

UNIVERSIDAD DE CIENFUEGOS.

"Carlos Rafael Rodríguez".

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ingeniería Mecánica

## Trabajo de Diploma

Título: La remotorización y su vínculo con las coordenadas del centro de gravedad y la velocidad mínima de movimiento estable

Autor: Karol Jhosep Pérez García

Tutor: DrC. José R. Fuentes Vega

# Pensamiento

La vida es como andar en bicicleta. Para mantener el equilibrio, debes seguir moviéndote.

Albert Einstein

# Dedicatoria

Para los que de una forma u otra me acompañaron en este largo y difícil travesía, este logro también es de ustedes.

# Agradecimientos

Primeramente, quisiera agradecer a mis padres Domingo de la Caridad Pérez Sánchez por poner en mi vida esta una profesión tan linda como es ser mecánica y por brindarme su sabiduría, a mi madre Orisleydi García Buzo por su amor, dedicación, paciencia y por apoyarme siempre en todo lo que me propongo.

A mi hermana, la que me ha enseñado el arte de odiar Karol G.

A mi pareja, Grether Suárez Garzón por su dedicación, amor y paciencia. Por cambiar el argumento de mi vida y por ser la respuesta a todas las dificultades que se me presentan. Por siempre estar ahí para mí, este logro es de ambos.

A mis suegros. Gricel Garzón y Francisco Villavicencio por ayudarme también durante este camino.

A mi tutor, José Ramon Fuentes Vega por su confianza, su total disposición y su ayuda incondicional.

A mis compañeros del aula, por ser todos del mismo equipo.

#### **RESUMEN**

El presente trabajo tiene el objetivo de evaluar a partir de estudios de caso la incidencia de la remotorización en la variación de las coordenadas del centro de gravedad, a través del efecto que pudiera provocar en la estabilidad transversal del movimiento y definir lo adecuado que puede ser el Matlab como herramienta para brindarle solución a las ecuaciones de 3er grado utilizadas para la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable.

Se empleó un método teórico-experimental para evaluar la incidencia de la remotorización en las coordenadas del centro de gravedad, que concluye con la evaluación de su incidencia en la velocidad crítica del movimiento en curvas, para un vehículo ligero y otro pesado, ambos de gasolina, remotorizados con motores diésel. En ambos casos se demuestra preliminarmente que no existe una incidencia significativa.

Para la solución de las ecuaciones de 3er grado definidas para la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable en vehículos ligeros y pesados, se utilizó el software Matlab 2018. En sentido general, se humaniza el trabajo y se obtienen resultados satisfactorios, empleando una modificación en la expresión propuesta por Pérez Gálvez, que reduce el error relativo a una base de datos experimentales en un 3.22 % en el caso de los vehículos pesados.

#### **SUMMARY**

The present work has the objective of evaluating, from case studies, the incidence of remotorization in the variation of the coordinates of the center of gravity, through the effect that it could cause in the transversal stability of the movement and to define how adequate it can be. Matlab as a tool to provide a solution to the 3rd degree equations used to determine the minimum speed of stable movement.

A theoretical-experimental method was used to evaluate the incidence of repowering in the coordinates of the center of gravity, which concludes with the evaluation of its incidence in the critical speed of movement in curves, for a light vehicle and a heavy vehicle, both gasoline., repowered with diesel engines. In both cases it is preliminarily demonstrated that there is no significant incidence.

For the solution of the 3rd degree equations defined for the determination of the minimum speed of stable movement in light and heavy vehicles, the Matlab 2018 software was used. In general, the work is humanized and satisfactory results are obtained, using a modification in the expression proposed by Pérez Gálvez, which reduces the error relative to an experimental database by 3.22 % in the case of heavy vehicles.

### **ÍNDICE**

	_
Capítulo I: Estudios documentales	5
1.1Introducción	5
1.2Dinámica vehicular	5
1.2.1Las fuerzas que actúan sobre un vehículo en movimiento	5
1.2.2 La ecuación del movimiento	12
1.2.3 La eficiencia mecánica del sistema de transmisión	13
1.3La característica tractiva y la velocidad mínima en los análisis de remotorización	16
1.3.1La característica tractiva en los análisis de remotorización	16
1.3.2La velocidad mínima de movimiento estable: importancia. Resultados alcanzados y	
limitaciones de su determinación teórica	20
1.4Estabilidad del movimiento	28
1.4.1-Los factores que afectan la estabilidad en vehículos ligeros y pesados	28
1.4.2Limitaciones del cálculo teórico y de la determinación experimental del centro de gravedac	129
1.5Conclusiones parciales	32
Capítulo II. Metodología de trabajo	34
2.1Introducción	34
2.2Propuesta metodológica para valorar la incidencia de la remotorización en la variación de las coordenadas del centro de gravedad.	34
2.2Proponer vías de solución de las ecuaciones de 3er grado establecidas para la determinación de velocidad mínima de movimiento estable, en vehículos de gasolina y diesel (con la ayuda del MatLal	b)
2.3Propuesta metodológica de solución de las ecuaciones de 3er grado establecidas para la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable	
	.50

Capítulo III: Análisis de resultados	51
3.1Introducción	51
3.2Valoración sobre la inicidencia del cambio de motor en las coordenadas del centro de gravedad	151
3.3Modelo estadístico para la determinación teórica de la velocidad mínima de movimiento estab	
	54
3.5Conclusiones parciales	58
Conclusiones generales	59
Recomendaciones	60
Bibliografía	61
Anexos	68

#### INTRODUCCIÓN

Después de un prolongado período de explotación, se produce el normal deterioro de los parámetros que determinan el desempeño de las máquinas automotrices, y con ellos, el incremento de las emisiones contaminantes al medio ambiente. La extensión del período está determinado por múltiples factores, entre otros: la calidad constructiva del propio vehículo, de su asistencia técnica, de su conducción; de la intensidad de sus regímenes de trabajo y de las condiciones de explotación.

Entre los conjuntos del vehículo que principalmente definen este período de explotación, está el motor. Después de las reparaciones generales permisibles, que restauran en determinada medida los parámetros iniciales de funcionamiento del vehículo, se impone la remotorización, como una solución económica para extender el período de trabajo del vehículo, como alternativa a los costos que entrañan la compra de un vehículo nuevo.

Esta práctica a nivel internacional se realiza fundamentalmente en vehículos pesados. En nuestro país, las duras condiciones económicas que impone el bloqueo, acrecentadas ahora con la situación internacional que genera el conflicto en Ucrania, ha impuesto características propias a la remodelación vehicular, y dentro de ella, a la remotorización. De hecho, circulan por el país numerosos vehículos cuya fabricación precede a la década de los 90 y se amplía hasta la década del 50 del pasado siglo.

De tal modo, podemos encontrar los siguientes casos:

- 1. <u>Sustitución del motor de gasolina original por uno diésel</u>. Se presenta, fundamentalmente, en vehículos ligeros antiguos y en camiones de bajo tonelaje.
- Sustitución del motor original del vehículo, sea de gasolina o diésel, por otro motor moderno.
   Esta modalidad es propia tanto de vehículos pesados como ligeros, y puede o no realizarse con cambio de embrague simultáneo.
- 3. <u>Sustitución del motor original con parte del sistema de transmisión</u>. Puede acompañarse con cambio de caja de velocidad o de puente motriz o de ambos.

Antes de realizarse la remodelación, se debe determinar la factibilidad de la misma, valorando sus cualidades dinámicas, sus indicadores de consumo, su estabilidad, seguridad de movimiento y la relación motor-sistema de transmisión, entre otros.

Siendo una práctica nacional de envergadura, existe a lo largo y ancho del país, numerosas entidades autorizadas para elaborar los informes técnicos de evaluación de propuestas, a partir de los cuales, las instancias pertinentes, autorizan o no la propuesta de remodelación.

Para regularizar el procedimiento de evaluación nacionalmente, y la elaboración de los informes técnicos, un grupo de especialistas del MITRANS elaboró una guía metodológica que establece los cálculos que deben realizarse para los diferentes tipos de remodelación vehicular.

En el caso de la remotorización, se enfatiza en la necesidad de realizar un análisis que contemple el efecto del cambio de motor en la variación de las coordenadas del centro de gravedad y en las reacciones en los puentes. Sin lugar a dudas, las coordenadas del centro de gravedad y las reacciones en los puentes, son parámetros de suma importancia, por cuanto inciden en la capacidad de frenado y en la estabilidad de movimiento del vehículo, pero su determinación experimental debe estar plenamente justificada.

Esta es una tarea compleja, para cuya ejecución, la generalidad de las entidades autorizadas no tienen condiciones ni equipamiento, además de que, el cambio de motor, aún en los casos más críticos, no implican, aparentemente, diferencias sensibles en dimensiones ni en peso, y por ello, resulta importante analizar la real necesidad de ejecutarla, pues queda claro que, en modificaciones estructurales de importancia, sobre todo en vehículos pesados, se da por descontado su necesidad e importancia.

En otro orden de cosas, siendo una metodología elaborada recientemente, urge la necesidad de enriquecerla, con la experiencia de otros especialistas y de los propios profesionales que en distintos puntos del país participan en el proceso de evaluación de remodelaciones vehiculares. De tal modo, se contribuye a lograr mayor objetividad y rigor en la evaluación de las propuestas de remodelación.

En tal sentido, nuestra universidad trabaja en diferentes direcciones, siendo una de ellas la introducción del concepto de velocidad mínima de movimiento estable. Al proponer un método fiable de determinación de este importante parámetro, con su introducción se posibilita:

- Determinar la frecuencia de rotación mínima estable, que permite definir con objetividad el rango de trabajo del motor.
- Determinar coeficientes que evalúan la relación motor-sistema de transmisión: coeficiente de aprovechamiento del área ideal y el coeficiente de recubrimiento, que hasta el momento

de definir la velocidad mínima de movimiento estable era imposible determinarlos con un mínimo de confiabilidad.

#### Problema de investigación:

Evaluar la incidencia de la remotorización en las coordenadas del centro de gravedad complejiza la elaboración del informe técnico y la no inclusión de la velocidad mínima de movimiento estable impide el empleo de indicadores que elevan la objetividad de la evaluación.

#### Hipótesis:

Definir los procedimientos imprescindibles y proponer vías de determinación de la velocidad mínima de movimiento estable, son factores que contribuirán a facilitar la confección y elevar la objetividad y calidad de los informes técnicos.

#### **Objetivo General:**

Contribuir a elevar la objetividad y calidad de los informes técnicos con la valoración de la necesidad de evaluación de la incidencia de la remotorización en las coordenadas del centro de gravedad y la propuesta de un método de determinación de la velocidad mínima de movimiento estable.

#### **Objetivos Específicos:**

- Definir los vehículos, tanto ligeros como pesados, que se utilizaran como estudios de caso, en la determinación de la incidencia de la remotorización en la variación de las coordenadas del centro de gravedad.
- Proponer los métodos de evaluación de la incidencia de la remotorización en las coordenadas del centro de gravedad.
- Definir un método de determinación fiable de la velocidad mínima de movimiento estable,
   validando sus resultados contra resultados experimentales.

#### Justificación

El trabajo de diploma tributa al desarrollo del trabajo doctoral "La evaluación de la remotorización en vehículos carreteros con sistemas de transmisión que no poseen conjuntos con patinaje continuo", que actualmente se ejecuta en nuestra Facultad.

Con el mismo, se pretende demostrar, en primera instancia, que el cambio de motor, en cualquiera de sus modalidades técnicamente factibles, no varía las coordenadas del centro de gravedad en magnitudes que afecten significativamente la estabilidad del vehículo y sus cualidades de frenado. En segundo lugar, pretende encontrar métodos de solución de las ecuaciones de 3er grado de determinación teórica de la velocidad mínima de movimiento estable, que arrojen resultados que satisfagan en mayor medida los resultados experimentales.

Para tales empeños, se cuenta, en primer lugar, con datos experimentales, que nos permitirán en un estudio de casos, evaluar la importancia de las variaciones que introduce la remotorización en la variación de las coordenadas del centro de gravedad.

Se conocen varios modelos de determinación de la velocidad mínima de movimiento estable, y se posee el software Matlab para darle solución. Se cuenta con resultados experimentales de determinación de la velocidad mínima de movimiento estable, obtenidos a partir de la bibliografía, con los que se podrán comparar los resultados obtenidos en el software Matlab.

Con el desarrollo del trabajo, de demostrarse que no es imprescindible la determinación experimental de las variaciones que provoca la remotorización en las coordenadas del centro de gravedad, se podrá simplificar considerablemente la evaluación de la factibilidad de remotorización y la elaboración del informe técnico.

La solución de la ecuación de tercer orden de la velocidad mínima de movimiento estable con resultados más cercanos a los experimentales, permitirá conocer con mayor exactitud el rango de trabajo del motor, y con ello obtener resultados más objetivos en la determinación de los indicadores que evaluación la relación motor-sistema de transmisión.

#### CAPÍTULO I: ESTUDIOS DOCUMENTALES.

#### 1.1.-Introducción

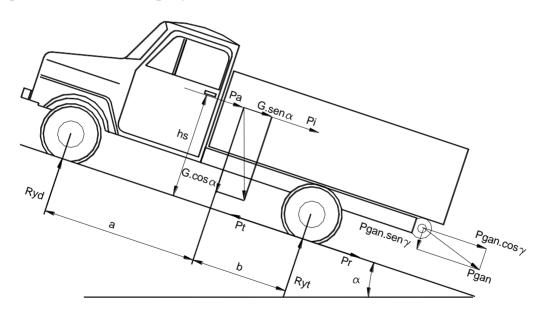
En este capítulo se presentan los fundamentos teóricos que sustentan la investigación. Se parte del análisis de la dinámica vehicular, lo cual conduce a la definición de expresiones y dependencias útiles para evaluar posibles afectaciones a la estabilidad del movimiento, a la efectividad del frenado y aquellas que facilitan el desarrollo de los métodos de determinación de la velocidad mínima de movimiento estable. Se analiza la importancia de la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable y los resultados y limitaciones existentes en su determinación.

#### 1.2.-Dinámica vehicular

#### 1.2.1.-Las fuerzas que actúan sobre un vehículo en movimiento

En la figura 1.1, se muestran las fuerzas y momentos que actúan sobre una máquina automotriz, que se mueve en la condición más general del movimiento, es decir, traccionando un remolque, por una pendiente, con velocidad variable. En la figura:

Figura 1.1 Fuerzas y momentos que actúan sobre un automóvil que se mueve por una pendiente, con remolque y con velocidad variable.



**Fuente: Del Sol Morales, 2014** 

- G, G.senα, G.cosα- peso total de la máquina automotriz equipada completamente y sus componentes, paralela a la superficie de apoyo y perpendicular a la misma, respectivamente.
- h<sub>s</sub>, a, b- coordenadas que determinan la posición del centro de gravedad.

- a<sub>h</sub>, h<sub>h</sub>- coordenadas que determinan la posición del punto de enganche.
- R<sub>yd</sub>, R<sub>yt</sub>- reacciones normales a la superficie de apoyo del camino en los puentes delantero y trasero, respectivamente.
- P<sub>r</sub>- fuerza de resistencia al rodamiento.
- P<sub>a</sub>- componente longitudinal de la resistencia total del aire.
- P<sub>i</sub>- fuerza total de inercia durante el movimiento no uniforme.
- P<sub>t</sub>- fuerza tractiva.
- P<sub>gan</sub>, P<sub>gan</sub>.senα, P<sub>gan</sub>.cosα fuerza en el gancho o fuerza de tiro y sus componentes: perpendicular
  a la superficie de apoyo y paralela a la misma.
- α- ángulo de inclinación de la vía.

#### La fuerza de inercia como resistencia al movimiento (Pi).

La fuerza de inercia ( $P_i$ ), actúa sobre el centro de gravedad de la máquina automotriz cuando la velocidad de la misma no es constante ( $dV/dt \neq 0$ ). Es una de las resistencias fundamentales que actúan sobre vehículo durante su movimiento en condiciones urbanas o de tráfico intenso, donde son más frecuentes sus componentes de impulso y deceleración, que tan significativo efecto ejercen sobre el consumo de combustible.

Todas las masas del vehículo se pueden dividir en dos grupos, atendiendo al tipo de movimiento que estas masas realizan, durante el movimiento de la máquina automotriz: las masas que se encuentran en movimiento no uniforme de traslación, o sea, la masa total del vehículo, y las masas que se mueven con movimiento de rotación no uniforme, en lo fundamental, el volante del motor, las piezas del sistema de transmisión y las ruedas del vehículo. De tal modo, la fuerza de inercia se determina por (Fuentes Vega et al, 2015):

$$P_i = \frac{G}{g} \cdot \delta \cdot \frac{dV}{dt} \tag{1.1}$$

Dónde: g-es la aceleración de la gravedad, 9.81 m/s<sup>2</sup>

 $\delta$  - es el coeficiente de las masas reducidas, que considera el efecto de las masas en movimiento de rotación no uniforme sobre la inercia de traslación.

dV/dt – es la aceleración del vehículo, m/s<sup>2</sup>.

El parámetro  $\delta$  se determina durante el período de movimiento no uniforme, ya sea en el proceso de impulso o en deceleración, cuando se encuentra acoplado el sistema de transmisión al motor.

$$\delta_i = 1.04 + \frac{A_\delta}{i_{si}^2} \tag{1.2}$$

Cuando la deceleración se realiza con el vehículo desembragado, δ se determina según:

$$\delta = 1 + \frac{1}{r_d^2} \left( I_{rd} + I_{rt} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_n}{i_n^2} \right) \frac{g}{G}$$
 (1.3)

$$r_d = \left[\frac{D_0}{2} + b_0 \cdot (1 - \lambda)\right] \cdot 0.0254 \tag{1.4}$$

Dónde: r<sub>d</sub> – el radio dinámico, m

I<sub>rd</sub>, I<sub>rt</sub>, I<sub>n</sub>- los momentos de inercia de las ruedas delanteras y traseras del vehículo y de cualquier conjunto n del sistema de transmisión.

I<sub>n</sub>- la relación de transmisión de un conjunto n del sistema de transmisión hasta las ruedas del vehículo.

D<sub>0</sub>, b<sub>0</sub> – diámetro de la llanta y ancho del perfil del neumático, plg

 $\lambda$  -coeficiente adimensional de deformación radial del neumático

#### La resistencia del camino.

Se denomina como resistencia al camino ( $P_c$ ) a la resistencia sumaria entre la fuerza de resistencia al rodamiento ( $P_r$ ) y la debida a la inclinación de la vía o resistencia a la pendiente ( $P_\alpha$ ) (Pérez Gálvez et al., 2017):

$$P_{c} = P_{r} + P_{\alpha}. \tag{1.5}$$

La determinación diferenciada de la resistencia al rodamiento en las ruedas delanteras y traseras se realiza únicamente en algunos cálculos particulares, en estudios de investigación, siempre y cuando exista una notoria diferencia entre sus características constructivas (dimensiones, presión de inflado, tipo de protector, etc.) o carga entre las ruedas de ambos puentes. En la mayoría de los casos, para los cálculos prácticos, se calcula una sola resistencia al rodamiento para todo el vehículo, la cual se aplica en la superficie de contacto de la rueda con el suelo, paralela a la

superficie del mismo, en cualquiera de sus puentes. O sea, en estos casos se asume un sólo valor de f para el vehículo, y P<sub>r</sub> se calcula según:

$$P_r = f \cdot G \cdot \cos \alpha \tag{1.6}$$

$$f = f_0 + k_f \cdot V^2 \tag{1.7}$$

Dónde:

f -es el coeficiente de resistencia al rodamiento, en el cual se ha considerado el efecto que sobre su magnitud ejerce la velocidad de movimiento.

 $f_0$  – es el coeficiente de resistencia al rodamiento determinado para bajas velocidades de movimiento.

kf –coeficiente que tiene en cuenta el efecto de la velocidad sobre la magnitud del coeficiente de resistencia al rodamiento.  $k_f = 7 \cdot 10^{-6}$ 

En los casos, como el mostrado en la figura 1.1, en que la barra de tiro posee una inclinación en relación con la superficie de apoyo, la fuerza del gancho ( $P_{gan}$ ) tiene una componente que suma su efecto a la componente G.cos $\alpha$  del peso en la deformación del neumático, por ello en tal caso, el valor de  $P_r$  se calcula según:

$$P_r = f \cdot (G \cdot \cos \alpha + P_{gan} \cdot sen \delta) \tag{1.8}$$

dónde: δ es el ángulo que forma la barra de tiro con la superficie de apoyo.

Generalmente, la barra de tiro se considera paralela al camino, ya que, en la mayor parte de los casos, su inclinación es pequeña, y puede entonces considerarse  $P_{gan} \cdot sen\delta \cong 0$ .

La componente del peso paralela al camino (G.sen $\alpha$ ) se denomina resistencia a la pendiente y se designa por  $P_{\alpha}$ .

$$P_{\alpha} = G \cdot \text{sen}\alpha \tag{1.9}$$

Utilizando las expresiones 1.6 y 1.9, la resistencia al camino se puede representar de la siguiente forma:

$$P_c = G \cdot f \cdot \cos \alpha + G \cdot \sec \alpha = G(f \cdot \cos \alpha + \sec \alpha)$$
(1.10)

Note que los signos se han establecido para la condición de movimiento representada en la figura 1.1, y que el signo del segundo miembro de la ecuación puede cambiar, en caso de que se trate de una pendiente descendente.

La magnitud (f. $\cos\alpha + \sin\alpha$ ), se denomina coeficiente de resistencia al camino y se representa por la letra  $\psi$ . Como quiera que los valores de f y  $\alpha$  pueden cambiar sensiblemente a lo largo del

recorrido, en la modelación de los ciclos de viaje se pueden utilizar bases de datos con los valores de f y  $\alpha$  a lo largo del recorrido. En ausencia de una base de datos, en cálculos prácticos, se hace necesario estimar valores promedios. Por ello, muchos autores prefieren trabajar con  $\psi$ , pues están menos expuestos a cometer errores cuando se estima un valor, que cuando se estiman dos, y, por otro lado, el trabajar con  $\psi$  puede resultar cómodo en algunos procedimientos matemáticos. De tal forma,  $P_c$  se define también como:

$$P_c = G \cdot \psi \tag{1.11}$$

La inclinación de la vía se representa en ocasiones a partir de su pendiente, en por ciento, y en tal caso  $P_c$  se expresa:

$$P_c = \frac{G.(f+p)}{\sqrt{1+p^2}} \text{donde: } p = tg\alpha$$
 (1.12)

Cuando p< 15%, se puede simplificar la anterior expresión, en función de que el valor del radical es prácticamente uno, en tal caso se puede plantear que:

$$P_c = G \cdot (f + p) \tag{1.13}$$

#### Fuerza de resistencia al aire (Pa).

La reducción del consumo de combustible se ha convertido en una necesidad importante a resolver en la industria automotriz definida por la tendencia al alza de precios, y la aparición de compañías competitivas y eficientes para el diseño de sus productos (Meneses y Trejos, 2018).

El transporte público y privado de carga pesada son las principales fuentes de emisión de dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>), y aproximadamente un tercio son causadas por vehículos comerciales, como el caso del camión con remolque en largos recorridos. Según estudios especializados en el análisis del consumo de combustible de vehículos (Schaller, 2010; Hucho, 1998; IEA, 2011) y la National Research Council Canada, identifican como principales fuentes de emisiones a las cargas producidas por efecto aerodinámico, y resistencia a la rodadura, con factores de consumo de entre el 30 al 55%, debido a las cargas axiales en alta velocidad y diseño de accesorios (Castillo et al., 2020)

Debido a que los vehículos se mueven a través del aire, que es un fluido, el aire crea una fuerza de arrastre que se opone al movimiento, y que denominaremos como resistencia aerodinámica. Las fuerzas aerodinámicas elementales, que actúan en cada punto de la superficie de la máquina

automotriz, son diferentes en magnitud y dirección. De ahí, que la resistencia aerodinámica total posea 3 componentes: una componente longitudinal  $(P_{ax})$ , una componente vertical o fuerza de sustentación  $(P_{ay})$  y una componente transversal  $(P_{az})$ .

La componente P<sub>az</sub> se determina sólo para algunos análisis de estabilidad transversal en curvas; la componente P<sub>ay</sub> es útil, fundamentalmente en vehículos ligeros, para análisis de comportamiento del vehículo a altas velocidades. Ambas tienen influencia en la magnitud de la componente longitudinal. Por su parte, el componente P<sub>ax</sub>, en lo adelante, P<sub>a</sub>, es el fundamental, que aparece en los análisis de dinámica longitudinal. Esta componente se considera aplicada en el centro de gravedad y se determina según (Castillo et al., 2020; Mejía Quintana, 2020):

$$P_{ax} = P_a = 0.5 \cdot c_x \cdot \rho_a \cdot F \cdot V^2 \tag{1.14}$$

Dónde: c<sub>x</sub> - coeficiente de resistencia aerodinámica.

 $\rho_a$  - es la densidad del aire, la cual depende de la altura sobre el nivel del mar y la temperatura,  $kg/m^3$ 

F - área frontal proyectada del vehículo, en un plano perpendicular a la dirección del movimiento, m².

El área frontal proyectada también puede calcularse, si no se conoce el dato del fabricante, con ecuaciones aproximadas, mediante la siguiente expresión:

$$F = m_a \cdot B \cdot H \text{ (m}^2\text{)} \text{ Para vehículos pesados (m}_a = 0.9-1.0)$$
 (1.15)

$$F = m_a \cdot A \cdot H \quad (m^2) \text{ Para vehículos ligeros } (m_a = 0.7 - 0.85)$$
 (1.16)

Dónde:  $m_a$  – es un coeficiente adimensional de aprovechamiento del área frontal A, B, H – son el ancho, la vía y la altura, respectivamente, del vehículo, m

En resumen, la resistencia aerodinámica considerando el efecto de la dirección del aire mediante un valor entre 1,12 y 1,38, puede ser calculada por (Millo Carmenate, 2003; Pérez Gálvez, 2007, Fuentes Vega et al., 2015; Santana Reyes et al., 2020):

$$P_{a} = (1,12 \div 1,38) \cdot \frac{\rho_{a}}{2} \cdot c_{x} \cdot F \cdot V^{2} = K_{aer} \cdot V^{2}$$
(1.17)

K<sub>aer</sub> es un coeficiente aerodinámico, que considera la forma aerodinámica del vehículo, el área frontal proyectada, los efectos del cambio de la dirección del viento en la magnitud de P<sub>a</sub> y las condiciones climáticas en que se realiza la evaluación, las cuales definen el valor de ρ. Debido a que, en la práctica existe un ángulo entre la dirección del movimiento y la dirección del viento, se

recomienda incrementar el valor de c<sub>x</sub> entre un 12 y un 38% (Bennet, 2001; Pérez Gálvez, 2007), siendo los menores valores en autos ligeros y los mayores en camiones articulados. En este incremento está incluida la influencia de la velocidad relativa del aire, por lo que se puede usar entonces en la ecuación anterior la velocidad de movimiento del vehículo y no la velocidad relativa.

#### La fuerza de tiro (Pgan)

Surge debido a la acción del remolque arrastrado, y se compone de las resistencias a la rodadura  $(P_{rr})$ , inclinación  $(P_{\alpha r})$  e inercia  $(P_{ir})$  del remolque.

$$P_{gan} = P_{rr} + P_{\alpha r} + P_{ir}, [N]$$
 (1.18)

La resistencia aerodinámica del remolque no se calcula independientemente, sino que se considera incrementando la del vehículo tractor en un 25%, 44% y 55%, en dependencia de que existan 1, 2 o 3 remolques. Partiendo de ello, la ecuación general de las resistencias en el gancho quedaría como:

$$P_{gan} = G_r \cdot \left[ \left( f_o + k_f \cdot V^2 \right) \cdot \cos \alpha + sen \alpha \right] + \frac{G_r}{g} \cdot \delta_r \cdot \frac{dV}{dt}$$
(1.19)

Ya que las únicas masas en rotación del remolque son las ruedas, en su caso el coeficiente de las masas reducidas en el remolque ( $\delta_{r}$ ) se determina según:

$$\delta_r = 1 + \frac{g}{G_r \cdot r_{dr}^2} \cdot \sum I_r \tag{1.20}$$

Dónde:  $\sum I_r$  y  $r_{dr}$  representan la suma de los momentos de inercia y el radio dinámico de sus ruedas.

#### La fuerza tractiva (Ptx)

Es la fuerza motriz del movimiento, surge producto de la interacción rueda-superficie de apoyo, cuando hacia el puente se transmite un momento motriz. Como fuerza motriz es la encargada de vencer todas las resistencias que se producen durante el movimiento en las condiciones dadas (Fuentes Vega et al., 2015). Su magnitud se calcula según:

$$P_{tx} = \frac{M_r}{r_d} = \frac{M_{ex} \cdot \eta_o \cdot \eta_s}{r_d \cdot i_{ci}}, [N]$$
(1.21)

Dónde: M<sub>r</sub> –momento aplicado a la rueda motriz, N.m

 $\eta_o$ ,  $\eta_s$  –eficiencia mecánica de la transmisión y eficiencia al patinaje del vehículo.  $i_{ci}$  –relación de transmisión total

Para los cálculos prácticos, en condiciones normales de movimiento  $\eta_s$  $\cong$ 0,98 - 1.

#### 1.2.2.- La ecuación del movimiento

Considere la condición más general del movimiento en una máquina automotriz de ruedas, es decir, en pendiente ascendente, con velocidad variable y traccionando un remolque, tal y como se muestra en la figura 1.1. Si consideramos  $\gamma = 0$  en la barra de tiro, la sumatoria de fuerzas en un eje paralelo al camino, nos muestra

$$P_{tx} - P_c - P_a - P_i - P_{gan} = 0 ag{1.22}$$

Sustituyendo 1.1, 1.10 y 1.19 en 1.22, despejando y agrupando se llega a:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{P_{tx} - (G + G_r) \cdot (f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) - P_a}{\frac{G}{g} \cdot \delta + \frac{G_r}{g} \cdot \delta_r}$$
(1.23)

La ecuación 1.23, es la denominada **Ecuación General del Movimiento** de la máquina automotriz de ruedas con una fuerza de tiro, que muestra las condiciones en que se presenta tanto el movimiento de impulso como el movimiento a velocidad constante de la máquina automotriz.

En el caso del conjunto vehículo-remolque, en ocasiones la ecuación general del movimiento se representa a partir de un coeficiente de las masas reducidas general para el conjunto  $(\delta_z)$ . Si además definimos:  $\frac{P_t - P_a}{G + G_r} = D$ , como **factor dinámico**, tendremos:

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{dV}{dt} = \frac{1}{\delta_z} \cdot \left[ D - \left( f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \right) \right] = \frac{1}{\delta_z} \cdot \left( D - \Psi \right) \tag{1.24}$$

Esta es la denominada **Ecuación Adimensional del Movimiento** de la máquina automotriz de ruedas con una fuerza de tiro. Esta ecuación es muy utilizada, por su simplicidad, en múltiples trabajos de modelación matemática.

El factor dinámico es una magnitud adimensional, que se utiliza para comparar las cualidades dinámicas de vehículos con diferente peso. Note que relaciona dos magnitudes: fuerza tractiva y resistencia aerodinámica del vehículo con el peso. Tanto P<sub>t</sub> como P<sub>a</sub> están condicionados por el régimen de trabajo del motor y la relación de transmisión conectada en el vehículo, y su diferencia es mayor, en la medida en que es más adecuado el diseño del vehículo.

Cuando el vehículo se mueve con velocidad constante:  $D-\psi=0$ , es decir,  $D=\psi$ . Esta condición se utiliza en algunos gráficos, para representar las condiciones viales, a través del valor del factor dinámico (D).

#### 1.2.3.- La eficiencia mecánica del sistema de transmisión

La potencia de tracción  $(N_r)$ , transmitida a las ruedas motrices durante el movimiento uniforme es menor que la potencia efectiva del motor  $(N_{ex})$ , en la magnitud de la potencia  $(N_{tr})$ , que se pierde en la transmisión:

$$N_r = N_{ex} - N_{tr} \tag{1.25}$$

A menudo, las pérdidas de energía en la transmisión se valoran por la magnitud del momento  $M_{tr}$ , reducido a la rueda motriz del vehículo:

$$M_{tr} = \frac{N_{tr}}{W_{r}} \tag{1.26}$$

dónde: W<sub>r</sub> -velocidad angular de la rueda motriz, en 1/s

Las magnitudes M<sub>tr</sub> y N<sub>tr</sub> consideran dos tipos de pérdidas: las hidráulicas, condicionadas por el batimiento y dispersión del aceite en los cárteres de la caja de velocidad y puente motriz, y las pérdidas de fricción en rodamientos, engranajes y articulaciones del cardán. Las hidráulicas dependen muy poco de la magnitud del momento transmitido, pero cambian con la variación de la frecuencia de rotación de los engranajes y la viscosidad y calidad del aceite, y se valoran por el momento M<sub>H</sub>, el cual es necesario aplicar en las ruedas motrices del vehículo, para mover los árboles de la transmisión en vacío (sin carga). En ausencia de dependencias experimentales, se determina por la fórmula empírica:

$$M_{H} = (2 + 0.09 \cdot V) \cdot G \cdot r_{d} \cdot 10^{-3}$$
 (1.27)

Las pérdidas de energía en el vencimiento de la fricción en los rodamientos, engranajes y articulaciones son proporcionales al momento que se transmite en la transmisión ( $M_e$ ) y no dependen de la frecuencia de rotación de las piezas. Estas pérdidas se valoran por el momento  $M_M$ , el cual es igual a:

$$M_{M} = \frac{M_{e}}{i_{ci}} \cdot (1 - \chi) \quad \text{N.m}$$
 (1.28)

Dónde: 
$$\chi = 0.98^k \cdot 0.97^l \cdot 0.995^m \cdot 0.997^n$$
 (1.29)

k, l, m, n –indicadores que corresponden al número de engranajes cilíndricos y cónicos que transmiten potencia, el número de cardanes que transmiten carga y el número de cojinetes accionados en el sistema de transmisión, respectivamente

De tal forma, el momento de resistencia de la transmisión, que se reduce al puente motriz es:

$$M_{tr} = M_H + M_M = M_H + \frac{M_e \cdot (1 - \chi)}{i_{ci}}$$
 (1.30)

En dependencia del régimen de trabajo del automóvil, se utilizan diferentes formas de valoración de las pérdidas. Así, si la transmisión del automóvil transmite energía del motor a las ruedas motrices (régimen activo), entonces las pérdidas de potencia en ella se valoran por la magnitud de la eficiencia directa de la transmisión, que representa en sí la relación de la potencia de tracción a la efectiva o la relación de los correspondientes momentos:

$$\eta_{o} = \frac{N_{e} - N_{tr}}{N_{e}} = \frac{M_{e} / i_{ci} - M_{tr}}{M_{e} / i_{ci}}$$
(1.31)

Sustituyendo en 1.31 la magnitud de M<sub>tr</sub>, se obtiene:

$$\eta_o = \chi - \frac{M_H \cdot i_{ci}}{M_e} \tag{1.32}$$

Sustituyendo 1.28 en 1.32, se tiene (Pérez Gálvez, 2007; Fuentes Vega et al, 2015; Guerra Pérez, 2018; Miranda Molina, 2021):

$$\eta_o = \chi - \frac{(2 + 0.09 \cdot V) \cdot G \cdot r_d \cdot i_{ci} \cdot 10^{-3}}{M_e}$$
(1.33)

Con máximo suministro de combustible:  $M_e = M_{ex} = P_{tx} \cdot r_d \cdot i_{ci}$ 

A cargas parciales:  $M_e = M_{enec} = P_{tnec} \cdot r_d \cdot i_{ci}$ 

Durante el movimiento del automóvil por vías en buen estado, con pequeñas cargas y velocidades, el momento efectivo del motor no es alto y el 2do miembro de la expresión 1.33 adquiere especial significación. La  $\eta_0$  en estas condiciones puede disminuir hasta valores por debajo de 0.7. Durante

el trabajo del motor con carga total, el momento  $M_{\rm H}$  es menor que  $M_e/i_{ci}$ , por eso, las variaciones de la eficiencia son pequeñas, en el marco de una misma relación de transmisión.

Para facilitar la determinación de la eficiencia, el autor de este trabajo confecciona una tabla que toma en consideración la fórmula de ruedas, el número de puentes transmitiendo potencia, posición relativa del motor respecto al puente motriz y marcha conectada en la determinación de los coeficientes k, l, m y n (Ver tabla 1 del Anexo 1). Esto es una de las ventajas de este método de determinación de la  $\eta_o$ , es decir, no se precisa del esquema cinemático de los conjuntos del mecanismo de transmisión, lo cual es imprescindible en los métodos tradicionales, que por demás no consideran el efecto del régimen de carga y velocidad en su magnitud.

#### El cálculo de la eficiencia para la característica ideal.

En el caso de la característica ideal, la fuente energética es ideal, es decir, entrega potencia máxima constante en todo el rango de frecuencias de rotación. Al ser ideal la fuente, el vehículo no necesita de una caja de velocidad, pero sí transmitir la potencia del motor a los semiejes, por lo tanto, el sistema de transmisión debe constar al menos con una transmisión cardánica y un par cónico sin reducción. De tal forma  $i_c = 1$ , k = 0,  $y \mid l$ ,  $m \mid v$  n toman el valor de acuerdo a la fórmula del vehículo en la variante de marcha directa. Por tanto, la expresión 1.33, toma la forma (Pérez Gálvez, 2007):

$$\eta_o = \chi - \frac{(2 + 0.09 \cdot V) \cdot V \cdot G \cdot 10^{-6}}{N_{emáx}}$$
 (1.34)

Dónde: 
$$\chi = 0.97^l \cdot 0.995^m \cdot 0.997^n$$
 (1.35)

La eficiencia de la transmisión no permanece constante durante todo el período de explotación del automóvil. Después de su construcción, en el período de rodaje, las piezas de la transmisión y del sistema de rodaje sufren un asentamiento y la eficiencia durante este período se incrementa. Después, de acuerdo al tiempo transcurrido, la eficiencia permanece primeramente constante, después de lo cual, como resultado del desgaste de las piezas y la formación de holguras excesivas, comienza a reducirse. Después de la reparación capital del automóvil y de la elaboración mecánica de las piezas la eficiencia de nuevo se incrementa, pero no llega a alcanzar nunca los valores iniciales.

## 1.3.-La característica tractiva y la velocidad mínima en los análisis de remotorización

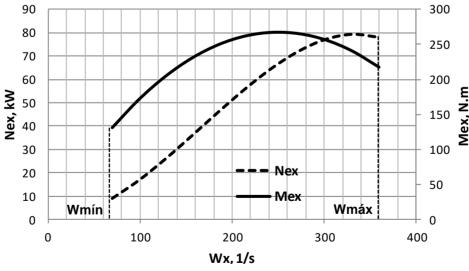
#### 1.3.1.-La característica tractiva en los análisis de remotorización

En primer lugar, la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable ( $V_{min}$ ), posibilita establecer la frecuencia de rotación correspondiente, es decir, la frecuencia de rotación mínima con la cual el motor funciona establemente con carga ( $W_{min}$ ). Esta frecuencia de rotación permite definir el rango fundamental de trabajo del motor (Ver figura 1.2).

Como quedó demostrado por Mirabal Consuegra (2015), la  $V_{min}$  es la misma para todas las marchas. De tal modo, al definir  $V_{min}$  se están definiendo las  $V_{min}$  de todas las marchas.

Cuando se realiza una remotorización, ha transcurrido un elevado período de explotación del vehículo, período en el cual, los motores han evolucionado, mucho más en esta época en que la evolución de la tecnología es muy intensa. Por tal razón, a pesar de que se busca sustituir el motor original por otro de semejantes características, siempre van a existir diferencias ente el motor original y el que lo sustituye. Por ello, es imprescindible valorar los efectos, positivos y negativos, que trae consigo el cambio de motor.

Figura 1.2 la característica exterior de velocidad y el rango fundamental de trabajo del motor.



Fuente: Elaboración propia

Por tal razón, deben utilizarse indicadores capaces de evaluar la relación motor-sistema de transmisión, indicadores que en la mayoría de los casos pueden definirse, gracias a la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable.

Existen 3 coeficientes, que evalúan la relación motor-sistema de transmisión: El coeficiente de aprovechamiento del área ideal, el coeficiente de recubrimiento y el de selectividad.

Si bien en la literatura se hace mención al solape y a las áreas de ausencia de potencia y en menor medida a la selectividad del conjunto motor-sistema de transmisión, no es hasta el desarrollo del trabajo de Millo Carmenate (2003), que se realiza una propuesta de indicadores para evaluarlos. Estos indicadores sufren modificación con el trabajo de Pérez Gálvez (2007), al introducir en su determinación los criterios de eficiencia mecánica de la transmisión y de la velocidad mínima de movimiento estable, alterando los rangos de variación de los mismos.

Las <u>áreas de ausencia de potencia</u> nos muestran, desde la  $V_{m\acute{n}}$  en 1ra marcha hasta la  $V_{m\acute{a}x}$  en marcha superior, en qué medida la característica tractiva real se adecua a la ideal. Mientras menores sean las áreas de ausencia de potencia, mejores cualidades dinámicas tendrán los vehículos, pues el conjunto fuente energética-sistema de transmisión en ellos se aproxima más a lo ideal.

La magnitud de estas áreas (d, e, f, g y h en la figura 1.3), es un indicador de la correcta selección del conjunto motor-sistema de transmisión para el vehículo y depende, entre otros factores, del número y de los valores de las relaciones de transmisión, de la elasticidad del motor, de la frecuencia de rotación mínima estable en 1ra marcha y de las frecuencias de rotación máximas en cada marcha.

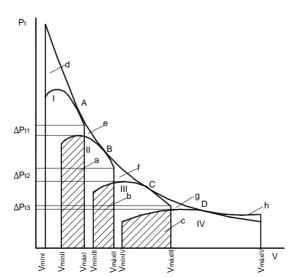


Figura 1.3 Característica tractiva e ideal de un vehículo de 4 marchas.

Fuente: Fuentes Vega et al., 2015.

En el caso del área de ausencia de potencia de 1ra marcha (marcada como d en la figura), tiene gran incidencia en el área sumaria de ausencia de potencia y depende en gran medida de la velocidad mínima estable en esa marcha. Se evalúan las áreas de ausencia de potencia a partir del denominado Coeficiente de Aprovechamiento del Área Ideal (S<sub>a</sub>):

$$S_a = \left(\frac{A_{real}}{A_{ideal}}\right) * 100 \tag{1.36}$$

Dónde: A<sub>real</sub>- es el área sumaria bajo las curvas reales

Aideal- es el área bajo la curva de fuerza tractiva ideal

$$A_{real} = \int_{Vmin\,I}^{VmaxI} P_{txI} \, dV + \int_{Vmin\,I}^{VmaxII} P_{txII} \, dV + \int_{Vmin\,II}^{VmaxIII} P_{txIII} \, dV + \dots + \int_{Vmin\,i}^{Vmax\,i} P_{txi} \, dV \quad (1.37)$$

Dónde: P<sub>txi</sub>, P<sub>txI</sub>, P<sub>txII</sub> ...- son las fuerzas tractivas en las marchas 1ra, 2da, i

El área bajo la curva ideal se determina según:

$$\int_{Vmin\,I}^{VmaxMS} P_{tideal} \, dV = \int_{VminI}^{VmaxMS} \frac{N_{emax*\eta_0*10^3}}{V} \, dV \tag{1.38}$$

El <u>solape entre marchas</u>, muestra el rango de valores de velocidad que corresponden a dos marchas consecutivas. El solape depende de los valores de la relación de transmisión total, de la velocidad mínima estable en cada marcha, y de la velocidad máxima en la marcha precedente, con excepción de la 1ra marcha. Sin solape no es posible el cambio de marcha y valores pequeños dificultan extraordinariamente el mismo. Cuando el solape es amplio, los cambios de marcha se producen con facilidad y suavidad, aumentando el confort durante la conducción del vehículo y mejorando sus cualidades dinámicas.

Para el solape entre marchas se propuso como indicador el **Coeficiente de Recubrimiento** (S<sub>o</sub>), que no es más que, la relación entre la sumatoria de los rangos de velocidades que se solapan en cada marcha, o sea ( $\sum \Delta V$ ) y la sumatoria de los rangos de variación de las velocidades en cada marcha para ese vehículo ( $\sum \Delta V_T$ ):

$$S_o = \sum \Delta V / \sum \Delta V_T = \sum_{i=2}^m \left( V_{\max_{i-1}} - V_{\min_i} \right) / \sum_{i=1}^m \left( V_{\max_i} - V_{\min_i} \right)$$
(1.39)

La selectividad es un concepto menos conocido y poco tratado en la literatura. Se define como la capacidad del conjunto motor-sistema de transmisión de brindar cobertura a las diferentes condiciones de carga con efectividad, es decir, con mayor velocidad y adecuado coeficiente de aprovechamiento de la potencia. Tiene gran incidencia en las cualidades dinámicas y de consumo de la máquina automotriz.

Se analiza el concepto de selectividad (Fig. 1.4), a partir de las características tractivas de dos vehículos iguales, pero uno posee una caja de velocidad con 4 marchas (a) y el otro con 3 marchas (b). Ambos poseen igual  $P_{txm\acute{a}x}$  e igual  $V_{m\acute{a}x}$ , o sea, sus relaciones de transmisión de 1ra marcha y marcha superior son iguales. Esta característica se ha trazado en coordenadas D vs V para poder representar la carga a través de  $\psi$ . Para condiciones viales representadas por  $\psi_1$ , el vehículo (a) puede transitar en 2da marcha a una velocidad máxima  $V_1$ , mientras el vehículo (b), para esas mismas condiciones de carga, transita en 1ra marcha a una velocidad  $V_2$ , siendo  $V_1 > V_2$ . Igual análisis pudiéramos realizar si las condiciones viales vinieran dadas por  $\psi_2$ , pues como observamos el vehículo (b) puede transitar a una velocidad  $V_4$ , mientras el (a) lo hace a velocidad  $V_3$ , siendo  $V_3 > V_4$ .

Los sistemas de transmisión que poseen conjuntos hidrocinéticos tienen gran solape, escasas áreas de ausencia de potencia y una gran selectividad, lo cual garantiza, entre otros aspectos, sus altas cualidades dinámicas.

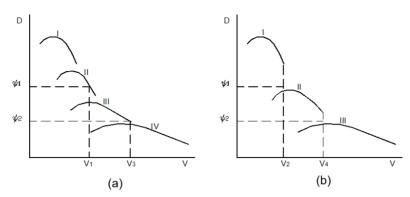
En el caso de la selectividad, se define el **Coeficiente de Selectividad**, como el aprovechamiento de las posibilidades tractivas entre el rango de fuerza tractiva:

$$S_{e} = \frac{\left(P_{tx \max I} - P_{tx \max MS}\right) - \sum_{i=2}^{m} \left(P_{tx \max i-1} - P_{tx \max i}\right)}{P_{tx \max I} - P_{tx \max MS}} \cdot 100$$
(1.40)

Dónde:  $P_{tvm\acute{a}xMS}, P_{tvm\acute{a}x~i}$  – es la fuerza tractiva a la velocidad máxima en marcha superior y en una marcha i cualquiera.

 $P_{txm\acute{a}xI}$ ,  $P_{txm\acute{a}x\,i}$ - es la fuerza tractiva máxima en 1ra marcha y en una marcha cualquiera i.

Figura 1.4 Esquema que explica la importancia de la selectividad de marchas.



Fuente: Fuentes Vega et al., 2015.

## 1.3.2.-La velocidad mínima de movimiento estable: importancia. Resultados alcanzados y limitaciones de su determinación teórica

La velocidad de movimiento estable es un parámetro de gran importancia, ya que permite delimitar el rango de trabajo de velocidades en un motor de combustión interna de un vehículo, posibilitando a la vez la construcción de la característica exterior de velocidad y la característica tractiva, que son gráficos que permiten evaluar el motor y el vehículo, respectivamente, para diferentes ambientes de explotación.

Se han realizado varios trabajos en función de obtener una ecuación para la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable, con resultados que se aproximan a los experimentales, tanto en vehículos ligeros como en vehículos pesados.

Las principales limitaciones para su determinación teórica han sido:

- La difícil solución de la ecuación de tercer orden obtenida por los investigadores.
- La falta de una amplia y actualizada base de datos experimentales de velocidad mínima de movimiento estable.

En su trabajo doctoral, Pérez Gálvez (2007) abordando la modelación matemática de ciclos de viaje propone un método novedoso de determinación de la eficiencia mecánica de la transmisión ( $\eta_0$ ), que después aplicaría en la determinación de la Vmín. La expresión de la eficiencia, considera la incidencia en la misma de la carga, la velocidad de movimiento, el tipo de transmisión y la marcha conectada:

$$\eta_o = \chi - \frac{(2 + 0.09 \cdot V) \cdot G \cdot r_d \cdot i_{ci} \cdot 10^{-3}}{M_e}$$
 (1.41)

$$\chi = 0.98^k \cdot 0.97^l \cdot 0.995^m \cdot 0.997^n \tag{1.42}$$

Dónde: k, l, m, n –indicadores que corresponden al número de engranajes cilíndricos y cónicos que transmiten potencia, el número de cardanes que transmiten carga y el número de cojinetes accionados en el sistema de transmisión, respectivamente.

Con máximo suministro de combustible:  $M_e = M_{ex} = P_{tx} * r_d * i_{ci}$ 

En el caso de la velocidad mínima de movimiento estable, se parte de la ecuación adimensional del movimiento:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\delta_i} \cdot (D - \psi) \tag{1.43}$$

Como se conoce:

$$D = \frac{P_{tx} - P_a}{G} = \frac{\frac{M_{ex} \cdot \eta_o \cdot \eta_s}{r_d \cdot i_{ci}} - K_{aer} \cdot V^2}{G}$$

$$\tag{1.44}$$

Como se trata de velocidad constante, la aceleración es cero. Por tal razón:  $D-\psi=0$ , o lo que es lo mismo:

$$D = \psi . \tag{1.45}$$

Sustituyendo 1.44 en 1.43 y sustituyendo la expresión del torque y de la eficiencia mecánica de la transmisión, se obtiene, después de algunas transformaciones:

$$\frac{\chi \cdot \left(M_{eN} \cdot C_{1} + \frac{M_{eN} \cdot C_{2}}{V_{Ni}} \cdot V_{min} - \frac{M_{eN} \cdot C_{3}}{V_{Ni}^{2}} \cdot V_{min}^{2}\right)}{G \cdot r_{d} \cdot i_{c_{i}}} - (2 + 0.09 \cdot V_{min}) \cdot 10^{-3} - \frac{K_{aer} \cdot V_{min}^{2}}{G} = \psi_{i}$$
(1.46)

Con los valores experimentales de  $V_{min}$  reportados en la literatura, especificados para diferentes vehículos, en cada una de sus marchas, se sustituye en 1.46 y se determina para cada uno el valor de  $\psi_i$ .

Con el conjunto de valores de  $\psi_i$  se encuentra la dependencia  $\psi = f(V)$ , que caracterizará la población de vehículos pesados de transmisión mecánica. La dependencia obtenida por Pérez Gálvez se corresponde con un Modelo Recíproco:

$$\psi_i = \frac{1}{(3.7515 \cdot V_{min} + 0.4147)} \tag{1.47}$$

Sustituyendo 1.34 en 1.33 y agrupando, se obtiene finalmente la expresión para determinar  $V_{min}$ :

$$a_{v} \cdot V_{min}^{3} + b_{v} \cdot V_{min}^{2} + c_{v} \cdot V_{min} + d_{v} = 0$$

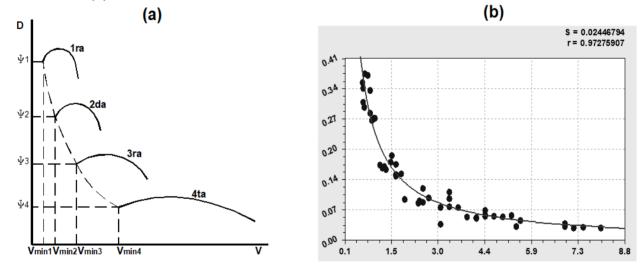
$$a_{v} = -\frac{3.7515}{G} \cdot \left( \frac{M_{eN} \cdot C_{3} \cdot \chi}{r_{d} \cdot i_{ci} \cdot v_{N}^{2}} + K_{aer} \right); \qquad d_{v} = 0.4147 \cdot \left( \frac{M_{eN} \cdot C_{1} \cdot \chi}{G \cdot r_{d} \cdot i_{ci}} - 2 \cdot 10^{-3} \right) - 1$$

$$b_{v} = 3.7515 \cdot \left( \frac{M_{eN} \cdot C_{2} \cdot \chi}{G \cdot r_{d} \cdot i_{ci} \cdot v_{N}} - 9 \cdot 10^{-5} \right) - \frac{0.4147}{G} \cdot \left( \frac{M_{eN} \cdot C_{3} \cdot \chi}{r_{d} \cdot i_{ci} \cdot v_{N}^{2}} - K_{aer} \right);$$

$$c_{v} = 3.7515 \cdot \left( \frac{M_{eN} \cdot C_{1} \cdot \chi}{G \cdot r_{d} \cdot i_{ci}} - 2 \cdot 10^{-3} \right) + 0.4147 \cdot \left( \frac{M_{eN} \cdot C_{2} \cdot \chi}{G \cdot r_{d} \cdot i_{ci} \cdot v_{N}} - 9 \cdot 10^{-5} \right);$$

$$K_{aer} = (1.12 - 1.38) \cdot \frac{\rho_{a}}{2} \cdot C_{x} \cdot F = K \cdot F$$

Figura 1.5 Dependencia de  $\psi = f(V)$ : enfoque teórico (a) y procesamiento de resultados (b)



Fuente: Pérez Gálvez, 2007.

Mirabal Consuegra (2015), plantea que si bien la expresión 1.48, brinda resultados adecuados y constituye un paso de avance, pues posibilita la determinación de la  $V_{mín}$  con fundamentos científicos, tiene como dificultades, las siguientes:

- Es una ecuación de 3er grado, por lo cual se dificulta su determinación, pues hay que recurrir a métodos aproximados de solución, que aún con software especializados, reducen la exactitud del resultado.
- Si bien algunos análisis teóricos demostraron que la menor V<sub>mín</sub> se obtiene para característica exterior de velocidad, la práctica no concuerda con ello.

- La base de datos experimental utilizada por Pérez Gálvez es de 9 vehículos, tomando los valores de V<sub>mín</sub> en cada una de sus marchas. De ser posible, ampliar la base de datos experimentales, proporcionaría resultados de mayor confiabilidad.
- Si bien la ecuación 1.47 se determina con un grado alto de exactitud (r = 0.97 y s = 0.024), no
  es menos cierto que no es la ecuación definitiva, pues debe sustituirse en la expresión 1.46,
  obtenida teóricamente, para por despeje y agrupación, determinar la expresión definitiva de la
  V<sub>mín</sub>. Esto les resta exactitud a los resultados.
- Como la expresión es de 3er grado, brinda 3 resultados, de los cuales hay que escoger el adecuado, en ocasiones 2 de ellos no son números reales.

Por tales razones, es que se estimó conveniente continuar trabajando en el perfeccionamiento de los resultados, con una base de datos experimentales mayor, y en la determinación de una expresión, más sencilla, que brindara resultados confiables. Esto sin desconocer la importancia del aporte que representó la determinación de la expresión 1.48.

Del Sol Morales (2014), establece dependencias funcionales de la  $V_{mín}$  con respecto a parámetros de conocida incidencia en la capacidad de movimiento de la máquina automotriz, entre los cuales seleccionó los siguientes:

- 1. La potencia específica  $(N_{\nu})$ ;
- 2. La relación de transmisión total  $(i_{ci})$ ;
- 3. Los índices de elasticidad del motor  $(e_n; e_m)$ ;
- 4. El rango de relaciones de transmisión de la caja de velocidad  $(I_5)$ ;
- 5. El radio dinámico  $(r_d)$ ;
- 6. El torque máximo ( $M_{emax}$ ).

Se realizaron combinaciones lógicas de estos parámetros, determinando estadísticamente aquella que arrojó mejores resultados en el cálculo de la  $V_{\text{mín}}$ , en cada una de sus marchas, de los vehículos que forman parte de la base de datos experimentales.

No obstante, la contribución desde el punto de vista metodológico del anterior trabajo, en el mismo se cometieron algunos errores y valoraciones inadecuadas de algunos datos técnicos de los vehículos con valores experimentales de  $V_{\text{mín}}$ , que afectaron los resultados del mismo.

Mirabal Consuegra (2015), con una base de datos de 19 vehículos pesados (en su mayoría con motores diésel) con resultados experimentales de  $V_{mín}$  de diferentes características, aplica la metodología desarrollada por Pérez Gálvez y obtiene una ecuación también de 3er grado, pero en este caso resultó ser un modelo hiperbólico:  $y = a + \frac{b}{x}$ , a diferencia de Pérez Gálvez, que obtiene un modelo recíproco:

$$\psi = a + \frac{b}{V_{min}} = \frac{a \cdot V_{min} + b}{V_{min}} \tag{1.49}$$

Dónde: a= 0,0011603332; b= 0,158662812

Después de sustituir y reagrupar se obtiene:

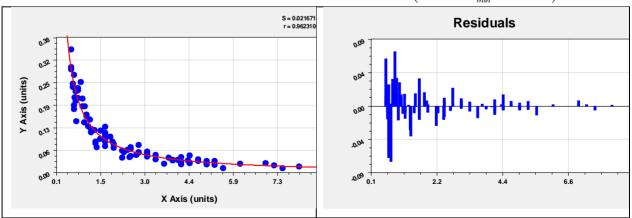
$$a_{v} \cdot V_{min}^{3} + b_{v} \cdot V_{min}^{2} + c_{v} \cdot V_{min} + d_{v} = 0$$
(1.50)

$$a_{v} = -\left(\frac{M_{eN} \cdot C_{3} \cdot \chi}{G \cdot r_{d} \cdot i_{ci} \cdot v_{N}^{2}} + \frac{K_{aer}}{G}\right); \quad b_{v} = \left(\frac{M_{eN} \cdot C_{2} \cdot \chi}{G \cdot r_{d} \cdot i_{ci} \cdot V_{N}} - 9 \cdot 10^{-5}\right); \quad c_{v} = \frac{M_{eN} \cdot C_{1} \cdot \chi}{G \cdot r_{d} \cdot i_{ci}} - 0,0031603332$$

$$d_v = 0.158628$$

La expresión 1.50, si bien es también de 3er orden, posee coeficientes más sencillos que los obtenidos por Pérez Gálvez en su trabajo (Ver expresión 1.48). En la figura 1.6, se muestran las gráficas correspondientes a la dependencia  $\psi = f(V_{min})$ , con sus valores de ajuste, y los residuales del modelo, obtenidas en el Curve Expert para vehículos pesados.

Figura 1.6 Resultados del procesamiento de la relación  $\psi_i = \frac{1}{(3.7515 \cdot V_{min} + 0.4147)}$ 



Fuente: Mirabal Consuegra, 2015.

Mirabal Consuegra (2015), partiendo del trabajo de Del Sol Morales (2014), trabaja por establecer dependencias que faciliten la determinación de la  $V_{mín}$ . En tal sentido, considera como factores influyentes en la  $V_{mín}$  los siguientes:

- 1. La potencia específica;
- 2. La relación de transmisión total;
- 3. Los índices de elasticidad del motor;
- 4. El rango de relaciones de transmisión de la caja de velocidad, en relación con el número de marchas;
- 5. El radio dinámico.

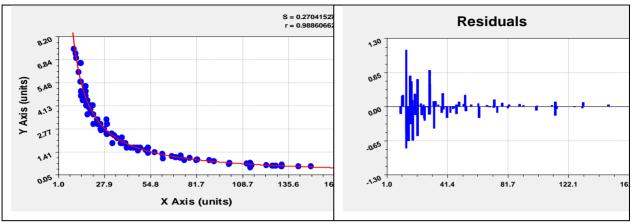
A continuación, procede a establecer correlaciones con diversas combinaciones de estos parámetros, teniendo en cuenta el carácter de la incidencia de cada uno en la  $V_{mín}$ . Después de muchas pruebas, procesando las combinaciones de parámetros en el Curve Expert, se encontró que la dependencia  $V_{mín} = f(e_M/(r_d \cdot i_{ci}))$  arroja resultados satisfactorios, al comparar los resultados experimentales con los teóricos para cada vehículo, obteniendo un modelo Recíproco. De tal manera:

$$V_{min} = \frac{1}{a \cdot \left(\frac{e_M}{i_{ci} \cdot r_d}\right) + b}$$
(1.51)

Dónde: a = 0.012977157; b = -0.0032441348

En la figura 1.7, se muestran la dependencia, con sus valores de ajuste, y los residuales del modelo obtenido. En la tabla 1.1, se muestran los resultados obtenidos por cada uno de los modelos, al comparar los resultados teóricos de determinación de Vmín con los resultados experimentales en cada una de las marchas. Se aprecia con claridad, que los resultados alcanzados con la expresión 1.41, son superiores a los de cualquier variante. Además, se comprueba que puede considerarse, en cada vehículo, que la frecuencia de rotación mínima estable (Vmín), puede considerarse constante en cada marcha.

Figura 1.7 Resultados del procesamiento de la relación:  $V_{m\acute{u}n}=f\left(e_{\scriptscriptstyle M}/(r_{\scriptscriptstyle d}\cdot i_{ci})\right)$ 



Fuente: Mirabal Consuegra, 2015.

Tabla 1.1 Comparación del error relativo promedio en los 3 métodos de determinación de la velocidad mínima de movimiento estable.

Marchas		Para los 9 vehío	culos evaluados po	Para los 19 vehículos		
		Pérez Gálvez	Expresión 1.40	Expresión 1.41	Expresión 1.40	Expresión 1.41
1		2	3	4	5	6
1ra 7,00		7,00	10,03	4,35	9,02	5,26
2da		8,40	8,54	4,17	8,71	5,08
3ra		11,78	10,13	4,55	9,18	5,71
4ta		12,34	11,18	4,31	9,25	5,72
5ta		16,51	8,77	2,07	8,54	3,32
Todas marchas	las	10,83	9,80	4,02	8,97	5,13

Fuente: Mirabal Consuegra, 2015.

Finalmente, Miranda Molina (2021), con una base de datos de 17 vehículos ligeros (en su mayoría de gasolina) de diferentes características, pero con resultados experimentales de  $V_{mín}$  siguiendo similar camino que los trabajos de Pérez Gálvez y Mirabal Consuegra, establece las dependencias de  $\psi_i = f(V_{mini})$ , seleccionando modelos como los de mayor ajuste:

Tabla 1.2. Características generales de los modelos seleccionados

Modelo Polinomial:	S = 0.03749685	r= 0.90435497	
Modelo Recíproco:	S = 0.03716689	r= 0.90370610	
Modelo Hiperbólico:	S = 0.03772266	r= 0.90064496	

Fuente: Mirabal Consuegra, 2015.

En las figuras 1-3 del Anexo 1, se muestran las dependencias, con sus valores de ajuste, y los residuales de los modelos obtenidos. De ellos, el que mejores resultados ofreció fue el modelo polinomial:

$$A \cdot V_{mini}^{3} + B \cdot V_{mini}^{2} + C \cdot V_{mini} + D = 0$$
 (1.52)

A = d	$B = c + \frac{\alpha_i \cdot C_3}{V_{Ni}^2} + \frac{K \cdot F}{G}$		
$C = b - \frac{\alpha_i \cdot C_2}{V_{Ni}} + 9 \cdot 10^{-5}$	$D = a - \propto_i \cdot C_1 + 2 \cdot 10^{-3}$		

A continuación, procede a establecer correlaciones con diversas combinaciones de parámetros, de conocida incidencia en la  $V_{m\acute{n}}$  de forma similar a Mirabal Consuegra, pero con la base de datos experimentales de  $V_{m\acute{n}}$  en vehículos ligeros.

Después de muchas pruebas, procesando las dependencias en el Curve Expert, se encontró que la dependencia  $V_{min} = f\left[0.04\left(\frac{eM*rd}{eN*ici}\right)\right]$  arrojó resultados satisfactorios. Se obtuvo un modelo Power Fit:

$$V_{min} = a \left[ 0.04 \left( \frac{e^{M*rd}}{e^{N*ici}} \right) \right]^b \tag{1.53}$$

Dónde: a =0.18065068

b = -1

En la siguiente tabla 1.3 se comparan los resultados obtenidos por Pérez Gálvez y Mirabal Consuegra en vehículos pesados, con los de Miranda Molina en vehículos ligeros:

Tabla 1.3. Errores relativos promedios por marcha en la determinación de la V<sub>mín</sub>

	Pérez	Mirabal:	Mirabal:	Miranda	Miranda
	Gálvez	3er grado	Recíproco	Polinomial 3	er Expresión
				grado	1.53
Marchas	1	2	3	4	5
1ram	7.00	9,02	5,26	22.16	9.26
2dam	8.40	8,71	5,08	14.71	9.55
3ram	11.78	9,18	5,71	19.91	9.00
4tam	12.34	9,25	5,72	10.37	9.29
5tam	16.51	8,54	3,32	0.28	3.18
MA				26.00	8.37
Total	10.83	8,97	5,13	15.57	8.11

Fuente: Miranda Molina, 2021.

Como puede observarse, en vehículos ligeros los errores relativos son mayores que en el caso de los vehículos pesados, lo cual indica en la necesidad de profundizar en los mismos

#### 1.4.-Estabilidad del movimiento

#### 1.4.1-Los factores que afectan la estabilidad en vehículos ligeros y pesados

Los factores que afectan la dinámica del movimiento tienen diferente naturaleza, pero se pueden agrupar, según Jiménez & Aparicio (2005), en 4 grupos:

- a) Factores derivados de la geometría de la carretera
- b) Factores derivados de las condiciones exteriores
- c) Influencia de las características del vehículo
- d) Influencia del conductor

A continuación, los mencionados autores expresan:

- De las variables geométricas de la carretera, algunas se pueden relacionar de forma directa con indicadores objetivos de la seguridad de marcha como, por ejemplo, la adherencia utilizada o la aceleración lateral no compensada en curvas. En tales casos, esos indicadores proporcionan un criterio objetivo para limitar la velocidad.
- 2. De otras variables, también englobadas en el mismo subgrupo (incorporaciones y salidas o el número de carriles y la anchura de los mismos), si bien existen estudios sobre su peligrosidad, no es inmediata la obtención de la velocidad óptima para minimizar el riesgo adicional. Reducciones en las velocidades de paso redundarán en disminuciones del riesgo de accidente, aunque no está sustentada esa reducción por criterios objetivos.
- 3. Las condiciones meteorológicas son factores transitorios, que afectan a la visibilidad y la adherencia. La luminosidad se relaciona con la visibilidad.
- 4. Las características del vehículo (pesos, dimensiones, componentes, sistemas de ayuda a la conducción) influyen en su dinámica. Resulta razonable un análisis diferenciado para cada tipo de vehículo, si bien no se esperan discrepancias notables entre vehículos de igual gama. El uso como herramienta de un modelo de simulación de la dinámica vehicular posibilita este estudio diferenciado.
- 5. No todos los conductores poseen las mismas capacidades al volante ni el mismo estilo de conducción. Por ello, resulta complejo el establecer un sistema de avisos que satisfaga a todos los conductores. Diversos autores abogan por el desarrollo de sistemas adaptativos.

Muchos factores ejercen influencia, de una forma u otra, en la estabilidad del vehículo, pero el factor que mayor influencia ejerce es la distribución de las masas, en específico la posición del centro de gravedad, cuya dimensión principal es la coordenada de altura, ya que una ubicación elevada del centro de gravedad provoca un aumento del momento de las fuerzas desestabilizadoras, y puede provocar como consecuencia, el vuelco del vehículo durante el movimiento en tramos curvos de la vía y en pendientes, longitudinales o transversales.

También debe mencionarse, como un factor de importancia, la distribución de las cargas, tanto en vehículos ligeros como en pesados, ya que una mala distribución puede provocar variaciones considerables en las coordenadas del centro de gravedad, principalmente en su coordenada de altura.

## 1.4.2.-Limitaciones del cálculo teórico y de la determinación experimental del centro de gravedad

La posición del centro de gravedad influye sustancialmente en las cualidades dinámicas de las máquinas automotrices, en la estabilidad del movimiento y en la magnitud de las reacciones en los apoyos, las cuales varían significativamente en el movimiento por pendientes longitudinales y transversales y en curvas, y que tanta influencia poseen en las cualidades de frenado del vehículo.

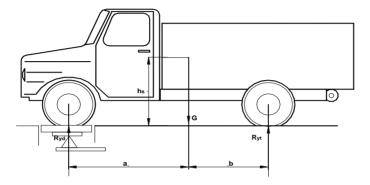
El método analítico de determinación de las coordenadas del centro de gravedad es engorroso y arroja resultados relativamente aproximados, por cuanto estamos hablando de un cuerpo aparentemente simétrico, pero compuesto por conjuntos no dispuestos simétricamente en relación con los ejes de simetría longitudinales y transversales del vehículo; conjuntos, partes y piezas de materiales de diferente naturaleza y carga no uniformemente distribuida, tanto en vehículos ligeros como en pesados, en estos la ubicación del centro de gravedad depende también de la forma en que se ubica la carga del vehículo. Por ello, el método más adecuado de determinación de las coordenadas del centro de gravedad es el experimental, y aún en este caso, se efectúa para carga uniformemente distribuida, condición que no siempre se alcanza durante el período de explotación del vehículo. A continuación, las particularidades de la determinación experimental de las coordenadas del centro de gravedad.

#### Determinación experimental de las coordenadas del centro de gravedad.

La determinación experimental se realiza con el vehículo serviciado, listo para su explotación, es decir, con goma de repuesto, herramental y carga nominal uniformemente distribuida. Para hallar las coordenadas longitudinales del centro de gravedad, el vehículo se sitúa de forma que sus ruedas

delanteras o traseras queden sobre la plataforma de una balanza, estando las ruedas del otro puente sobre una superficie fija, dispuesta al mismo nivel que la plataforma (Fig. 1.8). Según la posición del vehículo, por las indicaciones de la balanza, se determina la porción del peso  $G_d$  (numéricamente igual a  $R_{yd}$ ), que actúa en el puente delantero, o el  $G_t$  (numéricamente igual a  $R_{yt}$ ), que actúa en el trasero. Se determina también el peso total del mismo (G).

Figura 1.8 Determinación de las coordenadas longitudinales del centro de gravedad.



**Fuente: Fuentes Vega, 2010** 

Las coordenadas longitudinales del centro de gravedad se pueden determinar, en este caso, haciendo sumatoria de momentos respecto al puente trasero, resultando que:

$$b = L \cdot \frac{G_d}{G} = \frac{R_{yd} \cdot L}{G} \tag{1.54}$$

Siendo: L-batalla del vehículo. Es decir: L = a + b

Para determinar la coordenada de altura del centro de gravedad (h<sub>s</sub>), es necesario elevar uno de los puentes, apoyándolo sobre un soporte de cierta altura H (entre 0.5-1 m), apoyando el otro puente sobre la plataforma de la balanza.

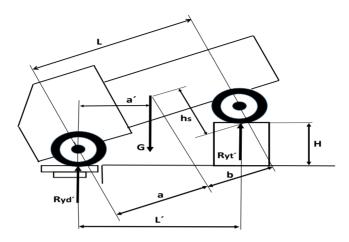
La carga vertical en el puente delantero  $R_{yd}$ ' difiere de la determinada para el vehículo en posición horizontal, debido a la inclinación del mismo, pero es evidente que  $R_{yd}$ ', > $R_{yd}$ . De tal forma, aplicando sumatoria de momentos respecto al puente delantero:  $\sum M_{pd} = 0$ ;  $R_{yt}$  ·  $L - G \cdot a = 0$ 

de dónde: 
$$a' = L' \cdot \frac{R_{yt}'}{G} = L' \cdot \frac{G - R_{yd}}{G}$$

a' -distancia longitudinal desde el vector del peso G al centro de las ruedas delanteras

L' -distancia longitudinal entre los centros de las ruedas delanteras y traseras.

Figura 1.9 Determinación de las coordenadas de altura del centro de gravedad.



#### Fuente: Elaboración Propia

La longitud L' puede ser medida o calculada, utilizando para ello la siguiente dependencia, que se desprende de las correlaciones geométricas:

$$\vec{L} \approx \sqrt{\vec{L}^2 - \vec{H}^2}$$

Una vez determinada la distancia a', basándose en las correlaciones geométricas, es posible hallar la coordenada vertical por la expresión:

$$h_{\rm S} = r_d + \left(a - \frac{a}{\cos \alpha}\right) \cdot \cot \alpha \tag{1.55}$$

Con cierta aproximación se puede considerar que:  $tg\alpha = H/L$ 

La coordenada transversal del centro de gravedad se determina situando el vehículo por uno de sus lados, derecho o izquierdo, en una plataforma de balanza, como se muestra en la figura 1.10.

Con las indicaciones de G" en la balanza (numéricamente igual a  $R_y$ "), componemos la ecuación de momentos respecto al punto O de aplicación de la reacción normal, que actúa en las ruedas del lado opuesto. Como resultado obtenemos:  $\sum M_o = 0$ ;  $R_y^{"} \cdot B = G \cdot (0.5 \cdot B + e)$ 

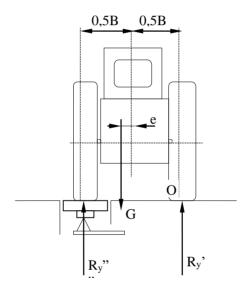
siendo: e la coordenada transversal del centro de gravedad

De aquí obtenemos: 
$$e = \frac{(R_y"-0.5.G)B}{G}$$
 (1.56)

Si por esta fórmula la coordenada "e" resulta positiva, eso significa que el centro de gravedad está desplazado tal y como se supuso en el esquema de la figura 1.10. Si resulta ser negativa, ello indica que el centro de gravedad está desplazado en sentido contrario.

De lo anterior se desprende que no todas las instituciones autorizadas para efectuar la remotorización poseen las condiciones y los equipos para realizar la determinación experimental de las coordenadas del centro de gravedad.

Figura 1.10. Determinación de la coordenada transversal del centro de gravedad.



Fuente: Fuentes Vega et al., 2010

#### 1.5.-Conclusiones parciales

Al concluir el capítulo se arriba a las siguientes conclusiones parciales:

- Lo estudiado demuestra que la velocidad mínima es un parámetro de gran importancia para evaluar las cualidades dinámicas y de consumo de combustible del vehículo, ya que define el rango de trabajo del motor, posibilita construir la característica exterior de velocidad y la característica tractiva y determinar coeficientes que evalúan la relación motor-sistema de transmisión.
- De lo anterior se desprende la importancia de trabajar en función de buscar un método apropiado de determinación de la velocidad mínima de movimiento estable, tanto por su complejidad como por su exactitud.

- Las coordenadas del centro de gravedad son parámetros de suma importancia pues inciden en la seguridad del movimiento, tanto desde el punto de vista de la estabilidad como del frenado, siendo la coordenada de altura, el parámetro más significativo por el papel que juega en la estabilidad longitudinal y transversal.
- La importancia de las coordenadas del centro de gravedad y la complejidad de su determinación ameritan un esfuerzo dedicado a evaluar la necesidad o no de su valoración cuando se produce un cambio de motor.

### CAPÍTULO II. METODOLOGÍA DE TRABAJO

#### 2.1.-Introducción

En el presente capítulo se realizará primeramente una propuesta metodológica para valorar la incidencia de la remotorización en la variación de las coordenadas del centro de gravedad de vehículos ligeros y pesados. A continuación, se proponen vías de solución de las ecuaciones de 3er grado establecidas para la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable, en vehículos de gasolina y diésel (con la ayuda del Matlab) y se fundamentan las modificaciones que se proponen a las tablas de determinación de los coeficientes k, l m y n, implicados en la determinación de la eficiencia mecánica de la transmisión.

## 2.2.-Propuesta metodológica para valorar la incidencia de la remotorización en la variación de las coordenadas del centro de gravedad.

Generalmente, la remotorización vehicular se realiza cuando transcurrido un prolongado tiempo de explotación y agotadas las posibilidades de reparación general, los parámetros de salida deteriorados del motor aconsejan su sustitución.

Después de tan prolongado tiempo, es muy poco probable encontrar el mismo motor, nuevo o en buenas condiciones técnicas, para sustituir el motor deteriorado. Pero en caso de encontrarlo, no hay necesidad de realizar ninguna comprobación.

En Cuba, la remotorización reviste características particulares, por la existencia de vehículos en explotación, que fueron fabricados a mediados del siglo pasado.

De tal modo, podemos encontrar los siguientes casos:

- 4. <u>Sustitución del motor de gasolina original por uno diésel</u>. Básicamente, se presenta en vehículos ligeros antiguos y en camiones de bajo tonelaje. En este caso es imprescindible la sustitución del conjunto motor-embrague. Básicamente se produce mayoritariamente, por el menor precio del combustible y la mayor facilidad para conseguirlo.
- 5. <u>Sustitución del motor original del vehículo</u>, sea de gasolina o diésel, por otro motor moderno. Esta modalidad es propia tanto de vehículos pesados como ligeros, y puede o no realizarse con cambio de embrague simultáneo.
- 6. <u>Sustitución del motor original con parte del sistema de transmisión</u>. Puede acompañarse con cambio de caja de velocidad o de puente motriz o de ambos.

En los **vehículos ligeros** encontramos las siguientes características:

- Desde la década de los 90, la mayoría de los vehículos son de inyección de gasolina. En muy
  pocos casos son vehículos diésel. Esto se debe a la mayor elasticidad de los motores de gasolina,
  sus menores dimensiones y peso, un funcionamiento menos ruidoso y sus elevadas frecuencias
  de rotación.
- En estos vehículos se sustituye el motor de inyección de gasolina por otro de semejantes parámetros de salida, pero más moderno. En ellos, la altura del capot se ha reducido hasta lo imprescindible, para reducir la resistencia aerodinámica y en su interior, no hay muchas posibilidades de espacio para ubicar motores de mayores dimensiones, lo cual por demás no se justifica en motores más modernos con semejantes parámetros de salida (Ver figura 2.1).
- En tal sentido, con semejantes parámetros de salida, dimensiones y peso, las diferencias entre la ubicación de los centros de gravedad del motor original y el que sustituye al anterior, no deben provocar variaciones sensibles en las coordenadas del centro de gravedad y en las reacciones en los puentes.



Figura 2.1. Interior del capot de un automóvil moderno

Fuente: Catálogo Opel Corsa, 1996.

En los vehículos ligeros fabricados en décadas precedentes a la del 90, la situación es la siguiente:

 Son mayoritariamente también de gasolina, por las razones indicadas anteriormente, pero de carburación.

- Aquí hay mayor espacio libre bajo el capot, fundamentalmente en el plano vertical (el capot no es tan bajo) y en el transversal al movimiento. En cuanto a dimensiones, los vehículos norteamericanos de las décadas de los 50-70 exhiben dimensiones exageradas. Los soviéticos, que entran al país a partir de los 60 tienen dimensiones más moderadas, con la excepción de alguno que otro vehículo muy especial, como pueden ser los Volgas y los vehículos ligeros Zil, que se fabricaban para mandatarios.
- Admiten entonces con mayor facilidad, al ser el diésel un motor más voluminoso, un cambio de motor de gasolina por diésel.

#### En los **vehículos pesados** la situación es la siguiente:

- Muy pocos vehículos pesados tienen motor de gasolina. Se encuentran solo en vehículos ligeros de carga y en muy pocos vehículos pequeños pesados de pasajeros. En vehículos de pasajeros, de cualquier tipo, no se aconsejan por problemas de seguridad, aunque en el país se han fabricado ómnibus Girón pequeños de gasolina.
- En estos casos es frecuente la sustitución del motor de gasolina por uno diésel.
- En vehículos pesados mayores de carga, no es posible el uso de motores de gasolina por limitaciones que impone la detonación del combustible. Luego aquí la sustitución es de diésel por diésel, pudiéndose producir diferentes variantes con motores diésel antiguos, motores Common Rail y motores modernos convencionales, o sea, no son Common Rail.
- Aquí las limitaciones de espacio para el acondicionamiento del nuevo motor, en cualquier eje, son menores, pero al sustituir un motor diésel, de cualquier tipo, por uno más moderno diésel, no debe provocar variaciones sensibles de las coordenadas del centro de gravedad.

#### Los criterios para la determinación del centro de gravedad.

Se pretende utilizar una metodología propuesta por Fernández Tamayo et al. (2018), la cual es bastante sencilla de ejecutar, ya que se consideran los cuerpos como masas puntuales con su peso concentrado en su centro de gravedad. Para la aplicación de la misma, solo se necesitan ciertos datos del fabricante, como son los pesos del motor y del vehículo y la posición a la que se encuentra el centro de gravedad del vehículo sin motor y las correspondientes del motor del vehículo, ambas respecto a un eje de referencia, que en nuestro caso se ubicará en el centro de las ruedas del puente delantero.

Las coordenadas tridimensionales del centro de gravedad se obtienen, utilizando las expresiones 2.1-2.3, ya sea con datos obtenidos de forma experimental o por especificaciones del fabricante (ver figura 2.2)

$$X_{c_{dg}} = \sum \frac{\sum Q_{i*x_i}}{Q_i} \tag{2.1}$$

$$Y_{c_{dg}} = \sum \frac{\sum Q_{i*y_i}}{Q_i} \tag{2.2}$$

$$Z_{c_{dg}} = \sum \frac{\sum Q_{i*z_i}}{Q_i} \tag{2.3}$$

Dónde:  $X_{cdg}$ -Coordenada longitudinal, desde el centro de gravedad hasta el eje de simetría de las ruedas del puente delantero, m

 $Y_{cdg}$ -Coordenada de altura del centro de gravedad, medida desde la superficie de apoyo, m

 $Z_{cdg}$ -Coordenada transversal, desde el centro de gravedad hasta el eje de simetría de las ruedas dispuestas a la derecha del vehículo, m

Qi -Sumatoria de todos los pesos actuantes en el vehículo, kg

 $x_i$ ,  $y_i$ ,  $z_i$ -Coordenadas del centro de gravedad de cada uno de los elementos al punto de referencia en cuestión, m

Estas mismas expresiones, nos servirán para establecer un método que nos permita evaluar la significación que tiene o no, en vehículos ligeros o pesados, considerar el efecto de la remotorización en el cambio de las coordenadas del centro de gravedad.

Definida la forma en que se determinará la magnitud del cambio que introduce la remotorización en las coordenadas del centro de gravedad, se analizan algunas consideraciones necesarias para la selección posterior del vehículo, ligero y pesado, a remotorizar.

Iniciemos el análisis con los vehículos ligeros. Lo más acertado, establecer un caso crítico para el análisis: sustitución de motor de gasolina por un motor diésel. Como expresamos esto es más común en vehículos fabricados en décadas anteriores a los 90.

Se selecciona como caso de estudio un vehículo ligero soviético, puesto que:

- a) Son abundantes en nuestro país y contamos con importantes datos técnicos, que no tenemos en otros vehículos ligeros de esa época.
- b) Son vehículos que posibilitan una remotorización diésel

- c) En cuanto a dimensiones, distribución de esfuerzos por puente, ubicación del centro de gravedad son semejantes a las de otros vehículos ligeros presentes en el país en esa época (Fiat, Peugeot, etc.).
- d) Constituyen una transición entre los antiguos vehículos norteamericanos de los 50 y los posteriores a la década de los 90. Por ello, algunas conclusiones que se obtengan en ellos, pueden servir de fundamentación para el análisis de los mismos.
- e) Si partimos de que  $N_{ex} = {M_{ex} \cdot W_x}/{10^3}$ , tenemos que considerar que los diésel son menos rápidos, por lo que al seleccionar motores de igual potencia, hay que poner especial cuidado en comprobar que se cumplen las limitaciones de torque máximo ( $M_{emáx}$ ), el cual debe ser inferior a la carga de cálculo del sistema de transmisión ( $M_{cálc}$ ).

yvsm ym Pvsm ycm ycm xxysm Pcp ycm

Figura 2.2. Coordenadas propias del vehículo y de la carga.

Fuente: Elaboración propia

Se selecciona como caso de estudio un vehículo pesado medio soviético, puesto que:

- a) Son abundantes en nuestro país y contamos con importantes datos técnicos, que no tenemos en otros vehículos pesados de esa época, entre ellos coordenadas del centro de gravedad, del vehículo sin carga y cargado.
- b) En cuanto a dimensiones, distribución de esfuerzos por puente, ubicación del centro de gravedad son semejantes a las de otros vehículos pesados medios, presentes en el país en esa época, en su mayoría soviéticos (Zil-130, Gaz-52, Gaz-53, Gaz 66, Zil-133, Paz-3201 y otros vehículos, pero de motor diésel).
- c) Son vehículos de gasolina que posibilitan una remotorización diésel, que sería la condición más crítica, por provocar los mayores cambios en las coordenadas del centro de gravedad con la remotorización. A partir de ser representativo de un grupo de vehículos de su época, algunas conclusiones que se obtengan en ellos, pueden servir de fundamentación para el análisis de los mismos.
- d) Igualmente, hay que poner especial cuidado en comprobar que se cumplen las limitaciones de torque máximo (M<sub>emáx</sub>), que debe ser inferior a la carga de cálculo del sistema de transmisión (M<sub>cálc</sub>).

La carga de cálculo del sistema de transmisión, tanto para vehículos ligeros y pesados:

$$M_{c\acute{a}lc} = k_M \cdot M_{em\acute{a}x} \tag{2.4}$$

En la tabla 2.1 se muestra los rangos de valores de k<sub>M</sub> según el tipo de vehículo.

Tabla 2.1. Coeficiente que determina la carga máxima admisible del sistema de transmisión.

Tipo de vehículo	km
Ligeros	1.20-1.75
Pesados	1.50-2.20
Cuñas y pesados de alta capacidad de carga	1.90-3.00

Fuente: Cárdenas Garnier, 2008.

#### Selección de los vehículos para los estudios de casos.

De los **vehículos ligeros**, se selecciona como caso de estudio el Lada-2106 (Figura 2.3). Su selección se fundamenta en que:

- 1. Es un automóvil de turismo de origen soviético, que se fabricó en décadas precedentes a los 90 (1972-1976, aunque se continuó fabricando con algunas modificaciones posterior a esa fecha).
- 2. Es una marca de vehículo que circula en el país, con diferencias no muy marcadas entre un modelo y otro.

- 3. El modelo en sí es abundante en el país y tiene buena aceptación.
- 4. Se cuenta con datos abundantes del fabricante, además de otros datos de la bibliografía, que muestran las coordenadas del centro de gravedad con el vehículo vacío y con carga, incluida la coordenada de altura.
- 5. Se cuenta físicamente con el vehículo con su motor original, lo cual nos permite un análisis objetivo de las posibilidades de remotorización y realizar mediciones de distancias, dimensiones y espacios concretos.
- 6. Es adecuado, para establecer un estudio de caso crítico, de sustitución de un motor de gasolina por uno diésel

La ficha técnica del vehículo se encuentra en la tabla 2 del Anexo 2. A este vehículo se le sustituirá el motor original de gasolina por un motor diésel Kubota Serie 03-M Modelo V2403-M-DI-E3B. En la tabla 2.2 se muestra una comparación entre las características de ambos motores.

Figura 2.3. Vista del vehículo ligero Lada 2106.



Tabla 2.2 Comparación de las características de los motores 2106 de gasolina y el Kubota Serie 03-M diésel.

Lada 2106		Kubota Serie 03-M	
Nemáx, kW	58.8	Nemáx, kW	36.5
nN, rpm	5400	nN, rpm	2700
Memáx, N.m	121.6	Memáx, N.m	159
nM, rpm	3400	nM, rpm	1650
Peso, kg	140 (sin embrague)	Peso, kg	184
Dimensiones, mm	542 x 512 x 627	Dimensiones, mm	670 x 499 x 684

Fuente: Elaboración propia.

De la tabla 2.2 se puede expresar:

Que el motor seleccionado cumple con las limitaciones que establece la carga de cálculo del sistema de transmisión. La potencia máxima y su correspondiente frecuencia de rotación decrecen, pero se

incrementa el torque, como es habitual en los motores diésel. El peso del nuevo motor es mayor que el original en 44 kg, por lo que se producirá un desplazamiento del centro de gravedad, que es lo que se necesita en el trabajo para valorar cuan significativas serán las variaciones que se producen.

De la tabla 2.3 se aprecia que al cargar el vehículo (se incrementa el peso en 400 kg), o sea, al montar 5 personas con peso equivalente a 70 kg y 50 kg de equipaje:

- La coordenada "a" se incrementa en 15.96%, lógicamente, se produce un corrimiento del centro de gravedad en dirección al puente trasero.
- La coordenada "b" se reduce en 14.61%
- La coordenada "hs" se incrementa en 3.75% (2.1 cm), lo cual es también lógico, pues los centros de gravedad de las cargas se encuentran a relativa baja altura, en relación con la coordenada de altura del centro de gravedad del vehículo vacío.
- El peso del vehículo se incrementa en un 10.85% cuando se carga, y no se altera apreciablemente la coordenada de altura del centro de gravedad.

Las coordenadas del centro de gravedad del vehículo vacío y con carga, aparecen en la siguiente tabla:

Tabla 2.3 Reacciones en los apoyos y coordenadas longitudinales y de altura del centro de gravedad del vehículo ligero Lada 2106.

Con el vehículo vacío Co		Con el vehículo cargado	
R <sub>yd</sub> , kg	560	R <sub>yd</sub> , kg	662
R <sub>yt</sub> , kg	485	R <sub>yt</sub> , kg	783
a, m	1.13	a, m	1.31
b, m	1.30	b, m	1.11
hs, m	0.56	hs, m	0.581

Fuente: Elaboración propia

De los **vehículos pesados**, se selecciona como caso de estudio el camión Gaz-66 (Figura 2.4). Su selección se fundamenta en que:

- 1. Es un camión mediano, de origen soviético, de motor de gasolina y fórmula de ruedas 4x4, que se fabricó en décadas precedentes a los 90 (1964-1990).
- 2. Es una marca de vehículo que aún circula en el país, en varios modelos, pero siempre camiones medianos de gasolina.

- 3. Se cuenta con abundantes datos del fabricante y otros datos de la bibliografía, que muestran las coordenadas del centro de gravedad con el vehículo vacío y con carga, incluida la coordenada de altura.
- 4. Se cuenta físicamente con el vehículo con su motor original, lo cual nos permite un análisis objetivo de las posibilidades de remotorización y realizar mediciones de distancias, dimensiones y espacios concretos.
- 5. Es adecuado, para establecer un estudio de caso crítico, de sustitución de un motor de gasolina por uno diésel

La ficha técnica del vehículo se encuentra en la tabla 3 del Anexo 2. A este vehículo se le sustituirá el motor original de gasolina por un motor diésel Kubota Modelo V3800-CR-T(TI)E4

En la tabla 2.4 se muestra la comparación entre las características técnicas fundamentales de ambos motores.

Figura 2.4. Vista lateral del camión 4x4 soviético de la marca Gaz-66.



Tabla 2.4 Comparación de las características de los motores ZMZ-66 de gasolina y el Kubota Modelo V3800-CR-T(TI)E4 diésel.

ZMZ-66		Kubota Modelo V3800-CR-T(TI)E4	
Nemáx, kW	84.6	Nemáx, kW	85 (74.5)
nN, rpm	3200	nN, rpm	2600
Memáx, N.m	284.4	Memáx, N.m	375.1
nM, rpm	2000	nM, rpm	1500
Peso, kg	275	Peso, kg	345
Dimensiones, mm	1018 x 884 x 924	Dimensiones, mm	843.7 x 581.1 x 834.6

Fuente: Elaboración propia.

De la tabla 2.2 se puede expresar:

Con el nuevo motor el Gaz-66 tendrá mejores prestaciones para su explotación a pesar de tener semejante potencia máxima, ya que el motor Kubota posee un momento 1.32 veces mayor que el original, además posee dimensiones menores al original lo que sin duda posibilita un aumento del

espacio para accesorios como compresores para el frenado o instalaciones de frenos hidráulicos o neumáticos, así como la instalación de una dirección hidráulica de mayor tamaño.

Las coordenadas del centro de gravedad del vehículo vacío y con carga, aparecen en la siguiente tabla:

Tabla 2.5 Reacciones en los apoyos y coordenadas longitudinales y de altura del centro de gravedad del vehículo pesado 4x4 Gaz-66.

Con el vehí	n el vehículo vacío Con el vehículo cargado		culo cargado
R <sub>yd</sub> , kg	2370	R <sub>yd</sub> , kg	2830
R <sub>yt</sub> , kg	1315	R <sub>yt</sub> , kg	3055
a, m	1.18	a, m	1.71
b, m	2.12	b, m	1.59
h <sub>s</sub> , m	0.763	h <sub>s</sub> , m	1.15

Fuente: Elaboración propia

De la tabla 2.5 se aprecia que al cargar el vehículo (se incrementa el peso en 2200 kg), o sea, una carga uniformemente distribuida de 2000 kg en la cama del vehículo, 2 personas (conductor y ayudante) con peso equivalente a 70 kg y 60 kg de equipaje:

- La coordenada "a" se incrementa en 44.91%, lógicamente, se produce un corrimiento del centro de gravedad en dirección al puente trasero.
- La coordenada "b" se reduce en 25.00%
- La coordenada "hs" se incrementa en 50.72% (38.7 cm), lo cual es también lógico, pues el centro de gravedad de la carga fundamental, se encuentra a una altura apreciable por encima de la coordenada de altura del centro de gravedad del vehículo vacío.
- Además de que, el incremento de carga representa un 59.7% de incremento del peso total cuando el vehículo se carga.

#### Determinación de las coordenadas del centro de gravedad del vehículo con el nuevo motor.

Para la determinación de la variación en las coordenadas del centro de gravedad que originan las remotorizaciones, en ambos vehículos, se procede de la siguiente forma:

- De acuerdo con las dimensiones de los motores propuestos, medidas e insertadas en las tablas
   2.2 y 2.4, y las características de sus respectivos apoyos, se procede a determinar físicamente
   la posibilidad real de instalar el nuevo motor en el vehículo respectivo.
- 2. Se asume que el centro de gravedad de los motores originales y los motores propuestos, se encuentra en el eje de simetría del motor.

- 3. Lo anterior posibilita medir la distancia desde el centro geométrico del motor instalado hasta el eje de simetría del puente delantero.
- 4. Con la magnitud anterior y con las dimensiones del motor propuesto, puede determinarse también la distancia del centro geométrico del motor propuesto al eje de simetría del puente delantero.
- 5. Al peso total del vehículo, con y sin carga, se le resta el peso del motor y se obtiene el peso del vehículo, con y sin carga, pero sin el motor.
- 6. Se pretende determinar la coordenada del centro de gravedad del vehículo sin motor, con relación al puente delantero. La expresión empleada para determinar la coordenada "a" del centro de gravedad:

$$a = \frac{G_m \cdot X_m + G_{vsm} X_{sm}}{G} \tag{2.5}$$

Despejando se obtiene: 
$$X_{SM} = \frac{a \cdot G - G_m \cdot X_m}{G_{vSM}}$$
 (2.6)

Dónde: a – es la coordenada del centro de gravedad del vehículo, en relación al puente delantero, m

G – es el peso total del vehículo

G<sub>m</sub> – es el peso del motor, kg

 $X_m$  – coordenada del centro de gravedad del motor original con respecto al puente delantero, determinadas en el punto 3, m

G<sub>vsm</sub> – es el peso del vehículo, pero sin el motor, kg

 $X_{\text{sm}}$  – es la coordenada del centro de gravedad del vehículo sin motor, en relación con el puente delantero, m

- 7. Como quiera que el peso del vehículo sin motor (G<sub>vsm</sub>) y su coordenada en relación con el puente delantero (X<sub>sm</sub>), son iguales para el vehículo original y el remotorizado, y conociendo la coordenada X<sub>m</sub> del motor propuesto, obtenida en el punto 4, puede utilizarse la expresión 2.5 para determinar la coordenada "a" del vehículo remotorizado.
- 8. El procedimiento anterior es válido para aplicarlo al vehículo sin carga y al vehículo con carga, independientemente que se ligero o pesado.
- 9. Se está entonces en condiciones de determinar la variación que origina la remotorización en esta coordenada del centro de gravedad.

- 10. La coordenada "b" del centro de gravedad, puede entonces obtenerse como: b = L a, siendo L la batalla del vehículo, en metros y comparar su variación en relación con la coordenada correspondiente del vehículo original.
- 11. El procedimiento anterior, con las variaciones pertinentes, se aplica también para la determinación de la coordenada de altura del centro de gravedad del vehículo remotorizado.
- 12. En relación con la coordenada transversal del centro de gravedad, no existen datos en la bibliografía para su obtención, no obstante, la determinación de la coordenada de altura brinda la posibilidad de obtener un criterio importante para la valoración de las posibles afectaciones a la estabilidad del vehículo.
- 13. En los vehículos ligeros se evaluará el efecto que produce en las coordenadas del centro de gravedad el uso de parrillas superiores para el transporte de cargas, utilizando la ecuación 2.5, pero ahora con el vehículo con carga, con el motor original y una carga prudencial, uniformemente distribuida en la parrilla.
- 14. Para evaluar el efecto que el cambio en las coordenadas del centro de gravedad puede originar en la estabilidad al movimiento, para cada variante se determinará la velocidad crítica de estabilidad al vuelco.

La velocidad crítica de estabilidad por vuelco del vehículo, puede obtenerse por la expresión 2.7, en vías curvas con peralte (β) y radio R (Martín López, 2013; Litvinov & Farovin, 1989):

$$V_{critv} = 3.13 \cdot \sqrt{\frac{B + 2 \cdot h_s \cdot tg\beta}{2 \cdot h_s - B \cdot tg\beta} \cdot R} \approx 3.13 \sqrt{\frac{B + 2 \cdot h_s \cdot \beta}{2 \cdot h_s - B \cdot \beta} \cdot R}$$
(2.7)

 $\beta = 7-8^{\circ}$ 

En vías horizontales, es decir, vías con curvas, pero sin peralte ( $\beta$ =0)

$$V_{kpon} = 2.21 \cdot \sqrt{\frac{B \cdot R}{h_g}} \tag{2.8}$$

15. La velocidad crítica de estabilidad por deslizamiento lateral del vehículo, es también una medida de la estabilidad, pero no depende de las coordenadas del centro de gravedad, por lo cual no se determinará a los efectos del trabajo.

# 2.2.-Proponer vías de solución de las ecuaciones de 3er grado establecidas para la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable, en vehículos de gasolina y diésel (con la ayuda del Matlab)

Durante las investigaciones realizadas por Pérez Gálvez (2007), Mirabal Consuegra (2015) y Miranda Molina (2021), se utilizaron diferentes vías de solución para las ecuaciones de 3er grado propuestas para la determinación teórica de la velocidad mínima de movimiento estable ( $V_{mín}$ ), en vehículos ligeros y pesados, empezando con la fórmula de Cardano hasta el uso de las diferentes versiones del Derive.

Se cuenta para comprobar la efectividad del método de solución aplicado, con una base de datos experimentales de  $V_{mín}$ , tanto para vehículos ligeros como pesados. No es una base amplia de datos, aunque presenta los resultados de determinación experimental de  $V_{mín}$  en un grupo de vehículos, en todas sus marchas, incluyendo la marcha atrás. Por otro lado, no se cuenta, a pesar de los esfuerzos realizados, con los datos técnicos de todos los vehículos con resultados experimentales, los cuales se necesitan para obtener la solución teórica de los modelos dinámicos propuestos, para comparar los resultados teóricos con los experimentales.

Otra dificultad, es que se trata de resultados experimentales de vehículos fabricados en décadas precedentes a la del 90. No se ha encontrado en la bibliografía revisada a lo largo de años de trabajo, con resultados experimentales más recientes. Los resultados experimentales no vienen acompañados de las características técnicas de los vehículos ni explicación de las condiciones en que fueron desarrollados los experimentos.

Esto es una gran dificultad, puesto que nos obliga a la búsqueda de la variedad de datos técnicos, que brinda la literatura para cada vehículo, buscando los que brindan los mejores resultados, pues en muchos casos esos vehículos han sufrido modificaciones, ya que han sido fabricados a lo largo de varios años; en otros casos, las fuentes no siempre resultan lo confiables que se desea. Y se ha comprobado, que hay datos que ejercen una enorme influencia en los resultados: los de salida del motor y las relaciones de transmisión, por ejemplo, entre otros.

Iguales datos técnicos, evaluados en diferentes versiones del Derive, arrojan resultados diferentes, lo cual nos indica la necesidad de la búsqueda de opciones que mejoren la exactitud de los resultados.

Por lo expresado anteriormente se propone resolver los modelos de tercer grado propuestos por Mirabal Consuegra (2015) para vehículos diésel pesados y por Miranda Molina (2021) para vehículos ligeros con el software matemático MATLAB versión 2018, para determinar si con el uso del mismo se reducen los errores relativos del cálculo teórico con respecto a los datos experimentales.

Aun, cuando no se logre una mejoría apreciable, en cuanto a la reducción de los errores relativos, el software nos posibilitará humanizar el trabajo, con la posibilidad de cálculo simultáneo de la velocidad mínima de movimiento estable en varios vehículos, en diferentes marchas, etc.

Según (*MATLAB - El lenguaje del cálculo técnico*, s. f.) el software MATLAB es un sistema de cómputo numérico que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M). Entre sus prestaciones básicas se hallan la manipulación de matrices, la representación de datos y funciones, la implementación de algoritmos, la creación de interfaces de usuario (GUI) y la comunicación con programas en otros lenguajes y con otros dispositivos hardware. El paquete MATLAB dispone de dos herramientas adicionales que expanden sus prestaciones, a saber, Simulink (plataforma de simulación multidominio) y GUIDE (editor de interfaces de usuario - GUI). Además, se pueden ampliar las capacidades de MATLAB con las cajas de herramientas (toolboxes); y las de Simulink con los paquetes de bloques (blocksets).

Además, posee gran aceptación en el mundo de la investigación científica y es muy usado en universidades y centros de investigación y desarrollo. En los últimos años ha aumentado el número de prestaciones de manera considerable.

## 2.3.-Propuesta metodológica de solución de las ecuaciones de 3er grado establecidas para la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable

La solución de ecuaciones polinómicas, como un proceso intermedio en la solución de problemas técnicos reales, reviste el encontrar las raíces, las cuales, dependiendo del polinomio pueden ser reales o complejas.

Cuando es necesario encontrar todas las raíces del polinomio, en ocasiones se dificulta, porque en los procesos o en la metodología de solución, está implícita la experiencia del que resuelve la ecuación. Por ejemplo, cuando la solución implica utilizar métodos convencionales, que en

ocasiones no son tan fáciles para encontrar las soluciones, entonces hay que acceder al uso de programas matemáticos para llegar a las raíces del polinomio (Insuasti & Mendoza, 2021).

A continuación, se desarrolla una metodología para resolver las ecuaciones de tercer grado, tanto para vehículos ligeros como para vehículos pesados, con el programa Matlab versión del 2018.

## Metodología de solución de las ecuaciones de 3er grado establecidas para la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable.

Como se expresó, para la aplicación de la metodología se cuenta con una base de datos de velocidad mínima de movimiento estable de vehículos ligeros y pesados y con los dados técnicos de esos vehículos, que posibilitan determinar los coeficientes del modelo, en cada vehículo y en cada una de sus marchas (Tabla 4 del Anexo 2).

La metodología a desarrollar está basada en un conjunto de procedimientos naturales del software Matlab, como son:

- 1. Todas las operaciones se harán en un Script para poder tener la posibilidad de editar los valores de las variables una vez terminado un cálculo, ya que la ventana de comandos no brinda dicha posibilidad y se necesitan realizar como mínimo 4 cálculos por vehículo.
- 2. La declaración de variables, con sus valores numéricos o ecuaciones, antes de presentar la ecuación solución dónde se encuentran involucrados las mismas.
- 3. La introducción de las ecuaciones que definen cada coeficiente de la ecuación de tercer grado.
- 4. Introducir el vector que representa la ecuación de tercer grado en la forma X= [ A B C D].
- 5. Introducir el comando del programa roots(x), que es usado para hallar las raíces de los polinomios.

Mediante lo expresado anteriormente se procede a realizar el procedimiento de cálculo, válido para vehículos ligeros y pesados.

#### 1. Se declaran las variables con sus valores o ecuaciones:

- MeN-Momento del motor para potencia máxima.
- X-Eficiencia de la transmisión.
- G-Peso del vehículo.
- rd-Radio dinámico de la rueda del vehículo.

- im-Relación de transmisión del puente motriz.
- isi-Relación de transmisión de la caja.
- icti-Relación de transmisión de la caja de traspaso
- ici-Relación de transmisión total del vehículo.
- VNi-Velocidad del vehículo a la frecuencia de rotación a potencia máxima, en la i marcha.
- C1, C2 y C3-Coeficientes que dependen de los coeficientes de elasticidad y tipo de motor.
- Kaer-Coeficiente aerodinámico que incluye el área frontal proyectada.
  - 2. Se introducen los coeficientes de la ecuación de tercer orden.

$$A * V_{min}^{3} + B * V_{min}^{2} + C * V_{min} + D = 0$$

3. Se introduce el vector que representa la ecuación de tercer grado.

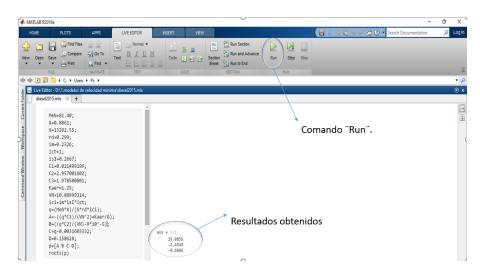
$$p=[A B C D];$$

4. Se introduce el comando propio del programa roots(x) que es para hallar las raíces de la ecuación.

roots(p)

5. Concluidos los pasos anteriores, se procede a resolver las ecuaciones en el comando "RUN" (Figura 2.5).

Figura 2.5. Vista del programa Matlab con el procedimiento de solución de la ecuación de vehículos diésel pesados.



Fuente: Matlab 2018.

### 2.4.-Conclusiones parciales

<mark>VVVV</mark>

### CAPÍTULO III: ANÁLISIS DE RESULTADOS.

#### 3.1.-Introducción.

En el presente capítulo se muestran los resultados de la investigación. Se inicia con el análisis del efecto de la remotorización en la variación de las coordenadas del centro de gravedad, en dos casos de estudio: el vehículo ligero (Lada 2106) y el vehículo pesado (Gaz-66), por la metodología propuesta. Seguidamente se analizan los resultados obtenidos en la solución de la ecuación de tercer grado de la velocidad mínima de movimiento estable de vehículos ligeros y pesados, utilizando el software Matlab.

## 3.2.-Valoración sobre la incidencia del cambio de motor en las coordenadas del centro de gravedad

Aplicando la metodología expuesta en el Capítulo II, para ambos vehículos, se procede a:

- a) Determinar las coordenadas del centro de gravedad del vehículo con carga nominal, pero sin el motor.
- b) Determinar las coordenadas del centro de gravedad del vehículo con el motor propuesto.
- c) Determinar la incidencia de la variación de las coordenadas del centro de gravedad en la velocidad crítica del vehículo en curvas, para un radio de curva determinado.

Los resultados fueron obtenidos en el Excel 2016, ya que este se presta para realizar los cálculos con gran exactitud y con gran facilidad.

Los valores de las coordenadas longitudinales y de altura de los motores fueron tomadas de forma directa, midiendo sobre el vehículo, obteniendo los resultados que se muestran en la tabla 3.1.

Tabla 3.1 Coordenadas longitudinal y transversal del centro de gravedad de los motores originales y los propuestos con relación al puente delantero.

Motores	Lada 2106	Kubota Serie 03-M	<b>ZMZ-66</b>	Kubota Modelo V3800-CR-T(TI)E4
a, m	-0.12	-0.194	-0.106	0.2
hs, m	0.3835	0.411	0.610	0.4174

**Fuente: Elaboración propia.** Los valores negativos indican, en el caso de la coordenada longitudinal, que el centro de gravedad se encuentra ubicado a la izquierda del eje de referencia.

A continuación, los análisis de la incidencia de la remotorización en las coordenadas del centro de gravedad por vehículo.

#### Vehículo Ligero Lada 2106

En el caso del Lada 2106, además de los cálculos recomendados en la metodología, se analizará el efecto que en las coordenadas del centro de gravedad posee una práctica bastante generalizada, y si no autorizada, permitida, de colocar carga en parrillas ubicadas en el techo del vehículo.

Los resultados obtenidos se muestran en la siguiente tabla 3.2

Tabla 3.2 Comparación de los resultados obtenidos de las coordenadas del centro de gravedad longitudinal, de altura y la velocidad critica en curvas del vehículo ligero.

Vehículo original		Vehículo remotorizado	
a, m	1.31	a, m	1.2587
hs, m	0.581	hs, m	0.57856
Vcrit, km/h	48.11	Vcrit, km/h	48.22
Vehículo ori	ginal	Vehículo original con carga en parrilla	
a, m	1.31	a, m	1.3118
hs, m	0.581	hs, m	0.66
Vcrit, km/h	48.11	Vcrit, km/h	44.94

Fuente: Elaboración propia.

Analizando los 2 casos que se proponen en la tabla 3.2 se llegan a las siguientes conclusiones:

#### Para el vehículo original y el vehículo remotorizado:

- La coordenada "a" disminuye en 3.92 %, pues al ser más pesado el motor propuesto, se produce un corrimiento de las coordenadas del centro de gravedad en dirección al puente delantero.
- La coordenada de altura "hs" disminuye en 0.419 % (2 mm), lo cual es también lógico, pues el centro de gravedad del motor se encuentra por debajo de la coordenada de altura del vehículo con carga nominal.
- El peso del vehículo se incrementa en un 3.04 % cuando se cambia el motor, y no se altera apreciablemente la coordenada de altura del centro de gravedad.
- La velocidad crítica en curvas se ve poco afectada y pudiera decirse que el cambio de motor en este caso la favoreció ligeramente, ya que la misma aumentó en un 0.23%. Esto se produce debido a la disminución de la coordenada de altura tras el cambio de motor.

#### Para el vehículo original, considerando carga en la parrilla superior de 150 kg:

De la tabla 3.2 se aprecia que al cargar el vehículo en la parrilla (incrementando el peso en 150 kg con una coordenada longitudinal de 1.33 m y de altura de 1.4665m):

- La coordenada "a" aumenta en 0.13 %, lógicamente, pues se produce un corrimiento del centro de gravedad, pero ahora en dirección al puente trasero, pues se considera carga uniformemente distribuida, y su centro de gravedad se encuentra más cercana al puente trasero.
- La coordenada "hs" se aumenta en 14.3 % (83 mm), lo cual es también lógico, pues el centro de gravedad de la carga se encuentra por encima de la coordenada de altura del vehículo con carga nominal.
- El peso del vehículo se incrementa en un 10.37 % cuando se le suman 150 kg de carga en la parrilla superior, y alterándose apreciablemente la coordenada de altura del centro de gravedad.
- La velocidad crítica en curvas se ve afectada, ya que disminuyó en un 6.57 %. Esto se ve produce debido al aumento de la coordenada de altura tras la incorporación de carga en la parrilla superior.

Esto nos indica, a pesar de que solo lo hemos hecho en un estudio de caso, que lo que se permite habitualmente, tiene mayor efecto en la variación de las coordenadas del centro de gravedad que lo que incide la remotorización.

#### Vehículo pesado Gaz-66

En el caso del vehículo pesado, la comprobación se realizará para el vehículo uniformemente cargado, con su carga nominal. Los resultados obtenidos para el vehículo pesado se aprecian en la siguiente tabla 3.3.

Tabla 3.3 Comparación de los resultados obtenidos de las coordenadas del centro de gravedad longitudinal, de altura y la velocidad critica en curvas del vehículo pesado.

Vehículo original		Vehículo remotorizado	
a, m	1.71	a, m	1.662
hs, m	1.15	hs, m	1.1205
Vcrit curva	39.0417	Vcrit curva	39.2663

Fuente: Elaboración propia.

Analizando el caso que se proponen en la tabla 3.3 se llegan a las siguientes conclusiones:

#### Para el vehículo original y el vehículo remotorizado:

• La coordenada "a" disminuye en 2.81 %, lógicamente, se produce un desplazamiento del centro de gravedad en dirección al puente delantero, producido por el aumento de peso en el puente delantero, que es el eje de referencia.

- La coordenada "hs" se disminuye en 2.57 %, lo cual es también lógico, pues el centro de gravedad del motor se encuentra a relativa baja altura, en relación con la coordenada de altura del centro de gravedad del vehículo cargado.
- La velocidad crítica en curvas se ve poco afectada y pudiera decirse que el cambio de motor en este caso la favoreció ligeramente, ya que la misma aumentó en un 1.275 %. Esto se produce debido a la disminución de la coordenada de altura tras el cambio de motor.

Lo anterior indica, como es lógico, que el efecto de la remotorización en vehículos pesados tiene menor incidencia que en los vehículos ligeros, debido a la relación diferencia de peso del nuevo motor en relación al peso total del vehículo. Este cambio no afecta prácticamente en nada a las coordenadas, principalmente a la de altura, por la tanto tampoco afecta significativamente a la velocidad critica en curva.

## 3.3.-Modelo estadístico para la determinación teórica de la velocidad mínima de movimiento estable

Se pretende comparar, en primer lugar, los resultados obtenidos por Miranda Molina (2021) en la solución de la ecuación de 3er grado para la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable en vehículos ligeros, con los resultados que fueron obtenidos en la solución de la misma ecuación, pero resuelta en el software Matlab. Los resultados se comparan con una base de datos de velocidad mínima de movimiento estable experimental.

De igual modo, pero en vehículos pesados se compararán los resultados obtenidos por Mirabal Consuegra (2015) en la solución de la ecuación de 3er grado de determinación de la velocidad mínima de movimiento estable, con los obtenidos en este trabajo, pero con la utilización del software Matlab. Los resultados obtenidos se compararán con los correspondientes de una base de datos de velocidades mínimas de movimiento estable experimentales.

Los resultados que se muestran a continuación, fueron obtenidos en el software Matlab siguiendo la metodología de resolución expuesta en el Capítulo II.

#### Vehículos ligeros

Los resultados obtenidos para los 17 vehículos, en cada una de sus marchas, aparecen en la tabla 5 del Anexo 3. En la tabla 3.4 que se presenta a continuación se pueden ver los errores relativos de los resultados obtenidos.

Tabla 3.4 Errores relativo de los resultados obtenidos en Matlab vs los resultados obtenidos por Miranda Molina (2021) en el Derive 5.1.

Marchas	Pérez Gálvez	Mirabal	Miranda	Resultados
	(2007)	Consuegra (2015)	Molina (2021)	Matlab
	3er Grado	3er Grado	3er Grado	3er Grado
1ram	7.00	9.02	22.16	20.49
2dam	8.40	8.71	14.71	15.14
3ram	11.78	9.18	19.91	22.38
4tam	12.34	9.25	10.37	11.36
5tam	16.51	8.54	0.28	0.35
Total	11.21	8.97	13.486	13.94

Fuente: Elaboración Propia.

Los resultados obtenidos por Pérez Gálvez (2007) y Mirabal Consuegra (2015) se alcanzan en vehículos pesados en su mayoría Diésel. Los resultados de Pérez Gálvez se obtienen con una expresión de 3er grado (columna 1); Mirabal amplía la base de datos con resultados experimentales de V<sub>mín</sub> y obtiene una expresión de 3er grado (columna 2), pero con coeficientes más sencillos que los de Pérez Gálvez. Miranda Molina (2021) realiza un procedimiento similar al realizado por Mirabal Consuegra, con una base de datos de 17 vehículos ligeros de gasolina y llega a una expresión también de 3er grado (columna 3).

En relación con la base de datos de vehículos pesados con resultados experimentales de  $V_{mín}$ , entre los 19 vehículos valorados en la tabla 3.4, una parte considerable de los mismos poseía caja de velocidad con 5 marchas. En el caso de los vehículos ligeros de gasolina, sólo 1 tenía caja 5ta, por lo que los resultados que se muestran en 5ta marcha no tienen el peso que el resto de los resultados.

Los resultados obtenidos en el programa Matlab difieren sensiblemente con los obtenidos por Miranda Molina (2021), alcanzándose mejores resultados para primera marcha.

En relación con esto debemos considerar:

• El trabajo bibliográfico realizado nos muestra que existen diferencias en cuanto a los datos técnicos de los vehículos que poseen resultados experimentales, reportados por una bibliografía y por otra. En ello incide, por un lado, la seriedad de la fuente, y por otro, el hecho cierto de que algunos de estos vehículos se fabrican por varias temporadas y sufren modificaciones constructivas. Luego, los que trabajan con los resultados, no conocen con que variante de vehículo fueron hechos los experimentos.

- Lo anterior, implica una búsqueda y experimentación más profunda, pero el tiempo que se dispone para el desarrollo del trabajo de diploma no lo permite, lo que se agrava con las limitaciones existentes.
- Hay elementos, que juegan un importante papel en los cálculos, que se obtienen al asumir valores, que oscilan en un rango determinado. Inadecuadamente asumidos, por desconocimiento del propio vehículo físico o de sus características específicas, generan diferencias en los cálculos teóricos.
- Por ejemplo, utilizar en la solución de un cálculo teórico, las expresiones propuestas por Aragón
   o Litvinov & Farovin, genera diferencias significativas en los resultados.
- En sentido general, no conocemos la exactitud de los resultados reflejados en la base de datos experimental, y, por otro lado, al ser magnitudes pequeñas, cualquier diferencia genera un error porcentual relativamente elevado.

Si bien los resultados obtenidos son similares, muestra la posibilidad del uso del programa Matlab para la solución de ecuaciones de 3er grado de velocidad mínima de movimiento estable. Dentro de las bondades de su uso, está la posibilidad de combinar su trabajo con el Excel, donde están las bases de datos, además de que se pueden realizar todos los cálculos con un solo comando, lo que demuestra la humanización del trabajo que implica su uso

#### Vehículos pesados

En la solución de la ecuación de tercer grado de la velocidad mínima de movimiento estable para vehículos pesados obtenida por Mirabal Consuegra (2015), siguiendo el mismo procedimiento que Pérez Gálvez (2007), se obtienen resultados que se muestran en la tabla 6 del Anexo 3, para cada marcha y cada vehículo independiente.

Mirabal Consuegra utiliza una base de datos de 19 vehículos pesados. En este trabajo se utilizan sólo 16, puesto que hay 3 vehículos pesados en los que se encuentran diferencias notables en los datos técnicos reportados por Mirabal Consuegra y los que se encontraron en los catálogos del fabricante.

En la tabla 3.5 se comparan para cada valor de marcha el error relativo promedio de los resultados obtenidos por Mirabal Consuegra y Pérez Gálvez de la solución de la ecuación de 3er grado de la velocidad mínima de movimiento estable para vehículos pesados y los obtenidos en el programa Matlab.

Tabla 3.5 Errores relativo de los resultados obtenidos en Matlab vs los resultados obtenidos por Mirabal Consuegra (2015) vs Pérez Gálvez, (2007).

Marchas	Pérez Gálvez (2007)	Mirabal Consuegra (2015)	Resultados Matlab
1ram	7.00	9.02	7.49
2dam	8.40	8.71	7.83
3ram	11.78	9.18	8.31
4tam	12.34	9.25	7.87
5tam	16.51	8.54	8.44
Total	11.21	8.94	7.99

Fuente: Elaboración Propia.

Como puede apreciarse, se obtienen mejores resultados en la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable con la utilización del Matlab, tanto con relación al trabajo realizado por Pérez Gálvez como en el caso de Mirabal Consuegra, obteniéndose resultados con errores relativos inferiores al 8.5%, pero es necesario explicar lo que se hizo.

Cuando se utilizó la expresión obtenida por Mirabal Consuegra arrojó resultados con errores significativos. Se utilizó entonces la expresión propuesta por Pérez Gálvez, pero aún los resultados no eran satisfactorios. Se aplicó entonces el siguiente procedimiento:

- a) Se sustituyeron las velocidades mínimas de movimiento estable, de la base de datos experimental, en la expresión propuesta por Pérez Gálvez (expresión 1.).
- b) La expresión está igualada a cero, pero al sustituir los valores de  $V_{mín}$  da un resultado diferente de cero.
- c) Se suman los resultados obtenidos, en cada una de las marchas de los 16 vehículos y se obtiene un valor promedio.
- d) Ese valor promedio se le resta al término independiente de la expresión y se vuelven a determinar las  $V_{m\acute{n}}$  con los datos técnicos de los 16 vehículos. Ese resultado es el que se muestra en la tabla 3.5.

La expresión para la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable, queda planteada de la siguiente forma:

$$a_{v} * V_{min}^{3} + b_{v} * V_{min}^{2} + c_{v} * V_{min} + d_{v} = 0$$

$$a_{v} = -\frac{3.7515}{G} \left( \frac{M_{eN} * C_{3} * \chi}{r_{d} * i_{ci} * V_{N}^{2}} + K_{aer} \right)$$
(2.9)

$$\begin{split} b_v &= 3.7515 \left( \frac{M_{eN} * C_2 * \chi}{G * r_d * i_{ci} * V_N} - 9 * 10^{-5} \right) - \frac{0.4147}{G} \left( \frac{M_{eN} * C_3 * \chi}{r_d * i_{ci} * V_N^2} - K_{aer} \right) \\ c_v &= 3.7515 \left( \frac{M_{eN} * C_1 * \chi}{G * r_d * i_{ci}} - 2 * 10^{-3} \right) + 0.4147 \left( \frac{M_{eN} * C_2 * \chi}{G * r_d * i_{ci} * V_N} - 9 * 10^{-5} \right) \\ d_v &= 0.4147 \left( \frac{M_{eN} * C_1 * \chi}{G * r_d * i_{ci}} - 2 * 10^{-3} \right) - 0.5743296 \end{split}$$

#### 3.5.-Conclusiones parciales

- El programa Matlab muestra buenos resultados en la resolución de la ecuación de velocidad mínima de movimiento estable en vehículos pesados.
- Son los mejores resultados obtenidos resolviendo la ecuación de 3er grado de velocidad mínima de movimiento estable para vehículos pesados.
- Se recomienda una revisión de los coeficientes que se asumen en la base de datos de los vehículos para la determinación de parámetros que intervienen directamente en la ecuación de tercer grado ya que la literatura muestra un mismo vehículo con diferentes datos técnicos, lo cual se debe, entre otros a modificaciones en las producciones. Como no conocemos los datos de los vehículos que utilizó el centro de investigación donde fueron determinados los valores de Vmín, en ocasiones al probar con otras variantes de datos mejoran los resultados.

### **CONCLUSIONES GENERALES**

- Al concluir el trabajo debemos declarar que los objetivos trazados se cumplieron satisfactoriamente.
- El método teórico-experimental empleado para evaluar la incidencia de la remotorización en las coordenadas del centro de gravedad, es el más apropiado, para las condiciones existentes.
- Si bien los resultados obtenidos indican que la remotorización no afecta las coordenadas del centro de gravedad en la medida en que empeoren la estabilidad de movimiento del vehículo, estos son resultados preliminares, que de corroborarse en trabajos futuros contribuirán a facilitar las evaluaciones de los vehículos remotorizados y a ganar en objetividad.
- El empleo del Matlab como herramienta para la solución de las ecuaciones de 3er grado de determinación de la velocidad mínima de movimiento estable resultó adecuada, por el grado de exactitud y por la humanización del trabajo, en relación con el uso de otros softwares.
- En el caso del modelo de determinación de la velocidad mínima de movimiento estable en los vehículos ligeros, no se obtienen diferencias significativas en relación con los obtenido por Miranda Molina (2021) en el modelo de 3er grado.

### **RECOMENDACIONES**

- Ampliar los estudios de casos de la incidencia de la remotorización en las coordenadas del centro de gravedad, para llegar a conclusiones definitivas de si es necesario o no la inclusión de este análisis en una metodología de remotorización.
- Ampliar el estudio de caso, o sea, no hacer sólo un análisis de estabilidad sino también de valoración de las cualidades de frenado.
- Ampliar la base de datos experimentales de velocidad mínima de movimiento estable en vehículos modernos, ya sea por revisión bibliografía o por medios experimentales.
- Incluir el Matlab, dado los resultados y la facilidad en el uso, como herramienta para la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable.

### **BIBLIOGRAFÍA**

- Alghassab, M., Mahmoud, A., & Zohdy, M. (2016). Controlling Ground Vehicle Nonlinear Dynamics by the

  Use of Automobile Traction Models. *Proceedings*, 1260-1266.

  <a href="http://ieomsociety.org/ieomdetroit/pdfs/340.pdf">http://ieomsociety.org/ieomdetroit/pdfs/340.pdf</a>
- Arribas Mantelli, D., & Martín López, A.L. (2009). *Modelos matemáticos de la estabilidad lateral de Vehículos de Transporte Colectivo*. XVII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica, Gijón, España. https://oa.upm.es/3777/1/INVE\_MEM\_2008\_57208.pdf
- Berntorp, Karl. (2013). *Derivation of a Six Degrees-of-Freedom Ground-Vehicle Model for Automotive*Applications (pp. 2-15) [Technical Reports TFRT-7627]. Department of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund University.
  - https://portal.research.lu.se/portal/files/3374379/4193215.pdf

Borovskii, B. E. (1984). Seguridad del movimiento del transporte automotor. Lenizdat.

- Camión Argentino. (2012). Datos técnicos del camión IVECO Eurocargo 170E21. Camión Argentino.
  - http://camionargentino.blogspot.com/2012/03/iveco-eurocargo-170e22170e22t.html
- Cárdenas Garnier, M. (2008). Criterios y metodología para la determinación de los parámetros dinámicos y cinemáticos para la remotorización. *Ingeniería Mecánica*, (2), 29-34.
- Carpio, A. (2017). *Modelización y Simulación en Sistemas dinámicos* (p. 41). Universidad Complutense de Madrid. <a href="https://eprints.ucm.es/id/eprint/40665/1/mssd2017texto.pdf">https://eprints.ucm.es/id/eprint/40665/1/mssd2017texto.pdf</a>
- Castillo, A., Tenicota, A., & Nuela, S. (2020). Comportamiento aerodinámico en la reducción del arrastre mediante la variación de accesorios en un tractocamión. 3C Tecnología. Glosas de innovación aplicadas a la pyme, 9(4), 17-43.
- Currier, P.N. (2011). A Method for Modeling and Prediction of Ground Vehicle Dynamics and Stability in

  Autonomous Systems [Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering, Virginia Polytechnic Institute

- and State University].
- https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.476.8530&rep=rep1&type=pdf
- Chagoyén-Méndez; C.A., Campos-Pérez, Y.S., & Álvarez-Peña, C. (2015). Determinación de la posición de las cargas sobre los camiones. *Centro Azúcar*, 42(3), 1-10.
- Cherrez Escobar, G.D. (2017). Diseño e implementación de un sistema de localización, medición de velocidad y aceleración de un vehículo para determinar rutas alternas, utilizando tecnologías GPS Y GPRS. Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, 108.
- Del Sol Morales, A. (2014). *Coeficientes de evaluación de la relación motor-sistema de transmisión* [Tesis en opción al título de Ingeniero Mecánico]. Universidad de Cienfuegos.
- Echaveguren, T., & Arellano, D. (2015). Análisis estadístico de la velocidad de operación de vehículos pesados en pendientes ascendentes. *Obras y Proyectos*, (18), 1-22.
- Fernández Tamayo, M.L., Relova Castellanos, H., Rodríguez Segundo, A., La Rosa Segura, R., & Alonso Rodríguez, A. (2018). *Metodología para la ejecución de cambios y conversiones a los automóviles* [Informe técnico]. Centro de Investigación y Desarrollo del Transporte CID DCMTRANS.
- Flores Corzo, V. (2014). ¿Qué son las reformas de importancia en el vehículo? Circula seguro, publicación sobre seguridad vial, 1-4.
- Fuentes Vega, J. R., Cogollos Martínez, J. B., & Pérez Gálvez, R. (2010). *Eficiencia energética* en el Transporte Automotor. Félix Varela.
- Fuentes Vega, J. R., Cogollos Martínez, J. B., & Pérez Gálvez, R. (2014). *Eficiencia energética* en el Transporte Automotor. Félix Varela.
- Fuentes Vega, J. R., Cogollos Martínez, J. B., Millo Carmenate, V., & Pérez Gálvez, R. (2015, noviembre). Modelación matemática de ciclos de viaje e indicadores dinámicos y de

- consumo para vehículos pesados. *Ponencia*. V Congreso Internacional de Energías Alternativas (CINEA 2015), Instituto Politécnico Nacional, Ciudad México.
- Fuentes Vega, J.R., Pérez Gálvez, R., Cogollos Martínez, J.B., & Botana Beltrán, O.L. (2016).

  Determinación teórica de la frecuencia de rotación mínima en movimiento estable, su aplicación.
- Fuentes Vega, J.R., Pérez Gálvez, R., Cogollos Martínez, J.B., & Botana Beltrán, O.L. (2016).

  Determinación teórica de la frecuencia de rotación mínima en movimiento estable,
  su aplicación.
- Fuentes Vega, José R., Pérez Gálvez, R., Millo Carmenate, V., & Cogollos Martínez, J. B. (2017a). Remotorización del camión cuña International Pro Sleeper con el motor diesel Weichai 615.44. (p. 35) [Proyecto de remodelación]. Universidad de Cienfuegos.
- Fuentes Vega, José R., Pérez Gálvez, R., Millo Carmenate, V., & Cogollos Martínez, J. B. (2017b). *Remotorización del camión Zil-130 con el motor diesel Yuchai YC6108Q*. (p. 34) [Proyecto de remodelación]. Universidad de Cienfuegos.
- Fuentes Vega, José Ramón, Pérez Gálvez, R., Millo Carmenate, V., & Cogollos Martínez, J. B. (2017). Remodelación del Kamaz 740.31 con un furgón de paredes aislantes para la transportación de productos lácteos. (p. 36) [Proyecto de remodelación]. Universidad de Cienfuegos.
- Guerra Pérez, R. (2018). Perfeccionamiento de la metodología de remodelación vehicular [Trabajo en opción al título de Ingeniero Mecánico]. Universidad de Cienfuegos «Carlos Rafael Rodríguez».
- Guillcatanga Tacuri, P.A, & Zambrano Zambrano, M.J. (2019). *Análisis y optimización del comportamiento aerodinámico de la carrocería de un bus categoría M3 (interprovincial)*[Trabajo de grado en opción al título de Ingeniero Mecánico Automotriz, Universidad

- Politécnica Salesiana]. https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/18381/1/UPS-CT008691.pdf
- Higa Tanohuye, M., & Monzón Izquierdo, P. (2009). *Guía de orientación al usuario del transporte terrestre: Vol. III*. Ministerio de Comercio Exterior y Turismo.
- I.T.V. (2016). Manual de Reformas de vehículos (3ra revisión). Inspección Técnica Vehicular.
  Ministerio de Industria, Energía y Turismo.
  <a href="http://www.f2i2.net/documentos/lsi/STO\_Vehiculos/Reformas/ManualReformasVehiculosRev3.pdf">http://www.f2i2.net/documentos/lsi/STO\_Vehiculos/Reformas/ManualReformasVehiculosRev3.pdf</a>
- Insuasti Castelo, R.M., & Mendoza Castillo, J.R. (2021). Propuesta metodológica para la solución de ecuaciones polinómicas en el campo de los números complejos. *Conciencia Digital*, 4( 3.1), 291-300.
- Jazar, Reza N. (2008). Vehicle Dynamics: Theory and applications. Springer.
- Jensen, K.M., Santos, I.F., Clemmemsen, L.K.H., Theodorsen, S., & Corstens, H.J.P. (2021).
  Mass estimation of ground vehicles based on longitudinal dynamics using IMU and CAN-bus data. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 162, 1-21.
- Jensen, K.M., Santos, I.F., Clemmemsen, L.K.H., Theodorsen, S., & Corstens, H.J.P. (2021). Mass estimation of ground vehicles based on longitudinal dynamics using IMU and CAN-bus data.

  \*Mechanical Systems and Signal Processing, 162, 1-21.
- Jiménez Alonso, F., & Aparicio Izquierdo, F. (2005). Cálculo de la velocidad segura de circulación de los vehículos automóviles en función de la geometría de la carretera. Comparación de modelos. *Universidad Politécnica de Madrid*, 15.
- Litvinov, A. S., & Farovin, Ya. E. (1989). *El automóvil: Teoría de cualidades de explotación*.

  Construcción de Maquinarias.

- Marimón Entenza, M., Hernández Suárez, L. R., Aguiar Trujillo, L., & Serradet Gómez, Y. (2013).

  Contaminación del medio ambiente y remotorización. *Revista Científica Avances*, *15*(No. 2), 207-2014.
- Martín López, A.L. (2013). Estudio teórico experimental de la estabilidad lateral en vehículos cisterna. Metodología para la determinación del umbral de vuelco [Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid].

  https://oa.upm.es/16621/1/04\_ANGEL\_LUIS\_MARTIN\_LOPEZ.pdf
- Martín López, A.L. (2013). Estudio teórico experimental de la estabilidad lateral en vehículos cisterna.

  Metodología para la determinación del umbral de vuelco [Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Madrid]. https://oa.upm.es/16621/1/04\_ANGEL\_LUIS\_MARTIN\_LOPEZ.pdf
- Mastinu, Giampiero, & Ploechl, Manfred. (2014). Road and off-road vehicle system dynamics Handbook.

  CRC Press and Taylor & Francis Group.

  <a href="https://www.researchgate.net/publication/339284303">https://www.researchgate.net/publication/339284303</a> Road and Off
  Road Vehicle System Dynamics Handbook Chapter 37 Subjective and Objective Evaluations o

f Car Handling and Ride

- Mejía Quintana, J. (2020). *Análisis aerodinámico mediante dinámica de fluidos computacional de un vehículo formula SAE* [Trabajo de Grado en Ingeniería Mecánica, Universidad Tecnológica De Pereira]. <a href="https://repositorio.utp.edu.co/server/api/core/bitstreams/0fe95ff8-5dea-450b-93a2-df81b0c9630c/content">https://repositorio.utp.edu.co/server/api/core/bitstreams/0fe95ff8-5dea-450b-93a2-df81b0c9630c/content</a>
- Meneses Ortiz, L.E., & Trejos Carbonó, M.C. (2018). Análisis aerodinámico de generadores de vórtice instalados en el carenado de las ruedas del ultraliviano tipo Trike Aeronation Body Clipper 912 HJ-103 [Tesis en opción del título de Ingeniero Aeronáutico]. Fundaci´on Universitaria Los Libertadores.

- Millo Carmenate, V. (2003). Establecimiento de criterios para la selección y/o comparación de camiones diesel [Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Técnicas (Ph.D)]. Universidad de Cienfuegos.
- Mirabal Consuegra, J. L. (2015). Coeficientes de evaluación de la relación motor-sistema de transmisión [Tesis en opción al título de Ingeniero Mecánico]. Universidad de Cienfuegos.
- Miranda Molina, J.R. (2021). La velocidad mínima de movimiento estable y los coeficientes que valoran la relación motor-sistema de transmisión en vehículos ligeros [Tesis de Grado en Ingeniería Mecánica]. Universidad de Cienfuegos «Carlos Rafael Rodríguez».
- Pérez Gálvez, R. (2007). Modelación de ciclos de viaje e indicadores dinámicos y de consumo para vehículos pesados [Tesis en opción al título de Dr. en Ciencias Técnicas (Ph.D.)].

  Universidad de Cienfuegos.
- Pérez Gálvez, R., Fuentes Vega, J. R., Cogollos Martínez, J. B., Millo Carmenate, V., & Botana Beltrán, L.O. (2017). Determinación del coeficiente de resistencia del camino mediante un método de remolque. *INGE CUC*, *13*(No. 2), 35-41. <a href="https://doi.org/10.17981/">https://doi.org/10.17981/</a> ingecuc.13.2.2017.0
- Popp, Karl, & Schiehlen, Werner. (2010). Ground vehicle dynamics. Springer.
- Real Decreto 866. (2016). *Manual de reformas de vehículos* (Ministerio de Industria, Energía y Turismo).
- Sevilla Lacruz, V. (2017). *Modelado y simulación dinámica del automóvil Fiat/Seat 600* [Para optar al grado de Ingeniería Mecánica, a Universitat Politècnica de València].

https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/86432/SEVILLA%20-

%20Modelado%20y%20simulaci%c3%b3n%20din%c3%a1mica%20del%20autom%c3%b3vil%20Fiat/ Seat%20600.pdf?sequence=1&isAllowed=y Valcárcel, J. (2015). Reglamentación sobre vehículos pesados, prioritarios, especiales, de transporte de personas y mercancías y tramitación administrativa (p. 276) [Informe Técnico]. Dirección General de Tráfico, Ministerio del Interior.

<a href="https://www.dgt.es/Galerias/seguridad-vial/formacion-vial/cursos-para-profesores-y-directores-de-autoescuelas/XVIII-Curso-de-Profesores/Reglamentacion-vehiculos-pesados.pdf">https://www.dgt.es/Galerias/seguridad-vial/formacion-vial/cursos-para-profesores-y-directores-de-autoescuelas/XVIII-Curso-de-Profesores/Reglamentacion-vehiculos-pesados.pdf</a>

Valcárcel, J. (2015). Reglamentación sobre vehículos pesados, prioritarios, especiales, de transporte de personas y mercancias y tramitación administrativa (p. 276) [Informe Técnico]. Dirección General de Tráfico, Ministerio del Interior. <a href="https://www.dgt.es/Galerias/seguridad-vial/formacion-vial/cursos-para-profesores-y-directores-de-autoescuelas/XVIII-Curso-de-Profesores/Reglamentacion-vehiculos-pesados.pdf">https://www.dgt.es/Galerias/seguridad-vial/formacion-vial/cursos-para-profesores-y-directores-de-autoescuelas/XVIII-Curso-de-Profesores/Reglamentacion-vehiculos-pesados.pdf</a>

WWF. (2015). *Informe Planeta Vivo 2014* (WWF España). Global Footpring Network. http://www.footprintnetwork.org/.../Informe-PlanetaVivo2014 LowRES.pdf

## **ANEXOS**

## **ANEXO 1**

Tabla 1. Valores de las constantes k, l, m y n para la determinación de la eficiencia. Fuente: Pérez Gálvez, 2007

Ubicación del		del		Fórmula de ruedas			Coeficientes										
del motor		Puente motriz		4x2 4x4		6x4 6x6			k				n				
Delantero	Trasero	Delantero	Interm	Trasero		Con	Des	Con	Des	Con	Des	MD	RM	ı	m	MD	RM
ML				Х	Х							0	2	1	1	14	15
ML		Х			Х							0	2	1	<b>1</b> <sup>5</sup>	12	13
MT		Х			Х							-	3	0	1 <sup>5</sup>	-	13
	ML			Х	Х							0	2	1	1	12	13
N/I				.,			х					0 <sup>1</sup> y 2 <sup>2</sup>	2 <sup>1</sup> y 4 <sup>2</sup>	1	1	25 <sup>1</sup> -28 <sup>2</sup>	26 <sup>1</sup> -29 <sup>2</sup>
ML		Х		Х		Х						0 <sup>1</sup> y 2 <sup>2</sup>	2 <sup>1</sup> y 4 <sup>2</sup>	2	2	29	30
ML			Х	Х				Х				0 <sup>1</sup> y 2 <sup>2</sup>	2 <sup>1</sup> y 4 <sup>2</sup>	2	2	29	30
N/I		x x		x x							<b>x</b> <sup>3</sup>	0 <sup>1</sup> y 2 <sup>2</sup>	2 <sup>1</sup> y 4 <sup>2</sup>	2	3	25 <sup>1</sup> -28 <sup>2</sup>	26 <sup>1</sup> -29 <sup>2</sup>
ML			X							x <sup>3</sup>		0 <sup>1</sup> y 2 <sup>2</sup>	2 <sup>1</sup> y 4 <sup>2</sup>	3	4	37	38
N/I		.,	,	,							$x^4$	0 <sup>1</sup> y 2 <sup>2</sup>	2 <sup>1</sup> y 4 <sup>2</sup>	2	2	25 <sup>1</sup> -28 <sup>2</sup>	26 <sup>1</sup> -29 <sup>2</sup>
ML		Х	Х	Х						$\chi^4$		$0^1$ y $2^2$	2 <sup>1</sup> y 4 <sup>2</sup>	3	3	37	38

#### Nomenclatura:

ML-motor lineal

MT-motor transversal

Con – Significa conectados todos los puentes motrices

Des – Significa desconectado el puente motriz delantero

MD -Marcha directa

RM –Resto de las marchas

- 1 Sin reducción en la caja de transferencia (i<sub>ct</sub> =1)
- 2 Con reducción en la caja de transferencia  $(i_{ct}≠1)$
- 3 Transmisión independiente de la caja de transferencia al puente intermedio y al puente trasero
- 4 Transmisión de la caja de transferencia al puente intermedio y de ahí, al puente trasero.
- 5- A pesar de que estas variantes no poseen transmisión cardánica, poseen una unión homocinética, cuyas pérdidas se consideran semejantes a las de la transmisión cardánica.

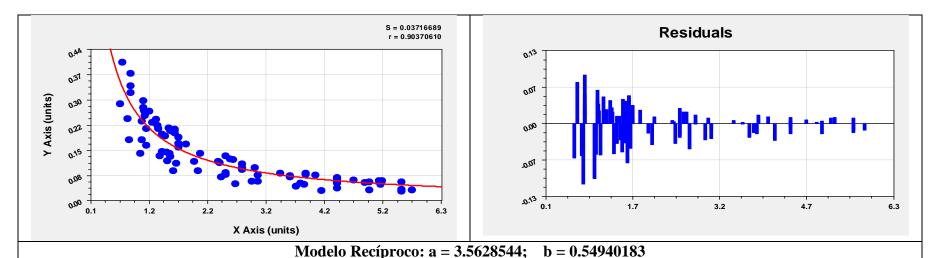


Figura 1. Comparación entre modelos, parámetros de ajuste y residuales del modelo recíproco, en función de si se desprecia o no el término. Fuente: Miranda Molina, 2021

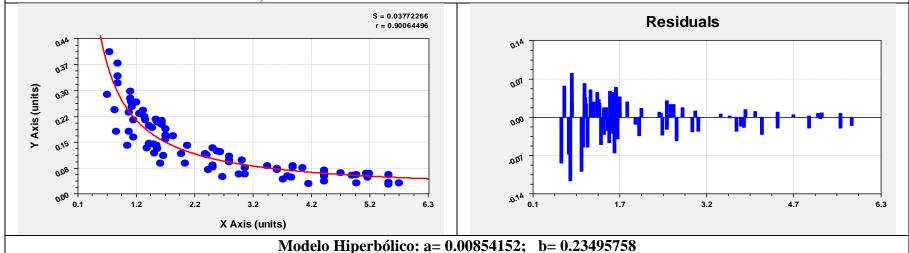


Figura 2. Comparación entre modelos, parámetros de ajuste y residuales del modelo hiperbólico, en función de si se desprecia o no el término. Fuente: Miranda Molina, 2021

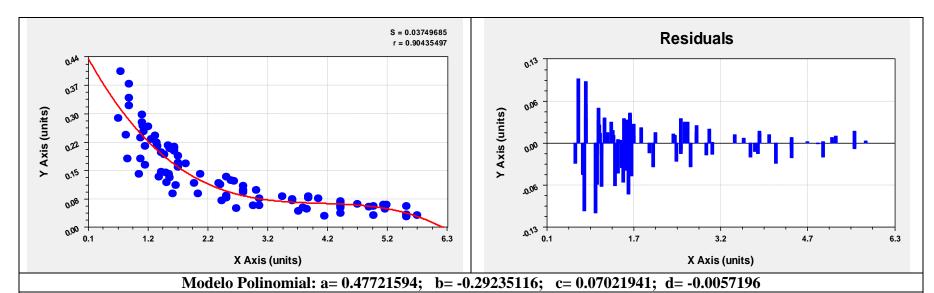


Figura 3. Comparación entre modelos, parámetros de ajuste y residuales del modelo hiperbólico, en función de si se desprecia o no el término. Fuente: Miranda Molina, 2021

# **ANEXO 2**

Tabla 2. Datos técnicos fundamentales del Lada 2106. Fuente: Catálogo del fabricante

Número de plazas 5		Relaciones de	e transmisión
Pesos y reaccion	es en los puentes	isl	1/3.24
Peso del equipaje, kg	50	isII	1/1.98
Peso propio, kg	1045	isIII	1/1.29
Rydv/Rytv, kg	560/485	isIV	1
Peso total, kg	1445	im	1/4.1
Ryd/Ryt, kg	Ryd/Ryt, kg 662/783		6.45-13
Peso del motor, kg	Peso del motor, kg 140		siones
Mo	otor	Ancho, m	1.611
Motor	2106 carburación	Altura, m	1.44
Nemáx, kW/rpm	Nemáx, kW/rpm 58.8/5400		2.424
Memáx, N.m/rpm	Memáx, N.m/rpm 121.6/3400		1.365/1.321
Vmáx, km/h	154	Longitud total, m	4.166
		Del asiento al techo, m	0.915/0.860

Figura 4. Motor original del Lada 2106. Fuente: Catálogo de fabricante

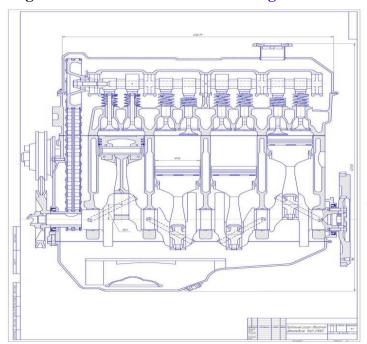


Tabla 3. Datos técnicos fundamentales del Gaz-66. Fuente: Catálogo del fabricante Gaz-66

Número de plazas 2		Relaciones de transmisión		
Pesos y reaccione	s en los puentes	isl	1/6.55	
Capacidad de carga, kg	2000	isII	1/3.09	
Peso propio, kg	3685	isIII	1/1.1	
Rydv/Rytv, kg	Rydv/Rytv, kg 2370/1315		1	
Peso total, kg	Peso total, kg 5885		1/6.83	
Ryd/Ryt, kg 2830/3055		lct1-ict2	1-1/1.982	
Peso del motor, kg	Peso del motor, kg 275		s	
Mot	tor	Ancho, m	2.322	
Motor	ZMZ-66 Carburación	Altura, m	2.52	
Nemáx, kW/rpm	Nemáx, kW/rpm 84.6/3200		3.3	
Memáx, N.m/rpm	Memáx, N.m/rpm 284.4/2000		1.8/1.75	
Vmáx, km/h	Vmáx, km/h 90		3.33x2.05x0.89	
Neumáticos, plg	6.45-13	Ubicación de plataforma, m 1.11 del s		

Figura 5. Motor ZMZ-66, original del Gaz-66. Fuente: Catálogo del fabricante Gaz-66

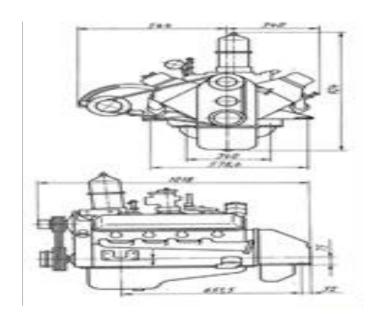


Figura 6. Datos técnicos y característica exterior de velocidad del motor Kubota Modelo Kubota Serie 03-M. Fuente: Catálogo del fabricante de motores Kubota.



Figura 7. Datos técnicos y característica exterior de velocidad del motor Kubota Modelo V3800-CR-T(TI)E4. Fuente: Catálogo del fabricante de motores Kubota.

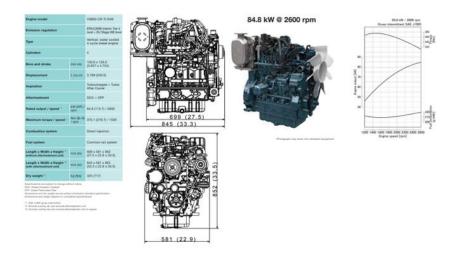


Tabla 4. Base de datos experimentales de Vmín, km/h (m/s). Fuente: Elaboración propia

No.	TIPO	1ram	2dam	3ram	4tam	5tam
1	Auto 4x2	4.00(1.11)	7.00(1.94)	11.00(3.05)	16.00(4.44)	
2	Auto 4x2	4.00(1.11)	7.23(2.00)	11.00(3.05)	16.00(4.44)	
3	Jeep 4x4	2.51(0.69)	4.75(1.32)	8.53(2.69)	13.00(3.61)	18.70(5.19)
4	Auto 4x2	5.52(1.53)	9.00(2.5)	13.90(3.86)	20.70(5.75)	
5	Auto 4x2	5.33(1.48)	8.70(2.42)	13.40(3.72)	20.00(5.55)	
6	Auto 4x2	5.43(1.50)	9.00(2.5)	13.70(3.80)	20.00(5.55)	
7	Auto 4x2	5.80(1.61)	9.45(2.62)	14.60(4.05)	18.80(5.22)	
8	Auto 4x2	4.70(1.30)	7.42(2.06)	12.40(3.44)	18.00(5.00)	
9	Auto 4x2	5.00(1.38)	8.60(2.38)	13.00(3.61)	17.70(4.91)	
10	Auto 4x2	5.30(1.47)	9.10(2.53)	14.00(3.88)	18.60(5.16)	
11	Jeep 4x4	3.60(1.00)	5.70(1.58)	9.60(2.66)	15.00(4.16)	
12	Jeep 4x4	3.90(1.08)	6.00(1.66)	10.00(2.77)	16.00(4.44)	
13	Micro 4x4	3.90(1.08)	6.00(1.66)	10.00(2.77)	16.00(4.44)	
14	Micro 4x2	5.80(1.61)	9.00(2.5)	14.00(3.88)	20.00(5.55)	
15	Micro 4x2	2.8(0.77)	5.88(1.63)	10.6(2.94)	18(5.00)	-
16	Micro 4x2	4.16(1.15)	6.50(1.80)	10.80(3.00)	17.00(4.72)	
17	Micro 4x2	3.84(1.06)	6.00(1.66)	10.00(2.77)	16.00(4.44)	

## Anexo 3

Tabla 5. Resultados de la determinación de Vmín, km/h en vehículos ligeros. Fuente: Elaboración propia.

		Vmín	Vmín	
Vehículo	Marcha	experimental	Matlab	Error relativo
Auto 4x2	1	4	4.239	5.975
Nemáx= 28.38 kW	2	7	7.46784	6.683428571
WN=460.77 1/s	3	11	10.74924	2.279636364
Memáx=70.03 N.m		4.6	47.66770	40.42225
WM=282.74 1/s	4	16	17.66772	10.42325
Auto 4x2 Nemáx= 28.38 kW	1	4	5.16132	29.033
WN=460.77 1/s	2	7.23	8.69544	20.26887967
Memáx=70.03 N.m	3	11	13.69332	24.48472727
WM=282.74 1/s	4	16	19.43712	21.482
Jeep 4x4	1	2.51	1.64304	34.54023904
Nemáx= 27.64 kW	2	4.75	4.49388	5.392
WN=460.77 1/s	3	8.53	7.78608	8.721219226
Memáx=70.03 N.m	4	13	11.33748	12.78861538
WM=282.74 1/s	5	18.7	18.63	0.374331551
Auto 4x2	1	5.52	6.32556	14.59347826
Nemáx= 47.73 kW	2	9	9.74808	8.312
WN=586.43 1/s	3	13.9	16.82712	21.05841727
Memáx=88.53 N.m				
WM=356.05 1/s	4	20.7	20.39256	1.485217391
Auto 4x2	1	5.33	6.53472	22.60262664
Nemáx= 44.18 kW	2	8.7	10.06704	15.71310345
WN=586.43 1/s Memáx=82.06 N.m	3	13.4	17.46144	30.30925373
WM=356.05 1/s	4	20	20.5362	2.681
Auto 4x2	1	5.43	6.129	12.87292818
Nemáx=53.20 kW	2	9	9.42228	4.692
WN=586.43 1/s	3	13.7	16.17336	18.05372263
Memáx=99.55 N.m				
WM=356.05 1/s	4	20	20.18304	0.9152
Auto 4x2	1	5.8	4.92516	15.08344828
Nemáx= 55.27 kW	2	9.45	7.68276	18.70095238
WN=565.49 1/s Memáx=114.3 N.m	3	14.6	11.26188	22.86383562
WM=314.16 1/s	4	18.8	16.48008	12.34
Auto 4x2	1	4.7	4.2264	10.07659574
Nemáx=34.59 kW	2	7.42	6.66216	10.21347709
WN=497.42 1/s	3	12.4	10.15092	18.13774194
Memáx=85.73 N.m				
WM=287.98 1/s	4	18	17.16948	4.614

Auto 4x2	1	5	4.84416	3.1168
Nemáx=51.89 kW	2	8.6	7.87716	8.405116279
WN=607.37 1/s				
Memáx=101.43 N.m	3	13	11.55852	11.08830769
WM=356.05 1/s	4	17.7	17.6022	0.552542373
Auto 4x2	1	5.3	4.51368	14.83622642
Nemáx=51.89 kW	2	9.1	7.48008	17.80131868
WN=607.37 1/s	3	14	10.75788	23.158
Memáx=101.43 N.m WM=356.05 1/s	4	10.6	16.42356	11 70120022
Jeep 4x4	4	18.6		11.70129032
Nemáx=52.55 kW	1	3.6	6.36876	76.91
WN=418.88 1/s	2	5.7	9.16128	60.72421053
Memáx=156.7 N.m	3	9.6	18.24948	90.09875
WM=209.44 1/s	4	15	20.47212	36.4808
Jeep 4x4	1	3.9	2.79252	28.39692308
Nemáx=52.55 kW	2	6	5.10984	14.836
WN=418.88 1/s	3	10	8.02656	19.7344
Memáx=156.7 N.m WM=209.44 1/s	4	16	11.75796	26.51275
Micro 4x2				
Nemáx=65.99 kW	1	5.8	4.60728	20.56413793
WN=471.24 1/s	2	9	6.98832	22.352
Memáx=175.12 N.m	3	14	10.05336	28.19028571
WM=230.38 1/s	4	20	17.19396	14.0302
Micro 4x2	1	4.16	3.35592	19.32884615
Nemáx= 46.18 kW	2	6.5	5.69052	12.45353846
WN=565.32 1/s	3	10.8	8.75844	18.90333333
Memáx=79.65 N.m	4	47	15.07060	11 200
WM=337.29 1/s	4	17	15.07968	11.296
Omn peq 4x2 Nemáx= 44.18 kW	1	2.8	3.27528	16.97428571
WN=586.43 1/s	2	5.88	7.2198	22.78571429
Memáx=82.06 N.m	3	10.6	12.74184	20.20603774
WM=356.05 1/s	4	18	20.11752	11.764
Micro 4x2	1	3.84	3.2778	14.640625
Nemáx=52.08 kW	2	6	5.60916	6.514
WN=418.89 1/s	3	10	8.6418	13.582
Memáx=156.7 N.m				
WM=230.38 1/s	4	16	14.06484	12.09475
Micro 4x4	1	3.9	3.55968	8.726153846
Nemáx= 51.89 kW	2	6	5.90688	1.552
WN=418.89 1/s Memáx=156.7 N.m	3	10	9.03996	9.6004
WM=209.44 1/s	4	16	16.31484	1.96775
VVIVI-203.77 1/3	7	10	10.31707	1.50,75

Tabla 6. Resultados de la determinación de Vmín, km/h en vehículos pesados. Fuente: Elaboración propia.

				Vmín Mirabal	
		Vmín	Vmín	Consuegra	
Vehículos	Marchas	Matlab	experimental	(2015)	Error relativo
	VmínI	0.5898	0.611111111	0,635	3.487272727
	VmínII	1.2448	1.305555556	1,318	4.653617021
GAZ 52-04	VmínIII	2.3186	2.388888889	2,427	2.942325581
	VmínIV	3.9022	3.88888889	4,030	0.342285714
	VmínV	0	6.666666667	0	0
	Vmínl	1.0737	0.97222222	0,78	10.43771429
	VmínII	1.9426	1.666666667	1,59	16.556
MAZ 504B	VmínIII	3.7698	3.333333333	3,00	13.094
	VmínIV	5.706	5	5,56	14.12
	VmínV	9.7799	7.5	8,21	30.39866667
	VmínI	0.7314	0.77777778	0,7019	5.962857143
	VmínII	1.5128	1.666666667	14,926	9.232
KABZ 685	VmínIII	2.7401	3.05555556	27,157	10.324
	VmínIV	4.6793	5	45,998	6.414
	VmínV	0	0	0	0
	VmínI	0.819	0.916666667	0,79	10.65454545
KD 4.7	VmínII	1.6945	1.666666667	1,34	1.67
KRAZ 257B1	VmínIII	3.0767	3.05555556	2,77	0.692
23761	VmínIV	5.3013	4.72222222	4,11	12.26282353
	VmínV	0	7.22222222	6,59	0
	VmínI	0.5761	0.611111111	0,6480	5.729090909
	VmínII	1.0996	1.111111111	11,791	1.036
ZIL 131	VmínIII	2.0392	1.94444444	21,227	4.873142857
	VmínIV	3.1418	3.05555556	32,113	2.822545455
	VmínV	5.0307	4.44444444	50,092	13.19075
	VmínI	0.819	0.638888889	0,7805	28.19130435
	VmínII	1.6945	1.361111111	16,686	24.49387755
PAZ 672	VmínIII	3.0767	2.47222222	20,408	24.45078652
	VmínIV	5.3013	4.166666667	51,816	27.2312
	VmínV	0		0	0
	Vmínl	0.8962	0.916666667	0,87	2.232727273
VD 4.7	VmínII	1.6356	1.666666667	1,59	1.864
KRAZ- 255B1	VmínIII	3.0646	3.05555556	3,06	0.296
733DI	VmínIV	4.621	4.72222222	4,57	2.143529412
	VmínV	7.79	7.84	7,44	0.637755102

ZIL157 KD	VmínI VmínIII VmínIV VmínV VmínV VmínI VmínIII VmínIII VmínIII VmínIV VmínV VmínV VmínI VmínII VmínIII VmínIII VmínIII VmínIII VmínIII VmínIII VmínIII VmínIII	0.5896 1.098 1.852 2.96 4.6329 0.5592 1.2012 2.3422 4.2049 5.8209 0.6963 1.2866 2.4982 4.48	0.63888889 1.166666667 1.94444444 3.055555556 4.72222222 0.51388889 1.027777778 1.94444444 3.61111111 5 0.666666667 1.194444444	0,5799 10,548 18,978 28,618 44,502 0,6881 12,520 23,940 42,090 57,158 0,7290 13,266	7.714782609 5.885714286 4.754285714 3.127272727 1.891529412 8.817297297 16.87351351 20.456 16.44338462 16.418 4.445 7.715348837
ZIL157 KD	VmínIII VmínIV VmínV VmínI VmínII VmínIII VmínIV VmínIV VmínI VmínII VmínIII VmínIII VmínIII	1.852 2.96 4.6329 0.5592 1.2012 2.3422 4.2049 5.8209 0.6963 1.2866 2.4982	1.94444444 3.055555556 4.72222222 0.513888889 1.027777778 1.94444444 3.611111111 5 0.666666667 1.194444444	18,978 28,618 44,502 0,6881 12,520 23,940 42,090 57,158 0,7290	4.754285714 3.12727277 1.891529412 8.817297297 16.87351351 20.456 16.44338462 16.418 4.445
LAZ 699P N	VmínIV VmínV VmínI VmínII VmínIII VmínIV VmínIV VmínI VmínII VmínII VmínIII VmínIII	2.96 4.6329 0.5592 1.2012 2.3422 4.2049 5.8209 0.6963 1.2866 2.4982	3.05555556 4.72222222 0.513888889 1.027777778 1.94444444 3.611111111 5 0.666666667 1.194444444	28,618 44,502 0,6881 12,520 23,940 42,090 57,158 0,7290	3.12727277 1.891529412 8.817297297 16.87351351 20.456 16.44338462 16.418 4.445
LAZ 699P \( \) \(	VmínV VmínII VmínIII VmínIV VmínV VmínI VmínII VmínII VmínII	4.6329 0.5592 1.2012 2.3422 4.2049 5.8209 0.6963 1.2866 2.4982	4.72222222 0.513888889 1.027777778 1.94444444 3.611111111 5 0.666666667 1.194444444	44,502 0,6881 12,520 23,940 42,090 57,158 0,7290	1.891529412 8.817297297 16.87351351 20.456 16.44338462 16.418 4.445
LAZ 699P \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \	VmínI VmínIII VmínIV VmínIV VmínI VmínI VmínII VmínIII VmínIII	0.5592 1.2012 2.3422 4.2049 5.8209 0.6963 1.2866 2.4982	0.513888889 1.027777778 1.94444444 3.61111111 5 0.666666667 1.194444444	0,6881 12,520 23,940 42,090 57,158 0,7290	8.817297297 16.87351351 20.456 16.44338462 16.418 4.445
LAZ 699P \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \	VmínII VmínIV VmínV VmínV VmínI VmínII VmínIII VmínIII	1.2012 2.3422 4.2049 5.8209 0.6963 1.2866 2.4982	1.02777778 1.94444444 3.611111111 5 0.666666667 1.194444444	12,520 23,940 42,090 57,158 0,7290	16.87351351 20.456 16.44338462 16.418 4.445
URAL 375H	VmínIII VmínIV VmínV VmínI VmínII VmínIII VmínIII	2.3422 4.2049 5.8209 0.6963 1.2866 2.4982	1.94444444 3.611111111 5 0.666666667 1.194444444	23,940 42,090 57,158 0,7290	20.456 16.44338462 16.418 4.445
URAL 375H	VmínIV VmínV VmínI VmínII VmínIII VmínIV	4.2049 5.8209 0.6963 1.2866 2.4982	3.611111111 5 0.666666667 1.194444444	42,090 57,158 0,7290	16.44338462 16.418 4.445
URAL 375H	VmínV VmínI VmínII VmínIII VmínIV	5.8209 0.6963 1.2866 2.4982	5 0.666666667 1.194444444	57,158 0,7290	16.418 4.445
URAL 375H	VmínI VmínII VmínIII VmínIV	0.6963 1.2866 2.4982	0.66666667 1.194444444	0,7290	4.445
URAL 375H	VmínII VmínIII VmínIV	1.2866 2.4982	1.19444444		
URAL 375H	VmínIII VmínIV	2.4982		13,266	7 715348837
\	VmínIV		2 27777770		7.713370037
,	+	4 48	2.27777778	25,367	9.677073171
	\/m(n\/	·. <del></del>	4.166666667	44,591	7.52
	VIIIIIIV	5.563	5.277777778	60,455	5.404210526
	Vmínl	0.8414	0.861111111	0,694	2.289032258
,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,	VmínII	1.6476	1.666666667	1,351	1.144
KAMAZ	VmínIII	2.6954	3.333333333	2,191	19.138
5320	VmínIV	4.3846	4.44444444	3,475	1.3465
,	VmínV	7.6553	6.94444444	5,798	10.23632
	Vmínl	0.7712	0.69444444	0,669	11.0528
,	VmínII	1.603	1.5	1,58	6.86666667
GAZ 66-01	VmínIII	2.9146	2.69444444	2,89	8.170721649
\	VmínIV	5.0254	4.44444444	4,93	13.0715
,	VmínV	0	0	0	0
	Vmínl	0.532	0.55555556	0,5352	4.24
,	VmínII	0.9876	1.05555556	0,9734	6.437894737
LAZ 695H \	VmínIII	1.6637	1.666666667	17,505	0.178
\	VmínIV	2.5589	2.77777778	26,429	7.8796
,	VmínV	4.0608	4.05555556	40,997	0.129315068
	Vmínl	0.7532	0.77777778	0,754	3.16
,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,,	VmínII	1.531	1.527777778	1,468	0.210909091
KAMAZ	VmínIII	2.4671	2.5	2,382	1.316
53312	VmínIV	3.9916	4.166666667	3,782	4.2016
,	VmínV	6.15	6.111111111	6,323	0.636363636
	Vmínl	0.7927	0.77777778	0,7597	1.918571429
	VmínII	1.6401	1.666666667	16,161	1.594
	VmínIII	2.9762	3.05555556	29,441	2.597090909
	VmínIV	5.1179	5	50,111	2.358
,	VmínV	0	0	0	0

	Vmínl	0.5592	0.55555556	0,5449	0.656
	VmínII	1.2012	1.05555556	0,9910	13.79789474
LAZ 697P	VmínIII	2.3422	1.916666667	17,825	22.20173913
	VmínIV	4.2049	2.77777778	26,920	51.3764
	VmínV	5.8209	4.38888889	41,828	32.62810127