



Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez”

Facultad de Ingeniería

Maestría en Matemática Aplicada

Tesis de Maestría

PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE MÁSTER EN MATEMÁTICA APLICADA

Modelación matemática para el diseño eficiente de rutas en el problema de la recolección del dinero en la Telefonía Pública de ETECSA Cienfuegos.

Autor: Ing. Alvin Danilo Cordero Hernández.

Tutores: Dr. Sira Allende Alonso.

MsC. Ridelio Miranda Pérez.

Cienfuegos, 2014



Dedicatoria

***A mi madre que siempre me ha apoyado, en las buenas, en las malas y en las
muy malas.***

A mi padre por vivir orgulloso de mi superación. Ya estamos empatados.

A la Mile para que siga mis pasos y aprenda que un mundo mejor es posible.

***A mi novia Yanurys como retribución a tanto sacrificio, aunque siempre le
quedaré debiendo.***

Agradecimientos

Al tutor del presente trabajo Msc. Ridelio Miranda Pérez por ser el guía, el soporte y el amigo.

A la tutora Dra. Sira Allende Alonso por alumbrarme el camino con la luz de su extensa sabiduría.

Al Msc. Yuviny Echevarría Cartaya por su sentido de pertenencia con la aplicación, sus horas de trabajo y su constante dedicación.

A todo el claustro de profesores que contribuyeron en gran medida a mi superación profesional, y en especial a la Dr. Lourdes Bravo por ser un evangelio vivo, un libro abierto, y un oráculo siempre confiable.

A mis compañeros de clases, por sus enseñanzas y aportes; pero en especial a Carlos Álvarez por su paciencia infinita y a Boris Pérez Cañedo por sus muy oportunas estocadas finales en este trabajo.

A mis compañeros de departamento por la ayuda y comprensión de principio a fin.

A toda mi familia, los viejos y los nuevos, los más cercanos y los que no tanto, los de siempre y los recientes; todos han aportado su grano de arena....e incluso hasta un metro³ de arena.

Por último y muy especial a mi novia Yanurys, ya que esta también ha sido su tesis; ha sido mi mano derecha y mi energía en los peores momentos. Mil gracias con mucho amor.

Resumen

En este trabajo se formula un modelo matemático para el problema del diseño de rutas y zonas del carro recolector de dinero en la telefonía pública de ETECSA en Cienfuegos. Partiendo del análisis del problema se determina que se trata de un tipo particular del conocido problema de ruteo de vehículos, para el cual se considera, en lugar de la restricción clásica de capacidad, una restricción sobre la distancia total del recorrido. Este modelo se resuelve con una variante del Algoritmo de Colonia de Hormigas, específicamente diseñada para el problema. Los experimentos numéricos expuestos en capítulo 3 confirman que el diseño de rutas y zonas dado por el modelo y el algoritmo propuestos mejora el utilizado actualmente en la empresa. El diseño de rutas y zonas propuesto reduce el tiempo de recolección, el consumo de combustible, y contribuye a elevar el nivel de servicio de las unidades telefónicas.

Índice general

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1: FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	9
1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	9
1.2.- EL PROBLEMA DEL RUTEO DE VEHÍCULOS.....	14
1.3.- ENTORNOS REALES DE APLICACIÓN DEL VRP	20
1.4.- MÉTODOS DE SOLUCIÓN	22
CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO	27
CAPÍTULO 2: DISEÑO DE LA PROPUESTA	28
2.1 MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA.	28
2.1.1 <i>Formulación del Modelo Matemático</i>	32
2.2 DISEÑO DEL ALGORITMO COLONIA DE HORMIGAS (ACO).....	38
CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO	48
CAPÍTULO 3: ANÁLISIS DE RESULTADOS	49
3.1 ELABORACIÓN DE LA MATRIZ DE DISTANCIAS.....	49
3.1.1 <i>Sistema de información geográfica (SIG)</i>	49
3.1.2 <i>SIG de mapa libre y software libre.</i>	52
3.2.- ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.....	55
3.2.1. <i>Análisis de la solución al problema del diseño de nuevas rutas para el carro recolector de dinero de ETECSA en el municipio de Cienfuegos.</i>	59
3.2.2 <i>Análisis de casos particulares</i>	66
3.2.3 <i>Propuesta de diseño para el recorrido del carro recolector de dinero en la telefonía pública en ETECSA Cienfuegos.</i>	70
CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO.....	71
CONCLUSIONES GENERALES	72
RECOMENDACIONES	73
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	74
ANEXOS	78
ANEXO A: MUESTRA DE LA LISTA DE LOS TELÉFONOS PÚBLICOS.....	78
ANEXO B: RECORRIDO DEL DISEÑO ACTUAL.....	83
ANEXO C: MUESTRA DE LA MATRIZ DISTANCIA DE LOS TELÉFONOS PÚBLICOS.....	90
ANEXO D: SOLUCIÓN DADA POR EL MODELO	91

Índice de tablas

TABLA 1. COMPARACIÓN DEL RECORRIDO ACTUAL Y EL CALCULADO 63

TABLA 2. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARA D..... 65

**TABLA 3. COMPARACIÓN DE LOS RECORRIDOS EN LA ZONAS ACTUALES Y
LOS CALCULADOS PARA ESTAS ZONAS..... 67**

Índice de figuras

figura 1.1. Zonificación actual de la ciudad de cienfuegos.....	12
figura 1.2. Solución para el vrp (4 rutas).	16
figura 2.1. (a) representación de la estructura de un grafo no dirigido con costos en las aristas. (b) matriz de los costos.	29
figura 2.2. Representación de la estructura geográfica de un grafo de teléfonos no dirigido con costos en las aristas conformado por 4 teléfonos y un centro telefónico, y la matriz distancia que le caracteriza.....	30
figura 2.3. Representación gráfica de la desigualdad triangular en base a tres nodos del plano.	31
figura 2.4. Ventana principal de la aplicación	47
figura 2.5. Menú principal de la aplicación.....	47
figura 2.6. Funcionalidades de la aplicación.....	48
figura 3.1. Ejemplo de itinerario entre dos teléfono públicos en navitel navigator	55
figura 3.2. Nueva zonificación de la ciudad	61

Introducción

Toda organización emplea recursos para conseguir los objetivos establecidos. En este sentido una organización a tono con las políticas de rentabilidad empresarial debe utilizar los mismos de manera eficiente. Los gastos de operación o los asociados a la introducción de una nueva línea de productos o servicios demanda un análisis objetivo de las necesidades en materia de recursos tanto materiales como humanos, de esto se desprende la necesidad de un estudio con profundidad mediante el empleo de herramientas que permitan optimizar los mecanismos existentes logrando el dimensionamiento adecuado según corresponda, con el fin de garantizar un nivel de servicio que responda a las expectativas de los clientes.

Se tiene que, en el VI Congreso del Partido Comunista de Cuba donde se propuso el Proyecto de Lineamientos de la Política Económica y Social, se hace referencia al ahorro energético. Específicamente en la sección referente a esfera de Política Energética, el lineamiento 231 advierte sobre prestar especial atención a la eficiencia energética. En correspondencia con las orientaciones impartidas en la Carta Circular No. 4/2002 sobre las Indicaciones complementarias a la Resolución No. 124/2001, del Ministro de la Informática y las Comunicaciones ha sido revisado el Sistema de Control del Combustible establecido en ETECSA, y se han elaborado varias medidas técnico organizativas para el control y ahorro del combustible en ETECSA. En relación con el desarrollo de este trabajo de tesis resaltan dos de estas que a continuación se muestran:

- ✘ Controlar la circulación de los vehículos de carga, evitando al máximo posible, los envíos vacíos para cargar, así como los retornos vacíos, garantizando su explotación a plena capacidad de carga.
- ✘ Incrementar y profundizar las medidas de ahorro orientadas, el uso correcto del parque de vehículo, manteniendo por parte de las administraciones de cada dependencia un riguroso control.
- ✘ Incrementar la disciplina estadística de la empresa como base del análisis y control de los portadores energéticos.
- ✘ Continuar la capacitación del personal para el control y uso de los medios de transporte.

Mediante el Decreto Ley 275 de 1994 del Comité Ejecutivo del Consejo de Ministro se otorgó a la Empresa de Telecomunicaciones de Cuba (ETECSA) la Concesión Administrativa para la prestación de los servicios públicos de telecomunicaciones de conformidad con las disposiciones legales vigentes en el país. De forma particular en el Artículo 11 se establece que unos de los servicios públicos de telecomunicaciones a brindar es el “Servicio de cabinas y estaciones telefónicas públicas”.

En la provincia de Cienfuegos, la entidad designada para las inversiones, operaciones, mantenimiento y prestación del servicio de este encargo social es la Dirección Territorial ETECSA Cienfuegos, que cuenta con el Centro Telefónico de Cienfuegos, el cual tiene designado, entre otras tareas, la recolección periódica del dinero recaudado por las estaciones de teléfonos públicos monederos. Este Centro Telefónico cuenta para ello con un vehículo, el personal técnico especializado para

estas labores y un servicio informático que es procesado por un servidor de aplicaciones.

La metodología que aplica actualmente la empresa se basa en recorridos zonificados y de ciclo fijo. Cada una de estas se subdivide, en base a la experiencia, en dos partes, una para recorrer en las horas matutinas y otra para las horas vespertinas. Cada zona es recorrida con una frecuencia semanal, con la particularidad de que no todos los teléfonos son visitados en cada recorrido. Es así que existen algunos teléfonos que son visitados semanalmente y otros, con frecuencia quincenal, basándose para ello en la experiencia acumulada en este trabajo durante muchos años, pero sin consultar en ningún caso el reporte de llenado que existe en los servidores. Este ciclo permanece invariable y por tanto es usual que se den casos donde las estaciones públicas salen de servicio por estar sus alcancías llenas o son recogidas con poco dinero en su interior.

En ambos casos se incurren en pérdidas monetarias y uso ineficiente de medios y recursos; en el primero se deja de ingresar dinero hasta el nuevo ciclo de recogida y en el segundo se hace un gasto de combustible, tiempo y ocupación de personal innecesario para la recolección de poco dinero.

Por otra parte tenemos que el recorrido realizado por el vehículo encargado de la recogida en cada zona sigue una ruta empírica basada igualmente en la experiencia acumulada por los técnicos que determinan a priori el más corto de los recorridos, el menor de los tiempos y por tanto el máximo ahorro de combustible, sin que esto haya sido constatado por la empresa.

Situación problémica

El diseño empírico de las rutas del carro recolector de dinero en la telefonía pública del Centro Telefónico de ETECSA propicia, en general, problemas con la prestación de servicios, y uso deficiente de los recursos humanos, técnicos y energéticos de la empresa.

Problema científico

¿Cómo planificar hojas de rutas del carro recolector de dinero, en la telefonía pública del Centro Telefónico de ETECSA, en correspondencia a una utilización eficiente de los recursos humanos, técnicos y energéticos de la empresa y a una mejora en la prestación de servicio?

Objeto de estudio

Modelos matemáticos existentes para el diseño de rutas.

Campo de estudio

La modelación matemática para el diseño de rutas en la recolección de dinero en ETECSA Cienfuegos.

Hipótesis

Si se aplica la modelación matemática del problema al diseño de rutas para el carro recolector de dinero, entonces esta permitirá la realización de los servicios en menor

tiempo, un ahorro en el consumo de combustible, y una mejora en la prestación del servicio en la empresa.

A partir de la hipótesis formulada se definen las siguientes variables con su operacionalización, que permiten medir los resultados a alcanzar:

Variables dependientes:

- ✘ Tiempo total por recorridos (medido en horas).
- ✘ Consumo de combustible (medido en litros).
- ✘ Nivel de las prestaciones de servicio en la empresa (medido en por ciento de teléfonos activos).

Variable independiente:

El modelo matemático para el diseño de rutas del carro recolector de dinero en ETECSA.

Objetivo General

Elaborar un modelo matemático para el diseño de rutas del carro recolector de dinero con el fin de incrementar la eficiencia de los recursos humanos, técnicos y energéticos de la empresa y a una mejora en la prestación de servicio

Objetivos Específicos

1. Analizar información existente relacionada con el problema.
2. Elaborar el modelo matemático adecuado al problema del diseño de rutas para el carro recolector de ETECSA.
3. Seleccionar un método apropiado para la solución del problema.
4. Ejecutar la solución del problema con ayuda de una aplicación que implemente el método seleccionado para planificar las rutas.
5. Valorar los resultados.

Tareas científicas

1. Revisión bibliográfica de materiales referentes a problemas de rutas de vehículos (VRP), problemas del agente viajero (TSP) y metaheurísticas aplicables a la optimización de rutas, con el fin de conformar el marco teórico de la investigación.
2. Estudio de modelos matemáticos relacionados con el tipo de problema.
3. Obtención de datos y parámetros para el modelo.
4. Formulación de modelos específicos para el problema planteado.
5. Comparación de algoritmos adecuados para la solución de los modelos construidos.
6. Confección de la matriz distancia correspondiente al conjunto de teléfonos públicos monederos.
7. Realizar corridas para la solución del problema con ayuda de la aplicación que implementa el algoritmo seleccionado.

8. Análisis de resultados.
9. Confección del documento de tesis.

Métodos de investigación

De los métodos teóricos se utilizarán:

- ✘ El analítico-sintético para descubrir las características generales, las relaciones entre las partes que componen el sistema y en la obtención de las conclusiones finales.
- ✘ El histórico-lógico se emplea la obtención de relaciones características que ocurren en el proceso de planificación de rutas para el carro recolector
- ✘ El hipotético-deductivo en la elaboración y diseño de alternativas posibles a ocurrir en diferentes escenarios.
- ✘ La modelación con la utilización de modelos de programación matemática para la solución del problema de rutas de vehículos.
- ✘ El sistemático para el estudio de la dinámica de las relaciones entre los objetos que componen el proceso.

De los métodos empíricos se utilizarán:

- ✘ La observación para el estudio descriptivo de las características fundamentales de la recogida de dinero y rutas a seguir para ese fin en ETECSA Cienfuegos.
- ✘ El análisis de documentos para la revisión de los modelos y métodos aplicables a la temática en cuestión.

Novedad metodológica y práctica

- ✘ Metodológico: Consiste en la aplicación de un enfoque matemático para el análisis del diseño de rutas en el proceso de recolección de dinero.
- ✘ Práctico: Se logra un incremento del nivel de servicio por el uso racional de los recursos, tanto materiales como humanos; medible en el ahorro de combustible, incremento del monto en las recolecciones y un mejor nivel de servicio.

Capítulo 1: Fundamentación teórica

En este capítulo se presentarán, partiendo de la descripción formal del problema a tratar, aquellos conceptos, teorías existentes y necesarias para la comprensión y descripción general de la investigación referente al objeto de estudio. Para ellos se ha estructurado en cuatro epígrafes, el primero dedicado a la descripción y formalización del problema objeto de estudio, y seguidamente tres epígrafes dedicados al estudio del estado del arte de la teoría relacionada con el mismo.

1.1 Descripción del problema

En la actualidad, la gestión de rutas es un aspecto fundamental en las empresas en cuya actividad se encuentra involucrado el transporte, el cual supone elevados costes de combustibles, piezas de repuestos, mano de obra, etc., y además determina en el tiempo de respuesta del servicio que es demandado. Según (L. D. Bodin, 1990) y (Yepes Piqueras, 2008), el costo de transportación puede llegar a más de la mitad de los costos de dichas entidades, lo cual fue confirmado más recientemente en el Foro Internacional de *Logística y Facilitación del Comercio y el Transporte* realizado en Octubre de 2007 en Quito, Ecuador.

En el caso de la empresa ETECSA, esta cuenta con gran parte de sus bienes dispersos por toda ciudad, pueblos, localidades o asentamientos donde esta presta sus servicios. Es así que depende de la utilización del transporte para dar cumplimiento a varios de sus objetivos empresariales. Se tiene de forma particular que, para cumplir con su objeto social, entre otras, la empresa necesita tener dispersa en su red una cantidad de estaciones de teléfonos públicos. Parte de estos teléfonos

son del tipo “monederos”, los cuales se caracterizan por tener una alcancía habilitada para almacenar las monedas introducidas en cada llamada. El volumen de las alcancías es limitado e implica ser cambiadas frecuentemente por otras que estén vacías, preferiblemente antes de que estas lleguen al tope de su capacidad, pues cuando esto sucede el teléfono queda fuera de servicio. Lo anterior repercute en el deterioro de los indicadores empresariales y en una insatisfacción de toda persona que necesite hacer uso de alguno de estos teléfonos.

La empresa cuenta con un servicio informático que se provee de las bases de datos en formato SQL provenientes de los servidores tecnológicos (AMPER e InfoPyme) que atienden las distintas tecnologías de teléfonos públicos; información que es procesada por un servidor de aplicaciones. La aplicación que nos interesa en este caso es la llamada “Recaudación” y que es del tipo Web, la cual muestra información referente a cada teléfono sobre la cantidad de dinero recaudada, cantidad y tipos de monedas, niveles de llenado de las alcancías con alarmas para los niveles de “3/4” y “Lleno”. Esta información se mantiene constantemente actualizada gracias a los reportes vía modem desde las estaciones públicas a los servidores, y por tanto puede ser encuestada en todo momento.

En la Dirección Territorial ETECSA Cienfuegos existe un vehículo con su personal especializado, y que pertenece al Centro Telefónico de Cienfuegos, que se encarga exclusivamente del cambio de las alcancías de las estaciones públicas monederas. Cada semana se destinan tres días para las visitas a los teléfonos del municipio Cienfuegos, dejando los tres días restantes para visitar al resto de los municipios. De los días dedicados al municipio cabecera, que cuenta con 188 estaciones públicas

monederas (75.58% de los teléfonos de la provincia), cada día se destina a una zona de la ciudad, a la vez que el número de teléfonos a visitar en estas zonas se dividen en dos para ser recorridos una parte en la jornada matutina y otra en la jornada vespertina. En la actualidad la empresa ha dividido la ciudad en tres zonas (ver Figura 1.1), atendiendo a la densidad telefónica existente en su momento de elaboración, y que es ciertamente diferente a la densidad telefónica actual. Se debe considerar, además, que la empresa considera que la frecuencia de recogida para algunos teléfonos es semanal y para otros es quincenal, basándose para ello en estimaciones empíricas realizadas sobre sus recolecciones. El recorrido (ruta y orden de las visitas) escogido por el carro recolector para visitar los teléfonos que le corresponden en cada jornada se realiza atendiendo a la experiencia laboral de quien conduce el carro. En la empresa no existen antecedentes sobre el estudio relacionado con este proceso recolector, que permitan demostrar la eficiencia del diseño actual de las zonas, las rutas y las frecuencias de recogida, elementos que inciden directamente en el nivel de servicio en la Dirección Territorial ETECSA Cienfuegos.

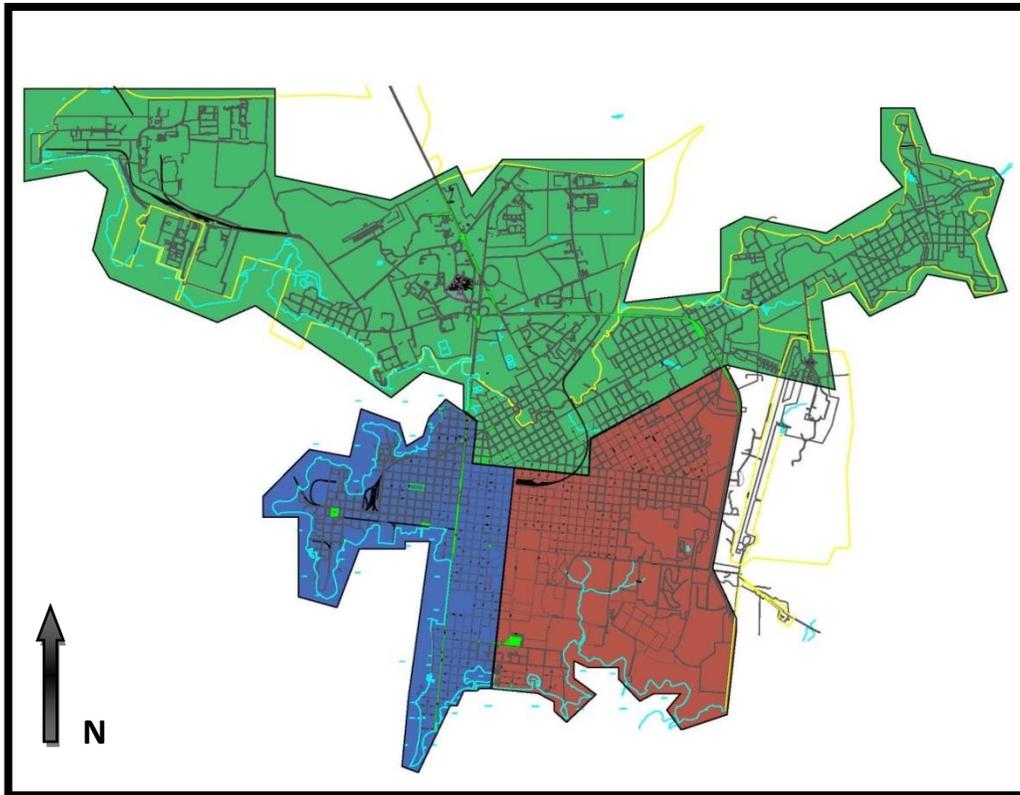


Figura 1.1. Zonificación actual de la ciudad de Cienfuegos

En un estudio preliminar realizado por el autor sobre la metodología actual para la recolección del dinero de las estaciones públicas monederas afloran, entre otros, los siguientes problemas:

- 1- Existen estaciones públicas que reportan sus alcancías llenas antes de que llegue su ciclo de recogida y por tanto salen de servicio hasta tanto no sean vaciadas en su correspondiente día.
- 2- En otras, en contraposición, se les realiza el cambio de alcancía sin que estas hayan llegado aún a su nivel de “3/4”, incluyendo casos con cantidades ínfimas de dinero recaudado.

En ambos casos se incurren en pérdidas monetarias y uso ineficiente de medios y recursos. En el primer caso, se deja de ingresar dinero hasta el nuevo ciclo de recogida y aparecen problemas con la prestación de servicios, mientras que en el segundo, se hace un gasto de combustible, tiempo y ocupación de personal innecesario para la recolección de muy poco dinero.

Por otra parte, se conoce que el recorrido realizado por el vehículo encargado de la recogida sigue una ruta empírica basada igualmente en la experiencia acumulada por los técnicos que determinan a priori el más corto de los recorridos y/o el menor de los tiempos, con lo cual no existe fundamento alguno para pensar que los mismos puedan proporcionar una utilización eficiente del combustible.

La dirección del centro reconoce que el monto de los costos asociados a esta actividad resulta elevado en relación con la baja complejidad de las operaciones a realizar, siendo el gasto en combustible el elemento de mayor peso en este costo.

El problema que centra la atención de esta investigación proviene precisamente de la búsqueda de una solución a esta situación problemática, objeto de atención y preocupación por parte de la dirección de la empresa.

El problema objeto de esta investigación puede formularse entonces como sigue:

Primero: El problema de decidir cuántos y cuáles teléfonos incluir en la lista de cada recorrido, y

Segundo: El problema de la confección de un recorrido que, partiendo del Centro Telefónico, incluya la visita a todos los teléfonos incluidos en la lista,

y el regreso al Centro Telefónico, de tal forma que la distancia total recorrida sea la mínima posible.

Si se logran encontrar soluciones óptimas para estos dos sub-problemas, se tiene la solución del problema planteado en esta tesis y con ello la empresa estará en mejores condiciones para cumplir con su objeto social de forma eficiente, lo cual se debe traducir en un menor tiempo para la ejecución de la actividad, menor consumo de combustible (de gran interés, por la importancia que tiene para el país el ahorro de este portador energético tan caro en el mercado internacional), mejor organización del trabajo y mejor uso de los recursos materiales y humanos de la empresa.

1.2.- El problema del ruteo de Vehículos

La revisión bibliográfica realizada permitió al autor identificar la ocurrencia de múltiples situaciones, tales como la distribución y/o recolección de bienes y servicios, alimentos, gas, contenedores, recolección de desperdicios sólidos, transportación de escolares, etc. todas ellas con características muy similares a la descrita en el problema planteado. Todos estos tipos de problemas clasifican dentro de la clase de problemas denominados como problemas del ruteo de vehículos, bien estudiado en el campo de la Investigación de Operaciones, y ampliamente utilizados en la práctica en la solución de situaciones semejantes.

El Problema del ruteo de vehículos (conocido internacionalmente también por VRP de *Vehicle Routing Problem* por sus siglas en inglés), fue presentado por vez primera en 1959 por (Dantzig & Ramser, 1959), quienes describieron una aplicación real acerca de la entrega de gasolina en las estaciones de servicio y propusieron el primer

modelo matemático para el mismo, el cual surge como una generalización del problema clásico del agente viajero (TSP por sus siglas en inglés de Travelling Salesman Problem), que ya había sido propuesto por (Flood, 1956). Años después (Clarke & Wright, 1964) propusieron el primer algoritmo efectivo para su resolución, naciendo así una de las áreas de investigación más estudiadas y complicadas en el área de la Investigación Operacional, el cual continúa hasta nuestros días como uno de los problemas paradigmas de la literatura especializada.

El problema de ruteo de vehículos clásico (sólo contempla restricciones de capacidad en los vehículos) es un problema de optimización combinatoria de gran importancia en diferentes entornos logísticos, y supone la existencia de un depósito central que cuenta con una flota de vehículos idénticos (con igual capacidad) que debe atender a un conjunto de clientes geográficamente dispersos. El objetivo del VRP es entregar bienes a este conjunto de clientes con demandas conocidas, a un costo mínimo, encontrando para ello las rutas óptimas que se originan y terminan en el referido depósito. Cada cliente (con demanda determinística y conocida) es servido una única vez, por un único vehículo, el cual no puede sobrepasar su capacidad de carga (L. Bodin, Golden, Assad, & Ball, 1981).

En su formulación se persigue asignar a cada vehículo un conjunto de clientes, de manera que se minimice el costo de transporte (que generalmente está estrechamente vinculado con la distancia total recorrida).

Un ejemplo gráfico de un VRP o m-TSP (m = número de vehículos) clásico se presenta en la siguiente figura.

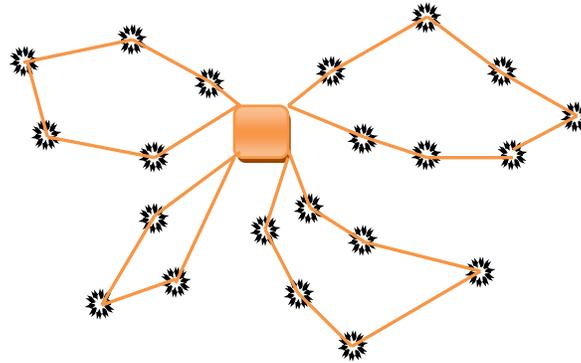


Figura 1.2. Solución para el VRP (4 rutas).

Las características de los clientes, depósitos y vehículos, así como diferentes restricciones operativas sobre las rutas, dan lugar a diferentes variantes del problema.

Entre las variantes del VRP más conocidas según (L. D. Bodin, 1990) se encuentran:

- Problemas con capacidades (*capacited VRP* - CVRP). El problema CVRP es una variante del VRP en el que una flota fija de vehículos (habitualmente con capacidad fija) debe servir a un conocido número de clientes desde un depósito central a coste mínimo. Su objetivo es el de minimizar la flota de vehículos, y la suma de los tiempos de las rutas, además, la demanda total de cada cliente no debe exceder nunca la capacidad del vehículo que sirve a dicho cliente (Ralphs, Kopman, Pulleyblank, & Trotter, 2003) (Augerat, Belenguer, Benavent, Corbéran, & Naddef, 1998).
- Problema con ventanas de tiempo (*VRP with Time Window*- VRPTW). Es un problema de VRP con la restricción adicional de una ventana de tiempo asociada a cada consumidor, definiendo un intervalo dentro del cual el consumidor debe ser atendido, el intervalo en el depósito es llamado horizonte

de programación. En este tipo cada consumidor está asociado con un intervalo de tiempo llamado *Time Window*. En el instante en el que los vehículos salen del centro de distribución, se da el tiempo de recorrido para cada arco y así mismo un tiempo de servicio adicional para cada consumidor. El servicio de cada consumidor debe empezar dentro de la ventana de tiempo asociada y el vehículo debe parar en el centro de consumo por instantes de tiempo (Alvarenga, Mateus, & De Tomi, 2007) (Yepes Piqueras, 2008)

- Problemas con múltiples depósitos (*Multiple Depot VRP - MDVRP*). Una empresa puede tener varios depósitos desde donde puede servir a sus clientes. Si los clientes están agrupados alrededor de los depósitos, el problema de distribución podría ser modelado como un grupo de VRPs independientes. Sin embargo, si los clientes y los depósitos están entremezclados, su modelado es diferente, a través del MDVRP. Este tipo de problemas requiere una asignación de cada cliente a un depósito, que dispone de su propia flota de vehículos. Cada uno de ellos, debe salir de un depósito, servir al cliente y regresar al mismo depósito de salida. El objetivo del MDVRP es el de dar servicio a todos los clientes y minimizar el número de vehículos y de distancia recorrida por los mismos.(Mateos, Gómez, Martino, García, & Fernández, 2013).
- Problemas con entregas y devoluciones (*VRP with Pickup and Delivery - VRPPD*). Esta es una variante del VRP donde se contempla la posibilidad de que un cliente que ha recibido un envío disponga además de cierta mercancía que necesita ser recogida. Por lo tanto, se debe tener en cuenta que los productos que los clientes introducen en el vehículo no deben nunca exceder la capacidad del vehículo. Esta restricción dificulta aún más el problema de

planificación y puede conllevar una mala utilización de la capacidad de los vehículos, incrementar las distancias recorridas o la necesidad de utilizar una flota más amplia. Por consiguiente, es habitual considerar situaciones restrictivas en las que todos los envíos comienzan en el depósito y todas las devoluciones vuelven al depósito central. Así se impide la posibilidad de intercambio de mercancías entre clientes. Una alternativa es la de relajar la restricción de que todos los clientes deben ser visitados al menos una vez. Y otra simplificación habitual es la de considerar que cada vehículo debe entregar todos los productos antes de comenzar con las devoluciones. Así pues, el objetivo es minimizar la flota de vehículos y la suma de los tiempos de transporte con la restricción de que cada vehículo debe tener suficiente capacidad para transportar los productos que van a ser entregados y aquellos que debe recoger en cada cliente para traerlos de vuelta al depósito. Para que una solución se considere factible, la cantidad total asignada a cada ruta no debe exceder la capacidad del vehículo que sirve esa ruta y dicho vehículo tendrá suficiente capacidad para recoger las devoluciones que cada cliente poder. (Gronalt, Hartl, & Reimann, 2003) (Celeiro González, 2011).

- Problemas con entregas compartidas por varios vehículos (*Split Delivery* VRP - SDVRP). Es una relajación del problema genérico VRP en el que se permite que el mismo cliente sea visitado por diferentes vehículos si se reducen los costes globales. Esta relajación es realmente importante si el tamaño de las demanda del cliente es tan grande como la capacidad de los vehículos. En general es más complicado obtener una solución óptima del SDVRP que del problema genérico VRP (Archetti, Speranza, & Hertz, 2006).

- Problemas con valores probabilísticos en la demanda (Stochastic VRP - SVRP). Son problemas VRP en los que uno o varios componentes del problema (número de clientes, tiempo de servicio, tiempo de recorrido, etc.) son aleatorios. Los diferentes tipos de SVRP son:
 1. Clientes estocásticos: Cada cliente V_i está presente con una probabilidad p_i y está ausente con una probabilidad de $1 - p_i$.
 2. Demandas estocásticas: La demanda d_i de cada cliente es una variable aleatoria.
 3. Tiempos estocásticos: Los tiempos de servicio t_{si} y los tiempos de transporte t_{ti} son variables aleatorias.

En un SVRP se llevan a cabo dos etapas para llegar a una solución. Una primera solución es determinada antes de saber el valor de las variables. En la segunda etapa, se lleva a cabo una acción correctiva, cuando los valores de las variables ya son conocidos. (Chepuri & Homem-de-Mello, 2005).

- Problema con recorridos periódicos (Periodic VRP - PVRP). En un VRP clásico el periodo de planificación es un único día. En el caso del PVRP, este VRP clásico es generalizado extendiendo el horizonte de planificación hasta M días. El objetivo es minimizar la flota de vehículos y la suma de los tiempos de transporte para servir a todos los clientes. Para que una solución sea factible, todas las restricciones del problema deben ser satisfechas, además, un vehículo no tiene por qué volver al depósito en el mismo día en el que salió de él. Durante los M-días que dura el horizonte de planificación cada cliente debe

ser al menos visitado una vez. (Mendez, Palumbo, Carnero, & Hernández, 2009) y (Francis, Smilowitz, & Tzur, 2006).

Aparte de estas existen muchas otras, como son los de flota de vehículos heterogénea (Salhi, Wassan, & Hajarat, 2013), ubicación de la demanda en los arcos en lugar de los nodos (C. A. Martínez, 2011), y combinaciones de varios de estos problemas (Vera, 2005).

Sin embargo, ninguno de los casos aquí descritos se ajusta correctamente a la solución del problema planteado en este trabajo, dado que la limitación fundamental para el problema del ruteo del carro recolector de ETECSA no está en la capacidad del carro, ni en el horario de visitas del cliente, ni en ninguna de las otras situaciones caracterizadas, sino en el tiempo de duración del recorrido. Esto se explica porque la empresa tiene establecido que el carro debe hacer dos recorridos en el día. Uno matutino de 8:00 a 12:00, que concluye en el horario de almuerzo en la empresa, otro vespertino de 13:00 a 17:00, por lo que los recorridos a diseñar no pueden exceder las 4 horas de duración total. Es por ello que el autor de este trabajo ha tenido que desarrollar su propia variante instrumentando un modelo específico para recorridos con limitación de tiempo.

1.3.- Entornos reales de aplicación del VRP

Estudios del problema de enrutamiento de vehículos son de gran importancia en problemas reales de logística y de logística reversa, estos últimos han tomado gran importancia en la actualidad, los problemas de logística reversa con frecuencia

incluyen situaciones en las que además de realizar una entrega a los clientes es necesario realizar recogidas.

En (Alshamrani, Mathur, & Ballou, 2007) se trata un problema de logística reversa inspirado en la situación real de distribución de sangre del American Red Cross, en este problema se debe planear la entrega de los contenedores por los camiones mientras que de manera simultánea se debe estimar la cantidad de contenedores que deben ser recogidas por los camiones en cada parada.

Además (Repoussis, Paraskevopoulos, Zobolas, Tarantilis, & Ioannou, 2009) tratan también un problema de logística reversa en la recolección y reciclaje de desperdicios de aceites lubricantes.

Otros autores han presentado sus trabajos en el estudio y solución de VRP en entornos reales como (Zeng, Wu, Zhang, & Li, 2007) quien enfoca su trabajo en un VRP a gran escala en condiciones de tráfico real, y (Tarantilis & Kiranoudis, 2007), quienes estudiaron el VRP en el reparto de leche y el sector constructor.

Otros entornos reales para los que el estudio del VRP es de gran importancia se encuentran en:

- Mensajería, transporte de valores y recolección de basura (Golden, Assad, & Wasil, 2002).
- Transportación de escolares (Bektaş & Elmastaş, 2007).
- Transporte de alimentos (Gómez, Correa, Loaiza, Lopera, & Villegas, 2014).
- Transporte de combustibles (Dantzig & Ramser, 1959).

- Diseño de un sistema de recogida de residuos urbanos (Gómez Cámara, 2010).
- Solución de problemas de despacho y entrega a domicilio de la compañía Sears (Weigel & Cao, 1999).
- Estrategias de planificación para la prestación de atención de salud en el hogar

En Cuba, existen también múltiples reportes de aplicación del VRP a la solución de problemas de la economía y la industria. Entre otros se pueden citar a (E. Martínez, Antúnez, & Azcuy, 2010), (Montané & Alonso, 2013), (Pérez et al., 2010), (Costa Salas, Abreu Ledón, Machado Osés, & Coello Machad, 2010), pero no se encuentran reportes de aplicaciones de este tipo en ninguna de las Direcciones Territoriales de ETECSA a nivel nacional.

1.4.- Métodos de solución

El VRP resulta un problema reconocido por su alta complejidad, para el cual se ha demostrado (Garey & Johnson, 1979) su pertenencia a la clase NP-Completo, por lo que los métodos exactos desarrollados para su solución sólo son aplicables a instancias de pequeñas dimensiones, siendo inapropiados para problemas reales de mediana o grandes dimensiones.

Para esclarecer los conceptos de clase P y NP, se debe indicar que las mismas han sido definidas para diferenciar los problemas que pueden ser resueltos de forma eficiente o no. En este sentido la clase P agrupa a los problemas que pueden

resueltos en tiempo polinomial por un algoritmo determinístico, mientras que la clase NP agrupa a los problemas que pueden ser resueltos en tiempo polinomial por un algoritmo no determinístico, pero hasta este momento, no se conoce que exista algoritmos determinístico alguno que lo pueda resolver en tiempo polinomial. En base a esto, se tiene que $P \subseteq NP$, y, aunque no existe demostración para ello, se cree que $P \neq NP$. Los problemas más difíciles de resolver en la clase NP son los llamados NP-Completo.(Hartmanis & Stearns, 1965)

En relación con los métodos exactos, (Kallehauge, 2008) realiza una revisión de esta clase de algoritmos propuestos en las últimas tres décadas para la solución del VRPTW. En este trabajo, Kallehauge propone un algoritmo exacto para la solución del VRPTW, en el que primero realiza una formulación lineal del problema, y luego propone un método para encontrar las cotas inferiores más bajas del algoritmo de *Branch and Bound* utilizando relajación lagrangiana o una descomposición de Dantzig–Wolfe. También Dantzig et. Al. proponen un modelo lineal para solucionar el problema (Dantzig & Ramser, 1959). Otros métodos exactos que se han propuesto para solucionar el VRP involucran programación con restricciones y programación dinámica, entre los que se encuentran los algoritmos que ramifican y podan el árbol de soluciones, como el *Branch and Bound* (B&B) (Toth & Vigo, 2002), *Branch and Price*(B&P) (Dell'Amico, Righini, & Salani, 2006) y *Branch and Cut* (B&C) (Letchford, Lysgaard, & Eglese, 2007). Los algoritmos exactos buscan una solución óptima y su principal desventaja es que, dado que se trata de problemas NP-Completo, suelen requerir tiempos de ejecución muy elevados.

Debido a la alta complejidad del VRP, las tendencias actuales involucran la utilización cada vez más creciente de algoritmos metaheurísticos para su resolución (Laporte, Gendreau, Potvin, & Semet, 2000). En (Olivera, 2004) se puede encontrar una revisión detallada de las heurísticas clásicas y metaheurísticas más empleadas en los últimos tiempos para la solución del VRP, entre las que se destacan los algoritmos enmarcados en inteligencia de enjambres (o también llamados bio-inspiradas) como el algoritmo de colonia de hormigas (ACO-de *Ant Colony Optimization*) (Reimann, Doerner, & Hartl, 2004), (Bontoux & Feillet, 2008), (Rizzoli, Oliverio, Montemanni, & Gambardella, 2004), (Junjie & Dingwei, 2006), colonia artificial de abejas (ABC-de *Artificial Bee Colony*) (Bitam, Batouche, & Talbi, 2010), (C. A. Martínez, 2011) y enjambre de partículas (PSO-de *Particle Swarm Optimization*) (Ai & Kachitvichyanukul, 2009), han tenido buenos resultados en la solución del VRP. Estos últimos se inspiran en el comportamiento natural y cooperativo de individuos que trabajan de manera conjunta para solucionar problemas complejos.

Algoritmos evolutivos también han sido propuestos para la solución de este problema, entre los que se han utilizado algoritmos genéticos (GA-de *Genetic Algorithm*) (Dorronsoro, Nebro, Arias, & Alba, 2013), algoritmo evolutivo (EA-de *Evolutionary Algorithms*) (Bermúdez, Salto, & Alfonso, 2009) y estrategias evolutivas (ES-de *Evolutionary Strategy*) (Hermosilla & Barán, 2005), también se han utilizado algoritmos de búsqueda local (LC-de *Local Search*) (Cruz-Chávez et al., 2009) , el recocido simulado (SA-de *Simulating Annealing*) (Toth & Vigo, 2001), la búsqueda tabú (TS-de *Tabú Search*) (Cordeau & Laporte, 2005).

También se han propuesto algoritmos de dos fases (DAZA, Montoya, & Narducci, 2009), los cuales primero realizan un agrupamiento para después aplicar otro método para la asignación de las rutas a los vehículos, entre estos algoritmos se destaca el algoritmo de barrido y el algoritmo de pétalo.

También se han propuesto heurísticas constructivas, exclusivas para el problema de enrutamiento de vehículos, de las cuales, la más destacada es el algoritmo de los ahorros desarrollado por Clarke and Wright (Clarke & Wright, 1964).

Se pueden obtener resultados mejorados si se combinan dos o más algoritmos para estos problemas. Se tiene un caso interesante en (DELGADO, 1999) donde se trata el mismo problema de VRPTW Mixto con flota heterogénea utilizando de forma independiente con Procedimientos de Búsqueda Ávidos Aleatorios y Adaptativos (GRASP, *Greedy Randomize Adaptive Search Procedures*), y posteriormente con Concentración Heurística. Posteriormente se aplica un algoritmo que es un híbrido de los dos anteriores; donde se nota que con el uso de ambas estrategias se supera los resultados medios o como en conjunto.

De los algoritmos antes tratados se hace necesario ampliar en los referentes a *Ant Colony Optimization* por ser estos muy usados y de interés en los campos de enrutamiento de redes y en los sistemas de transporte urbano, siendo muy similar al problema tratado en el presente trabajo.

Los algoritmos de optimización de colonias de hormigas se inspiran en la estrategia utilizada por las colonias de hormigas para buscar alimentos. Cuando una hormiga encuentra un camino hacia una fuente de alimento, deposita en el trayecto una

sustancia llamada feromona. La cantidad de feromona depositada depende de la longitud del camino y de la calidad del alimento encontrado. Si una hormiga no detecta la presencia de feromona se mueve aleatoriamente; pero si percibe dicha sustancia, decidirá con alta probabilidad moverse por los trayectos con más cantidad, lo que a su vez provocará un aumento de la feromona depositada en esa zona. De este proceso emerge un comportamiento denominado autocatalítico: cuanto más hormigas sigan cierto trayecto, más atractivo este se vuelve para ellas.

En los Algoritmos de Hormigas se simula el comportamiento de una colonia de estos animales. Cada hormiga construye una solución combinando un criterio ávido que le indica que tan bueno parece ser tomar cierta decisión, y la información histórica (bajo la forma de feromona) que le indica que tan bueno fue tomar dicha decisión.

Estas metaheurísticas son aplicadas en muchos algoritmos de optimización combinatorios. Muchos métodos derivados han sido adaptados a problemas dinámicos en variables reales, problemas estocásticos, programación paralela y multi-objetivo. Incluso han sido usados para producir soluciones bastante cercanas a las soluciones óptimas del problema del viajante. Ellos tienen una ventaja sobre los enfoques: recocido simulado y los algoritmos genéticos en problemas similares cuando el grafo puede cambiar su estructura de manera dinámica, el algoritmo de colonia de hormigas puede seguir corriendo continuamente y adaptar los cambios en tiempo real.

En la literatura se han propuesto diversos algoritmos que siguen la metaheurística ACO. Entre los algoritmos de ACO disponibles para problemas de optimización

combinatoria NP-duros, se encuentran el Sistema de Hormigas (*ACS Ant System*) (Dorigo, Maniezzo, & Coloni, 1996), el Sistema de Colonia de Hormigas (*ACS Ant Colony System*) (Dorigo & Gambardella, 1997), el RBAS con ordenación (*Rank-Based Ant System*) (Bullnheimer, Hartl, & Strauss, 1997) y el Sistema de la Mejor-Peor Hormiga (*BWAS* o *Best-Worst Ant System*) (Cordon, de Viana, Herrera, & Moreno, 2000).

CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

1. El diseño actual de los recorridos no está matemáticamente justificado, sino que está basado en la experiencia y observación.
2. Se establece que el problema del diseño de rutas para el carro recolector de ETECSA en Cienfuegos se corresponde con la estructura de los problemas de ruteo de vehículos (VRP), bien conocidos y ampliamente estudiados, y se describen sus características y aplicaciones fundamentales.
3. Los algoritmos clásicos de solución no pueden ser aplicados para resolver el problema planteado por su pertenencia a la clase NP.
4. Los algoritmos metaheurísticos resuelven aproximadamente problemas de la clase NP en un tiempo computacional aceptable.

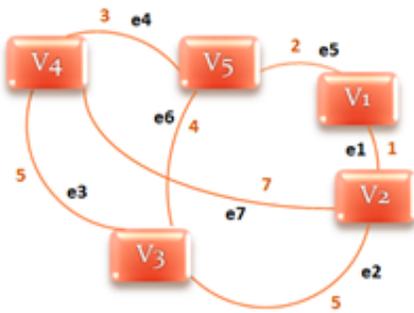
Capítulo 2: Diseño de la Propuesta

En el capítulo anterior se presentó la descripción detallada del problema relacionado con el diseño de nuevas rutas para el carro recolector de ETECSA, y se identificó su estructura con la del conocido problema de ruteo de vehículo. El propósito de este segundo capítulo es la formulación del modelo matemático que caracteriza al problema objeto de estudio, y la selección de un algoritmo de optimización apropiado para su solución. El capítulo está estructurado en dos epígrafes, el primero dedicado a la modelación matemática del problema del diseño de rutas para el carro recolector de ETECSA, y el segundo al análisis del método a emplear para su solución.

2.1 Modelación Matemática del Problema.

La formulación matemática del modelo que describe el problema objeto de estudio se corresponde con el conocido problema combinatorio del VRP, que se puede modelar con ayuda de la programación lineal, específicamente de la programación lineal binaria. Pero antes de pasar a su construcción, resulta necesario formalizar algunos conceptos que serán utilizados, tanto en la formulación del modelo, como en el diseño e implementación del algoritmo de solución.

Formalmente se parte de la definición de un grafo no dirigido $G = (V, E, C)$, con peso en las aristas, donde $V \neq \emptyset$ es el conjunto de vértices o nodos, E el conjunto de aristas o arcos, tales que para cada arista $(i, j) \in E$, se tiene $i, j \in V$ y C es la matriz de pesos, donde cada elemento $C_{i,j}$ de la matriz C representa el costo o distancia de la arista $(i, j) \in E$ (ver figura 3).



(a)

$C_{i,j}$	V1	V2	V3	V4	V5
V1	0	1	-	-	2
V2	1	0	5	7	-
V3	-	5	0	5	4
V4	-	7	5	0	3
V5	2	-	4	3	0

(b)

Figura 2.1. (a) Representación de la estructura de un grafo no dirigido con costos en las aristas. (b) Matriz de los costos.

En el problema específico de la telefonía pública en Cienfuegos se definen los conjuntos anteriormente citados como:

- $V = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ conjunto de n -teléfonos públicos monederos de la ciudad, tomando al vértice (0) como el Origen o Centro Telefónico de ETECSA, de donde siempre salen y a donde siempre llega el vehículo para concluir un recorrido.
- $E = \{(i,j): i,j \in V\}$ conjunto de arcos que representan la trayectoria o camino más corto factible de recorrer desde el teléfono (i) hasta el teléfono (j).
- $C = (C_{ij})$: Matriz de distancias de orden n^2 , que contiene la distancia entre todo par de teléfonos (i) y (j) del conjunto de vértices V tomando siempre el camino más corto entre ellos.

En la figura 4 se ejemplifica la representación de todos estos conjuntos en una red con un centro y cuatro teléfonos públicos.

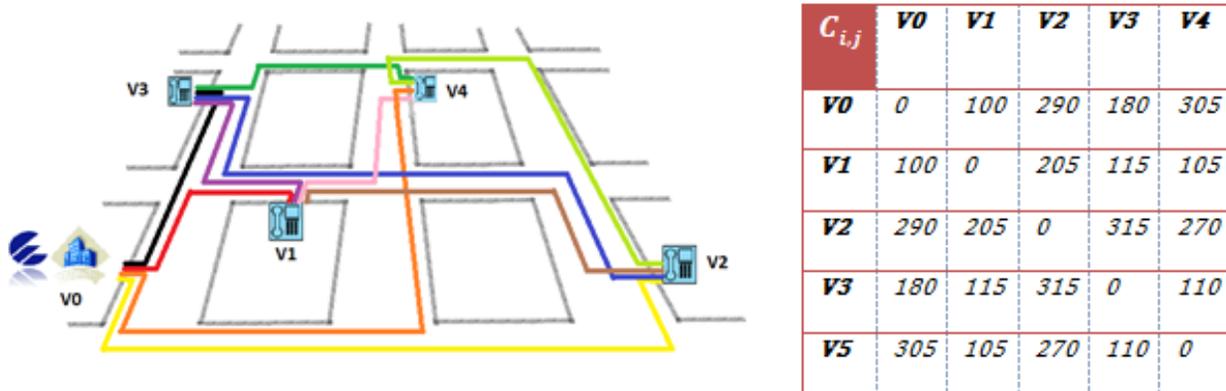


Figura 2.2. Representación de la estructura geográfica de un grafo de teléfonos no dirigido con costos en las aristas conformado por 4 teléfonos y un centro telefónico, y la matriz distancia que le caracteriza.

Puesto que las distancias con las que se trabaja son euclidianas, se cumple la desigualdad triangular, que indica que la distancia de ir de un nodo a otro es menor o igual que si se pasa por un nodo intermedio. Matemáticamente esta desigualdad se puede expresar como sigue:

$$c_{ik} + c_{kj} \geq c_{ij} \quad \forall i, j, k \in V,$$

Que gráficamente se corresponde a la siguiente representación:

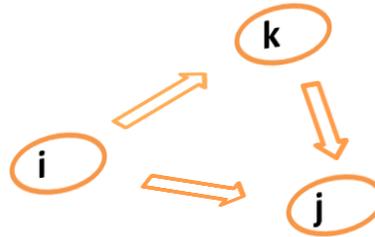


Figura 2.3. Representación gráfica de la desigualdad triangular en base a tres nodos del plano.

El problema a resolver consiste en encontrar el conjunto de recorridos R_k que permitan visitar todos los teléfonos (una sola vez cada uno), de forma tal que la distancia total recorrida sea mínima.

Se entiende por recorrido R_k al ciclo hamiltoniano $(0, V_{k1}, V_{k2}, \dots, V_{km}, 0)$ que inicia en el vértice (0) , que es el Centro Telefónico de ETECSA, pasa por los teléfonos $V_{k1}, V_{k2}, \dots, V_{km}$ y concluyendo en su punto inicial.

Recordar aquí que un ciclo de Hamilton es un camino que inicia y concluye en el mismo nodo, y que pasa por cada uno de los nodos que lo integran una sola vez.

El cálculo de la cantidad mínima de recorridos requiere la solución a su vez de un problema de empaquetamiento (*Bin Packing Problem*) que es tan difícil como el propio problema original, por lo que este valor se deja para ser calculado como parte de la solución del problema.

2.1.1 Formulación del Modelo Matemático

Según se presentó en el primer capítulo, el problema del diseño de recorridos para el carro recolector de ETECSA resulta un problema del tipo VRP, que difiere de todos los modelos revisados, que en este problema no se tiene la limitación clásica de la capacidad del carro, sino una limitación en cuanto al tiempo total permitido para cada recorrido.

Esta limitación se ocurre debido a que un carro recolector, con su equipo de técnicos, que sale del centro a las 8:00 am, debe regresar a la hora de almuerzo, 12 am, y de igual forma sucede con la jornada de la tarde, cuando el carro que sale a la 1:00 pm del centro, debe regresar a más tardar a las 5:00 pm para concluir la jornada laboral, con lo cual, el tiempo total permitido para cada recorrido no puede sobrepasar las 4 horas.

Aclarar aquí que no se considera la restricción de capacidad de los carros, porque estos poseen volumen de carga suficiente para llevar todas las alcancías vacías que se indiquen en cualquier recorrido, y durante el mismo no cambia ni el número de estas ni su volumen, dado que la operación a realizar es el intercambio o reemplazo de la alcancía de cada teléfono por una vacía que viene en el carro, ambas con idénticas características.

En concordancia con la nomenclatura utilizada en el primer capítulo para la descripción de los diferentes tipos de problemas VRP, a esta versión del VRP se le llamará en lo adelante VRP con limitación de tiempo en el recorrido (*VRP with Limited Time in the Tour* - VRPLT). Reportes sobre este tipo de problemas no fueron

encontrados por el autor en la amplia revisión bibliográfica realizada, por lo que el modelo presentado en este trabajo puede considerarse hasta tanto como un pequeño aporte a la teoría.

Para formular esta restricción resulta necesario conocer el tiempo $T_{i,j}$ que demora un carro en ir desde el teléfono (i) hasta el teléfono (j), utilizando para ello la ruta que describe el arco (i,j) del grafo, o en su lugar, al menos una estimación confiable para este tiempo. Tomando en cuenta las características del problema en cuestión, se desea destacar que, en general, el tiempo $T_{i,j}$ depende, entre otros, de la distancia entre los vértices, de las características de las vías por donde transita el carro recolector, del tipo de vehículo y de su velocidad, posiblemente también de la hora del día (por el tráfico existente), etc. Dada la dificultad real existente para calcular o estimar este tiempo en función de todos los parámetros mencionados, se decidió considerar $T_{i,j}$ sólo en función de la distancia entre los teléfonos (i) y (j), esto es en función de del valor C_{ij} de la matriz distancia C. De esta suerte, se puede plantear que el tiempo $T_{i,j} = C_{i,j}/(V_m)$, donde V_m es la velocidad promedio que desarrolla el carro recolector de ETECSA en la ciudad, durante la realización del recorrido indicado.

Combinatoriamente el VRP consiste en encontrar una partición de los n-nodos (teléfonos) en una colección de exactamente k ciclos hamiltonianos o rutas (R_1, R_2, \dots, R_k), cada uno de ellos se corresponde con un recorrido del vehículo, de forma tal que $\sum_{j \in R_k} d_j \leq D$ ($D =$ distancia máxima emitida para recorrido R_k) y una permutación (σ_i) de cada ruta, especificando el orden en que se deben visitar los

nodos, cuya única intersección es el origen (0), y se desea que la distancia total recorrida sumando todos los ciclos sea mínima. De esta forma el problema en cuestión es equivalente al conocido problema de partición de conjuntos, que a su vez es equivalente al problema de corte o de empaquetamiento, que también pertenecen a la clase NP de problemas no programables en tiempo polinomial. Entonces la distancia total recorrida se define como la suma de la longitud de todos los arcos incluidos en los ciclos y tal que:

1. Cada ciclo o recorrido inicia y concluye en el Origen (Centro Telefónico de ETECSA),
2. Cada teléfono es incluido exactamente en un solo ciclo,
3. El tiempo total para cada uno de los recorridos no puede sobrepasar un tiempo T preestablecido (T=4 horas para el problema investigado).

En base a estas exigencias, el modelo matemático para el problema se puede formular como sigue.

Modelo VRPLT para el Problema del carro recolector de ETECSA en Cienfuegos

Definición de las Variables de Decisión

$$X_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco (i; j) está incluido en el tour k} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Función Objetivo

$$\text{Min } Z = \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n C_{ij} X_{ijk}$$

Restricciones

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n X_{ij} = 1; i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{Garantiza que se salga una sola vez del vértice } i)$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n X_{ijk} = 1; j = 1, 2, \dots, n \quad (\text{Garantiza que se entre una sola vez al vértice } j)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n X_{ijk} \leq |S| - 1, \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad \forall i, j \in S, \quad S \text{ subconjunto de } V \setminus 0$$

(Permite evitar recorridos que no contengan al origen)

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n T_{ij} X_{ijk} \leq T; \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

(Para evitar recorridos con mayor tiempo que un tiempo T prestabecido)

$X_{ijk} \in \{0,1\}$ (Las variables solo pueden tomar valores 0 ó 1)

donde $C_{ij}, T_{ij}, T \in \mathbb{R}_+$ son coeficientes todos conocidos, y bien determinados.

La estructura específica de este problema prohíbe asimismo la utilización de un modelo del tipo m-TSP, que se caracteriza por la inserción de k-copias del origen en la matriz distancia, con imposibilidad de conexión entre sí, para resolver entonces el problema como si fuera un TSP, dado que, por un lado no se conoce el número k de rutas que deben ser ejecutados, y por el otro, esta variación no respeta la restricción de tiempo en cada recorrido que distingue al problema bajo análisis.

Con el fin de evitar errores en el cálculo del tiempo en cada arco, la restricción relativa a la limitación de tiempo de un recorrido, se puede sustituir por una equivalente, formulada en función de la distancia que debe recorrer un carro en el tiempo especificado.

De esta forma dicha restricción se puede reescribir como:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (C_{ij}/V_m) X_{ijk} \leq T; \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

Multiplicando por (V_m) en ambos miembros se llega a la restricción equivalente.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ijk} \leq D; \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad \text{con } D = (V_m) * T$$

donde $V_m, D \in \mathbb{R}_+$, son parámetros del sistema, conocidos y bien determinados.

En la cual se trabaja directamente con la matriz distancia C y se evita tener que calcular la matriz T_{ij} , por el tiempo total permitido T .

La formulación de este modelo VRP tiene la ventaja de incluir además como un caso particular del mismo, al conocido problema del agente viajero (TSP), el cual consiste en recorrer todos los nodos de la red objeto de la investigación en un solo ciclo hamiltoniano o ruta con el mismo objetivo de minimizar la distancia total recorrida. Este tipo de problemas ha sido también ampliamente tratado en la literatura y resulta de interés en este trabajo sólo por su utilización en la solución del caso particular del

problema general planteado en la tesis, consistente en la revisión de la calidad de las rutas actualmente diseñadas en cada una de las tres zonas existes.

El modelo matemático que corresponde al problema del agente viajero puede escribirse como sigue.

Definición de las Variables de Decisión

$$X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el arco}(i, j) \text{ está incluido en el Tour} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

C_{ij} = costo (distancia recorrida) de ir del teléfono i al j

Función Objetivo

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

Restricciones

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} = 1; j = 1, \dots, n; i \neq j \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = 1; i = 1, 2, \dots, n; i \neq j \quad (2)$$

$$\sum_{i \in S, j \in S} X_{ij} \leq |S| - 1; \quad (3)$$

$\forall S$ subconjunto de V , con $2 \leq |S| \leq |V| - 2$

donde $|S|$ = Cardinal de S , y corresponde al número de vértices de S

$X_{ij} \in \{0,1\}$ (Las variables solo pueden tomar valores 0 ó 1)

El cual es un caso particular del modelo VRP que no requiere la utilización del índice k , debido a que sólo se realiza un recorrido, con lo cual $m=1$.

Una vez descrito formalmente el modelo matemático correspondientes al problema específico de interés, resulta necesario ocuparse del estudio del método a aplicar para su resolución. Este es el objetivo del epígrafe siguiente.

2.2 Diseño del Algoritmo Colonia de Hormigas (ACO).

Como se plantea en el primer capítulo de este trabajo, para la solución del modelo VRP, no es recomendable la utilización de un método exacto, debido a la complejidad NP de este tipo de problemas. En su lugar, la tendencia más actual resulta la utilización de metaheurísticas (algoritmos de solución que armonizan la interacción entre algoritmos de búsqueda local y estrategias de búsqueda global, que los habilita para escapar de los óptimos locales, y la ejecución de una búsqueda robusta en el espacio de soluciones) (Glover & Kochenberger, 2003).

Evaluando las características de todos las metaheurísticas enumeradas en el primer capítulo, se ha decidido en este trabajo utilizar una algoritmo tipo Colonia de Hormigas, inspirado en la estrategia de utilizada por las hormigas para buscar alimentos. Esta elección se basa en dos aspectos fundamentales: primero, la

naturaleza del proceso que origina a las metaheurísticas tipo ACO es la que más se asemeja a la naturaleza del problema que se pretende resolver en este trabajo, y segundo, por las numerosas evidencias existentes de su utilización exitosa en problemas tipo VRP reportadas en la literatura consultada.

En (Gambardella & Dorigo, 1995) se presenta la primera implementación del algoritmo de hormigas para problemas tipo TSP y VRP con el desarrollo del algoritmo Ant-Q, que se caracteriza porque la elección del próximo nodo a visitar por una hormiga que está en el nodo (i) obedece en primer lugar a la cantidad de feromona y la visibilidad, y deja poco espacio a la exploración de arcos poco traficados, y considera como los elementos de mayor importancia relativa, el mejor recorrido de una hormiga en cada iteración (mínimo local) y el mejor recorrido logrado por una hormiga en cualquier iteración realizada hasta entonces (mínimo global).

La variante ACO seleccionada para este trabajo se conoce con el nombre de *Ant Colony System* (ACS) la cual es un refinamiento del Algoritmo Ant-Q, en la cual se parte del hecho de considerar un conjunto de (n) vértices (igual a 189, por los 188 teléfonos públicos de la red en el municipio Cienfuegos, más el origen o Centro Telefónico de Cienfuegos) que deben ser visitados por un conjunto de (m) hormigas del sistema, (m - varía de acuerdo con las entradas del sistema). Ver anexo A.

Para satisfacer la restricción de que una hormiga visite cada una de las ciudades una sola vez, se asocia cada hormiga (k) una pequeña estructura de datos $Tabú_k$ llamada "lista tabú", que guarda información relativa a los teléfonos ya visitados por dicha hormiga, que prohíbe a la hormiga visitar nuevamente un nodo ya visitado. Una

vez que todos los teléfonos hayan sido recorridos, el trayecto o tour es completado volviendo al origen o depósito. La lista tabú se vacía y nuevamente la hormiga está libre para iniciar un nuevo tour, independientemente del estado en que se encuentren las demás hormigas del sistema. En este contexto, se define como $Tabú_k(n)$ al elemento n -ésimo de la lista tabú de la hormiga (k) y como $J(i)_k$ al conjunto de teléfonos que aún no ha visitado la hormiga (k) ubicada en el teléfono (i).

Dado el conjunto de (n) teléfonos, denominamos C_{ij} a la longitud del camino más corto entre los teléfonos (i,j).

El punto de partida para la solución del problema, es la matriz de distancias

$C = \{C_{ij}\}$, distancia a recorrer para ir desde el teléfono i hasta el teléfono j .

La decisión que toma una hormiga en cada paso es elegir el próximo nodo a visitar. Para ello utiliza el criterio ávido, llamado visibilidad, está dado por una medida a partir de la cual se calcula la visibilidad de cada nodo, dada por la expresión $n_{ij} = 1/C_{ij}$, que indica qué tan bueno es moverse al nodo j estando en el nodo i . Además, en la iteración t del algoritmo, cada arco (i, j) del problema tiene asociada una cantidad de feromona $\tau_{(i,j)}(t)$.

El algoritmo utiliza entonces una matriz $\tau = \{\tau(i,j)\}$, la matriz de feromonas actualizada, que representa la cantidad de feromona que se va almacenando entre cada par de Teléfonos (i,j). Esta es inicializada con un valor τ_0 definido como: $\tau_0 = n \times L_{nn}$ donde L_{nn} es a la longitud de un recorrido obtenido inicialmente por pruebas aleatorias y que puede tratarse simplemente de una mala aproximación de su longitud

óptima, pues el algoritmo final no es muy sensible a la elección de este parámetro inicial.

La intensidad de las feromonas del arco (i,j) , denotada $\tau(i,j)$, es actualizada localmente mientras las hormigas construyen su recorrido, esto es, al moverse del teléfono (i) al teléfono (j) , cada hormiga deposita una cantidad de feromonas en el arco correspondiente, calculada conforme a la expresión:

$$\tau(i,j) = (1 - \rho) \times \tau(i,j) + \rho \times \tau_0 \quad (2)$$

Donde $0 < \rho < 10$ es un parámetro que puede entenderse como de evaporación de las feromonas de τ (para nuestros experimentos $\rho = 0.1$). Además, se procede a una actualización global de τ según (3), la cual se realiza cuando todas las hormigas de una colonia terminaron sus recorridos y se puede establecer la mejor solución del ciclo.

$$\tau(i,j) = (1 - \alpha) \times \tau(i,j) + \alpha \times \Delta\tau(i,j) \quad (3)$$

Donde α es el coeficiente de evaporación de las feromonas, que determina el grado de influencia de una buena solución en la actualización de la matriz de feromonas, mientras que la cantidad de feromona depositada en un arco (i, j) , está dada por:

$$\Delta\tau(i,j) = \begin{cases} (L_{gb})^{-1} & \text{si } (i,j) \in \text{almeJOR global} \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (4)$$

Aquí L_{gb} es la longitud del mejor recorrido global hallado desde el mismo inicio de la corrida.

Basándose en este procedimiento las hormigas construyen sus soluciones en forma paralela, pero consultan a su vez la misma matriz de feromona. De esta forma, cada hormiga a la vez que construye su propio recorrido, participa de la actualización de la matriz de feromona, que es la forma en la colonia comparte la experiencia acumulada, y memoriza los caminos más cortos, que corresponden a los que mayor cantidad de feromona poseen.

En la versión ACS (*Ant Colony System*) se introducen dos conceptos muy útiles y prácticos: la actualización local y la actualización global de la matriz de feromona, así como el uso de la regla de transición basada en proporcionalidad pseudo-aleatoria, principios estos que subyacen en la actualidad en la base de todas las implementaciones de ACO.

En ACS, al final de cada iteración, la actualización global utiliza solo la mejor solución calculada, actualizando solo la información relacionada con los nodos que pertenecen al mejor recorrido, con lo cual se logra reducir considerablemente el tiempo de convergencia mediante la concentración de la búsqueda en la vecindad de la mejor solución.

Por su parte, la actualización local se realiza con mayor frecuencia, lo cual ocurre en cada momento en que una hormiga decide elegir el arco (i,j) , con lo cual funciona en forma equivalente a la heurística del vecino más cercano.

La regla de transición basada en proporcionalidad pseudo-aleatoria se emplea durante la construcción de la nueva solución, donde si q es una variable aleatoria uniformemente distribuida en $[0;1]$ con probabilidad q_0 (explotación), el próximo nodo que se elige es aquel con mayor valor $\tau_{ij}\eta_{ij}$, mientras que con probabilidad $1- q_0$ (exploración), se elige un nodo usando la regla de proporcionalidad que utiliza la fórmula (2). De esta forma la elección del próximo nodo se puede escribir como:

$$j = \begin{cases} \arg \max_{u \in J_k(i)} \{[\tau(i, u)] \times [\eta(i, u)]^\beta\}, & \text{si } q \leq q_0 \text{ (explotación)} \\ R, & \text{de otra manera (basado en exploración)} \end{cases} \quad (5)$$

y R es una variable aleatoria seleccionada de acuerdo con la distribución de probabilidad dada por la ecuación (6).

$$p_k(i, j) = \begin{cases} \frac{[\tau(i, j)] \times [\eta(i, j)]^\beta}{\sum_{u \in J_k(i)} [\tau(i, u)] \times [\eta(i, u)]^\beta} & \text{si } j \in J_k(i) \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases} \quad (6)$$

Aquí β es un parámetro que determina la importancia relativa de las feromonas respecto a la distancia ($\beta > 0$).

La regla de transición basada la proporcionalidad pseudo-aleatoria es un compromiso entre la elección pseudo-aleatoria utilizada típicamente en Q-Learning, y la regla de elección basada en proporcionalidad aleatoria usada en ACO.

En base a múltiples experimentos realizados, y verificados por (González, 2012) se ha probado que los valores más significativos para q_0 son $\{0.1, 0.5, 0.7, 0.9\}$.

Se ha probado que el algoritmo ACS resulta muy eficiente en la resolución de numerosos problemas de ruteo en grafos. Diferentes implementaciones del algoritmo ACS han sido evaluada en la resolución de problemas pruebas de bases de problemas internacionalmente reconocidos, con muy buenos resultados, experimentos que han servido además para el estudio de juegos de parámetros con mejor funcionalidad, tales como la misma probabilidad de explotación q , el coeficientes de evaporación, el exponente de la feromona, el factor de evaporación de la feromona, y la importancia relativa de la feromona comparada con la distancia, a través del coeficiente de visibilidad.

El algoritmo ACS tiene asimismo la habilidad de poder emplearse en la solución de problemas tipo TSP, para lo cual sólo se necesita incorporar la condición de un solo recorrido y eliminando la condición de la distancia máxima permitida en cada recorrido en la implementación de código correspondiente, lo cual ha sido aprovechado en la codificación del sistema para implementar la solución de los casos particulares de interés descritos en el capítulo 1.

En base a lo explicado, un pseudocódigo para el algoritmo ACS secuencial puede expresarse como:

1. Fase de inicialización

Inicializar contador de ciclos **NC**

Para cada arco (i,j) :

Valor inicial de $\tau_{ij}(t) = t_0$

Para cada hormiga

Elegir ciudad origen

2. Repetir hasta llenar $tabu_k$

Si es la última posición de $tabu_k$

Para cada hormiga:

Insertar ciudad origen en $tabu_k$

Sino

Para cada hormiga:

Elegir próxima ciudad a ser visitada según ecuaciones (5) y (6)

Mover la hormiga a la próxima ciudad

Insertar ciudad seleccionada en $tabu_k$

Para cada hormiga:

Actualizar feromonas según ecuación (2)

3. Repetir para cada hormiga k

Calcular la longitud L_k del ciclo

Actualizar feromonas según ecuación (3)

4. Si (Condición_fin=Verdadero)

Imprimir camino más corto L_k

Si no

Ir al paso 2

La codificación del algoritmo ACS descrito hasta aquí, adaptado para el caso del problema del diseño de rutas para el carro recolector de ETECSA, fue realizada por el Ingeniero Lester González Díaz, (González, 2012) como resultado de lo cual se elaboró la aplicación de escritorio “VRP para Telefonía Pública ETECSA”, que incluye en el mismo además de la opción principal para la solución del problema objeto de estudio otras tres alternativas que corresponden a los casos particulares de interés para la empresa, descritos en el capítulo 1. La aplicación, codificada en el lenguaje de programación Java versión 1.7.0_13, sobre una plataforma NetBeans IDE 7.0.1, con una interface amigable y fácil de utilizar por cualquier especialista de ETECSA conocedor del tema.

El programa fue validado por su autor utilizando problemas pruebas reconocidos de la biblioteca de problemas TSPLIB (Reinelt, 1991) y comparado con otros algoritmos, obteniendo en todos los casos muy buenos resultados, lo cual hacen del producto una aplicación confiable y adecuada para su utilización en esta investigación.

Las figuras que siguen muestran vistas del menú principal de esta aplicación informática y del menú de opciones.



Figura 2.4. Ventana principal de la aplicación

Con más detalles se muestra (Fig. 2.5) el menú de la aplicación donde la primera opción es para abrir las matrices de los teléfonos (ver anexo A) y la de distancia entre los mismos (ver porción en el anexo C)



Figura 2.5. Menú principal de la aplicación

Posteriormente se habilitan los menús donde se pueden mostrar los teléfonos según las zonas en que se encuentren, o mostrar los que tengan mayor cantidad de dinero que se define, y seguidamente los que sus alcancías están por debajo o no de la $\frac{3}{4}$ partes de su capacidad. El menú además muestra los distintos tipos de soluciones que se tratan posteriormente. Por último se tiene la opción de guardar el reporte de

los recorridos o imprimirlos directamente y entregarlo como hoja de ruta al chofer del carro (Fig. 2.6).



Figura 2.6. Funcionalidades de la aplicación

CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

- El modelo matemático específico que se formula para el problema del diseño de rutas para del recolector de ETECSA contempla una variación importante de los modelos clásicos más utilizados en la amplia bibliografía utilizada, consistente en la inclusión de una restricción de distancia máxima permitida en cada ciclo, que se corresponde con las características del problema estudiado.
- El algoritmo ACS seleccionado satisface las expectativas deseadas para su utilización en la resolución del modelo planteado.
- La aplicación “VRP para Telefonía Pública ETECSA” en la que se implementa el modelo y la metaheurística propuestas es una herramienta práctica y confiable para la solución del problema objeto de esta investigación.

Capítulo 3: Análisis de resultados

El centro de la atención de este capítulo resulta el análisis de la solución obtenida con ayuda del modelo propuesto mediante la implementación disponible del algoritmo metaheurístico de colonia de hormigas.

3.1 Elaboración de la matriz de distancias

Parte fundamental en la solución del problema a resolver es contar con una matriz de las distancias entre los nodos (teléfonos públicos) confiable. La exactitud de estos datos debe ser tal que minimice los errores de aproximación humano, siendo esto vital para alcanzar un resultado preciso. Al iniciar esta investigación se pudo constatar la no existencia de esta información en la empresa ETECSA, por lo que no se cuenta con la información referente a las distancias entre sus teléfonos públicos, por lo que esta ha sido una tarea adicional que el autor de la tesis tuvo que resolver, para lo cual ha tenido que utilizar una tecnología adecuada, basada mapas libres y una aplicación tipo GPS que están a su alcance de forma gratuita. Se debe, por tanto, apoyarse en los datos contenidos en un Sistema de Información Geográfico que permitan realizar estos numerosos cálculos. Para la elaboración de la matriz de los 188 teléfonos públicos más el centro de origen son necesarias 35721 distancias, siendo un trabajo arduo calcularlas aun utilizando herramientas especializadas.

3.1.1 Sistema de información geográfica (SIG)

Un Sistema de Información Geográfica (SIG o GIS, en su acrónimo inglés *Geographic Information System*) es una integración organizada de hardware, software y datos

geográficos diseñada para capturar, almacenar, manipular, analizar y desplegar en todas sus formas la información geográficamente referenciada con el fin de resolver problemas complejos de planificación y gestión geográfica. También puede definirse como un modelo de una parte de la realidad referido a un sistema de coordenadas terrestre y construido para satisfacer unas necesidades concretas de información. En el sentido más estricto, es cualquier sistema de información capaz de integrar, almacenar, editar, analizar, compartir y mostrar la información geográficamente referenciada. En un sentido más genérico, los SIG son herramientas que permiten a los usuarios crear consultas interactivas, analizar la información espacial, editar datos, mapas y presentar los resultados de todas estas operaciones.

El SIG funciona como una base de datos con información geográfica, asociada por un código común a los objetos gráficos de un mapa. El sistema permite separar la información en diferentes capas temáticas y las almacena independientemente.

La información de un SIG puede mostrarse en dos formatos: raster y vectorial. El formato raster es la digitalización de los datos por medio de scanner, imágenes de satélite, fotografías, videos, etc.; el formato vectorial se representa por medio de segmentos orientados de rectas o vectores (pares ordenados de coordenadas).

Entre los análisis más importantes que un SIG debe realizar:

- Contigüidad: localizar áreas en una región determinada.
- Coincidencia: análisis de superposición de puntos.
- Enrutamiento: movimiento de un elemento a lo largo de una red.

- Radio de acción: alcance del elemento.
- Apareamiento: acople de información de direcciones con entidades gráficas.
- Análisis digital del terreno: análisis de la información de superficie para modelar fenómenos geográficos.
- Operación sobre mapas: uso de expresiones lógicas y matemáticas para el análisis y modelamiento de atributos geográficos.
- Geometría de coordenadas: operaciones para el manejo de coordenadas terrestres.

El abaratamiento y uso masivo de la tecnología GPS (Global Position System) integrada con equipos móviles (celulares, computadores, etc.), el desarrollo del internet y las redes de comunicación y los estándares OGC (*Open Geospatial Consortium*), han impulsado la tecnología *web mapping* y el surgimiento de numerosas aplicaciones que permiten la publicación de información geográfica a través de la web.

El mapeo web (*web mapping*) es el proceso de diseñar, aplicar, generar y visualizar datos geoespaciales en la World Wide Web. Dicha tecnología procura entregar los datos en formato GML (geographic markup lenguaje, sublenguaje para el modelamiento, transporte y almacenamiento de información geográfica), de acuerdo con las especificaciones del OGC, con el fin de conseguir una interoperación de los datos espaciales.

3.1.2 SIG de mapa libre y software libre.

En la mayoría de los países la información geográfica pública no es de libre uso. Al no estar considerada por las administraciones públicas como un servicio similar a una infraestructura de orden público, el usuario paga dos veces por esa información, la primera al generarla, a través de sus impuestos, y la segunda al adquirirla para su uso.

Así mismo, las licencias de uso a veces restringen su utilización al tener el usuario un derecho limitado de aplicación de la cartografía. No se puede corregir errores, añadir nuevos datos o emplear esos mapas de determinados modos (integración en aplicaciones informáticas, publicaciones, etc.) sin pagar por ellos.

Por otro lado, en los últimos años han surgido iniciativas comerciales como MapShare de TomTom o MapMaker de Google, orientadas a animar a los usuarios de sus servicios a completar estos, actualizando y corrigiendo su cartografía y agregando nuevos datos. En la mayoría de estos casos los usuarios no tienen derecho alguno sobre esa cartografía o datos que están añadiendo o editando, pasando a ser sus contribuciones propiedad de dichas empresas (esto es, seguirá siendo cartografía propietaria y no libre). De igual manera, el trabajo de estos servicios comerciales se centra en ciudades principales, lo cual dificulta la incorporación de cartografía de poblaciones pequeñas.

OpenStreetMap (también conocido como OSM) es un proyecto colaborativo para crear mapas libres y editables. Los mapas se crean utilizando información geográfica capturada con dispositivos GPS móviles, orto-fotografías y otras fuentes

libres. Esta cartografía, tanto las imágenes creadas como los datos vectoriales almacenados en su base de datos, se distribuye bajo licencia abierta *Open Database License* (ODbL).

Por las anteriores razones es seleccionado el proyecto OSM, disponible en www.openstreetmap.com, como la fuente de mapas donde ubicar los puntos de interés para este trabajo. El sitio web permite crear un usuario con el cual se puede editar el mapa contando para ello con disímiles opciones y herramientas. Además estos mismos mapas están a disposición de ser descargado en formato IMG de forma gratuita en el sitio web www.cloudmade.com de la empresa comercial CloudMade. Se tienen entonces dos opciones, una donde editamos nuestro mapa de la ciudad de Cienfuegos directamente en la fuente (entiéndase en su sitio web) y ubicamos allí los teléfonos públicos a necesitar, y la otra donde descargamos el mapa y lo cargamos con un software que nos permita editarlo de forma *offline*. La primera opción es favorable en el sentido que se colabora con el proyecto OSM y las ediciones permanecerán para la utilización de cualquier persona, pero tiene como inconveniente que siempre que se necesite será necesario estar conectado a Internet; siendo esta la razón por la que se decide descargar nuestro mapa de interés y tenerlo siempre disponible sin necesidad de conexión a los servidores del OSM.

Para disminuir los errores humanos en cuanto a la aproximación de las ubicaciones de los teléfonos en el mapa, se decide obtener las mismas mediante un dispositivo móvil que cuente con tecnología GPS y así la ubicación estará determinada por la información de los satélites de este sistema. Se cuenta para ello con un *Smartphone* Android Sony Ericsson Xperia Neo V, con el que siempre se esperó que obtuviera

señales de más de 12 satélites y por tanto el error de ubicación disminuyó a menos de cinco metros en cualquiera de los ejes espaciales.

La otra alternativa para completar nuestro SIG es tener una aplicación que gestione el mapa descargado y permita el cálculo de distancias entre puntos en él ubicado. Se aprovecha la utilización del Smartphone con sistema operativo Android y se busca una aplicación que corra sobre este sistema. Es así que la aplicación Navitel Navigator es un buen candidato pues es específica para la navegación y la realización de búsquedas eficientes del itinerario más corto entre dos puntos en un mapa, además de que importa correctamente los mapas que aporta el proyecto OSM. En la figura a continuación se observa un ejemplo de un itinerario, nótese como la aplicación muestra la ruta entre dos puntos siguiendo la más corta a la vez de que busca las vías con más prioridad.



Figura 3.1. Ejemplo de itinerario entre dos teléfono públicos en Navitel Navigator

Siendo así la manera en la que se calculan las distancias entre todos los teléfonos públicos, incluyendo el centro origen, para posteriormente ser usadas por la aplicación que implementa el algoritmo seleccionado. Es así que se procede al análisis de los resultados a obtener.

3.2.- Análisis de los resultados

Una vez se dispone de la matriz distancia entre todos los teléfonos de la ciudad, se puede pasar ya a la solución del problema en sus diferentes instancias.

Vale aclarar que todas las corridas se efectuaron utilizando la aplicación “VRP para Telefonía Pública ETECSA” presentado en el capítulo 2 en una PC tipo Laptop de marca ASUS y con las siguientes características:

- Sistema operativo Windows 7 64 bits
- CPU Intel I3 2.3 GHz
- Memoria RAM 4GB

Una vez realizadas estas aclaraciones iniciales y necesarias, se puede pasar al análisis de la solución alcanzada, incluyendo el análisis de diferentes propuestas para la distancia total y la solución de los casos particulares de interés declarados por la empresa.

Como punto de partida para este análisis se tomará siempre el diseño actual existente en la empresa para el recorrido del carro recolector atendiendo a las tres zonas designadas cuya representación gráfica se presentó en la figura 1.1 del capítulo 1.

De igual forma, para la comparación de las distintas soluciones, se utilizarán los parámetros de rendimiento relativos a la velocidad promedio que el carro desarrolla en su avance por la ciudad (5 km/hora), que incluye el tiempo que deben dedicar al cambio de la alcancía en cada puesto telefónico y por tanto está en reposo (a partir de lo cual la distancia máxima que se puede recorrer en 4 horas es de $D=20$ kilómetros), y el consumo de combustible del carro recolector en su recorrido por la ciudad (estimado en 1 litro cada 9.5 kilómetros), ambos parámetros establecidos por los especialistas del centro, basándose para ello en las observaciones que semanalmente realizan sobre estos dos factores.

El anexo B contiene el reporte de los seis recorridos que actualmente realiza el carro recolector junto con la distancia recorrida en cada uno de ellos, lo cual arroja una

distancia total recorrida de 88,92 km. En forma resumida, y utilizando el ID de cada unidad en la lista oficial de teléfonos (entiéndase el ID “0” como el Centro Telefónico y origen), esta solución puede describirse como:

RA1=(0-57-76-55-81-85-83-84-87-86-60-80-79-56-72-73-65-64-61-63-62-54-32-31-2-1-3-14-13-12-11-37-10-75-74-0)

Distancia (RA1)=**10.54 km**

RA2=(0-91-92-93-95-94-97-96-99-100-59-70-71-58-78-82-77-51-52-53-66-68-69-67-0)

Distancia (RA2)=**5.480 km**

RB1=(0-102-113-88-107-108-103-104-112-98-101-122-110-111-120-119-118-117-90-105-89-138-136-135-121-124-115-114-128-123-116-130-129-0)

Distancia (RB1)=**13.56 km**

RB2=(0-33-35-34-9-5-4-8-6-7-30-28-27-24-23-26-25-36-21-17-20-16-15-19-18-22-29-43-42-47-38-48-49-50-44-40-41-45-46-39-0)

Distancia (RB2)=**21.56 km**

RC1=(0-106-127-109-133-132-131-170-169-168-171-174-161-162-165-167-166-172-176-137-134-125-126-144-150-139-149-147-146-145-142-140-141-143-148-0)

Distancia (RC1)=**20.48 km**

RC2=(0-173-175-160-187-151-158-159-163-156-155-153-154-152-157-164-183-179-178-181-180-177-188-182-185-184-186-0)

Distancia (RC2)=**17.3 km**

Distancia Total Recorrida= **88.92 km**

En esta notación, RA1, corresponde al primer recorrido realizado por el carro recolector en la zona A en horario matutino (de 8:00 a 12:00), y RA2 al segundo recorrido realizado en la sesión vespertina (de 13:00 a 17:00) para la misma zona A. El resto de los recorridos deben interpretarse de forma similar para las zonas B y C.

Este resultado permite deducir que este diseño de rutas se realiza con un consumo de 9.36 litros de combustible, y que el mismo se ejecuta en un tiempo total equivalente a 17.78 horas.

Analizando esta solución detenidamente se puede observar la diferencia significativa existente entre las distancias recorridas en cada uno de los ciclos, existiendo recorridos con más de 20 kilómetros (RB2, 21.56 km y RC1, 20.48 km) en contraposición a recorridos bien reducidos como el RA2 de 5,48 km, lo cual es muestra de inestabilidad en el diseño realizado. En el primer caso se entiende que en ocasiones es posible violar la restricción de distancia máxima permitida ($D=20$ km), lo cual se justifica por el hecho de que esta distancia se obtiene bajo el supuesto que el carro recolector de ETECSA se mueve siempre a una velocidad igual a la velocidad promedio establecida por los especialistas ($V_m=5$ km/h), lo cual, se sabe, no siempre resulta exactamente así en la realidad, aunque para los cálculos de rutas es una muy

buena estimación, según todos los criterios emitidos. En el caso de los recorridos RB2 y RC1, podemos entender que el carro se movió a una velocidad algo superior a la estimada por los expertos.

3.2.1. Análisis de la solución al problema del diseño de nuevas rutas para el carro recolector de dinero de ETECSA en el municipio de Cienfuegos.

Partiendo de esta solución inicial, se analiza a continuación la solución alcanzada con la utilización del modelo matemático, resuelto por el método ACS y codificado en la aplicación “VRP para Telefonía Pública ETECSA” descrita en el capítulo 2.

Para la solución del problema original se estableció como la limitación correspondiente a la restricción de distancia máxima permitida en cada ciclo, $D=20$ km, en correspondencia con los criterios emitidos por especialistas y técnicos.

El resultado alcanzado para esta situación específica, indica que es posible realizar la recolección de todos los teléfonos de la ciudad en sólo cuatro recorridos con una distancia total recorrida de 76.22 km, los cuales pueden ser apreciados con todo detalle en el anexo D, y que de forma resumida quedan descritos a continuación:

R20-1=(0-66-67-68-69-167-165-171-170-168-169-44-41-40-49-50-105-70-71-77-59-57-76-55-142-140-141-148-143-145-146-147-149-144-126-115-124-114-128-123-116-130-129-121-138-129-121-138-136-135-89-119-117-118-120-110-111-101-109-122-106-127-0)

Distancia (R20-1)=**19.259 km**

R20-2=(0-10-33-34-35-37-54-31-32-3-13-11-12-14-9-7-30-29-15-16-17-18-19-20-21-22-23-24-25-26-27-28-36-38-48-103-104-108-107-42-43-47-8-6-4-5-1-2-166-172-176-132-131-133-174-175-173-160-157-152-153-154-155-156-164-159-158-163-151-58-82-78-75-74-53-51-52-56-73-72-81-86-60-64-61-62-63-65-0)

Distancia (R20-2)=**19.910 km**

R20-3=(0-87-84-85-83-79-80-186-184-185-188-180-177-182-178-179-183-181-187-98-112-90-88-113-102-95-91-92-93-94-96-97-99-100-162-161-0)

Distancia (R20-3)=**18.33 km**

R20-4=(0-150-139-137-134-125-46-45-39-0)

Distancia (R20-4)=**18.72 km**

Distancia Total Recorrida= **76.22 km**

La notación RD-k ($k=1,\dots,4$) debe interpretarse como el recorrido k para la limitación de distancia máxima permitida D (en este caso $D=20$).

El primer aspecto positivo a destacar en esta solución resulta la notable disminución en el número de recorridos a realizar, que en este caso son sólo cuatro, lo que se puede interpretar como que la ciudad se puede dividir en sólo dos zonas (\mathcal{A} y \mathcal{B}), que como se sabe deben ser visitadas en dos recorridos (matutino y vespertino), cada una en día diferente. En comparación con la solución actual, significa que se puede ahorrar un día de trabajo, que pudiera ser utilizado luego para otras labores como

mantenimiento de los teléfonos públicos, o para la recolección atendiendo a otras estrategias, como las que se discutirán en el epígrafe 3.2.2.

Atendiendo a esta propuesta, la ciudad de Cienfuegos puede ahora dividirse, por ejemplo, en las dos zonas \mathcal{A} y \mathcal{B} que se muestran en el mapa de la Fig 3.2., considerando que la zona \mathcal{A} está compuesta por los recorridos R20-2 y R20-3, y la zona \mathcal{B} por los recorridos R20-1 y R20-4, existiendo otras 5 formas de hacer este mapa, conforme a las posibles combinaciones de 2 zonas de las cuatro diseñadas.

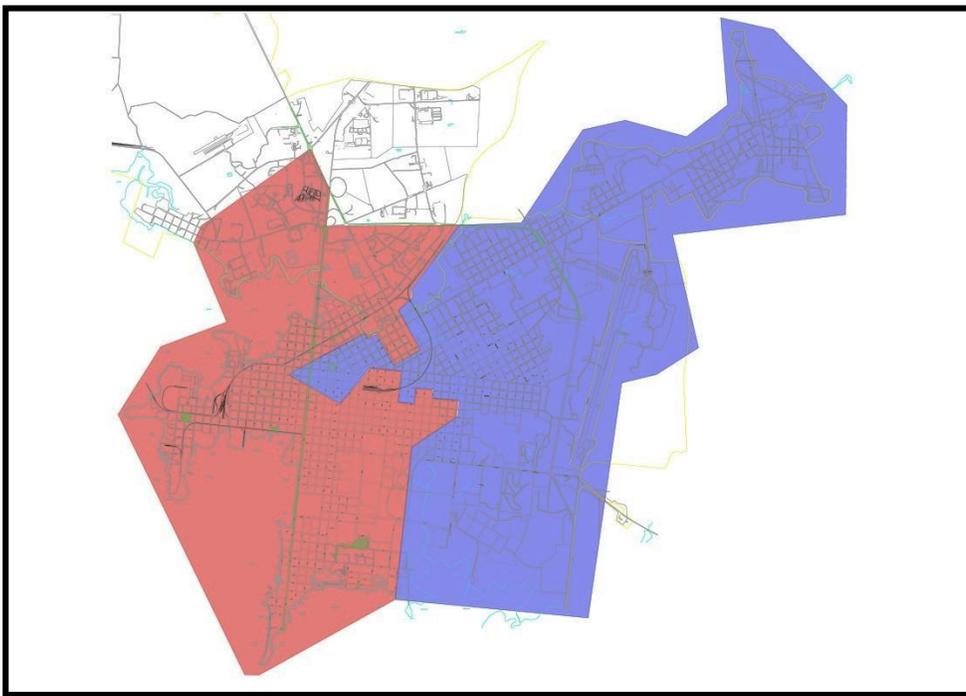


Figura 3.2. Nueva zonificación de la ciudad

En comparación con el diseño que actualmente se ejecuta, esta nueva propuesta disminuye en 12.70 km la distancia total recorrida, con lo cual tiene una disminución en el tiempo total de la recolección de 2.54 horas, con una notable mejoría en cuanto a la estabilidad de la longitud total de los recorridos que integran el diseño (observe que todos tienen distancia recorrida muy semejante). Por otro lado, el consumo de combustible estimado para la recolección utilizando esta nueva propuesta se calcula en 8.02 litros, con un ahorro de 1.34 litros por la ejecución de la misma tarea en cada semana.

Tomando en cuenta que los números anteriores están considerados a la ejecución de una recaudación de toda la ciudad, y que esta tarea debe realizarse todas las semanas del año, se tiene un ahorro de combustible anual (52 semanas) estimado de 69.68 litros, una disminución de 104 recorridos, y en correspondencia una disminución de 660.40 kilómetros a recorrer, que supone una disminución de 132.08 horas de trabajo anual.

En la tabla que sigue se resumen todos estos resultados comparativamente.

Parámetros de comparación.	Diseño actual.	Diseño propuesto a partir de la modelación matemática del problema.	Diferencia (Diseño Actual – Diseño Propuesto).
COMPARACIÓN PARA UNA SEMANA LABORAL EQUIVALENTE A			
UNA RECOLECCIÓN COMPLETA DE TODOS LOS TELÉFONOS			
Cantidad de recorridos a realizar.	6	4	2
Cantidad de zonas del diseño	3	2	1
Distancia total a recorrer	88.92 km	76.22 km	12.70 km
Tiempo total estimado	17.78 hrs	15.24 hrs	2.54 hrs
Consumo de combustible estimado	9.36 Lts	8.02 Lts	1.34 Lts
COMPARACIÓN PARA UN AÑO LABORAL EQUIVALENTE A			
52 RECOLECCIONES COMPLETAS DE TODOS LOS TELÉFONOS			
Cantidad de recorridos a realizar	312	208	104
Distancia total a recorrer	4623.84 km	3963.44 km	660.40 km
Tiempo total estimado	924.768 hrs	792.6688 hrs	132.08 hrs
Consumo de combustible estimado	486.72 Lts	417.04 Lts	69.68 Lts

Tabla 1. Comparación del recorrido actual y el calculado

A continuación se realiza un análisis complementario (que corresponde al análisis de sensibilidad de la solución propuesta para diferentes valores de la distancia total permitida [D] en cada recorrido). Para ello se ha resuelto el problema, considerando que la distancia total permitida por cada recorrido varía entre 16 km y 23 km.

Diseño de rutas	Distancia max establecida por recorrido (km)	Recorridos reportados (km)	Distancia total recorrida (km)
R16	16	R1:(15.658999) R2:(15.720002) R3:(15.58) R4:(15.120001) R5:(14.4) R6: (7.82)	84.29
R17	17	R1: (16.639002) R2: (15.960003) R3: (16.03) R4: (15.1) R5: (16.619999)	81.26
R18	18	R1: (17.409) R2: (15.26) R3: (17.52) R4: (15.440001) R5: (14.58)	80.21
R19	19	R1: (18.109001) R2: (18.55) R3: (16.720001) R4: (14.400001) R5: (12.14)	79.92
R20	20	R1: (19.259003) R2: (19.909998) R3: (18.33) R4: (18.72)	76.22
R21	21	R1: (20.779003) R2: (20.63) R3: (20.340002) R4: (14.4)	76.15
R22	22	R1: (21.648998) R2: (21.020004) R3: (21.899998) R4: (11.610001)	76.11

R23	23	R1: (22.309004)	75.89
		R2: (20.769997)	
		R3: (18.42)	
		R4: (14.4)	

Tabla 2. Análisis de sensibilidad para D.

La primera observación sobre los resultados que se resumen en la tabla anterior es que para la cota de $D=16$ km, se tiene un diseño similar al actual, dado que ambos contienen seis recorridos; denotando, sin embargo, que R16 representa una mejoría en relación a la realizada en la actualidad de 4.63 km.

En los casos con D igual a 17, 18 y 19 km los ahorros de distancia total recorrida en relación con el diseño actual son de 7.66, 8.71 y 9.00 km respectivamente; con la ventaja de que lo hacen en cinco recorridos y por tanto tendría una sesión de trabajo libre que puede ser utilizada en otras labores.

En todos estos casos las soluciones obtenidas presentan resultados inferiores a la solución propuesta para $D=20$ km.

Para las soluciones con $D > 20$ km se pueden enumerar las siguientes observaciones:

1. Los ahorros en relación a la variante de $D=20$ km no son significativos (330 m a lo sumo).
2. Se mantiene el número de cuatro recorridos.
3. Se pierde el equilibrio de la carga de trabajo entre las sesiones del día (ej. En R22 un recorrido tiene R22-1, 21.65 km y R22-4, 11.61 km).

En base a todos estos resultados podemos concluir que la propuesta de diseño con $D= 20$ km, compuesta por cuatro recorridos, parece ser la variante idónea para implementar.

3.2.2 Análisis de casos particulares

La empresa ETECSA aparte de interesarse por los nuevos recorridos y que ha sido hasta ahora nuestro problema a resolver, también solicitó que se incluyeran otros escenarios que son de interés dada la posible utilización de los mismo.

TSP por Zonas

Este es el caso donde la empresa desea mantener la partición de zonas actuales y solo desea que se optimice el recorrido dentro de cada zona en particular. Es así que se aplica el VRP en cada sesión de cada zona y con un solo recorrido a realizar. Cuando en el VRP está el caso de un recorrido único, dígame $m=1$ y por tanto $k=1$ se tiene entonces el caso particular del problema del agente viajero TSP. La tabla 3 presenta los resultados alcanzados y se comparan con los actuales, con lo cual se ilustra la mejoría de las soluciones del modelo aun cuando no se rompen las zonas actuales.

Zona recorrida	Distancia actual (Km)	Distancia dada por el modelo (km)	Diferencia (km)
A1	10.554	9.60	0.954
A2	5.48	4.68	0.8
B1	13.56	10.72	2.840
B2	21.56	20.65	0.91
C1	20.48	19.3	1.18
C2	17.3	12.98	4.32
Total:			10.644 km

Tabla 3. Comparación de los recorridos en las zonas actuales y los calculados para estas zonas.

La comparación indica que los recorridos actuales son factibles de mejorar con un ahorro de 10.644 km, para el caso en que la empresa insista en seguir siendo fiel a la zonificación actual de la ciudad, pero que es inferior a la propuesta en R20.

VRP por nivel de llenado a $\frac{3}{4}$

La importancia de analizar esta alternativa viene dada por la existencia de teléfonos que se llenan completamente, en menos de una semana, dejando de prestar servicios hasta que se les cambie la alcancía en el recorrido siguiente.

La frecuencia con la que la alcancía de un teléfono público se llena en su totalidad es una variable aleatoria y depende de varios factores, como la ubicación geográfica, el tránsito de personas por el lugar, la densidad telefónica del lugar, etc. que dificulta estimar cuándo el teléfono saldrá de servicio por encontrarse totalmente lleno. Por otra parte se tiene el valor de las monedas que son introducidas en el teléfono; entiéndase que para una llamada equivalente a 1.00 peso el volumen a ocupar en la alcancía depende de si el usuario introduce una moneda de 1.00 peso, cinco de 20

centavos o veinte de 5 centavos. Como última dependencia se tiene la duración de cada llamada telefónica, variable que es aleatoria y proporcional a la rapidez de llenado de la alcancía.

Sin embargo, esta información es registrada diariamente en el servidor, la misma puede ser utilizada, con el fin de realizar un recorrido adicional, dirigido al cambio de alcancías, sólo en aquellos teléfonos que reportan nivel de llenado superior a $\frac{3}{4}$.

Es por todo lo anterior que se decide incluir en la aplicación otro caso particular de solución que ayude a realizar un VRP solo a los teléfonos en los que ya se han activado la alarma que indica que su alcancía ha llegado ya a su $\frac{3}{4}$ de capacidad. La mencionada alarma está incluida en el reporte que envía cada teléfono vía modem hacia los servidores cada noche. Es así que la selección se puede realizar en tiempo real y sin depender de una estimación matemática.

Es mostrado a continuación la síntesis de un recorrido elaborado para un ejemplo donde se tomaron los teléfonos que presentaban la alarma de alcancía a $\frac{3}{4}$, en un reporte solicitado.

R1- $\frac{3}{4}$ = (0-67-68-171-170-168-100-97-95-91-92-113-33-35-34-37-12-11-13-32-54-65-60-80-79-55-81-77-59-78-74-75-52-51-87-47-107-36-29-18-20-23-25-7-6-0)

Distancia (R1- $\frac{3}{4}$)= 18.18 km

R2- $\frac{3}{4}$ = (0-150-147-146-141-143-148-128-114-115-126-125-137-0)

Distancia (R2- $\frac{3}{4}$)= 16.4 km

VRP por cantidad de dinero

La telefonía pública y el cumplimiento de sus indicadores son vitales para que la Dirección Territorial ETECSA en Cienfuegos pueda cumplir sus indicadores globales de carácter territorial. El dinero recaudado influye notablemente en alcanzar las metas deseadas y de ahí la importancia de buscar alguna variante de recolección que incluya solamente aquellos teléfonos con mayor cantidad de dinero.

Esta es la razón por la cual se decidió incluir esta opción en el código de la aplicación, constituyendo un caso particular del problema original, donde en lugar de considerar toda la matriz de teléfonos, solo se trabajará con aquellos que cumplen la condición adicional de contener un monto de dinero superior a cierto nivel establecido por el especialista de la empresa.

Esta situación conlleva a un problema con características dinámicas, dado que el conjunto de teléfonos que cumplen la condición será distinto en cada ocasión que se desee realizar esta recaudación.

Se muestra la síntesis de un recorrido elaborado para un ejemplo donde se tomaron los teléfonos que presentaban una cantidad superior a 100 pesos en un reporte solicitado.

R1- $\$$ = (0-125-116-130-128-145-141-140-151-154-184-0)

Distancia (R1- $\$$)= 19.94 km

R2- $\$$ = (0-75-93-96-99-109-118-20-15-26-34-8-9-13-12-64-86-55-57-82-0)

Distancia (R2-\$)= 13.4 km

3.2.3 Propuesta de diseño para el recorrido del carro recolector de dinero en la telefonía pública en ETECSA Cienfuegos.

Después de todos los análisis hasta aquí realizados se procede a presentar una propuesta formal, basada en la utilización de la solución principal R20 que incluye además el uso alternativo de una jornada dedicada a la recaudación de teléfonos con niveles superiores a $\frac{3}{4}$ y/o por cantidad de dinero almacenada en la alcancía.

La propuesta concreta consiste en:

1. Los días lunes y martes serán dedicados a la recaudación del municipio de Cienfuegos atendiendo a la solución dada en R20.
2. Dedicar los días miércoles y jueves a la recaudación en los municipios.
3. El día viernes se dedique a la recaudación atendiendo a los criterios de nivel de llenado superior a $\frac{3}{4}$ y/o los que tengan recaudación mayor que una cantidad dinero seleccionada.
4. Dedicar el sábado a la recaudación de los municipios.

De esta forma, la implementación de esta propuesta, basada en los resultados que se han obtenido con ayuda del modelo matemático presentado, permite cumplir con el objetivo fundamental de la investigación y verificar la hipótesis planteada, lo cual se puede demostrar a partir de los siguientes resultados.

La utilización del diseño de recorridos dado por R20 permite recaudar los teléfonos públicos del municipio de Cienfuegos en menor tiempo, utilizando un día menos que el diseño actual, que en el año significa 132 horas menos de trabajo.

Al realizar los recorridos con una disminución de la distancia total de 12.70 km semanal, implica una disminución de 660.40 km anualmente, que repercute en un ahorro de combustible estimado en 70 litros aproximadamente.

La implementación de recorridos R20 permite dedicar un día de la semana a la recaudación por nivel de llenado y/o cantidad de dinero recaudado (proposición del día viernes), con lo cual se contribuye a la reducción de los teléfonos fuera de servicio por alcancía llena.

Conclusiones del capítulo

- La utilización de mapas del proyecto OpenStreetMap y herramientas con tecnología GPS permitió obtener la matriz distancia del problema con una alta confiabilidad
- La utilización del modelo matemático formulado permitió encontrar una solución (R20) que mejora el diseño actual de los recorridos.
- Los experimentos numéricos realizados confirmaron que la solución calculada reduce el tiempo de recolección, disminuye el consumo de combustible, y contribuye a elevar el nivel de servicio de las unidades telefónicas.

Conclusiones Generales

- El problema del diseño de rutas para el carro recolector de ETECSA en Cienfuegos se corresponde con la estructura de los problemas de ruteo de vehículos (VRP), bien conocidos y ampliamente estudiados, y se describen sus características y aplicaciones fundamentales.
- El modelo matemático específico que se formula para el problema del diseño de rutas para del recolector de ETECSA contempla una variación importante de los modelos clásicos más utilizados en la amplia bibliografía utilizada, consistente en la inclusión de una restricción de distancia máxima permitida en cada ciclo, que se corresponde con las características del problema estudiado.
- El Algoritmo de Colonia de Hormigas seleccionado resuelve eficientemente el modelo VRPLT formulado.
- Los experimentos numéricos realizados confirmaron que la solución calculada reduce el tiempo de recolección, disminuye el consumo de combustible, y contribuye a elevar el nivel de servicio de las unidades telefónicas.

Recomendaciones

- Implementar el diseño propuesto de forma práctica en el departamento de Telefonía Pública de ETECSA Cienfuegos.
- Contrastar los resultados numéricos obtenidos en esta investigación con aquellos que se obtengan al implementar la propuesta.
- Evaluar la posibilidad de generalizar la propuesta de diseño en otras direcciones territoriales de ETECSA en el país.

Referencias bibliográficas

- Ai, T. J., & Kachitvichyanukul, V. (2009). A particle swarm optimization for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. *Computers & Operations Research*, 36(5), 1693-1702.
- Alshamrani, A., Mathur, K., & Ballou, R. H. (2007). Reverse logistics: simultaneous design of delivery routes and returns strategies. *Computers & Operations Research*, 34(2), 595-619.
- Alvarenga, G. B., Mateus, G. R., & De Tomi, G. (2007). A genetic and set partitioning two-phase approach for the vehicle routing problem with time windows. *Computers & Operations Research*, 34(6), 1561-1584.
- Archetti, C., Speranza, M. G., & Hertz, A. (2006). A tabu search algorithm for the split delivery vehicle routing problem. *Transportation Science*, 40(1), 64-73.
- Augerat, P., Belenguer, J. M., Benavent, E., Corbéran, A., & Naddef, D. (1998). Separating capacity constraints in the CVRP using tabu search. *European Journal of Operational Research*, 106(2), 546-557.
- Bektaş, T., & Elmastaş, S. (2007). Solving school bus routing problems through integer programming. *Journal of the Operational Research Society*, 58(12), 1599-1604.
- Bermúdez, C., Salto, C., & Alfonso, H. (2009). *Algoritmos celulares con operadores específicos para resolver un problema de ruteo de vehículos*. Paper presented at the XV Congreso Argentino de Ciencias de la Computación.
- Bitam, S., Batouche, M., & Talbi, E.-g. (2010). *A survey on bee colony algorithms*. Paper presented at the Parallel & Distributed Processing, Workshops and Phd Forum (IPDPSW), 2010 IEEE International Symposium on.
- Bodin, L., Golden, B., Assad, A., & Ball, M. (1981). The state of the art in the routing and scheduling of vehicles and crews.
- Bodin, L. D. (1990). Twenty years of routing and scheduling. *Operations research*, 38(4), 571-579.
- Bontoux, B., & Feillet, D. (2008). Ant colony optimization for the traveling purchaser problem. *Computers & Operations Research*, 35(2), 628-637.
- Bullnheimer, B., Hartl, R. F., & Strauss, C. (1997). A new rank based version of the Ant System. A computational study.
- Celeiro González, J. (2011). Heurísticas para un problema de rutas de vehículos con pickup & delivery y ventanas de tiempo.
- Clarke, G. u., & Wright, J. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*, 12(4), 568-581.
- Cordeau, J.-F., & Laporte, G. (2005). *Tabu search heuristics for the vehicle routing problem*: Springer.
- Cordon, O., de Viana, I. F., Herrera, F., & Moreno, L. (2000). A new ACO model integrating evolutionary computation concepts: The best-worst Ant System.
- Costa Salas, Y. J., Abreu Ledón, R., Machado Osés, C., & Coello Machad, N. (2010). ASISTENCIA DECISIONAL EN EL PROCESO DE OPTIMIZACIÓN PARA EL ENRUTAMIENTO DE VEHÍCULOS. *Ingeniería Industrial*, 31(1).
- Cruz-Chávez, M. A., Díaz-Parra, O., Zavala-Díaz, C., Barreto-Sedeño, E., Martínez-Rangel, M. G., & Quevedo-Alvarez, M. G. (2009). Un Mecanismo de Vecindad con Búsqueda Local y Algoritmo Genético para el Problema de Transporte con Ventanas de Tiempo. *Programación Matemática y Software (2009)*, 1(1).

- Chepuri, K., & Homem-de-Mello, T. (2005). Solving the vehicle routing problem with stochastic demands using the cross-entropy method. *Annals of Operations Research*, 134(1), 153-181.
- Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management science*, 6(1), 80-91.
- DAZA, J., Montoya, J. R., & Narducci, F. (2009). RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO DE VEHÍCULOS CON LIMITACIONES DE CAPACIDAD UTILIZANDO UN PROCEDIMIENTO METAHEURÍSTICO DE DOS FASES. *Revista EIA*(12).
- DELGADO, S. C. (1999). Diseño de Metaheurísticos Híbridos para problemas de rutas con flota heterogénea (2 parte): y concentración heurística: Burgos-España.
- Dell'Amico, M., Righini, G., & Salani, M. (2006). A branch-and-price approach to the vehicle routing problem with simultaneous distribution and collection. *Transportation Science*, 40(2), 235-247.
- Dorigo, M., & Gambardella, L. M. (1997). Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, 1(1), 53-66.
- Dorigo, M., Maniezzo, V., & Colorni, A. (1996). Ant system: optimization by a colony of cooperating agents. *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on*, 26(1), 29-41.
- Dorronsoro, B., Nebro, A. J., Arias, D., & Alba, E. (2013). Un algoritmo genético híbrido paralelo para instancias complejas del problema VRP. *Actas*, 230, 135-141.
- Flood, M. M. (1956). The traveling-salesman problem. *Operations research*, 4(1), 61-75.
- Francis, P., Smilowitz, K., & Tzur, M. (2006). The period vehicle routing problem with service choice. *Transportation Science*, 40(4), 439-454.
- Gambardella, L. M., & Dorigo, M. (1995). *Ant-Q: A reinforcement learning approach to the traveling salesman problem*. Paper presented at the ICML.
- Garey, M. R., & Johnson, D. S. (1979). Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness. In M. R. Garey (Ed.). USA: Bell Telephone Laboratories, Incorporate.
- Glover, F., & Kochenberger, G. A. (2003). *Handbook of metaheuristics*: Springer.
- Golden, B. L., Assad, A. A., & Wasil, E. A. (2002). Routing vehicles in the real world: applications in the solid waste, beverage, food, dairy, and newspaper industries. *The Vehicle Routing Problem, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications, Philadelphia*, 245-286.
- Gómez Cámara, J. R. (2010). Diseño de un sistema de recogida de residuos urbanos: enfoque multiobjetivo y uso de metaheurísticos.
- Gómez, H. M., Correa, A. F., Loaiza, J. F., Lopera, D. C., & Villegas, J. G. (2014). Características del diseño de rutas de distribución de alimentos en el Valle de Aburrá. *Revista Facultad de Ingeniería*(45), 172-180.
- González, L. (2012). *Herramienta informática para la obtención de un recorrido mínimo de los carros recolectores de ETECSA*. Universidad de Cienfuegos "Carlos Rafael Rodríguez", Cienfuegos.
- Gronalt, M., Hartl, R. F., & Reimann, M. (2003). New savings based algorithms for time constrained pickup and delivery of full truckloads. *European Journal of Operational Research*, 151(3), 520-535.
- Hartmanis, J., & Stearns, R. E. (1965). On the computational complexity of algorithms. *Transactions of the American Mathematical Society*, 117(285-306), 1240.
- Hermosilla, A., & Barán, B. (2005). *Comparación de un sistema de colonias de hormigas y una estrategia evolutiva para un Problema Multiobjetivo de Ruteo de Vehículos con Ventanas*

- de Tiempo. s/f.* Paper presented at the 30ma Conferencia Latinoamericana de Informática (CLEI2004).
- Junjie, P., & Dingwei, W. (2006). *An ant colony optimization algorithm for multiple travelling salesman problem.* Paper presented at the Innovative Computing, Information and Control, 2006. ICIC'06. First International Conference on.
- Kallehauge, B. (2008). Formulations and exact algorithms for the vehicle routing problem with time windows. *Computers & Operations Research*, 35(7), 2307-2330.
- Laporte, G., Gendreau, M., Potvin, J. Y., & Semet, F. (2000). Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. *International transactions in operational research*, 7(4-5), 285-300.
- Letchford, A. N., Lysgaard, J., & Eglese, R. W. (2007). A branch-and-cut algorithm for the capacitated open vehicle routing problem. *Journal of the Operational Research Society*, 58(12), 1642-1651.
- Martínez, C. A. (2011). *Metaheurísticas híbridas aplicadas al problema de ruteo de arcos capacitados.* Tesis doctoral, Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Departamento de Computación.
- Martínez, E., Antúnez, V., & Azcuy, Y. (Eds.). (2010). *El enfoque logístico en la actividad de Ruteo. Procedimiento general y Evaluación de Escenarios en empresas cubanas* (Vol. Convención Científica de Ingeniería y Arquitectura). CUJAE, Habana, Cuba.
- Mateos, D. I. G., Gómez, A. G., Martino, D. D. A., García, J. P., & Fernández, N. G. (2013). Desarrollo De Un Método Híbrido Para La Resolución Del MDVRP. *Revista de la Escuela Jacobea de Posgrado* [http://revista.jacobe.edu.mx\(5\)](http://revista.jacobe.edu.mx(5)), 45-64.
- Mendez, A., Palumbo, D., Carnero, M., & Hernández, J. (2009). Algoritmos Meméticos Aplicados a la Resolución de un Problema de Ruteo de Vehículos Periódico. *Mecánica Computacional*, 2675-2685.
- Montané, E. G., & Alonso, S. A. (2013). PROBLEMA DE RUTEO DE VEHICULOS CON DEMANDAS ESTOCASTICAS.
- Olivera, A. (2004). *Heurísticas para Problemas de Ruteo de Vehículos.* Universidad de la República, Montevideo, Uruguay.
- Pérez, O. L. V., Allende, S., Montané, E. G., Alonso, S. A., Costa Salas, Y. J., Abreu Ledón, R., . . . Herrera, F. (2010). APLICACIÓN DE RECOCIDO SIMULADO EN LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO DE VEHÍCULOS CON CARGAS COMPLETAS. PROBLEMA DE RUTEO DE VEHICULOS CON DEMANDAS ESTOCASTICAS
- ASISTENCIA DECISIONAL EN EL PROCESO DE OPTIMIZACIÓN PARA EL ENRUTAMIENTO DE VEHÍCULOS
- UNA ESTRATEGIA DE PENALIZACIÓN APLICADA AL PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO
- Colonia de abejas para el problema de ruteo de vehículos heterogéneos multidepósito con ventanas de tiempo
- Analysis of the efficacy of a Two-Stage methodology for ant colony optimization: Case of study with TSP and QAP. *Ingeniería Industrial*, 31(1), 5443-5453.
- Ralphs, T. K., Kopman, L., Pulleyblank, W. R., & Trotter, L. E. (2003). On the capacitated vehicle routing problem. *Mathematical programming*, 94(2-3), 343-359.

- Reimann, M., Doerner, K., & Hartl, R. F. (2004). D-ants: Savings based ants divide and conquer the vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 31(4), 563-591.
- Reinelt, G. (1991). TSPLIB - Version 1.2. from <http://www.iwr.uniheidelberg.de/iwr/comopt/soft/>
- Repoussis, P. P., Paraskevopoulos, D. C., Zobolas, G., Tarantilis, C. D., & Ioannou, G. (2009). A web-based decision support system for waste lube oils collection and recycling. *European Journal of Operational Research*, 195(3), 676-700.
- Rizzoli, A., Oliverio, F., Montemanni, R., & Gambardella, L. M. (2004). Ant Colony Optimisation for vehicle routing problems: from theory to applications. *Galleria Rassegna Bimestrale Di Cultura*, 9(1), 1-50.
- Salhi, S., Wassan, N., & Hajarat, M. (2013). The Fleet Size and Mix vehicle Routing Problem with backhauls: Formulation and Set partitioning-based heuristics. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 56, 22-35.
- Tarantilis, C. D., & Kiranoudis, C. T. (2007). A flexible adaptive memory-based algorithm for real-life transportation operations: Two case studies from dairy and construction sector. *European Journal of Operational Research*, 179(3), 806-822.
- Toth, P., & Vigo, D. (2001). *The vehicle routing problem*: Siam.
- Toth, P., & Vigo, D. (2002). Branch-and-bound algorithms for the capacitated VRP. *The vehicle routing problem*, 9, 29-51.
- Vera, C. A. C. (2005). Formulación y solución de un problema de ruteo de vehículos con demanda variable en tiempo real, trasbordos y ventanas de tiempo. *Memoria para optar al título de ingeniero civil matemático, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Chile, Santiago de Chile, Chile*.
- Weigel, D., & Cao, B. (1999). Applying GIS and OR techniques to solve Sears technician-dispatching and home delivery problems. *Interfaces*, 29(1), 112-130.
- Yepes Piqueras, V. (2008). Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW.
- Zeng, H., Wu, Y., Zhang, D., & Li, J. (2007). *A hybrid algorithm for large-scale vehicle routing problem in real traffic condition*. Paper presented at the Automation and Logistics, 2007 IEEE International Conference on.

Anexos

Anexo A: Muestra de la lista de los teléfonos públicos

Número	Dirección	Localización	zona	nivel	cant
510072	AVE 20 Y 43 (P.Gorda)	PORTAL BODEGA LAS CANARIAS	a	1	108
510073	AVE 20 Y 39	PORTAL BODEGA CHIQUITA	a	1	182
512372	37 E/ 22 Y 24	RAPIDO DE LA PLAZA MLC	a	0	61
510108	AVE 16 E/ 55 Y 57 (Punta Gorda)	PORTAL SUPERMERCADO LOS ALIADOS	b	1	99
552368	45 E/ 24 Y 26	ENTRADA BIBLIOTECA ESPA PROVINCIAL	b	1	157
552386	AVE 20 Y 51A	PORTAL ESTADIO ENTRADA # 20	b	1	179
512373	AVE 30 Y 49	CERCA CASA PARTICULAR	b	0	70
510082	PEDAG C BENITEZ AVE 20 Y 51A	PANTRY (I)	b	0	11
510071	AVE 34 Y 45	PORTAL BODEGA LA DEPORTIVA	b	0	117
510065	AVE 42 Y 41	PORTAL BODEGA LA SIRENITA	a	0	105
510083	HOSPITAL PEDIATRICO	2DO PISO FRENTE A SALA CIRUGIA	a	1	15
510084	HOSPITAL PEDIATRICO	PLTA BAJA FRENTE A GUARDIA FIS	a	0	136
510085	HOSPITAL PEDIATRICO	ENTRADA CONSULTAS (I)	a	1	28
552402	HOSPITAL PEDIATRICO	ENTRADA CUERPO DE GUARDIA	a	1	27
510063	HOSPITAL PROVINCIAL	4TO PISO LAT ASCENSORES (I)	b	1	197
510076	HOSPITAL PROVINCIAL	4TO PISO LAT ASCENSORES (D)	b	1	195
510078	HOSPITAL PROVINCIAL	ENT PCPAL CPO DE GUARDIA (D)	b	0	104
510093	HOSPITAL PROVINCIAL	4TO PISO FRENTE A SALA 5A (D)	b	1	184
527163	HOSPITAL PROVINCIAL	5TO PISO LATERAL SALA DIALISIS	b	0	53
510074	HOSPITAL PROVINCIAL	5TO PISO LAT ASCENSORES (I)	b	1	89
510079	HOSPITAL PROVINCIAL	ENT PCPAL CPO DE GUARDIA (I)	b	1	143
510077	HOSPITAL PROVINCIAL	3ER PISO LATERAL SALA 1A (D)	b	0	25
551500	HOSPITAL PROVINCIAL	FRENTE A INFORM POSTE TRIPLE I (2)	b	1	185
510139	HOSPITAL PROVINCIAL	FRENTE A INFORM POSTE TRIPLE I (1)	b	1	198
552354	HOSPITAL PROVINCIAL	FRENTE A INFORM POSTE TRIPLE II (2)	b	1	43
510159	HOSPITAL PROVINCIAL	FRENTE A INFORM POSTE TRIPLE II (1)	b	1	113
510158	HOSPITAL PROVINCIAL	CONSULTA 2DO PISO	b	0	188
510153	HOSPITAL PROVINCIAL	ENTRADA CONSULTA OFTALMOLOGICA (D)	b	0	5
524171	HOSPITAL PROVINCIAL	3ER PISO LATERAL SALA 1A (I)	b	1	135
510095	POLITECNICO DE LA SALUD	SALA DE ESTAR FRENTE A COMEDOR (1)	b	1	22
510068	37 Y 38	ENTRADA CAFETERIA MALECON (I)	a	1	71
524034	37 E/ 38 Y 40	ENTRADA CPHE (D)	a	0	166
552377	AVE 46 E/ 45 Y 47	PORTAL EMPRESA ELECTRICA	b	0	143
510155	45 E/ 40 Y 42	ENTRADA CLINICA ESPECIALIDADES	b	0	120
510161	45 E/ 38 Y 40	PORTAL CUERPO DE GUARDIA PPU	b	1	145

527396	CAFETERIA PINOS ALTOS	PORTAL LATERAL DERECHO	b	1	77
510099	43 E/ 40 Y 42 # 4002	RECEPCION HOGAR DE ANCIANOS	a	1	146
510112	AVE 42 E/ 59 Y 61	ENT 1RA ESC EDIF #5901 POSTE DOBLE (D)	b	1	7
515579	HOTEL PUNTA LA CUEVA	POSTE TRIPLE FRENTE A PIZARRA (3)	b	0	158
510824	REPARTO JUNCO SUR	LATERAL EDIF 22 POSTE TRIPLE (1)	b	1	92
551455	REPARTO JUNCO SUR	LATERAL EDIF 22 POSTE TRIPLE (2)	b	1	12
510160	AVE 38 E/ 57 Y 59	2DO PISO HOTELERA MICONS (D)	b	1	103
551488	AVE 38 E/ 57 Y 59	2DO PISO HOTELERA MICONS (I)	b	1	159
552379	CADDY JUNCO SUR	POSTE TRIPLE (2)	b	0	30
510098	CIM B ROJAS AVE 42 Y CIRCUNV	LATERAL CUARTO DE ARMAMENTO	b	1	115
551508	CIM B ROJAS AVE 42 Y CIRCUNV	FRENTE ESCALERA	b	0	54
510144	59 E/ 38 Y 40	PORTAL SUPERM PETROLERO (I)	b	0	162
510081	REPARTO HERMANAS GIRAL	PORTAL CAFETERIA	b	1	7
552390	AVE 42 Y 75	PORTAL BODEGA MONTOTO (I)	b	0	91
552359	AVE 42 Y 75	PORTAL BODEGA MONTOTO (D)	b	0	111
510075	35 Y 56	PORTAL CORREO CENTRAL (2)	a	0	79
510830	35 Y 56	PORTAL CORREO CENTRAL (4)	a	1	119
510829	35 Y 56	PORTAL CORREO CENTRAL (3)	a	1	37
510088	37 Y 40	PORTAL BODEGA LAS BRISAS	a	0	103
510163	31 E/ 56 Y 58	PORTAL MERCADO HABANA	a	0	138
524021	AVE 52 Y 33	PORTAL BODEGA EL REFINO	a	1	174
524022	AVE 56 Y 33	PORTAL CAFETERIA EL RECREO	a	0	176
524030	37 Y 68	PORTAL BODEGA LA MANZANITA	a	0	134
551505	37 E/ 60 Y 62	PORTAL FARMACIA	a	1	14
524051	29 E/ 46 Y 48 BOULEVARD NUEVO	LATERAL ALMACENES ITH (I)	a	0	195
552365	37 E/ 46 Y 48	PORTAL JARDIN DE LA JUVENTUD (3)	a	1	25
510142	37 E/ 46 Y 48	PORTAL JARDIN DE LA JUVENTUD (1)	a	0	128
510143	37 E/ 46 Y 48	PORTAL JARDIN DE LA JUVENTUD (2)	a	0	70
552366	37 E/ 46 Y 48	PORTAL JARDIN DE LA JUVENTUD (4)	a	0	192
510838	37 E/ 46 Y 48	PORTAL JARDIN DE LA JUVENTUD (5)	a	1	97
551501	43 E/ 58 Y 60	FRENTE A GERENCIA (4)	a	0	178
552348	43 E/ 58 Y 60	FRENTE A GERENCIA (1)	a	1	53
552349	43 E/ 58 Y 60	FRENTE A GERENCIA (3)	a	0	162
552389	43 E/ 58 Y 60	FRENTE A GERENCIA (2)	a	0	93
527165	37 Y 62	CENTRO DE REC PERLA DEL SUR (I)	a	0	97
527166	37 Y 62	CENTRO DE REC PERLA DEL SUR (D)	a	0	179
510118	AVE 54 E/ 33 Y 35 BOULEVARD	FRENTE A LA VERJA POSTE TRIPLE II (1)	a	0	137
550337	AVE 54 E/ 33 Y 35 BOULEVARD	FRENTE A LA VERJA POSTE TRIPLE II (2)	a	0	8
551502	37 E/ 52 Y 54 LA VALENCIANA	COLUMNA FRENTE ESTANQUILLO	a	0	103
552356	37 E/ 52 Y 54 LA VALENCIANA	PARED AL LADO ESTANQUILLO	a	0	125
510121	AVE 56 # 3101	PORTAL TIENDA LA CIENFUEGUERA	a	1	176

510107	37 E/ 60 Y 62	FRENTE A BAÑOS PUBLICOS (D)	a	0	133
550368	37 Y 70	CAFETERIA DOBLE VIA	a	1	137
521865	29 E/ 52 Y 54 BOULEVARD NUEVO	LATERAL GOBIERNO PROVINCIAL	a	1	109
552399	29 # 5003 E/ 50 Y 52 BOULEVARD	LATERAL EMPRESA TERRIT CORREOS	b	0	169
510126	AVE 60 Y 27 # 2701	PORTAL BODEGA EL PABELLON NAC	a	1	39
528212	AVE 66 E/ 35 Y 37 #3502	PORTAL CARNICERIA #16	a	0	197
510141	19 E/ 48 Y 50 # 4816 (Reina)	PORTAL CASA PARTICULAR	a	1	1
525041	7A Y AVE 48	PORTAL PPU REINA	a	1	196
593988	19 # 5402	POSTE SENCILLO ENTRADA POLIC AREA I ARANGO	a	1	121
510114	AVE 48 E/ 23 Y 25	PASILLO ENTRADA COMP VIVIENDAS	a	0	112
510152	9A Y 48	PORTAL BODEGA LA MILAGROSA	a	0	109
510119	AVE 54 E/ 55 Y 57 (La Juanita)	PORTAL CLINICA DENTAL	b	0	189
510089	AVE 60 E/ 73 Y 75	FRENTE AL CONSULTORIO # 26	b	0	192
526103	AVE 56 Y 71	FRENTE A OFICINA DE TRANSITO	b	0	36
510832	TERMINAL DE OMNIBUS	SALON PLANTA ALTA (I)	a	1	106
552351	TERMINAL DE OMNIBUS	SALON PLANTA ALTA (D)	a	1	153
510165	TERMINAL DE OMNIBUS	SALON ASTRO	a	1	152
551506	49 E/ 56 Y 58	ENTRADA TERMINAL DE OMNIBUS (D)	a	0	91
552352	49 E/ 56 Y 58	ENTRADA TERMINAL DE OMNIBUS (I)	a	0	139
552401	49 E/ 58 Y 60	PORTAL FERROCARRILES (I)	a	1	6
552400	49 E/ 58 Y 60	PORTAL FERROCARRILES (D)	a	0	78
510069	AVE 58 Y 63	PORTAL FARMACIA LA JUANITA	b	0	31
510124	AVE 60 E/ 51 Y 53 (Curz Roja)	LATERAL POLICLINICO AREA III (1)	a	0	0
528022	AVE 60 E/ 51 Y 53 (Curz Roja)	LATERAL POLICLINICO AREA III (3)	a	0	32
510127	AVE 60 Y 61	PORTAL EL TRIANGULO	b	1	88
510149	49 E/ 52 Y 54	CAFETERIA SOL DE CUBA	b	0	195
510105	63 E/ 48 Y 50	PORTAL SUPERMERCADO ARIZONA (I)	b	1	113
552392	63 E/ 48 Y 50	PORTAL SUPERMERCADO ARIZONA (D)	b	1	37
510066	71 Y 50	PORTAL BODEGA EL DAMUJI	b	1	198
524024	AVE 64A E/ 51 Y 53	ENTRADA CUARTERIA	c	0	162
510090	57 E/ 42 Y 48 (Frente a la Piscina)	POSTE DOBLE FRENTE MINIMERCADO LA COMERCIAL	b	0	68
510115	48 E/ 57 Y 59	BAJOS EDIF LA COTORRA	b	0	142
515591	59 Y 62	LATERAL BODEGA LA CUBANITA	c	0	162
510125	AVE 60 E/ 67 Y 69	PORTAL TINTORERIA (I)	b	0	189
552381	AVE 60 E/ 67 Y 69	PORTAL TINTORERIA (D)	b	1	188
551507	63 E/ 54 Y 56	LATERAL CAFETERIA CINE JAGUA	b	1	45
510150	AVE 52 Y 51	PORTAL BODEGA LA DEFENSA	b	1	146
510091	AVE 16NE E/ 89NE Y 91NE	SUPERMERCADO LA VIZCAYA	b	0	66
510092	12NE E/ 85NE Y 87NE	PORTAL TRD LA ACADEMIA	b	0	43
510104	AVE 18 Y 99	POSTE SENCILLO FRENTE A PISTA TULIPAN	b	1	35
510841	AVE 60 Y 71	PORTAL BODEGA BAR PEDRO (2)	b	0	1

Anexos

510122	AVE 60 Y 71	PORTAL BODEGA BAR PEDRO (4)	b	0	177
552342	AVE 60 Y 71	PORTAL BODEGA BAR PEDRO (3)	b	0	63
552396	AVE 60 Y 71	PORTAL BODEGA BAR PEDRO (1)	b	1	23
510086	AVE 64A E/ 83NE Y 85NE	PORTAL BODEGA LA JAGUA	b	0	159
510080	67 Y 10NE	PORTAL PLACITA LA CIRUELA	b	0	40
510106	AVE 12NE E/ 105 Y 107	POSTE DOBLE (D)	b	1	188
512617	16NE Y 85NE	PARQUE LATERAL KIOSCO TRD	b	0	10
510094	81NE Y 6NE	LATERAL BODEGA LA NAVIERA	c	1	99
510097	AVE 64 Y 85NE 1RA DE TULIPAN	CASETA PORTAL MINIM YAYABO	c	0	152
528200	6NE E/ 53 Y 55	CARNICERIA	c	1	155
510096	AVE 12NE E/ 99 Y 101	EDIF #10 2DA ESC PLANTA BAJA	b	1	183
510136	AVE 64A Y 89NE	CASETA EDIF ACUEDUCTO	b	0	139
510109	AVE 26NE E/ 97NE Y 99NE	PORTAL BODEGA LA REINA	b	1	84
510145	61 E/ 4NE Y 6NE	POSTE TRIPLE TRIBUNAL PROVINCIAL (1)	c	1	92
510146	61 E/ 4NE Y 6NE	POSTE TRIPLE TRIBUNAL PROVINCIAL (2)	c	1	176
552384	61 E/ 4NE Y 6NE	POSTE TRIPLE TRIBUNAL PROVINCIAL (3)	c	1	78
510116	AVE 4NE E/ 75 Y 77	PORTAL BODEGA LA PANAMENITA	c	0	100
510111	POLICLINICO TULIPAN	ENTRADA POSTE TRIPLE (2)	b	0	58
528217	POLICLINICO TULIPAN	ENTRADA POSTE TRIPLE (1)	b	0	169
524039	AVE 64 E/ 77 Y 79	ESC INSTRUCTORES DE ARTE CAFETERIA (2)	c	1	113
510129	81 E/ 62 Y 64A	PORTAL MERENDERO LA CURVA	b	1	101
524146	AVE 66 E/ 109 Y 111 B VISTA	PORTAL BODEGA LA RETIRADA	c	0	122
524169	AVE 64 E/ MILLON Y CENTRAL	PORTAL TIENDA TRD CAONAO (4)	c	0	33
551496	AVE 64 E/ MILLON Y CENTRAL	PORTAL TIENDA TRD CAONAO (3)	c	1	164
552393	AVE 64 E/ MILLON Y CENTRAL	PORTAL TIENDA TRD CAONAO (2)	c	1	165
512616	CAMPO E/ SUR Y PALMA CAONAO	PORTAL BODEGA LA CURVA	c	1	181
510117	99 E/ 66 Y 68	PORTAL SUPERMERCADO BUENA VISTA	c	1	71
551497	AEROPUERTO JAIME GONZALEZ	ENTRADA HAVANATUR POSTE TRIPLE (1)	c	0	44
510140	129 E/ 66 Y 68 (Carretera Caonao)	PORTAL BODEGA LA ESPERANZA	c	0	16
552346	ESC MILITAR CAMILO CIEFUEGOS	DEBAJO ESCALERAS AL LADO TARJETERO	c	0	189
511688	CASTILLO E/ 64 Y SAN JOAQUIN	PORTAL ANTIGUO CONSULTORIO 38 CAONAO	c	0	52
510162	AVE 64 Y CIRCUNVALACION	PUNTO RE RECOGIDA A CAONAO	c	0	187
512220	AVE 74 Y CIRCUNVALACION	2DA ESC EDIF #6 LAT FARMACIA	c	0	32
512311	REPARTO PUEBLO GRIFFO	1RA ESC EDIF #41	c	1	32
524028	REPARTO PUEBLO GRIFFO	PORTAL SUPERMERCADO (5)	c	1	76
552372	REPARTO PUEBLO GRIFFO	PORTAL SUPERMERCADO (3)	c	0	57
524046	REPARTO PUEBLO GRIFFO	PORTAL SUPERMERCADO (4)	c	1	166
524047	REPARTO PUEBLO GRIFFO	PORTAL SUPERMERCADO (2)	c	0	7
524048	REPARTO PUEBLO GRIFFO	PORTAL SUPERMERCADO (1)	c	1	172
528204	REPARTO PUEBLO GRIFFO	PORTAL SUPERMERCADO (6)	c	0	179
524049	REPARTO PUEBLO GRIFFO	PORTAL POLICLINICO AREA IV (D)	c	0	67

525762	REPARTO PUEBLO GRIFFO	PORTAL POLICLINICO AREA IV (I)	c	1	95
528208	AVE 72 E/ 81 Y 83 (Pueblo Griffo)	PORTAL PLACITA	c	1	49
510137	49 E/ 68 Y 70	PORTAL MINIMERCADO SAN LAZARO (1)	c	1	176
525035	49 E/ 68 Y 70	PORTAL MINIMERCADO SAN LAZARO (3)	c	0	155
524149	REPARTO PUEBLO GRIFFO	1ER PISO EDIF 12 PLANTAS (I)	c	0	80
528231	63 Y 80	PORTAL SERVICUPET PUEBLO GRIFO	c	1	38
510132	AVE 64 Y 49	PORTAL FARMACIA LA CARIDAD	c	0	81
510134	AVE 64 Y 57	PORTAL BODEGA LA FERROLANA	c	0	129
524029	AVE 64 E/ 41 Y 43	PORTAL FOGONERA	c	0	117
510067	AVE 64 Y 53	PORTAL FABRICA DE CALZADO (3)	c	1	162
510133	AVE 64 Y 53	PORTAL FABRICA DE CALZADO (2)	c	0	54
552395	AVE 64 Y 53	PORTAL FABRICA DE CALZADO (1)	c	0	101
510102	AVE 64 E/ 51 Y 53	PORTAL EDIF MULTIFAMILIAR (D)	c	0	110
510103	AVE 64 E/ 57 Y 59	PORTAL TORREFACTORA DE CAFE (I)	c	0	83
510128	63 Y 70	PORTAL BODEGA EL TULIPAN	c	1	2
510138	AVE 74 E/ 55 Y 57	PORTAL CARNICERIA	c	0	14
510148	63 E/ 72 Y 74	PORTAL BODEGA LA PROSPERIDAD	c	1	23
510135	AVE 64 E/ 59 Y 61	CALZADA POSTE TRIPLE (1)	c	0	139
526104	REPARTO PASTORITA	PLANTA BAJA EDIF #17 8 PLANTAS	c	1	111
552369	LOS 500	NAVE 1 (D)	c	0	93
552345	LOS 500	NAVE 1 (I)	c	1	47
524153	TELECORREOS PASTORITA	PARED DERECHA PORTAL (3)	c	1	0
524036	B Y 8 OBOURKE	ENTRADA CIRCULO SOCIAL	c	1	176
525037	REPARTO PASTORITA	LATERAL TIENDA PANAMERICANA	c	0	5
524037	POLICLINICO LABORAL PASTORITA	POSTE TRIPLE ENTRADA (1)	c	1	196
524040	REPARTO PASTORITA	PORTAL SUPERM LOS MULTIPLES (2)	c	1	97
524043	REPARTO PASTORITA	PORTAL SUPERM LOS MULTIPLES (1)	c	0	169
552376	REPARTO PASTORITA	PORTAL SUPERM LOS MULTIPLES (3)	c	1	62
552397	ZONA IND #1	PORTAL CONSULT COMUNIDAD MICALUM	c	1	176
593995	REPARTO PASTORITA	PORTAL SUPERMERCADO VISTA ALEGRE	c	0	1

Anexo B: Recorrido del diseño actual**Zona A.1**

No.	No. de Teléfono	Dirección	Localización
1	524022	Ave 56 y 31	Recreo
2	510121	Ave 58	Cienfueguera
3	510163	Calle 33	Mercado Habana
4	510126	Ave 60	Bodega
5	593988	Calle 19 # 5402	Poste sencillo entrada Policlínico Area I Arango
6	510141	Calle 19 y 48	Portal casa
7	525041	Calle 9 y 48	PPU Reina
8	510152	Ave 46 y 9	Bodega La Milagrosa
9	510114	Calle 48	Complejo de Vivienda
10	524051	Boulevard nuevo	ITH-Lateral
11	552399	Boulevard nuevo	Lateral del Correo
12	521865	Boulevard nuevo	Lateral del Gobierno Provincial
13	524021	Ave 52 y 31	Bodega El Refino
14	510118	Ave 54	Frente a la Verja .Poste Triple
15	550337	Ave 54	Frente a la Verja .Poste Triple
16	510838	Calle 37 y 46	Jardín de la Juventud
17	552366	Calle 37 y 46	Jardín de la Juventud
18	552365	Calle 37 y 46	Jardín de la Juventud
19	510143	Calle 37 y 46	Jardín de la Juventud
20	510142	Calle 37 y 46	Jardín de la Juventud
21	510088	Calle 37 y 40	Bodega
22	524034	37 y 40	CPHE
23	510068	Calle 37	Cafetería Malecón
24	510073	20 y 39	Bodega La Chiquitica
25	510072	20 y 45	Bodega Las Canarias
26	512372	Calle 37	Rápido
27	552402	Ave 36 y 39	Hospital Pediátrico
28	510085	Ave 36 y 39	Hospital Pediátrico
29	510084	Ave 36 y 39	Hospital Pediátrico
30	510083	Ave 36 y 39	Hospital Pediátrico
31	510099	Calle 43 e/ 40 y 42	Hogar de Anciano
32	510065	Ave 42	Bodega La Sirenita

33	552356	Calle 37 y 52	Portal de la Valenciana
34	551502	Calle 37 y 52	Portal de la Valenciana

Zona A.2

No.	No. de Teléfono	Dirección	Localización
1	510832	Calle 49 y 56	Terminal de Ómnibus
2	552351	Calle 49 y 56	Terminal de Ómnibus
3	510165	Calle 49 y 56	Terminal de Ómnibus
4	552352	Calle 49 y 56	Terminal de Ómnibus
5	551506	Calle 49 y 56	Terminal de Ómnibus
6	552400	Calle 49	Ferrocarril
7	552401	Calle 49	Ferrocarril
8	510124	Ave 60 y 51	Cruz Roja
9	528022	Ave 60 y 51	Cruz Roja
10	551505	Calle 37	Farmacia Sta Elena
11	527165	Calle 37 y 62	Hotel Perla del Sur
12	527166	Calle 37 y 62	Hotel Perla del Sur
13	524030	Calle 37	Bodega La Manzanita
14	550368	Calle 37	Amarillo
15	528212	Ave 66 e/ 35 y 37	Casilla Punta Gotica
16	510107	Calle 37	Frente a Baños Públicos
17	510075	Ave 54	Correo
18	510830	Ave 54	Correo
19	510829	Ave 54	Correo
20	551501	Ave 58	Frente - Gerencia
21	552349	Ave 58	Frente - Gerencia
22	552389	Ave 58	Frente - Gerencia
23	552348	Ave 58	Frente - Gerencia

Zona B.1

No.	No. de Teléfono	Dirección	Localización
1	510149	Calle 49 e/ 52 y 54	Cafetería Sol de Cuba
2	510150	Ave 52 y 51	Bodega La Defensa
3	510119	Ave 54 e/ 55 y 57	Portal Clínica Dental
4	510090	Calle 57	Minimercado La Comercial
5	510115	Ave 48 e/ 57 y 59	Bajo Edif. La Cotorra
6	510105	Calle 63 e/ 54 y 56	Portal Supermercado Arizona (I)
7	552392	Calle 63 e/ 54 y 56	Portal Supermercado Arizona (D)
8	551507	Calle 63 e/ 54 y 56	Lateral Cafetería Cine Jagua
9	510069	Ave 58 e/ 63 y 65	Farmacia La Juanita
10	510127	Calle 61 esq. 60	Triángulo
11	510080	Calle 67 y 10 ne	Portal Placita La Ciruela
12	510125	Ave 60 e/ 67 y 69	Tintorería (izquierda)
13	552381	Ave 60 e/ 67 y 69	Tintorería (derecha)
14	552396	Ave 60 y 71	Portal Bodega Bar Pedro 1
15	552342	Ave 60 y 71	Portal Bodega Bar Pedro 3
16	510122	Ave 60 y 71	Portal Bodega Bar Pedro 4
17	510841	Ave 60 y 71	Portal Bodega Bar Pedro
18	526103	Ave 56 y 71	Frente a la Oficina de Tránsito
19	510066	Calle 71 y 50	Portal Bodega El Damují
20	510089	Ave 60 e/ 73 y 75	Frente al Consultorio # 26
21	510129	Calle 81 e/ 62 y 64 A	Portal Merendero La Curva
22	528217	Calle 83 e/ 60 y 62	Ent. Policlínico Tulipán P.T. 1
23	510111	Calle 83 e/ 60 y 62	Ent. Policlínico Tulipán P.T. 2
24	510086	Ave 64 A e/ 83 y 85	Portal Bodega La Jagua
25	512617	Calle 16 ne y 85 ne	Parque lateral Kiosko TRD
26	510092	Calle ne e/ 85 y 87	Portal TRD La Academia
27	510091	Calle 16 ne e/ 89 y 91	Supermercado La Vizcaya
28	510096	Calle 12 e/ 99 y 101	Edif. 10 2da. Escalera
29	510106	Calle 12 e/ 105 y 107	Edif. 6 Tulipán
30	510104	Ave 18 y 99	Poste sencillo frente a la pista de Tulipán
31	510109	Calle 26 ne e/ 97 y 99	Portal Bodega La Reina
32	510136	Ave 64 A y 89 ne	Caseta Edif. Acueducto

Zona B.2

No.	No. de Teléfono	Dirección	Localización
1	552377	Ave 46 e/ 45 y 47	Portal Empresa Eléctrica
2	510161	Calle 45 e/ 38 y 40	Cuerpo de Guardia PPU
3	510155	Calle 45 e/ 40 y 42	Clínica de Especialidades
4	510071	Ave 34 y 45	Portal Bodega La Deportiva
5	552368	Calle 45 e/ 24 y 26	Biblioteca ESPA Provincial
6	510108	Ave 16 e/ 55 y 57	Superm. Los Aliados
7	510082	Ave 20 y 51 A	Pedagógico C. Benitez Pantry I
8	552386	Ave 20 y 51 A	Estadio entrada # 20
9	512373	Ave 30 y 49	Cerca Casa Particular
10	510095	Politec de la Salud	Lobby
11	510153	Hospital Provincial	Consulta 3er. Piso e/ Baños
12	510158	Hospital Provincial	Consulta 2do. Piso
13	510139	Hospital Provincial	Poste triple Información I 1
14	551500	Hospital Provincial	Poste triple Información I 2
15	510159	Hospital Provincial	Poste triple Información II 1
16	552354	Hospital Provincial	Poste triple Información II 2
17	527396	Cafet. Pinos Altos	Portal Lateral Derecho
18	510079	Hospital Provincial	Cuerpo de Guardia (I)
19	510078	Hospital Provincial	Cuerpo de Guardia (D)
20	510074	Hospital Provincial	5to. Piso Lat. De Ascensores (I)
21	510076	Hospital Provincial	4to. Piso Lat. De Ascensor (D)
22	510063	Hospital Provincial	4to. Piso Lat. De Ascensor (I)
23	527163	Hospital Provincial	5to. Piso Sala de Diálisis
24	510093	Hospital Provincial	4to. Piso Frente a Sala 5A (D)
25	510077	Hospital Provincial	3er. Piso Lateral Sala 1A (D)
26	524171	Hospital Provincial	Lateral sala 1A - 3Piso
27	551488	Ave 38 e/ 57 y 59	Hotelera MICONS (I)
28	510160	Ave 38 e/ 57 y 59	Hotelera MICONS (D)
29	510144	Calle 59 e/ 38 y 40	Portal Superm. Petrolero (I)
30	510112	Ave 42 e/ 59 y 61	1era. Esc. Edif. # 5901
31	510081	Rpto. Hermanas Giral	Portal Cafetería
32	552390	Ave 42 y 75	Montoto (I)
33	552359	Ave 42 y 75	Montoto (D)
34	552379	Junco Sur	Centro de Llamadas

35	510824	Reparto Junco Sur	Lateral Edf. 22 Poste Triple 1
36	551455	Reparto Junco Sur	Lateral Edf. 22 Poste Triple 2
37	510098	Ave 42 y Circunv.	Lat. Cuarto de Armamento
38	551508	Ave 42 y Circunv.	Frente a escalera
39	515579	Punta La Cueva	Poste Triple Frente a Pizarra

Zona C1

No.	No. de Teléfono	Dirección	Localización
1	524024	Ave 64 e/ 51 y 53	Entrada Cuartería
2	528200	Calle 6ne e/ 53 y 55	Carnicería
3	515591	Calle 59 y 62	Caseta Bodega La Cubanita
4	552384	Calle 61 y 6ne	Portal Tribunal Prov 1
5	510146	Calle 61 y 6ne	Portal Tribunal Prov 2
6	510145	Calle 61 y 6ne	Portal Tribunal Prov 3
7	552395	Ave 64 y 53	Portal Fabrica de Calzado 1
8	510133	Ave 64 y 53	Portal Fabrica de Calzado 2
9	510067	Ave 64 y 53	Portal Fabrica de Calzado 3
10	510102	Ave 64 e/ 51 y 53	Edif Multifamiliar
11	510138	Ave 74 e/ 55 y 57	Portal de la carnicería
12	510137	Calle 49 e/ 68 y 70	Minimercado San Lazaro 1
13	525035	Calle 49 e/ 68 y 70	Minimercado San Lazaro 3
14	510132	Ave 64 y 49	Portal Farmacia la Caridad
15	524029	Ave 64 E/41 y 43	Portal Fogonera
16	510134	Ave 64 y 57	Portal Bodega la Ferrolana
17	510103	Ave 64 e/ 57 y 59	Torrefactora de Café
18	510135	Ave 64e/ 61 y 59	Farmacia
19	524039	Ave 64 e/ 77 y 79	Esc de Instructores de arte 2
20	510116	Ave 4ne e/ 75 y 77	Bodega la Panameñita
21	510094	Calle 81 ne y 6 ne	Portal Bodega La naviera
22	510097	Ave 64 y 85 ne	Minimercado Yayabo
23	510117	Calle 99 e/ 66 y 68	Supermercado Buena Vista
24	512220	Ave 74 y Circunv	2da esc Farmacia edif # 6
25	524146	Ave 66 y 109 B.V	Bodega La Retirada
26	510162	Circunvalación	P. de recogida La Bayamesa

27	552346	Esc . Militar	Comedor Camilo Cienfuegos
28	510140	Calle 129 e/ 66 y 68	Portal Bodega La Ezperanza
29	551497	Aeropuerto Jaime Glez	Entrada HABANATUR poste triple (1)
30	552393	Ave 64 y Millón	Tienda TRD Caonao 2
31	524169	Ave 64 y Millón	Tienda TRD Caonao 4
32	551496	Ave 64 y Millón	Tienda TRD Caonao 3
33	512616	Caonao	Bodega Campo e/ Sur Y Palma
34	511688	Barrio Caonao	Portal Consultorio # 38

Zona C.2

No.	No. de Teléfono	Dirección	Localización
1	510128	63 y 70	Portal Bodega El Tulipán
2	510148	Calle 63 e/ 72 y 74	Portal Guarapera
3	528208	Rpto. Pastorita	Placita 72 e/ 81 y 83
4	552397	Zona Industrial # 1	Portal Consult. C. MICALUM
5	512311	Rpto. Pueblo Griffo	1era. Escalera Edif. # 41
6	524049	Rpto. Pueblo Griffo	Entrada Policlínico A IV
7	525762	Rpto. Pueblo Griffo	Policlínico A IV
8	524149	Rpto. Pueblo Griffo	1er. Piso Edif. 12 Plantas (I)
9	524048	Rpto. Pueblo Griffo	Portal Supermercado 1
10	524047	Rpto. Pueblo Griffo	Portal Supermercado 2
11	552372	Rpto. Pueblo Griffo	Portal Supermercado 3
12	524046	Rpto. Pueblo Griffo	Portal Supermercado 4
13	524028	Rpto. Pueblo Griffo	Portal Supermercado 5
14	528204	Rpto. Pueblo Griffo	Portal Supermercado 6
15	528231	63 y 80	Portal Servi Cupet P. Griffo
16	524037	Rpto. Pastorita	Policlínico Laboral
17	552345	Carretera Obourkes	Carpeta albergue Los 500 (I)
18	552369	Carretera Obourkes	Carpeta albergue Los 500 (D)
19	524036	Rpto. O´bourkes	Entrada Circulo Social
20	524153	Rpto. Pastorita	Portal Telecorreo
21	526104	Rpto. Pastorita	Planta Baja Edif. # 17 8 Plantas

22	593995	Rpto. Pastorita	Supermercado Vista Alegre
23	525037	Rpto. Pastorita	Portal Tienda Panam. Hotelera
24	524043	Rpto. Pastorita	Supermercado Los Multiples 1
25	524040	Rpto. Pastorita	Supermercado Los Multiples 2
26	552376	Rpto. Pastorita	Supermercado Los Multiples 3

Anexo C: Muestra de la matriz distancia de los teléfonos públicos

0	2,5	2,3	1,6	3,2	2,3	2,9	2,2	2,9	1,9	1,3	1,5	1,5
2,5	0	0,19	0,6	0,8	0,35	0,4	0,85	0,35	0,75	1,6	0,95	0,95
2,3	0,19	0	0,7	1	0,55	0,6	1,1	0,6	1	0,4	1	1
1,6	0,6	0,7	0	1,6	0,7	1,3	0,6	1,2	0,5	0,7	0,3	0,3
3,2	0,8	1	1,6	0	0,95	0,6	1,2	0,6	1,4	2,2	2	2
2,3	0,35	0,55	0,7	0,95	0	0,55	0,5	0,5	0,45	1	0,8	0,8
2,9	0,4	0,6	1,3	0,6	0,55	0	0,75	0	1,1	1,7	1,3	1,3
2,2	0,85	1,1	0,6	1,2	0,5	0,75	0	0,8	0,3	0,9	0,65	0,65
2,9	0,35	0,6	1,2	0,6	0,5	0	0,8	0	1,1	1,7	1,3	1,3
1,9	0,75	1	0,5	1,4	0,45	1,1	0,3	1,1	0	0,6	0,35	0,35
1,3	1,6	0,4	0,7	2,2	1	1,7	0,9	1,7	0,6	0	0,35	0,35
1,5	0,95	1	0,3	2	0,8	1,3	0,65	1,3	0,35	0,35	0	0
1,5	0,95	1	0,3	2	0,8	1,3	0,65	1,3	0,35	0,35	0	0

Anexo D: Solución dada por el modelo

Hoja de recorridos

<i>ID</i>	<i>Número</i>	<i>Dirección</i>	<i>Localización</i>
0			
66	551501	43 E/ 58 Y 60	FRENTE A GERENCIA (4)
67	552348	43 E/ 58 Y 60	FRENTE A GERENCIA (1)
68	552349	43 E/ 58 Y 60	FRENTE A GERENCIA (3)
69	552389	43 E/ 58 Y 60	FRENTE A GERENCIA (2)
167	524029	AVE 64 E/ 41 Y 43	PORTAL FOGONERA
165	510132	AVE 64 Y 49	PORTAL FARMACIA LA CARIDAD
171	510102	AVE 64 E/ 51 Y 53	PORTAL EDIF MULTIFAMILIAR (D)
170	552395	AVE 64 Y 53	PORTAL FABRICA DE CALZADO (1)
168	510067	AVE 64 Y 53	PORTAL FABRICA DE CALZADO (3)
169	510133	AVE 64 Y 53	PORTAL FABRICA DE CALZADO (2)
44	552379	CADDY JUNCO SUR	POSTE TRIPLE (2)
41	551455	REPARTO JUNCO SUR	LATERAL EDIF 22 POSTE TRIPLE (2)
40	510824	REPARTO JUNCO SUR	LATERAL EDIF 22 POSTE TRIPLE (1)
49	552390	AVE 42 Y 75	PORTAL BODEGA MONTOTO (I)
50	552359	AVE 42 Y 75	PORTAL BODEGA MONTOTO (D)
105	510066	71 Y 50	PORTAL BODEGA EL DAMUJI
70	527165	37 Y 62	CENTRO DE REC PERLA DEL SUR (I)
71	527166	37 Y 62	CENTRO DE REC PERLA DEL SUR (D)
77	510107	37 E/ 60 Y 62	FRENTE A BAÑOS PUBLICOS (D)
59	551505	37 E/ 60 Y 62	PORTAL FARMACIA
57	524022	AVE 56 Y 33	PORTAL CAFETERIA EL RECREO
76	510121	AVE 56 # 3101	PORTAL TIENDA LA CIENFUEGUERA
55	510163	31 E/ 56 Y 58	PORTAL MERCADO HABANA
142	552393	AVE 64 E/ MILLON Y CENTRAL	PORTAL TIENDA TRD CAONAO (2)
140	524169	AVE 64 E/ MILLON Y CENTRAL	PORTAL TIENDA TRD CAONAO (4)
141	551496	AVE 64 E/ MILLON Y CENTRAL	PORTAL TIENDA TRD CAONAO (3)

Anexos

148	511688	CASTILLO E/ 64 Y SAN JOAQUIN	PORTAL ANTIGUO CONSULTORIO 38
143	512616	CAMPO E/ SUR Y PALMA	PORTAL BODEGA LA CURVA
145	551497	AEROPUERTO JAIME	ENTRADA HAVANATUR POSTE TRIPLE (1)
146	510140	129 E/ 66 Y 68 (Carretera Caonao)	PORTAL BODEGA LA ESPERANZA
147	552346	ESC MILITAR CAMILO	DEBAJO ESCALERAS AL LADO TARJETERO
149	510162	AVE 64 Y CIRCUNVALACION	PUNTO RE RECOGIDA A CAONAO
144	510117	99 E/ 66 Y 68	PORTAL SUPERMERCADO BUENA VISTA
126	510097	AVE 64 Y 85NE 1RA DE TULIPAN	CASETA PORTAL MINIM YAYABO
115	510092	12NE E/ 85NE Y 87NE	PORTAL TRD LA ACADEMIA
124	512617	16NE Y 85NE	PARQUE LATERAL KIOSCO TRD
114	510091	AVE 16NE E/ 89NE Y 91NE	SUPERMERCADO LA VIZCAYA
128	510096	AVE 12NE E/ 99 Y 101	EDIF #10 2DA ESC PLANTA BAJA
123	510106	AVE 12NE E/ 105 Y 107	POSTE DOBLE (D)
116	510104	AVE 18 Y 99	POSTE SENCILLO FRENTE A PISTA TULIPAN
130	510109	AVE 26NE E/ 97NE Y 99NE	PORTAL BODEGA LA REINA
129	510136	AVE 64A Y 89NE	CASETA EDIF ACUEDUCTO
121	510086	AVE 64A E/ 83NE Y 85NE	PORTAL BODEGA LA JAGUA
138	510129	81 E/ 62 Y 64A	PORTAL MERENDERO LA CURVA
136	528217	POLICLINICO TULIPAN	ENTRADA POSTE TRIPLE (1)
135	510111	POLICLINICO TULIPAN	ENTRADA POSTE TRIPLE (2)
89	510089	AVE 60 E/ 73 Y 75	FRENTE AL CONSULTORIO # 26
119	552342	AVE 60 Y 71	PORTAL BODEGA BAR PEDRO (3)
117	510841	AVE 60 Y 71	PORTAL BODEGA BAR PEDRO (2)
118	510122	AVE 60 Y 71	PORTAL BODEGA BAR PEDRO (4)
120	552396	AVE 60 Y 71	PORTAL BODEGA BAR PEDRO (1)
110	510125	AVE 60 E/ 67 Y 69	PORTAL TINTORERIA (I)
111	552381	AVE 60 E/ 67 Y 69	PORTAL TINTORERIA (D)
101	510127	AVE 60 Y 61	PORTAL EL TRIANGULO
109	515591	59 Y 62	LATERAL BODEGA LA CUBANITA
122	510080	67 Y 10NE	PORTAL PLACITA LA CIRUELA
106	524024	AVE 64A E/ 51 Y 53	ENTRADA CUARTERIA

127	528200	6NE E/ 53 Y 55	CARNICERIA
0			
10	510065	AVE 42 Y 41	PORTAL BODEGA LA SIRENITA
33	552377	AVE 46 E/ 45 Y 47	PORTAL EMPRESA ELECTRICA
34	510155	45 E/ 40 Y 42	ENTRADA CLINICA ESPECIALIDADES
35	510161	45 E/ 38 Y 40	PORTAL CUERPO DE GUARDIA PPU
37	510099	43 E/ 40 Y 42 # 4002	RECEPCION HOGAR DE ANCIANOS
54	510088	37 Y 40	PORTAL BODEGA LAS BRISAS
31	510068	37 Y 38	ENTRADA CAFETERIA MALECON (I)
32	524034	37 E/ 38 Y 40	ENTRADA CPHE (D)
3	512372	37 E/ 22 Y 24	RAPIDO DE LA PLAZA MLC
13	510085	HOSPITAL PEDIATRICO	ENTRADA CONSULTAS (I)
11	510083	HOSPITAL PEDIATRICO	2DO PISO FRENTE A SALA CIRUGIA
12	510084	HOSPITAL PEDIATRICO	PLTA BAJA FRENTE A GUARDIA FIS
14	552402	HOSPITAL PEDIATRICO	ENTRADA CUERPO DE GUARDIA
9	510071	AVE 34 Y 45	PORTAL BODEGA LA DEPORTIVA
7	512373	AVE 30 Y 49	CERCA CASA PARTICULAR
30	510095	POLITECNICO DE LA SALUD	SALA DE ESTAR FRENTE A COMEDOR (1)
29	524171	HOSPITAL PROVINCIAL	3ER PISO LATERAL SALA 1A (I)
15	510063	HOSPITAL PROVINCIAL	4TO PISO LAT ASCENSORES (I)
16	510076	HOSPITAL PROVINCIAL	4TO PISO LAT ASCENSORES (D)
17	510078	HOSPITAL PROVINCIAL	ENT PCPAL CPO DE GUARDIA (D)
18	510093	HOSPITAL PROVINCIAL	4TO PISO FRENTE A SALA 5A (D)
19	527163	HOSPITAL PROVINCIAL	5TO PISO LATERAL SALA DIALISIS
20	510074	HOSPITAL PROVINCIAL	5TO PISO LAT ASCENSORES (I)
21	510079	HOSPITAL PROVINCIAL	ENT PCPAL CPO DE GUARDIA (I)
22	510077	HOSPITAL PROVINCIAL	3ER PISO LATERAL SALA 1A (D)
23	551500	HOSPITAL PROVINCIAL	FRENTE A INFORM POSTE TRIPLE I (2)
24	510139	HOSPITAL PROVINCIAL	FRENTE A INFORM POSTE TRIPLE I (1)
25	552354	HOSPITAL PROVINCIAL	FRENTE A INFORM POSTE TRIPLE II (2)
26	510159	HOSPITAL PROVINCIAL	FRENTE A INFORM POSTE TRIPLE II (1)
27	510158	HOSPITAL PROVINCIAL	CONSULTA 2DO PISO

Anexos

28	510153	HOSPITAL PROVINCIAL	ENTRADA CONSULTA OFTALMOLOGICA (D)
36	527396	CAFETERIA PINOS ALTOS	PORTAL LATERAL DERECHO
38	510112	AVE 42 E/ 59 Y 61	ENT 1RA ESC EDIF #5901 POSTE DOBLE (D)
48	510081	REPARTO HERMANAS GIRAL	PORTAL CAFETERIA
103	510105	63 E/ 48 Y 50	PORTAL SUPERMERCADO ARIZONA (I)
104	552392	63 E/ 48 Y 50	PORTAL SUPERMERCADO ARIZONA (D)
108	510115	48 E/ 57 Y 59	BAJOS EDIF LA COTORRA
107	510090	57 E/ 42 Y 48 (Frente a la Pisina)	POSTE DOBLE FRENTE MINIMERCADO LA
42	510160	AVE 38 E/ 57 Y 59	2DO PISO HOTELERA MICONS (D)
43	551488	AVE 38 E/ 57 Y 59	2DO PISO HOTELERA MICONS (I)
47	510144	59 E/ 38 Y 40	PORTAL SUPERM PETROLERO (I)
8	510082	PEDAG C BENITEZ AVE 20 Y 51A	PANTRY (I)
6	552386	AVE 20 Y 51A	PORTAL ESTADIO ENTRADA # 20
4	510108	AVE 16 E/ 55 Y 57 (Punta Gorda)	PORTAL SUPERMERCADO LOS ALIADOS
5	552368	45 E/ 24 Y 26	ENTRADA BIBLIOTECA ESPA PROVINCIAL
1	510072	AVE 20 Y 43 (P.Gorda)	PORTAL BODEGA LAS CANARIAS
2	510073	AVE 20 Y 39	PORTAL BODEGA CHIQUITA
166	510134	AVE 64 Y 57	PORTAL BODEGA LA FERROLANA
172	510103	AVE 64 E/ 57 Y 59	PORTAL TORREFACTORA DE CAFE (I)
176	510135	AVE 64 E/ 59 Y 61	CALZADA POSTE TRIPLE (1)
132	510146	61 E/ 4NE Y 6NE	POSTE TRIPLE TRIBUNAL PROVINCIAL (2)
131	510145	61 E/ 4NE Y 6NE	POSTE TRIPLE TRIBUNAL PROVINCIAL (1)
133	552384	61 E/ 4NE Y 6NE	POSTE TRIPLE TRIBUNAL PROVINCIAL (3)
174	510138	AVE 74 E/ 55 Y 57	PORTAL CARNICERIA
175	510148	63 E/ 72 Y 74	PORTAL BODEGA LA PROSPERIDAD
173	510128	63 Y 70	PORTAL BODEGA EL TULIPAN
160	528208	AVE 72 E/ 81 Y 83 (Pueblo Griffo)	PORTAL PLACITA
157	528204	REPARTO PUEBLO GRIFFO	PORTAL SUPERMERCADO (6)
152	524028	REPARTO PUEBLO GRIFFO	PORTAL SUPERMERCADO (5)
153	552372	REPARTO PUEBLO GRIFFO	PORTAL SUPERMERCADO (3)

Anexos

154	524046	REPARTO PUEBLO GRIFFO	PORTAL SUPERMERCADO (4)
155	524047	REPARTO PUEBLO GRIFFO	PORTAL SUPERMERCADO (2)
156	524048	REPARTO PUEBLO GRIFFO	PORTAL SUPERMERCADO (1)
164	528231	63 Y 80	PORTAL SERVICUPET PUEBLO GRIFO
159	525762	REPARTO PUEBLO GRIFFO	PORTAL POLICLINICO AREA IV (I)
158	524049	REPARTO PUEBLO GRIFFO	PORTAL POLICLINICO AREA IV (D)
163	524149	REPARTO PUEBLO GRIFFO	1ER PISO EDIF 12 PLANTAS (I)
151	512311	REPARTO PUEBLO GRIFFO	1RA ESC EDIF #41
58	524030	37 Y 68	PORTAL BODEGA LA MANZANITA
82	528212	AVE 66 E/ 35 Y 37 #3502	PORTAL CARNICERIA #16
78	550368	37 Y 70	CAFETERIA DOBLE VIA
75	552356	37 E/ 52 Y 54 LA VALENCIANA	PARED AL LADO ESTANQUILLO
74	551502	37 E/ 52 Y 54 LA VALENCIANA	COLUMNA FRENTE ESTANQUILLO
53	510829	35 Y 56	PORTAL CORREO CENTRAL (3)
51	510075	35 Y 56	PORTAL CORREO CENTRAL (2)
52	510830	35 Y 56	PORTAL CORREO CENTRAL (4)
56	524021	AVE 52 Y 33	PORTAL BODEGA EL REFINO
73	550337	AVE 54 E/ 33 Y 35 BOULEVARD	FRENTE A LA VERJA POSTE TRIPLE II (2)
72	510118	AVE 54 E/ 33 Y 35 BOULEVARD	FRENTE A LA VERJA POSTE TRIPLE II (1)
81	510126	AVE 60 Y 27 # 2701	PORTAL BODEGA EL PABELLON NAC
86	510114	AVE 48 E/ 23 Y 25	PASILLO ENTRADA COMP VIVIENDAS
60	524051	29 E/ 46 Y 48 BOULEVARD	LATERAL ALMACENES ITH (I)
64	552366	37 E/ 46 Y 48	PORTAL JARDIN DE LA JUVENTUD (4)
61	552365	37 E/ 46 Y 48	PORTAL JARDIN DE LA JUVENTUD (3)
62	510142	37 E/ 46 Y 48	PORTAL JARDIN DE LA JUVENTUD (1)
63	510143	37 E/ 46 Y 48	PORTAL JARDIN DE LA JUVENTUD (2)
65	510838	37 E/ 46 Y 48	PORTAL JARDIN DE LA JUVENTUD (5)
0			
87	510152	9A Y 48	PORTAL BODEGA LA MILAGROSA
84	525041	7A Y AVE 48	PORTAL PPU REINA
85	593988	19 # 5402	POSTE SENCILLO ENTRADA POLIC AREA I

Anexos

83	510141	19 E/ 48 Y 50 # 4816 (Reina)	PORTAL CASA PARTICULAR
79	521865	29 E/ 52 Y 54 BOULEVARD	LATERAL GOBIERNO PROVINCIAL
80	552399	29 # 5003 E/ 50 Y 52	LATERAL EMPRESA TERRIT CORREOS
186	552376	REPARTO PASTORITA	PORTAL SUPERM LOS MULTIPLES (3)
184	524040	REPARTO PASTORITA	PORTAL SUPERM LOS MULTIPLES (2)
185	524043	REPARTO PASTORITA	PORTAL SUPERM LOS MULTIPLES (1)
188	593995	REPARTO PASTORITA	PORTAL SUPERMERCADO VISTA ALEGRE
180	524153	TELECORREOS PASTORITA	PARED DERECHA PORTAL (3)
177	526104	REPARTO PASTORITA	PLANTA BAJA EDIF #17 8 PLANTAS
182	525037	REPARTO PASTORITA	LATERAL TIENDA PANAMERICANA
178	552369	LOS 500	NAVE 1 (D)
179	552345	LOS 500	NAVE 1 (I)
183	524037	POLICLINICO LABORAL	POSTE TRIPLE ENTRADA (1)
181	524036	B Y 8 OBOURKE	ENTRADA CIRCULO SOCIAL
187	552397	ZONA IND #1	PORTAL CONSULT COMUNIDAD MICALUM
98	510069	AVE 58 Y 63	PORTAL FARMACIA LA JUANITA
112	551507	63 E/ 54 Y 56	LATERAL CAFETERIA CINE JAGUA
90	526103	AVE 56 Y 71	FRENTE A OFICINA DE TRANSITO
88	510119	AVE 54 E/ 55 Y 57 (La Juanita)	PORTAL CLINICA DENTAL
113	510150	AVE 52 Y 51	PORTAL BODEGA LA DEFENSA
102	510149	49 E/ 52 Y 54	CAFETERIA SOL DE CUBA
95	552352	49 E/ 56 Y 58	ENTRADA TERMINAL DE OMNIBUS (I)
91	510832	TERMINAL DE OMNIBUS	SALON PLANTA ALTA (I)
92	552351	TERMINAL DE OMNIBUS	SALON PLANTA ALTA (D)
93	510165	TERMINAL DE OMNIBUS	SALON ASTRO
94	551506	49 E/ 56 Y 58	ENTRADA TERMINAL DE OMNIBUS (D)
96	552401	49 E/ 58 Y 60	PORTAL FERROCARRILES (I)
97	552400	49 E/ 58 Y 60	PORTAL FERROCARRILES (D)
99	510124	AVE 60 E/ 51 Y 53 (Curz Roja)	LATERAL POLICLINICO AREA III (1)
100	528022	AVE 60 E/ 51 Y 53 (Curz Roja)	LATERAL POLICLINICO AREA III (3)
162	525035	49 E/ 68 Y 70	PORTAL MINIMERCADO SAN LAZARO (3)

Anexos

161	510137	49 E/ 68 Y 70	PORTAL MINIMERCADO SAN LAZARO (1)
0			
150	512220	AVE 74 Y CIRCUNVALACION	2DA ESC EDIF #6 LAT FARMACIA
139	524146	AVE 66 E/ 109 Y 111 B VISTA	PORTAL BODEGA LA RETIRADA
137	524039	AVE 64 E/ 77 Y 79	ESC INSTRUCTORES DE ARTE CAFETERIA (2)
134	510116	AVE 4NE E/ 75 Y 77	PORTAL BODEGA LA PANAMEÑITA
125	510094	81NE Y 6NE	LATERAL BODEGA LA NAVIERA
46	551508	CIM B ROJAS AVE 42 Y	FRENTE ESCALERA
45	510098	CIM B ROJAS AVE 42 Y	LATERAL CUARTO DE ARMAMENTO
39	515579	HOTEL PUNTA LA CUEVA	POSTE TRIPLE FRENTE A PIZARRA (3)
0			