

Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez”

Facultad de Ingeniería Informática

Matemática Básica y Aplicada

Modelación matemática de las características
exteriores de velocidad de los motores de combustión
interna diesel.

Tesis en opción al grado científico
de Master en Matemática Aplicada.

Autor: Ing. Mario Jesús Aranzola Rodríguez

Tutores: DrC.T. José R. Fuentes Vega

MSc. Miguel Santana Justiz

Cienfuegos, 2011

Agradecimientos.

A los profesores de la Maestría en Matemática Aplicada por la ayuda que me brindan en la formación de conocimientos, a mis compañeros de trabajo por el apoyo y la cobertura que me ofrecen, a mis padres por el sustento que me proporcionan, a mi compañera de la vida y de estudio Maria de Lourdes Machín Villavicencio por comprenderme y ayudarme cuando lo necesito, al MSc. Marcelo García por inducirme e ingresar en la Universidad de Cienfuegos y al DrC.T. José R. Fuentes Vega y el MSc. Miguel Santana Justiz por la tutoría del presente.

Resumen.

En este informe se presenta una aplicación de los modelos de regresión lineal y la interpolación polinomial segmentaria mediante spline cúbico a las características exteriores de velocidad de los motores de combustión interna diesel.

Se parte del análisis de los modelos matemáticos tradicionales y sus limitaciones teóricas. A partir de datos muestrales se estiman mediante modelos de regresión lineal, la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal, el momento efectivo inicial y el consumo específico de combustible inicial. Luego se aplica el ajuste de curva para valores mayores a los extremos y posteriormente se define una función por partes, de tipo spline, para el momento efectivo y otra para el consumo específico de combustible.

Se realiza un análisis comparativo de los principales indicadores de calidad del ajuste entre ambos grupos de modelos, resultando mejores los modelos planteados para bajas frecuencia de rotación del árbol cigüeñal. En el caso del momento efectivo para valores mayores que momento efectivo máximo, el de “Ilarionov” resultó ser el menos adecuado y los restantes no se diferencian, aunque el planteado para este rango tiene los coeficientes constantes. Las comparaciones de consumo específico de combustible revelan que para valores mayores que frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a mínimo consumo específico de combustible el modelo de “Barrizonte” ajusta mejor que el planteado.

Del resultado del análisis comparativo se propone el spline para el momento efectivo y para el consumo específico de combustible el segmento del spline correspondiente a frecuencia de rotación del árbol cigüeñal menor que la de mínimo consumo específico de combustible y para valores mayores el modelo matemático de “Barrizonte”.

Glosario.

Acrónimos y terminología.

UCF Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez”.

IGI Información geográfica impresa.

BD Base de datos.

BDE Base de datos obtenida por vía experimental.

NTIC Nuevas tecnologías de la información y la computación.

MCI Motores de combustión interna.

Operadores.

$\in$. que pertenece

$\forall$. para todo(a)

$/$. tal que

$\div$. entre

$\int_a^b$. integral definida desde a hasta b

dx . diferencial de la variable x

$(\overline{a, b})$. intervalo desde a hasta b

Símbolos.

$\omega_{(x)}$: función frecuencia de rotación del árbol cigüeñal.

ω_N : frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a potencia efectiva máxima.

- ω_M : frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a momento efectivo máximo.
- ω_G : frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a mínimo consumo específico de combustible.
- $\omega_{\min}$: mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal.
- $\omega_{\max}$: máxima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal.
- x : relación, $\omega_{(x)}$ entre ω_N .
- $M_e(x)$: función momento efectivo.
- $M_{e\max}$: momento efectivo máximo.
- M_{eN} : momento efectivo a potencia efectiva máxima.
- $N_e(x)$: función potencia efectiva.
- $N_{e\max}$: potencia efectiva máxima.
- $G_e(x)$: función consumo específico de combustible.
- $G_{e\min}$: mínimo consumo específico de combustible.
- G_{eN} : consumo específico de combustible a potencia efectiva máxima.
- γ : coeficiente de transformación de unidades.
- C_1, C_2 y C_3 : coeficientes de las funciones potencia efectiva y momento efectivo.
- C_4, C_5 y C_6 : coeficientes de la función consumo específico de combustible.
- e_M : coeficiente de elasticidad de momento efectivo.
- e_N : coeficiente de elasticidad de frecuencia de rotación del árbol cigüeñal.
- E : coeficiente de elasticidad total del motor.
- A_{Me} : coeficiente de adaptabilidad del motor.
- $P_i^k(x)$: polinomio i -ésimo de grado k en la variable x .
- $\tilde{p}_i$: i -ésimo nodo ploteado.
- $\tilde{\omega}_i$: frecuencia de rotación del árbol cigüeñal del i -ésimo nodo ploteado.
- $\tilde{f}(\tilde{\omega}_i)$: valor interpolado de la función en el i -ésimo nodo.
- $\tilde{M}_e(\tilde{\omega}_i)$: valor interpolado de momento efectivo en el i -ésimo nodo.
- $\tilde{G}_e(\tilde{\omega}_i)$: valor interpolado de consumo específico de combustible en el i -ésimo nodo.

$p_{M_e \text{ máx}}$: el nodo de momento efectivo máximo

$p_{M_e N}$: el nodo de momento efectivo a potencia efectiva máxima

$p_{G_e \text{ mín}}$: el nodo de mínimo consumo específico de combustible

$p_{G_e N}$: el nodo de consumo específico de combustible a potencia efectiva máxima

$\mathbb{N}$: conjunto de los números naturales

$\mathbb{N}^*$: conjunto de los números naturales incluyendo al cero

Índice general

Resumen.	III
Glosario.	IV
Acrónimos y terminología.	IV
Operadores.	IV
Símbolos.	IV
Introducción.	1
1. Estudios documentales.	7
1.1. Las características exteriores de velocidad.	7
1.1.1. Datos técnicos de MCI diesel.	7
1.1.2. Importancia de las características exteriores de velocidad en los indicadores de evaluación de los vehículos.	9
1.1.3. Modelos matemáticos tradicionales de las características exteriores de velocidad.	10
1.1.4. Análisis de las características exteriores de velocidad.	11
1.1.5. Aplicaciones de la característica exterior de velocidad.	18
1.1.6. Limitaciones de los modelos matemáticos tradicionales.	19
1.2. Interpolación polinomial.	20
1.2.1. Funciones spline.	22
1.2.2. El spline interpolador de grado k	23
1.2.3. El spline cúbico interpolador.	26
1.2.4. Aplicaciones de la interpolación polinomial segmentaria mediante spline cúbico natural.	28

1.3.	Análisis de regresión múltiple.	28
1.3.1.	Estimación de los β_j coeficientes.	29
1.3.2.	Supuestos del análisis de regresión.	29
1.4.	Conclusiones parciales:	30
2.	Metodología de trabajo.	31
2.1.	Recopilación y procesamiento de datos.	31
2.1.1.	Construcción de las curvas estandarizadas.	33
2.1.2.	Nuevo cambio de variables.	35
2.2.	Estimación de datos.	37
2.2.1.	Estimación del momento efectivo inicial.	37
2.2.2.	Estimación del consumo específico de combustible inicial.	40
2.2.3.	Estimación de la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal de la función momento efectivo.	41
2.2.4.	Estimación de la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal de la función consumo específico de combustible.	42
2.2.5.	La mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal.	43
2.2.6.	Ajuste de curva de la función momento efectivo, para valores de $0,1 \leq x_M \leq 1$	43
2.2.7.	Ajuste de curva de la función consumo específico de combustible, para valores de $0,1 \leq x_G \leq 1$	44
2.3.	Construcción del spline cúbico para las características exteriores de velocidad.	44
2.3.1.	El spline cúbico combinado para el momento efectivo.	45
2.3.2.	El spline cúbico combinado para el consumo específico de combustible.	49
2.4.	Conclusiones parciales:	51
3.	Análisis de los resultados.	52
3.1.	Análisis de los modelos de regresión lineal.	52
3.1.1.	Verificación de los supuestos de normalidad de los análisis de regresión.	52

3.1.2. Verificación de los supuestos de aleatoriedad de los análisis de regresión.	54
3.2. Comparación entre los modelos matemáticos tradicionales y los planteados.	54
3.2.1. Comparación de los modelos de momento efectivo.	55
3.2.2. Comparación de los modelos de consumo específico de combustible.	70
3.3. Modelos propuestos.	73
3.3.1. Modelo propuesto para el momento efectivo.	73
3.3.2. Modelo propuesto para el consumo específico de combustible.	74
3.4. Conclusiones parciales:	75
Conclusiones generales.	76
Recomendaciones.	77
Referencias bibliográficas.	78
A. Datos principales de 49 MCI diesel.	XIII
B. Regresión por pasos para $M_{e\text{ inic}}$.	XV
C. Regresión por pasos para $G_{e\text{ inic}}$.	XVII
D. Regresión por pasos para $\omega_{\text{mín}_M}$.	XIX
E. Regresión por pasos para $\omega_{\text{mín}_G}$.	XX
F. Predicciones para $M_{e\text{ inic}}$.	XXII
G. Predicciones para $\omega_{\text{mín}_M}$.	XXIII
H. Observaciones de y_M vs. x_M para 49 MCI.	XXIV
I. Observaciones de y_G vs. x_G para 36 MCI.	XXIX

Índice de figuras

1.1. Datos técnicos de un MCI diesel.	8
1.2. Características exteriores de velocidad; MCI diesel (a) y MCI de gasolina (b).	12
1.3. Funciones interpolada e interpoladora.	20
1.4. Comparación de métodos de interpolación.	27
2.1. Nube de nodos plotados.	32
2.2. Nodos de interpolación, polinomio interpolador y spline cúbico natural.	33
2.3. Funciones momento efectivo con $x = \frac{\omega(x)}{\omega_N}$; $y = \frac{M_e(x)}{M_{e \text{ máx}}}$	34
2.4. Funciones momento efectivo con $x = \frac{\omega(x)}{\omega_M}$; $y = \frac{M_e(x)}{M_{e \text{ máx}}}$	34
2.5. Funciones momento efectivo con nuevo cambio de variables.	35
2.6. Ajuste de curva de y_M vs. x_M , para $0,1 \leq x_M \leq 1$	45
2.7. Polinomio de tercer grado para $0,1 \leq x_M \leq 1$	47
2.8. Polinomio de tercer grado para $0 \leq x_M \leq 0,1$	47
2.9. Polinomios de tercer grado para $0 \leq x_M \leq 1$	48
2.10. Spline cúbico combinado, para $x_{M\text{mín}} \leq x_M \leq 1$	48
3.1. Comparación de medias para el primer intervalo.	61
3.2. Comparación de medianas para los intervalos 2 y 3.	62
3.3. Comparación de medias intervalos 2,4,5 e intervalo completo.	63
3.4. Comparación de medianas para el primer intervalo.	71
3.5. Comparación de medianas para los intervalos 2,3,4 y 5.	72

Índice de tablas.

1.1. Coeficientes empíricos C_1 , C_2 y C_3 ; C_4 , C_5 y C_6	17
1.2. Nodos de interpolación.	20
1.3. Condiciones del spline, con polinomios de grado k y $n + 1$ nodos.	24
1.4. Condiciones adicionales, spline cúbico.	26
2.1. Ejemplo de valores ploteados.	31
2.2. Ejemplo de valores ploteados y estándares.	33
2.3. Análisis de varianza (ANOVA) para $M_{e\text{inic}}$	39
2.4. Análisis de varianza (ANOVA), para $G_{e\text{inic}}$	41
2.5. Análisis de varianza (ANOVA), para $\omega_{\text{mín}_M}$	42
2.6. Análisis de varianza (ANOVA), para $\omega_{\text{mín}_G}$	43
2.7. Resultados del ajuste polinomial para $f(\mathbf{x}_M)$	44
2.8. Resultados del Ajuste Polinomial para $f(\mathbf{x}_G)$	46
3.1. Distribución ajustada para los residuos de $\omega_{\text{mín}}$ y $M_{e\text{inic}}$	53
3.2. Estadísticos de las transformaciones de los modelos.	58
3.3. Análisis de varianza (ANOVA) del primer intervalo.	59
3.4. Prueba de rangos múltiples, primer intervalo.	60
3.5. Análisis de varianza (ANOVA) del segundo intervalo.	63
3.6. Estadísticos de las transformaciones de los modelos.	66
3.7. Análisis de varianza (ANOVA) del cuarto intervalo.	66
3.8. Prueba de rangos múltiples, cuarto intervalo.	67
3.9. Análisis de varianza (ANOVA) del quinto intervalo.	68
3.10. Prueba de rangos múltiples, quinto intervalo.	68

3.11. Análisis de varianza (ANOVA) del intervalo completo.	70
3.12. Prueba de rangos múltiples, intervalo completo.	70

Introducción.

A través del conocimiento de las cualidades de explotación de un vehículo, se puede valorar la posibilidad de utilización efectiva del mismo y en qué medida, sus características constructivas, responden a determinadas condiciones. Su conocimiento es importante para la proyección de nuevos vehículos, la remodelación de los ya existentes y la elección de los mismos, en dependencia de las condiciones de explotación, a que serán sometidos.

Dentro de las cualidades de explotación de un vehículo se encuentran, las dinámicas, la economía de consumo, la estabilidad y la capacidad de paso; por sólo mencionar las que mayor relación poseen con el actual trabajo.

Estas cualidades pueden valorarse a través de varios indicadores, algunos de los cuales, como los de consumo de combustible, tienen que ser definidos en función del carácter del proceso de transportación que se desarrolla. Dichos indicadores se obtienen por vía experimental o teórica, o por ambas. No siempre la vía experimental es factible, sobre todo cuando se trata de:

- valorar proyectos de transportación, en los que es necesario comparar alternativas de composición del parque vehicular,
- cuando se evalúa la factibilidad técnica de selección, desde el punto de vista de la compra,
- cuando se comparan alternativas de trayectos, para optimizar costos, consumos, rendimiento u otros,
- o cuando se valoran alternativas de remodelación.

En tales casos la vía teórica es insustituible, aunque existen diversas opciones de análisis teórico, la modelación matemática de ciclos de viaje o movimiento es una de las más utilizadas. Los ciclos de viaje o de manejo son herramientas para solucionar problemas de ingeniería del transporte, pues ellos ayudan a explicar la influencia de determinados factores en los procesos reales. Actualmente, en los países desarrollados se modela el ciclo de viaje a través de los denominados perfiles de velocidad. En ellos se representa una forma típica de conducir en una ciudad o autopista, teniendo en cuenta:

- la tecnología del vehículo,
- las características del tráfico en las vías contempladas en el estudio,
- las características climáticas y geográficas,
- los estilos de conducir.

Un análisis crítico de las características de los ciclos mencionados conduce a plantear que:

- Están elaborados en condiciones de grandes ciudades diferentes a las nuestras por la complejidad de las vías, intensidad de tráfico y velocidades límites.
- Se realizan sobre la base del procesamiento estadístico del comportamiento de la velocidad de un grupo de vehículos, de una clase dada, monitorizados durante períodos determinados y reducidos a un período más o menos prolongado de tiempo y recorrido, al que luego se someten los vehículos objeto de evaluación, para estimar el comportamiento de indicadores tales como el consumo de combustible o la emisión de contaminantes.
- En la mayoría de los ciclos no se considera un sistema de indicadores para la evaluación del vehículo. En el mejor de los casos, se utilizan algunos indicadores aislados, como el consumo de combustible o la emisión de contaminantes.
- Aunque la base de datos se obtiene a partir de un grupo de vehículos diferentes, no es posible que estos contemplen la variedad de características constructivas de los vehículos posibles a evaluar.
- Con raras excepciones se hacen evaluaciones que contemplen la dinámica de un vehículo en particular, en determinadas condiciones de carga, velocidad, tráfico y viales.

Por tal razón en la UCF se ha optado por modelar matemáticamente los ciclos de viaje, a partir de la dinámica del vehículo, para predecir el comportamiento de este en unas u otras condiciones de explotación, con varias opciones:

1. Ciclo Básico, cuando se desconocen las características viales, por donde debe circular el vehículo. Es adecuado para realizar evaluaciones comparativas entre uno y otro vehículo, en condiciones predeterminadas, que simulan las de una vía típica.

2. Ciclo IGI, en el cual la base de datos de las condiciones viales para la simulación del ciclo se obtiene a partir de la Información Geográfica Impresa, o sea, a partir de mapas.
3. Ciclo BDE, la base de datos para la simulación del ciclo se obtiene por vía experimental, determinando con una “5ta rueda”, los coeficientes de resistencia al camino de las vías donde se explotará el vehículo.

En cualquiera de las tres opciones, se parte de las características exteriores de velocidad de la fuente energética (MCI), que son las curvas que describen los valores de momento efectivo, potencia efectiva y consumo específico de combustible en función de la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal.

Los modelos matemáticos existentes datan de la década del 70 y el 80, ellos se analizaron para motores convencionales¹. En estos modelos se asumen conocidos varios parámetros, provocando que los resultados, no se ajusten adecuadamente a las características exteriores de velocidad del fabricante.

En relación con este tema se han desarrollado, en la UCF, varias tesis de maestría y dos doctorados, pero la limitación mayor que existe en estos momentos es precisamente la de no contar con modelos que describan apropiadamente, el comportamiento de las características exteriores de velocidad de los nuevos motores.

Dado el variado uso de los vehículos con motor de gasolina, y la pequeña incidencia que poseen en la mayoría de las empresas de producción o servicios, es que el presente trabajo se enfoca hacia los MCI diesel.

La introducción de las NTIC en el control de los procesos termodinámicos desarrollados en el interior de los MCI diesel, ha mejorado los parámetros de salida, tanto en el caso de los motores convencionales modernos, como en el de los motores con control electrónico de la inyección, los denominados “**Common Rail**”. En estos últimos, además del control electrónico del proceso de inyección, el uso de diversos sensores que envían señales a la unidad de control, la utilización del Rail, que hace independiente la presión de inyección de la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal del motor, a diferencia de lo que sucede en los motores convencionales, ha provocado, que en muchos casos, las características exteriores de velocidad se diferencien de las convencionales, no sólo en magnitud de sus parámetros, sino también en la forma de las curvas.

¹los que emplean bombas rotatorias

Por estos factores se hace necesario, tanto para los nuevos motores convencionales como para los “**Common Rail**”, determinar por vía teórica modelos matemáticos que brinden mejor ajuste que los modelos matemáticos tradicionales, a las características exteriores de velocidad del fabricante. Por tal razón, se plantea.

Problema científico:

Los modelos matemáticos tradicionales no describen adecuadamente el comportamiento de las características exteriores de velocidad de los MCI diesel modernos.

Objeto de estudio:

Las características exteriores de velocidad de los MCI diesel modernos.

Idea a defender:

Empleando la interpolación polinomial segmentaria mediante spline cúbico y estimando valores iniciales de las características exteriores de velocidad, es posible definir modelos matemáticos que se ajusten mejor que los tradicionales a las características exteriores de velocidad de los MCI diesel modernos.

Objetivo general de la investigación:

Definir modelos matemáticos que permitan determinar teóricamente, con mejor exactitud que los tradicionales, las características exteriores de velocidad de los MCI diesel modernos.

Objetivos específicos:

- Revisar los métodos utilizados hasta el momento y a partir de ellos, definir el método a emplear para mejorar la definición de las características exteriores de velocidad de momento efectivo, potencia efectiva y consumo específico de combustible en los nuevos MCI diesel.

- Recopilar una base de datos de características exteriores de velocidad de MCI diesel, que posibilite la confiabilidad del análisis estadístico y la validación de los resultados propuestos.
- Analizar la base de datos, en función de delimitar las características exteriores de velocidad de los MCI diesel, que serán objeto de valoración.
- Aplicar los modelos matemáticos correspondientes a las características exteriores de velocidad.
- Valorar comparativamente los resultados con los modelos conocidos y la propia característica exterior de velocidad del fabricante.

Metodología usada en este trabajo:

De los métodos teóricos:

El **analítico–sintético**, para poder estructurar el fenómeno en sus múltiples relaciones y componentes y así facilitar su estudio.

El **inductivo–deductivo**, para partir de hechos aislados y arribar a proposiciones generales.

El **histórico–lógico**, para la obtención de las relaciones que ocurren en el proceso de explotación de un vehículo.

La **modelación**, para obtener modelos matemáticos que permitan describir las ecuaciones y curvas de momento efectivo, potencia efectiva y consumo específico de combustible en función de la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal.

El **sistemático**, para el estudio de la dinámica de las relaciones entre los objetos que componen el sistema.

De los métodos empíricos:

La **observación**, para la interpretación del sistema y sus partes.

El **análisis de documentos**, para la revisión de los modelos y métodos aplicables a la temática en cuestión.

De los métodos estadísticos matemáticos:

El **empleo de técnicas estadísticas** como la regresión lineal para analizar las relaciones entre una única variable criterio y varias variables independientes y la estimación de los coeficientes β_j de la ecuación, obteniéndose la curva de mejor ajuste.

El informe está estructurado en:

- Resumen.
- Introducción.
- Tres capítulos.
- Conclusiones generales.
- Recomendaciones.
- Referencias bibliográficas..
- Anexos.

Capítulo 1: En este capítulo se exponen los temas actuales en la determinación teórica de las características exteriores de velocidad de los MCI diesel, así como, los elementos teóricos que fundamentan los métodos que se expondrán por el autor para el problema en cuestión.

Capítulo 2: En este capítulo se presentan modelos de regresión lineal para estimar la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal, el consumo específico de combustible inicial y el momento efectivo inicial; también se aplica el ajuste de curva y empleando la interpolación polinomial segmentaria mediante spline cúbico se obtiene un modelo matemático para el momento efectivo y otro para el consumo específico de combustible.

Capítulo 3: En este capítulo se verifican los supuestos de los modelos de regresión lineal, se hace una comparación discreta por intervalos de los modelos planteados de momento efectivo y consumo específico de combustible con los modelos matemáticos tradicionales. Del resultado de la comparación se propone un modelo matemático para el momento efectivo y otro para el consumo específico de combustible.

Estudios documentales.

En este capítulo se describen las características exteriores de velocidad de los MCI diesel, se estudia el estado del arte de la determinación teórica de las mismas, así como, los modelos matemáticos que tradicionalmente la definen y sus limitaciones, también se ilustran técnicas de interpolación polinomial, específicamente la interpolación polinomial segmentaria mediante spline cúbico natural, que será aplicada para vencer dichas limitaciones. Se presentan definiciones básicas del análisis de regresión múltiple y sus supuestos. Finalmente se exponen algunas consideraciones a modo de conclusión, útiles para los capítulos posteriores.

1.1. Las características exteriores de velocidad.

Las características exteriores de velocidad se obtienen para carga total, es decir, para máximo suministro de combustible (Millo Carmenate, 2004) y no son más que las tres gráficas que describen el momento efectivo, la potencia efectiva y el consumo específico de combustible, en función de la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal de los MCI.

1.1.1. Datos técnicos de MCI diesel.

Los datos que aportan los fabricantes de MCI utilizados para determinar las características exteriores de velocidad son:

1. $M_{e\text{máx}}$: momento efectivo máximo.
2. ω_M : frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a que se produce el momento efectivo máximo.
3. $N_{e\text{máx}}$: potencia efectiva máxima.
4. ω_N : frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a que se produce la potencia efectiva máxima.
5. $G_{e\text{mín}}$: mínimo consumo específico de combustible.

6. ω_G : frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a que se produce el mínimo consumo específico de combustible.

En la figura 1.1 se puede observar que además de estos datos, también ofrecen como datos adicionales:

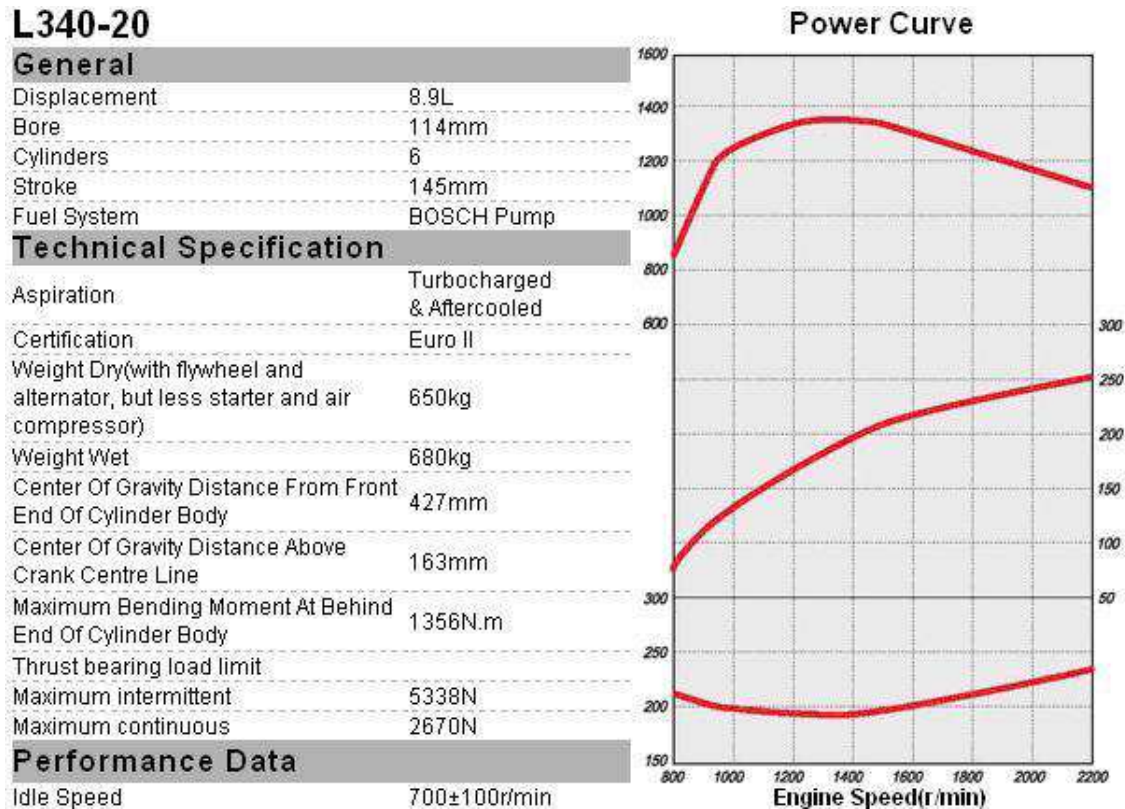


Figura 1.1: Datos técnicos de un MCI diesel.

- a) N : cantidad de cilindros (Cylinders).
- b) ϕ : diámetro del cilindro (Bore).
- c) L : carrera del pistón (stroke).
- d) Sistema de alimentación (Fuel System).
- e) Peso neto del motor (Weight Dry).
- f) Peso del motor alimentado (Weight Wet).
- g) Distancia del centro de gravedad frontal y lateral.
- h) Frecuencia de rotación de ralentí (Idle Speed).

1.1.2. Importancia de las características exteriores de velocidad en los indicadores de evaluación de los vehículos.

Según Pérez Gálvez (2007) la fuente energética, representa el elemento principal en el costo de inversión del vehículo y conjuntamente con el sistema de transmisión, define los indicadores técnico-económicos del vehículo: su régimen de velocidad, su capacidad de aceleración y su consumo de combustible, entre otros.

A pesar de los esfuerzos realizados en la búsqueda de nuevas fuentes y combustibles alternativos en los vehículos automotores estas por excelencia siguen siendo los MCI, diesel y de gasolina, mejorados en los últimos tiempos por la introducción de nuevas variantes de inyección de gasolina y de control electrónico de la inyección en los diesel.

Las características exteriores de velocidad, las características parciales y de carga se han utilizado para evaluar el comportamiento de los MCI en diferentes condiciones de carga y velocidad. Dada la heterogeneidad de las condiciones de explotación y los diversos regímenes de movimiento del vehículo, los motores se ven sometidos a condiciones variables de carga. Por eso, durante un elevado por ciento del tiempo, el motor trabaja a cargas parciales.

Las características exteriores de velocidad de los MCI pueden ser obtenidas por vía experimental o teórica. La determinación experimental de las mismas en las bases de explotación del transporte no es factible económicamente, pues su utilidad y frecuencia de uso no justifica el alto costo de adquisición de los bancos de ensayo e instalaciones. Por otro lado, no existen expresiones que posibiliten determinar con exactitud adecuada las características parciales, ni medios que le permitan al conductor identificar estas en dependencia de la posición del pedal de suministro de combustible. Por esto, y porque representan las máximas potencialidades del motor, contra las cuales se pueden comparar los requerimientos del vehículo en determinadas condiciones de trabajo, es que la determinación teórica de las características exteriores de velocidad resulta fundamental para los fines de la investigación, y se utilizan para:

- la modelación de los ciclos de viaje o movimiento de los vehículos automotores,
- determinar la característica tractiva del vehículo y los indicadores que se derivan de la misma (Coeficiente de aprovechamiento de las áreas de ausencia de potencia, coeficiente de recubrimiento y coeficiente de selectividad), sirviendo para valorar la relación del conjunto motor-sistema de transmisión,

- determinar el consumo de combustible,
- seleccionar el parque vehicular y su composición, ya sea con fines de compra, o dentro del marco de una empresa de transporte, para seleccionar las mejores variantes de vehículos y su composición, en un determinado proceso de transportación,
- la remodelación del vehículo, para valorar en que medida cada variante de remodelación es capaz de devolverle las cualidades iniciales; entre otras.

Los parámetros, potencia efectiva máxima, momento efectivo máximo, mínimo consumo específico de combustible y la respectiva frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a que se alcanzan, son elementos importantes en la determinación de un sin número de indicadores, que sirven para valorar el desempeño del propio vehículo y cuan adecuada es una fuente energética para un vehículo en cuestión: potencia específica, capacidad de aceleración, capacidad de subir pendientes a partir del reposo, capacidades de aceleración en diferentes condiciones, peso máximo que puede traccionar el vehículo, velocidad máxima de movimiento, entre las más comúnmente conocidas.

Millo Carmenate (2004) recomienda, *“...realizar nuevos estudios de la característica exterior de velocidad de los motores modernos con vistas a mejorar los pronósticos empíricos de la misma...”*.

Pérez Gálvez (2007) recomienda *“...trabajar en la definición de los coeficientes que determinan el comportamiento de las características exteriores de velocidad de los motores de inyección de gasolina y control electrónico de la inyección en diesel...”*.

Por todo lo anterior es que las características exteriores de velocidad de un motor, son sumamente importante, y de ahí la necesidad de determinarlas teóricamente con la mayor precisión posible.

1.1.3. Modelos matemáticos tradicionales de las características exteriores de velocidad.

Según Ariaz-Paz Guitián (2004) la potencia efectiva depende del momento efectivo y de la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal, por la ecuación 1.1, siendo este un fenómeno determinista ya que a partir de los valores que toman las variables independientes se pueden predecir con total exactitud los correspondientes valores de la variable dependiente, posibilitando que una vez definida la función momento efectivo se puede determinar la

función potencia efectiva o viceversa, a través de la ecuación 1.1.

$$N_e(x) = \gamma \cdot M_e(x) \cdot \omega_{(x)} \quad (1.1)$$

Los modelos matemáticos tradicionales son:

Para el momento efectivo.

$$M_e(x) = M_{eN} \left[C_1 + C_2 \left(\frac{\omega_{(x)}}{\omega_N} \right) - C_3 \left(\frac{\omega_{(x)}}{\omega_N} \right)^2 \right] \quad (1.2)$$

Para la potencia efectiva.

En correspondencia con la ecuación 1.1, la potencia efectiva máxima se determina según la ecuación 1.3.

$$N_{e\text{máx}} = \gamma \cdot M_{eN} \cdot \omega_N \quad (1.3)$$

Luego despejando el momento efectivo de 1.3 y 1.1, y sustituyendo en la ecuación 1.2 se obtiene la función potencia efectiva.

$$N_e(x) = N_{e\text{máx}} \left[C_1 \cdot \left(\frac{\omega_{(x)}}{\omega_N} \right) + C_2 \left(\frac{\omega_{(x)}}{\omega_N} \right)^2 - C_3 \left(\frac{\omega_{(x)}}{\omega_N} \right)^3 \right] \quad (1.4)$$

Para el consumo específico de combustible.

$$G_e(x) = G_{eN} \left[C_4 - C_5 \left(\frac{\omega_{(x)}}{\omega_N} \right) + C_6 \left(\frac{\omega_{(x)}}{\omega_N} \right)^2 \right] \quad (1.5)$$

1.1.4. Análisis de las características exteriores de velocidad.

Según Fuentes Vega (2004) las características exteriores de velocidad se calculan en el rango de trabajo del motor, de $(\omega_{\text{mín}} \div \omega_{\text{máx}})$ ver figura 1.2, como mínimo para 10 valores de $\omega_{(x)}$. La frecuencia de rotación del árbol cigüeñal máxima se determina, de acuerdo al tipo de motor:

$$\omega_{\text{máx}} = (1,1 \div 1,2) \cdot \omega_N \quad ; \text{ para MCI de gasolina}$$

$$\omega_{\text{máx}} = \omega_N \quad ; \text{ para MCI diesel}$$

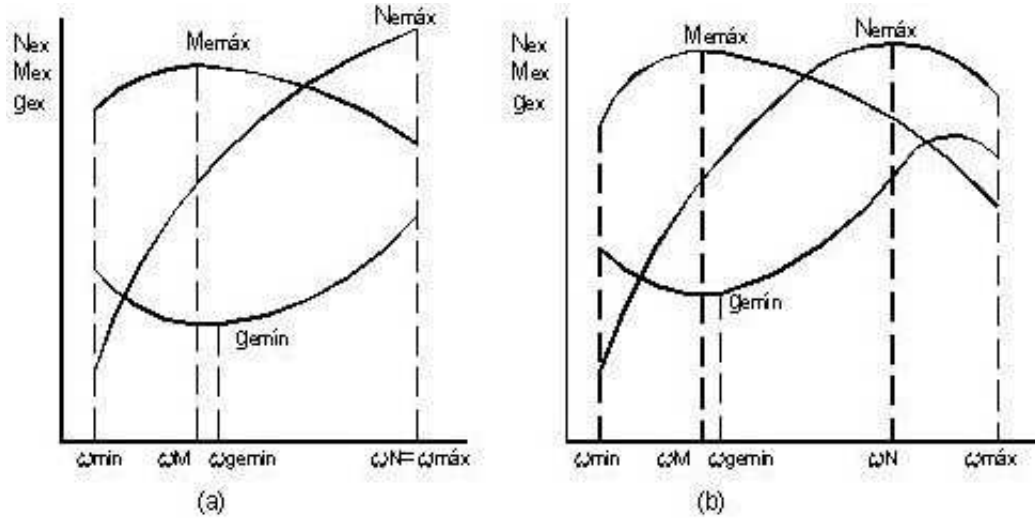


Figura 1.2: Características exteriores de velocidad; MCI diesel (a) y MCI de gasolina (b).

La mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal ($\omega_{\min}$), en la generalidad de los casos se asume. Por no contar con expresiones que permita su determinación, Pérez Gálvez y Fuentes Vega (2007, 2006) proponen como determinarla en movimiento estable y esta es diferente para cada relación de transmisión conectada en el vehículo. Como esta propuesta depende del elemento externo conectado al motor (caja de velocidades), no interesa para el presente trabajo y se determinará la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal empleando métodos estadísticos a partir de la información que se tiene.

Cambios de variables empleados en los modelos matemáticos tradicionales.

Para facilitar el análisis, los datos son sometidos a una transformación en la que se estandarizan las abscisas y las ordenadas de las función momento efectivo y consumo específico de combustible respectivamente de la forma que a continuación se describe.

Si en las ecuaciones 1.2, 1.4 y 1.5 se dividen ambos término entre los parámetros M_{eN} , $N_{e\max}$ y G_{eN} respectivamente, se logran obtener valores estándares de las funciones, lo que facilita un mejor análisis de los valores observados en la BD, resultando:

$$\frac{M_{e(x)}}{M_{eN}} = C_1 + C_2 \left(\frac{\omega(x)}{\omega_N} \right) - C_3 \left(\frac{\omega(x)}{\omega_N} \right)^2$$

$$\frac{N_{e(x)}}{N_{e\max}} = C_1 \left(\frac{\omega(x)}{\omega_N} \right) + C_2 \left(\frac{\omega(x)}{\omega_N} \right)^2 - C_3 \left(\frac{\omega(x)}{\omega_N} \right)^3$$

$$\frac{G_{e(x)}}{G_{eN}} = C_4 - C_5 \left(\frac{\omega(x)}{\omega_N} \right) + C_6 \left(\frac{\omega(x)}{\omega_N} \right)^3$$

Las funciones momento efectivo y consumo específico de combustible representan polinomios de segundo grado, de la forma:

$$y = C_1 + C_2 \cdot x + C_3 \cdot x^2 \quad (1.6)$$

$$\text{con: } \begin{cases} y = \begin{cases} \frac{M_{e(x)}}{M_{eN}} & \text{; para momento efectivo} \\ \frac{G_{e(x)}}{G_{eN}} & \text{; para consumo específico de combustible} \end{cases} \\ x = \frac{\omega(x)}{\omega_N} \end{cases} \quad (1.7)$$

La función potencia efectiva es un polinomio de tercer grado, sin término independiente, de la forma:

$$y = C_1 \cdot x + C_2 \cdot x^2 + C_3 \cdot x^3 \quad (1.8)$$

$$\text{con: } \begin{cases} y = \frac{N_{e(x)}}{N_{e \text{ máx}}} \\ x = \frac{\omega(x)}{\omega_N} \end{cases}$$

De esta forma se han estandarizado los valores de las abscisas y las ordenadas en las tres funciones y los valores de interés se encuentran entre:

Determinación de los Coeficientes C_1 , C_2 y C_3 .

Aragón Marrero (1984), propone para MCI diesel las ecuaciones 1.9:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{E \cdot e_N - 2 \cdot E + 1}{(e_N - 1)^2} \\ C_2 &= 2 \cdot \frac{E - e_N}{(e_N - 1)^2} \\ C_3 &= e_N \cdot \frac{E - e_N}{(e_N - 1)^2} \end{aligned} \quad (1.9)$$

con:

$$E = e_N \cdot e_M$$

Por su parte Litvinov y Farovin (1989) proponen para los motores equipados con limitadores o reguladores de frecuencia de rotación (los MCI diesel con bomba rotatoria) las ecuaciones 1.10:

$$\begin{aligned} C_1 &= 1 - \frac{A_{Me}}{100} \cdot \frac{e_N(2 - e_N)}{(e_N - 1)^2} \\ C_2 &= 2 \cdot \frac{A_{Me}}{100} \cdot \frac{e_N}{(e_N - 1)^2} \\ C_3 &= 2 \cdot \frac{A_{Me}}{100} \cdot \frac{e_N^2}{(e_N - 1)^2} \end{aligned} \tag{1.10}$$

con:

$$\begin{aligned} A_{Me} &= 100 \cdot \frac{M_{e\text{ máx}} - M_{eN}}{M_{eN}} \\ e_N &= \frac{\omega_N}{\omega_M} \\ e_M &= \frac{M_{e\text{ máx}}}{M_{eN}} \end{aligned}$$

Debido a que los coeficientes obtenidos por las ecuaciones 1.10 y 1.9 dependen de los datos aportados por los fabricantes de MCI, las ecuaciones 1.2 y 1.4, empleando estos coeficientes, también dependen de estos datos, siendo específicos para cada MCI.

En (Aranzola Rodríguez, 2008) se deducen analíticamente los coeficientes de la ecuación 1.8 y se demuestra que para motores diesel los tres coeficientes calculados por las ecuaciones 1.10 y 1.9, son respectivamente iguales, por lo que para establecer comparaciones solo se emplearán las ecuaciones 1.10.

Recientemente Mauri Ramírez (2010), plantea cinco ecuaciones (de tres coeficientes) para determinar la función momento efectivo:

- Función Recíproca Cuadrática:

$$\begin{aligned}
M_e(x) &= \frac{M_{e \text{ máx}}}{a + b \frac{\omega(x)}{\omega_N} + c \left(\frac{\omega(x)}{\omega_N} \right)^2} \\
a &= \frac{e_N^2 - 2e_N + e_M}{(e_N - 1)^2} \\
b &= -2e_N \frac{e_M - 1}{(e_N - 1)^2} \\
c &= e_N^2 \frac{e_M - 1}{(e_N - 1)^2}
\end{aligned} \tag{1.11}$$

- Función Racional Cuadrática:

$$\begin{aligned}
M_e(x) &= M_{e \text{ máx}} \frac{a \frac{\omega(x)}{\omega_N}}{1 + b \frac{\omega(x)}{\omega_N} + c \left(\frac{\omega(x)}{\omega_N} \right)^2} \\
a &= \frac{(e_N - 1)^2}{e_M - 1} \\
b &= \frac{e_N^2 + 1 - 2E}{e_M - 1} \\
c &= e_N^2
\end{aligned} \tag{1.12}$$

- Función “Modelo de Hoerl”:

$$\begin{aligned}
M_e(x) &= M_{e \text{ máx}} \cdot H_1 \cdot H_2 \left(\frac{\omega(x)}{\omega_N} \right)^{H_3} \\
H_1 &= e_M^{\frac{\ln e_N + 1}{e_N - 1 - \ln e_N}} \\
H_2 &= e_M^{\frac{-e_N}{e_N - 1 - \ln e_N}} \\
H_3 &= \frac{\ln e_M}{e_N - 1 - \ln e_N}
\end{aligned} \tag{1.13}$$

- Función “Heat Capacity”:

$$M_e(x) = M_{e\text{máx}} \left[P_1 - P_2 \frac{\omega(x)}{\omega_N} - \frac{P_3}{\left(\frac{\omega(x)}{\omega_N} \right)^2} \right]$$

$$P_1 = 1 + 3e_N^2 \frac{e_M - 1}{e_M (e_N - 1)^2 (1 + 2e_N)} \quad (1.14)$$

$$P_2 = 2e_N^2 \frac{e_M - 1}{e_M (e_N - 1)^2 (1 + 2e_N)}$$

$$P_3 = \frac{e_M - 1}{e_M (e_N - 1)^2 (1 + 2e_N)}$$

- Función “Vapor Pressure Model”:

$$M_e(x) = M_{e\text{máx}} \cdot e^{\frac{V_1 + \frac{V_2}{\frac{\omega(x)}{\omega_N}} + V_3 \ln \frac{\omega(x)}{\omega_N}}{\omega_N}}$$

$$V_1 = \ln \frac{1}{e_M} + \frac{\ln \frac{1}{e_M}}{e_N + e_N \cdot \ln \frac{1}{e_N} - 1} \quad (1.15)$$

$$V_2 = -\frac{\ln \frac{1}{e_M}}{e_N + e_N \cdot \ln \frac{1}{e_N} - 1}$$

$$V_3 = -e_N \cdot \frac{\ln \frac{1}{e_M}}{e_N + e_N \cdot \ln \frac{1}{e_N} - 1}$$

Estas ecuaciones las toma del Software “Curve Expert” y los coeficientes los determina de forma analítica, a partir de los datos aportados por el fabricante de cada MCI.

Determinación de los Coeficientes C_4 , C_5 y C_6 .

Una de las variantes empleadas en la actualidad es la de Ilarionov (1985) que propone determinar los coeficientes C_1 , C_2 y C_3 ; C_4 , C_5 y C_6 por la tabla 1.1. Esta vía tiene la limitación de no poder relacionar las características exteriores de velocidad con los datos aportados por los fabricantes de los MCI y estas resultan ser las mismas, al menos en la forma, para todos los MCI del tipo especificado en dicha tabla.

En estudios recientes Morales Barrizonte (2010) propone, cuando la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a mínimo consumo específico de combustible es conocida,

Tabla 1.1: Coeficientes empíricos C_1 , C_2 y C_3 ; C_4 , C_5 y C_6 .

Motor	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
Gasolina	1,00	1,00	1,00	1,20	1,00	0,80
Diesel de 2 tiempos	0,87	1,13	1,00	1,55	1,55	1,00
Diesel de 4 tiempos	0,87	1,13	1,00	1,55	1,55	1,00
Inyección Directa	0,53	1,56	1,09	1,55	1,55	1,00
Precámara	0,70	1,30	1,00	0,35	1,35	1,00
Cámara de Turbulencia	0,60	1,40	1,00	1,20	1,20	1,00

Fuente (Fuentes Vega, 2004).

determinar los coeficientes C_4 , C_5 y C_6 por las ecuaciones 1.16 :

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \frac{\beta_N^2 - 2\beta_N + \beta_g}{(\beta_N - 1)^2} \\
 C_2 &= \frac{2\beta_N(\beta_g - 1)}{(\beta_N - 1)^2} \\
 C_3 &= \frac{\beta_N^2(\beta_g - 1)}{(\beta_N - 1)^2}
 \end{aligned} \tag{1.16}$$

con:

$$\begin{aligned}
 \beta_G &= \frac{G_{eN}}{G_{e \text{ mín}}} \\
 \beta_N &= \frac{\omega_N}{\omega_g}
 \end{aligned}$$

Debido a que no siempre se tiene como dato la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a mínimo consumo específico de combustible, entonces, propone para frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a mínimo consumo específico de combustible desconocida, las ecuaciones 1.17. Considera en este caso que la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a momento efectivo máximo es igual a la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a mínimo consumo específico de combustible, lo cual en muchos motores es al menos aproximada.

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \frac{e_N^2 - 2e_N + \beta_N}{(e_N - 1)^2} \\
 C_2 &= \frac{2e_N(\beta_N - 1)}{(e_N - 1)^2} \\
 C_3 &= \frac{\beta_G^2(\beta_N - 1)}{(e_N - 1)^2}
 \end{aligned} \tag{1.17}$$

En caso de desconocer el consumo específico de combustible a potencia efectiva máxima o el mínimo consumo específico de combustible propone:

- para ω_G conocida:

$$G_{eN} = 58,7196 + 0,832564 \cdot G_{e\text{mín}} + 0,0139538 \cdot \omega_N - 0,0196183 \cdot \omega_G \quad (1.18)$$

- para ω_G desconocida:

$$G_{eN} = 53,357 + 0,877587 \cdot G_{e\text{mín}} \quad (1.19)$$

Con esto logra relacionar la función consumo específico de combustible con los datos del fabricante haciendola específica para cada MCI y venciendo la dificultad del anterior autor, aunque al determinar la función consumo específico de combustible con estas ecuaciones se observó que para dos motores de la BD el error que se comete, a baja frecuencia de rotación del árbol cigüeñal, es muy elevado.

1.1.5. Aplicaciones de la característica exterior de velocidad.

Con fines de remodelación, Goytisol Espinosa, Fuentes Vega, Mendoza Fernández, y Romero López (2009) emplean la característica exterior de velocidad para evaluar la factibilidad de sustitución del motor de carburación del camión “Zil 131”, por el motor Diesel “YUCHAI”, evaluando la remotorización desde el punto de vista de las cualidades dinámicas del vehículo y del consumo de combustible. Según estos autores, estos trabajos se ejecutan con frecuencia hoy en día en varios talleres, pero en la inmensa mayoría de los casos sin un análisis adecuado y sin un criterio acerca de qué cambios sería necesario realizar en la transmisión para lograr mejores cualidades dinámicas y mayor confiabilidad en el vehículo.

Con los mismos fines Moya Rodríguez *et al.* (2010a) evalúan la sustitución del motor de carburación “Gaz 53” por el motor Diesel “YUCHAI” de 4 cilindros, en el vehículo “Gaz 53”, desde el punto de vista de las cualidades dinámicas del vehículo y del consumo de combustible, obteniéndose un ahorro considerable de combustible.

Con el objetivo de valorar la relación del conjunto motor-sistema de transmisión Moya Rodríguez *et al.* (2010b) emplean las características exteriores de velocidad para determinar el puente más adaptable que satisfaga las necesidades y los esfuerzos a que va

a ser sometido el vehículo blindado cubano “David”, después de remotorizado con motor Diesel “YUCHAI” de 6 cilindros. Obteniéndose como resultado que el puente de “GAZ 66” es más recomendable que el puente de “ZIL 130”, logrando así mayor eficiencia y menor consumo de combustible.

En todos estos casos, para determinar las características exteriores de velocidad de los MCI diesel “YUCHAI”, se emplearon las ecuaciones 1.2, 1.4 y 1.5 y los coeficientes se determinaron según las ecuaciones 1.10, 1.9 y la tabla 1.1, utilizándose de esta forma las propuestas de Aragón Marrero (1984), Litvinov y Farovin (1989).

1.1.6. Limitaciones de los modelos matemáticos tradicionales.

Los principales limitaciones, de los modelos tratados hasta el momento, radican en:

1. Se están interpolando funciones de las que se conocen sólo dos puntos, lo cual garantiza que la función interpoladora pasa por los mismos, pero no tiene por que coincidir ni al menos ajustarse adecuadamente a otros valores (la cantidad de puntos es insuficiente).
2. En varios casos la función empleada es un polinomio de segundo grado, que es una función simétrica con respecto al eje vertical, ubicado en el punto de extremo geométrico, dato aportado por el fabricante, trayendo consigo que se incremente el error para frecuencia de rotación del árbol cigüeñal menores que la del extremo ya que la curva real generalmente es asimétrica. En la figura 1.1 se muestra un ejemplo de asimetría de las curvas.
3. Al determinar los coeficientes C_1 , C_2 y C_3 ; C_4 , C_5 y C_6 por la tabla 1.1 no se pueden relacionar las características exteriores de velocidad con los datos aportados por los fabricantes de los MCI diesel y estas resultan ser las mismas, al menos en la forma, para todos los MCI del tipo especificado en dicha tabla.

Las limitaciones anteriores conducen a la necesidad de incrementar la cantidad de puntos conocidos, en las gráficas de las características exteriores de velocidad, mediante técnicas estadísticas e implementar algún método de interpolación para definir la función final. El método que se empleará se conoce como interpolación polinomial segmentaria mediante spline cúbico natural.

1.2. Interpolación polinomial.

En opinión de Chapra y Raimond (1988), la interpolación consiste en estimar valores intermedios entre cada par de puntos (nodos) que componen una serie de datos. De forma general consiste en construir una función $g(x)$ a partir de un conjunto de puntos $p_i = \{x_i; y_i = f(x_i)\}$ dados como se muestra en la tabla 1.2:

Tabla 1.2: Nodos de interpolación.

i	0	1	2	$\dots$	n
x_i	x_0	x_1	x_2	$\dots$	x_n
y_i	y_0	y_1	y_2	$\dots$	y_n

Los puntos $p_i = \{x_i; y_i\}$ suelen llamarse nodos de interpolación, si x no es un nodo de interpolación, al número real $g(x)$ se le llama valor interpolado, cuando x es mayor que el mayor nodo de interpolación ($x > x_n$) o menor que el menor nodo de interpolación ($x < x_0$), al número real $g(x)$ se le llama valor extrapolado. A la función $g(x)$ obtenida se le nombra función interpoladora que tiene la propiedad de pasar por todos los nodos, y con las debidas precauciones se usa frecuentemente para valores interpolados.

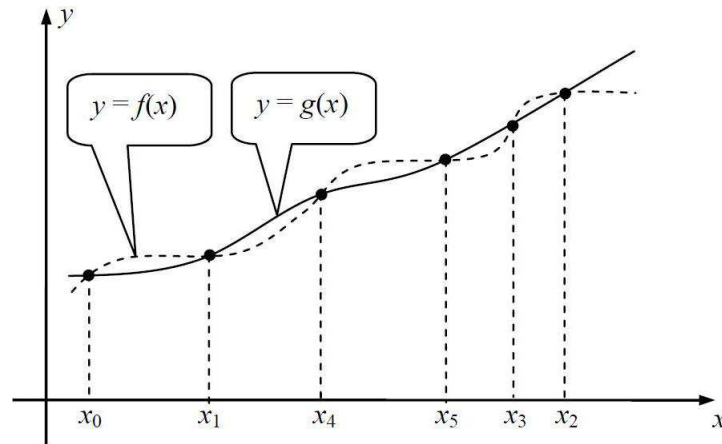


Figura 1.3: Funciones interpolada e interpoladora.

En la figura 1.3 se ilustra la función interpolada $f(x)$ que aparece representada en líneas de puntos para indicar que sus valores son desconocidos salvo para los puntos $x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ y la función interpoladora $g(x)$ que coincide con la función $f(x)$ en los nodos de interpolación.

La diferencia entre la función interpolada y la función interpoladora se le llama error de interpolación $R(x)$ y se determina por la ecuación 1.20:

$$R(x) = \text{error } g(x) = f(x) - g(x) \quad (1.20)$$

La función interpoladora debe ser lo suficientemente simple como para que resulte fácil y rápido evaluarla en los puntos deseados, por esto es que lo más usual es utilizar polinomios de grado pequeño. A este tipo de interpolación se le llama interpolación polinomial y al polinomio empleado polinomio Interpolador.

Discusión del grado del polinomio.

La discusión del grado del polinomio se puede encontrar en varios textos entre los que se encuentran (Mejía Salazar, 2002; García Argos, 2000), en ellos se define el grado máximo del polinomio interpolador y se discute la existencia y unicidad del mismo, a modo general se puede resumir:

Si se tienen $n + 1$ nodos definidos como en la tabla 1.2 y se quiere hacer pasar por los mismos un polinomio $P^k(x)$ que posee $k + 1$ coeficientes, al evaluar el polinomio en dichos puntos se obtienen $n + 1$ ecuaciones y al resolver el sistema resultante, con respecto a los coeficientes del polinomio, son posibles tres situaciones:

- $k > n$, el número de ecuaciones linealmente independientes es menor que la cantidad de incógnitas, por lo que existe una cantidad infinita de polinomios que pasan por estos nodos, basta con evaluar las condiciones que resultan y se obtiene alguno de estos polinomios,
- $k < n$, el número de ecuaciones es mayor que la cantidad de incógnitas y el polinomio buscado existe solo en el caso de existir combinación lineal entre las ecuaciones, hasta que el número de ecuaciones linealmente independientes sea igual a la cantidad de incógnitas, por lo que si existe el polinomio, en estas condiciones, este es único,
- $k = n$, el número de ecuaciones es igual a la cantidad de incógnitas lo cual garantiza que el sistema es linealmente independiente, el polinomio existe y es único.

Limitaciones de la interpolación.

Según Álvarez y Martínez (199?) las principales limitaciones de la interpolación están dadas por el grado del polinomio interpolador ya que si el número de nodos de interpolación aumenta también aumenta el grado del polinomio, provocando que:

- el costo de evaluación del polinomio es muy alto,
- el polinomio pasa por los datos, pero tiene grandes oscilaciones que no necesariamente reflejan el comportamiento de los datos,
- la interpolación polinomial no necesariamente converge a la función continua que se quiere representar.

Para vencer esta dificultad, en vez de interpolar con un único polinomio, se interpola entre cada par de datos con un polinomio de menor grado. Los polinomios usados entre cada par de datos son entonces diferentes. A este tipo de interpolación se le conoce como interpolación polinomial segmentaria mediante spline.

1.2.1. Funciones spline.

La interpolación polinomial segmentaria mediante spline en lugar de emplear un único polinomio de aproximación de alto grado para la totalidad de los datos, calcula un polinomio entre cada par de puntos, los cuales unidos forman un continuo (Atkinson & Harley, 1983).

Según Álvarez, Guerra, y Lau (199?), Asmar (199?) Una función spline es una función polinomial por tramos, que es continua y posee derivadas continuas hasta cierto orden. Además de las condiciones de continuidad y suavidad, deberá satisfacer algunas otras condiciones adecuadas al problema a resolver como son:

- pasar por un conjunto de puntos de la gráfica de $f(x)$ (spline interpolador),
- aproximarse a un conjunto de puntos experimentales (spline de mejor ajuste),
- cumplir determinados requerimientos estéticos y además en cuanto al valor en algunos puntos de control (problemas de diseño gráfico).

Para lograr todas estas condiciones el spline contiene un conjunto de parámetros cuyos valores se escogen de forma que se satisfagan todas las condiciones deseadas. Para precisar ideas, supóngase un conjunto de $n + 1$ números ordenados en forma creciente ($x_0 < x_1 < \dots < x_n$), donde n representa el subíndice del último nodo, entonces el spline

$s(x)$ es una función de la forma:

$$s(x) = \begin{cases} P_0^k(x) & \text{si } x_0 \leq x < x_1 \\ P_1^k(x) & \text{si } x_1 \leq x < x_2 \\ \vdots & \\ P_{n-1}^k(x) & \text{si } x_{n-1} \leq x \leq x_n \end{cases} \quad (1.21)$$

donde $P_i^k(x)$ ($i = 0, 1, \dots, n-1$) representan n -polinomios de grado k que poseen $k+1$ coeficientes cada uno, el spline en su conjunto posee $n(k+1)$ coeficientes y podrá satisfacer las condiciones impuestas, siempre que las mismas no entren en contradicción, haciéndolas incompatibles. El hecho de que $s(x)$ debe ser continua en todos los nodos interiores $(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ garantiza $n-1$ condiciones de las $n(k+1)$ que se tienen. Para lograr que el spline posea varias derivadas continuas, es necesario elegir un grado k lo suficientemente elevado para que la cantidad de parámetros permitan satisfacer todas las condiciones requeridas.

1.2.2. El spline interpolador de grado k .

Considere que para cada uno de los $n+1$ nodos $(x_0; y_0), (x_1; y_1), \dots, (x_n; y_n)$ ordenados en forma $(x_0 < x_1 < \dots < x_n)$, se conoce el valor de alguna función $f(x)$:

$$y_i = f(x_i) \quad ; \quad \text{siendo } i = 0, 1, 2, \dots, n$$

y se necesita que el spline satisfaga las condiciones de interpolación global:

$$s(x_i) = y_i = f(x_i) \quad ; \quad \text{siendo } i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (1.22)$$

como se trata de un spline de grado k y representando el i -ésimo polinomio de orden k , en la forma:

$$P_i^k(x) = a_{i,0} + a_{i,1}(x-x_i) + \dots + a_{i,k-1}(x-x_i)^{k-1} + a_{i,k}(x-x_i)^k \quad ; \quad \text{siendo } i = 0, 1, \dots, n-1 \quad (1.23)$$

la expresión analítica puede representarse como:

$$s(x) = \begin{cases} a_{0,0} + a_{1,0}(x-x_0) + \dots + a_{k-1,0}(x-x_0)^{k-1} + a_{k,0}(x-x_0)^k & \text{si } x_0 \leq x < x_1 \\ a_{0,1} + a_{1,1}(x-x_1) + \dots + a_{k-1,1}(x-x_1)^{k-1} + a_{k,1}(x-x_1)^k & \text{si } x_1 \leq x < x_2 \\ \vdots & \vdots \\ a_{0,n-1} + a_{1,n-1}(x-x_{n-1}) + \dots + a_{k-1,n-1}(x-x_{n-1})^{k-1} + a_{k,n-1}(x-x_{n-1})^k & \text{si } x_{n-1} \leq x < x_n \end{cases}$$

De forma general y recordando que el número de nodos es $n+1$, cada uno de los n -polinomios de grado k que conforman el spline posee $k+1$ coeficientes y el spline $n(k+1)$ coeficientes los que permiten satisfacer las condiciones de la tabla 1.3.

Tabla 1.3: Condiciones del spline, con polinomios de grado k y $n + 1$ nodos.

condiciones	ecuación	i	# de condiciones
$s(x)$ interpolación	$P_i^k(x_i) = f(x_i)$	$0, 1, \dots, n - 1$	n
	$P_{n-1}^k(x_n) = f(x_n)$		1
$s(x)$ es continua en x_i	$P_i^k(x_{i+1}) = P_{i+1}^k(x_{i+1})$	$0, 1, \dots, n - 2$	$n - 1$
$s^{[I]}(x)$ es continua en x_i	$P_i^{k[I]}(x_{i+1}) = P_{i+1}^{k[I]}(x_{i+1})$	$0, 1, \dots, n - 2$	$n - 1$
$s^{[II]}(x)$ es continua en x_i	$P_i^{k[II]}(x_{i+1}) = P_{i+1}^{k[II]}(x_{i+1})$	$0, 1, \dots, n - 2$	$n - 1$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$s^{[k-1]}(x)$ es continua en x_i	$P_i^{k[k-1]}(x_{i+1}) = P_{i+1}^{k[k-1]}(x_{i+1})$	$0, 1, \dots, n - 1$	$n - 1$
Total			$n + 1 + k(n - 1)$

Para un spline de grado k se tendrán $n + 1 + k(n - 1)$ condiciones de las $n(k + 1)$ posibles por lo que aún restan $k - 1$ condiciones por imponer, tabla 1.4.

Teniendo en cuenta las condiciones de interpolación, en todos los nodos, para $s(x)$, tabla 1.3, ecuación 1.23 y considerando $h_{n-1} = x_n - x_{n-1}$ se obtiene:

$$\begin{aligned} P_i^k(x_i) &= a_{0,i} = y_i \quad \forall \quad i = 0, 1, \dots, n - 1 \\ P_{n-1}^k(x_n) &= \sum_{j=0}^k a_{j,n-1} h_{n-1}^j = y_n \end{aligned} \quad (1.24)$$

Teniendo en cuenta las condiciones de continuidad, en los nodos interiores, para $s(x)$, tabla 1.3, ecuación 1.23, y considerando $h_i = x_{i+1} - x_i$, se obtiene:

$$-a_{0,i+1} + \sum_{j=0}^k a_{j,i} h_i^j \quad \forall \quad i = 0, 1, \dots, n - 2 \quad (1.25)$$

Teniendo en cuenta las condiciones de continuidad de la primera derivada, en los nodos interiores, para $s(x)$, tabla 1.3, ecuación 1.23, y considerando $h_i = x_{i+1} - x_i$, se obtiene:

$$-a_{1,i+1} + \sum_{j=0}^k j \cdot a_{j,i} h_i^{j-1} \quad \forall \quad i = 0, 1, \dots, n - 2 \quad (1.26)$$

Teniendo en cuenta las condiciones de continuidad de la segunda derivada, en los nodos interiores, para $s(x)$, tabla 1.3, ecuación 1.23, y considerando $h_i = x_{i+1} - x_i$, se obtiene:

$$-2a_{2,i+1} + \sum_{j=0}^k j(j-1) \cdot a_{j,i} h_i^{j-2} = 0 \quad \forall \quad i = 0, 1, \dots, n - 2 \quad (1.27)$$

De forma general las condiciones de continuidad de la derivada de hasta m -orden, con $m \in \mathbb{N}^*$ en los nodos interiores y recordando que k es el orden del polinomio, se pueden plantear en forma compacta como:

$$-(m)! a_{m, i+1} + \sum_j \left[\prod_z (j - z) \right] a_{j, i} h_i^{j-m} = 0 \quad \forall \quad \left\{ \begin{array}{l} m \in \mathbb{N}^* \quad / \quad m < k - 1 \\ i = 0, 1, \dots, n - 2 \\ j = 0, 1, \dots, k \\ z = 0, 1, \dots, m - 1 \end{array} \right. \quad (1.28)$$

Las condiciones de continuidad de las derivadas de hasta m -orden, resueltas por la ecuación 1.28 y las de interpolación por la ecuación 1.24 forman un sistema de ecuaciones lineales (SEL) de $n + 1 + k(n - 1)$ ecuaciones con $n(k + 1)$ incógnitas (los coeficientes del spline); éste sistema posee infinitas soluciones, por lo que para encontrar la solución única se necesitan $k - 1$ ecuaciones.

Si bien se han impuesto restricciones de igualdad a las derivadas laterales del spline en los nodos interiores, aún se le pueden asignar $(k - 1)$ condiciones a cualquiera de los nodos. Estas condiciones consisten en asignarle $(k - 1)$ valores a cualquiera de las derivadas de m -orden $\{(m \in \mathbb{N})/m < k\}$, en $(k - 1)$ nodos. El valor de la derivada de m -orden en el i -ésimo nodo se representa como $K_{m, i}$ y las ecuaciones 1.29 representan la evaluación de la misma:

$$\sum_j \left[\prod_z (j - z) \right] a_{j, i} h_i^{j-m} = K_{m, i} \quad \forall \quad \left\{ \begin{array}{l} m \in \mathbb{N} \quad / \quad m < k - 1 \\ i = 0, 1, \dots, n - 1 \\ j = 0, 1, \dots, k \\ z = 0, 1, \dots, m - 1 \end{array} \right. \quad (1.29)$$

$$\sum_{j=0}^k \left[\prod_{z=0}^{m-1} (j - z) \right] a_{j, n-1} h_{n-1}^{j-m} = K_{m, n} \quad ; \quad \begin{array}{l} \text{nodo último} \quad (i = n) \\ (m \in \mathbb{N})/(m < k - 1) \end{array}$$

Como caso particular al asignarle valores a las derivadas de m -orden en los nodos exteriores resulta:

$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^k \left[\prod_{z=0}^{m-1} (j - z) \right] a_{j, 0} h_0^{j-m} &= K_{m, 0} \quad ; \quad \begin{array}{l} \text{nodo inicial} \quad (i = 0) \\ (m \in \mathbb{N})/(m < k - 1) \end{array} \\ \sum_{j=0}^k \left[\prod_{z=0}^{m-1} (j - z) \right] a_{j, n-1} h_{n-1}^{j-m} &= K_{m, n} \quad ; \quad \begin{array}{l} \text{nodo último} \quad (i = n) \\ (m \in \mathbb{N})/(m < k - 1) \end{array} \end{aligned} \quad (1.30)$$

Finalmente empleando las condiciones de continuidad de las derivadas de hasta m -orden, resueltas por la ecuación 1.28, las de interpolación por la ecuación 1.24 e imponiendo $(k - 1)$ condiciones a través de las ecuaciones 1.29, o de ser posible el caso particular de las ecuaciones 1.30, se forma un sistema de ecuaciones lineales (SEL) de $n(k + 1)$ ecuaciones con $n(k + 1)$ incógnitas (los coeficientes del spline); éste sistema posee solución única.

1.2.3. El spline cúbico interpolador.

El spline cúbico es el que resulta de utilizar polinomios de tercer grado, $k = 3$, entre cada par de nodos. En este caso las condiciones de interpolación, las condiciones de continuidad de la función, las condiciones de continuidad de la primera y segunda derivada aportan $4n - 2$ ecuaciones y el spline cúbico tiene $4n$ incógnitas, por lo que aún se necesitan 2 ecuaciones adicionales. De acuerdo a las condiciones adicionales que se le asignen (según tabla 1.4) este se clasifica en spline cúbico natural, si las condiciones son de frontera libre y en spline cúbico anclado si las condiciones son de frontera fija. Las condiciones adicionales asignadas se aplican a los nodos exteriores, empleándose las ecuaciones 1.30.

De particular interes para el presente es el spline cúbico natural que a continuación se discute.

Tabla 1.4: Condiciones adicionales, spline cúbico.

frontera	condiciones
de frontera libre	$P_0^{3[I]}(x_0) = 0$ y $P_{n-1}^{3[I]}(x_n) = 0$
de frontera fija	$P_0^{3[I]}(x_0) = f^{[I]}(x_0)$ y $P_{n-1}^{3[I]}(x_n) = f^{[I]}(x_n)$

El spline cúbico natural.

El spline cúbico natural es el obtenido al considerar que las dos condiciones restantes satisfagan la igualdad a cero de la segunda derivada en los nodos exteriores; geoméricamente significa que en estos nodos el radio de curvatura es igual a cero (ausencia de curvatura), en la tabla 1.4 son las condiciones de frontera fija. Al tomar estas condiciones el spline que resulta es la función suave a trozos que pasa por los puntos $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ y hace mínima la integral $\int_{x_0}^{x_n} [s^{[I]}(x)]^2 dx$. Como $s^{[I]}(x)$ está relacionada con la curvatura de la gráfica, significa geoméricamente que minimiza la curvatura global de la función interpoladora.

Según Setién (2005) la Curvatura de una función en un punto está definida por la ecuación:

$$k(x) = \frac{|f''(x)|}{(1 + f'(x)^2)^{3/2}}$$

Fijando una serie de valores en los nodos de una partición, entonces, de entre todas las funciones $f \in C^2([a, b])$ que pasan por esos puntos, el spline cúbico natural es la más suave en el sentido de:

$$\int_a^b S''(x)^2 dx \leq \int_a^b f''(x)^2 dx$$

Concluyéndose que: si se aumenta de manera razonable el número de nodos hasta ocupar el intervalo, el spline convergerá a la función.

Teniendo en cuenta lo tratado hasta aquí el sistema de ecuaciones lineales (SEL) formado, al evaluar las condiciones de continuidad de las derivadas de hasta m -orden, resueltas por la ecuación 1.28, las de interpolación por la ecuación 1.24 e imponiendo las 2 condiciones restantes a través de las ecuaciones 1.30 y simplificadas en la tabla 1.4, se forma un sistema de ecuaciones lineales (SEL) de $4n$ ecuaciones con $4n$ incógnitas (los coeficientes del spline) el cual posee solución única.

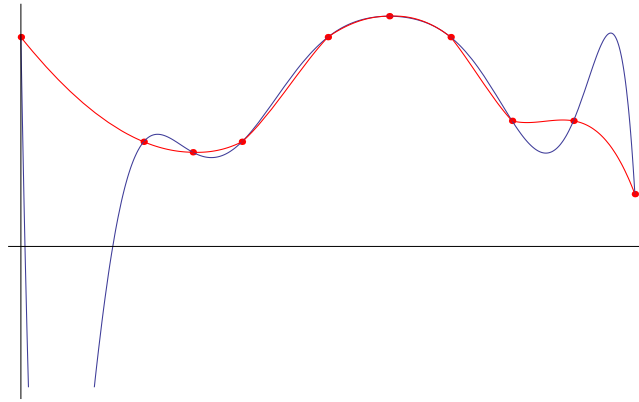


Figura 1.4: Comparación de métodos de interpolación.

A modo de comparación, en la figura 1.4 se han interpolado diez nodos (puntos rojos) empleando un polinomio de grado nueve (curva azul) y un spline cúbico natural (curva roja), pudiéndose notar que el polinomio puede describir picos entre dos nodos vecinos mientras que el spline cúbico natural elimina estas oscilaciones y asegura la suavidad de una función que se armó por pedazos.

1.2.4. Aplicaciones de la interpolación polinomial segmentaria mediante spline cúbico natural.

Guillermo Trincado y Jaime Vidal (1999) emplean la interpolación polinomial segmentaria mediante spline cúbico natural para la estimación de volumen comercial de una muestra de 70 árboles, en este caso, a través del spline cúbico natural determinan la función de curvatura de cada árbol y luego empleando la integración determinan el volumen del sólido generado por la curva en revolución de cada muestra.

1.3. Análisis de regresión múltiple.

“...El análisis de regresión múltiple es una técnica estadística general utilizada para analizar las relaciones entre una única variable criterio y varias variables independientes...” (Hair, Anderson, Tatham, & Black, 1999).

La formulación básica del análisis de regresión es:

$$\underbrace{\hat{Y}}_{\text{Métrica}} = \underbrace{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}_{\text{Métricas}}$$

La formulación general del análisis de regresión es:

$$\hat{Y}_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_n X_{in} \quad (1.31)$$

siendo:

i : la i -ésima observación.

n : cantidad de observaciones.

El objetivo del análisis de regresión es predecir una variable criterio a partir del conocimiento de una o más variables independientes. Cuando en el problema está implicada una sola variable independiente se llama regresión simple y cuando están implicadas más de dos variables independientes se tiene un problema de regresión múltiple.

Existen dos aspectos a tener en cuenta en el análisis de regresión que son:

- a) los datos deben ser métricos o apropiadamente transformados,
- b) antes de derivar la ecuación de regresión se debe decidir cuál de las variables es la dependiente y cuales son las independientes.

1.3.1. Estimación de los β_j coeficientes.

La predicción obtenida $\hat{Y}_i$ se diferencia del valor observado Y_i en un valor ϵ , llamado error de la estimación, error residual o simplemente residuo, $Y_i = \hat{Y}_i \pm \epsilon$. De particular interés es ϵ ya que en el análisis de regresión este término se emplea para obtener los valores de los β_j coeficientes (incógnitas) de la ecuación 1.31, resolviéndose el mejor ajuste para la ecuación planteada.

El criterio de los mínimos cuadrados provee de un método para obtener los β_j coeficientes del análisis de regresión, en el cual se plantea el problema de optimización:

$$\min_{\substack{\beta_j \in \mathbb{R} \\ i=1,2,\dots,n}} \sum_{i=1}^n (Y_i - \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_p X_{ip})^2$$

siendo:

j : el j -ésimo coeficiente.

p : cantidad de variables independientes.

Esto consiste en minimizar la suma de los cuadrados de los errores empleando los criterios de mínimo de una función estudiados en el cálculo diferencial.

1.3.2. Supuestos del análisis de regresión.

Según de Espallargas Ibarra y Solís Corvo (2005), “...El análisis de regresión requiere del cumplimiento de un conjunto de supuesto para que el resultado estimado sea lo más cercano a la realidad posible...”

Estos autores plantean como supuestos:

1. Los residuos deben ser aleatorios y tener media μ igual a cero, esto es:

$$E(U_i) = 0 \quad ; \quad \forall \quad i = 1, 2, \dots, n$$

2. La varianza de los residuos debe ser constante e iguales a σ^2 , (homocedasticidad), esto es:

$$V(U_i) = E(U_i^2) = \sigma^2 \quad ; \quad \forall \quad i = 1, 2, \dots, n$$

3. Los residuos deben ser independientes entre si, esto es:

$$\text{Cov}_{(U_i; U_j)} = E(U_i U_j) = 0 \quad ; \quad \forall \quad i \neq j$$

4. Los residuos deben distribuirse normalmente con media μ y varianza σ^2 , esto es:

$$U_i \sim N(0; \sigma^2)$$

1.4. Conclusiones parciales:

- Existen varios modelos matemáticos para determinar las características exteriores de velocidad de los MCI diesel y estos se ven limitados por las características de las funciones empleadas y la insuficiente cantidad de nodos a partir de los cuales se determinan.
- En un intervalo largo, la interpolación polinomial segmentaria mediante spline cúbico natural vence las limitaciones de la interpolación con un solo polinomio, ya que abarata el costo de evaluación del polinomio, elimina posibles oscilaciones y converge a la función interpolada.
- Después de analizados los modelos matemáticos tradicionales, se decide en este trabajo, desarrollar nuevos modelos empleando el análisis de regresión, el ajuste de curva y la interpolación polinomial segmentaria mediante spline cúbico.

Metodología de trabajo.

En este capítulo se estandariza la función momento efectivo y la función consumo específico de combustible para disminuir la dispersión de las curvas; se presentan modelos de regresión lineal para la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal, el momento efectivo inicial y el consumo específico de combustible inicial; se realiza un ajuste de curva a la función momento efectivo y otro a la función consumo específico de combustible para valores mayores que frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a momento efectivo máximo y luego se aplica la técnica de interpolación polinomial segmentaria mediante spline cúbico, obteniéndose una función definida por partes para el momento efectivo y otra para el consumo específico de combustible.

2.1. Recopilación y procesamiento de datos.

Existen sitios web como, (FD Power Co Ltd, 2007), que brindan datos técnicos de MCI en la forma mostrada en la figura 1.1, de los que se obtienen las características exteriores de velocidad. Estas curvas se plotean digitalmente con el software “Techdig” obteniéndose la tabla 2.1 de los nodos ploteados $\tilde{p}_i = (\tilde{\omega}_i, \tilde{f}(\tilde{\omega}_i))$, en este caso $i = [0, 9]$ por cada motor, para el momento efectivo y el consumo específico de combustible respectivamente. con:

$$\tilde{f}(\tilde{\omega}_i) = \begin{cases} \tilde{M}_e(\tilde{\omega}_i) & ; \text{ para momento efectivo.} \\ \tilde{G}_e(\tilde{\omega}_i) & ; \text{ para consumo específico de combustible.} \end{cases}$$

Tabla 2.1: Ejemplo de valores ploteados.

$\tilde{p}_0$	$\tilde{\omega}_0$	$\tilde{f}(\tilde{\omega}_i)$
$\tilde{p}_1$	$\tilde{\omega}_1$	$\tilde{f}(\tilde{\omega}_1)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\tilde{p}_9$	$\tilde{\omega}_9$	$\tilde{f}(\tilde{\omega}_9)$

Aplicando el cambio de variables, discutido en la sección 1.1.4, los valores de $\tilde{\omega}_i$ se dividen entre la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a potencia efectiva máxima de los datos

del fabricante, ω_N . Posteriormente se toma el máximo de $\widetilde{M}_e(\widetilde{\omega}_i)$, (mínimo de $\widetilde{G}_e(\widetilde{\omega}_i)$), respectivamente y se dividen los valores de $\widetilde{M}_e(\widetilde{\omega}_i)$, ($\widetilde{G}_e(\widetilde{\omega}_i)$) entre $\widetilde{M}_{e\text{máx}}$, ($\widetilde{G}_{e\text{mín}}$) respectivamente, obteniéndose las ecuaciones 2.1:

$$\begin{aligned} \widetilde{x}_i &= \frac{\widetilde{\omega}_i}{\omega_N} \\ \widetilde{y}_i &= \begin{cases} \frac{\widetilde{M}_e(\widetilde{\omega}_i)}{\widetilde{M}_{e\text{máx}}} & ; \text{ para momento efectivo.} \\ \frac{\widetilde{G}_e(\widetilde{\omega}_i)}{\widetilde{G}_{e\text{mín}}} & ; \text{ para consumo específico de combustible.} \end{cases} \end{aligned} \quad (2.1)$$

De esta forma se estandarizan, la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal, y las funciones momento efectivo y consumo específico de combustible, a los parámetros tratados. Este procedimiento el propio autor lo describe detalladamente en (Aranzola Rodríguez, 2008) también lo emplean Mauri Ramírez (2010) y Morales Barrizonte (2010) en trabajos similares.

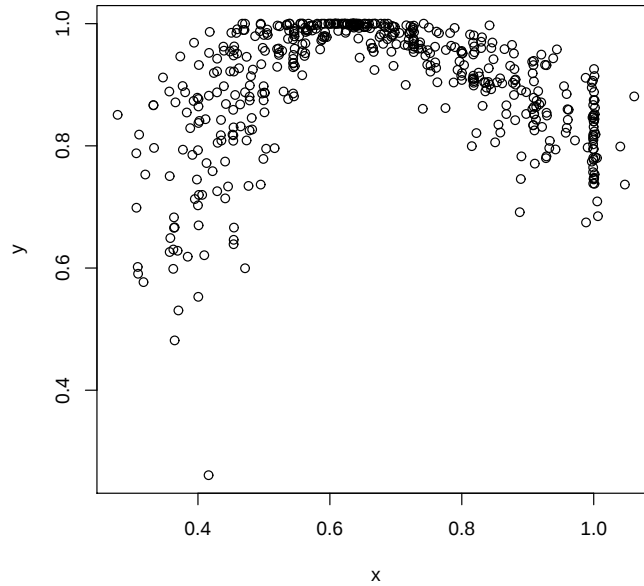


Figura 2.1: Nube de nodos ploteados.

En la tabla 2.2 y la figura 2.1 se aprecia que la función $\widetilde{y}_i$ es una función discreta debido

a que ha sido planteada, en este caso a 10 nodos por cada uno de los 49 motores analizados. Como se quieren estimar valores de x , se construirán las curvas de los valores estándares para cada uno de los motores, obteniéndose tantas funciones continuas como motores se analicen.

Tabla 2.2: Ejemplo de valores plotados y estándares.

$\tilde{p}_0$	$\tilde{\omega}_0$	$\tilde{f}(\tilde{\omega}_i)$	$\tilde{x}_0$	$\tilde{y}_0$
$\tilde{p}_1$	$\tilde{\omega}_1$	$\tilde{f}(\tilde{\omega}_1)$	$\tilde{x}_1$	$\tilde{y}_1$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\tilde{p}_9$	$\tilde{\omega}_9$	$\tilde{f}(\tilde{\omega}_9)$	$\tilde{x}_9$	$\tilde{y}_9$

2.1.1. Construcción de las curvas estandarizadas.

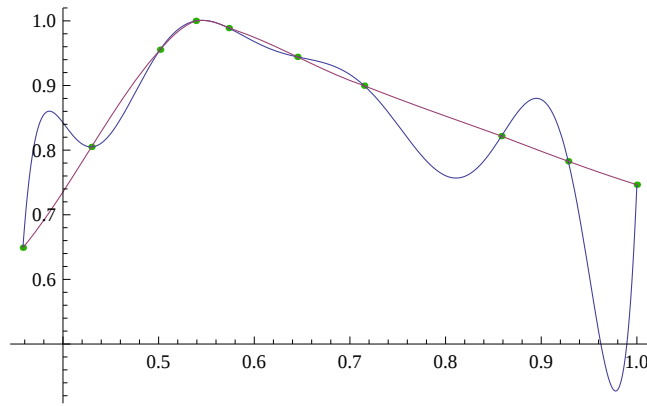


Figura 2.2: Nodos de interpolación, polinomio interpolador y spline cúbico natural.

Para construir las curvas estandarizadas se emplea la interpolación polinomial segmentaria mediante spline cúbico natural (sección 1.2.3), tomando de los nodos $\tilde{p}_i$ de cada gráfico y de cada MCI, el par correspondiente a $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i)$ que son los valores estándares, para $i \in [0, 9]$. Esto se puede realizar con el software “Mathematica 7” a través del código:

```
data = {{x0, y0}, {x1, y1}, ..., {x9, y9}};
polin = Fit[data, {1, x, x^2, x^3, x^4, x^5, x^6, x^7, x^8, x^9}, x];
ifun = Interpolation[data, InterpolationOrder -> 3];
Show [ListPlot[data, PlotStyle -> RGBColor[0.15, 0.7, 0]],
Plot[{polin, ifun[x]}, {x, Min[data[[All, 1]]], Max[data[[All, 1]]]}]]
```

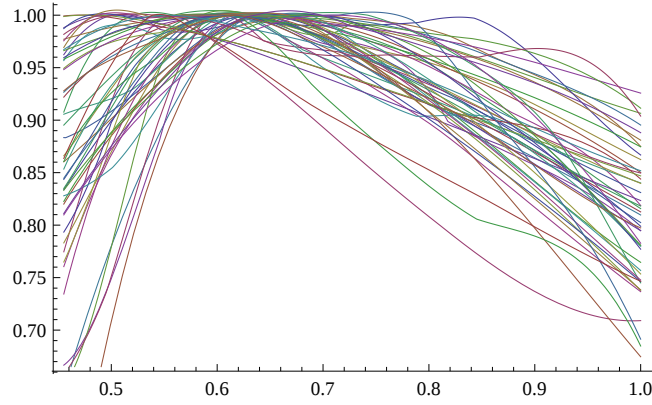


Figura 2.3: Funciones momento efectivo con $x = \frac{\omega(x)}{\omega_N}$; $y = \frac{M_e(x)}{M_{e \text{ máx}}}$.

En la primera línea se crea la variable `data = {{},{},\dots,{{}}` y se introducen los nodos $(\tilde{x}_i, \tilde{y}_i)$ usados en la construcción del spline cúbico natural; en la segunda línea, a modo de comparación, se crea el polinomio interpolador de grado nueve para los 10 nodos de interpolación a través de la función `Fit[ ]`; en la tercera línea se crea el spline cúbico natural a través de la función `Interpolation[data, InterpolationOrder -> 3]` para los 10 nodos de interpolación y en la cuarta y quinta líneas se grafican los 10 nodos, el polinomio de interpolación y el spline cúbico natural, construyendo así las curvas, a partir de los 10 nodos, un ejemplo se muestra en la figura 2.2.

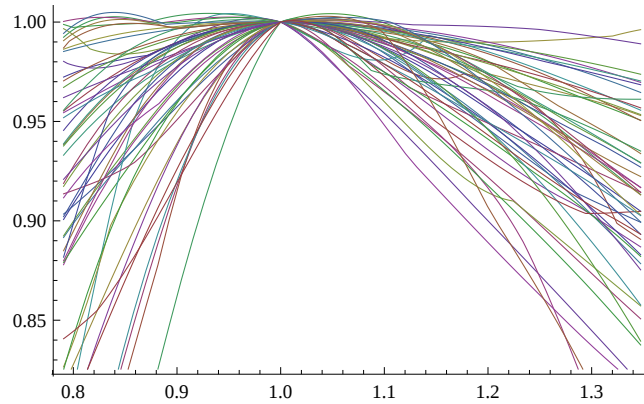


Figura 2.4: Funciones momento efectivo con $x = \frac{\omega(x)}{\omega_M}$; $y = \frac{M_e(x)}{M_{e \text{ máx}}}$.

En la figura 2.3 se pueden observar las curvas estandarizadas de todos los motores, en este caso se estandarizan los valores de x y de y según las ecuaciones 1.7, observándose gran dispersión entre las curvas de momento efectivo de los motores analizados, mientras que en la figura 2.4 se estandarizan los valores de x por $\frac{\omega(x)}{\omega_M}$. En el último caso, se hacen coincidir todas las funciones a los valores de $\frac{\omega(x)}{\omega_M} = 1$ de los datos de los fabricantes, en

cambio la dispersión continúa. Por este motivo es conveniente emplear otra transformación de variables, para logra una menor dispersión.

2.1.2. Nuevo cambio de variables.

Para la función momento efectivo.

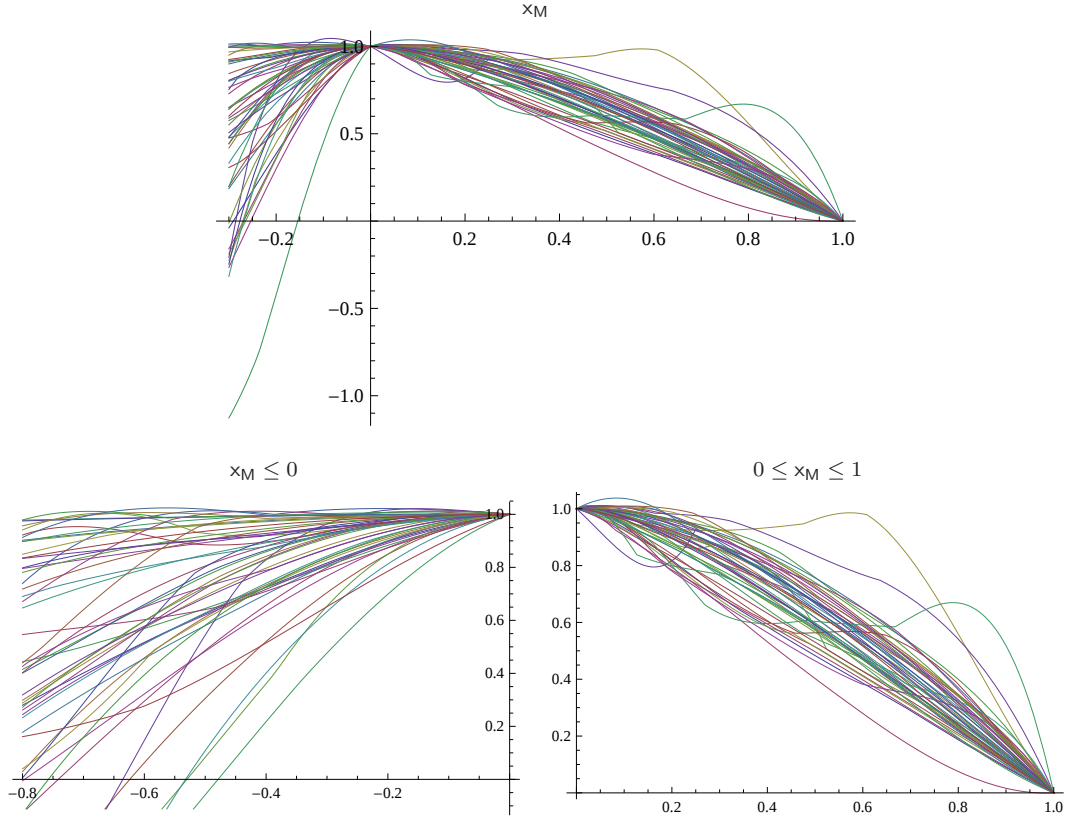


Figura 2.5: Funciones momento efectivo con nuevo cambio de variables.

Con las ecuaciones 2.2 se logran estandarizar las funciones de forma tal que aproximadamente a momento efectivo máximo el valor de la abscisa es cero y el de la ordenada es uno, mientras que a momento efectivo a potencia efectiva máxima los valores de abscisa y ordenada son uno y cero respectivamente. En el anexo H se pueden observar los valores calculados de x_M de y_M , según las curvas de los 49 MCI diesel analizados.

$$\begin{aligned}
x_M &= \frac{\omega(x) - \omega_M}{\omega_N - \omega_M} \\
y_M &= \frac{M_e(x) - M_{eN}}{M_{e\text{máx}} - M_{eN}}
\end{aligned} \tag{2.2}$$

En la figura 2.5 se puede observar que con este cambio de variables se logra mejorar la dispersión de las curvas, al menos para valores de $0 \leq x_M \leq 1$, lo que da la posibilidad de realizar un ajuste de curva para este intervalo. Para valores de $x_M \ll 0$ la dispersión persiste, por lo que se necesita estimar los valores de abscisa y ordenada del inicio de cada curva, a partir de la información (datos) aportada por los fabricantes de los MCI diesel. Este punto para cada curva está definido en la abscisa por la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal de la función momento efectivo ($\omega_{\text{mín}_M}$) y en la ordenada por el momento efectivo inicial ($M_{e\text{inic}}$) debido a que los otros términos son constantes, resultando las ecuaciones 2.3:

$$\begin{aligned}
x_{\text{mín}_M} &= \frac{\omega_{\text{mín}_M} - \omega_M}{\omega_N - \omega_M} \\
y_{\text{inic}_M} &= \frac{M_{e\text{inic}} - M_{eN}}{M_{e\text{máx}} - M_{eN}}
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Para la función consumo específico de combustible.

$$\begin{aligned}
x_G &= \frac{\omega(x) - \omega_G}{\omega_N - \omega_G} \\
y_G &= \frac{G_e(x) - G_{e\text{mín}}}{G_{eN} - G_{e\text{mín}}}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

$$\begin{aligned}
x_{\text{mín}_G} &= \frac{\omega_{\text{mín}_G} - \omega_G}{\omega_N - \omega_G} \\
y_{\text{inic}_G} &= \frac{G_{e\text{inic}} - G_{e\text{mín}}}{G_{eN} - G_{e\text{mín}}}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

2.2. Estimación de datos.

Como se quiere obtener una función que construída a partir de los datos del fabricante se aproxime adecuadamente (mejor que los modelos matemáticos tradicionales) a las características exteriores de velocidad y con estos datos sólo se pueden ubicar dos puntos, entonces es necesario, a partir de la información que se tiene estimar:

1. Para la función momento efectivo:

- el momento efectivo inicial y la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal correspondiente, para los que se empleará el análisis de regresión tratado en la sección 1.3,
- y los valores de y_M vs. x_M para $0,1 \leq x_M \leq 1$, en este caso se empleará un ajuste de curva.

2. Para la función consumo específico de combustible:

- el consumo específico de combustible inicial y la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal correspondiente, aplicando el mismo procedimiento,
- y los valores de y_G vs. x_G para $0,1 \leq x_G \leq 1$, como en la función anterior.

En ambos casos se realiza el ajuste a partir de $x \geq 0,1$ para permitir un punto extremo en $x = 0$.

2.2.1. Estimación del momento efectivo inicial.

Con los datos adicionales mostrados en la página 8 se puede determinar:

V : desplazamiento (Bore), volúmen comprimido por todos los pistones en un ciclo, en litros.

$$V = \pi \cdot L \cdot N \cdot \frac{\phi^2}{4} = lts$$

Un análisis de regresión múltiple con las variables del anexo A que a continuación se describen:

variable dependiente:

$M_{e\text{inic}}$: momento efectivo inicial.

variables independientes:

L : carrera del pistón (stroke).

V : desplazamiento (Bore).

ϕ : diámetro del cilindro (Bore).

E : coeficiente de elasticidad total.

e_N : coeficiente de elasticidad de frecuencia de rotación del árbol cigüeñal.

e_M : coeficiente de elasticidad de momento efectivo.

$N_{e\text{máx}}$: potencia efectiva máxima.

ω_N : frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a potencia efectiva máxima.

ω_M : frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a momento efectivo máximo.

$M_{e\text{máx}}$: momento efectivo máximo.

M_{eN} : momento efectivo a potencia efectiva máxima.

Da como resultado: el estadístico *R-cuadrada* indica que el modelo así ajustado explica el 89,9392 % de la variabilidad en $M_{e\text{inic}}$, el estadístico *R-cuadrada ajustada* es de 87,2916 %, el error estándar del estimado muestra que la desviación estándar de los residuos es 97,533, el error absoluto medio (MAE) de 66,2115 es el valor promedio de los residuos. El estadístico de “Durbin–Watson” examina los residuos para determinar si hay alguna correlación significativa basada en el orden en el que se presentan los datos, puesto que el p -value es mayor que 0,05, no hay indicación de una autocorrelación serial en los residuos con un nivel de confianza del 95,0 %.

Para determinar si el modelo puede simplificarse se emplea el mayor p -value de las variables independientes, si este es mayor o igual que 0,05, entonces, esa variable independiente no es estadísticamente significativa con un nivel de confianza del 95,0 % o mayor. Consecuentemente, se debería considerar eliminarla del modelo. Luego se vuelve a aplicar el nuevo análisis de regresión excluyendo la variable considerada. Este procedimiento se ejecuta continuamente hasta que no ocurra la condición.

Como se puede observar en el anexo B el modelo puede simplificarse hasta el **Paso 10**, eliminándose sucesivamente $N_{e\text{máx}}$, M_{eN} , e_N , L , ϕ , V , E , ω_N , ω_M y e_M . En el **Paso 10** el p -value de la variable restante es 0,0000, menor que 0,05 ($M_{e\text{máx}}$), por lo que ese término es estadísticamente significativo con un nivel de confianza del 95,0 %.

Tabla 2.3: Análisis de varianza (ANOVA) para $M_{e\text{ inic}}$.

Fuente	Suma de cuadrados	Gl	Cuadrado medio	Razón-F	p -value
Modelo	3186320	1	3186320	368.27	0.0000
Residuo	406649.	47	8652.11		
Total (Corr.)	3592970	48			

El resultado del análisis de regresión conduce al modelo de regresión lineal simple:

$$\widehat{M}_{e\text{ inic}} = 45,4576 + 0,650239 \cdot M_{e\text{ máx}} \quad (2.6)$$

Debe tenerse en cuenta en este modelo de regresión lineal que la Unidad de Medida de $M_{e\text{ máx}}$ y de $\widehat{M}_{e\text{ inic}}$ es, Newton por Metro (Nm).

Puesto que el p -value en la tabla 2.3 (ANOVA) es menor que 0,05, existe una relación estadísticamente significativa entre las variables con un nivel de confianza del 95,0 %.

En el anexo B se puede observar que el estadístico *R-cuadrada* indica que el modelo así ajustado explica 88,6821 % de la variabilidad en $\widehat{M}_{e\text{ inic}}$, el estadístico *R-cuadrada ajustada* es de 88,4413 %. El error estándar del estimado muestra que la desviación estándar de los residuos es 93,0167. Este valor puede usarse para construir límites para nuevas observaciones. El error absoluto medio (MAE) es de 70,3779, este es el valor promedio de los residuos. El estadístico de “Durbin–Watson” examina los residuos para determinar si hay alguna correlación significativa basada en el orden en el que se presentan los datos. Puesto que el p -value es mayor que 0,05, no hay indicación de autocorrelación en los residuos con un nivel de confianza del 95,0 %.

De particular interés es el análisis de varianza (ANOVA), tabla 2.3, que es la descomposición de la variabilidad de la variable dependiente $M_{e\text{ inic}}$ en un modelo de suma de cuadrados y un residuo o suma de errores cuadráticos, el cual emplea la *F*-prueba y su asociado p -value, evaluando la significancia estadística del modelo ajustado. Según Statgraphics (2007), un p -value pequeño (menor a 0,05 si se opera a un nivel de significación de 5 %) indica que una relación significativa de la forma especificada existe entre $M_{e\text{ inic}}$ y las variables independientes. Como este p -value = 0,0000 < 0,05, en los datos de muestra, el modelo es altamente significativo, con un nivel de confianza del 95.0 %.

2.2.2. Estimación del consumo específico de combustible inicial.

Para determinar el consumo específico de combustible inicial mediante un análisis de regresión se utilizan como:

variable dependiente:

$G_{e\text{inic}}$: consumo específico de combustible inicial.

variables independientes:

L : carrera del pistón (stroke).

V : desplazamiento (Bore).

ϕ : diámetro del cilindro (Bore).

E : coeficiente de elasticidad total.

e_N : coeficiente de elasticidad de frecuencia de rotación del árbol cigüeñal.

e_M : coeficiente de elasticidad de momento efectivo.

$N_{e\text{máx}}$: potencia efectiva máxima.

ω_N : frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a potencia efectiva máxima.

ω_M : frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a momento efectivo máximo.

$M_{e\text{máx}}$: momento efectivo máximo.

M_{eN} : momento efectivo a potencia efectiva máxima.

β_G : relación ω_N entre ω_G .

β_N : relación G_{eN} entre $G_{e\text{mín}}$.

ω_G : frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a mínimo consumo específico de combustible.

$G_{e\text{mín}}$: mínimo consumo específico de combustible.

G_{eN} : consumo específico de combustible a potencia efectiva máxima.

En el anexo C se puede ver que son eliminadas las variables independientes M_{eN} , e_N , $N_{e\text{máx}}$, E , V , $M_{e\text{máx}}$, L , e_M , ω_M , ω_N , ω_G , ϕ , G_{eN} y β_G ; resultando el modelo de regresión lineal múltiple final:

Tabla 2.4: Análisis de varianza (ANOVA), para $G_{e\text{inic}}$.

Fuente	Suma de cuadrados	Gl	Cuadrado medio	Razón-F	p -value
Modelo	9569.76	2	4784.88	109.99	0.0000
Residuo	1435.54	33	43.5012		
Total (Corr.)	11005.3	35			

$$\widehat{G}_{e\text{inic}} = 60,1953 - 26,8578 \cdot \beta_N + 0,996682 \cdot G_{e\text{mín}} \quad (2.7)$$

En este modelo la Unidad de Medida de $\widehat{G}_{e\text{inic}}$ y de $G_{e\text{mín}}$ es $(g \cdot KW/h)$, mientras que β_N es adimensional. El estadístico *R-cuadrada* indica que el modelo así ajustado explica 86,9559 % de la variabilidad en $G_{e\text{inic}}$ y el estadístico *R-cuadrada ajustada*, que es más apropiado para comparar modelos con diferente número de variables independientes, es 86,1654 %. El error estándar del estimado muestra que la desviación estándar de los residuos es 6,59555, este puede ser usado para construir límites para nuevas observaciones. El error absoluto medio (MAE) es de 5,13768, este es el valor promedio de los residuos. Debido a que el p -value del estadístico “Durbin–Watson” es menor que 0,05, hay indicación de una posible correlación serial con un nivel de confianza del 95,0 %. Esto será verificado en la sección 3.1.2.

En la tabla 2.4 se observa que el p -value de la F -prueba es menor que 0,05, indicando que existe una relación estadísticamente significativa entre las variables con un nivel de confianza del 95,0 %.

2.2.3. Estimación de la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal de la función momento efectivo.

Para determinar la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal estimada de la función momento efectivo también se realiza un análisis de regresión teniendo como:

variable dependiente:

$\omega_{\text{mín}_M}$: mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal de la función momento efectivo.

variables independientes:

: Las mismas que para el momento efectivo inicial, página 38.

Tabla 2.5: Análisis de varianza (ANOVA), para $\omega_{\min_M}$.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	p -value
Modelo	736021.	5	147204.	15.85	0.0000
Residuo	399436.	43	9289.21		
Total (Corr.)	1135466	48			

En este caso el procedimiento de eliminación de variables independientes, ver anexo D, se detiene en el **Paso 6** eliminándose sucesivamente $M_{e\text{máx}}$, M_{eN} , L , e_N , $N_{e\text{máx}}$ y V . Además en el **Paso 6** se obtiene el máximo valor de R -cuadrada ajustada (60,7311 %) y un valor aceptable de R -cuadrada (64,8216 %). El p -value del estadístico “Durbin-Watson” es mayor que 0.05, por lo que no hay indicación de autocorrelación serial en los residuos con un nivel de confianza del 95,0 %. En la tabla 2.5 se observa que el p -value de la F -prueba es igual a 0,0000, menor que 0,05, indicando que una relación significativa de la forma especificada existe entre $\omega_{\min_M}$ y las variables independientes, obteniéndose el modelo de regresión lineal:

$$\hat{\omega}_{\min_M} = -711,606 + 7,51054 \cdot \phi - 3438,13 \cdot e_M - 1,21677 \cdot \omega_N + 2,68123 \cdot \omega_M + 2012,98 \cdot E \quad (2.8)$$

2.2.4. Estimación de la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal de la función consumo específico de combustible.

Al determinar la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal de la función consumo específico de combustible mediante un análisis de regresión y teniendo como:

variable dependiente:

$\omega_{\min_G}$: mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal de la función consumo específico de combustible.

variables independientes:

Variables : Las mismas que para el consumo específico de combustible inicial, página 40.

En este caso el procedimiento de eliminación de variables independientes, ver anexo E, se detiene en el **Paso 10** eliminándose sucesivamente ω_G , e_M , M_{eN} y $G_{e\text{mín}}$, L , E , $M_{e\text{máx}}$, $M_{e\text{máx}}$, $N_{e\text{máx}}$, β_N y β_G . En este paso se obtiene el máximo valor de R -cuadrada ajustada

Tabla 2.6: Análisis de varianza (ANOVA), para $\omega_{\min_G}$.

Fuente	Suma de cuadrados	Gl	Cuadrado medio	Razón-F	p -value
Modelo	570333.	6	95055.6	13.76	0.0000
Residuo	200404.	29	6910.48		
Total (Corr.)	770737.	35			

(68,6188 %) y un valor aceptable de R -cuadrada (73,9984 %). El p -value de la prueba “Durbin–Watson” es menor que 0,05, por lo que hay indicación de una posible correlación serial en los residuos con un nivel de confianza del 95.0 %. Esto será verificado en la sección 3.1.2. En la tabla 2.6 se observa que el p -value de la F -prueba es igual a 0,0000, menor que 0,05, indicando que una relación significativa de la forma especificada existe entre $\omega_{\min_G}$ y las variables independientes, obteniéndose el modelo de regresión lineal:

$$\begin{aligned}\hat{\omega}_{\min_G} = & -11264,2 - 43,5908 \cdot V + 14,1798 \cdot \phi + 5875,72 \cdot e_N - \\ & -3,73891 \cdot \omega_N + 6,72662 \cdot \omega_M + 1,90904 \cdot G_{eN}\end{aligned}\quad (2.9)$$

2.2.5. La mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal.

Con las ecuaciones 2.8 y 2.9 se estiman la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal de la función momento efectivo y de la función consumo específico de combustible respectivamente, pero el objetivo de este análisis es estimar un par ordenado, a partir de los datos técnicos que brinda el fabricante de un motor específico, para cada una de estas funciones. En realidad la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal es la misma para ambas funciones y por esto se determina como la mínima entre $\hat{\omega}_{\min_M}$ y $\hat{\omega}_{\min_G}$:

$$\hat{\omega}_{\min} = \min \{ \hat{\omega}_{\min_M}; \hat{\omega}_{\min_G} \} \quad (2.10)$$

2.2.6. Ajuste de curva de la función momento efectivo, para valores de $0,1 \leq x_M \leq 1$.

Para este intervalo se aplica un ajuste de curva tomando como observaciones los datos **resaltados** del anexo H y como función un polinomio de tercer grado, de la forma:

$$y_M = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot x_M + \alpha_2 \cdot x_M^2 + \alpha_3 \cdot x_M^3$$

En la figura 2.6 se puede observar la **Nube de puntos**, el **polinomio de ajuste** e **intervalos de confianza** del 95 % para nuevas observaciones. En la tabla 2.7 se muestran los resultados

Tabla 2.7: Resultados del ajuste polinomial para $f(x_M)$.

		intervalos de confianza del 95 %	
Coeficientes	Predicción	Límite inferior	Límite superior
α_3	-0,08412	-0,7287	0,5604
α_2	-0,3831	-1,513	0,7471
α_1	-0,5555	-1,136	0,02474
α_0	1,026	0,9428	1,109
Bodab del ajuste			
SSE			1,62
R -cuadrada			0,9423
R -cuadrada ajustada			0,9416
RMSE			0,08181

del ajuste de curva, observándose que el modelo propuesto explica el 94,23 % de la variabilidad en y_M y el polinomio resultante es:

$$f(x_M) = 1,026 - 0,5555 x_M - 0,3831 x_M^2 - 0,08412 x_M^3 \quad (2.11)$$

2.2.7. Ajuste de curva de la función consumo específico de combustible, para valores de $0,1 \leq x_G \leq 1$.

El ajuste de curva de la función consumo específico de combustible, en este intervalo da como resultado que el polinomio de segundo grado ajusta mejor, que el de tercer orden, a los datos **resaltados** del anexo I. En la tabla 2.8 se muestran los resultados del ajuste de curva, observándose que el modelo propuesto explica el 95,28 % de la variabilidad en y_G y este es:

$$f(x_G) = 0,006761 + 0,204 x_G + 0,7995 x_G^2 \quad (2.12)$$

2.3. Construcción del spline cúbico para las características exteriores de velocidad.

El spline en cada caso será construido a partir de la función del ajuste de curva; el punto extremo (mínimo consumo específico de combustible y momento efectivo máximo para las

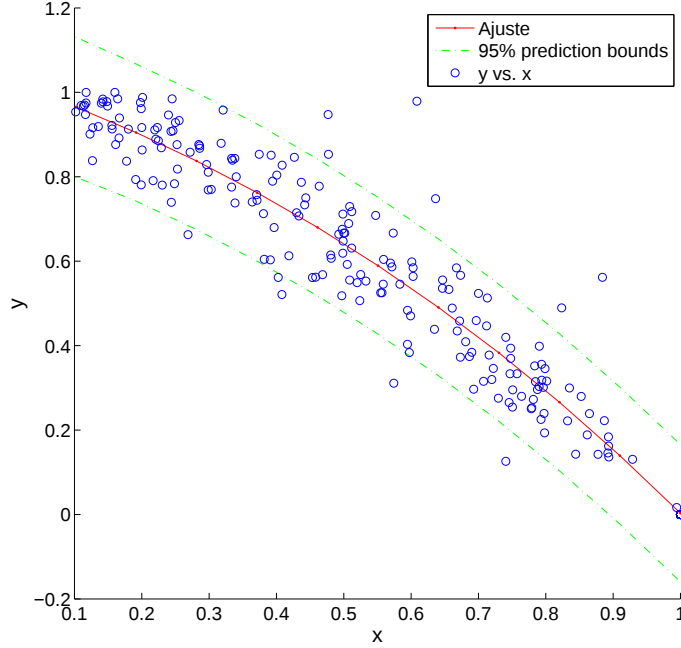


Figura 2.6: Ajuste de curva de y_M vs. x_M , para $0,1 \leq x_M \leq 1$.

funciones momento efectivo y consumo específico de combustible, respectivamente) y el nodo resultante de los modelos de regresión lineal.

Las condiciones adicionales que se impondrán son la igualdad a cero de las primeras derivadas en $x_M = 0$ y $x_G = 0$ de los polinomios que concurren en este eje, estas para garantizar que los extremos ocurran según los datos técnicos de los fabricantes, y la igualdad a cero también de las segundas derivadas en $x_{\min_M} = 0,1$ y $x_{\min_G} = 0,1$, estas para evitar oscilaciones. Obteniéndose un spline cúbico combinado.

2.3.1. El spline cúbico combinado para el momento efectivo.

El spline cúbico combinado para el momento efectivo, $s(x_M)$, se construye a partir del conocimiento del polinomio de tercer grado obtenido en el análisis de regresión, ecuación 2.12, para el que se establecen como condiciones:

1. de interpolación en todos los nodos:

$$a) \ s(x_{M0}) = s(x_{\min_M}) = P_0(x_{\min_M}) = y_{\text{inic}_M}$$

$$b) \ s(x_{M1}) = s(0) = P_0(0) = 1$$

$$c) \ s(x_{M2}) = s(0,1) = P_1(0,1) = f(0,1)$$

Tabla 2.8: Resultados del Ajuste Polinomial para $f(\mathbf{x}_G)$.

		intervalos de confianza del 95 %	
Coeficientes	Predicción	Límite inferior	Límite superior
α_2	0,7995	0,6476	0,9514
α_1	0,204	0,02492	0,383
α_0	0,006761	-0,037	0,05052
Bodab del ajuste			
SSE			1,118
R -cuadrada			0,9533
R -cuadrada ajustada			0,9528
RMSE			0,07753

2. de continuidad en los nodos interiores de $s(\mathbf{x}_{M_i})$:

a) $\{s(0^-) = s(0^+)\} \Rightarrow \{P_0(0) = P_1(0)\}$

b) $\{s(0,1^-) = s(0,1^+)\} \Rightarrow \{P_1(0,1) = f(0,1)\}$, esta es redundante con la última de las de interpolación.

3. de continuidad de la primera derivada del spline, en los nodos interiores de, $s'(\mathbf{x}_{M_i})$:

a) $\{s'(0^-) = s'(0^+)\} \Rightarrow \{P_0'(0) = P_1'(0)\}$

b) $\{s'(0,1^-) = s'(0,1^+)\} \Rightarrow \{P_1'(0,1) = f'(0,1)\}$.

Hasta ahora se tienen seis condiciones y ocho coeficientes, restando dos condiciones por imponer que son:

1. $\{s'(0) = 0\} \Rightarrow \{P_0'(0) = 0\}$, esta provoca un máximo en $\mathbf{x}_M = 0$

2. $\{s''(\mathbf{x}_{\min_M}) = 0\} \Rightarrow \{P_0''(\mathbf{x}_{\min_M}) = 0\}$, esta evita el cambio de concavidad de $P_0(\mathbf{x}_M)$ en el intervalo $\mathbf{x}_{\min_M} < \mathbf{x}_M < 0$, impidiendo, combinada con la anterior, que se produzca un punto extremo en este intervalo.

En las figuras 2.7, 2.8, 2.9 y 2.10 se representa una secuencia de la aplicación de las condiciones y las gráficas de los polinomios resultantes. La solución del sistema de

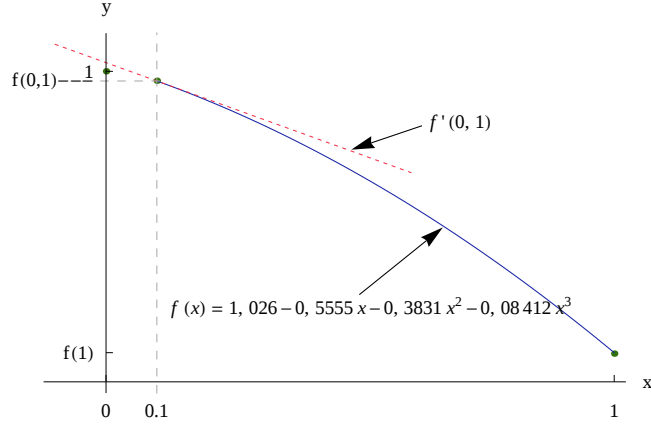


Figura 2.7: Polinomio de tercer grado para $0,1 \leq x_M \leq 1$.

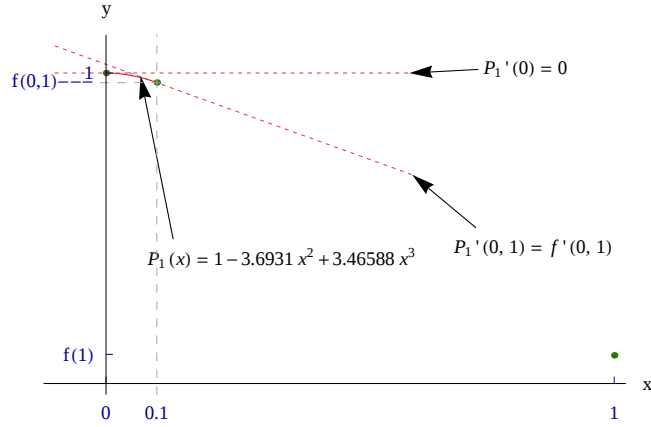


Figura 2.8: Polinomio de tercer grado para $0 \leq x_M \leq 0,1$.

ecuaciones lineales (SEL) con respecto a los coeficientes de los polinomios es:

$$\begin{aligned}
 A_0 &= y_{inic_M} & A_1 &= 1 \\
 B_0 &= \frac{3}{2} \cdot \frac{y_{inic_M} - 1}{x_{mín_M}} & B_1 &= 0 \\
 C_0 &= 0 & C_1 &= -3,6931 \\
 D_0 &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{y_{inic_M} - 1}{(x_{mín_M})^3} & D_1 &= 3,46588
 \end{aligned}$$

El spline cúbico combinado queda definido como:

$$s(x_M) = \begin{cases} P_0(x_M) = 1 + \frac{1 - y_{inic_M}}{2} \cdot \left[\left(\frac{x_M}{x_{mín_M}} \right)^3 - 3 \left(\frac{x_M}{x_{mín_M}} \right)^2 \right] & / \quad x_{mín} \leq x_M \leq 0 \\ P_1(x_M) = 1 - 3,6931 \cdot x_M^2 + 3,46588 \cdot x_M^3 & / \quad 0 \leq x_M \leq 0,1 \\ f(x_M) = 1,026 - 0,5555 x_M - 0,3831 x_M^2 - 0,08412 x_M^3 & / \quad 0,1 \leq x_M \leq 1 \end{cases} \quad (2.13)$$

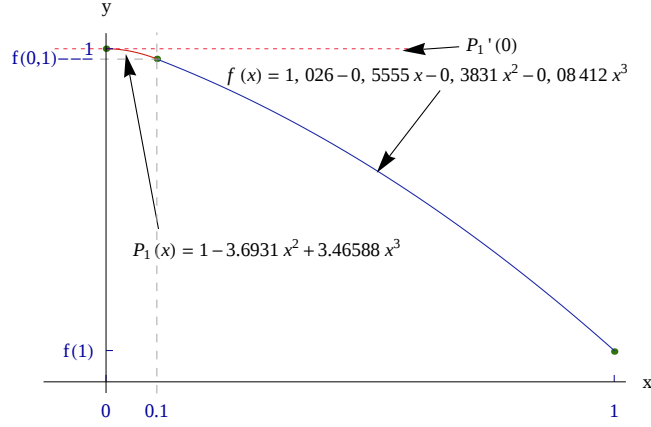


Figura 2.9: Polinomios de tercer grado para $0 \leq x_M \leq 1$.

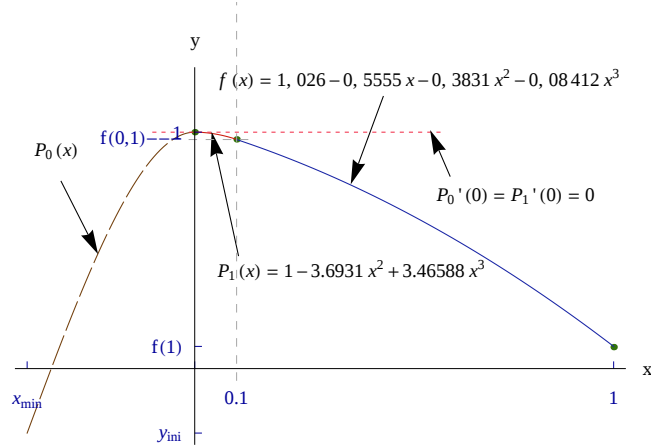


Figura 2.10: Spline cúbico combinado, para $x_{M\min} \leq x_M \leq 1$.

La función momento efectivo según las ecuaciones 2.13, 2.10, 2.3 y 2.2 resulta una función continua y definida por partes en los intervalos:

- a) desde mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal estimada, $\hat{\omega}_{\min}$, hasta frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a momento efectivo máximo, ω_M , se plantea:

$$M_e(x) = M_{e\max} + \frac{M_{e\max} - \hat{M}_{e\text{inic}}}{2} \left[\left(\frac{\omega(x) - \omega_M}{\hat{\omega}_{\min_M} - \omega_M} \right)^3 - 3 \left(\frac{\omega(x) - \omega_M}{\hat{\omega}_{\min_M} - \omega_M} \right)^2 \right] \quad (2.14)$$

$$\forall \{ \hat{\omega}_{\min} \leq \omega(x) \leq \omega_M \}$$

- b) desde frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a momento efectivo máximo, ω_M ,

hasta $\frac{\omega_N + 9\omega_M}{10}$, se plantea:

$$M_e(x) = M_{eN} + (M_{e\text{máx}} - M_{eN}) \left[1 - 3,6931 \cdot \left(\frac{\omega(x) - \omega_M}{\omega_N - \omega_M} \right)^2 + 3,46588 \left(\frac{\omega(x) - \omega_M}{\omega_N - \omega_M} \right)^3 \right]$$

$$\forall \left\{ \omega_M \leq \omega(x) \leq \frac{\omega_N + 9\omega_M}{10} \right\}$$
(2.15)

c) desde $\frac{\omega_N + 9\omega_M}{10}$ hasta frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a potencia efectiva máxima, ω_N , se plantea:

$$M_e(x) = M_{eN} + (M_{e\text{máx}} - M_{eN}) \bullet$$

$$\bullet \left[1,026 - 0,5555 \cdot \left(\frac{\omega(x) - \omega_M}{\omega_N - \omega_M} \right) - 0,3831 \cdot \left(\frac{\omega(x) - \omega_M}{\omega_N - \omega_M} \right)^2 - 0,08412 \left(\frac{\omega(x) - \omega_M}{\omega_N - \omega_M} \right)^3 \right]$$

$$\forall \left\{ \frac{\omega_N + 9\omega_M}{10} \leq \omega(x) \leq \omega_N \right\}$$
(2.16)

En las ecuaciones 2.14, 2.15 y 2.16 los valores de M_{eN} , $M_{e\text{máx}}$, ω_M , ω_N son constantes para cada MCI y estos son los datos que aporta el fabricante (sección 1.1.1). El momento efectivo inicial estimado, $\widehat{M}_{e\text{inic}}$ y la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal estimada, $\widehat{\omega}_{\text{mín}}$, se determinan por las ecuaciones 2.6 y 2.8 respectivamente, quedando el momento efectivo, $M_e(x)$, en función de la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal, $\omega(x)$.

2.3.2. El spline cúbico combinado para el consumo específico de combustible.

La solución del sistema de ecuaciones lineales (SEL) con respecto a los coeficientes de los polinomios es:

$$\begin{array}{ll} A_0 = y_{\text{inic}_G} & A_1 = 0 \\ B_0 = \frac{3}{2} \cdot \frac{y_{\text{inic}_G}}{x_{\text{mín}_G}} & B_1 = 0 \\ C_0 = 0 & C_1 = 6,9078 \\ D_0 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{y_{\text{inic}_G}}{x_{\text{mín}_G}^3} & D_1 = -33,922 \end{array}$$

El spline cúbico combinado queda definido como:

$$s(x_G) = \begin{cases} P_0(x_G) = \frac{y_{\text{inic}_G}}{2} \cdot \left[3 \left(\frac{x_G}{x_{\text{mín}_G}} \right)^2 - \left(\frac{x_G}{x_{\text{mín}_G}} \right)^3 \right] & / \quad x_{\text{mín}} \leq x_G \leq 0 \\ P_1(x_G) = 6,9078 \cdot x_G^2 - 33,922 \cdot x_G^3 & / \quad 0 \leq x_G \leq 0,1 \\ f(x_G) = 0,006761 + 0,204 x_G + 0,7995 x_G^2 & / \quad 0,1 \leq x_G \leq 1 \end{cases} \quad (2.17)$$

La función consumo específico de combustible según las ecuaciones 2.17, 2.10, 2.5 y 2.4 resulta una función continua y definida por partes en los intervalos:

- a) desde mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal estimada, $\hat{\omega}_{\text{mín}}$, hasta frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a mínimo consumo específico de combustible, ω_G , se plantea:

$$G_e(x) = G_{e\text{mín}} + \frac{\hat{G}_{e\text{inic}} - G_{e\text{mín}}}{2} \left[3 \left(\frac{\omega(x) - \omega_G}{\hat{\omega}_{\text{mín}_G} - \omega_G} \right)^2 - \left(\frac{\omega(x) - \omega_G}{\hat{\omega}_{\text{mín}_G} - \omega_G} \right)^3 \right] \quad (2.18)$$

$$\forall \{ \hat{\omega}_{\text{mín}} \leq \omega(x) \leq \omega_G \}$$

- b) desde frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a mínimo consumo específico de combustible, ω_G , hasta $\frac{\omega_N + 9\omega_G}{10}$, se plantea:

$$G_e(x) = G_{e\text{mín}} + (G_{eN} - G_{e\text{mín}}) \left[6,9078 \cdot \left(\frac{\omega(x) - \omega_G}{\omega_N - \omega_G} \right)^2 - 33,922 \left(\frac{\omega(x) - \omega_G}{\omega_N - \omega_G} \right)^3 \right] \quad (2.19)$$

$$\forall \left\{ \omega_G \leq \omega(x) \leq \frac{\omega_N + 9\omega_G}{10} \right\}$$

- c) desde $\frac{\omega_N + 9\omega_G}{10}$ hasta frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a potencia efectiva máxima, ω_N , se plantea:

$$G_e(x) = G_{e\text{mín}} + (G_{eN} - G_{e\text{mín}}) \bullet \left[0,006761 - 0,204 \cdot \left(\frac{\omega(x) - \omega_G}{\omega_N - \omega_G} \right) - 0,7995 \cdot \left(\frac{\omega(x) - \omega_G}{\omega_N - \omega_G} \right)^2 \right] \quad (2.20)$$

$$\forall \left\{ \frac{\omega_N + 9\omega_G}{10} \leq \omega(x) \leq \omega_N \right\}$$

2.4. Conclusiones parciales:

- Se presentan modelos de regresión lineal para estimar, a partir de los datos técnicos de los fabricantes de MCI, la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal, el momento efectivo inicial y el consumo específico de combustible inicial de MCI diesel.
- Se aplica el ajuste de curva a las funciones momento efectivo y consumo específico de combustible para valores mayores que frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a momento efectivo máximo y frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a mínimo consumo específico de combustible, respectivamente.
- Con la aplicación de la interpolación polinomial segmentaria mediante spline cúbico se construye una función definida por partes para el momento efectivo y otra para el consumo específico de combustible que dependen de los datos técnicos aportados por los fabricantes.
- Los modelos matemáticos planteados, de spline cúbico combinado, tienen un nodo más que los modelos matemáticos tradicionales y vencen las limitaciones de simetría de esto últimos.

Análisis de los resultados.

En este capítulo se verifican los supuestos de los modelos de regresión lineal propuestos. También se comparan, de forma discreta, los modelos de spline planteados con los modelos matemáticos tradicionales en seis intervalos, los dos primeros intervalos se toman entre la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal y la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal del extremo de la característica exterior de velocidad que se analiza, los tres siguientes desde la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal del extremo hasta la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a potencia efectiva máxima y el último desde mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal hasta frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a potencia efectiva máxima. Se propone en cada caso el modelo que se consideró más adecuado y finalmente se exponen las conclusiones del capítulo.

3.1. Análisis de los modelos de regresión lineal.

El Análisis de los modelos de regresión lineal consiste en la verificación de los supuestos de los análisis de regresión aplicados.

3.1.1. Verificación de los supuestos de normalidad de los análisis de regresión.

Prueba de hipótesis para determinar la distribución que siguen los residuos de $\hat{\omega}_{\min}$:

H_0 : los residuos de $\hat{\omega}_{\min}$ se distribuye normalmente.

H_1 : los residuos de $\hat{\omega}_{\min}$ no se distribuye normalmente.

En la tabla 3.1 se pueden observar los resultados de las prueba de normalidad, W de “Shapiro–Wilk”, “Chi–Cuadrado” de Pearson y la de bondad de ajuste “Kolmogorov–Smirnov”. Sólo la segunda arrojó que el p -value es 0,000112417 < 0,05 tendiendo a rechazar la idea de que la variable los residuos de $\hat{\omega}_{\min}$ provienen de una distribución normal con 95 % de confianza, no obstante:

Risk (2003) plantea. “...Pruebas de normalidad más formales, no paramétricas,

muy recomendables para verificar la normalidad de una variable son las pruebas de W de “Shapiro–Wilk”, y de “Kolmogorov–Smirnov”...”.

Tabla 3.1: Distribución ajustada para los residuos de $\omega_{\min}$ y $M_{e\text{inic}}$.

residuos de $\widehat{\omega}_{\min}$ 49 valores				
distribución normal				
mínimo	−243,437			
máximo	223,708			
media	−0,00000979592			
desviación estándar	95,095			
Prueba	Estadístico		p -value	
Estadístico W de “Shapiro–Wilk”	0,973903		0,511827	
Estadístico “Chi–Cuadrado” de Pearson	43,9388		0,000112417	
Prueba	DMAS	DMENOS	DN	p -value
“Kolmogorov–Smirnov”	0.0904316	0,125686	0,125686	0,427345
residuos de $\widehat{M}_{e\text{inic}}$ 49 valores				
distribución normal				
mínimo	−252,146			
máximo	153,251			
media	0,0000222653			
desviación estándar	87,5107			
Prueba	Estadístico		p -value	
Estadístico W de “Shapiro–Wilk”	0,955442		0,10567	
Estadístico “Chi–Cuadrado” de Pearson	13,0816		0,595993	
Prueba	DMAS	DMENOS	DN	p -value
“Kolmogorov–Smirnov”	0.0889552	0,0754446	0,0889552	0,832895

Arriaza Gómez *et al.* (2008) recomienda “...el uso del test de W de “Shapiro–Wilk” para muestras pequeñas $n \leq 50$, mientras que si las muestras son grandes es preferible utilizar el test de “Kolmogorov–Smirnov”, salvo que los datos vengan dados en una distribución de frecuencias por intervalos donde se empleará la χ^2 ...”.

Espejo Miranda *et al.* (2007) afirma, “...El test de W de “Shapiro–Wilk” se comporta mejor cuando se tienen muestras pequeñas ($n < 50$), mientras que en otras situaciones se emplea el test de “Kolmogorov–Smirnov”...”.

En consecuencia con estos autores y los resultados, no se rechazó la hipótesis nula, concluyéndose que hay un 95 % de confianza de que los residuos de $\widehat{\omega}_{\min}$ provienen de una distribución normal.

Para determinar la distribución que siguen los residuos de $\widehat{M}_{e\text{inic}}$, $\widehat{G}_{e\text{inic}}$ y $\widehat{\omega}_{\text{mín}_G}$ se realizó el mismo procedimiento. En este caso como todos los p -value de las pruebas anteriormente mencionadas son mayores que 0,05, no se pueden rechazar las hipótesis nulas, teniéndose un 95 % de confianza de que los residuos de $\widehat{M}_{e\text{inic}}$, $\widehat{G}_{e\text{inic}}$ y $\widehat{\omega}_{\text{mín}_G}$, respectivamente, se distribuyen normalmente.

3.1.2. Verificación de los supuestos de aleatoriedad de los análisis de regresión.

En las pruebas “Durbin–Watson” de los modelos de regresión lineal planteados, preocupa la no aleatoriedad de los residuos para el modelo consumo específico de combustible inicial y el de mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal de la función consumo específico de combustible, estos dieron p -values menores que 0,05. Pero según Statgraphics (2007), *“...Para datos grabados a través del tiempo, un P -valor pequeño podría indicar que alguna tendencia a través del tiempo no ha sido computada...”*. Esto es para pronósticos en el que una de las variables independientes es el tiempo que no es el caso en estudio.

Para determinar si la muestra es o no aleatoria se empleó el test de Rachas que tiene como regla de decisión: si el p -value $\geq 0,05$, entonces, si se trabaja con un nivel de significación del 5 % hay un 95 % de confianza de que la muestra sea aleatoria; en caso contrario no lo es. En correspondencia con esto el p -value de cada una de estas pruebas dio $0,128 > 0,05$ por tanto se puede considerar que estos residuos son aleatorios.

3.2. Comparación entre los modelos matemáticos tradicionales y los planteados.

Los modelos se compararon empleando, los valores absolutos de los coeficientes de error que se cometieron al calcular la característica exterior de velocidad en cuestión. Cada error se obtuvo por la diferencia entre el modelo empleado menos el valor planteado de cada nodo, tratado en la sección 2.1. Se habla de una comparación discreta, debido a que se han comparado los modelos con los valores planteados.

Debido a que los datos son generados empleando el modelo que se analiza en cada caso se garantiza el supuesto de independencia de columnas, en cambio el supuesto de aleatoriedad no se cumple en ninguna de las comparaciones debido al orden de los datos,

ya que los valores absolutos de los coeficientes de error de un nodo al vecino van a depender de la diferencia de dos funciones, es poco probable que espontáneamente estos datos sean aleatorios. Esto limita el análisis a la muestra sin que se pueda hacer inferencia estadística a la población.

Las comparaciones se realizaron en cinco intervalos:

- I. Primer intervalo, desde $\omega_{\min}$ hasta la semisuma de $\omega_{\min}$ y ω_M , es decir la primera mitad del intervalo entre $\omega_{\min}$ y ω_M :

$$\omega_{\min} < \omega_{(x)} \leq \frac{\omega_{\min} + \omega_M}{2}$$

- II. Segundo intervalo, desde la semisuma de $\omega_{\min}$ y ω_M hasta ω_M , la segunda mitad:

$$\frac{\omega_{\min} + \omega_M}{2} < \omega_{(x)} \leq \omega_M$$

- III. Tercer intervalo, desde ω_M hasta $\frac{\omega_N + 2\omega_M}{3}$, el primer tercio del intervalo entre ω_M y ω_N :

$$\omega_M < \omega_{(x)} \leq \frac{\omega_N + 2\omega_M}{3}$$

- IV. Cuarto intervalo, desde $\frac{\omega_N + 2\omega_M}{3}$ hasta $\frac{2\omega_N + \omega_M}{3}$, el segundo tercio del intervalo entre ω_M y ω_N :

$$\frac{\omega_N + \omega_M}{2} < \omega_{(x)} \leq \frac{2\omega_N + \omega_M}{3}$$

- V. Quinto intervalo, desde $\frac{2\omega_N + \omega_M}{3}$ hasta ω_N , el último tercio:

$$\frac{2\omega_N + \omega_M}{3} < \omega_{(x)} \leq \omega_N$$

- VI. Intervalo completo, desde $\omega_{\min}$ hasta ω_N , es decir en todo el intervalo:

$$\omega_{\min} < \omega_{(x)} \leq \omega_N$$

3.2.1. Comparación de los modelos de momento efectivo.

Para establecer las comparaciones se determinó el momento efectivo a partir de los datos técnicos aportados por los fabricantes empleando: las ecuaciones 1.9, propuestas por Aragón Marrero (1984); las ecuaciones 1.11, 1.12, 1.13, 1.14 y 1.15 propuestas por Mauri Ramírez (2010); la tabla 1.1 de Ilarionov (1985) y el spline cúbico combinado de

momento efectivo planteado en el presente trabajo, por las ecuaciones 2.14, 2.15, 2.16. Después empleando la ecuación 3.1 se determinó el valor absoluto del coeficiente de error para cada nodo y cada motor.

$$\epsilon_{M_j}(x_i) = \frac{\left\| M_{e_j}(x_i) - M_{e_{plot}}(x_i) \right\|}{M_{e_{plot}}(x_i)} \quad (3.1)$$

siendo:

$\epsilon_{M_j}(x_i)$: valor absoluto del coeficiente de error cometido al determinar el momento efectivo, en el nodo i , empleando el modelo j .

$M_{e_j}(x_i)$: El momento efectivo, en el nodo i , empleando el modelo j .

$M_{e_{plot}}(x_i)$: El momento efectivo planteado, en el nodo i .

Para establecer esta comparación se empleó el análisis de varianza (ANOVA) que proporciona una técnica para comparar medias entre varias poblacionales, sobre la BD muestral, su fin es aplicar una prueba de hipótesis en la que se tienen como hipótesis:

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k$ (las medias de las k poblaciones son todas iguales).

H_1 : al menos una μ_i es diferente.

Bajo los supuestos:

- Las características medibles se distribuyen normalmente en cada población:

$$x_i \sim N(\mu_i; \sigma_i)$$

- Las varianzas de las k poblaciones son iguales, (homocedasticidad):

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_k$$

- Las características medibles son estadísticamente independientes de una población a otra.
- Las muestras $n_1, n_2, \dots, n_k$ de los k grupos poblacionales deben seleccionarse a través del Muestreo Aleatorio Simple (MAS).

El estadístico empleado es el F de “Fisher”, que tiene como región crítica:

$$W_c = \{F_0 : F_0 > F_{1-\alpha(k-1;n-k)}\}$$

y como regla de decisión:

$$\begin{array}{ll} \text{Rechazar } H_0 & \text{si } F_0 > F_{1-\alpha(k-1;n-k)} \\ \text{No rechazar } H_0 & \text{si } F_0 \leq F_{1-\alpha(k-1;n-k)} \end{array}$$

Para el primer intervalo.

En este se obtuvieron 119 observaciones para cada uno de los ocho modelos en el rango:

- desde 0,000080128 hasta 1,30763 para $\epsilon_M(x_i)$,
Spline
- desde 0,00133529 hasta 2,43726 para $\epsilon_M(x_i)$,
Litvinov
- desde 0,00164112 hasta 2,0215 para $\epsilon_M(x_i)$,
Ilarionov
- desde 0,000159201 hasta 2,32427 para $\epsilon_M(x_i)$,
Recip. Cuad.
- desde 0,000641924 hasta 1,81121 para $\epsilon_M(x_i)$,
Racio. Cuad.
- desde 0,0031825 hasta 2,06711 para $\epsilon_M(x_i)$,
Hoerl
- desde 0,000604088 hasta 2,98934 para $\epsilon_M(x_i)$,
Head Cap.
- desde 0,000639936 hasta 1,57712 para $\epsilon_M(x_i)$.
Vapor Press.

Observándose a priori que el modelo planteado (Spline) tiene mejores valores, no obstante, se precisó de un análisis más profundo.

Comprobación del supuesto de normalidad para el intervalo. El análisis preliminar de los coeficientes de error de cada uno de los modelos dio como resultado que el sesgo estandarizado y la curtosis estandarizada se encuentran fuera del rango de -2 a $+2$ para los ocho modelos, lo que indica algo de no normalidad significativa en los datos, violando el supuesto de que los datos provienen de distribuciones normales.

Tabla 3.2: Estadísticos de las transformaciones de los modelos.

Modelo	Recuento	Promedio	Desviación estándar	Coficiente de variación
T_A Litvinov	119	0.821894	0.0846808	10.30 %
T_A Recip. Cuad.	119	0.819554	0.0823086	10.04 %
T_A Racio. Cuad.	119	0.807997	0.0808651	10.01 %
T_A Hoerl	119	0.811839	0.083298	10.26 %
T_A Vapor Press.	119	0.811584	0.087125	10.74 %
T_A Spline	119	0.781298	0.0684684	8.76 %
T_A Ilarionov	119	0.830419	0.0764255	9.20 %
Total	833	0.812084	0.0816518	10.05 %

Modelo	Mínimo	Máximo	Rango	Sesgo estandarizado	Curtosis estandarizada
T_A Litvinov	0.62698	1.08686	0.459876	-0.295391	0.469502
T_A Recip. Cuad.	0.619018	1.08215	0.463137	0.214057	0.421356
T_A Racio. Cuad.	0.622386	1.05768	0.435296	0.249762	-0.366225
T_A Hoerl	0.638036	1.0706	0.432565	0.100678	-0.140734
T_A Vapor Press.	0.622372	1.04427	0.421894	0.263371	-1.23367
T_A Spline	0.618452	1.02629	0.407839	0.0417329	1.78689
T_A Ilarionov	0.628922	1.06841	0.43949	0.414214	0.591481
Total	0.618452	1.08686	0.468405	0.749752	-0.0330826

Comprobación del supuesto de homocedasticidad para el intervalo. Conover, Johnson, y Johnson (1981) suministran un criterio para elegir entre las pruebas de homocedasticidad en el que plantean que, “...Si los datos no son normales y se tiene un tamaño de muestra grande, use la prueba de Levene. Esta prueba es muy robusta a la normalidad pero no es muy potente en muestras de tamaño pequeño...”, en este caso el tamaño de muestra es grande ($n > 100$) y los datos no son normales. Al aplicar esta prueba se obtuvo que el estadístico de la prueba es 2,92688 y el p -value de 0,00491356 (menor que 0,05), lo que llevó a concluir que existe una diferencia estadísticamente significativa entre las desviaciones estándar, con un nivel del 95.0% de confianza. Esto viola el supuesto de homocedasticidad e invalida la mayoría de las pruebas estadísticas comunes, por lo que se decidió realizar una transformación de los datos.

La Transformación aplicada fue la de Potencia, en esta como era de interés comparar el modelo planteado con los modelos matemáticos tradicionales, se aplicó la transformación T_A al planteado y se empleó la misma en los otros modelos a través de la siguiente

Spline

Tabla 3.3: Análisis de varianza (ANOVA) del primer intervalo.

Fuente	Suma de cuadrados	Gl	Cuadrado medio	Razón-F	p -value
Entre grupos	0,17291	6	0,0288184	4.43	0,0002
Intra grupos	5,37405	826	0,00650612		
Total (Corr.)	5,54696	832			

expresión:

$$T_A = 1 + \frac{\left[\epsilon_M(x_i) + 0,1 \right]^{0,058}}{0,058 \cdot 0,0817715^{-0,942}} - 1 \quad (3.2)$$

Al aplicar esta transformación a los datos resultó, que aún se incumplía con el supuesto de homocedasticidad, debido a que la desviación estándar de la Transformación del modelo “Heat Capacity” tenía gran peso en la prueba, por lo que se decidió eliminarla de la comparación. Finalmente el p -value de la prueba de “Levene” dio 0,1384 (mayor que 0,05) concluyéndose, que no existe una diferencia estadísticamente significativa entre las desviaciones estándar, con un nivel del 95.0% de confianza, asegurándose la homocedasticidad de los datos transformados. En la tabla 3.2 se puede observar que también se cumple el supuesto de normalidad de los datos transformados, ya que el sesgo estandarizado y la curtosis estandarizada, de estas transformaciones, se encuentran dentro del rango de -2 a $+2$ para los siete modelos.

Comprobación del supuesto de independencia entre filas y columnas para el intervalo. En la tabla 3.3 se realiza el análisis de varianza (ANOVA), en ella se descompone la varianza de los datos en dos componentes: un componente entre grupos y un componente dentro de cada grupo, la razón-F, que en este caso es igual a 4,42943, es el cociente entre el estimado entre grupos y el estimado dentro de cada grupo. Puesto que el p -value de la F -prueba es menor que 0,05, existe una diferencia estadísticamente significativa entre las medias de las siete variables con un nivel del 95,0% de confianza.

Se determinó cuáles medias son significativamente diferentes de otras, empleando la prueba de rangos múltiples. Esta prueba aplica un procedimiento de comparación múltiple para determinar cuáles medias son significativamente diferentes de otras, en esta, se han identificado tres grupos homogéneos según la alineación de las X's en columnas. Esta prueba aplica como regla de decisión, que no existen diferencias estadísticamente significativas entre aquellos niveles que compartan una misma columna de las X's, el método empleado para discriminar entre las medias es el de Diferencia Mínima Significativa

Tabla 3.4: Prueba de rangos múltiples, primer intervalo.

Método: 95.0 porcentaje LSD			
Variable	Casos	Media	Grupos homogéneos
T_A Spline	119	0,781298	X
T_A Racio. Cuad.	119	0,807997	X
T_A Vapor Press.	119	0,811584	X X
T_A Hoerl	119	0,811839	X X
T_A Recip. Cuad.	119	0,819554	X X
T_A Litvinov	119	0,821894	X X
T_A Ilarionov	119	0,830419	X

(LSD) de “Fisher”. Con este método hay un riesgo del 5,0 % al decir que cada par de medias es significativamente diferente, cuando la diferencia real es igual a 0. En la tabla 3.4 se puede observar la alineación de las X’s en columnas, notándose que existe diferencia entre:

- la media de la transformación del modelo planteado y los restantes,
- la media de la transformación del modelo Racional Cuadrático y el de “Ilarionov”,
- no existen diferencias significativas entre la media de las transformaciones de los modelos: “Racional Cuadrático”, “Vapor Pressure Model”, “Hoerl”, “Recíproco Cuadrático”, “Litvinov” e “Ilarionov”.

A juzgar por esta prueba la media de la transformación del modelo planteado es menor que la de los restantes, y la media de la transformación del modelo de “Ilarionov” es mayor que la del Racional Cuadrático.

Como criterio también se puede emplear el Gráfico de medias mostrado en la figura 3.1, en este se puede notar que se cumple el razonamiento del párrafo anterior ya que la transformación del Spline no se solapa con ninguna de las otras, siendo este el de menor valor y la transformación de “Ilarionov” parece no solaparse con la de la Racional Cuadrática, entre estas dos últimas la primera tiene mayor valor.

En conclusión el valor de la media de la transformación del modelo planteado es menor que cualquiera de los restantes para el primer intervalo. Como esto ocurre, se puede plantear, según la ecuación 3.2, que el valor absoluto del coeficiente de error en el primer

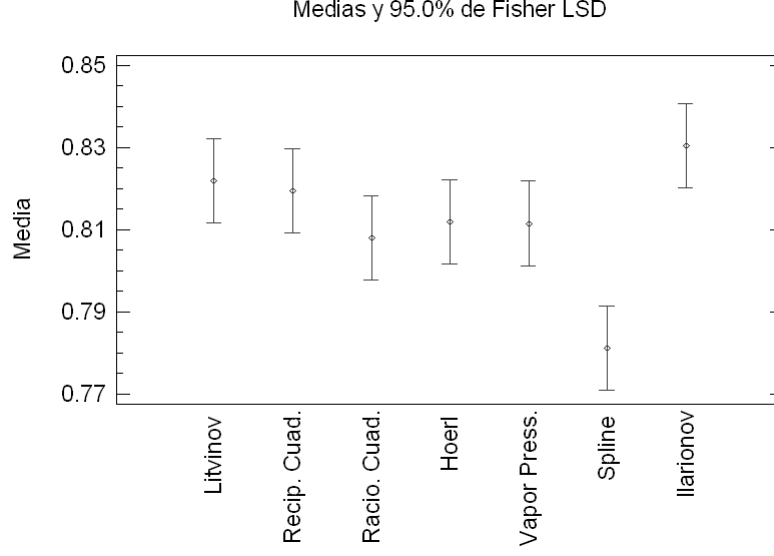


Figura 3.1: Comparación de medias para el primer intervalo.

intervalo del modelo de momento efectivo planteado, por ecuación 2.14, es menor que el de los modelos matemáticos tradicionales.

Para el segundo intervalo.

En este se obtuvieron 68 observaciones para cada uno de los ocho modelos en el rango:

- desde 0,0000868823 hasta 0,281198 para $\epsilon_M(x_i)$,
Spline
- desde 0,0000908193 hasta 0,34619 para $\epsilon_M(x_i)$,
Litvinov
- desde 0,000862526 hasta 0,366107 para $\epsilon_M(x_i)$,
Ilarionov
- desde 0,0000292037 hasta 0,344304 para $\epsilon_M(x_i)$,
Recip. Cuad.
- desde 0,00115856 hasta 0,33104 para $\epsilon_M(x_i)$,
Racio. Cuad.
- desde 0,00000847741 % hasta 0,337743 para $\epsilon_M(x_i)$,
Hoerl
- desde 0,00087811 hasta 0,329233 para $\epsilon_M(x_i)$,
Head Cap.
- desde 0,000457311 hasta 0,326021 para $\epsilon_M(x_i)$.
Vapor Press.

Comparación de modelos y verificación de supuestos para el intervalo. A simple vista no se notan diferencias. A diferencia del caso anterior sólo se violaba el supuesto de normalidad, ya que se verificó la homocedasticidad de los datos empleando la prueba de “Levene” que dio un p -value igual a 0,290132, mayor que 0,05, luego se utilizó la prueba de “Kruskal–Wallis ” para comparar las medianas en lugar de las medias.

La prueba de “Kruskal–Wallis ” evalúa la hipótesis nula de que las medianas dentro de cada una de las 8 columnas es la misma. Primero se combinan los datos de todas las columnas y se ordenan de menor a mayor. Después, se calcula el rango (rank) promedio para los datos de cada columna. Puesto que el p -value es menor que 0.05, existe una diferencia estadísticamente significativa entre las medianas con un nivel del 95,0% de confianza. Para determinar cuáles medianas son significativamente diferentes de otras, se emplea el gráfico de caja y bigotes, con muescas de mediana. La regla de decisión se basa en que si las muescas no se solapan, entonces, las no solapadas son diferentes.

Se puede observar en la figura 3.2 que, exceptuando las muescas de “Ilarionov” las demás se solapan siendo el mayor valor de la mediana para el modelo de “Ilarionov”.

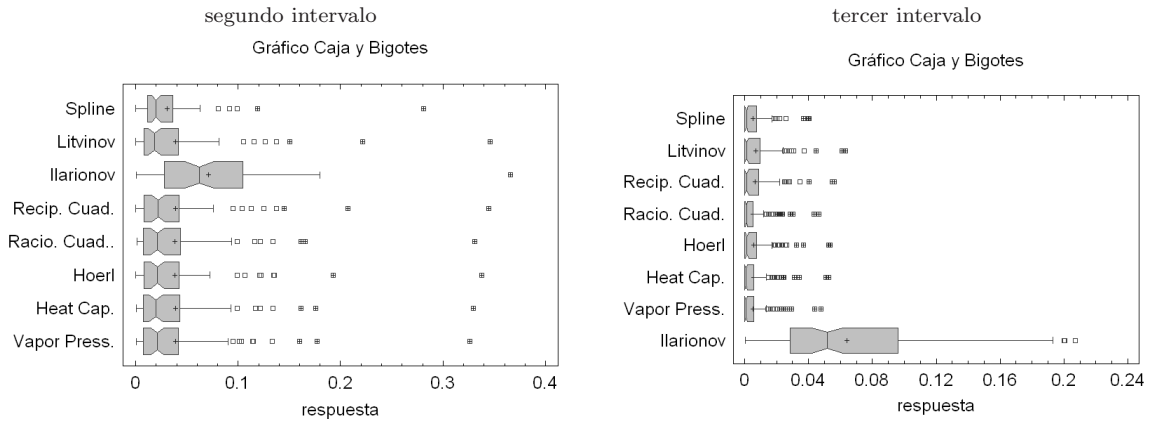


Figura 3.2: Comparación de medianas para los intervalos 2 y 3.

Para realizar un análisis de medias se aplicó la siguiente transformación:

$$T_B = 1 + \frac{\left[\epsilon_M(x_i) + 0,01 \right]^{-0,251}}{-0,251 \cdot 0,0317266^{-1,251}} - 1 \quad (3.3)$$

En este intervalo el valor de la curtosis estandarizada, de la transformación del modelo de “Ilarionov”, se encontró fuera del rango de -2 a +2 y se excluyó del análisis, para los restantes modelos no se violaban las condiciones de normalidad ni de homocedasticidad, luego de transformados.

Tabla 3.5: Análisis de varianza (ANOVA) del segundo intervalo.

Fuente	Suma de cuadrados	Gl	Cuadrado medio	Razón-F	p -value
Entre grupos	0,00012743	6	0,000021238	0,04	0,9998
Intra grupos	0,272074	469	0,00058012		
Total (Corr.)	0,272202	475			

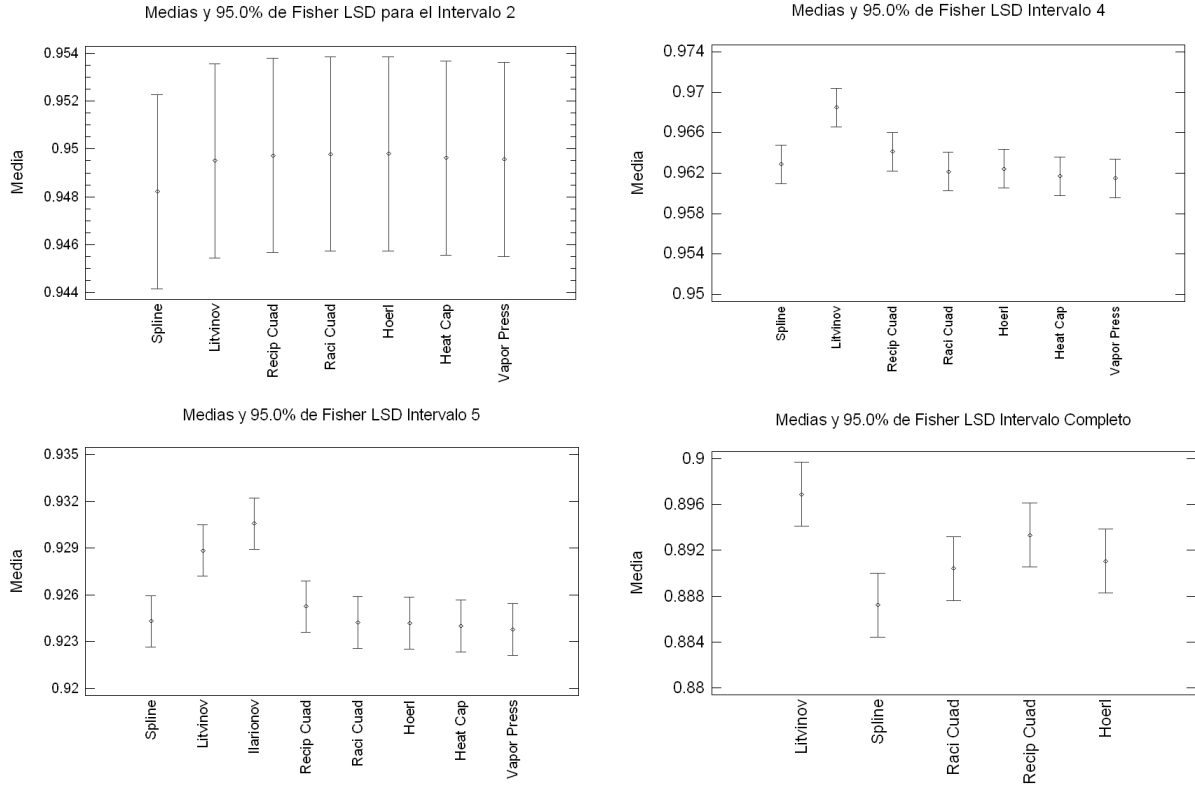


Figura 3.3: Comparación de medias intervalos 2,4,5 e intervalo completo.

En la tabla 3.5 se observa que el p -value de la razón-F es mayor que 0,05, por lo que no existe una diferencia estadísticamente significativa entre las medias de las 7 variables con un nivel del 95,0 % de confianza. También se puede observar en la figura 3.3 que las medias de las transformaciones se solapan.

En consecuencia con el análisis de medianas y con la ecuación 3.3, se concluye que el modelo de “Ilarionov” es el peor de todos en este intervalo y exceptuando este no existen diferencias estadísticamente significativas entre los coeficiente de error de los restantes modelos matemáticos tradicionales y el modelo de momento efectivo planteado, por la ecuación 2.14, en el segundo intervalo.

Para el tercer intervalo.

En este se obtuvieron 117 observaciones para cada uno de los ocho modelos en el rango:

- desde 0,0 hasta 0,0401848 para $\epsilon_M(x_i)$,
Spline
- desde 0,0 hasta 0,0632812 para $\epsilon_M(x_i)$,
Litvinov
- desde 0,000225926 hasta 0,207039 para $\epsilon_M(x_i)$,
Ilarionov
- desde 0,000029203 hasta 0,0562255 para $\epsilon_M(x_i)$,
Recip. Cuad.
- desde 0,0 hasta 0,046602 para $\epsilon_M(x_i)$,
Racio. Cuad.
- desde 0,0 hasta 0,0535373 para $\epsilon_M(x_i)$,
Hoerl
- desde 0,0 hasta 0,0527686 para $\epsilon_M(x_i)$,
Head Cap.
- desde 0,0 hasta 0,0478547 para $\epsilon_M(x_i)$.
Vapor Press.

Comparación de modelos y verificación de supuestos para el intervalo. Para este intervalo, aparentemente el peor modelo es el de “Ilarionov”. A diferencia del casos anteriores, se viola el supuesto de normalidad y el de homocedasticidad de varianzas, ya que la prueba de “Levene” dio un p -value de 0,0, menor que 0,05, luego se utilizó la prueba de “Kruskal–Wallis ” para comparar las medianas en lugar de las medias. El p -value de esta prueba fue de 0,0, menor que 0,05, por lo que existe una diferencia estadísticamente significativa entre las medianas con un nivel del 95.0% de confianza, de la figura 3.2 se concluye que la mediana del modelo “Ilarionov” es mayor que las restantes y entre las restantes no hay diferencias significativas. No conformes con el resultado se aplicó una transformación a los datos excluyendo los coeficiente de error igual a cero, estos son los que correspondientes a frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a momento efectivo máximo. Quedaron 68 valores útiles, también fue preciso eliminar el modelo de “Ilarionov” para cumplir con el supuesto de homocedasticidad y la comparación de medias descartó la diferencia entre los otros modelos.

En conclusión el modelo de “Ilarionov” es el peor y entre los restantes modelos no existen diferencias significativas para el tercer intervalo.

Para el cuarto intervalo.

En el cuarto intervalo se hicieron 77 observaciones para cada uno de los ocho modelos en el rango:

- desde 0,0000883157 hasta 0,0923549 para $\epsilon_M(x_i)$,
Spline
- desde 0,000595774 hasta 0,130745 para $\epsilon_M(x_i)$,
Litvinov
- desde 0,000630907 hasta 0,178741 para $\epsilon_M(x_i)$,
Ilarionov
- desde 0,000132985 hasta 0,101673 para $\epsilon_M(x_i)$,
Recip. Cuad.
- desde 0,0000280299 hasta 0,0718622 para $\epsilon_M(x_i)$,
Racio. Cuad.
- desde 0,0000394854 hasta 0,0962544 para $\epsilon_M(x_i)$,
Hoerl
- desde 0,000173105 hasta 0,0952333 para $\epsilon_M(x_i)$,
Head Cap.
- desde 0,0000931957 hasta 0,0747183 para $\epsilon_M(x_i)$.
Vapor Press.

Comparación de modelos y verificación de supuestos para el intervalo. En este intervalo, de la forma que se presentan los datos, el supuesto de homocedasticidad se incumple, al igual que el de normalidad. Transformando los datos según la ecuación 3.4 se logra cumplir el supuesto de homocedasticidad ya que el p -value de la prueba de “Levene” da 0,433996, mayor que 0,05, pero en la tabla 3.6 se observa que el sesgo estandarizado para “Ilarionov” se encuentra fuera del rango de -2 a $+2$, indicando algo de no normalidad significativa en los datos. Al eliminar del análisis el modelo de “Ilarionov”, se resuelve este inconveniente.

$$T_D = 1 + \frac{\left[\epsilon_M(x_i) + 0,01 \right]^{-0,567}}{-0,567 \cdot 0,0228555^{-1,567}} - 1 \quad (3.4)$$

La tabla 3.7 muestra el análisis de varianza (ANOVA) de las variables, en esta se resume que el p -value de la F -prueba es menor que 0,05, por lo que existe una diferencia estadísticamente significativa entre las medias de las siete variables con un nivel del 95,0 % de confianza.

Tabla 3.6: Estadísticos de las transformaciones de los modelos.

	Recuento	Promedio	Desviación estándar	Coefficiente de variación
T_A Spline	77	0.962869	0.0109713	1.14 %
T_A Litvinov	77	0.968487	0.0125516	1.30 %
T_A Ilarionov	77	0.975536	0.011803	1.21 %
T_A Recip. Cuad.	77	0.964141	0.0126021	1.31 %
T_A Racio. Cuad.	77	0.962171	0.0110467	1.15 %
T_A Hoerl	77	0.962424	0.012685	1.32 %
T_A Heat Cap.	77	0.961698	0.0125241	1.30 %
T_A Vapor Press.	77	0.961506	0.0115796	1.20 %
Total	616	0.964854	0.0127628	1.32 %

	Mínimo	Máximo	Rango	Sesgo Estandarizado	Curtois Estandarizada
T_A Spline	0.940641	0.987503	0.0468624	0.194588	-0.889746
T_A Litvinov	0.9424	0.99035	0.04795	-1.7868	-1.11457
T_A Ilarionov	0.942517	0.992554	0.0500373	-3.86814	1.03878
T_A Recip. Cuad.	0.940801	0.988334	0.0475325	-0.243279	-1.83401
T_A Racio. Cuad.	0.940423	0.985177	0.0447541	0.269291	-1.17801
T_A Hoerl	0.940464	0.987865	0.0474004	0.237728	-1.60477
T_A Heat Cap.	0.940944	0.987772	0.0468278	0.744944	-1.47338
T_A Vapor Press.	0.940659	0.985554	0.0448949	0.227919	-1.17802
Total	0.940423	0.992554	0.0521312	-0.434344	-4.65213

Tabla 3.7: Análisis de varianza (ANOVA) del cuarto intervalo.

Fuente	Suma de cuadrados	Gl	Cuadrado medio	Razón-F	p -value
Entre grupos	0,00274259	6	0,000457098	3.17	0,0046
Intra grupos	0,0768058	532	0,000144372		
Total (Corr.)	0,0795484	538			

Tabla 3.8: Prueba de rangos múltiples, cuarto intervalo.

Método: 95.0 porcentaje LSD			
Variable	Casos	Media	Grupos homogéneos
T_A Vapor Press.	77	0,961506	X
T_A Heat Cap.	77	0,961698	X
T_A Racio. Cuad.	77	0,962171	X
T_A Hoerl	77	0,962424	X
T_A Spline	77	0,962869	X
T_A Recip. Cuad.	77	0,964141	X
T_A Litvinov	77	0,968487	X

Practicando la prueba de rangos múltiples se observó, en tabla 3.8 y la figura 3.3, que la media del modelo de “Litvinov” no se solapa con ningún otro y es mayor que los demás. Por este motivo el modelo de “Litvinov” es el peor de los siete en el cuarto intervalo.

Para el quinto intervalo.

En este se obtuvieron 60 observaciones para cada uno de los ocho modelos en el rango:

- desde 0,000286576 hasta 0,0953066 para $\epsilon_M(x_i)$,
Spline
- desde 0,000867197 hasta 0,126994 para $\epsilon_M(x_i)$,
Litvinov
- desde 0,00033539 hasta 0,108135 para $\epsilon_M(x_i)$,
Ilarionov
- desde 0,000318586 hasta 0,0946286 para $\epsilon_M(x_i)$,
Recip. Cuad.
- desde 0,000284481 hasta 0,0690378 para $\epsilon_M(x_i)$,
Racio. Cuad.
- desde 0,000205012 % hasta 0,0912703 para $\epsilon_M(x_i)$,
Hoerl
- desde 0,0000488743 % hasta 0,0922584 para $\epsilon_M(x_i)$,
Head Cap.
- desde 0,0000259362 % hasta 0,0722443 para $\epsilon_M(x_i)$.
Vapor Press.

Tabla 3.9: Análisis de varianza (ANOVA) del quinto intervalo.

Fuente	Suma de cuadrados	Gl	Cuadrado medio	Razón-F	p -value
Entre grupos	0,00280396	7	0,000400566	4.70	0,0000
Intra grupos	0,0402092	472	0,000085189		
Total (Corr.)	0,0430132	479			

Tabla 3.10: Prueba de rangos múltiples, quinto intervalo.

Método: 95.0 porcentaje LSD			
Variable	Casos	Media	Grupos homogéneos
T_A Vapor Press.	60	0,92379	X
T_A Heat Cap.	60	0,924004	X
T_A Hoerl	60	0,924191	X
T_A Racio. Cuad.	60	0,924228	X
T_A Spline	60	0,924309	X
T_A Recip. Cuad.	60	0,925255	X
T_A Litvinov	60	0,928849	X
T_A Ilarionov	60	0,930572	X

Comparación de modelos y verificación de supuestos para el intervalo. Como en anteriores casos fue necesario transformar los datos aplicando la ecuación 3.5:

$$T_{E_j} = 1 + \frac{\left[\epsilon_M(x_i) + 0,0001 \right]^{0,248} - 1}{0,248 \cdot 0,00839596^{-0,752}} \quad (3.5)$$

Se logró con ella que las columnas de datos siguieran distribuciones normales y cumpliéndose la homocedasticidad de las mismas. El p -value de la prueba de “Levene” resultó 0,312847, mayor que 0,05 no existiendo diferencia estadísticamente significativa entre las desviación estándar, con 95,0 % de confianza. En la tabla 3.9 se destaca el p -value de la F -prueba, menor que 0,05, existiendo una diferencia estadísticamente significativa entre las medias de las ocho variables con un nivel del 95.0 % de confianza. En la figura 3.3 y la tabla 3.10, se puede notar que los modelos de “Ilarionov” y “Litvinov” se solapan, pero estos a su vez no lo hacen con ninguno de los otros, y los valores de ellos son mayores que los restantes, entre los otros no hay diferencia.

Se concluye, según lo planteado y la ecuación 3.5, que para el quinto intervalo los modelos

menos adecuados son los de “Litvinov” y de “Ilarionov”.

Para el intervalo completo.

Aquí se eliminan los valores correspondientes a frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a momento efectivo máximo y frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a potencia efectiva máxima, porque como en todos los modelos estos son nodos de interpolación, el error es igual a cero. Se obtuvieron 392 observaciones para cada uno de los ocho modelos en el rango:

- desde 0,00000894145 hasta 1,30763 para $\epsilon_M(x_i)$,
Spline
- desde 0,00000541826 hasta 2,43726 para $\epsilon_M(x_i)$,
Litvinov
- desde 0,00033539 hasta 2,0215 para $\epsilon_M(x_i)$,
Ilarionov
- desde 0,0000292037 hasta 2,32427 para $\epsilon_M(x_i)$,
Recip. Cuad.
- desde 0,00000793115 hasta 1,81121 para $\epsilon_M(x_i)$,
Racio. Cuad.
- desde 0,00000847741 hasta 2,06711 para $\epsilon_M(x_i)$,
Hoerl
- desde 0,000041006 hasta 2,98934 para $\epsilon_M(x_i)$,
Head Cap.
- desde 0,0000259362 hasta 1,57712 para $\epsilon_M(x_i)$.
Vapor Press.

Comparación de modelos y verificación de supuestos para el intervalo. En este intervalo, los supuestos de normalidad y homocedasticidad son incumplidos, se transformaron cinco modelos con la ecuación 3.6 para vencer esta limitación.

$$T_F = 1 + \frac{\left[\epsilon_M(x_i) + 0,0001 \right]^{0,09} - 1}{0,09 \cdot 0,0237069^{-0,908}} \quad (3.6)$$

Luego, en la tabla 3.11 se puede observar que el p -value de la F -prueba es menor que 0.05, existiendo diferencias estadísticamente significativas entre las medias de las cinco variables con un nivel del 95.0% de confianza. De la tabla 3.12, la ecuación 3.6 y la figura 3.3 se deduce que el modelo planteado en las ecuaciones 2.14, 2.15 y 2.16; el “Racional Cuadrático” y el “Hoerl” ajustan mejor que el “Litvinov” y el “Recíproco Cuadrático”.

Tabla 3.11: Análisis de varianza (ANOVA) del intervalo completo.

Fuente	Suma de Cuadrados	Gl	Cuadrado Medio	Razón-F	p -value
Entre grupos	0,0202174	4	0,00505435	3.19	0,0126
Intra grupos	3,0943	1955	0,00158276		
Total (Corr.)	3,11452	1959			

Tabla 3.12: Prueba de rangos múltiples, intervalo completo.

Método: 95.0 porcentaje LSD			
Variable	Casos	Media	Grupos Homogéneos
T_A Spline	392	0,887231	X
T_A Racio. Cuad.	392	0,890404	X X
T_A Hoerl	392	0,891059	X X
T_A Recip. Cuad.	392	0,893332	X X
T_A Litvinov	392	0,896885	X

3.2.2. Comparación de los modelos de consumo específico de combustible.

Para establecer las comparaciones se determinó el consumo específico de combustible a partir de los datos técnicos aportados por los fabricantes empleando: las ecuaciones 1.16 propuestas por “Barrizonte”, la tabla 1.1 de “Ilarionov” y el spline cúbico combinado planteado en el presente trabajo. Después se compararon con los valores plotados de las curvas según se trató en la sección 2.1.

Para el primer intervalo.

En este se obtuvieron 86 observaciones para cada uno de los tres modelos en el rango:

- desde 0,00017487 hasta 0,0781185 para $\epsilon_G(x_i)$,
Spline
- desde 0,0439322 hasta 0,387733 para $\epsilon_G(x_i)$,
Ilarionov
- desde 0,00034849 hasta 0,153502 para $\epsilon_G(x_i)$.
Barrizonte

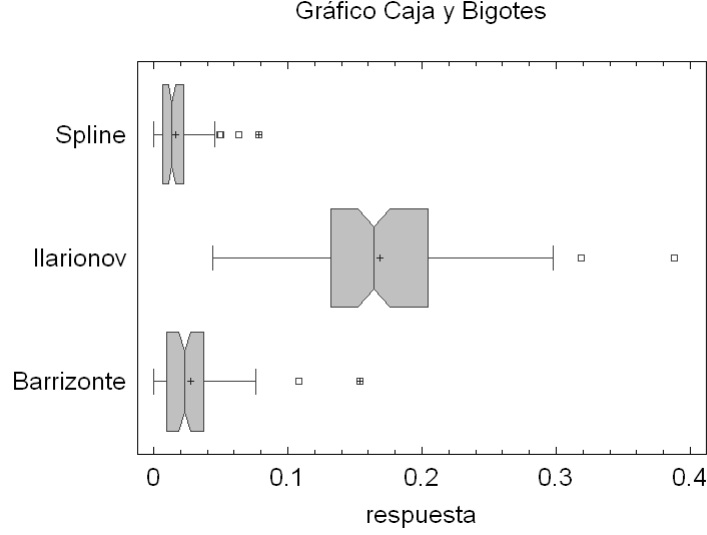


Figura 3.4: Comparación de medianas para el primer intervalo.

Comparación de modelos y verificación de supuestos para el intervalo. Un análisis no paramétrico, empleando la prueba de “Kruskal–Wallis ” y la figura 3.4, dio como resultado que el modelo de “Ilarionov” es el peor de los tres. Luego de transformar los datos empleando la ecuación 3.7 y eliminando el modelo de “Ilarionov”, se cumplieron los supuestos de homocedasticidad y normalidad.

$$T_H = 1 + \frac{\left[\epsilon_G(x_i) \right]^{0,329} - 1}{0,329 \cdot 0,0100988^{-0,671}} \quad (3.7)$$

Luego de esta transformación la prueba “Kolmogorov–Smirnov” mostró que existe una diferencia estadísticamente significativa entre las dos distribuciones, la F –prueba evidenció igualdad de varianzas y posteriormente se aplicó la prueba- t bajo las hipótesis:

$$H_0 : \mu_{\text{Spline}} \leq \mu_{\text{Barr}}$$

$$H_1 : \mu_{\text{Spline}} > \mu_{\text{Barr}}$$

y como regla de decisión: se rechaza la hipótesis nula en favor de la hipótesis alternativa para un p -value $< 0,05$.

Puesto que el p -value calculado dio menor que 0.05, se rechazó la hipótesis nula en favor de la alterna, también se comprobó que no existe igualdad aplicando una prueba bilateral. Por esto se concluyó que en el primer intervalo el modelo planteado por ecuación 2.18 ofrece mejor aproximación que los restantes a la característica exterior de velocidad de consumo específico de combustible y el peor es el de “Ilarionov”.

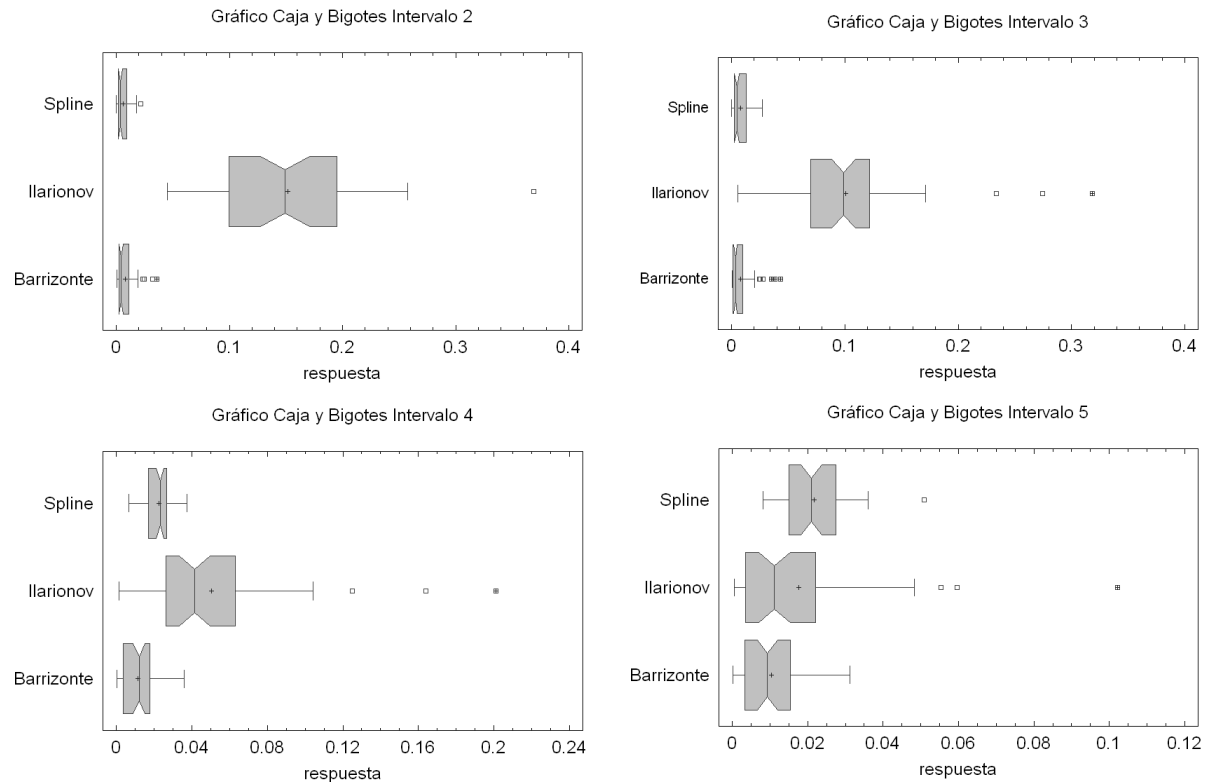


Figura 3.5: Comparación de medianas para los intervalos 2,3,4 y 5.

Para el segundo intervalo y el tercer intervalo.

En estos intervalos no se cumplían los supuestos de homocedasticidad ni de normalidad, por lo que se aplicó la prueba de “Kruskal–Wallis ” resultando que existe una diferencia estadísticamente significativa entre las medianas con un nivel del 95.0 % de confianza. En la figura 3.5 se puede observar que la mediana del modelo de “Ilarionov”, en cada uno de estos intervalos, es mayor que la de los restantes. También se aplicó una transformación de variables a los modelos de “Barrizonte” y al planteado, en cada uno de los intervalos, y al aplicar la prueba- t para comparar dos muestras, resultó que no hay diferencia significativa entre las medias de las dos muestras de datos, en cada intervalo, con un nivel de confianza del 95.0 %.

Concluyéndose que en estos intervalos el modelo de “Ilarionov” es el menos adecuado de los tres y no existen diferencias estadísticamente significativas entre el modelos de “Barrizonte” y el planteado por las por ecuaciones 2.19 y 2.20.

Para el cuarto intervalo y el quinto intervalo.

En estos intervalos se aplicó la prueba de “Kruskal–Wallis ” para comparar medianas resultando en ambos casos que existe diferencia estadísticamente significativa entre las medianas con un nivel del 95,0 % de confianza, de la figura 3.5 se concluye que la mediana del modelo “Ilarionov” es mayor que la de los restantes.

Para comparar el modelo planteado con el de “Barrizonte” se empleó la media aplicándose la prueba- t , en este caso debido a que el sesgo estandarizado y la curtosis estandarizada se encuentran dentro del rango de -2 a $+2$, se cumple el supuesto de normalidad y la F -prueba no rechaza el cumplimiento de la homocedasticidad.

La F -prueba para comparar las medias de dos muestras pareadas resultó que la media de la diferencia de las muestras, ecuación 3.8, es mayor que cero. La misma prueba para la comparación de muestras independientes también evidenció con un 95 % de confianza que el coeficiente de error del modelo planteado es mayor que el de “Barrizonte”.

$$\Delta_i = \epsilon_{G \text{ Spline}}(x_i) - \epsilon_{G \text{ Barriz.}}(x_i) \quad (3.8)$$

Se concluye que, en estos intervalos el modelo menos adecuado es el de “Ilarionov” y el modelo de “Barrizonte” aporta mejores resultados que el planteado en la ecuación 2.20.

3.3. Modelos propuestos.

Del análisis del resultado de las comparaciones de los diferentes modelos se deriva que hay diferencias significativas entre ellos, lo que conlleva a la preferencia de uno, otro o la combinación de ellos.

3.3.1. Modelo propuesto para el momento efectivo.

Para el momento efectivo se destacaron diferencias entre el modelo planteado por ecuación 2.14 y los restantes en el primer intervalo, en el segundo intervalo no existieron diferencias significativas, y en los restantes se encontró entre los mejores, además pese a estar definido en dos partes a partir del tercer intervalo, el modelo planteado por las ecuaciones 2.15 y 2.16, resulta más simple porque los coeficientes en estos intervalos son constantes. Por esto se propone determinar el momento efectivo por las ecuaciones 2.14,

2.15, 2.16 y complementarlas con los modelo de regresión lineal de las ecuaciones 2.6 y 2.8.

3.3.2. Modelo propuesto para el consumo específico de combustible.

Para el consumo específico de combustible el modelo planteado por ecuación 2.18 es el que mejor se ajusta a los datos en el primer intervalo, en el segundo intervalo y el tercer intervalo no existen diferencias significativas, mientras que en el cuarto intervalo y el quinto intervalo el modelo de “Barrizonte” es el más apropiado. Como al combinar la ecuación 2.18 con la de “Barrizonte” se verifican las condiciones de continuidad de primera derivada y segunda derivada, para frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a mínimo consumo específico de combustible, se propone determinar el consumo específico de combustible:

- para $\omega_{(x)} < \omega_G$, emplear la ecuación 2.18, complementadas con los modelo de regresión lineal de las ecuaciones 2.7 y 2.9’
- para $\omega_{(x)} \geq \omega_G$ emplear la ecuación 1.5, los coeficientes de “Barrizonte” (ecuaciones 1.16) y los modelo de regresión lineal que las complementan, (Morales Barrizonte, 2010).

3.4. Conclusiones parciales:

- En el primer intervalo el modelo planteado, de tipo spline para el momento efectivo, se ajusta mejor que los restantes a los datos de muestra utilizados y exceptuando el de “Ilarionov”, que es el menos adecuado, no existen diferencias significativas entre el planteado y los restantes en los otros intervalos.
- Se propone como modelo para el momento efectivo el modelo planteado de tipo spline en las ecuaciones 2.14, 2.15 y 2.16.
- Para el consumo específico de combustible en el primer intervalo, el modelo planteado de tipo spline mostró mejor ajuste a los datos muestrales que el de “Barrizonte”, en los restantes intervalos el de “Barrizonte” ajustó mejor a los datos muestrales y se descartó el de “Ilarionov” por ser el que menos se ajustó en todos los intervalos.
- Se propone como modelo de consumo específico de combustible, para frecuencia de rotación del árbol cigüeñal menor que la de mínimo consumo específico de combustible, el modelo de tipo spline y para mayor o igual, el modelo de “Barrizonte”.
- No se pudo garantizar el supuesto de aleatoriedad de los datos empleados en las comparaciones de los modelo de momento efectivo y consumo específico de combustible, limitando el análisis a la muestra.

Conclusiones generales:

- Se formulan modelos de regresión lineal para estimar la mínima frecuencia de rotación del árbol cigüeñal, el momento efectivo inicial y el consumo específico de combustible inicial, lográndose aproximaciones a los valores iniciales de las características exteriores de velocidad y se verifican los supuestos requeridos.
- Se definen teóricamente nuevos modelos matemáticos de momento efectivo y consumo específico de combustible, que presentan una mejoría sensible con respecto a los modelos matemáticos tradicionales.
- El modelo de tipo spline para el momento efectivo, ofrece mejores resultados que los modelos matemáticos tradicionales en el primer intervalo, en los restantes intervalos no se muestran diferencias de ajuste entre los modelos, sugiriéndose el spline por tener coeficientes constantes.
- Para el consumo específico de combustible el modelo más adecuado es el de tipo spline, combinando el modelo de “Barrizonte” con el planteado.
- No se pudo garantizar la aleatoriedad de los datos empleados en las comparaciones de los modelos.

Recomendaciones:

Las recomendaciones que se realizan en este trabajo están orientadas a propuestas de trabajo futuro.

1. Emplear los modelos propuestos y los resultados obtenidos en los cálculos dinámicos, de consumo y en la modelación matemática de ciclos de movimiento.
2. Aplicar los resultados obtenidos, tanto en el desarrollo del trabajo científico, como en el desarrollo de la actividad docente.
3. Incrementar la cantidad y calidad de la información disponible en la base de datos para explorar posibles relaciones y reducir el error de los ajustes.
4. Continuar profundizando en el estudio de los sistemas, que en los actuales motores diesel, controlan su funcionamiento, para explicar el comportamiento.

Referencias bibliográficas.

- Álvarez, L., & Martínez, A. (199?). *Interpolación numérica*.
- Álvarez, M., Guerra, A., & Lau, R. (199?). *Matemática numérica*. La Habana.
- Aragón Marrero, R. (1984). *Comprobación del método teórico para el cálculo de la característica exterior de velocidad de los motores de combustión interna*. Tesis de doctorado, ISPJAE, Facultad de transporte.
- Aranzola Rodríguez, M. J. (2008). *Estudio de las características exteriores de velocidad de motores con sistemas de inyección electrónica*. Tesis de grado, UCF “Carlos Rafael Rodríguez”, Cienfuegos.
- Ariaz-Paz Guitián, M. (2004). *Manual de automóviles* (55a ed.). Avda, Pío XII, 57.28016 Madrid: CIE DOSSAT 2000 S.L.
- Arriaza Gómez, A., Fernández Palacín, F., López Sánchez, M., Márquez, M. Muñoz, Pérez Plaza, S., & SánchezÑavas, A. (2008). *Estadística básica con R y R Commander* (Febrero 2008 ed.). Cádiz: Free Software Foundation. (<http://www.uca.es/publicaciones>)
- Asmar, I. F. (199?). Métodos numéricos. En (pp. 183–192). Medellín: Universidad Nacional de Colombia.
- Atkinson, L. V., & Harley, P. J. (1983). *Introducción a los métodos numéricos con pascal* (3a ed.). Addison–Wesley Iberoamericana, S.A. (305 p)
- Chapra, S., & Raimond, P. (1988). *Métodos numéricos para ingenieros* (1a ed.). McGraw Hill. (641 p)
- Conover, W. J., Johnson, M. E., & Johnson, M. M. (1981). *A comparative study of tests for homogeneity of variances, with applications to the outer continental shelf bidding data*. Technometrics. (pág 351 - 361.)

- Espallargas Ibarra, D., & Solís Corvo, M. (2005). Monografía de econometría y series de temporales. En (pp. 7–52). Ciudad Habana: Facultad de Economía, Universidad de la Habana.
- Espejo Miranda, I., Fernández Palacín, F., López Sánchez, M., Márquez, M. Muñoz, Rodríguez Chía, A., SánchezÑavas, A., & Valero Franco, C. (2007). *Inferencia estadística teoría y problemas* (Marzo 2007) ed.). Cádiz: Free Software Foundation. (<http://www.uca.es/teloydisren>)
- Fuentes Vega, R. J. (2004). *Máquinas automotrices*. Cienfuegos: UCF “Carlos Rafael Rodríguez”.
- García Argos, C. (2000). *Apuntes de métodos numéricos*. <http://pagina.de/telecos-malaga>: Universidad de Málaga.
- Goytisol Espinosa, R. A., Fuentes Vega, J. R., Mendoza Fernández, A., & Romero López, A. (2009). Metodología para el estudio de las cualidades dinámicas del camión Zil 131 remotorizado con motor diesel YUCHAI. *Anuario UCF*.
- Guillermo Trincado, V., & Jaime Vidal, B. (1999). Aplicación de interpolación “spline” cúbica en la estimación de volumen. *BOSQUE*, 2(20), 3-8.
- Hair, J. F., Anderson, R. E., Tatham, R. L., & Black, W. C. (1999). *Análisis multivariante* (5ta ed.). Madrid: PRENTICE HALL IBERIA.
- Ilarionov, V. (1985). *Teoría y construcción de automóviles*. Editorial MIR.
- Litvinov, A., & Farovin, Y. (1989). *El automóvil: Teoría de cualidades de explotación*. Moscú: Editorial Mir.
- Mauri Ramírez, L. G. (2010). *Determinación teórica de las características exteriores de velocidad de torque y potencia de los motores diesel modernos*. Tesis de grado, UCF “Carlos Rafael Rodríguez”, Cienfuegos.
- FD Power Co Ltd. (2007, Abril). *Diesel engine for vehicle*. <http://www.diesel-engine.cn>.
- Mejía Salazar, C. E. (2002). *Invitación al análisis numérico*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

- Millo Carmenate, V. (2004). *Establecimiento de criterios para la comparación y/o evaluación de camiones diesel*. Tesis de doctorado, UCF “Carlos Rafael Rodríguez”, Cienfuegos.
- Morales Barrizonte, D. M. (2010). *Determinación teórica de las características exteriores de consumo específico de los motores diesel modernos*. Tesis de grado, UCF “Carlos Rafael Rodríguez”, Cienfuegos.
- Moya Rodríguez, J., Goytisol Espinosa, R. A., Díaz Aguilar, R., Rodríguez López, J., Pérez Gómez, R., Fuentes Vega, J. R., Mendoza Fernández, A., Romero López, A., Hernández Peña, R., & Rodríguez López, J. (2010a). Aplicación de la metodología de remotorización al camión GAZ 53 remotorizado con motor diesel YUCHAI de 4 cilindros en la EMI “Coronel Francisco Aguiar Rodríguez” de sancti spíritus. *Anuario UCF*.
- Moya Rodríguez, J., Goytisol Espinosa, R. A., Díaz Aguilar, R., Rodríguez López, J., Pérez Gómez, R., Fuentes Vega, J. R., Mendoza Fernández, A., Romero López, A., Hernández Peña, R., & Rodríguez López, J. (2010b). Evaluación de la cadena cinemática del vehículo blindado cubano David remotorizado con motor diesel YUCHAI de 6 cilindros a partir de los puentes del Gaz 66 y Zil130 en la EMI “Coronel Francisco Aguiar Rodríguez” de sancti spíritus. *Anuario UCF*.
- Pérez Gálvez, R. (2007). *Modelación de ciclos de viaje e indicadores dinámicos y de consumo para vehículos pesados*. Tesis de doctorado, UCF “Carlos Rafael Rodríguez”, Cienfuegos.
- Pérez Gálvez, R., & Fuentes Vega, J. (2006). *Determinación teórica de la frecuencia de rotación mínima en movimiento estable, su aplicación*. La Habana: ISPJAE.
- Pérez Gálvez, R., & Fuentes Vega, J. (2007). Criterios para la determinación de la frecuencia de rotación mínima del motor en movimiento estable. *Ingeniería mecánica*(2), 57–65.
- Risk, M. R. (2003). *Cartas sobre estadística de la revista argentina de bioingeniería* (1.01 ed.). Buenos Aires: Facultad Regional Buenos Aires.
- Setién, J. (2005). *Splines cúbicos*.
- Statgraphics. (2007). *Statgraphics©centurion XV manual del usuario*. <http://www.statgraphics.com/>.

ANEXO A

Datos principales de 49 MCI diesel.

Marca Modelo	N	ϕ <i>mm</i>	L <i>mm</i>	V <i>lts</i>	ω_N <i>rpm</i>	ω_M <i>rpm</i>	$N_{e \text{ máx}}$ (kW) <i>KW</i>	$M_{e \text{ máx}}$ (N.m) <i>Nm</i>	$M_{e N}$ (N.m) <i>Nm</i>
CUMMINS C220-20	6	114	135	8.268	2200	1502	162	800	700
CUMMINS EQB125-20	4	102	120	3.922	2800	1509	92	422	315
CUMMINS EQB140-20	4	102	120	3.922	2714	1508	103	521	369
CUMMINS EQB160-20	6	102	120	5.883	2601	1648	118	555	443
CUMMINS EQB170-20	6	102	120	5.883	2498	1557	125	573	460
CUMMINS EQB180-20	6	102	120	5.883	2499	1599	132	618	504
CUMMINS EQB210-20	6	102	120	5.883	2505	1498	155	696	600
CUMMINS EQB235-20	6	102	120	5.883	2507	1604	155	811	664
CUMMINS C245-20	6	114	135	8.268	2198	1397	180	1029	787
CUMMINS C230-20	6	114	135	8.268	2201	1400	169	836	743
CUMMINS C260-20	6	114	135	8.268	2199	1399	191	1032	835
CUMMINS C280-20	6	114	135	8.268	2200	1359	206	1157	920
CUMMINS C300-20	6	114	135	8.268	2200	1408	221	1138	968
CUMMINS C325-20	6	114	135	8.268	2197	1398	239	1149	1042
CUMMINS L300-20	6	114	145	8.88	2198	1514	221	1265	957
CUMMINS L325-20	6	114	145	8.88	2198	1470	239	1320	1049
CUMMINS L340-20	6	114	145	8.88	2198	1293	250	1361	1106
CUMMINS L360-20	6	114	135	8.268	2203	1378	264	1537	1134
CUMMINS B5.9-150G	6	102	120	5.883	2500	1514	112	509	428
CUMMINS B5.9-195G	6	102	120	5.883	2798	1673	145	573	496
CUMMINS B5.9-230G	6	102	120	5.883	2798	1656	172	687	584
DEUTZ BF6M1013-26E3	4	108	130	4.764	2300	1399	192	949	797
DEUTZ BF6M1013-28E3	4	108	130	4.764	2298	1401	206	1051	860
DEUTZ BF6M1013-30E3	4	108	130	4.764	2300	1399	220	1099	913
DEUTZ BF6M1015	6	132	145	11.906	2199	1339	223	1475	1087
ISUZU 4BD1	4	102	118	3.857	3397	2086	71	244	215
ISUZU 4BD1T	4	102	118	3.857	2804	1589	83	344	301
ISUZU 6BD1T	6	102	118	5.785	2792	1830	120	463	415
ISUZU 4HF1	4	112	110	4.335	2601	1592	110	462	428
ISUZU 4HE1T	4	110	125	4.752	2273	1431	125	584	394
ISUZU 4JB1	4	93	102	2.772	3556	2000	57	180	164
ISUZU 4JB1T	4	93	102	2.772	3598	2191	60	222	174
FDC 4118ZLQ	4	100	118	3.707	3205	1776	70	238	203
MWM 4.10 TCA	4	103	129	4.299	2613	1619	106	503	392
MWM 6.10 TCA	6	103	129	6.449	2800	1805	132	559	434
CUMMINS 6BTAA	6	102	120	5.883	2593	1401	141	562	508
IVECO SOFIM 8142.23	4	94.4	100	2.8	3604	1782	76	243	200
IVECO SOFIM 8140.23	4	94.4	100	2.8	3604	1683	87	271	229
IVECO SOFIM 8142.43	4	94.4	100	2.8	3597	1697	87	271	229
SCANIA DC11 06 340	6	127	140	10.641	1903	1200	350	1650	1243
CUMMINS ISBe FR90575	4	102.1	119.9	3.927	2500	1856	112	564	420
CUMMINS ISBe FR90581	6	102.1	119.9	5.89	2500	1452	138	707	528
CUMMINS ISBe FR90583	6	102.1	119.9	5.89	2502	1671	164	832	622
CUMMINS ISBe FR90585	6	102.1	119.9	5.89	2498	1504	186	951	702
CUMMINS QSB5.9-240	6	102.1	119.9	5.89	2516	1548	179	993	680
CUMMINS QSC8.3-340	6	114	132.8	8.142	2220	1586	254	1373	949
CUMMINS B3.9-130	4	102.1	119.9	3.927	2226	1581	97	464	363
CUMMINS B3.3	4	95	115.1	3.262	2576	1593	63	291	232
CUMMINS C8.3-300	6	114	134.9	8.267	2206	1490	224	1231	961

Marca Modelo	e_N	e_M	E	$\omega_{\min}$ <i>rpm</i>	$M_{e\text{ inic}}$ <i>Nm</i>
CUMMINS C220-20	1.57142857	1.13769611	1.78780817	997.619	687.179
CUMMINS EQB125-20	1.86666667	1.30672042	2.43921146	1002.68	274.118
CUMMINS EQB140-20	1.8	1.37803064	2.48045515	1000	276.433
CUMMINS EQB160-20	1.5625	1.22025138	1.90664279	1003.43	399.361
CUMMINS EQB170-20	1.66666667	1.19380521	1.98967535	800.365	431.511
CUMMINS EQB180-20	1.66666667	1.2098305	2.01638417	1002.36	413.834
CUMMINS EQB210-20	1.66666667	1.18231982	1.97053303	1000	488.793
CUMMINS EQB235-20	1.66666667	1.18231982	1.97053303	1001.24	448.163
CUMMINS C245-20	1.57142857	1.31190582	2.06156629	797.619	616.154
CUMMINS C230-20	1.57142857	1.13146907	1.77802282	800.138	556.738
CUMMINS C260-20	1.57142857	1.23635104	1.94283734	998.817	659.283
CUMMINS C280-20	1.57142857	1.25816211	1.97711188	1000	770.976
CUMMINS C300-20	1.57142857	1.17276649	1.84291877	997.941	930.466
CUMMINS C325-20	1.57142857	1.13263836	1.77986027	802.237	553.453
CUMMINS L300-20	1.57142857	1.30307388	2.04768752	802.105	843.023
CUMMINS L325-20	1.57142857	1.2531318	1.96920711	800	901.674
CUMMINS L340-20	1.57142857	1.24407069	1.95496823	797.92	857.971
CUMMINS L360-20	1.57142857	1.29154365	2.02956859	812.129	965.714
CUMMINS B5.9-150G	1.66666667	1.18744722	1.97907871	1001.81	439.883
CUMMINS B5.9-195G	1.75	1.15061734	2.01358034	1000	429.702
CUMMINS B5.9-230G	1.75	1.15581386	2.02267425	1000	430.478
DEUTZ BF6M1013-26E3	1.64285714	1.19173263	1.95784646	1000.34	799.377
DEUTZ BF6M1013-28E3	1.64285714	1.22766121	2.01687198	1001.67	850.002
DEUTZ BF6M1013-30E3	1.64285714	1.20427718	1.97845537	999.659	898.125
DEUTZ BF6M1015	1.61538462	1.45259919	2.34650638	1000.91	1083.59
ISUZU 4BD1	1.45454545	1.1628936	1.6914816	1403.45	234.913
ISUZU 4BD1T	1.75	1.14459954	2.0030492	1256.24	328.026
ISUZU 6BD1T	1.55555556	1.12887896	1.75603394	1256.82	427.297
ISUZU 4HF1	1.73333333	1.13858934	1.97355485	995.846	395.042
ISUZU 4HE1T	1.53333333	1.11756923	1.71360615	957.045	152.279
ISUZU 4JB1	1.63636364	1.13758723	1.86150638	1001.51	152.751
ISUZU 4JB1T	1.63636364	1.26920343	2.07687834	1397.76	184.384
FDC 4118ZLQ	1.68421053	1.12498937	1.89471894	994.584	195.176
MWM 4.10 TCA	1.625	1.28063499	2.08103186	999.665	310.975736
MWM 6.10 TCA	1.75	1.26346542	2.21106449	998.366	496.832348
CUMMINS 6BTAA	1.73333333	1.09989177	1.90647908	797.538	392.873032
IVECO SOFIM 8142.23	1.89473684	1.19049827	2.25568093	1200.23	193.491
IVECO SOFIM 8140.23	2	1.16563921	2.33127841	1196.97	234.828
IVECO SOFIM 8142.43	2	1.16563921	2.33127841	1196.97	234.709
SCANIA DC11 06 340	1.58333333	0.90956587	1.44014597	815.385	1197.71
CUMMINS ISBe FR90575	1.66666667	1.28837095	2.14728491	1005.48	474.347416
CUMMINS ISBe FR90581	1.66666667	1.33022456	2.21704094	1001.96	620.216093
CUMMINS ISBe FR90583	1.66666667	1.30899758	2.18166263	1001.81	696.482361
CUMMINS ISBe FR90585	1.66666667	1.33279753	2.22132922	1000	753.994918
CUMMINS QSB5.9-240	1.66666667	1.44783065	2.41305109	793.652	572.628144
CUMMINS QSC8.3-340	1.78571429	1.46999728	2.62499514	773.059	811.022091
CUMMINS B3.9-130	1.66666667	1.2595669	2.09927816	771.765	279.404
CUMMINS B3.3	1.625	1.25215768	2.03475623	796.926	229.487
CUMMINS C8.3-300	1.46666667	1.25663767	1.84306859	908.541	949.798

Regresión por pasos para $M_{e\text{ inic.}}$ **Regresión por Pasos**

Método: Selección Hacia Atrás

F para Introducir: 4.0

F para Eliminar: 4.0

Paso 0:

11 variable(s) en el modelo. 37 g.l. para el error.

 $R\text{-cuadrada} = 90.01\%$ $R\text{-cuadrada ajustada} = 87.03\%$ CME = 9705.29**Paso 1:**Eliminando variable $N_{e\text{ máx}}$ con F para eliminar =0.00447117

10 variable(s) en el modelo. 38 g.l. para el error.

 $R\text{-cuadrada} = 90.00\%$ $R\text{-cuadrada ajustada} = 87.37\%$ CME = 9451.03**Paso 2:**Eliminando variable M_{eN} con F para eliminar =0.0272946

9 variable(s) en el modelo. 39 g.l. para el error.

 $R\text{-cuadrada} = 90.00\%$ $R\text{-cuadrada ajustada} = 87.69\%$ CME = 9215.31**Paso 3:**Eliminando variable e_N con F para eliminar =0.112846

8 variable(s) en el modelo. 40 g.l. para el error.

 $R\text{-cuadrada} = 89.97\%$ $R\text{-cuadrada ajustada} = 87.96\%$ CME = 9010.92**Paso 4:**Eliminando variable L con F para eliminar =0.179896

7 variable(s) en el modelo. 41 g.l. para el error.

 $R\text{-cuadrada} = 89.92\%$ $R\text{-cuadrada ajustada} = 88.20\%$ CME = 8830.68**Paso 5:**Eliminando variable ϕ con F para eliminar =0.20164

6 variable(s) en el modelo. 42 g.l. para el error.

 $R\text{-cuadrada} = 89.87\%$ $R\text{-cuadrada ajustada} = 88.43\%$ CME = 8662.82

Paso 6:

Eliminando variable V con F para eliminar =0.181478

5 variable(s) en el modelo. 43 g.l. para el error.

R -cuadrada = 89.83 % R -cuadrada ajustada = 88.65 % CME = 8497.92

Paso 7:

Eliminando variable E con F para eliminar =1.36169

4 variable(s) en el modelo. 44 g.l. para el error.

R -cuadrada = 89.51 % R -cuadrada ajustada = 88.55 % CME = 8567.78

Paso 8:

Eliminando variable ω_N con F para eliminar =0.0112792

3 variable(s) en el modelo. 45 g.l. para el error.

R -cuadrada = 89.51 % R -cuadrada ajustada = 88.81 % CME = 8379.53

Paso 9:

Eliminando variable ω_M con F para eliminar =0.449906

2 variable(s) en el modelo. 46 g.l. para el error.

R -cuadrada = 89.40 % R -cuadrada ajustada = 88.94 % CME = 8279.32

Paso 10:

Eliminando variable e_M con F para eliminar =3.11623

2 variable(s) en el modelo. 47 g.l. para el error.

R -cuadrada = 88.68 % R -cuadrada ajustada = 88.44 % CME = 8652.11

variables independientes		Error	Estadístico		R -cuadrada	88,6821 %
Parámetro	Estimación	Estándar	T	p -value	R -cuadrada ajustada (para g.l.)	88,4413 %
CONSTANTE	45.4576	29.0557	1.5645	0.1244	Error estándar del est.	93.0167
$M_e \text{ máx}$	0.67557	0.0349303	19.3405	0.0000	Error absoluto medio	70.3779
					Estadístico "Durbin-Watson"	1.60191
					p -value "Durbin-Watson"	0.0688
					Autocorrelación de residuos	
					en retraso 1	0.167542

Regresión por pasos para $G_{e\text{ inic.}}$ **Regresión por Pasos**

Método: Selección Hacia Atrás

F para Introducir: 4.0

F para Eliminar: 4.0

Paso 0:

16 variable(s) en el modelo. 19 g.l. para el error.

 $R\text{-cuadrada} = 92.29\%$ $R\text{-cuadrada ajustada} = 85.80\%$ CME = 44.6407**Paso 1:**Eliminando variable M_{eN} con F para eliminar =0.00250716

15 variable(s) en el modelo. 20 g.l. para el error.

 $R\text{-cuadrada} = 92.29\%$ $R\text{-cuadrada ajustada} = 86.51\%$ CME = 42.4143**Paso 2:**Eliminando variable e_N con F para eliminar =0.0152877

14 variable(s) en el modelo. 21 g.l. para el error.

 $R\text{-cuadrada} = 92.29\%$ $R\text{-cuadrada ajustada} = 87.14\%$ CME = 40.4254**Paso 3:**Eliminando variable $N_{e\text{ máx}}$ con F para eliminar =0.0269862

13 variable(s) en el modelo. 22 g.l. para el error.

 $R\text{-cuadrada} = 92.28\%$ $R\text{-cuadrada ajustada} = 87.71\%$ CME = 38.6375**Paso 4:**Eliminando variable E con F para eliminar =0.211947

12 variable(s) en el modelo. 23 g.l. para el error.

 $R\text{-cuadrada} = 92.20\%$ $R\text{-cuadrada ajustada} = 88.13\%$ CME = 37.3136**Paso 5:**Eliminando variable V con F para eliminar =0.665681

11 variable(s) en el modelo. 24 g.l. para el error.

 $R\text{-cuadrada} = 91.98\%$ $R\text{-cuadrada ajustada} = 88.30\%$ CME = 36.7939**Paso 6:**Eliminando variable $M_{e\text{ máx}}$ con F para eliminar =1.08599

10 variable(s) en el modelo. 25 g.l. para el error.

 $R\text{-cuadrada} = 91.61\%$ $R\text{-cuadrada ajustada} = 88.26\%$ CME = 36.9204

Paso 7:

Eliminando variable L con F para eliminar =1.07405

9 variable(s) en el modelo. 26 g.l. para el error.

R -cuadrada = 91.25 % R -cuadrada ajustada = 88.22 % CME = 37.0256

Paso 8:

Eliminando variable e_M con F para eliminar =1.18321

8 variable(s) en el modelo. 27 g.l. para el error.

R -cuadrada = 90.85 % R -cuadrada ajustada = 88.14 % CME = 37.2768

Paso 9:

Eliminando variable ω_M con F para eliminar =1.52611

7 variable(s) en el modelo. 28 g.l. para el error.

R -cuadrada = 90.34 % R -cuadrada ajustada = 87.92 % CME = 37.9772

Paso 10:

Eliminando variable e_N con F para eliminar =0.842593

6 variable(s) en el modelo. 29 g.l. para el error.

R -cuadrada = 90.01 % R -cuadrada ajustada = 87.94 % CME = 37.9206

Paso 11:

Eliminando variable ω_G con F para eliminar =0.66018

5 variable(s) en el modelo. 30 g.l. para el error.

R -cuadrada = 89.82 % R -cuadrada ajustada = 88.12 % CME = 37.3433

Paso 12:

Eliminando variable ϕ con F para eliminar =3.10516

4 variable(s) en el modelo. 31 g.l. para el error.

R -cuadrada = 88.77 % R -cuadrada ajustada = 87.32 % CME = 39.8792

Paso 13:

Eliminando variable G_{e_N} con F para eliminar =2.51943

3 variable(s) en el modelo. 32 g.l. para el error.

R -cuadrada = 87.85 % R -cuadrada ajustada = 86.72 % CME = 41.7727

Paso 14:

Eliminando variable β_G con F para eliminar =2.36549

2 variable(s) en el modelo. 33 g.l. para el error.

R -cuadrada = 86.96 % R -cuadrada ajustada = 86.17 % CME = 43.5012

variables independientes		Error	Estadístico		R -cuadrada	86,9559 %
Parámetro	Estimación	Estándar	T	p-value	R -cuadrada ajustada (para g.l.)	86,1654 %
CONSTANTE	60.1953	17.7827	3.38505	0.0019	Error estándar del est.	6.59555
β_N	-26.8578	7.02159	-3.82504	0.0006	Error absoluto medio	5.13768
$G_{e\text{ mín}}$	0.996682	0.068781	14.4907	0.0000	Estadístico "Durbin-Watson"	1.5015
					p-value "Durbin-Watson"	0.0390
					Autocorrelación de residuos	
					en retraso 1	0.161875

ANEXO D

Regresión por pasos para $\omega_{\min_M}$.

Regresión por Pasos

Método: Selección Hacia Atrás

F para Introducir: 4.0

F para Eliminar: 4.0

Paso 0:

11 variable(s) en el modelo. 37 g.l. para el error.

R -cuadrada = 68.13 % R -cuadrada ajustada = 58.65 % CME = 9781.38

Paso 1:

Eliminando variable $M_{e\text{ máx}}$ con F para eliminar = 0.0155141

10 variable(s) en el modelo. 38 g.l. para el error.

R -cuadrada = 68.11 % R -cuadrada ajustada = 59.72 % CME = 9527.97

Paso 2:

Eliminando variable M_{eN} con F para eliminar = 0.233289

9 variable(s) en el modelo. 39 g.l. para el error.

R -cuadrada = 67.92 % R -cuadrada ajustada = 60.51 % CME = 9340.66

Paso 3:

Eliminando variable L con F para eliminar = 0.438501

8 variable(s) en el modelo. 40 g.l. para el error.

R -cuadrada = 67.56 % R -cuadrada ajustada = 61.07 % CME = 9209.54

Paso 4:

Eliminando variable e_N con F para eliminar = 0.475139

7 variable(s) en el modelo. 41 g.l. para el error.

R -cuadrada = 67.17 % R -cuadrada ajustada = 61.57 % CME = 9091.64

Paso 5:

Eliminando variable $N_{e\text{ máx}}$ con F para eliminar = 0.628234

6 variable(s) en el modelo. 42 g.l. para el error.

R -cuadrada = 66.67 % R -cuadrada ajustada = 61.91 % CME = 9011.17

Paso 6:

Eliminando variable V con F para eliminar = 2.32676

5 variable(s) en el modelo. 43 g.l. para el error.

R -cuadrada = 64.82 % R -cuadrada ajustada = 60.73 % CME = 9289.21

variables independientes		Error	Estadístico		R -cuadrada	64,8216 %
Parámetro	Estimación	Estándar	T	p-value	R -cuadrada ajustada (para g.l.)	60,7311 %
CONSTANTE	-711.606	499.615	-1.42431	0.1616	Error estándar del est.	96.3805
ϕ	7.51054	2.83985	2.6447	0.0114	Error absoluto medio	78.1477
e_M	-3438.13	1086.3	-3.16499	0.0028	Estadístico "Durbin-Watson"	1.8842
ω_N	-1.21677	0.48522	-2.50766	0.0160	p-value "Durbin-Watson"	0.2614
ω_M	2.68123	0.829283	3.23319	0.0024	Autocorrelación de residuos	
E	2012.98	671.906	2.99593	0.0045	en retraso 1	0.051554

Regresión por pasos para $\omega_{\min_G}$.

Regresión por Pasos

Método: Selección Hacia Atrás

F para Introducir: 4.0

F para Eliminar: 4.0

Paso 0:

16 variable(s) en el modelo. 19 g.l. para el error.

 R -cuadrada = 82.14 % R -cuadrada ajustada = 67.10 % CME = 7244.7**Paso 1:**Eliminando variable ω_G con F para eliminar =0.000450712

15 variable(s) en el modelo. 20 g.l. para el error.

 R -cuadrada = 82.14 % R -cuadrada ajustada = 68.75 % CME = 6882.63**Paso 2:**Eliminando variable e_M con F para eliminar =0.00119267

14 variable(s) en el modelo. 21 g.l. para el error.

 R -cuadrada = 82.14 % R -cuadrada ajustada = 70.23 % CME = 6555.28**Paso 3:**Eliminando variable $M_e N$ con F para eliminar =0.191937

13 variable(s) en el modelo. 22 g.l. para el error.

 R -cuadrada = 81.98 % R -cuadrada ajustada = 71.33 % CME = 6314.5**Paso 4:**Eliminando variable $G_{e\min}$ con F para eliminar =0.488358

12 variable(s) en el modelo. 24 g.l. para el error.

 R -cuadrada = 79.19 % R -cuadrada ajustada = 69.65 % CME = 6682.93**Paso 5:**Eliminando variable L con F para eliminar =1.86253

11 variable(s) en el modelo. 24 g.l. para el error.

 R -cuadrada = 80.08 % R -cuadrada ajustada = 70.96 % CME = 6395.92**Paso 6:**Eliminando variable E con F para eliminar = 1.82301

10 variable(s) en el modelo. 25 g.l. para el error.

 R -cuadrada = 78.57 % R -cuadrada ajustada = 70.00 % CME = 6606.48

Paso 7:

Eliminando variable $M_{e\text{ máx}}$ con F para eliminar =1.18453

9 variable(s) en el modelo. 26 g.l. para el error.

R -cuadrada = 77.56 % R -cuadrada ajustada = 69.79 % CME = 6653.37

Paso 8:

Eliminando variable $N_{e\text{ máx}}$ con F para eliminar =0.0684008

8 variable(s) en el modelo. 27 g.l. para el error.

R -cuadrada = 77.50 % R -cuadrada ajustada = 70.83 % CME = 6423.8

Paso 9:

Eliminando variable β_N con F para eliminar =2.18126

7 variable(s) en el modelo. 28 g.l. para el error.

R -cuadrada = 75.68 % R -cuadrada ajustada = 69.60 % CME = 6694.81

Paso 10:

Eliminando variable β_G con F para eliminar =1.93423

6 variable(s) en el modelo. 29 g.l. para el error.

R -cuadrada = 74.00 % R -cuadrada ajustada = 68.62 % CME = 6910.48

variables independientes		Error	Estadístico		R -cuadrada	73,9984 %
Parámetro	Estimación	Estándar	T	p -value	R -cuadrada ajustada (para g.l.)	68,6188 %
CONSTANTE	-11264.2	2848.0	-3.95512	0.0005	Error estándar del est.	83.1293
V	-43.5908	13.8573	-3.14568	0.0038	Error absoluto medio	61.6678
ϕ	14.1798	4.04568	3.50494	0.0015	Estadístico "Durbin-Watson"	1.42908
e_N	5875.72	1596.94	3.67936	0.0009	p -value "Durbin-Watson"	0.0173
ω_N	-3.73891	1.00765	-3.71051	0.0009	Autocorrelación de residuos	
ω_M	6.72662	1.67016	4.02754	0.0004	en retraso	0.258164
G_{eN}	1.90904	0.740665	2.57746	0.0153		

ANEXO F

Predicciones para $M_{e\text{inic}}$.

Marca Modelo	$M_{e\text{inic}}$	Predicciones	Error	Límite	Límite	Residuos	Residuos	error
	Gráfica		Estándar	Inferior	Superior		Estudentizados	%
	KW	KW	KW	KW	KW	KW	KW	%
CUMMINS C220-20	687.179	565.649	93.9696	376.606	754.692	121.53	1.33099	-17.69
CUMMINS EQB125-20	274.118	320.088	94.6656	129.645	510.531	-45.9702	-0.499262	16.77
CUMMINS EQB140-20	276.433	384.245	94.3169	194.503	573.986	-107.812	-1.18064	39.00
CUMMINS EQB160-20	399.361	406.275	94.2242	216.72	595.83	-6.91447	-0.0745253	1.73
CUMMINS EQB170-20	431.511	418.038	94.1804	228.571	607.505	13.4727	0.145165	-3.12
CUMMINS EQB180-20	413.834	447.168	94.0891	257.885	636.451	-33.3337	-0.359216	8.05
CUMMINS EQB210-20	488.793	497.823	93.9884	308.742	686.903	-9.02968	-0.0970722	1.85
CUMMINS EQB235-20	448.163	572.549	93.9751	383.496	761.603	-124.386	-1.36362	27.75
CUMMINS C245-20	616.154	714.704	94.3944	524.806	904.601	-98.5495	-1.07749	15.99
CUMMINS C230-20	556.738	589.168	93.9941	400.076	778.261	-32.4303	-0.349085	5.83
CUMMINS C260-20	659.283	716.342	94.4027	526.428	906.256	-57.0592	-0.618747	8.65
CUMMINS C280-20	770.976	797.954	94.9079	607.023	988.884	-26.9777	-0.293284	3.50
CUMMINS C300-20	930.466	785.658	94.8198	594.904	976.411	144.808	1.61515	-15.56
CUMMINS C325-20	553.453	792.817	94.8706	601.961	983.672	-239.364	-2.81337	43.25
CUMMINS L300-20	843.023	867.783	95.4886	675.684	1059.88	-24.7599	-0.270948	2.94
CUMMINS L325-20	901.674	903.995	95.8428	711.184	1096.81	-2.32076	-0.0254817	0.26
CUMMINS L340-20	857.971	930.538	96.1251	737.158	1123.92	-72.5665	-0.805053	8.46
CUMMINS L360-20	965.714	1044.97	97.5575	848.706	1241.23	-79.2527	-0.896241	8.21
CUMMINS B5.9-150G	439.883	376.322	94.3536	186.507	566.138	63.5608	0.689559	-14.45
CUMMINS B5.9-195G	429.702	417.78	94.1813	228.311	607.248	11.9225	0.128456	-2.77
CUMMINS B5.9-230G	430.478	492.465	93.9955	303.37	681.56	-61.9867	-0.669603	14.40
DEUTZ BF6M1013-26E3	799.377	662.476	94.1729	473.024	851.928	136.901	1.51074	-17.13
DEUTZ BF6M1013-28E3	850.002	728.97	94.4685	538.923	919.016	121.032	1.33303	-14.24
DEUTZ BF6M1013-30E3	898.125	759.908	94.649	569.499	950.318	138.217	1.53461	-15.39
DEUTZ BF6M1015	1083.59	1004.88	97.0164	809.707	1200.05	78.7106	0.883947	-7.26
ISUZU 4BD1	234.913	204.17	95.5894	11.8685	396.471	30.743	0.336964	-13.09
ISUZU 4BD1T	328.026	268.943	95.027	77.7729	460.113	59.0831	0.645492	-18.01
ISUZU 6BD1T	427.297	346.824	94.5061	156.702	536.946	80.4729	0.877298	-18.83
ISUZU 4HF1	395.042	346.04	94.5105	155.909	536.171	49.0021	0.531447	-12.40
ISUZU 4HE1T	152.279	424.985	94.1564	235.567	614.404	-272.706	-3.25818	179.08
ISUZU 4JB1	152.751	162.204	96.0154	-30.9543	355.363	-9.45319	-0.104019	6.19
ISUZU 4JB1T	184.384	190.084	95.7271	-2.49453	382.662	-5.69985	-0.0625008	3.09
FDC 4118ZLQ	195.176	200.526	95.6245	8.15396	392.898	-5.35005	-0.0585942	2.74
MWM 4.10 TCA	310.9757362	372.366	94.3726	182.512	562.22	-61.3902	-0.665923	19.74
MWM 6.10 TCA	496.8323476	408.88	94.2142	219.345	598.415	87.9523	0.957195	-17.70
CUMMINS 6BTAA	392.8730316	411.08	94.2058	221.562	600.598	-18.2069	-0.196267	4.63
IVECO SOFIM 8142.23	193.491	203.394	95.5969	11.0771	395.71	-9.9026	-0.108429	5.12
IVECO SOFIM 8140.23	234.828	221.708	95.4257	29.7361	413.68	13.1198	0.143382	-5.59
IVECO SOFIM 8142.43	234.709	221.544	95.4272	29.5686	413.519	13.1653	0.143882	-5.61
SCANIA DC11 06 340	1197.71	1118.54	98.658	920.067	1317.02	79.1687	0.908179	-6.61
CUMMINS ISBe FR90575	474.3474161	412.313	94.2012	222.804	601.822	62.0342	0.671673	-13.08
CUMMINS ISBe FR90581	620.2160934	505.489	93.9796	316.426	694.552	114.727	1.25401	-18.50
CUMMINS ISBe FR90583	696.4823613	586.254	93.9902	397.169	775.338	110.229	1.20341	-15.83
CUMMINS ISBe FR90585	753.9949179	663.765	94.1774	474.304	853.226	90.2303	0.982088	-11.97
CUMMINS QSB5.9-240	572.6281441	690.842	94.2836	501.168	880.517	-118.214	-1.29804	20.64
CUMMINS QSC8.3-340	811.0220907	938.306	96.2113	744.754	1131.86	-127.284	-1.43475	15.69
CUMMINS B3.9-130	279.404	347.362	94.5031	157.246	537.479	-67.9585	-0.739072	24.32
CUMMINS B3.3	229.487	234.865	95.3084	43.129	426.601	-5.37819	-0.0586858	2.34
CUMMINS C8.3-300	949.798	845.623	95.2897	653.924	1037.32	104.175	1.15275	-10.97

ANEXO G

Predicciones para $\omega_{\min_M}$

	$\omega_{\min}$		Error	Límite	Límite		Residuos	error
	Gráfica	Predicciones	Estándar	Inferior	Superior	Residuos	Estudentizados	
Marca Modelo	<i>rpm</i>	<i>rpm</i>	<i>rpm</i>	<i>rpm</i>	<i>rpm</i>	<i>rpm</i>	<i>rpm</i>	%
CUMMINS C220-20	997.619	935.441	100.296	733.176	1137.71	62.1775	0.669311	-6.23
CUMMINS EQB125-20	1002.68	1079.78	105.491	867.04	1292.53	-77.1028	-0.891138	7.69
CUMMINS EQB140-20	1000	1046.59	106.051	832.721	1260.47	-46.5939	-0.539659	4.66
CUMMINS EQB160-20	1003.43	984.348	98.1265	786.456	1182.24	19.0825	0.199447	-1.90
CUMMINS EQB170-20	800.365	931.034	98.3941	732.603	1129.47	-130.669	-1.40074	16.33
CUMMINS EQB180-20	1002.36	947.425	98.5878	748.603	1146.25	54.9351	0.579134	-5.48
CUMMINS EQB210-20	1000	938.886	99.191	738.848	1138.92	61.1138	0.649313	-6.11
CUMMINS EQB235-20	1001.24	997.094	102.116	791.156	1203.03	4.14592	0.0453864	-0.41
CUMMINS C245-20	797.619	862.905	98.7521	663.752	1062.06	-65.286	-0.690669	8.19
CUMMINS C230-20	800.138	914.524	100.47	711.906	1117.14	-114.386	-1.24994	14.30
CUMMINS C260-20	998.817	883.627	98.5725	684.836	1082.42	115.19	1.23094	-11.53
CUMMINS C280-20	1000	892.097	98.7168	693.015	1091.18	107.903	1.15245	-10.79
CUMMINS C300-20	997.941	902.63	99.3855	702.2	1103.06	95.3107	1.02232	-9.55
CUMMINS C325-20	802.237	909.928	100.214	707.826	1112.03	-107.691	-1.17065	13.42
CUMMINS L300-20	802.105	855.901	100.605	653.011	1058.79	-53.7959	-0.58045	6.71
CUMMINS L325-20	800	880.992	99.0723	681.193	1080.79	-80.9921	-0.862617	10.12
CUMMINS L340-20	797.92	917.117	100.567	714.304	1119.93	-119.197	-1.30615	14.94
CUMMINS L360-20	812.129	871.429	98.7019	672.377	1070.48	-59.2998	-0.626363	7.30
CUMMINS B5.9-150G	1001.81	936.245	98.8123	736.971	1135.52	65.5645	0.694123	-6.54
CUMMINS B5.9-195G	1000	1053.76	98.1655	855.794	1251.73	-53.7638	-0.564031	5.38
CUMMINS B5.9-230G	1000	1047.17	97.9424	849.646	1244.69	-47.1658	-0.493168	4.72
DEUTZ BF6M1013-26E3	1000.34	898.751	98.7293	699.645	1097.86	101.589	1.08322	-10.16
DEUTZ BF6M1013-28E3	1001.67	893.547	98.4327	695.038	1092.06	108.123	1.15111	-10.79
DEUTZ BF6M1013-30E3	999.659	896.793	98.5904	697.966	1095.62	102.866	1.09548	-10.29
DEUTZ BF6M1015	1000.91	1015.12	115.482	782.226	1248.01	-14.2083	-0.194028	1.42
ISUZU 4BD1	1403.45	1332.05	109.064	1112.1	1552	71.4032	0.870958	-5.09
ISUZU 4BD1T	1256.24	1026	100.009	824.317	1227.69	230.236	2.65522	-18.33
ISUZU 6BD1T	1256.82	1155.75	103.609	946.802	1364.7	101.071	1.14534	-8.04
ISUZU 4HF1	995.846	1072.92	101.516	868.197	1277.65	-77.0774	-0.844587	7.74
ISUZU 4HE1T	957.045	831.134	103.057	623.3	1038.97	125.911	1.42843	-13.16
ISUZU 4JB1	1001.51	1170.44	108.325	951.984	1388.9	-168.933	-2.12371	16.87
ISUZU 4JB1T	1397.76	1329.32	108.11	1111.29	1547.34	68.4443	0.821405	-4.90
FDC 4118ZLQ	994.584	1126.67	100.005	924.991	1328.35	-132.087	-1.4441	13.28
MWM 4.10 TCA	999.665	982.144	97.9341	784.641	1179.65	17.5208	0.182727	-1.75
MWM 6.10 TCA	998.366	1081.25	100.939	877.685	1284.81	-82.8821	-0.902923	8.30
CUMMINS 6BTAA	797.538	977.489	102.193	771.396	1183.58	-179.951	-2.06995	22.56
IVECO SOFIM 8142.23	1200.23	1149.66	106.132	935.627	1363.7	50.5675	0.586737	-4.21
IVECO SOFIM 8140.23	1196.97	1150.9	107.676	933.751	1368.05	46.0693	0.546738	-3.85
IVECO SOFIM 8142.43	1196.97	1142.7	107.474	925.963	1359.45	54.2659	0.642884	-4.53
SCANIA DC11 06 340	815.385	827.404	104.642	616.374	1038.43	-12.0194	-0.136034	1.47
CUMMINS ISBe FR90575	1005.48	1037.7	106.155	823.621	1251.79	-32.2236	-0.373112	3.20
CUMMINS ISBe FR90581	1001.96	943.125	101.419	738.593	1147.66	58.8348	0.641652	-5.87
CUMMINS ISBe FR90583	1001.81	931.825	99.8951	730.367	1133.28	69.9847	0.750854	-6.99
CUMMINS ISBe FR90585	1000	920.344	100.18	718.312	1122.38	79.656	0.859216	-7.97
CUMMINS QSB5.9-240	793.652	901.89	103.28	693.605	1110.18	-108.238	-1.22391	13.64
CUMMINS QSC8.3-340	773.059	765.123	113.398	536.434	993.812	7.9358	0.10372	-1.03
CUMMINS B3.9-130	771.765	810.757	103.609	601.809	1019.7	-38.9917	-0.436101	5.05
CUMMINS B3.3	796.926	908.99	101.94	703.408	1114.57	-112.064	-1.2465	14.06
CUMMINS C8.3-300	908.541	873.824	99.422	673.32	1074.33	34.7173	0.368583	-3.82

ANEXO H

Observaciones de y_M vs. x_M para 49 MCI.

Marca Modelo	x_M	y_M	Marca Modelo	x_M	y_M
CUMMINS EQB125-20	-0.39211662	-0.38461036	CUMMINS EQB210-20	-0.49525967	-1.16215906
CUMMINS EQB125-20	-0.236517	0.23076995	CUMMINS EQB210-20	-0.30094608	-0.27026858
CUMMINS EQB125-20	-0.08091738	0.82417172	CUMMINS EQB210-20	-0.10189216	0.75675619
CUMMINS EQB125-20	0	1	CUMMINS EQB210-20	0	1
CUMMINS EQB125-20	0.07468999	0.95604293	CUMMINS EQB210-20	0.09716177	0.97296478
CUMMINS EQB125-20	0.2302896	0.78022399	CUMMINS EQB210-20	0.29858088	0.81080573
CUMMINS EQB125-20	0.38174537	0.60439571	CUMMINS EQB210-20	0.49763481	0.67567144
CUMMINS EQB125-20	0.69294461	0.29670555	CUMMINS EQB210-20	0.69667879	0.45946285
CUMMINS EQB125-20	0.84440038	0.14285581	CUMMINS EQB210-20	0.89336752	0.16215906
CUMMINS EQB125-20	1	0	CUMMINS EQB210-20	1	0
CUMMINS EQB140-20	-0.42128432	-0.61344926	CUMMINS EQB235-20	-0.66848416	-1.46666304
CUMMINS EQB140-20	-0.25276893	0.08403478	CUMMINS EQB235-20	-0.44218366	0.04444702
CUMMINS EQB140-20	-0.08647533	0.85714286	CUMMINS EQB235-20	-0.21938515	0.73333832
CUMMINS EQB140-20	0	1	CUMMINS EQB235-20	0	1
CUMMINS EQB140-20	0.08204006	0.92436936	CUMMINS EQB235-20	0.2192965	0.91111277
CUMMINS EQB140-20	0.24390669	0.73949813	CUMMINS EQB235-20	0.44189552	0.73333832
CUMMINS EQB140-20	0.4079868	0.52101034	CUMMINS EQB235-20	0.66115876	0.48888995
CUMMINS EQB140-20	0.57428041	0.3109267	CUMMINS EQB235-20	0.88707139	0.22222827
CUMMINS EQB140-20	0.74058231	0.12604887	CUMMINS EQB235-20	1	0
CUMMINS EQB140-20	1	0	CUMMINS EQB235-20	-0.55530066	-0.57777037
CUMMINS EQB160-20	-0.67685379	-0.39394347	CUMMINS C220-20	0	1
CUMMINS EQB160-20	-0.46659878	0.23232242	CUMMINS C220-20	-0.14675611	0.94872
CUMMINS EQB160-20	-0.25640676	0.73736803	CUMMINS C220-20	0.13993291	0.97436
CUMMINS EQB160-20	-0.04631972	0.9898998	CUMMINS C220-20	0.42662194	0.84615
CUMMINS EQB160-20	0	1	CUMMINS C220-20	0.71331097	0.51282
CUMMINS EQB160-20	0.16671741	0.93938987	CUMMINS C220-20	1	0
CUMMINS EQB160-20	0.37043181	0.75756843	CUMMINS C220-20	-0.43685674	0.53846
CUMMINS EQB160-20	0.58339545	0.54545536	CUMMINS C220-20	-0.7235472	-0.12821
CUMMINS EQB160-20	0.79016493	0.30302379	CUMMINS C220-20	-0.28668903	0.82051
CUMMINS EQB160-20	1	0	CUMMINS C220-20	0.57337806	0.66667
CUMMINS EQB170-20	-0.80498426	-0.25000221	CUMMINS C230-20	-0.74887257	-1.9848425
CUMMINS EQB170-20	-0.59505296	0.38636544	CUMMINS C230-20	-0.50210503	-0.71211425
CUMMINS EQB170-20	-0.44272406	0.4090897	CUMMINS C230-20	-0.25245337	0.36364122
CUMMINS EQB170-20	-0.17248713	0.77273089	CUMMINS C230-20	0	1
CUMMINS EQB170-20	0	1	CUMMINS C230-20	0.24637301	0.90909771
CUMMINS EQB170-20	0.25289251	0.81818824	CUMMINS C230-20	0.50151072	0.66667379
CUMMINS EQB170-20	0.46840572	0.56818604	CUMMINS C230-20	0.7478338	0.39394554
CUMMINS EQB170-20	0.68105832	0.4090897	CUMMINS C230-20	1	0
CUMMINS EQB170-20	0.89368965	0.13636323	CUMMINS C230-20	-0.13206982	0.77273358
CUMMINS EQB170-20	1	0	CUMMINS C230-20	-0.37579594	-0.12120662
CUMMINS EQB180-20	-0.66403817	-0.79166337	CUMMINS C245-20	-0.74890862	-0.70476297
CUMMINS EQB180-20	-0.49343803	0.60415514	CUMMINS C245-20	-0.5021016	0.22857367
CUMMINS EQB180-20	-0.2257207	0.99999122	CUMMINS C245-20	-0.24949427	0.72381318
CUMMINS EQB180-20	0	1	CUMMINS C245-20	0	1
CUMMINS EQB180-20	0.22309592	0.91665129	CUMMINS C245-20	0.25231638	0.87619425
CUMMINS EQB180-20	0.44356704	0.74998902	CUMMINS C245-20	0.49856397	0.61904939
CUMMINS EQB180-20	0.67191254	0.45832125	CUMMINS C245-20	0.75078045	0.29524116
CUMMINS EQB180-20	0.89238366	0.1458251	CUMMINS C245-20	1	0
CUMMINS EQB180-20	1	0	CUMMINS C245-20	-0.62848705	-0.19047737
CUMMINS EQB180-20	0.55904662	0.60415514	CUMMINS C245-20	-0.37878674	0.5142856

Las filas con valores $0,1 \leq x_M \leq 1$ están **resaltadas**:

Marca Modelo	x _M	y _M
CUMMINS C260-20	-0.50000375	-0.89668395
CUMMINS C260-20	-0.2514875	0.39924533
CUMMINS C260-20	0	1
CUMMINS C260-20	0.2485125	0.78351954
CUMMINS C260-20	0.4970375	0.51825561
CUMMINS C260-20	0.7455625	0.26518755
CUMMINS C260-20	1	0
CUMMINS C260-20	-0.37575	-0.16334314
CUMMINS C260-20	-0.1390625	0.77873285
CUMMINS C260-20	0.1272125	0.91618206
CUMMINS C280-20	-0.42641483	-0.62665757
CUMMINS C280-20	-0.18832242	0.42001339
CUMMINS C280-20	0	1
CUMMINS C280-20	0.15583582	0.91333679
CUMMINS C280-20	0.28571089	0.8733319
CUMMINS C280-20	0.5238033	0.5066766
CUMMINS C280-20	0.76407099	0.27999629
CUMMINS C280-20	1	0
CUMMINS C280-20	0.07142772	0.986651
CUMMINS C280-20	-0.06493753	0.93329712
CUMMINS C300-20	-0.51744507	-0.21848917
CUMMINS C300-20	-0.26464167	0.57141517
CUMMINS C300-20	0	1
CUMMINS C300-20	0.24332749	0.90756588
CUMMINS C300-20	0.49257348	0.66384929
CUMMINS C300-20	0.74781369	0.36972475
CUMMINS C300-20	1	0
CUMMINS C300-20	-0.14129955	0.85715793
CUMMINS C300-20	-0.384993	0.24370487
CUMMINS C300-20	0.11715861	0.97479602
CUMMINS C325-20	-0.74565106	-4.54744926
CUMMINS C325-20	-0.4991401	-2.78559858
CUMMINS C325-20	-0.24983415	0.45242972
CUMMINS C325-20	0	1
CUMMINS C325-20	0.24995932	0.92859803
CUMMINS C325-20	0.49996871	0.66663564
CUMMINS C325-20	0.74689898	0.33336436
CUMMINS C325-20	1	0
CUMMINS C325-20	-0.36368643	-1.19041147
CUMMINS C325-20	-0.15120223	0.97616831
CUMMINS L300-20	-1.03999503	-0.37106892
CUMMINS L300-20	-0.75076365	0.82124565
CUMMINS L300-20	-0.45537189	0.91450879
CUMMINS L300-20	-0.16923167	0.98045637
CUMMINS L300-20	0	1
CUMMINS L300-20	0.12307625	0.90111116
CUMMINS L300-20	0.41846801	0.61286693
CUMMINS L300-20	0.70769208	0.31551752
CUMMINS L300-20	1	0
CUMMINS L300-20	-0.88922553	0.35684856

Marca Modelo	x _M	y _M
CUMMINS L325-20	-0.92149828	-0.54460801
CUMMINS L325-20	-0.64533333	0.81844678
CUMMINS L325-20	0	1
CUMMINS L325-20	-0.09301718	0.98878436
CUMMINS L325-20	-0.37208247	0.93451393
CUMMINS L325-20	0.17733333	0.83689356
CUMMINS L325-20	0.45348454	0.56137244
CUMMINS L325-20	0.72964948	0.27555802
CUMMINS L325-20	1	0
CUMMINS L325-20	-0.76161649	0.42567792
CUMMINS L340-20	-0.54713228	-0.97274866
CUMMINS L340-20	-0.324143	0.58180107
CUMMINS L340-20	-0.38621284	0.40000784
CUMMINS L340-20	-0.1011493	0.93637041
CUMMINS L340-20	0	1
CUMMINS L340-20	0.11723947	0.9999608
CUMMINS L340-20	0.34022544	0.79997648
CUMMINS L340-20	0.55861421	0.54545811
CUMMINS L340-20	0.78161123	0.27270945
CUMMINS L340-20	1	0
CUMMINS L360-20	-0.68623839	-0.41845848
CUMMINS L360-20	-0.45992917	0.80141492
CUMMINS L360-20	-0.21403449	0.93617972
CUMMINS L360-20	0	1
CUMMINS L360-20	0.27176365	0.85816061
CUMMINS L360-20	0.51165498	0.63120268
CUMMINS L360-20	0.75728285	0.33332506
CUMMINS L360-20	1	0
CUMMINS L360-20	-0.52650326	0.70212238
CUMMINS L360-20	0.09252432	0.97162716
CUMMINS B5.9-150G	-0.51926217	0.15215306
CUMMINS B5.9-150G	-0.31743279	0.46229988
CUMMINS B5.9-150G	-0.21651304	0.55813639
CUMMINS B5.9-150G	-0.10825145	0.79880973
CUMMINS B5.9-150G	0	1
CUMMINS B5.9-150G	0.19082677	0.79337481
CUMMINS B5.9-150G	0.39083082	0.60325111
CUMMINS B5.9-150G	0.59449565	0.40326587
CUMMINS B5.9-150G	0.79817063	0.19340678
CUMMINS B5.9-150G	1	0
CUMMINS B5.9-195G	-0.59884388	-0.87367234
CUMMINS B5.9-195G	-0.496127	-0.91577719
CUMMINS B5.9-195G	-0.38954155	-0.69472345
CUMMINS B5.9-195G	-0.24419049	0.23158323
CUMMINS B5.9-195G	0	1
CUMMINS B5.9-195G	0.11627907	0.94736566
CUMMINS B5.9-195G	0.47673974	0.94736566
CUMMINS B5.9-195G	0.60852861	0.97894102
CUMMINS B5.9-195G	0.82364712	0.48947051
CUMMINS B5.9-195G	1	0

Marca Modelo	x _M	y _M	Marca Modelo	x _M	y _M
CUMMINS B5.9-230G	-0.5746768	-1.48555897	ISUZU 4BD1	-0.5210556	0.68451111
CUMMINS B5.9-230G	-0.4461339	-1.52024452	ISUZU 4BD1	-0.37105637	0.84524874
CUMMINS B5.9-230G	-0.23630137	-0.75144604	ISUZU 4BD1	-0.21842423	0.94643226
CUMMINS B5.9-230G	-0.13421855	0.17919254	ISUZU 4BD1	0	1
CUMMINS B5.9-230G	0	1	ISUZU 4BD1	0.2394722	0.94643226
CUMMINS B5.9-230G	0.12665102	0.83815023	ISUZU 4BD1	0.39210434	0.85120072
CUMMINS B5.9-230G	0.29867218	0.76878881	ISUZU 4BD1	0.54736939	0.7083534
CUMMINS B5.9-230G	0.51984725	0.54913625	ISUZU 4BD1	0.70000153	0.52380789
CUMMINS B5.9-230G	0.75047297	0.25433811	ISUZU 4BD1	0.85263367	0.27977706
CUMMINS B5.9-230G	1	0	ISUZU 4BD1	1	0
DEUTZ BF6M1013-26E3	-0.44197706	0.01639204	ISUZU 4BD1T	-0.27397418	0.63631933
DEUTZ BF6M1013-26E3	-0.33052333	0.36885381	ISUZU 4BD1T	-0.1424702	0.85272685
DEUTZ BF6M1013-26E3	-0.2190585	0.74589706	ISUZU 4BD1T	0	1
DEUTZ BF6M1013-26E3	-0.10951261	0.94262128	ISUZU 4BD1T	0.14794507	0.97806916
DEUTZ BF6M1013-26E3	0	1	ISUZU 4BD1T	0.3178061	0.87939197
DEUTZ BF6M1013-26E3	0.1131952	0.96720934	ISUZU 4BD1T	0.49863334	0.711534
DEUTZ BF6M1013-26E3	0.22452692	0.88524256	ISUZU 4BD1T	0.64657841	0.53576236
DEUTZ BF6M1013-26E3	0.4805444	0.61475415	ISUZU 4BD1T	0.7835655	0.35219308
DEUTZ BF6M1013-26E3	0.71985713	0.31967111	ISUZU 4BD1T	0.89315353	0.18380135
DEUTZ BF6M1013-26E3	1	0	ISUZU 4BD1T	1	0
DEUTZ BF6M1013-28E3	-0.44506854	-0.05252473	ISUZU 6BD1T	-0.59682688	0.25433407
DEUTZ BF6M1013-28E3	-0.33519447	0.3086868	ISUZU 6BD1T	-0.45291303	0.62163221
DEUTZ BF6M1013-28E3	-0.22159813	0.71899607	ISUZU 6BD1T	-0.2539846	0.88629383
DEUTZ BF6M1013-28E3	-0.11359634	0.94119155	ISUZU 6BD1T	0	1
DEUTZ BF6M1013-28E3	0	1	ISUZU 6BD1T	0.19917811	0.96130774
DEUTZ BF6M1013-28E3	0.10986292	0.96881687	ISUZU 6BD1T	0.37438618	0.85335285
DEUTZ BF6M1013-28E3	0.33333333	0.77564891	ISUZU 6BD1T	0.51183937	0.71732184
DEUTZ BF6M1013-28E3	0.5567926	0.52529967	ISUZU 6BD1T	0.65620058	0.53313681
DEUTZ BF6M1013-28E3	0.77840187	0.25038587	ISUZU 6BD1T	0.79369538	0.35573375
DEUTZ BF6M1013-28E3	1	0	ISUZU 6BD1T	1	0
DEUTZ BF6M1013-30E3	-0.44306044	-0.08080808	ISUZU 4HF1	-0.5911667	-0.95879713
DEUTZ BF6M1013-30E3	-0.33185325	0.29292929	ISUZU 4HF1	-0.39410849	0.34069584
DEUTZ BF6M1013-30E3	-0.21881556	0.71717172	ISUZU 4HF1	-0.1911667	0.84876741
DEUTZ BF6M1013-30E3	-0.11128379	0.93939394	ISUZU 4HF1	0	1
DEUTZ BF6M1013-30E3	0	1	ISUZU 4HF1	0.20000793	0.91654525
DEUTZ BF6M1013-30E3	0.1150025	0.96972391	ISUZU 4HF1	0.39411841	0.78949822
DEUTZ BF6M1013-30E3	0.22074707	0.88891582	ISUZU 4HF1	0.60293782	0.58444548
DEUTZ BF6M1013-30E3	0.55470944	0.52527946	ISUZU 4HF1	0.79411444	0.31817122
DEUTZ BF6M1013-30E3	0.77920853	0.25252525	ISUZU 4HF1	1	0
DEUTZ BF6M1013-30E3	1	0	ISUZU 4HF1	-0.4852861	-0.08712629
DEUTZ BF6M1015	-0.39317978	-0.00856988	ISUZU 4HE1T	-0.56325942	-1.27157601
DEUTZ BF6M1015	0	1	ISUZU 4HE1T	-0.4122433	-0.23051972
DEUTZ BF6M1015	-0.12375449	0.89559153	ISUZU 4HE1T	-0.17550153	0.74068769
DEUTZ BF6M1015	-0.26317013	0.57827418	ISUZU 4HE1T	0	1
DEUTZ BF6M1015	0.13542769	0.918985	ISUZU 4HE1T	0.09387954	0.98409773
DEUTZ BF6M1015	0.38068109	0.71256144	ISUZU 4HE1T	0.33469528	0.83920805
DEUTZ BF6M1015	0.63463126	0.4386597	ISUZU 4HE1T	0.57142518	0.58647781
DEUTZ BF6M1015	0.87758258	0.14249685	ISUZU 4HE1T	0.78774958	0.29594018
DEUTZ BF6M1015	1	0	ISUZU 4HE1T	1	0
DEUTZ BF6M1015	0.50502854	0.59250585	ISUZU 4HE1T	-0.28978656	0.37371386

Marca Modelo	x _M	y _M
ISUZU 4JB1	-0.64141547	-0.68424692
ISUZU 4JB1	-0.48232588	0.00546895
ISUZU 4JB1	-0.32071095	0.46002012
ISUZU 4JB1	-0.15908959	0.76917274
ISUZU 4JB1	0	1
ISUZU 4JB1	0.16414026	0.98447322
ISUZU 4JB1	0.32070452	0.95800855
ISUZU 4JB1	0.47726878	0.85315564
ISUZU 4JB1	0.63635838	0.74823988
ISUZU 4JB1	1	0
ISUZU 4JB1T	-0.56388364	0.22223131
ISUZU 4JB1T	-0.36837241	0.23529773
ISUZU 4JB1T	-0.2758883	0.33986995
ISUZU 4JB1T	0	1
ISUZU 4JB1T	0.21669676	0.79085555
ISUZU 4JB1T	0.45826876	0.56210126
ISUZU 4JB1T	0.64666363	0.55555783
ISUZU 4JB1T	0.79052623	0.39869949
ISUZU 4JB1T	0.9289929	0.1307255
ISUZU 4JB1T	1	0
IVECO SOFIM 8142.23	-0.3197026	-0.15171015
IVECO SOFIM 8142.23	0	1
IVECO SOFIM 8142.23	0.33848764	0.73805694
IVECO SOFIM 8142.23	0.67315348	0.37257233
IVECO SOFIM 8142.23	1	0
IVECO SOFIM 8142.23	-0.18543432	0.61674943
IVECO SOFIM 8142.23	-0.08791794	0.91539018
IVECO SOFIM 8142.23	-0.25553365	0.27040638
IVECO SOFIM 8142.23	0.10171707	0.95383647
IVECO SOFIM 8142.23	0.50875006	0.55536126
IVECO SOFIM 8140.23	-0.25269189	0.1438531
IVECO SOFIM 8140.23	0	1
IVECO SOFIM 8140.23	0.05196434	0.99026327
IVECO SOFIM 8140.23	0.17999386	0.91305478
IVECO SOFIM 8140.23	0.37109877	0.74429267
IVECO SOFIM 8140.23	0.69019157	0.38422272
IVECO SOFIM 8140.23	0.99443667	0.01644846
IVECO SOFIM 8140.23	-0.13740236	0.8004443
IVECO SOFIM 8140.23	0.52507663	0.5685116
IVECO SOFIM 8140.23	1	0
IVECO SOFIM 8142.43	-0.26304654	0.12951306
IVECO SOFIM 8142.43	0	1
IVECO SOFIM 8142.43	-0.10137781	0.91192147
IVECO SOFIM 8142.43	0.09945688	0.97211972
IVECO SOFIM 8142.43	0.36400859	0.7403227
IVECO SOFIM 8142.43	0.68669873	0.37416492
IVECO SOFIM 8142.43	1	0
IVECO SOFIM 8142.43	-0.1859251	0.64927767
IVECO SOFIM 8142.43	0.22892238	0.86875045
IVECO SOFIM 8142.43	0.53286108	0.55287847

Marca Modelo	x _M	y _M
MWM 4.10 TCA	-0.62373811	-0.7344059
MWM 4.10 TCA	-0.41564088	0.39882573
MWM 4.10 TCA	-0.20609934	0.88344228
MWM 4.10 TCA	0	1
MWM 4.10 TCA	0.1979065	0.975947
MWM 4.10 TCA	0.4004026	0.8040993
MWM 4.10 TCA	0.60303961	0.56396839
MWM 4.10 TCA	0.80143928	0.31612136
MWM 4.10 TCA	1	0
MWM 4.10 TCA	-0.52516733	-0.09779071
MWM 6.10 TCA	-0.80994454	0.5017279
MWM 6.10 TCA	-0.60584536	0.74280699
MWM 6.10 TCA	-0.39370253	0.93182874
MWM 6.10 TCA	-0.19575614	0.98802673
MWM 6.10 TCA	0	1
MWM 6.10 TCA	0.20103082	0.98798737
MWM 6.10 TCA	0.40835108	0.82749364
MWM 6.10 TCA	0.60095246	0.59842718
MWM 6.10 TCA	0.79883856	0.34536695
MWM 6.10 TCA	1	0
CUMMINS 6BTAA	-0.50619824	-2.13480557
CUMMINS 6BTAA	-0.34504149	-0.16853871
CUMMINS 6BTAA	-0.17561819	0.84269357
CUMMINS 6BTAA	0	1
CUMMINS 6BTAA	0.16116094	0.87639043
CUMMINS 6BTAA	0.26859598	0.66292257
CUMMINS 6BTAA	0.48141032	0.606743
CUMMINS 6BTAA	0.6673575	0.58426028
CUMMINS 6BTAA	0.88430009	0.56179571
CUMMINS 6BTAA	1	0
SCANIA DC11 06 340	1	0
SCANIA DC11 06 340	-0.5474479	-0.11237281
SCANIA DC11 06 340	-0.42700979	0.22472103
SCANIA DC11 06 340	-0.28102938	0.82020843
SCANIA DC11 06 340	-0.1423366	0.96627833
SCANIA DC11 06 340	0	1
SCANIA DC11 06 340	0.1423366	0.97751069
SCANIA DC11 06 340	0.2846732	0.87639483
SCANIA DC11 06 340	0.56934639	0.59548739
SCANIA DC11 06 340	0.7846732	0.31460453
CUMMINS ISBe FR90575	-1.31925261	0.37545596
CUMMINS ISBe FR90575	-1.00499705	0.70499081
CUMMINS ISBe FR90575	-0.67011701	0.98545643
CUMMINS ISBe FR90575	-0.33506627	0.9981903
CUMMINS ISBe FR90575	0	1
CUMMINS ISBe FR90575	0.33812347	0.84336679
CUMMINS ISBe FR90575	0.67337596	0.56650172
CUMMINS ISBe FR90575	1	0
CUMMINS ISBe FR90575	0.50865949	0.72953485
CUMMINS ISBe FR90575	0.83520593	0.29963712

Marca Modelo	x _M	y _M
CUMMINS ISBe FR90581	-0.42990503	0.51405468
CUMMINS ISBe FR90581	-0.28971508	0.96384969
CUMMINS ISBe FR90581	-0.14392211	0.9879499
CUMMINS ISBe FR90581	0	1
CUMMINS ISBe FR90581	0.14205126	0.9839332
CUMMINS ISBe FR90581	0.28598291	0.86746397
CUMMINS ISBe FR90581	0.42990503	0.71485953
CUMMINS ISBe FR90581	0.71588794	0.37750949
CUMMINS ISBe FR90581	0.8616809	0.18875475
CUMMINS ISBe FR90581	1	0
CUMMINS ISBe FR90583	-0.80609738	0.35568449
CUMMINS ISBe FR90583	-0.60131002	0.95818365
CUMMINS ISBe FR90583	-0.40304869	0.98930039
CUMMINS ISBe FR90583	-0.202608	0.99894038
CUMMINS ISBe FR90583	0	1
CUMMINS ISBe FR90583	0.20044069	0.86358644
CUMMINS ISBe FR90583	0.39651062	0.67989042
CUMMINS ISBe FR90583	0.59913067	0.47045331
CUMMINS ISBe FR90583	0.79737995	0.23950715
CUMMINS ISBe FR90583	1	0
CUMMINS ISBe FR90585	-0.50666787	0.20868456
CUMMINS ISBe FR90585	-0.32952168	0.96081647
CUMMINS ISBe FR90585	-0.16762209	0.99559723
CUMMINS ISBe FR90585	0	1
CUMMINS ISBe FR90585	0.15999879	0.99994551
CUMMINS ISBe FR90585	0.33333333	0.84342936
CUMMINS ISBe FR90585	0.49904457	0.64778963
CUMMINS ISBe FR90585	0.66856746	0.43475679
CUMMINS ISBe FR90585	0.83237791	0.22172939
CUMMINS ISBe FR90585	1	0
CUMMINS QSB5.9-240	-0.78019784	-0.34246207
CUMMINS QSB5.9-240	-0.57910013	0.08904205
CUMMINS QSB5.9-240	-0.38247181	0.64383615
CUMMINS QSB5.9-240	-0.18793348	0.86986563
CUMMINS QSB5.9-240	0	1
CUMMINS QSB5.9-240	0.19912762	0.78082358
CUMMINS QSB5.9-240	0.59735186	0.38356307
CUMMINS QSB5.9-240	0.7964278	0.30136974
CUMMINS QSB5.9-240	1	0
CUMMINS QSB5.9-240	0.40266882	0.56164716
CUMMINS QSC8.3-340	-1.28241373	-0.32642666
CUMMINS QSC8.3-340	-1.01440225	0.33160986
CUMMINS QSC8.3-340	-0.76945045	0.66839973
CUMMINS QSC8.3-340	-0.51007431	0.96893277
CUMMINS QSC8.3-340	-0.24495495	0.98963359
CUMMINS QSC8.3-340	0	1
CUMMINS QSC8.3-340	0.24497073	0.98445039
CUMMINS QSC8.3-340	0.50721848	0.68912615
CUMMINS QSC8.3-340	0.74063964	0.41969553
CUMMINS QSC8.3-340	1	0

Marca Modelo	x _M	y _M
CUMMINS B3.9-130	-1.25549093	-0.83333829
CUMMINS B3.9-130	-0.93431984	0.01110549
CUMMINS B3.9-130	-0.52920738	0.69444031
CUMMINS B3.9-130	0	1
CUMMINS B3.9-130	0.4635024	0.77778108
CUMMINS B3.9-130	0.86496045	0.23888707
CUMMINS B3.9-130	1	0
CUMMINS B3.9-130	0.25546766	0.93332738
CUMMINS B3.9-130	-0.3065767	0.90555374
CUMMINS B3.9-130	-0.73724213	0.39444329
CUMMINS B3.3	-0.80893137	-0.04695917
CUMMINS B3.3	0	1
CUMMINS B3.3	-0.3668124	0.73239031
CUMMINS B3.3	0.30314184	0.76994748
CUMMINS B3.3	0.59468226	0.48356768
CUMMINS B3.3	0.79298424	0.22534305
CUMMINS B3.3	1	0
CUMMINS B3.3	0.16613116	0.89202101
CUMMINS B3.3	-0.20089476	0.87792648
CUMMINS B3.3	-0.57916624	0.37558868
CUMMINS C8.3-300	-0.81233441	-0.04141985
CUMMINS C8.3-300	-0.68637024	0.22486601
CUMMINS C8.3-300	-0.54240959	0.48520984
CUMMINS C8.3-300	-0.40102566	0.68342575
CUMMINS C8.3-300	-0.16452406	0.93193746
CUMMINS C8.3-300	0	1
CUMMINS C8.3-300	0.14909731	0.96747093
CUMMINS C8.3-300	0.43702141	0.78698466
CUMMINS C8.3-300	0.7120759	0.44674617
CUMMINS C8.3-300	1	0
FDC 4118ZLQ	-0.54706731	-0.22536008
FDC 4118ZLQ	-0.39933647	0.31112935
FDC 4118ZLQ	-0.25891707	0.70149127
FDC 4118ZLQ	-0.13689876	0.91686239
FDC 4118ZLQ	0	1
FDC 4118ZLQ	0.15550983	0.92153145
FDC 4118ZLQ	0.29622319	0.82891423
FDC 4118ZLQ	0.43324794	0.70715074
FDC 4118ZLQ	0.72217789	0.34607657
FDC 4118ZLQ	1	0

ANEXO I

Observaciones de y_G vs. x_G para 36 MCI.

Marca Modelo	x_G	y_G	Marca Modelo	x_G	y_G
CUMMINS C220-20	-0.50310027	0.104168015	CUMMINS EQB210-20	-0.654543074	1.095793247
CUMMINS C220-20	-0.256010217	0.04168015	CUMMINS EQB210-20	-0.438958404	0.462139219
CUMMINS C220-20	0	0	CUMMINS EQB210-20	-0.218181025	0.201056404
CUMMINS C220-20	0.247070019	0.04168015	CUMMINS EQB210-20	0	0
CUMMINS C220-20	0.500075128	0.16668824	CUMMINS EQB210-20	0.215584671	0.111337483
CUMMINS C220-20	0.750062606	0.45831985	CUMMINS EQB210-20	0.43636205	0.342878702
CUMMINS C220-20	1	1	CUMMINS EQB210-20	0.65194672	0.538275797
CUMMINS C220-20	0.125025043	3.23604E-05	CUMMINS EQB210-20	0.870127745	0.769779287
CUMMINS C220-20	-0.125025043	0.020840075	CUMMINS EQB210-20	1	1
CUMMINS C220-20	0.87801763	0.70833603	CUMMINS EQB210-20	0.103897804	0.001546878
CUMMINS EQB125-20	-0.808623899	0.73170003	CUMMINS EQB235-20	-0.653283241	0.311484179
CUMMINS EQB125-20	-0.603773585	0.439028554	CUMMINS EQB235-20	-0.434465861	0.114759495
CUMMINS EQB125-20	-0.401620126	0.280507064	CUMMINS EQB235-20	-0.218871828	0.032794305
CUMMINS EQB125-20	-0.202153459	0.060992787	CUMMINS EQB235-20	0	0
CUMMINS EQB125-20	0	0	CUMMINS EQB235-20	0.215626702	0.049191458
CUMMINS EQB125-20	0.199466667	0.146357079	CUMMINS EQB235-20	0.434552978	0.163950953
CUMMINS EQB125-20	0.401620126	0.341457168	CUMMINS EQB235-20	0.650212349	0.311484179
CUMMINS EQB125-20	0.603773585	0.560971446	CUMMINS EQB235-20	0.87247087	0.622947784
CUMMINS EQB125-20	0.800543396	0.768278629	CUMMINS EQB235-20	1	1
CUMMINS EQB125-20	1	1	CUMMINS EQB235-20	-0.111074812	0.016397153
CUMMINS EQB140-20	-1.440153826	0.793113468	CUMMINS C245-20	-0.744747388	0.556892779
CUMMINS EQB140-20	-1.150573234	0.459792242	CUMMINS C245-20	-0.501503065	0.520114459
CUMMINS EQB140-20	-0.857146988	0.183931425	CUMMINS C245-20	-0.249254085	0.020928014
CUMMINS EQB140-20	-0.571426506	0.080488159	CUMMINS C245-20	0	0
CUMMINS EQB140-20	-0.285706024	0.022991428	CUMMINS C245-20	0.252250228	0.042725692
CUMMINS EQB140-20	0	0	CUMMINS C245-20	0.498495687	0.340627279
CUMMINS EQB140-20	0.293440703	0.17241755	CUMMINS C245-20	0.750745915	0.670285586
CUMMINS EQB140-20	0.583021296	0.48278367	CUMMINS C245-20	1	1
CUMMINS EQB140-20	0.86872732	0.839096324	CUMMINS C245-20	-0.378375342	0.198872244
CUMMINS EQB140-20	1	1	CUMMINS C245-20	-0.627629427	0.58643326
CUMMINS EQB160-20	-0.599996007	0.349094628	CUMMINS C230-20	-0.554803721	0.514284367
CUMMINS EQB160-20	-0.39999401	0.171599591	CUMMINS C230-20	-0.335565522	0.228573449
CUMMINS EQB160-20	-0.200001997	0.071016062	CUMMINS C230-20	-0.114092544	0.028568735
CUMMINS EQB160-20	0	0	CUMMINS C230-20	0.109618544	0.028568735
CUMMINS EQB160-20	0.202947167	0.065090537	CUMMINS C230-20	0.328855633	0.228573449
CUMMINS EQB160-20	0.397058824	0.183420562	CUMMINS C230-20	0.554809272	0.457146898
CUMMINS EQB160-20	0.599996007	0.378692173	CUMMINS C230-20	0.774046361	0.700004714
CUMMINS EQB160-20	0.799998003	0.627203273	CUMMINS C230-20	1	1
CUMMINS EQB160-20	1	1	CUMMINS C230-20	0	0
CUMMINS EQB160-20	0.90293918	0.792907417	CUMMINS C230-20	-0.230416537	0.128559306
CUMMINS EQB170-20	-0.867258756	0.516726251	CUMMINS C260-20	-0.336843042	0.089277822
CUMMINS EQB170-20	-0.654868611	0.423723187	CUMMINS C260-20	-0.223679968	0.044638911
CUMMINS EQB170-20	-0.433627738	0.16973953	CUMMINS C260-20	-0.115787016	0.008927782
CUMMINS EQB170-20	-0.218289537	0.076787538	CUMMINS C260-20	0	0
CUMMINS EQB170-20	0	0	CUMMINS C260-20	0.105257891	0.008927782
CUMMINS EQB170-20	0.221240873	0.132686415	CUMMINS C260-20	0.215785904	0.017855564
CUMMINS EQB170-20	0.436579074	0.329749745	CUMMINS C260-20	0.328948978	0.044638911
CUMMINS EQB170-20	0.657819947	0.559116445	CUMMINS C260-20	0.552628946	0.205368455
CUMMINS EQB170-20	0.876109484	0.83674668	CUMMINS C260-20	0.77104991	0.517870297
CUMMINS EQB170-20	1	1	CUMMINS C260-20	1	1
CUMMINS EQB180-20	-0.472610824	0.628371238	CUMMINS C280-20	-0.501155024	0.376311495
CUMMINS EQB180-20	-0.280828544	0.263519412	CUMMINS C280-20	-0.386832722	0.365786231
CUMMINS EQB180-20	-0.089046265	0.040546749	CUMMINS C280-20	-0.254180686	0.318422543
CUMMINS EQB180-20	0	0	CUMMINS C280-20	-0.155601868	0.115777904
CUMMINS EQB180-20	0.10730249	0.027038824	CUMMINS C280-20	0	0
CUMMINS EQB180-20	0.301368008	0.162164025	CUMMINS C280-20	0.143976297	0.03946974
CUMMINS EQB180-20	0.495433525	0.310820124	CUMMINS C280-20	0.249146286	0.028944476
CUMMINS EQB180-20	0.69178228	0.547300712	CUMMINS C280-20	0.504959072	0.205275955
CUMMINS EQB180-20	0.88356456	0.831082012	CUMMINS C280-20	0.75598855	0.547380342
CUMMINS EQB180-20	1	1	CUMMINS C280-20	1	1

Marca Modelo	x _G	y _G
CUMMINS C300-20	-0.506000176	0.163052675
CUMMINS C300-20	-0.383240672	0.097831605
CUMMINS C300-20	-0.257489238	0.032610535
CUMMINS C300-20	-0.128750894	2.41739E-05
CUMMINS C300-20	0	0
CUMMINS C300-20	0.251490318	0.086953369
CUMMINS C300-20	0.499993725	0.217395508
CUMMINS C300-20	0.751496593	0.467401552
CUMMINS C300-20	1	1
CUMMINS C300-20	0.125738884	0.021732299
CUMMINS C325-20	-0.539905012	0.509080831
CUMMINS C325-20	-0.427720394	0.418174704
CUMMINS C325-20	-0.322543647	0.30907431
CUMMINS C325-20	-0.215029836	0.218168183
CUMMINS C325-20	0	0
CUMMINS C325-20	0.119167026	0.036355929
CUMMINS C325-20	0.341138309	0.200006521
CUMMINS C325-20	0.56309852	0.454530634
CUMMINS C325-20	0.780386817	0.72728162
CUMMINS C325-20	1	1
CUMMINS L300-20	-0.746692622	0.669654479
CUMMINS L300-20	-0.627106652	0.53218554
CUMMINS L300-20	-0.500702529	0.329221394
CUMMINS L300-20	-0.378854241	0.188291326
CUMMINS L300-20	-0.248031545	0.081854218
CUMMINS L300-20	0	0
CUMMINS L300-20	0.247856849	0.118122116
CUMMINS L300-20	0.502364641	0.356910425
CUMMINS L300-20	0.745567077	0.650840137
CUMMINS L300-20	1	1
CUMMINS L325-20	-0.751070766	0.687721511
CUMMINS L325-20	-0.628525754	0.592989728
CUMMINS L325-20	-0.501542204	0.378927134
CUMMINS L325-20	-0.385864386	0.207004265
CUMMINS L325-20	-0.254263002	0.080705232
CUMMINS L325-20	0	0
CUMMINS L325-20	0.247592658	0.091217637
CUMMINS L325-20	0.499837003	0.308764342
CUMMINS L325-20	0.749887156	0.614044573
CUMMINS L325-20	1	1
CUMMINS L340-20	-0.753924406	0.464283951
CUMMINS L340-20	-0.628644091	0.238090537
CUMMINS L340-20	-0.505601283	0.119045268
CUMMINS L340-20	-0.382555969	0.059534976
CUMMINS L340-20	-0.252803147	0.011897122
CUMMINS L340-20	0	0
CUMMINS L340-20	0.250560629	0.202374488
CUMMINS L340-20	0.501121259	0.440489707
CUMMINS L340-20	0.751681888	0.714296293
CUMMINS L340-20	1	1
CUMMINS L360-20	-0.560361416	0.624866224
CUMMINS L360-20	-0.453300518	0.414223031
CUMMINS L360-20	-0.341683409	0.236595676
CUMMINS L360-20	-0.232342173	0.108251284
CUMMINS L360-20	-0.118448076	0.029403896
CUMMINS L360-20	0	0
CUMMINS L360-20	0.16173319	0.021243579
CUMMINS L360-20	0.348524422	0.158336901
CUMMINS L360-20	0.656040718	0.512842466
CUMMINS L360-20	1	1
CUMMINS B5.9-150G	-0.25	0.111111111
CUMMINS B5.9-150G	-0.083333333	0.037037037
CUMMINS B5.9-150G	0	0
CUMMINS B5.9-150G	0.083333333	0.074074074
CUMMINS B5.9-150G	0.166666667	0.333333333
CUMMINS B5.9-150G	0.25	0.407407407
CUMMINS B5.9-150G	0.666666667	0.62962963
CUMMINS B5.9-150G	0.833333333	0.740740741
CUMMINS B5.9-150G	0.916666667	0.888888889
CUMMINS B5.9-150G	1	1

Marca Modelo	x _G	y _G
CUMMINS B5.9-195G	-0.285714286	0.058823529
CUMMINS B5.9-195G	-0.142857143	0.029411765
CUMMINS B5.9-195G	0	0
CUMMINS B5.9-195G	0.142857143	0.176470588
CUMMINS B5.9-195G	0.285714286	0.205882353
CUMMINS B5.9-195G	0.428571429	0.264705882
CUMMINS B5.9-195G	0.571428571	0.323529412
CUMMINS B5.9-195G	0.714285714	0.382352941
CUMMINS B5.9-195G	0.857142857	0.529411765
CUMMINS B5.9-195G	1	1
CUMMINS B5.9-230G	-0.285714286	0.1
CUMMINS B5.9-230G	-0.142857143	0.05
CUMMINS B5.9-230G	0	0
CUMMINS B5.9-230G	0.142857143	0.05
CUMMINS B5.9-230G	0.285714286	0.05
CUMMINS B5.9-230G	0.428571429	0.15
CUMMINS B5.9-230G	0.571428571	0.25
CUMMINS B5.9-230G	0.714285714	0.55
CUMMINS B5.9-230G	0.857142857	0.75
CUMMINS B5.9-230G	1	1
DEUTZ BF6M1013-26E3	-0.300256031	0.401353682
DEUTZ BF6M1013-26E3	-0.20141417	0.251700238
DEUTZ BF6M1013-26E3	-0.100102012	0.074810452
DEUTZ BF6M1013-26E3	0	0
DEUTZ BF6M1013-26E3	0.100102012	0.00680095
DEUTZ BF6M1013-26E3	0.300346042	0.170056295
DEUTZ BF6M1013-26E3	0.500600072	0.394552732
DEUTZ BF6M1013-26E3	0.700854102	0.639452019
DEUTZ BF6M1013-26E3	0.899877985	0.877550356
DEUTZ BF6M1013-26E3	1	1
DEUTZ BF6M1013-28E3	-0.300605818	0.496557203
DEUTZ BF6M1013-28E3	-0.200410554	0.310348252
DEUTZ BF6M1013-28E3	-0.100215291	0.103449417
DEUTZ BF6M1013-28E3	0	0
DEUTZ BF6M1013-28E3	0.100225304	0
DEUTZ BF6M1013-28E3	0.200470635	0.055184057
DEUTZ BF6M1013-28E3	0.501216642	0.379303496
DEUTZ BF6M1013-28E3	0.700475642	0.627582097
DEUTZ BF6M1013-28E3	0.902217994	0.875860699
DEUTZ BF6M1013-28E3	1	1
DEUTZ BF6M1013-30E3	-0.300228242	0.503519822
DEUTZ BF6M1013-30E3	-0.198920856	0.307689717
DEUTZ BF6M1013-30E3	-0.098844775	0.104921015
DEUTZ BF6M1013-30E3	0	0
DEUTZ BF6M1013-30E3	0.100106112	0
DEUTZ BF6M1013-30E3	0.300348369	0.146855738
DEUTZ BF6M1013-30E3	0.500600637	0.377614605
DEUTZ BF6M1013-30E3	0.700852904	0.636363636
DEUTZ BF6M1013-30E3	0.901105171	0.888106706
DEUTZ BF6M1013-30E3	1	1
DEUTZ BF6M1015	-0.234624777	0.125669404
DEUTZ BF6M1015	-0.122263036	0.038251645
DEUTZ BF6M1015	0	0
DEUTZ BF6M1015	0.11485502	0
DEUTZ BF6M1015	0.227965771	0.027286173
DEUTZ BF6M1015	0.345262769	0.1092977
DEUTZ BF6M1015	0.561008393	0.316927628
DEUTZ BF6M1015	0.788963904	0.633855256
DEUTZ BF6M1015	0.891444871	0.79231907
DEUTZ BF6M1015	1	1
ISUZU 4BD1	-0.250104135	0.217104593
ISUZU 4BD1	-0.125912915	0.026301049
ISUZU 4BD1	0	0
ISUZU 4BD1	0.124337008	0.032895407
ISUZU 4BD1	0.248701786	0.111849476
ISUZU 4BD1	0.499097498	0.342091863
ISUZU 4BD1	0.625114548	0.486836745
ISUZU 4BD1	0.749534864	0.644744882
ISUZU 4BD1	1	1
ISUZU 4BD1	0.873948238	0.809221917

Marca Modelo	x _G	y _G
ISUZU 4BD1T	-0.591908916	0.444212454
ISUZU 4BD1T	-0.395503408	0.24
ISUZU 4BD1T	-0.199127705	0.077875458
ISUZU 4BD1T	0	0
ISUZU 4BD1T	0.196147197	0.069450549
ISUZU 4BD1T	0.389383432	0.207326007
ISUZU 4BD1T	0.585401474	0.403113553
ISUZU 4BD1T	0.795576927	0.667362637
ISUZU 4BD1T	1	1
ISUZU 4BD1T	-0.290192143	0.145824176
ISUZU 6BD1T	-0.546752592	0.948488452
ISUZU 6BD1T	-0.396604091	0.403955686
ISUZU 6BD1T	-0.195472121	0.088064092
ISUZU 6BD1T	0	0
ISUZU 6BD1T	0.198296442	0.048694999
ISUZU 6BD1T	0.396604091	0.179382863
ISUZU 6BD1T	0.594900532	0.382988045
ISUZU 6BD1T	0.790372653	0.641234274
ISUZU 6BD1T	1	1
ISUZU 6BD1T	-0.481591482	0.666958753
ISUZU 4HF1	-0.770000998	1.111080934
ISUZU 4HF1	-0.656121442	0.69133623
ISUZU 4HF1	-0.55433951	0.456816947
ISUZU 4HF1	-0.334331304	0.148153178
ISUZU 4HF1	-0.114190036	0.024714829
ISUZU 4HF1	0.110131621	0.024714829
ISUZU 4HF1	0.322344566	0.185225421
ISUZU 4HF1	0.767251034	0.654331885
ISUZU 4HF1	1	1
ISUZU 4HF1	0	0
ISUZU 4HE1T	-0.687775166	0.975844492
ISUZU 4HE1T	-0.534101052	0.626940049
ISUZU 4HE1T	-0.394780182	0.343388618
ISUZU 4HE1T	-0.274543329	0.168632075
ISUZU 4HE1T	0	0
ISUZU 4HE1T	0.260576041	0.099589166
ISUZU 4HE1T	0.511710647	0.307897139
ISUZU 4HE1T	0.748500811	0.588785758
ISUZU 4HE1T	1	1
ISUZU 4HE1T	-0.144601033	0.030013694
ISUZU 4JB1	-0.750611551	1.04832775
ISUZU 4JB1	-0.583817311	0.831676643
ISUZU 4JB1	-0.414817739	0.598660003
ISUZU 4JB1	-0.245824858	0.365643363
ISUZU 4JB1	-0.076805214	0.059201494
ISUZU 4JB1	0	0
ISUZU 4JB1	0.252248153	0.082761272
ISUZU 4JB1	0.585590408	0.391619529
ISUZU 4JB1	0.750013382	0.69696304
ISUZU 4JB1	1	1

Marca Modelo	x _G	y _G
ISUZU 4JB1T	-0.158193489	0.113275749
ISUZU 4JB1T	-0.052734673	0.036099897
ISUZU 4JB1T	0	0
ISUZU 4JB1T	0.104242469	0.007151128
ISUZU 4JB1T	0.208511266	0.039104309
ISUZU 4JB1T	0.312801125	0.085938722
ISUZU 4JB1T	0.418412642	0.132726192
ISUZU 4JB1T	0.524066283	0.219181298
ISUZU 4JB1T	0.681327766	0.423293587
ISUZU 4JB1T	1	1
FDC 4118ZLQ	-0.557673304	0.297668571
FDC 4118ZLQ	-0.409037895	0.158125714
FDC 4118ZLQ	-0.268924373	0.06512
FDC 4118ZLQ	-0.140205413	0.013942857
FDC 4118ZLQ	0	0
FDC 4118ZLQ	0.297750069	0.102331429
FDC 4118ZLQ	0.440952563	0.190697143
FDC 4118ZLQ	0.727527196	0.511634286
FDC 4118ZLQ	0.87663196	0.748845714
FDC 4118ZLQ	1	1
MWM 4.10 TCA	-0.605124008	0.965998323
MWM 4.10 TCA	-0.499735516	0.589159107
MWM 4.10 TCA	-0.377683517	0.267515438
MWM 4.10 TCA	-0.208044314	0.002287108
MWM 4.10 TCA	0	0
MWM 4.10 TCA	0.19090773	0.073263704
MWM 4.10 TCA	0.390079345	0.190439887
MWM 4.10 TCA	0.600339338	0.351681025
MWM 4.10 TCA	0.799001946	0.610429214
MWM 4.10 TCA	1	1
MWM 6.10 TCA	-0.63433047	0.309685972
MWM 6.10 TCA	-0.453494847	0.160945285
MWM 6.10 TCA	-0.26512821	0.045572976
MWM 6.10 TCA	-0.087524076	0.015221465
MWM 6.10 TCA	0.095082476	0.011473237
MWM 6.10 TCA	0.274904835	0.04712712
MWM 6.10 TCA	0.456635052	0.201398729
MWM 6.10 TCA	0.821674715	0.694427938
MWM 6.10 TCA	1	1
MWM 6.10 TCA	0	0
CUMMINS 6BTAA	-0.678044376	0.978747926
CUMMINS 6BTAA	-0.493971141	0.794348147
CUMMINS 6BTAA	-0.308915672	0.368799557
CUMMINS 6BTAA	-0.124613003	0.127650747
CUMMINS 6BTAA	0	0
CUMMINS 6BTAA	0.160041648	0.177300387
CUMMINS 6BTAA	0.32284756	0.368799557
CUMMINS 6BTAA	0.641290727	0.432647981
CUMMINS 6BTAA	0.809302668	0.730499723
CUMMINS 6BTAA	1	1