

Tesis presentada en opción al Título Académico
Master en Didáctica de la Matemática.

TÍTULO: Una alternativa metodológica para la introducción de los ejercicios de nuevo tipo en la enseñanza de la Matemática.

Autor: Lic. Martín Jon Peña.

Tutor: Dr. Sergio Ballester Pedroso

RESUMEN .

Los ejercicios de nuevo tipo (E. N. T.) surgen como uno de los principales resultados de la investigación “La sistematización de los conocimientos matemáticos” en febrero de 1995.

En la misma se destaca que los E. N. T. favorecen la sistematización de los conocimientos, se esboza la sospecha de su posible relación con la resolución de problemas y en sus conclusiones se señala que “es necesario continuar investigando, cómo pueden combinarse de modo efectivo con los ya existentes, y cuándo resulta más conveniente su utilización” .

En este trabajo se presentan los resultados de la puesta en práctica de una alternativa metodológica para la introducción de los E. N. T. en la enseñanza de la Matemática , donde aparecen las recomendaciones didácticas para la preparación de los profesores sobre la utilización de este tipo de ejercicios y el carácter propedéutico que los mismos tienen con relación a la resolución de problemas.

También aparecen los criterios para la utilización de los E. N. T. en correspondencia con los objetivos de la enseñanza de la Matemática , su selección y combinación con los ejercicios ya existentes de acuerdo con las funciones didácticas y su tratamiento metodológico.

La puesta en práctica de esta alternativa metodológica en los marcos de una investigación - acción - participativa constituye un modesto aporte a la didáctica de la escuela cubana de tener una metodología flexible, capaz de ofrecer a los profesores variantes de como enfrentar los problemas que a diario se presentan en las aulas y contribuye a aumentar la solidez de los conocimientos geométricos en los alumnos de 9. grado lo cual los pone en mejores condiciones de enfrentar con éxito la resolución de problemas.

INDICE.

Introducción.....	1 - 7
Capítulo I “Los ejercicios de nuevo tipo (E. N. T.) en la enseñanza de la Matemática	8 - 29
1.1 Caracterización de los E. N. T.	
1.2 La selección y el tratamiento de los E. N. T. en las clases de matemática	
1.3 Los E. N. T. y la resolución de problemas.	
Capítulo II ‘Una alternativa metodológica para la introducción de los E. N. T. en la enseñanza de la Matemática .’	30 - 39
2.1 La preparación de los profesores,.	
2.2 Organización desarrollo y control del experimento pedagógico.	
Conclusiones.	
Recomendaciones.	
Bibliografía.	
Anexos.	

INTRODUCCIÓN.

En un análisis reciente sobre la marcha del proceso de integración del departamento de Matemática-Computación del Instituto Superior Pedagógico “Enrique José Varona con el Sistema Nacional de Educación en Ciudad de la Habana se planteó, como una regularidad en el banco de problemas de los Municipios, que la solidez de los conocimientos vistos desde el ángulo de durabilidad para poder ser aplicados constituye hoy en día uno de los problemas esenciales de la enseñanza de la Matemática.

Según (Danilov y Skatkin , 1985), **en el proceso de adquisición de conocimientos sólidos;** estos, cuando son duraderos, no constituyen una suma de lo asimilado, recordado y estudiado.

Para garantizar la solidez de los conocimientos de los escolares es preciso, durante la enseñanza, retornar a los conocimientos antes asimilados y analizarlos desde un nuevo punto de vista, de modo que los alumnos, en una u otra medida, los utilicen de un modo nuevo; estas operaciones contribuirán a que los conocimientos se enriquezcan y se fijen en la conciencia de los escolares con más profundidad.

En este sentido, **una gran importancia adquiere el trabajo de los alumnos, tendiente a la sistematización de los conocimientos.**

Como profesor de la disciplina de Metodología de la Enseñanza de la Matemática , durante los años 1991-1995 trabajé con un colectivo de profesores en la investigación “La sistematización de los conocimientos matemáticos”, en cuyo informe final se destacan las siguientes consideraciones:

“La sistematización de los conocimientos adquiere su máxima significación no sólo por su aporte a la fijación, sino también por su carácter propedéutico con respecto a la aplicación de los conocimientos matemáticos.

Los E.N.T. constituyen una vía capaz de propiciar la sistematización de los conocimientos de los alumnos de forma activa, son portadores de potencialidades para contribuir a desarrollar determinadas operaciones deseables y presumiblemente favorecedoras de las acciones requeridas para la resolución de problemas”. (Ballester, et al, 1995).

En principio, estos E.N.T. son ejercicios que propician en los alumnos buscar y establecer nexos y relaciones entre los conocimientos adquiridos. Para que esto suceda, será necesario que la

exigencia planteada a los alumnos demande de este tipo de acciones.

Se trata de un ejercicio cuya respuesta deberá estar constituida por múltiples posibilidades que la conforman. Cada posibilidad deja al descubierto la identificación de un probable nexo o relación y está en dependencia de los conocimientos adquiridos por los alumnos y la disponibilidad de los mismos.

Este trabajo lo iniciamos a partir del Curso Escolar 1994-1995 con la introducción de los E.N.T. en la práctica escolar a través de la tutoría de Trabajos Científicos Estudiantiles y el desarrollo de cursos y seminarios de superación a profesores y metodólogos, en donde hemos podido constatar, por el criterio de los profesores y las experiencias pedagógicas desarrolladas, los resultados alentadores que se han alcanzado .

Hasta el momento, no se ha profundizado en el tratamiento didáctico de los E.N.T., ni en la preparación de los profesores en su utilización.

En nuestro caso se trata de profundizar sobre la necesidad de saber cómo trabajar con los E.N.T. y conocer las potencialidades que los mismos tienen en el desarrollo de determinadas acciones y operaciones como son: la búsqueda de medios matemáticos y el desarrollo de la visión geométrica.

En este trabajo se caracteriza la visión geométrica como identificar la composición de una figura por otras mas simples.

Por “ búsqueda de medios asociados a una situación dada” se concibe como el poder determinar los contenidos matemáticos (conceptos, proposiciones y procedimientos) relacionados con la situación planteada.

Se decidió realizar la experiencia en Geometría dadas las posibilidades que tienen lo E.N.T. de contribuir al cumplimiento de los objetivos de la enseñanza de la Matemática , y por ser este uno de los contenidos que mayores dificultades presentan a los alumnos. (Almaguer, et al 1996).

(Guzmán, 1991) señala “que desde hace veinte años el pensamiento geométrico viene pasando por una depresión en nuestra enseñanza matemática inicial, primaria y secundaria”; destacando que no se refiere a la enseñanza de la geometría más ó menos fundamentada en los elementos de Euclides, sino a algo mucho más básico y profundo, que es la capacidad del hombre para explorar racionalmente el espacio físico en que vive, la figura y la forma física.

De esta forma, con la incorporación de los ejercicios de nuevo tipo se pueden aprovechar las

potencialidades que brindan estos ejercicios para contribuir al cumplimiento de los objetivos de la enseñanza de la Matemática .

El trabajo no pretende profundizar en un problema tan complejo como es el de enseñar a los alumnos a resolver problemas, sino a poner en evidencia el papel que juegan los E.N.T. en la preparación de los estudiantes para resolver problemas. Resulta; por lo tanto, un tema de mucha actualidad y contribuye a su solución a través de la sistematización de los conocimientos con el empleo de los llamados E.N.T.

Se trata de una alternativa metodológica para contribuir al “ Cumplimiento de los objetivos de cada grado y nivel con el mayor alcance en la asimilación de los conocimientos y desarrollo de habilidades matemáticas que sea posible, teniendo en cuenta el diagnóstico de las deficiencias fundamentales que arrastran los alumnos de grados precedentes”, según se plantea lograr en una de las direcciones que señala el programa Director de la Matemática (vigente a partir del curso 1997-1998).

La alternativa está compuesta por recomendaciones didácticas para la preparación de los profesores sobre la utilización de los E.N.T. y el carácter propedéutico que los mismos tienen con relación a la resolución de problemas.

También aparecen los criterios para la utilización de los E.N.T. en correspondencia con los objetivos de la enseñanza de la Matemática , su selección y combinación con los ejercicios tradicionales de acuerdo a las funciones didácticas y su tratamiento metodológico.

En este trabajo denominamos ejercicios tradicionales a aquellos que aparecen en el libro de texto y otros con características similares.

Todo lo anterior nos condujo a plantear como objeto y campo de acción los siguientes:

Objeto: El trabajo con los ejercicios en la enseñanza de la Matemática .

Campo de acción: La combinación de ejercicios, incluyendo los E.N.T. y el tratamiento de ellos en la enseñanza de la Matemática .

Y formular el siguiente problema y objetivos generales:

Problema: ¿ Cómo se pueden utilizar los E.N.T. para contribuir al cumplimiento de los objetivos de la enseñanza de la Matemática en la escuela ?.

Objetivo:

- Elaborar una alternativa metodológica para el trabajo con los ejercicios en las clases de matemática, a partir de la introducción de los E.N.T. y la metodología específica de su

tratamiento de modo que contribuya a la solución de problemas.

Para alcanzar el objetivo propuestos planteamos las siguientes tareas investigativas:

- Estudio de los puntos de vista de la Didáctica de la Matemática relativos a la fijación de los conocimientos y a la resolución de problemas.
- Integración de los elementos teóricos que sustentan la utilización de los E.N.T. en la sistematización de los conocimientos, con un carácter propedéutico con relación a la solución de problemas.
- Desarrollo de un curso-taller para la preparación de los profesores que trabajarán la experiencia pedagógica.
- Recomendación a los profesores de un posible distribución de las clases de fijación y la combinación de ejercicios que incluyan a los E.N.T.
- Constatación de la alternativa propuesta a través de la preparación y ejecución de un experimento pedagógico.

Los métodos utilizados en el trabajo estuvieron determinados por los objetivos y las tareas propuestas.

- Métodos de nivel teórico.

Se emplearon métodos de análisis-síntesis, inducción-deducción e histórico-lógico, los que permitieron encontrar las principales tendencias en el trabajo con los ejercicios matemáticos y en la resolución de problemas, tanto en la literatura científica como en la práctica escolar, así como precisar los objetivos fundamentales a alcanzar en la enseñanza de la geometría en Secundaria Básica.

Lo anterior se realizó con el objetivo de adquirir la información general y los conocimientos necesarios para fundamentar, desde el punto de vista didáctico, la alternativa propuesta.

- Métodos de nivel empírico.
- Se aplicaron entrevistas a metodólogos y a profesores para conocer si tenían una clara comprensión de los objetivos fundamentales a alcanzar en la enseñanza de la geometría en este nivel, sus criterios sobre las dificultades que presentan los alumnos en el cumplimiento de los objetivos y exigencias en las unidades de Semejanza de figuras geométricas y de Sistematización, las orientaciones metodológicas que se brinda a los profesores acerca del trabajo con los ejercicios y en especial cómo trabajar en la unidad de Sistematización.

Encuestas a los profesores para conocer sus opiniones sobre el trabajo con los E.N.T. y la

alternativa que proponemos..

- Encuestas a los alumnos para conocer sus opiniones sobre los E.N.T. y las dificultades que presentan en la resolución de problemas.
- Observaciones y auto-observaciones a clases dirigidas a constatar cómo se manifiestan los alumnos ante este nuevo tipo de ejercicios, cómo es su participación en clases (motivación, relación alumno-profesor, su manera de expresarse, la búsqueda de medios ante una situación dada y el desarrollo de la visión geométrica) y conocer el trabajo que realiza el profesor en función de la alternativa propuesta.
- Organización, desarrollo y control del experimento pedagógico con el objetivo general de constatar en la práctica escolar la alternativa metodológica propuesta.

La población estuvo constituida por los alumnos de noveno grado del Municipio Centro Habana. La muestra se constituyó por un grupo de cinco Secundarias Básicas del territorio: “Bartolomé Masó”, “William Soler”, “Protesta de Baraguá”, “José Martí”, y “Sergio González”.

Además de estos métodos del paradigma clásico, se aplicaron otros métodos como la investigación participativa, y dentro de esta, la investigación acción, pues el mismo sujeto (investigador, profesor y alumno) participa en la solución del problema.

- Métodos estadísticos.

Se emplearon métodos de la estadística descriptiva para el procesamiento de la información, pues no es objetivo de este trabajo hacer inferencias ni establecer correlaciones.

El **aporte teórico** consiste en: las recomendaciones didácticas para la preparación de los profesores sobre la utilización de los E.N.T.; los criterios para su utilización en correspondencia con los objetivos de la enseñanza de la Matemática ; los aspectos a tener en cuenta para la selección de los E.N.T. en base a las funciones didácticas predominantes y su tratamiento metodológico.

Unido a lo anterior se hacen algunas consideraciones sobre el trabajo con la unidad de Sistematización a partir de la experiencia acumulada.

El **aporte práctico** de este trabajo consiste en: una alternativa metodológica de utilización de los E.N.T. en la sistematización de los conocimientos matemáticos como una premisa para resolver problemas.

En esta alternativa aparece una colección de E.N.T. acompañados de sus posibilidades de utilización de acuerdo con su función didáctica, que pueden ser empleados por los profesores de

nivel medio y que pudieran enriquecer a los ejercicios que aparecen en el libro de texto.

Tanto la alternativa metodológica propuesta, como las orientaciones que se dan a los profesores para el conocimiento y utilización de los E.N.T. constituyen **elementos novedosos** de utilidad práctica, y una posible vía de abordar un problema de actualidad como es la falta de solidez en los conocimientos para poder ser aplicados.

La estructura de la Tesis consta de tres capítulos fundamentales. En ellos se refleja la fundamentación del trabajo, se precisan elementos teóricos importantes del problema científico, se propone una alternativa de cómo enfrentar el problema, y se realiza una constatación de la alternativa propuesta

Para conocer las principales tendencias en el trabajo con los ejercicios matemáticos, y lograr una mayor efectividad en la sistematización de los conocimientos y en la resolución de problemas se realizó la revisión bibliográfica.

En relación con el trabajo con los ejercicios se analizaron, entre otros, los puntos de vista de W. Jungk, W. Zillmer, H. Müller, F. Muñoz, L. Campistrous y S. Ballester, los cuales tratan sobre el concepto de ejercicio, sus clasificaciones, cómo hacer una correcta selección y su tratamiento metodológico.

Apreciamos en todos ellos puntos de contacto sobre el concepto de ejercicios matemáticos y en los aspectos a tener en cuenta en la selección de los ejercicios y en su tratamiento metodológico. En relación a la clasificación de los ejercicios se siguen diversos puntos de vista y es nuestro criterio que se debe insistir en lo útil que representa para el trabajo del profesor la clasificación de acuerdo a las funciones didácticas.

La revisión realizada sobre la resolución de problemas (G. Polya, A. Schoenfel, Metelsking, L.V. Friedman, A. Labarrere, S. Ballester) ratifica la amplitud y complejidad con que se aborda esta situación. Coincidimos con los puntos de vista que le conceden cierta posición especial a la motivación que hay que tener para resolver problemas y la necesidad de que los profesores enseñen a los alumnos a cómo enfrentar esta difícil tarea.

La bibliografía que encontramos sobre la sistematización de los conocimientos (W. Jungk, W. Zillmer, S. Ballester) es poca y sólo en el caso del último autor se profundiza en cómo debe trabajar el profesor para que los alumnos puedan realizar una sistematización de los conocimientos con mayor efectividad.

Esta revisión bibliográfica y la consulta de otras fuentes resultaron de mucha utilidad para

realizar las recomendaciones didácticas que aparecen en este trabajo.

Algunas de las ideas y resultados de este trabajo han sido aprobados para publicar en dos artículos y expuestos en seis eventos a nivel de Instituto o de la cátedra “Dulce. M. Escalona”. También se han tratado en los cursos del Diplomado en Didáctica de la Matemática, cursos de superación para profesores y metodólogos en varios municipios de Ciudad de la Habana y en un curso pre reunion del Congreso Pedagogía'97 .

CAPÍTULO 1. Los ejercicios de nuevo tipo (E. N. T.) en la enseñanza de la Matemática .

El objetivo de este capítulo es poner en evidencia las características de los E. N. T. como ejercicios matemáticos y su posibilidad de utilización en el cumplimiento de los objetivos de la enseñanza de la Matemática , así como su carácter propedéutico con relación a la resolución de problemas.

1] Caracterización de los E.N.T.

¿Podemos afirmar que existen los E. N. T. cómo ejercicios matemáticos?. ¿Para qué pueden ser útiles en el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje a la matemática ?.

La enseñanza de la matemática debe lograr que los alumnos se apropien de un determinado sistema de conocimientos matemáticos y desarrollen las habilidades necesarias para operar con ellos y darles aplicación. Estos conocimientos sistematizados deben permanecer por un tiempo prolongado en la memoria de los alumnos de manera que puedan ser utilizados por ellos en un momento determinado, con lo cual se activan, se hacen más sólidos y se engloban en un sistema de conocimientos más amplio.

En la enseñanza de la Matemática tiene una gran significación la fijación de los nuevos conocimientos. De manera muy especial en esta asignatura la transmisión de los mismos y el desarrollo de habilidades y capacidades adquiridos tienen como base los conocimientos habilidades y capacidades adquiridos con anterioridad.

Para que estos conocimientos puedan ser de utilidad al alumno, tanto en el tratamiento de nuevos contenidos como en la resolución de ejercicios (de cálculo, demostración, construcción y problemas), es imprescindible que se encuentren ordenados y relacionados en su memoria, ya que sólo así estarán prestos a ser utilizados convenientemente; es por ello que la organización o estructuración de los conocimientos que eventualmente pudieran parecer aislados, se convierte en un aspecto esencial dentro de la fijación. (Jungk. W. , Muñoz. F. , Ballester. S.).

La sistematización de los conocimientos se comprende como una forma de la fijación cuya característica esencial radica en estructurar los conocimientos en un sistema mediante el establecimiento de los nexos y relaciones esenciales que existen entre ellos.

Para desarrollar con éxito la sistematización el profesor debe tener en cuenta que es imprescindible la disponibilidad de los conocimientos en los alumnos , por lo que la reactivación requiere de la participación activa e independiente de los mismos, su posibilidad de ser flexibles

en sus razonamientos y de realizar procesos del pensamiento lógico y divergente.

Una organización adecuada del contenido que conduzca al logro de los objetivos requiere de un trabajo con ejercicios correctamente organizados, ya que los ejercicios matemáticos resumen las exigencias que deben plantearse a los alumnos, de modo que su personalidad se desarrolle en la dirección adecuada.

Una buena parte del tiempo de la enseñanza de la matemática se dedica a la resolución de ejercicios y de este modo la falta de eficiencia en la utilización de ese tiempo repercute negativamente en la formación de los alumnos.

Si se pretende elevar la eficiencia de la enseñanza de la Matemática es necesario perfeccionar el sistema de ejercicios que forma parte del curso de matemática y la metodología adecuada para el trabajo con los mismos (Müller. H, Muñoz. F, Campistrous. L, Ballester. S.,).

El concepto de ejercicio en la enseñanza de la Matemática, ha sido tratado por varios especialistas, en este sentido (H. Müller, 1987) destaca: **“Por un ejercicio en la enseñanza de la Matemática se entiende una exigencia para actuar que es caracterizada por;**

- el objetivo de las acciones.
- el contenido de las acciones
- las condiciones para las acciones.

El objetivo de todas las acciones en la resolución de un ejercicio es en cada caso transformar una situación inicial (elementos dados, premisas) en una situación final (elementos que se buscan, tesis).

El contenido de las acciones en la resolución de un ejercicio es caracterizado de una parte por el objeto de las acciones y por otra parte por ciertos tipo de acciones.

Como objetos de las acciones aparecen en los ejercicios :

- 1.- Elementos de materia matemáticos (conceptos, proposiciones y procedimientos).
- 2.- Correspondencia entre situaciones extramatemáticas y elementos de materia matemáticos.
- 3.- Procedimientos Heurísticos (principios, estrategias, reglas y programas) de carácter general y específico, así como medios heurísticos auxiliares.

Entre los tipos de acciones son de importancia especial los siguientes: identificar, realizar, comparar, ordenar, clasificar, reconocer, describir, aplicar, fundamentar, buscar, planificar, controlar.

Como condiciones para las acciones en el trabajo con un ejercicio se encuentran en primer lugar

las exigencias que el ejercicio pone al alumno.

Estas exigencias que se presentan por la forma de representación o codificación, por la complejidad de las condiciones, de los medios matemáticos o del proceso de pensamiento, por la actualidad de los conocimientos necesarios o por la cantidad y extensión de las operaciones necesarias se expresan mediante el grado de dificultad del ejercicio”.

Otra definición de ejercicio es la que da (Friedman, 1982) : “Un ejercicio es una exigencia (o una pregunta) a la cual hay que hallar una respuesta en correspondencia con las condiciones que se señalan”.

En el libro de Metodología de la Enseñanza de la Matemática I (Ballester, 1992) aparece otra definición de ejercicio en la enseñanza de la Matemática cuando se señala: “Un ejercicio matemático está formado por tres componentes que son:

- La situación inicial (los elementos que se dan, premisas).
- La vía de solución (las transformaciones que hay llevar a cabo para resolverlo).
- La situación final. (elementos que se buscan, tesis)”.

Estas tres definiciones tienen puntos de contacto cuando se destaca que un ejercicio es una exigencia para actuar y en todas se plantea la existencia de una situación inicial, una vía de solución y una situación final. En nuestro criterio estos elementos precisan las características esenciales de los ejercicios en la enseñanza de la Matemática.

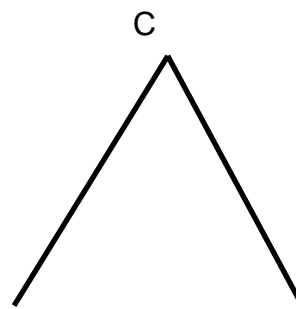
Como se puede apreciar los E.N.T. se ajustan a la definición que aparece en el libro de texto de Metodología de la Enseñanza de la Matemática I (MEM I).

“Estos ejercicios llamados de nuevo tipo se caracterizan por presentar una situación a partir de la cual se formula una pregunta que permita expresar a los alumnos todo lo que pueda en relación con ella””. (Ballester, 1995).

Su estructura podría simplificarse en una sintaxis como la siguiente: **Situación inicial** + **?**, que ilustra una situación inicial, acompañada de una interrogante.

Ejemplo de ejercicio de nuevo tipo es:

-. En la figura triángulos ABC y PQR equiláteros,

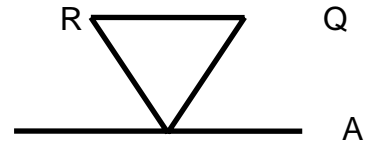


$PQ \parallel AC$, $PR \parallel BC$ y $QR \parallel AB$.

a) Di cuántos ángulos de la figura son iguales. Fundamenta.

b) ¿Qué otras figuras se forman?

c) Determina que triángulos son semejantes. Justifica.



Entre las características que permiten diferenciar los ENT de los usualmente propuestos por los profesores en las clases de Matemática se encuentran las siguientes :

- **La respuesta incluye muchas posibilidades correctas.**
- La pregunta asociada a la situación planteada **no limita la amplitud, ni la profundidad de las respuestas.** Ambos aspectos están en dependencia de los conocimientos que posee el alumno y sus posibilidades reales de asociarlos a la situación planteada.
- **La respuesta de los alumnos no requieren de un orden secuencial estricto.** Ello favorece un clima de libertad en sus reflexiones, le permite comenzar aplicando la forma de pensamiento, o los conocimientos que les resulte más fácil, o que mejor dominen.

Las respuestas exigidas **permiten establecer nexos y relaciones entre los conocimientos** de los alumnos.

- Estos ejercicios **propician el entrenamiento de los alumnos en la búsqueda de medios matemáticos asociados a una situación dada.** La pregunta asociada a la situación dada en el ENT promueve una búsqueda en nuestro arsenal de conocimientos, de aquellos que nos pueden resultar útiles para formular, poco a poco la respuesta. Una y otra vez la situación inicial (u otra derivada de ésta) se torna punto de partida para nuestros razonamientos.
- La necesidad de emprender una búsqueda, a partir de la pregunta formulada **favorece el entrenamiento de los alumnos en la aplicación de estrategias heurísticas generales de búsqueda de ideas de solución a problemas.** Particular atención merecen aquí las estrategias de trabajo hacia adelante y estrategias de trabajo hacia atrás (Müller, 1986; W. Jungk, 1975; Polya, 1945).
- La aplicación de los ejercicios de nuevo tipo tiene un efecto positivo en el desarrollo de habilidades comunicativas, **fomentan el desarrollo de la expresión oral, el escuchar y el analizar críticamente.**

Los ejercicios de nuevo tipo constituyen una vía capaz de propiciar la sistematización de los

conocimientos de los alumnos de forma activa, son portadores de potencialidades para contribuir a desarrollar determinadas operaciones mentales y prácticas deseables y presumiblemente favorecedoras de las acciones requeridas para la resolución de problemas.

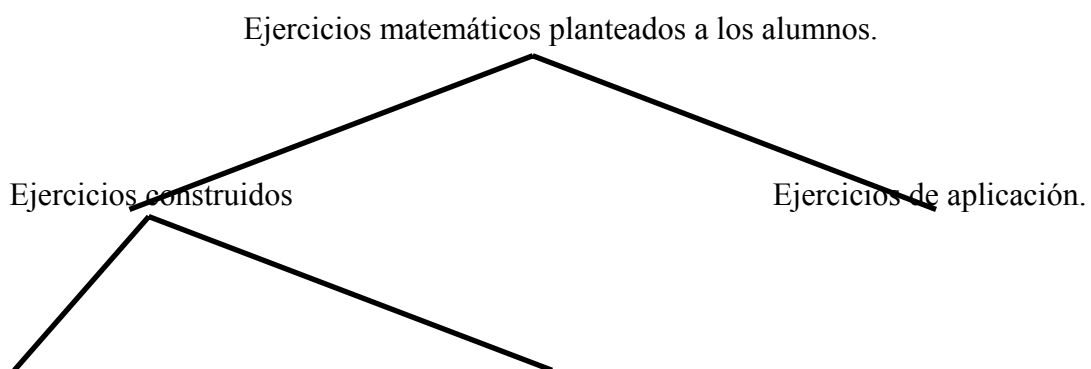
La caracterización ofrecida nos permite apreciar que los E.N.T. exigen la realización de diferentes acciones y operaciones en correspondencia con la formación matemática aspirada para nuestros alumnos.

En la revisión de la bibliografía consultada encontramos muchas formas de clasificar los ejercicios matemáticos.

En la didáctica de la matemática se utiliza con frecuencia la clasificación de ejercicios dada por Werner Jungk (1979). Para este autor “Como concepto superior se elige el concepto ejercicios matemáticos planteados a los alumnos. Como conceptos subordinados aparecen ejercicios de aplicación y ejercicios construidos. Los ejercicios de aplicación no se basan en problemas matemáticos, sino en problemas que surgen directamente en la práctica, pero en la solución de estos se aplican procedimientos matemáticos.

Los ejercicios construidos son aquellos que han sido elaborados por razones didácticas, con el fin de ejercitación, profundización y aplicación y que no son ejercicios de aplicación. Tales ejercicios pueden subdividirse nuevamente en dos grupos: ejercicios formales y ejercicios con texto. Estos últimos pueden clasificarse nuevamente en ejercicios con textos matemáticos y ejercicios con textos relacionados con la práctica”.

Se obtiene entonces la pirámide de conceptos que aparece en el esquema siguiente



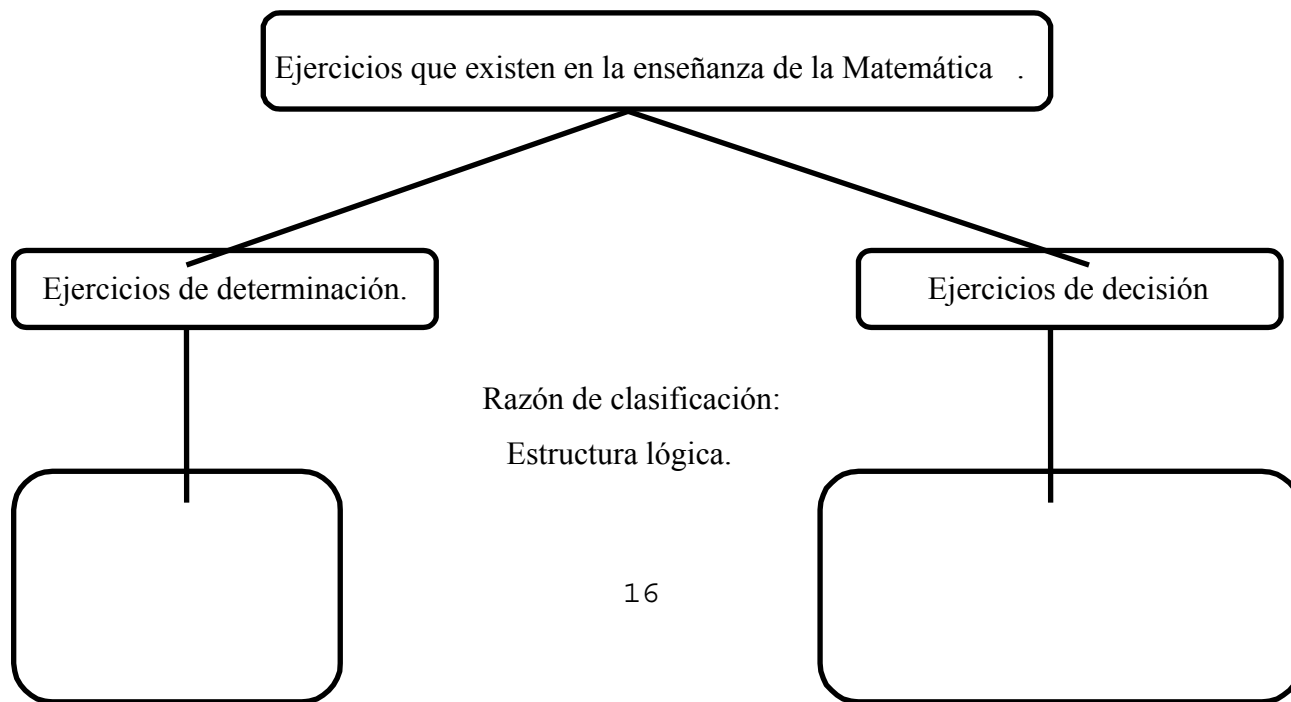
Ejercicios formales.

Ejercicios con texto.

Ejercicios con
textos matemáticos

Ejercicios con textos
relacionados con la práctica
(ejercicios relacionados con la práctica)

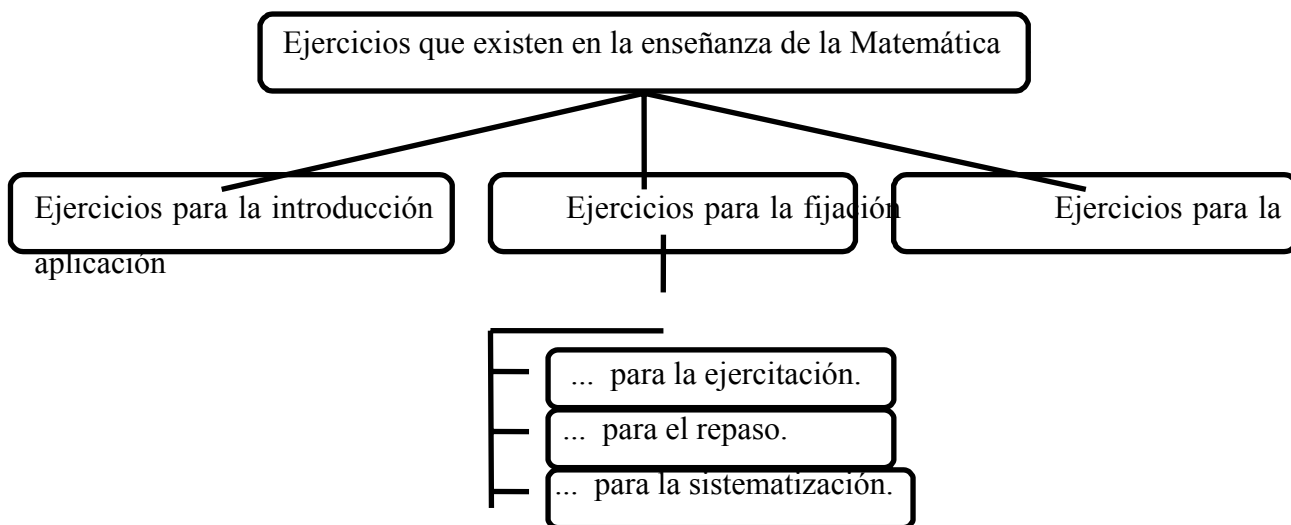
Esta clasificación presenta algunas ambigüedades e imprecisiones entre los ejercicios de aplicación y los ejercicios con texto relacionados con la práctica, y por otra parte lleva implícita una concepción limitada de lo que se entiende por problema en la enseñanza de la Matemática .
(W. Zillmer, 1981) señala otras dos posibles clasificaciones del concepto de ejercicio atendiendo a su estructura lógica e intención didáctica.



Algo desconocido
se debe determinar:
 $X + 2 = 4$

Establecer el valor de
verdad, por ejemplo, mediante
demostraciones.

Cuando se selecciona como razón de clasificación la intención didáctica, entonces se obtiene:



La segunda clasificación orienta a los profesores cómo hacer una correcta selección de los ejercicios atendiendo a su intención didáctica y realizar una combinación adecuada de las distintas formas de la fijación de los conocimientos.

Los E.N.T. se pueden incluir en la clasificación de (W. Jungk ,1979) como ejercicios contruidos y de acuerdo a las planteadas por (Zillmer,1981) como ejercicios de determinación, para la introducción y la fijación.

Otra clasificación de ejercicios es la que aparece en el libro: " Cómo enseñarse a resolver problemas", del profesor (L.V. Friedman,1982). En este caso se establecen :

Por el carácter del objeto: ejercicios prácticos (aquellos donde al menos un objeto es real), ejercicios matemáticos (son aquellos en los cuales los objetos son matemáticos).

Por el carácter de los medios: ejercicios ordinarios (son los que para su resolución se requiere de la aplicación de reglas, definiciones, teoremas que determinan una sucesión de pasos para la acción de resoluciones), ejercicios no ordinarios(son aquellos para los cuáles no se tienen reglas generales que definen un programa o sucesiones de pasos para su solución).

Por el carácter de la exigencia: ejercicios de búsqueda (aquellos donde la búsqueda puede ser

una magnitud o una relación, incógnita, objeto), y además las acciones son : hallar, clasificar, determinar, etc. ; ejercicio de transformación o construcción (son aquellos en los que su exigencia requiere transformar determinada expresión, simplificarla o representarla de otra forma).

Esta clasificación de los ejercicios es más completa y consecuente, ya que no son excluyentes entre sí y están bien delimitados cada uno de los principios de clasificación de los ejercicios.

Ello nos permite ubicar a los E.N.T. como ejercicios matemáticos ya que por sus características los objetos que aparecen en él son matemáticos, son ejercicios no ordinarios ya que para su respuesta no requieren un orden secuencial estricto y son ejercicios de búsqueda ya que una de las principales características de estos ejercicios es la búsqueda de medios matemáticos asociados a una situación dada.

(Müller, 1987) señala otras formas de clasificación de los ejercicios:

- a.- Según los complejos de materia.
- b.- Según su planteamiento en la realización de las funciones didácticas.
- c.- Según su planteamiento en las diferentes situaciones típicas de la enseñanza de la Matemática .
- d.- Ejercicios cuyo proceso de resolución contribuye de manera especial al desarrollo de capacidades generales y específicas. A partir de este criterio se pueden diferenciar:
 1. Ejercicios de fundamentación, de demostración y de deducción.
 2. Ejercicios que exigen la búsqueda de suposiciones.
 3. Ejercicios de formación y de fundamentación de procedimientos algorítmicos.
 4. Ejercicios con texto relacionados con la práctica.
 5. Problemas de cálculo con magnitudes.
 6. Problemas de construcciones geométricas.
 7. Ejercicios combinatorios.
 8. Ejercicios lógicos-lingüísticos.
 9. Ejercicios Inversos.
 10. Ejercicios complejos.

Los criterios de clasificación propuestos por (Müller,1987) son variados y bastante amplios, tratando de abarcar aspectos del contenido matemático, de la estructuración didáctica y metodológica y del proceso de resolución del ejercicio, con especial atención en sus

potencialidades para contribuir al desarrollo intelectual de los alumnos.

Ello permite ubicar a los E.N.T. como ejercicios que tienen potencialidades en el estudio de la geometría, son ejercicios para el adiestramiento lógico-lingüístico porque con su utilización acertada en el aula los profesores promueven en todos sus alumnos que expresen todo cuanto saben sobre la situación planteada, y contribuyen al adiestramiento heurístico en la aplicación de las diferentes estrategias de trabajo universales.

En el libro de MEM I, del colectivo de autores cubanos (1992), se destaca que "con el objetivo didáctico con que se les utiliza los ejercicios pueden ser clasificados en:

- 1.- Ejercicios para la introducción de nuevos conocimientos.
- 2.- Ejercicios para el desarrollo de habilidades y hábitos.
- 3.- Ejercicios para desarrollar el pensamiento de los alumnos.
- 4.- Ejercicios para el control".

En el texto no se es explícito en esta clasificación sólo se destaca que los ejercicios que se utilizan en la escuela están destinados al desarrollo de habilidades y hábitos.

Aquí no apreciamos una correspondencia entre los ejercicios para el desarrollo de habilidades y hábitos y los ejercicios para el desarrollo del pensamiento con las funciones didácticas, y por otra parte existen puntos de contacto, difícil de limitar, entre los ejercicios para la introducción de nuevos conocimientos y para el control, con los señalados anteriormente.

Existen variadas clasificaciones de ejercicios atendiendo a diferentes criterios. Pero lo más importante no es la clasificación de los ejercicios sino la utilización que se les puede dar. En ese sentido es posible destacar que **los ejercicios de nuevo tipo. (E.N.T) se pueden utilizar para:**

- desarrollar la visión geométrica.
- la aplicación de estrategias de trabajo universales.
- contribuir a desarrollar la flexibilidad del pensamiento.
- la búsqueda de ideas de solución de problemas.
- búsqueda de medios matemáticos asociados a una situación dada.

En este trabajo se analiza la posibilidad de utilización de este tipo de ejercicios en la introducción de la nueva materia (Aseguramiento del nivel de partida y la Motivación) y en la fijación de los conocimientos matemáticos con un carácter propedéutico con relación a la resolución de problemas, en específico su contribución al desarrollo de la visión geométrica y a la búsqueda de medios matemáticos asociados a una situación dada, es decir quedan

potencialidades de los E.N.T. en las cuales no se ha profundizado.

Los estudios realizados entorno al trabajo con los ejercicios matemáticos incluyen valoraciones sobre las funciones que estos desempeñan en apoyo al cumplimiento de los objetivos de la enseñanza de la Matemática. Corresponde ahora analizar las potencialidades de los E.N.T. en esta dirección.

Para ello es bueno retomar algunos aspectos referidos por (Muñoz, 1985) sobre las funciones básicas de los ejercicios en la enseñanza de la Matemática, cuando señalaba que “estas se corresponden con los componentes fundamentales de la enseñanza de la Matemática: el instructivo, el educativo y el desarrollador. Añadiendo a las anteriores la función de control. Estas funciones no se presentan aisladas unas de otras, aunque en cada ejercicio concreto pueda aparecer una o más de ellas como rectora”.

La función instructiva está dirigida a la formación en los alumnos de un determinado sistema de conocimientos, habilidades y hábitos en las distintas etapas de su asimilación.

La función educativa está relacionada con la formación en los alumnos de una concepción dialéctico-materialista del mundo. Desarrollar en los mismos intereses cognoscitivos, la independencia y hábitos de trabajo escolar, la formación de ideas, convicciones y cualidades morales.

Las función de desarrollo está vinculada al pensamiento de los alumnos, en particular a la formación de cualidades del pensamiento científico, al dominio de procedimientos eficaces de la actividad intelectual.

Estas funciones de los ejercicios están en correspondencia con los objetivos planteados a la enseñanza de la Matemática, las cuales para su estudio se dividen en tres campos que están muy relacionados: el campo del saber y poder matemático, el campo del desarrollo de las capacidades mentales generales (desarrollo intelectual), y el campo de la educación ideológica.

El estudio y análisis de las características de los ENT en relación a su contribución a los objetivos de la enseñanza de la Matemática nos lleva a las siguientes reflexiones:

En el campo del saber y poder, cuyos componentes fundamentales abarcan el dominio que poseen los alumnos sobre conceptos, proposiciones, procedimientos, así como el desarrollo de habilidades, hábitos y capacidades, estos ejercicios propician el entrenamiento de los alumnos en la búsqueda de medios matemáticos asociados a una situación dada.

Para el cumplimiento de los objetivos en el campo del desarrollo intelectual estos ejercicios

hacen un valioso aporte, ya que los mismos están dirigidos principalmente al desarrollo del pensamiento de los alumnos, al arte de hacer pensar.

La estructura de los E.N.T., donde la pregunta asociada a la situación planteada no limita la amplitud, ni la profundidad de las respuestas, favorece un clima de libertad en sus reflexiones, le permite comenzar aplicando la forma de pensamiento que les resulta más fácil o que mejor dominan.

El trabajo con los E.N.T. favorece el desarrollo del pensamiento divergente, en el sentido entendido por (Guilford, 1992), ya que estimula la fluidez (producción de muchas ideas) y la flexibilidad (posibilidad de modificar el rumbo de su actividad intelectual cuando la situación lo requiere).

Fluidez o productividad se logra con enseñanza activa, el alumno no sólo oye, sino participa, responde y practica. Planteamientos abiertos, estimulan la producción de abundantes ideas, individual o en grupo.

En el trabajo en el aula con este tipo de ejercicios, los profesores deben promover la mayor participación de los alumnos. Se aprende mucho mejor cuando se habla sobre lo que se quiere aprender; cuando se aclara a otros lo que se ha aprendido.

Regularmente los profesores subestiman el significado y papel de la expresión oral, (Almaguer, et al, 1996). Los alumnos deben expresarse correctamente, pues cuando ellos pueden describir algo coherentemente, es porque lo han entendido. Es decir, se debe planificar un tiempo en la enseñanza para la ejercitación del lenguaje.

La aplicación de los ejercicios de nuevo tipo tiene un efecto positivo en el desarrollo de habilidades comunicativas, fomentan el desarrollo de la expresión oral, el escuchar y el analizar críticamente, todo lo cual favorece el cumplimiento de los objetivos en el campo de la educación ideológica.

Sí se reflexiona sobre lo señalado hasta aquí en este capítulo es evidente que se puede dar una respuesta satisfactoria a que los E. N. T. se pueden considerar como ejercicios matemáticos y que dadas sus potencialidades su introducción en la práctica escolar debe significar una contribución al cumplimiento de los objetivos de la enseñanza de la Matemática .

1.2 La selección y el tratamiento de los E. N. T. en las clases de matemática.

"El éxito de la enseñanza de la Matemática depende esencialmente de cuáles ejercicios se plantean, en qué sucesión y con qué función didáctica y cómo el profesor dirige el proceso de resolución de los ejercicios.

Por tanto el trabajo con los ejercicios abarca:

- 1.- La selección o construcción de los ejercicios por el profesor.
- 2.- La ordenación de los ejercicios y la confección de complejos de ejercicios por el profesor, teniendo en cuenta:
 - la función didáctica.
 - la situación típica.
 - el grado de independencia que se requiere.
 - la forma de organización que se plantea para el proceso de resolución.
- 3.- La conducción de las actividades de los alumnos en el proceso de resolución por el profesor. (motivaciones, orientación, impulsos heurísticos, etc.).
- 4.- La resolución de los ejercicios por los alumnos.
- 5.- La evaluación conjunta y rectificación del proceso de resolución." (Müller, 1987).

Otros especialistas (W.Jungk, 1979; W. Zillmer, 1981; F. Muñoz, 1985; S. Ballester, 1992) coinciden en señalar que en la estructuración metodológica de la ejercitación los profesores deben tener en cuenta dos aspectos fundamentales:

- Selección de los ejercicios o sistema de ejercicios.

- La utilización de una metodología específica para la dirección del proceso de ejercitación.

El haber adquirido los conocimientos, no significa que se disponga también de la capacidad para aplicarlos.

El paso del conocimiento teórico a la aplicación, requiere reflexiones especiales y metodológicamente hay que dirigirlo con el mismo cuidado que el proceso de apropiación del conocimiento.

La combinación adecuada de los E.N.T. con los que tradicionalmente se tratan en las clases de Matemática, constituyen un modesto aporte a la fijación de los conocimientos como paso previo a poder ser aplicados.

A partir de las reflexiones realizadas en el epígrafe anterior, consideramos que en la selección de los E.N.T. se deben tener en cuenta los objetivos específicos que se proponen, con qué funciones didácticas se corresponden y cómo a través de ellos se pueden combinar las diferentes formas de

la fijación.

En el tratamiento de estos E.N.T. en las clases en general son válidas las opiniones de los autores señalados anteriormente.

Con la introducción de los E.N.T. es factible que los profesores ofrezcan los impulsos necesarios para esclarecer la situación planteada, promuevan el reconocimiento de relaciones entre los conocimientos y propicien el ambiente de libertad para que los alumnos expresen sus opiniones y analicen todas las respuestas posibles.

A partir de aquí y los resultados del diagnóstico es posible desarrollar el trabajo diferenciado en las clases de Matemática.

El diagnóstico educativo se puede realizar tomando como base algunos elementos o características que deben ser fijados con anterioridad. Cada día existe más concordancia en que no basta aplicar una prueba de conocimiento para conocer los contenidos y destrezas que tienen los alumnos. Es necesario incluir además aspectos psicológicos y esferas de influencia del contexto que tienen incidencia en el rendimiento escolar.

Se trata de realizar un perfil del alumno sobre diferentes aspectos de su comportamiento general y particularidades de su aprendizaje y un perfil matemático.

Entendiéndose por perfil la caracterización del alumno tal y como se desempeña en su aprendizaje.

Posteriormente se procede a agrupar los alumnos para la atención que cada uno debe recibir teniendo en cuenta los principios de uniformidad (planes de estudio y programas únicos) y la diferenciación de la enseñanza. Mientras dure la labor correctiva se mantiene constante la labor de diagnóstico.

"La diferenciación de la enseñanza se define como aquella enseñanza que tiene como característica básica tomar en cuenta las diferencias individuales típicas de los alumnos durante el proceso de enseñanza aprendizaje en el marco del colectivo de alumnos" (Batista, 1994)

Sus objetivos son:

- Asegurar a un alto nivel las exigencias que se plantean en los planes de estudio y programas de enseñanza para todos los alumnos.
- Prever y evitar el atraso de cada alumno en cuanto al cumplimiento de los programas de enseñanza.
- Brindar a cada alumno la posibilidad de formar su individualidad en el colectivo, de utilizar sus

potencialidades particulares, desarrollar y fomentar sus intereses, inclinaciones y talento.

En una investigación realizada en el año 1994 sobre la diferenciación de la enseñanza bajo la dirección de L.C. Batista. se plantean los diferentes grupos de alumnos atendiendo a la zona de desarrollo próximo planteada por (Vigotsky, 1982).

En la enseñanza de la Matemática este trabajo se puede realizar con el planteamiento diferenciado de los ejercicios en las clases de fijación .

Los E.N.T. por sus características responden a este principio de diferenciación de la enseñanza, dejan al descubierto los conocimientos disponibles en los alumnos a partir de la completitud de sus respuestas y permite identificar el momento de ofrecer los impulsos para colocarlo en la zona de desarrollo próximo plantada por Vigotsky.

1.3 Los Ejercicios de Nuevo Tipo y la resolución de problemas.

En relación con el concepto de problema matemático son muchas las definiciones que se han dado, atendiendo a diferentes puntos de vista G. Polya, 1945; A. Schoenfeld,1985; L. Friedman,1992; M. Guzmán, 1991; A. Labarrere,1987. En nuestro caso, “entendemos como problemas las situaciones que se resuelven con ayuda de medios matemáticos y que responden a una estructura en la cual se identifica una situación inicial (condiciones o datos) unida a una interrogante o exigencia que debe conducir a una situación final (información final o respuesta). La esencia del trabajo con problemas radica en saber hallarlos, descubrirlos, precisarlos, y sobre todo en encontrar su vía de solución”. (Ballester, et al, 1992).

Coincidimos con el criterio de otros autores que para encontrar la vía de solución de un problema, se requieren, entre otras, dos premisas fundamentales: encontrar los medios matemáticos que intervienen en su solución y determinar la forma, el modo o la manera en que estos medios matemáticos se entrelazan o pueden combinar para hallar la solución, es decir encontrar la idea que conduce al plan de solución.

A partir de la década de los años 70, surge la tendencia a favor de la resolución de problemas cuyo objetivo es el desarrollar en los alumnos las destrezas necesarias para poder aplicar la matemática que han aprendido.

En la actualidad en el mundo, especialmente en Latinoamérica, existen diversas tendencias de como enseñar a los alumnos a resolver problemas.

Con la aparición en 1945 del libro titulado " How to solve it", del matemático de origen húngaro

George Polya, se inicia una nueva tendencia en la resolución de problemas.

A raíz de su publicación un creciente número de matemáticos, lógicos, pedagogos, y psicólogos se han ocupado del tema, asentado con categoría de ciencia independiente lo que ha dado en llamarse "Heurística Moderna".

Polya se basó en las observaciones que había realizado como profesor de matemática y en la obra de los gestalistas, aunque también podemos encontrar coincidencias con el modelo de Dewey. Sugirió que la resolución de problemas esta basada en procesos cognitivos que tienen como resultados encontrar una salida o una dificultad, una vía alrededor de un obstáculo, alcanzando un objetivo que no es inmediatamente alcanzable.

Este modelo consta de cuatro fases;

- 1.- Comprender el problema.
- 2.- Concebir un plan.
- 3.- Ejecutar el plan.
- 4.- Examinar la solución obtenida.

Otra referencia básica es el trabajo de (Schoenfeld, 1985), que promueve un nuevo modelo basado en el de Polya, en el que la metacognición, las creencias y el desarrollo de los alumnos son los ejes principales e incluye experiencias de cómo tratar algunos tipos de problemas.

(Friedman, 1982) señala: "Que las investigaciones psicológicas relativas a los problemas de la enseñanza de la solución de problemas muestra que una de las causas fundamentales de la falta de formación en los alumnos de los hábitos y habilidades generales para resolver problemas consiste en que no se forman por separado las habilidades y hábitos para la ejecución de las acciones y operaciones que conforman a la actividad general de solución de problemas.

No se estimula el análisis constante por parte de los alumnos de sus propias acciones durante la solución de problemas, a fin de definir enfoques y métodos generales, y mucho menos la reflexión en torno a la fundamentación teórica de tales métodos".

Uno de los últimos modelos publicados es el de (Guzmán, 1991) en " Para pensar mejor", que sobre la base de las cuatro fases de Polya, orienta y anima al que enfrenta problemas para que avance en su solución.

Para este autor la resolución de un problema pasa por cuatro fases:

- 1.- Familiarización con el problema.
- 2.- Búsqueda de estrategias.

3.- Desarrollo de la estrategia.

4.- Revisión del proceso.

Este modelo se basa en los modelos de Polya y Schoenfeld y en su propia reflexión, introduciendo ampliamente refuerzos afectivos que ayuden a eliminar los bloqueos que a veces se producen.

(Labarrere, 1987) destaca que es necesario contemplar la solución de problemas no solo como una actividad que posibilita a los alumnos enfrentarse a los problemas de la escuela y de la vida práctica, sino también como una vía de alcanzar niveles altos en su desarrollo intelectual.

Insiste también en que resulta necesario transformar la posición de los alumnos en el proceso de enseñanza, otorgándole una función activa en la adquisición y en la aplicación de los conocimientos.

Sobre los pasos o etapas que otros autores señalan que caracterizan la resolución de problemas este autor destaca: “Si bien el carácter de etapas o momentos indica una secuencia, debe decirse que en el caso de las etapas de solución de los problemas ellas aparecen no como una secuencia lineal, sino más bien, **en espiral**; esto es, que en determinados momentos del desarrollo de la solución de un problema el alumno (o cualquier otra persona) repite, en un nivel superior, el mismo tipo de actividad que caracteriza una etapa determinada.

El carácter flexible y dinámico de las etapas de la solución de problemas está en íntima correspondencia con su consideración como actividad cognoscitiva y como proceso”.

Uno de los objetivos más importantes que se plantea en la esfera de la solución de los problemas en el curso de matemática es enseñar a los alumnos a resolver los problemas de manera independiente .

“Para lograr este objetivo es necesario enseñar a buscar la vía para la solución del problema, revelar ante ellos el laboratorio del pensamiento que la acompaña, lógico y heurístico. Un maestro experimentado no tiene apuro para enseñar al alumno o al aula cómo es necesario resolver un problema en caso de una dificultad, sino que les dirá: “ Vamos a buscar juntos la salida de esta situación difícil” y hará que los alumnos resuelvan el problema y adquieran una experiencia determinada. Aquí es importante que cada alumno aclare correctamente para sí la causa de sus dificultades y haga una conclusión para un futuro y memorice lo nuevo e instructivo.” (Metelsking, 1993.).

La resolución de problemas es un proceso complejo que requiere formar en los alumnos

determinadas acciones y operaciones que los prepare a enfrentar con éxito esta labor.

La teoría de Galperin destaca que las acciones mentales se desarrollan en la actividad de los alumnos, en un proceso de formación por etapas, partiendo de acciones externas con los objetos.

El contenido de la acción está constituido por la transformación consciente y real de un objeto inicial o de una situación inicial, en un producto deseado o en una situación deseada; a esto se llama parte de realización de la acción.

La profesora soviética (Talizina, 1985) plantea que : “El saber no puede materializarse si no es a través de las habilidades específicas relativas al objeto”.

La estructura de las habilidades, según Talizina, está integradas por cuatro aspectos: un conocimiento específico, un sistema operacional específico (acciones) y por último conocimientos y operaciones lógicas.

Para abordar el desarrollo de habilidades en los alumnos, en este trabajo, consideramos los conceptos de habilidad, acciones y operaciones dados por el profesor (Brito, 1987).

“Las habilidades constituyen el dominio de las acciones (psíquicas y prácticas) que permiten una regulación racional de la actividad con ayuda de los conocimientos y hábitos”.

“Acciones son los distintos procesos que el hombre realiza en la actividad con un fin u objetivo determinado.”

“ Las operaciones son las vías, procedimientos , métodos, en fin, las formas en que el proceso se realiza para alcanzar el objetivo”

Es decir, las operaciones propician la acción y un sistema de ellas a la habilidad correspondiente, luego para desarrollar habilidades en una determinada actividad se deben desarrollar a su vez las acciones y operaciones necesarias para esa habilidad.

Así se explica la habilidad para resolver problemas matemáticos como el dominio de las acciones para estructurar modos de actuar y métodos de solución utilizando los conceptos, proposiciones y procedimientos matemáticos.

Como vemos, la habilidad para resolver problemas matemáticos incluye una serie de acciones y operaciones, cada una de las cuales hay que formarlas por separado e ir trabajando con ellas e integrándolas en un sistema que se completa y amplía cada vez más.

En la habilidad para resolver problemas matemáticos se pueden distinguir las acciones de :

- Comprender el problema.
- Buscar los medios posibles para la solución.

- Encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan (Búsqueda de una vía de solución)
- Poner en ejecución el plan,
- Volver atrás una vez encontrada la solución , revisarla y discutirla.

En el sistema de acciones dirigidas a comprender el problema, búsqueda de los medios y a la búsqueda de una vía de solución se pueden destacar, entre otras, las siguientes operaciones :

- Determinar el tipo de problema
- Confeccionar boceto de la situación o tabla.
- Determinar lo dado y lo buscado, expresándolos mediante notaciones convenientes.
- Recordar conceptos y proposiciones relacionados con lo dado y lo buscado.
- Seleccionar los instrumentos para la solución.
- Buscar analogías en ejemplos o problemas ya resueltos.
- Determinar los problemas parciales que se deben resolver.
- Determinar una estrategia de solución.

Al analizar la estructura y características de los E.N.T.(ver epígrafe 1.1) , en comparación con las acciones y operaciones antes referidas y que están incluidas o forman parte de la habilidad para resolver problemas, arribamos a la siguiente conclusión :

- Mediante el empleo de los ENT en las clases de Matemática es posible contribuir al adiestramiento de los alumnos en las operaciones y acciones que conforman la resolución de problemas.
- La labor de los profesores de Matemática de forma consciente y orientada hacia esta finalidad, apoyada en la utilización conveniente y planificada de los ENT es condición necesaria para propiciar la formación y desarrollo de estas acciones.

CAPÍTULO 2 . Una alternativa metodológica para la introducción de los ejercicios de nuevo tipo (E. N. T.) en la enseñanza de la Matemática .

El objetivo de este trabajo es elaborar una alternativa metodológica para la introducción de los E. N. T. en la práctica escolar de modo que se enfatice en su carácter propedeúutico respecto a la resolución de problemas.

Las experiencias anteriores en la utilización de los E. N. T. aconseja plantear como premisa para este trabajo la preparación de los profesores que desarrollarán la experiencia a través de un curso-taller cuyo programa aparece en el Anexo 1.

La forma de desarrollar los talleres de preparación tienen características singulares ya que son los participantes los que a través de las tareas asignadas por el profesor del curso, van “descubriendo” las características y potencialidades de los E. N. T. en las clases de matemática, y asumen los criterios que a su juicio se deben adoptar para la utilización de los E. N. T. en cuanto a sus objetivos, selección y combinación, con los ya existentes atendiendo a las funciones didácticas predominantes y su tratamiento metodológico.

La evaluación del curso se concibe de forma sistemática y mediante la presentación de un trabajo final sobre una propuesta de sistematización que incluya la utilización de los E. N. T.

Se trata de una experiencia didáctica sobre cómo trabajar con los profesores en ejercicio para que “hagan suyos” (interioricen) los resultados del trabajo investigativo y no adopten una posición de rechazo a introducir lo nuevo que surge.

Con la resolución de los E. N. T. , la propuesta de cómo combinarlos con los ejercicios tradicionales y qué tratamiento darles en las clases, los participantes llegan por sí mismos a formarse un criterio propio. No se trata de que el autor imponga su criterio o de una “receta” de cómo utilizar los E. N. T.

Posteriormente, en la aplicación de la experiencia para la introducción en la práctica escolar de los E. N. T., conforme a esta concepción didáctica, los profesores deciden que hacer con su grupo según el contexto en que se desarrollan; es decir , no hay influencias sobre ellos. Los mismos actúan de acuerdo con el “aprovechamiento” que cada uno logró alcanzar del curso, su experiencia profesional, motivación y otros factores que regularmente inciden en el desarrollo del proceso docente-educativo en nuestras escuelas.

La evaluación y control de la introducción de los E. N. T. se realiza fundamentalmente a través de las auto-observaciones a clases , el diario de los profesores, entrevistas grupales, encuestas a

profesores, y los resultados de la comprobación que se aplicó en la unidad de Semejanza, tercer trabajo de control, y la prueba final.

En resumen, podemos destacar que en esta alternativa metodológica se pueden distinguir tres etapas.

Una etapa preparatoria donde a través de un curso-taller se realiza una profundización teórica y se discute con los profesores una posibilidad de instrumentación y utilización de los E.N.T. en combinación con los ejercicios tradicionales.

La segunda etapa consiste en que los profesores ponen en práctica la alternativa en su puesto de trabajo con criterios propios y una última etapa donde se analizan los resultados de su aplicación en la preparación y superación de los profesores y su repercusión en el rendimiento de los alumnos.

A continuación se explicará en qué consiste cada punto de la alternativa y se precisará cómo se realizó su puesta en práctica.

2.1 La preparación de los profesores.

El **curso-taller** se desarrolló en la etapa de febrero-abril de 1997 con una periodicidad semanal, excepto el primer lunes de cada mes en que se realizaba la preparación metodológica en las escuelas, pero concluyó el 9 de mayo por la incorporación de los profesores en el plan la escuela al campo .

En la siguiente tabla aparece una información sobre la incorporación de los profesores al curso por escuelas.

Secundarias Básicas Municipio Centro Habana	Cantidad de profesores					
	Participación en el C. T.	T	N.T	- 10 A.E.	10 - 20 A.E.	+ 25 A.E.
1. José Martí	4	3	1	1	-	3
2. Bartolomé Mazó	4	3	1	1	2	1
3. William Soler	2	1	1	-	1	1
4. Protesta de Baraguá.	4	1	3	-	1	3
5. Sergio González.	4	1	3	-	3	1
6. Humbolt 7	4	3	1	2	-	2

7. José M. Aguirre.	2	2	-	-	-	2
TOTAL	24	14	10	4	7	13

C. T. : Curso taller.

T : Titulados. N.T : No Titulados. A. E. : Años de Experiencia.

La asistencia se comportó al 88,3 %, y la participación activa de los profesores-participantes se fue incrementando progresivamente. Ello se evidencia en los porcentos de participantes que fueron evaluados sistemáticamente durante el desarrollo de los talleres, que se incrementó del 29% en el primer tema al 54% en el segundo.

Concluyeron el curso, con la presentación del trabajo final, 18 profesores lo cual representa el 66,6 %, tres no fueron evaluados por problemas de asistencia y otros tres no presentaron el trabajo final.

La evaluación de los 18 profesores que concluyeron el curso fue la siguiente:

Evaluados de excelente: 6 66,6%

Evaluados de bien: 8 44,4%

Evaluados de aprobados: 4 22,2%

De los 5 profesores que aplicaron la experiencia: 2 obtuvieron la calificación de excelente, otros 2 fueron evaluados de bien y un profesor de aprobado.

La forma de organización de la enseñanza empleada fue de talleres. Según (Añorga, 1995), esta es una “ forma de Educación Avanzada donde se construye colectivamente el conocimiento con una metodología participativa didáctica, coherente, tolerante frente a las diferencias; donde las decisiones y conclusiones se forman mediante mecanismo colectivo, y donde las ideas comunes se tienen en cuenta”.

Los tres primeros encuentros se dedican a la función didáctica fijación de los conocimientos. Los profesores-participantes realizaron las siguientes actividades:

- Resumen de los aspectos teóricos esenciales en la bibliografía recomendada. (Anexo 1).
- Análisis colectivo de las propuestas que presentaron los profesores participantes sobre cómo lograr en el trabajo con los ejercicios una combinación adecuada de las diferentes formas de la fijación.
- Presentación de artículos sobre el trabajo con los ejercicios en las clases de Matemática.

El trabajo desarrollado en el tema 1 “Repaso sobre la función didáctica fijación de los

conocimientos matemáticos” permitió a los participantes esclarecer y actualizar sus conocimientos en relación al trabajo con los ejercicios y cómo organizarlos de modo que se puedan combinar y poder lograr en las clases la combinación adecuada de las distintas formas de la fijación.

En los inicios del curso la mayoría de los profesores realizaban una selección aceptable de los ejercicios, pero ninguno (incluyendo los dos recién graduados) sabían hacer la fundamentación metodológica correspondiente. Durante el desarrollo del curso constatamos un discreto avance en esta dirección.

El tema central del curso fue la sistematización de los conocimientos matemáticos y el papel que pueden desempeñar en este trabajo los E.N.T.

Inicialmente los profesores se dedican a resolver los E.N.T. que se les proponen y en la discusión colectiva llegan a conclusiones sobre la estructura y características de este tipo de ejercicio.

Posteriormente ellos traen sus propias propuestas de E.N.T., las cuales se analizan en el colectivo y así se va profundizando en la utilización que se les puede dar a estos ejercicios en las clases:

- Para motivar y asegurar el nivel de partida.
- Desarrollar la visión geométrica en los alumnos.
- Desarrollar la acción de búsqueda de medios asociados a una situación dada.

Se presentaron varios ejemplos de E.N.T. y/o clases de cómo se pueden sistematizar los conocimientos, que fueron enriquecidos por los profesores en el análisis colectivo. El trabajo se dirigió a que los profesores concientizarán que los ejercicios por si solos no dicen nada, que una correcta selección de los ejercicios tiene que estar acompañada de un adecuado tratamiento en las clases para poder contribuir eficazmente al cumplimiento de los objetivos de la enseñanza de la Matemática .

Los ejemplos que aparecen a continuación fueron tratados después del taller donde se presentaron los E.N.T.

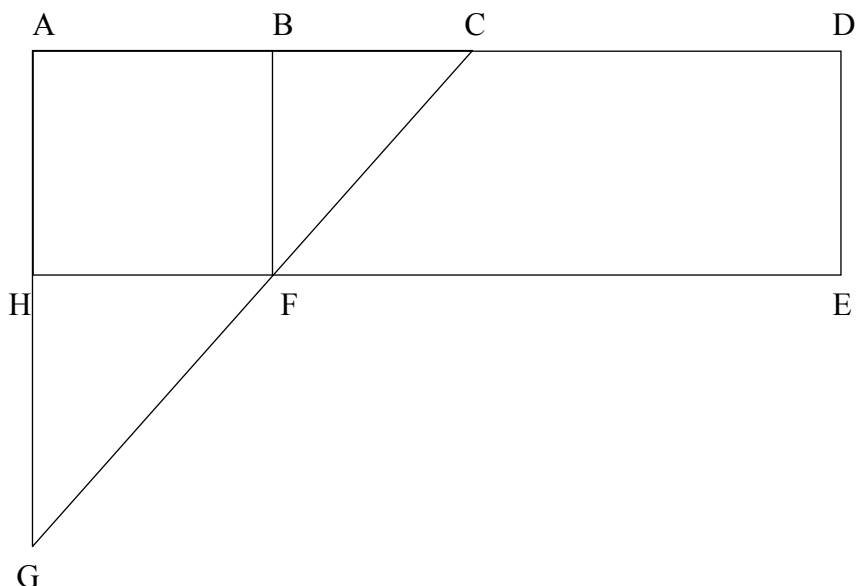
En este encuentro se le planteó a los profesores participantes el siguiente ejercicio :

En el paralelogramo ADEH se conoce que $AB = BF$, $HE = BF$ y $AH = BF$

ã ¿Qué ángulos de la figura son iguales entre sí ?. Justifica.

ñ ¿Cuántos cuadriláteros se forman en la figura?

c.) Clasificalos. Fundamenta.



Se orientó a los equipos analizar y discutir las posibles respuestas que pudieran dar los alumnos en las clases.

- ¿Qué conocimientos y habilidades deben poseer los alumnos para darle solución a este ejercicio?.
- ¿Qué otras preguntas pudiera formular el profesor para favorecer la sistematización de estos conocimientos?
- ¿Cómo este tipo de ejercicio puede ser aprovechado por los profesores, para contribuir al mejor cumplimiento de los objetivos de la enseñanza de la Matemática ?
- ¿Cómo proceder en la discusión con los alumnos en las clases?.
- ¿Qué utilización se le pudiera dar al ejercicio para atender las diferencias individuales?.

Una vez orientado el trabajo, los cuatro equipos discuten todas la tareas y posteriormente un relator expone los criterios del colectivo sobre la tarea asignada al equipo y se procede a la discusión por todos los participantes en el taller .

En este caso se efectuaron las siguientes consideraciones:

Con la ayuda de este ejercicio se pueden sistematizar los conceptos de cuadrilátero y las

relaciones de ángulos entre paralelas que se estudian en el nivel medio básico.

Al discutir con los participantes las posibles respuestas, resultó interesante que no todos respondieron satisfactoriamente ante la pregunta. ¿Cuántos trapecios se forman?, lo cual pone en evidencia que algunos de ellos no están acostumbrados a establecer los nexos entre los distintos conceptos cuando existen.

La segunda parte del trabajo consiste en que los participantes “descubran” las potencialidades de este tipo de ejercicio y arriben a posibles conclusiones en relación a cómo debe ser su tratamiento en las clases.

En este caso se señalaron las ventajas en cuanto al desarrollo de la visión geométrica y la búsqueda de medios matemáticos asociados a una situación dada ya que el alumno al profundizar en los distintos conceptos y sus propiedades tiene que “buscar” las relaciones entre los ángulos entre paralelas.

También permite al profesor realizar otras preguntas como : “¿Qué relaciones podemos establecer entre los triángulos que se forman en la figura ?”.

Es evidente que la comunicación profesor-alumno (método) tiene un papel predominante, donde se mantiene al alumno en todo momento ante una situación problémica, en un proceso de búsqueda.

El ambiente de libertad de opiniones que se puede crear en las aulas propicia una mayor participación de los alumnos y contribuye al “protagonismo estudiantil”, ya que pueden discutir las posibles respuestas entre ellos y llegar a conclusiones.

Para cada alumno, y el grupo en general, queda al descubierto su zona de desarrollo próximo (Vigotsky), los alumnos con mayores dificultades debían ser los primeros en participar. Así las respuestas e interrogantes de sus compañeros de aula enriquecen sus conocimientos. Un adecuado control del docente le permitirá obtener elementos para la organización del trabajo diferenciado en la clase

Otra situación planteada a los participantes en el curso consistió en cómo introducir estos E.N.T. y “descubrir” los aspectos a tener en cuenta en la selección de este tipo de ejercicios en combinación con los que aparecen en el libro de texto.

En este caso los profesores - participantes trajeron propuestas de clases con sus correspondiente fundamentación para su discusión en el colectivo.

Ejemplo: En la unidad temática “ teorema de las transversales” la profesora Lucia. M.

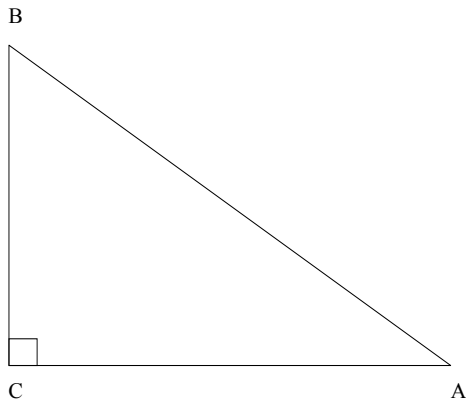
Rodríguez de la E.S.B.U. Protesta de Baraguá presentó la siguiente propuesta:

Clase # 3. Ejercitación sobre el teorema de las transversales.

Objetivo: Aplicar el teorema de las transversales en la resolución de ejercicios.

Actividades;

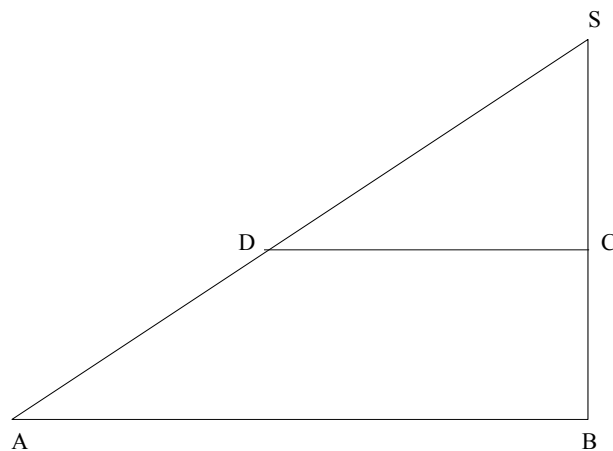
1.- Considera el triángulo ABC rectángulo en C con el ángulo $=30^{\circ}$. ¿Que es todo lo que puedes inferir a partir de esta información?



2.- En la figura ABCD es un trapecio rectángulo de bases AB y CD, las prolongaciones de AD y BC, se cortan en S, $AB/SA = 1/2$.

a) Plantea todas las proporciones posibles entre los segmentos a partir de la información recibida. Justifique.

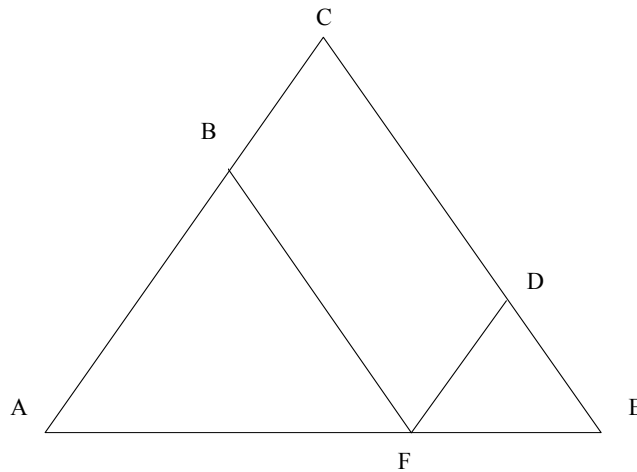
b) Diga la amplitud de los ángulos que aparecen en la figura.



3.- En el triángulo ACE; $BF \parallel CE$; $DF \parallel AC$.

a) Escriba todas las proporciones entre los segmentos que encuentres. Justifique.

b) Complete la proporción de forma que sea válida $\frac{?}{AB} = \frac{CE}{DC}$



En esta propuesta aparecen combinados tres E.N.T. que cumplen una función didáctica específica.

En el primero de ellos los alumnos pueden exponer sus conocimientos disponibles respecto a: los ángulos, los lados, y la relación ángulos-lados en triángulos en general y más concretamente los conocimientos sobre triángulos rectángulos con un ángulo agudo de amplitud 30 grados.

Esto hace que con el mismo pueda realizarse la función didáctica aseguramiento del nivel de partida para la clase.

En el segundo ejercicio se trata de reactivar las propiedades del trapecio rectángulo, aplicar el teorema de las transversales, la propiedad del triángulo rectángulo señalada anteriormente y de la suma de los ángulos interiores de un triángulo y del trapecio.

El tercer ejercicio aparece en los ejercicios del capítulo 1 del libro de texto y fue reelaborado por la profesora.

Otra de las propuestas debatidas en los talleres fue de la profesora Rosa. M. Iglesias, E.S.B.U. “Bartolomé Masó” que en la unidad temática “teoremas de semejanza de triángulos” presentó:

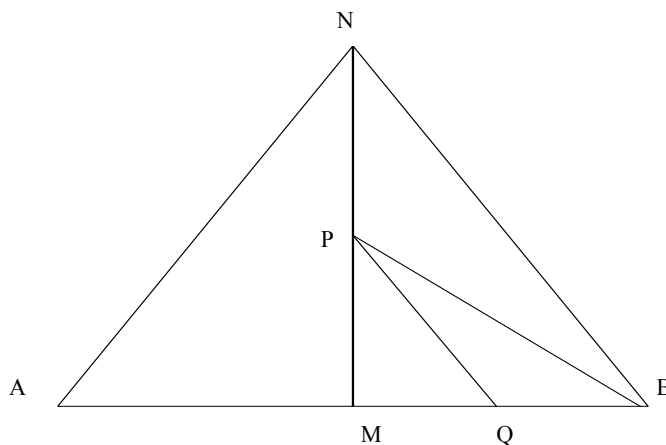
Clase # 7 : Ejercitación sobre los teoremas de semejanza.

Objetivos: Resolver ejercicios de demostración aplicando los teoremas de semejanza de

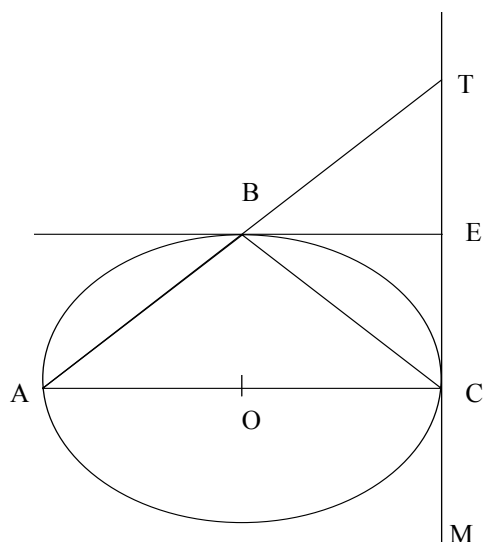
triángulos y contenidos de geometría estudiados anteriormente.

Actividades:

- 1 En la figura se cumple que Q es punto medio de MD; BP es mediana de triángulo MBN; NM es mediatriz de AB.
- Nombra todos los triángulos que se forman en la figura.
 - Señala cuáles de los triángulos son iguales. Justifique.
 - Demuestra que $MPQ \sim MBN \sim AMN$



- 2 En la figura BE, EC, tangentes a la $C(O; OA)$ en B y C respectivamente; AC diámetro; BE \perp AC. A, B y T puntos alineados.
- Nombra todos los ángulos de amplitud de 90° . Fundamenta.
 - Establezca las relaciones de proporcionalidad posible entre los segmentos que aparecen en la figura.
 - Demuestra $ATC \sim BTC \sim ABC \sim BEC$.
 - ¿Qué puedes decir del cuadrilátero ABCD?. Justifica.



Al resolver estos ejercicios se aprecia que a través de ellos se sistematizan los conocimientos geométricos que los alumnos han trabajado en este nivel, se trata de relacionar aquellos conocimientos básicos anteriores con los nuevos contenidos.

Un ejemplo de cómo se pueden combinar los E.N.T. con los que aparecen en el libro de texto fue el presentado por la profesora Lucía. M. Rodríguez ESBU “Protesta de Baraguá” en la unidad temática: “Grupo de teoremas de Pitágoras”.

Clase # 8 Ejercitación sobre el grupo de teoremas de Pitágoras.

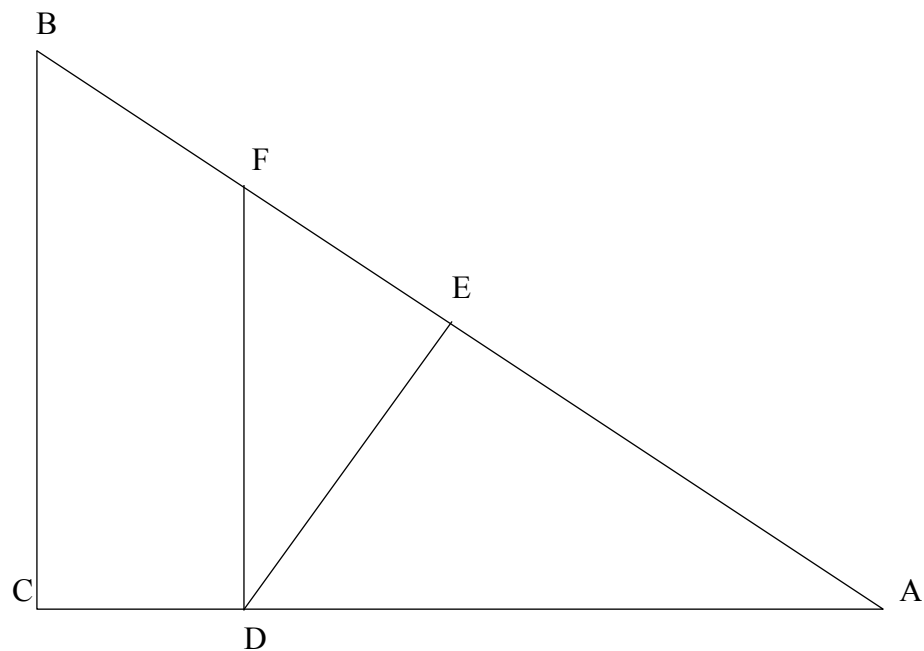
Objetivo: Aplicar el grupo de teoremas de Pitágoras a las situaciones dadas.

Actividades:

ñ En la figura triángulo ABC rectángulo en C; $FD \parallel BC$ y $DE \parallel AB$.

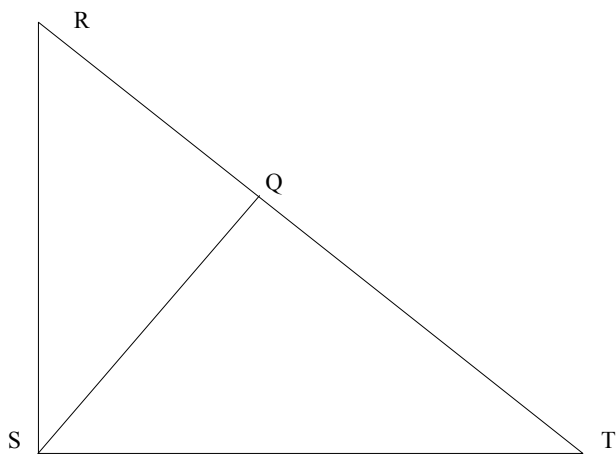
a Nombra todos los triángulos que se forman en la figura.

b Expresa todas las relaciones de igualdad posible entre los lados y/o ángulos de los triángulos que usted encontró. Fundamente.



Este ejercicio está concebido en esta clase para continuar trabajando por el desarrollo de la visión geométrica, la búsqueda de medios matemáticos asociados a una situación dada y debe asegurar el nivel de partida para el trabajo con los otros ejercicios de la clase.

2 Sea el triángulo RST; $\angle RST = 90^\circ$ y SQ altura relativa al lado RT. Atendiendo a la figura complete la siguiente tabla.



ST	RS	RT	SQ	RQ	QT
----	----	----	----	----	----

8,0 cm	6,0 cm			3,0 cm	
	5,0 cm			4,0 cm	9,0 cm
		10 cm		6,0 cm	

Para resolver este ejercicio los alumnos tienen que aplicar el grupo de teoremas de Pitágoras.

§ Tres caminos al interceptarse dos a dos forman un triángulo ABC de forma tal que dos de ellos forman un ángulo $B=90^0$. Estos limitan un área sembrada de hortalizas.

Se quiere construir una zanja recta para regadío desde el punto de intersección de los caminos señalados anteriormente hasta el tercer camino y que ésta sea perpendicular. ¿A qué distancia del punto A y del punto C debe llegar la zanja sobre el camino AC si este tiene una longitud de 250 metros y el camino AB mide 200 metros? ¿Qué longitud tendrá la zanja?.

Como se puede apreciar en los ejemplos anteriores parece ser que el empleo de los E.N.T. en las clases de Matemática, en la práctica, puede tener lugar a través de clases:

- ~ Donde sólo se trabajan E.N.T.
- ~ Donde se mezclan los ejercicios tradicionales con los E.N.T.
- ~ Donde en un mismo ejercicio se presentan incisos con características de uno y otro tipo de ejercicios.

La discusión de ejemplos como estos permitió al grupo, bajo la dirección del profesor, asumir determinadas posiciones acerca de los aspectos metodológicos a tener en cuenta en la selección de los ejercicios y en el tratamiento que se debe dar a los E.N.T. en las clases los cuales constituyen aportes teóricos de este trabajo investigativo.

En la selección de los E.N.T. y su tratamiento en las clases, los profesores deben atender a las siguientes recomendaciones metodológicas:

- ~ ¿Qué función o funciones rectoras pueden realizar y qué objetivos específicos se proponen ?.
- ~ ¿Cómo este ejercicio está relacionado con los contenidos estudiados y con los que se estudiarán posteriormente ?.
- ~ Favorecer el desarrollo de las acciones de identificar, realización y aplicación que son tan importantes en la enseñanza de la Matemática .
- ~ Deben seleccionar los ejercicios de manera que propicien la combinación de las diferentes formas de la fijación de los conocimientos.
- ~ Tener en cuenta el grado de dificultad, la conveniente graduación y la variedad de los

ejercicios.

~ Sí pueden los alumnos resolverlos de forma independiente y qué conocimientos, habilidades son necesarios.

~ Asegurar el éxito en la solución de los primeros ejercicios de cada clase.

~ Controlar los resultados y analizar sus causas, pero más aún, enseñar a los alumnos a evaluar sus errores y encontrar sus causas.

~ Hacer notar a los alumnos, en momentos adecuados, el progreso en el desarrollo de su poder.

~ Aplicar formas de la enseñanza diferenciada para mantener la motivación en todos los alumnos.

~ Combinar los métodos de trabajo: trabajo independiente y el de elaboración conjunta, propiciando cuando sea necesario el trabajo comentado en la pizarra y la conversación de clases.

Cuando se trate de favorecer la sistematización de los conocimientos es importante tener en cuenta que es vital el trabajo en la búsqueda de los nexos y relaciones para establecer el sistema y la orientación del profesor en este sentido.

- Que no se puede sistematizar lo que no se conoce.
- Su relación con las otras formas de la fijación, en especial el repaso, profundización y la aplicación.
- Que la sistematización se puede hacer a través de hojas de trabajo, esquemas conversación en clases apoyándose en el trabajo con los ejercicios.
- Organizar los ejercicios de modo que faciliten la fijación de los distintos procedimientos que forman parte de uno más complejo que es objeto de estudio.

Plantear ejercicios que mediante su resolución los alumnos puedan advertir regularidades.(en específico con la aplicación de teoremas que tengan hipótesis y tesis similares).

- La selección de los ejercicios debe promover en los alumnos realizar el enlace y reconocimiento de las relaciones lógicas con otros conceptos.

En el trabajo con los E.N.T. en las clases el profesor debe atender a las siguientes recomendaciones:

- Propiciar un ambiente de libertad de opiniones en la clase que permita a los alumnos extraer

de cada pregunta o exigencia planteada en cada ejercicio, la mayor cantidad de información disponible.

- Dar la posibilidad de que todos los alumnos que lo deseen, expresen sus criterios sobre la situación planteada, propiciar en lo posible que se desarrolle el espíritu crítico y autocrático en los alumnos.
- No dejar de analizar en clases todas las respuestas posibles en relación a la búsqueda de los medios matemáticos y los diferentes elementos que pueden intervenir en la respuesta.
- Exigir de los alumnos en las preguntas de identificación la fundamentación correspondiente.
- Si los alumnos presentan dificultades con la interpretación de los E.N.T. dar algunos impulsos (desarrollar acciones que promuevan su reflexión) que ayuden a que ellos mismos puedan esclarecer la situación planteada.

En esta etapa de preparación se desarrollan otras dos actividades esenciales.

Una de ellas, el análisis de los objetivos fundamentales a lograr con los alumnos en el trabajo con la Geometría en 9. Grado (Anexo 2). y de las dificultades que se presentan en la vida práctica para su mejor cumplimiento.

En la encuesta grupal (Anexo 3) con 11 profesores que han trabajado en el noveno grado y que participaron en el curso taller, para conocer sus criterios sobre cuáles son los objetivos fundamentales que se deben lograr en las unidades de Semejanza y de Sistematización , manifestaron lo siguiente:

Unidad #1 “Semejanza de figuras geométricas”

Lograr que los alumnos conozcan y apliquen el teorema de las transversales, los teoremas de semejanza de triángulos y el grupo de teoremas de Pitágoras.

Los profesores no hicieron mención al trabajo que debían realizar en sus clases para lograr el cumplimiento de los objetivos en los campos del desarrollo intelectual y de la educación ideológica.

No tenían plena conciencia de que esta unidad tiene la función especial de sistematizar todos los conocimientos y habilidades desarrolladas por los alumnos durante el estudio de la geometría plana en los grados precedentes. Es decir tenían la concepción equivocada de sólo tratar los nuevos contenidos.

En relación a las dificultades que se presentan para el mejor cumplimiento de los objetivos se señalan entre otros: poco dominio de los contenidos precedentes, el desarrollo de la visión geométrica (identificar y nombrar ángulos) es muy pobre, tienen muchas dificultades en fundamentar o justificar la igualdad de ángulos y la falta de instrumentos de trabajo.

En relación al trabajo con la unidad # 4 “Sistematización”, los profesores entrevistados coincidieron en que no se cumplen los objetivos fundamentales, destacando entre los factores que inciden en su no cumplimiento lo siguiente:

- La falta de orientaciones metodológicas específicas de cómo realizar una correcta sistematización de los conocimientos, ya que las que aparecen en los documentos oficiales no son lo suficientemente esclarecedoras.
- Poca importancia que le dan algunos profesores a esta unidad por ser la última del programa.
- No siempre se puede tratar toda la unidad como esta concebida pues se utilizan las clases para reafirmar conocimientos de otras unidades que son objetivos de la prueba final.
- Cualquier afectación del curso escolar repercute negativamente en el tiempo asignado para el trabajo de la unidad.

Los criterios recogidos sobre la correspondencia entre los ejercicios que aparecen en el libro de texto y las exigencias del programa y las orientaciones metodológicas son contradictorias y no nos permite arribar a conclusiones en este sentido.

El 55 % de los profesores entrevistados señalan que los ejercicios del libro de texto se ajustan a las exigencias, el 45 % que no siempre y que tienen que utilizar otra bibliografía para completar el sistema de ejercicios.

Sobre los ejercicios que aparecen en la unidad de Sistematización, el 64 % de los profesores destacan que una parte de los ejercicios del libro de texto son reproductivos y que no aparecen ejercicios con las características de los E.N.T. que puedan favorecer la sistematización de los conocimientos.

Otra tarea preparatoria desarrollada fue el análisis de las recomendaciones sobre cómo combinar los E.N.T. con los ejercicios tradicionales y su tratamiento metodológico en las clases.

Este trabajo se pudo realizar con resultados positivos en la unidad de “Semejanza” de figuras geométricas, no así en la unidad de Sistematización por las razones señaladas sobre la

incorporación al plan La Escuela al Campo, lo que afectó la asistencia de los profesores al curso y el tiempo para desarrollar con una mayor calidad esta actividad.

En la discusión semanal con los profesores se apreció en aquellos que obtuvieron calificaciones de excelente o bien en el curso de superación, mayores posibilidades para adecuar a las características de su grupo las recomendaciones metodológicas.

En esta labor de planificación y toma de decisiones del profesor influyen entre otros factores: los resultados de su preparación, la motivación y experiencia profesional.

El tema de la geometría en noveno grado se inicia en la unidad # 1 “ Semejanza de figuras geométricas”.

"Esta unidad ocupa un lugar importante en el plan de estudio de la asignatura matemática en la escuela, con ella concluye el estudio de la geometría plana en el ciclo básico, por lo que esta unidad tiene la función especial de sistematizar todos los conocimientos y habilidades desarrollados por los alumnos durante el estudio de la geometría plana en los grados anteriores de la escuela primaria y la escuela secundaria básica." (Muñoz, F, et al, 1991).

Las unidades temáticas que la forman son las siguientes:

- Teorema de las transversales.
- Semejanza de triángulos.
- Homotecia. Figuras geométricas semejantes.
- Relaciones en el triángulo rectángulo.

En las orientaciones sobre la simplificación de los programas que se implantaron a partir del curso escolar 1994-95, se declararon contenidos opcionales: las aplicaciones del teorema de las transversales, la unidad temática de homotecia, y las razones trigonométricas en un triángulo rectángulo.

En los territorios donde se ha trabajado con los E.N.T. (Habana Vieja, Cotorro, Guanajay y Centro Habana) estos contenidos no se tratan en la práctica escolar.

En la unidad "Semejanza de figuras geométricas" los conceptos, relaciones y propiedades de las figuras geométricas que se estudian, se introducen a partir de los conocimientos que poseen los alumnos sobre las proporciones, los movimientos del plano, las propiedades de los triángulos, los cuadriláteros y los polígonos en general, así como de la circunferencia y el círculo, que fueron objeto de estudio en los grados precedentes.

Se introduce como primer concepto nuevo en la unidad el de segmentos proporcionales y a continuación se estudia el teorema de las transversales.

Para ello se recomienda que al inicio de la unidad o durante el desarrollo de la misma se utilicen los ejercicios que aparecen en el Anexo 4.

Después de tratado el teorema de las transversales se introduce el concepto de figuras geométricas semejantes de forma intuitiva y se pasa directamente a estudiar la semejanza de triángulos, que constituye el núcleo central de esta unidad.

Inicialmente se da la definición de triángulos semejantes y se estudia el teorema fundamental de semejanza de triángulos. En este teorema se apoyan para hacer la demostración de los tres teoremas o criterios para la demostración de la semejanza entre dos triángulos cuando se conocen algunos de sus elementos.

Se recomienda que en la fijación de estos conceptos y teoremas se utilicen E.N.T. como los que aparecen en el Anexo 5.

Como señalamos anteriormente, la unidad temática dedicada al estudio de la homotecia como una transformación del plano no se trata en la actualidad.

La última unidad temática se dedica al estudio del Grupo de teoremas de Pitágoras (teoremas de las alturas, de los catetos, y de Pitágoras) y al estudio de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo.

Se recomienda utilizar combinados con los ejercicios del libro de texto los que aparecen en el Anexo 6.

Es importante señalar que durante todo el trabajo en la unidad, el sistema de ejercicios debe estar concebido de manera que se sistematicen todos los conocimientos sobre la planimetría estudiados en la escuela.

La última unidad del programa se dedica a la sistematización de los conocimientos que se han trabajado en los tres grados del nivel medio básico y que tienen su precedente en la escuela primaria, de ahí su carácter eminentemente práctico encaminado en lo fundamental a la resolución de variados ejercicios y problemas.

En lo que respecta al cálculo geométrico, esta unidad temática consta de tres epígrafes. En el primero se repasan las propiedades fundamentales de las figuras planas y tiene como objetivo que los alumnos sean capaces de reconocer estas propiedades para aplicarlas a la resolución de , ejercicios y problemas.

En el segundo epígrafe la ejercitación está encaminada al cálculo de perímetros y áreas de figuras planas y en el tercero, al cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos; en ambos se incluyen, además de ejercicios formales, problemas relacionados con la vida práctica.

Como señalamos anteriormente, el tratamiento de la unidad temática de cálculo geométrico, se puede planificar y desarrollar conjuntamente con la unidad de “Semejanza” de figuras geométricas o como parte de la última unidad del programa, que es como está concebida en el programa.

Otra posible variante es, que conjuntamente con el desarrollo de la unidad de “Semejanza”, comenzar la sistematización de los conocimientos geométricos y dedicar al finalizar el tratamiento del resto de las unidades del programa para realizar una sistematización donde se integren los contenidos aritméticos, algebraicos y geométricos.

Para la sistematización de estos conocimientos sería recomendable que los profesores utilicen E.N.T. como los que aparecen en el Anexo 7.

En esta etapa también se analiza con los profesores una posible distribución de clases en cada unidad temática que incluye una combinación de los E.N.T. con los ejercicios tradicionales, la cual aparece a continuación, y sirve de punto de partida para la planificación de cada profesor.

Unidad # 1 Semejanza de figuras geométricas.

Unidad Temática: Teorema de las transversales. Capítulo 1.

Número. Contenido de la clase.	Ejercicios del libro de texto.	E. N. T.
1-2 Repaso de los conceptos “razón entre dos números, proporción” y el teorema fundamental de las proporciones. Ejercicios.	. Epígrafe 1 1 al 8.	-

3. Definiciones de los conceptos “razón entre segmentos y segmentos proporcionales”.	Epígrafe 2 1, 2, 11.	-
4. Ejercitación sobre el contenido anterior.	Epígrafe 2 12 al 14.	-
5. Concepto: “Segmentos correspondientes de semirrectas”. “Teorema de las transversales.” Enunciados y demostración.	Epígrafe 2 15, 16, 17.	-
6. Ejercitación sobre los contenidos anteriores.	Epígrafe 2 19 y 20.	. T.T-1, 2
7. Teorema recíproco del teorema de las transversales. Enunciado y Demostración.	Epígrafe 2. 32, 33	-
8-11 ejercitación sobre los conceptos y teoremas estudiados.	Epígrafe 2 27, 28, 30, 32, 33, 34.	T.T-3, 4,5.

TT: Ejercicios de nuevo tipo que se utilizan en el teorema de las transversales.

Unidad temática “Semejanza de triángulos”. Capítulo 1.Epígrafe 4.

Número Contenido de la clase	Ejercicios del libro de texto	E.N.T.
1. Figuras semejantes, introducción por la vía inductiva de la noción sobre “ figuras semejantes, introducción de las definiciones de triángulos semejantes y	1,2, 3	-

polígonos semejantes””. Ejercicios.		
Ejercitación sobre las definiciones de triángulos semejantes. Razón de semejanza.	5, 7, 8.	TS- 3.
3. Teorema fundamental de la semejanza de triángulos	10.	-
4. Ejercicios aplicando el teorema fundamental de la semejanza de triángulos.	11, 12, 13.	-
5. Obtención y demostración del teorema de la semejanza de triángulos (a, a).	14.	TS-1 ó TS- 2.
6. Obtención de los otros dos teoremas de la semejanza de triángulos (p,a,p), (p,p,p).	15, 16, 17.	-
7-8-9. Ejercitación variada sobre los contenidos anteriores.	9, 24, 25, 26, 27.	TS- 8, 10, 11.
10-12. Ejercitación variada sobre demostración de semejanza de triángulos, ejercicios de cálculo y de aplicación a la vida práctica.	23, 27, 42, 50, 52.	TS- 4, 5, 6, 7.
13 - 17. En esta variante concebimos incrementar la relación de los contenidos anteriores con los nuevos a partir de la selección de ejercicios que estén dirigidos a desarrollar las habilidades de los alumnos para aplicar los conocimientos.	35, 36, 44, 46.	TS- 9, 12, 13, 14, 15, y S - 18

TS: Ejercicios de nuevo tipo que se utilizan en la semejanza de triángulos.

Unidad temática. Relaciones en el triángulo rectángulo (grupo de teoremas de Pitágoras).

Capítulo 1. Epígrafe 6.

Número	Contenido de la clase	Ejercicios del libro de texto	E.N.T.
	Deducción de los teoremas de la altura y de los catetos.	1-a, b. 2-a, b.	-
	Ejercitación de los teoremas anteriores.	1-c, d. 2-c, d, 5	-
	Teorema de Pitágoras y su recíproco.	15, 16, 35 y 53.	-
	Ejercitación del teorema de Pitágoras.	3, 11, 12	-
5 - 9	Ejercitación del grupo de teoremas de Pitágoras	4, 6, 21, 22, 26, 27, 28, 31, 33, 40	TP-2, 3, 4.

TP: Ejercicios de nuevo tipo que se utilizan en el grupo de teoremas de Pitágoras.

Unidad # 4. Sistematización.

Unidad temática: Cálculo geométrico. Capítulo 4 epígrafes 3 y 4.

Número.	Contenido de la clase	Ejercicios del libro de texto	E.N.T.
1.	Ejercicios variados sobre las relaciones entre ángulos.	Epígrafe 3. 4.	S-3, 9, 14, 18.
2-3 y 4.	Ejercicios combinados sobre los ángulos, triángulos y cuadriláteros, conceptos propiedades y calificaciones.	2 y 17.	S-2, 4, 5, 6, 7, 8 y 13.
5.	Sistematización sobre ángulos en la circunferencia.	PROMET@. Sistematización... (pp 9).	-
6.	Ejercicios combinados sobre relaciones en el triángulo rectángulo y semejanza de triángulos.	6, 8 y 13.	S- 9, 11 y 15.
7.	Ejercicios combinados de ángulos en la circunferencia y semejanza de triángulos.	15 y 18.	S- 10 y 12.
8.	Ejercicios variados de cálculo geométricos en triángulos, cuadriláteros y circunferencias.	7, 9 y 16.	S- 1, 16, 17.
9-12.	Ejercicios de cálculo de áreas y de perímetros de figuras planas.	Epígrafe 4. 2, 4 ,8, 9, 13, 15 y 16.	-

	PROMET. Sistematización... (pp 30).	
13-15. Ejercicios de cálculo de áreas y volúmenes de cuerpos geométricos.	Epígrafe 5. 6, 7, 12, 24, 29, 31y 32. PROMET. Sistematización ... (pp 7).	-

S: Ejercicios de nuevo tipo que se utilizan en la unidad de Sistematización.

@ Se refiere a ejercicios y actividades que aparecen en esta publicación

Estos ejercicios de nuevo tipo aparecen en los Anexos 4, 5, 6 y 7. los cuales constituyen un aporte a la didáctica de la Matemática.

Esta colección de ejercicios de nuevo tipo es el resultado de una selección de los que aparecen en la bibliografía de este trabajo y ejercicios construidos profesores que han participado en los cursos impartidos y otros por el propio autor.

Vinculado al análisis de los programas y la posible utilización de los E.N.T en estas unidades está la determinación del nivel de partida que tienen los alumnos.

En la elaboración del diagnóstico inicial (Anexo 8), tuvimos en cuenta investigar la situación de los conocimientos necesarios que debían poseer los alumnos al comenzar a trabajar con estas unidades de estudio, entre los que se destacan los siguientes:

- Ángulos entre paralelas.
- Ángulos en la circunferencia. Teorema de Tales.
- Teorema de Pitágoras.
- Criterios de igualdad de triángulos.
- Propiedades de las rectas notables en un triángulo isósceles.
- Relaciones entre los distintos tipos de cuadriláteros convexos.
- Propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo.
- Fórmulas para calcular el área de figuras planas.

El conocer la situación real que tienen sus alumnos sobre los contenidos geométricos necesarios para desarrollar estas unidades, les permite a los profesores planificar las actividades correctivas con sus alumnos a través de diferentes vías como son:

- Reactivación en el aula, mediante un trabajo diferenciado.

- Reactivación en trabajos extraclases: dirigido por el profesor (alumnos aventajados, monitores, etc.), a pequeños grupos de estudiantes que se reúnen regularmente para ayudarse mutuamente y apadrinamiento de alumnos con dificultades por alumnos aventajados.
- Competencias del saber entre alumnos de una misma categoría.
- Buzón de la Matemática (con preguntas diferenciadas).
- Utilización de juegos didácticos (en clases o extractases).

En toda esta labor el profesor debe tener en cuenta la atención diferenciada a los alumnos, darle a conocer a cada uno donde están sus progresos y dificultades.

Recomendamos que en la asignación de estas tareas el profesor incluya convenientemente algunos E.N.T. que les permita a los alumnos analizar y discutir todas las respuestas posibles en un ambiente de libertad y afinidad entre los escolares.

Al concluir el curso de superación se aplicó un P.N.I. a los profesores participantes cuyos resultados aparecen a continuación:

Positivo:

- Horario (lunes en horas de la mañana), forma de desarrollar el curso por el profesor, participación activa de los profesores, y la evaluación del curso (evaluación sistemática y la presentación de un trabajo final)60 %
- Intercambio de experiencia entre los profesores en cuanto a la sistematización30 %
- Curso dinámico y motivante20 %
- Facilita la concepción del proceso de enseñanza aprendizaje como un trabajo creador e investigativo20 %
- Conocer diferentes tipos de ejercicios y formas para dar las clases, refrescar, activar y aprender nuevas vías para el trabajo con los educandos, conocer algunas técnicas participativas aplicables a las clases de matemática 1 profesor

Negativo:

- La planificación a mediados del curso escolar y la poca duración del curso70 %
- Poca divulgación que afectó la incorporación de otros profesores 50 %
- Falta de bibliografía40 %
- No todos los profesores se preocuparon por el estudio sistemático y su participación en clases, no se pudo profundizar en la aplicación de las técnicas participativas 1 profesor

Interesante:

- Los ejercicios de nuevo tipo 70 %
- Aplicación de los E.N.T. en las escuelas de forma experimental, los E.N.T. tienen aplicación para las clases a impartir en cualquier grado50 %
- Los E.N.T. ayudan al tránsito de los profesores por varios grados 20 %
- Interiorización del curso por parte de los profesores participantes1 profesor

2.2 Organización desarrollo y control del experimento pedagógico.

Concluida esta etapa de preparación corresponde a cada profesor tomar las decisiones en cuanto a la distribución de las clases, los objetivos a alcanzar y qué métodos utilizar en cada una de las clases, qué ejercicios utilizar incluyendo los E. N. T. y cómo combinarlos para con su trabajo en el aula favorecer el cumplimiento de los objetivos de la enseñanza de la Matemática .

Para comprobar la efectividad de la preparación de los profesores en la introducción de los E.N.T. a la práctica escolar se desarrolla una experiencia pedagógica que permitirá valorar como esta repercute en los resultados docentes de los alumnos.

En esta experiencia planteamos como:

Hipótesis: El uso de los E.N.T. en combinación con los ejercicios tradicionales en el desarrollo de las unidades de Semejanza y Sistematización en el 9. Grado, favorecen los resultados docentes y aumentan las posibilidades de éxito de los alumnos en la resolución de problemas.

Definición operacional de las variables:

Variable independiente: Una combinación de los ejercicios de nuevo tipo (E.N.T.) con los ejercicios tradicionales .

Entre las dimensiones e indicadores de esta variable, tenemos las siguientes:

- Desarrollo de la visión geométrica
- Búsqueda de medios matemáticos .

.Variable dependiente: Mejores resultados docentes y mayores posibilidades de éxito en la resolución de problemas.

El experimento se llevó a cabo en las condiciones habituales del proceso docente-educativo.

En los últimos cursos escolares en este municipio el orden en que se han tratado las unidades es el siguiente:

- 1 Trabajo con variables.
- 2 Ecuaciones de segundo grado y funciones cuadráticas. Función de proporcionalidad inversa.
- 3 Semejanza de figuras geométricas

4 Sistematización.

Como se observa las dos unidades que forman parte de este trabajo investigativo son las últimas que se trabajan en el curso escolar, momento en que los alumnos y profesores tienen una carga de actividad intelectual superior a que si se trabajaran al inicio del curso, que es como está concebido en el programa desarrollar la unidad de “Semejanza”.

Hay que señalar además que en cuatro de las escuelas la actividad docente se interrumpió por la incorporación de los alumnos y profesores al plan la escuela al campo durante 21 días.

La muestra estuvo formada por cinco grupos seleccionados por cada profesor de noveno grado que participó en el curso de preparación, con la precisión de que debía ser un grupo promedio en cuanto a rendimiento escolar y disciplina. De esta forma quedaron representadas cinco de las siete secundarias básicas del municipio Centro Habana (E.S.B.U. “José Martí”, “Protesta de Baraguá”, “William Soler”, “Bartolomé Masó”, “Sergio González”).

Caracterización de los profesores.

Grupo	Titulado	Años de experiencia	Calificación de la preparación
A	Sí	25	B
B	No	27	E
C	Sí	26	E
D	Sí	27	B
E	No	15	Aprobado

El trabajo experimental se inició simultáneamente con la última etapa (semana 7) del curso de preparación de los profesores, lo cual exigió de ellos un mayor esfuerzo y concentración en la planificación y desarrollo del trabajo en las clases.

Los resultados del test diagnóstico aplicado al inicio de la unidad de “Semejanza de figuras geométricas” muestran que se obtienen resultados correctos, superiores al 50 % en :

- Identificar los ángulos opuestos por el vértice (69 %) y los ángulos adyacentes (51 %).
- Trazar un ángulo central (58 %).
- La propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo (72 %).
- El criterio de igualdad de triángulos l.a.l. (58 %).

- Área del triángulo (54 %).
- Área del rectángulo (51 %).

Como se observa en el Anexo 9 en los otros elementos del conocimiento los resultados son preocupantes. Es significativo que sólo el 25 % de los alumnos señala que el rectángulo es un trapecio lo cual es un elemento que nos indica que hay que continuar trabajando porque los alumnos puedan sistematizar los conocimientos adquiridos.

Estos resultados llevaron a la reflexión de los profesores que como parte del trabajo remedial había que realizar una correcta sistematización de los conocimientos anteriores con los nuevos.

Como se observa en el Anexo 10, el trabajo diferenciado con los alumnos incluyendo la utilización de los E.N.T. permitió a los profesores erradicar en cierta medida estas dificultades.

Sobre la utilización que hicieron los profesores de los E.N.T., tomando como punto de referencia la propuesta que se discutió en el curso de preparación, en la unidad de “Semejanza” se produjo un aumento del 33 % al 46 % de E.N.T. que se trabajaron en las aulas, no así en la unidad de Sistematización que disminuyó de 46,5 % al 39 %, y en general se produjo un incremento del 36 % al 44 %.

Los resultados anteriores indican que los profesores decidieron aplicar porcentualmente una mayor cantidad de E.N.T., algunos de los cuales fueron creados por ellos.

El decrecimiento en la unidad de Sistematización tiene sus causas en las dificultades señaladas anteriormente sobre la concepción de cómo desarrollar esta unidad, falta de tiempo y problemas organizativos en el cumplimiento del calendario escolar.

Todo parece indicar que en la combinación de los E.N.T. con los ejercicios tradicionales existe una tendencia de los profesores a utilizar en las clases entre el 40 y el 43 % de los E.N.T. (Anexo 11)

El empleo de los E.N.T. en las clases de Matemática prueba que puede tener lugar a través de clases donde sólo se trabajen E.N.T., donde se mezclan los ejercicios tradicionales con los E.N.T, y donde en un mismo ejercicio se presenten incisos con características de uno y otro tipo de ejercicio.

En la primera entrevista grupal, para intercambiar, sobre la marcha de la experiencia todos los profesores coincidieron en señalar que inicialmente los alumnos no comprendían el enunciado de los ejercicios y que había que ayudarlos a interpretar (no estaban acostumbrados a este tipo de preguntas).

Que apreciaban un mayor interés en los alumnos por resolver este tipo de ejercicios, la participación espontánea de todos los alumnos en clases se incrementó.

Además señalaron que la mayoría de los alumnos no lograban identificar todos los ángulos y triángulos que aparecían en la figura (sólo el 50%) y tenían muchas dificultades en encontrar todos los medios matemáticos asociados a las situaciones dadas, (menos del 50% de los conocimientos).

En las otras dos entrevistas que se realizaron, todos los profesores destacaron que la mayoría de los alumnos lograban reconocer entre el 85 y el 90 % de los ángulos y triángulos que aparecían en las figuras; que se mantenía la motivación y participación en las clases de forma ascendente (excepto el grupo E), que la profesora señaló no apreciaba diferencias significativas en el comportamiento de sus alumnos.

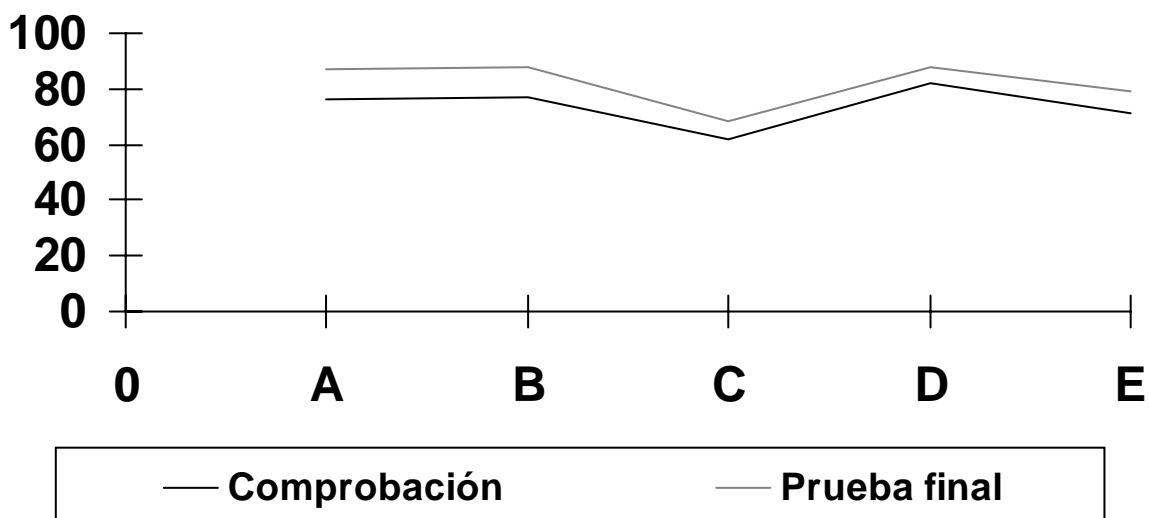
En relación a la búsqueda de los medios matemáticos asociados a las situaciones dadas, los profesores señalaron que los avances en este sentido eran discretos y que la mayoría de los alumnos alcanzaban encontrar aproximadamente el 75% de todos los conocimientos de las situaciones que se les presentaba.

Señalan que en la mayoría de las clases predominó el método de elaboración conjunta y en otras el trabajo independiente; que utilizaron el trabajo por equipos y algunas de las vías señaladas anteriormente para la atención diferenciada en las clases de Matemática.

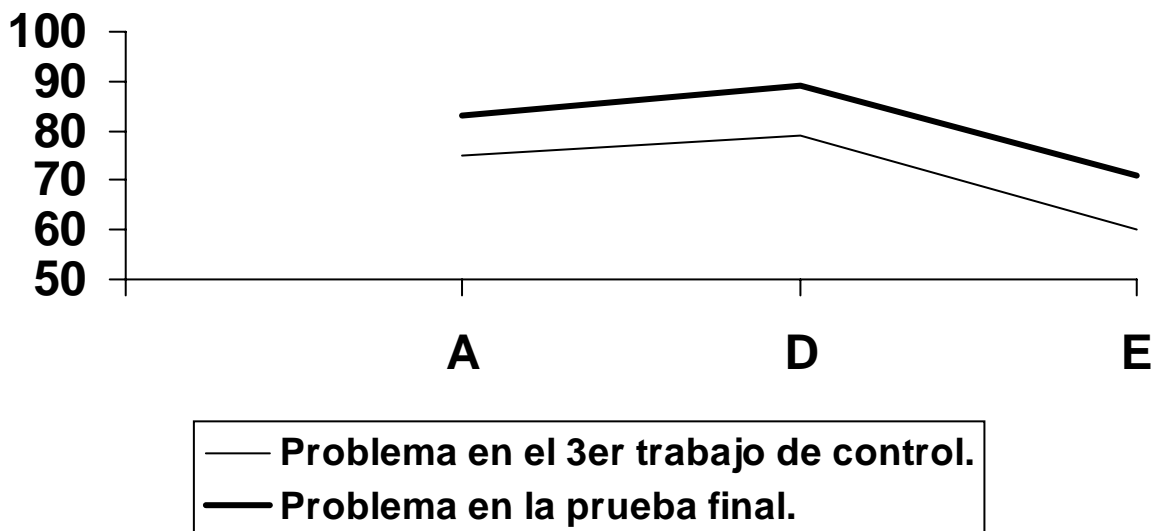
Estos criterios se fundamentan a partir de la información que tienen los profesores de la guía de auto-observación a clases (Anexo 12) y el análisis de sus diarios.

El análisis de los resultados de la comprobación que se aplicó durante el desarrollo de la unidad Semejanza, el tercer trabajo de control y la prueba final (Anexo 13, 14 y 15). Nos conduce a las siguientes reflexiones:

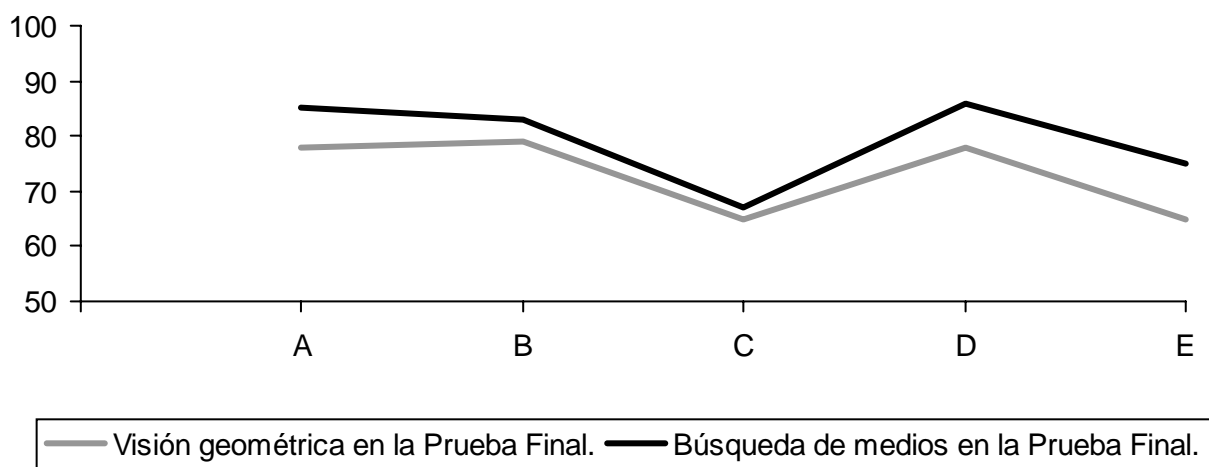
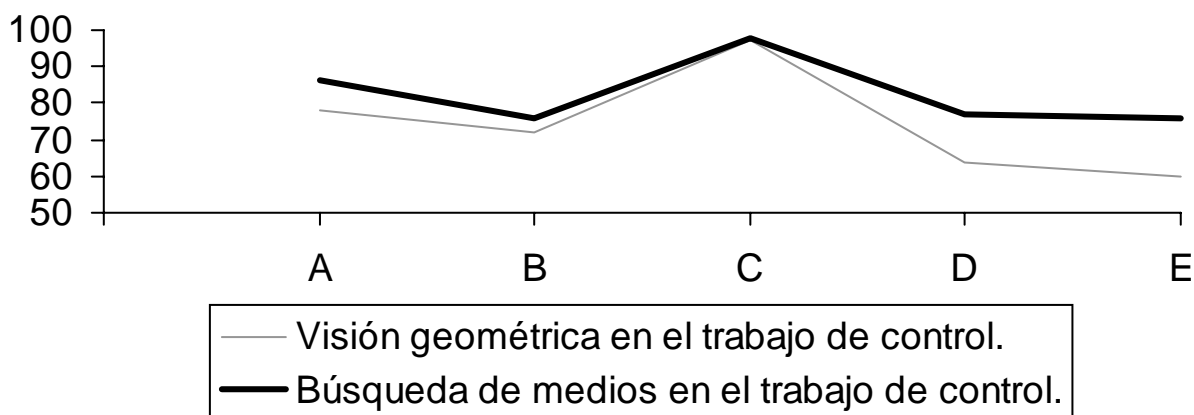
- Se aprecian modestos avances en el desarrollo de la visión geométrica en todos los grupos de la muestra seleccionada



- En la gráfica se compara el rendimiento de los alumnos en la resolución de problemas durante el transcurso del experimento, tomando como referencia el tercer trabajo de control con la prueba final. Se aprecian avances en esta dirección.



- En el análisis de los resultados se aprecia que el desarrollo de la visión geométrica es superior a la de la búsqueda de los medios. Esto ocurrió al analizar el tercer trabajo de control y la prueba final lo cual nos hace pensar en una cierta relación o dependencia entre ambas variables.



Aunque no es objetivo del trabajo establecer relaciones entre ellas, para profundizar en la afirmación anterior, aplicamos el coeficiente de correlación de Spearman con corrección por ligadura el cual arrojó que :

- a) En todos los grupos sí hay relación entre las variables en el trabajo de control.
- b) En cuatro grupos sí hay relación entre las variables en el caso de la prueba final.

Una vez concluido el experimento pedagógico se le pidió a los profesores sus opiniones sobre el trabajo realizado. A continuación aparecen los criterios emitidos por cada uno de ellos.

Grupo A:

“Estos ejercicios contribuyen al desarrollo del pensamiento lógico de los alumnos, desarrolló el nivel de abstracción de los alumnos (o visión geométrica), contribuyó en gran medida a que los estudiantes tuvieran un mayor dominio en sí mismos de sus potencialidades con estos contenidos de la asignatura, no sólo respecto a los contenidos del grado sino también a los contenidos precedentes”.

Grupo B:

“Los E.N.T. ofrecen menos dificultades en su solución a los alumnos, desarrollan su independencia cognoscitiva y ofrecen diferentes vías de solución; dándole al alumno, con menos posibilidades, a participar activamente con seguridad y precisión al brindar su respuesta.

En las clases sobre el teorema de las transversales, la mayoría de los alumnos llegaron por sí solos a inducir la otra parte del teorema de las transversales.

En semejanza de triángulos observé que los alumnos trabajaron con mayor soltura que en cursos anteriores, hasta el punto que alumnos con dificultades, resolvían los E.N.T. de manera independiente.

Se observó un buen desarrollo de la visión geométrica y los alumnos se mostraban ansiosos por participar en las clases y señalar las posibles respuestas, se apreció un buen uso del vocabulario y se logró con estos ejercicios que los muchachos encontraran con rapidez los medios matemáticos que necesitaban para la solución de otros ejercicios.

En una encuesta que apliqué a los alumnos para conocer sus opiniones sobre lo E.N.T., los muchachos respondieron que estos ejercicios resultaban más fáciles de resolver, que les gustaban porque sus profesora los había creado”.

Grupo C:

“La experiencia tuvo un resultado muy productivo, el trabajo con los E.N.T. preparó a los alumnos para resolver ejercicios con un mayor grado de dificultad, desarrollando el pensamiento lógico, el interés por la signatura y el querer resolver este tipo de ejercicios que le resultaron interesantes.

Este trabajo contribuyó a que los resultados obtenidos en las evaluaciones fueran con mayor calidad, luego pienso continuar trabajando con mis alumnos este curso con este tipo de ejercicios”.

Grupo D:

“Considero que con un poco más de tiempo hubiera podido realizar un mejor trabajo con mis alumnos, porque ellos tomaron esta nueva forma de ejercitar con mucho entusiasmo, quizás sería porque su profesora también lo estaba, pero el caso es que se sentían muy bien cuando trabajaban solos y podían expresar libremente todo lo que pensaban como vía de solución, sin temor a que alguien los requiriera por no comenzar por donde se pensaba fuera la primera cosa a resolver en el ejercicio.

Particularmente me gustó mucho esta forma de trabajar y ya tengo programado estos ejercicios y otros para el próximo curso. Creo que se gana mucho, principalmente en el desarrollo lingüístico de los alumnos.

Pienso que esta experiencia es digna de aplicarse con detenimiento en todos los grados y dejar un poco el esquematismo que tienen los ejercicios de L.T. y las orientaciones metodológicas.

Los resultados en el trabajo de control y la prueba final, donde estuvieron presentes algunos contenidos tratados aquí, pudieron ser mejores, pero si los comparo con mis alumnos del curso anterior se ganó en calidad en cuanto a las respuestas. Esta es una realidad que por lo menos Yo no puede negar ”.

Grupo E:

“Los ejercicios son muy bonitos y abarcan varios contenidos, pero se deben aplicar a alumnos aventajados o alumnos más interesados. Creo que hoy en día la mayoría de los alumnos están para aprobar y no para aprender”.

Las opiniones emitidas por los profesores hablan por sí solas, confirman el criterio de que es posible utilizar los E.N.T. en las condiciones actuales de la escuela cubana, en grupos que tengan similares condiciones a los de la muestra seleccionada, la posición especial que ocupa la preparación de los profesores y dentro de esta la forma singular de desarrollarla y como la aplicación de la alternativa metodológica favorece los resultados docentes en los contenidos geométricos de estas unidades y aumentan las posibilidades de éxito de los alumnos en la resolución de problemas

Consideramos que la duración del curso, el momento que se impartió (a mediados del curso escolar) y algunas interrupciones en la organización del curso escolar conspiraron en que no se alcanzaran mejores resultados.

CONCLUSIONES:

- La alternativa metodológica propuesta es realizable en las condiciones actuales de la escuela cubana, y se confirma que mejores resultados en la preparación de los profesores incrementan las posibilidades de éxito en la introducción de lo E.N.T. en la práctica escolar.
- La metodología propuesta pudiera ser utilizada en cualquier situación donde se requiera introducir resultados científicos u otras experiencias metodológicas como una variante de superación en el puesto de trabajo.
- Los resultados de la alternativa metodológica elaborada muestran que los E. N. T. se pueden utilizar en la práctica escolar combinados con los ejercicios tradicionales, a partir de determinados criterios didácticos como son: sus objetivos, la selección y tratamiento metodológico de los ejercicios; y el carácter propedéutico respecto a la resolución de problemas.
- El trabajo de los profesores en la actual concepción del proceso de enseñanza aprendizaje debe tener un enfoque investigativo y creador a partir del carácter problematizador de la teoría y la práctica. Lograr esta concepción exige flexibilizar y diferenciar esta labor favoreciendo el autocontrol y la autoevaluación de los mismos.

La alternativa elaborada se sustenta en estos principios de flexibilidad y toma de decisiones de los profesores y constituye un modesto aporte en la dirección que se ha planteado la didáctica de la escuela cubana de no establecer parámetros ni esquemas en la enseñanza de la Matemática .

- El trabajo investigativo desarrollado ha demostrado que es posible vincular sus resultados con la práctica escolar, a pesar de las dificultades que se puedan presentar, su escenario ha sido esa escuela cubana que hoy tenemos y que debemos trabajar por trasformarla y perfeccionar, no ha sido una experiencia de laboratorio en condiciones artificiales ni profesores previamente seleccionados.

RECOMENDACIONES.

Someter a la consideración de las instancias que corresponda los resultados de este trabajo y otros relacionados con la sistematización de los conocimientos matemáticos, para que se analicen como parte del continuo perfeccionamiento de los planes de estudio y programas o se precisen algunas recomendaciones metodológicas sobre el trabajo con la unidad de Sistematización en 9. grado.

De igual modo que se analice la utilidad y posibilidad de incluir en los libros de texto, folletos u otros materiales estos E. N. T. o buscar otras vías que posibiliten incorporarlos progresivamente en la práctica escolar.

La metodología propuesta tiene carácter general y por tanto puede ser utilizada en cualquier situación donde se requiera la preparación de los profesores que van a introducir resultados científicos u otras experiencias metodológicas , recomendamos su utilización y perfeccionamiento en los Institutos Superiores Pedagógicos, lo cual proporcionara una alternativa más en la formación y recalificación de los profesores.

En esta investigación han quedado algunos problemas abiertos que pudieran conducir a nuevas investigaciones:

- Será posible la utilización de los E. N. T. en atención a las otras funciones didácticas de elaboración de la nueva materia y la de control?. Cómo?.
- Las potencialidades mostradas en el trabajo con los E. N. T. en geometría será posible desarrollarlas con otros contenidos matemática.

BIBLIOGRAFÍA.

- 1̃ Alfonso Martínez, Roberto et al (1992). “Análisis del desarrollo de la Unidad sistematización en el noveno grado”. Trabajo de Curso. ISPEJV. Facultad de Ciencias.
- 2̃ Almaguer. A, et al (1996). “Seguimiento de la Línea Directriz Geometría”. Informe de investigación. Facultad de Ciencias. I.S.P.E.J.V. La Habana.
- 3̃ Ballester, Sergio et al (1992). “Metodología de la enseñanza de la Matemática”. Tomo 1. Editorial Pueblo y Educación. Cuba.
- 4̃ Ballester, Sergio (1995, a). “La sistematización de los conocimientos matemáticos”. PROMET. Editorial Academia. La Habana.
- 5̃ -----(1995, b). “Enseñanza de la Matemática y dinámica de grupo”. PROMET. Editorial Academia. La Habana.
- 6̃ Ballester, Sergio et al (1995). "Sistematización de los conocimientos matemáticos ". Informe final de investigación. ISPEJV . Facultad de Ciencias. Inédito.
- 7̃ Batista, L.C., et al. (1994). “La diferenciación didáctica en la enseñanza de la Matemática”. Informe de investigación. I.S.P. “Frank País”. Santiago de Cuba.
- 8̃ Blanco, Arcires (1990) Trabajo Referativo. ISPEJV. Facultad de Ciencias. La Habana.
- 9̃ Brito, Héctor et al (1987). “Psicología General para los ISP”. Tomo 2. Editorial Pueblo y Educación.
- 10̃ Campistrous, Luis et al (1989). “Orientaciones Metodológicas Matemática Décimo Grado”. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- 11̃ Colectivo de autores cubanos (1987). “Psicología General”. Editora Política. Fococopia. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad Habana.
- 12̃ Danilov, M.A. et al (1985) “Didáctica de la escuela media”. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- 13̃ Del Puig, María, et al (1994). “La solución de problemas”. Editorial Aula XXI / Santillana. Madrid.
- 14̃ Fernández, Angela et al. (1995). “Una experiencia sobre la sistematización de los conocimientos matemáticos en noveno grado”. Trabajo de Curso. ISPEJV. Facultad de Ciencias.

- 15 Fridman, Lev M. (1993). “Cómo enseñar a resolver problemas”. Traducción y edición Universidad de Sonora. México.
- 16 González, Daniel. (1996). “La capacitación de los maestros en la enseñanza de la formulación de problemas matemáticos”. Tesis presentada para la opción al grado de Máster en Educación Avanzada. I.S.P.E.J.V. La Habana.
- 17 Guilford, J. P. (1992). “Fronteras del pensamiento que los profesores deberían conocer”. En : En torno a la creatividad y la dinámica grupal. [Chivás, F. comp.], Editorial Academia. La Habana.
- 18 Hernández, Josefa, et al. (1994). “Modelos de competencia para la resolución de problemas basados en los sistemas de representación en Matemática”. En revista S.U.M.A. Numero 16. Zaragoza. España.
- 19 Jungk, W (1979) Conferencias sobre Metodología de la enseñanza de la matemática 1. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana.
- 20 ----- (1985). Conferencias sobre Metodología de la enseñanza de la matemática 2 (primera parte). Editorial Pueblo y Educación, segunda reimpresión. La Habana.
- 21 Klingberg, L. (1978). “Introducción a la didáctica general” . Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- 22 Labarrere, F. Alberto. (1987). “Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria”. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- 23 Llivina, J. Miguel. (1996). Una alternativa metodológica para evaluar la capacidad para resolver problemas matemáticos”. Tesis para la opción al grado de Máster en Didáctica de la Matemática. I.S.P.E.J.V. La Habana.
- 24 Metelsking, N.V. (1993). “Didáctica de la matemática”. Traducción Hemeroteca del MINED. La Habana.
- 25 Müller, Horst. (1986). “Formas del trabajo heurístico en la enseñanza de la Matemática”. En : Boletín de la Sociedad Cubana de Matemática y Computación, Números 6 y 7. La Habana.
- 26 Müller, Horst. (1987). “Aspectos metodológicos acerca del trabajo con ejercicios en la enseñanza de la Matemática” . Folleto mimeografiado. ICCP. La Habana .
- 27 Muñoz, Félix et al. (1991). Orientaciones Metodológicas. Matemática noveno grado. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.

- 28 ----- . (1991). Matemática noveno grado. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- 29 Muñoz, Félix. (1985). “Ejercitación en la enseñanza de la matemática”. Revista Educación #59. La Habana.
- 30 ----- . (1993). “La utilización de sistemas de ejercicios en la enseñanza de la Matemática como una vía eficaz para lograr la solidez de los conocimientos”. Pedagogía 93. La Habana.
- 31 ----- . (1995). “La tarea principal de la enseñanza de la Matemática en la escuela cubana”. Pedagogía 95. La Habana.
- 32 Nocedo, Irma et al . (1989). Metodología de la investigación Pedagógica y Psicológica. Segunda Parte. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- 33 Orta, Mayra . (1996). “ Una experiencia sobre la utilización de los ejercicios de nuevo tipo en la práctica escolar”. Trabajo de Diploma. ISPEJV. Facultad de Ciencias.
- 34 Pérez, Gastón et al (1989). Metodología de la investigación pedagógica y psicológica. Primera Parte. Editorial Pueblo y Educación. La Habana.
- 35 Polya, G. (1944). “Cómo resolver problemas”.
- 36 Schoenfeld, H. Alan. (1985). “Ideas y tendencias en la resolución de problemas”. En separata del libro “La enseñanza de la Matemática a debate”. Ministerio de Educación y Ciencias. Madrid. España.
- 37 Talízina, Nina. F. (1985). Conferencias sobre los fundamentos de la enseñanza en la educación superior. DEPES. La Habana.
- 38 Talízina, Nina F. (1987). “La formación de la actividad cognoscitiva de los escolares”. DEPES. La Habana.
- 39 Talízina, Nina F. (1988). Psicología de la enseñanza. Editorial Progreso. Moscú.
- 40 Zillmer. W. (1981). Complementos de Metodología de la enseñanza de la matemática. Editorial Libros para la Educación. MINED. Cuba.