

**UNIVERSIDAD DE CIENFUEGOS.**

**Carlos Rafael Rodríguez.**

**Facultad de Ingeniería Mecánica.**



**UNIVERSIDAD  
CIENFUEGOS**

UNIVERSIDAD DE CIENFUEGOS

**FACULTAD DE INGENIERÍA.**

**Tesis de Grado.**

***Título: Modelo térmico del motor  
eléctrico de la bomba de agua de  
alimentar calderas de la CTE “Carlos M.  
de Céspedes”***

**Autor:** Javier Castellón Ramírez

**Tutores:** Dr. Julio R. Gómez Sarduy

**Ing.** Dayron Molina Castellanos.

# *Pensamiento*

*“Todos y cada uno de nosotros paga puntualmente su cuota de sacrificio consciente de recibir el premio en la satisfacción del deber cumplido, conscientes de avanzar con todos hacia el hombre nuevo que se vislumbra en el horizonte.”*

*Ernesto Ché Guevara.*

# *Agradecimientos*

***A mis padres:***

***A ustedes, mis padres queridos, por darme siempre su apoyo incondicional en mis decisiones, en los momentos difíciles y en la vida; además de guiarme a seguir el camino correcto.***

***A mi familia:***

***Por hacerse sentir cuando los necesité y permitirme ser miembro de una familia tan unida.***

***A mi novia:***

***Por estar a mi lado todo este tiempo apoyándome y comprenderme siempre en los momentos difíciles.***

***A mis profesores:***

***Por sus enseñanzas brindadas a lo largo de mi carrera para formarme como un profesional comprometido con su labor. En especial a mis tutores Dr. Julio Gómez y el Ing. Dayron Molina por apoyarme en mi tesis y por confiar en mí.***

***A mis amigos:***

***Por permitirme conocer que existe la amistad sincera, sobre todo en los instantes en que se necesita una mano amiga.***

***A todos los que de una forma u otra hicieron posible realizar este sueño de graduarme como Ingeniero Mecánico.***

## Índice:

Introducción .....	1
Situación problemática:.....	2
Problema Científico:.....	3
Hipótesis: .....	3
Objetivo General: .....	3
Objetivos Específicos:.....	3
Capítulo1. Generalidades sobre el incremento de temperatura en máquinas eléctricas y analogía termo-eléctrica para modelos térmicos. ....	4
1.1 Motores eléctricos.....	4
1.2 Tipos de pérdidas en el motor de inducción.....	6
1.3 Mecanismos de transferencia de calor en el motor de inducción.....	8
<b>1.3.1 Conducción</b> .....	8
<b>1.3.2 Convección</b> .....	10
<b>1.3.3 Radiación</b> .....	12
1.4 Instrumentos más utilizados para la medición de temperaturas en motores de inducción.....	13
1.5 Métodos de obtención de temperaturas en un motor de inducción.....	14
1.6 Analogía entre el circuito Térmico con el Circuito Eléctrico .....	16
<b>1.6.1 Analogía entre la Ley de Fourier y la Ley de Ohm</b> .....	16
1.7 Circuito Equivalente.....	19
1.8 Conclusiones parciales.....	20
Capítulo 2. Circuito térmico equivalente del motor de la bomba de agua de alimentar calderas de la CTE Carlos Manuel de Céspedes .....	21
2.1 Consideraciones teóricas para el desarrollo del modelo de calentamiento de un motor eléctrico. ....	21
2.2 Objeto de estudio.....	23
<b>2.2.1 Datos técnicos</b> .....	23
<b>2.2.2 Ensayo de calentamiento</b> .....	24
2.3 Circuito térmico equivalente propuesto.....	28
2.4 Metodología para el cálculo de los parámetros.....	30
2.5 Conclusiones parciales.....	32
Capítulo 3 Parametrización del modelo y análisis de resultados. ....	33
3.1 Cálculo de los parámetros del circuito térmico propuesto.....	33

3.2 Simulación térmica mediante el software Matlab/Simulink .....	37
<b>3.2.1 Implementación del modelo en Matlab/Simulink</b> .....	37
3.2.2 Resultados de la simulación para 100% de carga.....	39
3.3 Calentamiento a cargas parciales. ....	43
3.4 Conclusiones parciales.....	45
Conclusiones .....	46
Recomendaciones .....	47
Bibliografía .....	48
Anexos: .....	50

## **Resumen**

En el presente trabajo se realiza una búsqueda de información de motores eléctricos y de los mecanismos de transferencia de calor que se presentan en el proceso de calentamiento de los mismos. Es de interés de la CTE Carlos M. de Céspedes conocer los incrementos de temperaturas del motor de la bomba de agua de alimentar calderas, para el cual se desarrolló un modelo térmico de parámetros concentrados. Este modelo se basa en la analogía termo-eléctrica que permitió proponer un circuito térmico equivalente simplificado y determinar sus parámetros (capacitancias térmicas y conductancias). Se elaboró una metodología donde se explica por pasos consecuentes la forma en que se pueden calcular los parámetros definidos en dicho circuito. El modelo se implementó en Matlab/Simulink permitiendo simular el calentamiento del motor a estados de carga diferentes del nominal. Los resultados que se obtienen se validan con los ensayos de calentamiento ofrecidos por el fabricante, donde se comparan las curvas de incremento de temperatura y se obtiene el error relativo que le corresponde.

## **Abstract**

In the present work, an information search of electric motors and the heat transfer mechanisms that occur in the process of heating them is performed. It is of interest of the Carlos M. de Céspedes Thermoelectric Plant to know the temperature increases of the water pump motor to feed boilers, for which a thermal model of concentrated parameters was developed. This model is based on the thermo-electrical analogy that allowed us to propose a simplified equivalent thermal circuit and determine its parameters (thermal capacitances and conductance). A methodology was elaborated which explains the consequent steps in how the parameters defined in said circuit can be calculated. The model was implemented in Matlab / Simulink allowing to simulate the heating of the motor to load states different from the nominal one. The results obtained are validated with the heating tests offered by the manufacturer, where the temperature increase curves are compared and the relative error that corresponds to it is obtained.

## Introducción

El motor eléctrico es la máquina destinada a transformar energía eléctrica en energía mecánica. Principalmente los motores de inducción trifásicos con rotor de jaula de ardilla, son los más usados, ya que combinan las ventajas de la utilización de energía eléctrica, bajo costo, facilidad de transporte, limpieza, simplicidad de comando, con su construcción simple y su gran versatilidad de adaptación a las cargas de los más diversos tipos, con elevada eficiencia.

En el proceso de conversión de la energía que tiene lugar en estas máquinas, se generan pérdidas que provocan el incremento de la temperatura de todas sus partes y que en última instancia definen la vida útil del motor. Desde el proceso de diseño, uno de los factores que determina el éxito en el comportamiento de estas máquinas es el conocimiento de la temperatura en el interior de la misma. La habilidad para predecir una distribución exacta de la temperatura requiere, a su vez, un conocimiento de la distribución de las distintas pérdidas, las características térmicas de los materiales y las condiciones de refrigeración. (Yang, 2009).

En la actualidad los motores eléctricos trabajan más cerca del límite de sobrecarga, entre otros motivos, debido a los altos pares de inercia que demandan los sistemas mecánicos. Como consecuencia, el riesgo de sobrecalentamiento aumenta y los motores deben ser diseñados para asegurar que la temperatura de sus componentes se mantenga dentro de sus límites de funcionamiento. Como las especificaciones de funcionamiento, en términos de eficiencia y potencia, son más exigentes, así lo es también la necesidad de mejores estrategias de diseño mecánico, electromagnético y térmico. La metodología del diseño térmico ha tendido a retrasarse respecto a otros aspectos del diseño de la máquina debido a las incertidumbres en la caracterización de los materiales compuestos y a la falta de información en la distribución exacta de las pérdidas. (Lee, Hahn, & Kauh, 2000).

Los estudios de calentamiento de motores eléctricos no solo se enfocan al diseño, sino que son importantes también para su operación, ya que una vez que el motor

se encuentra en operación, su vida útil depende en buena medida del sobrecalentamiento del aislamiento.

Debe también señalarse que se requieren análisis térmicos para determinar con mayor exactitud la reducción de potencia necesaria cuando el motor está sometido a condiciones de calidad del suministro eléctrico diferentes a las especificadas por las normas internacionales vigentes. Por otro lado, las protecciones modernas incluyen métodos de estimación de la temperatura del devanado para proteger la máquina contra posibles daños por sobrecalentamiento debido a sobrecargas. Este tipo de protección, conocido como imagen térmica, es mayormente utilizada para grandes motores.

El ajuste correcto de esta protección y el análisis del comportamiento térmico del motor para diferentes condiciones de operación, incluyendo transitorios como arranques o cambios en el estado de carga, requieren de modelos para la simulación. Los elementos que conforman los modelos térmicos se fundamentan en los tres mecanismos de transferencia de calor: **conducción, convección y radiación**. En esta área del conocimiento, los especialistas en Ingeniería Mecánica están mejor preparados, a partir del propio diseño curricular de la carrera que consta en su malla curricular de asignaturas específicas como Transferencia de Calor y pueden asistir o complementar en estos análisis a los especialistas encargados de la explotación de las máquinas eléctricas.

En la CTE Carlos Manuel de Céspedes de Cienfuegos existen equipos motrices importantes para los cuales se requiere del conocimiento de su estado térmico. Tal es el caso del motor de 1,8 MW que acciona la bomba de alimentar calderas. Este motor consta de protecciones inteligentes con imagen térmica y necesita de un modelo que simule su comportamiento para distintos estados de carga que sirva de referencia para su correcto ajuste. Esta situación conlleva a la siguiente

### **Situación problémica:**

Es interés de la empresa verificar el método de ajuste de las protecciones para lo cual es necesario tener un modelo que permita conocer los incrementos de temperatura para diferentes estados de carga.

### **Problema Científico:**

No se tiene un modelo dinámico de temperatura del motor de la bomba de agua de alimentar calderas de la CTE “Carlos Manuel de Céspedes” de Cienfuegos, que permita simular los incrementos de temperatura para diferentes estados de carga.

### **Hipótesis:**

Si se aplica la semejanza termo-eléctrica para los procesos de transferencia de calor es posible obtener un circuito térmico equivalente que modele el incremento de temperatura del estator y del acero (carcaza) del motor de la bomba de agua de alimentar calderas de la CTE Carlos Manuel de Céspedes.

### **Objetivo General:**

Desarrollar un modelo térmico teniendo en cuenta las pérdidas en forma de calor del motor eléctrico de jaula de ardilla trifásico de la bomba de agua de alimentar calderas de la CTE “Carlos Manuel de Céspedes”

### **Objetivos Específicos:**

- Identificar las pérdidas del motor eléctrico de jaula de ardilla como fuentes de calor de la documentación técnica del motor.
- Identificar los procesos de transferencia de calor en el motor eléctrico.
- Desarrollar un circuito térmico equivalente para el motor.
- Validar el modelo térmico mediante Matlab/Simulink comparando la respuesta con la curva del ensayo de calentamiento del motor dado por el fabricante.

# Capítulo 1. Generalidades sobre el incremento de temperatura en máquinas eléctricas y analogía termo-eléctrica para modelos térmicos.

En el presente capítulo se expondrá brevemente los conceptos necesarios a tener en cuenta para poder comprender que es un motor eléctrico, así como identificar las pérdidas de los mismos, explicar los procesos de transferencia de calor que tienen lugar en los mismos y establecer una analogía térmico-eléctrica.

## 1.1 Motores eléctricos

Dentro del universo tecnológico de los motores eléctricos, existen diversas clasificaciones en función del sistema de suministro, del tipo de corriente de alimentación y otros parámetros. Una de estas clasificaciones que divide a los motores de corriente alterna es en función de la velocidad de giro del rotor, si coincide o no con la velocidad de giro del campo magnético. En función de esto se tienen motores sincrónicos y motores asincrónicos.

Los motores **sincrónicos** son un tipo de motor de corriente alterna. Su velocidad de giro es constante y depende de la frecuencia de la tensión de la red eléctrica a la que esté conectada y del número de pares de polos del motor, siendo conocida esa velocidad como "**velocidad de sincronismo**".

Los **motores asincrónicos** o **de inducción** son otro tipo de motores de corriente alterna. El primer prototipo de motor eléctrico de este tipo, capaz de funcionar con corriente alterna fue desarrollado y construido por el ingeniero Nikola Tesla y presentado en el *American Institute of Electrical Engineers* (en español, *Instituto Americano de Ingenieros Eléctricos*, actualmente IEEE) en 1888.

El motor asincrónico trifásico está formado por un rotor, que puede ser de dos tipos: a) de jaula de ardilla; b) bobinado, y un estator, en el que se encuentran las bobinas inductoras. Estas bobinas son trifásicas y están desfasadas entre sí  $120^\circ$  en el espacio. Cuando por estas bobinas circula un sistema de corrientes trifásicas

equilibradas, cuyo desfase en el tiempo es también de  $120^\circ$ , se induce un campo magnético giratorio que envuelve al rotor. Este campo magnético variable va a inducir una tensión en el rotor que a su vez hará circular corrientes por el devanado cortocircuitado. Estas corrientes interactuando con el campo magnético producen un momento de fuerzas y el motor comienza a girar.

El motor de inducción tiene un devanado del rotor con barras de conducción a todo su largo, incrustadas en ranuras a distancias uniformes alrededor de la periferia. Las barras están conectadas con anillos a cada extremidad del rotor. Estos anillos se encuentran soldados a las extremidades de las barras. Este ensamblado se parece a las pequeñas jaulas rotativas para ejercitar a mascotas como hámster y por eso a veces se llama "jaula de ardillas". A este tipo de motores de inducción se llaman motores de jaula de ardilla. En los Anexos A y B se muestran imágenes de las partes que componen un motor de inducción.

Por la robustez de su construcción, fácil mantenimiento, facilidad de maniobra y bajo costo, este tipo de máquinas es el más utilizado en la industria como productores de fuerza motriz.

Durante el proceso de conversión de energía en un motor eléctrico, una fracción de potencia absorbida de la red de alimentación, no se convierte en potencia útil, sino que se disipa en la máquina: En los conductores del estator y del rotor (Pérdidas eléctricas por efecto Joule), en el hierro (Pérdidas por corrientes Foucault generadas en los núcleos y pérdidas por histéresis) y en los diferentes rozamientos de las partes móviles de las máquinas, así como el batimiento del rotor con el aire interior de la máquina y en el sistema de ventilación (Pérdidas mecánicas). La potencia que se pierde internamente se convierte en calor y en consecuencia se produce un incremento diferencial de temperatura en el interior del motor.

## 1.2 Tipos de pérdidas en el motor de inducción

Para poder comprender la relación que se presenta entre la temperatura y la eficiencia es necesario identificar los tipos de pérdidas que están presentes en el motor de jaula de ardilla. La siguiente figura (Fig.1.1) muestra cómo se comporta la distribución de estas en el mismo. Una vez definidos los tipos de pérdidas y cuantificados se podrán relacionar fácilmente con la temperatura.

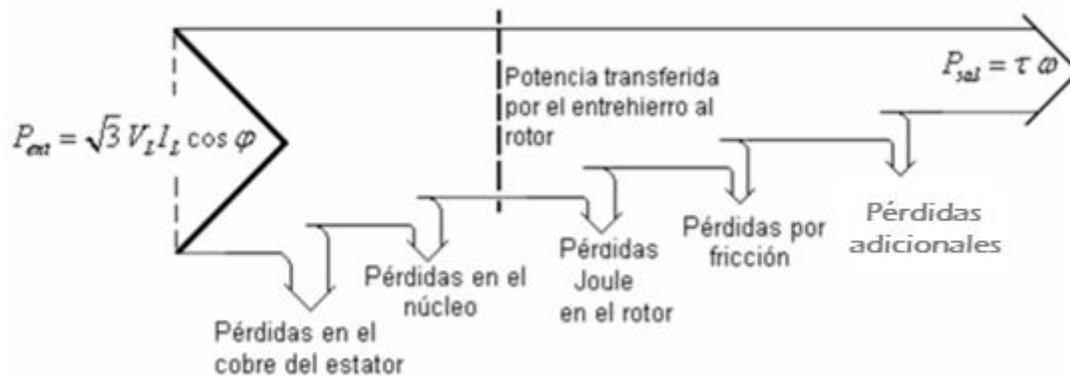


Figura 1.1 Pérdidas en un motor eléctrico (Hammarsten, 1989).

La primera potencia que aparece en la figura, es la de entrada al motor (**alimentación**), esta potencia es la que se absorbe de la red. Las primeras pérdidas que se producen son las del embobinado del **estator**.

Las segundas son las del **núcleo** (histéresis y corrientes de Foucault). La potencia que queda al llegar a este punto es la que se denomina potencia del **entrehierro** y es la que pasa al **rotor**. En las **pérdidas del hierro** también se incluyen las de histéresis y Foucault de la chapa del rotor.

Una parte de la potencia que llega al rotor se disipa en el cobre o aluminio de éste y otra parte en un grupo de pérdidas de naturaleza diversa conocidas como pérdidas adicionales.

La potencia que queda es la que se convierte en mecánica. De esta potencia mecánica se debe restar la potencia necesaria para que el sistema de ventilación

funcione (que son más elevadas si el motor gira a más velocidad), y las de rozamiento de los cojinetes, de este modo se obtiene la potencia de salida. Es necesario destacar que cuantas más pérdidas se produzcan en el interior del motor se disipará de menos potencia de salida en el eje y por lo tanto se obtendrá un menor rendimiento energético. (Sánchez, 2007).

En la figura 1.2 se muestran los componentes fundamentales de un motor eléctrico donde se disipan las diferentes pérdidas mencionadas anteriormente.

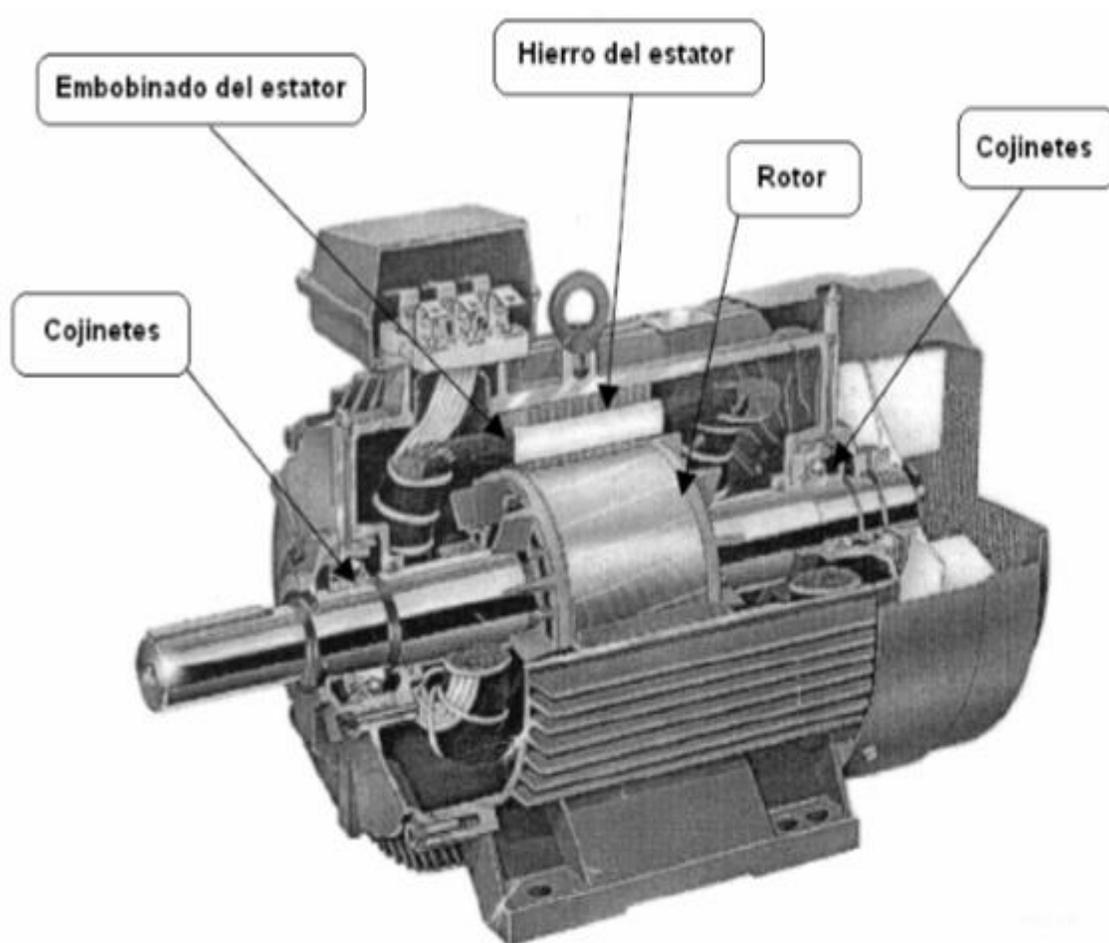


Fig1.2: Partes del motor de inducción donde ocurren las pérdidas.

### 1.3 Mecanismos de transferencia de calor en el motor de inducción

La transmisión de calor desde las fuentes del motor, donde se producen las pérdidas, hasta el medio refrigerante se realiza mediante las leyes de transferencia de calor de la física. La transferencia de calor desde estos focos hasta el medio refrigerante (en este caso el ambiente) se produce mediante tres mecanismos:

- **Conducción**
- **Convección**
- **Radiación**

Para que se dé lugar la convección y la radiación, debe haber una diferencia de temperaturas entre el cuerpo que evacua el calor y el medio refrigerante.

#### 1.3.1 Conducción

Para que se dé lugar la conducción es necesario que haya un medio material de transporte de calor y una diferencia de temperatura entre dos puntos. La conducción de calor en el interior del motor de jaula de ardilla sigue el modelo de la ley de Fourier, esta cuantificación es de carácter vectorial y se expresa de la siguiente manera: “**La cantidad de calor Q por unidad de tiempo**, en Watts que atraviesa una placa o pared homogénea de **área A (cm<sup>2</sup>)** de superficie de una cara y de 1 cm de espesor, es proporcional a la diferencia de temperatura  $\Delta T$  entre ambas caras y a la superficie A, e inversamente proporcional al espesor de la pared” (Incropera & DeWitt). Esto queda expresado en la ecuación:

$$Q = \lambda * \frac{A}{l} * \Delta T \quad (1.1)$$

El flujo de calor se dirige del punto de mayor temperatura al de menor temperatura, tal como una diferencia de potencial y su dirección es perpendicular a la superficie de transferencia. La constante  $\lambda$  es propia de cada material, llamada **conductividad térmica**, los valores de esta para cada material se encuentran tabulados en los libros de transferencia de calor, sus dimensiones son las de  $W * cm/cm^2 * ^\circ C$ . Es necesario destacar que los problemas de transferencia de

calor en ingeniería por lo general se clasifican como **estacionarios** (estables) o **transitorios** (no estables o no estacionarios). El término estacionario implica que no hay cambio en las condiciones de un sistema con el tiempo, mientras que transitorio implica cambios con el tiempo o dependencia respecto al tiempo. (Kreith & Bohn, 2002).

En el **estado transitorio** se considera que las condiciones cambian en diversos puntos con respecto a un período de tiempo, mientras que en el estado estable se suponen condiciones constantes en un punto e instante de tiempo determinado, es por ello que en operación estacionaria la temperatura y el flujo de calor permanecen inalterables con el transcurso del tiempo en cualquier ubicación tratándose de superficies isotérmicas.

La siguiente figura (Fig.1.3) muestra en forma gráfica la transmisión de calor por conducción y como se manifiesta en los estados transitorios y estacionarios:

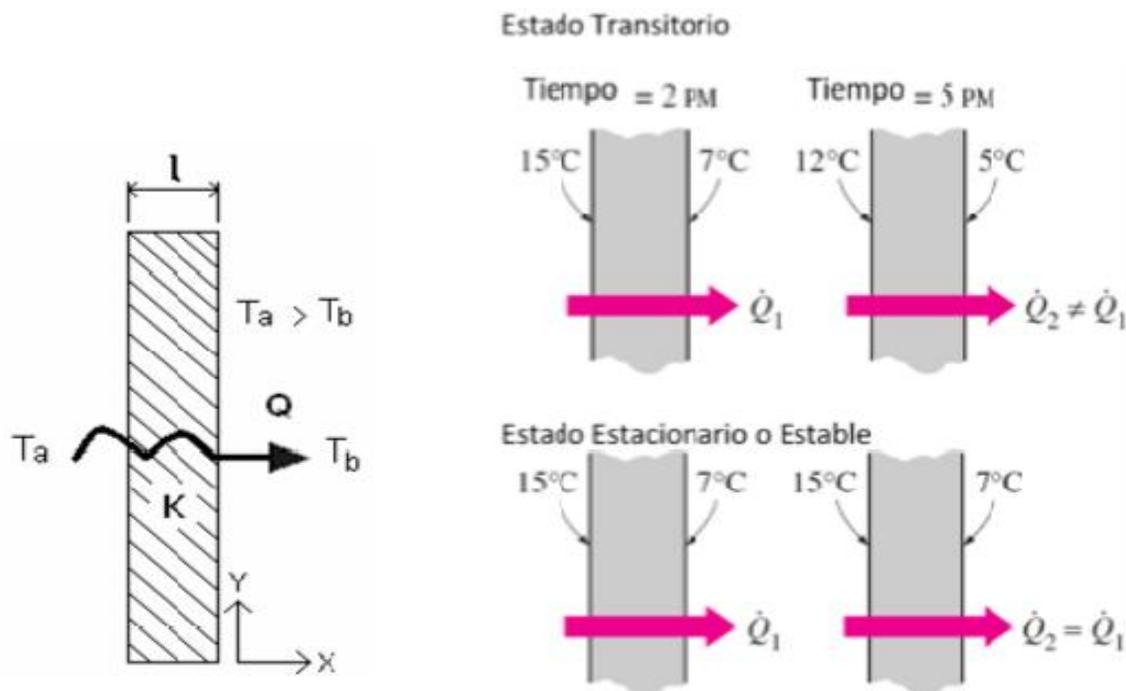


Figura1.3 Transmisión de calor por el método de conducción.

La resistencia térmica para una pared cilíndrica se puede calcular también de la siguiente manera:

$$R_{t\ cil} = \frac{\ln\left(\frac{r_{ext}}{r_{int}}\right)}{2\pi * l * \lambda} \quad (1.2)$$

Siendo  $r_{ext}$  y  $r_{int}$  el radio exterior e interior del cilindro respectivamente,  $l$  su longitud y  $\lambda$  la conductividad térmica del material en dirección radial. (Santos, 2001).

### 1.3.2 Convección

La convección es el modo de transferencia de energía entre una superficie sólida y el líquido o gas adyacentes que están en movimiento y comprende los efectos combinados de la conducción y el movimiento de fluidos. Entre más rápido es el movimiento de un fluido, mayor es la transferencia de calor por convección. En ausencia de cualquier movimiento masivo de fluido, la transferencia de calor entre una superficie sólida y el fluido adyacente es por conducción pura. La presencia de movimiento masivo del fluido acrecienta la transferencia de calor entre la superficie sólida y el fluido, pero también complica la determinación de las razones de esa transferencia.

Para que se dé lugar a la convección, debe haber una diferencia de temperaturas entre el cuerpo que evacua el calor y el medio refrigerante. Es la forma de transmisión de calor cuando se debe pasar una cierta cantidad de calor a través de una superficie "A" de un medio sólido a un medio fluido (este suele hacer de refrigerante y únicamente para que ocurra este proceso el fluido debe ser líquido o gas) en estado de reposo o movimiento.

La expresión utilizada en la convección es la siguiente:

$$Q_{conv} = h * A * \Delta T \quad [W] \quad (1.3)$$

Donde:

$Q_{conv}$ : Tasa de flujo de calor por convección [W].

$h$ : Índice de transmisión de calor por convección  $\left[\frac{W}{cm^2} * ^\circ C\right]$ .

$A$ : La superficie en contacto completa con el medio refrigerante  $[cm^2]$ .

$\Delta T$ : La diferencia de temperatura entre la superficie y el medio refrigerante  $[^\circ C]$ .

El cálculo del coeficiente de calor  $h$  es complejo y en la mayoría de los casos se debe encontrar empíricamente. Para poder calcularlo se distingue entre dos tipos de convección:

- Convección forzada.
- Convección natural.

### 1.3.2.1 Convección Forzada

La convección forzada tiene lugar cuando se obliga a circular el fluido que actúa como refrigerante con una **velocidad relativa** ( $v$  en m/s) y este entra en contacto con la superficie que debe extraer el calor. Es necesario destacar que los procedimientos matemáticos que se utilizan para el cálculo de convección dependen de la forma de la superficie por donde circula. (Kendoush, 1996).

### 1.3.2.2 Convección Natural

La convección natural tiene lugar cuando no se fuerza al fluido refrigerante a circular con una determinada velocidad. La transferencia de calor ocurre de forma espontánea debido a la diferencia de densidad existente entre la capa de fluido que está en contacto con la superficie (el más caliente) y la más alejada (el más frío), de esta manera crean corrientes conectivas que hacen que el aire que está en contacto con la pared se vaya renovando y tenga lugar la transferencia de calor, así de esta manera el coeficiente  $h$  de transferencia de calor encontrado será más pequeño y se puede evacuar menos calor que con convección forzada. En la figura (Fig.1.4) se puede apreciar cómo se manifiesta en la práctica el proceso de convección. (Incropera & DeWitt).

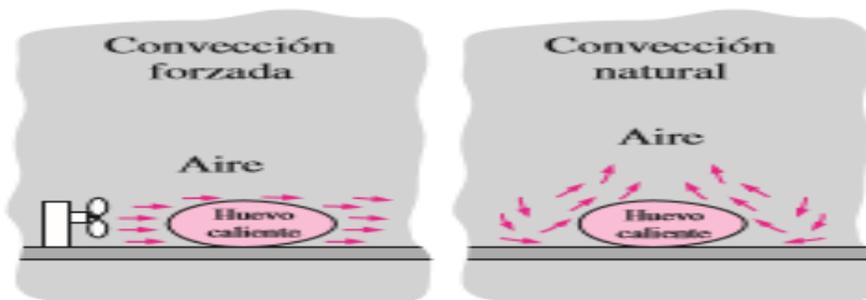


Figura 1.4 Transmisión de calor mediante el método de convección (Incropera & DeWitt).

### 1.3.3 Radiación

La radiación es la energía que no requiere de ningún mecanismo para su propagación, esta se basa en el hecho de que todo cuerpo que alcanza una temperatura tiene una energía térmica que puede transmitir al medio. En el caso del motor trifásico de jaula de ardilla la temperatura del medio es menor que la del motor y la radiación es emitida por el motor al medio.

El calor de radiación intercambiado entre el motor y el ambiente se expresa mediante la Ley de Stefan Boltzmann:

$$Q = \varepsilon * \sigma * A(T_1 - T_g) \quad [W] \quad (1.4)$$

Donde:

$\varepsilon$ : Constante de Stefan-Boltzmann  $[\frac{W}{m^2} * K^4]$ .

$\sigma$ : Emisividad térmica de la superficie del motor.

$A$ : Superficie de transferencia de calor  $[m^2]$ .

$T_1$ : Temperatura absoluta de la superficie externa del motor  $[K]$ .

$T_g$ : Temperatura absoluta ambiente  $[K]$ .

La constante de Stefan-Boltzmann es la misma no importa la superficie de la que se trate. El coeficiente de emisividad térmica es una medida de la capacidad que tiene una superficie para emitir energía en forma de calor.

En la tabla 1.2 se muestra la constante de Stefan-Boltzmann para diferentes cuerpos, así como para diferentes materiales utilizados en la construcción de motores eléctricos.

Tabla 1.2 Constante de Stefan-Boltzmann (Incropera & DeWitt).

Constante	Valor
$\sigma$	$5,77 \cdot 10^{-8}$
$\varepsilon$ cuerpo negro	1
$\varepsilon$ hierro y acero laminado	0,65-0,85
$\varepsilon$ cobre	0,05-0,2
$\varepsilon$ superficie negra con barniz, pinturas y aislantes	0,9

#### 1.4 Instrumentos más utilizados para la medición de temperaturas en motores de inducción

La medición de temperatura en función del tiempo es fundamental en la mayoría de los procesos de laboratorio o en sistemas donde la estimación de estas variables se requiere para desarrollar el análisis de la transferencia de calor en sus diferentes formas (conducción, convección y radiación). Por otra parte, si se van a realizar pruebas o prácticas de eficiencia con la finalidad de desarrollar la funcionalidad de modelos con la implementación de los parámetros de diseño incluidos, es importante la estimación de éstos. La obtención de la temperatura se lleva a cabo mediante técnicas convencionales a través de la aplicación de instrumentos clásicos de lectura directa o sensores electrónicos de contacto o no contacto, tales como:

- Termómetros de bulbo líquido
- Termómetros de bulbo con gas
- RTD: Detectores de temperatura por resistencia (alambre de Platino)
- Termopares
- Termistores
- Sensores de infrarrojo
- Sensores Ópticos (fibra óptica)
- Pirómetros

- Detectores Infrarrojos/cámaras

En los Anexos C y D se muestran algunos de estos instrumentos de medición de temperatura.

Los termopares, termómetros de resistencia y termistores, son transductores eléctricos de temperatura que no directamente tienen una escala directa indicativa como los termómetros de mercurio en cristal. En la mayoría de los procesos industriales o proyectos de laboratorio, el punto de medición es remoto, esto es debido a las necesidades (por ejemplo, un ambiente adverso) o conveniente (adquisición de datos en forma centralizada). Se requieren instrumentos que conviertan la variable física de temperatura a otra forma de señal, generalmente eléctrica, por otra parte, las técnicas alternativas indirectas para censar y medir temperatura incluyen pirómetros ópticos y otros de no contacto (rayos láser), fibra óptica y sistemas de oscilación de cuarzo. El uso de termopares, termómetros de resistencia y termistores requieren que su parte activa este en contacto físico con el medio para alcanzar el equilibrio electrónico con él, ya que su principio de funcionamiento se basa en algún efecto termoeléctrico (Santander, Vasco, & Sepúlveda, 2013)

Como se ha expuesto anteriormente existen muchos instrumentos de mediciones de temperatura, pero también existen métodos de estimación de la misma que es en general lo que se desea realizar en este estudio, para ello se explicará más adelante cuales son estos métodos y su utilización en la práctica.

### **1.5 Métodos de obtención de temperaturas en un motor de inducción**

Los procesos de transferencia de calor se manifiestan en todos los cuerpos y el motor trifásico de jaula de ardilla no queda exento de que en él se manifiesten los tres mecanismos (conducción, convección y radiación). Como se ha mencionado anteriormente, la temperatura es un parámetro a tener en cuenta en la vida útil de los motores de inducción ya que se conoce que a medida que aumenta la temperatura por encima de la nominal del aislamiento, reduce su vida útil. La vida

útil del aislamiento se relaciona con el envejecimiento gradual del aislante, que se va deteriorando, perdiendo su capacidad aislante, hasta que no cumple las normas mínimas establecidas para su función o lo que es peor, se quema, produciendo la interrupción inesperada de la función del motor. Una regla aproximada es que un aumento de 8 a 10 grados en la temperatura normada del aislamiento en forma continua, reduce su vida aproximadamente a la mitad. (Viego, de Armas, Gómez, & Pérez, 2007). Pero la determinación de dicha temperatura se hace un poco compleja ya que no se cuenta con una metodología exacta para la obtención de este parámetro. Por esta razón se han desarrollado diversos métodos, algunos análisis térmicos precisos se han obtenido utilizando métodos de elementos finitos el cual provee un mapa de temperatura detallado e información sobre el comportamiento térmico en estado transitorio. Sin embargo, estos modelos son mayoritariamente útiles para el diseño, son procedimientos costosos desde el punto de vista computacional y pueden ser solamente utilizados para modelar la transferencia de calor por conducción en elementos sólidos. (Duta & Chowdhury, 2012)& (Asociación Española de Normalización y Certificación, 2006).

También existen técnicas de estudio para predecir su magnitud e incluir no linealidades en el modelo, utilizando aproximaciones numéricas basadas en la discretización del motor y aplicando el análisis de elemento finito para resolver las ecuaciones diferenciales parciales no lineales que describen la red térmica, basando sus condiciones fronteras, en la simetría térmico-geométrica del motor.

En función de los objetivos buscados, se ha desarrollado una gran cantidad de modelos térmicos, cada uno de los cuales exige distintos tipos de parámetros y ensayos para su determinación. (Hammarsten, 1989).

Ahora bien, en la literatura consultada se muestra que se emplean con frecuencia **modelos de parámetros concentrados** (Chapman, 2000), con diferentes simplificaciones mecánicas, eléctricas y magnéticas que se tienen en el motor real y que para este fin no se consideran. estos modelos utilizan redes térmicas análogas a circuitos eléctricos, consisten en resistencias térmicas y fuentes de

calor conectadas entre nodos. Por otra parte, las simulaciones de operación de la máquina en estado permanente, se fijan bajo condiciones ambientales especificadas. Las técnicas utilizadas para determinar los parámetros de estos modelos van desde el empleo de los datos de catálogo, hasta ensayos complicados para condiciones de campo o combinaciones de ensayos con información de diseño de los elementos del motor. A continuación, se explica el basamento teórico de este tipo de modelos térmicos basados en la analogía termo-eléctrica.

## 1.6 Analogía entre el circuito Térmico con el Circuito Eléctrico

### 1.6.1 Analogía entre la Ley de Fourier y la Ley de Ohm

#### ➤ Ley de Fourier:

Como se expuso anteriormente para poder explicar la conducción de calor es necesario entender la ley de Fourier la cual fue abordada en el (epígrafe 1.3.1) y expuesta como la ecuación 1.1, la cual puede reescribirse como:

$$Q = -k * \Delta T \quad (1.5)$$

Siendo:

$Q$ : el vector de flujo de calor por unidad de área

$k$  : una constante de proporcionalidad, llamada conductividad térmica

$\Delta T$ : la diferencia de temperatura

#### ➤ Ley de Ohm para circuitos de corriente directa:

La **Ley de Ohm** para circuitos de corriente directa, dice que la intensidad de la corriente que circula entre dos puntos de un circuito eléctrico es proporcional a la tensión eléctrica entre dichos puntos. Esta constante es la conductancia eléctrica, que es la inversa de la resistencia eléctrica. La intensidad de corriente que circula por un circuito dado es directamente proporcional a la tensión aplicada e

inversamente proporcional a la resistencia del mismo, quedando expresado esto matemáticamente de la siguiente forma:

$$I = \frac{V}{R} \quad (1.6)$$

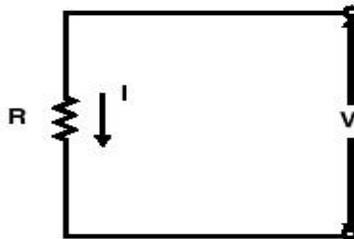
donde:

$I$ : es la corriente que pasa a través del objeto en amperes (A).

$V$ : es la diferencia de potencial de las terminales del objeto en voltios (V).

$R$ : es la resistencia en ohm ( $\Omega$ ).

La Ley de Ohm establece la relación que existe entre la corriente en un circuito y la diferencia de potencial (voltaje) aplicado a dicho circuito. Esta relación es una función de una constante a la que se le llamó resistencia y se representa gráficamente como el circuito de la figura 1.5.



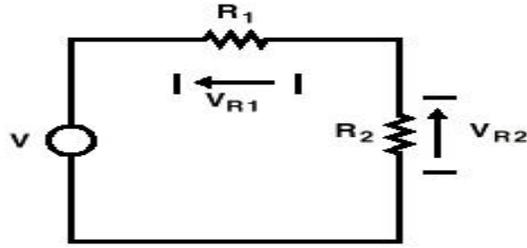
$$V = IR$$

**Figura1.5. Circuito resistivo serie explicativo de la Ley de Ohm.**

Luego para poder seguir esta secuencia es necesario conocer lo que establece Kirchhoff, su primera Ley dice:

La suma algebraica de los voltajes alrededor cualquier bucle cerrado es igual a cero.

La suma incluye fuentes independientes de tensión, fuentes dependientes de tensión y caídas de tensión a través de resistores como se muestra en la figura 1.6.

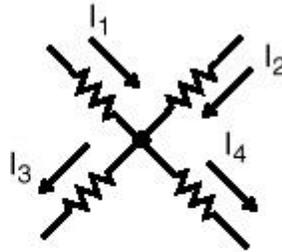


$$V - V_{R1} - V_{R2} = 0 \quad \text{or} \quad V = V_{R1} + V_{R2}$$

Figura 1.6 Circuito mostrando la aplicación de la primera Ley de Kirchhoff.

Además, se tiene la segunda Ley de Kirchhoff que establece que la suma algebraica de todas las corrientes que entran en un nodo es igual a cero como se muestra esquemáticamente en la figura 1.7.

Esta suma incluye las fuentes de corrientes independientes, las fuentes de corriente dependientes y las corrientes a través de los componentes.



$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

Figura 1.7 Nodo mostrando la aplicación de la segunda Ley de Kirchhoff.

Con esto se da paso a la analogía que existe para poder desarrollar los cálculos matemáticos de un circuito térmico equivalente donde se establece una analogía formal entre las leyes que rigen la conducción eléctrica y las que lo hacen en la conducción térmica para cuerpos homogéneos e isotrópicos. A la tensión eléctrica le corresponde la diferencia de temperaturas; a la corriente eléctrica, el flujo de calor; a la resistencia eléctrica, la resistencia térmica. Estas magnitudes están relacionadas entre sí por la ley de Ohm (caso de la electricidad) y por la de Fourier (conducción térmica) que son formalmente idénticas. Además, las relaciones que calculan las resistencias equivalentes en las asociaciones de conductores son

isomorfas. En la tabla 1.3 se ha resumido la analogía formal y estructural de las ecuaciones que rigen estos dos fenómenos. (Cogdell, 2000)& (Hesse, 1986).

Tabla 1.3 Analogía Termo-Eléctrica. Fuente (elaboración propia)

	<b>Térmico</b>	<b>Eléctrico</b>
<b>Cantidades Análogas</b>	Calor ( $Q$ )	Carga Eléctrica $Q_{el} = \int I * d\tau_{el}$
	Temperatura (T)	Potencial Eléctrico (V)
	Diferencia de Temperatura $\Delta T = T_a + T_b$	Tensión $U_{ab} = (V_a + V_b)$
	Flujo de calor ( $Q$ )	Intensidad ( $I$ )
	Conductividad Térmica ( $k$ )	Conductividad eléctrica ( $k$ )
	Resistencia Térmica $R = \frac{l}{k}$	Resistencia Eléctrica $R = \frac{1}{s}$

## 1.7 Circuito Equivalente

Un **circuito equivalente** es un circuito que conserva todas las características eléctricas de un circuito dado. Con frecuencia, se busca que un circuito equivalente sea la forma más simple de un circuito más complejo para así facilitar el análisis. Por lo general, un circuito equivalente contiene elementos pasivos y lineales. Sin embargo, también se usan circuitos equivalentes más complejos para aproximar el comportamiento no lineal del circuito original. Estos circuitos complejos reciben el nombre de **macro-modelos** del circuito original. (Gray, Hurst, & Lewis, 2001).

Algunos **ejemplos de circuitos térmicos equivalentes** que se han realizado son para la determinación de las temperaturas en un edificio (Directiva CE del Parlamento Europeo , 2002), en placas planas, en disipadores (Trujillo, Pozo, & Triviño, 2011), o sea este método se puede utilizar en casi todas las ramas de la

ingeniería. En el caso de los modelos térmicos de motores eléctricos se han empleado abundantemente y continúan utilizándose. (Kylander, 1995)& (Moreno, Hidalgo, & Martínez, 2001).

### **1.8 Conclusiones parciales**

1-Los motores eléctricos del tipo jaula de ardilla son los equipos motrices que más se emplean en la industria como productores de fuerza motriz y su vida útil depende de la temperatura de sus devanados.

2-El incremento de la temperatura en los motores eléctricos se debe a las pérdidas que tienen lugar en el proceso de conversión de la energía y en el proceso de transferencia de calor que tiene lugar en este tipo de máquinas están presentes los mecanismos de conducción, convección y radiación.

3-Existe una analogía entre los circuitos eléctricos y térmicos que permite modelar los procesos de transferencia de calor como un circuito eléctrico en el cual las relaciones entre tensiones y corrientes son semejantes a las existentes entre temperaturas y flujos de calor en el circuito térmico que representa el modelo.

4-El circuito térmico equivalente es un modelo muy utilizado en diferentes ramas de la ingeniería para simular procesos de transferencia de calor y determinar temperaturas en diferentes nodos.

## **Capítulo 2. Circuito térmico equivalente del motor de la bomba de agua de alimentar calderas de la CTE Carlos Manuel de Céspedes**

En este capítulo se muestra el modelo matemático al que responde el incremento de temperatura en función del tiempo para un motor eléctrico que entrega una determinada potencia en su eje. El incremento de temperatura obedece a una ley exponencial y para el caso de estudio se muestran los resultados experimentales dados por el fabricante y que permiten obtener los parámetros de un modelo térmico simplificado para su posterior simulación a diferentes estados de carga.

### **2.1 Consideraciones teóricas para el desarrollo del modelo de calentamiento de un motor eléctrico.**

Como es de suponer, las diferentes partes de la máquina tienen diferentes condiciones de calentamiento. las partes que mayor temperatura alcanzan son las del devanado que se encuentran en la zona interna de la máquina. Por otro lado, el calor desprendido depende de la carga que lleve la máquina, o sea, de su régimen de trabajo, y el sentido de los flujos térmicos es siempre el mismo dentro de la máquina. Cuando la máquina trabaja en vacío, el flujo de calor es desde el acero (a mayor temperatura) hacia los devanados (a menor temperatura). Cuando la máquina se encuentra cargada, los devanados suelen estar a mayor temperatura que el acero y el flujo de calor es desde los devanados al acero. estas condiciones complican el cálculo térmico por lo que para desarrollar un modelo normalmente se toman algunas consideraciones (Chilikin, 1978).

- 1- El motor se considera como un cuerpo homogéneo y se considera que su temperatura es la misma en todos los puntos de desprendimiento de calor y en todos los puntos de contacto con el medio ambiente. O sea, se considera que su conductividad térmica es igual a infinito.
- 2- Se considera que el mecanismo de transferencia de calor predominante es la conducción y la convección (la radiación se considera insignificante), por

lo que la emisión de calor al medio exterior es proporcional a la diferencia de temperaturas fundamentalmente.

La ecuación de balance térmico para una carga constante es:

$$Q \cdot dt = A \cdot \tau \cdot dt + C \cdot dt \quad (\text{J}) \quad (2.1)$$

donde:

Q: es la cantidad de calor desprendida por el motor en una unidad de tiempo, en J/s

C: la capacidad calorífica del motor, o sea, la cantidad de calor necesaria para aumentar la temperatura del motor en 1°C, en J/K.

A: es la emisión de calor al medio ambiente en una unidad de tiempo, si la diferencia de temperaturas es de 1°C, en J/s · K.

$\tau$ : es el incremento de temperatura del motor por encima de la temperatura ambiente, en °C.

A partir de la ecuación 2.1, integrando y haciendo algunas transformaciones se llega a la expresión de incremento de temperatura del motor con relación al ambiente, en función del tiempo:

$$\tau = \tau_{es} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) + \tau_o e^{-\frac{t}{T}} \quad (2.2)$$

Si en el momento inicial, el motor se encuentra a temperatura ambiente, o sea  $\tau_o = 0$  la ecuación de calentamiento se puede reescribir como:

$$\tau = \tau_{es} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) \quad (2.3)$$

Donde:

t: es el tiempo, en s.

T: es la constante de tiempo de calentamiento, en s.

$\tau_{es}$  es el incremento de temperatura de estado estable sobre el medio ambiente, en °C.

$\tau_o$  es el incremento de temperatura del motor con relación al medio ambiente en condiciones iniciales, en °C (Martinez, Cruz, & Pineda, 2009).

La ecuación 2.2 y 2.3 se han representado en la figura 2.1.

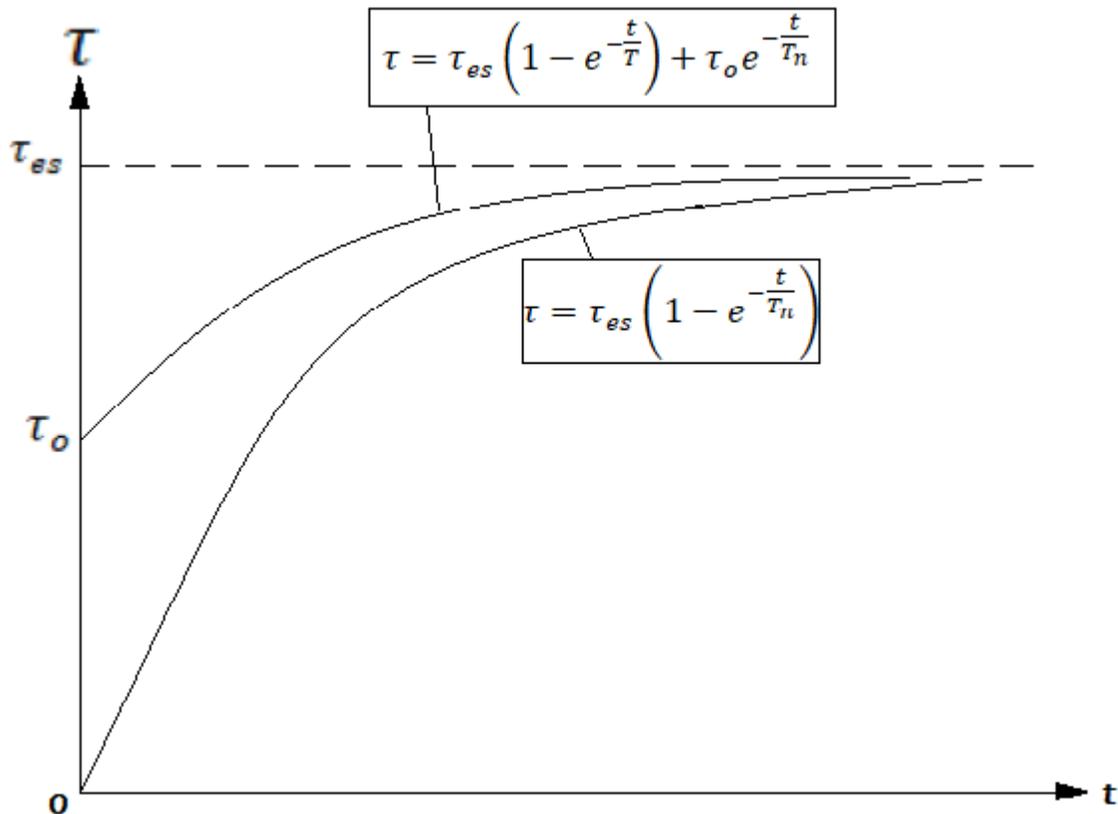


Figura 2.1 Curvas de calentamiento del motor de inducción.

## 2.2 Objeto de estudio

En el caso particular de esta investigación se analizará el motor de inducción trifásico de la bomba de agua de alimentar calderas de la CTE Carlos Manuel de Céspedes.

### 2.2.1 Datos técnicos.

En la Tabla 2.1 los datos técnicos ofrecidos por el fabricante en su catálogo para el motor de 1.8 MW de la bomba de alimentar calderas objeto de estudio en esta investigación. En el **Anexo E** se muestra una imagen del motor objeto de estudio instalado en la industria.

**Tabla 2.1 Datos del motor de inducción de la bomba de agua alimentar calderas de la CTE Carlos M de Céspedes:**

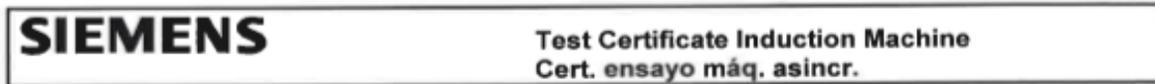
Tipo	1RQ45002JE90-Z
Potencia ( $P_n$ )	1850 kW
Tensión ( $U_N$ )	6300 V
Frecuencia ( $f_N$ )	60 Hz
Corriente ( $I_N$ )	198 A
Velocidad ( $n_N$ )	3582 rpm
Par de diseño ( $M_N$ )	4932 N-m
Factor de potencia ( $\cos \varphi$ )	0.89
Conexión	Y
Clase de servicio	S1
Altitud de instalación	<1000 m s.n.m.
Temperatura del medio refrigerante	40 °C
Clase térmica (diseño/útil)	155 (F) / 130 (B)

### 2.2.2 Ensayo de calentamiento.

Como se pudo apreciar en el epígrafe 2.1, el calentamiento de un motor de inducción se puede aproximar a una curva exponencial que responde a un modelo de primer orden. El fabricante ofrece información sobre el incremento de temperatura en función del tiempo a partir de un ensayo de calentamiento practicado al motor.

La información sobre el ensayo de calentamiento dada por el fabricante se muestra en la tabla 2.2 y la curva correspondiente al incremento de temperatura en las Figuras 2.2 y 2.3.

Tabla 2.2 Parámetros en que se realizó el ensayo de calentamiento por el fabricante. (SIEMENS, 2015)



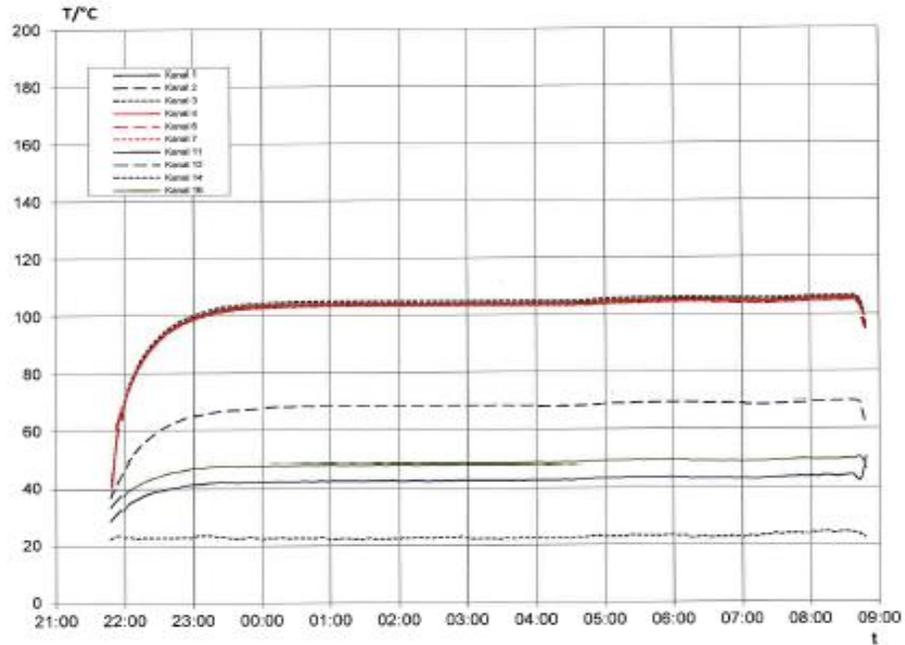
**Temperature rise test / Ensayo de calentamiento**

Frequency Frecuencia Hz	Voltage Tensión V	Current Corriente A	Power input P. absorbida kW	Power factor Factor pot	Sip Resbalamiento %	Temperature / Temperatura °C			Time Tiempo hh :mm
						Cooling air inlet Aire refr. en	Coolant inlet Agua refr. ent.	Ambient temp. Temp. ambiente	
60,0	6319,5	196,00	1927,7	0,90	0,431	21,7		21,2	21:48
60,0	6319,3	195,62	1922,0	0,90	0,477	23,1		23,0	22:48
60,0	6319,5	195,83	1924,3	0,90	0,480	23,4		23,0	23:18
60,0	6318,7	195,73	1922,9	0,90	0,479	22,5		22,6	00:18
60,0	6317,8	195,64	1921,0	0,90	0,490	22,5		22,8	00:48
60,0	6318,5	195,83	1923,5	0,90	0,466	22,4		22,7	01:48
60,0	6316,8	195,54	1918,9	0,90	0,484	22,4		22,6	02:18
60,0	6316,9	196,07	1924,5	0,90	0,487	22,4		22,7	03:18
60,0	6317,2	196,06	1925,4	0,90	0,470	22,6		22,5	03:48
60,0	6318,3	196,08	1926,1	0,90	0,471	23,1		23,6	04:48
60,0	6316,7	195,86	1922,9	0,90	0,505	23,0		23,6	05:18
60,0	6316,9	196,11	1925,8	0,90	0,492	23,0		24,4	06:18
60,0	6315,4	196,05	1923,6	0,90	0,500	22,8		23,1	06:48
60,0	6317,9	196,25	1927,9	0,90	0,473	23,5		24,4	07:48
60,0	6314,8	196,20	1925,5	0,90	0,488	23,8		25,0	08:41

Este ensayo de calentamiento se realizó para una potencia desarrollada de 1927.7kW, o sea aproximadamente al 100% de carga. Se puede apreciar que la curva de calentamiento del devanado muestra un acercamiento asintótico a la temperatura de estado estable de 106°C, después de 120 min. El ensayo se realizó a una temperatura ambiente promedio de 23,2 °C.

Esta curva es solo para el estado de carga al cual fue ensayado el motor, se desconoce por tanto qué temperatura tendría el devanado a estados de carga diferentes. En este caso es necesario desarrollar un modelo que permita simular el comportamiento térmico del motor para diferentes cargas y por ende para diferentes condiciones de pérdidas.

Temperature rise / Aumento de la temperatura



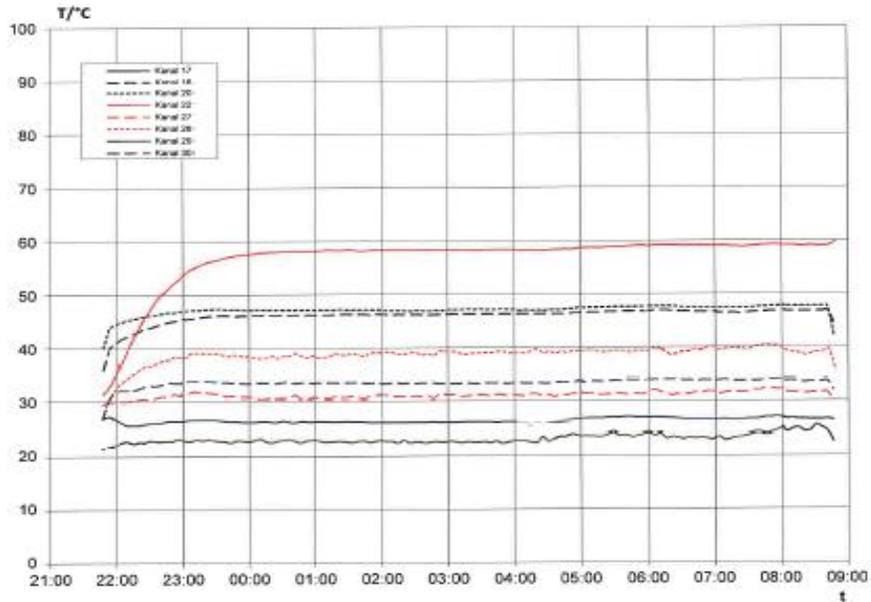
Chan. / Canal	1	Slot / Ranura	Pt100 1mA / 105,9 °C
Chan. / Canal	2	Slot / Ranura	Pt100 1mA / 104,8 °C
Chan. / Canal	3	Slot / Ranura	Pt100 1mA / 106,6 °C
Chan. / Canal	4	Slot / Ranura	Pt100 1mA / 105,1 °C
Chan. / Canal	6	Slot / Ranura	Pt100 1mA / 104,9 °C
Chan. / Canal	7	Slot / Ranura	Pt100 1mA / 105,4 °C
Chan. / Canal	11	Air inlet inside / Aire de entrada int.	Pt100 1mA / 44,0 °C
Chan. / Canal	12	Air outlet inside / Aire de salida int.	Pt100 1mA / 69,6 °C
Chan. / Canal	14	Air inlet outside / Aire de entrada ext.	Pt100 1mA / 23,8 °C
Chan. / Canal	16	Air outlet outside / Aire de salida ext.	Pt100 1mA / 49,4 °C

**SIEMENS**  
 C/da n.º 35 - Justamante, España  
 20070 Usurbil (Gipuzkoa) España  
 Tel: +34 943 365364  
 Email: [frank.both@siemens.com](mailto:frank.both@siemens.com)

Date / Fecha:	22.04.2015	INSPECTION CERTIFICATE / CERT. INSPEC. EN 10204 3.2	Index
Name / Nombre:	Gradl		AA
Release / Autorización:	Frank Both	Type :	1RQ4 50D-2JE90-Z
SIEMENS AG PD LD P MF-NMA BA TC 2 System Test Center		FNr.:	1445451010001
			Page / Pág. 11 / 20

Figura 2.2 Certificado del ensayo de calentamiento del motor canales del 1 a 16 (SIEMENS, 2015)

Temperature rise / Aumento de la temperatura



Chan. / Canal	17	Ambient / Ambiente	Pt100 1mA / 25,0 °C
Chan. / Canal	18	DE bearing / Cojinete LA	Pt100 1mA / 46,9 °C
Chan. / Canal	20	NDE bearing / Cojinete LCA	Pt100 1mA / 47,8 °C
Chan. / Canal	22	Frame / Carcasa	Pt100 1mA / 59,1 °C
Chan. / Canal	27	Oil DE inlet / Aceite LA, entrada	Pt100 1mA / 31,9 °C
Chan. / Canal	28	Oil DE outlet / Aceite LA, salida	Pt100 1mA / 39,5 °C
Chan. / Canal	29	Oil NDE inlet / Aceite LCA, entrada	Pt100 1mA / 26,6 °C
Chan. / Canal	30	Oil NDE outlet / Aceite LCA, salida	Pt100 1mA / 33,7 °C



Date / Fecha: 2015-04-29	INSPECTION CERTIFICATE / CERT. INSPEC. EN 10204 3.2	Index AA
Name / Nombre: Frank Both		Page / Pág.: 12 / 20
Release / Autorización: Frank Both	Type: 1RQ4 500-2JE90-Z	
SIEMENS AG PD LD P MF-NMA BA TC 2 System Test Center	FNr.: 1445451010001	

Figura 2.3. Certificado del ensayo de calentamiento del motor canales del 17 al 30 (SIEMENS, 2015)

En sentido general, se propone el desarrollo de un modelo basado en el circuito térmico equivalente que se alimente con las pérdidas que tienen lugar en el motor y dé como resultado el incremento de temperatura del devanado. Una representación esquemática del modelo se muestra en la figura 2.4.

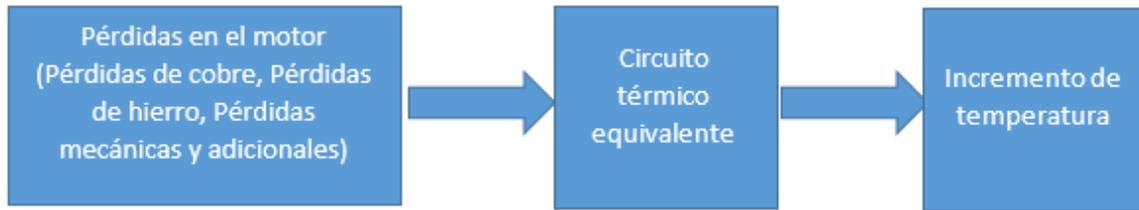


Figura 2.4 Representación esquemática del modelo a desarrollar. Fuente: Elaboración propia.

Los parámetros del circuito térmico equivalente se obtienen a partir de la curva de calentamiento del fabricante como se explica en el epígrafe 2.4.

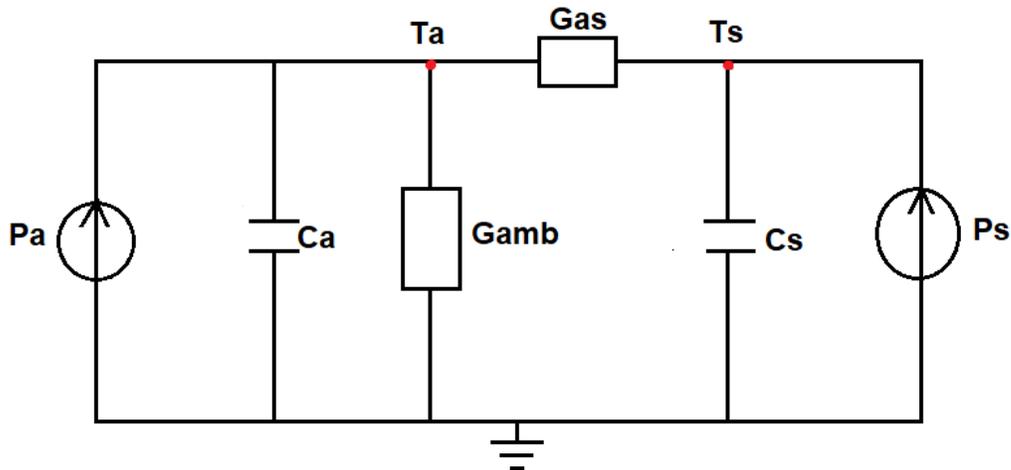
### 2.3 Circuito térmico equivalente propuesto

Como se ha expuesto anteriormente el método de circuito térmico con parámetros concentrados se puede utilizar para la determinación de las temperaturas de cualquier cuerpo homogéneo, en nuestro caso en particular, se propone un circuito que permitirá estimar las temperaturas que alcanza el motor eléctrico objeto de estudio en un intervalo de tiempo determinado, para poder establecer un circuito térmico con los datos ofrecidos en el catálogo del fabricante es necesario tomar otras consideraciones. Estas tienen como objetivo buscar simplicidad en el modelo y lograr parametrizarlo a partir de la información disponible sin necesidad de otro ensayo adicional que no sea la información del fabricante, manteniendo al mismo tiempo la exactitud en los resultados del mismo.

Se adoptó un modelo simple, de parámetros concentrados y constantes, propuesto en la literatura en el cual supone que las pérdidas del rotor se evacúan totalmente por el eje y estas no contribuyen al calentamiento del estator. (Bhattacharyya, 1965).

De esta manera solo se dispone de un circuito con tres nodos equivalentes al acero, al devanado del estator y al ambiente. Los flujos de calor entre estos nodos son proporcionales a las conductancias térmicas entre ellos y su temperatura depende también de las capacitancias donde la máquina almacena calor. Las fuentes de calor en este caso son las pérdidas de cobre del estator ( $P_s$ ) y las

pérdidas de hierro o pérdidas en el acero del estator ( $P_a$ ). El circuito térmico equivalente se representa en la Figura 2.5.



**Figura 2.5** Circuito térmico equivalente propuesto para modelar el calentamiento del motor del caso de estudio. Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 2.5 los componentes del circuito son representados por:

$P_a$ : Fuente de calor producto de las pérdidas de núcleo ( $kW$ ).

$P_s$ : Fuente de calor producto de las pérdidas del estator ( $kW$ ).

$G_{amb}$ : Conductancia térmica entre el núcleo y el ambiente ( $W/^\circ C$ ).

$G_{as}$ : Conductancia térmica entre el devanado y el acero del estator ( $W/^\circ C$ ).

$C_a$ : Capacitancia térmica del núcleo ( $J/^\circ C$ ).

$C_s$ : Capacitancia térmica del estator ( $J/^\circ C$ ).

$T_a$ : Temperatura del núcleo ( $^\circ C$ ).

$T_s$ : Temperatura del estator ( $^\circ C$ ).

## 2.4 Metodología para el cálculo de los parámetros

Para el cálculo de los parámetros del circuito térmico equivalente se sigue la siguiente metodología:

### **1- Plantear las ecuaciones diferenciales para cada nodo que se derivan del circuito de la figura 2.3.**

Considerando este circuito térmico de la misma manera que un circuito eléctrico se puede plantear que las sumas de los flujos de calor que entran y salen de un nodo es igual a cero (segunda ley de Kirchhoff para un circuito eléctrico). Es decir, para el caso del acero ( $T_a$ ) se puede escribir que:

$$P_a - (T_a - T_s) * G_{as} - T_a * G_{amb} - C_a \frac{dT_a}{dt} = 0 \quad (2.4)$$

Para el caso del nodo  $T_s$  se tiene:

$$P_s - (T_s - T_a) * G_{as} - C_s \frac{dT_s}{dt} = 0 \quad (2.5)$$

### **2- Conociendo las temperaturas del acero y del devanado para una condición de estado estable determinada se calcula $G_{as}$ .**

En condiciones de estado estable  $\frac{dT}{dt} = 0$ , por lo tanto las ecuaciones 2.4 y 2.5 se pueden escribir como:

$$P_a - (T_a - T_s) * G_{as} - T_a * G_{amb} = 0 \quad (2.6)$$

$$P_s - (T_s - T_a) * G_{as} = 0 \quad (2.7)$$

Se obtiene del ensayo de calentamiento del fabricante las temperaturas  $T_s$  y  $T_a$ . este ensayo de calentamiento es realizado para una condición de carga determinada por lo que se conocen las pérdidas del motor a ese estado de carga. esto quiere decir que se tiene el valor de  $P_s$ . Sustituyendo entonces  $T_s$ ,  $T_a$  y  $P_s$  en

la ecuación 2.7 se puede determinar la conductancia térmica entre el estator y el acero ( $G_{as}$ ).

- 3- **Conociendo las temperaturas  $T_a$  y  $T_s$  para una condición de carga determinada y a partir del valor de  $G_{as}$  obtenido en el paso anterior se calcula  $G_{amb}$ .**

Se parte de las temperaturas de estado estable dadas por el fabricante en el ensayo de calentamiento ( $T_a$  y  $T_s$ ). Se conoce además las pérdidas de hierro ( $P_a$ ) y se sustituyen estos valores en la ecuación 2.6 para calcular la conductancia térmica entre el núcleo y el ambiente  $G_{amb}$ .

- 4- **Cálculo de la capacitancia térmica del estator ( $C_s$ ).**

En este paso es necesario utilizar un método grafo-analítico para estimar la derivada de la curva de calentamiento en un punto intermedio antes de llegar a la condición de estado estable donde la derivada  $\frac{dT_s}{dt} = 0$ .

Se traza una recta tangente a la curva que pase por un punto y se determina la pendiente de la misma que se corresponde con la derivada en ese punto (ver figura 2.6).

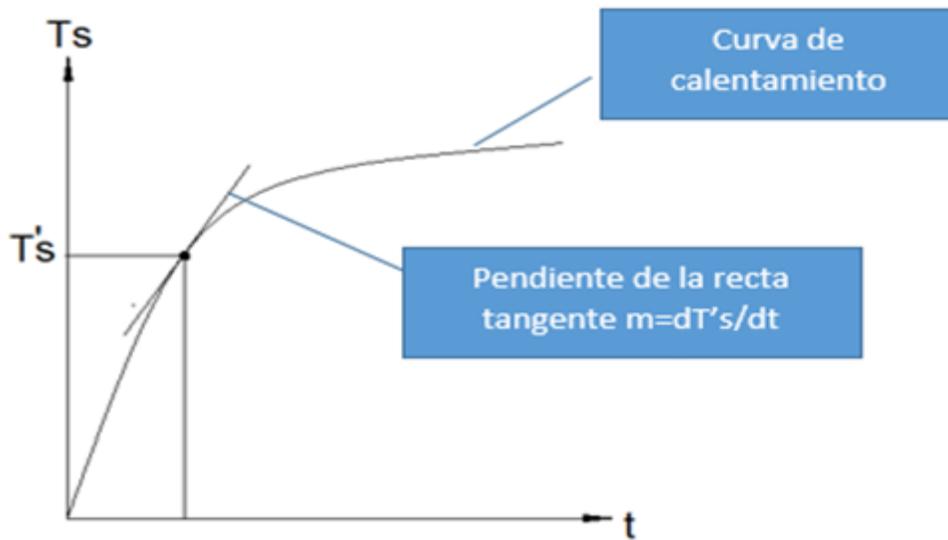


Figura 2.6 Determinación gráfica de  $dT/dt$ .

Conociendo el valor de  $dT_s/dt$  para un punto determinado y sustituyendo los valores conocidos en la ecuación 2.5 se calcula la capacitancia térmica del estator  $C_s$ .

#### **5- Cálculo de la capacitancia térmica del acero( $C_a$ ).**

Al igual que en el paso anterior, pero a partir de la curva de calentamiento del acero, se determina  $\frac{dT_a}{dt}$  para un punto intermedio antes de llegar a la condición de estado estable.

Se calcula entonces  $C_s$  utilizando la ecuación 2.5 para los demás valores conocidos.

Con los parámetros  $C_s, C_a, G_{as}$  y  $G_{amb}$  se tiene el modelo térmico del motor para cualquier condición de pérdidas en el estator (tanto pérdidas en el devanado como en el hierro).

## **2.5 Conclusiones parciales**

- 1- La curva de calentamiento en función del tiempo de un motor se puede ajustar a una exponencial de primer orden si se considera el motor como un cuerpo homogéneo.
- 3- El modelo propuesto es un circuito térmico equivalente simplificado que considera solamente los parámetros y las pérdidas que tienen lugar en el estator. Se despreció la contribución del calentamiento del rotor debido a que se asume que ese calor se disipa a través del eje y no aporta al calentamiento del devanado del estator.
- 4- Se propone una metodología para la determinación de los parámetros del circuito térmico simplificado a partir del ensayo de calentamiento del fabricante y de las ecuaciones diferenciales que se derivan del propio circuito.

## Capítulo 3 Parametrización del modelo y análisis de resultados.

En este capítulo se aplica la metodología descrita anteriormente para estimar los parámetros del circuito térmico equivalente. También se describe la implementación en Matlab/Simulink y la simulación del incremento de temperatura para varios estados de carga incluyendo el 100% tomado como base para la determinación de los parámetros. Se realiza una comparación con los resultados del ensayo de calentamiento realizado por el fabricante como método de validación del modelo.

### 3.1 Cálculo de los parámetros del circuito térmico propuesto

Para la estimación de los parámetros del modelo propuesto se sigue la metodología descrita en el epígrafe 2.4. Se debe tener en cuenta que el circuito equivalente toma como referencia la temperatura ambiente, siendo  $T_a$  y  $T_s$  incrementos de temperatura con relación al ambiente. Las ecuaciones diferenciales a la que responde este modelo (ecuaciones 2.4 y 2.5) se reescriben como:

$$P_a - (T_a - T_s) * G_{as} - T_a * G_{amb} = C_a \frac{dT_a}{dt} \quad (3.1)$$

$$P_s - (T_s - T_a) * G_{as} = C_s \frac{dT_s}{dt} \quad (3.2)$$

En condiciones de estado estable  $\frac{dT}{dt} = 0$ , por lo tanto:

$$P_a - (T_a - T_s) * G_{as} - T_a * G_{amb} = 0 \quad (3.3)$$

$$P_s - (T_s - T_a) * G_{as} = 0 \quad (3.4)$$

De la ecuación (3.4) se puede despejar  $G_{as}$  por lo que se obtiene:

$$G_{as} = \frac{P_s}{T_s - T_a} \quad (3.5)$$

En la tabla 3.1 se reproduce la información necesaria para calcular  $G_{as}$ . Estos valores han sido obtenidos de la documentación técnica del motor objeto de estudio. (SIEMENS, 2015).

Tabla 3.1. Pérdidas y calentamiento a carga nominal. Fuente:(Elaboración propia).

Temperatura de estado estacionario del devanado del estator	106 °C
Temperatura de estado estacionario de la carcasa del estator	60 °C
Incremento de temperatura de estado estacionario del devanado del estator ( $T_s$ ), con relación a la temperatura ambiente de 23,2 °C	82,8°C
Incremento de temperatura de estado estacionario de la carcasa ( $T_a$ ), con relación a la temperatura ambiente de 23,2 °C	36,8 °C
Pérdidas de cobre nominales del estator ( $P_s$ )	13,115 kW
Pérdidas de núcleo ( $P_a$ )	11,804 kW

Sustituyendo los valores dados en la tabla 2.1 en la ecuación (3.5) se tiene que

$$G_{as} = \frac{13.115 * 1000}{82,8 - 36,8}$$

$$G_{as} = 285,109 \text{ W/}^\circ\text{C}$$

En la ecuación (3.3) solo quedaría una incógnita ( $G_{amb}$ ), entonces, esta se despeja y se sustituye  $G_{as}$  en dicha ecuación, obteniendo:

$$G_{amb} = \frac{P_a - (T_a - T_s) * G_{as}}{T_a} = \frac{11.804 * 1000 - (36,8 - 82,8) * 285,109}{36,8}$$

$$G_{amb} = 677,15 \text{ W/}^\circ\text{C}$$

Para poder determinar las capacitancias térmicas se siguen los pasos 4 y 5 de la metodología desarrollada en el capítulo anterior. Usando las curvas de calentamiento ofrecida por el fabricante para el devanado (Fig.3.1) se puede determinar  $\frac{dT_s}{dt}$  obteniendo los resultados siguientes:

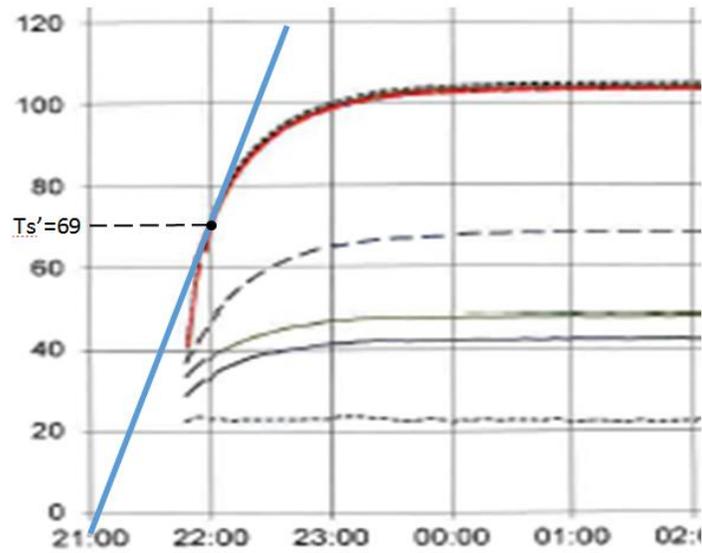


Figura 3.1 Primeras dos horas de la curva de calentamiento (etapa transitoria de incremento de la temperatura devanado).

El valor de  $\frac{dT_s'}{dt}$  puede estimarse como:

$$\frac{dT_s'}{dt} = \frac{69 - (-5)}{22 - 21} = 74 \text{ } ^\circ\text{C/h}$$

Del mismo modo se obtiene  $\frac{dT_a'}{dt}$  a partir de la curva de calentamiento del acero (Figura 3.2).

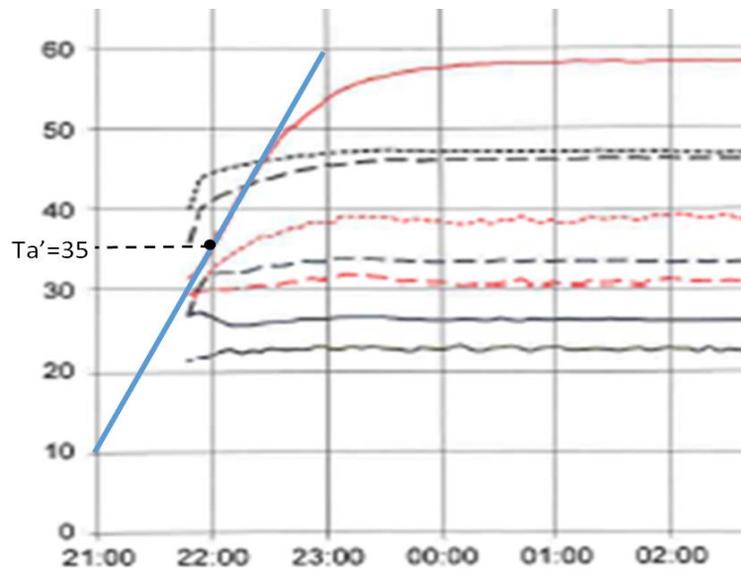


Figura 3.2 Primeras dos horas de la curva de calentamiento (etapa transitoria de incremento de la temperatura del acero)

$$\frac{dT_a'}{dt} = \frac{35 - 10}{22 - 21} = 25 \text{ } ^\circ\text{C/h}$$

Luego se sustituyen los resultados obtenidos  $(T_a')$ ,  $(T_s')$ ,  $(\frac{dT_s'}{dt})$ ,  $(\frac{dT_a'}{dt})$ ,  $(G_{as})$ ,  $(G_{amb})$  en la ecuación (3.1) y (3.2) teniendo en cuenta que se utilizan incrementos de temperatura o sea a todas las temperaturas se le resta 23,2 °C que es la temperatura ambiente con la cual se realizaron los ensayos.

Despejando  $C_a$  de 3.1 se tiene:

$$C_a = \frac{P_a - (T_a' - T_s') * G_{as} - T_a' * G_{amb}}{\frac{dT_a'}{dt}}$$

$$C_a = \frac{11804 - (11,8 - 45,8) * 285,109 - 11,8 * 677,15}{25}$$

$$C_a = 504,34 \text{ W} * \frac{\text{h}}{^\circ\text{C}} = 1815637 \text{ J}/^\circ\text{C}$$

Despejando  $C_s$  de la ecuación (2)

$$C_s = \frac{P_s - (T_s' - T_a') * G_{as}}{\frac{dT_s'}{dt}}$$

$$C_s = \frac{13115 - (45,8 - 11,8) * 285,109}{74}$$

$$C_s = 46,23 \text{ W} * \frac{\text{h}}{^\circ\text{C}} = 166441,8 \text{ J}/^\circ\text{C}$$

Con los parámetros calculados se puede representar el modelo de calentamiento del motor como se muestra en la figura 3.3.

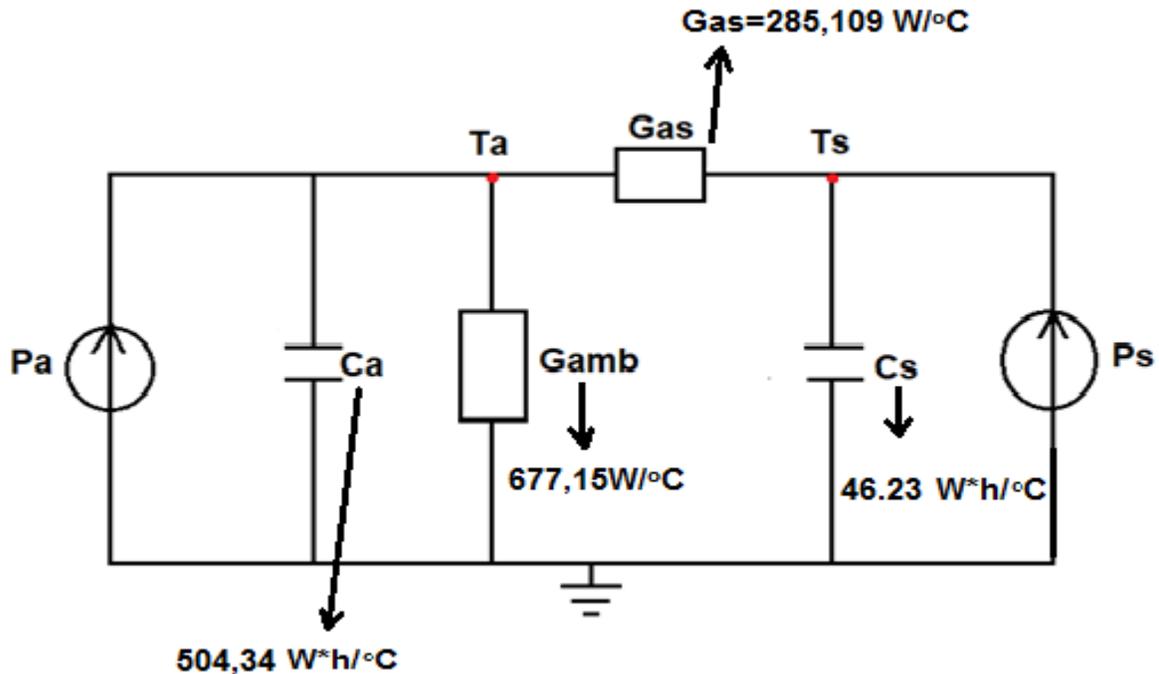


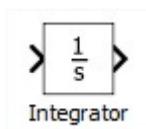
Figura 3.3 Circuito térmico simplificado del motor de 1,8 MW de la bomba de alimentar calderas de la CTE Carlos Manuel de Céspedes.

### 3.2 Simulación térmica mediante el software Matlab/Simulink

#### 3.2.1 Implementación del modelo en Matlab/Simulink

El circuito de la figura 3.3 para régimen dinámico, queda definida por las ecuaciones diferenciales 3.1 y 3.2. Este modelo puede ser implementado en el Simulink de Matlab. Para esto se utilizan los bloques que se describen a continuación:

#### 1. Integrador:



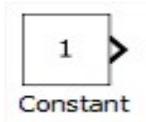
Con el uso de este bloque se obtiene por la señal de salida una respuesta integradora a la señal de entrada, con respecto al tiempo. Las condiciones iniciales se pueden variar, pero por defecto Simulink trae en este bloque valor cero.

## 2. Gain:



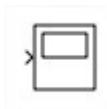
La ganancia o *gain* por su escritura en inglés es un bloque que multiplica la señal de entrada por un valor constante. Tanto la señal al inicio como la ganancia dada puede ser un escalar, un vector o una matriz.

## 3. Constante:



Este bloque genera un valor constante que puede ser un número real o complejo, un valor escalar, un vector, o una matriz en su salida. El bloque trae por defecto el valor de 1.

## 4. Scope:



La pantalla del bloque scope muestra la señal que a él se le está dando con respecto al tiempo de la simulación.

## 5. Sumador:



Este bloque adiciona o sustrae dos a varias entradas, estas señales pueden ser escalares, vectores o matrices.

Ahora bien, comoquiera que las ecuaciones en términos de derivadas introducen ruidos en la simulación, es una práctica común expresarlas en forma de integrales para implementarlas en Simulink. Las ecuaciones 3.1 y 3.2 pueden escribirse en términos de integrales como:

$$T_a = \int \frac{P_a - (T_a - T_s) * G_{as} - T_a * G_{amb}}{C_a} \quad (3.6)$$

$$T_s = \int \frac{P_s - (T_s - T_a) * G_{as}}{C_s} \quad (3.7)$$

Las ecuaciones 3.6 y 3.7 se implementan en Simulink como se muestra en la Figura 3.4.

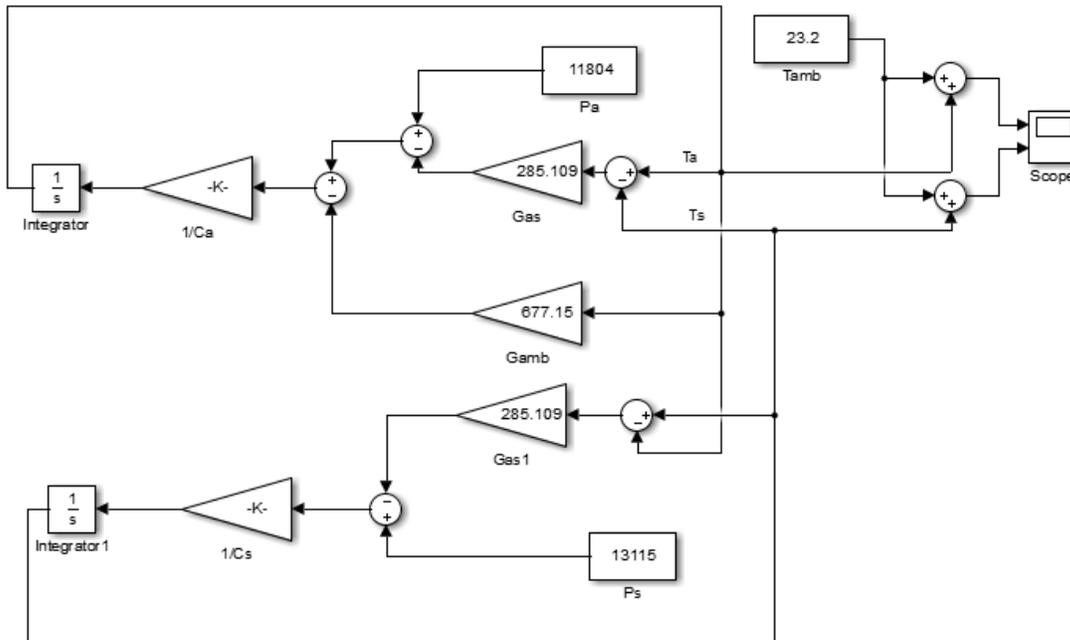


Figura 3.4. Modelo en Matlab/Simulink del circuito térmico equivalente desarrollado.

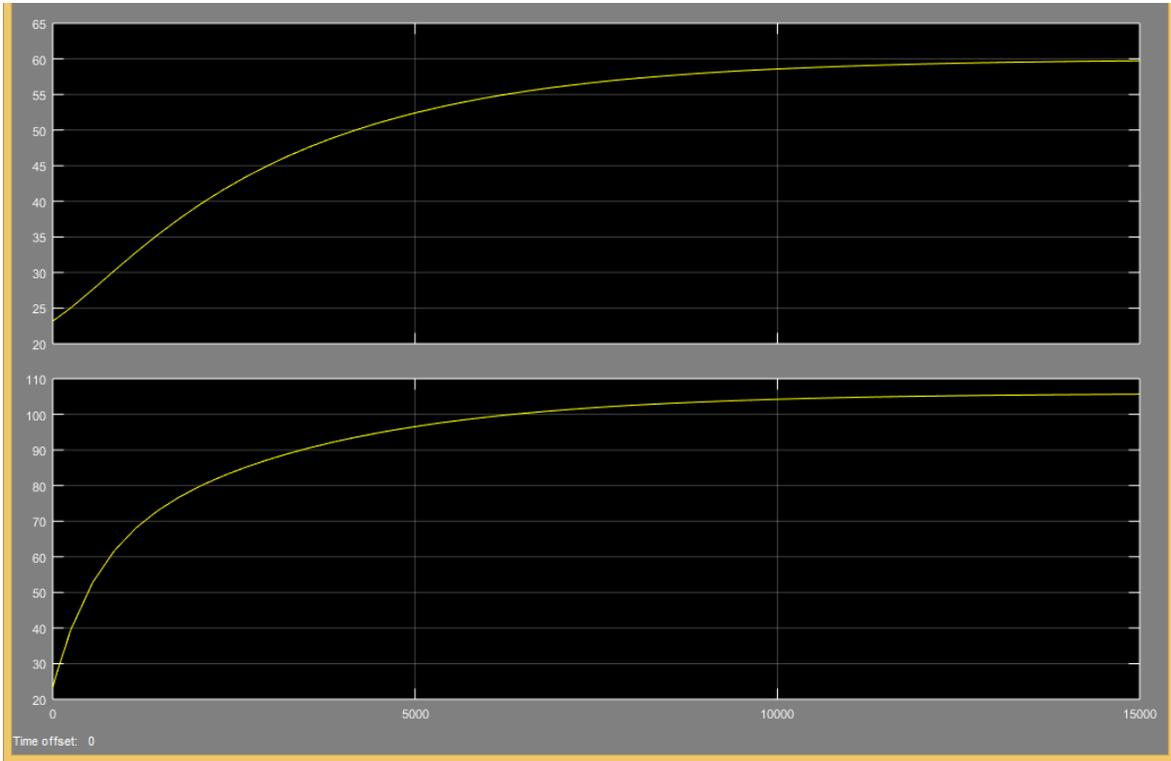
### 3.2.2 Resultados de la simulación para 100% de carga.

Los resultados de la simulación para plena carga, donde

$$P_s = 13115 \text{ W}$$

$$P_a = 11804 \text{ W}$$

Esto se muestra en la Figura 3.5.



**Figura 3.5 Resultados de la simulación del incremento de temperatura del motor a plena carga.**

La curva de la parte superior de la figura 3.5 pertenece al calentamiento del núcleo y la inferior al calentamiento del estator. En la tabla 3.2 se muestran los valores de temperatura del devanado para diferentes instantes de tiempo, tanto correspondientes al ensayo de calentamiento del fabricante como al resultado de la simulación y el error relativo en cada caso considerando como referencia los valores experimentales del fabricante. La tabla 3.6 muestra similar información correspondiente a la temperatura del acero. El error de los resultados se calcula como:

$$\varepsilon = \left| \frac{T_{sim} - T_{exp}}{T_{exp}} \right| \cdot 100\% \quad (3.8)$$

Donde:

$T_{sim}$  es la temperatura obtenida por el modelo (simulación), en °C.

$T_{exp}$  es la temperatura experimental obtenida del ensayo de calentamiento, en °C.

**Tabla 3.2 Valores de temperatura del devanado experimental y simulada. Fuente:(elaboración propia).**

Tiempo (s)	Temperatura del devanado del estator ( $T_s$ )		Error (%)
	Ensayo de calentamiento	Simulación	
1593	84	76	9,5
3324	95	90	5,2
6978	103	101,4	1,5
14986	104	106	1,9

**Tabla 3.6 Valores de temperatura del acero experimental y simulada.**

Tiempo (s)	Temperatura de la carcasa del estator ( $T_a$ )		Error (%)
	Ensayo de calentamiento	Simulación	
1593	40,8	37	9,3
3324	51	47	7,8
6978	56,8	56	1,4
14986	58,7	59,8	1,8

Como se puede apreciar de las tablas anteriores, el modelo se ajusta bien a la respuesta de temperatura del motor. Los errores en ambos casos son menores del 2% a medida que la temperatura se acerca a la condición de estado estacionario. Para régimen transitorio, el error es inferior al 10%.

Esto se explica a partir de posibles errores en la determinación de las derivadas  $dT/dt$  por el método gráfico, lo que conlleva a incertidumbres en el cálculo de las

capacitancias térmicas. No obstante, en condiciones de estado estable el modelo representa muy bien el incremento de temperatura del motor como se aprecia en las Figuras 3.6 y 3.7 donde se ha graficado el incremento de temperaturas experimentales y simuladas para el devanado y la carcasa respectivamente.

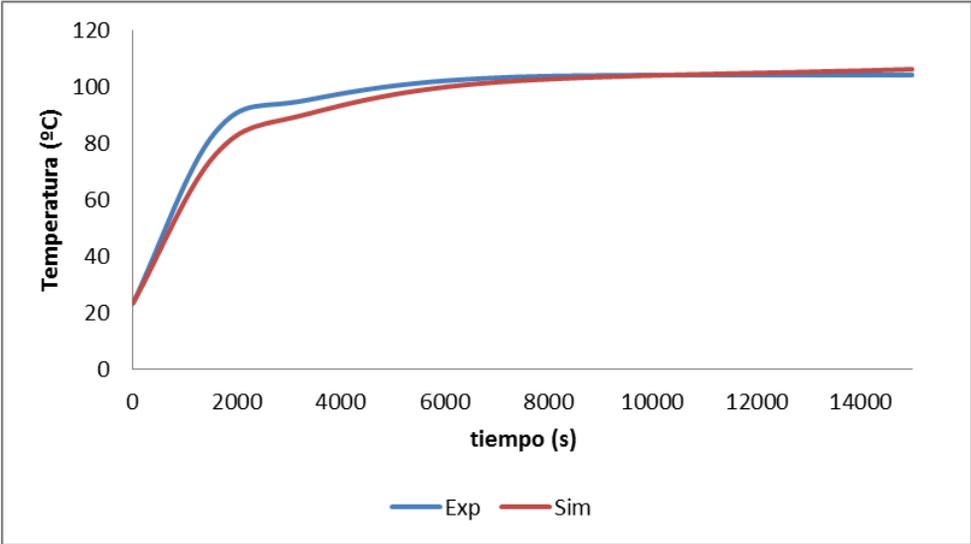


Figura 3.6 Curvas de temperatura para el devanado del estator.

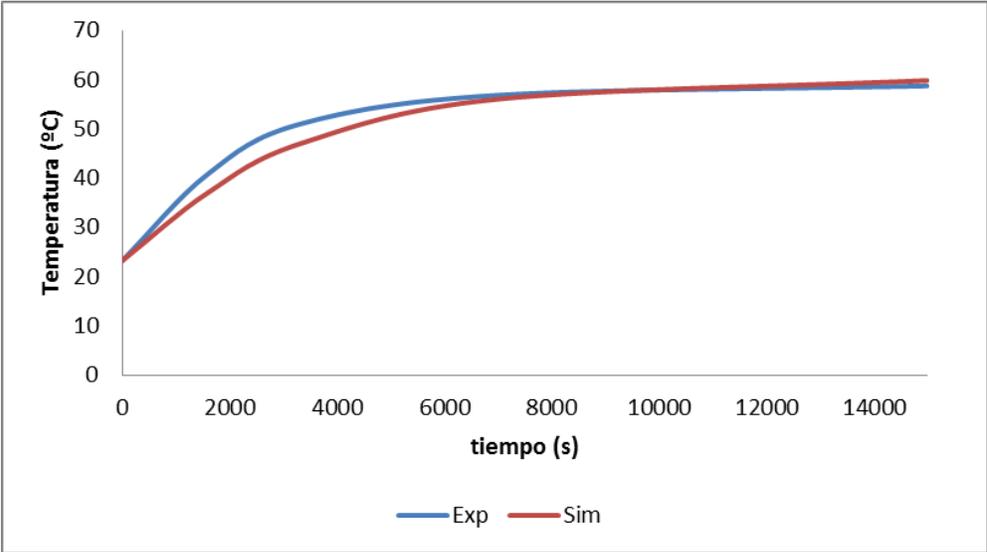


Figura 3.7 Curvas de temperatura para la carcasa.

### 3.3 Calentamiento a cargas parciales.

En el epígrafe anterior se simuló el calentamiento del motor cuando trabaja a plena carga. Para simular el incremento de temperatura del motor a cargas inferiores a la nominal se parte de conocer que las pérdidas de núcleo y de cobre del estator son las fuentes de calor del modelo. Las pérdidas de núcleo ( $P_a$ ) son constantes independientemente del estado de carga del motor. Las pérdidas de cobre del estator son variables con la carga y pueden simularse como:

$$P'_s = kc^2 \cdot P_s \quad (3.9)$$

donde:

$P'_s$  y  $P_s$  pérdidas de cobre del estator a carga diferente a la nominal y a 100% de carga respectivamente.

$kc$  factor de carga, en  $pu$  (por unidad).

Con el modelo desarrollado se puede simular el comportamiento térmico a diferentes estados de carga. Los resultados de la simulación al 75, 50 y 25% de carga se muestran en las figuras 3.8 a 3.10.

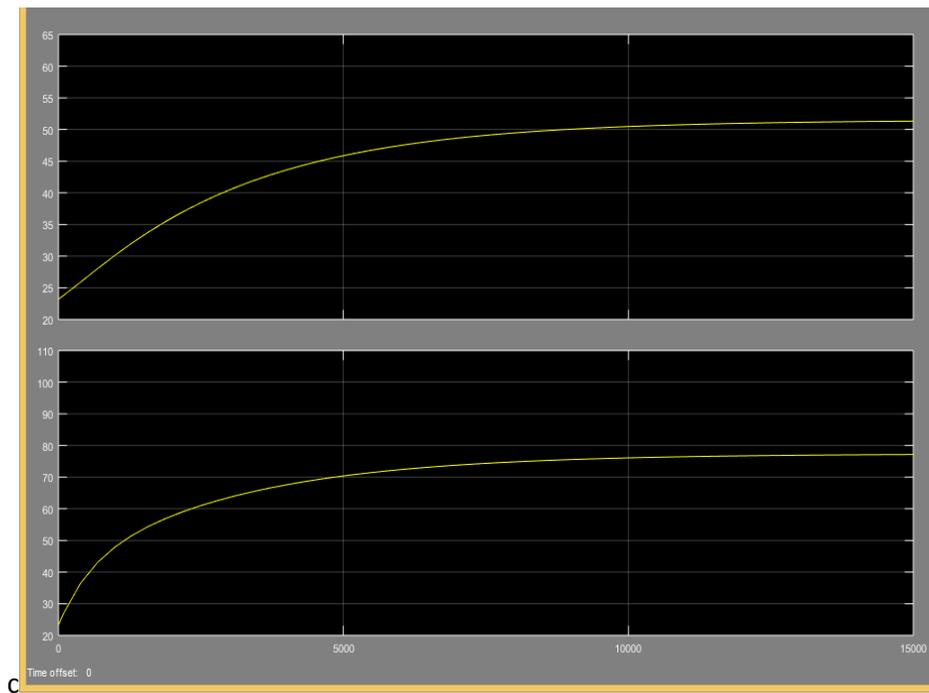
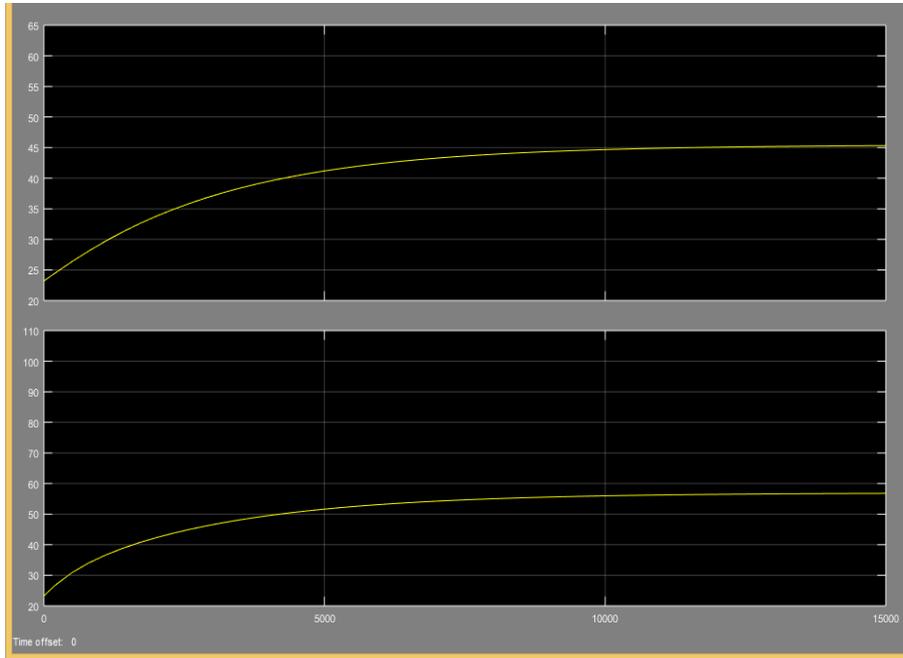
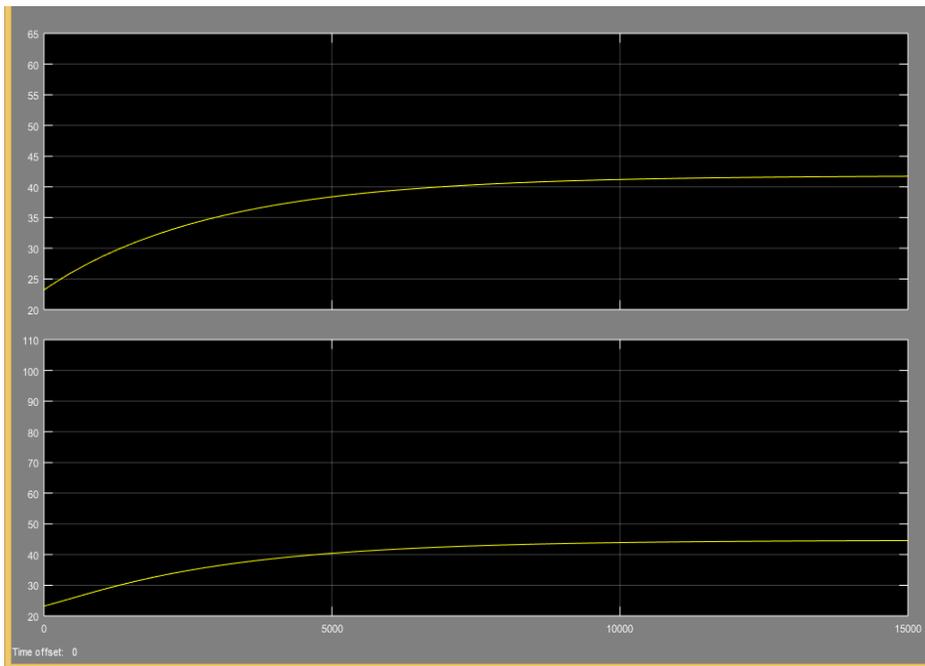


Figura 3.8 Incremento de temperatura del motor para 75 % de carga.



**Figura 3.9** Incremento de temperatura del motor para 50% de carga.



**Figura 3.10** Incremento de temperatura del motor para 25% de carga.

Como se puede apreciar, en las figuras anteriores, la temperatura del devanado disminuye a medida que disminuye la carga del motor. La variación de la

temperatura del devanado en función de la carga a partir de resultados de la simulación se muestra en la Figura 3.11.

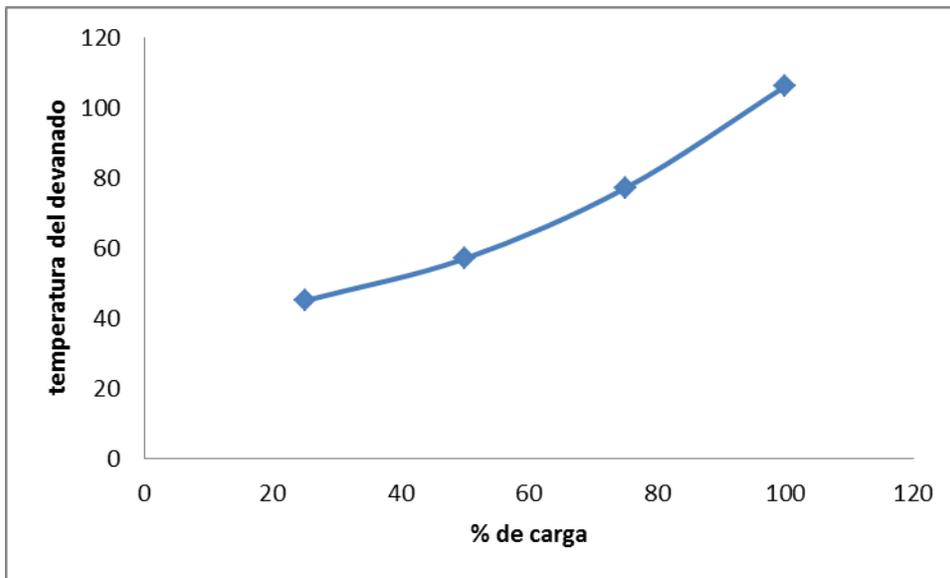


Figura 3.11 Temperatura del devanado en función del factor de carga del motor.

### 3.4 Conclusiones parciales

1. Se determinaron las conductancias y capacitancias térmicas del circuito térmico equivalente que modela el incremento de temperatura del motor de la bomba de agua de alimentar calderas de la CTE Carlos Manuel de Céspedes.
2. El modelo obtenido representa adecuadamente el proceso de calentamiento del motor con errores en estado estacionario inferiores al 2% tanto para la carcasa como para el devanado.
3. El incremento de los errores en la etapa transitoria se explica por la incertidumbre que introduce la determinación de las derivadas de la temperatura mediante un método gráfico.
4. Con el modelo obtenido se puede estimar el incremento de temperatura para diferentes estados de carga del motor.

## Conclusiones

- 1- Las fuentes de calor que contribuyen al incremento de temperatura de las diferentes partes activas de un motor eléctrico son las pérdidas que tienen lugar en el proceso de transformación de la energía, fundamentalmente las pérdidas de cobre en sus devanados y las pérdidas en el núcleo.
- 2- En el proceso de calentamiento que tiene lugar en este tipo de máquinas están presentes todos los mecanismos de transferencia de calor, siendo los principales el de conducción y convección.
- 3- A partir de la analogía existente entre los circuitos eléctricos y térmicos se desarrolló un modelo térmico dinámico simplificado para el motor de la bomba de agua de alimentar calderas de la CTE Carlos Manuel de Céspedes, basado en un circuito térmico equivalente. Este modelo fue parametrizado a partir de una metodología propuesta en este trabajo que utiliza datos del ensayo de calentamiento del fabricante.
- 4- El modelo fue validado para el 100% de carga a partir de las curvas de calentamiento dadas por el fabricante y simula adecuadamente el proceso de calentamiento del motor con errores en estado estacionario inferiores al 2% tanto para la carcasa como para el devanado. Con este modelo se puede simular el incremento de temperatura del motor para diferentes estados de carga.

## **Recomendaciones**

1. Modificar la metodología propuesta para estimar las derivadas de la temperatura a partir de métodos analíticos.
2. Continuar la investigación para introducir el circuito del rotor en el modelo.

## Bibliografía

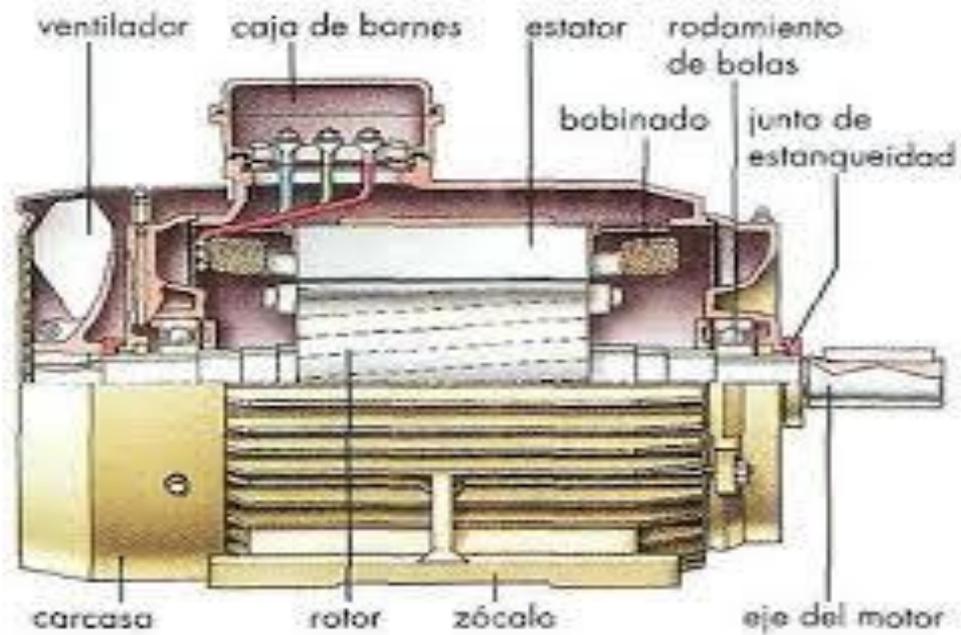
- Asociación Española de Normalización y Certificación. (2006). *Aislamiento eléctrico*. Madrid, España: AENOR
- Bhattacharyya, A. (1965). *Heat Transfer Analogies*. STOCKHOLM, SWEDEN.
- Chapman, J. (2000). *Máquinas Eléctricas*. Barcelona, España: Mc.Grag Hill.
- Chilikin. (1978). *Electric Drives*. Moscú, URSS: MIR.
- Cogdell, J. (2000). *Fundamentos de Circuitos Eléctricos*. Mexico: Pearson Educación.
- Directiva CE del Parlamento Europeo . (2002). *Eficiencia energética de los edificios*.
- Duta, B., & Chowdhury, S. (2012). *Steady state thermal model of TEFC induction machine*. Bengaluru.
- Gray, P., Hurst, P., & Lewis, H. (2001). *Analysis and Design of Analog Integrated Circuits* . Nueva York, Estados Unidos.
- Hammarsten, S. (1989). *Lumped Parameter Models*.
- Hesse, M. (1986). *Models and analogies in Science*. Paris: University of Notre Dame Press.
- Incropera, F. P., & DeWitt, D. P. (s.f.). *Introduction to Heat Transfer*.
- Kendoush. (1996). *An approximate solution of the convective heat transfer from an isothermal rotating cylinder* .
- Kreith, F., & Bohn, M. (2002). *Principios de transferencia de calor*.
- Kylander, G. ( 1995). *Thermal modelling of small cage induction motors*.
- Lee, Y., Hahn, S., & Kauh, S. (2000). *Thermal analysis of induction motor with forced cooling channels*.
- Martinez, J., Cruz, J., & Pineda, M. (2009). *Prácticas de Laboratorio de Máquinas Eléctricas*. UPV.
- Moreno, J. F., Hidalgo, F. P., & Martínez, M. D.-E. (2001). *Realisation of tests to determine the parameters of the thermal model of an induction machine*. *IEE Proceedings - Electric Power Applications*. .
- Pérez, J., Sánchez, M., & Rodríguez, J. (2014). Temperatura en los motores. Recuperado de <http://WEG Motors>
- Sánchez, J. T. (2007). Determinación de la distribución de temperatura en motores de inducción jaula de ardilla utilizando métodos experimentales y digitales.
- Santander, R., Vasco, D., & Sepúlveda, F. (2013). *Principios y técnicas de la medición de temperatura* . Santiago de Chile, Chile: USACH.
- Santos, E. (2001). *Conducción de calor unidimensional en estado estable*. Lima, Peru.

- SIEMENS. (2015). *Documentación técnica N-F1445451010001/2015. Simotics HV Series H-Compact Plus. Motor Asíncrono Tipo 1RQ45002JE90-Z.*
- Trujillo, F., Pozo, A., & Triviño, A. (2011). *Electrónica de Potencia.* Malaga.
- Viego, P., de Armas, M., Gómez, J., & Pérez, I. (2007). *Uso Final de la Energía Eléctrica.* Cienfuegos, Cuba: Centro de Estudios de Energía y Medio Ambiente.
- Yang, B. (2009). *Development of Thermal Models for Permanent-Magnet Traction Motors.* Stockholm.

## Anexos:



Anexo (A). Vista frontal de un motor de inducción



Anexo (B). Vista del corte lateral de un motor de inducción donde se muestran sus partes fundamentales



Anexo(C) Imagen térmica de un motor eléctrico operando



Anexo (D) Imagen de sensor óptico.



**(Anexo E) Imagen del motor eléctrico de la bomba de agua de alimentar calderas**