyen indudablemente un componente esencial del aprendizaje, estrechamente vinculado a su eficiencia, su carácter consciente y autorregulado.

Una de las vías para lograrlo es con la resolución de problemas ya que en este tipo de ejercicio el estudiante debe encontrar por sí solo los conocimientos que necesita para darle solución, lo que contribuye decisivamente en su formación, influye en su desarrollo intelectual y específicamente en la formación de su pensamiento, demuestran el nivel de desarrollo alcanzado en cuanto al sistema de conocimientos, hábitos y habilidades exigidos por el programa de estudio.

Independientemente de las investigaciones realizadas en función de resolver las dificultades que presentan los estudiantes en el proceso de resolución de problemas y el trabajo metodológico realizado por los profesores del IPVCE “Carlos Roloff”, la resolución de problemas geométricos de cálculo se evidencia como una de las dificultades que presentan los estudiantes del décimo grado de este centro. Esto se manifiesta en una encuesta aplicada a los estudiantes de la muestra en estudio (Anexo #2) la cual arrojó que solo el 3,3 % de estos refiere poder resolver con facilidad los problemas geométricos de cálculo. Los profesores de la asignatura, por su parte, expresan su preocupación en este sentido, la encuesta que se les aplicó (Anexo #3) arroja que el 100% de los docentes considera que sus estudiantes en el

transcurso del décimo grado presentan dificultades en la resolución de problemas geométricos de cálculo.

Al analizar los resultados obtenidos en los diferentes instrumentos aplicados se determina como **situación problemática:**

- Las dificultades que presentan los estudiantes para recopilar, organizar y utilizar los conocimientos necesarios para resolver problemas geométricos de cálculo.

Por lo que se asume como **problema de investigación:** ¿Cómo contribuir a potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo en los estudiantes del décimo grado del IPVCE “Carlos Roloff”?

El **objeto de investigación:** es el proceso de enseñanza – aprendizaje de la resolución de problemas geométricos de cálculo en el preuniversitario y el **campo de acción** lo constituye la enseñanza de estrategias de aprendizaje para resolver este tipo de problemas.

El **objetivo** de esta investigación es: elaboración de una alternativa didáctica que contribuya a potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo en los estudiantes del décimo grado del IPVCE “Carlos Roloff”.

Se sustenta como **idea a defender:** la alternativa didáctica elaborada, basada en la enseñanza de una estrategia que le permita a los estudiantes recopilar, organizar y utilizar los conocimientos; puede contribuir a potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo en los estudiantes del décimo grado del IPVCE “Carlos Roloff”.

Por lo que se propone realizar las siguientes **tareas científicas:**

1. Determinar los aspectos esenciales a tener en cuenta para potenciar en los estudiantes la resolución de problemas geométricos de cálculo, así como precisar los principales aportes de las investigaciones realizadas en este sentido.
2. Sistematizar los conocimientos teóricos relacionados con las estrategias de aprendizaje y su enseñanza, el uso estratégico del conocimiento y los principales aportes realizados sobre la temática.

3. Elaborar la alternativa didáctica que contribuya a potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo.
4. Validar los resultados alcanzados luego de la puesta en práctica de la alternativa didáctica.

En la ejecución de las tareas científicas se utilizaron los siguientes métodos:

Del nivel teórico:

El **método histórico lógico**: para resumir los principales aspectos abordados en la literatura y documentación relacionada con los aportes de investigaciones realizadas sobre la resolución de problemas geométricos de cálculo, las estrategias de aprendizaje y su enseñanza.

El **método analítico-sintético**: para determinar los factores que inciden en el proceso de aprendizaje del estudiante, tomando en consideración el nivel de desarrollo intelectual alcanzado.

El **método inductivo y deductivo**: para razonar cómo a partir del análisis de casos particulares se evidencian los factores que inciden en el insuficiente desarrollo de la resolución de problemas geométricos de cálculo, y llegar a determinar de forma general cuáles son las causas que originan esta dificultad, desde el punto de vista del desarrollo del aprendizaje.

La **modelación**: para el diseño de la estrategia que contribuya a potenciar en los estudiantes la resolución de problemas geométricos de cálculo y su inclusión en el sistema de conocimientos que pueden asimilar estos como parte del aprendizaje de la Matemática. Se utilizó además este método en el diseño de la alternativa didáctica para la enseñanza de dicha estrategia.

Del nivel empírico:

Observación: se utilizó la observación abierta y participante en las actividades docentes (clases) para constatar en el caso específico de los estudiantes cuáles son las dificultades que presentan en el momento de la resolución de los problemas geométricos de cálculo, así como el grado de motivación que presentan respecto a este contenido.

Encuesta: a docentes con experiencia para conocer sus opiniones sobre el desarrollo que presentan los estudiantes en la resolución de problemas geométricos

de cálculo así como el trabajo que realizan con la enseñanza de estrategias de aprendizaje. A los estudiantes para conocer las dificultades que afrontan en la resolución de problemas geométricos de cálculo.

Prueba pedagógica: para a través de la aplicación de diagnósticos tanto inicial, intermedio como final determinar, el nivel de desarrollo alcanzado por los estudiantes en la resolución de problemas geométricos de cálculo durante el proceso de validación de la alternativa didáctica.

Del nivel estadístico: se utilizaron técnicas de estadística descriptiva, a través del cálculo porcentual, tablas de frecuencias, gráficos y estadígrafos descriptivos, mediante el paquete estadístico SPSS en su versión 15 para cuantificar los resultados obtenidos con la validación de la alternativa didáctica.

La **población** está compuesta por los 180 estudiantes del décimo grado del IPVCE “Carlos Roloff”, la **muestra** está integrada por los 30 estudiantes del 10^{mo} 5.

Lo **novedoso** de la investigación se sintetiza en la elaboración de una alternativa didáctica basada en la enseñanza de una estrategia de aprendizaje que le permite a los estudiantes recopilar, organizar y utilizar los conocimientos para contribuir a potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo, experiencia sin precedente en el IPVCE “Carlos Roloff”.

La implementación de la alternativa didáctica contribuye a potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo y da cumplimiento a los objetivos generales de la enseñanza de la Matemática, específicamente en la Unidad 4 “Relaciones de igualdad y semejanza entre figuras geométricas y sus aplicaciones” del décimo grado, posibilita elevar la calidad y el nivel científico de los estudiantes, además de garantizar la asimilación de este tema por parte de ellos, lo cual constituye el **aporte práctico** de este trabajo.

Constituyen fuentes teóricas de la investigación : los documentos normativos y metodológicos del MINED para el trabajo en la enseñanza media superior, los documentos del Congreso del Partido Comunista de Cuba en lo que respecta a política educacional, textos de pedagogía, las conferencias especiales dictadas en los diferentes congresos de pedagogía en el país. Trabajos de pedagogía y psicología contemporánea, textos que abordan la resolución de problemas, tesis de

maestría, informes de investigaciones que abordan la problemática a investigar tanto nacional como internacionalmente.

La tesis consta de dos capítulos con una introducción y las correspondientes conclusiones y recomendaciones.

El capítulo 1 está dedicado enteramente al análisis de los fundamentos psicopedagógicos que intervienen en el proceso de resolución de problemas en especial los problemas geométricos de cálculo, así como al estudio de las diferentes conceptualizaciones sobre estrategias de aprendizaje, sus clasificaciones y métodos de enseñanza.

El segundo capítulo se dedica a la modelación del problema de investigación, en él se describen los fundamentos epistemológicos, psicológicos y didácticos de la alternativa didáctica, se refleja el proceso de caracterización y diagnóstico del estado inicial del problema, la descripción de la alternativa, diseño e implementación de la estrategia, además de la metodología utilizada en el proceso de validación, así como los resultados obtenidos.

CAPÍTULO 1. Fundamentos psicopedagógicos para el desarrollo de la resolución de problemas geométricos de cálculo. Estrategias de aprendizaje

Una de las prioridades de la educación en Cuba es alcanzar niveles óptimos en la formación matemática de los estudiantes, lo que queda debidamente plasmado en el Programa Director de la asignatura que indica las habilidades matemáticas que deben ser atendidas con mayor fuerza, entre ellas la de resolución de problemas, y propone investigar las metodologías que son empleadas en la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje.

En este capítulo se realiza un estudio acerca de los fundamentos teóricos y prácticos del aprendizaje, sobre las estrategias que propician su desarrollo, así como los métodos que se pueden utilizar para la enseñanza de estas, además de analizar las habilidades y vías para su formación, en particular en la resolución de problemas geométricos de cálculo.

1.1. Aprendizaje. Fundamentos teóricos y prácticos

La existencia del ser humano como ser social dotado de una psiquis, tiene un origen social e histórico. A través de la transmisión cultural de una generación a otra, cada persona entra en contacto con la experiencia humana y se la apropia, esta es la forma exclusivamente humana de aprendizaje.

A partir de estos procesos, cada persona domina progresivamente los objetos que le rodean, modos de actuación, forma de sentir y pensar. De este modo, en relación con su contexto histórico, se producen procesos de desarrollo, los cuales propician nuevos aprendizajes. Este proceso es complejo, diversificado y depende de las características de la persona que aprende, el contexto en que lo hace, los aspectos que aprende y los recursos con que cuenta para ello.

El aprendizaje humano es el proceso dialéctico de apropiación de los contenidos y las formas de conocer, hacer, convivir y ser construidos en la experiencia sociohistórica. Todas las modificaciones esenciales de la actividad y la conducta de los sujetos en su proceso de desarrollo, que tienen su origen en una actividad

precedente y que no son ocasionadas de forma directa por manifestaciones fisiológicas innatas, se consideran aprendizaje.

Una concepción general sobre el aprendizaje representa una herramienta heurística indispensable para el trabajo diario de los maestros, es por ello que varios autores se han dedicado al estudio del aprendizaje y se aborda este desde diferentes puntos de vista:

- Rico P. (1996) lo aborda como el proceso de apropiación por el sujeto de la cultura, comprendido como proceso de producción y reproducción del conocimiento bajo condiciones de orientación e interacción social.
- Bermúdez R. y Rodríguez M. (1996) refieren la existencia de dos tipos de aprendizaje, el instrumental y el cognitivo.
- Álvarez C. (1999) expresa que el aprendizaje es la actividad que desarrollan los estudiantes para aprender, para asimilar la materia de estudio.
- Zilberstein J. y Portela R. (2002) en concordancia con Silvestre M. (2000), plantean que es un proceso en el que participa activamente el estudiante, dirigido por el docente, y en el que el primero se apropia de conocimientos, habilidades, capacidades, en comunicación con los otros.

Por su parte Castellanos D. y Grueiro I. (1997) consideran que tradicionalmente, en el quehacer pedagógico se han puesto de manifiesto diversas limitaciones en las concepciones del aprendizaje, que han sido tratadas en los trabajos de estos autores y abordados por Rodríguez A. (2005). Estos plantean que se ha visto el aprendizaje como un proceso que:

- Se encuentra limitado a la instrucción escolar (aprendizaje formal), y sólo a ciertas etapas de la vida (a las que preparan para la vida profesional adulta).
- Que pone por delante lo cognitivo, lo intelectual, lo informativo, los saberes, sobre lo informativo
- Se realiza de manera individual, aunque paradójicamente, se subvalore al individuo.
- Como única vía de socialización, más que de individualización, de construcción y descubrimiento de la subjetividad.

- Como adquisición de conocimientos, hábitos, destrezas y actitudes para adecuarse al medio, más que para aprender a transformar, a desarrollarse y a crecer.

Según Rodríguez A. (2005) para tener una comprensión clara del aprendizaje es importante tener en cuenta que:

- Aprender es un proceso que está presente a lo largo de toda la vida y que abarca múltiples espacios, tiempos y formas. El aprender está indisolublemente ligado con el crecer de manera permanente. Sin embargo, no es algo abstracto: está vinculado a las experiencias vitales y las necesidades de los individuos, a su contexto histórico cultural concreto.
- El aprendizaje expone continuamente la dialéctica entre lo individual-personal y lo histórico-social, es un proceso activo de reconstrucción cultural, y de hallazgo del sentido personal.
- El proceso de aprendizaje posee un carácter intelectual así como emocional. Implica a la personalidad como un todo. En él se construyen las capacidades, conocimientos, destrezas, se desarrolla la inteligencia, pero de manera inseparable este proceso es la fuente del enriquecimiento afectivo, donde se forman los sentimientos, valores, convicciones, ideales, donde surge la propia persona y sus orientaciones ante la vida.

En el análisis realizado acerca del aprendizaje se enfatiza en la posición activa y en el papel protagónico de los estudiantes en el proceso de aprendizaje donde están inmersos, por lo que se les deben proporcionar espacios y oportunidades para que hagan posible el aprender-aprendiendo, es decir se conviertan en agentes promotores de su propio desarrollo.

La concepción teórica del aprendizaje de Galperin (1983) acerca de La Formación por Etapas de la Acción Mental tiene una influencia significativa en la concepción contemporánea del aprendizaje. Esta se basa en la concepción dialéctico-materialista del desarrollo de la personalidad que plantea que las acciones mentales de los estudiantes, se desarrollan en las actividades, en un proceso de formación por etapas, a partir de acciones externas con los objetos. Este proceso consta de tres subprocesos, denominados: fase de orientación, fase de formación de la acción y del

control y fase de la aplicación, y en cada una de estas se establecen varias etapas. Este proceso es aplicado por los profesores al estructurar didácticamente el proceso de enseñanza - aprendizaje, de acuerdo con las necesidades educativas de los estudiantes.

Las divergencias históricas en torno al conocimiento, han devenido en diferentes enfoques acerca del aprendizaje. Las interpretaciones y definiciones sobre este aspecto son tan diversas como tantas teorías psicológicas con sus bases filosóficas las sustenten. Dentro de estas se encuentran las tendencias relacionadas con el conductismo, el cognitivismo, y el enfoque histórico- cultural de L. S. Vigotsky y sus colaboradores.

Al abordar este tema desde una concepción dialéctico - materialista del conocimiento, el enfoque histórico – cultural, considera al aprendizaje como un proceso de apropiación de la experiencia histórico social, permitiéndole al individuo conformar su personalidad. Este conceptualiza el aprendizaje como una actividad social y no solo un proceso de realización individual: el estudiante asimila los modos sociales de actividad e interacción, y los conocimientos científicos, bajo condiciones de orientación e interacción con otros sujetos. Durante el aprendizaje el estudiante es un sujeto activo, consciente y orientado hacia un objetivo.

Su iniciador Vigotsky L. S. (1987) introdujo el concepto de zona de desarrollo próximo, vista como la diferencia entre aquello que el sujeto puede realizar con ayuda y lo que es accesible a su actividad independiente, siendo el maestro, responsable de ampliar la zona de desarrollo próximo de los estudiantes, aprovechando sus posibilidades de aprendizaje. Continuamente el profesor debe valorar el nivel de desarrollo alcanzado por los estudiantes para plantearles exigencias crecientes que conduzcan a niveles de desarrollo superiores.

Al analizar el enfoque histórico cultural de Vigotsky se encuentran entre sus tesis fundamentales que:

- El aprendizaje transita de lo externo a lo interno, de lo interpsicológico a lo intrapsicológico, siendo también el tránsito de la dependencia a la independencia, de la regulación externa a la autorregulación.

- El aprendizaje es un proceso que transcurre en sucesivas actividades, durante las cuales el individuo despliega todo un complejo accionar para alcanzar la meta, solucionar problemas que tienen significado para él.
- El aprendizaje es siempre un producto histórico concreto que se produce en el proceso de interacción y comunicación con los otros.

La diversidad de enfoques sin embargo, no implica que no exista un consenso general en cuanto a concebir el aprendizaje como cambio que ocurre en el que aprende. Ahora bien, donde afloran profundas divergencias de criterios es en cuanto a: los mecanismos y vías mediante los cuales se aprende, las condiciones en que transcurre el aprendizaje, las bases fisiológicas, el papel del que aprende y del que enseña, los resultados del aprendizaje y las características que adquiere este proceso.

El enfrentamiento a las posiciones conductistas, que tanto arraigo alcanzaron en el pasado siglo y que colocan al sujeto en una actitud pasiva, lleva a que las nuevas tendencias predominantes sitúen a éste como elemento activo, reflexivo y protagónico de su propio aprendizaje. Los resultados de numerosas investigaciones desarrolladas en Cuba en los últimos años, sustentadas en los preceptos del enfoque histórico cultural de L. S. Vigotsky y sus colaboradores y seguidores sirven de fundamento a este trabajo.

Se puede señalar entonces que el aprendizaje es válido en la medida que los estudiantes tomen parte activa en la apropiación del conocimiento por lo tanto debe realizar acciones con el objetivo siempre consciente de mejorar la calidad de este proceso. Según el criterio de Pozo J. (1998), el aprendizaje es un sistema complejo compuesto por tres subsistemas que interactúan entre sí: los resultados del aprendizaje (lo que se aprende), los procesos (cómo se aprende), y las condiciones prácticas en las que se aprende. En tal sentido se puede plantear, que al ser el estudiante el que aprende, el maestro lo que puede hacer es facilitar más o menos su aprendizaje al crear determinadas condiciones favorables para que se pongan en marcha los procesos de aprendizaje adecuados

Cuando el estudiante se enfrenta a alguna problemática debe comprender la necesidad de su estudio y tener la disposición para enfrentarla, movilizar sus

recursos personales en función de la búsqueda y procesamiento de la información que le permita solucionar el problema, de esta manera se logrará un aprendizaje activo y reflexivo. Este proceso desarrollado por el estudiante y que debe ser guiado por el profesor no es más que una estrategia que puede emplear para ampliar sus conocimientos y por ende mejorar la calidad de su aprendizaje. Para ello es necesario que el profesor conozca qué son las estrategias de aprendizaje y cómo puede aplicarlas en la dirección de este proceso, por lo que en el siguiente epígrafe se analizarán concepciones actuales y clasificaciones de estrategias de aprendizaje.

1.2. Estrategias de aprendizaje. Concepciones actuales. Clasificaciones

Es difícil encontrar una literatura en la Psicología y la Pedagogía contemporánea que no mencione las estrategias de aprendizaje, asignándoles un papel de mayor o menor peso en el resultado del mismo, así como en la adquisición de autonomía; plantear el tema, sin embargo, no es una cuestión sencilla.

Al tener en cuenta que dentro del proceso de transformaciones que sufre el sistema educacional del país se requiere un nuevo modelo curricular, que exige nuevas formas de enseñar y aprender, donde el estudiante:

- Controle sus procesos de aprendizaje.
- Se dé cuenta de lo que hace.
- Capte las exigencias de la tarea y responda consecuentemente.
- Planifique de manera pertinente sus estudios ante cada tarea docente.
- Valore los resultados obtenidos de modo que le posibiliten corregir sus errores.

Es de suma importancia entonces que el estudiante sea capaz de controlar el proceso a través del cual adquiere conocimientos y desarrolla habilidades, por lo que se hace necesaria la aplicación de estrategias de aprendizaje que le permitan alcanzar el objetivo propuesto.

Para realizar un breve esbozo de la historia de las estrategias de aprendizaje es necesario partir del surgimiento del propio término. Rodríguez F.L. (2003), realiza un estudio de estrategias de aprendizaje, según este autor, sus raíces más significativas

comenzaron en la década de los 80, con Ausbel (1983), Novak & Gowin (1984), en las investigaciones de las llamadas habilidades y hábitos de estudio y en Felder & Silverman (1988); con los estudios de procesamiento de la información, a partir del desarrollo de la Psicología cognitiva, analizados además por Glover(1990).

Refiere Rodríguez F. L. (2003), que es también en la década de los 80 que se introduce el concepto de estrategia de aprendizaje por Schmeck (1988), al individualizar el fenómeno y revestir la temática una mayor importancia para investigadores y educadores hasta la actualidad, al apreciar a partir de este momento que la Pedagogía comienza a asumir la temática.

Entre los investigadores se destacan: Pozo(1990), Alonso y Tapia(1992), Monereo (1990) , (1993) y Mitjanz (1995),

Rodríguez F. L. (2003) destaca que los estudios realizados especialmente en Cuba han sido más tardíos y escasos y en los que sobresalen los realizados por: Turner, L. y Justo Chávez (1985), en la enseñanza primaria; Labarrere Sarduy, A. (1996), en preuniversitario y los de González O. (1987), y Urquijo (1988), en la enseñanza universitaria, así como los de Canfux (2000), en la formación post graduada a distancia. Otro de los autores que ha estudiado el tema es Castellanos D. (2003).

Para definir estrategia de aprendizaje existe diversidad de criterios puesto que los especialistas han partido en sus investigaciones de diferentes marcos teóricos, Willing (1987), citado por Blagoeva D. (1999), plantea que las estrategias de aprendizaje han sido identificadas más o menos de forma aislada y sobre una base puramente empírica y abierta, y no han sido relacionadas con una visión exhaustiva del aprendizaje, ha habido poca sistematicidad en el trabajo de poner las estrategias de aprendizaje dentro de una descripción abarcadora de la naturaleza y significado del propio aprendizaje.

Aún así podemos mencionar varios autores que han dado su definición sobre Estrategia de aprendizaje:

“... son procesos estructuralmente compartidos por el estudiante, modulados por los contenidos que se aprenden y por cómo son enseñados por el profesor” Bernad J. A. (1993:16)

“ Procesos de toma de decisiones (conscientes o intencionales) en los cuales el estudiante elige, recupera de manera coordinada, los conocimientos que necesita para completar una determinada demanda u objetivo, dependiendo de las características de la situación educativa en que se produce la acción ” Monereo C. (1997:27)

“...aquellas formas de proceder que le sirven al estudiante para aprender diferentes tipos de contenidos” González O. (2002:23)

“Pasos conscientes o conductas usadas por los estudiantes para promover la adquisición, almacenamiento, retención, recuperación y uso de la nueva información” (Rigney 1978; Oxford, 1990) citado por Hernández R. F. y Rodríguez F. L (1995: 6)

“Conjunto de procesos, acciones y actividades que los estudiantes pueden desplegar intencionalmente para apoyar y mejorar su aprendizaje”. Castellanos. D (2003:87)

“constituyen un sistema de procedimientos didácticos (de aprendizaje) que les permiten a los estudiantes adquirir, organizar y utilizar los conocimientos en la solución de tareas docentes. Estas están relacionadas con el método de aprendizaje” Arteaga E. y otros (2007:6)

Al analizar estas definiciones se puede determinar que entre ellas hay puntos de contacto y puntos en los que difieren. Las definiciones antes mencionadas difieren en que las estrategias de aprendizaje son: acciones, procesos, actividades, enfoques, conductas, formas de proceder.

Los puntos de coincidencia están en que: son conscientes, tienen un objetivo (optimizar el aprendizaje), son secuencias de acciones concatenadas entre sí.

Al reflexionar acerca de la definición de estrategia y valorar los elementos planteados por los diferentes autores, la autora considera como atributos fundamentales de las estrategias de aprendizaje, los siguientes:

- Están encaminadas al cumplimiento de un fin u objetivo (aprender) o sea, están orientadas a una meta de aprendizaje.
- Componen formas individuales, personales de orientación en un cierto espectro de acciones procedimentales.

- Debido al grado de conciencia de las mismas presente en el sujeto así como a su flexibilidad e intencionalidad les permite no solo ser utilizadas sino además ser perfeccionadas.
- Implican la obligatoriedad de que el sujeto posea conocimientos sobre sus propios procesos cognitivos y de aprendizaje.
- Demandan la planificación y el control de la ejecución, o sea, la posibilidad de reflexionar sobre el proceso de solución de la tarea o sobre el propio aprendizaje así como regularlo consecuentemente haciéndolo más fácil.

Hernández R. F. y Rodríguez F. L. (1995), adaptaron de Oxford (1990), elementos que desde su punto de vista caracterizan a las estrategias de aprendizaje:

- Contribuyen al logro de eficiencia en el aprendizaje.
- Facilitan el logro de autonomía en el aprendiz.
- Se orientan a la solución de problemas.
- Son transferibles a nuevas situaciones.
- Contribuyen al desarrollo intelectual global del estudiante.
- Son flexibles.
- Pueden ser enseñadas.
- Quienes la utilizan lo hacen con determinado nivel de conciencia de modo que las pudieran identificar si se les pide que presten atención a lo que hacen o piensan.

Al referirse a la diversidad de definiciones sobre el concepto estrategias de aprendizaje, Martínez y Bonachea citados por García F. (2009), consideran que el fundamento de esta dificultad se sintetiza en el hecho de que tanto las habilidades, los métodos, los procedimientos y las estrategias constituyen actividades o componentes de la estructura de la actividad y entre los componentes que conforman dicha estructura, se manifiesta un gran dinamismo determinado por el alcance del objetivo.

Existen según García F. (2009), elementos claves para lograr diferenciar **estrategias, métodos, procedimientos y habilidades**; uno de ellos es el grado de **complejidad** de las acciones a partir del objetivo que se persigue. La estrategia

siempre se concibe como un plan preparado considerando todos los detalles. Ella es, entre todos estos constructos, la de mayor grado de complejidad en las acciones.

Por su parte, Arteaga E. (2006), citado por García F. (2009), sugiere que un análisis más profundo del concepto estrategias de aprendizaje, requiere detenerse en los conceptos “**procedimiento didáctico**” y “**método de aprendizaje**”.

Para este al analizar la esencia del método de aprendizaje, se puede comprender la estrecha relación entre estos y los procedimientos didácticos.

El **método de aprendizaje** lo aborda como el modo de actividad docente – cognoscitiva del estudiante, condicionado por el método de enseñanza, que refleja las regularidades del aprendizaje y está encaminado a la consecución del objetivo planteado por el profesor y aceptado por el estudiante, y que se realiza a través de un sistema de procedimientos de aprendizaje.

En concordancia con ello plantea como requisitos al método de aprendizaje los siguientes:

- a) Una vía lógica determinada para la asimilación de conocimientos, habilidades y hábitos (inducción, deducción, análisis, síntesis, comparación, abstracción, generalización, caracterización, descripción, etc.)
- b) Un medio para resolver las contradicciones del aprendizaje.
- c) Un tipo y nivel determinado de actividad cognoscitiva del estudiante (dogmático, reproductivo, heurístico, de búsqueda, etc.)
- d) Un sistema de procedimientos de aprendizaje (relato, lectura, grabación, audición)

García F. (2009), hace referencia a que los procedimientos de aprendizaje, al igual que los de enseñanza, son considerados por. Majmutov M. I. (1983), como procedimientos didácticos, es decir, las acciones del profesor o del estudiante, que se caractericen por su terminación y conduzca a la consecución de un objetivo próximo, a la solución de una tarea particular de la enseñanza o del aprendizaje

Sobre esta base la autora coincide con García F. (2009) cuando cita a Arteaga E. (2006) y afirma que los **procedimientos didácticos** deben considerarse como acciones concretas del profesor o de los estudiantes, que conduzcan a la consecución de un objetivo de la enseñanza o del aprendizaje, a la solución de tareas concretas de la enseñanza o del aprendizaje.

Según Majmutov M. I. (1983), citado por García F. (2009), los procedimientos didácticos se clasifican en tres grandes grupos:

- Procedimientos de la actividad de copia de acciones de acuerdo a un modelo
- Procedimientos de la actividad reproductiva de acciones de acuerdo a un algoritmo
- Procedimientos de la actividad productiva y creativa (acciones independientes)

Como se ha analizado hasta el momento para abordar las estrategias de aprendizaje se deben tener en cuenta diferentes aspectos, además es necesario para ello abordar las diferentes clasificaciones que varios autores han realizado en este sentido:

- Hernández C. (1999) basado en Dansereau (1985), las clasifica, según el esfuerzo que implican en: primarias y de apoyo.
- Dependiendo de las habilidades mentales generales, Wiltrock (1988), citado por Hernández C. (1999), en: atención, motivación y comprensión.
- Monereo C. (1993), Gagné F. (1991), Beltrán J. (1987), y Pozo J. I. (1990), fundamentan su taxonomía estratégica en los posibles niveles de procesamiento de la información por los estudiantes: adquisición, codificación, recuperación.
- Según los tipos de metas a conseguir, De Valls (1993), citado por Monereo (1997), plantea que pueden ser estrategias generales o específicas.
- Román S. J. y Gallego R. S. (1995), atendiendo a las etapas de aprendizaje las abordan como estrategias de comprensión, retención, recuperación y utilización.
- Al tener en cuenta la forma en que inciden en el estudiante, pueden ser directas o indirectas, según Monereo C. (1997), Román S. J. y Gallego R. S. (1995).
- Otros se basan en el tipo de conocimiento clasificándolas en estrategias declarativas, procedimentales y metacognitivas. Bernad J. (1999); Monereo C. (1997).
- Blagoeva M. D. (1999) y Salazar M. M. (1999), se basan en las partes funcionales de la actividad, (según la teoría de la actividad de Leontiev y la

teoría de la información)

- Según el modo en que pueden derivarse del propio proceso de enseñanza, Salazar M.M. (1999), las clasifica en inducidas e impuestas.
- Belmont y Butterfield (1977) citado por Betancourt J. (1995), se refieren a las estrategias de aprendizaje como estrategias metacognitivas. Según estos autores las estrategias metacognitivas se dividen en dos grupos: estrategias generales las que incluyen la planificación, autocontrol e inventiva y las estrategias de control primario que incluyen organización y ensayo.
- Para Pozo J. I. (1998) las estrategias de aprendizaje se clasifican en tres grupos al atender la finalidad para la cual se utilicen, estas las revela como: estrategias de adquisición de la información, de análisis e interpretación de la información y de planificación, supervisión y control.
- Al tener en cuenta el énfasis en las funciones que las estrategias desempeñan en el aprendizaje, se distinguen las estrategias cognitivas, suelen derivarse, de acuerdo con la naturaleza de los procesos intelectuales que se ponen en función: estrategias de repetición, de elaboración y de organización. Estrategias metacognitivas: garantizadoras de la regulación del proceso de aprendizaje sobre la base de la reflexión y el control de las acciones de aprendizaje, y las estrategias de apoyo, constituidas por procedimientos auxiliares sin los cuales el aprendizaje pudiese fracasar, incluye el auto-control emocional de recursos de apoyo internos y externos (adaptado a partir de González y Tourón (1998), por Castellanos D. (2003).
- Según los componentes funcionales galperianos de la actividad son abordadas como estrategias de orientación, ejecución y control por Rodríguez F. L. (2003).

Al referirse al ámbito de lo académico, Hernández C. (1999) toma como referentes a Glaser (1984) y Huteau y Loarer (1992) renuncia a una clasificación general y se inclina a una taxonomía intermedia de generalidad - especificidad de los procesos, lo que los hace tomar en consideración dimensiones del proceso de aprender en general y operativizar dichas dimensiones, al aplicarlas a los contextos naturales variados en lo que se produce el aprendizaje, y toma a su vez los niveles

de actividad cognoscitiva derivados del desarrollo de los estudiantes y de la complejidad y especificidad de tareas derivadas de los contenidos que aprenden.

La implementación de cualquier tipo de estrategia exige garantizar de antemano un conjunto de condiciones, sin las cuales quedaría inconcluso el acto de aprender. La función de los docentes debe estar encaminada al entrenamiento de los estudiantes en el conocimiento de sí mismos y de su propia ejecución, aportándoles las condiciones para que en todo momento puedan reflexionar sobre su actuación. No basta con adiestrar a los estudiantes en el dominio de determinadas habilidades, sino que hay que lograr que ellos sean capaces de ejecutar por sí mismos dos acciones metacognitivas básicas:

- Planificar la ejecución de las actividades, y decidir cuáles de ellas son más adecuadas en cada caso y en qué orden las ejecutarán.
- Durante y después de su ejecución, evaluar el éxito o el fracaso e indagar en las causas. Pozo. J. I. (1990).

La autora considera a partir de los aspectos analizados anteriormente, que las estrategias de aprendizaje pueden ser, en dependencia de las metas propuestas y los contenidos a aprender, formas personales que el sujeto adquiere ,ya sea por sí solo o con ayuda del profesor, para apropiarse del conocimiento. La utilización de estrategias hace que los conocimientos resulten accesibles y útiles al requerir una toma consciente de decisiones, adaptadas a las condiciones de cada situación, y orientadas a ciertos objetivos. El dominio de las estrategias de aprendizaje posibilita que el estudiante aprenda a planificar y organizar sus propias actividades de aprendizaje. En estas se reúnen dos aspectos significativos en primer lugar que suponen un modo de actuación, y en segundo, el logro de un propósito.

1.3. La enseñanza de estrategias de aprendizaje.

Al realizar estudios sobre las estrategias de aprendizaje un aspecto de vital importancia radica en tener en cuenta los factores que influyen en la enseñanza de estas, así como quiénes son los máximos responsables de llevar a cabo este proceso. En este sentido Pozo J. I. y Monereo C. (2001), plantean que la enseñanza de las estrategias debe ser una responsabilidad compartida entre distintos agentes

educativos y que la responsabilidad más próxima de esta enseñanza les compete a los profesores de las distintas áreas o disciplinas del currículo, formando parte de su trabajo habitual como mediadores entre el estudiante y los contenidos específicos.

Para estos autores en la enseñanza de las estrategias a los estudiantes con dificultades en el aprendizaje es necesario identificar cuáles de las estrategias que utilizan estos son inadecuadas y porqué. A partir de ahí se deben ir definiendo, guiando y controlando las estrategias de aprendizaje que estos van a utilizar para apropiarse de los contenidos , procurando que gradualmente la regulación de las mismas vaya siendo más negociada y compartida con los estudiantes dialogando sobre la adecuación y oportunidad de su aplicación para finalmente cederles plenamente su elección y control.

Así mismo Pozo J. I. y Monereo C. (2001), plantean que el profesor puede proponer una serie de estrategias al estudiante para facilitar su aprendizaje, lo que no implica que el estudiante adopte dicha información automáticamente, pues lo que para el profesor puede ser conocimiento metacognitivo, fruto de la reflexión sobre la pertinencia y eficacia de una serie de procedimientos, para el estudiante puede que no lo sea, dándose una confusión entre ambos puntos de vista, lo que podría conllevar al fracaso de la enseñanza de determinadas estrategias.

Con bastante frecuencia los estudiantes poseen habilidades que no son capaces de emplear de manera espontánea, pues no tienen conciencia de las condiciones en que puede ser útil su aplicación. Por lo que estos autores consideran que no solo es preciso enseñar en qué condiciones es indicado emplear una determinada estrategia para la adquisición de un conocimiento o la realización de una tarea, resulta igualmente esencial enseñar a los estudiantes a decidir cuándo y cómo hacerlo.

Pozo J. I. y Monereo C. (2001), plantean además que cualquier nivel es apropiado para introducir las estrategias como objetivo educativo. Estos puntualizan que las actividades y los fines propuestos deben adecuarse a las capacidades de los estudiantes. Lo relevante no será la edad concreta a la que se trabaja una estrategia,

lo que se debe tener en cuenta es la planificación general de la adquisición de estrategias así como el orden de las tareas necesarias para su pleno dominio.

Por su parte García F. (2009), al abordar la enseñanza de estrategias de aprendizaje infiere que la enseñanza de los distintos saberes a lo largo de un curso o etapa debería:

- a) Dirigirse a metas cada vez más profundas, más vinculadas al aprendizaje desarrollador.
- b) Exigir cada vez más control y regulación consciente por parte de los estudiantes.
- c) Abrirse a situaciones progresivamente más inciertas y diversas.
- d) Introducir un mayor grado de complejidad en los procedimientos a ejecutar.
- e) Prestar mayor atención a la organización de cada una de las situaciones de enseñanza – aprendizaje dirigidas a fomentar un aprendizaje más estratégico.

Al abordar los métodos para la enseñanza de estrategias de aprendizaje Pozo J. I. y Monereo C. (2001), plantean que para ello se deben seleccionar y analizar las formas de enseñanza que tienen como principal finalidad propiciar la independencia del estudiante en su aprendizaje. Estos autores reconocen además que no existe una metodología ideal aunque se refieren a la existencia de modalidades didácticas que pueden ajustarse claramente a las exigencias de una enseñanza que propicie el aprendizaje de estrategias.

Por lo que ofrecen una selección de propuestas metodológicas en las que se reflexione sobre el proceso de aprendizaje, se utilicen adecuadamente los procedimientos a aprender y donde gradualmente el estudiante adquiera la responsabilidad sobre su aprendizaje. Entre los métodos que proponen hay un primer grupo orientado a explicitar las estrategias que se deseen enseñar, un segundo grupo, orientado a fomentar su control y regulación interna y un tercer grupo dedicado a facilitar la práctica independiente.

Al abordar el primer grupo, los **métodos para presentar o explicitar las estrategias**, se refieren a: enseñar, mostrar, explicitar a los estudiantes las decisiones más relevantes que hay que tomar para resolver una tarea de

aprendizaje. Por ejemplo: cuando presentan la dificultad de resolver un problema matemático, se les debe mostrar cuáles son los aspectos esenciales que permiten escoger diferentes procedimientos de solución y cómo se puede ir controlando su aplicación.

En este método proponen favorecer la toma de conciencia por parte del estudiante, que tenga en cuenta que determinadas tareas necesitan una planificación previa, una regulación y una valoración del proceso; que comprenda cómo algunos procedimientos sirven para realizar con éxito estas tareas cognoscitivas. También en este momento hay que responder a la necesidad de indagar cuáles son los conocimientos previos de los estudiantes respecto a las estrategias de aprendizaje que van a ser enseñadas. Entre estos métodos están el modelado (modelo de pensamiento) y el análisis de casos de pensamiento, los cuales consisten en:

- **Modelado (modelo de pensamiento):** el trabajo que realiza el profesor en explicitar qué es lo que piensa y hace en el momento de resolver un determinado problema o aprender un determinado contenido. En este muestra los pasos que es preciso seguir además de razonar el por qué es preferible realizar esos pasos y no otros, explicitar a qué elementos hay que prestar atención para proceder correctamente, cómo y por qué se escogen diferentes procedimientos de actuación, qué procedimientos alternativos podrían también emplearse, cómo se controla el proceso seguido, de qué forma y cómo uno es capaz de reconocer que ya ha resuelto la tarea.

Este método posee ventajas tales como:

1. Favorece la comprensión de la importancia y riqueza del proceso de toma de decisiones.
2. Le permite a los estudiantes aprender el uso flexible de los procedimientos.
3. Dota a los estudiantes de un vocabulario, y por ende de unas estrategias conceptuales que les permitan manejar las diferentes fases del proceso de resolución de las tareas.

- **Análisis de casos de pensamiento:** se trata de analizar como piensan otros compañeros ante tareas similares. En este el profesor puede ofrecer una situación en la que se ofrezca un ejemplo correcto o puede optar por presentar diferentes

situaciones en las que se observe variaciones a partir de las cuales se discuta cuál puede ser en cada caso el mejor proceso a seguir. Sea cual fuera la situación escogida, la característica principal de un caso consiste en la explicitación del proceso de pensamiento que conlleva a la realización de la tarea.

Este método posee ventajas tales como:

1. Permite un diálogo abierto sobre las diferentes maneras de realizar la tarea.
2. Genera procesos de reflexión acerca de la solución más adecuada en cada caso, de forma relativamente fácil y amena.
3. Es adecuado en los primeros momentos de la enseñanza de estrategias, puesto que permite tomar contacto con todo lo que supone la actuación estratégica.
4. También se puede utilizar cuando los estudiantes ya han construido un cierto conocimiento sobre por qué y cómo proceder en determinadas situaciones de aprendizaje que le interese recoger o aumentar su nivel de reflexión al respecto.
5. Permite a los estudiantes aventajados aportar sus propios casos de pensamiento.

En el segundo grupo de métodos se encuentran los **métodos para favorecer la práctica guiada**, en estos el profesor guía, directa o indirectamente, pero de manera reflexiva, la práctica del estudiante; se trata de favorecer que este tome decisiones, planifique, regule y valore su actuación en actividades de aprendizaje, primero más parecida a una tarea compleja ya conocida cuyo proceso de pensamiento ya haya sido analizado, y después en situaciones cada vez más variadas en cuanto a contenidos y demanda. El objetivo último es que el estudiante, de forma gradual, vaya interiorizando un quehacer reflexivo, estratégico, que le permita analizar en cada caso las condiciones relevantes para resolver las diferentes actividades a las que se enfrenta.

Pozo J. I. y Monereo C. (2001) organizan la exposición de estos métodos, en función de su contribución al desarrollo de la independencia del estudiante, al partir primeramente de las situaciones en las que el profesor todavía mantiene, en buena medida, el control y la responsabilidad del aprendizaje, y seguidamente, las situaciones en las que la interacción entre los propios estudiantes se convierte en la principal guía de las decisiones a tomar. Entre estos métodos ubican a las hojas de

pensamiento – pautas, la discusión sobre el proceso de pensamiento y la enseñanza cooperativa, los cuales consisten en:

- **Hojas de pensamiento – pautas:** las hojas de pensamiento están habitualmente formuladas como afirmaciones (o preguntas abiertas) y se dirigen, como su nombre lo indica, a promover un determinado proceso de pensamiento, a guiarlo, en cierta forma, se pretende que funcione como una suerte de conciencia externa. Por su parte las pautas se formulan como sesiones a realizar (o preguntas cerradas) y se dirigen a recordar determinadas actividades que supone puntos claves en el proceso de resolución de la tarea.
- **Discusión sobre el proceso de pensamiento:** permite observar y recoger los resultados, además de la forma en que los estudiantes procedieron para resolver una tarea, en qué aspectos se fijaron, qué variables le parecieron o no relevantes, y que decisiones fueron tomando con el objetivo de promover la discusión acerca de la calidad del proceso seguido, teniendo en cuenta los objetivos perseguidos en cada caso.

En las situaciones las que se utilice esta metodología se puede ir desde un planteamiento más abierto, en el que el profesor pida a los estudiantes plantear cómo hicieron para resolver la tarea, hasta otros más estructurados y sistematizados, en los que, por ejemplo, los estudiantes trabajan en grupo y uno de sus compañeros, o el propio profesor, actúe como observador y registre lo que sucede, las decisiones que van tomando, pasando también por situaciones intermedias, el profesor solicita que los estudiantes expliquen, antes de empezar, cómo creen que deben proceder; o bien, estos trabajan por parejas y al final registran libremente los pasos que siguieron o incluso el profesor ofrece un registro de posibilidades de actuación, una vez realizada la tarea, para que los estudiantes anoten lo que hicieron y lo que no.

Este método posee ventajas tales como:

1. Pueden dar lugar a nuevas formas de entender la actuación estratégica.
 2. Permiten diseñar nuevas ayudas (hojas de pensamientos o pautas de autoevaluación) para continuar regulando el proceso a seguir en situaciones futuras y para tareas más complejas.
- **Enseñanza cooperativa:** se basa en fomentar y aprovechar para el aprendizaje

la heterogeneidad y la generación de relaciones de interdependencia. El hecho de que personas con diferentes formas de proceder deban resolver juntos una única tarea o problema y que necesiten unos de otros para lograrlo es también una forma excelente de garantizar que se produzcan diferencias en las propuestas relativas a las estrategias a utilizar, favoreciendo así la discusión sobre las condiciones relevantes en cada situación de aprendizaje.

En el trabajo con el tercer grupo, **métodos para facilitar la práctica independiente**, Pozo J. I. y Monereo C. (2001), plantean que estos están encaminados a proporcionar al estudiante ocasiones de prácticas variadas para que se vean en la necesidad de ajustar las estrategias aprendidas a situaciones diferentes, cada vez más complejas y alejadas de las situaciones de aprendizaje originales. Se trata de metodologías que se centran en la interacción entre los estudiantes y que favorecen la colaboración entre iguales para regular el aprendizaje. Entre estos métodos ubican a la enseñanza recíproca y la tutoría entre iguales los cuales consisten en:

- **Enseñanza recíproca:** desglosar la actividad en las operaciones y decisiones cognitivas implicadas en su resolución y de repartir esas funciones entre grupos de estudiantes que se responsabilizan de regular su proceso de aprendizaje.
- **Tutoría entre iguales:** consiste en la posibilidad de que estudiantes más aventajados guíen el proceso a seguir por otros que tengan más dificultades. Según este método, el estudiante tutor prepara, conjuntamente con el profesor, las actividades a realizar y las ayudas que ofrecerá a su compañero. Después en las sesiones de clase, los dos estudiantes llevan a cabo estas actividades hasta que el estudiante menos aventajado haya aprendido los conceptos y procedimientos necesarios para resolver las tareas y sea capaz de regular por sí mismo las actividades a realizar. La función del estudiante tutor es la de ofrecer al estudiante tutorado oportunidades de prácticas variadas y progresivamente más complejas, al mismo tiempo que la de ofrecerle ayudas para guiar el proceso de pensamiento estratégico que permite realizar con éxito estas actividades.

Estos son aspectos de vital importancia para el proceso de enseñanza –aprendizaje de la Matemática puesto que para alcanzar los objetivos propuestos es necesaria la planificación, ejecución y evaluación de las acciones a desarrollar para elevar la

calidad de este proceso.

Dentro de los objetivos específicos del décimo grado se refleja que los estudiantes deben ser capaces de formular y resolver problemas donde apliquen, tanto los conocimientos y habilidades aritméticas, algebraicas, geométricas y trigonométricas. Es por ello que en las orientaciones metodológicas por unidades de este grado se enfatiza que en el desarrollo del programa debe lograrse que los estudiantes sistematicen los conocimientos adquiridos tanto los precedentes como los actuales. Aquí se especifica que esta sistematización debe ser activa a partir de la formulación de problemas y organizar de forma sistemática los contenidos a través de diversas clases de problemas.

Los objetivos de la asignatura en los programas vigentes reflejan más las exigencias para la comprensión de conceptos y demostraciones, reglas de cálculo, uso de tablas y de forma implícita se infiere la actividad de resolución de problemas en el nivel de aplicación de esos conocimientos matemáticos. No se proponen objetivos referidos al dominio de las estrategias matemáticas para desarrollar habilidades en la resolución de problemas.

Para Peltier M. L. (1993), la estructuración de la enseñanza de la Matemática a través de problemas está conceptualizada, actualmente, como una vía que ofrece significativas posibilidades para la eliminación del formalismo, que por mucho tiempo ha prevalecido y hacer de ésta una disciplina más práctica, más cercana a lo cotidiano.

Se trata de dar al profesor vías concretas que les permitan seleccionar y plantear problemas y poder diseñar estrategias para lograr en los estudiantes un adecuado desarrollo de las habilidades que son necesarias para resolverlos.

Se considera entonces, que en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática los problemas planteados como medio del aprendizaje y también como un medio de fijación de los conocimientos y las habilidades aportan una alternativa que debe contribuir a evitar la insuficiente solidez en el dominio de los modos de actuación esperados del estudiante; de ahí que sea necesario un diseño donde se precise una estrategia que fomente el cumplimiento de ambas funciones, como una unidad, sin absolutizar una u otra.

1.4. Problemas. Conceptualización y clasificaciones

Al referirse a lo esencial del quehacer matemático son muchos los que han insistido, en diferentes épocas, en que hacer matemáticas es por excelencia resolver problemas, que resolver problemas no es repetir conceptos o procedimientos, es construir el conocimiento matemático, buscarlo y utilizarlo.

El concepto de problema es comprendido, en la Didáctica como una situación inherente a un objeto, que induce una necesidad en un sujeto que se relaciona con dicho objeto y que sirve como punto de partida, para el diseño y desarrollo del proceso docente educativo, lo que según. Álvarez C. (1984), significa, que en el desarrollo del proceso docente educativo el problema es el punto de partida para que en su solución el estudiante aprenda a dominar la habilidad y se apropie del conocimiento.

En este sentido González F. (1987), expresa que un sujeto está ante una situación problemática cuando, estando motivado (u obligado por las circunstancias académicas, personales o vitales) para alcanzar un determinado objetivo, se encuentra impedido o frustrado, de modo temporal para lograrlo. Por lo que el sujeto ha de estar consciente de la existencia de la situación y de que desea o necesita actuar para superar la situación.

Este autor enmarca la diferencia entre los conceptos de problema y de ejercicio en los objetivos que cada uno se propone. Los ejercicios se proponen para el aprendizaje de hechos y habilidades específicas y los problemas permiten la adquisición de enfoques generales que ayudan a enfrentar situaciones matemáticas diversas, ayudan a aprender a aprender.

El psicólogo cubano Labarrere Sarduy, A. (1996:19), plantea en este sentido que: *“un problema es determinada situación en la cual existen nexos, relaciones, cualidades de y entre los objetos que no son accesibles directa o inmediatamente a la persona”*

En la Metodología de la Enseñanza de la Matemática de autores alemanes, Jungk W. Zillmer W. y otros, se establece el concepto de problema, el cual es tomado por Ballester, S. y Almeida, B. (2001), en el libro de texto vigente para la asignatura, en los Institutos Superiores Pedagógicos, donde se expresa que:

“un problema es un ejercicio que refleja, determinadas situaciones a través de elementos y relaciones del dominio de las ciencias o la práctica, en el lenguaje común y exige de medios matemáticos para su solución; se caracteriza por tener una situación inicial (elementos dados, datos) conocida y una situación final (incógnita, elementos buscados) desconocida, mientras que su vía de solución también desconocida se obtiene con ayuda de procedimientos heurísticos” Ballester, S. y Almeida, B. (2001:407).

En este concepto se centra la atención en el aspecto de la formulación o presentación de la situación, (de la práctica o de los dominios de las ciencias), en un lenguaje común, sin tener en cuenta las situaciones que constituyen dentro de la Matemática verdaderos problemas para el estudiante (no disponen de vías inmediatas de solución) y pueden estar descritas con una orden muy directa o planteadas en el lenguaje propio de la disciplina. De igual manera no se tiene en cuenta que para que exista un problema además del aspecto objetivo señalado, hay que considerar el aspecto subjetivo, la disposición, motivación e interés de ese estudiante por darle solución.

Como señalan Campistrous Pérez, L. y Rizo Cabrera, C. (1996:9), el problema es:

“toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo”

Estos autores aclaran que para su solución se hacen necesarias al menos dos condiciones: la vía de solución tiene que ser desconocida y el individuo quiere hacer la transformación, es decir, quiere resolver el problema.

Sol J. L. Del. (2003), aborda los problemas como tareas que reflejan situaciones a través de relaciones del dominio de las ciencias o la práctica, en lenguaje común y exige de medios matemáticos para su solución. Se caracteriza por tener situación inicial conocida y una situación final desconocida mientras que su vía de solución también desconocida se obtiene con ayuda de procedimientos heurísticos.

Al realizar un análisis de los diferentes conceptos abordados, la autora plantea como problema: *“tarea docente en la que, a través de un lenguaje común, se aportan condiciones iniciales conocidas y se exigen elementos desconocidos. En la cual es necesaria la utilización de medios matemáticos y en particular de procedimientos*

heurísticos para encontrar los elementos desconocidos, por lo que influye de manera decisiva el grado de motivación que presente el resolutor”.

La autora coincide con el criterio de Palacio J. (2003) cuando plantea que en cualquier definición que se tome de problema siempre se van a encontrar dos elementos invariantes, primero: una situación desconocida que necesita ser transformada; segundo: la vía para la transformación de la situación es desconocida. A esto Palacio J. (2003), añade otros elementos como son: querer trabajar en la situación dada, tener conocimientos básicos para poder trabajar, percibir una diferencia entre un estado presente dado por los datos y un estado deseado dado por la pregunta.

Labarrere Sarduy, A. (1988), ve la solución de problemas no como un momento final, sino como todo un complejo proceso de búsqueda, encuentros, avances y retrocesos en el trabajo mental que hace necesario analizar cómo transcurre la preparación del estudiante y cuál es la labor que debe desempeñar el profesor.

En este sentido plantea las funciones que realizan los problemas en la enseñanza de cualquier asignatura: la función de asimilación, de fortalecimiento y comprobación de los conocimientos y la función educativa y de desarrollo. Pero, afirma:

"no es cualquier estructura del proceso de enseñanza la que favorece que dé la solución a los problemas a la vez que se asimilen los conocimientos, se formen hábitos y habilidades y se desarrolle el pensamiento del estudiante; debe lograrse de una forma determinada y planificada desde la formulación de los objetivos".

Labarrere Sarduy, A. (1988:18).

Debe acotarse que los términos problema y resolución de problemas han tenido y tienen múltiples acepciones entre investigadores y docentes. Para unos, problema es cualquier ejercicio con texto, para otros este término se utiliza cuando se refieren a aplicaciones extramatemáticas.

Polya G. (1982), clasificó los problemas en: problemas a resolver y problemas a demostrar; en ellas, se destaca el componente objetivo.

Otros destacan el componente subjetivo, psicológico cuando hablan de problemas rutinarios y no rutinarios, y hacen clara alusión al conocimiento o no, por parte del sujeto resolutor, de procedimientos o rutinas que le permitan resolverlos.

Schoenfeld A. (1985), abordado por Delgado J. R. (1999), privilegia esta acepción sobre otras, y llama a los problemas no rutinarios sencillamente problemas; a los restantes los considera ejercicios, aunque no por ello los demerita. Para este autor un problema es una situación verdaderamente problemática para el sujeto resolutor, o sea aquella para la cual no posee procedimientos de rutina que lo conduzcan a la solución.

Schoenfeld A. (1985), abordado por Delgado (1999), conduce el proceso de enseñanza de la resolución de problemas, bajo el principio de hacer transparente al estudiante los recursos con que cuenta el profesor en el proceso de resolución de problemas, aboga por convertir el aula en un “microcosmo matemático”. Este proceso, en que el profesor aparece como modelo de comportamiento, puede manifestarse de tres maneras:

- El profesor, frente a sus estudiantes, explica paso a paso el proceso de resolución del problema (conocido para él) tal como si se enfrentara a este por primera vez. Al finalizar destaca y reflexiona sobre las estrategias heurísticas empleadas.
- El profesor resuelve el problema (conocido para él) con los estudiantes, utilizando las ideas de ellos.
- El profesor enfrenta problemas (no vistos por él con anterioridad) presentados por sus estudiantes, con el objetivo de mostrar de manera fidedigna cómo un experto actúa ante un problema.

En el proceso de resolución de problemas el razonamiento heurístico hay que formarlo a través del empleo consciente de los recursos que lo caracterizan hasta que sean dominados por el sujeto, o sea, hasta que se conviertan en habilidades, pero esto plantea el dilema de su formación a través de un material específico o en un contexto general. No obstante, si el conocimiento de las características esenciales de los problemas es incorporado a la base de orientación, esto puede tributar a una orientación más sistematizada y por tanto que fluya con mayor rapidez y certeza en el momento de identificación de la vía de solución de un problema. O sea, que es necesario el aprendizaje de información relevante sobre los problemas en una esfera determinada, del reconocimiento de patrones.

Sobre el papel de la resolución de problemas en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática, un destacado estudio fue realizado por Gascón J. (1994), al indagar sobre los modelos o paradigmas que sintetizan las formas de diseño del curso de Matemática que tienen su fundamento en el modelo epistemológico implícito que sostiene la noción de “problemas de matemáticas” y de lo que significa “enseñar” y “aprender matemáticas”.

Los principales modelos o paradigmas se analizan críticamente, en su evolución, a partir del lugar en que diferentes escuelas han situado los problemas, su significación y la búsqueda de métodos para su solución. Según este autor los paradigmas son los siguientes:

- El aprendizaje se centra en la actividad exploratoria de problemas no triviales.
- El aprendizaje de técnicas matemáticas (algorítmicas) para los problemas aparecen aislados.
- La actividad matemática de resolución de problemas se engloba en una actividad más amplia de “modelización matemática”.
- El aprendizaje como construcción del conocimiento utilizando la resolución de problemas, ignoran el trabajo con la técnica.
- El aprendizaje de sistemas estructurados de procedimientos para la resolución de problemas.
- El problema matemático es considerado como punto de partida de un campo de problemas. Toda actividad matemática es interpretada como un proceso de estudio de campos de problemas.

Estos modelos de investigación utilizados para analizar el papel de la resolución de problemas en la enseñanza de la Matemática dan la posibilidad de reconocer los criterios que en el diseño de los programas de la asignatura son empleados, tanto desde el punto de vista teórico como práctico, de forma consciente o no.

Al realizar un análisis detallado de estos modelos es evidente la tendencia a que en el curso de Matemática la resolución de problemas sea el elemento a partir del cual el estudiante aprenda, elaborando estrategias, técnicas, pero no para problemas aislados, sino para lograr establecer los sistemas estructurados de procedimientos y la construcción recursiva de las teorías matemáticas con los cuales se estudien los

campos de problemas.

Problemas geométricos de cálculo como caso particular de los problemas matemáticos.

Al estudio de los problemas geométricos como caso particular de “problemas matemáticos” se han dedicado pocos autores, González M. O. (1973), se refirió a este tipo de problemas como aquellos en que se dan ciertas propiedades o relaciones entre los elementos de una figura y se pide determinar algún o algunos elementos de la misma entre sí.

Esta definición se refiere a los problemas geométricos en los cuales es necesaria la construcción o el cálculo para determinar los elementos que se piden. Es este un acercamiento para definir lo que se entiende por problema geométrico de cálculo como caso específico de este tipo de problemas, por lo que excluye a los problemas geométricos de demostración puesto que su objetivo no radica en la búsqueda de ningún elemento, sino en establecer la veracidad de una proposición geométrica.

Por su parte Sol J. L. Del. (2003:56), define los problemas geométricos de cálculo como: *“ la tarea docente que demanda la realización de determinadas acciones (prácticas o mentales) encaminadas a transformar ciertas relaciones entre los elementos de un ente geométrico y se pide determinar algún o algunos elementos del mismo para lo cual tiene que recurrirse al cálculo como método o procedimiento fundamental, mientras que su vía de solución se obtiene con ayuda de procedimientos algorítmicos o heurísticos.”*

La autora considera como problema geométrico de cálculo a la:

“tarea docente en la que se aportan condiciones iniciales conocidas acerca de un ente geométrico y se exigen elementos desconocidos, en la cual es necesaria la utilización del cálculo como procedimiento fundamental para encontrar los elementos desconocidos, así como la utilización de procedimientos algorítmicos o heurísticos”.

En cuanto a las clasificaciones sobre los problemas geométricos se puede hacer referencia a Campistrous Pérez, L. y Rizo Cabrera, C. (1996), los cuales abordan diferentes taxonomías de problemas matemáticos que incluyen a los problemas geométricos, basando estas en la estructura de los problemas y sus posibilidades de solución. Por lo que los problemas geométricos pueden ser:

- Determinados: cuando admiten una solución o un número finito de soluciones.
- Indeterminados. cuando tienen infinitas soluciones.
- Hiperdeterminados: cuando se conocen más elementos o relaciones que las necesarias.
- Imposibles: cuando no admiten solución.
- Subdeterminados: cuando no se conocen los elementos o las relaciones necesarias.

En estas clasificaciones se obvia el carácter de la actividad mental que tiene que desarrollar el estudiante para su solución así como las características del proceso de solución.

Para Sol J. L. Del. (2003), los problemas geométricos de cálculo se pueden clasificar según la forma en que se redacta la información contenida en este, la correlación de lo conocido y lo desconocido, el tipo de actividad mental que tiene que desplegar el estudiante para su solución, así como atendiendo a su relación con otros contenidos de la Matemática.

Al tener en cuenta la forma en que se redacta la información contenida en el problema y la correlación de lo conocido y lo desconocido Sol J. L. Del. (2003), clasifica los problemas en cuestión en:

- Cerrados: contienen la información necesaria para su solución, permiten encontrar la vía de solución con relativa facilidad, e indican con claridad el objetivo, lo desconocido.
- Abiertos: cuando la tarea contiene solo datos detallados, mientras que el objetivo no se indica o no se establece con precisión, o viceversa.

Según el tipo de actividad mental que tiene que desplegar el estudiante para su solución el autor los clasifica en:

- Algorítmicos: cuando se requiere la aplicación de un algoritmo ya preparado o de una fórmula sólidamente asimilada por el estudiante, es decir, de indicaciones exactas sobre la realización consecutiva de determinadas operaciones, un código de reglas para la solución.
- Heurísticos: cuando los datos y el objetivo no indican los algoritmos para la solución, es decir, hay que hallar el procedimiento de solución, la búsqueda de

estos se relaciona fundamentalmente con el pensamiento intuitivo. Estos problemas se solucionan con fórmulas ideadas por el estudiante, a partir del análisis del objetivo aunque en el procedimiento de solución haya que recurrir a fórmulas conocidas. Además pueden recurrir al trazado de elementos auxiliares.

Al atender la relación con otros contenidos de la Matemática Sol J. L. Del. (2003), los considera como:

- Puros: aquellos en los que solo se necesitan conceptos, relaciones y procedimientos geométricos para su solución.
- Mixtos: aquellos en los que para su solución se necesitan conceptos, relaciones y procedimientos de álgebra, la teoría de las funciones u otros contenidos de la Matemática.

La autora coincide con las clasificaciones abordadas hasta el momento que siguen el criterio de Sol J. L. Del. (2003), pues abarcan de manera integradora todos los aspectos a tener en cuenta en el proceso de análisis y resolución de los problemas geométricos de cálculo.

En el proceso de resolución de los problemas geométricos de cálculo es necesario tener en cuenta las fases para resolver problemas propuestos, adecuándolas a las exigencias específicas de este tipo de actividad. Majmutov M. (1983), analiza las etapas o fases del proceso de solución de problemas, pero solo Polya (1982), se refiere a las fases o etapas para resolver problemas ya planteados, es decir problemas propuestos. Según Polya (1982), este proceso consta de 4 fases:

1. Comprensión del problema.
2. Encontrar el plan de solución.
3. Realizar el plan de solución elaborado.
4. Evaluación de la solución.

Para la solución de problemas geométricos de cálculo se requiere de ciertas acciones por parte del estudiante en cada una de las etapas, las cuales serán abordadas en el capítulo 2

Es importante en la búsqueda de la vía de solución recurrir a los procedimientos heurísticos conocidos. Los de mayor utilidad en la resolución de problemas geométricos de cálculo son:

1. Principios heurísticos: analogía, reducción del problema a problemas ya resueltos.
2. Reglas heurísticas: sustitución de conceptos por sus definiciones, trazar líneas auxiliares.
3. Estrategias heurísticas: trabajo hacia adelante y trabajo hacia atrás.

De particular importancia es el empleo de la estrategia especial conocida como “Método de Descartes”, que se emplea cuando en el problema hay que utilizar muchas fórmulas y estas se pueden reducir a una sola.

Con la utilización de procedimientos heurísticos ya sean principios, reglas o estrategias el estudiante puede llegar a la solución del problema. Al lograr que este sea capaz de construir el modo de actuación, más que apropiarse de él, se debe tener en cuenta que lo que se espera de su actividad, no es que reproduzca acciones aprendidas sino que busque, decida, sistematice esas acciones en la diversidad de condiciones de las situaciones que así lo requieran y lograr un adecuado desarrollo de la habilidad resolver problemas.

1. 5. Habilidades. Vías para su formación

En sentido general el término habilidad, sin depender de las variadas acepciones que posee en la literatura psico-pedagógica moderna, es generalmente utilizado como sinónimo de saber hacer. En tal sentido las habilidades se relacionan y se identifican de diferentes maneras según los criterios de varios autores que han incursionado en la temática y que han sido tomados como referentes de distintas investigaciones realizadas en Cuba y el mundo. Luego de un rastreo por la literatura e investigaciones realizadas en este contexto posibilita identificar regularidades al respecto tales como:

- Petrovski A. V. (1980), reconoce la habilidad como actividad.
- Brito H. (1987), considera que las habilidades constituyen el dominio de acciones (psíquicas y prácticas).

- En el plano didáctico Álvarez C. (1996), caracteriza la habilidad como las acciones que el sujeto (estudiante) realiza.
- Hurtado F. J. (2005), aborda la habilidad como el nivel de dominio de la acción en función del grado de sistematización alcanzado.

Por su parte Bruner J. (1989:129), reconoce el desarrollo y estructura de las habilidades como: *"el desarrollo de estrategias para la utilización inteligente de la información, escogiendo entre modos alternativos de respuestas, aceptando la estrategia como patrón de decisiones en la adquisición, retención y utilización de la información que sirve para lograr ciertos objetivos"*.

En este caso resulta importante, el papel que se asigna al dominio de estrategias y el hecho de que el sujeto sea capaz de verbalizarlas y ser consciente de ellas, tanto para el desarrollo de las habilidades como para el desarrollo del pensamiento. Sin embargo, no se destacan los sentimientos, actitudes, valores que se forman y desarrollan asociados al conocimiento de estrategias de trabajo.

Si se quiere lograr una adecuada formación de habilidades es imprescindible considerar los pasos a seguir en el terreno pedagógico, en relación con los aspectos que debe reunir la acción para devenir en la habilidad. Al tener en cuenta esto, está comprobado que de la forma en que se organice este proceso, de las condiciones específicas que se creen para llevar a cabo el dominio del mismo, depende su resultado final, es decir, depende la calidad de los conocimientos adquiridos y de las habilidades logradas.

Al referirse al proceso de formación de habilidades Brito H. (1987), plantea que el proceso se debe llevar a cabo de forma gradual, programada, este debe constar de un sistema de etapas progresivas en el transcurso de las cuales las acciones deben sufrir determinados cambios hasta adquirir las cualidades idóneas que las caracterizan como habilidad. Como resultado de su debida estructuración, las acciones cobran un alto nivel de asimilación y generalización, transcurren de forma más abreviada y el sujeto adquiere un considerable grado de dominio de las mismas. Estas etapas a las que se refiere Brito H. (1987), son las identificadas por Galperin (1986).

1) Etapa motivacional.

- 2) Etapa de la creación de la base orientadora de la acción.
- 3) Etapa de la formación de la actividad materializada.
- 4) Etapa de la actividad verbalizada exteriormente.
- 5) Etapa de la ejecución en lenguaje externo para sí.
- 6) Etapa de ejecución en forma del lenguaje interno.

En la etapa motivacional el profesor debe lograr motivar a los estudiantes para aceptar la habilidad que se forma y los conocimientos que entran en ella.

En la creación de la base orientadora debe tenerse en cuenta que esta representa el modelo de la habilidad que se quiere formar.

En la etapa de la formación de la actividad materializada los estudiantes deben llevar a cabo realmente las transformaciones que implican la actividad.

En la etapa de la actividad verbalizada externamente el estudiante realiza las transformaciones en forma oral, pero solo para él.

Por último, la ejecución mental de la acción es la fase superior, en la que el estudiante realiza la transformación solo en forma de lenguaje activo, en forma cada vez más breve.

Brito H. (1987), señala otra de las características del proceso de formación de habilidades: el planteamiento reiterado a los estudiantes de objetivos que le exijan la realización de un mismo tipo de acción, pero fundamentalmente son:

- 1) Concebir el proceso de forma que ocurra una sistematización y la consecuente consolidación de los elementos deseados, en este caso, de las acciones.
- 2) Garantizar el carácter plenamente activo, consciente, de este proceso de aprendizaje: la esencia de la habilidad está dada precisamente por el hecho de que el sujeto sea capaz de seleccionar de forma racional los conocimientos, métodos y procedimientos, y llevarlos a la práctica en correspondencia con los objetivos y condiciones de la tarea.

Finalmente el autor destaca que otra particularidad de este proceso, derivada de la anterior, es su planificación de forma que ocurra una sistematización y la consecuente consolidación de los elementos deseados, en este caso, de las acciones.

Para dirigir el proceso de formación de una habilidad es necesario conocer las acciones que conforman el procedimiento y luego decidir la vía más adecuada para que el estudiante pueda comprenderlo y utilizarlo individualmente.

Otra alternativa para el proceso de formación de habilidades se puede encontrar en el modelo de aprendizaje de la Matemática de los Van Hiele (1955), citado por Linares S. (1990), y Bravo L. (2002), el cual está dirigido al desarrollo de las capacidades de razonamiento geométricos, se adapta perfectamente a la formación y desarrollo de habilidades matemáticas siempre y cuando se respeten gradualmente sus fases. Según este modelo, el aprendizaje de las habilidades matemáticas tiene varias fases, estas son:

- 1) Información.
- 2) Orientación dirigida.
- 3) Explicitación.
- 4) Orientación libre.
- 5) Integración.

En la primera fase el profesor obtiene información sobre los conocimientos previos que tienen los estudiantes sobre el tema que se va a abordar. El estudiante recibe información sobre el tema en que va a trabajar, qué tipos de problemas tiene que resolver, que materiales se van a utilizar, entre otros.

En la segunda fase, los estudiantes bajo la guía del profesor elaboran parcial o totalmente la base orientadora de la acción, es decir, el procedimiento que sirve de base al desarrollo de la nueva habilidad.

En la tercera fase es importante lograr que los estudiantes trabajen de forma independiente con la base orientadora. Hay que propiciar el intercambio de opiniones, el diálogo y la explicación por parte de los estudiantes de lo que han hecho y cómo lo han hecho. Esta es una fase dirigida a lograr la comprensión de la base orientadora.

En la cuarta fase se utilizan las acciones asimiladas para resolver nuevas tareas, es una fase de aplicación de las habilidades ya formadas. En esta es importante la solución de problemas abiertos, es decir, que puedan desarrollarse de diferentes formas o que tengan varias soluciones.

En la quinta y última fase se sistematizan las habilidades adquiridas y se establecen relaciones entre ellas.

Desde el punto de vista psicológico se analiza la Teoría de la Formación por Etapas de las Acciones Mentales, Galperin (1986), en Talízina N.F. (1978), la cual consta de tres fases: orientadora, ejecutora y de control. Por su parte Cabrera J. L. (1999), citado por Hurtado F. J. (2005), se refiere a estas fases en que transcurre la formación de una habilidad, viéndolas en cuatro momentos:

- a) Planificación: determinación de las habilidades terminales y sus invariantes funcionales.
- b) Organización: establecimiento de cuándo y con qué conocimientos se ejecutarán las acciones y sus invariantes funcionales.
- c) Ejecución: garantizar determinadas condiciones durante el proceso de ejecución del estudiante.
- d) Control: establecer una escala analítico-sintética para la evaluación de las habilidades.

Estas fases constituyen un minucioso proceso en el cual el profesor debe tener en cuenta como aspectos fundamentales:

- Las particularidades de cada estudiante.
- Las condiciones para la formación de habilidades.
- Características propias del contenido de la enseñanza y la relación existente entre el resto de los componentes del proceso, como los objetivos, que de hecho encierran las acciones que devienen posteriormente en habilidades, así como los métodos de enseñanza - aprendizaje, que garantizan las vías para las acciones y su sistematización.

En este sentido Hurtado F. J. (2005), agrupa estas fases siguiendo el criterio de Montes de Oca N. (2002), el primero, lo denomina **preparación de la ejecución**, que incluye la planificación y organización; y el segundo, **la ejecución**; mientras que el control y la evaluación, están presente en ambos momentos como proceso y producto.

A continuación se caracterizan cada una de ellas siguiendo el criterio de Hurtado F. J. (2005)

Primer momento: preparación de la ejecución. La relevancia de esta fase está en la precisión gradual de los objetivos a lograr en cada asignatura, unidad y en cada clases, donde se hace necesario instaurar formas de trabajo, que garanticen el desarrollo de capacidades intelectuales y que contribuya a la formación de orientaciones valorativas éticas y morales, dependiendo de las necesidades individuales y sociales y del desarrollo obtenido por los estudiantes.

Segundo momento: la ejecución del proceso. En este se realiza la acción a través de su sistema operacional proyectado en la etapa anterior. Se establecen las interrelaciones entre el profesor y el estudiante, se alcanza el nivel de sistematización de las acciones y automatización de las operaciones. Para garantizar lo anterior es necesario tener en cuenta la dirección que el profesor realice del proceso pedagógico en función de que los estudiantes alcancen determinados niveles de ejecución planificados para el dominio de la acción.

Habilidades matemáticas. La habilidad resolver problemas

Para el trabajo con las habilidades, entre otros aspectos, es necesario tener en cuenta su clasificación según su estructura, las habilidades matemáticas, por ejemplo, son específicas para esta materia. Varios autores se han centrado en el estudio de estas, como es el caso de Kruteskii (1969), citado por Bravo L. (2002), que las define desde lo psicológico para el dominio exitoso de una actividad matemática.

En las Orientaciones Metodológicas para el programa de estudio de Matemática en el décimo grado, se incluyen precisiones teóricas para los profesores acerca de las habilidades matemáticas. Estas son definidas como “un complejo formado por conocimientos específicos, sistemas de operaciones y conocimientos y operaciones lógicas” Campistrous Pérez, L. y Rizo Cabrera, C. (1989:7).

Por lo que se consideran tres componentes fundamentales: los conocimientos matemáticos, los sistemas de operaciones de carácter matemático y los conocimientos y operaciones lógicas.

En este concepto la habilidad puede ser comprendida, más a partir de todo aquello que la conforma en el plano estructural y de las operaciones lógicas, como un complejo aislado, y no por lo que representa en la actuación del estudiante para

enfrentar las tareas docentes, la resolución de uno u otro problema.

En los objetivos básicos del Programa Director de Matemática se expresa un conjunto de habilidades matemáticas que sintetizan el centro de atención de la formación matemática, a las que tienen que responder las disciplinas del plan de estudio. Se indican habilidades como: operar con conceptos, proposiciones y procedimientos; leer, escribir, comparar y ordenar números; calcular con las reglas del cálculo aproximado, resolver problemas sobre el significado de las operaciones de cálculo y tanto por ciento; realizar conversiones de unidades de magnitud y monetarias; trazar figuras, construir gráficos y medir con empleo de instrumentos de dibujo; reconocer las figuras y cuerpos geométricos fundamentales, sus propiedades y relaciones y aplicarlos a la resolución de problemas; trabajar con variables, ecuaciones y fórmulas, traducir del lenguaje común al algebraico para enunciar y resolver problemas e identificar relaciones funcionales y sus propiedades en diferentes formas de representación y utilizarlas en la modelación de situaciones prácticas.

En el caso específico de la habilidad resolver, según el criterio de Delgado J. R. (1999), debe tenerse en cuenta que este término se utiliza con diversas acepciones como: encontrar la solución de una ecuación, inecuación o sistema de ellas, expresar una variable en función de las demás, así como cuando se trata de encontrar la solución de un ejercicio con texto, sea desconocida o no la vía de solución para el sujeto; sin embargo, una vez que el sujeto la ha encontrado, en lo fundamental el problema está resuelto, pues lo que resta es aplicar un algoritmo, es calcular y evaluar la solución.

Por ello, y aunque bajo la expresión "resolución de problemas", pueden asumirse diferentes descripciones, lo que más urge en las investigaciones en Educación Matemática, en virtud de la trascendencia que tiene para la formación de las capacidades intelectuales de los estudiantes, son los mecanismos y las vías para el entrenamiento de éstos en la resolución de tareas para los cuales no tienen a su disposición un procedimiento de rutina, o sea en la resolución de problemas.

Según Dumas - Carré (1987), citado por Sol J. L. Del. (2003), y con los que coincide la autora, resolución sirve para designar la actividad que consiste en resolver el

problema desde la lectura del enunciado, y se establece una distinción entre el tratamiento lógico matemático y la propia actividad de resolución, analizada a menudo en términos de encadenamiento de procesos y la solución o respuesta producto de dicha actividad.

En dicho proceso intervienen factores de índole afectiva y volitiva, por lo que identificar este proceso con una habilidad sería un reduccionismo incorrecto e inapropiado, en la esencia del mismo, tiene un peso fundamental el aspecto cognitivo, el cual se manifiesta en la interacción de los conocimientos: lingüístico, semántico, esquemático, operativo y estratégico que posea el sujeto resolutor, así como en el empleo de recursos heurísticos y metacognitivos. La conjunción de todos estos elementos va encaminada hacia un objetivo principal: encontrar un método o vía que conduzca a la solución de un problema.

El Programa Director hace explícita la exigencia de no convertir la resolución de problemas en la realización de ejercicios rutinarios y que los estudiantes deben aprender a razonar a partir de datos y situaciones intra y extramatemáticas.

En opinión de la autora, este programa debe constituir para la escuela cubana actual, un importante impulso para que maestros y profesores orienten la formación matemática hacia los contenidos básicos y las habilidades que son indispensables para lograr el aprendizaje significativo, sólido y aplicable.

Lo analizado en este capítulo permite realizar las siguientes **conclusiones**:

- La enseñanza de estrategias de aprendizaje tiene dos momentos esenciales: un primer momento en el que se deben identificar los procedimientos para resolver con éxito las tareas de aprendizaje propuestas, y un segundo momento, en el que se deben poner en práctica métodos que propicien su aprendizaje en el proceso de resolución de las diferentes tareas.
- La resolución de problemas constituye un aspecto de vital importancia en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Matemática pues estos se encuentran en estrecha relación con los campos de objetivos de esta disciplina: saber y poder así como el desarrollo intelectual y formativo.
- Los problemas geométricos de cálculo contribuyen de manera decisiva al desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes puesto que para su resolución es

necesario que el estudiante establezca relaciones entre el(los) ente(s) geométrico(s) abordado(s) en el problema para a través de la utilización del cálculo como procedimiento fundamental llegar a determinar los elementos desconocidos.

CAPÍTULO 2. Alternativa didáctica para potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo

En este capítulo se describen los fundamentos epistemológicos, psicológicos y didácticos de la alternativa didáctica propuesta por la autora para contribuir a potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo, así como la caracterización del estado inicial del problema, además de todo el proceso de concepción de esta, diseño e implementación de la estrategia y validación de la alternativa didáctica. Esta alternativa didáctica encuentra su fundamento en la necesidad de dotar a los estudiantes de acciones que los ayuden en su aprendizaje. En su concepción se asume el carácter activo de los estudiantes que utilizan la estrategia de aprendizaje para apropiarse de las habilidades objeto de estudio partiendo, de la movilización de todos los recursos de su actividad cognoscitiva, reguladora y reflexiva, así como sus motivaciones e intereses.

2.1. Fundamentos epistemológicos, psicológicos y didácticos de la alternativa didáctica

Fundamentos epistemológicos.

En cuanto al desarrollo histórico de la Matemática cabe señalar como áreas geográficas de más relevancia: el Antiguo Egipto, Mesopotamia, Grecia, India, China y el mundo árabe.

La palabra Geometría procede de dos palabras griegas “geo” y “metrón” que significan “tierra” y “medida” respectivamente, lo que indica que la disciplina tuvo su origen en las mediciones de tierra y otras prácticas. Surge de la necesidad de calcular las áreas de parcelas de tierras y los volúmenes de graneros y pirámides, de aquí su carácter particularmente práctico, de ahí que algunos comentaristas (desde un punto de vista demasiado restrictivo) se hayan cuestionado si se puede describir apropiadamente como una Geometría. Se citan a continuación algunos ejemplos de aportaciones geométricas en diferentes regiones del planeta.

Se entiende como uno de los tres logros más importantes de la Geometría egipcia el de la deducción de la regla para calcular el volumen de un tronco de pirámide. En

Babilonia también se hicieron grandes aportes a la Geometría, a pesar que hace unos pocos años, la mayoría de los historiadores de las Matemáticas, compartían la visión de que aunque los babilonios sobresalieron en el Álgebra, fueron inferiores a los egipcios en Geometría.

Como ejemplo de integración de otras ramas de las Matemáticas con la Geometría, en la primera mitad del siglo XVII R. Descartes creó el sistema de coordenadas. A finales del siglo XIX se produjeron descubrimientos de gran relevancia relacionados con el estudio del V postulado de Euclides o el postulado sobre las paralelas, estudios estos tan antiguos como los propios Elementos. Los laureles de la resolución de este famoso problema pertenecen a Lobachevski, quien afirmó que el V postulado no puede ser deducido de los restantes postulados de la Geometría, desarrolló la Geometría imaginaria llevándola al mismo nivel en la que se encontraba la de Euclides, surge así la famosa Geometría no Euclidiana. Estas ideas parecieron paradójicas para la época y muy pocos estaban en condiciones de comprender y de apreciar sus trabajos, aunque si lo hicieron C. F Gauss y J. Bolyai. Continuaron este desarrollo B. Riemann, A. Nelly, F. Klein y D. Hilbert entre otros. También en ese siglo, se vio el desarrollo axiomático de la Geometría proyectiva, incorpora métodos analíticos para su tratamiento, a diferencia del sintético que se tenía inicialmente, muy usada actualmente en diseños de programas e realidad virtual.

Dentro de la Matemática la resolución de problemas, como caso particular de la actividad matemática, es consustancial a la propia existencia del hombre como ser racional. Una vez que el homo sapiens se erige sobre el resto del reino animal, la propia vida le impone encontrar soluciones a los disímiles problemas que le planteaba la supervivencia misma. Sin embargo, no fue hasta bastante tiempo después que el hombre se plantea la resolución de problemas como objeto de estudio en sí mismo, tanto en los planos epistemológico, como psicológico y pedagógico.

Para Delgado J. R. (1999), la historia de la enseñanza de la resolución de problemas en Matemática puede dividirse en tres grandes momentos divididos por dos años que han marcado hitos: 1945 con la salida del conocido libro How to solve it del profesor y matemático húngaro George Polya y 1980 al dejar de ser la resolución de

problemas un asunto de psicólogos y educadores individuales y declararse como objetivo de enseñanza. Este autor basado en Schoenfeld (1987), realiza un estudio de los principales aportes de cada época.

Al abordar la primera etapa: desde la antigüedad hasta 1945, Delgado J. R. (1999), realiza un análisis de los matemáticos que desde la antigüedad abordaron la resolución de problemas, considerando a Sócrates como el precursor de la enseñanza a través de la resolución de problemas. Luego se refiere los aportes realizados en este sentido por otros grandes matemáticos como:

-el alemán G.W.Leibnitz (1646-1716) ,el suizo L. Euler (1707-1783), el checo Bernardo Bolzano (1781-1848), el francés Henry Poincaré (1854-1912), además de G. Wallas que en 1926 publica el libro "The Art of Thought", en el cual se describen cuatro fases en la resolución de problemas, a saber de: saturación, incubación, inspiración y verificación. También vio la luz en 1925 el libro de Polya & Szegő "Aufgaben und Lehrsätze auf der Analysis I" donde se exponen algunas ideas sobre Heurística. Sin embargo refiere Delgado J.R. (1999), que en general en el terreno educacional no se desarrollaron programas de enseñanza de Matemática que incluyeran la instrucción heurística de los estudiantes.

En la segunda etapa: de 1945 hasta 1980 Delgado J.R. (1999), se refiere a la aparición en 1945 de los libros de dos matemáticos destacados de la época: el "An essay on the psychology of invention in the mathematical field" de Jacques Hadamard (1865-1963) y el "How to solve it" de G. Polya, siendo éste último de mayor trascendencia y divulgación, sobre todo en décadas posteriores, donde Polya plasmó, según Delgado J.R. (1999), su experiencia como matemático y profesor, en la resolución de problemas, exponiendo las conocidas cuatro fases que aparecen en el proceso de resolución: comprensión del problema, concepción de un plan de solución, ejecución de dicho plan y examen de la solución obtenida (tanto desde el punto retrospectivo como prospectivo).

De aquí en adelante Delgado J. R. (1999), señala otros autores que dieron su aporte en el campo de la resolución de problemas:

- los psicólogos de la Gestalt con los trabajos "Productive Thinking" de Max Wertheimer y "On Problem Solving" de Karl Duncker (1977), donde se aborda, según

Delgado J. R. (1999), la temática de la estructuración asumiendo la resolución de problemas, destacando el papel significativo de la representación que posee el sujeto que resuelve, a partir de las condiciones e información que brinda el problema, lo cual le facilitaría o dificultaría la resolución del mismo.

-posteriormente Polya escribe el “Mathematical and Plausible Reasoning” (1954) y el “Mathematical Discovery” (1962 y 1965).

- en 1977 aparece una declaración del National Council of Supervisors of Mathematics de los EE.UU. de que aprender a resolver problemas es la razón principal del estudio de la Matemática. Sin embargo a partir de la recomendación hecha por el National Council of Teacher of Mathematics (NCTM) de los EE.UU. en su Agenda for Action (1980) de que en los 80's la resolución de problemas debía ser el centro de la atención de las matemáticas escolares, es que realmente comienza a tomarse en cuenta por investigadores y docentes la necesidad de la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas, se estudia la obra de Polya y comienzan investigaciones desde diferentes ópticas de las ciencias psicopedagógicas, según Schoenfeld, (1985) citado por Delgado J. R. (1999).

En la tercera etapa: de 1980 hasta la fecha Delgado J. R. (1999), se refiere a que en el quinto Congreso Internacional de Educación Matemática, celebrado en Australia en agosto de 1984, la resolución de problemas apareció por primera vez como uno de los principales temas de estos congresos, y es a partir de ese momento que en todos los foros importantes sobre enseñanza de la Matemática la temática de la enseñanza de la resolución de problemas ocupa un lugar cimero, existiendo muchos investigadores dedicados a encontrar vías y métodos para mejorar el desempeño de los estudiantes en esta actividad a los diferentes niveles.

Fundamentos psicológicos.

Diversos han sido los intentos por parte de los psicólogos de determinar como se lleva a cabo el pensamiento matemático, como se desarrolla esa experiencia y como la enseñanza puede mejorar el proceso de su aprendizaje, es decir dar forma a la enseñanza de la Matemática, de descubrir y explicitar la naturaleza de los procesos de aprendizaje y del pensamiento en ese campo. Es oportuno entonces abordar algunas concepciones psicológicas relacionadas con las conductas del razonamiento

y pensamiento que contribuyen a sustentar los cambios y los procesos cognitivos en situaciones metodológicas. De manera general son aspectos abordados en este trabajo, por cuanto trata algunas recomendaciones psicológicas para el tratamiento de los problemas geométricos de cálculo.

Resulta de gran importancia para los profesores de nivel preuniversitario el conocimiento de las características de la edad juvenil para poder realizar una correcta caracterización psicológica de la personalidad de sus estudiantes y en dependencia de esta accionar en su quehacer pedagógico.

Desde el punto de vista de su actividad intelectual, los estudiantes del nivel medio superior están potencialmente capacitados para realizar tareas que requieren una alta dosis de trabajo mental, de razonamiento, iniciativa, independencia cognoscitiva y creatividad. Estas posibilidades se manifiestan tanto respecto a la actividad de aprendizaje en el aula, como en las diversas situaciones que surgen en la vida cotidiana del joven. Resulta necesario precisar que el desarrollo de las posibilidades intelectuales de los jóvenes no ocurre de forma espontánea y automática, sino siempre bajo el efecto de la educación y la enseñanza recibida, tanto en la escuela como fuera de ella.

El joven necesita ayuda, comprensión, pero también busca autonomía, decisión propia y debe permitírsele que lo haga. El joven encuentra una forma de manifestarse y de canalizar sus preocupaciones a través de las organizaciones estudiantiles. Solo a partir de su toma de conciencia en relación con las dificultades existentes en el proceso docente – educativo y de su participación activa en la toma de decisiones, es posible lograr las transformaciones que se aspiran en este nivel de enseñanza.

Resulta importante, para que el profesor tenga una representación más objetiva de cómo son sus estudiantes, para que pueda aumentar el nivel de interacción con ellos y, al mismo tiempo, ejercer la mejor influencia formadora en las diferentes vertientes que lo requieran, que siempre esté consciente del concepto histórico en el que viven sus estudiantes. La función de los educadores es exitosa sobre todo si poseen un profundo conocimiento de sus estudiantes.

En el nivel medio superior, como en los niveles precedentes, resulta importante el lugar que se le otorga al estudiante en la enseñanza. Debe tenerse presente que, por su grado de desarrollo, los estudiantes de la Educación Media Superior pueden participar de forma mucho más activa y conciente en este proceso, lo que incluye la realización más cabal de las funciones de autoaprendizaje y autoeducación. Cuando esto no se toma en consideración para dirigir el proceso de enseñanza, el papel del estudiante se reduce a asimilar pasivamente, el estudio pierde todo interés para el joven y se convierte en una tarea no grata para él. Gozan de particular respeto aquellas materias en que los profesores demandan esfuerzos mentales, imaginación, inventiva y crean condiciones para que el estudiante participe de modo activo.

El estudio solo se convierte en una necesidad vital y, al mismo tiempo, es un placer si el joven desarrolla, en el proceso de obtención de conocimiento, la iniciativa y la actividad cognoscitiva independiente. En estas edades es muy característico el predominio de la tendencia de realizar apreciaciones sobre todas las cosas, apreciación que responde a un sistema y enfoque de tipo polémico, que en los estudiantes se conforman.

Las especificidades de la enseñanza o mejor dicho la formación de los procedimientos o modos de modelar la actividad cognoscitiva de los estudiantes en el proceso de obtención de nuevos conocimientos se revelan claramente en la teoría histórico-cultural de Vigotsky, a la que se integran aportaciones de otras corrientes psicológicas.

Las ideas de Vigotsky acerca de la educación son sumamente interesantes y ofrecen una base original y sólida, erigida desde una concepción filosófica marxista, dialéctica y materialista por naturaleza.

Uno de los aspectos importantes de esta teoría es la explicación que ofrece acerca de cómo ocurre el proceso de interiorización de las acciones a partir del concepto de internalización. Para Vigotsky (1987) citado por Bermúdez R., Pérez M. y Lorenzo M. (2004), las funciones psíquicas superiores existen en dos dimensiones diferentes: primero en el plano social interindividual o interpsicológico y posteriormente en el plano intraindividual o intrapsicológico. Ellas sufren cambios estructurales y funcionales en el proceso de transición de lo interpsicológico a lo intrapsicológico. Lo

externo, que es cultural, llega a ser interno mediante un proceso de construcción con otros que implica la transformación de lo cultural y a su vez la transformación de las estructuras y funciones psicológicas. La utilización posterior de lo internalizado (producto cultural), ya transformado subjetivamente, se manifiesta en un proceso de externalización que conduce a la transformación de los procesos culturales.

Esto indica una interacción dialéctica entre lo social y lo individual que no debe interpretarse como un acto de transmisión cultural, unidireccional y mecánico, por cuanto el sujeto es un ente activo, constructor y transformador de la realidad y de sí mismo, y no un simple receptorreproductor.

Otro concepto medular tratado por Vigotsky (1987), en el campo del aprendizaje, el *de Zona de desarrollo próximo* (ZDP), es vista como la contradicción entre aquello que el sujeto puede realizar con apoyo y lo que es asequible a su actividad independiente, siendo el profesor, responsable de acrecentar la zona de desarrollo próximo de los estudiantes, al aprovechar sus posibilidades de aprendizaje. Consecutivamente el profesor debe evaluar el nivel de desarrollo alcanzado por los estudiantes para programarles requerimientos crecientes que conduzcan a niveles de desarrollo superiores. Interpretar correctamente este concepto es básico para su utilización efectiva en la educación. En primer lugar habría que considerar que la ZDP permite superar los diagnósticos y evaluaciones rígidos y estáticos del nivel de desarrollo de los sujetos (centrados en determinar los productos del desarrollo, el nivel de desarrollo real, la dimensión intrapsíquica descontextualizada) al proponer una alternativa para evaluar sus potencialidades, sus posibilidades de desarrollo, justamente en la dinámica de sus procesos de cambio y transición evolutiva, debidamente contextualizados, lo que permite la aproximación al estudio de la naturaleza de dichos cambios.

Una síntesis valorativa del enfoque histórico cultural conduce a afirmar que sus postulados constituyen la base conceptual y metodológica de esta alternativa, no sólo por su teoría marxista, materialista dialéctica para comprender al mundo, al hombre y al proceso de su desarrollo en su interacción con la realidad sociohistórica en la que está inmerso, sino por lo pertinente, profundo y vigente que resultan sus

concepciones acerca del aprendizaje como proceso de apropiación de la experiencia histórico social concretizada en los objetos y fenómenos del mundo humano.

En el caso particular del trabajo con problemas, desde el momento en que el sujeto asume esta tarea e intenta resolverla se ponen en función múltiples componentes de su pensamiento: su sistema de creencias y valores, que influirá tanto en la motivación, como en los posibles bloqueos de tipo afectivo y volitivo; sus estructuras cognitivas y bases de orientación, que facilitarán o impedirán el acceso a la información relevante de que disponga para resolver el problema; sus recursos metacognitivos, que le permitirán establecer una planificación y control adecuados o no de su actividad; y sus recursos heurísticos, que le ayudarán a realizar la actividad. En el proceso de resolución de un problema debe tenerse en cuenta el comportamiento integral del sujeto en este proceso, su desempeño. En este sentido Amador A. (1995), citado por García F. (2009), se refiere que para medirlo es necesario abordar el enfrentamiento a tareas que caracterizan la estructura de la actividad intelectual: su carácter de actividad propositiva, la solución de problemas y el control y la valoración de su actividad por el individuo.

Fundamentos didácticos.

Para realizar la fundamentación didáctica de la alternativa es necesario tener en cuenta las exigencias que estimulan el desarrollo integral de la personalidad de los estudiantes en el aprendizaje de las Ciencias las cuales se han descrito por

Silvestre (1999), Zilberstein (2000), Mcpherson (2000) y citados por Zilberstein J. y Portela R. (2002). Entre esas exigencias se encuentran:

1. Que el aprendizaje se realice a partir de la búsqueda del conocimiento por el estudiante, utilizando en la clase métodos y procedimientos que estimulen el pensamiento teórico, llegar a la esencia y vinculen el contenido con la vida.
2. Se deberá concebir un sistema de actividades que ejerciten en los estudiantes los procesos de análisis, síntesis, comparación, abstracción y generalización, que posibiliten la formación de conceptos y el desarrollo de los procesos lógicos del pensamiento.
3. Concepción de la tarea docente en función de que permita la búsqueda y a la revelación analítica del conocimiento.

4. Desarrollar formas de actividad y de comunicación colectivas, que favorezcan la interacción de lo individual con lo colectivo en el proceso de aprendizaje.

5. Vincular el contenido de aprendizaje con la práctica social y estimular la valoración por el estudiante en el plano educativo.

Además se tienen en cuenta los retos de la enseñanza de las ciencias en el nuevo milenio identificados por Zilberstein J. y Portela R. (2002), estos son:

- La enseñanza de la ciencia debe propiciar el desarrollo de estrategias para aprender a aprender, aprender a conocer, pero también para aprender a ser y aprender a sentir. Se debe buscar el desarrollo de habilidades tales como la observación, la clasificación, la modelación, el planteamiento de hipótesis, el planteamiento y solución de problemas, entre otras y, a la vez, crear motivos por lo que se hace, sentimientos de amor y respeto por los demás, incluyendo a sus compañeros, la familia y los restantes miembros de la comunidad.
- Se deberá propiciar una cultura científica que garantice el desarrollo de habilidades para la búsqueda de información, la utilización de las nuevas tecnologías, de la informática, el dominio de aspectos económicos y las posibilidades de producción de literatura científica, a la vez de conocimientos de las formas de protección de la propiedad intelectual o industrial, para lograr que nuestros países de menor desarrollo puedan también producir y colocar en el mundo conocimientos científicos que puedan ser consultados por otros, incluso que puedan viajar por las grandes autopistas de la información o el ciberespacio.
- La enseñanza de las ciencias debe propiciar el trabajo en colectividad, respetando cada individualidad y potenciando al máximo el desarrollo individual de cada estudiante.
- Se necesita que la propia enseñanza de las ciencias motive a los estudiantes a aprenderla.

2.2. Caracterización y diagnóstico del estado inicial del problema

Una vez establecidos los fundamentos epistemológicos, psicológicos y didácticos de la alternativa didáctica se analizarán los resultados obtenidos en la aplicación de las técnicas de recolección de datos para conocer la realidad objetiva.

Para el análisis del estado inicial del desarrollo de la resolución de problemas geométricos de cálculo en los estudiantes del décimo grado del IPVCE “Carlos Roloff”, se aplicó un conjunto de instrumentos que permitieron diagnosticar el problema. Estos y los resultados obtenidos en su aplicación serán expuestos en el presente epígrafe.

Se aplicaron diferentes instrumentos tales como: observación a clases, encuestas a estudiantes y profesores, prueba de diagnóstico inicial. Para ello se seleccionó una muestra intencional que permitió obtener la información requerida en correspondencia con el objetivo trazado, y se tuvieron en cuenta la manifestación de las siguientes variables:

- Nivel de dominio y motivación de los estudiantes de la resolución de problemas geométricos de cálculo y de las fases a tener en cuenta para ello.
- Opiniones de los docentes acerca de las habilidades que poseen los estudiantes en la resolución de problemas geométricos de cálculo y las principales dificultades así como la relevancia que le ven a la puesta en práctica de la alternativa didáctica.

Al recopilar y analizar los datos obtenidos en la aplicación de los instrumentos antes mencionados, se obtuvieron los siguientes resultados, los cuales se cuantificaron a través del cálculo porcentual.

La aplicación de la guía de observación a clases (Anexo 1) se realizó en la visita a 11 clases de la Unidad 4 “Relaciones de igualdad y semejanza entre figuras geométricas y sus aplicaciones”.

Para la aplicación de este instrumento se realizó con cada profesor a visitar un análisis de la dosificación y del sistema de clases así como la planificación de estas para determinar si en ellas se utilizarían problemas geométricos de cálculo ya fuera

con el objetivo de sistematizar contenidos precedentes, introducir el nuevo contenido o ejercitarlo.

Los resultados obtenidos se relacionan a continuación:

El 76.7% de los estudiantes siempre muestra motivación por la resolución de problemas geométricos de cálculo, mientras que el 23.3% manifiesta motivación algunas veces. En el proceso de comprensión del problema el 20% de los estudiantes siempre logra determinar cuáles son las exigencias que plantea el problema y cuáles son los datos ofrecidos, el 56.7% algunas veces y el 23.3% nunca. En cuanto al tercer aspecto, búsqueda de la vía de solución, ningún estudiante fue capaz de lograrlo siempre, solo el 30% realizó de forma adecuada este proceso algunas veces y el 70% nunca. En la ejecución del plan de solución se pudo constatar que el 20% siempre logra llevar a cabo el plan de solución establecido, el 33.3% algunas veces y el 46.7% nunca. Solo el 21.3% de los estudiantes es capaz algunas veces de determinar si la solución encontrada es correcta, y el 78.7% de estos nunca realiza este procedimiento. En el análisis del último aspecto se pudo constatar que solo un estudiante determina algunas veces de forma independiente si existen otras vías para solucionar el problema, lo que representa el 3.3%

Al realizar un estudio de los resultados analizados, hasta el momento y de otras generalidades observadas en la aplicación de este instrumento se pudo constatar que:

- Generalmente, los estudiantes son capaces de comprender cuales son las exigencias y las condiciones referidas en el problema.
- Los estudiantes pocas veces se auxilian de la figura de análisis para a través de la relación entre las propiedades de esta y las condiciones dadas en el problema realizar la búsqueda de la vía de solución, proceso que se les dificulta en gran medida.
- Varios estudiantes no logran ejecutar el plan de solución aunque este haya sido analizado por el profesor en el aula.
- En el proceso de evaluación de la solución y la vía se evidencian grandes dificultades pues pocos son los estudiantes que logran comprobar la

pertinencia de la solución, mientras que solo uno determina de forma independiente si existen otras vías de solución.

Además de estos aspectos se pudo constatar en la observación a las clases que el 93,3% de los estudiantes participaron de una forma u otra en la clase lo que evidencia la motivación por la asignatura.

La encuesta realizada a los estudiantes (Anexo # 2) estuvo conformada por cuatro preguntas cuyos resultados aparecen en (Anexo # 2.1 (a)) las primeras tres y en, (Anexo # 2.1 (b)) la pregunta cuatro, ambos se describen a continuación.

El 90% de los estudiantes no conocen acciones que los orienten en la resolución de problemas geométricos de cálculo, mientras que el 10 % refiere que sí.

El proceso de resolución de este tipo de problemas resulta fácil solo para el 3.3% de los estudiantes, mientras que al 96.7% no les resulta sencillo. Se pudo constatar que el 16.7% de los estudiantes refiere que la orientación que recibe por parte del profesor en el proceso de resolución de problemas geométricos de cálculo les resulta suficiente y para el 83.3% no lo es. Al proponerles a los estudiantes, en la cuarta pregunta, una serie de etapas en las que pudiera dividirse el procedimiento de solución de estos problemas se evidenció que las dificultades se manifiestan de la siguiente manera: en la comprensión del problema el 26.7%, en el trabajo con la figura de análisis el 66.7% en la búsqueda de la vía de solución el 83.3%, en la ejecución de la vía encontrada el 46.7% y en la comprobación el 76.7% de los estudiantes.

Del análisis de los resultados obtenidos en la aplicación de la encuesta aplicada a los estudiantes se pudo constatar que se les dificulta de manera general el proceso de resolución de problemas geométricos de cálculo y que se puntualizan las debilidades en la búsqueda de la vía de solución.

Al revisar la encuesta aplicada a 8 profesores de experiencia en el grado (Anexo #3) se pudieron constatar los resultados plasmados en (Anexo #3.1) y relacionados a continuación:

El 37.5% de los profesores encuestados considera sistemático el tratamiento que se da a los problemas geométricos de cálculo en el programa de Matemática de décimo grado, mientras que el 62.5% no. El 100% de estos plantea que sus

estudiantes presentan dificultades en la resolución de problemas geométricos de cálculo. El 62.5% refiere que incluye como parte de su estrategia para la dirección del aprendizaje de sus estudiantes, la enseñanza de estrategias de aprendizaje y el 37.5% de estos no lo hace. El 12.5 % plantea que si ha enseñado a sus estudiantes alguna estrategia de aprendizaje que le permita resolver problemas geométricos de cálculo sin que pudieran describir como procede, mientras que el 87.5% reconoció no hacerlo.

Al analizar de manera general los resultados obtenidos en la encuesta, se puede ver que los profesores coinciden en que los estudiantes presentan dificultades en la resolución de problemas geométricos de cálculo, además estos en su gran mayoría no le han propiciado a sus estudiantes una estrategia de aprendizaje que les permita auxiliar el proceso de resolución de estos problemas y los que refieren hacerlo no son capaces de explicar cómo proceden.

Resulta importante valorar la situación precedente de la muestra que se va a utilizar en la aplicación de cualquier modelo teórico. A partir de los diagnósticos realizados que arrojaron un carácter homogéneo con el trabajo en la población señalada, se considera que los estudiantes se encuentran en un nivel bajo. Se trabajó con una muestra de 30 estudiantes, a través de las clases, en el sentido que los estudiantes que participaron en la experiencia pertenecían a un mismo grupo docente. Esto facilitaría el trabajo de seguimiento de la experiencia por el investigador.

El proceso de evaluación se inició con la realización del diagnóstico inicial y se analizaron todas las potencialidades que presentaban en la resolución de problemas geométricos de cálculo los estudiantes encuestados en el décimo grado, donde se consideró aplicar la experiencia, por razones antes expuestas.

La prueba diagnóstico inicial (Anexo 5) estuvo compuesta por un problema con dos incisos, uno en el que directamente con las condiciones dadas el estudiante pueda obtener el resultado deseado y otro en el que necesita establecer relaciones entre las condiciones dadas y las propiedades de la figura, además de efectuar varios cálculos para su solución.

Al analizar los resultados se evidenció en cada inciso que:

El primero lo lograron resolver 12 estudiantes para un 40 % y 18 no lo lograron para un 60 %. El segundo lo lograron resolver 4 que representan un 13.3% y los restantes 26 no, para un 86,7%.

Una vez aplicada la evaluación se verificó (Anexo 5.1) que de los 30 estudiantes diagnosticados solo 4 lograron realizar ambos incisos lo que significa que solo el 13,3 % de ellos son capaces de resolver problemas geométrico de cálculo, ello evidencia que se encuentran en un nivel bajo. En este análisis es importante destacar que las mayores dificultades se presentaron en la búsqueda de la vía de solución y en su ejecución. Este diagnóstico inicial permitió que se conociera la situación real que tenía cada estudiante en el dominio de los aspectos planteados es decir el nivel de desarrollo alcanzado.

2.3. Descripción de la alternativa didáctica

Desde la segunda mitad del siglo XX los educadores matemáticos comenzaron a plantear cambios radicales en la enseñanza de la Matemática cuya esencia no solo está en la enseñanza de contenidos, sino en la enseñanza de métodos y técnicas que le permitan al estudiante aprender a aprender.

Una de las tendencias generales más difundidas hoy en el campo de la Educación Matemática a nivel internacional consiste en hacer hincapié en la transmisión de los procesos de pensamiento, propios de esta ciencia, más bien que en la mera transferencia de contenidos a través de la utilización de diferentes alternativas didácticas que propicien el logro de este objetivo.

En este sentido la autora coincide con García F. (2009: 75), cuando sobre la base del concepto alternativa pedagógica, dado por Salcedo R. (2004), considera que **una alternativa didáctica:** *“es un conjunto de decisiones y acciones, que adopta y pone en práctica un docente, sustentadas en sus concepciones y creencias sobre el proceso de enseñanza – aprendizaje, para dirigir dicho proceso y lograr los objetivos que se ha planteado en relación con el aprendizaje de sus estudiantes”.*

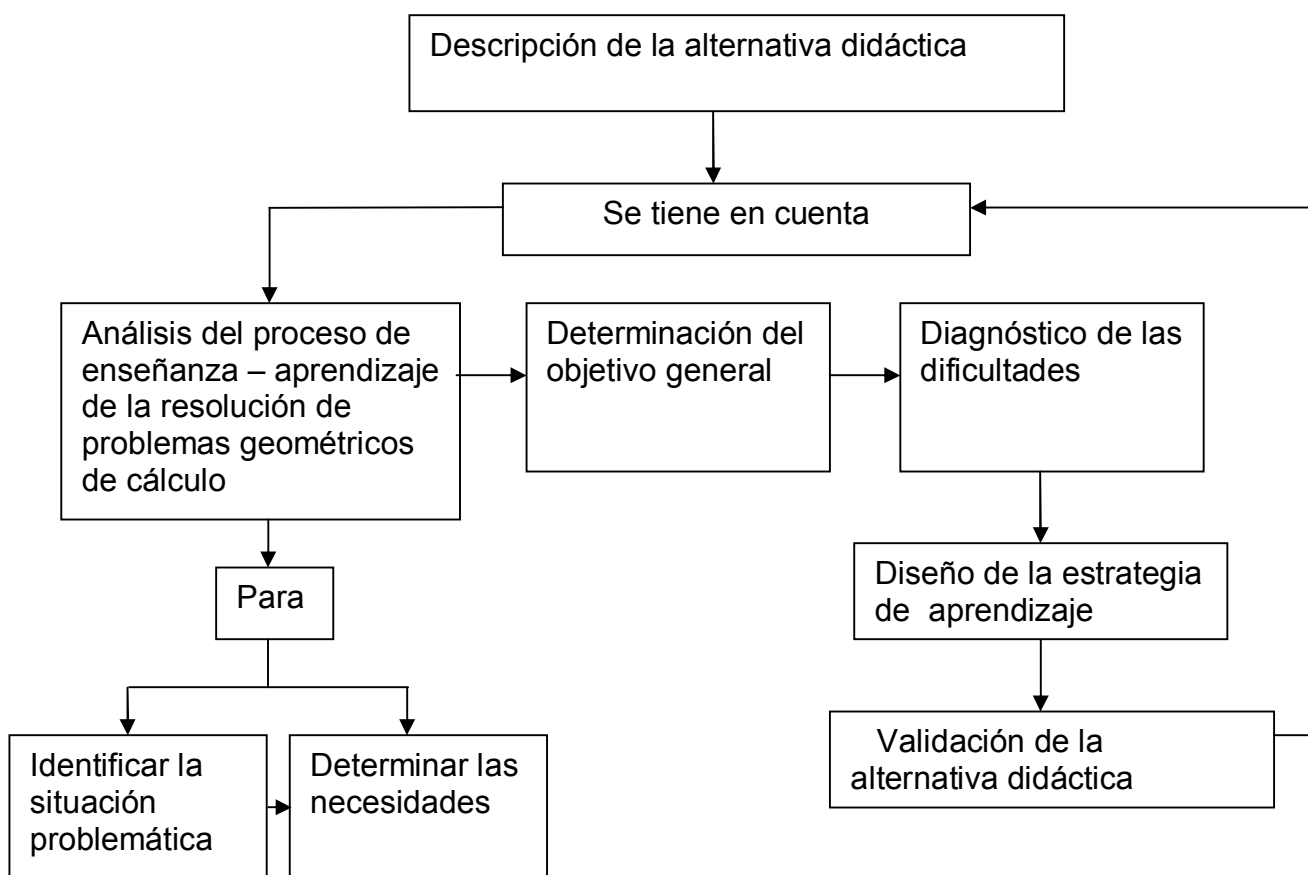
En el caso específico de esta investigación la autora propone una alternativa didáctica basada en la enseñanza de una estrategia de aprendizaje que contribuya a

potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo en los estudiantes del décimo grado del IPVCE “Carlos Roloff”.

En la concepción de la alternativa didáctica la autora tuvo en cuenta las siguientes etapas:

1. Análisis del proceso de enseñanza - aprendizaje de la resolución de problemas geométricos de cálculo para identificar la situación problemática y determinar las necesidades.
2. Determinación del objetivo general.
3. Diagnóstico de las dificultades.
4. Diseño de la estrategia de aprendizaje.
5. Validación de la alternativa didáctica.

Esto se resume en el esquema 2.1.



Esquema 2.1. Aspectos que se tuvieron en cuenta en la concepción de la alternativa didáctica.

La concepción de la alternativa didáctica se sustenta en la idea de enseñar una estrategia de aprendizaje, que con la actuación consciente del estudiante, mediante un conjunto de operaciones, tribute al dominio de las acciones que la conforman. De esta manera la resolución de problemas geométricos de cálculo estará guiada por la motivación del sujeto que lo resuelve y fundamentada en la necesidad de su estudio. El desarrollo de la primera etapa de la alternativa didáctica: ***“Análisis del proceso de enseñanza - aprendizaje de la resolución de problemas geométricos de cálculo”***, para identificar la situación problemática y determinar las necesidades, fue el origen de la investigación y se evidenció a través de la observación a clases así como en la encuesta realizada a estudiantes y profesores de experiencia en la docencia. Partiendo del análisis realizado, en el epígrafe anterior, de los resultados alcanzados en la aplicación de los instrumentos antes mencionados, se pudo determinar como necesidad:

- El diseño e implementación de una estrategia de aprendizaje encaminada a potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo.

Teniendo en cuenta esto se arriba a la segunda etapa: ***“Determinación del objetivo general”***

- Potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo, en los estudiantes del décimo grado del IPVCE “Carlos Roloff”.

La tercera etapa: ***“Diagnóstico de las dificultades”***, se realiza teniendo en cuenta la importancia de esta etapa, pues en relación con el conocimiento que el estudiante posee sobre el contenido a tratar, su experiencia anterior, el profesor puede introducir el nuevo contenido con una participación más directa del estudiante. En este sentido Rico P. (1996:12), cita un planteamiento de Ausubel D.

“Si tuviera que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: de todos los factores que inciden en el aprendizaje, el más importante consiste en lo que el estudiante ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente”.

Este proceso se desarrolló a través de la prueba diagnóstico inicial (Anexo 4), cuyos resultados fueron analizados en el epígrafe 2.2. donde se pudieron constatar las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas geométricos de cálculo. Una vez determinadas las dificultades se pasa a dar cumplimiento a la

cuarta etapa: ***“Diseño de la estrategia de aprendizaje”***, lo cual se recoge en el siguiente epígrafe.

2.4. Diseño de la estrategia de aprendizaje

Para la estructuración de las estrategias de aprendizaje el profesor debe tener en cuenta los siguientes aspectos:

- La observación de la problemática.
- Fundamentación de la estrategia.
- Diagnóstico de las dificultades.
- Determinación de los objetivos.
- Planificación del conjunto de acciones.
- Proyección.
- Evaluación.

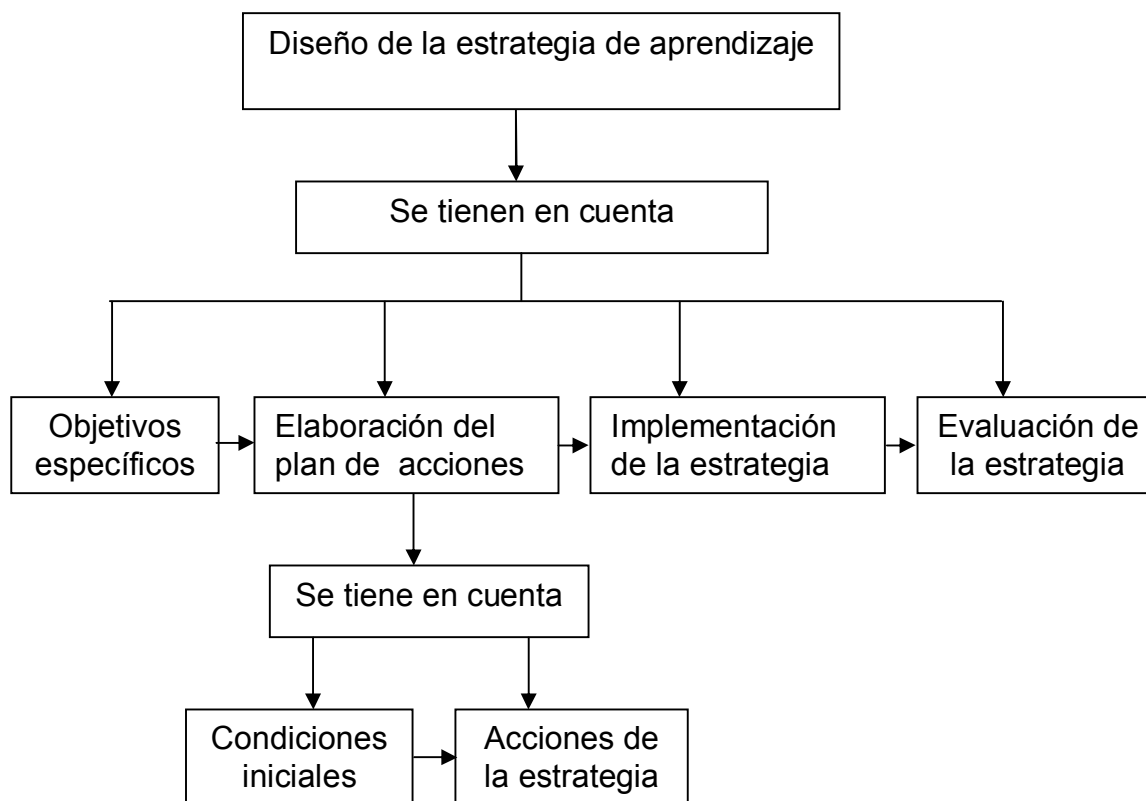
La autora, después de haber realizado, en el Capítulo 1, el estudio de diferentes conceptualizaciones de estrategias de aprendizaje aportados por los autores consultados define como estrategia de aprendizaje al: *“Sistema de acciones que le permiten a los estudiantes recopilar, organizar y utilizar los conocimientos en la solución de tareas docentes. Las cuales pueden ser propuesta por el profesor o ser parte de la iniciativa del propio estudiante”*.

En el caso específico de esta investigación la autora propone una estrategia de aprendizaje que le permita a los estudiantes recopilar, organizar y utilizar los conocimientos para resolver problemas geométricos de cálculo.

En el diseño de la estrategia de aprendizaje se tuvieron en cuenta varios aspectos:

1. Determinación de los objetivos específicos.
2. Elaboración del plan de acciones, teniendo en cuenta:
 - 2.1 Análisis de las condiciones iniciales. Caracterización del estudiante y la asignatura.
 - 2.2 Acciones de la estrategia.
3. Implementación de la estrategia.
4. Evaluación de la estrategia.

Esto se resume en el esquema 2.2.



Esquema 2.2. Aspectos a tener en cuenta para el diseño de la estrategia de aprendizaje.

La estrategia de aprendizaje se estructuró a partir de la interdependencia de las acciones que la conforman. Durante la ejecución de esta se debe favorecer la articulación del trabajo individual y colectivo como elemento esencial en el tránsito de la dependencia a la independencia del estudiante.

A continuación se describirán cada uno de estos aspectos.

La estrategia de aprendizaje tiene como **objetivos específicos**:

- Que los estudiantes logren recopilar, organizar y utilizar los conocimientos en la solución de problemas geométricos de cálculo
- Sean capaces de apropiarse de las acciones de la estrategia de aprendizaje y logren adecuarlas a diferentes situaciones.

- Potenciar el desempeño de los estudiantes hacia niveles superiores, mediante la realización de tareas cada vez más complejas que le permita utilizar formas de trabajo más concretas.

En el proceso de **elaboración del plan de acciones** se tuvo en cuenta, en primer lugar, el análisis de las **condiciones iniciales**, para lo que es necesario tener en cuenta la caracterización del estudiante desde el punto de vista motivacional y académico.

El primero de estos aspectos se analizó a través de la observación de clases y de la experiencia personal, durante el desarrollo de las mismas, donde se pudo constatar que los estudiantes se sienten motivados por aprender en la asignatura y específicamente por la geometría así como por la resolución de problemas geométricos de cálculo pues los problemas planteados generalmente son vinculados con la vida práctica. Esto permite advertir la necesidad que tienen de resolver cada uno de estos ya que de esta manera pueden darle solución a situaciones reales. En cuanto al aspecto académico los resultados fueron analizados partiendo de la prueba diagnóstico inicial y tratados en el Epígrafe 2.1.

Para la caracterización de la asignatura se tuvieron en cuenta los objetivos instructivos y educativos, sistema de habilidades así como los contenidos a impartir, aspectos relacionados en el Capítulo 1. Una vez establecidas las condiciones iniciales se determinaron las **acciones de la estrategia**.

En el proceso de resolución de problemas, el Programa Heurístico General, propuesto en el libro de Metodología de la Enseñanza de la Matemática de Ballester, S. y Almeida, B. (2001), constituye, según este último autor, para el profesor el instrumento universal de dirección y para el estudiante una base de orientación. Este consta de cuatro fases en las que se realizan diferentes tareas:

1. Orientación hacia el problema.
 - Comprensión del problema.
2. Trabajo en el problema.
 - Búsqueda de la idea de solución.
 - Reflexión sobre los medios.
3. Solución del problema.

- Ejecución del plan de solución.
4. Evaluación de la solución y la vía.
 - Comprobación de la solución.
 - Reflexión sobre los métodos aplicados.

En el trabajo específico con los problemas geométricos de cálculo, esta base de orientación resulta insuficiente, por lo que el estudiante se puede auxiliar para lograr un adecuado desarrollo de habilidades en la resolución de este tipo de problemas en el sistema de **acciones** que se propone a continuación:

1. **Formular el texto de manera ventajosa.**

- Esta acción permite que el estudiante exprese con sus palabras la situación planteada, lo que posibilita una mejor comprensión de esta.

2. **Separar condiciones y exigencias.**

- A través de esta acción el estudiante puede delimitar cuáles son los aspectos conocidos y cuáles las incógnitas.

3. **Modelar la situación planteada, mediante la figura de análisis.**

- Al realizar esta acción, el estudiante refleja en la figura de análisis, ya sea dada en el problema o esbozada por él, cuáles son los elementos que conoce, lo que propicia el trabajo con la cuarta acción.

4. **Analizar las condiciones en relación con las exigencias planteadas.**

- Al realizar este análisis el estudiante puede determinar cuáles son los datos esenciales y cuáles no, así como establecer si con las condiciones dadas es suficiente para encontrar la incógnita o si es necesaria la determinación de resultados parciales.

5. **Buscar la vía de solución.**

En el caso específico de esta acción, cuando la búsqueda de la vía de solución se dificulta por el grado de complejidad del problema planteado, se propone al estudiante utilizar los siguientes pasos:

- *Identificar el concepto y analizar su definición o viceversa.*
- *Analizar sus propiedades.*
- *Aplicar teoremas o fórmulas conocidas.*
- *Establecer otras relaciones.*

- *Realizar construcciones auxiliares y comenzar el análisis.*

6. Materializar el plan de solución.

- El trabajo del estudiante al realizar esta acción se reduce a llevar a cabo el plan de solución trazado, a efectuar los cálculos necesarios para encontrar la incógnita.

7. Analizar la pertinencia de los resultados y la vía de solución.

- En esta última acción el estudiante analizará si los resultados que obtuvo son correctos y únicos, así como la existencia de otras vías de solución.

De manera general, el trabajo con las dos primeras acciones facilita la comprensión de cada problema, las tres siguientes propician la búsqueda de la vía de solución y las dos últimas la culminación del proceso de solución del problema. En los ejemplos propuestos a continuación se evidencia la aplicación de las acciones de la estrategia para solucionar los problemas propuestos.

1. Andrés y María adornan cada uno una lámina de forma cuadrada de 20cm de lado. Ambos dividen estas en 16 cuadraditos iguales. El adorno de Andrés consiste en pintar 4 cuadraditos como muestra la figura 1 y el de María consiste en trazar las diagonales de algunos cuadraditos y pintar triángulos como muestra la figura 2. ¿Qué área de cada lámina quedará pintada?

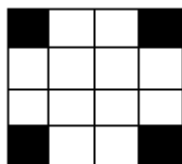


Fig. 1

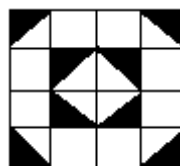
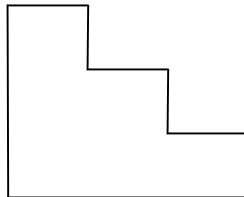


Fig. 2

- Al formular el texto de manera ventajosa el estudiante debe percatarse de que necesita determinar el área sombreada de cada lámina, siendo esta la exigencia planteada, y que las condiciones ofrecidas son que las láminas son iguales, con 20 cm de lado, divididas en 16 cuadraditos iguales.

- Al analizar las condiciones en relación con las exigencias planteadas, obtendrá que en ambas láminas el área pintada es la misma y que con las condiciones ofrecidas puede calcular el área de la lámina.
 - Podría entonces, dividir esta área entre 16, para obtener el área que ocuparía cada cuadradito y como de estos, solo 4 están pintados bastaría con multiplicar por 4 el valor encontrado; y ser esta una de las vías de solución que podrá materializar.
 - Una vez encontrados los valores debe comprobar la pertinencia de la solución y de la vía utilizada para su obtención.
2. El diagrama siguiente muestra la vista de un corte transversal de los tres primeros escalones de una escalera. Si el perímetro de la figura es de 300cm y el área encerrada es de 3600cm^2 . Considera que la escalera es uniforme, determina el ancho de los escalones y a que altura se encuentra uno de otro.

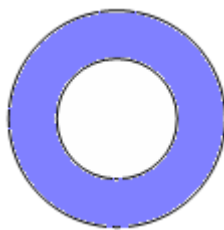


- En la modelación de la situación planteada tiene que reconocer en la figura de análisis cuál es el ancho (x) del escalón y cuál es la altura (y).
 - Para analizar las condiciones en relación con las exigencias planteadas debe tener en cuenta que el perímetro de la figura es la suma de todos sus lados y para trabajar el área tendría que dividir la figura en tres rectángulos.
 - Con este análisis pasaría entonces a buscar la vía de solución la que podría ser a través del planteamiento de las siguientes ecuaciones:

$$6x + 6y = 300$$

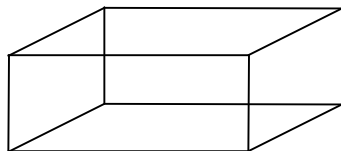
$$3xy + 2xy + xy = 3600.$$
 - A partir de este momento el trabajo del estudiante se reduce a materializar el plan de solución, siendo en este caso la resolución del sistema cuadrático.
3. Una fuente circular de un parque está rodeada de una acera pavimentada circular de anchura uniforme, según se muestra en la figura. Si el área de la superficie que

ocupa la acera es de $5\pi \text{ m}^2$ y el radio de la fuente es de 2m. ¿Qué longitud tendrá el tubo de desagüe si está colocado del centro de la fuente al borde exterior de la acera?



- Cuando el estudiante formula el texto de manera ventajosa queda claro de que lo que se le pide determinar en el problema es el radio de la mayor circunferencia.
- Al establecer la relación entre condiciones y exigencias planteadas puede percatarse de que al tener el radio pueden calcular el área de fuente (circunferencia menor).
- Con este valor en sus manos puede, al sumarlo con el área de la acera, obtener el área de la circunferencia mayor, luego con este resultado, sustituir y despejar en la fórmula para calcular el radio de la circunferencia mayor y sería este el valor deseado.

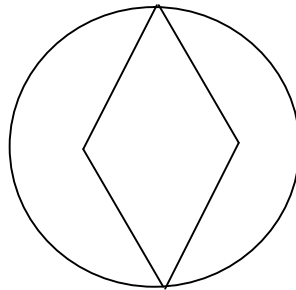
4. En nuestra provincia, la fábrica “El faro” produce entre otros renglones mermelada de mango, envasada en latas cilíndricas de 1,5dm de diámetro y 2,25dm de alto. Se acopian en cajas de forma ortoédrica como la que aparece en la figura, cuyas bases tienen un área de 99dm^2 y las caras laterales de 63dm^2 y 77dm^2 ¿Cuántas latas caben en cada caja?



- Cuando el estudiante va a modelar la situación planteada, mediante la figura de análisis, debe realizar una abstracción espacial para analizar la forma en que pueden ubicarse las latas dentro de la caja, y tener en cuenta que para ello es necesario analizar la altura de la caja respecto a la de las latas para

determinar si es posible poner una lata encima de otra, además determinar cuántas puede poner en relación con el ancho y el largo de la caja.

- Al analizar la relación entre condiciones y exigencias el estudiante debe percatarse de que la altura de la caja (h) es un elemento común para las caras laterales, la arista mayor de la base (a) es elemento común entre la cara lateral que la contiene y la base, de igual manera sucede con la arista menor (b).
 - Con el análisis realizado el estudiante puede darse cuenta de que realizando despejes y sustituciones en la fórmula para calcular el área de cada cara del ortoedro puede obtener sus dimensiones. Luego restaría calcular cuántas veces cabe el diámetro de las latas en el ancho y el largo de la base de la caja así como cuántas veces cabe la altura de la lata en la de la caja. Este sería el plan de solución a materializar.
5. En la figura se muestra un terreno de forma circular de 6m de diámetro en el que se quiere sembrar un jardín combinando hierba fina y flores, de modo que se cubra todo el terreno. Si el rombo interior se siembra de hierba fina y de este se conoce que de dos ángulos consecutivos uno es el doble del otro y que el punto de intersección de sus diagonales coincide con el centro de la circunferencia. ¿Qué área del terreno quedará sembrada de flores?



- Al formular el texto de manera ventajosa el estudiante debe analizar que le están pidiendo calcular el área comprendida entre la circunferencia y el rombo, siendo esta la exigencia del problema, y las condiciones dadas son el diámetro de la circunferencia y la relación que se establece entre los ángulos consecutivos del rombo.

- En la modelación de la situación planteada mediante la figura de análisis el estudiante en primer lugar puede denotar el rombo para de esta manera reflejar cuáles son los diámetros de la circunferencia, una vez que los traza, así como cuál podría ser el ángulo del rombo cuya amplitud es el doble de su consecutivo, además de sombrear el área que necesita calcular.
- En el análisis de las condiciones en relación con las exigencias debe en primer lugar analizar que para calcular el área sombreada (A_s), puede proceder de la siguiente manera: $A_s = \text{área de la circunferencia} - \text{área del rombo}$, al sustituir ambas fórmulas se percata de que con las condiciones dadas es suficiente para calcular el área de la circunferencia no siendo así con la del rombo puesto que no conoce la longitud de la diagonal menor de este.
- Para buscar entonces la vía de solución puede utilizar los pasos que se brindan para facilitar este proceso:
 Al estar en presencia de un rombo (concepto), analiza su definición: al ser un paralelogramo que tiene sus cuatro lados iguales, puede obtener la amplitud de sus ángulos utilizando la condición dada.
 Cuando analiza sus propiedades obtiene que las diagonales se cortan perpendicularmente y bisecan los ángulos cuyos vértices unen, por lo que dependiendo del camino que decida seguir estaría en presencia de triángulos rectángulos o equiláteros.
 Al aplicar los teoremas que conoce se cumplen en estos triángulos o establecer relaciones en los mismos, puede calcular la longitud de la diagonal menor del rombo, con lo que estaría en condiciones de materializar el plan de solución encontrado.

2.5. Implementación de la estrategia

Para la implementación de cualquier estrategia es necesario tener en cuenta que la estrategia que se necesita para resolver un problema propuesto, puede ser presentada al estudiante por el profesor, seleccionada por ambos en un proceso de elaboración conjunta o seleccionada por los propios estudiantes en trabajo conjunto

o individual. Para ello deben tenerse en cuenta además, desde el punto de vista metodológico, los siguientes requerimientos:

- Determinar el nivel de preparación de los estudiantes en los contenidos indispensables para su puesta en práctica.
- Estimular el trabajo del estudiante en cada momento de la aplicación de las acciones, como medio de motivación y de esta manera influir positivamente en el aspecto psicológico del mismo.
- Atender en el aula la diversidad, para lograr que los estudiantes se sientan estimulados por el trabajo realizado.
- Dirigir la actividad de los estudiantes, orientar oportunamente según las necesidades individuales, el profesor debe asumir la posición de facilitador del proceso.

La manera de actuar estará condicionada por el nivel de preparación que tengan los estudiantes y que previamente se ha comprobado en la etapa de diagnóstico, en la cual se corroboró que estos presentan dificultades en la resolución de problemas geométricos de cálculo.

Al proponer un problema y buscar la estrategia de resolución el profesor recabó la participación de los estudiantes, utilizando niveles de ayuda apropiados de acuerdo con el nivel de conocimientos que estos han alcanzado. Debido a las dificultades que presentan no fueron capaces de establecer un método a seguir para obtener con éxito el objetivo propuesto por lo que el profesor propuso la estrategia diseñada previamente y la dejó a consideración de los estudiantes.

En un primer momento la aplicación de la estrategia se realizó de manera conjunta profesor – estudiante, para lograr que estos comprendieran y se apropiaran de la estrategia el profesor ajustó constantemente el tipo y la cantidad de ayuda que iba recibiendo el estudiante en correspondencia con los progresos y dificultades que este fue experimentando a lo largo del proceso de resolución de los diferentes problemas planteados.

El trabajo conjunto se realizó hasta que el estudiante fue capaz de asimilar las acciones de la estrategia y pudo aplicarlas a la resolución de los problemas

planteados, hasta llegar a realizar adecuaciones en esta en dependencia del nivel de desarrollo alcanzado.

Para llevar a cabo todo este proceso se utilizaron algunos de los métodos analizados en el capítulo 1 para la enseñanza de estrategias de aprendizaje. En un primer momento, para presentar o explicitar las estrategias se utilizó el método de modelado (modelo de pensamiento), luego para facilitar la práctica guiada se trabajó la enseñanza cooperativa y para facilitar la práctica independiente se puso en práctica la tutoría entre iguales.

En el proceso de implementación se evidenció que los estudiantes asimilaron la estrategia de forma positiva, en todo momento se sintieron motivados hacia la aplicación de las acciones y se logró una participación activa de estos en todo el proceso.

El proceso de **Evaluación de la estrategia de aprendizaje**, se realizó en todo momento de la aplicación del procedimiento, a partir del cumplimiento de los objetivos propuestos y se realizaron correcciones en dependencia de los resultados obtenidos. Para ello se tienen en cuenta las funciones que cumple la evaluación:

- Instructiva: pues en correspondencia con la utilidad práctica de los fundamentos teóricos de la asignatura, contribuye a la asimilación de conocimientos, hábitos y habilidades.
- Educativa: comprende la influencia que la evaluación ejerce sobre el desarrollo de la personalidad.
- Control: demuestra el nivel de desarrollo alcanzado por los estudiantes en cuanto a las habilidades que se pretenden desarrollar.

Es preciso tener en cuenta en primer lugar qué es lo que se evalúa sobre la base de los objetivos propuestos, a quién se evalúa y para qué se va a evaluar ese contenido, para así realizar una correcta valoración de los conocimientos que adquiere el estudiante, así como el desarrollo de sus habilidades. La determinación de estos aspectos conduce a revelar la importancia de la evaluación como un proceso.

Para realizar el análisis de los datos y resultados se hace necesario tener en cuenta varios aspectos:

1. Realizar una caracterización de los estudiantes, profesores y su interés por el estudio de los problemas geométricos de cálculo, se tiene en cuenta:

- En los estudiantes: Nivel de motivación e interés por la resolución de problemas geométricos de cálculo.
- En los profesores: años de experiencia, preferencia por el trabajo con la Geometría y nivel de preparación para el desarrollo de sus clases.
- En la asignatura: objetivos instructivos y educativos, sistema de habilidades, contenidos a impartir y utilidad en la vida práctica de cada tema en el que se puedan resolver problemas geométricos de cálculo.

2. Planificar, orientar y controlar tareas extraclases en las que se oriente la resolución de problemas geométricos de cálculo.

3. Evaluar los resultados de los procesos indicados en función del desarrollo alcanzado por los estudiantes. El sistema de evaluación de estos procedimientos estará en correspondencia con el trabajo realizado en la ejecución del plan de acciones, elevando el nivel de profundidad en cada una de ellas según las características potenciales de cada estudiante, con una estrecha relación entre todas las acciones.

Para evaluar los resultados del procedimiento se tendrá en cuenta:

- Grado de satisfacción que produce en el estudiante la resolución de problemas geométricos de cálculo.
- Grado de reaceptación por parte de los docentes.
- Análisis de los resultados académicos de los estudiantes, teniendo en cuenta el grado de independencia alcanzado por estos en el proceso de resolución de problemas geométricos de cálculo.

2.6. Validación de la alternativa didáctica

La validación de la alternativa está fundamentada por la realización de una prueba pedagógica. Para ello se trabajó en varias etapas:

- 1. Etapa de organización de la validación.**
- 2. Etapa de diagnóstico.**

3. Etapa de procesamiento de datos.

En cada una de estas se realizaron diferentes actividades. Para la primera, **etapa de organización de la validación** de la alternativa didáctica propuesta se ejecutaron algunas tareas preparatorias para todo el proceso:

- Una vez que se determinó la unidad temática en la que se iba a investigar.
- Se determinaron los ejercicios que debían trabajarse en el grado.
- Se diseñaron las acciones.

Para diseñar el trabajo a desarrollar con los estudiantes que estaban inmersos en el proceso se tuvieron en cuenta los siguientes pasos:

1. Se les explicó detalladamente la caracterización para el trabajo con los problemas, la geometría y en particular con la resolución de problemas geométricos de cálculo.
2. Se les explicó que parámetros se tendrían en cuenta para determinar el nivel de desarrollo alcanzado en la resolución de problemas geométricos de cálculo.
3. Se les explicó en que consistía las acciones previstas .
4. Se confeccionaron los instrumentos a aplicar con el objetivo de valorar y evaluar el nivel desarrollo que se alcanzarían mientras transcurriera el procedimiento.

En la **etapa de diagnóstico** se valoraron los resultados obtenidos en la aplicación del diagnóstico intermedio y final.

Para el **diagnóstico intermedio** se aplicó una comprobación (Anexo 5), con características similares al diagnóstico inicial, el cual perseguía medir el nivel de desarrollo alcanzado en la resolución de problemas geométricos de cálculo a partir de la aplicación de las acciones propuestas en la estrategia de aprendizaje.

Teniendo como parámetro los indicadores que han sido declarados, se obtienen los siguientes resultados:

En el proceso de resolución de problemas geométricos de cálculo se constató en (Anexo 5.1), que 14 estudiantes aún no logran resolver correctamente este tipo de problemas lo que representa un 46,7; esto significa que hay un desplazamiento de 12 estudiantes que han logrado desarrollar habilidades en este sentido.

De forma general se indica según los resultados obtenidos que 16 estudiantes logran resolver correctamente problemas geométricos de cálculo; es decir, el 53,3% del total

de estudiantes han alcanzado un nivel superior en la solución de este tipo de problemas.

Para determinar la efectividad de la implementación de la estrategia, se aplicó una prueba (Anexo 6), a través de la que se realizó el **diagnóstico final**, con características similares a las del diagnóstico intermedio, aunque las preguntas en esta oportunidad tenían un mayor grado de dificultad. Donde se obtuvieron los siguientes resultados:

De un total de 30 estudiantes lograron resolver correctamente el problema geométrico de cálculo 28 lo que representa el 93.3% de la muestra inicial por lo que se considera que los resultados son satisfactorios (Anexo 6.1).

Al realizar un análisis de los resultados alcanzados se evidencia que respecto a las dificultades presentadas en la etapa inicial de la investigación, se ha logrado que los estudiantes desarrollen habilidades en la resolución de problemas geométricos de cálculo. Esto se observa además en la comparación de los diagnósticos intermedio y final pues es menor la cantidad de estudiantes que presentan dificultades en el diagnóstico final que en el diagnóstico intermedio, lo que demuestra que hay un aumento progresivo de los resultados positivos desde el diagnóstico inicial al intermedio y de este al final.

Con la implementación de la estrategia de aprendizaje se pudo corroborar que todas las acciones planteadas en esta resultaron de interés para los participantes. Resaltándose elementos como:

- La incorporación activa de los estudiantes en el desarrollo y cumplimiento de las acciones de la estrategia.
- La eficacia de los debates realizados para enfrentar las dificultades presentadas en los ejercicios.
- Se evidenció el trabajo en colectivo entre los estudiantes en la realización de cada tarea.
- La ejecución de cada acción propició la adquisición por parte de los estudiantes de experiencias positivas en el proceso de resolución de problemas geométricos de cálculo.

De manera general se pudo apreciar que entre los estudiantes se estableció una relación afectiva positiva y un marcado interés por combatir las irregularidades que se presentaron en la aplicación de cada acción. En este sentido es válido señalar que durante la aplicación de las diferentes acciones realizadas con el fin de potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo se observaron los siguientes aspectos:

- De forma general se evidenció que los estudiantes comprendieron qué pasos debían llevar a cabo para ejecutar cada acción propuesta, así como la aceptación de estos hacia la aplicación de las acciones.
- Los estudiantes con la formulación ventajosa del texto lograron comprender los problemas con mayor facilidad, identificando sin dificultades, cuáles eran las condiciones ofrecidas, así como las exigencias planteadas.
- Modelar la situación planteada les facilitó el análisis de la relación entre condiciones y exigencias, lo cual propició la búsqueda de la vía de solución en los problemas en los que con las condiciones ofrecidas fue suficiente para determinar la incógnita.
- En los problemas en que fue necesaria la obtención de resultados parciales a través de la aplicación de teoremas o fórmulas conocidas o estableciendo otras relaciones, los pasos propuestos para propiciar la búsqueda de la vía de solución fueron de gran ayuda puesto que de manera general al utilizarlos como guía el estudiante va recorriendo el camino que les facilita la obtención de los resultados necesarios.
- La materialización del plan de solución se redujo entonces a realizar los cálculos necesarios para encontrar la vía de solución. Esta se evidenció como la acción en la que los estudiantes aún quedaron más débiles puesto que aunque estaban claros en los pasos a seguir para encontrar el o los valores deseados, cometieron errores de cálculo, erraron en el planteo de algunas fórmulas, realizaron mal algunos despejes entre otros aspectos que atentaron contra la realización exitosa del problema y es por ello que algunos estudiantes no obtuvieron la calificación de 10 puntos.

- Se evidenció en la resolución de los problemas que los estudiantes fueron capaces de analizar la pertinencia de la solución obtenida y de la vía aplicada para ello.

Etapas de procesamiento de datos

Para el procesamiento de los datos obtenidos en la validación de la estrategia se utilizó el paquete estadístico SPSS en su versión 15. Este análisis se realizó para determinar el comportamiento de los estadígrafos la moda, mediana y media aritmética y las diferencias significativas en cada momento, con la aplicación de las pruebas pedagógicas (Anexo 4,5 y 6).

La variable analizada fue la resolución de problemas geométricos de cálculo como elemento principal unido a otras habilidades necesarias para la resolución del ejercicio como la comprensión del problema, aplicaciones de teoremas, definiciones y reglas de cálculo entre otras. Para procesar los datos se tuvo en cuenta la escala evaluativa que se encuentra en (Anexo 4), se consideró un nivel de conocimiento que se explica posteriormente en el análisis de los estadígrafos que se obtuvieron con los resultados (Anexo 7, tabla 2; 3 y 4).

En las tablas 2; 3 y 4 del (Anexo 7) se reflejan las calificaciones obtenidas en los tres momentos (inicio, intermedio y final), que permitieron comparar los estadígrafos (Anexo7; tabla 5) así como los por cientos de los aprobados (tabla 2; 3 y 4), según la escala establecida.

Al establecer una comparación de los resultados de estas tablas, se observa que se logra resolver el problema en la medida en que se aplicaron las acciones. Al cumplir los requerimientos que se establecieron en la estrategia de aprendizaje, se aumentó gradualmente la cantidad de estudiantes que lograron resolver el problema geométrico de cálculo, en el segundo diagnóstico se logró alcanzar un 53.3% ,el cual no fue el aumento deseado pero, aún así se evidenció el progreso en este sentido, ya en el tercer diagnóstico, después de abordar con mayor profundidad y control la realización de las acciones se logró que el 93.3% de los estudiantes resolvieran correctamente el problema geométrico de cálculo , solo quedando con dificultad en la habilidad evaluada dos estudiantes.

Resultados obtenidos a partir del análisis de los estadígrafos.

Para establecer la validez de la prueba se precisaron los niveles de aciertos respecto al conocimiento obtenido, además se distribuyó el intervalo de puntaje en cuatro partes, de esta manera quedó establecido, que los estudiantes cuyos puntajes se encuentran entre:

- (0)- Se consideran sin dominio de cómo resolver un problema geométrico de cálculo.
- (1-5) - Se consideran con insuficiente dominio sobre cómo resolver un problema geométrico de cálculo.
- (6-8) - Se consideran con relativo dominio sobre cómo resolver un problema geométrico de cálculo.
- (9-10) -Se consideran con suficiente dominio sobre cómo resolver un problema geométrico de cálculo.

Puntajes obtenidos en calificación del cuestionario de los tres momentos.

Los puntajes obtenidos se encuentran recogidos en (Anexo 7; Tabla 2; 3 y 4). Al tomarse en consideración los resultados de estas tablas se evidencia en cada momento, de los tres establecidos, un avance en la aplicación del cuestionario, en cuanto a la calidad de notas. Así según los puntajes obtenidos, constituyen normas para ser utilizados como criterio probabilístico en el establecimiento de la prueba.

De los 30 estudiantes evaluados, en la prueba de inicio, 26 estudiantes presentaron serias dificultades en la resolución de los problemas geométricos de cálculo, del resto 3 demostraron tener relativo dominio y 1 suficiente dominio sobre cómo resolver este tipo de problemas, en un segundo momento se observa un ligero avance pues la cantidad de estudiantes que se encontraban con insuficiente dominio sobre cómo resolver un problema geométrico de cálculo decreció a 14 estudiantes, los que poseen relativo dominio aumentó a 7 estudiantes y con suficiente dominio para resolver un problema geométrico de cálculo se encontraban 9, de estos alcanzaron los 10 puntos 6 estudiantes. Analizando la etapa final se puede apreciar que la mayor parte de los estudiantes logró resolver con éxito el problema geométrico de cálculo propuesto quedando ubicados entre los que tienen relativo dominio sobre cómo resolver estos problemas 6 estudiantes y con suficiente dominio

para resolverlos 22, aunque aún 2 de ellos se consideran con insuficiente dominio sobre cómo resolver un problema geométrico de cálculo.

La atención de los estudiantes que solo lograron una calificación menor que seis puntos se hará de forma diferenciada con la ayuda de los estudiantes de mayor rendimiento académico y a través de consultas, estos aunque no logran el aprobado, son capaces de separar las condiciones y las exigencias del problema, así como de modelar en la figura de análisis algunos aspectos de la situación planteada, pero aún presentan dificultades en la búsqueda de la vía de solución y su materialización. En el análisis de los resultados de la segunda y tercera comprobación se alcanzó la matriz de frecuencias (Anexo 7; tabla 5), de las respuestas de los estudiantes.

En la distribución de las respuestas obtenida en el primer momento se puede apreciar que la nota que más se repite fue la de 5 puntos, en el intermedio de 8 y al final prevalece la nota de 10 puntos. Al realizar el procesamiento de las calificaciones alcanzadas por los estudiantes se muestra el resultado estadístico que se obtuvo (Anexo 7; tabla 5), evidenciándose un aumento en la mediana, se aprecia que en la prueba de inicio la medida central se ubica en la nota de 5 puntos, esto indica que de 30 estudiantes, al menos 15 de ellos obtuvieron nota por debajo de 4 puntos, no quiere decir esto que los estudiantes con notas ubicadas a la derecha estén aprobados, en el intermedio la mediana tiene el valor de 8 puntos, en este se deduce que al menos 15 estudiantes están aprobados, en la prueba final el valor central es de 9 puntos lo que evidencia un incremento en la calidad de las notas ya que al menos 15 estudiantes obtuvieron notas entre 9 y 10 puntos, al analizar la media aritmética se observa que en la prueba intermedia se obtuvo un ligero avance con respecto a la inicial ya que esta aumentó de 4,97 a 6,73 con una diferencia de 1,76 sin embargo en la prueba final el conjunto de los estudiantes oscilan con notas de 8,93.

Partiendo del análisis de los resultados alcanzados se puede resumir que:

- Se evidenció un incremento de los resultados positivos alcanzados en la prueba pedagógica una vez que fue implementada la estrategia para su utilización, por parte de los estudiantes, en la solución de los problemas propuestos.

- Se aprecia una modificación sustancial en los conocimientos que poseían para resolver un problema geométrico de cálculo, al mostrar sus habilidades con confianza en la realización de la prueba.
- En general la aplicación de la prueba pedagógica, aporta un resultado satisfactorio que corrobora la pertinencia y la factibilidad de la alternativa didáctica propuesta para contribuir a potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo.

La investigadora tomando como referencia los resultados alcanzados en el proceso de validación considera que la alternativa didáctica propuesta brinda una vía eficaz para lograr en los estudiantes un desarrollo gradual de la resolución de problemas geométricos de cálculo. Se contribuyó con la aplicación de las acciones a lograr coherencia en los conocimientos obtenidos por los estudiantes en función de las insuficiencias detectadas, así como propiciar el desarrollo de sus potencialidades y garantizar un proceso de aprendizaje con eficiencia, donde el estudiante sea capaz de analizar de dónde partir, que debe aplicar y cómo alcanzar el objetivo deseado.

Conclusiones del segundo capítulo.

- La implementación de la alternativa le brindó a la autora la posibilidad de emplear procedimientos y métodos de la investigación en la acción participativa, con el fin de introducir resultados parciales, validar de forma preliminar la efectividad de la estrategia, perfeccionar la propuesta y de nuevo llevarlas a la práctica para su validación definitiva.
- En el proceso de validación de la alternativa didáctica para potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo, al tomar como referencia treinta estudiantes de décimo grado, se obtuvieron resultados que corroboran su eficacia y posibilidades de éxito en su introducción en las clases de Matemática.

CONCLUSIONES

Como resultado de la realización de esta investigación se ha arribado a las conclusiones siguientes:

1. Los problemas geométricos de cálculo como caso particular de los problemas matemáticos contribuyen al desarrollo gradual del pensamiento lógico de los estudiantes y posibilitan que estos sistematicen los conocimientos adquiridos.
2. Independiente de las definiciones dadas sobre las estrategias de aprendizaje, estas pueden considerarse como procedimientos didácticos de vital importancia para que el estudiante desempeñe un papel protagónico en el proceso de enseñanza – aprendizaje, pues propician que este sea capaz de aprender a aprender.
3. La alternativa didáctica elaborada para la enseñanza de una estrategia que contribuya a potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo evidenció en su implementación que es realizable en las condiciones de la práctica escolar y que brinda al estudiante una vía para el trabajo con este tipo de problemas por lo que contribuye al desarrollo del proceso de enseñanza – aprendizaje.
4. Al tener en cuenta los resultados obtenidos en todo el proceso de validación de la alternativa didáctica se pudo constatar que esta posibilita elevar el nivel de conocimiento de los estudiantes y potencia el desarrollo de la resolución de problemas geométricos de cálculo por lo que propicia el cumplimiento de los objetivos generales de la enseñanza de la Matemática.

RECOMENDACIONES

Teniendo en cuenta los resultados de esta investigación se recomienda:

1. Divulgar la alternativa didáctica propuesta para la enseñanza de una estrategia de aprendizaje que contribuya a potenciar la resolución de problemas geométricos de cálculo y los resultados alcanzados en su puesta en práctica.
2. Elaborar un folleto con la metodología elaborada para el tratamiento de los problemas geométricos de cálculo.
3. Profundizar en el trabajo con los problemas geométricos de cálculo, cada vez que se ponga en práctica la alternativa.
4. Continuar la búsqueda de estrategias de aprendizaje que le permitan al estudiante aprender Matemática por sí mismo.

BIBLIOGRAFÍA

- ÁLVAREZ DE ZAYAS, C. (1984). Fundamentos teóricos de la dirección del proceso de formación del profesional de perfil ancho. La Habana: Pueblo y Educación.
- _____. (1995). Hacia una escuela de excelencia. La Habana: Academia.
- _____. (1999). La escuela en la vida. Didáctica. La Habana: Pueblo y Educación.
- _____. (1995). Metodología de la investigación científica. Santiago de Cuba: Centro de estudios de la Educación Superior "Manuel F Gran".
- ARTEAGA VALDEZ, E., DEL SOL MARTÍNEZ, J. L., GARCÍA LIMA, F Y ESTEPA FERNÁNDEZ, N. (2007). Una reflexión acerca de las estrategias de enseñanza y aprendizaje. Memorias del Congreso Pedagógico 2007. La Habana: MINED
- BALLESTER, S. Y ALMEIDA, B. (2001). Metodología de la enseñanza de La Matemática I. La Habana: Pueblo y Educación.
- BELTRÁN, J. (1987). Estrategias de Aprendizaje. Madrid: Eudema.
- BERMÚDEZ MORRIS, R., PÉREZ, M. Y LORENZO, M. (2004). Aprendizaje formativo y crecimiento personal (provisional). La Habana: Pueblo y Educación.
- BERMÚDEZ SARGUERA, R. (1994). Un enfoque personológico en la metodología de la enseñanza y del aprendizaje. Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Instituto Superior Pedagógico, La Habana.
- BERMÚDEZ SARGUERA, R. Y RODRÍGUEZ REBUSTILLO, M. (1996). Teoría y Metodología del aprendizaje. La Habana: Pueblo y Educación.
- BERNAD, J. A. (1999). Estrategias de aprendizaje - enseñanza: Evaluación de una actividad compartida en la escuela, Universidad, Zaragoza.
- BETANCOURT MOREJON, J. (1995). Estrategias para pensar y crear. La Habana: Academia.
- BLAGOEVA, D. (1999). Estrategias de aprendizaje en estudiantes de preuniversitario que se preparan para su ingreso a la Educación Superior. Tesis

- para optar al título académico de Máster en Psicología Educativa. Universidad, La Habana.
- BRAVO ESTÉVEZ, M. L. (2002). Una propuesta didáctica para el desarrollo de la habilidad demostrar en el estudio de la estereometría. Tesis en opción al Título académico de Máster en Educación, Instituto Superior Pedagógico, Cienfuegos.
- BRITO, H. (1987). Psicología general para los I.S.P. La Habana: Pueblo y Educación.
- BRUNER JEMORE, S. (1989). Acción, pensamiento y lenguaje. España: Alianza.
- CAMPISTROUS PÉREZ, L. Y RIZO CABRERA, C. (1996). Aprender a resolver problemas aritméticos. La Habana: Pueblo y Educación.
- _____. (1989). Orientaciones Metodológicas: Matemática: décimo grado. La Habana: Pueblo y Educación.
- CASTELLANOS SIMONS, D. (2002). Aprender y Enseñar en la escuela. La Habana: Pueblo y Educación.
- _____. (2001). Educación, aprendizaje y desarrollo, curso 16, Pedagogía 2001. Palacio de las Convenciones. La Habana: MINED.
- _____. (1999). Estrategias de enseñanza y aprendizaje: los caminos del aprendizaje autorregulado, curso pre Congreso Pedagogía 99. Palacio de las Convenciones. La Habana: MINED.
- _____. (2003). Estrategias para promover el aprendizaje desarrollador en el contexto escolar, curso 16, Pedagogía 2003. Palacio de las Convenciones. La Habana: MINED.
- _____. (1997). ¿Puede ser el maestro un facilitador?. Una reflexión sobre la inteligencia y su desarrollo, curso pre Congreso Pedagogía 97. Palacio de las Convenciones. La Habana: MINED.
- CASTILLO, J. (2001). Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. En <http://www.monografias.com>.
- CHADWICK, C. B. (1987). Estrategias cognitivas. Bogotá: Pontifica.
- Compendio de Pedagogía. (2003). La Habana: Pueblo y Educación.

- CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2006). Programas: Décimo grado: Educación preuniversitaria: Primer año: Educación técnica y profesional. La Habana: Pueblo y Educación.
- CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN. INSTITUTO PEDAGÓGICO LATINOAMERICANO Y CARIBEÑO (2005). Fundamentos de la Investigación Educativa: Maestría en Ciencias de la Educación: Módulo 1: segunda parte. La Habana: Pueblo y Educación.
- _____. (2005). Fundamentos de la Investigación Educativa: Maestría en Ciencias de la Educación: Módulo 2: segunda parte. La Habana: Pueblo y Educación.
- _____. (2006). Fundamentos de la Investigación Educativa: Maestría en Ciencias de la Educación: Mención Preuniversitaria: Módulo 3: primera parte. La Habana: Pueblo y Educación.
- _____. (2007). Fundamentos de la Investigación Educativa: Maestría en Ciencias de la Educación: Mención Preuniversitaria: Módulo 3: segunda parte. La Habana: Pueblo y Educación.
- DANILOV, M. A. Y SKATKIN. (1981). Contenido y estructura de la actividad de aprendizaje de los alumnos. Berlín: Educadores del mundo.
- DELGADO RUBÍ, J. R. (1999). La enseñanza de la resolución de problemas matemáticas: Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia, la estructuración sistémica del contenido y el desarrollo de habilidades generales matemáticas. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, Instituto Superior Pedagógico, La Habana.
- GAGNE, F. D. (1991). La Psicología cognitiva del aprendizaje escolar. Madrid: Aprendizaje -Visor.
- GALPERIN, P. (1983). Introducción a la psicología. La Habana: Pueblo y Educación.
- _____. (1986). Sobre el método de formación por la etapas de las acciones intelectuales. En Antología de la Psicología Pedagógica y de las edades. pp. 7-10. La Habana: Pueblo y Educación.
- GARCÍA LIMA, F. (2009). Una alternativa didáctica para la enseñanza de estrategias de búsqueda y/o descubrimiento de proposiciones geométricas en el séptimo

- grado. Tesis presentada en opción al título académico de Master en Educación, Instituto Superior Pedagógico, Cienfuegos.
- GASCÓN, J. (1994). El papel de la Resolución de problemas en la Enseñanza de las Matemáticas. Educación Matemática, 3, 37 – 50.
- GONZÁLEZ, F. (1987). Trascendencia de la resolución de problemas de Matemática. Paradigma, 3, 252 – 253.
- GONZÁLEZ, M.O. (1973). Geometría Quinto Curso. La Habana: Instituto Cubano del Libro.
- GONZÁLEZ PACHECO, O. (2002). Aprendizaje e Instrucción. La Habana: Pueblo y Educación.
- HERNÁNDEZ DÍAZ, A. (2002). Las estrategias de aprendizaje como un medio de apoyo en el proceso de asimilación. Educación Superior, 3, 65 – 77.
- HERNÁNDEZ, R. F. Y RODRÍGUEZ F. L. (1995). Estrategia de aprendizaje un enfoque preliminar de validación. Inicios, 5, 4 – 7.
- HURTADO CURBELO, F. I. (2005). La habilidad procesar datos cuantitativos en la enseñanza de la matemática en secundaria básica. Tesis en opción al grado científico de Doctor, Instituto Superior Pedagógico, Camagüey.
- KLINBERG, L. (1978). Introducción a la Didáctica General. La Habana: Pueblo y Educación.
- LABARRERE REYES, G. Y VALDIVIE PAIROL, G. E. (1988). Pedagogía. La Habana: Pueblo y Educación.
- LABARRERE SARDUY, A. (1988). ¿Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas?. La Habana: Pueblo y Educación.
- _____. (1996). Pensamiento, Análisis y autorregulación en la actividad cognoscitiva de los alumnos. La Habana: Pueblo y Educación.
- LEONTIEV SARDUI, A. (1981). Actividad conciencia y personalidad. La Habana: Pueblo y Educación.
- LINARES CISCAR, S. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría. El Modelo de los Van Hiele. España: Alfer.
- MAJMUTOV, M. I. (1983). La enseñanza problémica. La Habana: Pueblo y Educación.

- MALDONADO, M. A. (2002). Perspectiva, ventajas y requisitos del aprendizaje significativo. Disponible en: <http://www.contexto educativo.com>.
- MOLLA, M. (2003). Aprendizaje significativo. Disponible en <http://www.ispo.cec.be>.
- MONEREO, C. (1993). Enseñar a pensar a través del currículo escolar. Barcelona: Casals.
- _____. (1997). Estrategias de Enseñanza y Aprendizaje: Formación del profesorado y aplicación en la escuela. Barcelona: Sercuis Pedagogis.
- _____. (1990). Las estrategias de aprendizaje en la educación formal: enseñar a pensar y sobre el pensar. Barcelona: Casals.
- MOREIRA, M. A. (2002). Aprendizaje significativo: teoría y práctica. Disponible en <http://www.heraldo.es>.
- PALACIO, J. (2003). Colección de problemas matemáticos para la vida. La Habana: Pueblo y Educación.
- PARTIDO COMUNISTA DE CUBA COMITÉ CENTRAL. (1986). Programa del Partido Comunista de Cuba. La Habana: Política.
- PASTOR, REY J. (2003). Historia de las matemáticas. La Habana: Pueblo y Educación.
- PELTIER, M. I. (1993). Una visión general de la didáctica de las matemáticas en Francia. Educación Matemática, 2, 4 - 8.
- PETROVSKY, A. V. (1980). Psicología general. Moscú: Progreso.
- PIAGET, J. (1996). Psicología y Pedagogía. Moscú: Progreso.
- POLYA, G. (1982). ¿Cómo plantear y resolver problemas? . México: Trillas.
- POZO, J. I. (1998). Aprendices y maestros. Una nueva cultura del aprendizaje. Madrid: Alianza.
- _____. (1990). Estrategias de aprendizaje. Desarrollo Psicológico y Educación, 2, 3 – 9.
- POZO, J. I. Y MONEREO, C. (2001). El aprendizaje estratégico. Docencia Universitaria, 4, 5 – 10.
- RICO MONTERO, P. (1996). Reflexión y aprendizaje en el aula. La Habana: Pueblo y Educación.

- RICO ROMERO, L. (1997). Bases Teóricas del currículo de Matemática en Educación Secundaria. Madrid: Síntesis.
- _____. (1995). Consideraciones sobre el currículo escolar de Matemática. EMA, 1, 4 – 14.
- RODRÍGUEZ, F. L. (2003). Algunas consideraciones en torno a las estrategias de aprendizaje y el paradigma de aprender a aprender, Instituto Superior Pedagógico, Pinar del Río. Soporte Digital.
- RODRÍGUEZ SANTIESTEBAN, A. M. (2005). Proyecto Educativo para el mejoramiento del aprendizaje de los alumnos del ISP” Carlos Manuel de Céspedes”. Tesis en opción al título académico de Máster en Ciencias de la Educación, Instituto Superior Pedagógico, Isla de la Juventud.
- ROMÁN, S. J. Y GALLEGU, R. S. (1995). Escalas de Aprendizaje. Manual de Investigaciones y Publicaciones Psicológicas.
- SALAZAR, M. M. (1999). Las Estrategias de Aprendizaje en los estudiantes de Secundaria Básica. Tesis en opción al grado de Máster en Psicología Educativa, Universidad, Pinar del Río.
- SEMINARIO NACIONAL PARA EDUCADORES. (2004). 5. Seminario Nacional para Educadores. La Habana: MINED.
- _____. (2005). 6. Seminario Nacional para Educadores. La Habana: MINED.
- _____. (2006). 7. Seminario Nacional para Educadores. La Habana: MINED.
- SILVA REHERMANN, C. (1995). Sobre la significación y orígenes de la matemática. Matemática Básica Superior, 3, 3 – 9.
- SILVESTRE ORAMAS, M. Y ZILBERSTEIN TORUNCHA, J. (2000). ¿Cómo hacer más eficiente el aprendizaje? . México: CEIDE.
- SOLÍS GONZÁLEZ, Y. (2004). Propuesta Didáctica para el desarrollo de estrategias de aprendizaje con el apoyo de las Tecnologías de la Información y las comunicaciones. Tesis en opción al grado científico de Doctor, Instituto Superior Pedagógico, La Habana.

- SOL MARTÍNEZ, J. L. DEL. (2003). Una propuesta didáctica para la resolución de problemas geométricos de cálculo en el preuniversitario. Trabajo de Investigación de Doctorado en Diversidad, Currículo y Educación, Instituto Superior Pedagógico, Cienfuegos.
- TORRES FERNÁNDEZ, P. (1986). El Método Heurístico en la Enseñanza de la Matemática en el nivel medio general. Educación, 60, 114 – 121.
- VIGOTSKY, L. S. (1987). Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores. La Habana: Científico- Técnica.
- WONG JOO, M. (2005). Las estrategias de aprendizaje promovidas con más frecuencia por los maestros de 5to y 6to del Seminternado “Conrado Benítez”. Tesis en opción al título académico de Máster en Psicología Educativa, Universidad, Pinar del Río.
- ZILBERSTEIN TORUNCHA, J. (2004). Estrategias de aprendizaje en cursos en CD ROOM, desde una didáctica desarrolladora, Ponencia X Congreso Informática en la Educación. La Habana: MINED.
- ZILBERSTEIN TORUNCHA, J. Y PORTELA, R. (2002). Una concepción desarrolladora de la motivación y el aprendizaje. Curso pre -evento del II Congreso Internacional de Didáctica de las Ciencias. La Habana: IPLAC.

Anexos

Anexo 1: Guía de observación a clases de Geometría de 10mo grado

Objetivo: Comprobar el desarrollo de las habilidades que poseen los estudiantes en la resolución de problemas geométricos de cálculo.

Aspectos a tener en cuenta durante la resolución de problemas geométricos de cálculo.	Siempre	Algunas veces	Nunca
Nivel de motivación que muestran los alumnos por la resolución de problemas geométricos de cálculo.	23	7	0
Logran determinar cuáles son las exigencias que plantea el problema y los datos ofrecidos en este, de forma individual.	6	17	7
Realizan de forma adecuada el proceso de búsqueda de la vía de solución.	0	9	21
Son capaces de ejecutar el plan de solución	6	10	14
Son capaces de determinar si la solución encontrada es correcta.	0	6	24
Son capaces de determinar si existen otras vías para solucionar el problema.	0	1	0

- Aspectos positivos:
- Aspectos negativos

Anexo 2: Encuesta a estudiantes.

Objetivo: Comprobar el nivel de conocimiento que poseen los estudiantes en la resolución de problemas geométricos de cálculo para el logro de los objetivos previstos en los programas de la Matemática en la enseñanza preuniversitaria.

Estimado estudiante:

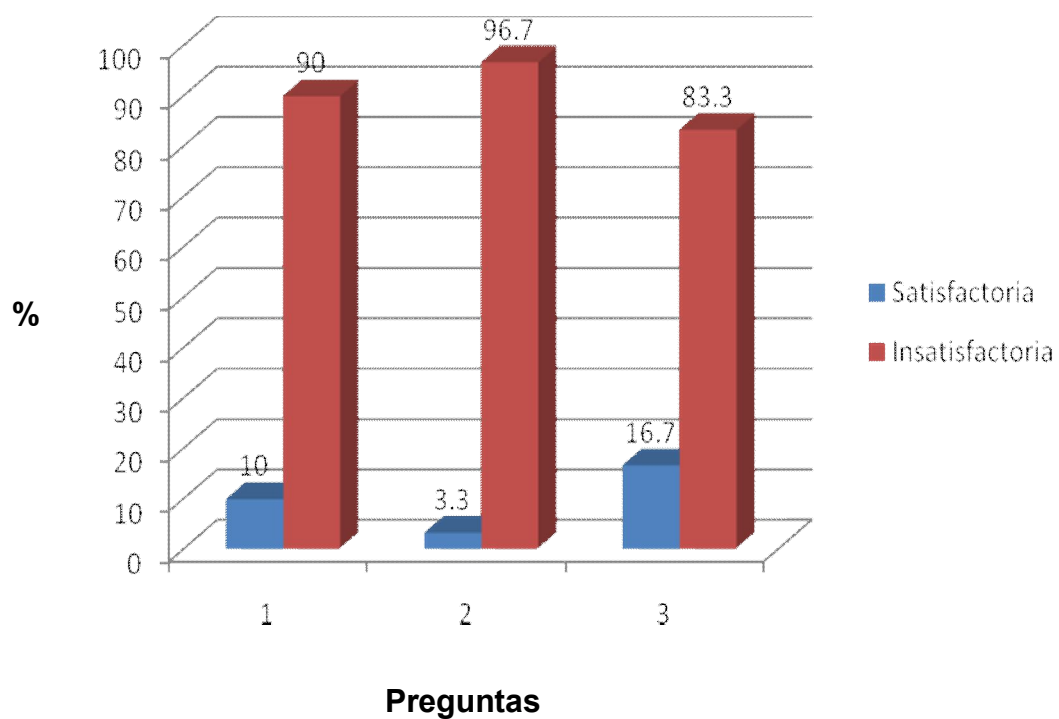
Necesitamos su colaboración para dar respuesta a las interrogantes que se formulan a continuación, con el objetivo de enriquecer el trabajo con la Geometría en el preuniversitario.

1. ¿Conoces algunas acciones que te ayuden en la resolución de problemas geométricos de cálculo?
Si _____ No _____
2. ¿Logras resolver con facilidad los problemas geométricos de cálculo que te propone el profesor?
Si _____ No _____
3. ¿La orientación que recibes por parte del profesor en el proceso de resolución de problemas geométricos de cálculo resulta suficiente?
Si _____ No _____
4. A continuación te proponemos una serie de etapas en las que podría dividirse el procedimiento de resolución de problemas geométricos de cálculo, de ellas selecciona las que te resulten más difíciles o que te impiden resolver el problema.
_____ Comprensión del problema.
_____ Trabajo con la figura de análisis.
_____ Búsqueda de la vía de solución.
_____ Ejecución de la vía encontrada.
_____ Comprobación.

Anexo 2.1 (a): Resultados de la encuesta a los estudiantes.

Preguntas: 1 a 3

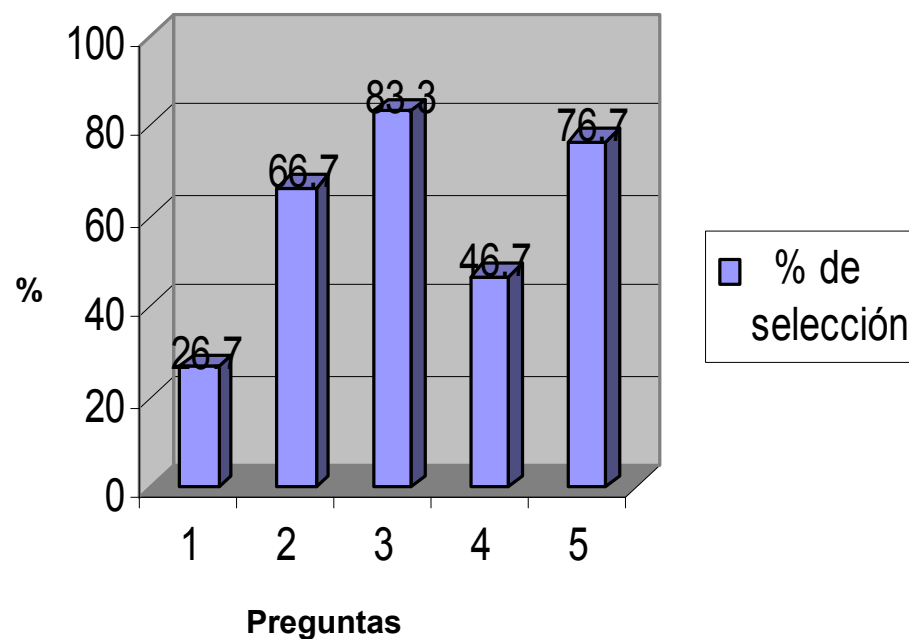
Pregunta	Respuesta			
	Satisfactoria		Insatisfactoria	
	#	%	#	%
1	3	10	27	90
2	1	3,3	29	96,7
3	5	16.7	25	83,3



Anexo 2.1 (b): Resultados de la encuesta a los estudiantes.

Pregunta: 4

Etapas	Selecciones	%
1- Comprensión del problema.	8	26.7
2- Trabajo con la figura de análisis.	20	66.7
3- Búsqueda de la vía de solución.	25	83.3
4- Ejecución de la vía encontrada	14	46.7
5- Comprobación.	23	76.7



Anexo 3: Encuesta dirigida a Profesores.

Objetivo: Conocer opiniones sobre el empleo de las estrategias de aprendizaje y su utilización en el tratamiento de los problemas geométricos de cálculo.

Compañero profesor:

Pedimos que colabore con nosotros respondiendo las preguntas que formulamos a continuación.

Años de experiencia en la docencia_____

1. ¿Considera usted sistemático el tratamiento que se a da a los problemas geométricos de cálculo en el programa de Matemática de décimo grado?

Si_____ No_____

2. ¿Considera usted que sus alumnos presentan dificultades en la resolución de problemas geométricos de cálculo?

Si_____ No_____

3. ¿Incluye usted como parte de su estrategia para la dirección del aprendizaje de sus alumnos, la enseñanza de estrategias de aprendizaje?

Si_____ No_____

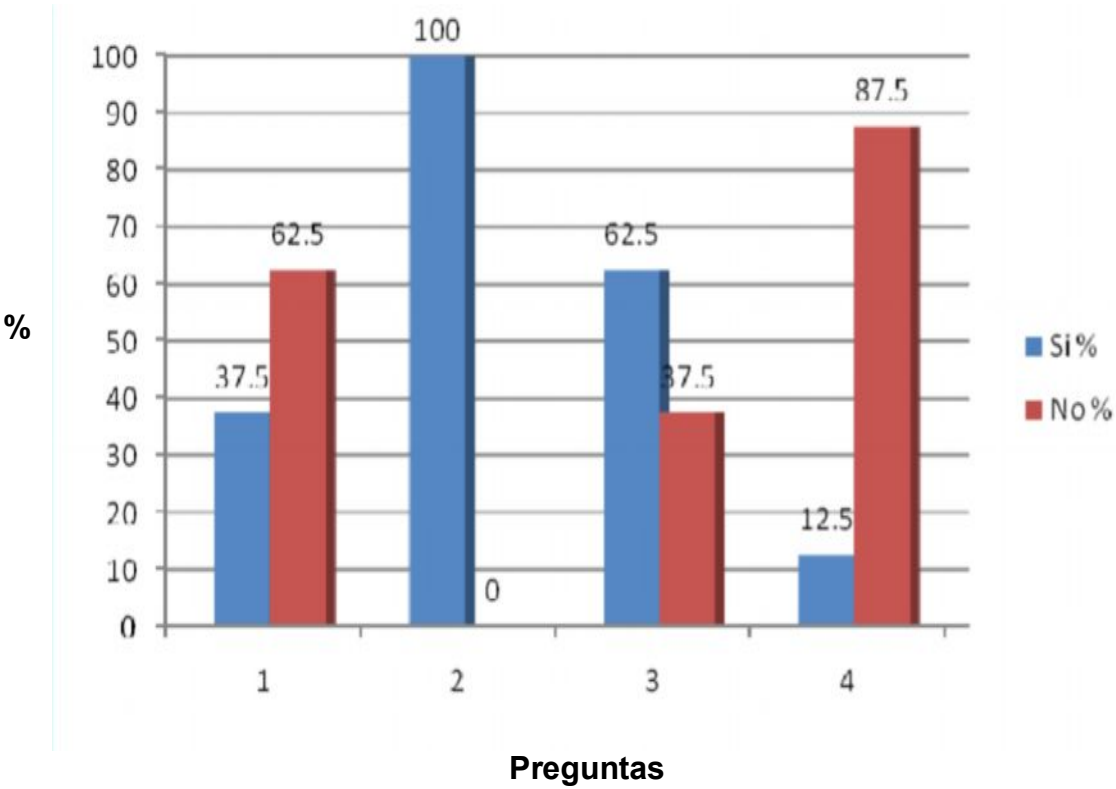
4. ¿Ha enseñado a sus alumnos alguna estrategia de aprendizaje que le permita resolver problemas geométricos de cálculo?

Si_____ No_____

5. En caso afirmativo explique cómo procede:

Anexo 3.1: Resultados de la encuesta a los profesores.

Pregunta	Respuesta			
	Si		No	
	#	%	#	%
1	3	37,5	5	62,5
2	8	100	0	0
3	5	62,5	3	37,5
4	1	12,5	7	87,5



Anexo 4: prueba diagnóstico inicial

Objetivo: Comprobar la capacidad de los estudiantes para resolver problemas geométricos de cálculo.

1. A un carpintero le encargan hacer una mesa redonda para 6 personas en la que cada una ocupe un arco de 0,60m.
 - a) ¿Cuál será el radio de la mesa?
 - b) Si para adornarla se quiere utilizar un triángulo equilátero inscrito en su superficie, ¿qué área ocupará el adorno?

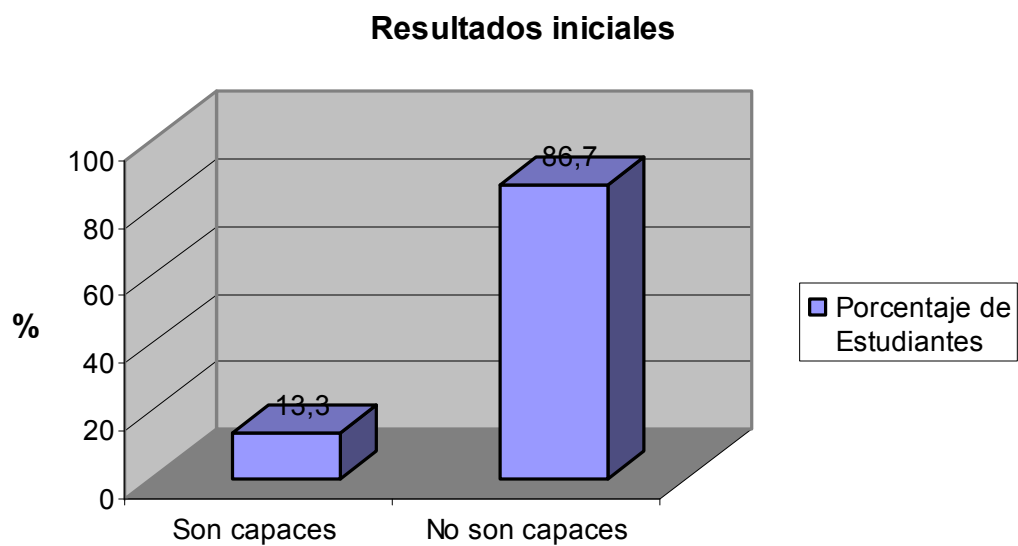
Escala evaluativa.

Si resuelven ambos incisos correctamente se considerará que son capaces de resolver problemas geométricos de cálculo.

Si no logran resolverlos correctamente se considerará que no son capaces de resolver problemas geométricos de cálculo.

Anexo 4.1: resultados de la prueba diagnóstico inicial

Resolver problemas geométricos de cálculo	Porcentaje de Estudiantes
Son capaces	13.3
No son capaces	86.7
Total	100



Anexo 5: prueba diagnóstico intermedio.

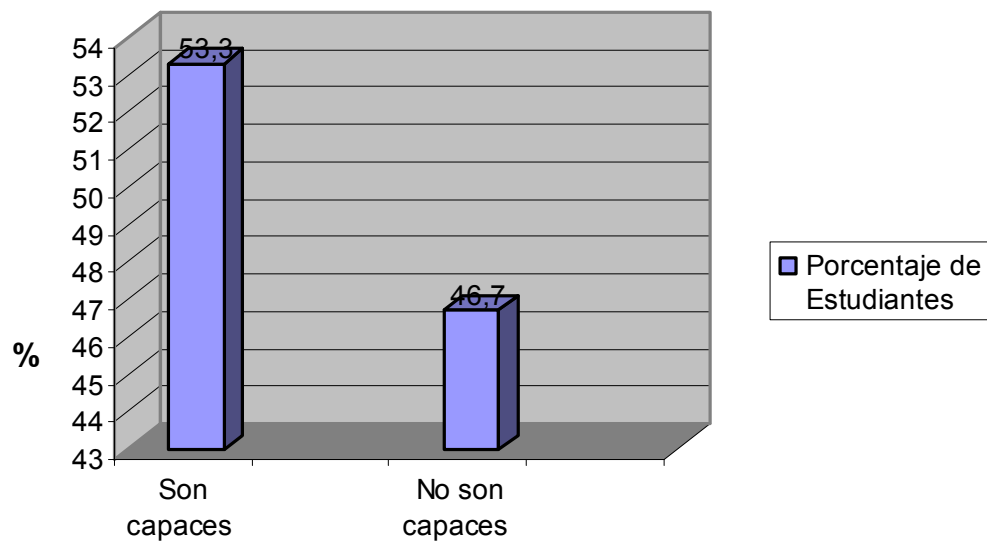
Objetivo: comprobar la capacidad de los estudiantes para resolver problemas geométricos de cálculo.

1. La hoja de un libro mide 23cm de largo y 15cm de ancho.
 - a) Determina la cantidad mínima de papel que se necesita para confeccionarlo si tiene 300 hojas.
 - b) Si se deja un margen de 2,0cm en los 4 lados. ¿Cuál es el área de la superficie que queda para la impresión?

Anexo 5.1: resultados de la prueba diagnóstico intermedio.

Resolver problemas geométricos de cálculo.	Porcentaje de Estudiantes
Son capaces	53.3
No son capaces	46.7
Total	100

Resultados intermedios



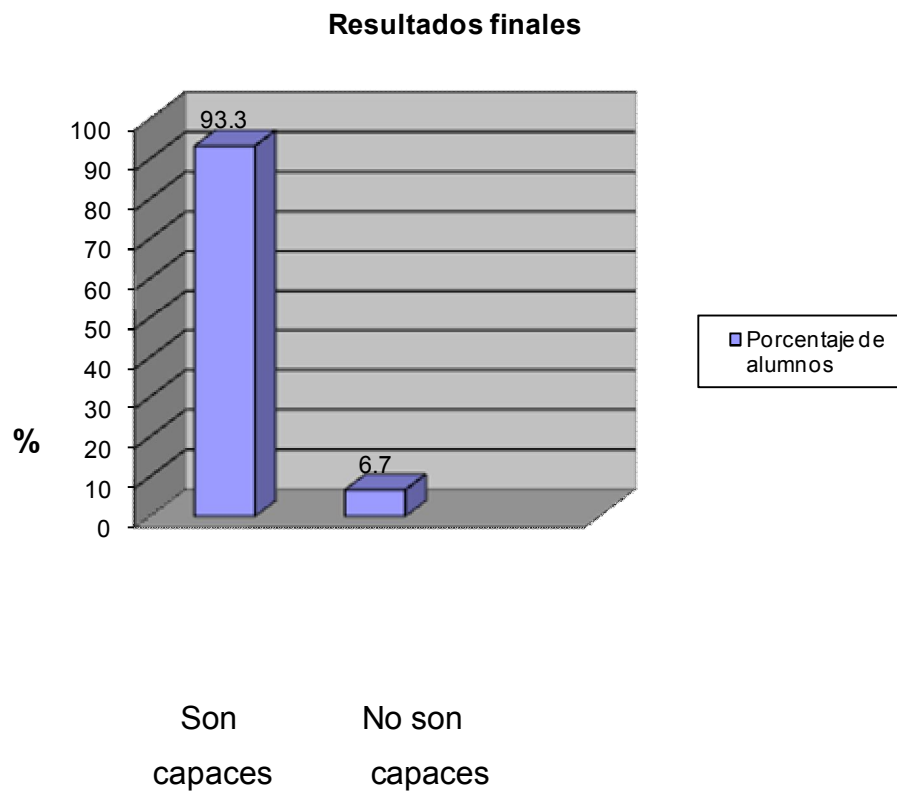
Anexo 6: prueba diagnóstico final.

Objetivo: comprobar la capacidad de los estudiantes para resolver problemas geométricos de cálculo.

1. En una farmacia se utilizan envases cilíndricos de 3cm de radio y 7cm de altura para dispensar cierto tipo de medicamentos.
 - a) Calcula la cantidad máxima de medicamento que puede contener cada frasco.
 - b) La etiqueta que se le coloca a cada uno es de forma rectangular, si su altura es $\frac{5}{7}$ de la del envase y ocupa $\frac{3}{4}$ del área lateral, calcula sus dimensiones.

Anexo 6.1: resultados de la prueba diagnóstico final.

Resolver problemas geométricos de cálculo.	Porcentaje de alumnos
Son capaces	93.3
No son capaces	6.7
Total	100



Anexo 7

Estadísticos

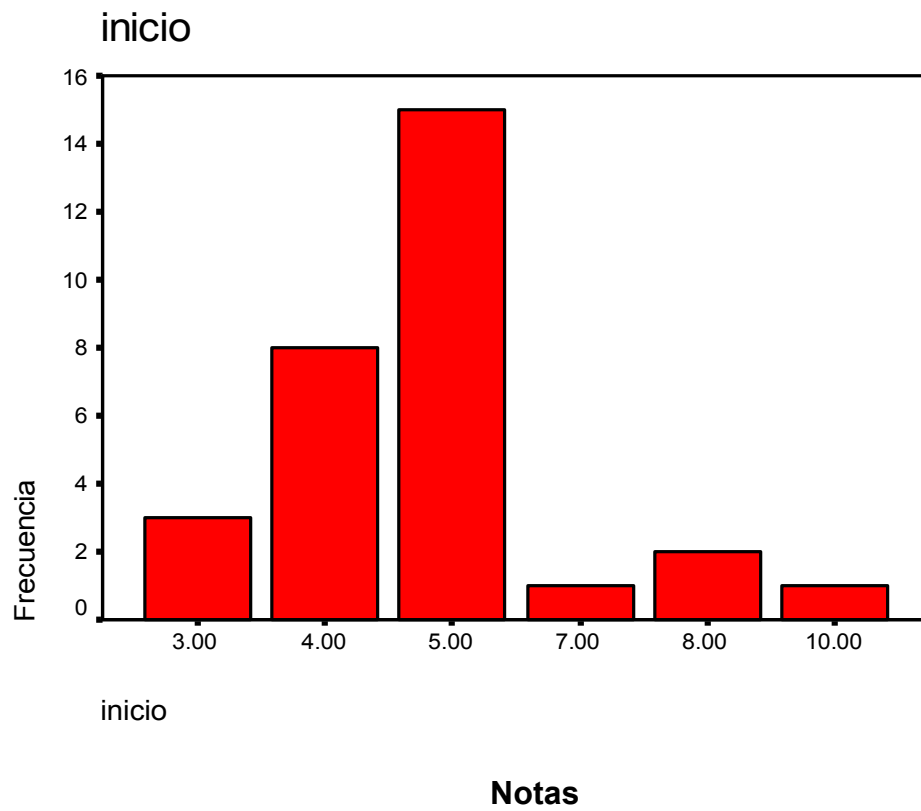
Tabla 1

	Inicio	Intermedio	Final
N Válidos	30	30	30
Perdidos	0	0	0

Inicio

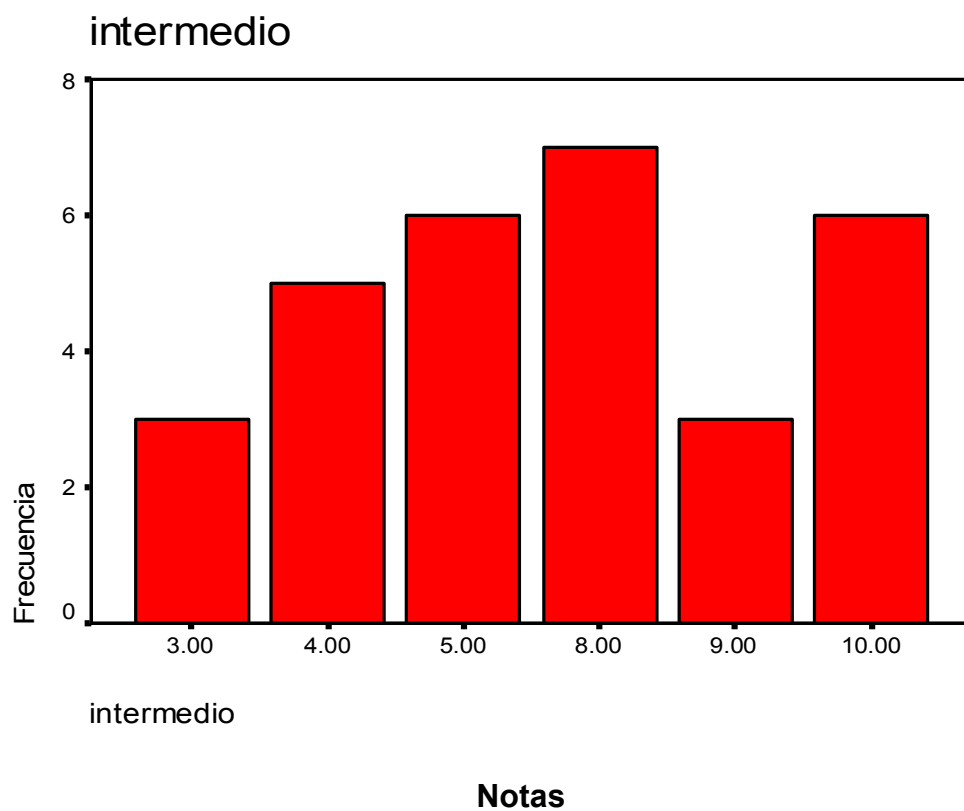
Tabla 2

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos 3.00	3	10.0	10.0	10.0
4.00	8	26.7	26.7	36.7
5.00	15	50.0	50.0	86.7
7.00	1	3.3	3.3	90.0
8.00	2	6.7	6.7	96.7
10.00	1	3.3	3.3	100.0
Total	30	100.0	100.0	



Intermedio Tabla 3

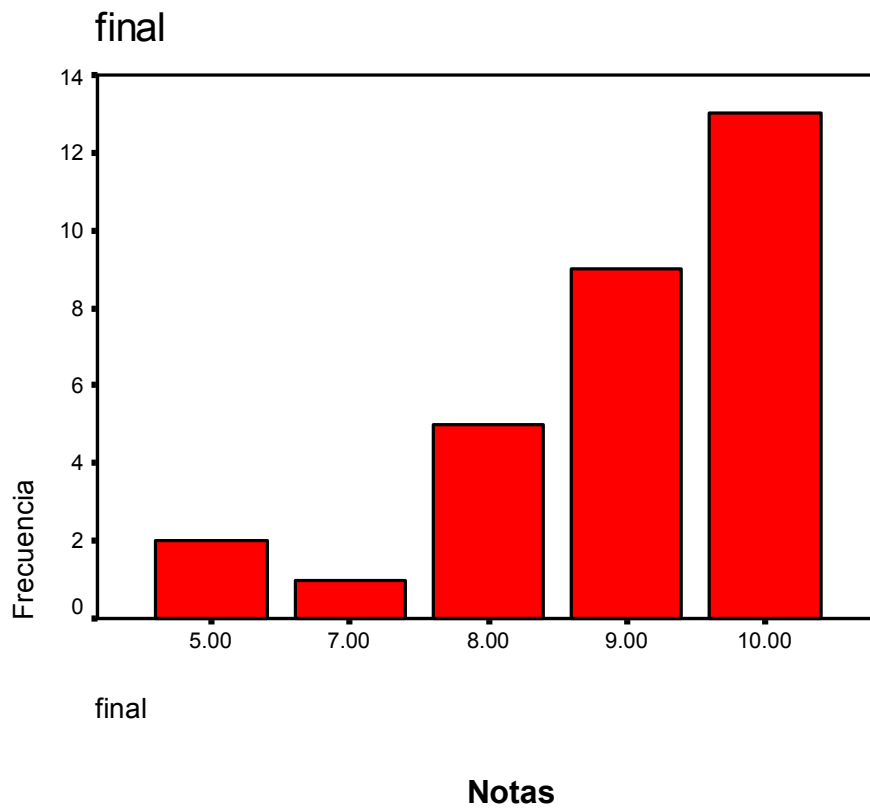
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	3.00	3	10.0	10.0	10.0
	4.00	5	16.7	16.7	26.7
	5.00	6	20.0	20.0	46.7
	8.00	7	23.3	23.3	70.0
	9.00	3	10.0	10.0	80.0
	10.00	6	20.0	20.0	100.0
	Total	30	100.0	100.0	



Final

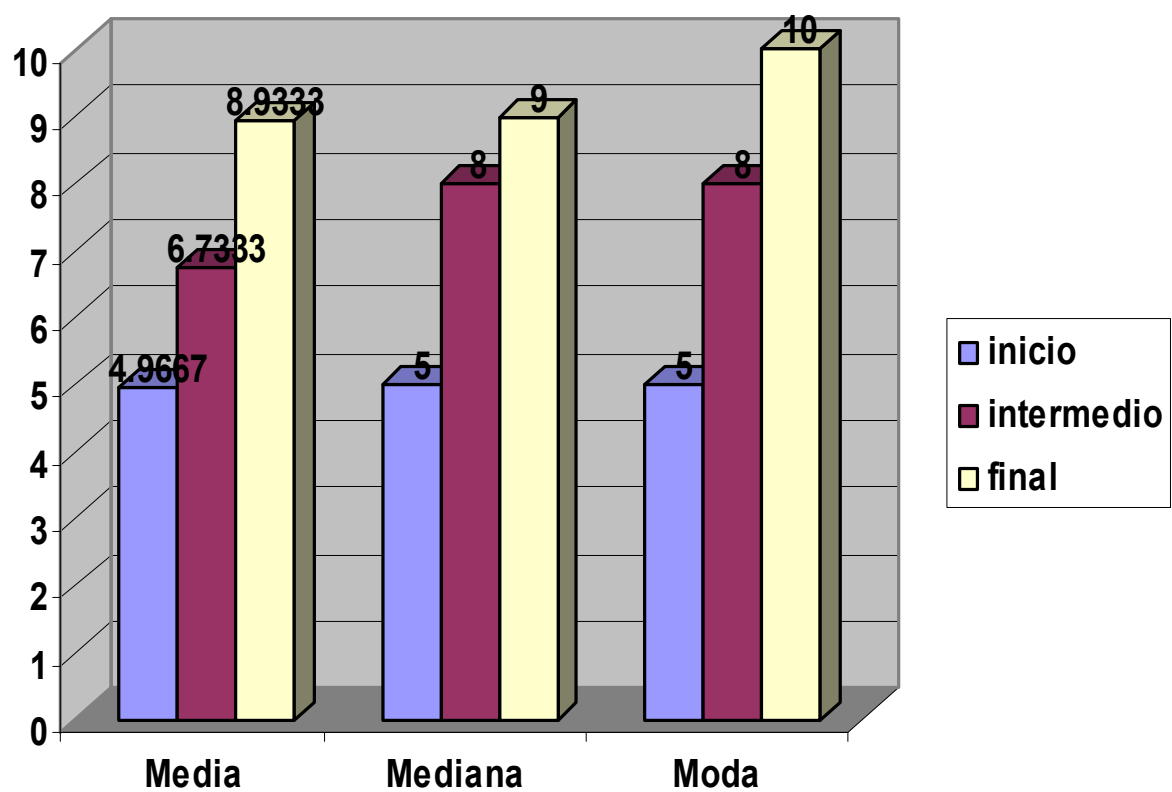
Tabla 4

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	5.00	2	6.7	6.7	6.7
	7.00	1	3.3	3.3	10.0
	8.00	5	16.7	16.7	26.7
	9.00	9	30.0	30.0	56.7
	10.00	13	43.3	43.3	100.0
	Total	30	100.0	100.0	



Estadígrafos Tabla 5

		inicio	intermedio	final
N	Válidos	30	30	30
	Perdidos	0	0	0
Media		4.9667	6.7333	8.9333
Mediana		5.0000	8.0000	9.0000
Moda		5.00	8.00	10.00



Agradecimientos