

UNIVERSIDAD DE CIENFUEGOS “CARLOS RAFAEL RODRÍGUEZ”.
FACULTAD DE INGENIERÍA.

*TRABAJO DE DIPLOMA EN OPCIÓN AL TÍTULO DE
MÁSTER EN EFICIENCIA ENERGÉTICA*

**Propuesta de control predictivo
para el ahorro de energía en un hotel
con sistema de climatización centralizado.**

Autor:

Luis Miguel Castellanos Molina

Asesores:

MSc. Boris G. Vega Lara
Dr. José P. Monteagudo Yanes

Cienfuegos

2014

*Dedico esta tesis especialmente a mis padres
por ser ejemplos que iluminan mi camino.*

Agradecimientos

El agradecimiento a mis padres es infinito. A ellos les debo todo lo que soy. Llegar hasta aquí no es un mérito mío sino de ellos por su esfuerzo, comprensión y cariño.

A mi hermana Maylín y a mis abuelas les agradezco todo lo que hacen por mí. Mi hermana por confiar como un hermano y como un amigo. A mis abuelas por su cariño eterno, por soportarme y por cocinar tan rico. A mi hermanita María Isabel, le agradezco la alegría que ha ocasionado en mi vida. Que sea siempre linda y saludable!

A mi novia que tanto quiero y que me ha acompañado durante todo este tiempo. Muchas gracias por tu comprensión, tu apoyo y tu cariño. Eres lo más lindo que me ha pasado en la vida.

El agradecimiento a mi tutor y amigo Boris es inmenso. Lo que he aprendido de MATLAB, técnicas de identificación y control predictivo se lo debo a él. Muchas gracias por guiarme en el camino de la ciencia.

Muchas gracias a mi tutor y amigo José Monteagudo Yanes. Su visión y sus orientaciones han sido de gran utilidad para la realización de esta investigación.

Le agradezco a Noemí y Elisa por su apoyo en mis obligaciones con el Departamento de Química, que me permitieron dedicarle más tiempo a la investigación.

En fin, a todos que de una forma u otra se preocuparon y me ayudaron en la realización de este trabajo MUCHAS GRACIAS.

SÍNTESIS

El turismo juega uno de los más importantes y dinámicos roles dentro de la economía cubana, previendo un crecimiento sostenido del mismo para los próximos años. La elevación de la calidad de los servicios, la reducción de los costos, y la conservación del medio ambiente, son retos permanentes de este sector. Los sistemas centralizados de climatización por agua helada son considerados los mayores responsables del consumo de energía eléctrica en las edificaciones. Aun así, constituyen una práctica habitual en instalaciones turísticas y comerciales, con la perspectiva de extender su uso en el futuro. Estos se basan en hacer circular agua fría hasta el fan coil; unidad terminal ubicada en las habitaciones donde se transfiere potencia de frío al interior de la habitación. La operación de estas plantas enfriadoras se basa en la experiencia de su personal de explotación, existiendo un potencial de ahorro de energía con la utilización de estrategias operacionales más eficientes.

En este trabajo se presenta una alternativa para obtener la dinámica de una zona térmica de referencia utilizando TRNSYS como herramienta de simulación. Se analiza el fan coil instalado obteniéndose un modelo estático para máxima capacidad de enfriamiento basado en los datos que brinda el fabricante. A partir de las simulaciones y utilizando el método de subespacios, se identifica un modelo discreto en el espacio de estado que representa la dinámica de la temperatura de bulbo seco en el interior de la habitación en función de la temperatura del agua helada de suministro, la temperatura ambiente y la intensidad de la radiación solar. Para operar el sistema de climatización centralizado, se sintetiza un controlador predictivo basado en el modelo térmico del hotel que garantiza el confort en la zona de referencia con un ahorro de energía de hasta un 8 % con respecto a la estrategia de operación actualmente utilizada.

Índice general

INTRODUCCIÓN	1
1. Modelado y control de edificaciones. Estado del arte.	5
1.1. Introducción.	5
1.2. Modelado de edificaciones.	5
1.3. Sistemas HVAC.	9
1.4. Control de clima en edificaciones.	10
1.5. Conclusiones del capítulo.	14
2. Apuntes sobre técnicas de identificación y control predictivo.	16
2.1. Introducción.	16
2.2. Técnicas de identificación de sistemas.	16
2.2.1. Método de los mínimos cuadrados.	16
2.2.2. Método de error de predicción (PEM)	18
2.2.3. Método de subespacios.	19
2.2.4. Evaluación de la calidad del modelo.	26
2.3. Control Predictivo basado en Modelo (MPC).	26
2.3.1. Formulación del problema MPC.	27
2.4. Conclusiones del capítulo.	30
3. Control predictivo de un hotel con sistema de climatización centralizado.	31
3.1. Introducción.	31
3.2. Caso de estudio: Hotel “La Unión”.	31
3.3. Identificación de modelos térmicos para una habitación de referencia.	32
3.3.1. Modelado del sistema HVAC instalado.	33
3.3.2. Modelado de la habitación de referencia con técnicas de identificación.	38

3.3.3. Simulación del modelo de la habitación de referencia con entradas medidas.	42
3.4. Modelo térmico del circuito de agua helada.	44
3.5. Formulación del problema MPC.	46
3.5.1. Simulación del MPC.	50
3.6. Análisis de los resultados.	51
3.7. Conclusiones del capítulo.	53
CONCLUSIONES.	56
RECOMENDACIONES.	57
BIBLIOGRAFÍA	61
ANEXOS	
A. Componentes principales de TRNSYS utilizados en la simulación.	62
B. Estructura de los modelos <i>black-box</i>.	64
C. Simulación del MPC.	68

INTRODUCCIÓN

Resolver o minimizar las consecuencias del cambio climático y buscar soluciones a la creciente escasez de los recursos naturales son retos que afronta la humanidad. La mayor parte de estos recursos se usan para obtener energía. Actualmente la reducción del consumo energético asociado al uso y construcción de edificios y el incremento de la eficiencia energética en el acondicionamiento climático de los mismos, son cuestiones que están recibiendo gran atención (Castilla et al., 2010).

Los Sistemas HVAC (del inglés: *Heating Ventilation and Air Conditioning Systems*), son considerados los mayores responsables del consumo de energía eléctrica en las edificaciones. En estados Unidos, el 57 % de la energía eléctrica consumida en este sector se debe a estos sistemas y a nivel mundial un 50 %. Estos índices de consumo están asociados principalmente a las fallas del propio sistema y al empleo de estrategias de control ineficientes (Wu and Sun, 2012b). En los sistemas de climatización centralizados, la planta enfriadora de agua, del inglés *chiller*¹ consume entre el 25 y el 50 % de la energía anual presupuestada en edificaciones comerciales (Wang, 2010). Lograr un control de clima eficiente en este sector, puede resultar una importante contribución al ahorro energético (Oldewurtel et al., 2010).

Los modelos térmicos dinámicos de los locales a climatizar se utilizan para controlar el clima en el interior de las edificaciones, predicción de consumo de energía y para obtener una descripción con exactitud del comportamiento energético de la edificación (Bacher and Madsen, 2011). También son la base para la detección de fallas e implementar estrategias de control más eficientes. Estos constituyen un gran potencial para disminuir el consumo energético asociado a los sistemas HVAC (Wu and Sun, 2012a) y son muy útiles para caracterizar la condición térmica del local utilizando: el índice PMV del inglés: *Predicted Mean Vote*, el estándar 55 de ASHRAE y la ISO 7730 (Wu and Sun, 2012c).

En nuestro país, la industria turística ha mantenido un elevado crecimiento (13 % anual) desde la década de los noventa (López, 2006) lo que debe aumentar debido a las recientes regulaciones en torno a la inversión extranjera en Cuba. El principal consumo de energía eléctrica en este sector, está asociado a la climatización de espacios y a la refrigeración (López, 2006). Este alto índice se justifica con la premisa de lograr el bienestar del cliente. Aún así, los gastos energéticos tienen

¹En todo el documento se utiliza la palabra “chiller” del idioma inglés para referirnos a la unidad enfriadora de agua del sistema de climatización centralizado.

gran implicación socioeconómica y medioambiental, por tanto debe hacerse un uso racional de la energía. Es prioritario encontrar alternativas para reducir el consumo de los equipos encargados de la climatización. En este ámbito los ingenieros se han enfocado en el estudio de nuevas estrategias de control de los sistemas HVAC (Bermudez, 2008; Braun, 2007; López, 2006) pero alejados del compromiso con el confort térmico del ocupante.

Una gran parte de las investigaciones sobre climatización hotelera se centran en la gestión de la administración enfocada al ahorro energético (Cuza, 2010) y en aplicaciones de inteligencia artificial para la obtención de estrategias de ocupación del hotel más eficientes (López, 2006). En (Hernández, 2008) predicen el consumo del chiller y determinan la temperatura del agua helada óptima utilizando redes neuronales pero esta vez basándose en modelos estáticos de carga térmica.

En casi la totalidad de los hoteles cubanos, el confort térmico se logra con un sistema de climatización centralizado. El funcionamiento se basa en un grupo de compresores que se encargan de enfriar agua en un chiller y un sistema de bombeo que la hace circular por las tuberías del fan coil² donde se transfiere energía del aire al agua para el enfriamiento de la habitación. El fan coil tiene tres pasos de ventilación elegidos por el cliente y cuenta con una electro-válvula para variar el flujo de agua helada proveniente del chiller y así controlar la temperatura de bulbo seco en el interior de la habitación. El valor de ajuste de esta temperatura también lo selecciona el propio cliente.

El consumo de energía eléctrica asociado al chiller depende de la temperatura del agua helada que se elige como consigna y de la carga térmica a vencer que se refleja en la diferencia de temperatura del agua de retorno y a la salida del chiller. Mientras más helada se quiera el agua a la salida del chiller más esfuerzo de los compresores se requiere y por ende más consumo energético y por otro lado, mientras más alta sea la temperatura de retorno, más esfuerzo requiere el chiller para alcanzar la consigna de agua helada. Tradicionalmente, la operación de estas plantas de climatización se ha basado en la experiencia y conocimientos empíricos del personal de explotación, abriendo una gran brecha para un ahorro potencial de energía con la utilización de estrategias operacionales más eficientes de las mismas. Por tanto la investigación surge a partir del siguiente **PROBLEMA**:

²El “fan coil” es la unidad terminal ubicada en cada habitación donde ocurre el intercambio de calor entre el flujo de agua helada proveniente del chiller y el aire del interior de la habitación. En todo el documento se utiliza el término “fan coil” del idioma inglés para referirnos a este ventilador serpentín usado comúnmente en Cuba.

Las estrategias operacionales actualmente empleadas en los sistemas de climatización por agua helada en el sector turístico cubano, no contribuyen de una manera óptima al ahorro de energía garantizando el confort térmico de las instalaciones.

OBJETO DE ESTUDIO: Modelado de zonas térmicas y control predictivo basado en modelos térmicos de edificaciones con sistemas de climatización centralizado.

CAMPO DE APLICACIÓN: Instalaciones hoteleras con sistema de climatización por agua helada centralizado.

HIPÓTESIS: La implementación de un controlador predictivo basado en el modelo térmico del hotel caso de estudio posibilitará plantear una estrategia de operación del sistema de climatización centralizado que permita ahorrar energía y garantice el confort térmico de la instalación.

Para dar solución a la problemática se plantea como **OBJETIVO GENERAL:** Desarrollar un controlador predictivo basado en el modelo térmico de un hotel para operar el sistema de climatización centralizado con fines de ahorrar energía y garantizar el confort de la edificación.

Como **OBJETIVOS ESPECÍFICOS** se plantean los siguientes:

- Revisar el estado del arte sobre el modelado y control de edificaciones.
- Modelar el sistema HVAC instalado en las habitaciones a partir de datos del fabricante.
- Modelar la zona térmica de referencia utilizando técnicas de identificación de sistemas.
- Diseñar un control predictivo basado en el modelo térmico de la edificación caso de estudio.
- Realizar una valoración económica de los resultados para el caso de estudio.

Para darle cumplimiento a los objetivos planteados, se desarrollaron las **TAREAS** siguientes:

- Revisión bibliográfica sobre modelado y control predictivo de edificaciones.
- Obtención del modelo del sistema HVAC instalado en la edificación a partir de datos del fabricante.
- Construcción en TRNSYS³ de la zona térmica de referencia.
- Obtención del modelo de la zona térmica de referencia utilizando técnicas de identificación de sistemas.

³<http://www.trnsys.com/>

- Implementación del control predictivo basado en el modelo de la edificación caso de estudio.
- Elaboración del documento final.

Estructura y contenido de la tesis

El informe está organizado en tres capítulos:

- **Capítulo 1:** Modelado y control de edificaciones. Estado del arte.

Se realiza el análisis crítico de la literatura revisada. Se presentan las principales técnicas de identificación de sistemas relacionadas con el modelado de edificaciones. Se describen las características generales de los sistemas HVAC, principalmente los fan coil y las manejadoras de aire. Se plantean las diferentes estrategias de control en el área de la climatización.

- **Capítulo 2:** Apuntes sobre técnicas de identificación y control predictivo.

Se plantea una breve reseña teórica sobre técnicas de identificación de sistemas analizando los principales métodos utilizados en la investigación: mínimos cuadrados, error de predicción y subespacios. Se añaden las bases del control predictivo basado en el modelo (MPC).

- **Capítulo 3:** Control predictivo de un hotel con sistema de climatización centralizado.

Inicialmente, se contruye en TRNSYS la zona térmica de referencia. A partir de los datos del fabricante, se modela el sistema HVAC instalado en dicha zona. Se obtiene un modelo de la misma a través de técnicas de identificación de sistemas. En conjunto con el modelo térmico del agua helada del sistema de climatización, se propone una estrategia de control predictivo que minimiza el consumo de energía y garantiza el confort de la zona térmica de referencia. Finalmente, se realiza un análisis económico de los resultados obtenidos en el caso de estudio.

Posteriormente se incluyen las conclusiones, recomendaciones, referencias bibliográficas y anexos.

Capítulo 1

Modelado y control de edificaciones. Estado del arte.

1.1. Introducción.

Estudios recientes indican que el consumo de energía en las edificaciones representa el 40% del consumo energético mundial, siendo más de la mitad atribuible a los sistemas de climatización (Oldewurtel et al., 2010). Los países desarrollados son los principales consumidores de energía a los que se le atribuye en mayor parte este gasto, pero en la actualidad los países pobres en vía de desarrollo, están cambiando este escenario. El acelerado consumo energético implica buscar estrategias de climatización que conlleven al menor consumo posible. Una parte importante en el estudio de los Sistemas HVAC es obtener modelos dinámicos de la temperatura de los locales a climatizar con gran exactitud, y que sean simples y robustos. En el presente capítulo se realiza el análisis crítico de la literatura revisada presentándose las principales técnicas de identificación de sistemas relacionados con el modelado de edificaciones. Se describen las características generales de los sistemas HVAC más comunes en los sistemas de climatización centralizado y se plantean las diferentes estrategias de control en el área de la climatización.

1.2. Modelado de edificaciones.

Uno de los más grandes desafíos de la sociedad de hoy es el cambio climático y por tanto la necesidad de ahorrar energía. Un control de clima en edificaciones de forma eficiente puede resultar una importante contribución al ahorro energético (Oldewurtel et al., 2010). El Control

Predictivo basado en Modelo (MPC) resulta ser la estrategia de mayor impacto sobre la reducción del consumo de energía en este sector siendo el modelado dinámico de la edificación la parte crucial y a la vez la más laboriosa y consumidora de tiempo en el diseño del mismo (Prívará et al., 2013a).

Para obtener modelos térmicos de edificaciones, se desarrolla un procedimiento de identificación que está determinado por la cantidad, la naturaleza y la calidad de la información del sistema disponible. Esta información permite obtener modelos que se basan en una descripción física detallada del sistema (modelos *white-box*) o en datos reales (modelos *black-box*) o en una combinación de las leyes físicas que rigen la dinámica y las mediciones reales (modelos *grey-box*) (Verhelst, 2012).

Los modelos *white-box*, se implementan cuando se cuenta con suficiente información del sistema como para describirlo por principios físicos y se conocen los parámetros correspondientes del modelo. Una analogía muy utilizada para la descripción de los principios físicos en el modelado térmico de edificaciones son los circuitos eléctricos resistivos capacitivos (RC). Con estos se logra extrapolar la dinámica térmica de las edificaciones a circuitos eléctricos de resistencias y capacitancias, donde cada uno de los elementos del circuito está relacionado con las propiedades de los materiales constructivos y la arquitectura de la edificación. Los parámetros de este sistema de ecuaciones diferenciales se pueden determinar a partir de los valores tabulares de los materiales y las características constructivas de la edificación. Estos modelos requieren de simulaciones posteriores para validar la exactitud de los mismos. Si el modelo no corresponde con las mediciones reales, se debe efectuar el ajuste de los parámetros correspondientes (Široký et al., 2011).

Cuando se conocen los principios físicos pero no se tienen los valores numéricos de los parámetros del mismo, se requieren mediciones de datos reales para la estimación de parámetros. Este procedimiento de estimación de parámetros, es lo que se conoce como *grey-box modeling*. La analogía con circuitos RC ampliamente usada conduce a un modelo discreto lineal o bilineal (resistencias variables), donde cada uno de los parámetros pueden ser determinados utilizando programación cuadrática secuencial o un procedimiento basado en el criterio de mínimos cuadrados. Esta estrategia se conoce como modelado semi-físico determinístico, del inglés *deterministic semi-physical modeling (DSPM)* (Prívará et al., 2013a) y se ha utilizado por los principales proyectos que investigan en el área del Control Predictivo basado en el Modelo (MPC): UC Berkeley (Haves et al., 2010; Ma et al., 2010; Maasoumy, 2011), ETH Zurich (Oldewurtel et al., 2010), Universidad Católica de Leuven (Verhelst, 2012).

En (Madsen and Holst, 1995; Bacher and Madsen, 2011) presentan un procedimiento de identificación de modelos lineales *grey-box* basado en circuitos RC pero esta vez, se le agrega a los modelos un componente estocástico. Los parámetros de este nuevo modelo (ecuaciones diferenciales o de diferencias estocásticas) son estimados utilizando el método estadístico de máxima probabilidad, del inglés *Maximum Likelihood Method (ML)*, a partir de los datos medidos. Esta estrategia pertenece a los algoritmos de identificación *grey-box modeling* y se conoce como modelado semi-físico probabilístico, del inglés *probabilistic semi-physical modeling (PSPM)* (Prívará et al., 2013a).

Cuando el sistema a modelar es muy complejo como para ser descrito por las leyes físicas se utilizan los modelos *black-box*. Estos se basan solamente en mediciones reales de las entradas y las salidas del sistema a identificar. Los métodos de predicción de error, del inglés *Prediction Error Methods (PEM)* son los más comunes dentro de las técnicas de identificación. El objetivo es minimizar el error de predicción un paso adelante optimizando los parámetros de una estructura de modelo predefinido. En (Wu and Sun, 2012b,a; Mustafaraj et al., 2010), detallan una serie de autores que han demostrado que modelos lineales paramétricos (Box Jenkins, ARX, OE, ARMAX), logran predecir fiablemente la temperatura en el interior de la habitación. En (Mustafaraj et al., 2010) se demuestra un gran interés en estos modelos *black-box* lineales, planteando que las ecuaciones son simples y más fáciles de implementar en esquemas de control que los modelos no lineales. La desventaja de estos modelos es que sus parámetros no tienen sentido físico. Un caso particular que conduce a una parametrización física del modelo se muestra en (Wu and Sun, 2012b), donde a partir de ecuaciones de la termodinámica determinan la estructura óptima y el orden de un modelo de regresión lineal (*pbARMAX*) de la temperatura en el interior de la edificación. Esta estrategia la llaman enfoque de modelado de regresión basado en la física, del inglés *physics-based regression modeling approach* (Wu and Sun, 2012b).

El método de subespacios: *subspace method (4SID)* es otra técnica de identificación *black-box* que se utiliza para obtener modelos en el espacio de estado. Las principales ventajas de 4SID es su rapidez de cómputo, su fácil implementación, la capacidad de trabajar con sistemas multi variables (MIMO) y grandes cantidades de datos. La principal desventaja es que durante el modelado no se preserva la estructura física del sistema (Prívará et al., 2013a). Una descripción detallada de 4SID se muestra en (Van Overschee, 1999), de forma más breve en (Ljung, 1999) y su implementación en el modelado de edificaciones en (Prívará et al., 2011, 2013a).

Otra estrategia de modelado se conoce como: en inglés *MPC Relevant Identification (MRI)*. Se basa en minimizar el error de predicción de múltiples pasos adelante donde el horizonte para

la predicción del error se corresponde con el del controlador predictivo. Es implementado en (Prívará et al., 2013b) y en (Prívará et al., 2013a) citan otros trabajos donde los resultados de la aplicación de esta estrategia superan al método PEM.

También existen herramientas de simulación dinámica muy populares como TRNSYS, Energy-Plus, DOE-2, Modelica, COOL PACK, etc. Estos incorporan parámetros constructivos y propiedades de los materiales que proveen una descripción más rigurosa de los procesos térmicos en las edificaciones (Wu and Sun, 2012a). Estos programas se conocen en inglés como: *building energy performance tools (BEPST)*. Son utilizados como herramientas de simulación y validación de modelos térmicos de habitaciones en (Oldewurtel et al., 2010; Verhelst, 2012; Prívará et al., 2013a, 2011). En (Prívará et al., 2013a) desarrollan un modelo artificial en TRNSYS para demostrar que las técnicas de identificación (MRI, DSPM, PSPM) logran buenos resultados. Se plantea que estos métodos hacen uso de estructuras de modelos conocidos para la estimación de parámetros y esta propiedad asegura que estos modelos logren buenas predicciones de comportamiento térmico incluso para horizontes de predicción bastante largos (Prívará et al., 2013a).

Otra de las técnicas de modelado se basan en la inteligencia artificial. En (Huang et al., 2012), entrenan redes neuronales para construir modelos dinámicos de la temperatura en el interior de las zonas y analizan el efecto de acoplamiento térmico de zonas adyacentes. El modelo obtenido lo utilizan para predecir la temperatura del interior de las zonas térmicas y plantean su utilidad para minimizar el consumo de energía en el sistema HVAC. En (Mustafaraj et al., 2011) obtienen muy buenos resultados implementando redes neuronales, basadas en modelos de autoregresión no lineal (NNARX), para predecir la temperatura y la humedad relativa en el interior de las zonas.

En nuestro país, existen experiencias en torno a modelar el comportamiento de las cargas térmicas en función del clima y la ocupación (Lara et al., 2013) utilizando TRNSYS, y en (Hernández, 2008) utilizando UABC¹ pero son muy pocas las investigaciones donde se determina la dinámica de la temperatura en el interior de los locales a climatizar. En (Molina and Lara, 2011) se obtienen dos modelos dinámicos lineales representado en el espacio de estado para dos casos de habitaciones del sector hotelero: las tipo torre y las cabañas. Se utiliza la analogía con circuitos RC, y los parámetros del modelo se determinan a partir de los valores tabulares de los materiales y sus dimensiones (*white-box modeling*). Los modelos propuestos analizan el efecto del clima y la ocupación en la temperatura del interior de estos locales a lazo abierto, sin tener en cuenta el efecto de la temperatura del agua helada que llega al fan coil.

¹Simulador desarrollado por la Universidad Autónoma de Baja California

1.3. Sistemas HVAC.

Existen numerosas variantes para lograr el confort en locales climatizados. Por lo general en países fríos se logra la calefacción utilizando radiadores en el interior de las paredes y del piso, por donde circula el agua caliente. En países con clima tropical, debido a los altos valores de temperatura y radiación solar, los sistemas HVAC instalados en las edificaciones persiguen como objetivo entregar una potencia de frío para llevar las zonas térmicas a condiciones de confort. Estos equipos se encargan del intercambio de calor entre el agua helada y el aire del interior de la zona a climatizar. Se conocen generalmente dos tipos diferentes de sistemas HVAC: las manejadoras de aire *Air Handling Unit (AHU)* y los *Fan Coils Units (FCU)*. Las AHU se instalan en locales que manejan grandes cargas térmicas: restaurantes, teatros, centros comerciales, etc. Por lo general estos controlan tanto la temperatura de bulbo seco del aire en el interior del local como la humedad relativa del mismo. Utilizan *dampers* para gestionar el flujo y la calidad del aire (renovación del aire desde el exterior). Las características de estos equipos, conllevan a modelos bien difíciles de obtener según (Huang et al., 2012) donde utilizan redes neuronales para obtener la dinámica térmica del actuador AHU conjuntamente con la dinámica térmica de la zona. En (Ma et al., 2010) utilizan un modelo semi-empírico representado por una ecuación implícita, donde a partir de las entradas: carga térmica, temperatura de suministro de agua helada y temperatura ambiente; se obtienen como salida: el flujo másico de agua suministrado y la temperatura del agua de retorno. El modelo es implementado como una tabla de búsqueda, del inglés *look up table*, para evitar resolver la ecuación implícita en tiempo real lo cual es altamente prohibitivo en problemas de optimización. En (Coffey et al., 2010) se describe de forma más detallada el modelo semi-empírico utilizado en (Ma et al., 2010).

Los FCU por lo general son instalados en locales más pequeños como oficinas, habitaciones de hoteles, etc. En (Wetter, 1999) obtienen un modelo estático que utiliza solamente ecuaciones explícitas garantizando rapidez de cálculo y estabilidad numérica. Este modelo calcula la temperatura del agua y del aire a la salida del FC como una función de las condiciones de entrada de ambos flujos. En (Wetter, 1999) se describe detalladamente el algoritmo y sus simplificaciones.

En (Álvarez. et al., 2012) desarrollan un modelo basado en las ecuaciones diferenciales parciales no lineales que representan la dinámica del fan coil. Estas ecuaciones bajo ciertas suposiciones se convierten en ecuaciones diferenciales no lineales. La variable de salida de este modelo experimental son la temperatura de bulbo seco del aire que entrega el fan coil y la temperatura de retorno del agua helada. El ajuste de los parámetros del modelo se basa en las características

tabulares del fan coil instalado. En (Álvarez. et al., 2012) desarrollan una estrategia de control MPC para optimizar el PMV, donde las variables manipuladas son: el flujo de aire a la salida del fan coil y el flujo de agua a través de este.

En (Barbosa and Méndez, 2003) desarrollan un modelo matemático dinámico no lineal de 10 variables de estado obtenido a partir de balances de masa y energía. El fan coil analizado presenta: mezclado con aire del exterior, serpentín de enfriamiento, un humidificador, un motor ventilador y un sistema re-calentador. El modelo obtenido es utilizado para hacer simulaciones en estado no estacionario bajo ciertas condiciones de operación.

En nuestro país, la empresa FRIOCLIMA vende, instala y proporciona el mantenimiento a los fan coil del sector turístico en Cuba. Existen una serie de modelos: FBHA-2, FBHA-3, FBHA-4, FBHA-6, FBHA-8, FBHA-12 y cada uno de estos con sus correspondientes características físicas y curvas de funcionamiento. Estos FCU solo controlan la temperatura en el interior del local. Para eso cuentan con una válvula de tres vías que manipula el flujo de agua helada para mantener la temperatura de confort deseada. El flujo de aire varía en tres pasos (bajo, medio y alto) que son seleccionados por el usuario. Las magnitudes de estos flujos dependen de la capacidad del fan coil. En la hoja de datos del fabricante se observan curvas de comportamiento estático de cada uno de los modelos mencionados, y a partir de estos se puede obtener un modelo que represente su comportamiento.

1.4. Control de clima en edificaciones.

En el ámbito mundial se han encontrado diferentes estrategias de control de clima en edificaciones y sus comparaciones de desempeño como es el caso del Control Basado en Reglas (RBC) y el Control Predictivo Basado en el Modelo (MPC) en (Prívará et al., 2011; Oldewurtel et al., 2010; Tödtli and Gwerder, 2007; Castilla et al., 2010). En (Prívará et al., 2011) muestran sus experiencias en una aplicación real del MPC basado en el modelo térmico de la edificación y utilizando predicción del clima. Plantean que el MPC puede utilizar la capacidad térmica de la edificación para minimizar el consumo de energía manteniendo la temperatura en el interior de la edificación dentro del rango de confort a pesar de las variaciones climatológicas. Se plantea que el MPC implementado logra un ahorro de energía eléctrica entre el 17 y el 24 % con respecto a la estrategia RBC.

En (Oldewurtel et al., 2010), desarrollan y analizan una estrategia de control predictivo es-

toestocástico basado en el modelo, del inglés *Stochastic Model Predictive Control (SMPC)*. Utilizan un modelo bilineal con incertidumbres estocásticas y restricciones probabilísticas variantes en el tiempo. También hacen uso de predicciones climatológicas y demuestran que para diferentes tipos de edificaciones que el SMPC supera tanto al RBC como al MPC. Concluyen planteando que el MPC logra menor consumo de energía que el RBC y el SMPC aún más que el MPC sin violar el confort en el interior de la edificación.

Cabe destacar el grupo de investigación del Laboratorio de Control Automático de la Escuela Politécnica Federal de Zurich, en Suiza. Es un proyecto multidisciplinario denominado Opticontrol auspiciado por *Swisslectric Research*, *CCEM-CH* y *Siemens Building Technologies*. El mismo investiga sobre el uso de predicciones de las condiciones climatológicas y de la ocupación para un control óptimo del clima en edificaciones. En su web: www.opticontrol.ethz.ch/index.html, se presentan numerosas referencias bibliográficas sobre la climatización y técnicas de control investigadas para reducir el consumo. El principal objetivo del proyecto es mantener la temperatura del recinto así como el nivel de CO_2 y de iluminación dentro de un rango de confort predefinido, minimizando el consumo de energía. Este proyecto de investigación abarca las estrategias: Control Basado en Reglas y Control Predictivo Basado en el Modelo (MPC).

En la Universidad de Berkeley, California, se investiga ampliamente el tema del MPC en control de clima en edificaciones con desplazamiento de carga utilizando almacenamiento de energía térmica en tanques de agua helada (Ma et al., 2010; Haves et al., 2010; Ma et al., 2009). En (Ma et al., 2010), utilizan el MPC para lograr almacenar energía térmica de forma óptima basándose en un modelo RC de la edificación, pero esta vez enfocado a la predicción de carga térmica. Demuestran como el MPC logra reducir los costos de la planta de electricidad y un mejoramiento de su eficiencia. En (Haves et al., 2010), desarrollan e implementan el MPC en la planta de agua helada de UC, Merced, California que incluye tres chillers enfriados por agua y un tanque de agua helada de 2 millones de galones ($7570.8 m^3$). El tanque es cargado durante la noche para disminuir el consumo de energía eléctrica y aprovechar las bajas temperaturas de bulbo húmedo en el horario nocturno. El algoritmo de control determina el valor de ajuste (punto de consigna) del inglés *set point* de la temperatura de suministro de agua helada, el *set point* de la temperatura del agua de suministro al condensador y el tiempo óptimo de parada y arrancada de los chillers para minimizar una función de costo que incluye consumo de energía y la demanda del pico eléctrico para un horizonte de predicción de tres días.

En la Universidad Tecnológica de Praga, República Checa, también investigan el uso del MPC para minimizar el consumo de energía en sistemas de calefacción. Utilizan el método de subespacio

como técnica de identificación de sistemas lineales aplicado a los modelos térmicos de los locales a climatizar. Demuestran las ventajas del método de subespacios y plantean que la obtención de un buen modelo es crucial para implementar el MPC eficientemente (Prívará et al., 2011; Široký et al., 2011; Prívará et al., 2013b).

Hay una serie de factores que favorecen el uso del control predictivo en el control de clima en edificaciones. De forma general (Gwerder and Tödtli, 2005):

- El sistema controlado tiene propiedades de almacenaje.
- La variable de referencia presenta variaciones (*set point* variable).
- Existen variaciones temporales en requerimientos de confort y/o costos energéticos que introducen una complejidad adicional al control.
- Las futuras variaciones de las variables controladas son conocidas.
- Los futuros disturbios del sistema controlado pueden ser predichos o estimados por el controlador.
- Los costos de las acciones de control son dependientes del tiempo y/o dependen de variables que son conocidas o pueden ser estimadas con anterioridad.
- Los costos futuros de las acciones de control son conocidos o pueden ser estimados.

En la búsqueda de estrategias de control de clima más eficientes en el sector de las edificaciones, resalta el MPC. Esto se demuestra en la figura 1.1 extraída de (Prívará et al., 2013a), donde se observa una tendencia al aumento de las investigaciones sobre MPC en este sector.

El uso de predicciones de clima en automatización de edificios y sistemas de control es un tema ampliamente discutido en el mundo. En el 9no Congreso “Clima 2007” sobre el uso de la tecnología en las edificaciones, celebrado del 10 al 14 de junio del 2007, La SIEMENS presentó un trabajo sobre la tecnología en edificaciones titulado: “*Enhanced use of weather data and forecasts to improve the energy efficiency and indoor environment in buildings*” (Tödtli and Gwerder, 2007). Se discutió sobre los beneficios que aporta la aplicación de predicciones de clima en la Automatización de Edificaciones y Sistemas de Control, del inglés *Building Automation Control Systems (BACS)*, así como qué tipo de acción a ejecutar a partir de las predicciones. Se citaron ejemplos de uso del Control basado en Reglas (RBC) para demostrar la necesidad de predicción del clima y retomaron el ejemplo del Control Predictivo aplicado a la calefacción de (Gruber et al., 2001). En (Gruber et al., 2001), a partir de un modelo lineal optimizado del intercambio térmico de

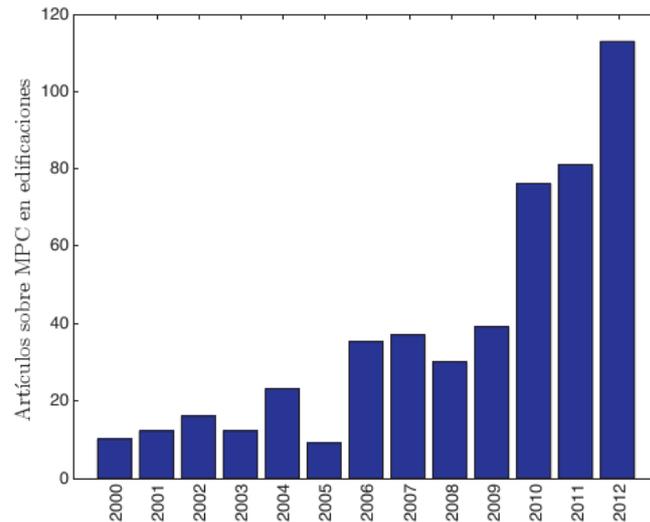


Figura 1.1: Número de artículos dedicados al MPC en edificaciones. Revistas: *Energy and Buildings*, *Buildings and Environments* y *Energy*.

una habitación, que relaciona la potencia de calentamiento con la temperatura del agua caliente suministrada, se predice el valor de ajuste de la temperatura de agua caliente en dependencia de las perturbaciones futuras. El algoritmo se basa en el conocimiento de futuras perturbaciones que actúan en el sistema durante todo el horizonte de predicción y utilizando MPC se obtiene el punto óptimo de ajuste de la temperatura del agua caliente logrando disminuir el esfuerzo en el calentamiento de esta y consecuentemente ahorrar energía. Esta estrategia se implementó en una PC conectada al Sistema de Manejo de Energía de edificaciones de SIEMENS: *Siemens Energy Management System* (Gruber et al., 2001).

Otra aplicación del MPC se presenta en (Gwerder and Tödtli, 2005), donde se demuestra la potencialidad de esta estrategia unido a las innovaciones tecnológicas en las edificaciones. El modelo característico que se propone es un sistema bilineal representado en el espacio de estado.

Existen otras estrategias como el Control Neuronal y Algoritmos Genéticos o una combinación de ambos métodos que se aplican frecuentemente al control de sistemas de climatización HVAC (Mustafaraj et al., 2011; Castilla et al., 2010; Hernández, 2008). En (Hernández, 2008) proponen un método de obtención del punto óptimo del agua helada y para ello, diseñan una red neuronal para encontrar un modelo que posibilite obtener la carga térmica de enfriamiento en función de las características constructivas del local, las variables climatológicas y el nivel de ocupación.

Partiendo de la carga térmica de enfriamiento obtenida mediante este modelo y las temperaturas extremas diarias, se diseña un sistema neuro difuso mediante el cual se determina el consumo de energía eléctrica del sistema de climatización en función de la temperatura de agua helada. Posteriormente con un algoritmo genético se encuentra el valor de ajuste de la temperatura del agua helada.

El Control Adaptable y el Control Basado en Lógica Borrosa son estrategias que se muestran ligados a la búsqueda de índices de confort (Castilla et al., 2010). El control adaptable funciona a partir de un modelo de sensación térmica del usuario, dado por una función explícita de las variables que afectan el índice PMV. A través de las medidas de temperatura del aire, temperatura radiante media, velocidad del aire y humedad relativa, los parámetros del modelo de sensación térmica se ajustan de forma adaptativa usando un algoritmo de mínimos cuadrados recursivo con restricciones estándar. Este modelo se emplea en el diseño de controladores del sistema de climatización, pero más bien para determinar los rangos del confort que debe garantizar el controlador. El Control Basado en Lógica Borrosa, se usa como herramienta para imitar el comportamiento de los usuarios del edificio y desarrollar descripciones lingüísticas de la sensación de confort térmico que aproximen el modelo PMV y faciliten los cálculos de sistemas de control. El Control Basado en Lógica Borrosa también se utiliza en sistemas supervisores donde se controla el ambiente térmico del interior de una habitación, para una solución de compromiso a través de un factor de ponderación entre economía y confort (Castilla et al., 2010), (Huang et al., 2012).

1.5. Conclusiones del capítulo.

1. Se muestran en la literatura numerosas variantes de modelado de zonas térmicas. Es muy frecuente el uso de la analogía de los procesos de transferencia de calor en edificaciones con los circuitos RC, principalmente para desarrollar modelos semi-físicos determinísticos.
2. Una aproximación bastante precisa en el modelado térmico de edificaciones, se obtiene utilizando programas simuladores de la transferencia de calor. Entre ellos, el TRNSYS, es muy utilizado por grupos de investigación en control de clima en edificaciones.
3. Obtener un modelo del sistema HVAC instalado, es de gran utilidad, por ser este el equipo que relaciona el circuito del agua helada circulante con la dinámica de la zona a climatizar.
4. El MPC resulta una de las estrategias más investigadas hoy en la actualidad. Esto se debe

a su potencialidad para ahorrar energía y mejorar la eficiencia energética en el control de clima en edificaciones.

Capítulo 2

Apuntes sobre técnicas de identificación y control predictivo.

2.1. Introducción.

Son numerosas las técnicas de identificación de modelos que se implementan hoy en día. En este capítulo pretendemos ahondar en aquellas que se han utilizado para la realización de esta investigación, así como detallar la estrategia propuesta: Control Predictivo basada en Modelo (MPC). Primeramente se presenta el método de los mínimos cuadrados y se apreciará cómo la mayoría de los modelos propuestos en la vida práctica conducen a este tipo de problema. Luego se presenta el método PEM utilizado en la parametrización de modelos de regresión lineal *black-box*. Se presenta el método de subespacios para la parametrización de modelos discretos *black-box* representados en el espacio de estado y se describen los principios del Control Predictivo basado en el Modelo (MPC) por su importancia en esta investigación.

2.2. Técnicas de identificación de sistemas.

2.2.1. Método de los mínimos cuadrados.

El problema de los mínimos cuadrados es la base del análisis de regresión, control óptimo y numerosos métodos de ajuste de datos e identificación de parámetros. Incluso, entre sus interpretaciones estadísticas se encuentra el método de estimación de máxima probabilidad, del inglés

maximum likelihood estimation (MLE) (Boyd and Vanderberghe, 2004).

En esta sección se presenta el método de mínimos cuadrados enfocado a resolver problemas del tipo $A_{k \times n} x_{n \times 1} = b_{k \times 1}$ donde A y b son matrices que surgen a partir de un modelo propuesto de n parámetros (x_1, \dots, x_n) y k mediciones realizadas. Los parámetros del modelo a identificar (x_1, \dots, x_n) se obtienen resolviendo el problema de mínimos cuadrados como se explicará a continuación.

La aplicación del problema de los mínimos cuadrados conlleva a un problema de optimización sin restricciones donde la función objetivo es la suma cuadrada de términos en la forma $a_i^T x - b_i$:

$$\min f_0(x) = \|Ax - b\|_2^2 = \sum_{i=1}^k (a_i^T x - b_i)^2 \quad (2.1)$$

Donde $A \in R^{k \times n}$ (con $k \geq n$), a_i^T son las filas de A y el vector x que pertenece a R^n es la variable de optimización. El número k representa la cantidad de muestras o mediciones y el número n representa la cantidad de parámetros a identificar (x_1, \dots, x_n) . El vector:

$$r = Ax - b$$

se conoce como el vector de los residuos asociados a x . Los residuos contienen aquella parte del mundo real (sistema) que el modelo no logra reproducir. Estos son muy útiles para analizar la calidad del modelo obtenido.

Solución del problema de mínimos cuadrados.

El problema de mínimos cuadrados (2.1) se puede representar como sigue:

$$\min \|Ax - b\|_2^2 = r_1^2 + r_2^2 + \dots + r_k^2 \quad (2.2)$$

Donde el objetivo a minimizar es la suma del cuadrado de los residuos. Este problema puede ser resuelto analíticamente expresando la función objetivo como una función cuadrática convexa:

$$f(x) = x^T A^T A x - 2b^T A x + b^T b \quad (2.3)$$

Entonces x minimiza a $f(x)$ solo si:

$$\nabla f(x) = 2A^T Ax - 2A^T b = 0 \quad (2.4)$$

O sea $A^T Ax = A^T b$. Como asumimos que las columnas de A son independientes, el problema de aproximación por mínimos cuadrados tiene la solución única:

$$x = (A^T A)^{-1} A^T b \quad (2.5)$$

Existen muy buenos algoritmos y sus correspondientes implementaciones en programas de cómputo que logran resolver el problema con muy buena exactitud y alta fiabilidad. Cuando $k = n$ la solución óptima será simplemente $A^{-1}b$ pero por lo general $k > n$.

2.2.2. Método de error de predicción (PEM)

El método PEM es muy utilizado en la parametrización de modelos de regresión lineal del tipo *black-box*: ARX, ARMAX, Output Error (OE), Box Jenkins (BJ) y otros modelos parametrizados físicamente. De forma general, a partir de la estructura \mathcal{M} seleccionada del modelo parametrizado usando el vector $\theta \in D_{\mathcal{M}} \subset \mathbf{R}^d$, se define el conjunto de modelos:

$$\mathcal{M}^* = \{\mathcal{M}(\theta) \mid \theta \in D_{\mathcal{M}}\} \quad (2.6)$$

Cada modelo representa una forma de predecir salidas futuras un paso adelante. Este predictor puede resultar un filtro lineal o no lineal. La tarea principal consiste en usar la información contenida en los datos coleccionados del sistema para seleccionar el vector de parámetros apropiado $\hat{\theta}_N$ y el modelo $\mathcal{M}(\hat{\theta}_N)$ del conjunto \mathcal{M}^* .

Se comienza primero por un conjunto de datos Z^N de entradas y salidas coleccionados a partir del sistema en un intervalo de tiempo $1 \leq t \leq N$,

$$Z^N = \{u(1), y(1), \dots, u(N), y(N)\} \quad (2.7)$$

Un predictor general de un modelo parametrizado conlleva a:

$$\hat{y}(t|\theta) = g(\theta, Z^{t-1}) \quad (2.8)$$

El método de estimación de parámetros se resume en el siguiente procedimiento general (Ljung, 1999):

1. Formar la secuencia de errores de predicción a partir de los datos observados y el predictor $\hat{y}(t|\theta)$,

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - \hat{y}(t|\theta), t = 1, 2, \dots, N \quad (2.9)$$

Donde θ es un vector de dimensión finita usado para parametrizar la salida del modelo a partir de entradas y salidas pasadas.

2. Filtrar si es necesario, los errores de predicción a través de un filtro lineal $L(q)$ (q es un operador de desplazamiento; por ejemplo: $(qu(t) = u(t+1))$)

$$\varepsilon_F(t, \theta) = L(q) \varepsilon(t, \theta) \quad (2.10)$$

3. Se selecciona una función positiva y escalar $l(\varepsilon)$. Generalmente la norma cuadrática es la primera candidata,

$$l(\varepsilon) = \frac{1}{2} \varepsilon^2 \quad (2.11)$$

4. Se minimiza la suma de la norma:

$$\hat{\theta}_N = \arg \min_{\theta} V_N(\theta, Z^N) \quad (2.12)$$

donde

$$V_N(\theta, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N l(\varepsilon_F(t, \theta)) \quad (2.13)$$

Hay una gran flexibilidad en la selección de la estructura del predictor $\hat{y}(t|\theta)$ (paso 1) y la función a minimizar para hallar los parámetros $\hat{\theta}_N$ (paso 2 y 3) pero en la mayoría de los casos la solución a partir del procedimiento general anterior, conduce a un problema de mínimos cuadrados como se explicó en la sección 2.2.1.

2.2.3. Método de subespacios.

El método de subespacios ha sido propuesto como una alternativa a las técnicas más tradicionales en la identificación de sistemas multivariables. Las principales ventajas de su aplicación son: las

pocas y simples variables de diseño y que el método tiene propiedades numéricas robustas con relativamente baja complejidad computacional (Viberg et al., 1997). El método se utiliza para identificar sistemas representados en el espacio de estados como se explicará en breve:

En el proceso de identificación, un sistema lineal se puede representar en el espacio de estados como sigue:

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + w(k) \\y(k) &= Cx(k) + Du(k) + e(k)\end{aligned}\tag{2.14}$$

Los vectores $u(k) \in \mathbf{R}^m$ y $y(k) \in \mathbf{R}^l$ son las mediciones en el instante k de las entradas m y las salidas l respectivamente. El vector $x(k) \in \mathbf{R}^n$ es el vector de estados del sistema en instantes de tiempo discreto k y contiene los valores numéricos de los n estados. $v_k \in \mathbf{R}^l$ y $w_k \in \mathbf{R}^n$ son señales vectoriales no medidas consideradas como un ruido blanco¹.

Cuando identificamos el modelo propuesto (2.15), el primer problema es que solo contamos con mediciones de las entradas $u(t)$ y las salidas $y(t)$, o sea, no conocemos el comportamiento de los estados $x(t)$ del sistema (al no ser el caso excepcional donde la matriz C sea idéntica) y esto implica que no se pueda recurrir directamente a métodos de estimación de parámetros. Esta característica de estos modelos *black-box* constituye la base o el origen del método de subespacios (4SID) como técnica de identificación. O sea, la esencia del método de subespacios es obtener los estados del sistema para luego realizar la parametrización de las matrices A , B , C , D y los vectores de ruidos w_k y v_k . Uno de los procedimientos más clásicos según (Viberg et al., 1997), es hallar una matriz Hankel² construida a partir de las $n+1$ respuestas impulso del sistema donde n es el orden del sistema. Se demuestra que esta matriz Hankel tiene rango n y puede ser factorizada como un producto de las matrices de controlabilidad y observabilidad. Las matrices de controlabilidad y observabilidad se obtienen aplicando descomposición de valores singulares, del inglés *Singular Value Decomposition (SVD)* a la matriz Hankel. Luego a partir de las matrices de controlabilidad y observabilidad se reconstruyen los estados. Conociendo los estados, el procedimiento de identificación se resuelve por un método de estimación de parámetros como por ejemplo el método PEM ya explicado en la sección 2.2.2.

¹El ruido blanco es una señal aleatoria (proceso estocástico) que se caracteriza por el hecho de que sus valores de señal en dos tiempos diferentes no guardan correlación estadística, como consecuencia de ello, su densidad espectral de potencia (PSD) es una constante, es decir su gráfica es plana. Esto significa que la señal contiene todas las frecuencias y todas ellas muestran la misma potencia.

²Una matriz de Hankel, es una matriz cuadrada con todas sus diagonales de derecha a izquierda paralelas numéricamente en términos matemáticos. O sea: $\forall a_{i,j} \in U \rightarrow a_{i,j} = a_{i-1,j+1}$

En (Van Overschee, 1999) demuestran como obtener los estados del sistema con el filtro de Kalman a partir de los datos de entrada y salida utilizando herramientas de álgebra lineal (Factorización QR y SVD). De esta forma el problema se convierte en un problema de mínimos cuadrados para la identificación de las matrices del sistema. Plantean que en esencia el método de subespacios de cierta forma “linealiza” un problema de identificación que escrito en la forma clásica de los métodos de predicción de error (Ljung, 1999), sería “no lineal”.

Identificación de modelos determinísticos utilizando el método de subespacios.

El problema de identificación determinístico se plantea como sigue:

A partir de s mediciones de la entrada $u_k \in \mathbf{R}^m$ y la salida $y_k \in \mathbf{R}^l$ generado por el sistema determinístico desconocido de orden n :

$$\begin{aligned} x^d(k+1) &= Ax^d(k) + Bu(k), \\ y(k) &= Cx^d(k) + Du(k) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Determinar:

- El orden n del sistema desconocido.
- Las matrices del sistema: $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbf{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbf{R}^{l \times n}$ y $D \in \mathbf{R}^{l \times m}$.

Para resolver el problema anterior, las matrices de Hankel juegan un papel fundamental en los algoritmos del método de subespacios. Estas matrices se construyen de forma muy fácil a partir de los datos de entrada y salida como sigue:

$$U_{0|2i-1} = \frac{\begin{pmatrix} u_0 & u_1 & u_2 & \cdots & u_{j-1} \\ u_1 & u_2 & u_3 & \cdots & u_j \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{i-1} & u_i & u_{i+j} & \cdots & u_{i+j-2} \\ u_i & u_{i+1} & u_{i+2} & \cdots & u_{i+j-1} \\ u_{i+1} & u_{i+2} & u_{i+3} & \cdots & u_{i+j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{2i-1} & u_{2i} & u_{2i+1} & \cdots & u_{2i+j-2} \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} U_{0|i-1} \\ U_{i|2i-1} \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} U_p \\ U_f \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

$$Y_{0|2i-1} = \left(\begin{array}{cccccc} y_0 & y_1 & y_2 & \cdots & y_{j-1} & \\ y_1 & y_2 & y_3 & \cdots & y_j & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ y_{i-1} & y_i & y_{i+j} & \cdots & y_{i+j-2} & \\ \hline y_i & y_{i+1} & y_{i+2} & \cdots & y_{i+j-1} & \\ y_{i+1} & y_{i+2} & y_{i+3} & \cdots & y_{i+j} & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ y_{2i-1} & y_{2i} & y_{2i+1} & \cdots & y_{2i+j-2} & \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} Y_{0|i-1} \\ Y_{i|2i-1} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} Y_p \\ Y_f \end{array} \right) \quad (2.17)$$

Donde:

El número de filas (i) es un índice definido por el usuario y debe ser mayor que el orden n del sistema que se desea estimar. El número total de columnas j está determinado por la cantidad total de datos utilizados en la identificación. El subíndice p en la notación significa *pasado* y el subíndice f : *futuro*. Las matrices U_p (las entradas pasadas) y U_f (las entradas futuras) se definen separando $U_{0|2i-1}$ en dos partes, como se muestra en (2.16) y (2.17). Los datos también se pueden agrupar en forma de matriz por grupos de datos en entradas y salidas pasadas como sigue:

$$W_p = W_{0|i-1} = \left(\begin{array}{c} U_{0|i-1} \\ Y_{0|i-1} \end{array} \right) \quad (2.18)$$

Las secuencias de estado juegan un papel importante en la derivación e interpretación de algoritmos en la identificación de subespacios. La secuencia de estados determinísticos X_i^d se define como:

$$X_i^d = (x_i^d \ x_{i+1}^d \ \cdots \ x_{i+j-2}^d \ x_{i+j-1}^d) \in \mathbf{R}^{n \times j},$$

donde el subíndice i denota el subíndice del primer elemento de la secuencia de estado. Análogamente a las salidas y entradas pasadas se denota a la secuencia de estados pasados como X_p^d y de estados futuros X_f^d :

$$X_p^d = X_0^d, \quad X_f^d = X_i^d$$

Matrices relacionadas con el sistema a identificar

Los algoritmos de identificación de subespacios hacen uso extensivo de las matrices de controlabilidad, observabilidad y de sus estructuras. La matriz Γ_i de observabilidad extendida ($i > n$) (donde i define el número de filas de bloque) es definido como:

$$\Gamma_i = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{pmatrix} \in R^{li \times n} \quad (2.19)$$

Se asume que el par $\{A, C\}$ sea observable y por tanto el rango de Γ_i es igual a n . La matriz de controlabilidad extendida traspuesta Δ_i^d (donde el subíndice i denota el número de columnas de bloque) se presenta como:

$$\Delta_i^d = (A^{i-1}B \quad A^{i-2}B \quad \dots \quad AB \quad B) \in \mathbf{R}^{n \times mi} \quad (2.20)$$

Se asume que el par $\{A, B\}$ sea controlable y se define la matriz triangular inferior de *Toeplitz* H_i^d como sigue:

$$H_i^d = \begin{pmatrix} D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{i-2}B & CA^{i-3}B & CA^{i-4}B & \dots & D \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

Las matrices Γ_i , Δ_i^d y H_i^d son utilizadas por el algoritmo de subespacios para determinar los estados del sistema a identificar. Esto se verá a más adelante.

Ecuaciones en entrada-salida en forma matricial.

Las siguientes ecuaciones (2.22) extraídas de (Van Overschee, 1999) establecen cómo el sistema representado en forma de estado en (2.15), puede reformularse en la forma matricial:

$$\begin{aligned}
Y_p &= \Gamma_i X_p^d + H_i^d U_p \\
Y_f &= \Gamma_i X_f^d + H_i^d U_f \\
X_f^d &= A_i X_p^d + \Delta_i^d U_p
\end{aligned} \tag{2.22}$$

El procedimiento para obtener las ecuaciones (2.22) no se muestran en esta investigación pero se detallada en (Garzón, 2013).

Algoritmo de identificación:

Se define:

- O_i como la proyección oblicua:

$$O_i = Y_f / \underset{U_f}{W_p}$$

y se realiza la descomposición de valores singulares:

$$W_1 O_i W_2 = \begin{pmatrix} U_1 & U_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{pmatrix} \tag{2.23}$$

siendo $W_1 \in R^{li \times li}$ y $W_2 \in R^{j \times j}$ matrices de peso donde W_1 es de rango completo y W_2 cumple que el rango de W_p sea igual al rango de la multiplicación matricial de $(W_p \cdot W_2)$ donde W_p es la matriz Hankel que contiene las entradas y salidas pasadas. Las matrices W_1 y W_2 determinan la base del espacio de estados en el cual el modelo será identificado (Van Overschee, 1999).

Se demuestra en (Van Overschee, 1999) que:

- O_i es igual al producto de la matriz de observabilidad extendida y los estados:

$$O_i = \Gamma_i X_f^d \tag{2.24}$$

- El orden del sistema (2.15) es igual al número de valores singulares diferentes de cero en (2.23).

- La matriz de observabilidad extendida Γ_i se obtiene como³:

$$\Gamma_i = W_1^{-1} U_1 S_1^{1/2} \cdot T \quad (2.25)$$

- La secuencia de estados X_f se determina a partir de (2.24) como sigue:

$$X_f^d = \Gamma_i^\dagger O_i \quad (2.26)$$

Donde Γ_i^\dagger es la pseudo inversa⁴ de Γ_i .

De forma trivial en (Van Overschee, 1999) se demuestra que:⁵

$$O_{i-1} = Y_f^- / W_p^+ \quad U_f^-$$

Entonces

$$X_{i+1}^d = \Gamma_{i-1}^\dagger O_{i-1}$$

Ahora: conociendo X_i^d y X_{i+1}^d usando solamente datos de entrada-salida, las matrices A , B , C y D del sistema (2.15) se obtienen a partir de:

$$\begin{pmatrix} X_{i+1}^d \\ Y_{i|i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_i^d \\ U_{i|i} \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

Donde $U_{i|i}$ y $Y_{i|i}$ son matrices bloques de Hankel con una sola fila de bloque de entradas y salidas respectivamente. Trabajando en ecuación (2.27) se estiman las matrices A , B , C y D por mínimos cuadrados (detallado en la sección 2.2.1) como sigue:

$$\begin{pmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} X_{i+1}^d \\ Y_{i|i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_i^d \\ U_{i|i} \end{pmatrix}^T \right] \left[\begin{pmatrix} X_i^d \\ U_{i|i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_i^d \\ U_{i|i} \end{pmatrix}^T \right]^{-1} \quad (2.28)$$

³ $T \in \mathbf{R}^{n \times n}$ es una matriz de transformación de similaridad no singular.

⁴La pseudo inversa de una matriz A de rango $n \times m$ o inversa generalizada de Moore-Penrose, se define como $A^\dagger = (A^T A)^{-1} A^T$.

⁵El índice superior “-” simboliza “un vector fila de menos”, mientras que el índice superior “+” simboliza “un vector fila de más”.

2.2.4. Evaluación de la calidad del modelo.

Después de obtener un modelo por alguna de las técnicas antes descritas, es necesario realizar su validación para evitar una incorrecta implementación. Es recomendable validar el modelo utilizando datos que no se tomaron en cuenta para la modelación. Es común utilizar dos terceras parte de los datos disponibles para ajustar los parámetros del modelo y la otra tercera parte para su validación.

Un criterio de validación muy utilizado es el *error cuadrático medio normalizado* (NRMSE) definido como:

$$NRMSE = \left(1 - \frac{\|y_k - \hat{y}_k\|_2}{\|y_k - E(y_k)\|_2}\right) 100 \% \quad (2.29)$$

donde y_k son las mediciones de la salida del sistema real, \hat{y}_k es la salida del modelo y $E(y_k)$ es la esperanza matemática de la variable medida y_k .

2.3. Control Predictivo basado en Modelo (MPC).

¿Qué significa Control Predictivo basado en Modelo (MPC)?

La idea principal del control predictivo es usar el modelo de la planta para predecir la evolución futura del sistema. En cada tiempo de muestreo, se resuelve un problema de control óptimo a lazo abierto para un horizonte finito. La señal óptima de control es aplicada al sistema solo durante el próximo intervalo de muestreo. En el próximo tiempo de muestreo, se resuelve un nuevo problema de control óptimo basado en las nuevas mediciones del estado del sistema para un horizonte móvil. El controlador resultante se conoce como Controlador de Horizonte Móvil, del inglés *Receding Horizon Control (RHC)*. Un controlador RHC donde se calcula la ley de control óptima para un horizonte finito resolviendo un problema de optimización en tiempo real es lo que se conoce como Control Predictivo basado en el Modelo (MPC) (F.Borrelli et al., 2013). Para problemas de control multivariable con restricciones complejas el MPC se ha convertido en una estrategia de control muy bien aceptada en la industria de procesos.

2.3.1. Formulación del problema MPC.

Modelo utilizado por el MPC

El modelo utilizado por el MPC, usualmente se escribe como un sistema lineal discreto e invariante en el tiempo (F.Borrelli et al., 2013) como sigue:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) \end{aligned} \quad (2.30)$$

Donde $x(k) \subseteq \mathbf{R}^n$, $u(k) \subseteq \mathbf{R}^m$ y $y(k) \subseteq \mathbf{R}^m$ son los vectores de estado, entrada y salida respectivamente, sujeto a las restricciones:

$$x(k) \in \mathbf{X}, u(k) \in \mathbf{U}, \forall k \geq 0 \quad (2.31)$$

donde \mathbf{U} es un subconjunto compacto y convexo de \mathbf{R}^m y \mathbf{X} es un subconjunto cerrado y convexo de \mathbf{R}^n .

Control de horizonte móvil (RHC)

El MPC no es más que la aplicación de un controlador RHC en un horizonte finito resolviendo un problema de optimización en tiempo real. De ahí la importancia de comprender el RHC. De forma general el problema de control óptimo a resolver por RHC en cada instante de muestreo k se formula como sigue:

$$\begin{aligned} J_k^*(x(k)) &= \min_{U_{k \rightarrow k+N|k}} J_k(x(k), U_{k \rightarrow k+N|k}) \triangleq p(x_{k+N|k}) + \sum_{i=k}^{k+N-1} q(x(k+i|k), u(k+i|k)) \\ \text{sujeto a :} \quad &x_{k+i+1|k} = Ax_{k+i|k} + Bu_{k+i|k}; \quad i = 0, \dots, N-1 \\ &x_{k+i|k} \in \mathbf{X}, u_{k+i|k} \in \mathbf{U}, i = 0, \dots, N-1 \\ &x_{k+N|k} \in \mathbf{X}_f \\ &x_{k|k} = x(k) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Asumiendo total conocimiento del estado del sistema, el problema (2.32) se resuelve en cada instante k donde $U_{k \rightarrow k+N|k} = \{u_{k|k}, \dots, u_{k+N-1|k}\}$ y donde $x_{k+i|k}$ denota al vector de estado x en el instante $k+i$, predicho en el instante k y obtenido comenzando en el estado $x_{k|k} = x(k)$ aplicando al modelo:

$$x(k+i+1|k) = Ax(k+i|k) + Bu(k+i|k) \quad (2.33)$$

la secuencia de control $u_{k|k}, \dots, u_{k+N-1|k}$.

La nomenclatura $x_{k+i|k}$ se lee: “la variable x en el instante $k+i$ predicha en el instante k ”. De forma similar $u_{k+i|k}$ se lee como la entrada u en el instante $k+i$ calculada en el instante k . Por ejemplo $x_{3|1}$ representa el estado predicho para el instante 3 cuando la predicción es realizada en el instante $k=1$ comenzando en el estado actual $x(1)$. Esto es diferente por ejemplo a $x_{3|2}$ que representa al estado predicho en el instante 3 cuando la predicción es realizada en el instante $k=2$ comenzando en el estado actual $x(2)$.

Llamaremos $U_{k \rightarrow k+N|k}^* = \{u_{k|k}^*, \dots, u_{k+N-1|k}^*\}$ a la solución óptima de (2.32) en el instante k y $J_k^*(x(k))$ se corresponde con el valor de la función objetivo. Entonces solamente el primer elemento de $U_{k \rightarrow k+N|k}^*$ es aplicado al sistema (2.30).

$$u(k) = u_{k|k}^*(x(k)) \quad (2.34)$$

El problema de optimización (2.32) es repetido en el instante $k+1$, basado en el nuevo estado $x_{k+1|k+1} = x(k+1)$. Este procedimiento se conoce como **control de horizonte móvil (RHC)**. En adelante denotaremos $f_k : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ como la ley de control (RHC) que asocia la salida óptima $u_{k|k}^*$ al estado actual $x(k)$, $f_k(x(k)) = u_{k|k}^*(x(k))$. Entonces el sistema de lazo cerrado obtenido para controlar (2.30) con el RHC (2.32)-(2.34) es:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bf_k(x(k)) \triangleq f_{cl}(x(k), k), \quad k \geq 0 \quad (2.35)$$

En la formulación del problema (2.32), se aprecia que el sistema, las restricciones y la función de costo son invariantes en el tiempo, o sea, el problema de optimización (3.20) en cada instante k , es invariante en el tiempo dependiendo solamente del estado inicial x_k . Por tanto en torno a la simplicidad, se puede considerar al estado actual $x(k)$ como el estado inicial $x(0)$ en cada instante de muestreo. Entonces el término “|0” pierde sentido en el problema (2.32). Por tanto simplificando (2.32) queda:

$$\begin{aligned}
J_0^*(x(k)) &= \min_{U_0} J_0(x(k), U_0) \triangleq p(x_N) + \sum_{k=0}^{N-1} q(x_k, u_k) \\
\text{sujeto a :} \quad &x_{k+1} = Ax_k + Bu_k; \quad k = 0, \dots, N-1 \\
&x_k \in \mathbf{X}, u_k \in \mathbf{U}, k = 0, \dots, N-1 \\
&x_N \in \mathbf{X}_f \\
&x_0 = x(k)
\end{aligned} \tag{2.36}$$

donde $U_0 = \{u_0, \dots, u_{N-1}\}$. Existen variadas formas de plantear la función de costo $J_0(x_k, U_0)$. Una de las formas más comunes es la norma euclidiana cuadrática:

$$J_0(x_k, U_0) \triangleq x_N' P x_N + \sum_{k=0}^{N-1} x_k' Q x_k + u_k' R u_k \tag{2.37}$$

donde P, Q son matrices definidas/semidefinidas positivas y R es una matriz definida positiva para garantizar convergencia en la solución.

La ley de control (2.34) queda:

$$u(k) = f_0(x(k)) = u_0^*(x(k)) \tag{2.38}$$

y el sistema en lazo cerrado 2.35 queda:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bf_0(x(k)) = f_{cl}(x(k)), \quad k \geq 0 \tag{2.39}$$

Implementación del MPC

Se repite en cada instante de muestreo:

- **Medición o estimación** del estado $x(k)$ en el instante k .
- **Obtención** de $U_0^*(x(k))$ resolviendo el problema de optimización (2.36).
- Si $U_0^*(x(k)) = \emptyset$ entonces el problema no es factible, **parar el procedimiento**.
- **Aplicar** al sistema el primer elemento u_0^* de U_0^* .

- **esperar** hasta el próximo instante de muestreo $k + 1$.

La no factibilidad de la solución del problema de optimización pudiera ser un problema serio en una aplicación en tiempo real, pero esta inconveniencia se evita creando correctamente la función objetivo y las restricciones del problema.

2.4. Conclusiones del capítulo.

1. Se describen los principales métodos de estimación de parámetros para diferentes tipos de modelos. El método de mínimos cuadrados es muy común para modelos estáticos o incluso modelos de regresión para sistemas dinámicos. Se explica cómo el problema de los mínimos cuadrados conduce a un problema de optimización sin restricciones que se puede resolver por numerosos *solvers* implementados en programas de cómputo.
2. Se describe el procedimiento para obtener modelos de regresión lineal utilizando el método PEM y cómo esta estrategia de modelado puede conducir a un problema de mínimos cuadrados.
3. Se detallan las características del método de subespacios como técnica de identificación de sistemas representados en el espacio de estados. Es un método de fácil implementación porque no necesita grandes ajustes: a partir de las entradas y salidas del sistema y declarando el orden del modelo, se obtiene una representación en el espacio de estado bien precisa de la dinámica del sistema.
4. Se explican las características del control MPC desde la formulación del problema hasta los pasos para su implementación. Su resultado no es más que la solución en cada instante de muestreo, de un problema de optimización para un horizonte finito a partir del estado actual, teniendo en cuenta: la dinámica del sistema, las restricciones impuestas y las perturbaciones predichas.

Capítulo 3

Control predictivo de un hotel con sistema de climatización centralizado.

3.1. Introducción.

Se presenta una alternativa para obtener la dinámica térmica de una habitación utilizando TRNSYS como herramienta de simulación y el método de subespacios como técnica de identificación. Se obtiene el modelo estático del sistema HVAC instalado a partir de los datos suministrados por el fabricante. El modelo de la habitación obtenido, se utiliza como referencia de confort térmico en la implementación del MPC. Se compara el MPC con la estrategia de operación actual del sistema de climatización centralizado. Para la investigación se seleccionó como caso de estudio el hotel “La Unión”, ya que cuenta con una planta de climatización centralizada y un sistema automatizado que almacena los registros históricos de las variables involucradas en este estudio.

3.2. Caso de estudio: Hotel “La Unión”.

climatización centralizada que se encarga de llevar potencia de frío a las habitaciones mediante el bombeo de agua helada a flujo constante

El hotel “La Unión” caso de estudio se localiza en el casco histórico de la ciudad de Cienfuegos. Tiene implementado un sistema automatizado de edificaciones, del inglés *Building Automation*

System (BAS), que monitorea la planta de enfriamiento, el sistema de agua caliente sanitaria, la calidad del agua de la piscina, las cámaras frías, etc. También controla el encendido y apagado de bombas, sistema de luces, manejadoras de aire (AHU), etc. “La Unión” tiene un total de 49 habitaciones: 36 habitaciones estándar, 11 *junior suites* y 2 *suites*. En cada una de estas habitaciones el sistema HVAC instalado es el fan coil. Cada fan coil está gobernado por un selector de flujo de aire de tres pasos y un sistema de control de temperatura que manipula el flujo de agua helada que intercambia calor con el aire de la habitación. El flujo de aire y el valor deseado de la temperatura en el interior de la habitación son seleccionados por el cliente. En la figura 3.1 se muestra una vista lateral del hotel.



Figura 3.1: Hotel La Unión

Para la investigación, la zona térmica descrita en TRNSYS resultó ser la habitación 208 (*Suite Room*). Esta es la de mayor carga térmica a vencer, es la de mayor área y a la vez más expuesta a la radiación solar. Modelar la habitación crítica nos permite conocer el peor escenario a lograr el confort. Si se garantiza confort térmico en la habitación de referencia, lógicamente se alcanzará el confort en el resto de los locales.

3.3. Identificación de modelos térmicos para una habitación de referencia.

La habitación *Suite Room* seleccionada está ubicada en la planta alta del hotel (3er piso). Tiene un área de $66,8m^2$. La pared Sur $39,4m^2$ y la pared Este $31,28m^2$ ambas están expuestas a la radiación

solar. Una parte de la pared Oeste $14,35m^2$ colinda con habitación igualmente climatizada y el área restante $32,57m^2$ en forma de L colinda con los dos baños de la *Suite* seleccionada. La pared Norte, de $20,05m^2$, colinda con una habitación igualmente climatizada. El techo es de concreto con un grosor de $0,10m$, es enrasillado por el exterior y está expuesto a la radiación solar. Todas las paredes de la habitación son de ladrillos acostados para un ancho de la pared de $0,24m$. Cada pared tiene una capa de repello de sulfato de calcio hemihidrato [$CaSO_4H_2O$], llamado comunmente “yeso”, de aproximadamente $0,02m$ a cada lado. La habitación tiene un falso techo de yeso de $0,01m$ de grosor y ubicado a $2,88m$ de altura. Las paredes Este y Sur tienen cada una dos puertas de madera de $4,05m^2$ hacia balcones externos con un área acristalada de $2,84m^2$. Se consideró para la simulación una ganancia ocupacional de dos personas basándose en la norma ISO 7730 (*Rates of Heat Gains from Occupants of Conditioned Spaces*), $10W/m^2$ por concepto de iluminación artificial y $0,3kW$ por otros equipos eléctricos (TV, minibar, PC personal, otros). Todos estos datos se introdujeron en el TRNSYS utilizando la interfaz TRNBuild que permite crear en un ambiente de simulación, toda la descripción de la habitación detallada anteriormente. En el anexo A, se describen los principales componentes de TRNSYS que intervienen en la simulación de la *Suite Room 208*.

La habitación por sí sola no es suficiente para hacer un análisis de confort térmico en su interior. Es necesario conocer el comportamiento del actuador instalado (fan coil) como suministrador de potencia de frío.

3.3.1. Modelado del sistema HVAC instalado.

Los fan coils instalados en el Hotel “La Unión”, modelo modelo FBHA-2, son suministrados por FRIOCLIMA. En la hoja del fabricante se muestran las curvas de potencia de frío total/sensible en función de la temperatura de suministro, el flujo de agua helada y la temperatura de bulbo húmedo/seco del interior de la habitación. Estas se muestran en la figura 3.2. La figura 3.3 muestra la corrección de potencia en función del flujo de aire seleccionado por el cliente.

Se observa en las figuras 3.2 y 3.3 que la potencia de enfriamiento total P_t , depende del flujo de agua helada F_{chw} , la temperatura del agua helada T_{chw} , la temperatura de bulbo húmedo del local T_{wbRoom} y el flujo de aire seleccionado por el cliente $F_{airSupply}$. O sea:

$$P_t = f_1(F_{chw}, T_{chw}, T_{wbRoom}, F_{airSupply}) \quad (3.1)$$

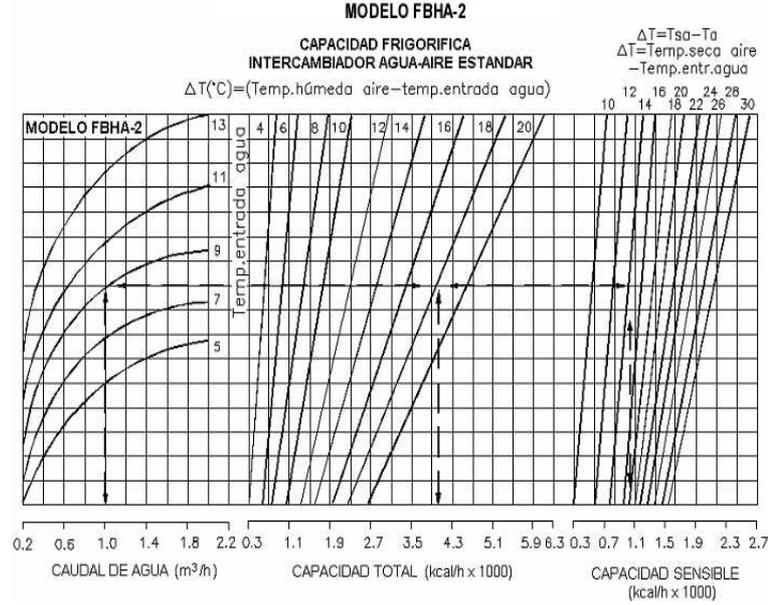


Figura 3.2: Curvas de comportamiento del fan coil FBHA-2

De forma similar, la potencia sensible P_{sens} , depende del flujo de agua helada F_{chw} , la temperatura del agua helada T_{chw} , la temperatura de bulbo seco del local T_{dbRoom} , y el flujo seleccionado por el cliente como sigue:

$$P_{sens} = g_1(F_{chw}, T_{chw}, T_{dbRoom}, F_{airSupply}) \quad (3.2)$$

Se aprecia que existen múltiples puntos de operación del fan coil en función de $[T_{chw}, T_{dbRoom}, T_{wbRoom}, F_{chw}]$, pero para hallar el modelo térmico de la habitación (utilizada como referencia), es conveniente pensar que el fan coil está aportando su máxima capacidad de frío, o sea flujo de agua máximo ($F_{chw} = 2m^3/h$) y flujo de aire seleccionado en nivel alto ($F_{airSupply} = 450m^3/h$ y paso 3 de ventilación). Por tanto, a máxima capacidad del fan coil, P_t y P_{sens} se transforman a (3.3) y (3.4).

$$P_t = f_2(T_{chw}, T_{wbRoom}) \quad (3.3)$$

$$P_{sens} = g_2(T_{chw}, T_{dbRoom}) \quad (3.4)$$

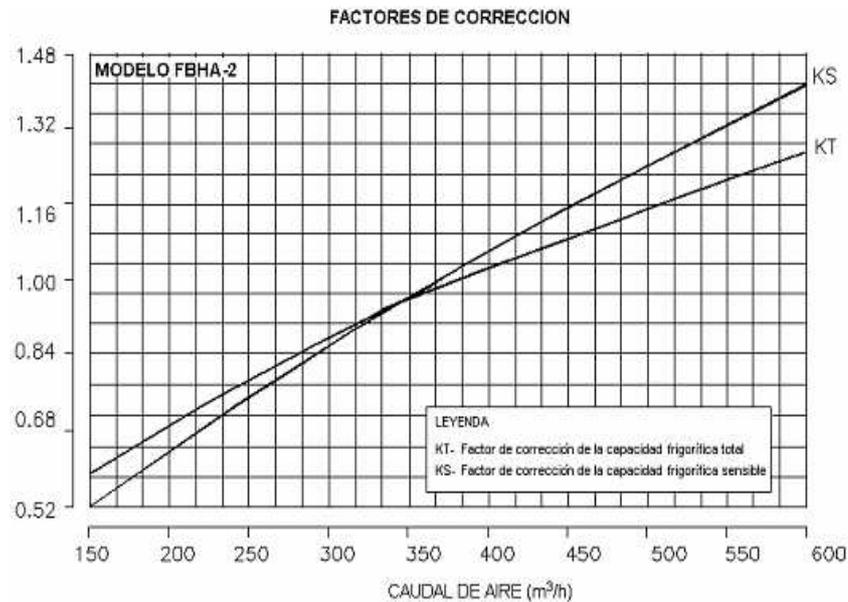


Figura 3.3: Curvas de comportamiento fan coil FBHA-2

TRNSYS recomienda que cuando la potencia de enfriamiento es definida por el usuario, esta se debe implementar como una ventilación mecánica suministrada a la habitación. La ventilación mecánica se define introduciendo la temperatura de bulbo seco a la salida del fan coil ($T_{dbAirSupply}$ [$^{\circ}C$]), la razón de cambio de aire en el interior de la habitación por ventilación ($AirChange$ [h^{-1}]) y la humedad relativa del aire a la salida del FanCoil (H_r [%]).

Implementación de la ventilación mecánica:

- $T_{dbAirSupply}$ [$^{\circ}C$]: Se detalla en el siguiente apartado.
- $AirChange$ [h^{-1}]: En la habitación crítica están instalados dos fan coils FBHA-2. Basado en los datos del fabricante se consideró $F_{airSupplyMax} = 2 \cdot 450m^3/h$. El volumen de aire en la habitación es de $192m^3$. Por tanto en (3.5) se obtiene:

$$AirChange = \frac{F_{AirSupply}}{V_{Room}} = 4,69h^{-1} \quad (3.5)$$

- En el fan coil no se mide ni se controla la humedad relativa, pero conociendo que ocurre cierta condensación en los tubos intercambiadores, se supuso para la simulación 60% de

humedad relativa del aire a la salida del fan coil.

Modelado estático del fan coil.

En vista de que TRNSYS necesita la temperatura del aire suministrado por el fan coil $T_{dbAirSupply}$ (variable necesaria para implementar la ventilación mecánica) en cada instante de simulación, es necesario obtener a partir de los datos del fabricante, un modelo estático para la ecuación (3.4) que represente la potencia sensible suministrada por el fan coil instalado a máxima capacidad de enfriamiento. Por tanto, se introdujo en MATLAB el comportamiento del fan coil FBHA-2 detallado en la hoja de datos y se propuso el modelo cuadrático (3.6).

$$P_{sens} = \alpha_1 T_{chw}^2 + \alpha_2 T_{dbRoom}^2 + \alpha_3 T_{chw} T_{dbRoom} + \alpha_4 T_{chw} + \alpha_5 T_{dbRoom} + \alpha_6 \quad (3.6)$$

A partir de 1000 muestras aleatorias extraídas de la hoja de datos, se utilizaron dos terceras partes para identificar los parámetros del modelo utilizando el método de mínimos cuadrados (ver sección 2.2.1) . Los parámetros se muestran en la tabla 3.1.

Tabla 3.1: Parámetros del modelo estático del fan coil.

Parámetro	Valor	Unidad
α_1	$-1,86E - 03$	$kW/^\circ C^2$
α_2	$3,56E - 04$	$kW/^\circ C^2$
α_3	$4,77E - 03$	$kW/^\circ C^2$
α_4	$-1,42E - 01$	$kW/^\circ C$
α_5	$4,92E - 02$	$kW/^\circ C$
α_6	$4,67E - 01$	kW

En la figura 3.4 se muestra la validación del modelo (3.6) utilizando las muestras restantes.

Se conoce que la potencia sensible que entrega el fan coil se calcula como sigue:

$$P_{sens} = \dot{m}_{air} C_{p_{air}} (T_{dbRoom} - T_{dbAirSupply}) \quad (3.7)$$

Donde \dot{m}_{air} es el flujo másico de aire [Kg/s] en el fan coil, $C_{p_{air}}$ es su calor específico [kJ/KgK] y $T_{dbAirSupply}$ es la temperatura de bulbo seco del aire suministrado por el fan coil [$^\circ C$]. Entonces trabajando en (3.6) y (3.7) se obtiene $T_{dbAirSupply}$ como sigue:

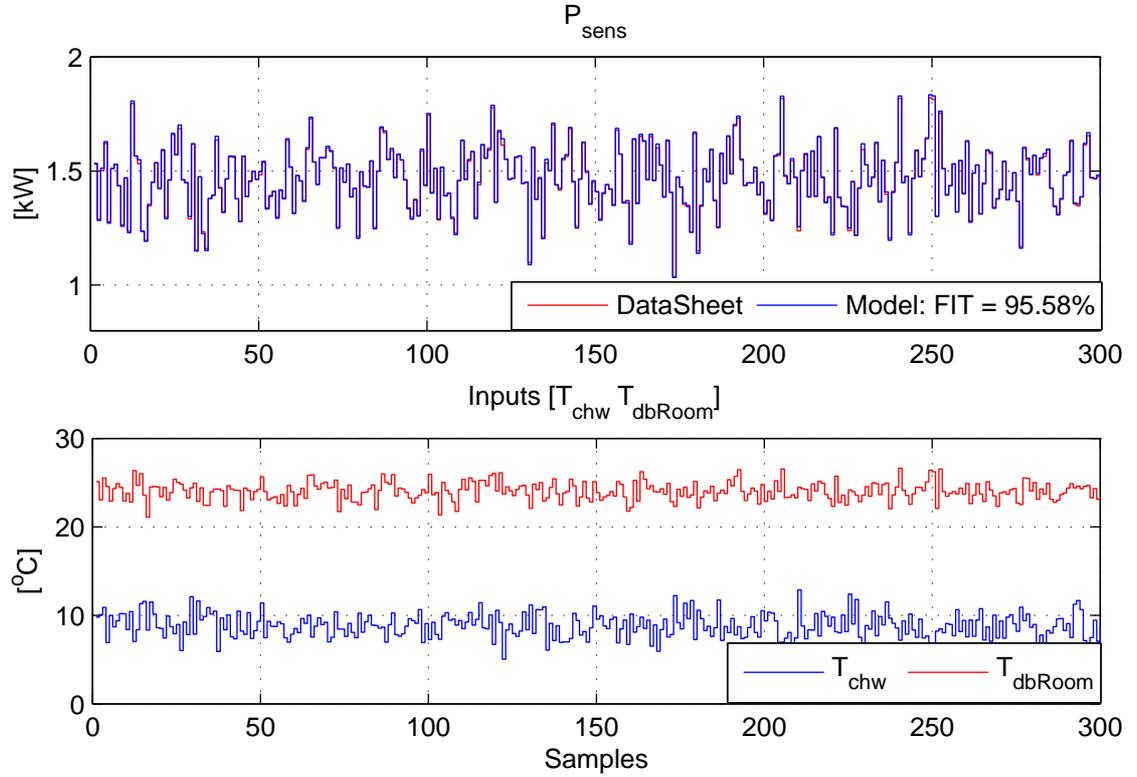


Figura 3.4: fan coil FBHA-2. P_{sens} ante variaciones de T_{chw} y T_{dbRoom} a máximo flujo de aire y máximo flujo de agua helada.

$$\begin{aligned}
 T_{dbAirSupply} &= T_{dbRoom} - \frac{P_{sens}(T_{chw}, T_{dbRoom})}{\dot{m}_{air} C_{p_{air}}} \\
 &= g(T_{chw}, T_{dbRoom})
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

Como se aprecia en (3.8), cuando el fan coil entrega su máxima capacidad de enfriamiento (máximo flujo de agua helada y máximo flujo de aire), la temperatura del aire suministrado por el fan coil es una función conocida de la temperatura del agua helada y la temperatura de bulbo seco en la habitación.

3.3.2. Modelado de la habitación de referencia con técnicas de identificación.

En la figura 3.5 se esquematiza el modelo a identificar. La habitación se describió íntegramente en TRNSYS y se utilizó el modelo estático del fan coil (3.8) para implementar la ventilación mecánica.

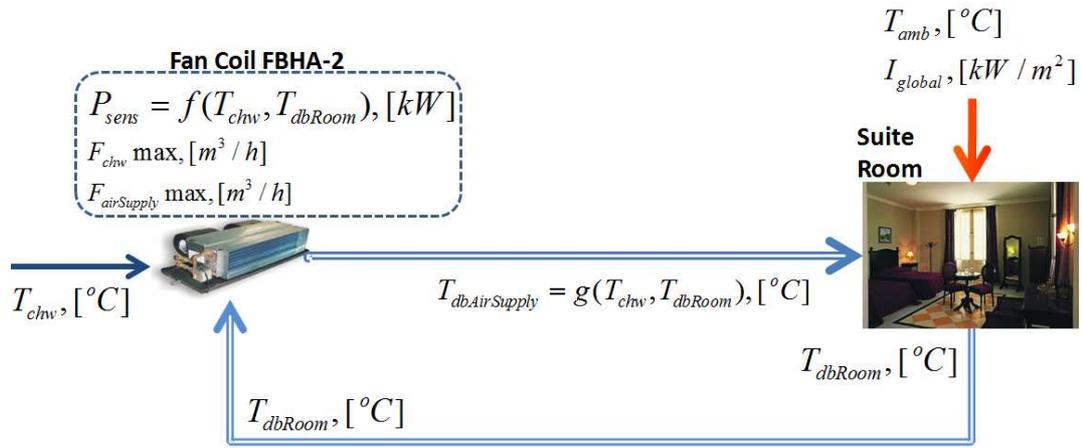


Figura 3.5: Sistema Habitación-fan coil implementado en TRNSYS.

Se aprecia en la figura 3.5 que las principales variables de entrada del modelo térmico son la temperatura ambiente T_{amb} , la intensidad de la radiación solar I_{global} y la temperatura del agua helada T_{chw} . La variable de salida es la temperatura de bulbo seco del aire en el interior de la habitación T_{dbRoom} . Para la simulación, la temperatura del agua helada de suministro T_{chw} fue generada de acuerdo con (Barker et al., 2006) como una señal aleatoria multinivel, del inglés *multi pseudorandom signal (MPRS)* utilizando MATLAB. Las entradas T_{amb} e I_{global} fueron generadas por TRNSYS para el mes de septiembre a partir de las bases de datos climatológicas del propio programa. En la figura 3.6 se muestra la dinámica resultante de la temperatura de la habitación T_{dbRoom} ante las variaciones de $[T_{chw}, T_{amb}, I_{global}]$. Las variables involucradas se muestrearon cada 5 minutos.

Para la identificación del sistema se propuso el modelo (3.9).

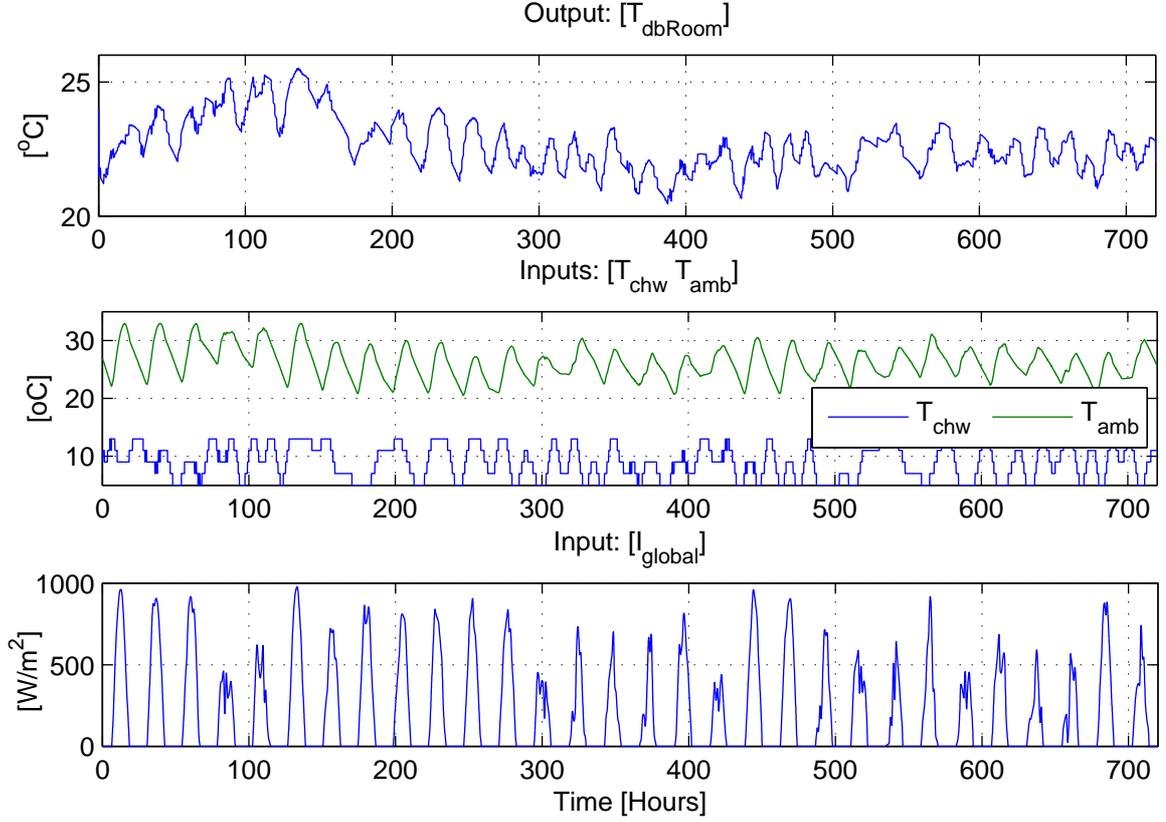


Figura 3.6: Simulación de la Suite Room en TRNSYS.

$$\begin{bmatrix} T_{dbRoom}(k+1) \\ T_{extra}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{dbRoom}(k) \\ T_{extra}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{chw}(k) \\ T_{amb}(k) \\ I_{global}(k) \end{bmatrix}$$

$$T_{dbRoom}(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{dbRoom}(k) \\ T_{extra}(k) \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

El modelo (3.9) es un sistema discreto lineal e invariante en el tiempo de solo dos estados, donde los parámetros $[a_{i,j}, b_{i,j}]$ son desconocidos y no tienen un sentido físico. Para la identificación de

estos se utilizó el método de subespacios detallado en 2.2.3. Los valores de los parámetros del modelo (3.9) se muestra en la tabla 3.2.

Tabla 3.2: Parámetros del modelo térmico de la Habitación.

Parámetro	Valor	Unidad	Parámetro	Valor	Unidad
a_{11}	0,00E+00	—	b_{11}	1,53E-01	—
a_{12}	1,00E+00	—	b_{12}	1,24E-02	—
a_{21}	-1,84E-01	—	b_{13}	6,88E-04	$^{\circ}Cm^2/W$
a_{22}	1,18E+00	—	b_{21}	2,87E-02	—
			b_{22}	3,55E-03	—
			b_{23}	1,35E-04	$^{\circ}Cm^2/W$

En la identificación del modelo se utilizaron 20 días para modelación y 10 días para la validación. La figura 3.7 muestra el resultado de la validación del modelo logrando un ajuste de 77,72%.

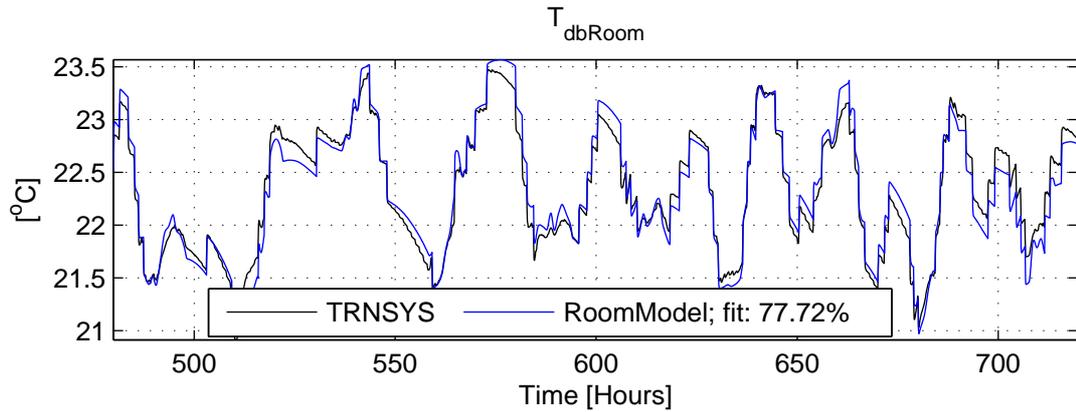


Figura 3.7: Validación del modelo Habitación – fan coil.

Comparación del modelo propuesto (3.9) con otros modelos *black-box*.

Utilizando los datos de la simulación en TRNSYS se determinaron varios modelos *black-box* mostrados en la tabla 3.3.

La figura 3.8 muestra el ajuste de los modelos basado en el criterio del error medio cuadrático normalizado. La parametrización de los modelos comparados se detalla en el anexo B. Es impor-

Tabla 3.3: Modelos *black-box* desarrollados.

Modelo	Estructura	Método de estimación
-Modelo discreto en el espacio de estados	Ecuación (3.9)	subespacios
- <i>Output Error (OE)</i>	$y(t) = B(q)/F(q)u(t - nk) + e(t)$	variante de PEM
-(<i>ARX</i>)	$A(q)y(t) = B(q)u(t - nk) + e(t)$	variante de PEM
-(<i>ARMAX</i>)	$A(q)y(t) = B(q)u(t - nk) + C(q)e(t)$	variante de PEM
- <i>Box-Jenkins (BJ)</i>	$y(t) = \sum_{nu}^{i=1} [Bi(q)/Fi(q)ui(t - nki)] + C(q)/D(q)e(t)$	variante de PEM

tante destacar que un modelo sencillo y fácil de implementar pero que a la vez logre un buen ajuste, favorece la implementación del control. De los propuestos en la tabla 3.3, el modelo menos complejo en cuanto a la parametrización y la cantidad de estados implicados en su ajuste, resulta ser el modelo (3.9), que utiliza solamente dos estados donde uno de estos es la temperatura en el interior de la habitación y además presenta mejor ajuste que el resto de los modelos. Otro beneficio de (3.9) es que el algoritmo utilizado para su identificación garantiza controlabilidad y observabilidad del sistema lo cual es importante para diseñar un observador de estado (filtro Kalman) a veces necesario para el uso de este modelo en estrategias de control.

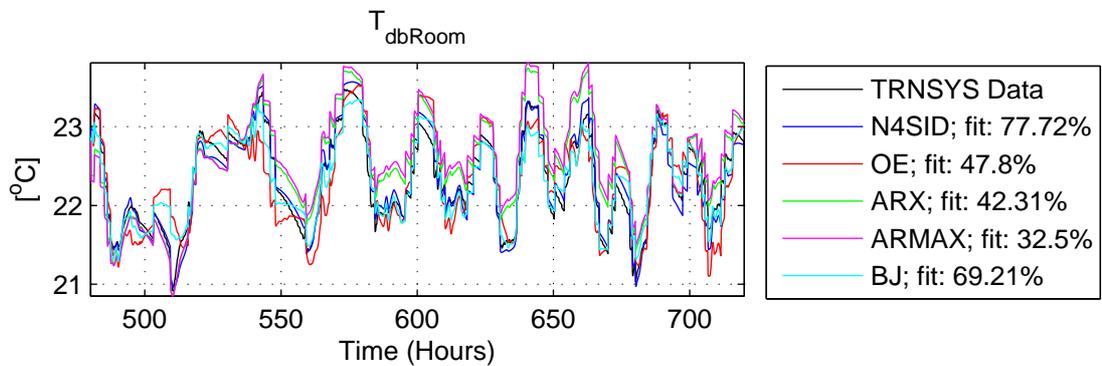


Figura 3.8: Validación. Modelos *black-box*.

3.3.3. Simulación del modelo de la habitación de referencia con entradas medidas.

La temperatura del agua helada que llega al fan coil T_{chw} , no es directamente la temperatura del agua helada medida a la salida del chiller $T_{chwSupply}$. Esto se debe a la presencia de un bypass que une la línea de entrada y la salida del chiller como se muestra en la figura 3.9. El sistema de bombeo de agua helada es a flujo constante, donde $F_{chwPrimary} = 60m^3/h$ es el flujo de agua por el circuito primario y $F_{chwBypass} = 20m^3/h$ es el flujo por el bypass. Conociendo los flujos de ambas líneas y la temperatura de estos, a partir de un balance de energía en la unión de ambos flujos, se obtiene T_{chw} como se muestra en (3.10).

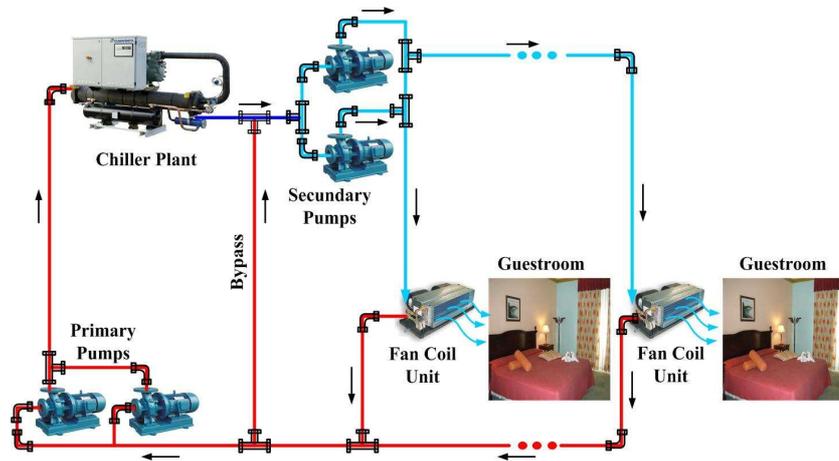


Figura 3.9: Circuito del agua circulante.

$$\begin{aligned}
 T_{chw} &= \frac{F_{chwPrimary}T_{chwSupply} + F_{chwBypass}T_{chwReturn}}{F_{chwPrimary} + F_{chwBypass}} \\
 &= \frac{3}{4}T_{chwSupply} + \frac{1}{4}T_{chwReturn}
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

$[T_{chwSupply}, T_{chwReturn}]$ son las temperaturas reales del agua helada de suministro y retorno respectivamente y ambas están registradas cada 5 minutos en la base de datos del BAS instalado en el hotel.

Trabajando en (3.9) y (3.10), se obtiene un nuevo modelo (3.11) con el vector de entrada $u = [T_{chwSupply}, T_{chwReturn}, T_{amb}, I_{global}]$ conocido, lo que permite simular el comportamiento térmico de la Suite Room.

$$\begin{bmatrix} T_{dbRoom}(K+1) \\ T_{extra}(K+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{dbRoom}(k) \\ T_{extra}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{3b_{11}}{4} & \frac{b_{11}}{4} & b_{12} & b_{13} \\ \frac{3b_{21}}{4} & \frac{b_{21}}{4} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{chwSupply}(k) \\ T_{chwReturn}(k) \\ T_{amb}(k) \\ I_{global}(k) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

En las figuras 3.10 y 3.11 se muestra la temperatura de la habitación obtenida para dos períodos utilizando los datos almacenados en el BAS instalado en el hotel.

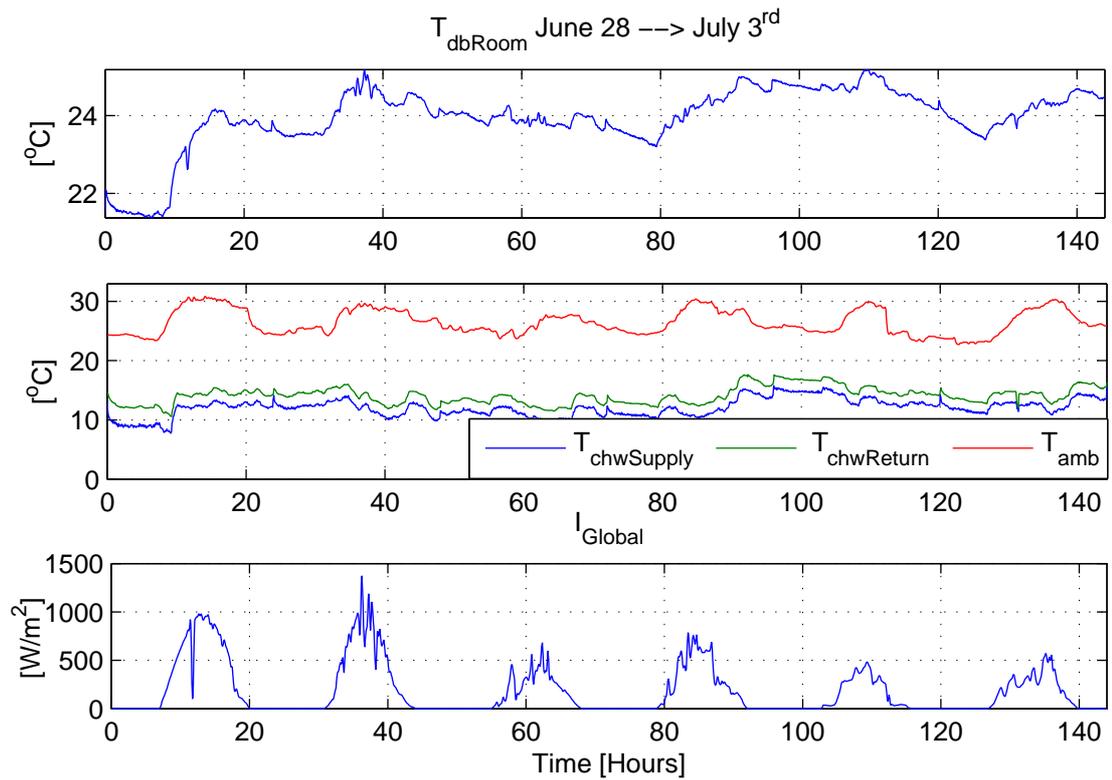


Figura 3.10: T_{dbRoom} ante variaciones de $u = [T_{chwSupply}, T_{chwReturn}, T_{amb}, I_{global}]$. June 28 – July 3rd

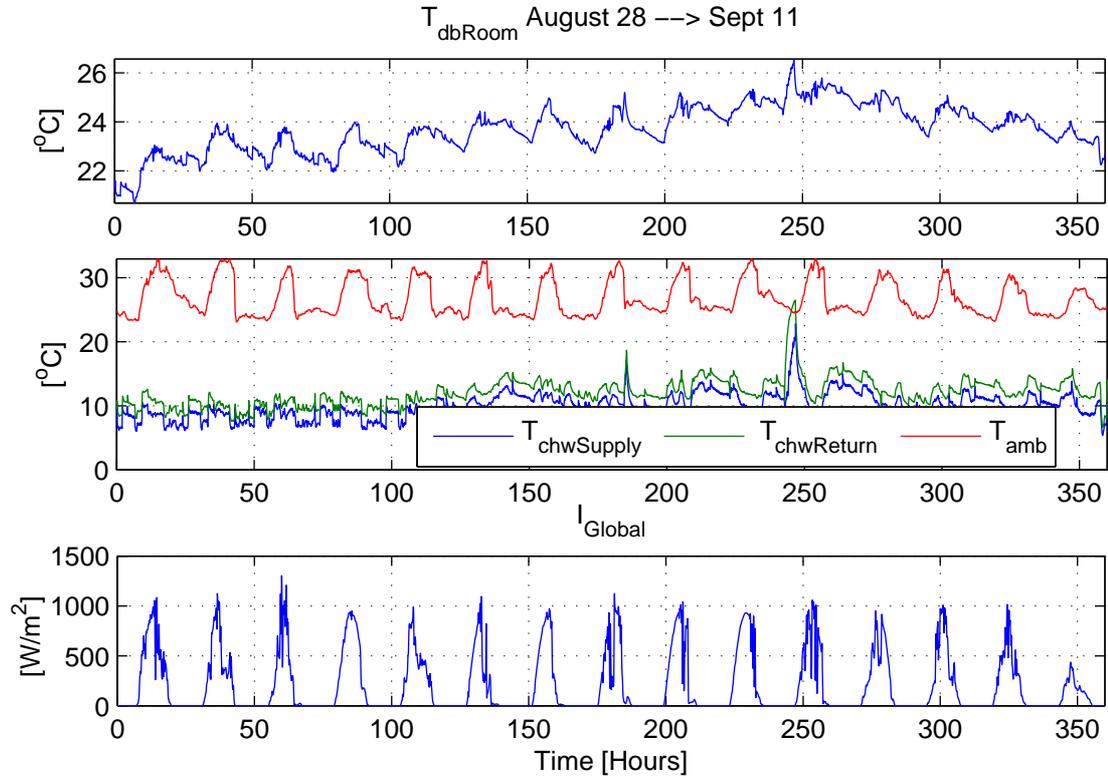


Figura 3.11: T_{dbRoom} ante variaciones de $u = [T_{chwSupply}, T_{chwReturn}, T_{amb}, I_{global}]$. Agosto 28 – Septiembre 11, 2013.

3.4. Modelo térmico del circuito de agua helada.

Modelar la dinámica del agua helada de retorno es crucial. Esta ofrece información sustancial sobre la energía acumulada en la edificación y representa la interconexión entre el agua helada y la temperatura de la habitación (Prívará et al., 2011). Teniendo en cuenta la dinámica térmica del agua de retorno unido al modelo (3.11) de la habitación, permitirá ejecutar un controlador predictivo que incluya la minimización del consumo de energía dentro de su función objetivo. En (Lara and Molina, 2014) se obtiene un modelo discreto lineal del tipo *black-box* que representa la dinámica del agua de retorno como sigue:

$$T_{chwReturn}(k+1) = \theta_{d,1}T_{chwReturn} + \theta_{d,2}T_{dbRoom} + \theta_{d,3}T_{chwSupply} + \theta_{d,4}T_{amb} + \theta_{d,5}O_{cc} \quad (3.12)$$

Para la identificación del modelo se utilizaron datos históricos de temperatura del agua helada de suministro $T_{chwSupply}$, retorno $T_{chwReturn}$, temperatura ambiente T_{amb} y la cantidad de habitaciones ocupadas O_{cc} . Se utilizó el método de estimación de parámetros basado en el error de predicción (PEM). El ajuste de los parámetros $\theta_{d,1}, \dots, \theta_{d,15}$ del modelo (3.12) se muestran en la tabla 3.4. Más detalles en (Lara and Molina, 2014).

Tabla 3.4: Modelo discreto lineal, Valores de los parámetros y desviación estándar.

Parámetros	Valor	Desviación estándar	Unidad
$\theta_{d,1}$	3.05E-01	2.09E-02	—
$\theta_{d,2}$	4.57E-02	6.27E-03	—
$\theta_{d,3}$	5.85E-01	1.75E-02	—
$\theta_{d,4}$	5.03E-02	5.28E-03	—
$\theta_{d,5}$	1.67E-02	9.22E-04	$^{\circ}C$

Se considera modelo térmico del hotel al nuevo sistema (3.13), formado teniendo en cuenta la dinámica del agua de retorno (3.12) y el modelo de la habitación crítica seleccionada (3.11):

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} T_{chwReturn}(k+1) \\ T_{dbRoom}(k+1) \\ T_{extra}(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \theta_{d,1} & \theta_{d,2} & 0 \\ \frac{b_{11}}{4} & a_{11} & a_{12} \\ \frac{b_{21}}{4} & a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{chwReturn}(k) \\ T_{dbRoom}(k) \\ T_{extra}(k) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \theta_{d,3} & \theta_{d,4} & 0 & \theta_{d,5} \\ \frac{3b_{11}}{4} & b_{12} & b_{13} & 0 \\ \frac{3b_{21}}{4} & b_{22} & b_{23} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{chSupply}(k) \\ T_{amb}(k) \\ I_{global}(k) \\ O_{cc}(k) \end{bmatrix} \\
 y(k) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{chwReturn}(k) \\ T_{dbRoom}(k) \\ T_{extra}(k) \end{bmatrix} \tag{3.13}
 \end{aligned}$$

En el modelo (3.13) se representan las variables más importantes que intervienen en el sistema de climatización centralizado del hotel. La temperatura del agua helada de suministro $T_{chwSupply}$ es la variable manipulada para lograr vencer la carga térmica y consecuentemente mantener el confort en las zonas térmicas. Las perturbaciones del modelo son: la temperatura ambiente T_{amb} , la intensidad de la radiación global I_{global} y la ocupación del hotel O_{cc} . Las salidas del modelo

son la temperatura del agua de retorno y la temperatura de bulbo seco en el interior de la zona de referencia. En la síntesis del MPC, la obtención del modelo representa la parte más costosa y consumidora de tiempo en los procesos de automatización (Prívará et al., 2013a).

3.5. Formulación del problema MPC.

Los componentes del MPC se representan en la figura 3.12. Se aprecia como parámetros de diseño variantes en el tiempo: la ocupación y la predicción del clima. En cada instante de muestreo se actualizan ambas perturbaciones para un horizonte futuro de 12 horas. Como el sistema está muestreado cada 5 minutos $T_s = 1/12[h]$, el horizonte de predicción (instantes de muestreo en el horizonte de predicción) $N = 12h/T_s = 144$. En breve se detalla el modelo de predicción utilizado, la función objetivo y las restricciones del sistema.

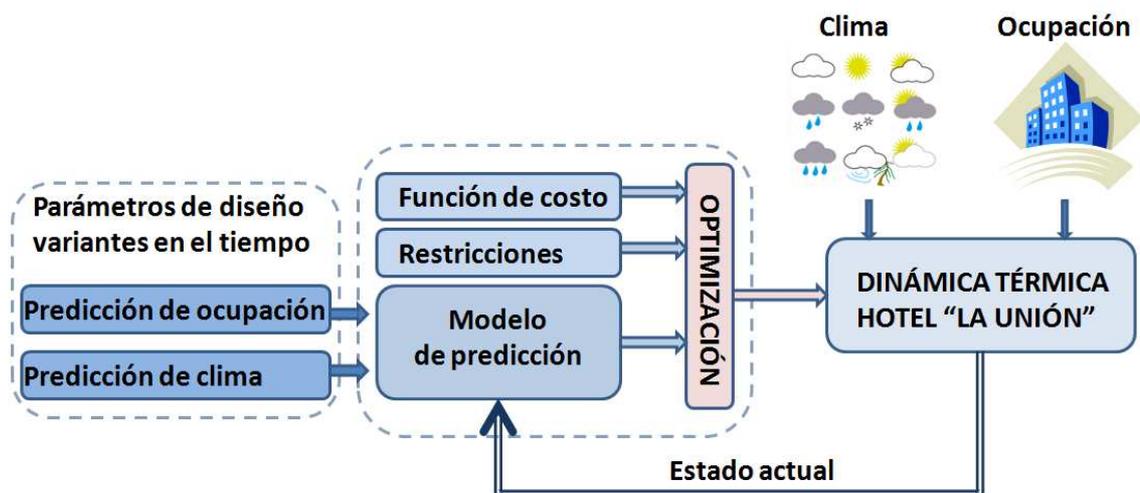


Figura 3.12: Síntesis del MPC.

Modelo de Predicción

En la sección 3.4 se obtuvo el modelo (3.13) que será utilizado por el controlador MPC realizando algunas transformaciones elementales. Primero se separa la entrada de control de las perturbaciones como sigue:

$$x(k+1) = Ax(k) + B_u u(k) + B_v v(k) \quad (3.14)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (3.15)$$

Donde:

$$x(k) = \begin{bmatrix} T_{chwReturn}(k) \\ T_{dbRoom}(k) \\ T_{extra}(k) \end{bmatrix}, \quad u(k) = [T_{chwSupply}(k)], \quad v(k) = \begin{bmatrix} T_{amb}(k) \\ I_{global}(k) \\ O_{cc}(k) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} \theta_{d,1} & \theta_{d,2} & 0 \\ \frac{b_{11}}{4} & a_{11} & a_{12} \\ \frac{b_{21}}{4} & a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad B_u = \begin{bmatrix} \theta_{d,3} \\ \frac{3b_{11}}{4} \\ \frac{3b_{21}}{4} \end{bmatrix}, \quad B_v = \begin{bmatrix} \theta_{d,4} & 0 & \theta_{d,5} \\ b_{12} & b_{13} & 0 \\ b_{22} & b_{23} & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Trabajando en (3.14) comenzando con $x_0 = x(0)$, tenemos que $x_1 = Ax(0) + B_u u_0 + B_v v_0$, y $x_2 = Ax(1) + B_u u_1 + B_v v_1 = A^2x(0) + AB_u u_0 + B_u u_1 + AB_v v_0 + B_v v_1$, por sustitución de x_1 . Continuando, desde $k = 0$ hasta $k = N - 1$ se obtienen los estados $[x_1, \dots, x_N]$ para un horizonte N como sigue:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ \vdots \\ A^N \end{bmatrix} x(0) + \begin{bmatrix} B_u & 0 & \cdots & 0 \\ AB_u & B_u & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ A^{N-1}B_u & \cdots & AB_u & B_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ u_{N-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_v & 0 & \cdots & 0 \\ AB_v & B_v & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ A^{N-1}B_v & \cdots & AB_v & B_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_0 \\ \vdots \\ \vdots \\ v_{N-1} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

De (3.15) se tiene que la salida del modelo $y(k) = Cx(k) = [T_{chwReturn_k} T_{dbRoom_k}]'$. Conociendo de (3.16) los estados x_1, \dots, x_N , se obtiene el modelo de predicción:

$$Y = Hx(0) + S_u U + S_v V \quad (3.17)$$

donde:

$$Y = \begin{bmatrix} y_k \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} u_0 \\ \vdots \\ u_{N-1} \end{bmatrix}, V = \begin{bmatrix} v_0 \\ \vdots \\ v_{N-1} \end{bmatrix}$$

siendo:

$$H = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^N \end{bmatrix}$$

$$S_u = \begin{bmatrix} CB_u & 0 & \dots & 0 \\ CAB_u & CB_u & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ CA^{N-1}B_u & \dots & CAB_u & CB_u \end{bmatrix}, S_v = \begin{bmatrix} CB_v & 0 & \dots & 0 \\ CAB_v & CB_v & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ CA^{N-1}B_v & \dots & CAB_v & CB_v \end{bmatrix}$$

Restricciones.

- Se implementa el modelo (3.17) como una restricción de igualdad en el problema de optimización.
- La variable manipulada es la temperatura del agua helada de suministro: $T_{chwSupply}$ que de acuerdo a las condiciones de operación debe variar en el rango:

$$6^\circ C \leq T_{chwSupply} \leq 13^\circ C \quad (3.18)$$

Función de costo.

El mayor consumo de energía del chiller se debe al trabajo de los compresores en el enfriamiento del agua helada circulante. El objetivo de los compresores, es mantener el valor de ajuste seleccionado para la temperatura del agua helada de suministro $T_{chwSupply}$. Mientras más grande sea la diferencia entre la temperatura del agua helada de suministro y de retorno $|T_{chwReturn} - T_{chwSupply}|$, más esfuerzo se requiere de los compresores y consecuentemente más consumo de energía. De ahí la necesidad de un funcional que minimice esta diferencia de temperatura y que a la vez garantice el confort. La función de costo propuesta se define:

$$J(x_0, U, V) \triangleq \sum_{k=0}^{N-1} \|T_{chwReturnk} - T_{chwSupply}\| + \|T_{dbRoomk} - T_{comfortk}\|_2 \quad (3.19)$$

Donde $T_{comfortk}$ es la temperatura de confort deseada en el interior de la zona de referencia. El primer término del funcional garantiza que se minimice el consumo de energía del chiller mientras que el 2do término garantiza que se logre el confort térmico en la habitación de referencia.

Formulación del problema de optimización.

Teniendo en cuenta la dinámica térmica del hotel, las restricciones en la temperatura de suministro del agua helada, la predicción de las perturbaciones y minimizando el funcional (3.19), se construye el problema de optimización:

$$\begin{aligned} \min_U \quad & J(x_0, U, V) \triangleq \sum_{k=0}^{N-1} \|y(1)_k - u_k\| + \|y(2)_k - T_{comfortk}\|_2 \\ \text{sujeto a :} \quad & Y = Hx(0) + S_u U + S_v V \\ & 6 \leq U \leq 13 \\ & V = [v'_0, \dots, v'_{N-1}]' \end{aligned} \quad (3.20)$$

Donde: $y(1)_k = T_{chwReturnk}$, $y(2)_k = T_{dbRoomk}$.

El problema (3.20) es convexo con restricciones lineales de igualdad y desigualdad. Aplicando un algoritmo de optimización, se obtiene el vector de control óptimo $U^* = [u_0^*; \dots; u_{N-1}^*]$.

3.5.1. Simulación del MPC.

En cada instante de muestreo se actualiza el nuevo vector de estado $x(0)$ así como el vector de las perturbaciones predichas $V = [v'_0, \dots, v'_{N-1}]'$. Se resuelve el problema (3.20) obteniéndose la temperatura de agua helada óptima para todo el horizonte de predicción. Se aplica $T_{chwSupply}^* = u_0^*$ solamente durante el siguiente intervalo de tiempo $(k, k+1)$. El problema (3.20) se resuelve utilizando el intérprete YALMIP¹ y el *solver* “sedumi”². La figura 3.13 muestra el resultado del control predictivo para 7 días de simulación con un horizonte de predicción de clima y ocupación de 12 horas. Se observa como T_{dbRoom} se mantiene muy próximo a $T_{com,fort} = 24^\circ C$ a pesar de las perturbaciones. Además la diferencia entre la temperatura de suministro y retorno del agua helada es la mínima necesaria para mantener el confort.

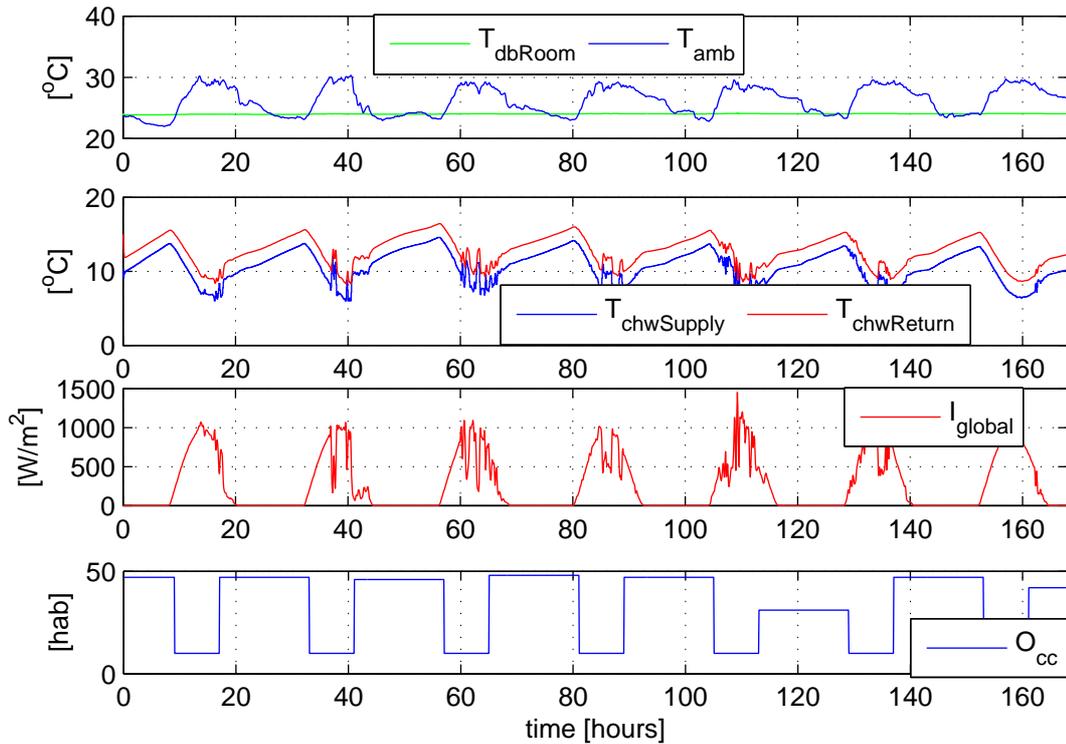


Figura 3.13: Ajuste de $T_{chwSupply}$ utilizando MPC.

¹<http://users.isy.liu.se/johanl/yalmip/>

²<http://sedumi.ie.lehigh.edu/>

3.6. Análisis de los resultados.

Para analizar el beneficio económico se utiliza la metodología reportada en (Široký et al., 2011). Esta consiste en determinar el ahorro relativo de la optimización en relación a los resultados en lazo abierto (estrategia actual de ajuste de agua helada implementada en el hotel). Para ello se necesita conocer los Días-Grados de Enfriamiento, del inglés *Cooling Degree Day (CDD)*, y la medida del consumo de energía, del inglés *Energy Consumption Measure (ECM)*. Estos valores se pueden obtener a partir de las ecuaciones (3.21) y (3.22).

$$CDD = \sum_{k=T_{inicial}}^{T_{final}} (T_{amb} - T_{dbRoom}) \quad (3.21)$$

$$ECM = \sum_{k=T_{inicial}}^{T_{final}} (T_{chwReturn} - T_{chwSupply}) \quad (3.22)$$

El índice *CDD* refleja la cantidad de energía necesaria para enfriar una edificación. Su valor está sujeto al análisis de un período de tiempo, desde el inicio $T_{inicial}$ hasta el final T_{final} y depende de la temperatura ambiente T_{amb} y la temperatura de confort requerida. Cuando la temperatura ambiente es muy variable, se recomienda utilizar el valor promedio de esta durante el período de tiempo analizado.

El índice *ECM* refleja la energía consumida por el chiller. Como el flujo es constante, la diferencia entre el agua de retorno y suministro expresa directamente el consumo de energía. Si la diferencia es menor, el consumo de energía disminuye. La razón R en (3.23), expresa la demanda de energía normalizada para la climatización de la edificación.

$$R = \frac{ECM}{CDD} \quad (3.23)$$

Para comparar el MPC con la estrategia actual de lazo abierto, se aplica en ambas estrategias las ecuaciones (3.21) y (3.22) obteniendo R_{la} y R_{mpc} según (3.23) como sigue:

$$R_{la} = \frac{ECM_{la}}{CDD_{la}}$$

$$R_{mpc} = \frac{ECM_{mpc}}{CDD_{mpc}}$$

Conociendo la demanda de energía en ambas estrategias se determina el ahorro relativo de la estrategia MPC con respecto al lazo abierto como sigue:

$$A_r = 100\left(1 - \frac{R_{mpc}}{R_{la}}\right)\% \quad (3.24)$$

El valor de A_r indica el por ciento de ahorro relativo utilizando MPC para el ajuste de $T_{chwSupply}$ con respecto a la estrategia de lazo abierto. La simulación del lazo abierto se realizó ajustando la temperatura del agua helada de suministro $T_{chwSupply}$ basado en la experiencia del personal de mantenimiento: de 8.00 AM a 5.00 PM se mantiene $T_{chwSupply} = 8^\circ C$ y de 5.00 PM a 8.00 AM se mantiene en $13^\circ C$. En la figura 3.14 se muestra la estrategia a lazo abierto para dos días de simulación.

En la tabla 3.5 se presenta el análisis del ahorro relativo para 2, 5 y 7 días de simulación. En ambas estrategias se logra una T_{dbRoom} promedio similar, sin embargo se obtiene un ahorro relativo de hasta un 8% en el MPC con respecto a la estrategia actual (LA). El MPC aprovecha la información del modelo, las restricciones del sistema y el conocimiento a priori del comportamiento climatológico y la ocupación, para obtener un valor óptimo de ajuste de la temperatura del agua helada de suministro. Por otro lado, la estrategia a lazo abierto además de no utilizar una retroalimentación del estado térmico de alguna zona de referencia, tampoco utiliza las predicciones del clima y la ocupación.

Análisis de la calidad del control.

Una parte importante en la comparación de ambas estrategias es la calidad del control implementado. Una de las variantes se reporta en (Van Overschee, 1999) comparando el histograma de la desviación de la variable controlada ($T_{dbRoom} - T_{comfort}$) en ambas estrategias. En la figura 3.15 se muestra el histograma para la estrategia a lazo abierto (LA) y la estrategia MPC para 7 días de simulación. Se aprecia mejor calidad de control para el caso MPC, donde las variaciones

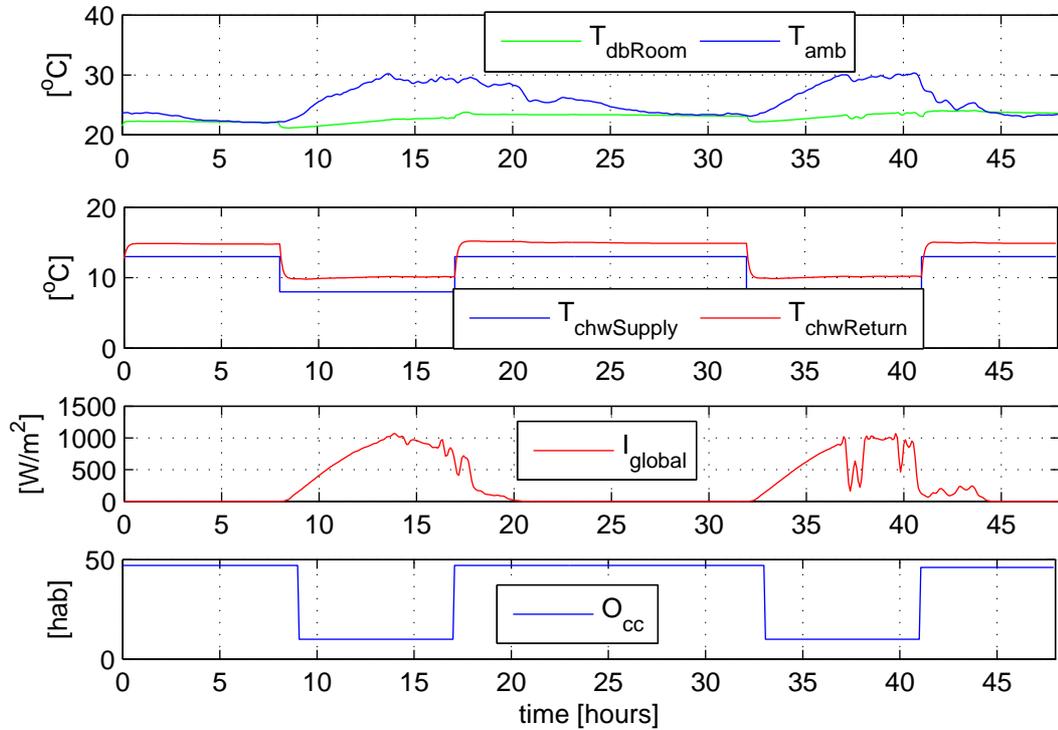


Figura 3.14: Ajuste de $T_{chwSupply}$ en lazo abierto.

alrededor de la variable de referencia es mucho menor. Esto se aprecia en una mayor densidad de la desviación ubicada bien cerca de cero en el caso del MPC y un peor escenario en el caso LA.

El propósito del control de la capacidad de frío del chiller, a través del MPC, es garantizar que dicha capacidad entregada satisfaga justamente la carga térmica real de la edificación caso de estudio. Esto contribuye que el chiller sea operado de una manera eficiente desde el punto de vista energético (Wang, 2010).

3.7. Conclusiones del capítulo.

1. Se obtiene un modelo estático del HVAC instalado que reproduce con gran fidelidad los datos del fabricante. Dicho modelo se introduce en las simulaciones en TRNSYS como elemento de ventilación mecánica.

Tabla 3.5: Análisis del ahorro relativo.

Estrategia de control	ECM/CDD	T_{dbRoom} promedio [°C]	Días comparados	Ahorro relativo [%]
Lazo abierto	1.0087	24.11	2	8.38
MPC	0.9242	23.95		
Lazo abierto	0.9989	24.08	5	4.86
MPC	0.9503	23.99		
Lazo abierto	1.0468	24.16	7	8.07
MPC	0.9623	24.01		

- Utilizando diferentes técnicas de identificación, se modela la dinámica de la temperatura de la zona térmica de referencia en función de la temperatura del agua helada, la temperatura ambiente y la radiación solar. Se demuestra que con el método de subespacios se obtiene el mejor resultado.
- Se conforma un modelo para el hotel caso de estudio, que describe los procesos de intercambio de calor entre el agua helada, la zona térmica de referencia y el medio ambiente.
- Para operar el sistema de climatización centralizado, se sintetiza un controlador predictivo basado en el modelo térmico del hotel. A partir de predicciones del clima y de la ocupación, se logra garantizar el confort en la zona térmica con un ahorro relativo de hasta un 8 % con respecto a la estrategia de operación actualmente utilizada.
- El MPC garantiza el mínimo esfuerzo del chiller (temperatura óptima del agua helada de suministro) para lograr el confort térmico de la edificación contribuyendo de forma eficiente al ahorro de energía en el sistema de climatización centralizado.
- El propósito del control de la capacidad de frío del chiller, a través del MPC, es garantizar que dicha capacidad entregada satisfaga justamente la carga térmica real de la edificación caso de estudio. Esto contribuye a que el chiller sea operado de una manera eficiente desde el punto de vista energético.

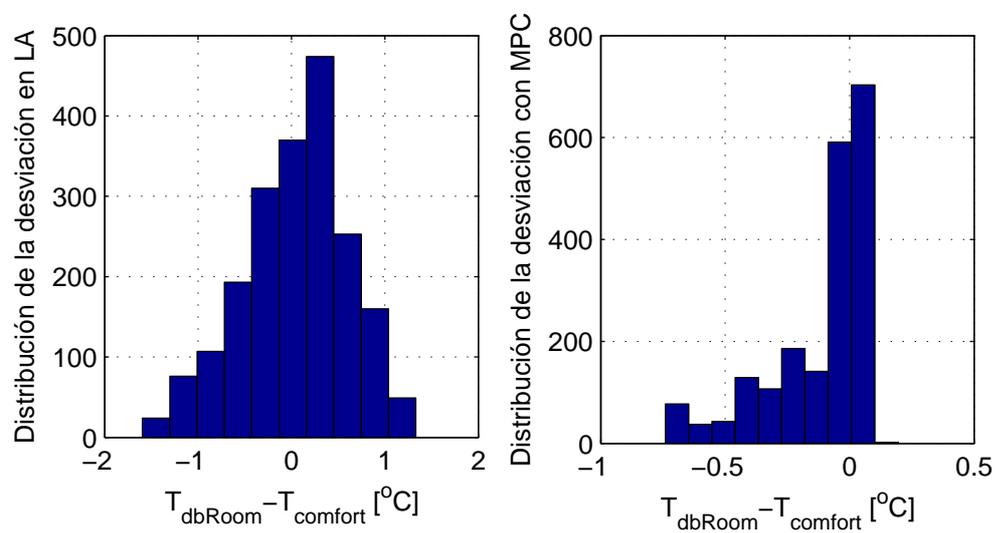


Figura 3.15: Comparación de la calidad del control en LA y MPC basado en la desviación de la variable controlada.

CONCLUSIONES

1. Se obtiene un modelo del sistema HVAC instalado que reproduce con gran fidelidad los datos del fabricante.
2. Basado en la técnica de subespacios, se identifica el modelo que describe, con gran exactitud, la dinámica de la temperatura de la zona térmica de referencia en función de la temperatura del agua helada, la temperatura ambiente y la radiación solar.
3. Se conforma un modelo para el hotel caso de estudio, que describe los procesos de intercambio de calor entre el agua helada, la zona térmica de referencia y el medio ambiente.
4. Para operar el sistema de climatización centralizado, se sintetiza un controlador predictivo basado en el modelo térmico del hotel. A partir de predicciones del clima y de la ocupación, se logra garantizar el confort en la zona térmica con un ahorro relativo de hasta un 8 % con respecto a la estrategia de operación actualmente utilizada.
5. El propósito del control de la capacidad de frío del chiller, a través del MPC, es garantizar que dicha capacidad entregada satisfaga justamente la carga térmica real de la edificación caso de estudio. Esto contribuye a que el chiller sea operado de una manera eficiente desde el punto de vista energético.

RECOMENDACIONES

- En la implementación práctica del MPC, es necesario estimar los estados no medidos del modelo térmico utilizado. Se recomienda obtener un filtro de Kalman para la estimación de los mismos.
- Investigar cómo afecta la incertidumbre de las variables predichas en la calidad del control predictivo propuesto.

Bibliografía

- Bacher, P. and Madsen, H. (2011). Identifying suitable models for the heat dynamics of buildings. *Energy and Buildings*, 43(7):1511 – 1522.
- Barbosa, R. M. and Méndez, N. (2003). Dynamic simulation of fan-coil systems. *17th International Congress of Mechanical Engineering*, (189).
- Barker, H. A., Rivera, D. E., Tan, A. H., and Godfrey, K. R. (2006). Perturbation signal design. *Proc. 14th IFAC Symposium on System Identification*.
- Bermudez, J. (2008). Estrategias de control multivariable para un sistema de compresión de vapor. Master's thesis, Universidad central "Marta Abreu" de las Villas, Departamento de Automática y Sistemas Computacionales, Santa Clara, Cuba.
- Boyd, S. and Vanderberghe, L. (2004). *Convex Optimization*. Cambridge University Press.
- Braun, J. E. (2007). Intelligent building systems - past, present and future. In *American Control Conference, New York City, USA*.
- Castilla, M., Álvarez, J. D., Berenguel, M., Pérez, M., Rodríguez, F., and Guzmán, J. L. (2010). Técnicas de control de confort en edificios. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*.
- Coffey, B., Haves, P., Hencsey, B., Wetter, M., Borrelli, F., and Ma, Y. (2010). A semi-empirical heat exchange model for return temperature and flow rate prediction in a campus chilled water system. *ASHRAE Transactions*, 116(2).
- Cuza, V. H. (2010). Estudio energético del sistema de climatización del hotel jagua. Master's thesis, Universidad Carlos Rafael Rodríguez, Facultad de Ingenierías, Cienfuegos, Cuba.
- F. Borrelli, Bemporad, A., and M. Morari (2013). *Predictive Control for linear and hybrid systems*. Cambridge University Press.
- Garzón, C. A. C. (2013). Identificación de sistemas lineales y no-lineales multivariables por espacio de estados. Master's thesis, Universidad Tecnológica de Pereira.

- Gruber, P., Gwerder, M., and Tödtli, J. (2001). Predictive control for heating applications. *Clima200/Napoli 2001 World Congress*.
- Gwerder, M. and Tödtli, J. (2005). Predictive control for integrated room. *8th REHVA World Congress for Building Technologies – CLIMA 2005*.
- Haves, P., Hincey, B., Borrelli, F., Elliot, J., Ma, Y., Coffey, B., Benghea, S., and Wetter, M. (2010). Model predictive control of hvac systems: Implementation and testing at the university of california, merced. *eScholarship, University of California*.
- Hernández, S. M. (2008). *Reducción del consumo de energía en instalaciones con sistemas de climatización centralizados Todo-Agua a flujo constante*. PhD thesis, Universidad Carlos Rafael Rodríguez, Facultad de Ingeniería, Cienfuegos, Cuba.
- Huang, H., Chen, L., Mohammadzaheri, M., and Hu, E. (2012). A new zone temperature predictive modeling for energy saving in buildings. *Procedia Engineering*, 49(0):142 – 151. International Energy Congress 2012.
- Lara, B. G. V. and Molina, L. M. C. (2014). Modeling and identification of a tropical island hotel. Preprint to be submitted to *Energy and Buildings Journal*.
- Lara, B. G. V., Padrón, O. B., Cigler, J., Oldewurtel, F., and Borroto, M. A. R. (2013). Model predictive control for a tropical island hotel. In *11th REHVA World Congress-CLIMA*, pages 5917–5927.
- Ljung, L. (1999). *System Identification. Theory for the user*. Upper Saddle River, NJ 07458, Prentice Hall PTR.
- López, L. H. (2006). Predicción del consumo energético del hotel jagua aplicando la simulación termodinámica y la inteligencia artificial. Master’s thesis, Universidad Carlos Rafael Rodríguez, Facultad de Ingenierías, Cienfuegos, Cuba.
- Álvarez., J. D., Redondo, J. L., Camponogara, E., Normey-Rico, Berenguel, M., and Ortigosa, P. M. (2012). Optimizing building comfort temperature regulation via model predictive control. *Energy and Buildings*, 57:361–372.
- Ma, Y., Borrelli, F., Hincey, B., Coffey, B., Benghea, S., and Haves, P. (2010). Model predictive control for the operation of building cooling systems. In *American Control Conference*, pages 5106–5111, Baltimore, MD.

- Ma, Y., Borrelli, F., Hancey, B., Packard, A., and Bortoff, S. (2009). Model predictive control of thermal energy storage in building cooling systems. In *Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. Proceedings of the 48th IEEE Conference on*, pages 392–397.
- Maasoumy, M. (2011). Optimal control algorithm design for hvac systems in energy efficient buildings. Technical report, University of California at Berkeley.
- Madsen, H. and Holst, J. (1995). Estimation of continuous-time models for the heat dynamics of a building. *Energy and Buildings*, 22:67–75.
- Molina, L. M. C. and Lara, B. G. V. (2011). Modelado térmico de habitaciones hoteleras. *7mo Taller Internacional de Energía y Medio ambiente (CEEMA)*.
- Mustafaraj, G., Chen, J., and Lowry, G. (2010). Development of room temperature and relative humidity linear parametric models for an open office using bms data. *Energy and Buildings*, 42(3):348 – 356.
- Mustafaraj, G., Lowry, G., and Chen, J. (2011). Prediction of room temperature and relative humidity by autoregressive linear and nonlinear neural network models for an open office. *Energy and Buildings*, 43(6):1452 – 1460.
- Oldewurtel, F., Parisio, A., Jones, C. N., Morari, M., Gyalistras, D., Gwerder, M., Stauch, V., Lehmann, B., and Wirth, K. (2010). Energy efficient building climate control using stochastic model predictive control and weather predictions. In *American Control Conference*, pages 5100–5105.
- Prívará, S., Cigler, J., Váňa, Z., Oldewurtel, F., Sagerschnig, C., and Žáčková, E. (2013a). Building modeling as a crucial part for building predictive control. *Energy and Buildings*, 56:8 – 22.
- Prívará, S., Cigler, J., Váňa, Z., Oldewurtel, F., and Žáčková, E. (2013b). Use of partial least squares within the control relevant identification for buildings. *Control Engineering Practice*, 21(1):113 – 121.
- Prívará, S., Široký, J., Ferkl, L., and Cigler, J. (2011). Model predictive control of a building heating system: The first experience. *Energy and Buildings*, 43:564 – 572.

- Tödtli, J. and Gwerder, M. (2007). The use of weather forecasts in building automation and control systems (bacs): How to use them? what is the benefit? *9th REHVA World Congress for Building Technologies –CLIMA 2007, Helsinki. Workshop 9 “Enhanced use of weather data and forecasts to improve the energy efficiency and indoor environment in buildings”*.
- Van Overschee, B. d. M. (1999). *Subspace Identification For Linear Systems*. Kluwer Academic Publishers.
- Verhelst, C. (2012). *Model Predictive Control of ground coupled heat pump systems in office buildings*. PhD thesis, Catholic University of Leuven, Belgium.
- Viberg, M., Wahlberg, B., and Ottersten, B. (1997). Analysis of state space system identification methods based on instrumentals variables and subspace fitting. *Automatica*, 33(9):1603–1616.
- Široký, J., Oldewurtel, F., Cigler, J., and Prívará, S. (2011). Experimental analysis of model predictive control for an energy efficient building heating system. *Applied Energy*, 88(9):3079 – 3087.
- Wang, S. (2010). *Intelligent Buildings and Building Automation*. Spon Press (Taylor & Francis), London and New York.
- Wetter, M. (1999). Simulation model finned water-to-air coil without condensation. Technical Report LBNL-42355, Simulation Research Group, Building Technologies Department, Environmental Energy Technologies Division, Lawrence Berkeley National Laboratory, Berkeley, CA 94720.
- Wu, S. and Sun, J.-Q. (2012a). Multi-stage regression linear parametric models of room temperature in office buildings. *Building and Environment*, 56(0):69 – 77.
- Wu, S. and Sun, J.-Q. (2012b). A physics-based linear parametric model of room temperature in office buildings. *Building and Environment*, 50(0):1 – 9.
- Wu, S. and Sun, J.-Q. (2012c). Two-stage regression model of thermal comfort in office buildings. *Building and Environment*, 57(0):88 – 96.

Anexo A

Componentes principales de TRNSYS utilizados en la simulación.

Tabla A.1: Componentes principales utilizados en TRNSYS

Simulación en TRNSYS	Descripción del componente
Suite Room 208. (Zona térmica seleccionada)	Loads and Structures/ With Standard output file/ Type56a: Modela el comportamiento térmico de una edificación de hasta 25 zonas térmicas. Se encarga de leer archivos .bui, .bld y .tm generados en TRNBuild basados en la descripción de las zonas realizada por el usuario.
Datos climatológicos	Weather Data Reading and Processing/Standard Format/ Type109-TMY2: Lee los datos climatológicos a partir de un archivo de datos. Obtiene la radiación en superficies inclinadas y su ángulo de incidencia.
Fan coil	menu bar: Assembly/insert new equation Ejecuta cualquier tipo de función que el usuario necesite. Se pueden implementar modelos de múltiples entradas, variables intermedias y salidas. El modelo del fan coil se implementó usando este componente.
Datos importados desde excel	Utility/Calling external Programs/excel/Type62: Implementa un enlace con excel en tiempo de simulación logrando rápida transferencia de datos. Se utiliza para introducir la temperatura del agua helada de suministro.
Exportación de datos	Output/ On line Plotter/Online Plotter with File/ TRNSYS Supplied Units/Type65a: Exporta a un .txt el valor de las variables seleccionadas para todo el intervalo de simulación y con un intervalo de muestreo definido por el usuario.

Anexo B

Estructura de los modelos *black-box*.

Se utilizaron 30 días de simulación en TRNSYS para modelar y validar los modelos. Los primeros 20 días para modelar y los 10 días restantes para validar. Las variables involucradas se registraron cada 5 minutos.

Salida del modelo: T_{dbRoom}

Entradas del modelo: $[T_{chwSupply}, T_{amb}, I_{global}]$

Modelo *black-box* en el espacio de estados. Método de subespacios

- Modelo:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k)$$

- Modelo de 2do orden.
- parametrización canónica.
- Estado inicial estimado por la propia función *n4sid*.
- Parametrización realizada:

```
N4SIDModel = n4sid(Data, ORDER_room, 'Focus', 'Simulation', ...  
'DisturbanceModel', 'None', 'InitialState', 'Estimate', ...  
'ss', 'can', 'ts', Ts)
```

Modelo Output Error.

- Estructura general del modelo *Output Error*:

$$y(t) = B(q)/F(q)u(t - nk) + e(t)$$

- Los parámetros de ajuste del modelo son:

$$nb : B(q) = b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{(-nb+1)}$$

$$nf : F(q) = 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{nf}q^{-nf}$$

nk : tiempo muerto : tiempo de retardo del efecto de un cambio de la entrada sobre la variable de salida.

- Parametrización realizada:

$$nb = [4 \ 4 \ 4];$$

$$nf = [6 \ 6 \ 5];$$

$$nk = [0 \ 0 \ 0];$$

$$ORDERS = [nb \ nf \ nk];$$

$$OEModel = oe(Data, ORDERS)$$

Modelo ARX.

- Estructura general del modelo *ARX*:

$$\begin{aligned} &y(t) + a_1y(t - 1) + \dots \\ &+ a_nay(t - na) = b_1u(t - nk) + \dots \\ &+ b_{nb}u(t - nb - nk + 1) + e(t) \end{aligned}$$

- Los parámetros de ajuste del modelo son:

na: número de polos

nb: número de ceros +1

nk: tiempo de retardo del efecto de un cambio en la variable de entrada sobre la variable de salida.

- Parametrización realizada:

$$na = 1;$$

$$nb = [4 \ 4 \ 4];$$

$$nk = [0 \ 0 \ 0];$$

$$ORDERS = [na \ nb \ nk];$$

$$ARXModel = arx(Data, ORDERS)$$

Modelo ARMAX.

- Estructura general del modelo *ARMAX*:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{na} y(t-na) = b_1 u(t-nk) + \dots \\ + b_{nb} u(t-nb-nk+1) + c_1 e(t-1) + \dots \\ + c_{nc} e(t-nc) + e(t)$$

de forma más compacta:

$$A(q)y(t) = B(q)u(t-nk) + C(q)e(t)$$

- Los parámetros de ajuste del modelo son:
na: número de polos
nb: número de ceros + 1
nc: número de coeficientes en C
nk: nk: tiempo de retardo del efecto de un cambio en la variable de entrada sobre la variable de salida.
- Parametrización realizada:

$$na = 1; \\ nb = [4 \ 4 \ 4]; \\ nc = [1]; \\ nk = [0 \ 0 \ 0]; \\ ORDERS = [na \ nb \ nc \ nk]; \\ ARMAXModel = armax(Data, ORDERS)$$

Modelo Box-Jenkins

- Estructura general del modelo *Box-Jenkins*:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{nu} [Bi(q)/Fi(q) * ui(t-nki)] + C(q)/D(q) * e(t)$$

- Los parámetros de ajuste del modelo son:

$$nb : B(q) = b_1 + b_2q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{(-nb+1)}$$

$$nc : C(q) = 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{nc}q^{-nc}$$

$$nd : D(q) = 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{nd}q^{-nd}$$

$$nf : F(q) = 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{nf}q^{-nf}$$

- Parametrización realizada:

$$nb = [4 \ 4 \ 4];$$

$$nc = [1];$$

$$nd = [0];$$

$$nf = [6 \ 6 \ 5];$$

$$nk = [0 \ 0 \ 0];$$

$$\text{ORDERS} = [nb \ nc \ nd \ nf \ nk];$$

$$\text{BJModel} = \text{bj}(\text{Data}, \text{ORDERS})$$

Anexo C

Simulación del MPC.

```
clc;
clear
close all;
yalmip('clear')
clear all

load ThermalModel
% x = [Treturn Troom Tw]';
% u = [Tsupply Tair SolarRadiation occupancy];
% y = [Treturn Troom];

load All_DATA_April_8_April_16_Ts_5minutes% Simulation Data
Ts 112;% Samplig Time 5 min = 112 hours
disturbances [Tair Solar_radiation occupancy];% From Simulation Data

% Model data
A = ThermalModel.a;
Bu = ThermalModel.b(:,1);
Bv = ThermalModel.b(:,2:4);
C = ThermalModel.c;
nx = 3;% Number of states
```

```

nu = 1;% Number of control inputs
nw = 3;% Number of disturbance inputs
ny = 2;% Number of outputs

N = 144;% Prediction horizont = 12 hours.
U = sdpvar(nu*N,1);
W = sdpvar(nw*N,1);
x = sdpvar(nx,1);
Y = sdpvar(ny*N,1)

% ModelPrediction:
% Y = H*x + Su*U + Sw*W;
[H,Su] = create_CHS(A,Bu,C,N);
[H,Sw] = create_CHS(A,Bv,C,N);
U_min = 6;
U_max = 15;
F = [Y == H*x + Su*U + Sw*W, U_min <= U <= U_max];% Time Invariant Constraints
objective = norm(Y(1:2:length(Y))-U,1) +...
... + norm(Y(2:2:length(Y))-24*ones(size(Y(2:2:length(Y))))),2);

% Initial state
xk = [15; 23; 22];

OutPut = [];
TsupplyOPT = [];
Delta_u_max = 2;% max T_supply variation at every time step.

% EndSimulation = size(disturbances,1)-N;
EndSimulation = 2016;% 576(2 days) 1416(5 days) 2016(7 days)

for i=1:EndSimulation
prediction = getprediction(disturbances, i, N);
solvesdp([F, x == xk, W == prediction, U_min <= U(1) <= xk(1)], objective);
OutPut = [OutPut, C*xk];

```

```

TsupplyOPT = [TsupplyOPT; double(U(1))];
disp('Tsupply:')
Tsupply = double(U(1))
disp(Éstados [Treturn TdbRoom Textra]:')
xk = A*xk + Bu*double(U(1)) + Bv*disturbances(i,:)'
U_min = double(U(1))-Delta_u_max;
end

Time = 0:Ts:(EndSimulation-1)*Ts';
figure(1)
subplot(4,1,1)
plot(Time,OutPut(2,:)', 'g')% TdbRoom
hold on
stairs(Time,TsupplyOPT,'b')% Tsupply
plot(Time,OutPut(1,:)', 'r')% Treturn
hold off
legend('T_{dbRoom}', 'T_{chwSupply}', 'T_{chwReturn}')
ylabel(' [oC] ')
subplot(4,1,2)
plot(Time,Tair(1:EndSimulation), 'b')
ylabel(' [oC] ')
legend('T_{amb}')
```

```

subplot(4,1,3)
plot(Time,Solar_radiation(1:EndSimulation), 'r')
ylabel(' [kW/m2] ')
legend('I_{global}')
```

```

subplot(4,1,4)
plot(Time,occupancy(1:EndSimulation), 'b')
ylabel(' [hab] ')
legend('O_{cc}')
```

```

xlabel('time [hours]')
```