UNIVERSIDAD
Đ CIENFUEGOS
CARLOS RAFAEL RODRÍGUEZ

PERFECCIONAMIENTO DE LOS MÉTODOS DE DETERMINACIÓN DE LA VMÍN Y MODIFICACIÓN DE LAS DEPENDENCIAS FUNCIONALES DE LOS COEFICIENTES QUE VALORAN LA RELACIÓN MOTOR-SISTEMA DE TRANSMISIÓN EN LOS NUEVOS MOTORES.

Autor: Alejandro J. Cabeza Núñez

Tutores: DrC. José R. Fuentes Vega

DrC. Juan B. Cogollos Martínez

Declaración de autoridad.

UNIVERSIDAD Đ CIENFUEGOS
CARLOS RAFAEL RODRÍGUEZ

Facultad de Ingeniería Mecánica.

Hago constar que el presente trabajo fue realizado en la Universidad de Cienfuegos, como parte de la culminación de los estudios en la especialidad de Ingeniería Mecánica; autorizando a que el mismo sea utilizado para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total, y además no podrá ser presentado en eventos ni publicado sin la aprobación de la Universidad de Cienfuegos.

_____

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido revisado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple los requisitos que debe tener un trabajo de esa envergadura, referido a la temática señalada.

_____

Información Científico – Técnica, Firma

_____ _____

Firma del Vicedecano **Firma del Tutor**

_____

Sistema de Documentación y Proyectos

Pensamiento

Lo único en la vida sin esfuerzo es el fracaso.

Winston Churchill

Agradecimientos

A mis padres, en especial a mi madre, que me educaron y condujeron por los principios de la modestia, honestidad y dedicación, que me llevaron a cumplir mis metas.

A mi padrastro que ha sido un pilar fundamental en esta etapa de mi formación, con su ayuda constante.

A mi novia que me dio fuerza y animo para llegar al final.

A mis tutores, por su generosidad, amabilidad y dedicación con la que me brindaron la oportunidad de recurrir a su capacidad y experiencia científica y profesional, por la entrega desmedida de sus conocimientos en pos de mi formación como profesional.

Al claustro de profesores, por su profesionalidad y ética para con mi formación.

A todos mis familiares que han aportado su grano de arena en toda esta etapa de mi carrera.

Resumen

El trabajo de diploma aborda en primer lugar la actualización de los rangos de variación de los coeficientes de elasticidad del motor, su redefinición en el caso de los motores con rangos de variación de la frecuencia de rotación con la potencia y torque constantes y la elaboración del modelo matemático para las áreas de ausencia de potencia en estos motores, culminando con la propuesta de un modelo de determinación de la velocidad mínima de movimiento estable.

Se actualizan los rangos de variación de los coeficientes de elasticidad de los motores de gasolina fundamentalmente, ampliando para ello la base de datos de vehículos ligeros con tales motores, pues en el caso del diésel, por trabajos anteriores se cuenta con una base de datos amplia y actualizada.

Se redefinen los indicadores de elasticidad en el caso de los motores con rangos amplios de frecuencia de rotación con potencia y torque constante. Dado el cambio de configuración de las curvas reales de fuerza tractiva, se precisa elaborar el modelo matemático para la determinación del coeficiente de aprovechamiento del área ideal.

Por último, por métodos estadísticos se propone un modelo de determinación de la velocidad mínima de movimiento estable. El análisis y comparación con trabajos anteriores de los resultados obtenidos en la velocidad mínima por el nuevo modelo en vehículos ligeros, brindó resultados satisfactorios y abre nuevas posibilidades de estudio

Abstract

The diploma work addresses in the first place the updating of the ranges of variation of the coefficients of elasticity of the motor, its redefinition in the case of motors with ranges of variation of the rotation frequency with constant power and torque and the elaboration of the mathematical model for the areas of lack of power in these motors, culminating with the proposal of a model to determine the minimum speed of stable movement.

The ranges of variation of the elasticity coefficients of gasoline engines are updated, fundamentally, expanding the database of light vehicles with such engines, since in the case of diesel, due to previous works, there is an extensive database. and updated.

The elasticity indicators are redefined in the case of motors with wide ranges of rotation frequency with constant power and torque. Given the configuration change of the real tractive force curves, it is necessary to elaborate the mathematical model for the determination of the utilization coefficient of the ideal area.

Finally, using statistical methods, a model for determining the minimum speed of stable movement is proposed. The analysis and comparison with previous works of the results obtained in the minimum speed by the new model in light vehicles, provided satisfactory results and opens up new study possibilities.

Índice

Introducción. 9

Capítulo I: Estudios documentales. 12

1.1.-Introducción. 12

1.2.-La fuente energética en vehículos ligeros y pesados. 12

1.2.1.-La característica exterior de velocidad: su importancia para los cálculos dinámicos y de consumo. 13

1.2.2.-Los indicadores básicos de los motores de combustión interna. 15

1.3.-Resumen de la dinámica vehicular 19

1.4.-La velocidad mínima de movimiento estable ($V_{mín}$) 29

1.4.1.-Definición e importancia. 29

1.4.2.-Resultados obtenidos en la determinación teórica de la velocidad mínima de movimiento estable. 29

1.5.-Los indicadores que valoran la relación motor-sistema de transmisión. 34

1.5.1.-Definición y expresiones de cálculo. 34

1.5.2.-Las dependencias funcionales de los indicadores que evalúan la relación motor-sistema de transmisión. 36

1.5.3.-Limitaciones de los resultados obtenidos. Las tendencias en el mejoramiento de los mismos. 38

1.6.-Conclusiones parciales. 39

Capítulo II. Metodología de trabajo. 40

2.1.-Introducción. 40

2.2.-Redefinición de los indicadores de elasticidad y de los coeficientes que evalúan la relación motor-sistema de transmisión en los nuevos motores. 40

2.4.-Propuesta metodológica para la actualización de los rangos de variación de los indicadores básicos de los motores de combustión interna y su presentación. 44

2.5.-Propuestas metodológicas para la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable en vehículos ligeros y las dependencias funcionales de los coeficientes que evalúan la relación motor-sistema de transmisión por vía estadística. 46

2.6.-Conclusiones parciales. 47

Capítulo III: Análisis de resultados. 49

3.1.-Introducción. 49

3.2.-Los rangos de variación de los indicadores de los motores de combustión interna. 49

3.2.-Los modelos de determinación de la velocidad mínima de movimiento estable. 56

3.3.-Conclusiones parciales. 57

CONCLUSIONES 58

Recomendaciones 59

Bibliografía 60

Anexo 64

INTRODUCCIÓN.

Desde hace muchos años, la problemática energética ha pasado a un primer plano a nivel mundial. En la actualidad el mundo se debate en medio de una crisis, originada por el conflicto bélico en Ucrania y las medidas dirigidas contra Rusia, por parte de los países miembros de la OTAN, encabezados por Estados Unidos. Producto de ello, se han elevado los precios del petróleo y sus derivados, incluidos los gases que acompañan su producción, y con ello, los precios de todos los productos.

En momentos como estos, la eficiencia energética es la palabra de orden, en los procesos industriales, la agricultura, la construcción, los servicios, con un destaque principal en el transporte, cuyos consumos, en muchos países desarrollados y en vías de desarrollo, superan los del propio sector industrial.

En el transporte, agotadas las buenas prácticas, la conducción técnico-económica, el servicio técnico adecuado y preciso en el tiempo, la oportuna reparación capital, la optimización de rutas, entre otras, cuando una prolongada explotación hace inevitable el deterioro de sus cualidades dinámicas y de consumo, la remotorización del vehículo, suele ser la medida más adecuada para devolver al mismo el desempeño perdido.

La remotorización, en cualquiera de sus variantes, debe cumplir con un grupo importante de requisitos que garanticen la seguridad del movimiento, para el propio vehículo y para los que transitan por las diferentes vías. De igual modo, el nuevo motor debe garantizar semejantes parámetros de salida que el motor original, y por ser más moderno, en medio de esta situación económica, debe garantizar mejores indicadores de consumo de combustible.

Para lograrlo, no basta con buscar un motor de igual potencia máxima. Igual potencia puede traducirse en mayor torque y menos frecuencia de rotación o viceversa, diferentes indicadores de elasticidad del motor, indicadores de consumo específico de combustible, requerimientos de servicio técnico, diferente tipo de combustible, calidad de fabricación, entre otros. Se requiere de una cierta compatibilidad entre motor y sistema de transmisión. Se requiere, en definitiva, de una evaluación integral y rigurosa de la propuesta de remotorización.

Para lograrlo se necesita de indicadores adecuados, es decir, los indicadores que posibiliten la evaluación de las cualidades de explotación imprescindibles, entre las cuales se resaltan las cualidades dinámicas, de economía de consumo y seguridad del movimiento.

Si partimos de que la remotorización se realiza después de un período prolongado de explotación, y que al realizarla se debe comparar el desempeño del vehículo remodelado con el del vehículo original, se

hace imprescindible contar con una amplia base de datos con las características técnicas fundamentales de vehículos ligeros y pesados, que posibiliten realizar el cálculo de la característica exterior de velocidad, de la característica tractiva, del consumo de combustible y de los indicadores dinámicos fundamentales. Entre otros, tipo de motor, sus parámetros de salida y norma de ensayos, pesos del motor, vehículo y del remolque, dimensiones principales del vehículo y neumáticos, formula de ruedas, relaciones de transmisión de la caja de velocidad, puente motriz y caja de transferencia si existiera, indicadores de consumo de combustible del vehículo a velocidades de movimiento determinadas, indicadores de impulso, entre otros.

Es difícil encontrar datos técnicos de vehículos que no se producen en la actualidad, y mucho más en las condiciones de nuestro país, donde circulan muchos vehículos fabricados entre las décadas del 50 y 80, del siglo pasado. Ello dificulta enormemente la evaluación y la elaboración del informe técnico.

Por otro lado, la existencia de amplias bases de datos, brinda la posibilidad de actualizar los rangos de variación de coeficientes importantes, mucho más necesario en momentos en que la introducción de las nuevas tecnologías provocan que las características de los nuevos motores varíen constantemente.

Como ejemplo de lo anterior, se imponen como características de los nuevos motores diésel, fundamentalmente, características exteriores de velocidad con amplios rangos de variación de la frecuencia de rotación donde la potencia máxima ($N_{emáx}$) o el torque máximo ($M_{emáx}$), o ambos inclusive permanecen constantes. Ello obliga a revisar la definición de algunos indicadores, como es el caso de los indicadores de elasticidad del motor y pensar en la posibilidad de definir nuevos indicadores.

Es conocida, por anteriores trabajos (Pérez Galvez, 2007; Fuentes Vega et al, 2015; Mirabal Consuegra, 2015; Miranda Molina, 2021), la importancia de la velocidad mínima de movimiento estable ($V_{mín}$), tanto para definir con precisión el rango de trabajo del motor, como para constituirse en elemento importante en la definición y determinación de dos indicadores que evalúan la relación motor-sistema de transmisión: el coeficiente de aprovechamiento del área ideal y el coeficiente de recubrimiento.

La expresión obtenida por Pérez Galvez y mejorada con trabajos posteriores, es una ecuación de 3er grado, cuya solución se efectúa por métodos aproximados y engorrosos. Los resultados que se obtienen se comparan con resultados experimentales, determinando el error relativo. Mirabal Consuegra, en vehículos diésel pesados, y Miranda Molina, en vehículos ligeros de gasolina, inician un método de solución sobre la base de correlacionar la $V_{mín}$ con parámetros de conocida incidencia en la misma, con la idea de lograr reducir los errores relativos y utilizar modelos de fácil solución. Experiencias que es

necesario perfeccionar, con vistas a lograr métodos de solución que permitan con relativa facilidad, determinar con adecuado rigor la magnitud de la $V_{mín}$.

De igual modo, en los referidos trabajos se propusieron dependencias de los coeficientes que valoran la relación motor sistema de transmisión, en función de parámetros de conocida incidencia en los mismos. Mejorar estos resultados, con un análisis estadístico más profundo y mayores bases de datos de los vehículos ligeros y pesados, es una tarea de importancia, que perfecciona los métodos de evaluación de la relación motor-sistema de transmisión, muy útil tanto en el diseño como en la evaluación de opciones de remotorización.

Problema de investigación:

La existencia de indicadores, con rangos de variación no actualizados, presentados de modo que no facilitan la toma de decisiones y modelos que brindan resultados sin un alto grado de precisión, impiden realizar evaluaciones integrales y objetivas de las propuestas de remotorización de los vehículos automotores

Hipótesis:

Si se actualizan los rangos de variación de indicadores fundamentales, se presentan en forma que faciliten la toma de decisiones y se definen modelos apropiados, se puede contribuir al propósito de evaluar de forma integral y objetiva las propuestas de remotorización vehicular.

Objetivo General:

Proponer indicadores con rangos de variación actualizados y presentados de modo que faciliten la toma de decisiones y con modelos apropiados que posibiliten contribuir a la evaluación de forma integral y objetiva de las propuestas de remotorización vehicular.

Objetivos específicos:

- Incrementar la base de datos técnicos de vehículos ligeros y pesados, fundamentalmente de vehículos ligeros.
- Actualizar de los rangos de variación de los indicadores de elasticidad y redefinirlos en el caso de los nuevos motores con potencia y torque constante.
- Utilizar la vía estadística para definir modelos de determinación de la $V_{mín}$, en ambos tipos de vehículos, a partir de los factores que inciden en su magnitud.
- Utilizar la vía estadística para determinar las dependencias funcionales de los coeficientes que valoran la relación motor-sistema de transmisión.

CAPÍTULO I: ESTUDIOS DOCUMENTALES.

1.1.-Introducción.

En este capítulo se abordan los principales fundamentos teóricos que respaldan la investigación del trabajo. Se inicia con el estudio de las fuentes de energía más empleadas en vehículos, tanto ligeros como pesados. Siendo el motor de combustión interna, la fuente más utilizada en el transporte automotor, se acomete el estudio y determinación teórica de sus características exteriores de velocidad y sus indicadores de elasticidad. Se procede al estudio de la dinámica vehicular, de las expresiones que se utilizan en el cálculo teórico de las mismas, y se enfatiza en la importancia de la velocidad mínima de movimiento estable, de los métodos empleados para su determinación y su incidencia en la determinación de la mayor parte de los indicadores que valoran la relación motor-sistema de transmisión.

1.2.-La fuente energética en vehículos ligeros y pesados.

Para el funcionamiento de vehículos, dígase tanto ligeros como pesados, se ha trabaja en el desarrollo de diversas fuentes energéticas, sin encontrarse sustituto alguno para el motor de combustión interna. Mismos, que a pesar de las desventajas que presenta, dadas las marcadas diferencias que presenta su característica exterior de velocidad en relación con la característica ideal de una fuente energética de una máquina automotriz, mantiene su primacía, dadas las desventajas que aún presentan los motores eléctricos, turbinas de gas y otros tipos de fuentes. (Mirabel Consuegra, 2015)

En los **vehículos eléctricos** se relacionan entre otras (Walshy Kolke, 2003; Larminie, 2003; Husain, 2005):

a) Dimensiones y peso elevados de la batería, lo que ha limitado su uso solamente para vehículos de baja potencia.
b) Relativamente baja autonomía del vehículo. En los casos que han alcanzado mayor autonomía es a cuenta de baterías muy costosas.
c) En las baterías que reportan mejores resultados, no se ha logrado un período de servicio elevado, que justifique el precio de las mismas.
d) El tiempo de carga de la batería siempre excede las dos horas, lo que constituye un inconveniente cuando se pretende dar un uso intensivo al vehículo.
e) La necesidad de implantación de toda una red nacional de suministro de energía a los vehículos eléctricos, implica un costo de inversión muy elevado.

Por tales aspectos los motores eléctricos se utilizan solo en algunos vehículos industriales, vehículos pesados usados para cargas ligeras y vehículos ligeros particulares.

Con las limitaciones en el uso de los motores eléctricos se a llegado al desarrollo de los vehículos híbridos (HEV). Este sistema está conformado por un motor eléctrico y un motor de combustión más pequeño, con varias variantes de conformación, que logran en lo fundamental reducir en cierta medida el consumo de combustible, el ruido y los niveles de emisiones, en correlación con los motores de gasolina y diésel. Además, con los HEV se aumenta su autonomía y disminuye el tiempo de carga, siendo estas dos de las desventajas que más críticas ha recibido en los vehículos eléctricos. Mismos que tienden a ser más costosos presentando un sistema más complejo, que el resto de los vehículos.

En las **turbinas de gas** se relacionan las siguientes desventajas **(**Arias-Paz, 2004**)**:

- Debido a sus dimensiones, mucho más pequeñas que las utilizadas en instalaciones industriales, hay necesidad de emplear metales de alta calidad para asegurar que se mantengan las holguras adecuadas durante el período de explotación.
- Por lo anterior, el costo de los vehículos con turbinas de gas es elevado.

Otras tentativas, como el motor Wankel o el híbrido hidrógeno-eléctrico, han quedado relegadas a vehículos experimentales o de producciones muy reducidas.

En tales circunstancias, se ha trabajado en introducir modificaciones a los motores convencionales, con vistas a perfeccionar su funcionamiento, entre ellas las más importantes: la inyección de gasolina y los motores diésel con control electrónico de la inyección (Common Rail).

1.2.1.-La característica exterior de velocidad: su importancia para los cálculos dinámicos y de consumo.

Las características exteriores de velocidad se obtienen para carga total, es decir, para máximo suministro de combustible (Fuentes Vega et al, 2010) y cuentan generalmente con las gráficas de comportamiento del momento efectivo o torque, potencia efectiva y, con menos frecuencia, la gráfica del consumo específico de combustible en función de la frecuencia de rotación del árbol cigüeñal del motor de combustión interna. Generalmente, los fabricantes no ofertan la característica exterior de velocidad, sólo los parámetros de potencia y torque máximo con las frecuencias de rotación a que se alcanzan, parámetros que posibilitan el cálculo teórico de la misma.

Según Pérez Gálvez (2007), la fuente energética, representa el elemento principal en el costo de inversión del vehículo, y conjuntamente con el sistema de transmisión, define los principales indicadores técnico–

económicos del vehículo: sus cualidades dinámicas, su régimen de velocidad y su consumo de combustible, entre otros.

En la figura 1.1 está representada la característica exterior de velocidad de un motor de combustión interna (MCI). En la misma se señalan sus puntos característicos: frecuencia de rotación mínima y máxima ($W_{mín}$, $W_{máx}$), momento torsor máximo ($M_{emáx}$), potencia máxima ($N_{emáx}$) y consumo específico mínimo ($g_{emín}$).

Las frecuencias de rotación que se corresponden con los parámetros $N_{emáx}$, $M_{emáx}$ y $g_{emín}$, se han señalado por W_N, W_M y W_{ge}, respectivamente. Las características exteriores de velocidad, las parciales y de carga, se han utilizado para evaluar el comportamiento de los motores de combustión interna en diferentes condiciones de carga y velocidad.

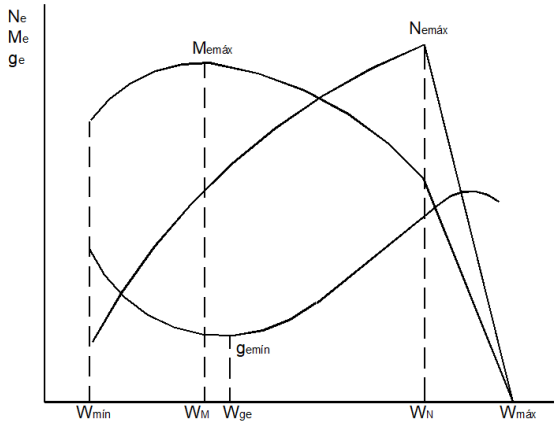


Fig. 1.1: Característica exterior de velocidad de un MCI.

Fuente: **Pérez Gálvez, 2007**

Dada la heterogeneidad de las condiciones de explotación y los diversos regímenes de movimiento del vehículo, los motores se ven sometidos a condiciones variables de carga. Por eso, durante un elevado por ciento del tiempo, el motor trabaja a cargas parciales. La característica exterior de velocidad puede determinarse de modo experimental o determinada teóricamente. La determinación experimental en entidades dedicadas a la explotación del transporte no es factible económicamente, pues su utilidad y frecuencia de uso, no justifican el alto costo de adquisición de los bancos de ensayo e instalaciones. Por otro lado, no existen expresiones que posibiliten determinar con exactitud adecuada las características parciales, ni medios que le permitan al conductor su identificación, en dependencia de la posición del pedal de suministro de combustible. Por esto, y porque representan las máximas potencialidades del motor, contra las cuales se pueden comparar los requerimientos del vehículo, en determinadas condiciones de trabajo, es que la determinación teórica de las características exteriores de velocidad resulta fundamental para trabajos investigativos. (Raúl Guerra, 2018)

Los parámetros, potencia efectiva máxima, momento efectivo o torque máximo, mínimo consumo específico de combustible y la respectiva frecuencia de rotación del árbol cigüeñal a que se alcanzan, son elementos importantes en la determinación de un sin número de indicadores, que sirven para valorar el desempeño del propio vehículo y cuan adecuada es una fuente energética para un vehículo en cuestión:

potencia específica, capacidad de aceleración, capacidad de subir pendientes a partir del reposo, capacidades de aceleración en diferentes condiciones, peso máximo que puede traccionar el vehículo, velocidad máxima de movimiento, entre las más comúnmente conocidas (Aranzola Rodríguez, 2011).

1.2.2.-Los indicadores básicos de los motores de combustión interna.

Los indicadores básicos de los motores de combustión interna se obtienen a partir de los datos generalmente aportados por el fabricante, que son, entre otros, son los siguientes:

- $N_{emáx}$ – potencia máxima del motor, en kW, CV o HP.
- n_N – frecuencia de rotación a potencia máxima, rpm.
- $M_{emáx}$ – torque máximo del motor, en N.m, kgf.m o lb-pie.
- n_M –frecuencia de rotación a torque máximo, rpm.
- $g_{emín}$ –consumo mínimo de combustible, g/kW.h, g/HP.h o g/CV.h.
- V_h – cilindrada, en L, cm^3.

La determinación teórica de estos indicadores, se realiza tradicionalmente por las siguientes expresiones (Aragón Marrero, 1988; Litvinov & Farovin, 1989; Fuentes Vega et al., 2015):

En el caso de la potencia de salida del motor:

$$N_{ex} = N_{emáx} \cdot \left[C_1 \cdot \left(\frac{W_x}{W_N} \right) + C_2 \cdot \left(\frac{W_x}{W_N} \right)^2 - C_3 \cdot \left(\frac{W_x}{W_N} \right)^3 \right] \quad \text{(kW)} \qquad (1.1)$$

dónde: N_{ex} - es la potencia para una frecuencia de rotación W_x del motor, en 1/s.

W_N – es la frecuencia de rotación del motor para potencia máxima, en 1/s

C_1, C_2, C_3 - son coeficientes empíricos adimensionales que dependen del tipo de motor (Ver expresiones 1.6-1.9).

De esta forma, el torque (M_{ex}) para una frecuencia de rotación W_x del cigüeñal del motor, en 1/s:

$$M_{ex} = \frac{N_{ex} \cdot 10^3}{W_x} = M_{eN} \cdot \left[C_1 + C_2 \cdot \left(\frac{W_x}{W_N} \right) - C_3 \cdot \left(\frac{W_x}{W_N} \right)^2 \right] \quad \text{(N.m)} \qquad (1.2)$$

Siendo: $$M_{eN} = \frac{N_{emáx} \cdot 10^3}{W_N}$$

dónde: M_{eN} – torque para potencia máxima en característica exterior.

Para la determinación de los coeficientes C_1, C_2 y C_3, se hace necesario definir los índices de elasticidad del motor, los cuales de por sí, se utilizan para la valoración de las cualidades de los motores y del comportamiento del propio vehículo.

El **índice de elasticidad de torque** se designa por e_M y se expresa por la relación entre el torque máximo ($M_{emáx}$) y el torque a potencia máxima (M_{eN}): $e_M = \frac{M_{e\,máx}}{M_{eN}}$ (1.3)

La elasticidad de torque expresa el grado de adaptación del motor a los cambios de carga, es decir, en qué medida el motor asimila el cambio de carga sin una brusca reducción de su régimen de funcionamiento.

El **índice de elasticidad de frecuencia de rotación** del cigüeñal, se designa por e_n y se determina por la relación: $e_n = \frac{W_N}{W_M}$ (1.4)

El **índice de elasticidad total** del motor se expresa por: $E = e_M \cdot e_n$ (1.5)

En la siguiente tabla se muestran los valores promedios de los coeficientes de elasticidad:

Tabla 1.1. Valores promedios de los coeficientes de elasticidad (Fernández Tamayo et al, 2018).

Tipo de motor	e_M	e_n	E
Diésel	1.05-1.15	1.30-2.00	1.50-2.50
Gasolina	1.10-1.30		

Como ya se expresó, a partir del concepto de elasticidad pueden determinarse por cálculo los coeficientes C_1, C_2 y C_3 utilizados para la determinación teórica de la característica exterior de velocidad (expresiones 1.1 y 1.2).

Aragón Marrero (1988), en su tesis de doctorado, propone las siguientes expresiones:

- para los motores de gasolina:

$$C_1 = \frac{E \cdot e_n - 3e_n + 2}{(e_n - 1)^2}; \quad C_2 = \frac{3e_n^2 - 2e_n \cdot E - 1}{(e_n - 1)^2}; \quad C_3 = \frac{2e_n^2 - E \cdot e_n - e_n}{(e_n - 1)^2} \qquad (1.6)$$

- para los motores diésel:

$$C_1 = \frac{E \cdot e_n - 2E + 1}{(e_n - 1)^2}; \quad C_2 = \frac{2E - 2e_n}{(e_n - 1)^2}; \quad C_3 = \frac{E \cdot e_n - e_n^2}{(e_n - 1)^2} \qquad (1.7)$$

Litvinov & Farovin (1989), proponen por su parte las siguientes expresiones:

- para los motores diésel:

$$C_1 = 1 - \frac{A_{Me}}{100} \cdot \frac{e_n(2 - e_n)}{(e_n - 1)^2}; \quad C_2 = 2 \cdot \frac{A_{Me}}{100} \cdot \frac{e_n}{(e_n - 1)^2}; \quad C_3 = \frac{A_{Me}}{100} \cdot \left(\frac{e_n}{e_n - 1} \right)^2 \tag{1.8}$$

- para motores de gasolina:

$$C_1 = 2 - \frac{25}{A_{Me}}; \quad C_2 = \frac{50}{A_{Me}} - 1; \quad C_3 = \frac{25}{A_{Me}}$$
$$A_{Me} = \frac{(M_{e\max} - M_{eN}) \cdot 100}{M_{eN}} = \left(\frac{M_{e\max}}{M_{eN}} - 1 \right) \cdot 100 = (e_M - 1) \cdot 100 \tag{1.9}$$

Dónde: A_{Me} es el denominado **<u>Coeficiente de Adaptabilidad del Motor</u>**.

En el caso de los coeficientes de los motores diésel las expresiones de Litvinov & Farovin y Aragón brindan iguales resultados, por lo que se debe utilizar una de las dos. El hecho de brindar dos posibilidades de determinación de los coeficientes C_1, C_2 y C_3 en gasolina, se debe a que se trata de un cálculo teórico de la característica exterior, y que como tal puede o no aproximarse a la característica real, por lo cual debe buscarse el método más exacto. La comprobación se realiza a partir de comparar los valores teóricos, con los valores de $M_{emáx}$ y W_M, que ofrece el fabricante.

Los valores de $N_{emáx}$ y $M_{emáx}$ que brinda el fabricante hay necesidad de afectarlos por un coeficiente de corrección (K_c), el cual toma en consideración que los mismos, han sido obtenidos en bancos de pruebas de motores, cumpliendo estándares internacionales según el país de procedencia, los cuales prescriben el desarrollo de las pruebas prescindiendo de uno u otro componente del motor y en condiciones ambientales controladas, por ello, los parámetros de salida en el vehículo se diferencian de los que indica el fabricante en su documentación (Ver tabla 1.2).

Tabla 1.2 Valores normados de K_C (Litvinor & Farovin, 1989)

Tipo de norma:	**K_C**
GOST (Rusia y Europa del Este)	0,93-0,95
DIN (Alemania)	0,95-0,96
SAE (Estados Unidos)(vieja)	0,86-0,88
SAE (Estados Unidos) (nueva)	0,95-0,96
ISO (Japón)	0,95-0,96

La figura 1.2, muestra la característica exterior de velocidad de un motor diésel convencional moderno, el Kamaz 740.31 del camión Kamaz 43253, recientemente adquirido por el país, con una caída muy

brusca, que brinda una elasticidad superior al 1.19, por encima del rango establecido por Fernández Tamayo et al (2018) en la Metodología de Ejecución de Cambios y Conversiones del MITRANS.

La figura 1.3 por su parte, muestra la comparación entre un motor Common Rail M11, de la firma Cummins y un motor diésel convencional Weichai 615.44.

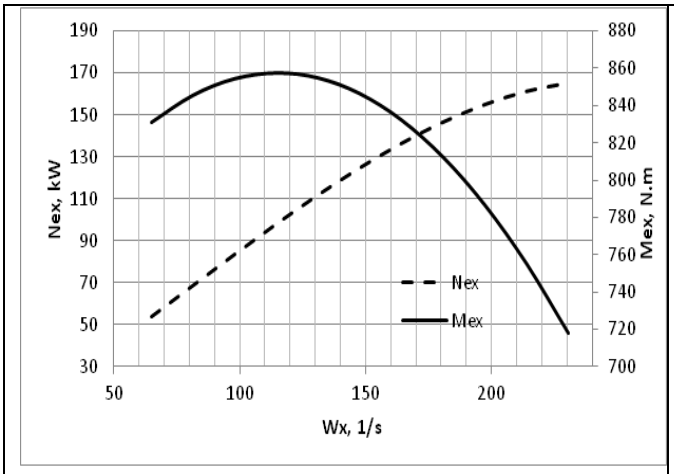


Fig. 1.2. Característica exterior de velocidad del motor Kamaz 740.31. Fuentes Vega et al., 2017a

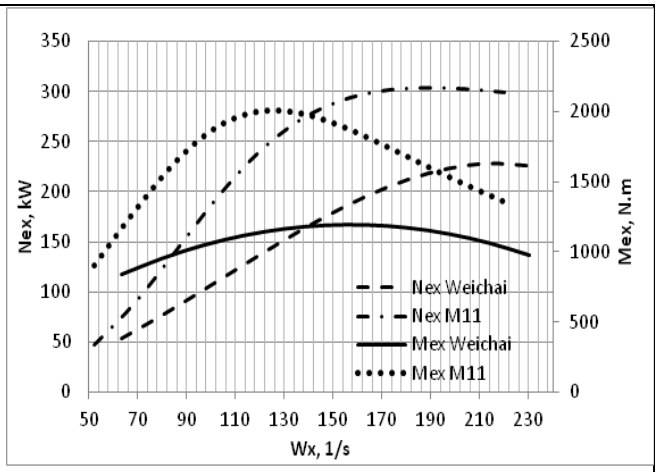


Fig. 1.3. Característica exterior de velocidad del motor Cummins M11 y del Weichai 615.44. Fuentes Vega et al., 2017b

Entre ambos hay diferencias en los parámetros de salida, favorables al Cummins M11, pero hay cierta semejanza en las curvas de comportamiento, si bien las pendientes en la curva de torque del M11 son más pronunciadas que en el motor diésel convencional y la curva de potencia del Cummins culmina con un rango de frecuencias de rotación a potencia constante.

Existen motores Common Rail cuyas características exteriores de velocidad no son tipificables, sin embargo, en motores como el mostrado, sus características son muy semejantes a las de los motores convencionales, pero con curvas de torque mucho más pronunciadas. En la tesis de maestría de Aranzola Rodríguez (2011), se propone la ecuación 1.10, la cual se adecua mejor a las mayores pendientes de la curva de torque, antes y después del torque máximo. La experiencia de uso, nos indica que el mayor ajuste con la curva del fabricante se logra antes del torque máximo. Esta expresión se utilizaría en estos motores, como una variante adicional, a las ecuaciones de Aragón Marrero y Litvinov & Farovin para el cálculo del torque.

$$M_{ex} = M_{emáx} \cdot \frac{a \cdot \left(\frac{W_x}{W_N}\right)}{1 + b \cdot \left(\frac{W_x}{W_N}\right) + c \cdot \left(\frac{W_x}{W_N}\right)^2} \qquad (1.10)$$

$$a = \frac{(e_n - 1)^2}{e_M - 1}; \qquad b = \frac{e_n^2 + 1 - 2 \cdot E}{e_M - 1}; \qquad c = e_n^2 \tag{1.11}$$

Para realizar el cálculo teórico de la característica exterior de velocidad es necesario definir el rango de trabajo del motor, es decir, su frecuencia de rotación máxima y mínima. Esta última no debe confundirse con la frecuencia de rotación de ralentí, pues se trata de la frecuencia de rotación mínima que garantiza el funcionamiento estable del motor bajo carga.

La frecuencia de rotación máxima ($W_{máx}$), como se ha concebido tradicionalmente, viene dada por las expresiones:

$$W_{máx} = W_N \qquad \text{Para motores diésel} \tag{1.12}$$

$$W_{máx} = W_N \cdot (1.1 - 1.2) \qquad \text{Para motores de gasolina} \tag{1.13}$$

La frecuencia de rotación mínima ($W_{mín}$) se determina a partir de la ecuación propuesta por Mirabal Consuegra (2015): $W_{mín} = \dfrac{1}{a \cdot e_M + b \cdot r_d \cdot i_{ci}}$ (1.14)

Dónde: i_{ci} – es la relación de transmisión total del sistema de transmisión en la marcha conectada

r_d – es el radio dinámico de la máquina automotriz, m.

a, b –son coeficientes adimensionales del modelo matemático.

El radio dinámico se determina por la conocida expresión:

$$r_d = \left[\frac{D_0}{2} + b_o \cdot (1 - \lambda)\right] \cdot 0.0254 \tag{1.15}$$

Dónde: D_o, b_o- son correspondientemente, el diámetro de la llanta y el ancho del perfil del neumático, ambos en pulgadas en esta expresión.

λ- es el coeficiente de deformación radial del neumático, siendo λ = 0.09-0.11 para vehículos pesados y λ = 0.12-0.14 para vehículos ligeros

1.3.-Resumen de la dinámica vehicular

Según Cabrera Montiel (2015), el estudio de la dinámica vehicular puede realizarse a dos niveles: el empírico y el analítico. El empírico se basa en el procedimiento prueba y error, el cual nos permite identificar qué factores afectan sus características dinámicas, de qué modo y bajo qué condiciones. Este método puede conducirnos con frecuencia a conclusiones erróneas. Sin un conocimiento de las leyes de la Mecánica, de cómo los cambios en el diseño o en las propiedades del vehículo afectan a su desempeño,

la extrapolación de pasadas experiencias a nuevas condiciones de funcionamiento, puede introducir factores desconocidos que conduzcan a resultados contradictorios.

Por esto los ingenieros prefieren utilizar el método analítico, que es más eficiente para analizar el comportamiento mecánico de los vehículos, basándose en los conocimientos de las leyes físicas y los modelos de análisis. En algunos casos, estos modelos de análisis se realizan mediante ecuaciones algebraicas o diferenciales, que relacionan fuerza o movimiento de interés con las acciones de control ejercidas sobre el vehículo, de modo que posibilita evaluar la influencia de las características del vehículo en el fenómeno estudiado. Con este modelo es posible examinar no solo la incidencia de los diversos factores, sino también, el modo en el que actúan y bajo las condiciones que lo hacen. En fin, el modelo analítico facilita al diseñador prever los cambios necesarios para lograr las prestaciones deseadas en el vehículo.

Para la modelación matemática de los ciclos de movimiento del vehículo, se parte de las ecuaciones que describen las fuerzas actuantes sobre el mismo, en su interacción con la fuente energética y el sistema de transmisión, básicas también para la determinación de sus indicadores dinámicos y de consumo. Con el desarrollo de la actividad científica estas expresiones evolucionan, y es preciso, un estudio de las propuestas más acertadas en función de los objetivos del trabajo. Para comenzar este estudio, en la figura 1.4 se representan las fuerzas que actúan sobre un vehículo en la condición más general del movimiento, es decir, subiendo pendientes con aceleración y traccionando un remolque.

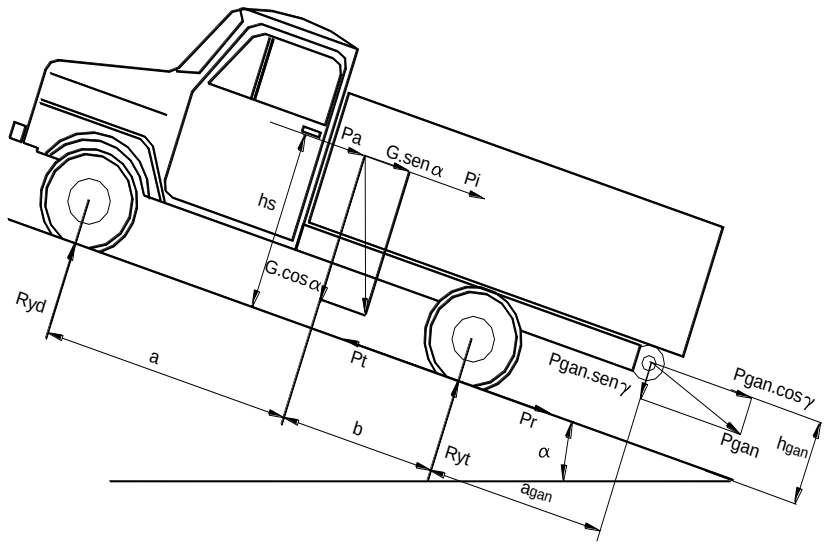


Figura 1.4 Fuerzas que actúan sobre un vehículo que se mueve por una pendiente ascendente, traccionando un remolque, con velocidad variable. Fuente: Fuentes Vega et al, 2015

En la figura:

- G, G.senα, G.cosα- peso total de la máquina automotriz equipada completamente y sus componentes, paralela a la superficie de apoyo y perpendicular a la misma, respectivamente.
- h_s, a, b- coordenadas que determinan la posición del centro de gravedad.

- a_h, h_h- coordenadas que determinan la posición del punto de enganche del remolque.
- R_{yd}, R_{yt}- reacciones del camino en las ruedas delanteras y traseras respectivamente, normales a la superficie de apoyo.
- P_r- Fuerza de resistencia al rodamiento.
- P_a- componente longitudinal de la resistencia total del aire.
- P_i- Fuerza total de inercia durante el movimiento no uniforme.
- P_t- fuerza tractiva.
- P_{gan}, $P_{gan}.sen\alpha$, $P_{gan}.cos\alpha$ - fuerza en el gancho o fuerza de tiro y sus componentes: perpendicular a la superficie de apoyo y paralela a la misma.
- α- ángulo de inclinación de la vía.

La fuerza de inercia (P_i) surge debido a la aceleración lineal del vehículo y angular de sus piezas y mecanismos en movimiento de rotación. Está aplicada en el centro de masa del vehículo, en sentido contrario a la aceleración del sistema y se expresa según:

$$P_i = \frac{G}{g} \cdot \delta_i \cdot \frac{dV}{dt}; \quad \text{N} \tag{1.16}$$

Dónde: g – es la aceleración de la gravedad, m/s^2

dV/dt – es la aceleración del vehículo, m/s^2

δ_i – es el coeficiente de las masas reducidas, que contempla el efecto de las masas en rotación no uniforme sobre la aceleración lineal del vehículo.

En el valor de δ_i tienen gran influencia la inercia del volante, de las ruedas y de los elementos fundamentales del sistema de transmisión, cabe mencionar que varios autores (Rill, 2003; Pacejka, 2001) desprecian su influencia. La experiencia demuestra que, su valor en vehículos diferentes con transmisiones similares, no varía en amplios límites, por ello es factible la utilización de expresiones empíricas (Ver tabla 1.3).

Como puede observarse la 5ta expresión es específica para algunos tipos de vehículos. El resto de las expresiones se diferencian muy poco, por lo que se adopta la siguiente:

$$\delta_i = 1.04 + {A_\delta}/{i_{si}^2} \tag{1.17}$$

Donde: A_δ= 0.04-0.06, siendo sus valores menores para vehículos ligeros y los mayores para pesados.

Tabla 1.3: Expresiones empíricas del coeficiente de las masas reducidas. Fuente: Pérez Gálvez, 2007.

	Expresión	Referencia	Año
1.	$\delta_i = 1.04 + 0.05/i_{si}^2$ Para automóviles $\delta_i = 1.15 + 0.01/i_{ci}^2$ Para tractores	D. A. Chudakov	1977
2.	$\delta_i = 1 + \delta_1 + \delta_2/i_{si}^2$; $\delta_1 = 0.03 - 0.05$; $\delta_2 = 0.04 - 0.06$	G. V. Maksapetian	1983
3.	$\delta_i = 1 + \left(\delta_1 + \delta_2/i_{si}^2\right) \cdot G/G_p$; $\delta_1 \approx \delta_2 \approx 0.03 - 0.05$	V. A. Ilarionov	1985
4.	$\delta_i = 1 + \delta_1 + \delta_2/i_{si}^2$; $\delta_1 \approx \delta_2 \approx 0.04$	A. C. Litvinov	1989
5.	$\delta_i = a_o + a_1 \cdot arctg\left(a_2/v^3\right)$; $a_o; a_1; a_2$ Coeficientes de la regresión, según tipo de vehículo.	C.R. Bennet	2001
6.	$\delta_i = 1.04 + \frac{0.0025}{i_{ci}^2}$	J.Y. Wong	2001

Donde: i_{si} – es la relación de transmisión de la caja de velocidad del vehículo.
i_{ci}- es la relación de transmisión total del sistema de transmisión.
G_p – es el peso propio del vehículo, N
v – es la velocidad de movimiento, m/s

Se denomina como **resistencia al camino** (P_c), a la resultante de la suma vectorial de la resistencia al rodamiento (P_r) y la componente longitudinal del peso en vías inclinadas o resistencia a la pendiente (P_α), razón por la cual no aparece en el diagrama del sólido rígido. $P_c = P_r + P_\alpha$ (1.18)

La resistencia a la pendiente, cuando la pendiente es positiva es una resistencia y en pendiente negativa se convierte en una fuerza motriz, o sea, se encuentra a favor del movimiento. Se expresa según:

$P_\alpha = G \cdot sen\alpha$; (N) (1.19)

La resistencia al rodamiento, se obtiene como resultado del producto de la carga normal aplicada a las ruedas por el coeficiente adimensional de resistencia al rodamiento (f), que toma en cuenta tanto las pérdidas por deformación no elástica del neumático como de la superficie de apoyo.

$P_r = f \cdot G \cdot \cos\alpha$; (N) (1.20)

Sustituyendo 1.19 y 1.20 en 1.18, la resistencia al camino se expresa de la siguiente forma:

$P_c = P_r + P_\alpha = G \cdot f \cdot \cos\alpha + G \cdot sen\alpha = G \cdot (f \cdot \cos\alpha + sen\alpha) = G \cdot \psi$ (1.21)

Dónde: ψ es el denominado coeficiente de resistencia al camino. Por su simplicidad, Pc=f(ψ) se utiliza mucho en desarrollos matemáticos de diversos fines.

En función de la pendiente puede expresarse P_c según: $P_c = \frac{G \cdot (f + p)}{\sqrt{1 + p^2}}$; (1.22)

Dónde: p es la pendiente de la vía en por ciento. Para pendientes menores del 10%, la expresión 1.22 puede simplificarse según: $P_c = G \cdot (f + p)$ (1.23)

El coeficiente de resistencia al rodamiento depende de un gran número de factores, entre los que se encuentran: el tipo y estado de la superficie de apoyo, la carga aplicada sobre las ruedas, la velocidad de movimiento, la temperatura y presión interna del neumático, el tipo de neumático, su estado y sus características constructivas. La siguiente tabla muestra algunas expresiones empíricas del coeficiente f y de P_r:

Tabla 1.4. Expresiones empíricas para la determinación del coeficiente de resistencia al rodamiento y la resistencia al rodamiento. Fuente: Pérez Gálvez, 2007

	Expresión	**Referencia**	**Año**
1.	$P_r = \frac{k_{cm} \cdot R_y^2}{D_o} \cdot \sqrt{h_o / b_o}$;	I. Evans	1954
2.	$f = 0.0165 + 0.0001 \cdot (V - 50)$	G. V. Maksapetian	1970
3.	$f = 0.86 \cdot \sqrt[3]{\frac{G_r}{k_{cv} \cdot D_o^2 \cdot b_o'}}$ Para rueda metálica conducida	Grandvoine-Goriachkin (D. A. Chudakov)	1977
4.	$f = f_0 + K_f \cdot V^2$	J. A. Gregorie	1978
5.	$f = 0{,}006 + 0{,}23 \times 10^{-6} \cdot V^2$; neumático radial $f = 0{,}007 + 0{,}45 \times 10^{-6} \cdot V^2$; neumático diagonal	L. Segel	1984
6.	$f = f_o \cdot \left(1 + \frac{V^2}{1500}\right)$	V. A Ilarionov	1985
7.	$f = \frac{(32 + V)}{2800}$		
8.	$P_r = C_{R2} \cdot (b_{11} \cdot n_r + C_{R1} \cdot (b_{12} \cdot G/g + b_{13} \cdot V^2))$	D. C. Bigss	
9.	$f = f_0 + K_f \cdot V^2; \quad K_f = 7 \cdot 10^{-6}$	A. S. Litvinov	1989
10.	$f = (0{,}0041 + 0{,}000041 \cdot V) \cdot Ch$; neumático radial $f = (0{,}0066 + 0{,}000046 \cdot V) \cdot Ch$;neumático diagonal	P. D. Cenek	1991
11.	$f = f_o \cdot (1 + V / 44.7)$	T. Gillespie	1992
12.	$f = (c_{r1'} + c_{r2'} \cdot V)$	M. Petterson	1996
13.	$P_r = 9.8066 \cdot f_o \cdot (c_{f1} \cdot v + c_{f2}) \cdot G / 1000$	Rakha, Lucic	

14.	$f = f_{iso} + 0.0000945 \cdot (V^2 - V_{iso}{}^2) - 0.0154 \cdot (V - V_{iso})$	T. Sandberg (Michelin)	2001
15.	$f = k_2 + k_3 \cdot V^n$	J. Y. Wong	
16.	$P_r = p_n \cdot R_y \cdot \left(a_r + b_r \cdot V + c_r \cdot V^2\right)$	K. J. Kelly	2002
17.	$f = G_r \cdot (0{,}04 + 1{,}2 / C_N)$	M. Saarilahti (Wismer&Luth 1973)	
18.	$f = G_r \cdot (0.017 + 0.453) \cdot N_{CI}$	M. Saarilahti (Maclaurin's 1990)	
19.	$f = 0.01 \cdot (1 + V/100)$	M. Coyle (Gillespie 1999)	
20.	$f = f_o + 3.24 \cdot f_S \cdot (V/100)^{2,5}$	M. Coyle (Institute of Technology in Stuttgart)	
21.	$f = f_o \cdot (1 + 6.5 \cdot 10^{-4} \cdot V^2)$	T. Georgiev	2003

Donde: D_o, b_o, h_o -Diámetro de la llanta, ancho y altura del perfil del neumático, respectivamente.
k_{cm} –Constante que depende del material de la rueda.
k_{cv} –Coeficiente de compresión volumétrica del suelo.
K_f–Coeficiente que toma en cuenta la dependencia de f con la velocidad.
C_{R1}, C_{R2} -Factores de resistencia a la rodadura de la rueda y de la superficie, respectivamente.
b_{11}, b_{12}, b_{13} – Parámetros del modelo matemático de Bigss
n_r –Número de ruedas.
N_{CI}-Coeficiente que depende del índice de conicidad de los neumáticos.
C_h - Coeficiente según el tipo de superficie de apoyo.
$c_{r1'}$, $c_{r2'}$- Coeficientes que dependen del tipo de neumático y la presión de inflado, respectivamente.
c_{f1}, c_{f2} –Coeficientes que dependen de la velocidad y del neumático.
f_{iso}- Coeficiente f, según ISO 9948, a la velocidad especificada por la norma (V_{iso}).
k_1, k_2 –Coeficientes que dependen del tipo de neumático.
a_r, b_r, c_r- Coeficientes del modelo.
G_r –peso del remolque.
f_s - Coeficiente de resistencia a la rodadura que considera el efecto de la velocidad.
R_y- Carga que recae sobre la rueda.
p_n- Presión de inflado.

Con respecto a estas expresiones, se desechan aquellas que:

- Son específicas para ruedas metálicas o macizas.
- Las que son específicas para aplicaciones agrícolas o para un tipo determinado de neumático.
- Las que no toman en cuenta la velocidad, el tipo de neumático y el estado de la superficie de apoyo.
- Las que dependen de valores experimentales que no se encuentran en la literatura con la amplitud necesaria

En la práctica se seleccionan los valores de f, según las condiciones viales, a partir de valores tabulados para bajas velocidades (f_o), para después incluir el efecto de la velocidad en el mismo. Por ello, la expresión más adecuada de f, para los fines del trabajo, es la 9, utilizada con buenos resultados en varios trabajos de investigación. (Pérez Gálvez, 2007; Pérez Gálvez, et al., 2010; Fuentes Vega, et al., 2015; Mirabal Consuegra, 2015). Por tanto, P_c se expresa por:

$$P_c = G \cdot (f + p) = G \cdot (f_o + k_f \cdot V^2 + p) = G \cdot (\psi_o + k_f \cdot V^2) \text{ ; (N)} \qquad (1.24)$$

Dónde: $\psi_o = f_o + p$, factible de medirse en experimentos de carretera con una 5ta rueda.

Las fuerzas aerodinámicas elementales que actúan en cada punto de la superficie de un vehículo, son diferentes en magnitud y dirección, por tanto, el conjunto de estas puede ser representado por la fuerza aerodinámica total. La proyección de esta, en la dirección del movimiento, es la denominada **resistencia aerodinámica** (P_a); siendo la ecuación básica para su determinación (Fuentes Vega, et al., 2015):

$$P_a = \frac{\rho}{2} \cdot C_D \cdot F \cdot V_r^{\,2} \text{; (N)} \qquad (1.25)$$

Donde: V_r - velocidad relativa del vehículo respecto al aire, m/s.

ρ- densidad del aire, kg/m^3

F - área frontal proyectada del vehículo en un plano perpendicular a la dirección del movimiento, m^2

C_D –coeficiente de resistencia aerodinámica.

El área frontal proyectada también puede calcularse, si no se conoce el dato del fabricante, con ecuaciones aproximadas, mediante la siguiente expresión:

$$F = m_a \cdot B \cdot H \quad (\text{m}^2) \text{ Para vehículos pesados} \qquad (1.27)$$

$$F = m_a \cdot A \cdot H \quad (\text{m}^2) \text{ Para vehículos ligeros} \qquad (1.28)$$

Donde: m_a – es un coeficiente de aprovechamiento del área, que en el caso de los vehículos pesados oscila entre 0.9-1 y en los ligeros entre 0.7-0.85

A, B, H –son respectivamente el ancho, la vía y altura máxima del vehículo, m.

La ecuación básica de la fuerza de resistencia aerodinámica, 1.25, aparece en muchos trabajos. En la tabla 1.5, se relacionan algunas de las formas más significativas que toma esta ecuación.

Tabla 1.5. Expresiones de la fuerza de resistencia aerodinámica. (Tomado de Fuentes Vega, 201

	Expresión	Referencia	Año
1.	$P_a = (1{,}12 \div 1{,}38) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot C_D \cdot F \cdot v^2 = K_{aer} \cdot V^2$	R, Pérez Gálvez	2007
2.	$P_a = \frac{13.44 \cdot 10^{-3} \cdot C_D \cdot F \cdot V^2}{T_{aire}}$	M. Cárdenas	2006
3.	$P_a = \rho_{nm} \cdot C_D \cdot C_H \cdot F \cdot V^2$ $C_H = 1 - 8.5 \cdot 10^{-5} \cdot H_{nm}$	H. Rakha	2004
4.	$P_a = (1{,}12 \div 1{,}38) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot C_D \cdot F \cdot V^2$ $\rho = 0{,}0566 + 1{,}225 \cdot (1 - 2{,}26 \times 10^{-5} \cdot H_{nm})^{4{,}225} - 0{,}00377 \cdot T_{aire} \cdot 1{,}1985$	V. Millo	2004
5.	$P_a = \frac{\rho}{2} \cdot V^2 \cdot C_{D(\theta)} \cdot F_{(\theta)}$	T. Muster	2000
6.	$P_a = 0.5 \cdot \rho_{nm} \cdot C_x \cdot F \cdot V^2$ $P_a = K \cdot F \cdot V^2$	A. Litvinov	1989

Dónde: ρ_{nm} –densidad del aire al nivel del mar.

C_H –coeficiente de altitud

$C_{D(\theta)}$, $F_{(\theta)}$ –coeficiente de resistencia aerodinámica y área frontal proyectada, tomando en cuenta la dirección del viento

C_x, K –coeficientes aerodinámicos. (Ver Tabla 1, Anexo1)

K_{aer} es un coeficiente aerodinámico, que considera la forma aerodinámica del vehículo, el área frontal proyectada, los efectos del cambio de la dirección del viento en la magnitud de P_a y las condiciones climáticas en que se realiza la evaluación, las cuales definen el valor de ρ.

Debido a que, en la práctica, existe un ángulo variable entre la dirección del movimiento y la dirección del viento, se recomienda incrementar el valor del coeficiente aerodinámico entre un 12 y un 38% (Bennet, 2001), los menores valores para autos ligeros y los mayores para camiones articulados. En este incremento está incluida la influencia de la velocidad relativa del aire, lo que justifica utilizar en la determinación de P_a, la velocidad de movimiento del vehículo y no la velocidad relativa respecto al aire.

Pudiera parecer, que las expresiones de la tabla anterior difieren notablemente de la expresión 1.25, pero lo cierto es que representan el mismo fenómeno, sólo que algunas expresiones consideran el carácter variable de la densidad del aire con la temperatura (T_{aire}) y la altura sobre el nivel del mar (H_{nm}), y en otras se considera el efecto de la dirección del viento. Debido a que la expresión 1 considera el mayor número de factores, y fue utilizada con buenos resultados en el doctorado de Pérez Gálvez, es que se elige para los cálculos a desarrollar en esta investigación. De tal modo la nueva expresión queda:

$$P_a = (1{,}12 \div 1{,}38) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot C_D \cdot F \cdot v^2 = K_{aer} \cdot V^2 \qquad (1.29)$$

En la Tabla 1 del Anexo 1, se muestran los valores recomendados de Cx y de K para diferentes tipos de vehículos.

Cuando un vehículo transita por una curva, las ruedas se deforman una cantidad finita, dando lugar a un pequeño ángulo de deriva entre la dirección del movimiento y la dirección de la rueda, es decir, entre el eje de simetría de la huella de la rueda y la proyección del plano de simetría vertical de la rueda en el plano horizontal. Debido a ello, se genera en el vehículo una fuerza en contra del movimiento que se denomina **Resistencia a las curvas**. Esta resistencia se ha demostrado que es proporcional a la fuerza lateral aplicada a la rueda (R_z) y al ángulo de deriva (θ_d) (Bennet, 2001).

La resistencia a las curvas se presenta ocasionalmente, pues la mayor parte del tiempo se transita por vías rectas, por lo que no se utiliza generalmente en los cálculos dinámicos (Mirabal Consuegra, 2015). En el presente trabajo, con fines de evaluar la remotorización vehicular, es menos necesaria, por lo cual se obvia profundizar en su estudio.

La fuerza de tiro o resistencia en el gancho (P_{gan}), surge debido a la acción de las resistencias al movimiento del remolque, y se compone de las resistencias a la rodadura (P_{rr}), a la pendiente ($P_{\alpha r}$) y la resistencia de inercia (P_{ir}). $P_{gan} = P_{rr} + P_{\alpha r} + P_{ir}$; (N) (1.30)

La resistencia aerodinámica del remolque no se calcula independientemente, sino que se considera incrementando la del vehículo tractor en un 25%, 44% y 55%, en dependencia de que existan 1, 2 o 3 remolques. Bennet (2001), considera sólo el incremento del 10%, pero se considera más acertado el primer criterio, porque establece diferenciación con respecto al número de remolques y porque nos coloca del lado seguro. Partiendo de ello, la ecuación general de las resistencias en el gancho quedaría como:

$$P_{gan} = G_r \cdot sen\alpha + G_r \cdot \left(f_o + K_f \cdot V^2\right) \cdot \cos\alpha + \frac{G_r}{g} \cdot \delta_r \cdot \frac{dV}{dt} \qquad (1.31)$$

Ya que las únicas masas en rotación del remolque son las ruedas, en su caso el coeficiente de las masas reducidas en el remolque (δ_r) se determina según: $\delta_r = 1 + \frac{g}{G_r \cdot r_{dr}^2} \cdot \sum I_r$

Dónde: I_r – es el momento de inercia de una rueda del remolque

r_{dr} – es el radio dinámico de las ruedas del remolque, m

La fuerza tractiva (P_{tx}), es la fuerza motriz del movimiento, surge producto de la interacción rueda-superficie de apoyo, cuando hacia el puente se transmite un momento motriz. Como fuerza motriz es la encargada de vencer todas las resistencias que se producen durante el movimiento en las condiciones dadas (Fuentes Vega, et al., 2015). Su magnitud se calcula según:

$$P_{tx} = \frac{M_r}{r_d} = \frac{M_{ex} \cdot \eta_o \cdot \eta_s}{r_d \cdot i_{ci}};\ (\text{N}) \qquad (1.32)$$

Donde: M_r –momento aplicado a la rueda motriz, N.m

η_o, η_s –eficiencia mecánica de la transmisión y eficiencia al patinaje del vehículo.

r_d –radio dinámico de la rueda del vehículo, m

i_{ci} –relación de transmisión total

Para los cálculos prácticos, en condiciones normales de movimiento $\eta_s \cong 0{,}98 - 1$.

De la sumatoria de fuerzas en la dirección del movimiento, en un vehículo en su condición más general del movimiento, tal y como se muestra en la figura 1.4, se arriba al balance de tracción:

$$P_{tx} - P_r - P_\alpha - P_i - P_a - P_{gan} = 0 \qquad (1.33)$$

Partiendo de la ecuación 1.33, y sustituyendo en esta las ecuaciones correspondientes a cada una de las resistencias, se obtiene **la ecuación general del movimiento**:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{P_t - (G + G_r) \cdot (f \cdot \cos\alpha + sen\alpha) - P_a}{\frac{G}{g} \cdot \delta + \frac{G_r}{g} \cdot \delta_r} \qquad (1.34)$$

La posibilidad de un vehículo de vencer las resistencias sumarias al movimiento (P_{tnec}) está limitada por dos factores:

1. La fuerza tractiva que el conjunto motor-transmisión es capaz de generar en las ruedas en característica exterior, a esa velocidad (P_{tx}), para vencer la resistencia sumaría al movimiento de la máquina automotriz (P_{tnec});

2. La fuerza de adherencia (P_μ) existente entre rueda-superficie de apoyo. De tal forma, la **condición del movimiento** se expresa por: $P_{tnec} \leq P_{tx} \leq P_\mu$

En vías con elevado valor del coeficiente de adherencia (μ), se considerará la P_{tnec} como la limitante principal de la dinámica del vehículo.

1.4.-La velocidad mínima de movimiento estable ($V_{mín}$)

1.4.1.-Definición e importancia.

En muchos cálculos de ingeniería, en la esfera del transporte automotor, se precisa definir el rango de trabajo del motor durante el movimiento del vehículo, para utilizarlo en cálculos dinámicos, de consumo y en la determinación de la característica exterior de velocidad del motor, la característica tractiva del vehículo y en los indicadores fundamentales que se derivan de la misma. Existen criterios establecidos en la literatura para la definición de la frecuencia de rotación máxima, tanto para motores de gasolina como diésel, no siendo así para la frecuencia de rotación mínima en movimiento estable ($W_{mín}$), que es la frecuencia de rotación que garantiza el movimiento estable de la máquina automotriz en cada marcha. Para garantizar el trabajo estable del vehículo, a velocidad constante o variable, venciendo las resistencias existentes al movimiento, es necesario que la frecuencia de rotación del motor $W \geq W_{mín}$. Del concepto de $W_{mín}$ se desprende el de velocidad mínima estable del vehículo en una marcha determinada ($V_{mín}$), a partir de las conocidas relaciones que se establecen entre ambas magnitudes. Su determinación experimental se realiza bajo condiciones viales concretas, preferiblemente en polígonos de ensayo, en los cuales el vehículo alcanza cierta velocidad mínima límite, por debajo de la cual su movimiento se torna inestable. En muchos casos, cuando se requiere conocer la $V_{mín}$ para la determinación de cualidades dinámicas, de consumo y otras, y no es posible determinarla experimentalmente por razones de costo, recursos materiales y humanos o por la propia inexistencia física del vehículo, se hace necesario definir criterios, que posibiliten su determinación teórica. **(**Pérez Gálvez et al., 2007)

1.4.2.-Resultados obtenidos en la determinación teórica de la velocidad mínima de movimiento estable.

La búsqueda en la literatura, no arroja muchos criterios en tal sentido. Sólo se encuentra que Litvinov (1989), plantea una expresión para su determinación, que brinda valores muy próximos a W_M, pero distante de los resultados que arrojan estudios experimentales.

En su trabajo doctoral Pérez Gálvez (2007) propuso primeramente un método novedoso de determinación de la eficiencia mecánica de la transmisión (η_o), que después aplicaría en la expresión propuesta para la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable. La expresión de la eficiencia, considera

la incidencia en la misma de la carga, la velocidad de movimiento, el tipo de transmisión y la marcha conectada. $\eta_o = \chi - \frac{(2+0.09\cdot V)\cdot G\cdot r_d\cdot i_{ci}\cdot 10^{-3}}{M_e}$ (1.35)

Dónde: $\chi = 0.98^k \cdot 0.97^l \cdot 0.995^m \cdot 0.997^n$ (1.32)

k, l, m, n –indicadores que corresponden al número de engranajes cilíndricos y cónicos que transmiten potencia, el número de cardanes que transmiten carga y el número de cojinetes accionados en el sistema de transmisión, respectivamente.

Los valores de k, l m y n, como una vía para facilitar los cálculos de la eficiencia, se muestran diferentes ubicaciones del motor y del puente motriz, para diferentes fórmulas de ruedas y marcha conectada en la Tabla 2 del Anexo 1.

El método teórico de determinación de la $V_{mín}$, parte de la ecuación adimensional del movimiento:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\delta_i}\cdot(D-\psi) \quad (1.36)$$

Como se conoce: $D = \frac{P_{tx}-P_a}{G} = \frac{\frac{M_{ex}\cdot\eta_o\cdot\eta_s}{r_d\cdot i_{ci}} - K_{aer}\cdot V^2}{G}$ (1.37)

Como esta velocidad se considera constante, la aceleración es cero. Por tal razón, en la expresión 1.28: $D-\psi = 0$, o lo que es lo mismo: $D = \psi$. (1.38)

O sea, en un gráfico de D vs V, la ordenada indica también el valor de ψ (Fig. 1.5.a). A partir de datos experimentales de $V_{mín}$ se pretende obtener una dependencia $\psi = f(V)$, de forma que $D(V)-\psi(V)=0$ proporcione una ecuación en función de la velocidad, de donde pueda obtenerse la $V_{mín}$. Sustituyendo 1.37 en 1.38 y sustituyendo las expresiones del torque y de la eficiencia mecánica de la transmisión, se obtiene, después de algunas transformaciones:

$$\frac{\chi\cdot\left(M_{eN}\cdot C_1 + \frac{M_{eN}\cdot C_2}{V_{Ni}}\cdot V_{mín} - \frac{M_{eN}\cdot C_3}{V_{Ni}^{\ 2}}\cdot V_{\min}^2\right)}{G\cdot r_d\cdot i_{ci}} - (2+0.09\cdot V_{mín})\cdot 10^{-3} - \frac{K_{aer}\cdot V_{\min}^2}{G} = \psi_i \quad (1.39)$$

Con los valores experimentales de $V_{mín}$ reportados en la literatura, especificados para diferentes vehículos en cada una de sus marchas, se sustituye en 1.31 y se determina para cada uno el valor de ψ_i. Con el conjunto de valores de ψ_i se encuentra la dependencia $\psi = f(V)$, que caracterizará la población de

vehículos pesados de transmisión mecánica. En la Figura 1.5.b se muestra la dependencia $\psi = f(V)$, la cual se corresponde con un Modelo Recíproco:

$$\psi_i = \frac{1}{(3.7515 \cdot V_{mín} + 0.4147)} \tag{1.40}$$

Sustituyendo 1.40 en 1.39 y agrupando, se obtiene finalmente la expresión para determinar $V_{mín}$:

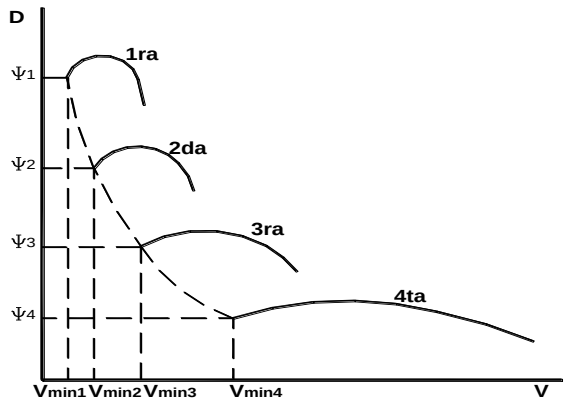
$$a_v \cdot V_{mín}^3 + b_v \cdot V_{mín}^2 + c_v \cdot V_{mín} + d_v = 0 \tag{1.41}$$

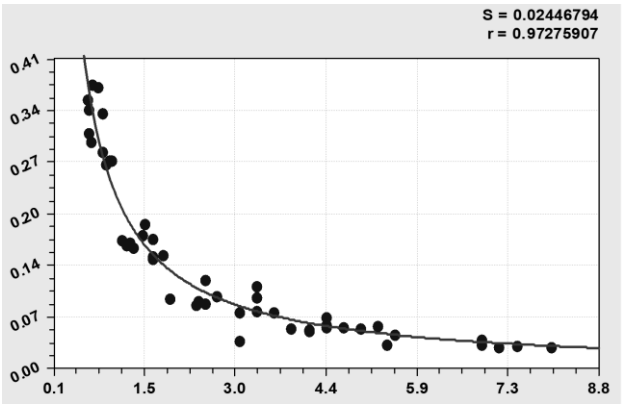
$$a_v = -\frac{3.7515}{G} \cdot \left(\frac{M_{eN} \cdot C_3 \cdot \chi}{r_d \cdot i_{ci} \cdot v_N^2} + K_{aer} \right); \qquad d_v = 0.4147 \cdot \left(\frac{M_{eN} \cdot C_1 \cdot \chi}{G \cdot r_d \cdot i_{ci}} - 2 \cdot 10^{-3} \right) - 1$$

$$b_v = 3.7515 \cdot \left(\frac{M_{eN} \cdot C_2 \cdot \chi}{G \cdot r_d \cdot i_{ci} \cdot v_N} - 9 \cdot 10^{-5} \right) - \frac{0.4147}{G} \cdot \left(\frac{M_{eN} \cdot C_3 \cdot \chi}{r_d \cdot i_{ci} \cdot v_N^2} - K_{aer} \right);$$

$$c_v = 3.7515 \cdot \left(\frac{M_{eN} \cdot C_1 \cdot \chi}{G \cdot r_d \cdot i_{ci}} - 2 \cdot 10^{-3} \right) + 0.4147 \cdot \left(\frac{M_{eN} \cdot C_2 \cdot \chi}{G \cdot r_d \cdot i_{ci} \cdot v_N} - 9 \cdot 10^{-5} \right);$$

$$K_{aer} = (1.12 - 1.38) \cdot \frac{\rho_a}{2} \cdot C_x \cdot F = K \cdot F$$





(a) (b)

Fig. 1.5 Dependencia de $\psi = f(V)$: enfoque teórico (a) y determinación experimental (b). Fuente: Pérez Gálvez, 2007.

La expresión 1.41, si bien brinda resultados adecuados y constituye un paso de avance, pues posibilita la determinación de la $V_{mín}$ con fundamentos científicos, tiene como dificultades, las siguientes:

- Es una ecuación de 3er grado, razón por lo cual se dificulta la determinación de la $V_{mín}$, pues hay que recurrir a software especializados o determinarla por métodos aproximados, que reducen su exactitud.
- Si bien algunos análisis teóricos demostraron que la menor $V_{mín}$ se obtiene para característica exterior de velocidad, la práctica no concuerda con ello.
- La base de datos experimental utilizada es de 9 vehículos, tomando los valores de $V_{mín}$ en cada una de sus marchas. De ser posible, ampliar la base de datos experimental, proporcionaría resultados de mayor confiabilidad.
- Si bien la ecuación 1.40 se determina con un grado alto de exactitud (r= 0.97 y s=0.024), no es menos cierto que no es la ecuación definitiva, pues debe sustituirse en la expresión 1.39, obtenida teóricamente, para por despeje determinar la expresión definitiva de la $V_{mín}$. Esto le resta exactitud a los resultados.
- Como la expresión es cúbica, brinda 3 resultados, de los cuales hay que escoger el adecuado, en ocasiones 2 de ellos no son números reales.

Por tales razones, es que se estimó conveniente continuar trabajando en el perfeccionamiento de los resultados, con una base de datos experimentales mayor, y en la determinación de una expresión, más sencilla, que brindara resultados confiables. Esto sin desconocer la importancia del aporte que representó la determinación de la expresión 1.41.

Del Sol Morales (2014), opta por establecer dependencias funcionales de la $V_{mín,}$ con respecto a parámetros de conocida incidencia en la capacidad de movimiento de la máquina automotriz, entre los cuales seleccionó los siguientes: a).-La potencia específica; b).-La relación de transmisión total; c).-Los índices de elasticidad del motor; d).-El rango de relaciones de transmisión de la caja de velocidad; e).-El radio dinámico; f).-El torque máximo

El trabajo de Del Sol Morales arrojó, que la dependencia con mejores resultados es:

$$V_{mín} = f\left(\frac{N_\gamma \cdot eM}{r_d \cdot en \cdot i_{ci}}\right) \qquad (1.42)$$

Los resultados fueron procesados con el software Curve Expert, para determinar el modelo que mejor se ajusta a los resultados, que en este caso fue el **Modelo Recíproco**: $y = \frac{1}{a \cdot x + b}$ (1.43)

En la figura 1, de Anexo 1, se muestran la dependencia, con sus valores de ajuste, y los residuales del modelo obtenido. Esta dependencia, fue obtenida con una base de datos mayor, es mucho más sencilla y es una dependencia directa, la cual queda como sigue: $V_{min} = \frac{1}{a \cdot \left(\frac{10^2 \cdot N_\gamma \cdot e_M}{i_{ci} \cdot e_n \cdot r_d}\right) + b}$ (1.44)

No obstante, la contribución que desde el punto de vista metodológico tuvo el anterior trabajo, en el mismo se cometieron algunos errores y valoraciones inadecuadas de algunos datos técnicos de los vehículos con valores experimentales de $V_{mín}$, que afectaron los resultados del mismo.

Mirabal Consuegra (2015), con una base de datos de 19 vehículos pesados con resultados experimentales de $V_{mín}$ de diferentes características, aplica la metodología desarrollada por Pérez Gálvez y obtiene una ecuación también de 3er grado, pero en este caso resultó ser un **modelo hiperbólico**: y=a+b/x, a diferencia de Pérez Gálvez, que obtiene un modelo recíproco:

$$\psi = a + \frac{b}{V_{mín}} = \frac{a \cdot V_{mín} + b}{V_{mín}} \qquad (1.45)$$

Dónde: a= 0,0011603332; b= 0,158662812

Después de sustituir y reagrupar obtiene:

$$a_v \cdot V_{mín}^3 + b_v \cdot V_{mín}^2 + c_v \cdot V_{mín} + d_v = 0 \qquad (1.46)$$

$$a_v = -\left(\frac{M_{eN} \cdot C_3 \cdot \chi}{G \cdot r_d \cdot i_{ci} \cdot v_N^2} + \frac{K_{aer}}{G}\right);\ b_v = \left(\frac{M_{eN} \cdot C_2 \cdot \chi}{G \cdot r_d \cdot i_{ci} \cdot V_N} - 9 \cdot 10^{-5}\right);\ c_v = \frac{M_{eN} \cdot C_1 \cdot \chi}{G \cdot r_d \cdot i_{ci}} - 0{,}0031603332$$

$$d_v = 0{,}158628$$

La expresión 1.46, si bien es también de 3er orden, posee coeficientes más sencillos que los obtenidos por Pérez Gálvez en su trabajo (Ver expresión 1.33). En la figura 2, de Anexo 1, se muestran las gráficas correspondientes a la dependencia $\psi = f(V_{mín})$, con sus valores de ajuste, y los residuales del modelo, obtenidas en el Curve Expert.

Mirabal Consuegra, en el referido trabajo, opta por establecer dependencias funcionales con respecto a parámetros de conocida incidencia en la capacidad de movimiento de la máquina automotriz, que puedan tener un comportamiento regular con la $V_{mín}$, para por esta vía definir un modelo de determinación de la misma. Estos parámetros se analizarían en forma aislada y en combinación con otros, atendiendo al efecto que provocan en la $V_{mín}$, entre los cuales, se seleccionan los siguientes: a).-La potencia específica; b).-La relación de transmisión total; c).-Los índices de elasticidad del motor; d).-El rango de relaciones de transmisión de la caja de velocidad, en relación con el número de marchas y e).-El radio dinámico.

Procesando estadísticamente estos parámetros, define que la dependencia funcional en vehículos pesados, viene dada por la relación $\left(\frac{e_M}{i_{ci}\cdot r_d}\right)$, con la cual se establece un modelo Recíproco, por tanto, la

$V_{mín}$ queda expresada como: $V_{mín} = \frac{1}{a\cdot\left(\frac{e_M}{i_{ci}\cdot r_d}\right)+b}$ (1.47)

Dónde: a = 0.012977157; b = -0.0032441348

En la figura 3 del Anexo 1, se muestra la dependencia, con sus valores de ajuste, y los residuales del modelo obtenido.

Se aprecia con claridad, que los resultados alcanzados con la expresión 1.47, para vehículos pesados, son superiores a los de cualquier variante. Además, se comprueba que puede considerarse, en cada vehículo, que la frecuencia de rotación mínima estable ($W_{mín}$), es constante para todas sus marchas.

1.5.-Los indicadores que valoran la relación motor-sistema de transmisión.

1.5.1.-Definición y expresiones de cálculo.

A partir de la propia construcción de la característica tractiva y del análisis de los indicadores que evalúan la relación motor-sistema de transmisión, derivados de la misma, se obtienen criterios importantes para la valoración de las remodelaciones que contemplan sustitución del motor o de componentes del sistema de transmisión. No obstante, los cálculos que posibilitan su construcción, son imprescindibles también para determinar los regímenes más adecuados de movimiento y el comportamiento del consumo de combustible.

En la literatura se hace mención al significado e importancia del solape y de las áreas de ausencia de potencia y en menor medida a la selectividad del conjunto motor-sistema de transmisión, pero no es hasta el trabajo doctoral de Millo Carmenate (2003), que se realiza una propuesta de los indicadores para evaluarlos. Estos indicadores sufren modificación con el trabajo de Pérez Gálvez (2007), al introducir en su determinación expresiones para el cálculo de la eficiencia mecánica de la transmisión y de la velocidad mínima de movimiento estable, modificando sus rangos de variación.

En la figura 1.6 se muestra la característica tractiva de un vehículo de 4 marchas, cuyo sistema de transmisión no posee conjuntos con patinaje continuo y la característica ideal correspondiente. En ella se señala el solape entre marchas (a, b y c) y las áreas de ausencia de potencia (d, e, f, g y h), así como los intervalos ΔP_{t1}, ΔP_{t2} y ΔP_{t3}, que definen la selectividad de marcha.

Cuando el número de relaciones de transmisión en la caja de velocidad aumenta, disminuyen las áreas de ausencia de potencia, pero puede hacerse más compleja la conducción del vehículo. El valor de las áreas de ausencia de potencia, es un indicador de la correcta selección del conjunto motor-sistema de transmisión para el vehículo. En el caso del área de ausencia de potencia de 1ra marcha (marcada como d en la figura), tiene gran incidencia en el área sumaria de ausencia de potencia y depende en gran medida de la $V_{mín}$ en esa marcha.

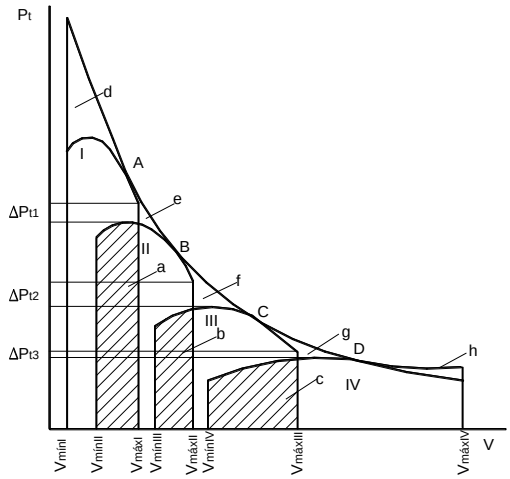


Fig. 1.6: Característica tractiva e ideal de un vehículo de 4 marchas. Fuente: Fuentes Vega et al., 2015.

Las áreas de ausencia de potencia muestran, desde la $V_{mín}$ en 1ra marcha hasta la $V_{máx}$ en marcha superior, en qué medida la característica tractiva real se adecua a la ideal. A menores áreas de ausencia de potencia, mejores serán las cualidades dinámicas del vehículo, pues el conjunto fuente energética-sistema de transmisión se aproxima más a lo ideal.

Las áreas de ausencia de potencia se valoran a partir del **coeficiente de aprovechamiento del área ideal (S_a)**, el cual en su forma elemental se presenta como:

$$S_a = (A_{real} / A_{ideal}) \cdot 100 \qquad (1.48)$$

Dónde: A_{real}- es el área sumaria bajo las curvas reales.

A_{ideal}- es el área bajo la curva de fuerza tractiva ideal.

Ambas áreas se obtienen por integración en cada una de las marchas.

El solape entre marchas, muestra el rango de valores de velocidad que corresponden a dos marchas consecutivas. El solape depende de los valores de la $V_{mín}$ en cada marcha y de la $V_{máx}$ en la marcha precedente, con excepción de la 1ra marcha. Sin solape no es posible el cambio de marcha y valores pequeños lo dificultan extraordinariamente. Cuando el solape es amplio, los cambios de marcha se producen con facilidad y suavidad, aumentando el confort y mejorando las cualidades dinámicas del vehículo.

El solape entre marchas se evaluará a partir del **coeficiente de recubrimiento**, que es la relación entre la suma de los rangos de velocidades que se solapan en cada marcha ($\sum \Delta V$) y la suma de los rangos de variación de las velocidades en cada marcha para ese vehículo ($\sum \Delta v_T$)

$$S_o = \sum \Delta V / \sum \Delta V_T = \sum_{i=2}^{m} \left(V_{\max i-1} - V_{\min i}\right) / \sum_{i=1}^{m} \left(V_{\max i} - V_{\min i}\right) \qquad (1.49)$$

La selectividad es un concepto menos conocido y poco tratado en la literatura. Se define como la capacidad del conjunto motor-sistema de transmisión de brindar cobertura a las diferentes condiciones de carga con efectividad, es decir, con mayor velocidad y adecuado coeficiente de aprovechamiento de la potencia. Tiene gran incidencia en las cualidades dinámicas y de consumo de la máquina automotriz.

En el caso de la selectividad, se define el **coeficiente de selectividad**, como el aprovechamiento de las posibilidades tractivas entre el rango de fuerza tractiva:

$$S_e = \frac{\left(P_{tx\max I} - P_{tv\max MS}\right) - \sum_{i=2}^{m} \left(P_{tv\max i-1} - P_{tx\max i}\right)}{P_{tx\max I} - P_{tv\max MS}} \cdot 100 \qquad (1.50)$$

1.5.2.-Las dependencias funcionales de los indicadores que evalúan la relación motor-sistema de transmisión.

En trabajos anteriores se ha fundamentado la necesidad de establecer las dependencias funcionales, dado que el mero establecimiento de los rangos de variación de los coeficientes no es suficiente para definir lo adecuado o no de un motor, en un vehículo con un sistema de transmisión determinado.

Mirabal Consuegra (2015), define un modelo para la determinación de la $V_{mín}$, en vehículos pesados, que brinda buenos resultados. Con este resultado, y apoyado en una base de datos de 74 vehículos pesados, establece las dependencias funcionales de los coeficientes que valoran la relación motor-sistema de transmisión en este tipo de vehículos.

Con posterioridad, definido un modelo para la determinación de la $V_{mín}$ en vehículos ligeros, Miranda Molina (2021), con una base de datos de 235 vehículos, en su mayoría con motor de gasolina, propone los rangos de variación de los coeficientes y sus dependencias funcionales.

A continuación, los resultados en ambos tipos de vehículos:

Coeficiente de aprovechamiento del área ideal:

Rango de variación	Vehículos ligeros	Vehículos pesados
	S_a = 46-64	S_a = 69-88

Tabla 1.6. Dependencia funcional del coeficiente de aprovechamiento del área ideal

Modelo:	Ecuación:	Coeficientes
Recíproco cuadrático, para vehículos ligeros	$S_a = \frac{1}{\left[a + b \cdot \left(\frac{e_M \cdot r_d}{e_n}\right) + c \cdot \left(\frac{e_M \cdot r_d}{e_n}\right)^2\right]}$	a=0.013083 b=0.000196 c=0.070405
Polinomial de 3er grado para vehículos pesados	$S_a = a + b \cdot (e_M \cdot N_{em\acute{a}x}) + c \cdot (e_M \cdot N_{em\acute{a}x})^2 + d \cdot (e_M \cdot N_{em\acute{a}x})^3$	a =72.272045 b =-0.054507 c =0.000566 d =-8.26e-007

Coeficiente de recubrimiento:

Rango de variación	Vehículos ligeros	Vehículos pesados
	S_o = 57-72	S_o = 39-70

Tabla 1.7. Dependencia funcional del coeficiente de recubrimiento.

Modelo:	Ecuación:	Coeficientes
Saturation Growth-rate, para vehículos ligeros	$S_o = \frac{a \cdot [V_{m\acute{a}x} \cdot m/(V_{m\acute{i}n} \cdot r_d)]}{b + [V_{m\acute{a}x} \cdot m/(V_{m\acute{i}n} \cdot r_d)]}$	a=74.82294 b=132.49731.
Polinomial de 3er grado para vehículos pesados	$S_a = a + b \cdot \left(\frac{W_{m\acute{a}x} - W_{minI}}{m}\right) + c \cdot \left(\frac{W_{m\acute{a}x} - W_{minI}}{m}\right)^2 + d \cdot \left(\frac{W_{m\acute{a}x} - W_{minI}}{m}\right)^3$	a =121.0552 b =-4.4433 c =0.0916 d =-0.00059

Coeficiente de selectividad:

Rango de variación	Vehículos ligeros	Vehículos pesados
	Se =54-86	Se =21-94

Tabla 1.8. Dependencia funcional del coeficiente de selectividad.

Modelo:	Ecuación:	Coeficientes
Hiperbólico, para vehículos ligeros	$S_e = a + \frac{b}{e_M}$	a=2.4989825 b=2.0206891.
Función Racional para vehículos pesados	$S_e = \frac{a + b \cdot e_M}{(1 + c \cdot e_M + d \cdot {e_M}^2)}$	a = 6.649154 b = -4.2938209

		c = -1.3800692 d = 0.47941488

1.5.3.-Limitaciones de los resultados obtenidos. Las tendencias en el mejoramiento de los mismos.

Se resume a continuación un análisis de los resultados obtenidos, comenzando con los modelos de determinación de la velocidad mínima de movimiento estable ($V_{mín}$).

El modelo de 3er grado, obtenido por Pérez Gálvez (2008) y mejorado por Mirabal Consuegra (2015), aunque con coeficientes más sencillos, sigue brindando resultados se ven afectados por la inexactitud de los métodos de solución de estas ecuaciones, aún empleando softwares como el Derive. Como quiera que es el método de determinación teórica con mayor fundamento científico, no se debe dejar de buscar otros softwares que brinden mayor exactitud en los resultados, en tal sentido, se proyecta trabajar en la solución de la ecuación de 3er grado con el MatLab.

Este modelo se determinó tanto para vehículos ligeros como pesados, si bien los mejores resultados son los de vehículos pesados, pues se han trabajado por más tiempo y se han ido perfeccionando. Esto indica la conveniencia de continuar trabajando lo obtenido en vehículos ligeros.

En relación con ambos modelos, no existe una base de datos actual de $V_{mín}$ y las posibilidades de emprender un trabajo de determinación experimental, en nuestras condiciones, son mínimas, por no decir imposibles, pues sería determinarla en un grupo amplio de vehículos, ligeros y pesados, en todas sus marchas, y por supuesto, con varias repeticiones para garantizar la confiabilidad de los resultados.

Se obtuvieron mejores resultados al establecer dependencias funcionales con parámetros de conocida incidencia en la capacidad de movimiento de la máquina automotriz. Los resultados en vehículos pesados son adecuados, en vehículos ligeros hay que continuar perfeccionándolos, aún con el método empleado hasta el momento. Otra vía sería, para ambos casos, perfeccionar desde el punto de vista estadístico, la búsqueda de las relaciones entre la $V_{mín}$ y diferentes combinaciones de parámetros, adicionando, si así se recomienda, nuevos parámetros.

En cuanto a la determinación de los rangos de variación y las dependencias funcionales de los indicadores que valoran la relación motor-sistema de transmisión se puede expresar lo siguiente:

- Los rangos de variación de los mencionados indicadores en vehículos pesados se realizaron con una base de datos de 74 vehículos. Dado que esa base de datos se ha ampliado considerablemente deben actualizarse los rangos de variación, empleando la metodología utilizada en vehículos ligeros.

- Ampliada la base de datos de los vehículos pesados, deben establecerse nuevamente las dependencias funcionales en cada uno de los indicadores.
- Tanto, para el caso de los vehículos ligeros como en el de los pesados, las dependencias funcionales debían mejorarse a partir del mejoramiento de los métodos estadísticos empleados.
- De lograrse, tanto para los motores diésel modernos como para los de inyección de gasolina, un nuevo modelo que represente su característica exterior de velocidad, habría que reelaborar los estándares de variación del coeficiente de aprovechamiento del área ideal. Habría que sentarse a pensar, que otras posibles variaciones serían necesarias.

1.6.-Conclusiones parciales.

- Es imprescindible, para la correcta definición de los rangos de variación de los coeficientes de elasticidad y de los coeficientes que valoran la relación motor-sistema de transmisión en vehículos ligeros ampliar la base de datos con los datos técnicos imprescindibles de los mismos.
- Se hace necesario redefinir los indicadores de elasticidad en los motores con rangos de variación de las frecuencias de rotación con torque y potencia constante.
- Del mismo modo, las expresiones que posibilitan determinar los coeficientes de la relación motor-sistema de transmisión deben ser reelaborados en estos nuevos motores.
- Siendo las ecuaciones de 3er grado, que se utilizan para determinar la velocidad mínima de movimiento estable, las que mayor fundamentación teórica poseen, deben dirigirse los esfuerzos a la búsqueda de métodos de solución que humanicen el trabajo y garanticen resultados teóricos que se ajusten mejor a los experimentales.

CAPÍTULO II. METODOLOGÍA DE TRABAJO.

2.1.-Introducción.

Este capítulo se inicia con la redifinición de los indicadores de elasticidad para los motores que poseen rangos de variación de la frecuencia de rotación con torque y potencia constante. Para los vehículos que poseen estos motores se reelaboran, dentro del mismo epígrafe, los modelos que se utilizan para la determinación teórica de los indicadores que evalúan la relación motor-sistema de transmisión. Se concluye el capítulo con las propuestas metodológicas para la actualización y presentación de los rangos de variación de los coeficientes de elasticidad, por un lado, y por el otro, una propuesta, desde el punto de vista estadístico, para la elaboración de un modelo que determine la velocidad mínima de movimiento estable.

2.2.-Redefinición de los indicadores de elasticidad y de los coeficientes que evalúan la relación motor-sistema de transmisión en los nuevos motores.

Existe una tendencia actual en la fabricación de motores diésel, que es la de establecer un rango de frecuencias de rotación en las cuales el torque máximo o la potencia máxima o ambos inclusive, se mantienen constantes en un rango relativamente amplios de frecuencias de rotación (Fig. 2.1)

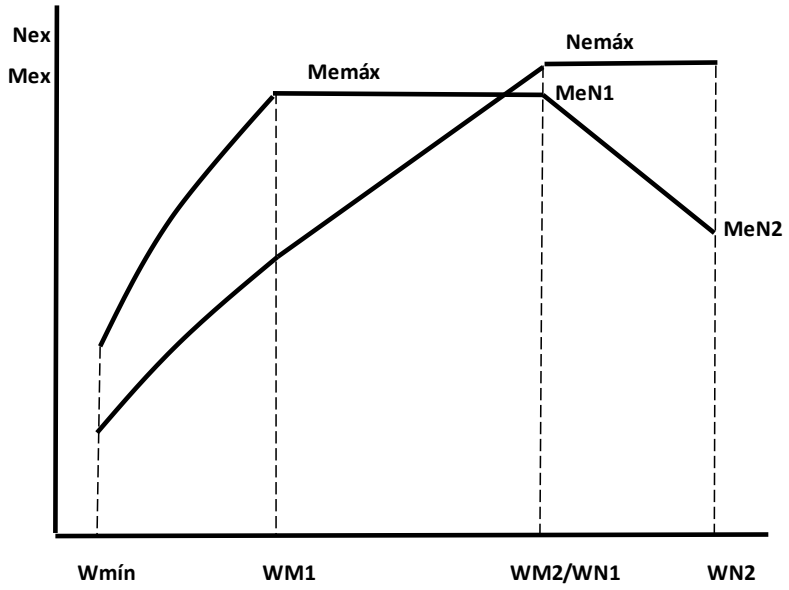


Fig. 2.1. Característica exterior de velocidad de un motor. **Fuente: Elaboración propia**

Con la $N_{emáx}$ **constante** se logra una mayor adecuación de la característica exterior de velocidad real a la característica ideal en un amplio rango de frecuencias de rotación. Con ello debe producirse una reducción de las áreas de ausencia de potencia.

Con el **Memáx constante**, ya no se trata de una frecuencia de rotación donde el torque alcanza el valor máximo, ahora existe un amplio rango de frecuencias de rotación en que el motor entrega torque máximo y donde se obtienen elevadas reservas de torque. En este caso, deben existir mayores

posibilidades de lograr adecuados valores del coeficiente de aprovechamiento de la potencia, lo que se traduce en reducciones de los indicadores de consumo.

En tales casos hay que adecuar las definiciones anteriores de los coeficientes de elasticidad.

En tal sentido, en el caso del coeficiente de elasticidad de torque, es necesario calcular el torque a potencia máxima, presente en su expresión, para la máxima frecuencia de rotación a que se alcanza la potencia máxima, pues sólo así el coeficiente se adecua al concepto original.

$$e_M = \frac{M_{em\acute{a}x}}{M_{eN2}} \tag{2.1}$$

En caso del coeficiente de elasticidad de frecuencia de rotación, la frecuencia de rotación a potencia máxima (W_N) debe considerarse la máxima frecuencia de rotación a que se alcanza $N_{emáx}$, y para la frecuencia de rotación a torque máximo (W_M), la mínima frecuencia de rotación a que alcanza el $M_{emáx}$ constante, como se indica en la figura. De esta manera se emplea en la determinación de e_n, acorde con el concepto original, el rango fundamental de trabajo del motor.

$$e_n = \frac{W_{N2}}{W_{M1}} \tag{2.2}$$

En cuanto a los indicadores que evalúan la relación motor-sistema de transmisión, se hace necesario definir las expresiones que posibiliten determinar los coeficientes que evalúan la relación motor-sistema de transmisión en vehículos que trabajen con motores con rangos de variación de la frecuencia de rotación con potencia y torque constantes.

Se inicia este trabajo, con el **coeficiente de aprovechamiento del área ideal (S_a)**, el cual en su forma elemental se presenta como (expresión 1.48): $S_a = (A_{real} / A_{ideal}) \cdot 100$. En la figura 2.2 se muestra una característica tractiva de un vehículo de 8 marchas, cuyo motor tiene rangos de variación de la frecuencia de rotación con potencia y torque constante.

El área bajo la curva ideal se determina según:

$$\int_{V\min I}^{VmáxMS} P_{tideal} \cdot dV = \int_{VmínI}^{VmáxMS} \frac{N_{emáx} \cdot \eta_o \cdot 10^3}{V} \cdot dV \tag{2.3}$$

Cuya solución es:

$$\int_{V\min I}^{VmáxMS} P_{tideal} \cdot dV = \left[\left(10^3 \cdot \chi \cdot N_{emáx}\right) - \left(2 \cdot G\right)\right] \cdot \log \frac{V_{máxMS}}{V_{\min I}} - 0.09 \cdot \left(V_{máxMS} - V_{\min I}\right) \tag{2.4}$$

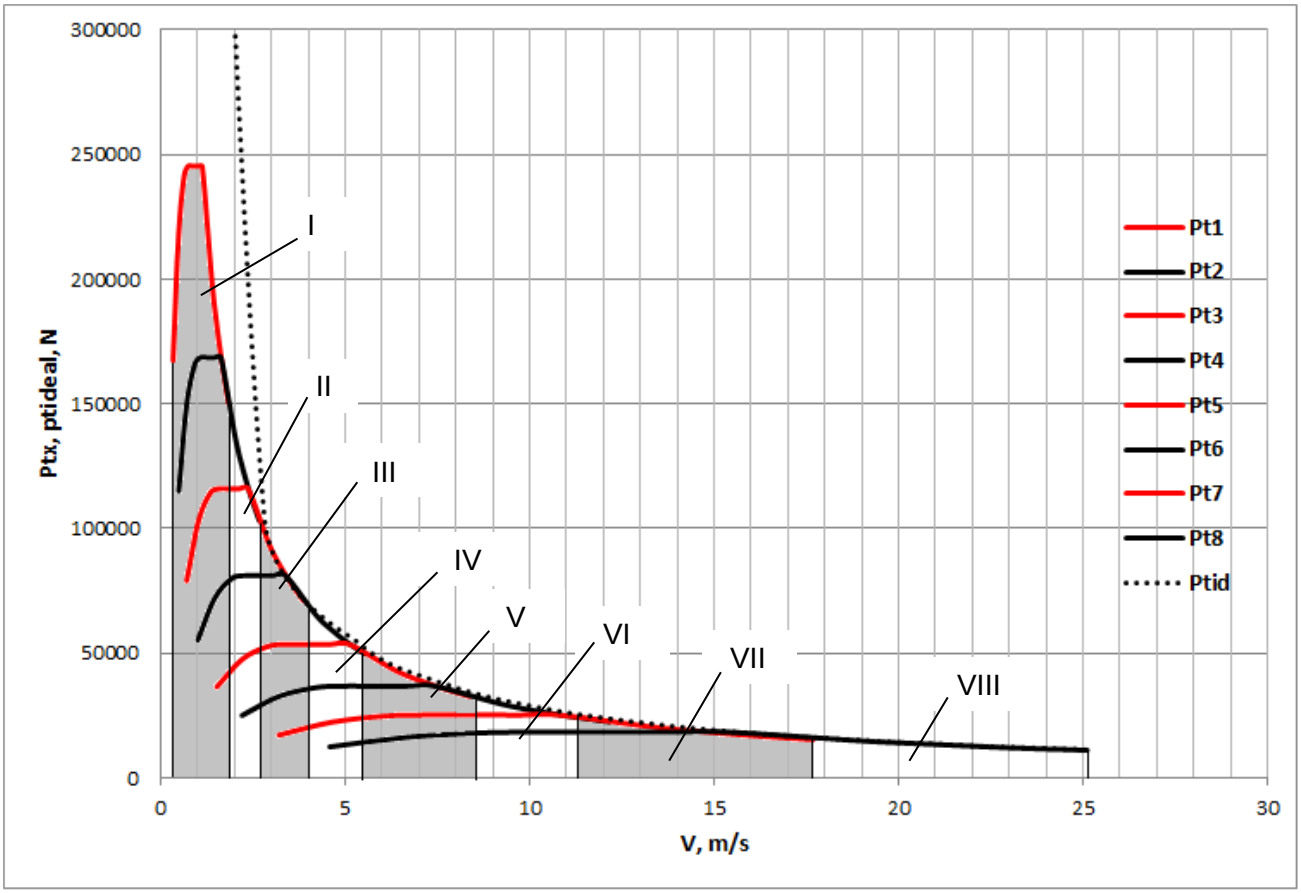


Fig. 2.2. Característica tractiva de un vehículo de 8 marchas que posee un motor con potencia y torque constante durante un rango de variación de la frecuencia de rotación. Fuente: Guerra Pérez, 2018.

La diferencia en la determinación del coeficiente se produce en el cálculo del área bajo las curvas reales. Para determinarla hay que definir 3 secciones diferentes en cada marcha: 1).-La que va desde la velocidad mínima de movimiento estable en cada marcha hasta la velocidad que se determina con la frecuencia de rotación W_{M1} (Figura 2.1); 2).-la que contempla las velocidades que se generan en el rango de frecuencias de rotación a torque máximo constante; 3).-la que contempla las velocidades que se generan en el rango de frecuencias de rotación a potencia máxima constante.

Como las marchas se solapan (en la figura 2.2 se muestran los solapes entre marchas con vistas a la determinación del área bajos las curvas reales), y lo que se determina es el área sumaria, hay que

determinar las velocidades que definen cada una de las secciones, en cada marcha. Así la velocidad máxima de la marcha precedente, define en que sección se inicia la integración en la marcha siguiente.

La primera sección, desde $V_{míni}$ hasta la velocidad definida por W_{M1} (V_{M1i}), se caracteriza por un intenso crecimiento del torque, que según Aranzola Rodríguez (2011), se representa mejor a partir de la dependencia siguiente:

$$M_{ex} = M_{emáx} \cdot \frac{a \cdot \left(\frac{W_x}{W_N}\right)}{1 + b \cdot \left(\frac{W_x}{W_N}\right) + c \cdot \left(\frac{W_x}{W_N}\right)^2} \tag{2.5}$$

Dónde: $a = \frac{(e_n - 1)^2}{e_M - 1}$; $b = \frac{e_n^2 + 1 - 2 \cdot E}{e_M - 1}$; $c = e_n^2$ (2.6)

La expresión 2.5 puede representarse en función de la velocidad:

$$M_{ex} = M_{emáx} \cdot \frac{a \cdot \left(\frac{V_x}{V_N}\right)}{1 + b \cdot \left(\frac{V_x}{V_N}\right) + c \cdot \left(\frac{V_x}{V_N}\right)^2} \tag{2.7}$$

La fuerza tractiva en esa sección: $P_{txi} = \frac{M_{ex} \cdot \eta_0}{r_d \cdot i_{ci}} = \frac{M_{ex} \cdot \chi}{r_d \cdot i_{ci}} - (2 + 0.09 \cdot V) \cdot G \cdot 10^{-3}$ (2.8)

Sustituyendo 2.7 en 2.8 se tiene:

$$P_{tx} = \frac{a \cdot \chi \cdot M_{emáx}}{r_d \cdot i_{ci}} \cdot \frac{\left(V_x / V_{Ni}\right)}{c \cdot \left(V_x / V_{Ni}\right)^2 + b \cdot \left(V_x / V_{Ni}\right) + 1} - (2 + 0.09 \cdot V) \cdot G \cdot 10^{-3} \tag{2.9}$$

El área bajo la curva, en la sección 1 será:

$$A_{s1} = \frac{a \cdot \chi \cdot M_{emáx}}{r_d \cdot i_{ci}} \cdot \int_{Vmini}^{VM1} \frac{\left(V_x / V_{Ni}\right) \cdot dV}{c \cdot \left(V_x / V_{Ni}\right)^2 + b \cdot \left(V_x / V_{Ni}\right) + 1} - G \cdot [2 \cdot 10^{-3} \cdot (V_{M1} - V_{mini}) - -9 \cdot 10^{-5} \cdot (V_{M1}^2 - V_{mini}^2)] \tag{2.10}$$

La integral tiene dos posibles soluciones:

Si $b^2 < 4 \cdot c$

$$\int_{Vmini}^{VM1} \frac{\left(V_x / V_{Ni}\right) \cdot dV}{c \cdot \left(V_x / V_{Ni}\right)^2 + b \cdot \left(V_x / V_{Ni}\right) + 1} = \left[\frac{2}{\sqrt{4 \cdot c - b^2}} \cdot arc\ tg\left(\frac{2 \cdot c \cdot V + b}{\sqrt{4 \cdot c - b^2}}\right)\right]_{Vmini}^{VM1} \tag{2.11}$$

Si $b^2 > 4 \cdot c$

$$\int_{Vmini}^{VM1} \frac{\left(V_x/V_{Ni}\right)\cdot dV}{c\cdot\left(V_x/V_{Ni}\right)^2+b\cdot\left(V_x/V_{Ni}\right)+1} = \left[\frac{1}{\sqrt{b^2-4\cdot c}}\cdot ln\left(\frac{2\cdot c\cdot V+b-\sqrt{b^2-4\cdot c}}{2\cdot c\cdot V+b+\sqrt{b^2-4\cdot c}}\right)\right]_{Vmini}^{VM1} \quad (2.12)$$

La sección 2 es un rectángulo con $P_{tmáx}$, por tanto, el área de la curva real bajo esta sección:

$$A_{s2} = P_{tmáx}\cdot(V_{M2}-V_{M1}) = M_{emáx}\cdot\eta_0\cdot(W_{M2}-W_{M1}) \quad (2.13)$$

La sección 3 es el área bajo una curva de potencia constante. En tales condiciones el torque se determina según: $M_{ex} = \frac{N_{emáx}\cdot 10^3}{W_x}$ (2.14)

La fuerza tractiva: $P_{tx} = \frac{M_{ex}\cdot\eta_0}{r_d\cdot i_{ci}} = \frac{M_{ex}\cdot\chi}{r_d\cdot i_{ci}} - (2+0.09\cdot V)\cdot G\cdot 10^{-3}$ (2.15)

$$P_{tx} = \frac{N_{emáx}\cdot 10^3\cdot\chi}{W_x\cdot r_d\cdot i_{ci}} - (2+0.09\cdot V)\cdot G\cdot 10^{-3} = \frac{N_{emáx}\cdot 10^3\cdot\chi}{V_x} - (2+0.09\cdot V)\cdot G\cdot 10^{-3} \quad (2.16)$$

En el caso de los **coeficientes de recubrimiento** (expresión 1.48) y **de selectividad** (expresión 1.49) no sufren variaciones en sus expresiones de determinación originales.

2.4.-Propuesta metodológica para la actualización de los rangos de variación de los indicadores básicos de los motores de combustión interna y su presentación.

En el capítulo 1 se expone que la determinación de los coeficientes C_1, C_2 y C_3, necesarios para calcular la potencia y el torque de los motores en la característica exterior de velocidad, se realiza sobre la base de inter-relaciones entre los coeficientes de elasticidad. Además, los indicadores de elasticidad de por sí, constituyen elementos importantes para la evaluación de las cualidades de los motores de combustión interna, lo cual es considerado como la evaluación preliminar de lo adecuado o no de un motor con fines de remotorización.

Por tal razón, se hace imprescindible contar con rangos de variación de los indicadores de elasticidad actualizados. Los rangos de variación de estos coeficientes, que se muestran por ejemplo en la Metodología Ejecución Cambios y Conversiones Automóviles del MITRANS (Fernández Tamayo et al., 2018) datan de la década de los años 80, a pesar de que a partir de la década de los 90 se produce un intenso proceso de cambio en las características de los motores de combustión interna, tanto de gasolina como diésel.

Producto de ello se trabajó en el incremento de la base de datos de vehículos, lográndose incrementar la base de datos existente en 385 vehículos ligeros con motores de gasolina de numerosas marcas y modelos como: Alfa Romeo, Audi, BMW, Citroen, Fiat, Ford, Mercedes Benz, Opel, Peugeot, Renault, Honda, Mazda, Mitsubishi, Nissan, Toyota, Volvo y Baz.

En el caso del diésel la base de datos consta de 660 motores. Las la misma fue confeccionadas sobre la base de numerosas marcas: Cummins, Detroit Diesel, Deutz, Hino, Hyundai, Isuzu, Iveco, Merces Benz, MWM, Navistar, Scania, Sinotruck, Volvo y Yuchai, entre otros.

De tal modo, se procederá a la actualización de los rangos de variación de los vehículos ligeros de gasolina, que era la base de datos que más lo requería, pues en el caso de los vehículos pesados se contaba con una base amplia de vehículos y motores diésel, aunque también se incrementó la base de datos.

Primeramente, se compararán los valores actualizados de los coeficientes con los rangos de variación establecidos, para comprobar la necesidad o no de actualizar el rango de variación.

El rango de variación de los coeficientes se va a elegir a partir del 80 % de los coeficientes con mayor frecuencia de presentación.

No es suficiente con actualizar la base de datos, hace falta mostrar el rango de variación, de modo que pueda apreciarse dentro del mismo, cuales son los valores más frecuentes. Esto aporta un elemento más para la toma de decisiones. Esto se realizará construyendo en cada caso un histograma y un polígono de frecuencias, para los indicadores de elasticidad de frecuencia de rotación y de torque, por separado en motores de gasolina y diésel.

La expresión a continuación permitirá determinar los intervalos de clases para la elaboración del histograma y polígono de frecuencia.

$$n_{idc} = 1 + 3.322 \cdot \log_{10}(n_m) \qquad (2.17)$$

Dónde: nidc = número de intervalos de clase
nm = número de motores

2.5.-Propuestas metodológicas para la determinación de la velocidad mínima de movimiento estable en vehículos ligeros y las dependencias funcionales de los coeficientes que evalúan la relación motor-sistema de transmisión por vía estadística.

Para el desarrollo de esta investigación se requiere contar con una base de datos experimental de velocidades mínimas de movimiento estable, y junto con ello, una base de datos técnicos de esos vehículos, que nos posibilite el estudio de las correlaciones desde el punto de vista estadístico.

Iniciando con la búsqueda del chi en la primera y segunda marcha de los 18 vehículos ligeros con la siguiente formula:

$$\mathrm{Pt} - \mathrm{Pa} = P_c \tag{2.18}$$

Se realizo la simplificación de la expresión 2.18 mediante un análisis estadístico donde se ve que tanto la relación de trasmisión total, como el radio dinámico, el peso del vehículo, la resistencia aerodinámica y la eficiencia de la trasmisión no ejercen incidencias significativas. La expresión (2.19) obtenida nos permitirá determinar el coeficiente de resistencia al camino.

$$\mathrm{Pt} = Memax\left(C1 + C2 * \left(\frac{Vmin}{VN}\right) - C3 * \left(\frac{Vmin}{VN}\right)^2\right) = \Psi \tag{2.19}$$

$$\Psi = Memax\left(C1 + C2 * \left(\frac{Vmin}{VN}\right) - C3 * \left(\frac{Vmin}{VN}\right)^2\right) \tag{2.20}$$

Con un análisis de conglomerados se realizó una comparación entre los coeficientes de resistencia al camino en cada uno de los vehículos dando como resultado que las condiciones en las que fueron determinadas las velocidades mínimas experimentales son las mismas, lo que nos permite iniciar con el desarrollo del método estadístico para determinar la Vmin teórica.

El análisis estadístico se realiza utilizando el software SPSS 20.0, con el objetivo de determinar los grupos de vehículos que tienen diferentes velocidades mínimas en primera marcha y luego definir cuáles son los parámetros de diseño de estos que los diferencian.

El primer paso es un análisis de conglomerados, con el fin de agrupar los vehículos con similares velocidades mínimas en primera marcha. Se obtienen dos grupos de vehículos, tal como se muestra en un grupo de tablas insertadas en el Anexo2. Este análisis se realiza solo en la primera marcha, pues al cambiar la relación de trasmisión se cambia el par de fuerza aplicado, y así la velocidad de rotación se

mantiene dentro del rango útil de velocidad de rotación, por ende si la Vmin de primera marcha es diferente entre dos vehículos, las demás lo serán también.

Para determinar cuáles son los parámetros de diseño de los vehículos, que hacen que sean diferentes sus velocidades mínimas en los conglomerados obtenidos, se realiza una prueba no paramétrica para evaluar si existe diferencia de las medias de los parámetros de cada vehículo en los grupos. Como resultado de este análisis, se demuestra que son significativas las diferencias para el peso de los vehículos, las dimensiones frontales del mismo, las relaciones de transmisión en cada una de las marchas (is1, is2, is3, is4) y la relación de transmisión del puente motriz (im).

Se realiza un análisis de regresión lineal, para determinar un modelo que relacione la velocidad mínima en cada marcha con estos parámetros que caracterizan las diferencias entre los conglomerados. Para garantizar aplicabilidad práctica al modelo, se utilizan como variables dependientes: las relaciones de transmisión total para cada marcha, el área frontal proyectada y la potencia específica de los vehículos.

El modelo obtenido es el siguiente:

Vmin1=-2.206+1.814*Nesp+0.673+4.363*it1+3.769*it2+6.655*it3+5.540*it4 (2.21)

iti=isi*im

Af=H*B

Nesp=Nemaxfab/G

Este modelo explica el 96,1% de la varianza de los residuos, con un error estándar de estimación de 0,96. Esta ecuación se podrá utilizar para vehiculos ligeros de hasta 4 marchas. A la hora de calcular la Vmin en cada una de las marchas con la ecuación anterior es neceatio hacer 0 las iti de las demás marchas y solo dar valor a la marcha en la que se esta trabajando.

2.6.-Conclusiones parciales.

- Los coeficientes de elasticidad se redefinen de modo que conserven su esencia original, aun en los motores que poseen potencia y torque constante en un amplio rango de frecuencias de rotación.
- Se relabora el modelo que posibilita la determinación del coeficiente de aprovechamiento del área ideal en los motores con potencia y torque constante, y por las características de los mismos, se hizo imprescindible dividir la curva de fuerza tractiva en cada marcha en 3 secciones muy bien

definidas. Esto complejiza el cálculo del coeficiente, sobre todo en vehículos con alto número de marchas.

- Debe determinarse en trabajos posteriores, si las particularidades del ejemplo de cálculo son comunes en todos los vehículos con motores de estas características, con vistas a simplificar el cálculo del coeficiente.
- Los coeficientes de recubrimiento y de selectividad, no tienen cambios en sus expresiones, pero deben tener rangos de variación, que son específicos para estos motores.
- El desarrollo de una nueva expresión de velocidad mínima por método estadístico calculada en vehículos ligeros y con ciertas restricciones se requiere evaluar en el próximo capitulo y comparar su margen de error con las expresiones desarrolladas en investigaciones anteriores.

CAPÍTULO III: ANÁLISIS DE RESULTADOS.

3.1.-Introducción.

En este capítulo se analizan y muestran los resultados obtenidos. El trabajo se inicia con la determinación de los rangos de variación de los coeficientes de elasticidad en una base de datos de 385 vehículos ligeros de gasolina, graficando los resultados para facilitar la toma de decisiones. Se concluye con el análisis de los resultados obtenidos en la determinación de la velocidad mínima en vehículos ligeros, realizando una comparación de los resultados obtenidos con trabajos investigativos anteriores.

3.2.-Los rangos de variación de los indicadores de los motores de combustión interna.

A partir de la base de datos actualizada, se calculan los coeficientes de elasticidad, y tal y como se plantea en la metodología, se comparan los valores obtenidos con los rangos de variación establecidos desde los años 80.

En la figura 3.1 se muestra el comportamiento de los coeficientes de elasticidad de torque en los motores de gasolina. Las líneas rojas representan el rango establecido (e_M=1.1-1.3). Dentro de rango se encuentra una parte considerable de los vehículos (78.70%) y se puede apreciar con claridad que pocos son los vehículos que se encuentran por encima al límite superior (3.12%), mientras que una cantidad mayor se encuentran por debajo del límite inferior (18.18%).

Con la utilización de la expresión 2.17 se determina el número de intervalos de clase, que en este caso es 9.588, por ende, se aproxima a 10 intervalos

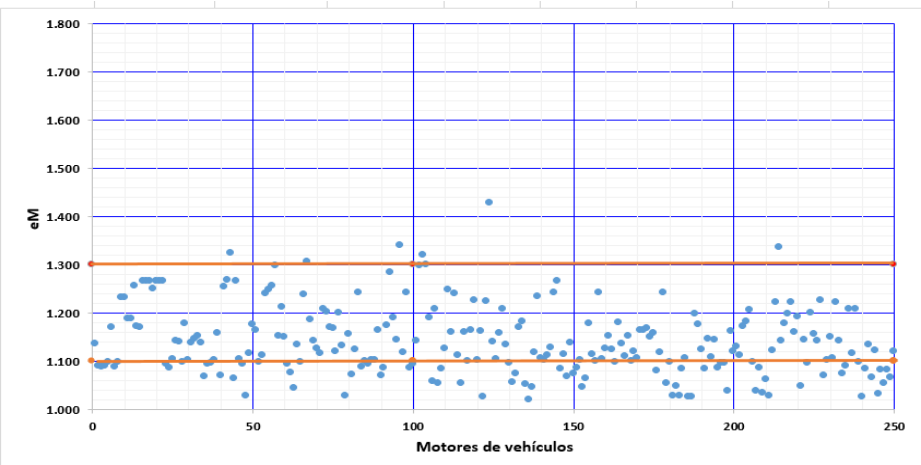


Fig. 3.1. Rango establecido de e_M y valores que alcanza el coeficiente en motores de gasolina.

Fuente: Elaboración propia.

La tabla 3.1muestra las marcas de clase y las frecuencias absolutas, que se utilizaran para elaborar el histograma y el polígono de frecuencias (figura 3.2).

Intervalos de Clases	Frecuencias absolutas	Marca de Clases
1.00-1.07	70	1.04
1.08-1.15	173	1.115
1.16-1.23	88	1.195
1.24-1.31	42	1.275
1.32-1.39	8	1.355
1.40-1.47	3	1.435
1.48-1.55	0	1.515
1.56-1.63	0	1.595
1.64-1.71	0	1.675
1.72-1.79	1	1.755

Tabla 3.1. Frecuencias absolutas y marcas de clase de los coeficientes de elasticidad de torque de la base de datos de vehículos con motores de gasolina.

Fuente: Elaboración propia.

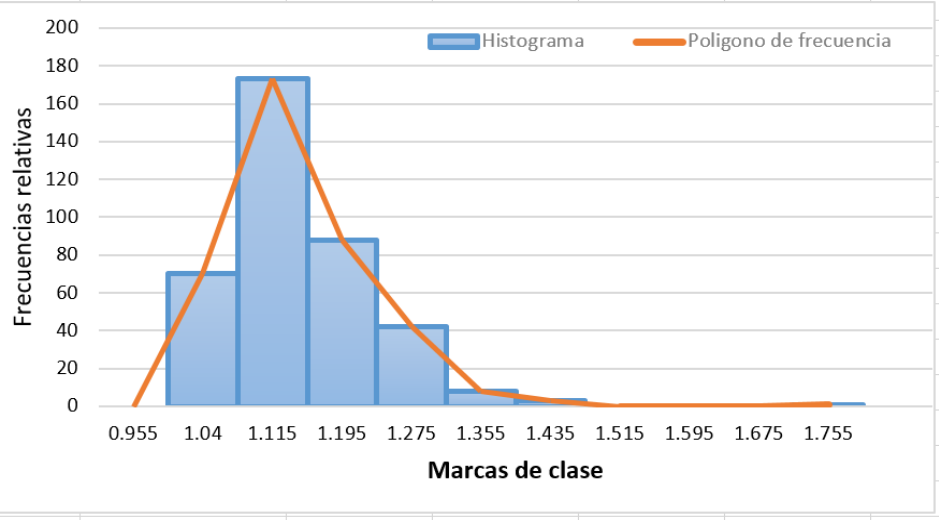


Fig. 3.2. Histograma y polígono de frecuencias de los coeficientes de elasticidad de torque de los motores de gasolina de la base de datos.

Fuente: Elaboración propia.

- El rango de variación de la elasticidad de torque se mantiene prácticamente entre los mismos valores, porque los incrementos de potencia en los nuevos vehículos buscan incrementos de frecuencia de rotación, para aumentar velocidad de movimiento, con discretos incrementos de torque para vencer las resistencias. Además, si los incrementos de torque vienen acompañados

con lógicos incrementos del torque a potencia máxima, esto da lugar al comportamiento que se observa en vehículos ligeros, en contraste con el diésel donde las variaciones son significativas.

- Aplicando los mismos criterios se modifica el rango hasta alcanzar el 80% del total, quedando como. **e_M = 1.08-1.31** aunque vale recalcar mas frecuente con diferencia se encuentra para e_M=1.08-1.15**.**

En la figura 3.3 se muestra el comportamiento de los coeficientes de elasticidad de frecuencia de rotación de los motores de gasolina. Con líneas rojas se representa el rango establecido (e_n=1.3-2.0).

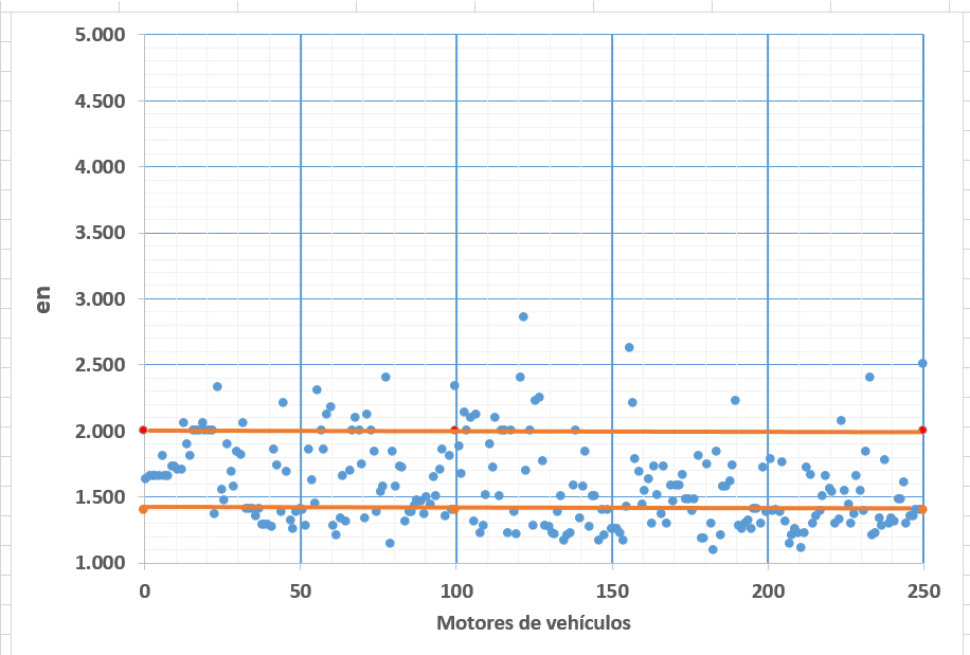


Fig. 3.3. Rango establecido de e_n y valores que alcanza el coeficiente en motores de gasolina.

Fuente: Elaboración propia.

En la figura 3.3 se puede apreciar que dentro del rango se encuentra el 56.36% de los vehículos, y se puede apreciar con claridad que pocos son los vehículos que se encuentran por encima al límite superior (12.20%), mientras que una cantidad mayor se encuentran por debajo del límite inferior (31.44%).

Utilizando el mismo número de intervalos de clases, se confecciona la tabla 3.2, la cual muestra las frecuencias absolutas y las marcas de clase de los coeficientes de elasticidad de frecuencia de rotación de los vehículos con motores de gasolina, que se utilizan para elaborar el histograma y el polígono de frecuencia. (figura3.4)

Intervalos de Clases	**Frecuencias absolutas**	**Marca de Clases**
1.00-1.35	121	1.18
1.36-1.71	139	1.535
1.72-2.07	78	1.895
208-2.43	24	2.255

2.44-2.79	5	2.615
2.80-3.15	9	2.975
3.16-3.51	1	3.335
3.52-3.87	6	3.695
3.88-4.23	0	4.055
4.24-4.59	2	4.415

Tabla 3.2. Frecuencias absolutas y marcas de clase de los coeficientes de elasticidad de frecuencia de rotación de la base de datos de vehículos con motores de gasolina.

Fuente: Elaboración propia.

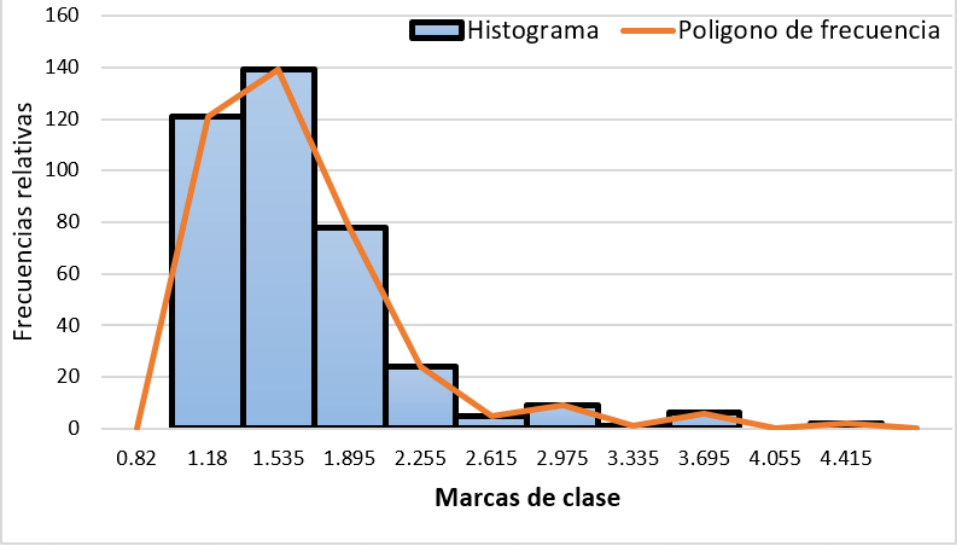


Fig. 3.4. Histograma y polígono de frecuencias de los coeficientes de elasticidad de frecuencia de rotación de los motores de gasolina de la base de datos

Fuente: Elaboración propia.

- La elasticidad de frecuencia de rotación, no depende de cuanto se haya o no incrementado la frecuencia de rotación máxima, sino de la relación que guarda con respecto a la frecuencia de rotación a torque máximo.
- Producto del comportamiento, se propone establecer como rango de variación del coeficiente **e_n=1.10-2.07**, que engloba el 82.34% de los motores de gasolina considerados.

En la figura 3.5 se muestran los valores de eM calculados para diésel limitando del rango de establecido para el coeficiente (eM=1.05-1.15) con una línea roja.

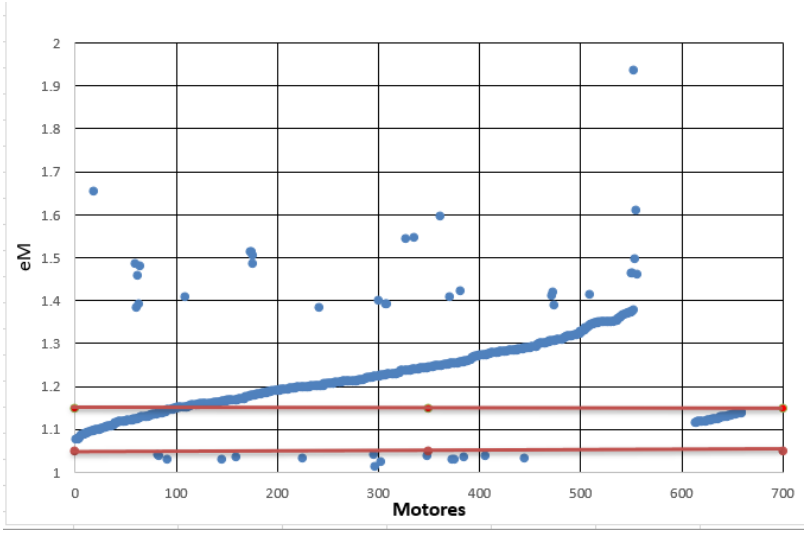


Fig. 3.5. Rango establecido de e_M y valores que alcanza el coeficiente en motores diésel actuales.

Fuente: Elaboración propia.

En este caso el número de intervalos de clase es de 10.26 aunque se utilizara 12. La tabla 3.3muestra las marcas de clase y las frecuencias absolutas, que se utilizaran para elaborar el histograma y el polígono de frecuencia (figura 3.6).

Intervalo de clase	Frecuencia absoluta	Marcas de clase
1.01-1.05	16	1.03
1.06-1.10	35	1.08
1.11-1.15	79	1.13
1.16-1.20	12	1.18
1.21-1.25	182	1.23
1.26-1.30	100	1.28
1.31-1.35	55	1.33
1.36-1.40	43	138
1.41-1.45	7	1.43
1.46-1.50	8	1.48
1.51-1.55	5	1.53
> de 1.56	4	1.58

Tabla 3.3. Frecuencias absolutas y marcas de clase de los coeficientes de elasticidad de torque de la base de datos de motores diésel.

Fuente: Elaboración propia.

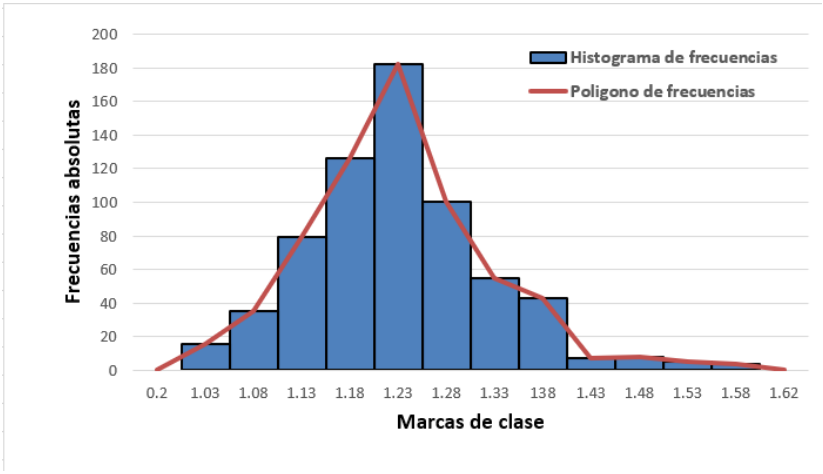


Fig. 3.6. Histograma y polígono de frecuencias de los coeficientes de elasticidad de torque de los motores diésel de la base de datos.

Fuente: Elaboración propia.

- En la figura 3.5 se aprecia que una gran cantidad de valores de e_M se encuentra fuera del rango establecido. Sólo 114 motores tienen coeficientes dentro del rango establecido (18.63%).
- Se propone establecer el nuevo rango entre 1.09-1.30, considerando que en ese intervalo se encuentra alrededor del 80% de los coeficientes de elasticidad de torque de la base de datos (80.09%).

En la figura 3.7 mostramos los valores de e_n calculados en los motores diésel de la base de datos y con una línea roja se indica el rango de variación establecido, actualmente (e_n = 1.4-2.0).

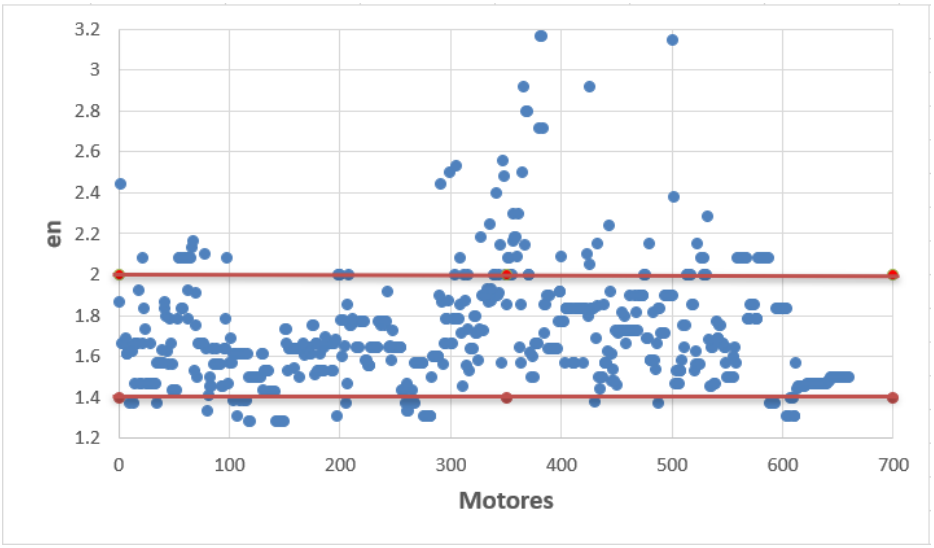


Fig. 3.7. Rango establecido de e_n y valores que alcanza el coeficiente en motores diésel actuales.

Fuente: Elaboración propia.

Utilizando el mismo número de intervalos de clases, se confecciona la tabla 3.4, la cual muestra las frecuencias absolutas y las marcas de clase de los coeficientes de elasticidad de frecuencia de rotación de los vehículos con motores de gasolina, que se utilizan para elaborar el histograma y el polígono de frecuencia (figura3.8).

Intervalos de clase	Frecuencias absolutas	Marcas de clase
1.25-1.43	58	1.34
1.44-1.62	214	1.53
1.63-1.81	197	1.72
182-2.00	91	1.91
2.01-2.19	77	2.1
2.20-2.38	7	2.29
2.39-2.57	8	2.48
2.58-2.76	2	2.67
2.77-2.95	4	2.86
>2.96	3	3.05

Tabla 3.4. Frecuencias absolutas y marcas de clase de los coeficientes de elasticidad de frecuencia de rotación de la base de datos de motores diésel.

Fuente: Elaboración propia.

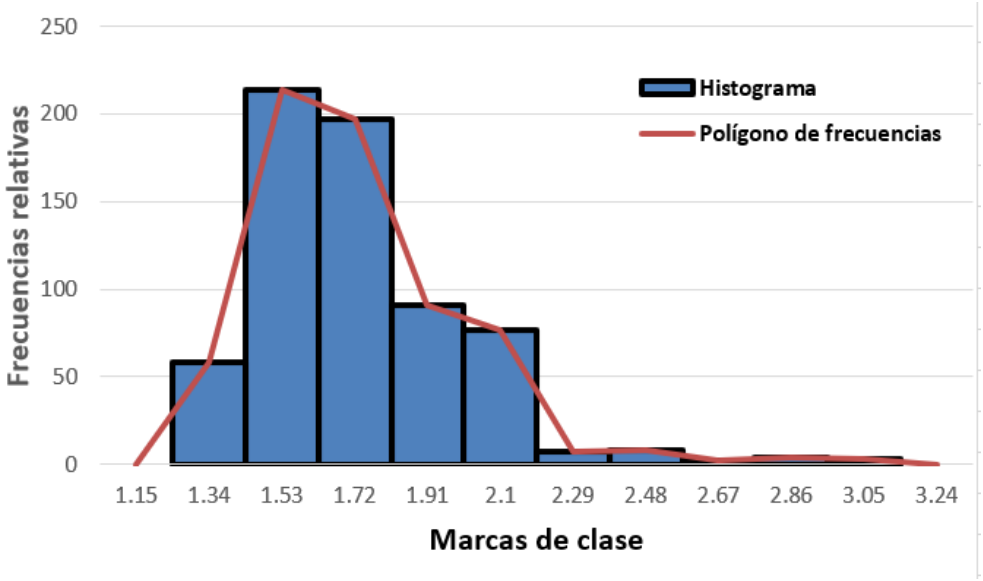


Fig. 2. 8. Histograma y polígono de frecuencias de los coeficientes de elasticidad de torque de los motores diésel de la base de datos.

Fuente: Elaboración propia.

- Al menos en los motores diésel, la mayor parte de los motores tienen coeficientes de frecuencia de rotación enmarcados dentro del rango establecido, es decir, 540 motores, que representan el 81.82% del total de la base de datos.
- Atendiendo a lo anterior, se propone mantener el actual rango de variación de e_n, como adecuado para los motores diésel.

- El rango de valores con mayor frecuencia de presentación se encuentra entre 1.4-1.8, con 411 motores que representan el 62.27%.

3.2.-Los modelos de determinación de la velocidad mínima de movimiento estable.

Para comenzar se realizará la evaluación de los resultados que se obtienen en la determinación de la Vmin con la ecuación desarrollada mediante análisis estadístico en 18 vehículos con resultados experimentales, en cada una de las marchas. El desarrollo de esta evaluación no es más que comparar los resultados de la determinación teórica de la Vmin con los resultados experimentales.

Los resultados fueron procesados en Excel para verificar la correspondencia de los resultados de la Vmin calculada, comparando con la establecida experimental.

Los resultados obtenidos en los 18 vehículos, en cada marcha aparecen el Anexo3. En la tabla 3.1 se muestran, solo los errores relativos promedio por cada marcha.

Tabla 3.1. Errores relativos promedios por marcha en la determinación de la $V_{mín}$

	Pérez Gálvez	Mirabal: 3er grado	Miranda: 3er grado	Expresion 2.21
Marchas	**1**	**2**	**3**	**4**
1ram	**7.00**	**9,02**	**22.16**	**16.92**
2dam	**8.40**	**8,71**	**14.71**	**8.32**
3ram	**11.78**	**9,18**	**19.91**	**7.68**
4tam	**12.34**	**9,25**	**10.37**	**5.80**
Total	**10.83**	**8,97**	**15.57**	**9.69**

Como se ha visto anteriormente la expresión de Pérez Gálvez se obtuvo de una expresión de 3er grado; Mirabal Consuegra amplia la base de datos con resultados experimentales de Vmin y obtiene igualmente una expresión también de 3er grado, aunque con coeficientes más sencillos que los de Pérez Gálvez y además obtiene una expresión más sencilla; Miranda Molina con la expresión de 3er grado que parte de un modelo polinomial alcanza errores relativos altos comparado con los resultados alcanzados con expresiones también de 3er grado. En el análisis de estas comparaciones debe tenerse en cuenta que las expresiones de Pérez Gálvez y de Mirabal Consuegra son fundamentalmente para vehículos pesados mientras que la de Miranda Molina y la presentada en este trabajo son para ligeros.

La Vmin tiene su dependencia en muchos factores tanto en lo interno como lo externo del vehículo como con la vía. Se hace difícil incluso experimentalmente establecer en

funcionamiento del vehículo el estrecho limite que separa la Vmin de los parámetros que provocan inestabilidad en el vehículo, partiendo de las irregularidades de la vía por más perfecta que parezca.

Con la expresión 2.21 podemos apreciar que el margen de error va disminuyendo a medida que evaluamos en marchas superiores, por lo que podemos apreciar que la potencia y la relación de trasmisión son uno de los parámetros que más influyen en la Vmin.

3.3.-Conclusiones parciales.

- Aparentemente no hay grandes diferencias en los rangos de variación de los coeficientes de elasticidad de los motores de gasolina, no obstante, debemos señalar que el coeficiente de elasticidad de frecuencia de rotación establecido, estaba concebido tanto para motores diésel como de gasolina. El establecido ahora, aunque no muy diferente, es específico para los motores de gasolina.
- Las diferencias entre los rangos de variación en los coeficientes de elasticidad entre los vehículos pesados con motor de diésel y la de los vehículos ligeros de gasolina es adecuada, por la diferencia existente entre estos tipos de vehículos
- La forma gráfica de presentación de los coeficientes de elasticidad contribuirá a facilitart la toma de decisiones
- A pesar de que las ecuaciones de Pérez Gálvez, Mirabal Consuegra y Miranda Molina son expresiones de 3er grado los coeficientes de tales expresiones muestras diferencias.
- Comparando los modelos utilizados en anteriores trabajos y el presentado en este, se puede observar que el modelo presentado pudiera ser trabajado más a profundidad, con más tiempo, a pesar de presentar resultados satisfactorios, ya que presenta una metodología más sencilla que las anteriores expresiones de 3ere grado.

CONCLUSIONES

Las conclusiones generales son las siguientes:

- Se delimitan claramente los rangos de variación de los coeficientes de elasticidad entre los motores de gasolina y los motores diésel.
- La forma de presentación de los rangos de variación de los coeficientes de elasticidad contribuirá al mejoramiento en la toma de decisiones en la evaluación de las características de los motores.
- Se redefinen oportunamente los indicadores de elasticidad para motores con potencia y torque constante en amplio rango de variación de la frecuencia de rotación en momentos en que se incrementa su presencia en vehículos pesados, manteniéndose fiel el principio original.
- El modelo elaborado para la determinación del coeficiente de aprovechamiento del área ideal en los motores con torque y potencia constante en rangos contiguos de frecuencia de rotación posibilita determinar en trabajos futuros los rangos específicos de variación del mismo.
- Si bien los coeficientes de recubrimiento y selectividad mantienen las mismas expresiones sus rangos de variación deben delimitarse en trabajos futuros, pues deben diferenciarse notablemente del resto de los motores diésel.
- El nuevo modelo para la determinación de la velocidad mínima, humaniza el trabajo y brinda resultados que se ajustan mejor a los resultados experimentales lo cual se puede apreciar en la comparación con los resultados de los trabajos anteriores.
- El desarrollo de una nueva expresión de velocidad mínima por método estadístico calculada en vehículos ligeros presenta solo un error relativo promedio de 9.69% aunque presenta la restricción que es solo para vehículos de hasta 4 marchas y con ciertas restricciones.

RECOMENDACIONES

Con la finalización de este trabajo se realizan las siguientes recomendaciones:

- Seguir incrementando las bases de datos tanto de vehículos ligeros como pesados con motores de diésel y gasolina para desarrollar investigaciones en un futuro.
- Realizar una base de datos amplia y actualizada con vehículos que tengan torque y potencia constantes para establecer sus rangos particulares de variación y lograr una caracterización precisa de las bondades que brindan estos motores.
- Realizar el análisis de la característica tractiva en vehículos con motores con torque y potencia constante para determinar si el comportamiento del ejemplo de cálculo es común para el resto de estos vehículos, con la finalidad de lograr una simplificación de la metodología propuesta para determinar el área bajo las curvas.
- Ampliar la base de datos de velocidades mínimas de movimiento estable experimentales con vehículos de más de 4 marchas para poder realizar nuevamente un análisis estadístico que permita trabajar con un mayor número de vehículos y además brinde datos más exactos.

BIBLIOGRAFÍA

Alghassab, M., Mahmoud, A., & Zohdy, M. (2016). Controlling Ground Vehicle Nonlinear Dynamics by the Use of Automobile Traction Models. *Proceedings*, 1260-1266. http://ieomsociety.org/ieomdetroit/pdfs/340.pdf

Aragón Marrero, R. (1988). Metodología de evaluación técnica de oferta de automóviles de carga.

Aranzola Rodríguez, M. J. (2011). *Modelación matemática de las características exteriores de velocidad de los motores de combustión interna diesel* [Tesis en opción al grado académico de Master en Matemática Aplicada.]. Facultad de Ingeniería, Departamento de Matemáticas, Universidad de Cienfuegos «Carlos Rafael Rodríguez».

Arias Paz, M. (2004). Manual de Automóviles. Dossat.

Bennet, C.R., Paterson, W., & Richardson, M. (2001). *Modelling Road User and environmental Effects in HMD-4*. The World Bank.

Cabrera Montiel, W. (2015). *Optimización del consumo de combustible de un vehículo dependiendo de las condiciones de la carretera* [Tesis Doctoral, E.T.S.I. Industriales (UPM), Dpto de Ingeniería Mecánica y de Fabricación]. http://oa.upm.es/39671/

Cárdenas Garnier, M. (2008). Criterios y metodología para la determinación de los parámetros dinámicos y cinemáticos para la remotorización. *Ingeniería Mecánica*, *ISPJAE*, *11*(No. 2), 29-34.

Carpio, A. (2017). *Modelización y Simulación en Sistemas dinámicos*. [Técnico]. Universidad Complutense de Madrid. https://eprints.ucm.es/id/eprint/40665/1/mssd2017texto.pdf

Del Sol Morales, A. (2014). *Coeficientes de evaluación de la relación motor-sistema de transmisión* [Tesis en opción al título de Ingeniero Mecánico]. Universidad de Cienfuegos.

Echaveguren, T., & Arellano, D. (2015). Análisis estadístico de la velocidad de operación de vehículos pesados en pendientes ascendentes. *Obras y Proyectos*, *(18)*, 1-22.

Fernández Tamayo, M.L., Relova Castellanos, H., Rodríguez Segundo, A., La Rosa Segura, R., & Alonso Rodríguez, A. (2018). *Metodología para la ejecución de cambios y conversiones a los automóviles* [Informe técnico]. Centro de Investigación y Desarrollo del Transporte CID DCMTRANS.

Fuentes Vega, J. R., Cogollos Martínez, J. B., & Pérez Gálvez, R. (2014). *Eficiencia energética en el Transporte Automotor*. Félix Varela.

Fuentes Vega, J. R., Cogollos Martínez, J. B., Millo Carmenate, V., & Pérez Gálvez, R. (2015). Modelación matemática de ciclos de viaje e indicadores dinámicos y de consumo para vehículos pesados. *Ponencia*. V Congreso Internacional de Energías Alternativas (CINEA 2015), Instituto Politécnico Nacional, Ciudad México.

Fuentes Vega, J.R., Pérez Gálvez, R., Cogollos Martínez, J.B., & Botana Beltrán, O.L. (2016).

Determinación teórica de la frecuencia de rotación mínima en movimiento estable, su aplicación.

Fuentes Vega, José R., Pérez Gálvez, R., Millo Carmenate, V., & Cogollos Martínez, J. B. (2017a). *Remotorización del camión cuña International Pro Sleeper con el motor diesel Weichai 615.44.* [Proyecto de remodelación]. Universidad de Cienfuegos.

Fuentes Vega, José R., Pérez Gálvez, R., Millo Carmenate, V., & Cogollos Martínez, J. B. (2017b). *Remotorización del camión Zil-130 con el motor diesel Yuchai YC6108Q.* [Proyecto de remodelación]. Universidad de Cienfuegos.

Fuentes Vega, José Ramón, Pérez Gálvez, R., Millo Carmenate, V., & Cogollos Martínez, J. B. (2017). *Remodelación del Kamaz 740.31 con un furgón de paredes aislantes para la transportación de productos lácteos.* [Proyecto de remodelación]. Universidad de Cienfuegos.

Guerra Pérez, R. (2018). *Perfeccionamiento de la metodología de remodelación vehicular* [Trabajo en opción al título de Ingeniero Mecánico]. Universidad de Cienfuegos «Carlos Rafael Rodríguez».

Husain, Iqbal. (2005). Electric and hybrid vehicles: design fundamentals. Taylor & Francis e-Library. www.crcpress.com

I.T.V. (2016). *Manual de Reformas de vehículos* (3ra revisión). Inspección Técnica Vehicular.

Ministerio de Industria, Energía y Turismo.

http://www.f2i2.net/documentos/lsi/STO_Vehiculos/Reformas/ManualReformasVehiculosRev3.pdf

Insuasti Castelo, R.M., & Mendoza Castillo, J.R. (2021). Propuesta metodológica para la solución de ecuaciones polinómicas en el campo de los números complejos. *Conciencia Digital*, *4*(3.1), 291-300.

Larminie, James. (2003). Electric Vehicle Technology Explained. John Wiley and Sons.Ltd.

Litvinov, A. S., & Farovin, Ya. E. (1989). *El automóvil: Teoría de cualidades de explotación*. Construcción de Maquinarias.

Millo Carmenate, V. (2003). *Establecimiento de criterios para la selección y/o comparación de camiones diesel* [Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Técnicas (Ph.D)]. Universidad de Cienfuegos.

Mirabal Consuegra, J. L. (2015). *Coeficientes de evaluación de la relación motor-sistema de transmisión* [Tesis en opción al título de Ingeniero Mecánico]. Universidad de Cienfuegos.

Miranda Molina, J.R. (2021). *La velocidad mínima de movimiento estable y los coeficientes que valoran la relación motor-sistema de transmisión en vehículos ligeros* [Tesis de Grado en Ingeniería Mecánica]. Universidad de Cienfuegos «Carlos Rafael Rodríguez».

Modelado y simulación del automóvil en Matlab-Simulink-Carsim aplicado a la estabilidad del vehículo. (2018). http://reaxion.utleon.edu.mx/Art_Modelado_y_simulacion_del_automovil_en_Matlab-Simulink-Carsim_aplicado_a_la_estabilidad_del_vehiculo.html

Pacejka, Hans B. (2001). *Tire and vehicle dynamics*. Elsevier.

Pérez Gálvez, R. (2007). *Modelación de ciclos de viaje e indicadores dinámicos y de consumo para vehículos pesados* [Tesis en opción al título de Dr. en Ciencias Técnicas (Ph.D.)]. Universidad de Cienfuegos.

Pérez Gálvez, R., Fuentes Vega, J. R., Cogollos Martínez, J. B., & Toledo Borrego, A. (2010). Evaluación de la eficiencia energética de vehículos pesados en el ciclo de movimiento básico modificado. *Revista Ingeniería Mecánica*, *13*(1), 49-58.

Real Decreto 866. (2016). *Manual de reformas de vehículos* (Ministerio de Industria, Energía y Turismo).

Rill, Georg. (2003). *Vehicle dynamics*. http://homepages.fh-regensburg.de/%7Erig39165/

Sevilla Lacruz, V. (2017). *Modelado y simulación dinámica del automóvil Fiat/Seat 600* [Para optar al grado de Ingeniería Mecánica, a Universitat Politècnica de València]. https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/86432/SEVILLA%20-%20Modelado%20y%20simulaci%c3%b3n%20din%c3%a1mica%20del%20autom%c3%b3vil%20Fiat/Seat%20600.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Walsh, M, & Kolke, R. (2003). Combustibles y tecnologías vehiculares más limpias. Deutsche Gessellschaft für Technische Zusammmenarbeit (GTZ), Alemania. http://www.gtz.de.

ANEXO

ANEXO 1

Tabla 1. Valores de los coeficientes aerodinámicos (Litvinov, 1989)

Tipo de vehículo	C_x	K
Automóviless ligeros	0.3-0.6	0.2-0.35
Automóviles de carrera	0.25-0.3	0.15-0.2
Omnibus		
• Con capot	0.75-0.9	0.45-0.55
• Tipo vagón	0.6-0.75	0.35-0.45
Vehículos pesados		
• De volteo	0.9-0.15	0.5-0.7
• Tipo furgón	0.8-1.0	0.5-0.6
Autocisterna	0.9-0.11	0.55-0.65
Autotren	1.4-1.55	0.85-0.95

Tabla 2. Valores de las constantes k, l, m y n para la determinación de la eficiencia. (Pérez Gálvez, 2007)

Ubicación del motor		Ubicación del puente motriz			Fórmula de ruedas							Coeficientes					
					4x2	4x4		6x4		6x6		k		l	m	n	
Delantero	Trasero	Delantero	Intermedio	Trasero		Con	Des	Con	Des	Con	Des	MD	RM			MD	RM
ML				x	x							0	2	1	1	14	15
ML		x			x							0	2	1	1^5	120	13
MT		x			x							-	3	0	1^5	-	13
	ML			x	x							0	2	1	1	12	13
ML		x		x			x					0^1 y 2^2	2^1 y 4^2	1	1	25^1-28^2	26^1-27^2
						x						0^1 y 2^2	2^1 y 4^2	2	2	29	30
ML			x	x				x				0^1 y 2^2	2^1 y 4^2	2	2	29	30
ML		x	x	x							x^3	0^1 y 2^2	2^1 y 4^2	2	3	25^1-28^2	26^1-29^2
										x^3		0^1 y 2^2	2^1 y 4^2	3	4	37	38
ML		x	x	x							x^4	0^1 y 2^2	2^1 y 4^2	2	2	25^1-28^2	26^1-29^2
										x^4		0^1 y 2^2	2^1 y 4^2	3	3	37	38

Nomenclatura:

ML-motor lineal

MT-motor transversal

Con – Significa conectados todos los puentes motrices

Des – Significa desconectado el puente motriz delantero

MD –Marcha directa

RM –Resto de las marchas

1 – Sin reducción en la caja de transferencia (i_{ct} =1)

2 – Con reducción en la caja de transferencia (i_{ct}≠1)

3 – Transmisión independiente de la caja de transferencia al puente intermedio y al puente trasero

4 – Transmisión de la caja de transferencia al puente intermedio y de ahí, al puente trasero.

5- A pesar de que estas variantes no poseen transmisión cardánica, poseen una unión homocinética, cuyas pérdidas se consideran semejantes a las de la transmisión cardánica.

Nota: En el caso de puentes motrices con dos reducciones, hay que incrementar un par en k y dos cojinetes en n, para cualquier variante.

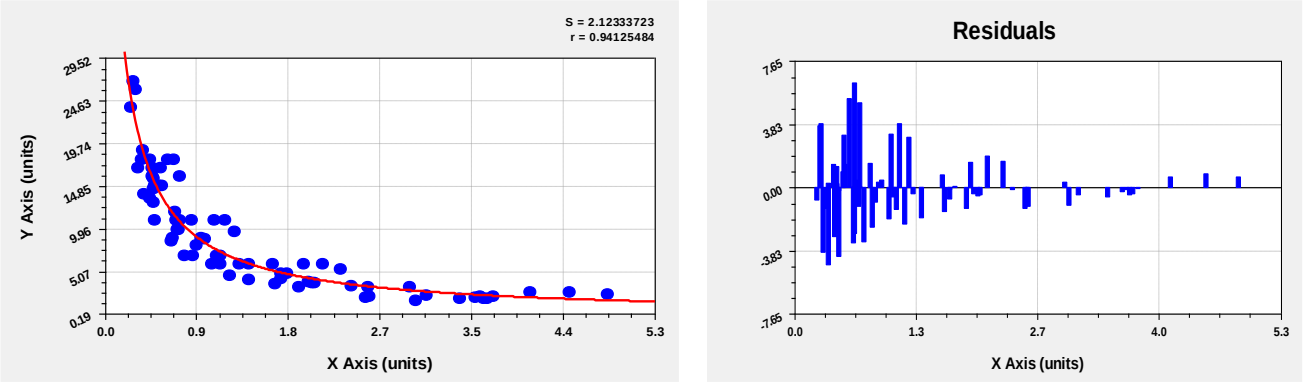


Figura 1: Resultados del procesamiento de la relación $V_{mín}$ =f(Nγ.e_M/r_d.e_n.i_{ci}).

Fuente: Del Sol Morales, 2014.

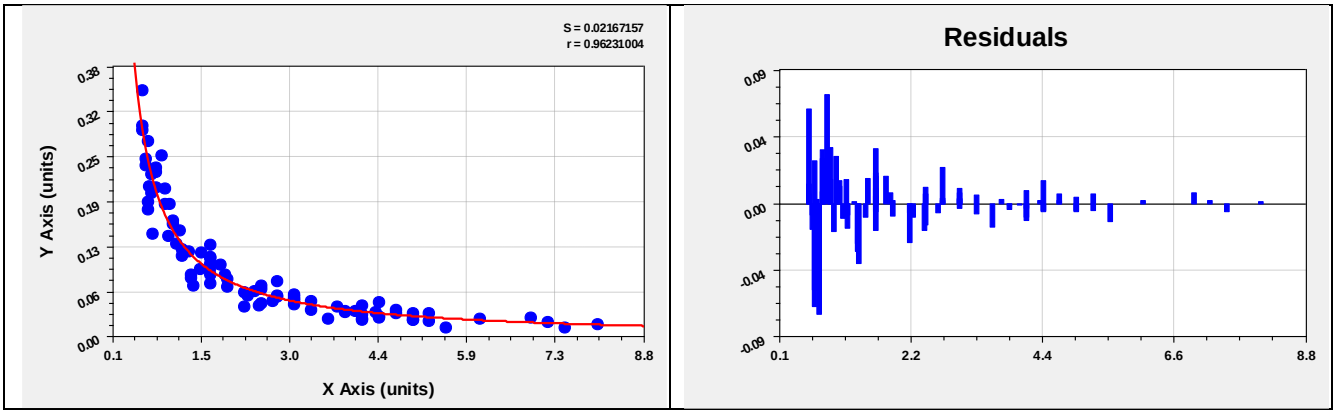


Figura 2: Resultados del procesamiento de la relación $\psi_i = \frac{1}{(3.7515 \cdot V_{mín} + 0.4147)}$

Fuente: Mirabal Consuegra, 2015.

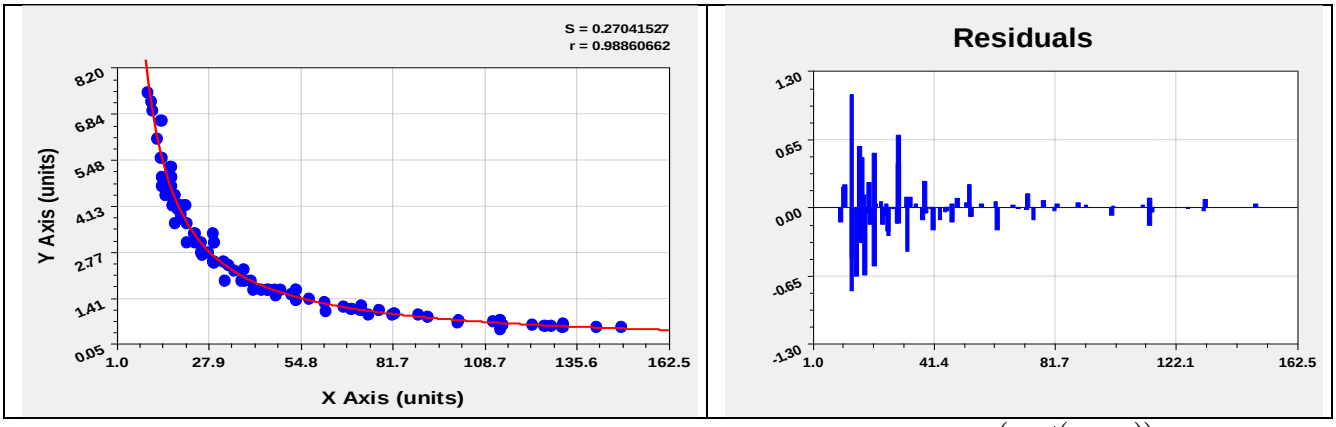


Fig. 3: Resultados del procesamiento de la relación: $V_{mín} = f\left(e_M / \left(r_d \cdot i_{ci}\right)\right)$

Fuente: Mirabal Consuegra, 2015.

ANEXO 2

```
SPSS for Windows

GET
  FILE='E:\Vmin modelo.sav'.
DATASET NAME Conjunto_de_datos1 WINDOW=FRONT.
COMPUTE it1 = isI * im .
EXECUTE .
COMPUTE it2 = isII * im .
EXECUTE .
COMPUTE it3 = isIII * im .
EXECUTE .
COMPUTE it4 = isIV * im .
EXECUTE .
REGRESSION
  /DESCRIPTIVES MEAN STDDEV CORR SIG N
  /MISSING LISTWISE
  /STATISTICS COEFF OUTS R ANOVA COLLIN TOL
  /CRITERIA=PIN(.05) POUT(.10)
  /NOORIGIN
  /DEPENDENT Vmin
  /METHOD=ENTER Nesp Af it1 it2 it3 it4
  /PARTIALPLOT ALL
  /RESIDUALS DURBIN HIST(ZRESID) NORM(ZRESID) .
```

Regresión

Notas

Resultados creados		16-NOV-2022 06:35:11
Comentarios		
Entrada	Datos	E:\Vmin modelo.sav
	Conjunto de datos activo	Conjunto_de_datos1
	Filtro	<ninguna>
	Peso	<ninguna>
	Segmentar archivo	<ninguna>
	Núm. de filas del archivo de trabajo	72
Tratamiento de los valores perdidos	Definición de valores perdidos	Los valores perdidos definidos por el usuario serán tratados como perdidos.
	Casos utilizados	Los estadísticos se basan en los casos sin valores perdidos para ninguna variable de las utilizadas.
Sintaxis		REGRESSION /DESCRIPTIVES MEAN STDDEV CORR SIG N /MISSING LISTWISE /STATISTICS COEFF OUTS R ANOVA COLLIN TOL /CRITERIA=PIN(.05) POUT(.10) /NOORIGIN /DEPENDENT Vmin /METHOD=ENTER Nesp Af it1 it2 it3 it4 /PARTIALPLOT ALL

		/RESIDUALS DURBIN HIST(ZRESID) NORM(ZRESID) .
Recursos	Tiempo de procesador	0:00:01.04
	Tiempo transcurrido	0:00:01.04
	Memoria necesaria	3412 bytes
	Memoria adicional requerida para los diagramas de residuos	3336 bytes

[Conjunto_de_datos1] E:\Vmin modelo.sav

Estadísticos descriptivos

	Media	Desviación típ.	N
Vmin	10.2667	5.23402	72
Nesp	2.9469	.82481	72
Af	9.5214	6.67347	72
it1	.0146	.02674	72
it2	.0240	.04356	72
it3	.0382	.06902	72
it4	.0565	.10137	72

Correlaciones

		Vmin	Nesp	Af	it1	it2	it3	it4
Correlación de Pearson	Vmin	1.000	.295	.930	-.588	-.301	.194	.791
	Nesp	.295	1.000	-.015	.037	.073	.091	.099
	Af	.930	-.015	1.000	-.642	-.333	.152	.815
	it1	-.588	.037	-.642	1.000	-.305	-.307	-.309
	it2	-.301	.073	-.333	-.305	1.000	-.309	-.311
	it3	.194	.091	.152	-.307	-.309	1.000	-.313
	it4	.791	.099	.815	-.309	-.311	-.313	1.000
Sig. (unilateral)	Vmin	.	.006	.000	.000	.005	.051	.000
	Nesp	.006	.	.452	.379	.271	.223	.203
	Af	.000	.452	.	.000	.002	.101	.000
	it1	.000	.379	.000	.	.005	.004	.004
	it2	.005	.271	.002	.005	.	.004	.004
	it3	.051	.223	.101	.004	.004	.	.004
	it4	.000	.203	.000	.004	.004	.004	.

N	Vmin	72	72	72	72	72	72	72
	Nesp	72	72	72	72	72	72	72
	Af	72	72	72	72	72	72	72
	it1	72	72	72	72	72	72	72
	it2	72	72	72	72	72	72	72
	it3	72	72	72	72	72	72	72
	it4	72	72	72	72	72	72	72

Variables introducidas/eliminadas(b)

Modelo	Variables introducidas	Variables eliminadas	Método
1	it4, Nesp, it1, it2, it3, Af(a)	.	Introducir

a Todas las variables solicitadas introducidas
b Variable dependiente: Vmin

Resumen del modelo(b)

Modelo	R	R cuadrado	R cuadrado corregida	Error típ. de la estimación	Durbin-Watson
1	.980(a)	.961	.958	1.07663	1.047

a Variables predictoras: (Constante), it4, Nesp, it1, it2, it3, Af
b Variable dependiente: Vmin

ANOVA(b)

Modelo		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
1	Regresión	1869.696	6	311.616	268.835	.000(a)
	Residual	75.344	65	1.159		
	Total	1945.040	71			

a Variables predictoras: (Constante), it4, Nesp, it1, it2, it3, Af
b Variable dependiente: Vmin

Coeficientes(a)

Modelo		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados			Estadísticos de colinealidad	
		B	Error típ.	Beta	t	Sig.	B	Error típ.
1	(Constante)	-2.206	.923		-2.390	.020		
	Nesp	1.814	.191	.286	9.484	.000	.656	1.524
	Af	.673	.071	.858	9.445	.000	.072	13.844
	it1	4.363	13.402	.022	.326	.746	.127	7.867
	it2	3.769	7.168	.031	.526	.601	.167	5.973
	it3	6.655	4.569	.088	1.457	.150	.164	6.090
	it4	5.540	4.423	.107	1.253	.215	.081	12.314

a Variable dependiente: Vmin

Diagnósticos de colinealidad(a)

Modelo	Dimensión	Autovalor	Indice de condición	Proporciones de la varianza						
				Af	it1	it2	it3	it4	(Constante)	Nesp
1	1	3.688	1.000	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00
	2	1.221	1.738	.00	.00	.00	.03	.01	.00	.02
	3	1.000	1.921	.00	.00	.00	.04	.03	.03	.01
	4	1.000	1.921	.00	.00	.00	.00	.05	.06	.00
	5	.055	8.214	.06	.35	.12	.01	.00	.05	.12
	6	.026	11.856	.04	.49	.01	.51	.75	.83	.48
	7	.010	19.145	.90	.15	.87	.41	.15	.02	.37

a Variable dependiente: Vmin

Estadísticos sobre los residuos(a)

	Mínimo	Máximo	Media	Desviación típ.	N
Valor pronosticado	1.8780	19.3608	10.2667	5.13164	72
Residuo bruto	-2.60612	2.22811	.00000	1.03014	72
Valor pronosticado tip.	-1.635	1.772	.000	1.000	72
Residuo tip.	-2.421	2.070	.000	.957	72

a Variable dependiente: Vmin

ANEXO 3

Zaz-965	Vmin real	Vmin exp2.21	Zaz-968	Vmin real	Vmin exp2.21	Luaz-969A	Vmin real	Vmin exp2.21
1ram	4	3.74	1ram	4	3.94	1ram	2.2	3.04
2dam	7	6.25	2dam	7	6.47	2dam	4.9	5.60
3ram	11	10.53	3ram	11	10.90	3ram	8.8	9.85
4tam	16	15.81	4tam	16	16.21	4tam	13	15.19
Baz-21011	Vmin real	Vmin exp2.21	Baz-2102	Vmin real	Vmin exp2.21	Baz-2103	Vmin real	Vmin exp2.21
1ram	5	6.08	1ram	5	5.18	1ram	5	6.48
2dam	8	8.58	2dam	8	7.68	2dam	9	8.99
3ram	13	12.98	3ram	12.6	12.06	3ram	13.7	13.42
4tam	19	18.32	4tam	18	17.39	4tam	20	18.77
Baz-2106	Vmin real	Vmin exp2.21	Mosvitch-2138	Vmin real	Vmin exp2.21	Mosvitch-2137	Vmin real	Vmin exp2.21
1ram	6	6.73	1ram	4.7	3.88	1ram	5	5.96
2dam	10	9.26	2dam	5	6.38	2dam	8.6	8.49
3ram	15.8	13.80	3ram	12.4	10.91	3ram	13	12.96
4tam	20	18.98	4tam	18	16.24	4tam	17.7	18.17
Mosvitch-2140	Vmin real	Vmin exp2.21	Gaz-24	Vmin real	Vmin exp2.21	Uaz-469	Vmin real	Vmin exp2.21
1ram	5	6.24	1ram	5.7	5.69	1ram	3.6	3.54
2dam	9.4	8.79	2dam	8	8.29	2dam	5.7	6.30
3ram	14	13.29	3ram	13.7	12.89	3ram	9.6	11.28
4tam	19	18.52	4tam	20	18.32	4tam	15	17.08
Uaz-469B	Vmin real	Vmin exp2.21	Uaz-452	Vmin real	Vmin exp2.21	Raf-2203	Vmin real	Vmin exp2.21
1ram	3.8	3.66	1ram	3.9	3.13	1ram	6.6	4.38
2dam	6	6.37	2dam	6	5.90	2dam	9	7.23
3ram	10	10.90	3ram	10	10.48	3ram	14	12.04
4tam	16	16.49	4tam	16	16.13	4tam	20	17.72
Kabz-685	Vmin real	Vmin exp2.21	Eraz-762B	Vmin real	Vmin exp2.21	Uaz-451M	Vmin real	Vmin exp2.21
1ram	2.8	1.88	1ram	5.5	3.75	1ram	3.3	3.09
2dam	6	5.15	2dam	6.5	6.80	2dam	6	5.86
3ram	11	10.08	3ram	9.7	11.73	3ram	10	10.44
4tam	18	16.21	4tam	17	17.69	4tam	16	16.09