

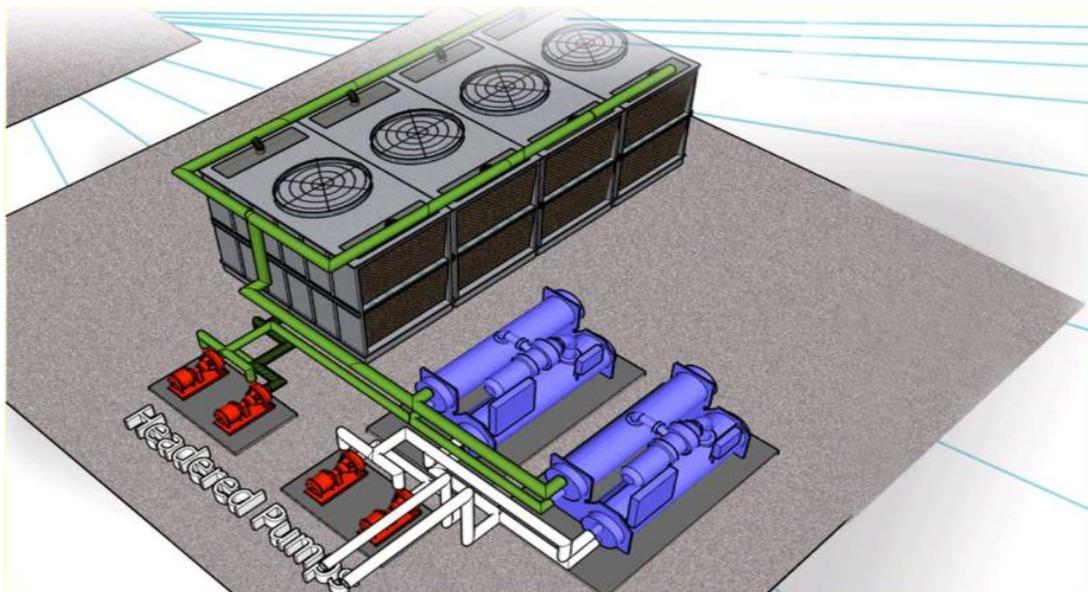


REPÚBLICA DE CUBA  
MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR  
UNIVERSIDAD DE CIENFUEGOS  
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA

## Trabajo de Diploma

TITULO:

ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LA RELACIÓN EXISTENTE ENTRE  
PARAMETROS DE DISEÑO Y PARÁMETROS DE OPERACIÓN DE UNA  
PLANTA DE ENFRIADORAS.



**AUTOR:** Lourenço Januário Sessi

**TUTOR(ES):** MCs Yamile Díaz Torres

**AÑO 60 DE LA REVOLUCIÓN.  
CIENFUEGOS, junio 2020  
DECLARACIÓN DE AUTORIDAD  
UNIVERSIDAD DE CIENFUEGOS**



Sistema de Documentación y Proyecto. Hago constar que el presente trabajo constituye la culminación de los estudios en la especialidad de Ingeniería Mecánica en la Universidad de Cienfuegos, autorizando a que el mismo sea utilizado por el Centro de Estudio Superior para los fines que estime conveniente, ya sea parcial o totalmente, que además no podrá ser presentado sin la aprobación de dicha institución.

---

Firma del autor.

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido según acuerdo de la dirección del centro y el mismo cumple los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura, referido a la temática señalada.

---

Información Científico Técnico  
Nombre y Apellidos. Firma.

---

Firma del Vice Decano.  
Nombre y Apellidos.

---

Firma del Tutor.

---

Sistema de Documentación y Proyecto.  
Nombre y Apellido. Firma

***Pensamiento:***

“Hay hombres que luchan un día y son buenos, hay hombres que luchan muchos días y son muy buenos, hay hombres que luchan muchos años y son mejores; pero hay hombres que luchan toda la vida, esos son los imprescindibles.”

***Bertolt Brecht.***

## **Agradecimientos:**

A mi familia especialmente a mi padre '**Paulo Mabiala Sessi**' y mi madre '**María Rebeca Coio Januário**' gracias a ellos me debo y no solo biológicamente sino la persona que soy, este trabajo es mas de suyo que mío.

A mi tutora: '**MCs Yamile Díaz Torres**' que paso de ser el profesor que me impartió los conocimientos de todo relacionado a enfriadoras (Chiller) y sobre los análisis Estadístico. También por ser una persona cercana, con una solución para casi todo.

A mis amigos que soportaron las charlas interminables sin entender nada, pero estaban y están ahí.

A todas las personas que me ayudaron y facilitaron información.

A todos gracias.

## ***Dedicatoria:***

Quiero dedicar el presente trabajo a Dios todopoderoso por ser mi guía y luz en todos los momentos de mi vida.

A mis padres quienes con su amor, sacrificio y esfuerzos me han apoyado en todas las etapas de mi vida, acompañándome en mis momentos de alegría y tristeza, siempre escuchándome y dándome sus mejores consejos.

A mis hermanos y mis amigos inseparables, por brindarme su respeto, apoyo y confianza.

A todos mis familiares que de una u otra forma han estado a mi lado brindándome su colaboración

## RESUMEN

En el trabajo de diploma que se presenta a continuación, se analiza la relación estadística entre las **variables de diseño** de una planta de enfriadoras, Capacidad frigorífica instalada, Total de enfriadoras y Distribución interna y la influencia que estas pueden tener en las **variables de operación** Consumo energético y el coeficiente de operación (COP). Los resultados arrojaron que la variable de diseño que mayor influencia tiene en la operación de las plantas es la distribución interna con un coeficiente de correlación ( $r$ ) respecto al COP igual a  $-0.72$ , y respecto al consumo energético, posee un coeficiente de asociación  $r_s$  y  $\tau$  igual a  $0.97$  y  $0.89$  respectivamente. La variable total de enfriadoras posee una influencia, pero en menor grado y la variable capacidad frigorífica instalada no influye en la operación de estos sistemas. Finalmente se analizó la relación entre las variables de diseño estableciéndose que el incremento del total de enfriadoras permite que de equilibre la distribución interna, empleando para ello enfriadoras de agua de mediana y pequeña capacidad, permitiendo que la planta se adapte mejor a las dinámicas térmicas de la instalación.

**Palabras claves:** Planta de enfriadoras, Consumo energético, COP, Distribución Interna, Capacidad frigorífica, pruebas de normalidad, distribución normal.

## ABSTRACT

This article analyzes the statistical relationship between the design variables of a chiller plant, installed refrigeration capacity, total chillers and internal distribution and the influence that these can have on the operating variables Energy consumption and the operating coefficient (COP). The results showed that the design variable that has the greatest influence on the operation of the plants is the internal distribution with a correlation coefficient ( $r$ ) with respect to the COP equal to  $-0.72$ , and with respect to energy consumption, it has an association coefficient  $r_s$  and  $\tau$  equal to  $0.97$  and  $0.89$  respectively. The total variable of chillers has an influence, but to a lesser extent and the variable installed cooling capacity does not influence the operation of these systems. Finally, the relationship between the design variables was analyzed, establishing that the increase in total chillers allows the internal distribution to be balanced, using medium and small capacity water chillers, allowing the plant to adapt better to the thermal dynamics of installation.

**Key words:** Chiller plant, Energy consumption, COP, Internal Distribution, Refrigeration capacity, normal test, normal distribution.

## ÍNDICE GENERAL

RESUMEN .....	1
ABSTRACT .....	2
ÍNDICE GENERAL .....	3
INTRODUCCIÓN .....	11
<b>1 CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO</b> .....	<b>15</b>
Introducción.....	15
1.1 Definición de chiller. ....	15
1.1.1 Tipos de chillers.....	16
1.1.2 Aplicaciones de un chiller. ....	18
1.1.3 Ventajas y desventajas de los Chillers. ....	18
1.1.4 Cómo elegir el mejor sistema .....	19
1.2 Diseño de las plantas de Chiller (enfriadoras de agua). ....	20
1.2.1 Capacidad total de la planta de enfriadoras. ....	20
1.2.2 Número de enfriadoras a instalar. ....	23
1.2.3 Distribución de las cargas de enfriamiento entre las enfriadoras. ....	24
1.2.4 Arreglo hidráulico entre las enfriadoras. ....	27
Conclusiones parciales del capítulo I .....	30
<b>CAPÍTULO II: METODOLOGÍA ESTADÍSTICA</b> .....	<b>32</b>
Introducción .....	32
2.1. Distribuciones continuas de probabilidad.....	32
2.1.1. Normal. ....	32
2.2. Inferencia Estadística.....	35
2.2.1. Conceptos básicos.....	36
2.2.1.1. Hipótesis estadística. ....	36

2.2.1.1.1. Hipótesis nula.....	36
2.2.1.1.2. Hipótesis alternativa.....	36
2.2.1.2. Prueba de hipótesis.....	37
2.2.1.3. Error tipo I.....	38
2.2.1.4. Error tipo II.....	38
2.2.1.5. Nivel de confianza.....	39
2.2.1.6. Potencia estadística.....	39
2.2.1.7. Estadístico de prueba.....	39
2.2.1.8. Región de aceptación.....	39
2.2.1.9. Región de rechazo.....	39
2.2.1.10. P- Valor.....	40
2.3. Pruebas de Bondad de Ajuste.....	41
2.3.1. Prueba de Chi Cuadrado o Pearson ( $P$ ).....	43
2.3.2. Prueba de Z Rango y Curtosis o de asimetría y curtosis.....	44
2.3.3. Prueba de Shapiro Wilk (SW).....	46
2.3.4. Prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS).....	47
2.4. Análisis Comparativos de la potencia de cada teste.....	49
2.4.1. Potencia de cada prueba de normalidad para el tamaño de muestras y nivel de significación por diferentes autores.....	50
2.5. Variables nominales y ordinarias: Transformación estadística de Variable Ordinal.....	52
2.5.1. Histograma de Frecuencia.....	54
2.5.2. Regla de Freadman-Diaconis (1981).....	54
2.6. Relación Estadística entre Variable.....	55
2.6.1. Coeficiente de correlación lineal $R^2$ Pearson.....	56
2.6.1.1. Coeficiente de correlación de Spearman (Rho).....	57

2.6.1.2. Coeficiente de correlación de Kendall.....	57
2.6.2. Interpretación de la correlación.....	58
2.6.3. Condiciones de aplicación de la correlación.....	59
2.7. Software estadísticos empleados en las pruebas de Normalidad.....	59
2.8. Metodología para el análisis estadístico de las variables operacionales y de diseño.....	60
2.8.1 Metodología.....	60
Conclusiones parciales del capítulo II.....	62
<b>3 CAPÍTULO III: CASO DE ESTUDIO (INSTALACIÓN HOTELERA).....</b>	<b>64</b>
Introducción.....	64
3.1. Transformación de la variable ordinal Distribución interna.....	68
3.2. Pruebas de normalidad para los parámetros de operación.....	72
3.2.1. Prueba de normalidad para la variable COP.....	73
3.2.2. Prueba de normalidad para la variable Consumo de energía.....	74
3.3. Prueba paramétrica para la relación entre el COP y las variables de Diseño.....	76
3.4. Prueba no paramétrica entre la variable consumo y las variables de diseño.....	78
3.5. Pruebas paramétricas.....	79
3.5.1. Análisis de la relación estadística relación entre las variables operacionales y de diseño.....	79
Conclusiones parciales de capítulo III.....	83
CONCLUSIONES.....	84
RECOMENDACIONES.....	85
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	86
ANEXOS.....	95

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.1:</b> Requisitos mínimos de COP: a plena carga para diferentes tipos de enfriadores.....	18
<b>Tabla 1.2:</b> Tipos y números de enfriadoras recomendadas según la demanda del edificio (Tabla G3.1.3.7) ASHRAE (2013).....	25
<b>Tabla 2.1:</b> Ventajas y desventajas de las Pruebas No Paramétricas.....	42
<b>Tabla 2.2:</b> Evaluaciones de potencias con tamaño 25.....	51
<b>Tabla 2.3:</b> potencia empírica obtenida $\alpha = 0,10$ .....	52
<b>Tabla 2.4:</b> Pruebas y software.....	59
<b>Tabla 3.1:</b> Enfriadoras de agua y coeficientes de regresión empleadas en el estudio energético realizado por (Díaz et al 2020).....	65
<b>Tabla 3.2:</b> Resumen de los resultados de la simulación energética de cada planta de enfriadoras.....	66
<b>Tabla 3.3:</b> Incremento del consumo de cada planta de enfriadoras respecto a la planta 29. Elaboración propia.....	68
<b>Tabla 3.4:</b> test de Shapiro Wilk para la variable Incremento del consumo.....	69
<b>Tabla 3.5:</b> prueba de bondad de ajuste para variable incremento del consumo.....	70
<b>Tabla 3.6:</b> Las frecuencias para la variable incremento del consumo.....	71
<b>Tabla 3.7:</b> Tabulación por rangos de la variable Distribución interna.....	71
<b>Tabla 3.8:</b> Pruebas de Normalidad para COP.....	73
<b>Tabla 3.9:</b> de Pruebas de Normalidad para Consumo.....	74
<b>Tabla 3.10:</b> Resultados de las variables.....	80
<b>Tabla 3.11:</b> Resultados del coeficiente de correlación de Pearson / variables de diseño.....	81
<b>Tabla 3.12:</b> Tabla de contingencia entre las variables Total de enfriadoras * Grado de Afectación.....	82

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.1:</b> Esquema general de un chiller.....	16
<b>Figura 1.2:</b> Detalles típicos de un Chiller enfriado por aire.....	17
<b>Figura 1.3:</b> Detalles típicos de un Chiller enfriado por Agua.....	17
<b>Figura 1.4:</b> Efecto del incremento del total de enfriadoras en el costo mínimo total. Cheng et al (2017).....	24
<b>Figura 1.5:</b> Esquema de flujo con la configuración en serie.....	27
<b>Figura 1.6:</b> Esquema de flujo configuración en paralelo.....	28
<b>Figura 2.1:</b> Comparación de funciones de densidad de distribuciones Normales con diferentes valores con respecto a su media ( $\mu$ ), con igual desviación estándar ( $s = 1$ ).....	33
<b>Figura 2.3:</b> Comparación de funciones de densidad de distribuciones Normales con diferentes valores con respecto a su desviación estándar ( $s$ ), con igual media ( $\mu = 0$ ) .....	34
<b>Figura 2.3:</b> Clasificación de la Inferencia Estadística.....	35
<b>Figura 2.2:</b> Contraste de hipótesis unilateral con dos niveles de significancia: a) 5% ( $\alpha = 0,05$ ) y b) 10% ( $\alpha = 0,01$ ) para comparar la potencia estadística.....	38
<b>Figura 2.5:</b> Región de aceptación y rechazo con sus respectivos Valores Críticos (VC).....	40
<b>Figura 2.6:</b> Criterio de decisión sobre la Hipótesis Nula mediante el uso del p valor: a) Rechazar la hipótesis nula ( $\alpha \geq p$ valor) y b) No Rechazar la hipótesis nula ( $\alpha < p$ valor).....	41
<b>Figura 2.7:</b> Contraste de Normalidad del Estadístico Pearson (P).....	44
<b>Figura 2.8:</b> a) coeficientes poblacionales de simetría y b) coeficientes de curtosis.....	45
<b>Figura 2.9:</b> Histograma de frecuencia de la variable COP.....	54
<b>Figura 2.10:</b> vemos que $r = \pm 1$ es lo mismo que decir que las observaciones de ambas variables están perfectamente alineadas. El signo de $r$ , es el mismo que el de $SXY$ , por tanto, nos indica el crecimiento o decrecimiento de la recta. La relación lineal es tanto más perfecta cuanto $r$ está cercano a $\pm 1$ .....	58

<b>Figura 3.1:</b> Perfiles de demanda térmica del hotel caso de estudio (Díaz et al 2020).....	64
<b>Figura 3.2:</b> Esquema funcional del Sistema de Climatización.....	65
<b>Figura 3.3:</b> grafico cuartil-cuartil variable del incremento del consumo.....	69
<b>Figura 3.4.</b> Histograma de frecuencia de la variable incremento del consumo.....	70
<b>Figura 3.5.</b> Histograma de frecuencia de la variable COP.....	73
<b>Figura 3.6:</b> grafico cuartil-cuartil de la variable COP.....	73
<b>Figura 3.7:</b> La relación existente entre COP y el n número de enfriadoras.....	76
<b>Figura 3.8:</b> La relación existente entre COP y la distribución interna.....	76
<b>Figura 3.9:</b> La relación existente entre COP y la Capacidad frigorífica.....	77
<b>Figura 3.10:</b> La relación existente entre COP y la Capacidad frigorífica.....	77
<b>Figura 3.11:</b> La relación existente entre consumo y el número de enfriadoras.....	78
<b>Figura 3.12:</b> La relación existente entre consume y la distribución interna.....	78
<b>Figura 3.13:</b> La relación existente entre consume y la Capacidad frigorífica.....	79
<b>Figura 3.14:</b> La relación existente entre consume y la Capacidad frigorífica.....	79

## NOMENCLATURA

<b>COP</b>	Coeficiente de Operación.
<b>r</b>	Coeficiente de correlación Pearson.
<b>R<sup>2</sup></b>	Coeficiente de correlación lineal.
<b>r<sub>s</sub> o Rho</b>	Coeficiente de correlación de Spearman.
<b>τ</b>	Coeficiente de correlación de Kendall.
<b>ton</b>	Toneladas.
<b>KW</b>	Kilowatts.
<b>T<sub>r</sub> y T<sub>s</sub></b>	Las temperaturas de retorno y de suministro de agua helada.
<b>ṁ (kg/s)</b>	Flujo másico de agua helada.
<b>ΔT</b>	La diferencia de temperatura.
<b>μ y σ.</b>	La Media y Varianza.
<b>n</b>	Número de muestra o tamaño muestrales.
<b>H<sub>0</sub></b>	Hipótesis nula.
<b>H<sub>1</sub></b>	Hipótesis alternativa.
<b>A</b>	Nivel de significancia.
<b>β</b>	El Error Tipo II.
<b>p</b>	P- Valor.
<b>P</b>	Prueba de Chi Cuadrado o Pearson.
<b>γ<sub>1</sub></b>	Coeficientes poblacionales de asimetría.
<b>γ<sub>2</sub></b>	Coeficientes poblacionales de curtosis.
<b>g<sub>1</sub></b>	Coeficientes muéstrales de asimetría.
<b>g<sub>2</sub></b>	Coeficientes muéstrales de curtosis.

## Abreviaciones

<b>FS</b>	Factor de seguridad
<b>CO<sub>2</sub></b>	Dióxido de Carbono
<b>VC</b>	Valor Crítico
<b>SW o W</b>	Prueba de Shapiro Wilk
<b>KS</b>	Prueba de Kolmogorov-Smirnov
<b>AD o A</b>	La prueba de Anderson-Darling
<b>FDE</b>	La función de distribución empírica

## Siglas

<b>HVAC</b>	Heating, Ventilating and Air Conditioning (Calefacción, Ventilación y Aire acondicionado)
<b>ASRHAE</b>	The American Society of Heating, Refrigerating and Air-conditioning Engineers
<b>CEM</b>	Campos Electromagnético o energía electromagnética
<b>N</b>	Numero de enfriadoras
<b>Carrier</b>	Carrier Global Corporation (Una corporacion estadounidense con sede en Palm Beach Gardens, Floride)
<b>SPSS</b>	Software Stadistico.

## INTRODUCCIÓN

Las plantas de enfriadoras son sistemas centralizados Todo-Agua que permite satisfacer la demanda térmica de acondicionamiento del espacio interior de las edificaciones. Es una de las instalaciones más importantes en los edificios modernos para el sector hoteleros. En el aspecto de la inversión constituye entre el 10 y el 20% del total para el caso de las instalaciones centralizadas en edificios nuevos. Respecto a la explotación, son los sistemas que representan los mayores costos de energía del edificio, mayor que el gasto de energía en iluminación y otros consumos eléctricos. En el aspecto de mantenimiento y conservación, por la dedicación que demandan el costo de sus componentes y las necesidades de personal especializado en estas tareas. Finalmente, en el aspecto funcional, debido a la alta incidencia de la falta de este servicio en un momento dado en la actividad del edificio y de sus usuarios.

En el diseño de una planta se tienen que considerar, entre otros aspectos importantes, el número de enfriadoras a instalar y la distribución frigorífica entre las máquinas. Determinar correctamente estos elementos es un momento clave que define la eficiencia energética de una instalación puesto que la variabilidad del consumo de una planta puede alcanzar hasta el 69 % cuando se analizan varias combinaciones. (Gang, 2016).

Existen diversos trabajos que describen la influencia de la configuración de una planta en el consumo energético de la misma. Por ejemplo, Lee & Lee (2007) demostraron que el incremento de enfriadoras de igual capacidad en una planta favorece al incremento de la eficiencia y la disminución del consumo energético. Por otro lado, Yu & Ho (2019) refieren que, a pesar de esta afirmación, las limitaciones relacionadas con el espacio pueden afectar la decisión del total de enfriadoras a instalar. Además, otro factor que influye es el costo total de la planta. Esto puede estar dado por el incremento del resto de los elementos que la constituyen, por ejemplo, bombas, tuberías, entre otras.

En caso de la distribución de la capacidad frigorífica una planta puede configurarse de dos formas, con enfriadoras simétricas o asimétricas. La planta de enfriadoras simétricas es aquella que todas las máquinas tienen la misma capacidad nominal.

Esta configuración es la más empleada en la práctica y tiene como ventaja la facilidad de mantenimiento al compartir elementos comunes pero su desventaja principal radica en la baja eficiencia de la planta cuando se trabaja a cargas parciales. La configuración asimétrica son enfriadoras de diferentes capacidades, esta permite lograr un ajuste más eficiente del sistema ante las variaciones de carga. Puede representar un potencial de ahorro, por ejemplo, Yu & Chan (2007) determinaron que el consumo energético de una planta con esta configuración puede disminuir un 10.1 %. Considerando lo antes expuesto el objetivo principal de este artículo es conocer la influencia estadística de las variables: distribución frigorífica entre las enfriadoras que componen una planta y el total de enfriadoras, en el consumo energético de una planta.

### Situación Problemática:

No se conoce la influencia estadística que tienen los parámetros de diseño de una planta de enfriadoras, número de enfriadoras, capacidad frigorífica y distribución frigorífica de las enfriadoras que la componen, en el consumo energético de la planta

### Hipótesis:

Es posible que, con el empleo **análisis estadístico de la relación existente entre parámetros de diseño y parámetros de operación de una planta de enfriadoras**, se logre demostrar cuál de los elementos de las variables tiene mayor influencia en la operación de las plantas en términos de consumo y garantizando así una buena vida útil, bajo consumo, facilidad en el mantenimiento, alto COP, bajo costo de inversión y operación.

### Objetivo general:

- Establecer una metodología que garantice factiblemente una buena eficiencia de la relación existente de estos parámetros usando el **Análisis Estadística**.

### Objetivos específicos:

- Hacer las búsquedas bibliográficas de las maquinas enfriadoras (Chiller), análisis estadístico y las pruebas estadísticas que se hace.
- Determinar qué tipos de variables empleadas en las plantas de enfriadoras para el análisis estadístico y sus transformaciones.
- Aplicar diferentes pruebas de normalidades para estas mismas variables en diferentes Software existente.
- Hacer el análisis comparativo del potencial de cada prueba empleada.
- Interpretar los resultados obtenidos en cada análisis.

# CAPÍTULO 1

MARCO TEÓRICO.

## 1 CAPÍTULO I: MARCO TEÓRICO.

### Introducción.

En la actualidad en nuestro país es notorio el incremento de muchas edificaciones verticales, tales como, hospitales, centros comerciales, e institucionales, lo que evidentemente hace necesario el requerimiento de equipos de climatización de gran capacidad para cumplir con los requisitos de confort de cada edificio o aplicación industrial. Para cumplir con estas condiciones de enfriamiento se instalan grandes sistemas de agua helada cuya composición será explicada en detalle en este capítulo.

### 1.1 Definición de chiller.

La palabra chiller proviene de la palabra inglesa “**chill**” que significa **helar**, un chiller (o enfriadora, anticongelante) es un aparato industrial que produce agua fría para el enfriamiento de procesos industriales. La idea consiste en extraer el calor generado en un proceso por contacto con agua a una temperatura menor a la que el proceso finalmente debe quedar. (Bahena Damian, 2013)

Un chiller es un sistema completo de refrigeración que incluye un condensador, un evaporador, compresor, válvula de expansión (evaporación), refrigerante, tuberías y accesorios, además de una bomba de impulsión de agua para recirculación del agua, y garantizar el permanente flujo de masa entre los dos sistemas. Dependiendo del proceso se requieren de distintos caudales, presiones y temperaturas del fluido incluso bajo cero como es nuestro caso, este tipo de temperaturas se pueden alcanzar con la adición de anticongelantes industriales como el etilenglicol o cloruro de calcio industrial.

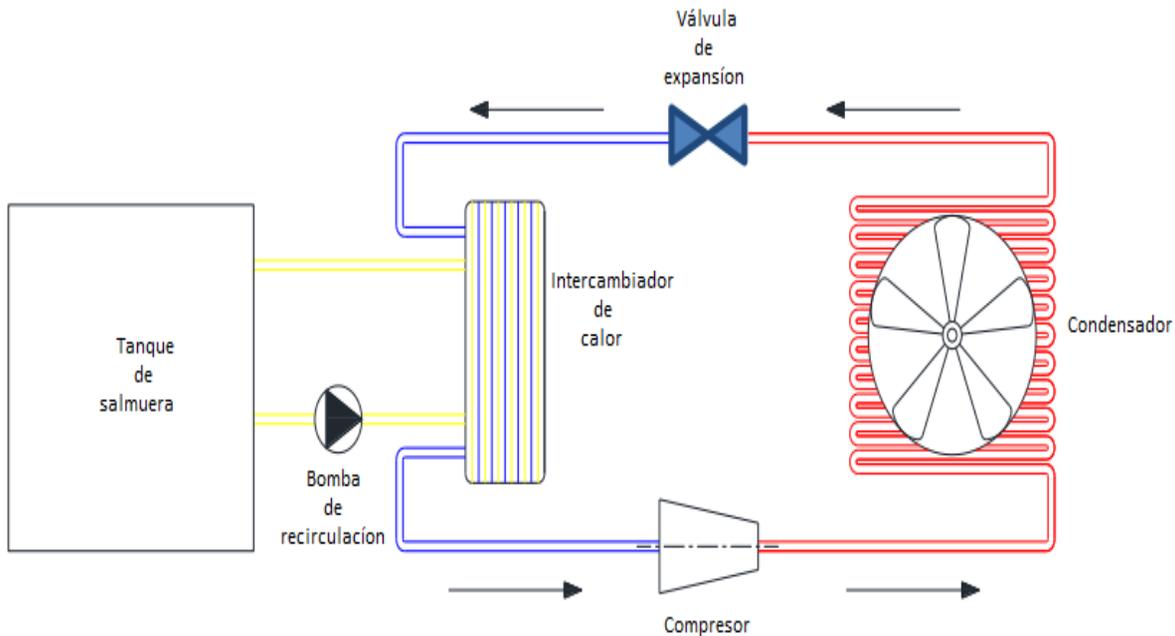
Este sistema cuenta con estos elementos o componentes importantes (Hui, 2016):

**Compresor:** Suministra la energía del sistema.

**Condensador:** El condensador es un intercambiador de calor, en el que se disipa el calor absorbido en el evaporador.

**Sistema de expansión:** El refrigerante líquido entra en el dispositivo de expansión donde reduce su presión. Al reducirse su presión se reduce bruscamente su temperatura.

**Evaporador:** El refrigerante a baja temperatura y presión pasa por el evaporador, que al igual que el condensador es un intercambiador de calor, y absorbe el calor.



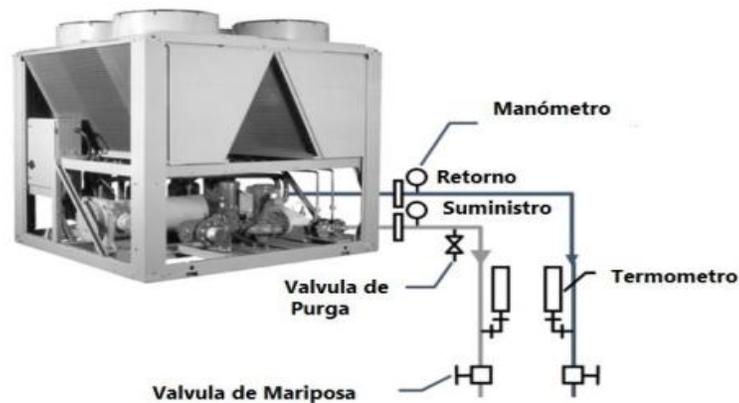
**Figura 1.1:** Esquema general de un chiller.

**Fuente:** (Almendariz Llanos Galo Rodrigo, 2014).

### 1.1.1 Tipos de chillers.

Según *Chiller plant control and operation*, afirma que existen de dos tipos: **enfriados por aire** y **enfriados por agua**. (Hui, 2016)

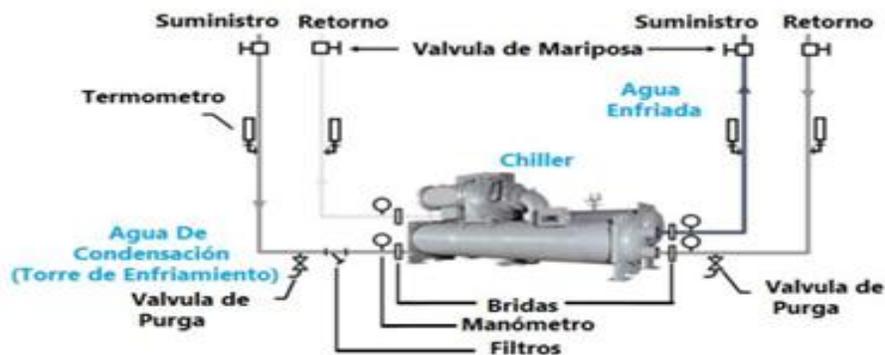
**Enfriadores por aire:** En el circuito de refrigeración se condensa el refrigerante antes de ser enviado a la válvula de expansión, el refrigerante que circula por medio de los serpentines del condensador es enfriado con ayuda de un ventilador de flujo forzado de aire. Estos chiller con condensadores enfriados por el aire son instalados en el exterior y no en lugares cerrados. (Hui, 2016)



**Figura 1.2:** Detalles típicos de un Chiller enfriado por aire.

**Fuente:** (Salcedo, 2018)

**Enfriadores por agua:** Estos enfriadores utilizan agua para condensar el refrigerante, en vez de serpentín como el caso del enfriador anterior, estos utilizan un intercambiador de calor placas o casco y tubos de flujo contracorriente, por un lado, del intercambiador ingresa el refrigerante y en otro lado circula el agua, calor del refrigerante pasa agua la cual se debe enfriar para retornar al condensador. El agua se enfría en una torre de enfriamiento y su instalación se la debe hacer en el interior, en cuartos de máquinas ( Hui, 2016).



**Figura 1.3:** Detalles típicos de un Chiller enfriado por Agua.

**Fuente:** (Salcedo, 2018)

La siguiente tabla describe la generalidad de los dos tipos de enfriadora respecto al tipo de compresor, así como sus respectivas capacidades y el COP mínimo.

**Tabla 1.1:** Requisitos mínimos de COP: a plena carga para diferentes tipos de enfriadoras.  
**Fuente:** (typesPei Huanga, Gongsheng Huanga, Godfried Augenbroeb, Shan LiaaDepartment, 2017)

Tipo	Tipo del compresor	Rango de capacidad de frío 1 ton =3,52 KW	COP mínimo
Enfriadores por aire	Reciprocantes	< 115 tons	2,8
		≥ 115 tons	2,9
	Desplazamientos	< 115 tons	2,8
		≥ 115 tons	2,9
	Tornillos	< 145 tons	2,9
		≥ 145 tons	3,0
Centrífugos	Todas capacidades	3,2	
Enfriadores por agua	Reciprocantes /Desplazamientos	< 150 tons	4,2
		≥ 150 and < 300 tons	4,7
		≥ 300 tons	5,3
	Tornillos	< 150 tons	4,8
		≥ 150 and < 300 tons	5,0
		≥ 300 tons	5,5
	Centrífugos	< 150	5,00
		≥ 150 and < 300 tons	5,55
		≥ 300 tons	6,10
Otros	Absorción enfriada / aire de simple efecto	Todas capacidades	0,60
	Absorción enfriada / agua de simple efecto	Todas capacidades	0,70
	Absorción de doble efecto de tiro indirecto	Todas capacidades	1,00
	Absorción de doble efecto de tiro directo	Todas capacidades	1,00

### 1.1.2 Aplicaciones de un chiller.

Las aplicaciones son muy extensas, entre las cuales están:

- En el hotelería
- En la industria petroquímica.
- En el procesamiento de agua.
- En la inyección o soplado en la industria del plástico.
- En aire acondicionado para comodidad humana.
- En la industria vinícola para fermentar vinos.
- En plantas de procesamiento de alimentos.
- En torres de refrigeración.

### 1.1.3 Ventajas y desventajas de los Chillers.

Hay una grande diferenciación en término de comparación de las enfriadoras por aire y enfriadora por agua. Los mismos son según (Carrier Corporation, 2005):

#### **+ Enfriadora por agua.**

- Superior la eficacia.
- Mas complejidad, mayores costos de instalación y mantenimiento.
- Las selecciones personalizadas en los tamaños más grandes.
- La Larga capacidad de tonelaje.
- El interior es más frio.
- El ciclo de vida es más largo variando entre de 20 a 30 años.
- El consumo es de 0,46-0,65 kW/TR.
- Rango de mínimo del COP bajo condiciones de carga total, para las enfriadoras enfriadas por aire, deben variar entre 3,80-6,39
- Rango de capacidad más amplio, entre 10 y hasta 3 000 TR.
- Requieren de una torre de enfriamiento, así como otro (alimentación de agua y drenaje, tratamiento de agua, filtros, sistemas de bombeo, y un sistema de control extra).
- Requieren del tratamiento del agua para evitar las impurezas.

#### **+ Enfriadoras por aire.**

- Bajo el costo de instalación.
- Tiempo de vida útil es de 15 a 20 años.
- La disponibilidad más rápida.
- Ninguna torre refrescante o bombas del condensador requirieron.
- consumen es de 1,40-1,75 kW/toneladas de refrigeración.
- Ningún cuarto mecánico requirió.
- Menos mantenimiento.
- No requieren de una torre de enfriamiento, facilitando su mantenimiento y limpieza de tubos de condensador.
- Rango de mínimo del COP bajo condiciones de carga total, para las enfriadoras enfriadas por aire, deben variar entre 2,40-3,06.
- Rango de capacidad varía entre 7 y hasta 500 TR.

#### **1.1.4 Cómo elegir el mejor sistema**

Para la elección adecuada de un enfriador, es necesario tomar en cuenta los siguientes aspectos (Carrier Corporation, 2005):

- Máxima y mínima temperatura de operación.
- Temperaturas de bulbo seco y bulbo húmedo.
- Capacidad de cargas eléctricas disponibles.
- Costos iniciales de inversión.
- Costos de operación.
- Costos de mantenimiento.
- Disponibilidad de agua.

- Simplicidad de operación.
- Precisión.
- Espacio disponible.
- Voltaje disponible.
- Calidad del agua.
- Ahorro de energía.

## 1.2 Diseño de las plantas de Chiller (enfriadoras de agua).

Una planta está compuesta por varias enfriadoras. Estas son las responsables del 60 % del consumo energético de un sistema de climatización, el resto les corresponde a los diferentes elementos del sistema como son: el sistema de bombeo, ventiladores, entre otros. Chan y autores, (2015). El diseño de una planta de enfriadoras se refiere a determinar la capacidad de frío del sistema y la configuración que tendrá la misma. De acuerdo con Fang, Jin, Du, Wang & Shi, (2017), cuando se diseña de forma inadecuada una planta, la eficiencia de cada elemento en el sistema se desvía de su punto óptimo de operación. Además, reafirman que el mal diseño de una planta de enfriadoras es un problema común en la esfera de la ingeniería.

Para el diseño de una planta se debe tener en cuenta los siguientes aspectos:

- ✚ Capacidad total de la planta
- ✚ Número de enfriadoras a instalar
- ✚ Distribución de las cargas de enfriamiento entre ellas
- ✚ Arreglo hidráulico

A continuación, se expone una revisión bibliográfica de las consideraciones generales para cada elemento, así como el proceso evolutivo que ha tenido la misma en los últimos tiempos.

### 1.2.1 Capacidad total de la planta de enfriadoras.

El primer paso para el diseño de una planta de enfriadoras es el cálculo de la carga de enfriamiento de la edificación. Ésta se puede estimar a través de reglas de la ingeniería, por ejemplo, toneladas de refrigeración por unidad de área o por métodos de transferencia de calor; tal es el caso del método de transferencia o series de tiempo, entre otros. Un diseño convencional de una planta propuesto por la

ASHRAE Fundamentals (2017) refiere que la capacidad total de la planta es aproximadamente 10-20 % superior a la demanda pico obtenida del cálculo de la carga térmica. Este factor de seguridad (FS) se emplea con el fin de evitar el riesgo de sub-dimensionamiento.

El FS ha sido criticado por algunos autores que refieren que el sobredimensionamiento de las plantas de enfriadoras es la principal causante del mal funcionamiento de las mismas y que trabajen bajo el régimen de carga parcial. (Chan 2004); (Menezes, Cripps, Buswell, Wright & Bouchlaghem, 2014); (Cheng et al. 2015); (Wang, Augenbroe, Wang, Fan & Xiao, 2016); (Li et al. 2017). Por otro lado, existe otro criterio empleado por la Norma ASHRAE 90.1-2010 que influye en la capacidad total del sistema, que son las horas que no satisfacen la demanda de enfriamiento o por su terminología en inglés "unmet hours", que según establece la norma no pueden exceder de las 300 horas.

La redundancia de las enfriadoras es otra medida que incrementa la carga instalada. En ocasión se diseñan múltiples enfriadoras más una redundante que sirve como reserva, con el fin de garantizar carga extra de climatización en caso de falla en el sistema, lo que en gran medida le proporciona robustez. Por ejemplo, Wang et al. (2013) determinaron un incremento significativo de la tasa de falla de un sistema no redundante con respecto a uno redundante, desde  $1,3 \cdot 10^{-6}$  hasta  $2,4 \cdot 10^{-2}$ , respectivamente. Existen casos donde se hace estrictamente necesario adoptar esta disposición, por ejemplo, según Taylor (2017), existen plantas que son críticas, que sirven en industrias en que se requiere instalar como regla N+1 o N+2 enfriadoras redundantes, como es el caso de los centros de datos, considerando la posibilidad de que la enfriadora de mayor capacidad falle.

No obstante, algunos autores refieren que no es necesario aplicar la redundancia si se cuenta con un plan de mantenimiento estricto basado en el riesgo de fallo de forma anticipada. Tal es el caso de Chan, Lee & Yuen (2011), los mismos exponen que la mayoría de las plantas operan a carga total en cortos periodos de tiempo durante un año de trabajo y el empleo de una enfriadora extra implica un alto costo. En cambio, su estudio demostró que se puede eliminar la redundancia debido a ciertas bondades que en ocasiones los diseñadores no tienen en cuenta como son:

el propio factor de seguridad y el margen de diseño que los fabricantes emplean en las enfriadoras. Además, en caso de que sea necesario, se puede considerar que la enfriadora de menor capacidad realice esta función. También, Wang et al. (2016) recomiendan cuantificar la redundancia como un tipo de incertidumbre y aplicar la misma en el cálculo de la carga térmica.

En la actualidad, investigadores han empleado métodos para determinar de forma más exacta la capacidad de frío de una planta a través del análisis y la cuantificación las incertidumbres. Estos análisis se basan en varios aspectos: el día típico meteorológico, que agrupa una serie de datos meteorológicos extremos que rara vez concurren al mismo tiempo (Sun, Gu, Wu & Augenbroe, 2014); las ganancias de calor derivadas de los equipos, no debe ser la potencia nominal, según datos del fabricante; la degeneración de su funcionalidad respecto al tiempo de uso; las incertidumbres generadas por la composición de los materiales de construcción y los fenómenos de transferencia de calor; la posible naturaleza cambiante de la demanda térmica a través del tiempo; las incertidumbres derivadas de las intermitentes ganancias de calor en función de la ocupación de la edificación, conjuntamente con las ganancias internas asociadas al empleo de los equipos, que según Gang, Wang, Augenbroe & Xiao, (2016) y Kang et al. (2017) son los parámetros que más sensibilidad tienen en el resultado final de la carga térmica de enfriamiento.

Domínguez-Muñoz, Cejudo López & Carrillo-Andrés (2010) definieron la representación matemática de la propagación de las incertidumbres según su tipo. Además, ordenaron por orden de importancia, aquellas que más influyen en la demanda térmica. Tian & De Wilde (2011) exploraron el impacto del cambio climático en las incertidumbres que se generan debido a las propiedades térmicas del edificio y las ganancias internas de calor. Definen un incremento del 122 % de las cargas térmicas de enfriamiento y un decrecimiento del 40 % de la demanda de calefacción. Finalmente, un crecimiento del 14 % de las emisiones de CO<sub>2</sub> para una línea base del 2050. Sun et al. (2014) definieron la capacidad del sistema HVAC considerando márgenes de riesgo al analizar las incertidumbres. Huang, Huang & Wang (2015) combinaron el análisis de incertidumbres y técnicas de decisión

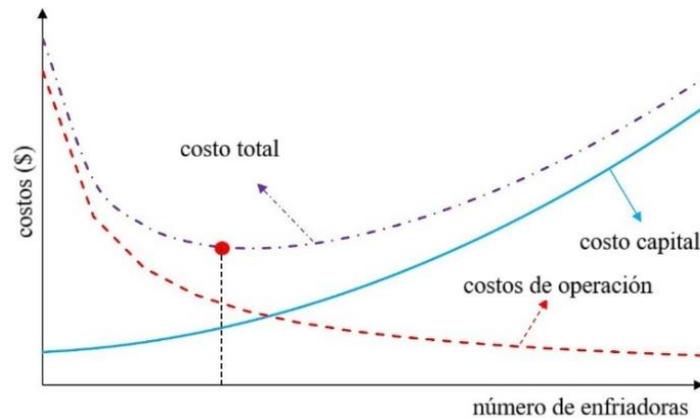
multicriterial para la selección de la capacidad de diferentes componentes de un sistema HVAC. Cheng, Wang & Yan (2016), a través del análisis de incertidumbre determinaron rango de capacidades del sistema de enfriamiento (torres). Posteriormente, a través de una función objetivo optimizaron el resultado, seleccionando la configuración con menor costo de ciclo de vida. Finalmente, Niu, Tian, Lu, Zhao & Lan, (2019) proponen una metodología donde evalúan el funcionamiento de una planta de enfriadoras bajo un rango de cargas obtenidas a partir del análisis de las incertidumbres.

En comparación con los métodos de diseño convencionales que solo consideran un cierto estado determinístico, los nuevos métodos de diseño relacionados con las incertidumbres consideran probabilísticamente muchos más escenarios posibles. (Chai, Huang & Sun, 2019), (Liao, Huang, Ding, Wu & Feng, 2018), Cheng et al. (2017); (Huang et al. (2018)). De acuerdo con Sowden (2002) esto favorece una decisión basada en el riesgo, en lugar de dimensionar los sistemas a ciegas con un gran margen de seguridad. Además, emplean el análisis de frecuencia de las cargas para establecer el rango “*unmet hours*” según los requerimientos de la instalación y del cliente. (Wang et al. 2015), (Kang et al. 2017), (Huang et al. 2018). Pero pese a estas ventajas, este campo de conocimiento ha recibido muy poca atención. (Yang, Cheng & Cai, 2019). Esto está dado por el alto nivel de riesgo que entraña lo cual, desde el punto de vista práctico, la hace poco atractiva.

### **1.2.2 Número de enfriadoras a instalar.**

Una configuración básica es una sola enfriadora que provee el agua helada necesaria para satisfacer la carga térmica. Esta configuración tiene la ventaja de su costo inicial es más bajo, pero posee la desventaja de que cuando falla cualquier elemento de la máquina (compresor, torre de enfriamiento, o bomba), se interrumpe todo el sistema. Esto es inaceptable para la mayoría de las instalaciones, especialmente en aquellas donde el empleo de estos sistemas es vital (laboratorios, centros de datos, hospitales, hoteles etc.). Esta configuración es propensa a trabajar en el régimen de carga parcial. (Stanford III, 2016)

**a) La instalación de múltiples enfriadoras:** es más común que una sola. Como regla se indica que una planta debe estar compuesta por  $N+1$  enfriadoras, donde  $N$  es igual a 1. De esta forma se garantiza que el sistema sea confiable. Debido a que la demanda térmica puede variar en un amplio espectro en una planta compuesta por múltiples enfriadoras, si estos poseen una capacidad apropiada, pueden alternar su operación, trabajar en su máxima capacidad y/o eficiencia en dependencia de tipo de máquina y de esta forma conservar energía. Lee & Lee (2007) demostraron que el incremento de enfriadoras de igual capacidad en una planta favorece al incremento de la eficiencia y la disminución del consumo energético. Por otro lado, Yu & Ho (2019) refieren que una planta de gran capacidad debe contener al menos  $N+2$  enfriadoras. No obstante, las limitaciones relacionadas con el espacio pueden afectar la decisión. Además, otro factor que influye es el costo total de la planta como se observa en la **Figura 1.4**.



**Figura 1.4:** Efecto del incremento del total de enfriadoras en el costo mínimo total. Cheng et al (2017).

### 1.2.3 Distribución de las cargas de enfriamiento entre las enfriadoras.

Una planta puede configurarse de dos formas, con enfriadoras **simétricas** o **asimétricas**.

**a) La planta de enfriadoras de configuración simétricas:** es aquella que todas las máquinas tienen la misma capacidad nominal. Esta configuración es la más empleada en la práctica; por ejemplo, Lee & Lee (2007) reportaron que de las

50 plantas de enfriadoras estudiadas 44 eran de **configuración simétrica**. Esta configuración tiene como ventaja la facilidad de mantenimiento al compartir elementos comunes. Su desventaja principal radica en la baja eficiencia de la planta cuando se trabaja a cargas parciales.

**b) La planta de enfriadoras de configuración asimétrica:** son enfriadoras de diferentes capacidades, esta permite lograr un ajuste más eficiente del sistema ante las variaciones de carga. Puede representar un potencial de ahorro. De acuerdo a Yu & Chan (2007), el consumo energético de una planta con esta configuración puede disminuir un 10.1 %.

En la actualidad, la distribución de la carga entre las enfriadoras se efectúa a través de recomendaciones, siendo muy limitado este campo de estudio. Por ejemplo, la norma cubana NC-220:2009 específica que debe dividirse la capacidad frigorífica total entre el número de enfriadoras a instalar, incurriendo así en un diseño simétrico del sistema. La ASHRAE 90.1-2013 recomienda el empleo de enfriadoras simétricas, como se puede ver en la Tabla 1.2. Por otro lado, Yu & Chan (2006) refieren como norma que en edificios con demanda de frío entre 1050-7032 kW, deben emplearse entre 4-8 enfriadoras simétricas. Similar afirmación la hacen Chan et al. (2011).

<b>Tabla 1.2.</b> Tipos y números de enfriadoras recomendadas según la demanda del edificio (Tabla G3.1.3.7) ASHRAE (2013)	
<b>Área acondicionada del edificio (kW)</b>	<b>Número y tipos de enfriadoras</b>
≤120 000	1 enfriadora tipo tornillo
>120 000 < 240 000	2 enfriadoras tipo tornillo, simétricos
≥240 000	2 enfriadoras centrífugas como mínimo. (Si se emplean más de dos no pueden ser de más de 800 TR, todos simétricos)

Según Taylor (2017), la cantidad de enfriadoras, así como la distribución de su capacidad, deberá depender de las características de la distribución de frecuencia de las cargas de enfriamiento de la instalación en cuestión. Si es una edificación con gran diversificación de carga, se recomienda varias enfriadoras de diferentes capacidades, si es una con una carga constante, por ejemplo, aplicaciones industriales, base de datos, etc., puede emplearse una enfriadora de gran capacidad y una pequeña. No obstante, dicho autor no propone cómo debe ser la distribución de la capacidad.

Por otro lado, Stanford, (2016), recomienda emplear configuraciones compuestas por 80%-20 % de la capacidad total y la otra es 60 %-40 %. Esta última distribución fue avalada primeramente por Haviland & CEM (2002) bajo el criterio que, en aplicaciones como hoteles y oficinas, las enfriadoras pueden pasar más del 50 % trabajando bajo el régimen de carga parcial. Otra propuesta fue efectuada por Matheu & Greenberg (2005), que sugieren la proporción 30 %-70% en el caso de laboratorios. Se especifica que ninguno de los estudios presentados aporta una metodología ni revelan el análisis previo a las recomendaciones sugeridas.

Existen estudios aislados donde autores evalúan algunas configuraciones en específico. Por ejemplo, un caso de estudio desarrollado por la compañía norteamericana CARRIER (Tosí & Bitondo 1999), propone el uso de 3 enfriadoras, dos de igual capacidad con una distribución de la carga de 40% cada uno y uno de menor capacidad, de 20 % de la carga. Esta distribución garantiza que, para bajas cargas por debajo del 20 %, se trabaje con el de menor capacidad, y en función del incremento de la necesidad de frío entran en funcionamiento las otras dos máquinas, actuando la de menor capacidad como un equipo de arranque y reserva. Gang et al. (2016) comparan el comportamiento energético de dos configuraciones, una compuesta por 7 enfriadoras simétricas y otra compuesta por un arreglo de 5 enfriadoras simétricas de gran capacidad (16 % de la capacidad total cada una) y dos de menor capacidad (8 % de la carga). Los resultados arrojaron un ahorro de 1,6 % respecto a la configuración clásica de enfriadoras simétricas.

### 1.2.4 Arreglo hidráulico entre las enfriadoras.

Una planta puede configurarse de tres formas distintas: **enfriadoras en serie**, **paralelas** o **mixtas**.

a) **Una configuración híbrida o mixta:** es cuando una serie de enfriadoras están configuradas en serie, mientras operan en paralelo con otro arreglo de enfriadoras también configuradas en serie. A pesar de que no existe un criterio generalizado acerca de cuál disposición es la mejor a emplear (ya que existen diferentes factores de diseño, explotación y externos que determinan las ventajas y desventajas de cada una de las formas de interconexión), la mayoría de las plantas están interconectadas en paralelo (Kapoor & Edgar, 2015). Se define además que el tipo de arreglo que posea la planta influye directamente en los dos circuitos hidráulicos principales que la misma posee, el **circuito primario** y el **circuito secundario**. El **circuito primario** solo lo componen las enfriadoras de agua, y el **circuito secundario** el sistema de bombeo y el de intercambio térmico.

b) **Con la configuración en serie:** un mismo flujo de agua helada circula a través de las enfriadoras (ver figura 1.2). En el mismo se logran altos valores de diferencia de temperatura entre la salida y el retorno del agua helada. Desde el punto de vista termodinámico, las propiedades de los fluidos intermedios no influyen en la carga total del sistema. En la figura  $\dot{m}$  (kg/s) representa el flujo másico de agua helada,  $T_r$  y  $T_s$  (°C) las temperaturas de retorno y de suministro de agua helada, respectivamente y  $\Delta T$  la diferencia de temperatura entre ellas.

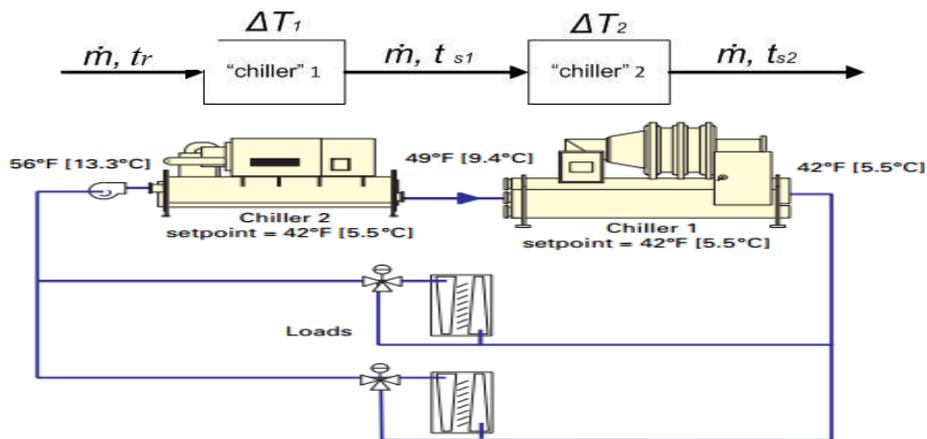
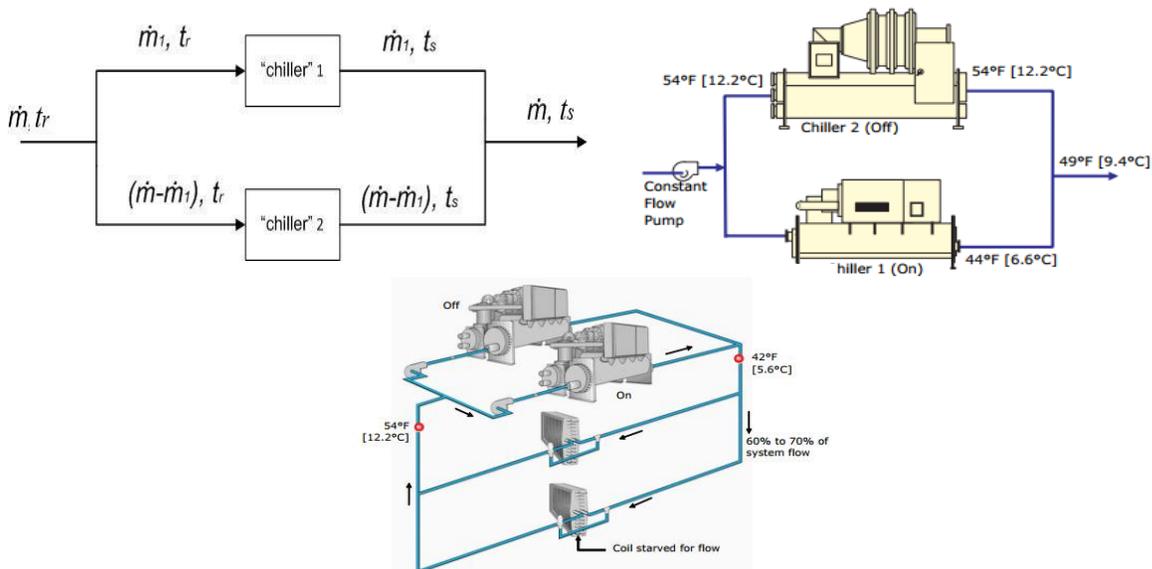


Figura 1.5: Esquema de flujo con la configuración en serie.

En esta configuración, el número de enfriadoras conectadas está limitado por las excesivas caídas de presión. (Trane 2003); (Tosí, 1999). Es **una configuración** que rara vez se implementa, siendo **ventajosa** exclusivamente cuando la diferencia de temperatura es excesiva o si la carga de enfriamiento es estable. (Stanford III, 2016).

**c) Configuración en paralelo:** la temperatura de suministro de los flujos de entrada y salida de cada enfriadora es idéntica. Pero el flujo másico en ambas máquinas puede variar. Este arreglo permite la operación de la cantidad de enfriadoras que realmente se necesite en dependencia de la demanda térmica de la edificación. Además, permite la operación continua de una de las máquinas, en caso de mantenimiento o de roturas inesperadas de la otra, garantizando un servicio ininterrumpido.



**Figura 1.6.** Esquema de flujo configuración en paralelo.

En este arreglo el flujo másico del circuito primario de la planta se divide en dos o más flujos paralelos, con un flujo másico ( $\dot{m}_1$ ) y el otro ( $\dot{m}-\dot{m}_1$ ). Desde el punto de vista hidráulico, posee la ventaja de que las caídas de presión a través de las tuberías no son tan altas como en el caso de las enfriadoras conectadas en serie. El sistema de bombeo puede diseñarse de distintas formas. En caso de enfriadoras de flujo constante, pueden poseer una sola bomba en el circuito; la desventaja

radica en la mezcla de las corrientes cuando uno de las máquinas está fuera de servicio, lo que provoca un incremento de la temperatura del agua helada a la entrada del evaporador. Como solución a este problema, se pueden emplear válvulas para aislar el circuito de la enfriadora apagada e incrementar el flujo en la máquina que está en operación. Otra solución a este problema es emplear múltiples bombas, una para cada enfriadora.

El empleo de sistemas con flujo de agua helada variable disminuye los costos operacionales. Esta bomba de flujo variable puede estar ubicada en el circuito secundario, manteniendo constante el circuito primario, o en el circuito primario. La primera configuración es ampliamente recomendada por la relación costo-beneficio que representa, además de la relativa simplicidad, flexibilidad y estabilidad en su operación. Un sistema de flujo variable por el circuito primario representa una mejora significativa en el control del sistema de forma individual. Permite que el flujo pueda variar en función de la carga, favoreciendo ahorros en el orden del 15 %. (Taylor, 2017). A pesar de esto, el sistema tiene algunas limitantes respecto a la respuesta inmediata ante las rápidas fluctuaciones de la carga y del flujo de agua, pero es una opción viable cuando el control de la temperatura del agua no es estricto. A su vez, el costo de éste es mayor respecto bomba de flujo variable en el circuito secundario, debido a que se requieren mayor exactitud de los instrumentos de control.

Finalmente, según Kapoor & Edgar (2015), la capacidad total del sistema solo depende del flujo másico de agua helada y la temperatura de entrada y salida del sistema, independientemente del tipo de arreglo que se efectúe. Pero no es así con el consumo energético de la planta. La eficiencia energética también está en función del arreglo. Si se mantienen todas las variables iguales en ambos casos, las enfriadoras dispuestas en serie consumen 9,62 % más energía que las configuradas en paralelo. Esto está dado porque el consumo de potencia eléctrica se incrementa al incrementarse su flujo másico. Por otro lado, operan con un incremento de la eficiencia del 12,26 %, en dependencia de los valores de salida de la temperatura de agua helada. No obstante, es importante verificar que no se comprometan las condiciones de confort en la instalación.

## Conclusiones parciales del capítulo I

Mediante la revisión bibliográfica no aparece ninguna especificación de la relación existente entre los parámetros de diseño y de operación. Pero que si algunas recomendaciones como:

- ✚ Las plantas de enfriadoras tiene mejor funcionabilidad, fiabilidad y seguridad mientras hay más número de enfriadoras instalada entre sí.
- ✚ Las enfriadoras simétricas según norma a presenta una buenas configuración en su instalación pero las asimétricas permiten mejor eficiencia.
- ✚ Las Plantas sobredimensionadas tienden a ser ineficientes.
- ✚ Entre los dos tipos de chiller de agua y el aire, el agua son más empleados por tener mejores ventajas en su configuración.
- ✚ Para la capacidad total de la planta se recomienda la implementación de un factor de seguridad (FS) de 10-20 % superior a la demanda pico obtenido del cálculo de la carga térmica para él.
- ✚ Según diferentes autores para números de enfriadoras para la Planta, se recomienda una instalación de  $N+1$  o  $N+2$ . De esta forma se garantiza que el sistema sea confiable en caso de que haya fallo en algunas enfriadoras.

# CAPÍTULO 2

**METODOLOGÍA ESTADÍSTICA.**

## CAPÍTULO II: METODOLOGÍA ESTADÍSTICA

### Introducción

En este capítulo se fundamenta la metodología aplicada a las variables. Atendiendo que, al iniciar el análisis estadístico de una serie de datos, y después de la etapa de detección y corrección de errores, un primer paso consiste en describir la distribución de las variables estudiadas y, en particular, de los datos numéricos. Además de las medidas descriptivas correspondientes, el comportamiento de estas variables puede explorarse gráficamente de un modo muy simple por Pruebas de Bondad de Ajuste o Pruebas de normalidad. Y un conjunto de procedimientos estadísticos en los que interviene la aplicación de modelos de probabilidad y mediante los cuales se realiza alguna afirmación sobre poblaciones con base en la información producida por muestras se le llama ***Inferencia Estadística*** o ***Estadística Inferencial***.

### 2.1. Distribuciones continuas de probabilidad.

En este estudio se aplicaron diversas distribuciones alternativas utilizando distintos parámetros, con la finalidad de tener casos extremos que difieran de una distribución normal, así como características similares, para emplearlas como hipótesis alternativas ( $H_1$ ), en el estudio de la potencia estadística de las pruebas de bondad de ajuste. A continuación, se analizan brevemente estas distribuciones.

#### 2.1.1. Normal.

La distribución normal fue reconocida por primera vez por el francés Abraham de Moivre (1667-1754). Posteriormente, Carl Friedrich Gauss (1777-1855) elaboró desarrollos más profundos y formuló la ecuación de la curva; de ahí también que se le conozca comúnmente como la “Campana de Gauss”. La distribución de una variable aleatoria (v.a.) normal está completamente determinada por dos parámetros, su media y su desviación estándar, denotadas generalmente por  $\mu$  y  $\sigma$ .

Sea  $X$  una v.a. que sigue una distribución Normal, denotada por  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , cuya función de densidad de probabilidad está dada por la ecuación siguiente:

$$f(x|\sigma, \mu) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (2.1)$$

Donde  $I_{(-\infty, +\infty)}(x)$   $\sigma > 0, \mu \in \mathbb{R}$

La Media, Varianza, Sesgo y Curtosis de esta distribución están definidos, respectivamente por:

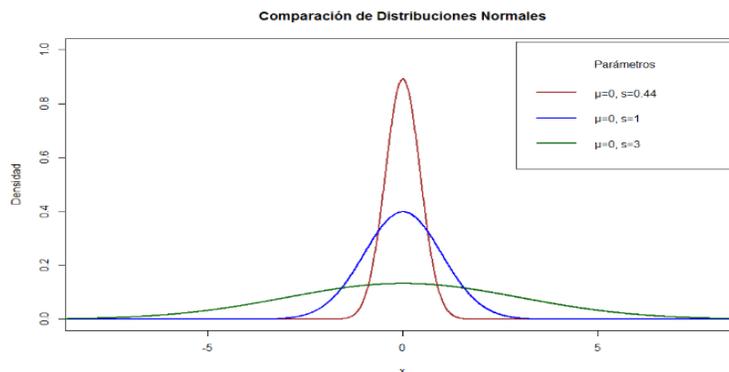
$$E(x) = \mu \quad Var(x) = \sigma^2 \quad g_1 = 0 \quad g_2 = 3$$

La distribución normal posee ciertas propiedades importantes que conviene destacar:

- Tiene una única moda, que coincide con su media y su mediana (lo que por definición la hace ser una distribución simétrica).
- La curva normal es asintótica al eje de las abscisas. Por ello cualquier valor entre  $(-\infty, \infty)$  es teóricamente posible.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = P(-\infty < X < \infty) = 1$$

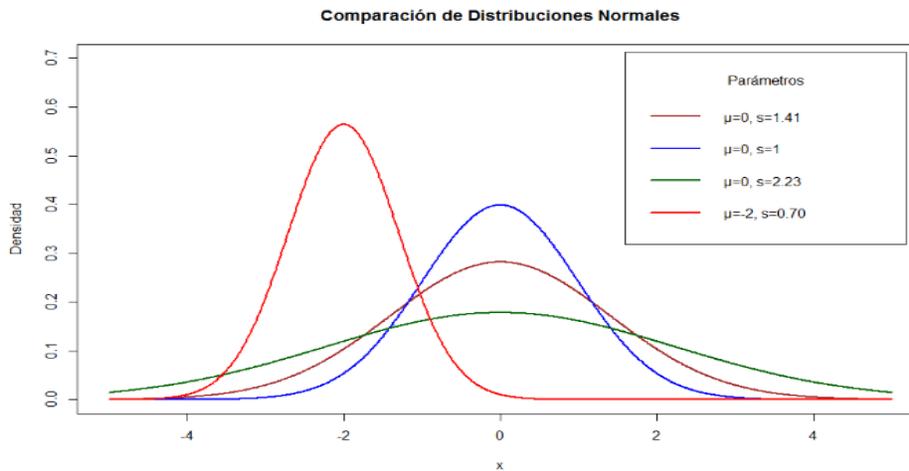
- Es simétrica con respecto a su media  $\mu$ . Es decir, que existe una probabilidad de un 50% de observar un dato mayor que la media, y un 50% de observar un dato menor.
- La distancia entre la línea trazada en la media ( $\mu$ ) y el punto de inflexión de la curva es igual a una desviación típica o estándar ( $\sigma$ ). Cuanto mayor sea  $\sigma$ , más aplanada será la curva de la densidad (ver Figura 2.2).



**Figura 2.1:** Comparación de funciones de densidad de distribuciones Normales con diferentes valores con respecto a su desviación estándar ( $s$ ), con igual media ( $\mu = 0$ ).

**Fuente:** (Mariana Cormona Arce y Carrion Rosales, 2015)

e) La forma de la campana de Gauss depende de los parámetros  $\mu$  y  $\sigma$ . La media indica la posición de la campana, de modo que para diferentes valores de  $\mu$  la gráfica es desplazada a lo largo del eje de las abscisas. Por otra parte, la desviación estándar determina el grado de apuntamiento de la curva, cuanto mayor sea el valor de  $\sigma$ , más se dispersarán los datos en torno a la media y la curva será más aplanada; un valor pequeño de este parámetro indica, por lo tanto, una gran probabilidad de obtener datos cercanos al valor medio de la distribución (ver Figura 2.3)



**Figura 2.2:** Comparación de distribuciones Normales con diferentes valores con respecto a su desviación estándar ( $s$ ), y su media ( $\mu$ ).

**Fuente:** (Mariana Cormona Arce y Carrion Rosales, 2015)

Por lo tanto, no existe una única distribución normal, sino una familia de distribuciones con una forma común, diferenciadas por los valores de su media y varianza. De entre todas ellas, la más utilizada es la distribución normal estándar, que corresponde a una distribución normal con media 0 y varianza 1. Así, la expresión que define su densidad se puede obtener de cualquier distribución normal,  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , efectuando la siguiente transformación:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (2.2)$$

Obteniendo así la densidad de una distribución normal estándar, denotada como  $X \sim N(0, 1)$ :

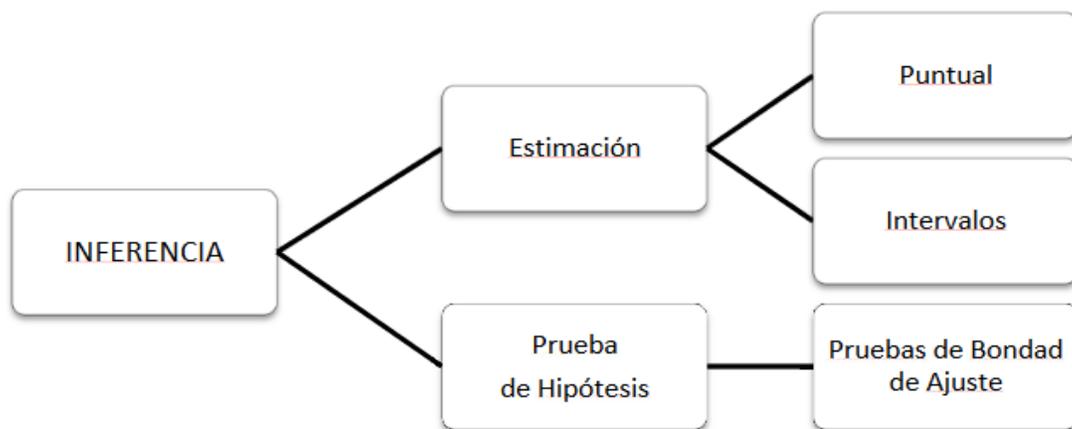
$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{z^2}{2}\right)} \quad (2.3) \quad -\infty < Z < \infty$$

De esta manera un valor  $Z$  mide la distancia entre un valor especificado de  $X$  y la media aritmética, en las unidades de la desviación estándar. Al determinar el valor de  $Z$  usando la transformación, es posible encontrar el área de probabilidad bajo cualquier curva normal haciendo referencia a la distribución normal estándar en las tablas correspondientes.

Un teorema de gran importancia en Estadística, especialmente para la parte de Inferencia **Estadística**, es el **Teorema del Limite Central** que, en condiciones muy generales, explica por qué la distribución normal aparece con tanta frecuencia en fenómenos biológicos, físicos, astronómicos, químicos, económicos, etc., al establecer que: la suma de un gran número de **variables aleatorias** tiende a seguir de manera asintótica una distribución normal. Es decir, garantiza una distribución normal cuando  $n$  es suficientemente grande.

## 2.2. Inferencia Estadística.

La **Inferencia Estadística** es el proceso de usar resultados muestrales para obtener conclusiones respecto a las características de una población. Clásicamente la estadística inferencial se ocupa de dos cuestiones: la estimación de parámetros y la prueba de hipótesis. (Pagano, 1998).



**Figura 2.3:** Clasificación de la Inferencia Estadística.

**Fuente:** (Mariana Cormona Arce y Carrion Rosales, 2015)

El objetivo de la **estimación** es obtener una aproximación al valor de cierto parámetro poblacional; mientras que la finalidad de una **prueba de hipótesis** es determinar si existe evidencia a favor del cumplimiento de una aseveración en torno a un parámetro o conjunto de parámetros de la población a partir de la disponibilidad de cierta información concentrada en una muestra.

Dentro de las pruebas de hipótesis, se encuentran las pruebas de bondad de ajuste que desempeñan un papel primordial. Éstas son utilizadas para determinar qué tan bien una muestra de datos es consistente con alguna distribución de probabilidad y, sobre la cual, se realizará un ejercicio de inferencia.

### 2.2.1. Conceptos básicos.

Para entender la metodología concerniente a las pruebas de bondad de ajuste, a continuación, se introducen algunas definiciones y notación relevantes.

#### 2.2.1.1. Hipótesis estadística.

Una Hipótesis Estadística se define simplemente como una aseveración o conjetura de una o más poblaciones. Las hipótesis estadísticas se establecen de tal forma que pueden ser evaluadas por medio de técnicas estadísticas adecuadas, por lo que toda prueba de hipótesis se basa en la formulación de dos hipótesis.

##### 2.2.1.1.1. Hipótesis nula.

Es la hipótesis que se desea contrastar, la denominaremos Hipótesis Nula, y la denotaremos por **H<sub>0</sub>**. Esta hipótesis es la que se somete a comprobación y es la que se acepta o rechaza como la conclusión final del contraste.

##### 2.2.1.1.2. Hipótesis alternativa.

Como su nombre lo indica, es la alternativa que debe ser cierta en caso de que la hipótesis nula sea considerada como falsa y la denotaremos por **H<sub>1</sub>**.

Puesto que cada una de estas hipótesis afirma lo contrario que la otra, es incompatible que ambas sean ciertas. Por tanto, si llegamos a la conclusión de que la hipótesis nula no se cumple, podemos afirmar que sí se cumple la hipótesis alternativa y viceversa.

En el caso de las **pruebas de bondad de ajuste**, el juego de hipótesis a ser contrastadas se expresa de la siguiente manera:

$$H_0: F(x; \theta) = F^*(x; \theta) \quad \text{Vs} \quad H_1: F(x; \theta) \neq F^*(x; \theta)$$

Donde en principio se asume que se tiene una muestra aleatoria  $x_1, x_2, \dots, x_n$  de alguna densidad  $f(x; \theta)$  con su correspondiente función de distribución  $F^*(x; \theta)$  dónde:  $\theta \in \Omega \subset \mathbb{R}^m$ ,  $m \geq 1$ ,  $\Omega$  el espacio de parámetros y  $F^*(x; \theta)$  es la función de distribución hipotética.

### 2.2.1.2. Prueba de hipótesis.

El proceso que corrobora si la información de una muestra sostiene o refuta la hipótesis estadística se llama Prueba de Hipótesis.

No se puede saber con absoluta certeza la verdad o falsedad de una hipótesis estadística, a no ser que se examine toda la población, esto por supuesto, sería impráctico en la mayoría de las situaciones, ya sea por falta de medios económicos, imposibilidades técnicas, etc. Es por ello que se toma una muestra aleatoria de la población de interés y se utilizan los datos que contiene tal muestra para proporcionar evidencias que confirmen o no la hipótesis.

Los términos de aceptar (no rechazar) y rechazar son comúnmente usados para las posibles decisiones sobre la hipótesis nula en los resúmenes formales de los resultados de un contraste particular. Por lo tanto, al “aceptar” una hipótesis nula, indica que los datos disponibles no proporcionan suficiente evidencia para rechazarlos. Por otro lado, el rechazo implica que la evidencia muestral la refuta. Con esto en mente se pueden cometer dos tipos de errores.

### 2.2.1.3. Error tipo I

El Error Tipo I se comete al afirmar que la ***H<sub>0</sub>*** es falsa cuando en realidad es verdadera. Este tipo de error es el más grave y peligroso en cualquier investigación cuantitativa, por lo tanto, es el que mayor atención recibe y el más controlado, normalmente se fija con el valor de 0.05. Se le denota con la letra griega  $\alpha$  y es equivalente a encontrar un resultado falso positivo y se conoce con el nombre **Nivel de significancia** y se define en términos de una probabilidad condicionada, como la probabilidad de rechazar ***H<sub>0</sub>*** cuando esta es cierta. (Quezada, 2007).

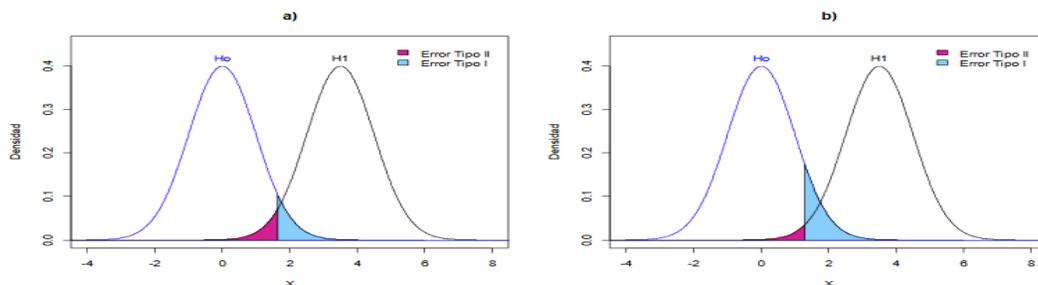
$$\alpha = P [\text{Error Tipo I}] = P [\text{Rechazar } H_0 | H_0]$$

### 2.2.1.4. Error tipo II.

El Error Tipo II se comete cuando se acepta una ***H<sub>0</sub>*** que en realidad es falsa, se denota con la letra griega  $\beta$  y se puede cometer por distintas razones, entre ellas un tamaño muestral bajo (Quezada, 2007) como se aprecia en la Figura 2.3. En términos de probabilidad condicionada, se define como la probabilidad de no rechazar ***H<sub>0</sub>*** cuando esta es falsa, este error contrario al anterior no está prefijado (Mariana Cormona Arce y Carrion Rosales, 2015).

$$\beta = P [\text{Aceptar } H_0 | H_1]$$

Evidentemente, lo ideal sería que las probabilidades de los dos tipos de error fuesen lo más pequeñas posibles. Sin embargo, hay una clara compensación entre los dos. La única forma de disminuir ambos errores a la vez es aumentar el tamaño de muestra, aunque no siempre es posible.(ver Figura 2.2).



**Figura 2.4:** Contraste de hipótesis unilateral con dos niveles de significancia: a) 5% ( $\alpha = 0,05$ ) y b) 10% ( $\alpha = 0,10$ ) para comparar la potencia estadística.

#### 2.2.1.5. Nivel de confianza.

Es el complemento del Error Tipo I, por lo que se define como la probabilidad de aceptar ***H<sub>0</sub>*** cuando esta es cierta, y se denota mediante:

$$1 - \alpha = P [\text{Aceptar } H_0 | H_0]$$

#### 2.2.1.6. Potencia estadística.

Es el complemento del Error de Tipo II, representa la probabilidad de rechazar ***H<sub>0</sub>*** cuando esta es falsa y se denota mediante:

$$1 - \beta = P [\text{Rechazar } H_0 | H_1]$$

El concepto de potencia se atribuye, históricamente, a Pearson y Neyman (1928, 1933). A partir de entonces, aparecieron una serie de autores que tenían en cuenta en sus estudios la potencia estadística (Tukey, 1960; Tullock, 1959; Cox, 1948; McNemar, 1960; Sterling, 1959).

#### 2.2.1.7. Estadístico de prueba.

Un ***Estadístico de Contraste (o de Prueba)***, es una función de las observaciones muestrales que nos permite extraer conclusiones que permitan aceptar o rechazar ***H<sub>0</sub>***. A través de este contraste, es necesario establecer una regla de decisión con las condiciones que llevan a la aceptación o rechazo de la hipótesis establecida, por lo que se crean dos tipos de regiones:

#### 2.2.1.8. Región de aceptación.

Es un rango de valores, tal que, si el estadístico de prueba se encuentra dentro, la ***H<sub>0</sub>*** se declara aceptable (ver Figura 2.4).

#### 2.2.1.9. Región de rechazo.

Es un rango separado de valores, tal que, si el estadístico de prueba se encuentra dentro, la ***H<sub>0</sub>*** se rechaza (ver Figura 2.4).

El punto que divide estas regiones se le denomina **Valor Crítico (VC)**, y depende del nivel de significancia ( $\alpha$ ), el tipo de distribución de probabilidad del estadístico de contraste, y el tipo de hipótesis que se está contrastando (bilateral o unilateral). El contraste bilateral sitúa la región de rechazo en los dos extremos (colas) de la distribución muestral. En cambio, el contraste unilateral sitúa la región de rechazo en uno de los dos extremos (colas) de la distribución muestral.



**Figura 2.5:** Región de aceptación y rechazo con sus respectivos Valores Críticos (VC).

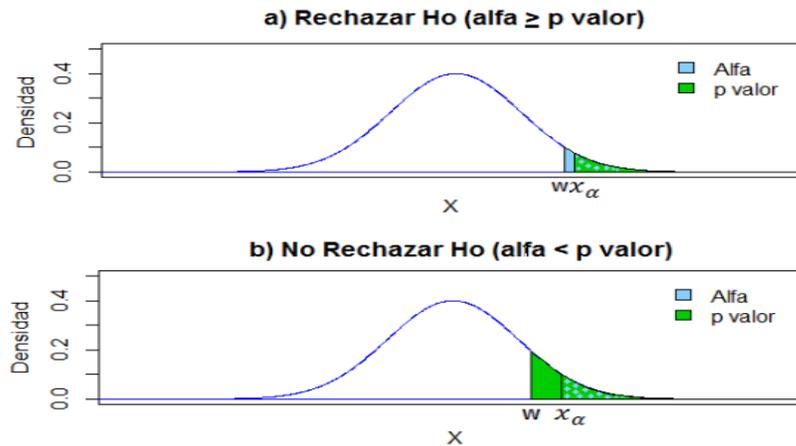
**Fuente:** (Mariana Cormona Arce y Carrion Rosales, 2015).

### 2.2.1.10. P- Valor.

El talón de Aquiles del planteamiento clásico para el contraste de hipótesis es la arbitrariedad en la elección de  $\alpha$ . Aunque 1%, 5%, y 10% son los valores comúnmente utilizados para  $\alpha$ , no hay nada inviolable en estos (Gujarati, 2006). En la práctica, es preferible encontrar el valor p (valor de probabilidad). Este valor se puede definir como el nivel de significancia observado más pequeño en el que se puede rechazar **H<sub>0</sub>**. Al ser una probabilidad, se cumple que:

$$0 \leq \text{valor } p \leq 1$$

Por consiguiente, teniendo un estadístico de prueba **W**, si el valor deseado de  $\alpha$  es mayor o igual al valor p ( **$\alpha \geq p$  valor**), se rechaza **H<sub>0</sub>**; en caso contrario, si el valor de  $\alpha$  es estrictamente menor que el valor p ( **$\alpha < p$  valor**), no se rechaza **H<sub>0</sub>** (ver Figura 2.5). Es decir, si el valor p es muy pequeño el investigador puede concluir que los datos no sustentan **H<sub>0</sub>**; del mismo modo, si el valor p es grande el investigador podrá concluir que los datos sustentan **H<sub>0</sub>**.



**Figura 2.6.** Criterio de decisión sobre la Hipótesis Nula mediante el uso del p valor: a) Rechazar la hipótesis nula ( $\alpha \geq p$  valor) y b) No Rechazar la hipótesis nula ( $\alpha < p$  valor).

**Fuente:** (Mariana Cormona Arce y Carrion Rosales, 2015)

### 2.3. Pruebas de Bondad de Ajuste.

Las pruebas de bondad de ajuste tienen por objetivo determinar si los datos disponibles se ajustan a una determinada distribución. Se entiende por bondad de ajuste a la asimilación de los datos observados de una variable a una función matemática previamente establecida y reconocida. A través de ésta es posible entonces predecir el comportamiento de la variable en estudio.

Si la distribución básica se conoce (pero no necesariamente normal) uno puede ser capaz de obtener exactamente (o lo suficientemente precisa) las pruebas de hipótesis e intervalos de confianza sobre la base de esa distribución. En muchos casos, un investigador no sabe la forma de la distribución, así como las necesidades básicas de las técnicas estadísticas que son aplicables independientemente de la forma de la densidad. Estas técnicas se denominan no paramétrica o método os de distribución libre (Mood, A. M., Graybill, F. A. y Boes, D. C. , 1974).

Una prueba estadística no paramétrica es aquella cuyo modelo no especifica las condiciones de los parámetros de la población de donde se obtuvo la muestra. Hay algunas suposiciones que se asocian con la mayoría de las pruebas estadísticas no paramétricas, como observaciones independientes y variables de continuidad

básica; pero estas suposiciones son pocas y mucho más débiles que las asociadas con las pruebas paramétricas (Juez, P. M. y Diez, J. V., 1997).

Algunas ventajas y desventajas en la aplicación de las pruebas no paramétricas se resumen en la Tabla 2.1:

<b>Tabla 2.1:</b> Ventajas y desventajas de las Pruebas No Paramétricas.	
Fuente: (Mariana Cormona Arce y Carrion Rosales, 2015)	
<b>VENTAJAS</b>	<b>DESVENTAJAS</b>
Las declaraciones de probabilidad obtenidas de la mayoría de estas pruebas son probabilidades exactas, independientemente de la forma de la distribución de la que se tomó la muestra.	Las declaraciones de probabilidad obtenidas de la mayoría de estas pruebas son probabilidades exactas, independientemente de la forma de la distribución de la que se tomó la muestra.
Las declaraciones de probabilidad obtenidas de la mayoría de estas pruebas son probabilidades exactas, independientemente de la forma de la distribución de la que se tomó la muestra.	Su aplicación en muestras grandes se hace muy laboriosa.
Son útiles para los datos clasificatorios, medidos en una escala nominal. Ninguna técnica paramétrica se puede aplicar a tales datos.	No hay métodos no paramétricos para probar las interacciones dentro del modelo de análisis de varianza, a menos que se hagan suposiciones especiales acerca de la adaptabilidad
Las pruebas estadísticas no paramétricas son típicamente mucho más fáciles de aplicar que las pruebas paramétricas.	Las hipótesis que se plantean en estas pruebas son menos precisas, lo que hace que la interpretación de los resultados sea más ambigua.

Hay numerosas pruebas de Bondad de ajuste según ( (Mariana Cormona Arce y Carrion Rosales, 2015)) pero en este trabajo se destaca cuatro de esta pruebas ampliadas en el software. Los mismos son:

### 2.3.1. Prueba de Chi Cuadrado o Pearson ( $P$ ).

La prueba Pearson ( $P$ ) o también conocida por el nombre de Chi Cuadrada, es un contraste de bondad de ajuste que se utiliza para probar si una muestra de datos proviene de una distribución específica, y en un caso particular puede utilizarse para contrastar la normalidad. Pearson (Moore, 1986) propuso un estadístico que compara las frecuencias observadas con las frecuencias esperadas, con base a la distribución de probabilidad especificada, es válida para distribuciones tanto discretas como continuas.

Las hipótesis a contrastar están establecidas de la siguiente manera:

***H<sub>0</sub>**: La muestra proviene de una distribución específica.*

***H<sub>1</sub>**: La muestra NO proviene de una distribución específica.*

Esta prueba presenta una desventaja remarcable, puesto que requiere un tamaño suficiente de muestra para que la aproximación de la Chi Cuadrada sea válida.

Entonces el estadístico de prueba de  $P$  (Moore, 1986) se define como:

$$P = \sum_{i=1}^n \frac{(C_i - E_i)^2}{E_i} \quad (2.4)$$

**Donde:**

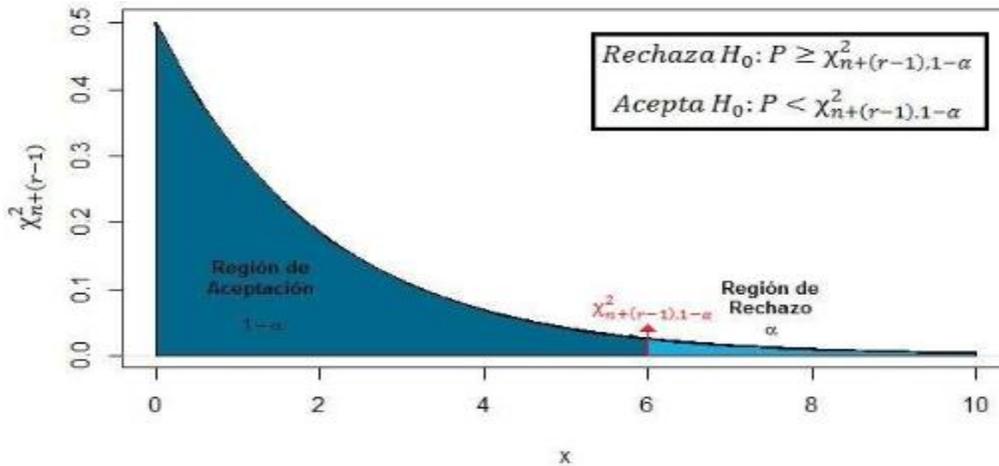
**$P$** : Estadístico de prueba  $P$  que asintóticamente se aproxima a una distribución  $\chi^2$  con  $n - 1$  grados de libertad (Moore, 1986).

**$C_i$** : Frecuencia observada de la muestra.

**$E_i = np_i$** : Frecuencia esperada (teórica), que afirma la hipótesis nula.

El estadístico de prueba sigue una distribución Chi Cuadrada, aproximadamente, con  $n - (r + 1)$  grados de libertad, donde  $n$  es el número de clases o intervalos y  $r$  es el número de parámetros estimados. Así al ser contrastada la hipótesis de normalidad, hay que estimar dos parámetros  $\mu$ ,  $\sigma^2$ . Por tanto, el número de grados de libertad es  $n - 3$ . La  **$H_0$**  es rechazada al nivel de significancia elegido  $\alpha$ , cuando

el valor del estadístico de la prueba  $P$  es mayor al valor de la aproximación de la Chi Cuadrada con  $n + (r - 1)$  grados de libertad, como se aprecia gráficamente en la Figura 2.5:



**Figura 2.7:** Contraste de Normalidad del Estadístico Pearson (P).

**Fuente:** (Mariana Cormona Arce y Carrion Rosales, 2015)

### 2.3.2. Prueba de Z Rango y Curtosis o de asimetría y curtosis.

Permiten determinar si la forma de la distribución de las observaciones muestrales se aleja significativamente de la de un modelo normal en lo que a su simetría y curtosis se refiere. Antes de plantear este contraste, vamos a definir dichos conceptos.

Una **distribución** es **simétrica** cuando los valores que están a la misma distancia de la media tienen igual frecuencia, mientras que es **asimétrica** a la derecha (o con asimetría positiva) cuando los valores bajos de la variable son los más frecuentes, y asimétrica a la izquierda (o con asimetría negativa) en caso contrario (González.N.; Abad, J. & Lèvy, J.P., 2006)).

La **curtosis**, por su parte, se refiere al grado de apuntamiento que presenta una distribución al compararla con la distribución normal. Una distribución es **leptocúrtica** (o con curtosis positiva) cuando es más apuntada y con colas menos gruesas que la normal, **platicúrtica** (o con curtosis negativa) si es más aplastada y

con colas más gruesas que la distribución normal, y **mesocúrtica** si es igual de apuntada que la normal (González.N.; Abad, J. & Lèvy, J.P., 2006)).

Dada una variable aleatoria  $X$  con media o esperanza  $E(X) = \mu$  y con varianza  $\sigma^2 = E[(X - \mu)^2]$ , se definen los coeficientes poblacionales de asimetría,  $\gamma_1$ , y de curtosis,  $\gamma_2$ , como:

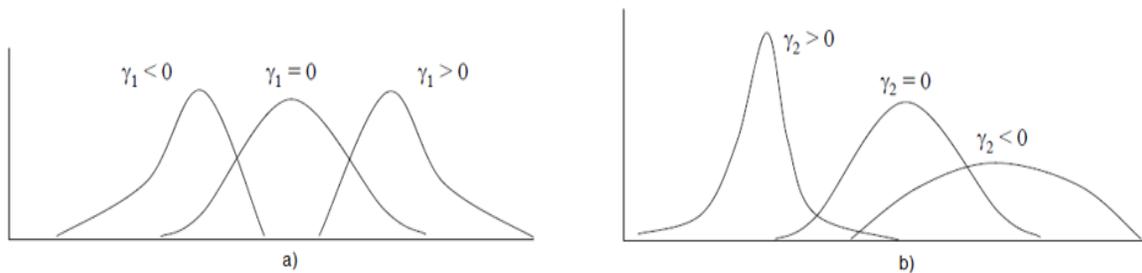
$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} \quad (2.5)$$

y

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 \quad (2.6)$$

Donde  $\mu_k$  es el momento central de orden  $k$  definido como  $\mu_k = E[(X - \mu)^k]$  (2.7)

La interpretación de estos coeficientes, tal y como se muestra en las figuras 2.6, es la siguiente: si  $\gamma_1$  es positivo, la distribución es asimétrica a la derecha, si es negativo, lo es a la izquierda, y si es nulo, es simétrica; por su parte, si  $\gamma_2$  es positivo, la distribución es más apuntada que la normal, si es negativo, es más aplastada que la normal, y si es nulo, tiene una curtosis como la de la distribución normal. Por tanto, cuando una variable aleatoria sigue una distribución normal, ambos coeficientes son nulos.



**Figura 2.8:** a) coeficientes poblacionales de simetría y b) coeficientes de curtosis.

A tal fin, siendo  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  una muestra aleatoria de tamaño  $n$  de la variable aleatoria  $X$  se definen los **coeficientes** muestrales de **asimetría**,  $g_1$ , y de **curtosis**,  $g_2$ , como:

$$g_1 = \frac{m_3}{s^3} \quad (2.8) \quad y \quad g_2 = \frac{m_4}{s^4} - 3 \quad (2.9)$$

Donde **mk** es el *momento muestral central* de k-ésimo orden:

$$m_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i + \bar{x})^k \quad (2.10)$$

$$s^2 \text{ es la varianza muestral: } S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i + \bar{x})^2 \quad (2.11)$$

$$Y \bar{x} \text{ es la media muestral: } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.12)$$

### 2.3.3. Prueba de Shapiro Wilk (SW).

La prueba Shapiro Wilk (**SW**), se restringió originalmente para tamaños de muestra pequeños ( $n < 50$ ). Esta prueba fue la primera que fue capaz de detectar desviaciones de la normalidad, ya sea debido a la asimetría o curtosis, o ambos (Althouse, L. A., Ware, W. B. y Ferron, J. M., 1998). Se ha convertido en la prueba preferida debido a sus buenas propiedades de potencia en comparación con una amplia gama de pruebas alternativas (Mendes, M. y Pala, A., 2003). Las hipótesis a contrastar están establecidas de la siguiente manera:

***H<sub>0</sub>***: La muestra sigue una distribución Normal.

***H<sub>1</sub>***: La muestra NO sigue una distribución Normal.

En particular la prueba **SW** está basada en regresiones y correlaciones que han sido empleadas en muestras completas de estadísticos de orden para verificar normalidad; el uso de estadísticos de orden implica, por lo tanto, que la muestra debe estar ordenada de modo ascendente.

Shapiro y Wilk propusieron una prueba de bondad de ajuste basada en dos estimadores de la desviación estándar: **L<sub>n</sub>**, el mejor estimador lineal (MEL) bajo la hipótesis de que esté presente una distribución Normal Estándar, y el estimador de máxima verosimilitud (EMV) bajo la misma hipótesis.

El estadístico de prueba definido por Shapiro y Wilk (1965), es el siguiente:

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i x_{(i)})^2}{[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2]} \quad (2.13)$$

**Dónde:**

$x_{(i)}$ : Es la i-ésima estadística de orden.

$\bar{x} = \frac{1}{n} (\sum_{i=1}^n x_i)$ : Media de la muestra.

$$a_i = (a_i, \dots, a_n) = \frac{m^T v^{-1}}{(m^T v^{-1} v^{-1} m)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.14)$$

$m = (m_1, \dots, m_n)^T$ : Son los valores esperados de las estadísticas de orden.

$V$ : Es la matriz de covarianza de las estadísticas de orden.

Con mayor detalle,  $a_i$  son los coeficientes normalizados del estimador lineal insesgado óptimo, BLUE (Best Lineal Unbiased Estimator) de sigma ( $\sigma$ ) y  $\sum a_i x_{(i)}$  es el BLUE de la pendiente de la línea de regresión de  $x_{(i)}$  con respecto de  $a_i$ .

La prueba de Shapiro Wilk fue modificada por Royston (1982) para ampliar la restricción del tamaño de muestra, a través del algoritmo AS 181, cuyo propósito es habilitar el cálculo del estadístico  $W$  y su nivel de significancia para cualquier tamaño de muestra ( $3 \leq n \leq 2,000$ ).

Los valores del estadístico  $W$  recaen entre cero y uno. Para valores pequeños de  $W$ , hay evidencia de desviación de la normalidad, es decir, se rechaza normalidad; mientras que el valor de uno indica la normalidad de los datos (Nornadiah, R. M. y Yap, W. B., 2010).

### 2.3.4. Prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS)

Es una prueba de bondad de ajuste, que sirve para contrastar la hipótesis nula de que la distribución de una variable se ajusta a una determinada distribución teórica de probabilidad que puede ser con tendencia a la normal, a la de Poisson o exponencial (Dpto. Matematicas, 2002).

### Hipótesis a contrastar:

*H<sub>0</sub>*: Los datos analizados siguen una distribución **F**.

*H<sub>1</sub>*: Los datos analizados no siguen una distribución **F**.

### Fundamento del contraste:

Comparar la distribución empírica,  $\bar{F}_n$  de la muestra con la distribución propuesta bajo *H<sub>0</sub>*, **F**. Si esta comparación revela diferencias significativas, se rechaza *H<sub>0</sub>*.

### Estadístico de contraste:

$$D = \sup_{1 \leq i \leq n} |\hat{F}_n(x_i) - F_0(x_i)| \quad (2.15)$$

### Donde:

$x_i$  : es el i-ésimo valor observado en la muestra (cuyos valores se han ordenado previamente de menor a mayor).

$\hat{F}_n(x_i)$  : es un estimador de la probabilidad de observar valores menores o iguales que  $x_i$ .

$F_0(x_i)$  : es la probabilidad de observar valores menores o iguales que  $x_i$  cuando **H<sub>0</sub>** es cierta.

Así pues, **D** es la mayor diferencia absoluta observada entre la frecuencia acumulada observada  $\hat{F}_n(x)$  y la frecuencia acumulada teórica  $F_0(x)$ , obtenida a partir de la distribución de probabilidad que se especifica como hipótesis nula.

Si los valores observados  $\hat{F}_n(x)$  son similares a los esperados  $F_0(x)$ , el valor de **D** será pequeño. Cuanto mayor sea la discrepancia entre la distribución empírica  $\hat{F}_n(x)$  y la distribución teórica, mayor será el valor de **D**.

Por tanto, el criterio para la toma de la decisión entre las dos hipótesis será de la forma:

Si  $D \leq D_\alpha \Rightarrow$  Aceptar *H<sub>0</sub>*  
Si  $D > D_\alpha \Rightarrow$  Rechazar *H<sub>0</sub>*

Donde el valor  $D_\alpha$  se elige de tal manera que:

$$P(\text{Rechazar } H_0 / H_0 \text{ es cierto}) = P(D > D_\alpha / \text{Los datos siguen la distribución } F) = \alpha$$

Siendo  $\alpha$  el nivel de significación del contraste.

Para el cálculo práctico del estadístico  $D$  deben obtenerse:

$$D^+ = \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \frac{i}{n} - F_0(x_i) \right\}, \quad (2.16) \quad D^- = \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ F_0(x_i) - \frac{i-1}{n} \right\} \quad (2.17)$$

Y a partir de estos valores se corresponderá que:  $D = \max\{D^+, D^-\}$ .

#### 2.4. Análisis Comparativos de la potencia de cada teste.

Según (Tanveer-UI-Islam, 2011) afirma que, en la actualidad, se entiende que no existe una única prueba de normalidad que merezca ser considerada como la más indicada. En otras palabras, debido a la gran variedad de alternativas a la normalidad, no existe una prueba más potente en términos generales. Por el contrario, hay pruebas que son más potentes para ciertos objetivos, en tanto que pierden validez para otros. En esta dirección enfocan sus investigaciones: Shapiro, Wilk & Chen (1968), Chen y Shapiro (1995), Seier (2002), Thadewald y Büning (2007), Poitras (2006), Farrel y Stewart (2006), Öztuna et al.(2006), Yazici y Yolacan (2007), Úrzua (2007), Gel y Gastwirth (2008), Razali y Wah (2011), Quessy y Mailhot (2011), Yap y Sim (2011), Razali et al.(2012), Lafaye de Micheaux y Tran (2014), entre otros.

Ahora bien, al aplicar una prueba de hipótesis, es posible cometer dos tipos de errores. El denominado **error tipo I**, consiste en rechazar una suposición que es correcta. Por su parte, el **error de tipo II** se produce cuando no se rechaza una hipótesis falsa. Se denomina **potencia de la prueba** al complemento de la probabilidad del segundo **tipo de error**. (Gabriela Cabrera, José Francisco Zanazzi, José Luis Zanazzi, Laura Boaglio., 2017).

#### 2.4.1. Potencia de cada prueba de normalidad para el tamaño de muestras y nivel de significación por diferentes autores.

Ante la situación problemática de algunos autores operan generalmente con muestras de pequeñas cantidad de veinticinco o más datos. Además, no prestan especial interés a la distinción entre las distribuciones normal y uniforme (Romão, X., Delgado, R., & Costa, A., 2010) y otros con una gran cantidad de las muestral que resulta ser más conveniente (Mariana Cormona Arce y Carrion Rosales., 2015).

Según (Mariana Cormona Arce y Carrion Rosales, 2015) la estimación de la potencia estadística está determinada principalmente por dos factores:

El primero es **el tamaño muestra**, debido a que cuanto mayor sea la muestra, la potencia aumentará, cuando el tamaño de muestra es pequeño ( $n = 20$ ), **el error tipo II** es considerablemente alto, por ende la potencia es pequeña a comparación con el nivel de significancia; por otro lado, al aumentar el tamaño de la muestra ( $n = 200$ ), podemos observar una reducción del error tipo II, por lo que la potencia aumenta considerablemente.

El segundo factor, es el valor que se establece al **nivel de significancia**, dado que al incrementarse la probabilidad de error Tipo I, la potencia también aumenta.

Y como producto adicional de otras revisiones de bibliografía, es posible obtener diferentes evaluaciones de las potencias ofrecidas por estas pruebas. En la Tabla 2.5 se lista la potencia de aquellas pruebas de normalidad que en el trabajo de (Romão, X., Delgado, R., & Costa, A., 2010) tienen una potencia empírica mayor al 40%; para distribuciones alternativas simétricas no normales y  $n = 25$ , según (Gabriela Cabrera, José Francisco Zanazzi, José Luis Zanazzi, Laura Boaglio., 2017)

<b>Tabla 2.2:</b> Evaluaciones de potencias con tamaño 25		
<b>Fuente:</b> (Gabriela Cabrera, José Francisco Zanazzi, José Luis Zanazzi, Laura Boaglio., 2017).		
<b>Prueba de Normalidad</b>	<b><math>\alpha</math></b>	
	<b>0,05</b>	<b>0,1</b>
<i>Kolmogorov - Smirnov</i>	39,3	46,3
<i>Anderson - Darling</i>	45,1	51,8
<i>Zhang y Wu</i>	44,4	52
<i>Glen-Leemis-Barr</i>	45,2	51,9
<i>D` Agostino-Pearson</i>	41,5	49,8
<i>Hosking</i>	47	53,6
<i>Shapiro - Wilk</i>	45,5	52,6
<i>Shapiro - Francia</i>	43,5	50,4
<i>Shapiro - Wilk modificado R y G</i>	44,4	51,3
<i>D`Agostino</i>	40	46,1
<i>Fillibien</i>	43,1	49,9
<i>Chen - Shapiro</i>	45,6	52,7
<i>Coin</i>	48,5	55,6
<i>Gel - Miao - Gastwirth</i>	45,8	52,4

En la Tabla 2.5,  $\alpha$  es la probabilidad asignada a la zona de rechazo de la hipótesis, esto es, la posibilidad de cometer un error del primer tipo. Cabe recordar que a medida que el nivel de significación aumenta, disminuye la probabilidad de cometer un error tipo II y con ello, se incrementa la potencia de la prueba (Montgomery, D. C., & Runger, G, 2010)

Según los estudios hecho por (Gabriela Cabrera, José Francisco Zanazzi, José Luis Zanazzi, Laura Boaglio., 2017) para la comparación de potencias en pruebas estadísticas de normalidad, con datos escaso, en lo cual se realizó una selección de ocho pruebas, para las cuales se aproximó experimentalmente la potencia. Los resultados obtenidos para muestras de diez y quince datos, se reproducen en Tabla 2.6.

De la Tabla 2.6 se desprende que la prueba de Shapiro-Wilk modificada por Rahman y Govindarajulu, resulta la de mayor potencia para la detección de la

distribución uniforme como alternativa a la normal, en muestras de tamaño diez y quince, para un nivel de significancia del diez por ciento. Estos resultados son coincidentes con los presentados por Rahman y Govindarajulu (1997), para muestras más extensas. A la mencionada prueba le siguen, de la mayor a la menor potencia, el test de Shapiro-Wilk (SW) y la prueba Anderson-Darling (AD).

Un detalle interesante es que el test de Shapiro Wilk modificado por Rahman y Govindarajulu, evidencia una leve disminución de potencia al pasar de veinticinco a quince datos. De todos modos, en ningún caso es posible alcanzar una potencia superior al cincuenta por ciento.

<b>Tabla 2.3:</b> potencia empírica obtenida $\alpha = 0,10$			
<b>Fuente:</b> (Gabriela Cabrera, José Francisco Zanazzi, José Luis Zanazzi, Laura Boaglio., 2017)			
<b>Prueba de Normalidad</b>	<b>Potencia empírica</b>		<b>Software</b>
	<b>n = 15</b>	<b>n = 10</b>	
Shapiro-Wilk modificado por Rahman y Govindarajulu	45%	25%	Infostat
Shapiro-Wilk	29%	18%	Spss
Anderson-Darling (AD)	26%	16%	Minitab
D'Angostino Pearson (según D'Agostino et al. 1990)	15%	15%	Stata
Kolmogorov-Smirnov Modificado por Lillefors	17%	13%	Infostat
Shapiro-Francia	18%	11%	Stata
Ryan-Joiner	17%	11%	Minitab
Gel-Miao-Gastwirth	14%	10%	No disponible

## 2.5. Variables nominales y ordinarias: Transformación estadística de Variable Ordinal.

Al mencionar de las transformaciones variables nominales y ordinarias requiere, primeramente, conocer que es una variable y su grande clasificación.

El concepto variable comienza a utilizarse a partir del enfoque cuantitativo de la investigación y sus definiciones tienen sus raíces en la matemática y la estadística.

Según (Ochoa Sangrador y Molina Arias., 2018) recibe el nombre de **variable** toda característica medida en un estudio, se realice su medición en números (variables cuantitativas: edad o peso) o en categorías (variables cualitativas o categóricas). Y de acuerdo al arreglo al tipo de datos que constituyen la medición de las variables se puede clasificar en: **cuantitativas** o **cualitativas**.

1) Variables Cuantitativas:

- + Continuas.
- + Discretas.

2) Variables Cualitativas:

- + Nominales
  - Politómicas
  - Dicotómicas
- + Ordinales

**Variables continuas:** aquellas que pueden tomar infinitos valores dentro de un rango determinado en dependencia del instrumento de medida que se considere. Son aquellas que se pueden medir.

**Variables discretas:** aquellas que solo pueden tomar determinados valores enteros en el rango que se considere por el investigador. Son aquellas que se cuentan.

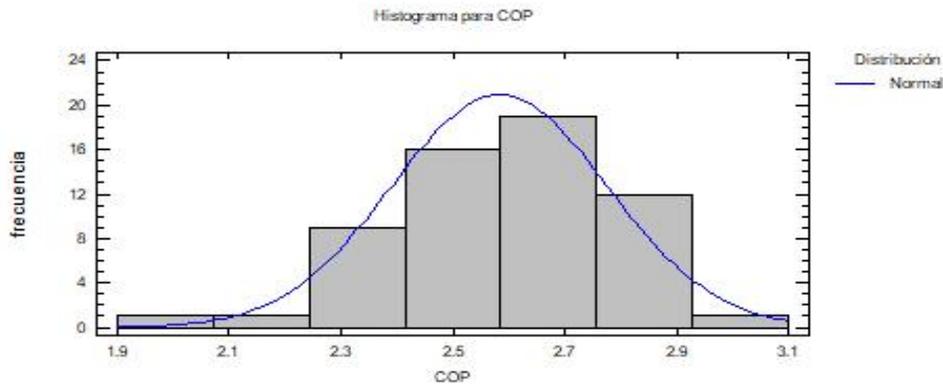
**Variables Nominales:** valores que se agrupan en categorías disjuntas y exhaustivas. Pueden ser: a) Dicotómicas (se presentan en solo 2 categorías. Ej. Sexo: masculino o femenino) b) Politómicas (se manifiestan en más de dos categorías. Ejemplos: marcas de computadoras, clases sociales, orientación sexual).

Es importante destacar en este momento que cualquiera que sea la escala de clasificación esta debe cumplir dos requisitos esenciales:

1. **Exhaustiva:** Debe permitir la clasificación de cualquier individuo que se estudie.
2. **Excluyente:** Debe constar de clases o subdivisiones mutuamente excluyentes, en las que solo se cuente a cada individuo una vez.

### 2.5.1. Histograma de Frecuencia.

Según (Asociación Española para la Calidad(AEC), 2019) define que histogramas son gráficos que indican la frecuencia de un hecho mediante una distribución de los datos. Los histogramas no se pueden elaborar con atributos, sino con variables medibles tales como peso, temperatura, tiempo, etc. Un histograma es una representación gráfica de una variable en forma de barras, donde la superficie de cada barra es proporcional a la frecuencia de los valores representados. En el eje vertical se representan las frecuencias, y en el eje horizontal los valores de las variables. Lo puedes encontrar también como: Gráficos de frecuencias, así como en diagramas de barras simples, de barras compuestas, de barras agrupadas, de polígono de frecuencias y de Ojiva porcentual.



**Figura 2.9.** Histograma de frecuencia de la variable COP.

**Fuente:** Elaboración propia con el software Statgraphics (2018).

### 2.5.2. Regla de Freedman-Diaconis (1981)

Esta regla o método nos ofrece una mayor información acerca de la distribución de un conjunto de datos cuando existen datos atípicos, generamos por cada vector creado dos histogramas, uno realizado por el método de Scott y el otro con el de Scott y Freedman & Diaconis. El Freedman-Diaconis está diseñado para minimizar la diferencia entre el área bajo la distribución de probabilidad empírica y el área bajo la distribución de probabilidad teórica (Mendez, 2017).

La ecuación general para la regla es:

$$\mathbf{Bin\ width} = 2\left(\frac{IQR(x)}{\sqrt[3]{n}}\right) \quad (2.18)$$

Cuanto a la Regla de Freedman & Diaconis este método para definir el número de intervalos está definido por:

$$\mathbf{k} = [2Rn^{-1/3}] \quad (2.19)$$

Donde  $R$  es el rango intercuartílico de la muestra. Esta regla tiene como característica que poco sensible a los datos atípicos y que a diferencia de la regla de Scott arroja intervalos un poco más pequeños. (Miranda).

## 2.6. Relación Estadística entre Variable.

El análisis de correlación es una metodología estadística que trata de establecer la relación entre dos o más variables. Es un procedimiento que busca evaluar la relación entre las diferencias individuales (casos o sujetos) según dos o más variables aleatorias estudiadas. La correlación mide el grado o la intensidad de la relación entre dos o más variables y refleja lo cerca que están los puntos (pares de coordenadas) de una línea recta con pendiente positiva o negativa. Si todos los puntos están muy cerca de la línea la relación es fuerte, y si muchos de los puntos se encuentran retirados de la línea se dice que la relación es débil. Cuando la relación es cero, se considera débil, ya que no existe relación entre las variables correlacionadas

Para efectuar el análisis estadístico de la influencia de una o varias variables independientes sobre la variable dependiente se deben verificar primeramente la condición de normalidad. Para determinar el tipo de distribución existen diferentes pruebas estadísticas, tales como Kolmogorov-Smirnov, Shapiro-Wilk o sesgo y curtosis. (Rendón, Villasís & Novales, 2016) (Gómez, Danglot & Vega, 2013). Esta condición influye en las técnicas estadísticas a aplicar, por ejemplo, cuando estamos en presencia de variables con distribución poblacional conjunta normal o

aproximadamente normal, la relación entre ellas se efectúa a través de pruebas paramétricas

La finalidad de la correlación es examinar la dirección y la fuerza de la asociación entre dos variables cuantitativas. Así conoceremos la intensidad de la relación entre ellas y *si, al aumentar el valor de una variable, aumenta o disminuye el valor de la otra variable*. Hay dos **coeficientes de correlación** que se usan frecuentemente: el de **Pearson** (paramétrico) y el de **Spearman** (no paramétrico, se utiliza en aquellos casos donde las variables examinadas no cumplen criterios de normalidad o cuando las variables son ordinales).

### 2.6.1. Coeficiente de correlación lineal $R^2$ Pearson.

El coeficiente de correlación de Pearson evalúa específicamente la adecuación a la recta lineal que defina la relación entre dos variables cuantitativas. El coeficiente no paramétrico de Spearman mide cualquier tipo de asociación, no necesariamente lineal. *“Si se desea **medir o cuantificar el grado de asociación** entre dos variables cuantitativas se debe calcular un **coeficiente de correlación**”*

El estadígrafo más empleado para verificar la fortaleza entre estas variables es el coeficiente de correlación de Pearson, dado por

$$r = \frac{SCE}{SCT} \quad (2.20)$$

Donde  $SCE$  es la medida de variabilidad del modelo de regresión y  $SCT$  corresponde a la medida de variabilidad de  $Y$  sin considerar el efecto de las variables explicativas  $X$ . Este coeficiente de determinación cumple con la propiedad de ser siempre un número entre cero y uno, o sea:  $0 \leq R^2 \leq 1$ .

Cuando las variables analizadas no poseen una distribución normal y/o estamos en presencia de variables cualitativas se emplean pruebas no paramétricas. En este caso se procederá con los rangos de mediciones para cada variable. Existen dos tipos de coeficientes de rango de correlación: los coeficientes de Spearman, Spearman (1904) y el coeficiente de Kendall, Kendall (1938).

### 2.6.1.1. Coeficiente de correlación de Spearman (Rho).

En caso de rango de correlación de Spearman (Rho), si una o ambas variables que estamos comparando son de escala ordinal, el coeficiente apropiado es el de Spearman. Después de dar los rangos a cada medición de la variable se emplea la siguiente ecuación.

$$r_s = 1 - \left[ 6 \sum \frac{d_i^2}{(n^3 - n)} \right] \quad (2.21)$$

Donde,  $d_i$  es la diferencia entre rangos de X y Y.  $n$  a su vez es el número de observaciones. El valor de  $r_s$  varía de 1 hasta -1 y no tiene unidad, sin embargo, este valor es diferente del valor  $r$  calculado por el método de Pearson.

El  $r$  de Spearman llamado también rho de Spearman es más fácil de calcular que el de Kendall.

### 2.6.1.2. Coeficiente de correlación de Kendall.

El coeficiente Tau ( $\tau$ ) de Kendall está basado en los intervalos jerarquizados de las observaciones, por encima de los propios datos, esto hace que la distribución de  $\tau$  sea independiente de las que presentan las variables X y Y, siempre y cuando que los datos representados por estas dos variables sean independientes y continuas. Como este indicador está basado en rangos y no en los datos originales, su estimación requiere que los valores de la variable ordinal sean transformados en rangos, este coeficiente se ve poco afectado ante la presencia de un número pequeño de valores atípicos (extremos) en la muestra estudiada, adaptándose bien en aquellas variables que reportan moderadas asimetrías en torno a la relación general. Su expresión matemática es la siguiente:

$$\tau = \frac{(Sa - Sb)}{\left[ \frac{n(n-1)}{2} \right]} \quad (2.22)$$

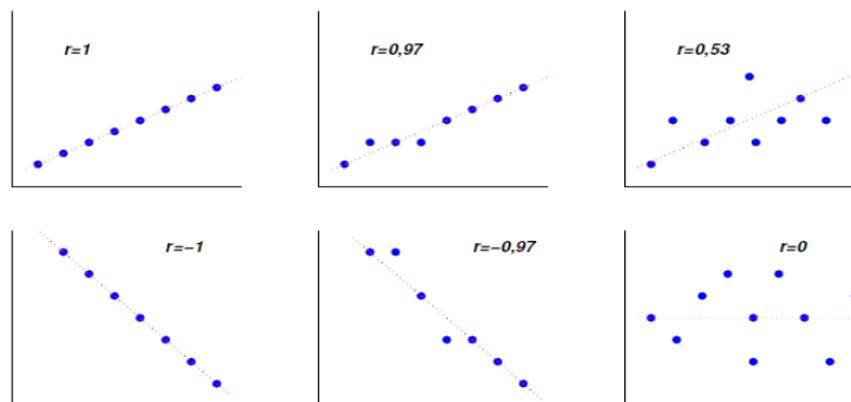
Donde **Sa** es la sumatoria de rangos más altos y **Sb** Sumatoria de rangos más bajos.

Una característica notable del coeficiente de Kendall es que reporta valores más bajos con respecto a los coeficientes de Spearman y Pearson, en aquellas

situaciones donde se analiza las asociaciones lineales con la misma intensidad (sin la presencia de valores atípicos); por ejemplo, se presentan casos donde fuertes correlaciones son reportadas por Spearman y Pearson, digamos al menos 0,90, mientras Kendall lo reportaría alrededor de 0,70. Este resultado no se puede traducir como si el coeficiente de Kendall es menos preciso que los otros dos, sino que ( $\tau$ ) se determina a partir de valores renqueados.

### 2.6.2. Interpretación de la correlación.

Es importante destacar que en la interpretación de los resultados de los coeficientes que concuerdan en valores próximos a 1, esto indica una correlación fuerte y positiva. Valores próximos a  $-1$  indican una correlación fuerte y negativa. Valores próximos a cero indican que no hay correlación lineal. Puede que exista otro tipo de correlación, pero no lineal. Los signos positivos o negativos solo indican la dirección de la relación; un signo negativo indica que una variable aumenta a medida que la otra disminuye o viceversa, y uno positivo que una variable aumenta conforme la otra también lo haga disminuye, si la otra también lo hace. No obstante, es necesario tener en cuenta el objetivo de la investigación que se define en primera instancia y la relevancia de estas relaciones en el diseño y el comportamiento termodinámico de estos sistemas.



**Figura 2.10:** vemos que  $r = \pm 1$  es lo mismo que decir que las observaciones de ambas variables están perfectamente alineadas. **El signo de  $r$ , es el mismo que el de  $S_{XY}$ , por tanto, nos indica el crecimiento o decrecimiento de la recta.** La relación lineal es tanto más perfecta cuanto  $r$  está cercano a  $\pm 1$ . (Laguna).

En la correlación **no se distingue la variable dependiente de la independiente**, la correlación de X con respecto a Y es la misma que la correlación de Y con respecto a X. Aunque la interpretación de la magnitud del coeficiente de correlación depende del contexto particular de aplicación, en términos generales se considera que una correlación es baja por debajo de 0,30 en valor absoluto, que existe una asociación moderada entre 0,30 y 0,70, y alta por encima de 0,70.

### 2.6.3. Condiciones de aplicación de la correlación.

Para la aplicación de la correlación debe de exigir las determinadas condiciones:

- i. **Variabes cuantitativas:** Ambas variables examinadas han de ser cuantitativas. Para variables ordinales se puede usar el coeficiente de Spearman.
- ii. **Normalidad:** La normalidad de ambas variables es un requisito en el caso del coeficiente de correlación de Pearson, pero no en el de Spearman.
- iii. **Independencia:** Las observaciones han de ser independientes, es decir, sólo hay una observación de cada variable para cada individuo.

### 2.7. Software estadísticos empleados en las pruebas de Normalidad.

En cuanto a la disponibilidad de estas herramientas en los programas de computadora que ofrecen soporte estadístico y que se utilizan frecuentemente en nuestro país, a los fines de este trabajo se analizaron los paquetes SPSS, Statgraphics. La tabla resume la disponibilidad de cada una de estas pruebas, en las herramientas computacionales mencionadas.

Tabla 2.4: Pruebas y software.										
Software	Pruebas									
	SW	SF	KS	LL	CVM	AD	JB	CSQ	RJ	SKKU
SPSS	√			√						
STATGRAPHICS	√		√	√	√	√		√		√

**Notes 1:** Prueba de Shapiro–Wilk (SW); prueba de Shapiro–Francia (SF); prueba de Kolomogorov–Smirnov (KS); prueba de Lilliefors (LL); prueba de Cramer–Von

Mises(CVM); prueba de Anderson–Darling (AD); prueba de Jarque–Bera (JB); prueba de chi-squared (CSQ); prueba de Ryan–Joiner(RJ); skewness–kurtosis (SKKU)

## 2.8. Metodología para el análisis estadístico de las variables operacionales y de diseño.

### 2.8.1 Metodología.

Los siguientes pasos representan el proceso metodológico de con se hizo el análisis.

**Paso 1:** Organización de las variables.

Resumir las variables de diseño de las plantas a considerar, tabla 3.2. Y estas variables son:

- + Distribución interna: describe la capacidad frigorífica individual de cada enfriadora que compone la planta.
- + Total de enfriadora.
- + Capacidad frigorífica total.

**Paso 2:** Describir la naturaleza de las variables, para saber cuáles son los atributos (ordinario) y cual son numérica. Se tabulan en el caso que sean atributo (ordinario), para convertirlo en número.

**Paso 3:** Determinar un rango a través de histograma.

La utilidad del **histograma** tiene que ver con la posibilidad de establecer de manera visual, ordenada y fácilmente comprensible todos los datos numéricos estadísticos que pueden tornarse difíciles de entender.

**Histograma** es una representación gráfica de una variable en forma de barras, donde la superficie de cada barra es proporcional a la frecuencia de los valores representados. En el eje vertical se representan las frecuencias, y en el eje horizontal los valores de las variables, normalmente señalando las marcas de clase, es decir, la mitad del intervalo en el que están agrupados los datos.

**Paso 4:** Después que tenga el histograma se puede tabular por rango en lo siguiente (la tabla 3.3 regla de Freadman-Diaconis):

- + Considerar la variable y determinar la que menos consumió.

- ✚ Determinar el porcentaje, la cantidad del consumo de todas las variables de todas las plantas respecto al que tuvo mejor consumo (69) en el punto de vista energético.

**Pasó 5:** Convertir las variables en atributos (ordinario) en variable numérica tabla 3.5. Ejemplo: 1 - 4 (rango) = A (categoría o variable ordinario) = representarlo en (1 - 10).

**Pasó 6:** Verificar la normalidad de las variables.

- ✚ En caso que sea normal se le aplican la prueba paramétrica o la regla de Pearson por la siguiente ecuación.

$$r = \frac{SCE}{SCT}$$

- ✚ En caso que no sea, se le aplican las pruebas no paramétricas por las reglas de Spearman o el coeficiente de Kendall por la siguiente ecuación.

$$r_s = 1 - \left[ 6 \sum \frac{d_i^2}{(n^3 - n)} \right]$$

**Pasó 7:** Relación interna de las variables de diseño, aplicando la tabla de contingencia.

## Conclusiones parciales del capítulo II

Media estructuración y la culminación de este capítulo se puede llegar a las siguientes conclusiones:

- ✚ Antes el estudio de varias variables y para su análisis de relación, un primer paso consiste en describir la distribución de los datos, aplicándoles pruebas de normalidad para saber si las mismas siguen de una distribución normal (simétrica) o una distribución diferente a la distribución normal (asimétrica).
- ✚ En el momento de analizar los datos por las pruebas de normalidad hay que tener en cuenta dos tipos de errores fundamentales que más se cometen en las pruebas estadísticas. Tales como el Error Tipo I y el Error de tipo II.
- ✚ Cuanto, al potencial de las pruebas según diferentes estudios hecho por diferentes autores, se concluyó que la prueba de Shapiro-Wilk modificada por Rahman y Govindarajulu, resulta la de mayor potencia para la detección de la distribución uniforme como alternativa a la normal.
- ✚ Si el nivel de significación aumenta, disminuye la probabilidad de cometer un error tipo II y con ello, se incrementa la potencia de la prueba. Y la estimación de la potencia estadística está determinada principalmente por dos factores. El primero es el tamaño muestra, debido a que cuanto mayor sea la muestra, la potencia aumentará.
- ✚ Para la aplicación de la correlación se exige que los mismos cumplan con la condición de ser, variables cuantitativas, que sean normales e independientes.

# CAPÍTULO 3

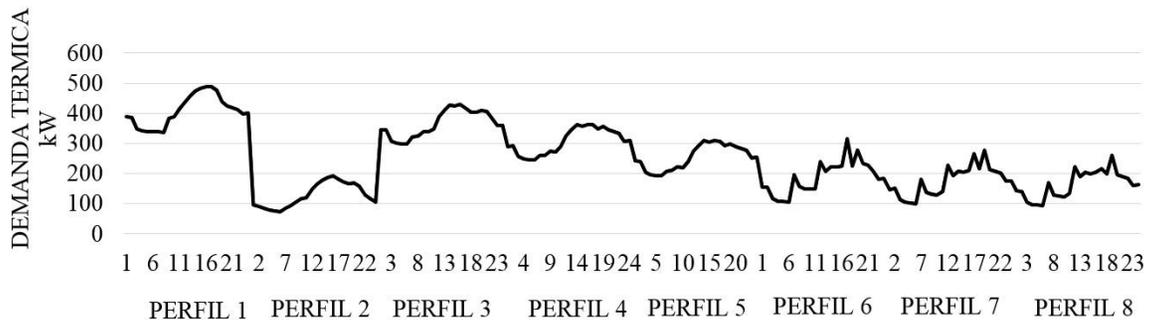
CASO DE ESTUDIO (INSTALACIÓN HOTELERA)

### 3 CAPÍTULO III: CASO DE ESTUDIO (INSTALACIÓN HOTELERA)

#### Introducción

El análisis estadístico de la influencia de los **parámetros de diseño**, *capacidad frigorífica instalada, número de enfriadoras y distribución interna* respecto a los **parámetros de operación**, *Consumo energético y COP*, parte de los resultados obtenidos en un estudio previo efectuado por (Díaz, Y. Reyes, Percy, V. Torres, M. Gomes, J. Alvares, M., 2020) donde en el mismo, empleando una metodología para el análisis energético, simuló el funcionamiento de varias configuraciones de planta de enfriadoras de agua.

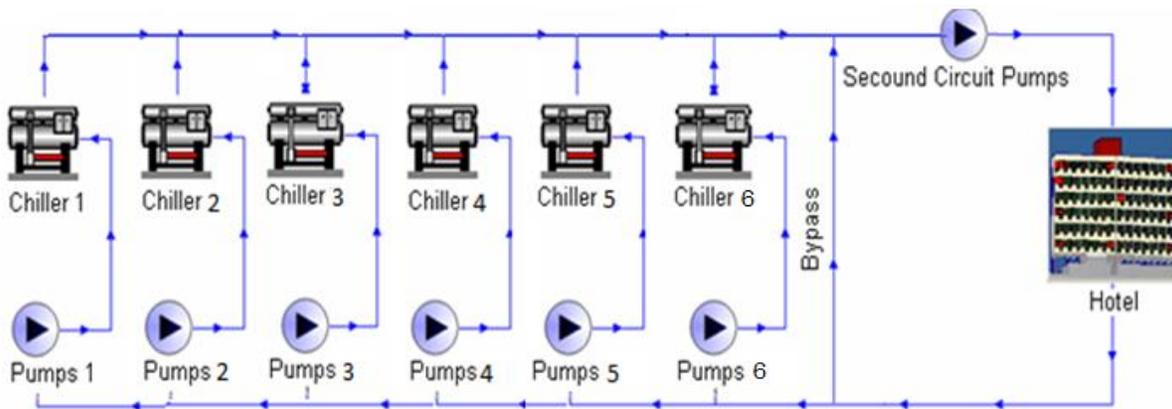
Las plantas de enfriadoras están compuestas por enfriadoras **tipo tornillo condensadas por aire**. Para lo cual se emplearon modelos matemáticos tipo caja negra para su simulación energética y utilizando el software de simulación Matlab, 2018. El objetivo de la simulación fue determinar el funcionamiento energético de la planta frente a 8 perfiles de demanda térmica perteneciente a una instalación hotelera como se observa en la figura 3.1



**Figura 3.1:** Perfiles de demanda térmica del hotel caso de estudio (Díaz et al 2020).

La simulación se efectuó a través de la solución de un problema de carga óptima y secuencia óptima de una enfriadora. Este consistió en simular el momento óptimo en que debería trabajar la planta compuesta por varias enfriadoras a fin de satisfacer la demanda térmica, pero con un mínimo consumo energético y máxima eficiencia. Para este estudio, los autores emplearon un algoritmo genético en su solución debido a que era un problema combinatorio no lineal cuya solución era compleja.

Las plantas enfriadoras que se emplearon en el estudio variaban respecto a la capacidad frigorífica instalada, la capacidad frigorífica total está en el rango de la demanda máxima de enfriamiento hasta un 20 % de sobredimensionamiento. El número de enfriadoras, hasta 6 enfriadoras, y la distribución interna de las mismas, estando en presencia de plantas simétricas y asimétricas. El esquema funcional de estas plantas se muestra en la figura 3.2, las enfriadoras seleccionadas, así como los coeficientes de correlación utilizados se observa en la tabla 3.1.



**Figura 3.2:** Esquema funcional del Sistema de Climatización.

**Tabla 3.1:** Enfriadoras de agua y coeficientes de regresión empleadas en el estudio energético realizado por (Diaz et al 2020)

Enfriadoras	*	Capacidad frigorífica					Potencia eléctrica				
		Coeficientes de regresión			Medidas de calidad del modelo		Coeficientes de regresión			Medidas de calidad del modelo	
		$x_0$	$x_1$	$x_2$	$R^2$	MAE	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$R^2$	MAE
1	50	65.488	- 0.821	1.893	99.80	0.148	5.260	1.979	0.249	98.73	0.05
2	117	154.93	- 1.938	4.266	99.81	0.340	4.113	2.476	0.836	99.81	0.099
3	155	205.84	- 2.573	5.686	99.80	0.467	4.725	3.984	1.109	99.66	0.181
4	218	290.90	- 3.641	7.884	99.79	0.646	14.601	2.835	1.437	99.75	0.220
5	258	303.40	- 2.999	8.653	99.77	0.603	17.076	5.434	1.472	99.74	0.213
6	321	428.64	- 5.361	11.625	99.79	0.960	23.016	4.512	1.788	99.50	0.299
7	371	492.86	-6.169	13.562	99.79	1.146	13.794	8.198	2.630	99.73	0.349
8	454	564.76	- 6.093	14.865	99.78	1.177	23.919	10.003	2.611	99.71	0.393

\*Capacidad frigorífica nominal de enfriadoras de agua tipo tornillo bajo las siguientes condiciones: temperatura set point:7oC y temperatura del aire a la entrada del condensador: 35 oC

Como resultado general de este estudio se obtuvo el consumo energético y el COP de las 59 plantas de enfriadoras, el resumen de estos resultados se muestra en la tabla 3.2

**Tabla 3.2:** Resumen de los resultados de la simulación energética de cada planta de enfriadoras.

Planta	Distribución Interna						Total de enfriadoras	Capacidad frigorífica	Consumo energético	COP
	1	2	3	4	5	6				
1	1	8					2	505,58	22388,3	2,03
2	2	7					2	488,82	19919,3	2,32
3	2	8					2	572,51	21041,6	2,27
4	3	7					2	527,44	19280,7	2,44
5	4	6					2	541,01	18387,1	2,61
6	5	5					2	518,02	20087,4	2,30
7	5	6					2	581,37	19756,8	2,37
8	1	1	8				3	555,59	21747,2	2,14
9	1	2	6				3	489,31	17768,1	2,51
10	1	2	7				3	538,83	18569,1	2,44
11	1	3	6				3	527,94	17304,2	2,55
12	1	3	7				3	577,46	17739,5	2,54
13	1	4	5				3	527,67	17206,7	2,54
14	1	5	5				3	568,03	19008,3	2,35
15	2	2	5				3	492,89	17390,0	2,68
16	2	2	6				3	556,24	17526,3	2,68
17	2	3	4				3	491,15	15848,3	2,94
18	2	3	5				3	531,51	16973,0	2,76
19	2	4	4				3	554,24	16305,9	2,76
20	3	3	4				3	529,78	16395,1	2,85
21	3	3	5				3	570,14	17103,3	2,78
22	1	1	2	6			4	539,32	17082,2	2,48

23	1	1	3	5			4	514,59	16500,6	2,50
24	1	1	3	6			4	577,95	16829,6	2,39
25	1	1	4	4			4	537,32	16277,6	2,58
26	1	1	4	5			4	577,68	16600,9	2,53
27	1	2	2	4			4	502,54	15730,1	2,72
28	1	2	2	5			4	542,90	16477,1	2,71
29	1	2	3	4			4	541,16	15462,7	2,83
30	1	2	3	5			4	581,52	16166,6	2,75
31	1	3	3	3			4	516,70	16724,3	2,62
32	1	3	3	4			4	579,79	15755,8	2,79
33	2	2	2	3			4	506,38	16692,8	2,82
34	2	2	2	4			4	569,47	16238,5	2,79
35	2	2	3	3			4	545,01	16370,3	2,87
36	2	3	3	3			4	583,63	16954,1	2,68
37	1	1	1	1	6		5	522,40	18175,2	2,28
38	1	1	1	2	5		5	525,97	16667,7	2,48
39	1	1	1	3	4		5	524,24	15710,1	2,61
40	1	1	1	3	5		5	564,60	16489,9	2,48
41	1	1	2	2	3		5	489,46	16191,8	2,76
42	1	1	2	2	4		5	552,54	15709,2	2,67
43	1	1	2	3	3		5	528,08	16069,7	2,74
44	1	1	3	3	3		5	566,71	16402,9	2,53
45	1	2	2	2	2		5	517,76	16709,0	2,68
46	1	2	2	2	3		5	556,39	16068,5	2,79
47	2	2	2	2	2		5	584,69	17567,5	2,66
48	1	1	1	1	1	5	6	509,06	17590,6	2,33
49	1	1	1	1	1	6	6	572,41	18151,8	2,26
50	1	1	1	1	2	4	6	535,63	15813,6	2,53
51	1	1	1	1	2	5	6	575,99	16654,8	2,46
52	1	1	1	1	3	3	6	511,17	16535,1	2,48

53	1	1	1	1	3	4	6	574.25	15713.6	2.61
54	1	1	1	2	2	2	6	500.85	16738.4	2.61
55	1	1	1	2	2	3	6	539.47	16172.3	2.73
56	1	1	1	2	2	4	6	602.56	15690.7	2.66
57	1	1	1	2	3	3	6	578.10	16055.7	2.72
58	1	1	2	2	2	2	6	567.78	16695.4	2.65
59	1	1	2	2	2	3	6	606.40	16047.6	2.77

Como se aprecia en la tabla, en las 59 combinaciones de plantas enfriadoras se reflejan la diversidad de los parámetros de diseño, capacidad frigorífica instalada, total de enfriadoras y distribución interna. A partir de los resultados de este estudio, se analizará la relación estadística entre estos parámetros de diseño y los parámetros de operación, reflejados en el consumo energético y el COP.

### 3.1. Transformación de la variable ordinal Distribución interna.

Para efectuar la relación estadística de varias variables, se necesita que las mismas tengan un carácter numérico. Como se aprecia en la tabla 3.2 la **variable Distribución interna** es una variable ordinal. Para poder analizar la correlación de la misma con el resto de las variables se requiere que la misma sea tabulada por rangos. Considerando lo antes expuesto se mide esta variable según su grado de afectación, reflejado por el incremento del consumo de cada combinación respecto a la combinación 29, que fue la de mejor resultado desde el punto de vista energético.

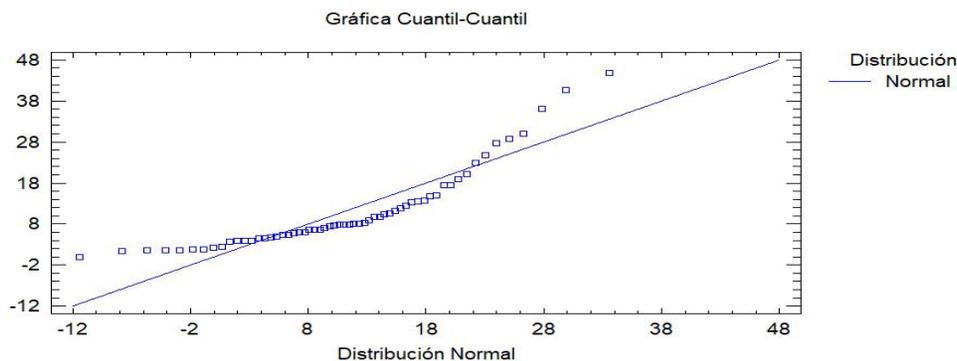
Tabla 3.3. Incremento del consumo de cada planta de enfriadoras respecto a la planta 29. Elaboración propia					
Planta	Incremento del consumo	Planta	incremento del consumo	Planta	Incremento del consumo
1	44.79	21	10.61	41	4.72
2	28.82	22	10.47	42	1.59
3	36.08	23	6.71	43	3.93
4	24.69	24	8.84	44	6.08
5	18.91	25	5.27	45	8.06
6	29.91	26	7.36	46	3.92
7	27.77	27	1.73	47	13.61

8	40.64	28	6.56	48	13.76
9	14.91	29	0.00	49	17.39
10	20.09	30	4.55	50	2.27
11	11.91	31	8.16	51	7.71
12	14.72	32	1.90	52	6.94
13	11.28	33	7.96	53	1.62
14	22.93	34	5.02	54	8.25
15	12.46	35	5.87	55	4.59
16	13.35	36	9.65	56	1.47
17	2.49	37	17.54	57	3.84
18	9.77	38	7.79	58	7.97
19	5.45	39	1.60	59	3.78
20	6.03	40	6.64		

Para dividir en rangos de clase este valor se emplea un **histograma de frecuencias** utilizando el paquete estadístico Statgraphic 18. Para determinar el número de clases se analiza la naturaleza de la variable Incremento del consumo. Al aplicar el test de Shapiro Wilk **la misma corrobora que esta no posee una distribución normal** como se observa en la tabla 3.4:

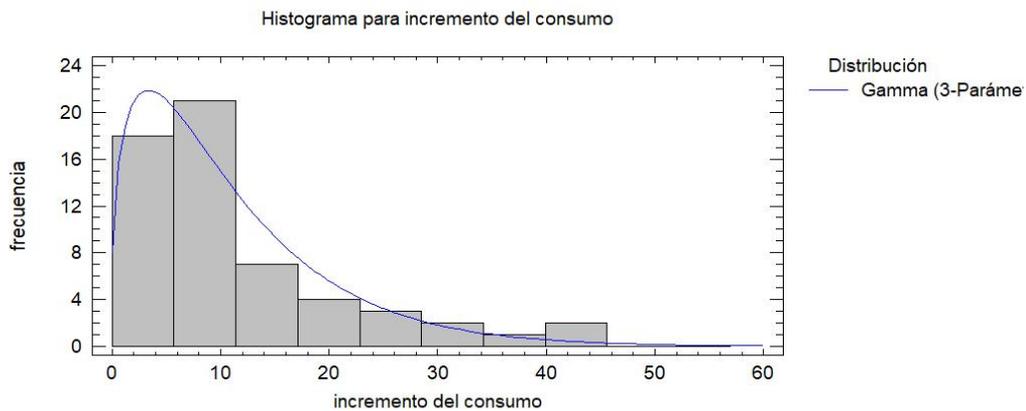
<b>Tabla 3.4:</b> test de Shapiro Wilk para la variable Incremento del consumo		
<b>Prueba</b>	<b>Estadístico</b>	<b>Valor-P</b>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0.818038	1.44472E-9

Y en la figura 3.3 se puede observar la grafico cuartil-cuartil variable incremento del consumo



**Figura 3.3:** grafico cuartil-cuartil variable del incremento del consumo.  
**Fuente:** Elaboración propia con el software Statgraphics (2018).

Esto significa que el número de clases para la construcción del histograma no se puede efectuar bajo la regla de Scott, que se encuentra por defecto en el paquete estadístico. Por otro lado, según las reglas de Sturges, Velleman y Freedman y Diaconis, exigen que, para su correcta aplicación, **la distribución de los datos debe de ser unimodal**. Por lo que, auxiliándonos del software, se verifica la distribución de los datos, verificando que la misma posee una **distribución unimodal gamma-3 parámetros**, posee además valores atípicos por lo que se aplica para la construcción del histograma la regla de Freedman y Diaconis, como se observa en la figura 3.4:



**Figura 3.4.** Histograma de frecuencia de la variable incremento del consumo.

**Fuente:** Elaboración propia con el software Statgraphics (2018).

Las pruebas de bondad de ajuste corroboran que esta variable se ajusta a esta distribución se muestra en la tabla 3.5:

<b>Tabla 3.5:</b> prueba de bondad de ajuste para variable incremento del consumo.	
<b>Prueba Bondad de Ajuste</b>	<b>Valor-P</b>
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0.191912
Kolmogorov-Smirnov	0.666585
D de Kolmogorov-Smirnov Modificada	$\geq 0.10$

Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es mayor ó igual a 0.05, *no se puede rechazar la idea de que incremento del consumo proviene de una distribución gamma de 3 parámetros con 95% de confianza.*

Posteriormente se divide las variables por rango como se observa en la tabla

**Tabla 3.6:** Las frecuencias para la variable incremento del consumo.

<b>Clase</b>	<b>Límite Inferior</b>	<b>Límite Superior</b>	<b>Frecuencia</b>
1	0.0	4.5	12
2	4.5	9.0	22
3	9.0	13.5	8
4	13.5	18.0	6
5	18.0	22.5	2
6	22.5	27.0	2
7	27.0	31.5	3
8	31.5	36.0	0
9	36.0	40.5	1
10	40.5	45.0	2
	mayor de	45.0	0

Se generan un total de 10 clases o pares de rangos. A este rango se le llamara grado de afectación que va desde 1 hasta 10 según el incremento del consumo. Posteriormente según el rango o clase se tabula los valores. Los resultados de este procedimiento se presentan en la tabla 3.7:

**Tabla 3.7:** Tabulación por rangos de la variable Distribución interna.

<b>Planta</b>	<b>Grado de afectación según incremento del consumo (%)</b>	<b>Valor del grado de afectación según rango</b>	<b>Planta</b>	<b>Grado de afectación según incremento del consumo (%)</b>	<b>Valor del grado de afectación según rango</b>
1	44.79	10	31	8.16	2
2	28.82	7	32	1.90	1
3	36.08	8	33	7.95	2
4	24.69	6	34	5.02	2
5	18.91	5	35	5.87	2
6	29.91	7	36	9.65	3
7	27.77	7	37	17.54	5
8	40.64	9	38	7.79	2
9	14.91	4	39	1.60	1
10	20.09	5	40	6.64	2
11	11.91	3	41	4.71	2
12	14.72	4	42	1.59	1
13	11.28	3	43	3.93	1
14	22.93	6	44	6.08	2

15	12.46	3	45	8.06	2
16	13.35	4	46	3.92	1
17	2.49	1	47	13.61	4
18	9.77	3	48	13.76	4
19	5.45	2	49	17.39	4
20	6.03	2	50	2.27	1
21	10.61	3	51	7.71	2
22	10.47	3	52	6.93	2
23	6.71	2	53	1.62	1
24	8.84	3	54	8.25	2
25	5.27	2	55	4.59	2
26	7.36	2	56	1.47	1
27	1.73	1	57	3.83	1
28	6.56	2	58	7.97	2
29	0.00	1	59	3.78	1
30	4.55	2			

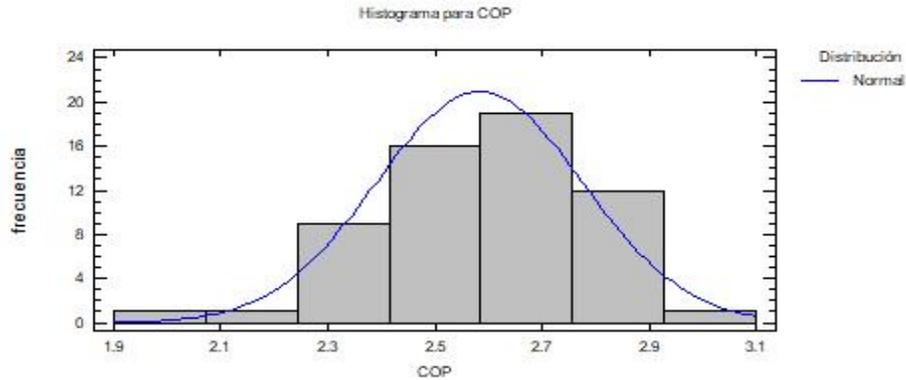
Con este procedimiento **se modificó la variable ordinal Distribución interna** en una **variable numérica**. Luego de efectuado este paso, se procede a analizar la condición de normalidad de las variables dependientes Consumo energético y COP, a fin de determinar el tipo de pruebas (paramétricas o no paramétricas) a emplear en el análisis de correlación entre todas las variables

### 3.2. Pruebas de normalidad para los parámetros de operación.

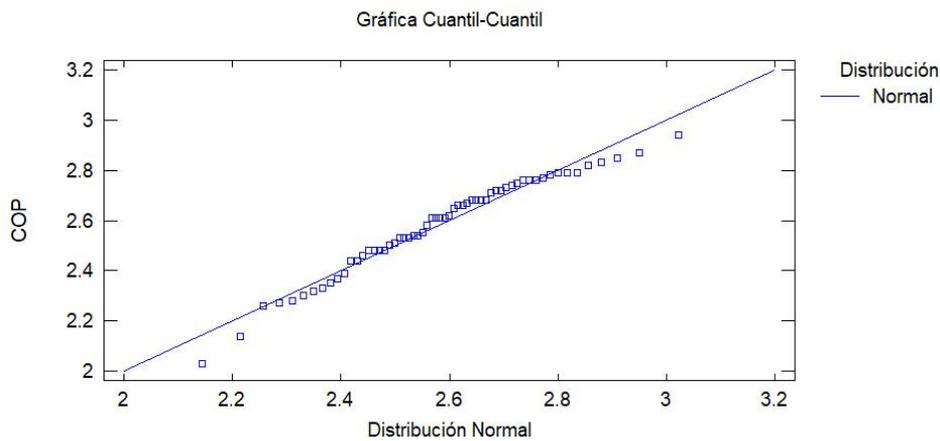
Primeramente, se aplica las pruebas de normalidad para las variables de operación para saber si siguen de una distribución norma o no. Usando el software Statgraphics 18 - X64, se le aplica pruebas de normalidad a las variables. En el mismo se puede observar la curva y la recta de la distribución normal en los gráficos de Histograma de frecuencia y cuartil-cuartil. Además, hay una tabla que representa los valores de P que en el cual determina si la distribución es normal o no. Se aplican para distintas variables la metodología presentada en el capítulo 2, con las ecuaciones (2.4), (2.5), (2.6), (2.13), (2.15) (2.16) y (2.17) de diferentes autores y con la ayuda de software se determinó los valores de P para deferentes pruebas.

### 3.2.1. Prueba de normalidad para la variable COP.

Como se muestra en la tabla 3.8, los valores de P para las distintas pruebas, y se observa en las gráficas de histograma y del cuartil-cuartil su comportamiento.



**Figura 3.5.** Histograma de frecuencia de la variable COP.  
**Fuente:** Elaboración propia con el software Statgraphics (2018).



**Figura 3.6:** grafico cuartil-cuartil de la variable COP.  
**Fuente:** Elaboración propia con el software Statgraphics (2018).

Tabla 3.8: Pruebas de Normalidad para COP		
<b>Prueba</b>	<b>Estadístico</b>	<b>Valor-P</b>
Chi-Cuadrado	26.7627	0.0616408
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0.961865	0.134463
Valor-Z para asimetría	1.40214	0.160872
Valor-Z para curtosis	0.321835	0.747574

En la tabla 3.8 muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si **COP** puede modelarse adecuadamente con una distribución normal. La prueba de chi-cuadrada divide el rango de COP en 20 clases igualmente probables y compara el número de observaciones en cada clase con el número esperado de observaciones. La prueba de Shapiro-Wilk está basada en la comparación de los cuartiles de la distribución normal ajustada a los datos. La prueba de sesgo estandarizado busca falta de simetría en los datos. La prueba de curtosis estandarizada busca si la forma de la distribución es más plana o picuda que la distribución normal. Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es mayor o igual a 0.05, no se puede rechazar la idea de que COP proviene de una distribución normal con 95% de confianza. **Luego la variable COP es normal o sigue una distribución normal.**

### 3.2.2. Prueba de normalidad para la variable Consumo de energía.

En seguida se aplica el mismo procedimiento para el consume con el software y se logra la que la misma no resultar ser una variable normal. Recordando que siempre que una variable no es sigue una distribución normal, se le aplican las siguientes transformaciones LOG (Y), RAÍZ (Y), 1/Y a la misma variable consume. Luego se aplican las pruebas de normalidad a las transformadas y se logra determinar que las mismas no siguen de una distribución normal por el valor de P que se muestra en la tabla 3.9.

Tabla 3.9. de Pruebas de Normalidad para Consumo						
Prueba	Log (Y)		R <sup>2</sup> (Y)		1/Y	
	Estadístico	Valor-P	Estadístico	Valor-P	Estadístico	Valor-P
Chi-Cuadrado	45.0678	0.000237913	44.3898	0.00029997 3	30.8305	0.0209414
Estadístico W de Shapiro-Wilk	0.847192	5.30133E-8	0.83298	9.01742E-9	0.873194	0.0000014579
Valor-Z para asimetría	2.81522	0.00487453	2.94535	0.00322607	2.54656	0.0108789
Valor-Z para curtosis	2.25205	0.0243187	2.49218	0.0126962	1.74671	0.0806876

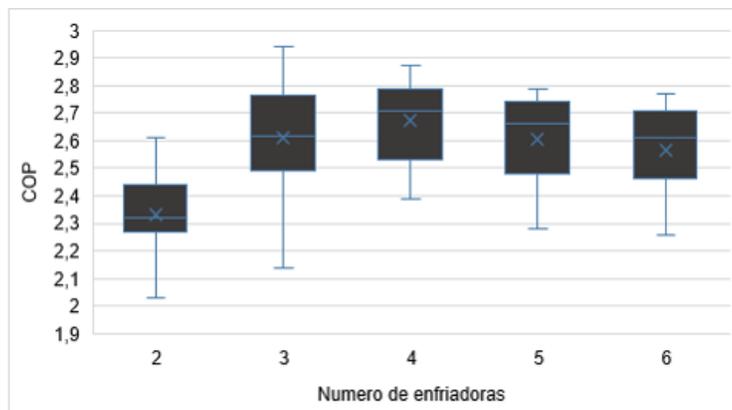
En la tabla 3.9 muestra los resultados de diversas pruebas realizadas para determinar si log Consumo, Raíz Consumo y cociente consumo pueden modelarse adecuadamente con una distribución normal. La prueba de chi-cuadrada divide el rango de log Consumo, Raíz Consumo y cociente consumo en 20 clases igualmente probables y compara el número de observaciones en cada clase con el número esperado de observaciones. La prueba de Shapiro-Wilk está basada en la comparación de los cuartiles de la distribución normal ajustada a los datos. La prueba de sesgo estandarizado busca falta de simetría en los datos. La prueba de curtosis estandarizada busca si la forma de la distribución es más plana o picuda que la distribución normal. Debido a que el valor-P más pequeño de las pruebas realizadas es menor a 0.05, se puede rechazar la idea de que log Consumo, Raíz Consumo y cociente consumo proviene de una distribución normal con 95% de confianza. ***Luego las variables transformadas del Consumo no siguen de una distribución normal.***

Después de haber revisado todas las pruebas de Bondad de Ajuste, verificando la normalidad de las dos ***variables dependiente*** (COP y consumo), se llega a la conclusión que la varia COP se aplicará la prueba paramétrica para verificar su relación con las misma con respecto a las ***variables independiente*** que son número de enfriadoras, capacidad nominal y la distribución interna. Y a la ***variable dependiente*** consumo, al no poseer la condición de normalidad ni ella, ni sus tres transformadas, pues se va aplicar pruebas no paramétricas para verificar su nivel de asociación con respecto a ***variables independiente*** número de enfriadoras, capacidad nominal y la distribución interna.

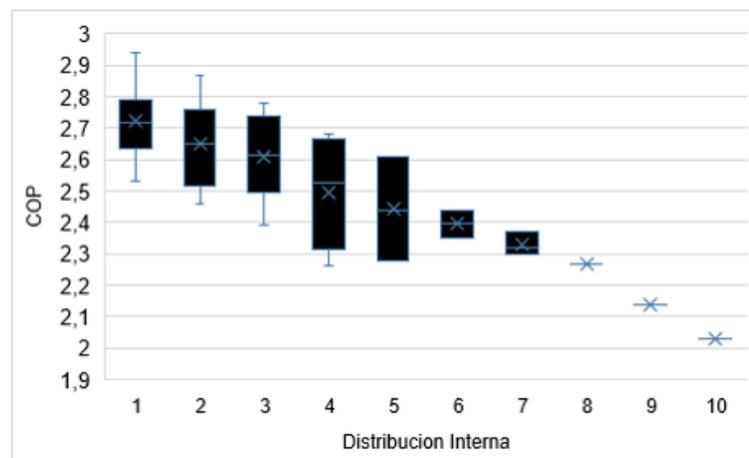
### 3.3. Prueba paramétrica para la relación entre el COP y las variables de Diseño.

El análisis del COP con respecto a las otras variables de diseño se comporta de la siguiente manera:

1. Las gráficas de caja y bigote de la relación entre COP y número de enfriadoras en la **figura 3.7** se puede ilustrar que esta relación alcanza el mejor COP en las combinaciones de cuatro enfriadoras, seguida de tres enfriadoras y también se puede ver que el mismo alcanza el peor COP para una combinación de dos enfriadoras. Para la relación del COP y distribución interna en la **figura 3.8**, se demuestra que medida que disminuye el grado de afectación, mejor será el COP.



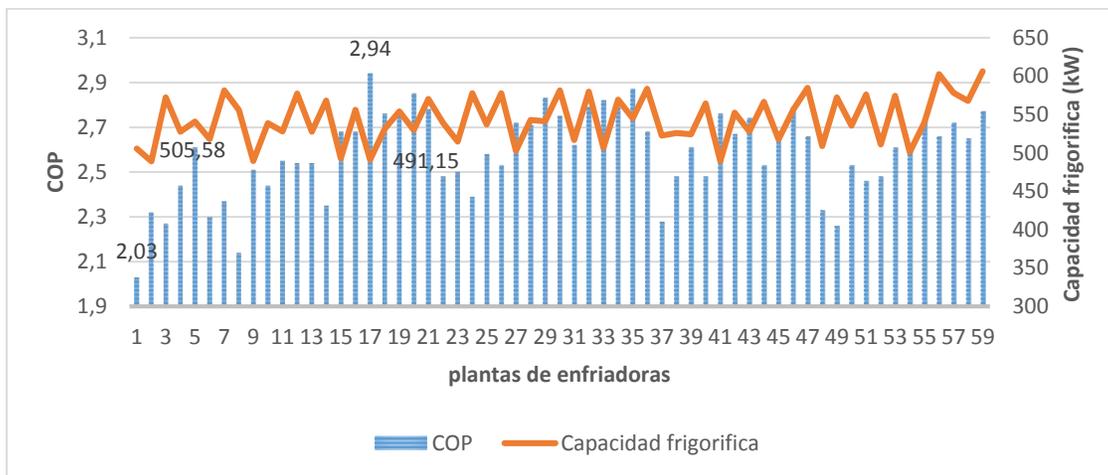
**Figura 3.7:** La relación existente entre COP y el n número de enfriadoras.



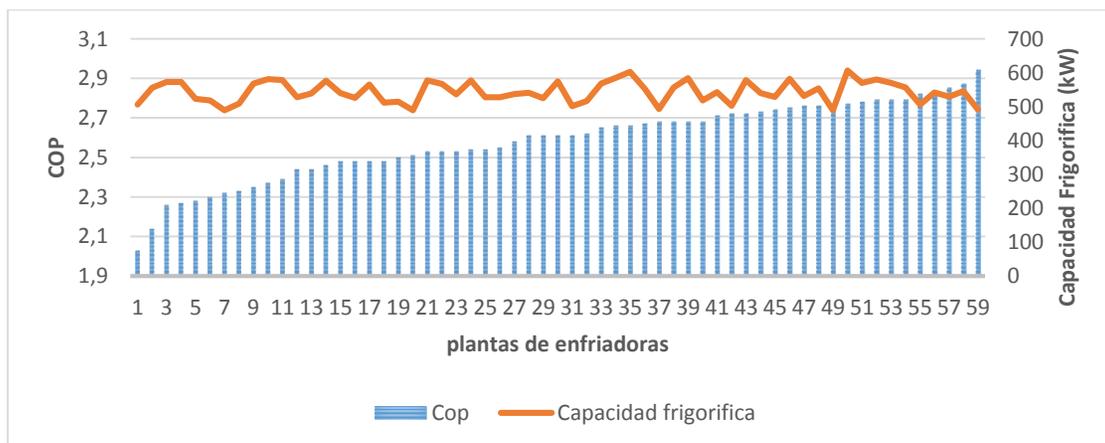
**Figura 3.8:** La relación existente entre COP y la distribución interna.

Es importante resaltar que las plantas que poseen mayor grado de afectación, ver **tabla 3.7**, son aquellas compuestas por una enfriadora de gran capacidad frigorífica y otra de pequeña capacidad (solo para picos de carga) y las plantas compuestas por enfriadoras simétricas, que son aquellas recomendadas por las normas técnicas.

2. En las **figuras 3.9** y **figuras 3.10** ilustren la relación del COP respecto a la Capacidad frigorífica donde las mismas se concluye que no hay una relación evidente entre COP y la capacidad frigorífica. En ella se nota que el mejor y el peor COP casi tiene la misma capacidad frigorífica.



**Figura 3.9:** La relación existente entre COP y la Capacidad frigorífica.

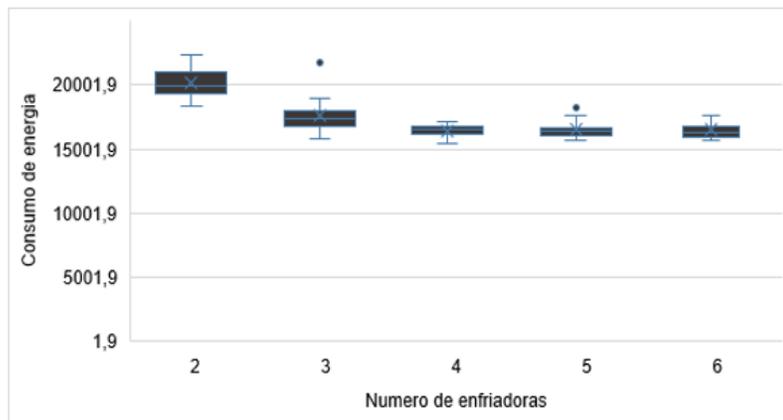


**Figura 3.10:** La relación existente entre COP y la Capacidad frigorífica.

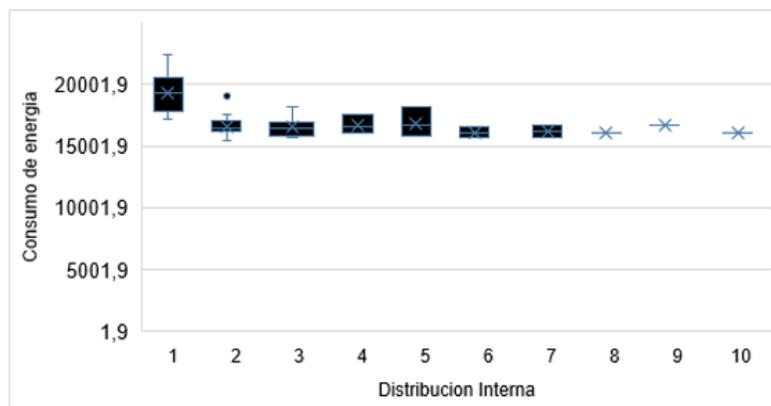
### 3.4. Prueba no paramétrica entre la variable consumo y las variables de diseño.

Para el análisis de la variable consumo de energía con respecto a la variable número de enfriadoras, se realizan de la siguiente manera:

1. El gráfico de caja y bigotes que se muestra en la **figura 3.11** refleja la relación que existe entre la variable consumo energético y número de enfriadoras. En la misma se aprecia una disminución del consumo al incrementarse el número de enfriadora. No obstante se puede observar que para plantas compuestas por 4 enfriadoras se obtienen mejores valores de consumo. Este resultado puede ser una referencia importante a la hora de diseñar las plantas. Y en la **figura 3.12** se puede observar que hay mayor consumo para el grado de afectación para pequeños grados de afectación de

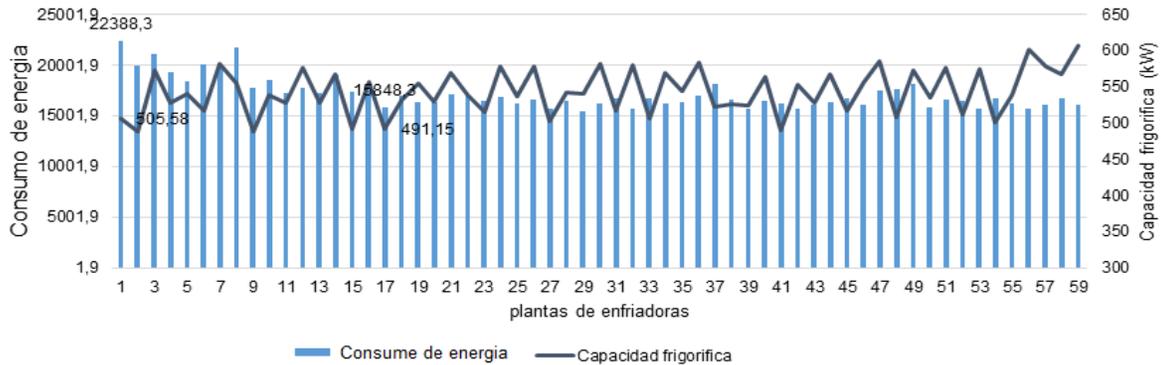


**Figura 3.11:** La relación existente entre consumo y el número de enfriadoras.

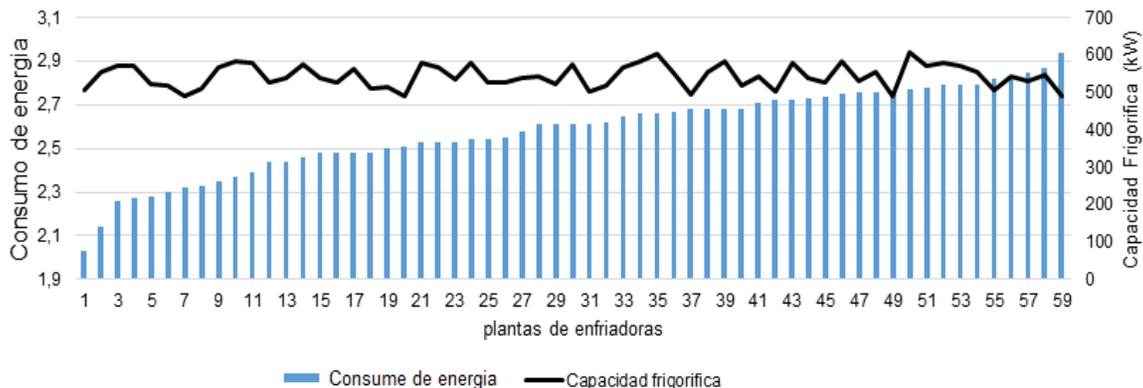


**Figura 3.12:** La relación existente entre consume y la distribución interna.

2. Respecto a la variable consume de energía y la variable capacidad frigorífica, en las **figuras 3.13** y **figura 3.14**, se puede notar que también no hay una relación evidente entre ellos.



**Figura 3.13:** La relación existente entre consume y la Capacidad frigorífica.



**Figura 3.14:** La relación existente entre consume y la Capacidad frigorífica.

### 3.5. Pruebas paramétricas.

#### 3.5.1. Análisis de la relación estadística relación entre las variables operacionales y de diseño.

Luego del análisis gráfico de las variables de diseño y las variables de operación se procede a verificar la relación estadística entre las mismas. El análisis de la variable COP se efectúa a través de pruebas paramétricas, empleando para ello el coeficiente de correlación de Pearson descrito en el acápite 2.6.1 con la ecuación (2.20). Por otro lado la relación estadística de la variable Consumo energético se

efectúa a través de pruebas no paramétricas y empleando para ello los coeficientes de Spearman y Kendall, como se describen en el acápite 2.6.1.1 y 2.6.1.2, con las ecuaciones (2.21) y (2.22). Se emplea el paquete estadístico SPSS 20.0. Los resultados se muestran en la tabla 3.5:

<b>Tabla 3.10: Resultados de las variables</b>				
<b>Variables de operación</b>		<b>Variables de diseño</b>		
		<b>Total de enfriadoras</b>	<b>Capacidad frigorífica</b>	<b>Distribución interna</b>
<b>Correlación de Pearson</b>				
COP	r	,205	,055	-,723**
	Sig. (bilateral)	,119	,678	,000
<b>Correlación Rho de Spearman</b>				
Consumo	r <sub>s</sub>	-,575**	-,147	,970**
	Sig. (bilateral)	,000	,266	,000
<b>Correlación Tau_b de Kendall</b>				
Consumo	τ	-,457**	-,105	,896**
	Sig. (bilateral)	,000	,242	,000
**. La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).				

Se puede apreciar en la prueba paramétrica aplicada a la variable COP como existe una relación fuerte y negativa respecto a la variable distribución interna. De igual forma se observa el alto nivel de asociación entre el consumo y esta variable de diseño. Ambas pruebas no paramétricas confirman lo antes mencionado. Además, se observa que, aunque en menor cuantía también existe una ligera relación con la variable Total de enfriadoras. Estos resultados fueron avalados según la prueba de significación bilateral, confirmando una correlación significativa del 99 %. Es necesario resaltar que en ninguna de las pruebas efectuadas se demostró que existe relación alguna entre la capacidad frigorífica y las variables dependientes, considerando que todas las combinaciones oscilaban en el rango del 20 % de sobredimensionamiento. Este resultado pone en entredicho lo expuesto por numerosos autores que afirman que el mal funcionamiento de las plantas está dado por el sobredimensionamiento de las mismas, por ejemplo: Yik et al. (1999) Haviland, J. & CEM. (2002); Deng. (2002); Chan (2004); Domínguez-Muñoz et al (2010); Djunaedy, Wymelenberg, Acker & Thimmana (2011); Sun et al (2014);

Menezes et al. (2014); Woradechjumroen et al (2014); Huang et al (2015); Cheng et al. (2015); Cheng et al. (2016); Wang et al. (2016); Cheng et al. (2017); Li M. et al (2017); Kang et al (2017); Huang, Huang & Sun (2018); Chai et al (2019). Concluyendo que el incremento del consumo y la disminución de la eficiencia de las plantas de enfriadoras está influenciado por la incorrecta distribución de la capacidad nominal de las enfriadoras que la componen. Por otro lado, se analiza además la posible relación entre las variables de diseño.

**Tabla 3.11:** Resultados del coeficiente de correlación de Pearson / variables de diseño.

		Capacidad frigorífica	distribución interna	Total de enfriadoras
Capacidad frigorífica	r	1	-,108	,210
	Sig. (bilateral)		,414	,111
distribución interna	r	-,108	1	-,630**
	Sig. (bilateral)	,414		,000
Total de enfriadoras	r	,210	-,630**	1
	Sig. (bilateral)	,111	,000	

\*\* . La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Las variables que se relacionan entre ellas son el total de enfriadoras y la Distribución interna. Se emplea la tabla de contingencia con el fin de verificar la distribución bidimensional de los atributos a analizar. Esto permite verificar las tendencias estadísticas que permitirán tomar mejores decisiones en el diseño de las plantas. El resultado se muestra en **la tabla 3.12:**

**Tabla 3.12:** Tabla de contingencia entre las variables Total de enfriadoras \* Grado de Afectación

		Grado de Afectación										Total
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Total de enfriadoras	2	0	0	0	0	1	1	3	1	0	1	7
	3	1	2	5	3	1	1	0	0	1	0	14
	4	3	9	3	0	0	0	0	0	0	0	15
	5	4	5	0	1	1	0	0	0	0	0	11
	6	5	5	0	2	0	0	0	0	0	0	12
Total		13	21	8	6	3	2	3	1	1	1	59

Se observa que a medida que se incrementa el número de enfriadoras el efecto del grado de afectación es menos significativo, esto está dado porque la distribución interna es más equilibrada y con la tendencia a estar compuesta por capacidades frigoríficas medianas y pequeñas, permitiendo que se ajusten y/o adapten a las dinámicas térmicas de la instalación. Cuando son menos enfriadoras, la diferencia en la distribución se acentúa. Es necesario señalar que las plantas con mayor grado de afectación son: planta 1 con una distribución (10-90); la Planta 3 (20-80) y finalmente la planta 8 (9-9-82), concluyendo que estas distribuciones afectan considerablemente el desempeño energético de las plantas de enfriadoras.

### Conclusiones parciales de capítulo III

Con el análisis de las variables de dependiente e independiente en este capítulo por así con las relaciones de las mismas se pudo llegar a las siguientes conclusiones:

- ✚ Que la variable de diseño Distribución interna es una variable ordinal, que posee valores atípicos, para lo cual se pondera el grado de afectación a través de la construcción de un histograma empleando para ello la regla de Freadman-Diaconis.
- ✚ La selección del tipo de prueba estadística a emplear se basó en la normalidad de las variables, detectando que las variables Distribución interna y Consumo energético incumplen con el supuesto.
- ✚ En el caso de la Distribución interna, se aplicó la transformada (LOG (Y)), facilitando que la curtosis estandarizada, así como el sesgo estandarizado estuvieran dentro del rango establecido.
- ✚ Por otro lado, la variable de operación Consumo energético no cumple con la condición de normalidad, lo que obligo a emplear para su análisis pruebas no paramétricas.
- ✚ Los resultados arrojaron que la variable de diseño que mayor influencia tiene en la operación de las plantas es la distribución interna con un coeficiente de correlación (r) respecto al COP igual a -0.72, y respecto al consumo energético, posee un coeficiente de asociación  $r_s$  y  $\tau$  igual a 0.97 y 0.89 respectivamente.
- ✚ La variable total de enfriadoras posee una influencia, pero en menor grado y la variable capacidad frigorífica instalada no influye en la operación de estos sistemas.
- ✚ Finalmente se analizó la relación entre las variables de diseño estableciéndose que el incremento del total de enfriadoras permite que de equilibre la distribución interna, empleando para ello enfriadoras de agua de mediana y pequeña capacidad, permitiendo que la planta se adapte mejor a las dinámicas térmicas de la instalación.

## CONCLUSIONES

Mediante la elaboración de esta tesis se llega a las siguientes conclusiones:

- ✚ Las plantas de enfriadoras tiene mejor funcionabilidad, fiabilidad y seguridad mientras hay más número de enfriadoras instalada entre sí.
- ✚ Para la capacidad total de la planta se recomienda la implementación de un factor de seguridad (FS) de 10-20 % superior a la demanda pico obtenido del cálculo de la carga térmica para él.
- ✚ Según diferentes autores para números de enfriadoras para la Planta, se recomienda una instalación de  $N+1$  o  $N+2$ . De esta forma se garantiza que el sistema sea confiable en caso de que haya fallo en algunas enfriadoras
- ✚ Antes el estudio de varias variables y para su análisis de relación, un primero paso consiste en describir la distribución de los datos, aplicándoles pruebas de normalidad para saber si las mismas siguen de una distribución normal (simétrica) o una distribución diferente a la distribución normal (asimétrica).
- ✚ En el momento de analizar los datos por las pruebas de normalidad hay que tener en cuantas dos tipos de errores fundamental que más se comente en las pruebas estadísticas. Tales como el Error Tipo I y el Error de tipo II.
- ✚ variable de diseño Distribución interna es una variable ordinal, que posee valores atípicos, para lo cual se pondera el grado de afectación a través de la construcción de un histograma empleando para ello la regla de Freadman-Diaconis. Por otro lado, la variable de operación Consumo energético no cumple con la condición de normalidad, lo que obligo a emplear para su análisis pruebas no paramétricas.
- ✚ Los resultados arrojaron que la variable de diseño que mayor influencia tiene en la operación de las plantas es la distribución interna con un coeficiente de correlación ( $r$ ) respecto al COP igual a  $-0.72$ , y respecto al consumo energético, posee un coeficiente de asociación  $r_s$  y  $\tau$  igual a  $0.97$  y  $0.89$  respectivamente.
- ✚ La variable total de enfriadoras posee una influencia, pero en menor grado y la variable capacidad frigorífica instalada no influye en la operación de estos sistemas.

## RECOMENDACIONES

1. Continuar con la investigación de plantas enfriadora, para saber cuál otras variables podrían influen en el consume de la planta de enfriadoras.
2. Pare estudio de análisis de las variables por el software estadístico, recomiendo que el investigador tenga el dominio de uso de diferente software para la realización de diferentes pruebas que se aplican las mismas variables.
3. Que los resultados de diferentes pruebas realizados sean comparados con otros resultados obtenidos en las mismas pruebas para diferente software.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almendariz Llanos Galo Rodrigo, L. G. (2014). *Diseño, Construcción y Pruebas de un de Chiller para el laboratorio de Transferencia de calor*. Riobamba.
- Althouse, L. A., Ware, W. B. y Ferron, J. M. (1998). *Detecting Departures from Normality: A Monte Carlo Simulation of A New Omnibus Test based on Moments*. . San Diego, CA: Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, .
- Arshad, M., Rasool, M. T. y Ahmad, M. I. (2003). Anderson Darling and Modified Anderson Darling Tests for Generalized Pareto Distribution. *Sciences*. vol. 3, (2). Pakistan Journal of Applied.
- Bahena Damian, F. H. (2013). *Proyecto de una sistema de acondicionamiento de aire a base de agua helada para oficinas ubicadas en Huatulco, Oaxaca*. Mexico: Mexico Distrito Federal.
- Beltrán, J. B. (2012). *Cálculo del p-valor en pruebas de bondad de ajuste*. (Tesis de Maestro en Ciencias) Universidad Autónoma Metropolitana.
- Carrier Corporation. (2005). *Water-Cooled Chillers*. Nova York, USA: Carrier Corporation. Obtenido de [www.training.carrier.com](http://www.training.carrier.com)
- Dpto. Matemáticas. (2002). Prueba de Bondad de Ajuste de Kolmogorov-Smirnov (KS). *Prueba de Bondad de Ajuste de Kolmogorov-Smirnov (KS)*, 10.
- Gabriela Cabrera, José Francisco Zanazzi, José Luis Zanazzi, Laura Boaglio. (2017). Comparación de potencias en pruebas estadísticas de normalidad, con datos escasos. *Revista Facultad de Ciencias Exactas y Revista Fcefyn*, Vol. 4, (6).
- González.N.; Abad, J. & Lévy, J.P. (2006) CAPÍTULO 3: Normalidad y Otros Supuesto en Analisis de Covarianzas. En (González.N.) *Normalidad y otros supuestos en análisis de covarianzas” en Lévy. J.*
- Gujarati, N. G. (2006). *Principio de Econometría*. España: McGraw-Hill.
- Hui, I. D. (2016). *Chiller plant control and operation*. Obtenido de Facultad of Science and Technology: [cmhui@vtc.edu.hk](mailto:cmhui@vtc.edu.hk)
- Juez, P. M. y Diez, J. V. (1997). *Probabilidad y Estadística en Medicina*. Madrid, España: Diaz de Santos. .

- Laguna, C. (s.f.). Correlación y Regresión lineal. (I. A. Salud, Ed.) *Metodología en Salud Pública*.
- Mariana Cormona Arce y Carrion Rosales. (2015). *Potencia de la prueba estadística de normalidad jarque-bera frente a las pruebas de anderson-darlin, jarque-bera robusta, chi-cuadrada, chen-shapiro y shapiro-wilk*. Toluca, estado de México. México: Universidad Autónoma del Estado de México.
- Mariana Cormona Arce y Carrion Rosales. (2015). *Potencia de la prueba estadística de normalidad jarque-bera frente a las pruebas de anderson-darlin, jarque-bera robusta, chi-cuadrada, chen-shapiro y shapiro-wilk*. Toluca, Estado do México, Mexico.
- Mendes, M. y Pala, A. (2003). *Type I Error Rate and Power of Three Normality Test* (Vol. 2). Pakistan Journal of Information and Technology, .
- Montgomery, D. C., & Runger, G. (2010). *Applied statistics and probability for engineers*. John Wiley & Sons.
- Mood, A. M., Graybill, F. A. y Boes, D. C. . (1974). *Introduction to the theory of statistic*. Nueva York: McGraw-Hill. .
- Moore, D. S. (1986). *Tests of the chi-squared type*. In: D'Agostino, R. B and Stephens M. A., eds. *Goodness-of-Fit Techniques*. New York: Marcel Dekk.
- Nornadiah, R. M. y Yap, W. B. (2010). *Power comparisons of some selected normality tests*. Proceedings of the Regional Conference on St.
- Ochoa Sangrador y Molina Arias. (2018). *Estadística. Tipos de variables. Escalas de medida*. (14).
- Pagano, R. (1998). *Estadística en las ciencias del comportamiento*. México: Internacional Thomson.
- Pértegas Díaz S., Pita Fernández S. (2001). *Atención Primaria en la Red*. Obtenido de Investigación: La distribución normal: [www.fisterra.com](http://www.fisterra.com)
- Quezada, C. (2007). *Potencia Estadística, Sensibilidad y Tamaño de Efecto: ¿Un nuevo canon para la investigación?* Vol. 2
- Romão, X., Delgado, R., & Costa, A. (2010). An empirical power comparison of univariate goodness-of-fit tests for normality. *Journal of Statistical Computation and Simulation*. vol. 80

- Romão, X., Delgado, R., & Costa, A. (2010). An empirical power comparison of univariate goodness-of-fit tests for normality. Vol. 80, (5). *Journal of Statistical Computation and Simulation*.
- Salcedo, S. A. (2018). *Diseño e implementación metodologica para el desarrollo de proyectos de aire acondicionado con chiller condensado por aire*.
- Stephens, M. A. (s.f.) *Ests Based on EDF Statistics" in Goodness-of-Fit Techniques*. New York: R. B. D'Agostino and M. A. Stephens.
- Tanveer-UI-Islam. (2011). Normality testing-A new direction. vol. 2,(3). *International Journal of Business and Social Science*.
- Gang, W.J. (2016) *Robust Optimal Design of District Cooling Systems and Individual Cooling Systems Considering Uncertainty and Reliability [dissertation]*, The Hong Kong Polytechnic University.  
[https://www.sciencedirect.com/science/refhub/S0378-7788\(17\)31501-3/sbref0025](https://www.sciencedirect.com/science/refhub/S0378-7788(17)31501-3/sbref0025)
- Gómez, N. Danglot, C. Vega, L. (2013). Cómo seleccionar una prueba estadística. *Rev Mex Pediatr.* vol. 80(1) pp:30-34. Disponible en: <http://www.medigraphic.com/pdfs/pediat/sp-2013/sp131g.pdf>
- Kendall, M.G. (1938). A new measure of rank correlation. *Biometrika*, 30: 81-93 <http://doi:10.2307/2332226>
- Lee, W.L. & Lee, S.H. (2007). Developing a simplified model for evaluating chiller-system configurations. *Applied Energy*, Vol 84 pp. 290-306. [consultado el 5 mayo de 2019] Disponible en <http://doi:10.1016/j.apenergy.2006.07.006>
- Rendón, ME. Villasís, MÁ. Miranda, MG. (2016). Estadística descriptiva. *Rev Alerg Mex.* Vol 63 (4) pp.:397-407. Disponible en: <http://revistaalergia.mx/ojs/index.php/ram/article/view/230>
- Spearman, C. (1904). *The proof and measurement of association between two things*. *Am. J. Psychol.* 15: 72-101. <http://doi:10.2307/1422689>
- Yu, F.W. & Chan, K.T. (2007). Strategy for designing more energy efficient chiller plants serving air-conditioned buildings. *Building and Environment* 42 (10), pp. 3737–3746. [consultado el 5 mayo de 2019] Disponible en <http://doi:10.1016/j.buildenv.2006.09.004>

- ASHRAE (2013). *Energy Standard for buildings Except Low-Rise Residential Buildings*
- ASHRAE (2017) *Fundamentals Handbook*, Edition. by ASHRAE. USA. Atlanta  
ASHRAE
- Bitondo M. & J. Tosí. 1999, "*Chiller control plant*". Carrier Corporation, Syracuse, New York. EUA
- Chai, Jiale. Huang, P. Sun, Y. (2019) Life-cycle analysis of nearly zero energy buildings under uncertainty and degradation impacts for performance improvements. *Energy Procedia* Vol. 158 pp. 2762–2767. <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2019.02.035>
- Chang, Yung-Chung. Lin, Fu-Ann. Lin, Chin Huang. (2005). Optimal Chillers sequencing by branch and bound method for saving energy. *Energy Conversion and Management* Vol 46 pp.2158–2172. doi: 10.1016/j.enconman.2004.10.012
- Chan KT & Fu W. (2004) How chillers react to building loads. *ASHRAE Journal*, Vol 46 (8) pp 52-58. <https://es.scribd.com/document/216435430/ASHRAE-How-Chillers-React-to-Building-Loads>
- Vega, B. Castellanos, L.M. Yanez J.P. (2015) Modeling and identification of the cooling dynamics of a tropical island hotel. *Energy and Buildings* Vol. 92, pp. 19-28. <http://dx.doi.org/10.1016/j.enbuild.2015.01.036>
- Cheng, Q. Yan, Ch. Wang, S.(2015) Robust optimal design of chiller plant based on cooling load distribution. *Energy Procedia*. Vol 75 pp 1354-1359 <https://doi:10.1016/j.egypro.2015.07.212>
- Cheng, Q. Wang, S. Yan, Ch. (2016) Sequential Monte Carlo simulation for robust optimal design of cooling water system with quantified uncertainty and reliability. *Energy* (2016) pp.1-13. <http://dx.doi.org/10.1016/j.energy.2016.10.051>
- Cheng, Q. Wang, S. Yan, CH. Xiao, F. (2017). Probabilistic approach for uncertainty-based optimal design of chiller plants in buildings. *Applied Energy* 185 (2017) 1613–1624. <http://dx.doi.org/10.1016/j.apenergy.2015.10.097>

- CIBSE, Guide A. (2018) *Environmental design*. The Chartered Institution of Building Services Engineers London.
- Cuza. Victor (2010) *Estudio energetico Del Sistema de climatización del Hotel Jagua*. (Tesis de maestría) Universidad de Cienfuegos. Cienfuegos.
- Díaz, Y. Monteagudo, JP. Bravo, D. (2015). Análisis energético de un sistema híbrido de producción de frío. *Ingeniería Energética*. Vol 1. pp. 38-49.
- Díaz Y. Valdivia, Y. Monteagudo, JP. Miranda, Y. (2017) Application of building energy simulation in the validation of operational strategies of HVAC systems on a tropical hotel. *Ingeniería Mecánica*. Vol 20. pp.31-38.
- Djunaedy, E. Wymelenberg, K Acker, B. Thimmana, H. (2011) Oversizing of HVAC system: signatures and penalties, *Energy Build*. Vol. 43. pp 468–475. [http://refhub.elsevier.com/S0378-7788\(15\)00032-8/sbref0210](http://refhub.elsevier.com/S0378-7788(15)00032-8/sbref0210)
- Domínguez-Muñoz, F. Cejudo López, J. Carrillo-Andrés. (2010) Uncertainty in Peak cooling load calculations. *Energy and Buildings*. Vol 42 pp 1010-1018. <http://dx.doi.org/10.1016/j.enbuild.2010.01.013>
- Gang W, Wang S, Augenbroe G, Xiao F, (2015 ) Robust optimal design of building cooling systems concerning uncertainties using mini-max regret theory. *Science and Technology for the Built Environment*. Vol 21:6 pp789-799. <http://dx.doi.org/10.1080/23744731.2015.1056657>
- Gang W, Wang S, Augenbroe G, Xiao F. (2016) Robust optimal design of district cooling systems and the impacts of uncertainty and reliability. *Energy Build* vol. 122 pp.11–22. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2016.04.012>
- Gang W, Wang S, Augenbroe G, Xiao F, Gao, D. (2015 a) Robust optimal design cooling systems considering coling load uncertainty and equipment reliability. *Applied Energy* Vol 159 pp-265-275. <http://dx.doi.org/10.1016/j.apenergy.2015.08.070>
- Haviland, J. Y CEM. (2002) Central Plant Retrofit Considerations. *Energy Engineering*. Vol 99:3 pp 48-58 <https://doi.org/10.1080/01998590209509351>
- Espín M. (2012). *Análisis de estrategias para el almacenamiento de frío y su efecto en el comportamiento energético de los sistemas de climatización*

- centralizado. *Caso de estudio Hotel Jagua*. (Tesis de grado) Universidad de Cienfuegos. Cienfuegos.
- Cebeira, M. (2006). *Determinación de las cargas de enfriamiento del Hotel Jagua en función de variables climatológicas y constructivas*. (Tesis de grado) Universidad de Cienfuegos, Cienfuegos.
- Christian, F. (2007). *Estrategias de operación del sistema de climatización centralizada por Agua Helada del Hotel Jagua*. (Tesis de grado). Universidad de Cienfuegos. Cienfuegos.
- Rojas, Y. (2007) *Estudio de factibilidad de la utilización de técnicas de acumulación de frío en instalaciones turísticas*. (Tesis de grado) Universidad de Cienfuegos. Cienfuegos.
- Valdivia, Y. (2007). *Optimización termoeconómica de un sistema de climatización centralizada por agua helada*. (Tesis de maestría) Universidad de Cienfuegos. Cienfuegos.
- Alfaro. Y. (2010) *Procedimiento para la selección de la estrategia físico estructural que garantice mínimo consumo del sistema de climatización centralizada por agua helada del hotel Jagua*. (Tesis de grado) Universidad de Cienfuegos. Cienfuegos.
- Geroy, I. (2009). *Propuesta de un sistema de monitoreo y control energético en el hotel Gran Caribe Jagua*. (Tesis de grado) Universidad de Cienfuegos. Cienfuegos.
- Huang, S. Zuo, W. Sohn, M. (diciembre, 2015) A New method for the optimal chiller sequencing control. En Huang, S (Presidencia) *14th Conference of International Building Performance Simulation Association*, Hyderabad, India. [https://www.researchgate.net/publication/330505499\\_A\\_New\\_Method\\_for\\_the\\_Optimal\\_Chiller-Sequencing\\_Control](https://www.researchgate.net/publication/330505499_A_New_Method_for_the_Optimal_Chiller-Sequencing_Control)
- Huang. P. Huang, G. Sun, Y. (2018). Uncertainty-based life-cycle analysis of near-zero energy buildings for performance improvements. *Applied Energy* 213 (2018) 486–498. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2018.01.059>
- Huang, P. Huang, G. Augenbroe, G. & Li, S. (2018). Optimal configuration of multiple-chiller plants under cooling load uncertainty for different climate

- effects and building types. *Energy and Building*, Vol 158 pp 684-697  
<https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2017.10.040>
- Kang, Y., Q. Augenbroe, G. & Wang (2017) Effects of scenario uncertainty on chiller sizing method. *Applied Thermal Engineering*. Vol 123 pp 187-195  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2017.05.041>
- Kumar, Arun. (2010). *Pharmaceutical Bio-statistics*.
- Li, M. Qin, Ch. Feng, Y. Zhou, M. Mu, H. Li, N. Ma, Q. (August, 2017) Optimal design and analysis of CCHP system for a hotel application. En Li, M. (Presidencia) *9th International Conference on Applied Energy*, ICAE2017, 21-24 2017, Cardiff, UK <https://doi:10.1016/j.egypro.2017.12.162>
- Li, H. Wang, S. Xiao, Fu. (2019). Probabilistic optimal design and on-site adaptive commissioning of building air-conditioning systems concerning uncertainties. *Energy Procedia*. Vol 158 pp 2725-2730.  
<http://doi:10.1016/j.egypro.2019.02.029>
- Lu Lu & Cai Wenjiang. (2001) Application of genetic algorithms for optimal Chillers selection in HVAC systems. En Lu Lu (Presidencia) *13 th Int. Conference on Process Control*. Slovakia
- Matheu & Mathew, P. & Greenberg, S. (2005) *Labs 21 sustainable design programming checklist version 1.0*. Lawrence Berkeley National Laboratory. <https://escholarship.org/uc/item/3f2214sp>
- Menezes, A.C. Cripps, A. Buswell, R.A. Wright, J. Bouchlaghem, D. (2014). Estimating the energy consumption and power demand of small power equipment in office building. *Energy and Buildings*. Vol 75 pp 199-209.  
<http://dx.doi.org/10.1016/j.enbuild.2014.02.011>
- Monteliet, S. (2008) *Reducción del consume de energía en instalaciones con sistemas de climatización centralizada Todo Agua a Flujo constante*. (Tesis Doctoral) Universidad de Cienfuegos.Cienfuegos.
- Önüt S. & Soner, S. (2006) Energy efficiency assessment for the Antalya Region hotels in Turkey. *Energy and Buildings*. Vol 38 pp 964-971  
<https://doi:10.1016/j.enbuild.2005.11.006>

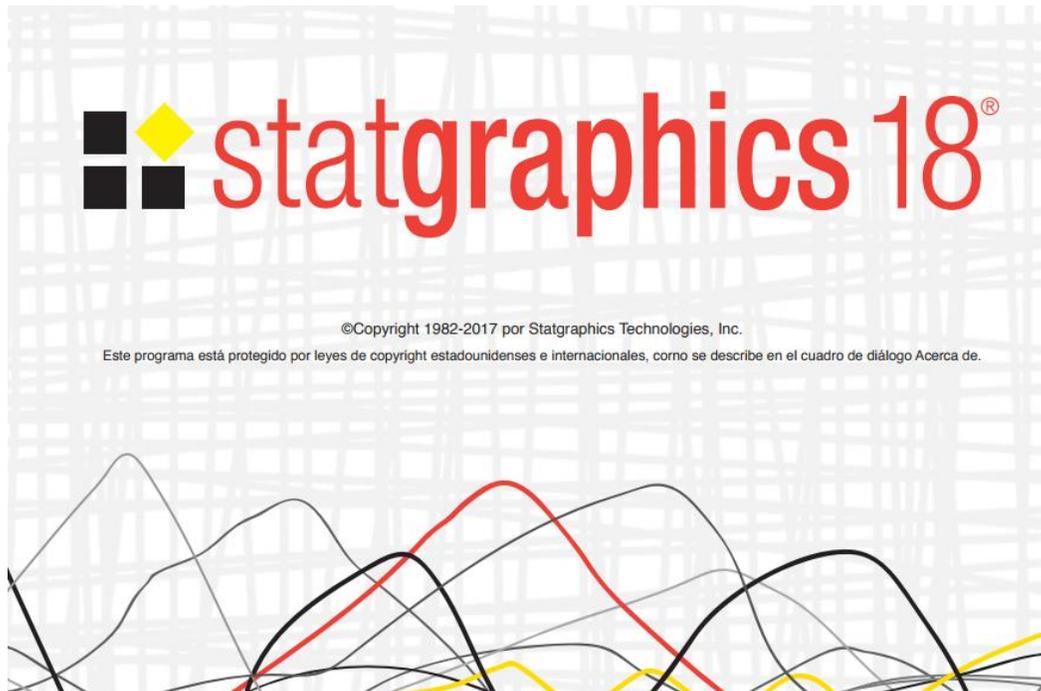
- Plane, D. R. Oppermann, E.B. (1981) Business and Economic Statistics. Business publication, Inc., Plano Texas.
- Ryu, J.-H., Hong, W.-H., Seo, Y. K., (2014) Characteristic Analysis of Peak Load in Electricity on Large Scale Hotels Considering the Energy Efficiency. *International Journal of Smart Home* Vol.8, 207–222. <http://dx.doi.org/10.14257/ijsh.2014.8.3.20>
- Stanford III, Hebert W. (2016). *HVAC Water Chillers and Cooling Towers. Fundamentals, Application, and Operation*. Second Edition Marcel Dekker, Inc. 270 Madison Avenue, New York, EE.UU.
- Sturges, H. (1926) The choice of a class interval. *Journal of the American Statistical Association*. Vol 21. No 153. pp 65-66 <https://doi.org/10.1080/01621459.1926.10502161>
- Sun, Y. Gu, L. Wu, C.F. Augenbroe, G. (2014). Exploring HVAC system sizing under uncertainty. *Energy and Buildings*. Vol 81 pp 243-252. <http://dx.doi.org/10.1016/j.enbuild.2014.06.026>
- Taylor, Steven (2017) *Fundamentals of Design and Control of Central Chilled-Water Plans (I-P)* Capitulo 6. Atlanta ASHRAE
- Udawatta, L., Perera, A., (2010). *Analysis of Sensory Information for Efficient Operation of energy Management Systems in Commercial Hotels*. EJSE Special Issue: Wireless Sensor Networks and Practical Applications. <http://www.ejse.org/Archives/Fulltext/2010/Special/Paper10.pdf>
- Valdivia Nodal, Y., Díaz Torres, Y., & Lapido Rodríguez, M. (2015). Alternativas de producción de agua caliente sanitaria en instalaciones hoteleras con climatización centralizada. *Revista Universidad y Sociedad* [seriada en línea], 7 (3). pp.88-94. Recuperado de <http://rus.ucf.edu.cu/>
- Wang, W. Augenbroe, G. Wang, S. Fan, Ch.Xiao, F. (2016) An uncertainty-based design optimization method for district cooling systems. *Energy*. Vol 102. pp. 516-527 <http://dx.doi.org/10.1016/j.energy.2016.02.107> Wang, Lin, Tu, Wang & Huang
- Woradechjumroen, D. Y.B. Yu, H.R. Li, D.H. Yu, H.J. Yang, (2014) Analysis of HVAC system oversizing in commercial buildings through field measurements,

*EnergyBuild*. Vol 69. Pp 131–143. [http://refhub.elsevier.com/S0378-7788\(15\)00032-8/sbref0195](http://refhub.elsevier.com/S0378-7788(15)00032-8/sbref0195)

Yik, F.W. Lee, W.L. Burnett, J. Jones, P. (1999) Chiller plant sizing by cooling load simulation as a means to avoid oversized plant. *HKIE Transactions*, Vol 6:2 pp. 19-25. <https://doi.org/10.1080/1023697X.1999.10667801>

## ANEXOS

### Anexo No1 Statgraphics 18



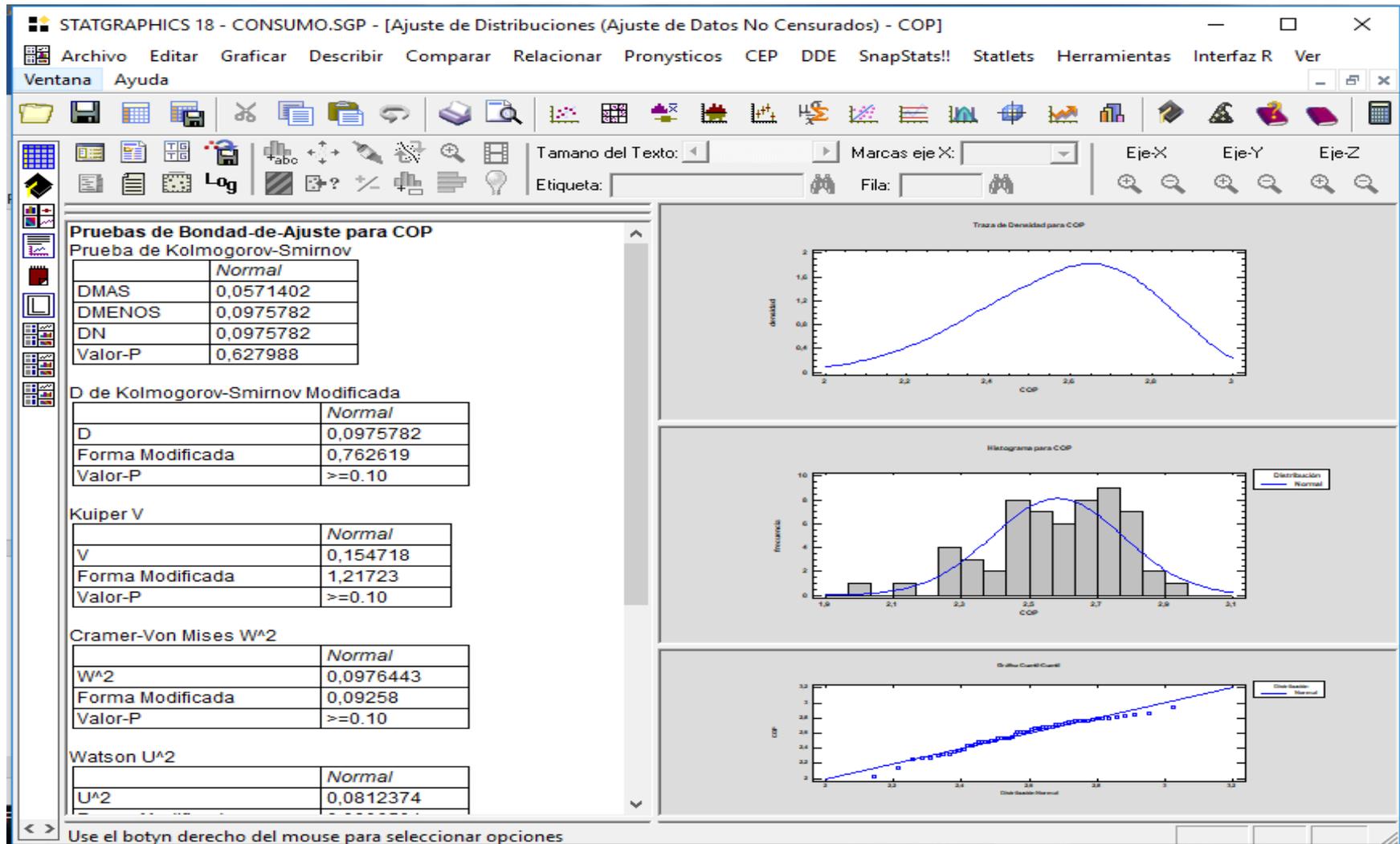
### Anexo No2 IBM SPSS Statistics



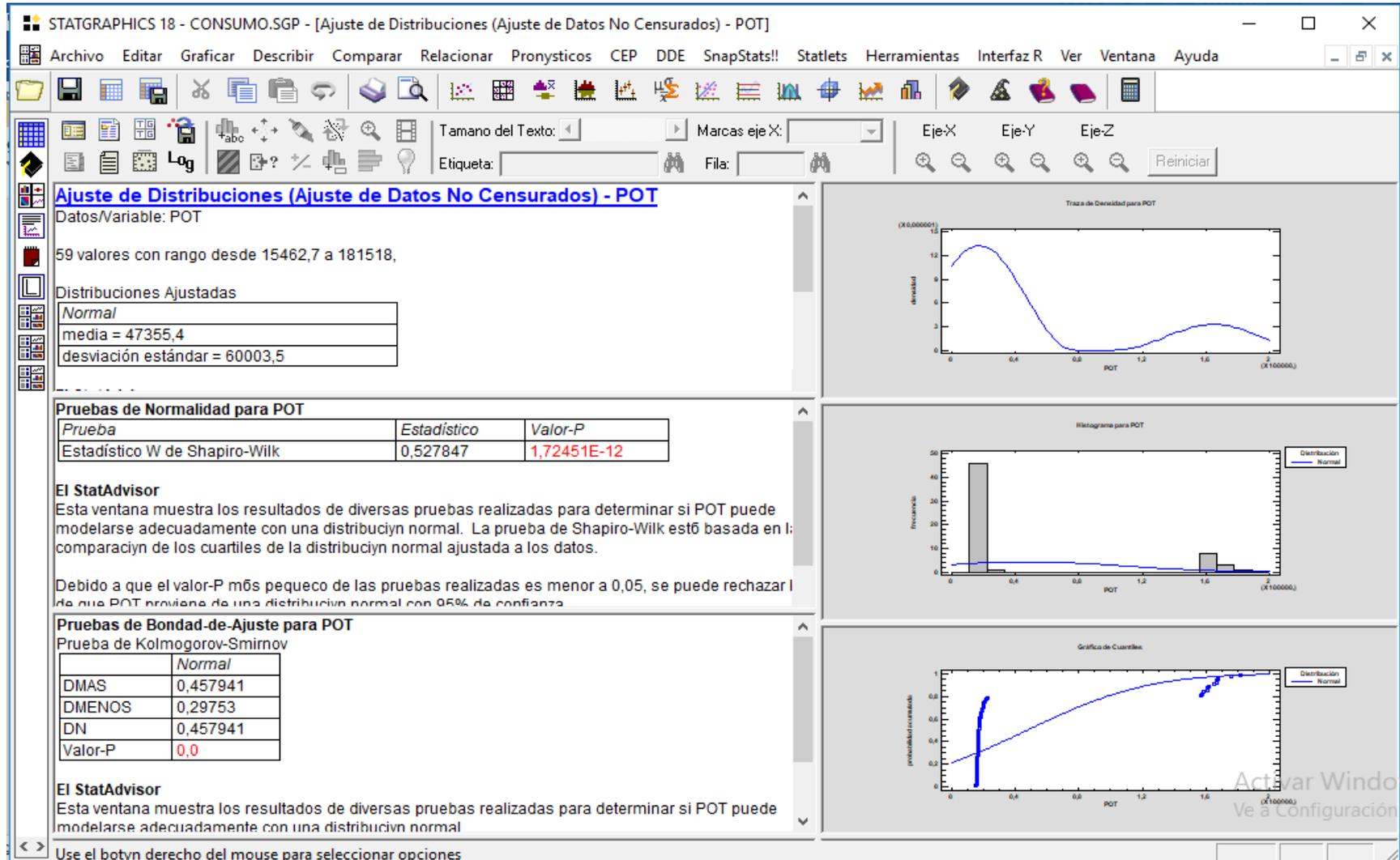
Licensed Materials - Property of IBM Corp. © Copyright IBM Corporation and its licensors 1989, 2011. IBM, IBM logo, ibm.com, and SPSS are trademarks or registered trademarks of International Business Machines Corp., registered in many jurisdictions worldwide. A current list of IBM trademarks is available on the Web at [www.ibm.com/legal/copytrade.shtml](http://www.ibm.com/legal/copytrade.shtml). Java and all Java-based trademarks and logos are trademarks or registered trademarks of Oracle and/or its affiliates. Other product and service names might be trademarks of IBM or other companies. This Program is licensed under the terms of the license agreement accompanying the Program. This license agreement may be either located in a Program directory folder or library identified as License or Non\_IBM\_License, if applicable, or provided as a printed license agreement. Please read the agreement carefully before using the Program. By using the Program you agree to these terms.



**Anexo No 3:** Análisis de las variables COP en Statgraphics 18 para las pruebas de Bondad de Ajuste.



## Anexo No 4: Análisis de las variables POT en Statgraphics 18 para las pruebas de Bondad de Ajuste.



# Anexo No 5: Análisis de correlación de las variables.

Consumo - Excel

Inicio Inserir Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista Ayuda ¿Qué desea hacer?

AVISO DE PRODUCTO Excel está sin licencia. Para seguir usando Excel sin interrupción, realice la activación antes del sábado, 27 de junio de 2020. Activar

AF29

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	
1	Planta	GDP	Total de enfriadoras	Consumo de energía	Capacidad frigorífica	grado de afectación																												
2																																		
3	1	2,02	2	22389,3	505,58	10				2,02	505,58																							
4	2	2,32	2	19919,3	489,82	7				2,14	555,59																							
5	3	2,67	2	21041,6	576,51	8				2,26	572,41																							
6	4	2,44	2	18200,1	527,44	6				2,27	575,51																							
7	5	2,61	2	18207,1	541,01	5				2,28	522,4																							
8	6	2,3	2	20987,4	516,02	7				2,2	519,02																							
9	7	2,37	2	19756,9	581,37	7				2,32	482,22																							
10	8	2,14	3	21747,2	555,59	4				2,33	504,06																							
11	9	2,51	3	17748,1	489,31	4				2,35	563,03																							
12	10	2,44	3	19549,1	538,83	5				2,37	581,37																							
13	11	2,55	3	17394,2	527,44	3				2,39	577,95																							
14	12	2,54	3	17739,5	577,46	4				2,44	527,44																							
15	13	2,54	3	17206,7	527,67	3				2,44	538,83																							
16	14	2,35	3	19008,3	563,03	6				2,46	575,99																							
17	15	2,68	3	17390	492,89	3				2,48	539,32																							
18	16	2,68	3	17526,3	556,24	4				2,48	525,67																							
19	17	2,94	3	15848,3	491,15	1				2,48	564,6																							
20	18	2,76	3	16973	531,51	3				2,48	511,17																							
21	19	2,76	3	16305,9	554,24	2				2,5	514,59																							
22	20	2,85	3	16395,1	529,78	2				2,51	489,31																							
23	21	2,78	3	17103,3	570,14	3				2,53	577,68																							
24	22	2,48	4	17082,2	539,32	3				2,53	566,71																							
25	23	2,5	4	16500,6	514,59	2				2,53	535,62																							
26	24	2,39	4	16325,6	577,95	2				2,54	577,46																							
27	25	2,59	4	16277,6	537,32	2				2,54	527,67																							
28	26	2,52	4	16690,9	573,65	2				2,55	527,94																							
29	27	2,72	4	15720,1	592,54	1				2,58	577,32																							
30	28	2,71	4	16477,1	542,9	2				2,61	541,01																							
31	29	2,82	4	15462,7	561,16	1				2,61	524,24																							
32	30	2,75	4	16166,6	581,52	2				2,61	574,25																							
33	31	2,62	4	16724,3	516,7	2				2,61	500,85																							
34	32	2,79	4	15755,8	579,79	1				2,62	516,7																							
35	33	2,82	4	16692,8	596,38	2				2,68	567,78																							
36	34	2,79	4	16238,5	569,47	2				2,66	584,69																							
37	35	2,87	4	16370,3	545,01	2				2,66	602,56																							
38	36	2,68	4	16954,1	583,63	3				2,67	552,54																							
39	37	2,28	5	18175,2	522,4	5				2,68	492,89																							
40	38	2,48	5	16667,7	525,97	2				2,68	556,24																							
41	39	2,61	5	15710,1	524,24	1				2,68	583,63																							
42	40	2,48	5	16489,9	564,6	2				2,68	517,76																							
43	41	2,76	5	16191,8	489,46	2				2,71	542,9																							
44	42	2,67	5	15709,2	552,54	1				2,72	502,54																							
45	43	2,74	5	16669,7	525,08	1				2,72	578,1																							
46	44	2,52	5	16402,9	566,71	2				2,73	539,47																							

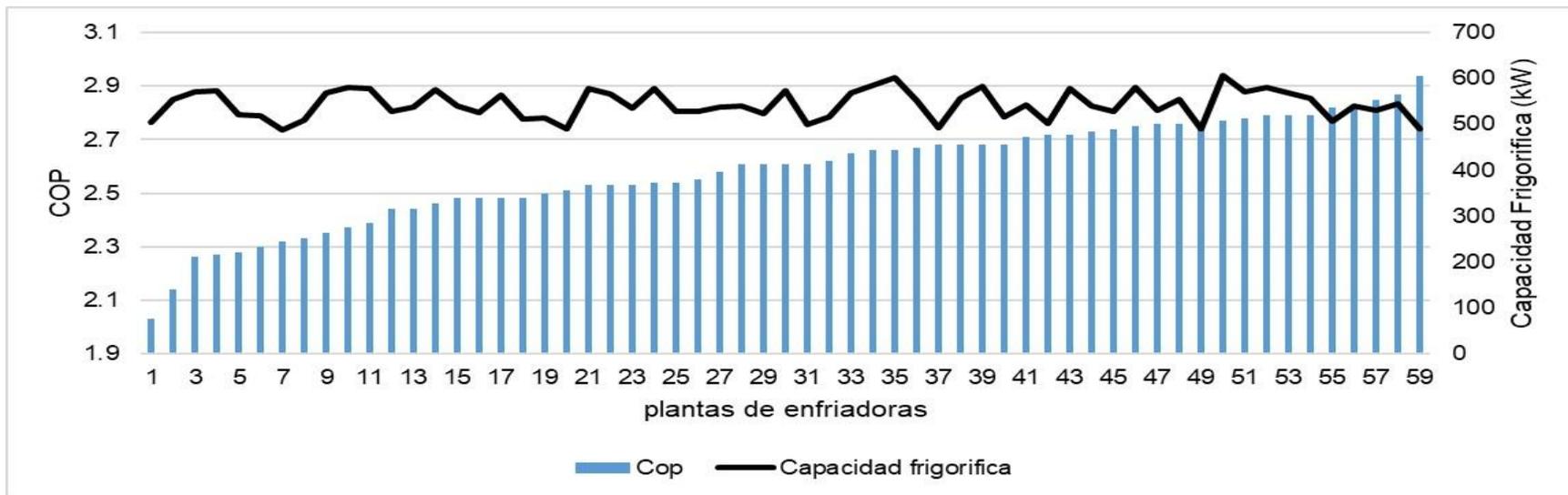
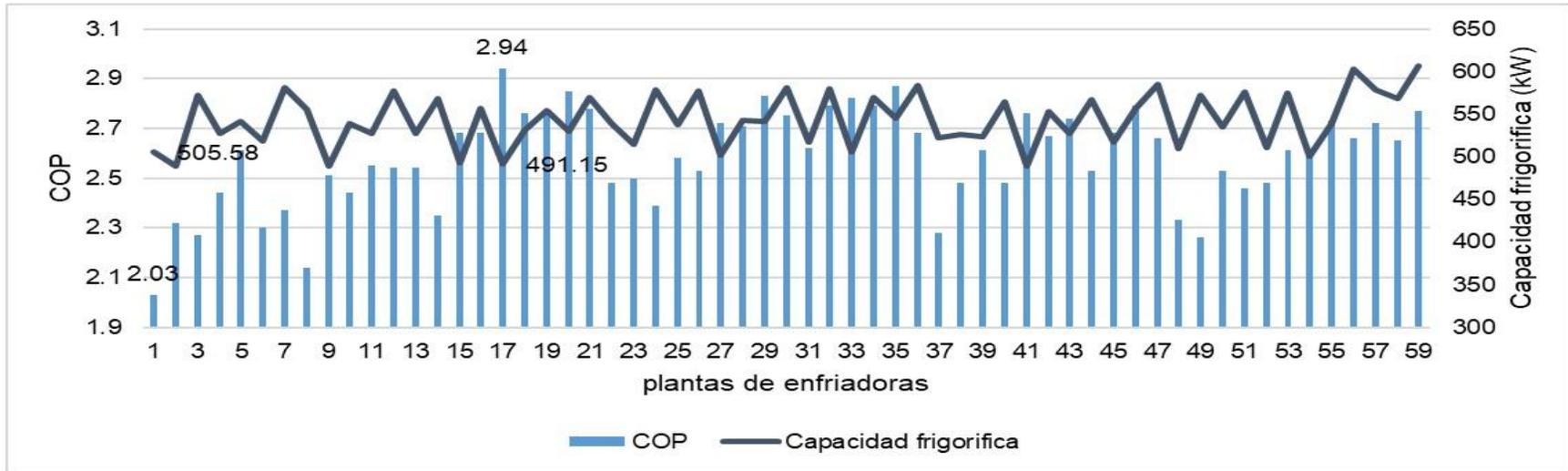
Consumo de energía vs. Numero de enfriadoras

Consumo de energía vs. Distribucion Interna

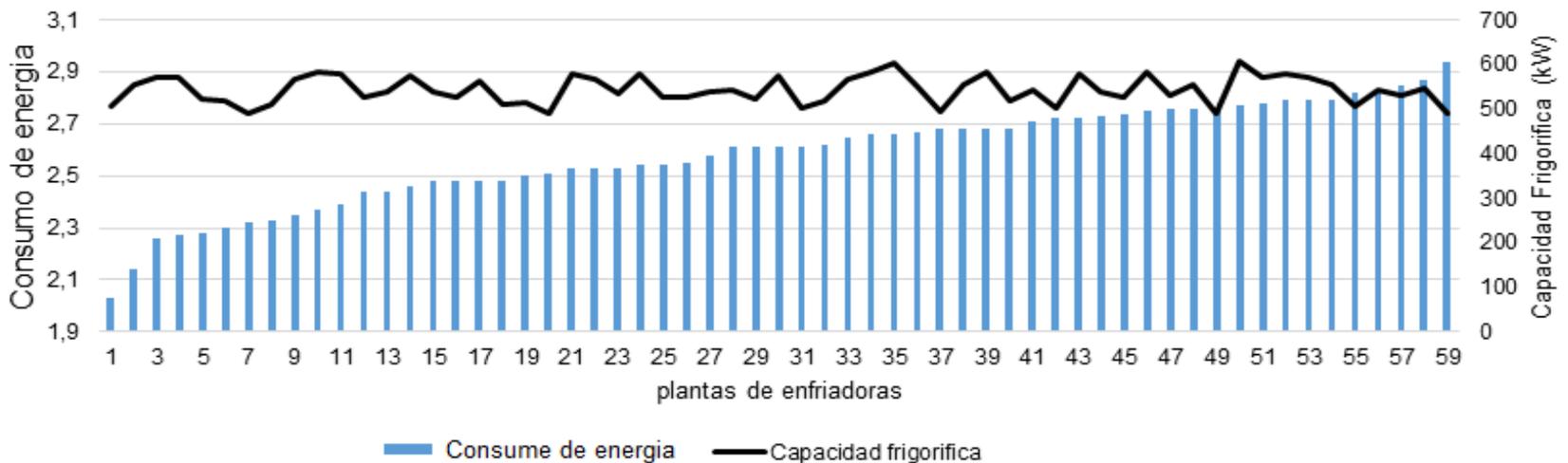
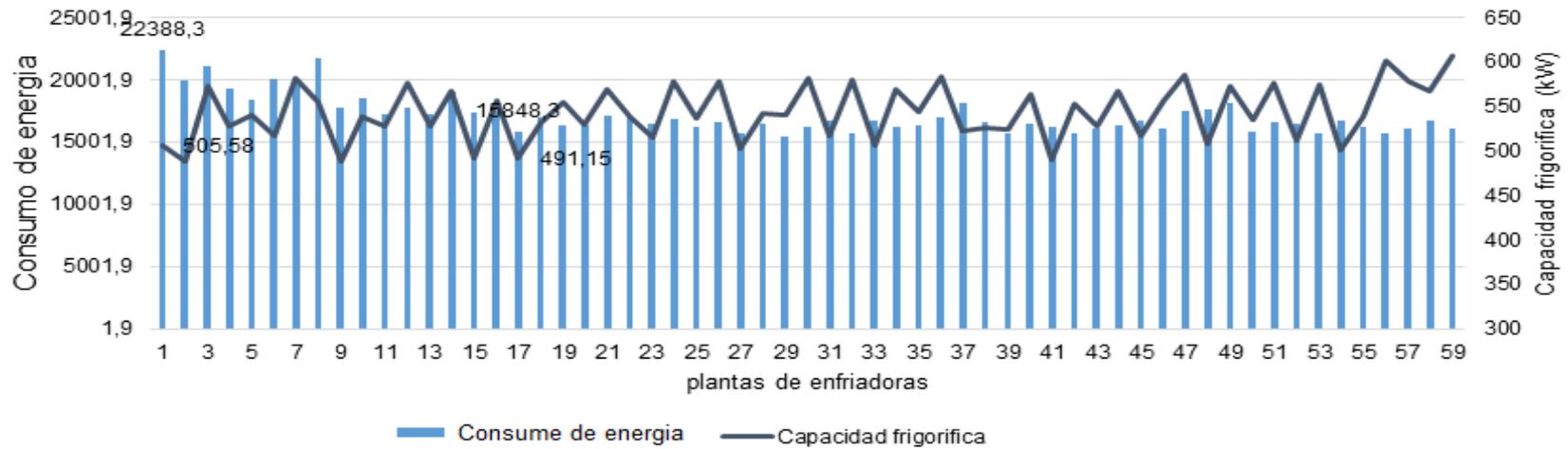
Consumo de energía vs. Capacidad frigorífica vs. plantas de enfriadoras

Consumo de energía vs. Capacidad frigorífica vs. plantas de enfriadoras

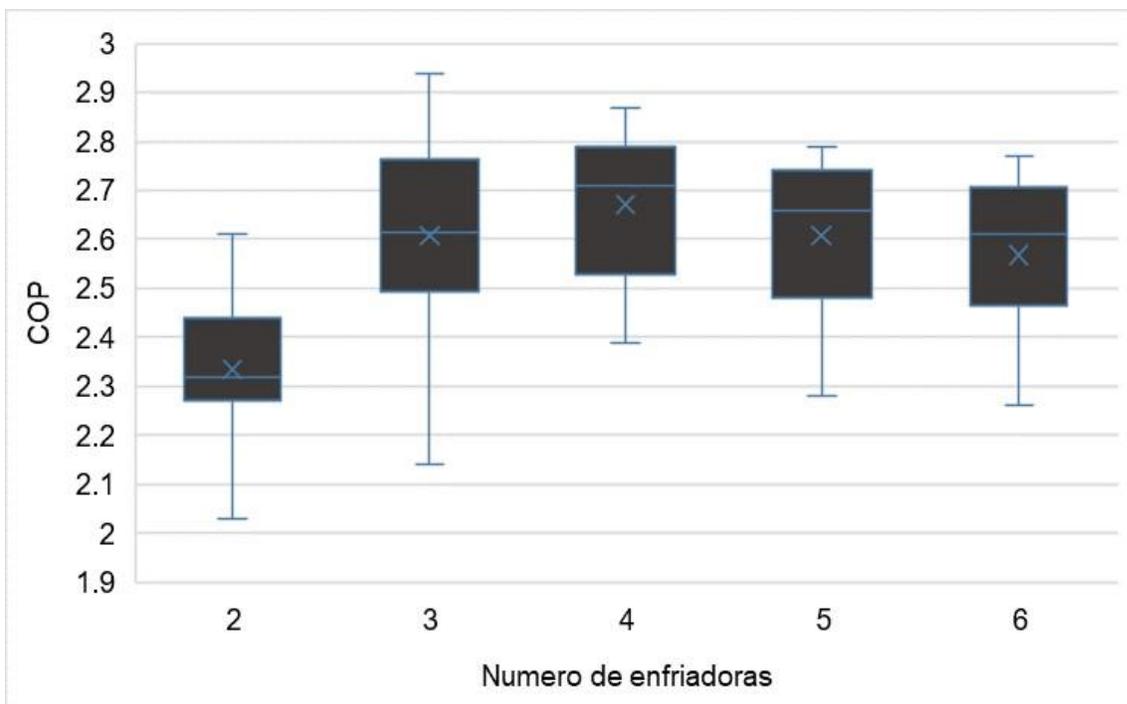
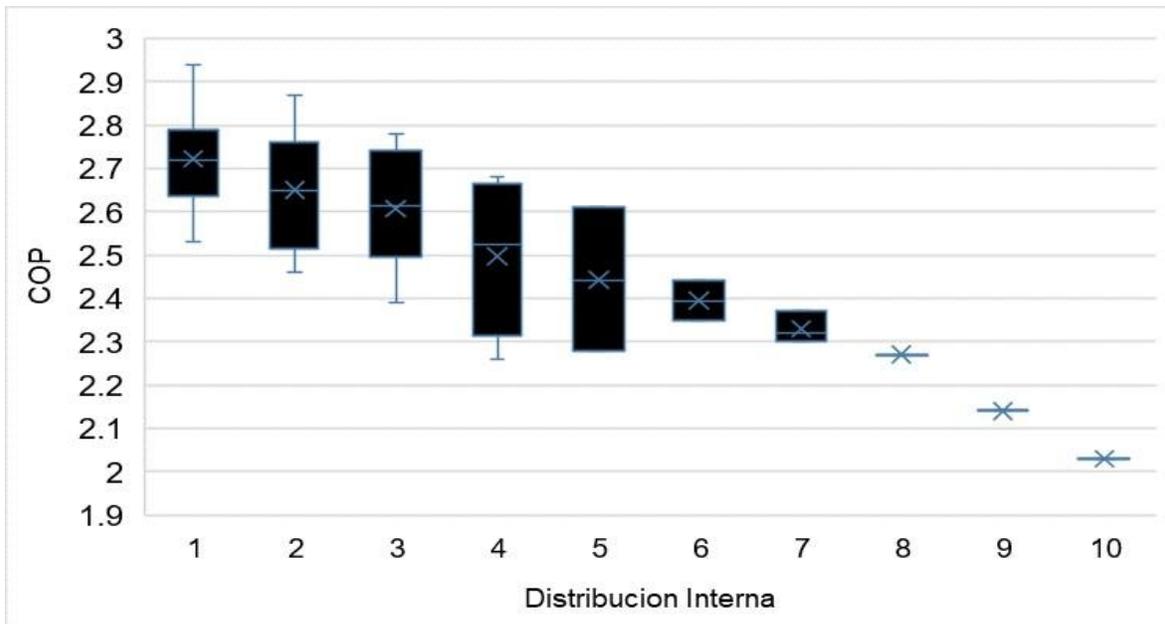
**Anexo No 5:** Grafica del COP con relación a la variable Capacidad frigorífica.



**Anexo No 6:** Grafica del COP con relación a las variables Capacidad frigorífica y a Consume de energía.

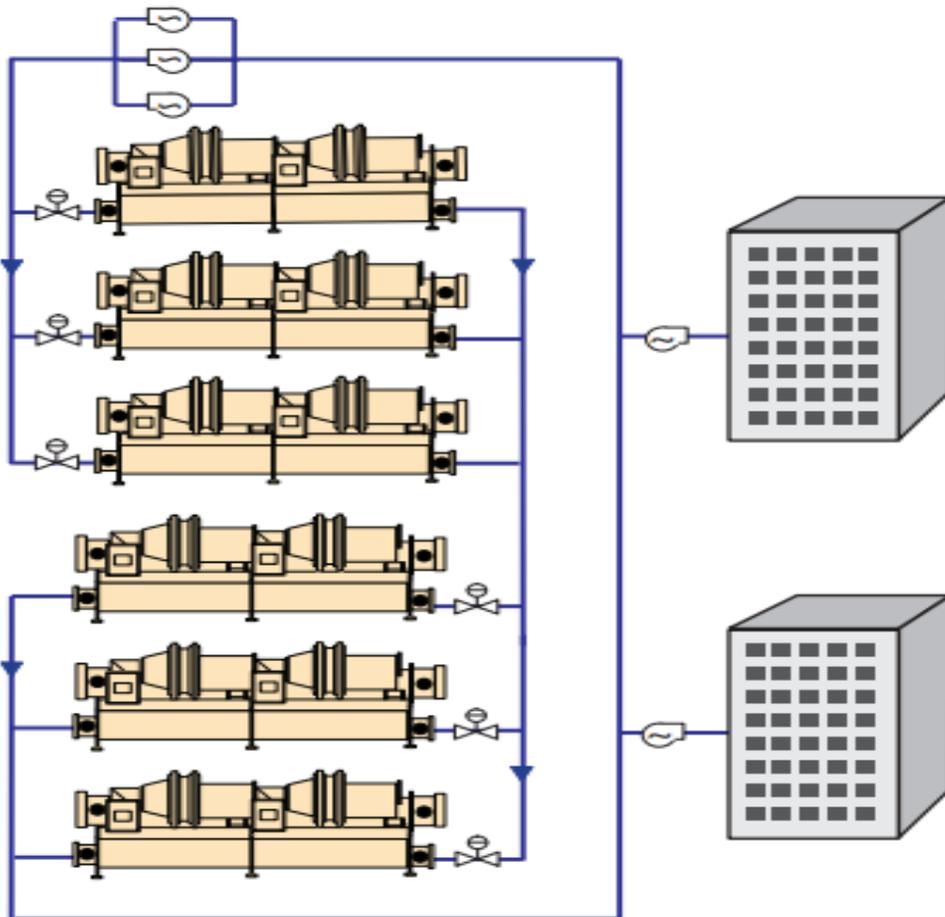
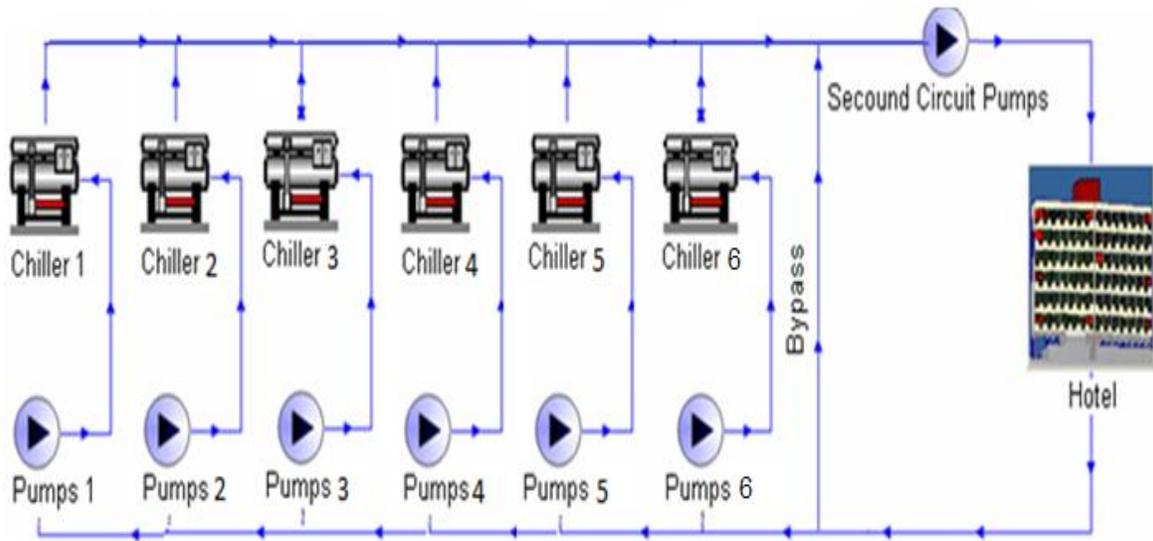


**Anexo No 7:** Grafica del COP con relación a las variables distribución interna y numero de enfriadoras.

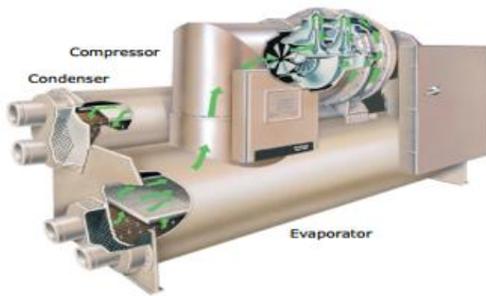




**Anexo No 11:** Esquema de una planta de enfriadoras para el caso de estudio.



**Anexo No 11:** Enfriadoras agua de tipo tornillo empleados en el caso de estudio.



**Anexo No 12:** Diferentes situaciones de las combinaciones de las plantas de enfriadoras.

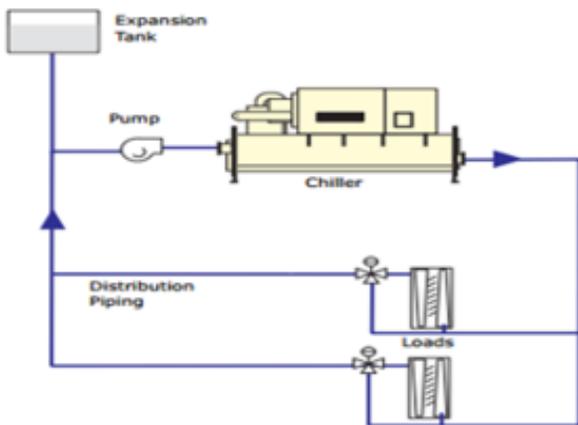


Figura de Sistema de distribución simplificado.

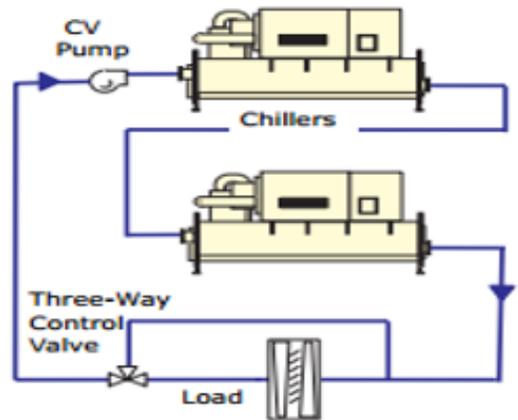


Figura de Sistema de flujo constante

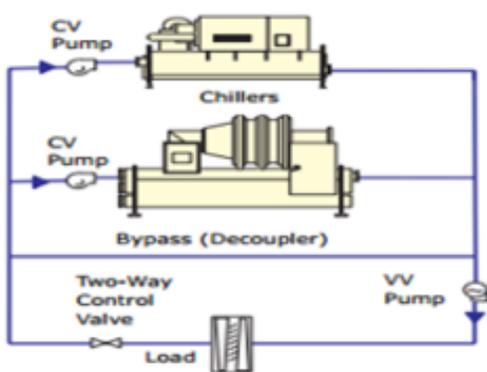


Figura de Sistema primario-secundario

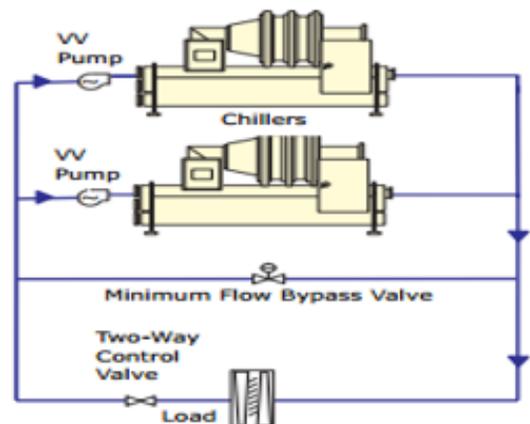


Figura de Sistema primario variable