



Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Mecánica
Metodología de cálculo para
determinar la vida remanente
de los engranajes cilíndricos
rectos

Autor: Giandy Pérez Díaz

Tutores: Dr.C Rafael Antonio Goytisoló Espinosa

Ing. Jorge Tejeda García

Ing. Gennier Conyedo Cueto

Junio 2017

“Año 59 de la Revolución”

**DECLARACIÓN DE AUTORIDAD
UNIVERSIDAD DE CIENFUEGOS**



Sistema de Documentación y Proyecto.

Hago constar que el presente trabajo constituye la culminación de los estudios en la especialidad de Ingeniería Mecánica en la Universidad de Cienfuegos, autorizando a que el mismo sea utilizado por el Centro de Estudio Superior para los fines que estime conveniente, ya sea parcial o totalmente, que además no podrá ser presentado sin la aprobación de dicha institución.

Firma del autor.

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido según acuerdo de la dirección del centro y el mismo cumple los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura, referido a la temática señalada.

Información Científico Técnico
Nombre y Apellidos. Firma.

Vice Decano.

Nombre y Apellidos. Firma.

Firma del Tutor

Sistema de Documentación y Proyecto.
Nombre y Apellido. Firma.



PENSAMIENTO



LA PRIMERA FORMA DE PODER Y CONTROL
SOBRE ALGO ES CONOCERLO.

ANÓNIMO



DEDICATORIA



DEDICO ESTE LOGRO ALCANZADO A TODOS MIS SERES QUERIDOS, A MIS COMPAÑEROS DE AULA, A MIS AMISTADES, A MIS PROFESORES, PERO ESPECIALMENTE A MI PAPÁ POR SER MI MOTOR IMPULSOR, A MI MAMÁ POR PROVOCAR EN MÍ EL DESEO DE SER UN PROFESIONAL DE SU CALIDAD (EXELENTE), A MI HERMANA POR INSPIRARME A ALCANZAR LAS MISMAS METAS QUE ELLA LOGRÓ, A MI NOVIA-MUJER-Y FUTURA ESPOSA POR AYUDARME Y ESTAR A MI LADO DESDE EL COMIENZO DE ESTA TRAVESÍA Y DARMÉ EL REGALO MÁS GRANDE QUE PUEDE TENER UN HOMBRE, SER PADRE DE UNA BEBE HERMOSA QUE JUNTO A AISLING ME HACEN SONREÍR TODAS LAS MAÑANAS Y SE HA CONVERTIDO EN MI RAZÓN SER.



RESUMEN



En el trabajo se analizaron las transmisiones por engranajes, los distintos tipos de estas y en especial las de dientes rectos. Se indagó sobre sus parámetros geométricos fundamentales, también distintos aspectos como el coeficiente de fricción, la cantidad de dientes y la corrección. Se estudiaron sus principales fallas concentrándose principalmente en la fractura por fatiga. Se investigaron las Normas Internacionales más prestigiosas que se usan para el cálculo de resistencia de los dientes. Teniendo en cuenta la norma rusa GOST se realizó una metodología para el cálculo de la tensión a flexión en el pie del diente teniendo en cuenta la corrección y la fricción en el factor de forma con el objetivo de obtener mayor exactitud en el cálculo. También se tuvo en cuenta los coeficientes de carga dinámica que surgen en las transmisiones con frecuencia y se profundizó en el coeficiente de concentración de la carga y la influencia de este cuando existe desalineación en la transmisión. Se utilizó la Mecánica de la fractura para hallar la tensión crítica cuando existe una fisura y por consiguiente la vida remanente del engranaje.

Índice

INTRODUCCIÓN	1
Capítulo 1 Estado Actual del Diseño, Cálculo de los Engranajes Cilíndricos Rectos y de la Mecánica de la Fractura.	5
1.1 Breve historia del desarrollo de las Transmisiones por Ruedas Dentadas.....	5
1.1.1 Tipos de Transmisiones por Engranajes cilíndricos.....	6
1.1.2 Teoría de los engranajes de evolvente.....	7
1.1.3 Parámetros Geométricos Fundamentales en las Transmisiones por Engranajes Normales de perfil evolvente.....	8
1.1.4 Teorema básico de los engranajes.....	11
1.1.5 Deslizamiento relativo de los Dientes.....	13
1.1.6 Coeficiente de Recubrimiento.....	14
1.2 Tipos de corrección en un par de dientes cilíndricos.	15
1.2.1 Desplazamiento de la Cremallera.....	15
1.2.2 Corrección de Altura.	16
1.2.3 Corrección Angular.	17
1.3 Generalidades del Cálculo de las Tensiones Volumétricas en los Dientes de los Engranajes Cilíndricos de Dientes Rectos.....	18
1.4 Principales fallas y roturas de los dientes del engranaje.....	20
1.4.1 Picadura en las superficies de los dientes:.....	20
1.4.2 Desgaste de los dientes:	21
1.4.3 Falla por agarramiento:.....	21
1.4.4 Roturas en los dientes:	22
1.5 Conceptos generales de la Mecánica de Fractura.	22
1.5.1 Modos de carga y desplazamiento del sólido con grietas.....	23
1.5.2 Etapas de la propagación de la grieta.	25

1.5.3	Factor de Intensidad de Tensiones.....	25
1.5.4	Tenacidad a la Fractura	27
1.5.5	Propagación de una grieta por fatiga.....	27
1.5.6	Métodos de detección de fisuras en componentes mecánicos.....	30
	Conclusiones Parciales del Capítulo I:	33
	Capítulo 2 Cálculo de la tensión a flexión del diente.....	34
2.1	Cálculos para la Resistencia de los Dientes a la Fractura por Fatiga según las Normas Actuales.....	34
2.1.1	Norma AGMA para el cálculo de engranajes:.....	35
2.1.2	Norma ISO para el Cálculo de Engranajes consideraciones básicas:.....	36
2.1.3	Norma GOST para el Cálculo de Engranajes consideraciones básicas:.....	38
2.2	Determinación de la tensión a la flexión:.....	41
2.2.1	Determinación del factor de forma del diente (y):	42
2.2.2	Determinación de la corrección en una rueda dentada:	42
2.2.3	Determinación del ángulo de presión y una transmisión por engranaje corregida:	42
2.2.4	Coeficiente de fricción de los engranajes.	43
2.2.5	Determinación de la rugosidad superficial combinada de las superficies de los dientes en contacto (R_a).....	44
2.2.6	Determinación del radio de curvatura reducido en el polo de engrane ρ_r	45
2.2.7	Determinación de la velocidad periférica de la rueda conductora (V_1).....	45
2.2.8	Determinación de la viscosidad dinámica del aceite ($\text{Pa}\cdot\text{s}$).....	45
2.3	Determinación de la carga específica (q_p):	45
2.3.1	Determinación de la fuerza normal (P_n) sobre el diente:.....	46

2.3.2	Determinación del coeficiente de concentración de la carga (K_c):	47
2.3.3	Determinación del coeficiente de carga dinámica (K_d):	49
2.3.4	Calculo de la tensión permisible:	50
2.4	Variación de los esfuerzos:	51
	Conclusiones Parciales del Capítulo II:	52
	Capítulo 3 Aplicación de la mecánica de la fractura en el cálculo de la Vida remanente del engranaje.	53
3.1	Determinación de las dimensiones de las grieta.	54
3.2	Determinación de la tenacidad a la fractura del material del engranaje.	54
3.3	Aplicación de la Mecánica de la Fractura Lineal Elástica en la obtención de las curvas de resistencia residual y los tamaños críticos de las grietas.	55
3.4	Aplicación de la Mecánica de la Fractura Subcrítica en la evaluación del crecimiento de las grietas para el caso de grietas de cuarto de elipse bajo el estado uniaxial de tensiones.	57
3.5	Construcción del Gráfico de Crecimiento Subcrítico.	58
3.6	Proceso general de la fatiga.	59
3.7	Ejemplo resuelto.	60
3.7.1	Datos de la transmisión:	60
3.7.2	Datos del material:	61
3.7.3	Determinación de la carga específica:	61
3.7.4	Determinación del radio de curvatura reducido en el polo de engrane ρ_r :	61
3.7.5	Determinación de la velocidad periférica del piñón (V_1):	61
3.7.6	Determinación del coeficiente de fricción del piñón:	61
3.7.7	Determinación del factor de forma del diente (y):	61
3.7.8	Determinación de la tensión a la flexión:	62
3.7.9	Determinación de la tensión a la flexión permisible:	62

3.7.10	Determinación de la tensión media	62
3.7.11	Determinación de la tenacidad a la fractura del material del engranaje:	62
	Conclusiones Parciales del Capítulo III:	65
	Conclusiones Generales:	66
	Recomendaciones:.....	68
	Bibliografía:	69
	Anexos:..	71



INTRODUCCIÓN



El diseño de las transmisiones por engranajes es objeto de estudio por muchos especialistas en todo el mundo, que se enfrascan cada vez más en mejorar los métodos de cálculo para obtener transmisiones más duraderas, menos costosas y más eficientes.

Un elemento fundamental que se ha empleado desde hace ya varias décadas para mejorar la capacidad de carga de las transmisiones por engranajes lo constituye el empleo de la corrección, que favorece en gran medida la resistencia de estas transmisiones.

La fractura de los dientes de engranajes, es producida en general, por la fatiga que tiene lugar en su base (raíz o pie) a causa de las tensiones variables de flexión surgidas por la carga variable en cada entrada sucesiva del diente en engrane. Se agrega un cambio brusco de la forma del diente (de evolvente a trocoide o círculo) en la zona de la curva de transición donde tienen lugar concentraciones de tensiones.

En los dientes de engranajes la concentración de tensiones está completamente determinada por la forma del diente, el material de fabricación y el acabado de la superficie de la curva de transición en el pie. La resistencia a la fractura por fatiga de los dientes de engranajes se puede aumentar considerablemente haciendo más firme la base del diente y disminuyendo la concentración de tensiones con el aumento del radio de curvatura de la superficie de transición. Además un acabado minucioso de la superficie de transición y la elevación de la rigidez con el aumento de la exactitud de fabricación, y la elevación de las propiedades mecánicas del material de las ruedas (Dobrovolski 1. , 1970).

En la Norma (ANSI/AGMA 2001-C95, 1995), (AGMA908-B89, 1995), (DIN, 1987) y en la Norma (ISO 6336-1,2,3., 1996) se toma como factor de forma el conocido

factor de Lewis, que sólo considera la geometría del diente, sin tomar en cuenta el efecto de la fuerza de fricción en los valores del factor de forma. En la actual Norma (GOST 21354-87, 1989), no se emplea exactamente el factor de forma de Lewis, sino que se emplea un Factor de Forma que tampoco incluye la influencia del coeficiente de fricción. En la literatura técnica consultada sólo en la antigua Norma GOST (Dobrovolski 1. , 1970) se incluía la influencia de la fuerza de fricción en los valores de los Factores de Forma reportados pero para un valor constante del coeficiente de fricción y sin hacer referencia alguna a la influencia que podían tener las variaciones de este coeficiente en los valores del Factor de Forma y en la resistencia a la fractura del dentado de las ruedas conductoras o conducidas. Dependiendo de las condiciones de lubricación el coeficiente de fricción puede tener valores muy diversos que pueden variar desde valores muy pequeños del orden de las centésimas o incluso de las milésimas en el caso de la lubricación elastohidrodinámica hasta valores en el orden de las décimas o incluso próximos a la unidad en el caso de la lubricación límite (Goytisolo y Moya, 1976); (Fuentes, 1996) Con relación a la influencia de la fuerza de fricción y de la corrección del dentado se han realizado investigaciones sobre los engranajes cilíndricos de perfil simétrico y sobre las transmisiones por tornillo sinfín (Quiñones, Goytisolo, Moya, 2005), (Soto, Moya y Goytisolo, 2007), (Quiñones, Goytisolo, Moya, 2007).

El surgimiento y desarrollo de la Mecánica de la Fractura en los últimos 50 años, ha proporcionado un nuevo enfoque de la Mecánica de los Materiales y del Diseño y una necesidad de perfeccionar los Esquemas de Análisis. La aplicación de la Metodología de Gestión de Vida obliga a realizar cálculos exactos de tensiones con el propósito de pronosticar con adecuada exactitud la vida del elemento de máquina o estructura.

Las fallas en las transmisiones de engranajes cilíndricos rectos por fractura continúan siendo muy actual. Mayor aún con el desarrollo, en los últimos 40 años, de la Mecánica de la Fractura, que aborda con nuevos métodos de análisis científico y sobre la base de la evaluación de nuevas propiedades mecánicas del material, la problemática de la aparición y desarrollo de grietas en las piezas de máquinas, la predicción de la velocidad de propagación y la vida remanente.

El colectivo de Mecánica Aplicada de la Universidad de Cienfuegos ha venido trabajando en precisar las expresiones para el cálculo de las tensiones ocurridas

en el pie del diente, como paso previo para la aplicación de las leyes de la Mecánica de la Fractura al análisis de la falla por fatiga y el pronóstico de la vida remanente.

Problema Científico:

A pesar de que la falla de fractura por fatiga en engranajes rectos, es un problema frecuente y conocido, que trae consigo pérdidas económicas considerables, no ha sido creada aún una metodología que reúna todas las herramientas que permiten calcular con precisión las tensiones en el diente del engranaje y pronosticar la vida remanente de este con la exactitud requerida como para contribuir a la toma de decisiones, planificando adecuadamente su sustitución o limitando las cargas, evitando las roturas en servicio, eliminando el tiempo perdido y reduciendo las pérdidas económicas.

Teniendo en cuenta la experiencia acumulada por la Universidad de Cienfuegos en el análisis de esta problemática, se ha formulado la siguiente:

Hipótesis:

Aplicando el modelo matemático para el cálculo de las tensiones en el pie de los engranajes cilíndricos rectos y sus diferentes componentes, es posible elaborar una metodología que reúna todas las herramientas que permiten calcular con precisión las tensiones en el diente del engranaje y pronosticar la vida remanente de este, con la exactitud requerida apoyándonos en La Mecánica de la Fractura.

En el presente trabajo se pretende contribuir a dar respuesta a la Hipótesis formulada, para lo cual se han planteado los siguientes:

Objetivo General:

Proponer una metodología que determine una vez detectada la fisura, la vida remanente de los engranajes cilíndricos rectos con una exactitud aceptable utilizando La mecánica de la fractura.

Objetivos Específicos:

1. Investigar en la literatura los procedimientos para el cálculo de engranajes cilíndricos en las principales normas internacionales. Investigar en la literatura sobre las principales fallas que ocurren en los engranajes rectos

y la aplicación de la Mecánica de la fractura para pronosticar la vida remanente de los diferentes elementos de máquina.

2. Proponer un Modelo Matemático para el cálculo de las tensiones resultantes en el pié de los engranajes cilíndricos de dientes rectos, para obtener las tensiones en el pie tanto de las ruedas conductoras como de las conducidas.
3. Elaborar la metodología para la evaluación de la Resistencia Residual y el Crecimiento Subcrítico de las grietas tomando en cuenta la combinación de los modos I, II y III de carga presentes en el engranaje y el modelo de crecimiento de la grieta desde una microgrieta superficial de cuarto elipse.



CAPÍTULO I



Capítulo 1 Estado Actual del Diseño, Cálculo de los Engranajes Cilíndricos Rectos y de la Mecánica de la Fractura.

1.1 Breve historia del desarrollo de las Transmisiones por Ruedas Dentadas.

La potencia puede transmitirse desde un árbol a otro por medio de correas, ruedas de fricción, ruedas dentadas o cadenas. Cuando la razón entre las velocidades tiene que ser constante y precisa se emplean las ruedas dentadas. El funcionamiento básico de las transmisiones con ruedas dentadas consiste en transmitir el giro de un árbol a otro para obtener una mayor o menor velocidad de rotación respecto a la velocidad existente.

Los primeros datos que existen sobre la transmisión de rotaciones con velocidad angular uniforme por medio de engranajes, corresponden al año 1674, cuando el famoso astrónomo danés Olaf Roemer propuso la forma o perfil del diente en epicloide. Del profesor Camus fue la idea de la intercambiabilidad de las ruedas dentadas y Robert Willis, profesor de Cambridge, fue el que obtuvo la primera aplicación práctica de la epicloide al emplearla en la construcción de una serie de engranajes intercambiables. De la misma manera, de los primeros matemáticos fue la idea del empleo de la evolvente de círculo en el perfil del diente, pero también se deben a Willis las realizaciones prácticas. Es muy posible que fuera el francés Phillipe de Lahire el primero en concebir el diente de perfil en evolvente en 1695, muy poco tiempo después de que Roemer concibiera el epicloidal. La primera aplicación práctica del diente en evolvente fue debida al suizo Leonard Euler (1707). A Willis se le debe la creación del odontógrafo de su nombre para el trazado simplificado del perfil del diente de evolvente.

En 1856, Christian Schiele descubrió el sistema de fresado de engranajes rectos por medio de la fresa-madre, pero este procedimiento no se lleva a la práctica hasta 1887, a base de la patente Grant. En 1897, Hermann Pfauter, alemán, inventa y patenta una máquina universal de dentar engranajes rectos y helicoidales por fresa-madre con mecanismo diferencial. Por último, en 1905, M. Chambon, de Lyon, fue el creador de la máquina para el dentado de engranajes cónicos por procedimiento de fresa madre.

En la actualidad, los mecanismos con ruedas dentadas tienen una amplia difusión. En cada motor la transmisión desde el cigüeñal hasta todos los demás árboles, que accionan las válvulas, el magneto, las bombas, el generador, el compresor, etc., se hace con mecanismos con ruedas dentadas. En casi todas las máquinas herramientas, se encuentran cajas de velocidades y otros dispositivos, los cuales son mecanismos o transmisiones con ruedas dentadas. Dichos mecanismos son usados en elevadores, cizallas y grúas. Además una gran cantidad de estos mecanismos se pueden encontrar en cada automóvil, tractor o tanque de combate, en forma de caja de cambios, diferenciales y otros dispositivos. Llegaron a utilizarse a gran escala en los mecanismos y aparatos de cálculo. Es muy difícil encontrar un mecanismo complejo, que no posea una transmisión con ruedas dentadas. (Hernandez, 2016)

1.1.1 Tipos de Transmisiones por Engranajes cilíndricos.

Existe una gran variedad de formas y tamaños de engranajes, desde los más pequeños usados en relojería e instrumentos científicos (se alcanza el módulo 0,05) a los de grandes dimensiones, empleados, por ejemplo, en las reducciones de velocidad de las turbinas de vapor de los buques, en el accionamiento de los hornos y molinos de las fábricas de cemento, etc. El campo de aplicación de los engranajes es prácticamente ilimitado. Toda esta gran variedad de aplicaciones del engranaje puede decirse que tiene por única finalidad la transmisión de la rotación o giro de un eje a otro distinto, reduciendo o aumentando la velocidad del primero, constituyendo los llamados “reductores o multiplicadores de velocidad”.

Los engranajes cilíndricos poseen ejes paralelos, que es la cualidad que los distingue fundamentalmente y pueden ser:

Con ruedas exteriores. (Figura 1a, 1b, 1c). — Es el tipo de engranaje más simple y corriente, generalmente, para velocidades medias. A grandes velocidades si no son rectificadas, producen ruido más o menos importante según la velocidad y la exactitud de su tallado.

- **Con ruedas interiores** (Figura 1d).- Pueden ser con dentado recto, helicoidal o doble-helicoidal. Engranajes de gran aplicación en los llamados “trenes epicicloidales o planetarios”.

- **Helicoidales** (Figura 1b).- Más silenciosos que los rectos. Se emplean siempre que se trata de velocidades elevadas. Necesitan cojinetes de empuje para contrarrestar la presión axial que originan.

- **Bihelicoidales** (Figura 1c).- Para las mismas aplicaciones que los helicoidales, con la ventaja sobre éstos de no producir empuje axial, debido a la inclinación doble en sentido contrario de sus dientes. Se les denomina también por el galicismo “á chevron”, que debe evitarse.

- **De rueda y cremallera** (Figura 1e).- Rueda cilíndrica de diámetro infinito con dentado recto o helicoidal. Generalmente de sección rectangular. (Hernandez, 2016)

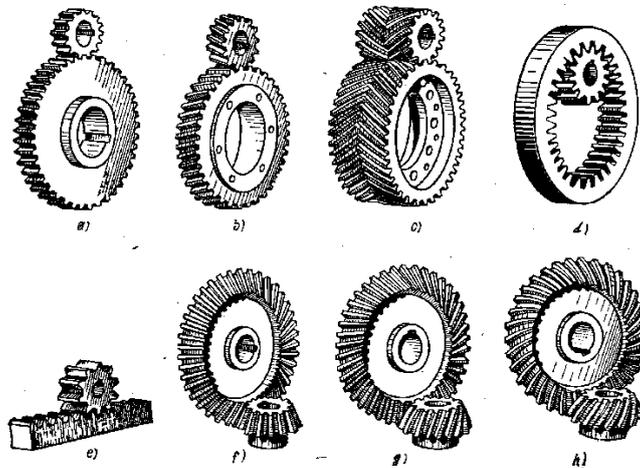


Figura 1.1 Distintos tipos de Engranajes Cilíndricos. (Dobrovolski, 1991) Página 273)

1.1.2 Teoría de los engranajes de evolvente.

Sobre la base de construcción del perfil evolvente, se citan algunas propiedades de esta curva Figura 1.2.

El punto inicial M_0 de la evolvente está en la circunferencia básica.

La normal a la evolvente en cualquier punto es la línea tangente a la circunferencia básica (por ejemplo la línea $\overline{BB'}$).

El radio de curvatura de la evolvente es igual al arco correspondiente de la circunferencia básica (por ejemplo, $\overline{AM} = \cap AM_0$).

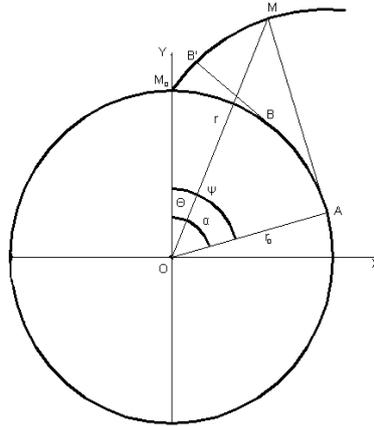


Figura 1.2. Parámetros geométricos de la curva evolvente.

Si se unen el centro de la circunferencia básica y el punto M de la evolvente con la recta \overline{OM} , y se marcan los ángulos θ y α , en el triángulo OAM se tiene que:

$$r = \frac{r_0}{\cos \alpha} \quad (1.1)$$

Esta fórmula es la ecuación de la evolvente en las coordenadas polares. De aquí se ve, que la forma de la evolvente depende solamente del radio de la circunferencia básica.

Tomando en consideración la tercera propiedad se puede escribir que:

$$\overline{AM} = \overline{AB} \cdot \frac{r_0}{OA} = r_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Pero también:

$$\overline{CC'} = \widehat{AC} = r_0 \cdot (\theta + \alpha)$$

De aquí:

$$r_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha = r_0 \cdot (\theta + \alpha)$$

Entonces:

$$\theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha = \operatorname{inv} \alpha \quad (1.2)$$

El ángulo θ se llama involuta del ángulo α ; su magnitud tiene gran importancia en el cálculo de los parámetros geométricos de los dientes.

1.1.3 Parámetros Geométricos Fundamentales en las Transmisiones por Engranajes Normales de perfil evolvente.

También se muestran los radios r_{e1} y r_{e2} de las circunferencias exteriores, r_{i1} y r_{i2} los radios de las circunferencias interiores y a continuación se dan un conjunto de parámetros importantes en estas transmisiones (Hernandez, 2016):

h' - Altura de la cabeza del diente (addendum), es la altura del diente por encima de la circunferencia primitiva,

h'' - Altura del pie del diente (dedendum), o profundidad del diente por debajo de la circunferencia primitiva.

$h' + h''$ - altura total del diente,

S_1 - es el grueso del diente en la circunferencia primitiva,

S_2 - es la anchura del espacio en la circunferencia primitiva,

$S_1 + S_2 = t$ - paso circular de la circunferencia primitiva,

c_0 - es el juego entre el extremo del diente y el fondo del espacio cuando las ruedas engranan,

B- Ancho del diente, o sea su longitud en la dirección del eje de la rueda,

Z_1 y Z_2 - son los números de dientes de la ruedas.

La línea recta $\overline{O_1O_2}$ entre los centros de rotación de las ruedas se llama distancia entre centros (o línea de centros) y se representa por la letra A o L. En la línea de centros se encuentra el punto "P" de tangencia de las circunferencias primitivas que se denomina polo del engranaje.

En las ruedas engranadas los pasos en la circunferencia primitiva de ambas ruedas deben ser iguales, en caso contrario no es posible realizar el movimiento, por eso, las longitudes de las circunferencias correspondientes serán:

$$2 \cdot \pi \cdot r_1 = Z_1 \cdot t, \quad 2 \cdot \pi \cdot r_2 = Z_2 \cdot t$$

De aquí:

$$t = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_1}{Z_1} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r_2}{Z_2} \quad (1.3)$$

Si n_1 y n_2 son las revoluciones por minuto de las ruedas 1 y 2, entonces:

$$w_1 = \frac{\pi \cdot n_1}{30} \quad \text{y} \quad w_2 = \frac{\pi \cdot n_2}{30}$$

Por consiguiente la relación de transmisión se puede expresar en la forma siguiente:

$$i = \frac{w_1}{w_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (1.4)$$

De la ecuación (1.10) se ve que "t" es un número irracional, por eso, para facilitar los cálculos se introduce un nuevo parámetro que es el módulo de engranaje.

$$m = \frac{t}{\pi} \quad , \quad (\text{mm}) \quad (1.5)$$

La norma cubana [NC 16-61-1981. Transmisiones por engranajes. Términos, definiciones y símbolos. P. 5] establece valores normados para esta magnitud, que es la más importante entre las que caracterizan los parámetros geométricos de los mecanismos de engranajes. A continuación se muestran algunos de estos valores normados de uso más frecuente en el diseño de estos elementos.

m (mm) = 1; 1,25; 1.5; 1.75; 2; 2.5; 3; 3.5; 4; 4.5; 5; 5.5; 6; 7; 8; etc.

Entonces, todas las dimensiones del engranaje se expresan en función del módulo:

$$2 \cdot \pi \cdot r = Z \cdot t \Rightarrow 2 \cdot r = \frac{t}{\pi} \cdot Z$$

$$d = m \cdot Z \quad (1.6)$$

Es decir, el diámetro primitivo de una rueda dentada es igual al módulo multiplicado por el número de dientes.

La altura de la cabeza (addendum):

$$h' = f \cdot m \quad (1.7)$$

Donde f es un coeficiente de altura del diente. Generalmente $f=1$, pero a veces se utilizan dientes recortados, para los cuales $f=0.8$.

La altura del pie (dedendum):

$$h'' = 1.25 \cdot m \quad (1.8)$$

En vista de que $h'' > h'$, entre los extremos de los dientes y los fondos de los espacios de las ruedas engranadas se forma el huelgo:

$$c_0 = 0.25 \cdot m \quad (1.9)$$

El cual se necesita para un funcionamiento normal de la transmisión.

El diámetro exterior se calcula como:

$$d_e = d + 2m = mZ + 2m = m(Z + 2) \quad (1.10)$$

El diámetro de la circunferencia interior:

$$d_i = d - 2.5m = mZ - 2.5m = m(Z - 2.5) \quad (1.11)$$

La distancia entre los centros de rotación de las ruedas:

$$A = r_1 + r_2 = \frac{mZ_1}{2} + \frac{mZ_2}{2} = m \left(\frac{Z_1 + Z_2}{2} \right) \quad (1.12)$$

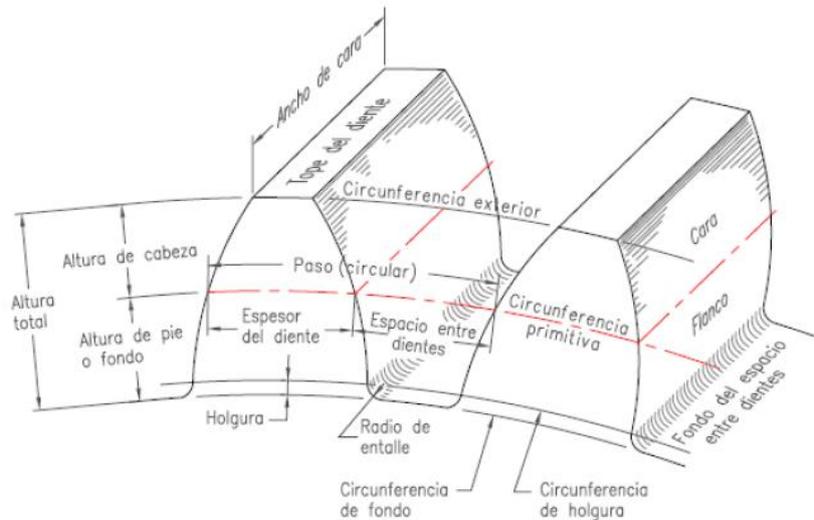


Figura 1.3 Nomenclatura de los dientes de engranajes

1.1.4 Teorema básico de los engranajes.

1.1.4.1 Línea y ángulo de Engranaje.

Se representan dos circunferencias primitivas con los centros de rotación en los puntos O_1 y O_2 (Figura 1.4). Estas circunferencias tienen el punto de contacto en el polo P . Por el polo P se traza la tangente tt y con el ángulo α se traza otra línea nn . De los centros de rotación O_1 y O_2 se trazan las perpendiculares $\overline{O_1A}$ y $\overline{O_2B}$. Estas circunferencias son básicas.

Si se hace rodar la línea nn por la circunferencia básica I, entonces el punto P de la recta nn describe la evolvente e_1 . Al rodar la línea nn por la circunferencia básica II el punto P de la recta describe la otra evolvente e_2 . Los puntos iniciales de las evolventes son M_1 y M_2 .

Supóngase que las e_1 y e_2 limitan los perfiles laterales de los dientes de las ruedas dentadas, entonces durante el movimiento circular el punto de contacto de los perfiles engranados se desplaza por la línea nn , ya que ella representa la normal común a cualquier punto de contacto de los dientes. En otras palabras, una parte de la línea nn (teóricamente entre los puntos A y B) es el lugar geométrico de los puntos de tangencia de los dientes.

La disposición relativa de la recta nn respecto a las circunferencias básicas es invariable, por eso ella se llama línea de engranaje. El mismo par de dientes engranados en los momentos del principio y del fin del contacto se representa en la Figura 1.5.

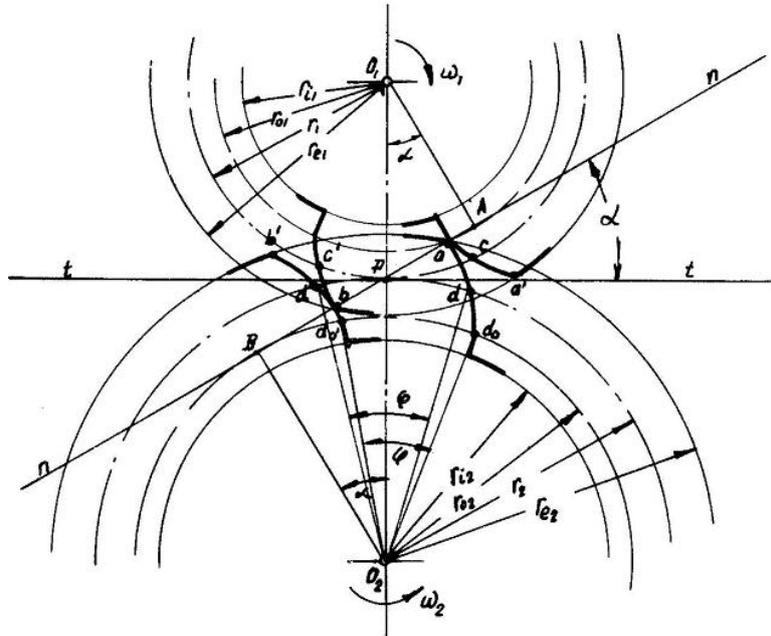


Figura 1.4 Representación esquemática de dos ruedas engranadas.

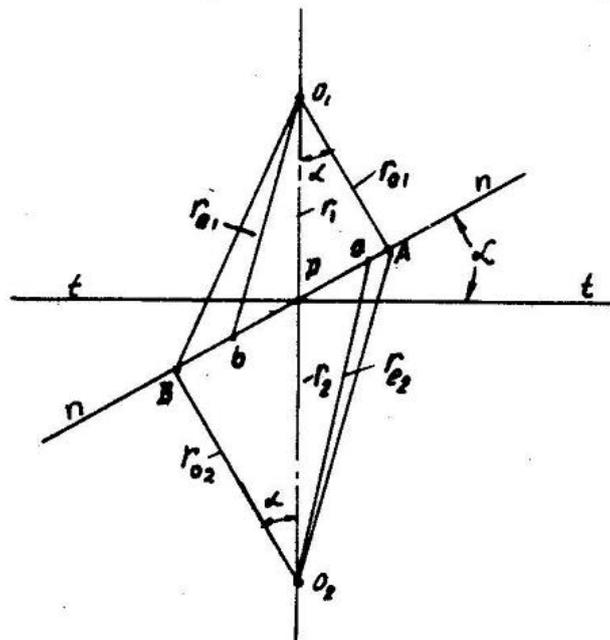


Figura 1.5. Representación de la Línea de Engrane.

La presión de un diente a otro está dirigida a lo largo de la línea de engrane, por consiguiente la dirección de la presión no cambia en el proceso de rotación de las ruedas. Esto es una propiedad importante ya conocida de los engranajes de evolvente. El ángulo α entre la línea de engrane y la línea tangencial a las circunferencias primitivas se llama ángulo de engrane.

La Norma Cubana establece el ángulo de engrane para engranajes normales de evolvente como $\alpha = 20^\circ$

De la Figura 1.5 se infiere de los triángulos semejantes O_1AP y O_2BP que:

$$\frac{O_2P}{O_1P} = \frac{O_2B}{O_1A} \text{ y también: } \frac{r_2}{r_1} = \frac{r_{02}}{r_{01}} = i_{12} \quad (1.13)$$

Es decir, la proporción de los radios de las circunferencias básicas es igual a la relación de transmisión de las ruedas dentadas. De ambos triángulos se obtiene también la relación entre los radios primitivos y de la circunferencia base con el ángulo de engrane:

$$\cos \alpha = \frac{r_{0,2}}{r_{1,2}}$$

En general se obtiene la siguiente relación:

$$r_0 = r \cdot \cos \alpha \quad (1.14)$$

1.1.5 Deslizamiento relativo de los Dientes.

En la Figura 1.6 se muestra un par de dientes engranados en el principio (punto a) y en el final (punto b) del engranaje mutuo. Durante el movimiento el punto común de contacto se desplaza por la línea práctica de engranaje \overline{ab} . En el perfil motriz, el punto de tangencia se desplaza del pie a la cabeza, es decir del punto "a" al punto "a' ". Mientras tanto en el perfil movido sucede lo contrario, es decir, el desplazamiento es de la cabeza al pie.

De la figura se ve que la parte correspondiente de los perfiles de trabajo no son iguales, es decir, para el perfil motriz $\overline{ac} < \overline{ac'}$ y para el perfil movido $\overline{bd} < \overline{bd'}$.

Por consiguiente los perfiles dados en el proceso del movimiento no solamente ruedan uno con otro, sino que también se deslizan uno respecto a otro. En el caso general la velocidad de deslizamiento será:

$$v_{12} = -v_{21} = (w_1 + w_2) \cdot \rho \quad (1.15)$$

Donde ρ es la distancia entre el punto de contacto y el polo P. (Por ejemplo en la primera posición $v_{12} = (w_1 + w_2) \cdot \overline{aP}$).

De la ecuación (1.15) se ve que la velocidad de deslizamiento depende de ρ . Si el punto de contacto está en el polo P, entonces $v_{12} = 0$ porque $\rho = 0$. Si el punto de contacto de los perfiles pasa a través del polo P entonces la velocidad de deslizamiento cambia su sentido en 180° , como se muestra en la Figura 1.6.

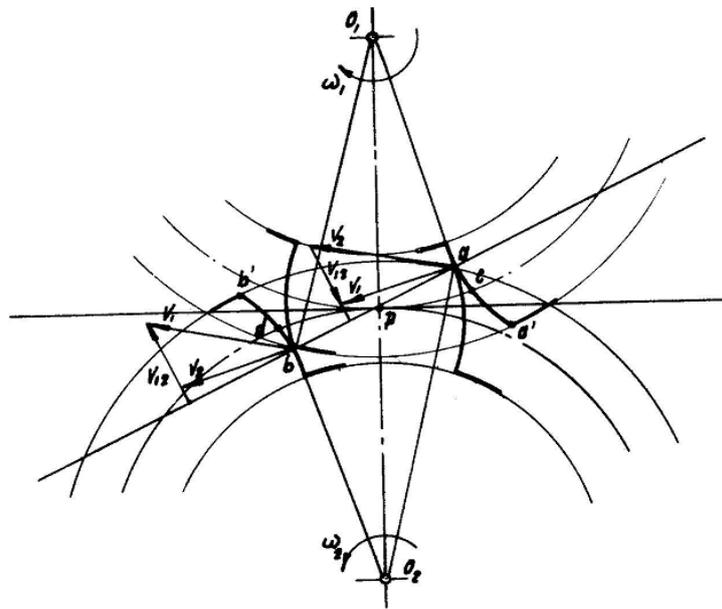


Figura 1.6 Par de dientes engranados.

El deslizamiento de los dientes trae consigo el desgaste de los perfiles. La magnitud del desgaste depende de las dimensiones relativas de las partes engranadas. Más rápido se desgasta el pie, por su perfil de trabajo (la parte \overline{ac} o \overline{bd}) es menor que el perfil correspondiente (la parte $\overline{ac'}$ o $\overline{bd'}$) de la cabeza. El desgaste de los dientes depende en gran medida de si el deslizamiento del diente tiene lugar por un mismo sitio de otro diente o por distintos sitios de este último. En otras palabras, es necesario saber si el punto de contacto K se desplaza por el perfil del diente y con qué velocidad. (Quiñones, 2004)

1.1.6 Coeficiente de Recubrimiento

El contacto entre los dientes del engranaje será permanente solamente en el caso en que $\varepsilon > 1$.

Puede demostrarse (Golubev, 1967) pag. 102] que para engranajes normales, el coeficiente de recubrimiento se calcula por la expresión:

$$\varepsilon = \frac{1}{\pi \cdot m \cdot \cos \alpha} \left[\sqrt{r_{e2}^2 - r_{o2}^2} + \sqrt{r_{e1}^2 - r_{o1}^2} - (r_1 + r_2) \cdot \operatorname{sen} \alpha \right] \quad (1.16)$$

Con esta fórmula se facilita el cálculo analítico de la magnitud del grado de recubrimiento. Teóricamente el trabajo normal de las ruedas dentadas se garantiza con $\varepsilon = 1$. Pero prácticamente el grado mínimo que se recomienda

está entre los límites $\varepsilon_{\min} = (1.05 \div 1.35)$ y depende de la exactitud de fabricación de las ruedas.

Este coeficiente describe la cantidad de dientes que se encuentran en contacto durante el engrane de las ruedas. Por ejemplo, si este coeficiente es 1 significa que durante el funcionamiento del mecanismo de transmisión se garantiza siempre un par de engranes en contacto, si este coeficiente toma el valor 1.3 significa que el 100% del tiempo habrá un par de dientes en contacto y un 30% de este habrán dos pares de dientes en contacto. De lo contrario si este coeficiente es menor que 1, por ejemplo 0.8, significa que sólo el 80% del tiempo habrá un par de dientes en contacto, y el 20% restante no existirá diente alguno en contacto.

1.2 Tipos de corrección en un par de dientes cilíndricos.

1.2.1 Desplazamiento de la Cremallera.

En el proceso del tallado, la rueda dentada tiene solamente una circunferencia que rueda sin deslizamiento por una recta de la cremallera. El paso y el módulo de la rueda dentada por esta circunferencia son iguales al paso y al módulo de la cremallera. Hay que tener en cuenta que el paso de la cremallera es el mismo por cualquier recta paralela a la recta de módulo, mientras que el paso de la rueda depende de la circunferencia. Esa circunferencia se llama *circunferencia de paso* y su longitud es:

$$2 \cdot \pi \cdot r_p = Z \cdot t_p = Z \cdot \pi \cdot m_c \quad (1.17)$$

Si la cremallera se coloca respecto a la pieza bruta de modo que la circunferencia de paso sea tangente a la recta de módulo (como se muestra en la Figura 1.7)

entonces la talladora produce los dientes con, $S_1 = S_2 = \frac{t}{2} = \frac{\pi \cdot m_c}{2}$ donde S_1 es

el grueso del diente por la circunferencia de paso y S_2 es la anchura del espacio por la misma circunferencia.

Esas ruedas se llaman ruedas normales.

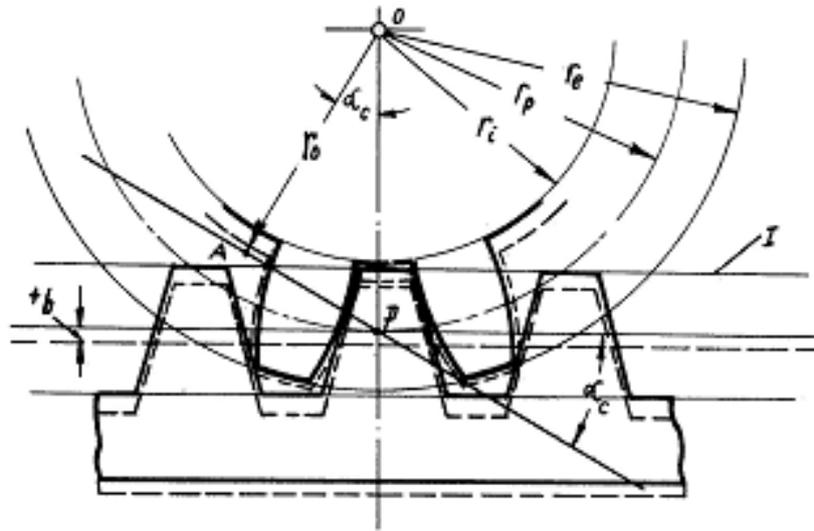


Figura 1.7. Cremallera básica. Desplazamientos.

Del triángulo OAP se ve que:

$$r_0 = r_p \cdot \cos \alpha_c \quad (1.18)$$

Es decir el radio de la circunferencia básica es proporcional al radio de la circunferencia de paso.

El desplazamiento de la cremallera, alejándose de la pieza bruta se llama *desplazamiento positivo*, y acercándose a la pieza *negativo*. La relación entre el desplazamiento absoluto y el módulo se llama desplazamiento relativo de la cremallera y se representa por;

$$\xi = \frac{b}{m_c} \quad (1.19)$$

Donde "b" es el desplazamiento absoluto de la cremallera. Las ruedas talladas con el desplazamiento positivo de la cremallera tienen $S_1 > S_2$ por la circunferencia de paso, y al contrario, con el desplazamiento negativo tienen $S_1 < S_2$. Así, desplazando la cremallera se pueden obtener ruedas dentadas con dientes de distintas anchuras, aunque las magnitudes de m , Z , r_p , r_0 sean las mismas.

1.2.2 Corrección de Altura.

Cuando una rueda dentada está elaborada con un desplazamiento positivo de la herramienta y la otra con un desplazamiento negativo del mismo valor. Es decir, el desplazamiento sumario es igual a cero (Tejeda, 2016):

$$\xi_{sum} = \xi_1 + (-\xi_2) = 0 \quad (1.20)$$

En este caso el ángulo de montaje del par de ruedas engranadas es igual al ángulo de la cremallera.

$$\alpha_{mo} = \alpha_c$$

La distancia axial L no cambia y es igual a la distancia axial del par de ruedas normales, pero las alturas de los dientes varían.

En la Figura 1.8 se ve que los dientes normales tienen (perfil f)

$$h'_1 = h'_2 = m_c \text{ y } h''_1 = h''_2 = 1.25 \cdot m_c$$

Los dientes con corrección de altura (perfil g) tienen:

$$\begin{aligned} h'_1 &= m_c + b ; & h''_1 &= 1.25 \cdot m_c - b \\ h'_2 &= m_c - b ; & h''_2 &= 1.25 \cdot m_c + b \end{aligned}$$

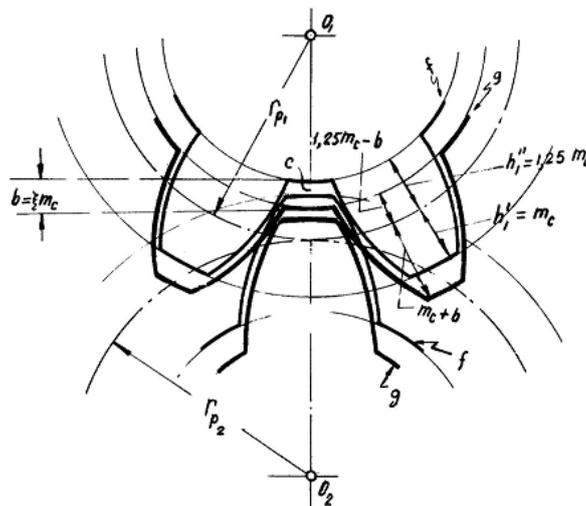


Figura 1.8 Corrección en un par de Ruedas Engranadas.

En ambos casos las circunferencias primitivas y de paso coinciden. El huelgo c no cambia.

1.2.3 Corrección Angular.

Cuando la suma de los desplazamientos de la herramienta no es igual a cero

$$\xi_{sum} = \xi_1 + \xi_2 \neq 0 \quad (1.21)$$

Ordinariamente se emplea $\xi_{sum} > 0$. Entonces la distancia axial aumenta, el ángulo de montaje $\alpha_{mo} > \alpha_c$ las circunferencias primitivas y de paso no coinciden.

Al emplear en la práctica las ruedas corregidas, hay que tener en cuentas las indicaciones siguientes:

Con el desplazamiento positivo de la herramienta se pueden tallar, evitando la interferencia (el recorte) de los dientes, las ruedas dentadas con el número de dientes $z < z_{\min}$.

La rueda corregida positivamente tiene, en comparación con la rueda dentada normal, un mayor grueso del diente y por consiguiente mayor estabilidad en flexión.

Los perfiles laterales de la rueda dentada positiva se describen con una evolvente de menor curvatura, esto trae consigo un aumento en la superficie de contacto entre los dientes y por consiguiente una disminución de la presión específica.

El aumento del ángulo de montaje α_{mo} trae consigo la disminución del grado de recubrimiento.

Las ruedas corregidas negativas se emplean generalmente para garantizar la distancia axial dada. En este caso se recomienda $\xi < -0.5$.

Las ruedas dentadas negativas tienen un menor grueso del diente en comparación con las ruedas normales, por consiguiente tienen menor estabilidad en flexión.

1.3 Generalidades del Cálculo de las Tensiones Volumétricas en los Dientes de los Engranajes Cilíndricos de Dientes Rectos.

Con el cálculo de la resistencia mecánica se determinan las dimensiones mínimas de la transmisión, con las cuales no aparezca el peligro del deterioro de las ruedas dentadas. La solución más racional de este problema es posible sólo con un cálculo relacionado de la resistencia mecánica y la geometría del engrane, pues cambiando con habilidad la geometría del engrane (por consiguiente los números de dientes, los coeficientes de corrección, etc.) se puede aumentar considerablemente la capacidad de carga de la transmisión.

A consecuencia de la gran difusión que han adquirido las transmisiones por engranaje en distintas esferas de la construcción de maquinaria, la complejidad de los fenómenos que se produce en el engrane de la transmisión que funciona, las dificultades de tener en cuenta la gran cantidad de factores que influyen en la capacidad de estos mecanismos de transmitir la carga, existen muchos

métodos de cálculo de las transmisiones por engrane. Los métodos más viejos y bastantes sencillos, se referían solo al cálculo sobre la prevención de la fractura de los dientes.

Con el continuo crecimiento de las potencias a transmitir y con el aumento de las velocidades periféricas de las ruedas dentadas surgió la necesidad de calcular la resistencia mecánica por contacto de las superficies de los dientes de las transmisiones cerradas y luego, el agarramiento y otras clases de defectos.

Para realizar el cálculo total de una transmisión se hace énfasis en el cálculo geométrico y el cálculo de resistencia mecánica. En el cálculo de la resistencia se determinan los diámetros de los círculos primitivos de las ruedas (o la distancia entre los ejes), su anchura, los números de dientes y el módulo de la transmisión. En el cálculo geométrico se determinan los diámetros de las ruedas, las dimensiones de los elemento del engrane, así como las características del engrane, es decir el coeficiente de recubrimiento, el deslizamiento específico, etc.

Es oportuno señalar que en el campo del diseño tradicional los procesos de diseño y fabricación eran secuenciales, por lo tanto los cambios en el diseño suponían mucho tiempo de inversión y su implementación resultaba ser costosa. Luego con la llegada de nuevas herramientas de análisis los métodos de diseño se han convertido en procesos más iterativos y paralelos, haciendo posible la ingeniería concurrente. Con el desarrollo de nuevas herramientas de Software y plataformas de hardware más potentes, los procesos de diseño ayudados por ordenador apoyan a todas las fases del diseño en la ingeniería.

Para los cálculos realizados en la actualidad se utilizan las Normas Técnicas internacionales más prestigiosas para prevenir la fractura, como lo son la AGMA, ISO, DIN y GOST. Entre los coeficientes que se manejan dentro de las expresiones de diseño, se presenta principal interés sólo al coeficiente o factor que involucre la forma del engrane y el coeficiente que tome en cuenta la concentración de tensiones en el pie del diente; por ser de particular interés en nuestro trabajo, cabe destacar, que para la realización de este trabajo es de vital

importancia conocer la tensión real que sufre el diente en su tiempo de explotación. (Quiñones, 2004)

1.4 Principales fallas y roturas de los dientes del engranaje.

(Dobrovolski, 1991)

Existen varios tipos de deterioro en los dientes de los engranajes los cuales son: Picadura, desgaste, atoramiento, deformaciones plásticas de las superficies útiles y roturas de dientes.

1.4.1 Picadura en las superficies de los dientes:

La picadura de las superficies útiles de los dientes es la causa principal que inutiliza las transmisiones por engranaje que trabajan en abundancia de lubricación. Esta falla se caracteriza por el desprendimiento de partículas de la superficie del diente producto de la acción del lubricante. Estos desprendimientos aparecen en la zona cercana al polo por encima y por debajo de la circunferencia primitiva. Este fenómeno se debe a que aquí es donde mejor puede desarrollarse la grieta sin "limarse", ya que la velocidad de deslizamiento es muy pequeña. Los primeros hoyos por el ancho de la rueda aparecen en la zona de concentración de la carga o en los sitios de las irregularidades de la superficie que quedan después del mecanizado definitivo. En el proceso de trabajo el número de estos hoyos crece y el tamaño de algunos de ellos aumenta. El perfil del diente se altera, la superficie queda irregular y crecen las cargas dinámicas. A consecuencia de esto el proceso de picadura superficial se intensifica y toda la superficie útil del diente, inferior a la línea polar, se deteriora. El calentamiento de la transmisión y el ruido aumentan considerablemente. Esta falla suele aparecer en la zona de línea polar e inferior (en el pie del diente), a consecuencia de la pequeña velocidad de deslizamiento, el coeficiente de rozamiento y por consiguiente, la fuerza de rozamiento y la tensión por contacto de la compresión sobre la superficie serán máximas. La capacidad de las superficies de los dientes de resistir la picadura se puede elevar, aumentando la resistencia mecánica de la superficie de los dientes, aumentando los radios de curvatura de los perfiles de los mismos en la zona de contacto y eligiendo correctamente el lubricante.

1.4.2 Desgaste de los dientes:

Este deterioro de los dientes consiste en el desgaste de sus superficies útiles. En las transmisiones cerradas el desgaste de los dientes, es considerablemente menor que en las abiertas. El desgaste de las superficies de los dientes será tanto mayor, cuanto más deslizamiento específico haya entre los dientes y cuanto mayor sea la tensión por contacto a la compresión en estas superficies. Por cuanto el máximo deslizamiento específico ocurre en los puntos iniciales y finales de contacto de los dientes, entonces el máximo desgaste se produce en los pies y en las cabezas de los dientes. En el polo del engranaje no hay deslizamiento de los perfiles, por eso el desgaste en la zona circumpolar será mínimo. El espesor insuficiente de la película lubricante que no asegure el rozamiento líquido, intensifica el desgaste. El espesor de la película lubricante depende de la viscosidad del aceite, de la velocidad periférica de las ruedas, del procedimiento de suministro del lubricante al engrane, de la cantidad de aceite. Aun en condiciones óptimas, donde durante el trabajo normal la película de lubricante es suficiente, en el período de arranque y parada de la transmisión el espesor de la película lubricante puede resultar insuficiente. El ensuciamiento del lubricante con partículas abrasivas intensifica considerablemente el desgaste y produce rayado de las superficies. El desgaste de los dientes se puede reducir, disminuyendo la magnitud del deslizamiento específico y de las tensiones por contacto de compresión, aumentando la resistencia al desgaste de las superficies de los dientes y eligiendo correctamente el lubricante y el método de lubricación.

1.4.3 Falla por agarramiento:

El agarramiento de los dientes consiste en que bajo la acción de presiones altas en la zona de la película lubricante aplastada, las superficies conjugadas de los dientes se aprietan entre sí tan fuertemente que sueldan las crestas de las irregularidades y se arrancan partículas de la superficie del diente más blando produciendo desgaste y rayado en la rueda conjugada. Durante el movimiento relativo ulterior de los dientes estas partículas dejan surcos sobre la superficie, de la cual se han desprendido. Factores que tienen influencia sustancial en que se produzca el agarramiento son: la calidad y viscosidad del aceite, la duración de la acción de la carga, el grado de acabado de las superficies de contacto, la dureza de las superficies útiles de los dientes a engranar, la calidad del material

de las ruedas. Sometiendo los dientes a un asentado bajo la acción de una carga que crece gradualmente se puede aumentar la carga útil sin temer al agarramiento. En las transmisiones de pequeña velocidad el agarramiento se evita empleando lubricantes de alta viscosidad, en las rápidas aplicando lubricantes que tienen aditivos que obstaculicen la soldadura de las partículas del metal en los dientes que están en contacto (aditivos de sulfuro y cloruro de fósforo, jabón de plomo con ácidos oleico). Las deformaciones plásticas tienen lugar en los dientes fuertemente cargados bajo la acción de las fuerzas de rozamiento. Estas deformaciones plásticas aparecen con más intensidad en los dientes de acero con dureza poco elevada, particularmente con insuficiencia de lubricación y en las transmisiones de pequeña velocidad. Si se emplean aceites de mayor viscosidad las fuerzas de rozamiento disminuyen y es menor el peligro de las deformaciones plásticas. En una transmisión diseñada y fabricada correctamente, siendo normal la explotación, no debe aparecer ningún deterioro durante todo el plazo de servicio previsto. El posible surgimiento de deterioro de los dientes se manifestará con un excesivo calentamiento y fuerte ruido de la transmisión.

1.4.4 Roturas en los dientes:

La rotura de los dientes ocurre debido a la flexión de los dientes bajo la acción de la carga y cuando se produce como resultado de una sobre carga la superficie de la rotura es convexa y cuando ocurre como resultado de la fatiga tiene forma cóncava. La resistencia de los dientes a esta falla se puede elevar aumentando las dimensiones de la base del diente a través del desplazamiento positivo de la herramienta de corte durante el tallado y la disminución de la concentración de tensiones en la zona de transición mediante el aumento del radio de acuerdo y un acabado superficial esmerado de esta superficie.

1.5 Conceptos generales de la Mecánica de Fractura.

El objeto de estudio de la Mecánica de la Fractura es muy amplio, incluye por supuesto, la parte de la ciencia de la resistencia mecánica de los materiales y construcciones que está relacionada con el estudio de la capacidad de carga de los elementos, teniendo en cuenta la presencia inicial de defectos o grietas, así

como el estudio de las diversas regularidades del desarrollo de las grietas. En determinadas condiciones la grieta puede crecer, pero también puede permanecer en estado de equilibrio sin desarrollarse. Sin embargo en la actualidad su campo de acción rebasa considerablemente los límites de la cuestión acerca de la capacidad de carga y las regularidades del desarrollo de las grietas.

El control del proceso de destrucción y el conocimiento de sus regularidades ha ocupado un valor enorme en la práctica. En la gran mayoría de las aplicaciones prácticas el problema estriba en como retener el proceso de crecimiento de las grietas, sin embargo, existen otras aplicaciones donde lo que se busca es facilitar por todos los medios la destrucción como es el caso de los procesos industriales de molienda, trituración, corte de metales, etc.

La Mecánica de Fractura se ha impulsado desde los materiales metálicos, tradicionales de ingeniería, que siendo magníficos para la construcción de componentes de máquinas y como elementos estructurales, han dado a lo largo de su historia importantes roturas frágiles, que han obligado al estudio y modelización de su comportamiento.

Para el correcto entendimiento de la Mecánica de Fractura es necesario e imprescindible una base razonable que cubra suficientes conocimientos de las materias clásicas de Geometría y Matemáticas: análisis vectorial, tensional, cálculo diferencial e integral. De especial importancia es el conocimiento la Mecánica general en los temas tradicionales como son el análisis de los efectos de los esfuerzos o cargas sobre los cuerpos, y los temas referentes al sólido deformable, tratados en la Mecánica de Medios continuos: elasticidad, plasticidad y resistencia de materiales y la Termodinámica.

1.5.1 Modos de carga y desplazamiento del sólido con grietas

En la Fig. 1.9 se muestra el sistema de coordenadas cartesianas y las componentes del estado tensional en la zona de las vecindades del frente de la grieta referidas a este sistema de coordenadas. La solución del problema del desarrollo de la grieta para el caso de un entorno pequeño en las vecindades del frente de la misma puede considerarse independiente de la tensión σ_z que surge

en la dirección paralela al frente. El caso más general de tensiones y deformaciones en las vecindades del frente puede obtenerse entonces por superposición de los siguientes modos de carga (Fig. 1.9).

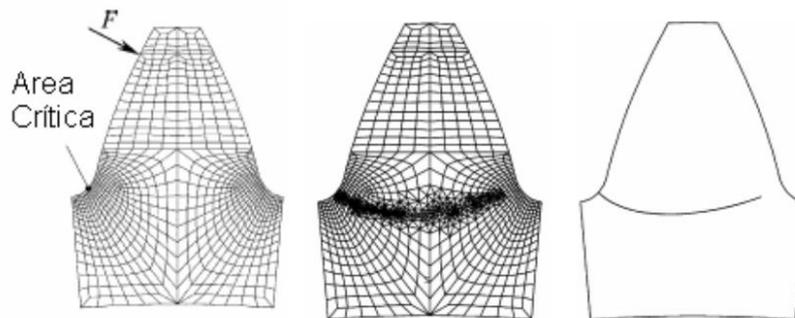


Figura. 1.9 Estado tensional real que surge en la medida que la grieta avanza en la longitud de la base del diente.

El modo I mediante el cual los desplazamientos que surgen son tales que las caras de la grieta se alejan una de la otra en direcciones opuestas y perpendiculares a las caras del corte. Estos desplazamientos son los que ocurren en la tracción o en la flexión pura tal como se muestra en la Fig. 1.10.

El modo II corresponde al caso de carga en el cual los desplazamientos de las caras de la grieta son tales que se deslizan una sobre la otra en una dirección perpendicular al frente de la grieta, tal como ocurre por ejemplo cuando se separa una viruta de material mediante una cuchilla de corte en el torno o en el caso del cortante transversal (Fig. 1.10).

El modo III es aquel modo de carga en el cual los desplazamientos de las caras de la grieta son tales que las mismas se deslizan una con relación a la otra, pero en la dirección paralela al frente de la grieta, como ocurre por ejemplo en el caso de una barra agrietada en la sección transversal en el caso de la torsión o cuando se realiza el corte mediante una tijera (Fig. 1.10).

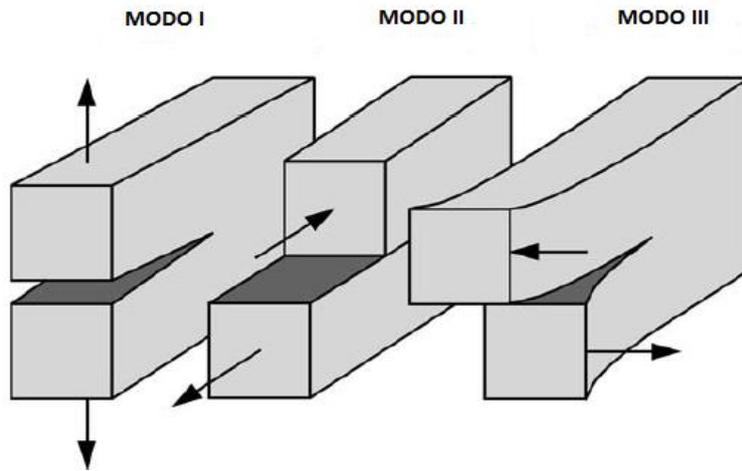


Figura. 1.10 Modos de carga y de desplazamientos. (Paredes Hugo, 2014)

1.5.2 Etapas de la propagación de la grieta.

Para estudiar el problema de agrietamiento en elementos de máquinas se consideran tres etapas durante el crecimiento de la grieta:

El **período de iniciación de la grieta** representa la localización y modo de iniciación de la grieta. Los esfuerzos fluctuantes se concentran en un punto sobre la superficie donde existen discontinuidades, que actúan como multiplicadores de tensión pudiendo ocurrir fluencia plástica y crearse la grieta.

Durante el **período de propagación de la grieta** se distingue dos fases:

La **Fase I** ocurre una vez nucleada la grieta, entonces se propaga muy lentamente hasta que sea lo suficientemente larga como para formar una concentración geométrica de esfuerzos en su extremo.

En la **Fase II**, la velocidad de extensión de la grieta aumenta y en este punto la grieta crece por un proceso de enrolamiento y agudizamiento de la punta a causa de los ciclos de tensión.

En la **Rotura** la grieta se propaga a través del componente hasta que la sección remanente intacta es incapaz de sostener los esfuerzos impuestos y ocurre la rotura o fractura súbita del componente.

1.5.3 Factor de Intensidad de Tensiones

Dentro de la literatura, se ha desarrollado un criterio significativo para el análisis de la propagación de grietas en cuerpos lineales y elásticos: el criterio basado en el campo de intensidad de tensiones existente en la vecindad de la punta de

la grieta o Criterio de Intensidad de Tensiones (K_I). Este análisis se centra en el hallazgo de un factor que define la magnitud de las tensiones locales en el entorno del fondo de la fisura: el Factor de Intensidad de Tensiones. Dependiendo del modo de aplicación de la carga, el tamaño y forma de la fisura y de las condiciones de contorno geométrico, este factor se puede expresar como (Anderson, 2005):

$$K_I = f(g) * \sigma * \sqrt{\pi * a} \quad (1.22)$$

Donde K_I es el Factor de Intensidad de Tensiones para el Modo I de agrietamiento, σ es la tensión remota aplicada, a es la profundidad de la fisura y (g) es un factor de corrección que depende de la geometría del componente y de la geometría de la fisura.

El factor de intensidad de tensiones determina el comportamiento de una grieta, por ello las soluciones analíticas para su cálculo han sido obtenidas para una amplia variedad de problemas y sus expresiones están recogidas en manuales, aunque están limitadas a un número pequeño de casos generales de agrietamiento, donde los cuerpos fisurados se consideran infinitos. Pero en situaciones prácticas, ocurre de forma contraria, ya que se emplean longitudes finitas con cargas complejas. Por tanto, existe la necesidad de desarrollar técnicas numéricas cada vez mejores que proporcionen otro enfoque para la predicción del comportamiento de una grieta.

Así como se calcula el factor de intensidad de tensiones para Modo I usando la ecuación 1.1, se pueden calcular también para los Modos II y III. Cuando se presenta el caso de modo mixto de fractura, los estudios muestran que los valores del factor de intensidad tensiones pueden ajustarse a un valor equivalente (Esmen, 2005):

$$K_{eq} = \sqrt{K_I^2 + K_{II}^2 + \frac{1}{1-\mu} * K_{III}^2} \quad (1.23)$$

1.5.4 Tenacidad a la Fractura

Se debe resaltar que la fractura ocurre cuando el nivel de tensión aplicada excede un valor crítico. Análogamente, puesto que las tensiones en el entorno del fondo de la grieta quedan definidas en términos del factor de intensidad de tensiones, debe existir un valor crítico de este parámetro, el cual puede utilizarse para especificar las condiciones de fractura frágil. Este valor crítico se denomina Tenacidad a la Fractura (K_C), y en general, puede ser expresado en la forma (Anderson, 2005):

$$K_c = Y * \sigma * \sqrt{\pi * a} \quad (1.24)$$

Donde Y es un parámetro sin dimensiones que depende de la geometría de la pieza y de la grieta, σ es la tensión aplicada y a es la profundidad de la fisura. Por definición, la tenacidad a la fractura es una propiedad que es una medida de la resistencia del material a la fractura frágil cuando una grieta está presente. En casos prácticos de agrietamiento, el factor de intensidad de tensiones K puede tomar muchos valores, dependiendo de la geometría de la grieta y del componente agrietado, mientras que la tenacidad a la fractura K_{IC} es único para un material determinado, independiente del modo de aplicación de la carga.

Así como existe un valor de tenacidad a la fractura para el Modo I de agrietamiento (K_{IC}), también existen valores para los Modos II y III. Sin embargo, el valor para el

Modo I resulta ser el predominante, debido a que los otros otorgan valores pequeños en comparación con este. Es por ello que, al hallar el valor equivalente, la variación sería mínima con respecto a K_{IC} , por lo que se toma a este valor como el equivalente cuando se requiera hallar el valor de la tenacidad a la fractura de un determinado material cuando existe un modo mixto de fractura (Esmen, 2005):

$$K_{c \text{ eq.}} = K_{IC} \quad (1.25)$$

1.5.5 Propagación de una grieta por fatiga

Todas las expresiones vistas hasta el momento de la mecánica de fractura son válidas para cargas estáticas. Sin embargo, cuando un elemento de máquina

está sometido a esfuerzos variables, es necesario tener en cuenta ciertas consideraciones adicionales, como factores o expresiones matemáticas complementarias, las cuales se abordarán en el siguiente acápite. Este es el caso de la fractura por fatiga que se abordará en el presente estudio.

Durante el crecimiento de una grieta por fatiga en un material se considera la presencia de tensiones cíclicas. Estas cargas pueden afectar la intensidad de tensiones presente a medida que aumenta la grieta, lo cual puede modificar el tiempo de vida remanente de un material agrietado.

Bajo ciertas condiciones, el crecimiento de una grieta por fatiga se puede caracterizar por el factor de intensidad de tensiones. Si se considera la posibilidad de que una grieta crezca por la presencia de una amplitud de intensidad de esfuerzo cíclico, la tasa de crecimiento se caracterizaría por la presencia de un K_{min} y un K_{max} . Es conveniente expresar la relación funcional para el crecimiento de grieta de la siguiente forma (Bannantine, 1989):

$$\frac{d_a}{d_N} = f_1(\Delta K, R) \quad (1.26)$$

Donde:

$$\Delta K = K_{max} - K_{min}$$

$$R = \frac{K_{min}}{K_{max}}$$

$$\frac{d_a}{d_N} = \text{crecimiento de grieta por ciclo}$$

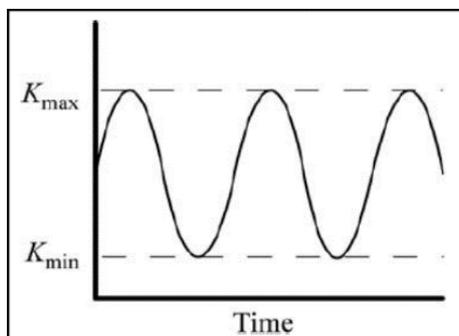


Figura 1.11. Amplitud de intensidad de esfuerzo cíclico en la fatiga (Anderson, 2005)

En la figura 1.11 se puede apreciar la variación del valor de K entre su límite superior (Kmax) y su límite inferior (Kmin), cuando se aplica una carga variable. En este trabajo se debe calcular una fuerza y su punto de aplicación donde se pueda interpretar los valores de Kmax y Kmin. Sin embargo, en la transmisión por engranajes se trabajará con un esfuerzo pulsante, por lo que el valor de Kmin sería igual a 0. Por consiguiente, el único valor de interés en el presente estudio sería Kmax, teniendo así $\Delta K = K_{max}$.

La figura 1.12 muestra un gráfico log-log de d_a/d_N vs ΔK , que ilustra el comportamiento del crecimiento de grietas por fatiga típica de los metales. La curva contiene tres regiones distintas. A valores de ΔK intermedios, la curva es lineal, pero la tasa de crecimiento de la grieta se desvía de la tendencia lineal en niveles altos y bajos de ΔK . En el extremo inferior, se aproxima a cero en un ΔK con un valor pequeño en el cual se considera que la grieta no crecerá. En la Región III la tasa de crecimiento de la grieta se acelera a medida que Kmax se acerca a K_c , la tenacidad a la fractura del material. A valores altos de Kmax, la mecánica de la fractura lineal elástica ya no es válida.

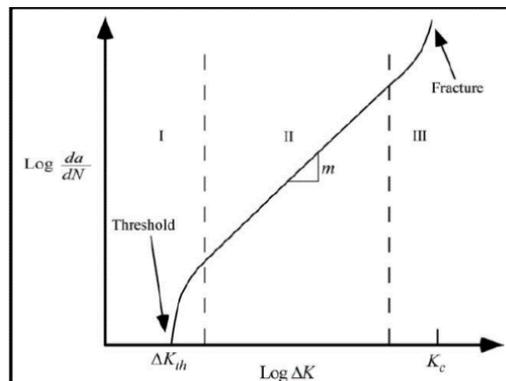


Figura. 1.12 Comportamiento de crecimiento de grietas por fatiga típica de los metales.

La región lineal de la gráfica log-log en la figura 1.12 puede ser descrita por una ley de potencia, conocida como la Ley de Paris (Bannantine, 1989):

$$\frac{da}{dN} = C * \Delta K^m \tag{1.27}$$

Donde C y m son constantes del material que se determinan experimentalmente. De acuerdo con lo anterior, la tasa de crecimiento de grietas por fatiga depende sólo de ΔK .

En el presente trabajo de tesis, se usará la Ley de Paris para poder determinar los ciclos de vida remanente de un engranaje agrietado y poder determinar si es apto para continuar con su labor por un tiempo adicional antes de ser descartado.

1.5.6 Métodos de detección de fisuras en componentes mecánicos.

La principal justificación para el empleo de la Mecánica de Fractura se basa en que una estructura o elemento de máquina puede poseer en su interior o de manera superficial grietas, vacíos, imperfecciones, etc. Para poder detectar tales imperfecciones se puede usar los métodos por ensayos no destructivos:

Inspección visual.

La inspección visual es la técnica más usada por su versatilidad y su bajo costo. En ella se emplea como instrumento principal el ojo humano, el cual es complementado frecuentemente con instrumentos de magnificación, iluminación y medición.

Este método se limita a la detección de defectos superficiales. No se requiere de un gran entrenamiento para realizar una inspección visual correcta, pero los resultados dependerán en buena parte de la experiencia del inspector, y de los conocimientos que éste tenga respecto a la operación. En este trabajo, es posible usar este método para identificar grietas presentes en los engranajes, mediante el empleo de lupas, linternas, amplificadores, regletas u otros instrumentos (Ponce, 2007).



Figura 1.13. Instrumentos de medición y magnificación usados en la inspección visual (Ponce, 2007).

Líquidos penetrantes.

La inspección por líquidos penetrantes se utiliza para identificar discontinuidades presentes en la superficie de los materiales examinados. El procedimiento consiste en aplicar un líquido coloreado o fluorescente a la superficie en estudio, el cual penetra en cualquier discontinuidad que pudiera existir debido al fenómeno de capilaridad. Después de un determinado tiempo se elimina el exceso de líquido y se aplica un revelador, el cual absorbe el líquido que ha penetrado en las discontinuidades y sobre la capa del revelador se delinea el contorno de éstas. Actualmente existen 18 variantes de inspección para este método; cada una de ellas desarrollada para una aplicación y sensibilidad específica (siendo un tamaño de aproximadamente medio milímetro la medida más pequeña para este ensayo) (Ponce, 2007).



Figura 1.14. Aplicación de líquidos penetrantes para resaltar fisuras (Ponce, 2007).

Ultrasonido

El ensayo por ultrasonido consiste en vibraciones mecánicas que se transmiten en el material por medio de ondas de la misma naturaleza que el sonido, pero con frecuencia mayor a los 20,000 ciclos/segundo (Hz). Las ventajas principales de esta inspección son la gran velocidad de prueba, debido a que proporciona indicaciones prácticamente instantáneas de la presencia de discontinuidades; y su gran exactitud en la determinación de la posición de discontinuidades, estimando sus tamaños, orientaciones y profundidad.

Para este trabajo, se puede usar el método por ultrasonido para detectar la profundidad de una grieta superficial utilizando un sistema de transmisión pulso-eco, en el cual se inciden impulsos de vibraciones ultrasónicas sobre el engranaje, de tal forma que la energía reflejada en las discontinuidades proporcionen una buena base para poder valorar el tiempo transcurrido en ida y vuelta del impulso y permita así determinar la distancia a la cual se encuentran las discontinuidades desde la superficie o pared posterior. Las herramientas principales para esta inspección son un generador electrónico de señales que produce pulsos eléctricos, y el transductor que emite el haz de ondas ultrasónicas cuando recibe los pulsos eléctricos (Ponce, 2007).

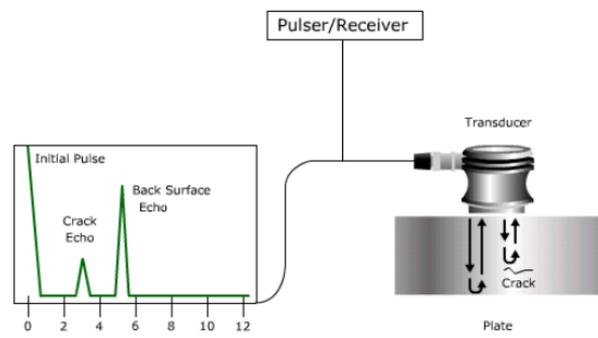


Figura 1.15. Lecturas obtenidas por uso del palpador (Merino Ponce 2007).

Conclusiones Parciales del Capítulo I:

- 1- De la revisión bibliográfica realizada resulta evidente que el tema de los engranajes, y en particular de los engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores, sigue siendo de gran interés para los diseñadores y especialistas sus principales clasificaciones y fallas en las industrias del mundo.
- 2- Se mencionan los resultados de investigaciones anteriores desarrolladas en el colectivo de ingeniería mecánica de la universidad de Cienfuegos y de distintas universidades del mundo con respecto a los distintos métodos de construcción y parámetros de control de engranajes.
- 3- Se abordaron los principales conceptos de Mecánica de la Fractura, así como las etapas de propagación de una grieta y los diferentes modos de carga a los que está sometida esta.
- 4- Se resumieron los principales métodos de detección de fisuras no destructivos en componentes mecánicos usados en la actualidad, útiles cuando la fisura alcanza un tamaño aproximadamente de 3 mm.



CAPÍTULO II



Capítulo 2 Cálculo de la tensión a flexión del diente.

En este capítulo se tendrán en cuenta las distintas Normas Internacionales para el cálculo de la tensión real en el diente del engranaje utilizando el efecto de la Fricción y la corrección incidiendo directamente en el factor de forma de los dientes.

2.1 Cálculos para la Resistencia de los Dientes a la Fractura por Fatiga según las Normas Actuales.

(Quiñones, 2004)

Esta viene a ser la consideración inicial de todo análisis sobre engranajes con el objetivo de obtener la tensión de flexión pulsante que se produce en el pie de diente. Fue Wilfred Lewis (USA-1892) quien primero desarrolló una fórmula para calcular dicha tensión, la cual se basa en la semejanza existente entre una barra prismática con carga en voladizo y un diente de engranaje con la carga aplicada en el extremo exterior, ver Figura 2.1. Luego de esta analogía se obtiene la distribución de tensiones en el diente la cual tiene la forma de una parábola (denominada de tensión constante) y que ha permitido a otros especialistas aplicar estos resultados para evaluar las tensiones en el pie del diente que están asociados a la falla por rotura.

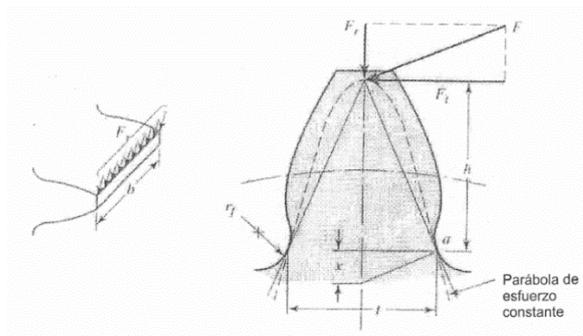


Figura 2.1. Analogía de Lewis para el análisis del pie del diente

La ecuación de Lewis para la tensión de flexión es:

$$\sigma = \frac{F_t P}{b Y} \quad (2.1)$$

Donde:

σ = Tensión de flexión en el diente del engranaje

F_t = fuerza tangencial en el diente

P = paso diametral

b = ancho del diente

Y = factor de forma de Lewis

Es indudable la influencia de Lewis en la norma americana *AGMA 908-B8* para engranajes y en la actualidad esta expresión básica de análisis ha sido mejorada en función de otras influencias de funcionamiento.

2.1.1 Norma AGMA para el cálculo de engranajes:

La norma, plantea una ecuación para calcular las tensiones en el diente y una ecuación para la determinación de la tensión admisible, la ecuación para el cálculo de tensiones es:

$$\sigma_b = \frac{W_t K_A K_m}{F m J K_V} K_S K_B K_J \quad (2.2)$$

Para una operación segura, es responsabilidad del diseñador especificar un material que tenga una tensión por flexión permisible mayor que la tensión calculada mediante la anterior ecuación. Para la determinación de esta tensión admisible, AGMA ha establecido números de tensión permisible (*Sat*) para una gran variedad de materiales que comúnmente se emplean para fabricar engranajes. La magnitud de la tensión admisible, se determina según la siguiente expresión:

$$\sigma_{adm} = \frac{K_t S_{at}}{K_T K_R S_F} \quad (2.3)$$

El factor Geométrico *J* tiene por objeto introducir el efecto de la forma del diente en la ecuación de cálculo y contempla un factor modificado de Lewis (*Y*), la posición del diente en la que se aplica la carga crítica, el factor de concentración de tensiones por fatiga (*Kf*) según el método de Dolan-Broghamer y una relación de repartición de carga entre uno o más pares de dientes según [63]. En la Figura 2.2 se muestra un gráfico para la determinación de este factor geométrico para engranajes de dientes rectos, con 20° de involuta y altura completa.

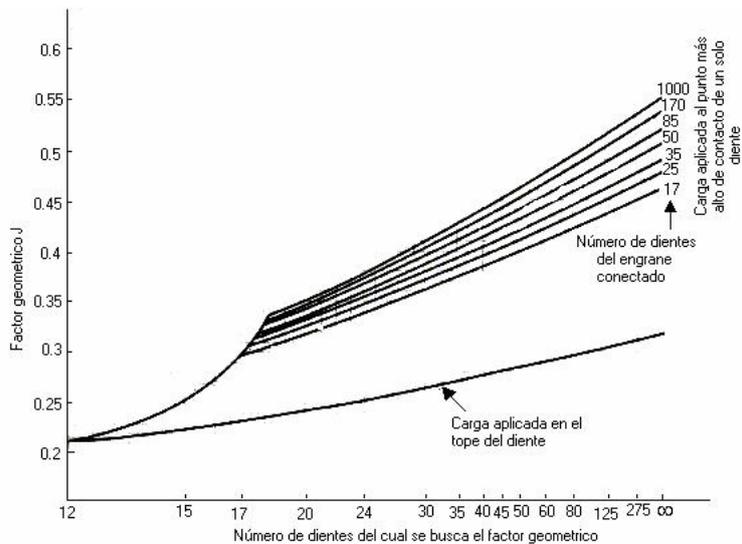


Figura 2.2 Gráfico para la determinación del Factor Geométrico J .

2.1.2 Norma ISO para el Cálculo de Engranajes consideraciones básicas:

La formulación y procedimientos se describen en la *Norma ISO 6336*. Al igual que en la metodología AGMA, el sistema ISO calcula la resistencia de contacto o de picadura y la resistencia a la flexión en los dientes del engranaje. La nomenclatura de esta norma, utiliza el subíndice H para hacer referencia a tensiones en la superficie, y el subíndice F para hacer referencia a tensiones de flexión. La formulación presentada por *ISO 6336* no es aplicable cuando existe alguna de las siguientes condiciones:

- Engranajes rectos con razón de contacto transversal menor que uno.
- Engranajes rectos o helicoidales con razón de contacto transversal mayor que 2.5.
- Cuando existe interferencia entre la punta y la raíz del diente.
- Cuando los dientes son punteados.
- Cuando los dientes son contruidos de material plástico, cuando se construye usando soldadura, o cuando los engranes son contruidos por sinterizado.

Análisis de tensiones por flexión en la raíz del diente:

El modelo de cálculo según la metodología ISO, considera la tensión máxima en el punto de tangencia entre la raíz del diente y una recta inclinada 30° con respecto del eje radial en la mediatriz del diente, tal como se aprecia en la Figura 2.3 (Aproximación hecha por *Hofer*)

Este análisis se ha llevado a cabo también por el método de elementos finitos; y aun variando el punto de aplicación de la carga, las tensiones máximas de flexión siguen resultando en puntos muy cercanos al propuesto. De acuerdo con la metodología ISO, el punto de aplicación de la carga, se considera en el punto más alto de contacto de un solo par de dientes. El cálculo de las tensiones en la base del diente lo establece ISO según las siguientes consideraciones:

- En el análisis de tensiones sólo se tienen en cuenta la componente de flexión producida por la carga, despreciando por lo tanto la tensión debido a la carga de compresión.
- La sección crítica se determina, por las tangentes al perfil que forman 30° con el eje del diente.

La Norma ISO 6336-3 fundamenta el cálculo por flexión sobre la base de la ecuación (2.5) para calcular las tensiones de flexión de los dientes de los engranajes. Con la ecuación (2.6) se calcula la tensión admisible de este a la flexión, en el cual interviene el material del engrane.

$$\sigma_F = \sigma_{FO} K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} \quad (2.5)$$

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{FE} Y_{NT}}{S_{Fmin}} Y_{\delta relT} Y_{R relT} Y_X = \frac{\sigma_{FG}}{S_{Fmin}} \quad (2.6)$$

Donde:

$$\sigma_{FO} = \frac{F_T}{b \cdot m_n} \cdot Y_F \text{ -Tensión nominal, con la máxima fuerza tangencial. [MPa]}$$

b- Ancho del engranaje.

Y_F - Factor de Forma.

σ_{FP} - Tensión permisible a la flexión.

El Factor de Forma Y_F se calcula en dependencia del punto de aplicación de la fuerza. A continuación se presenta un procedimiento matemático en dependencia de la geometría del diente para su determinación. En la Figura 1.11 sea el esquema de análisis correspondiente.

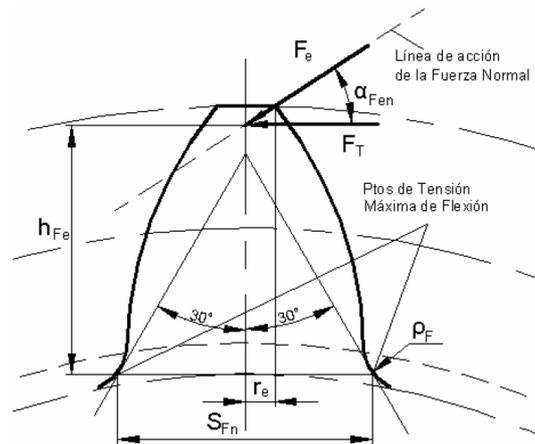


Figura 2.3 Esquema de Análisis ISO para la determinación de las tensiones en la base del diente.

$$Y_F = \frac{\frac{6H_{Fe} \cos \alpha_{Fen}}{m_n}}{\left(\frac{S_{Fn}}{m_n}\right)^2 \cos \alpha_n} \quad (2.7)$$

Donde:

h_{Fe} - Brazo de la fuerza tangencial que provoca momento de flexión en el punto exterior de los dientes en contacto.

α_{Fen} - Angulo en dirección de la carga, pertinente a la dirección de la aplicación de la carga en el punto de contacto de los dientes del engranaje recto.

S_{Fn} - Espesor en la raíz del diente en una sección cilíndrica.

La Norma ISO no contempla coeficiente para la concentración de tensiones. Vale destacar que la Norma DIN 3990 cumple con especificaciones muy similares a la Norma ISO 6336, por esta razón las expresiones de cálculo de la tensión de flexión y su valor admisible no se presenta en este trabajo.

2.1.3 Norma GOST para el Cálculo de Engranajes consideraciones básicas:

El cálculo de engranajes, se basa principalmente en dos análisis; uno para las superficies en contacto y el análisis de fractura por flexión. El primero se determina por las tensiones de contacto, por tanto las relaciones de cálculo se basan en la confrontación de las tensiones de contacto de los dientes en los puntos de posible deterioro; y el análisis a la fractura se determina por la tensión en la zona peligrosa en la curva de transición del diente, basando el cálculo en

comparar las tensiones en el pie del diente con la tensión admisible del material a la flexión.

Cálculo de los dientes para prevenir fractura por flexión:

El cálculo de engranes, se basa principalmente en el análisis para las superficies en contacto y el análisis de fractura por flexión. La metodología GOST, al igual que en el método de ISO, considera que la sección peligrosa del diente se encuentra en los puntos de tangencia entre el contorno en la base del diente y la recta tangente que trazadas forma un ángulo de 30° respecto al eje medio del diente. A diferencia de ISO, la metodología GOST, considera en el cálculo a flexión, las tensiones por compresión que genera la componente radial de la carga transmitida sobre el diente. Las tensiones por flexión en los engranajes helicoidales se calculan con la geometría del engranaje recto equivalente. La tensión nominal a la flexión se calcula con la carga supuestamente ubicada en la punta o cabeza del diente, que posteriormente se corrige para que pase al punto superior de carga del diente.

El método *GOST 21354-86* divide la fuerza que actúa sobre los dientes en dos componentes; la perpendicular flexiona al diente y la longitudinal lo comprime.

La tensión de flexión se calcula como:

$$\sigma'_f = \frac{6w_r l}{s^2} \quad (2.8)$$

La tensión a la compresión se calcula como:

$$\sigma_{com} = \frac{w_r \text{sen} \delta}{s} \quad (2.9)$$

El efecto combinado de ambas en la zona de máxima carga del pie del diente será:

$$\sigma_f = \sigma'_f - \sigma_{com}$$

$$\sigma_f = \frac{w_r}{m} \left(\frac{\frac{6l}{m}}{\frac{s^2}{m^2}} - \frac{\text{sen} \delta}{\frac{s}{m}} \right)$$

$$\sigma_f = \frac{w_r}{m} \cdot Y_F \quad (2.10)$$

Donde:

Y_F – es el coeficiente que depende del factor de forma del diente.

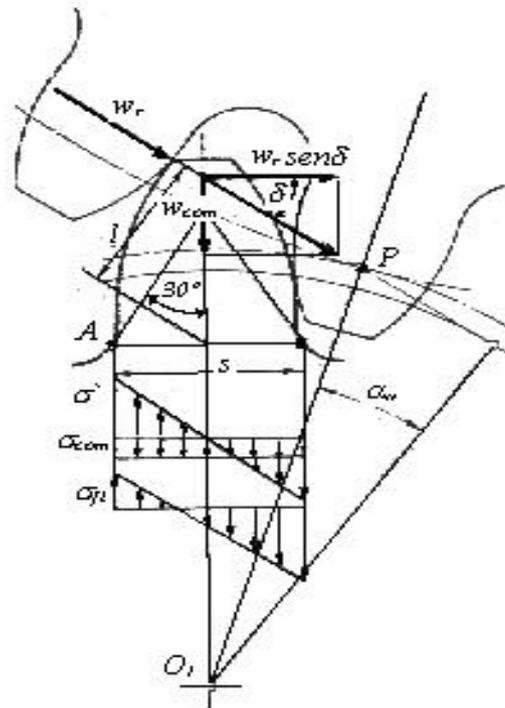


Figura 2.4 Análisis de tensiones a flexión sobre el diente según el método GOST

El cálculo de resistencia por flexión se realiza en la base del diente. La ecuación (2.11) es la ecuación de la tensión por flexión presentada por GOST.

$$\sigma_f = Y_F Y_\varepsilon Y_\beta \frac{F_t K_{F\alpha} K_{F\beta} k_{Fv}}{b m} \quad (2.11)$$

Para comprobar la resistencia al material a la flexión se utiliza la siguiente ecuación.

$$[\sigma_f] = \frac{\sigma_{Flim.b}^0 K_{Fg} K_{Fd} K_{Fc} K_{Fp}}{S_F} Y_S Y_R K_{xF} \quad (2.12)$$

El Factor de Forma Y_F se toma del Gráfico mostrado en la Figura 2.5. Como se aprecia en la Figura 2.5 el Factor de Forma depende del número de dientes y del Coeficiente de Corrección. El valor del Coeficiente de Concentración de Tensiones Y_S se determina por tablas o gráficos en función del módulo del engranaje, véase Figura 2.6.

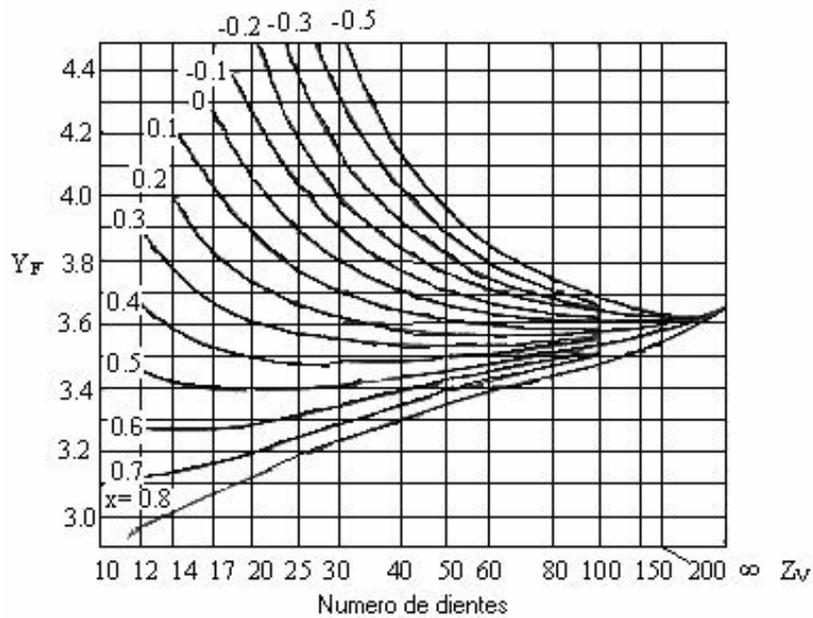


Figura 2.5. Factor de Forma según la Norma GOST 21354-86

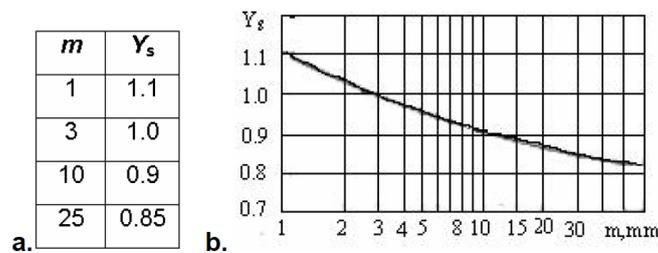


Figura 2.6. a. Tabla para calcular Y_S . b. Gráfico para determinar Y_S .

2.2 Determinación de la tensión a la flexión:

Por el cálculo de la resistencia mecánica es necesario determinar tales dimensiones mínimas de la transmisión, con las cuales no aparezca el peligro del deterioro de las ruedas dentadas. La solución más racional de este problema es posible solo con un cálculo relacionado mutuamente de la resistencia mecánica y la geometría del engrane, puesto que, cambiando con habilidad la geometría del engrane (por consiguiente, los números de dientes, los coeficientes de corrección, el ángulo de inclinación de los dientes, etc) se puede aumentar considerablemente la capacidad de carga de la transmisión.

Para este cálculo usaremos la metodología que nos brinda el libro de Elementos de Maquinas-Dobrovolski en donde se utiliza la norma GOST y examinaremos las fuerzas que actúan en un par engranado de ruedas de dientes rectos. Es necesario tener en cuenta el diagrama de esfuerzo.

En el cálculo de esta es necesario destacar la simplificación utilizada por (Dobrovolski, 1991) la cual depende del factor de forma, el modulo y la carga específica.

$$\sigma_{flex} = \frac{q_p}{my} \quad (2.13)$$

2.2.1 Determinación del factor de forma del diente (y):

Para hallar el factor de forma utilizaremos la ecuación 2.7 tomada de (Tejeda, 2016) que tiene en cuenta el coeficiente de fricción y el coeficiente de corrección en los dientes del engranaje. Este proceso se realizó para valores del coeficiente de fricción desde 0 hasta 0,8 y para el coeficiente de corrección desde -0,6 hasta 2.

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b \quad (2.14)$$

Donde a y b son coeficientes que dependen de la fricción y la corrección, estos se buscan en las tablas dadas en los anexos.

2.2.2 Determinación de la corrección en una rueda dentada:

En el caso que se tenga una transmisión por engranaje y no se tenga datos para determinar la magnitud de su corrección, puede utilizarse la fórmula para calcular el radio de fondo proporcionado por (Baranov, 1985):

$$R_f = \frac{1}{2}(Z - 2,5)m + \xi m$$

$$\xi = \frac{R_f}{m} - \frac{1}{2}(Z - 2,5) \quad (2.15)$$

Donde:

Z el número de dientes

R_f el radio de fondo

Este valor puede dar negativo o positivo, dependiendo de la corrección que tenga la rueda. En el caso que sea cero se entiende que no tiene corrección.

2.2.3 Determinación del ángulo de presión y una transmisión por engranaje corregida:

Cuando es necesario comprobar una transmisión y su distancia entre centros no coincide con el valor hallado mediante la fórmula (1.12) quiere decir que la transmisión tiene corrección angular y por tanto varía el ángulo de presión alfa.

$$\alpha' = \cos^{-1} \left(\cos \alpha * \left(\frac{A}{A'} \right) \right) \quad (2.16)$$

Donde:

A' distancia entre centros real.

A distancia entre centros calculada por la expresión (1.12)

α 20 grados.

2.2.4 Coeficiente de fricción de los engranajes.

Los factores que influyen en la magnitud del coeficiente de fricción en los engranes son los siguientes (Dobrovolski, 1991).

1. Calidad (acabado) de la superficie de los dientes.
2. Propiedades y cantidad de lubricante.
3. Velocidad de las ruedas.
4. Magnitud de la carga a transmitir.

Los experimentos han demostrado que el coeficiente de rozamiento f disminuye con el aumento de la viscosidad del aceite, con el aumento de la velocidad de deslizamiento y con el aumento de la velocidad periférica.

De acuerdo con la lisura de la superficie, de la velocidad periférica y de la viscosidad del lubricante, el coeficiente (f) puede variar en los límites de 0,05 a 0,010. Si se trabaja sin lubricación o con lubricación deficiente la magnitud del coeficiente de rozamiento crece bruscamente y puede alcanzar las magnitudes de 0,7 a 0,8.

En la magnitud del coeficiente de fricción Fuentes demostró en su Tesis de Doctorado que influye la temperatura de la superficie de fricción y no la del lubricante (Fuentes,1997).

El máximo valor del coeficiente de fricción se obtiene para velocidades de deslizamiento de 1 a 0,25% de la velocidad de rodamiento.

El coeficiente de fricción entre los dientes de las transmisiones por engranajes depende de la geometría de los dientes, de la carga específica, de la velocidad, la viscosidad del lubricante y la rugosidad superficial de los flancos de los dientes y se puede calcular por la siguiente expresión (Fuentes,1997)

$$f = 0.2 \left(\frac{q_p}{\mu V} \right)^{0.25} * \left(\frac{Ra}{\rho_r} \right)^{0.25} \quad (2.17)$$

Donde:

q_p - carga específica de contacto $\left[\frac{N}{m} \right]$

μ - viscosidad absoluta del aceite lubricante $[Pa \cdot s]$

V - velocidad periférica de los engranajes $\left[\frac{m}{s} \right]$

ρ_r radio de curvatura reducido en el polo del engranaje $[m]$

R_a - rugosidad superficial combinada de las superficies de los dientes en contacto $[m]$

En (Kragelsky, 1981), (Shafer, G. H. 1989) se relacionan acabados superficiales típicos para diferentes procesos tecnológicos, en el caso del fresado a que pudieran ser sometidos los flancos de los dientes de los engranajes (Herrera, 1983); (Sánchez, 1985, 1988) se pueden obtener rugosidades entre $R_a = 1,6$ a $6,3 \mu m$. En (Orlov P. 1985) se plantea que en la elaboración de ruedas dentadas por cepillado y fresado se alcanza una rugosidad de $R_a = 1,25$ a $5 \mu m$.

Según (Dobrovolski, 1991) en las transmisiones por engranajes, de acuerdo con la lisura de la superficie, la velocidad periférica y la viscosidad del lubricante el coeficiente de fricción debe variar entre los límites de 0,05 a 0,1. Para transmisiones abiertas con deficiente lubricación el coeficiente de fricción crece bruscamente y puede alcanzar valores de 0,7 a 0,8.

La aplicación práctica de la ecuación empleada para calcular el coeficiente de fricción demuestra que la misma da valores altos, por lo que el tutor del presente trabajo sugiere emplearla solamente en transmisiones abiertas o en cerradas con dificultades de lubricación, como ocurrió con los reductores Flender de la transmisión de los molinos de caña en el Central Azucarero 'Elpidio Gómez' (Cabrera, 1999), no obstante es la única ecuación conocida para calcular este coeficiente y se utilizará en el presente trabajo.

2.2.5 Determinación de la rugosidad superficial combinada de las superficies de los dientes en contacto (R_a).

La rugosidad superficial combinada de los dientes en contacto se calcula por la siguiente expresión:

$$R_a = \frac{1}{2}(R_1 + R_2) \quad (m) \quad (2.18)$$

Dónde:

R₁- rugosidad de los dientes de la rueda conductora

R₂- rugosidad de los dientes de la rueda conducida

2.2.6 Determinación del radio de curvatura reducido en el polo de engrane

ρ_r .

$$\rho_r = \frac{(z_1 \cdot z_2)}{(z_1 + z_2)} \cdot \left(\frac{m}{2} \operatorname{sen} \alpha \right) \quad (\text{mm})$$

(Z₁) Número de dientes del piñón

(m) Módulo

2.2.7 Determinación de la velocidad periférica de la rueda conductora (V₁).

$$V_1 = \frac{\pi \cdot Z_1 \cdot m \cdot n_1}{60000} \text{ m/s} \quad (2.19)$$

Donde:

(Z₁) Número de dientes del piñón

(m) Módulo

(n₁) Frecuencia de rotación de entrada (rpm):

2.2.8 Determinación de la viscosidad dinámica del aceite (Pa*s).

$$\mu = \nu \cdot \rho \quad (2.20)$$

Donde:

(ν) Viscosidad cinemática

(ρ) Densidad del aceite

2.3 Determinación de la carga específica (q_p):

$$q_p = q K_c K_d = \frac{M_{tor} K_c K_d (i \pm 1)}{A B i \cos \alpha} \quad (\text{N/mm}) \quad (2.21)$$

Las inexactitudes de la fabricación son inevitables y por eso en una transmisión efectiva el trabajo simultáneo de dos pares de dientes es posible solo en el caso en que la deformación sumaria del par de dientes, bajo la carga sea mayor que la diferencia Δ de las separaciones entre los dientes base de la rueda y el piñón. Esto tendrá lugar a valores pequeños de $\Delta = t_{01} - t_{02}$ es decir para las

transmisiones con elevada exactitud (desde el primero al séptimo grado). Para las transmisiones del 8-12 grados de exactitud debido a los errores del paso dental base, en el momento de engranar el diente por la cabeza, en el efectuara toda la carga P_n . Por consiguiente, el cálculo de la fractura de los dientes de estas trasmisiones se adopta también toda la carga P_n en el momento de aplicarla en la cabeza, que actúa por una línea de contacto de longitud igual al ancho de la rueda. De modo que la carga nominal de la línea de contacto es decir la carga específica es igual:

$$q = \frac{P_n}{B} = \frac{M_{tor}(i+1)}{ABi \cos\alpha} \quad (\text{N/mm}) \quad (2.22)$$

Siendo B el ancho de la rueda en (mm)

t_{01} paso del piñón

t_{02} paso de la corona

2.3.1 Determinación de la fuerza normal (P_n) sobre el diente:

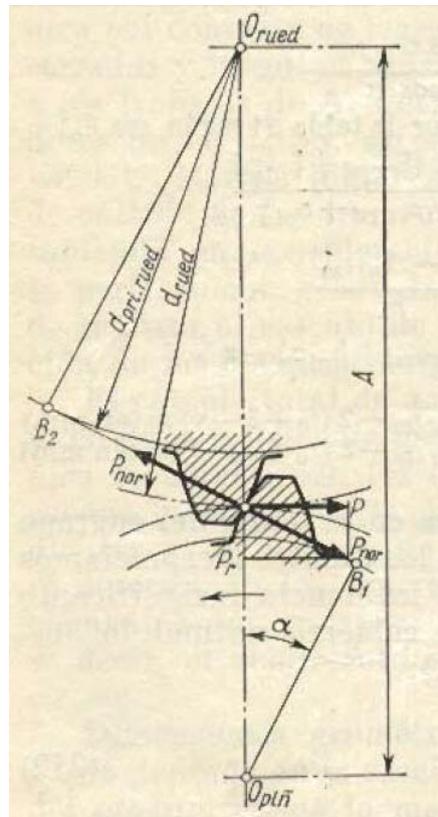


Figura 2.7 Diagrama de esfuerzo

La presión total sobre el diente P_n actúa en el plano del engrane normalmente con respecto a la superficie de los dientes.

$$P_n = \frac{2M_{tor}}{d_{piñ} \cos \alpha} \quad (\text{N})$$

Puesto que:

$$d_{piñ} = \frac{2A}{i \pm 1} \quad \text{y} \quad d_{rued} = \frac{2Ai}{i \pm 1} \quad (\text{siendo } i = \frac{z_{rued}}{z_{piñ}} \geq 1)$$

Entonces:

$$P_n = \frac{M_{tor}(i \pm 1)}{Ai \cos \alpha} \quad (\text{N}) \quad (2.23)$$

Donde:

M_{tor} es el momento torsor en (N-mm)

d_{rued} es el diámetro de la rueda dentada en (mm)

A es la distancia entre centros en (mm)

i relación de transmisión

z número de dientes

α ángulo de presión

2.3.2 Determinación del coeficiente de concentración de la carga (K_c):

$$K_c = \frac{q_{max}}{q} \quad (2.24)$$

La magnitud q_{max} depende de muchos factores: del lugar que están las ruedas en los arboles con relación a los cojinetes; de la longitud y del diámetro de los árboles de la transmisión; de la anchura relativa del piñón $\Psi_{piñ} = \frac{B}{d_{piñ}}$; de la rigidez sumaria de los dientes de las ruedas, etc. Por tanto es difícil determinar el valor exacto de K_c debido a la complejidad del problema. Para las transmisiones de 8 grado de exactitud con ruedas de acero y dureza de la superficie de los dientes de $HB \geq 350$ se puede utilizar los valores de orientación aportados en la siguiente tabla:

$\psi_{\tilde{r}\tilde{i}\tilde{n}} = \frac{B}{d_{\tilde{p}\tilde{i}\tilde{n}}} =$ $= \psi \frac{(i \pm 1)}{2}$ $(\psi = \frac{B}{A})$	Disposición simétrica de los cojinetes cerca de las ruedas dentadas	Piñón dispuesto asimétricamente con relación a los cojinetes		Piñón dispuesto sobre consola
		Arbol muy rígido	Arbol menos rígido	
0,2	1	1	1,05	1,15
0,4	1	1,04	1,10	1,22
0,6	1,03	1,08	1,16	1,32
0,8	1,06	1,13	1,22	1,45
1,0	1,10	1,18	1,29	—
1,2	1,14	1,23	1,36	—
1,4	1,19	1,29	1,45	—
1,6	1,25	1,35	1,55	—

Tabla 2.1 coeficiente de concentración de la carga Kc

Para las transmisiones de mayor exactitud (7° y 8° grados) los valores de la tabla $K_c > 1.05$ se pueden disminuir y para las transmisiones de menor exactitud (9° y 10° grados) el coeficiente K_c se debe aumentar de un 5 a un 10%.

Si en la transmisión hay siquiera una rueda hecha de fundición, entonces a consecuencia del pequeño módulo de elasticidad y, por consiguiente, de la menor rigidez de los dientes, los valores de la tabla $K_c > 1.05$ conviene disminuirlo en un 5%.

Para la transmisión con ruedas de plástico, por causa de que el módulo de elasticidad de los plásticos es demasiado pequeño, se adopta $K_c = 1$.

Con una dureza de la superficie de los dientes de $HB < 350$, aunque sea en una de las ruedas del par durante el proceso de funcionamiento se produce un asentado de los dientes a cuenta del desgaste más rápido que tiene lugar en los sectores más cargados. A la acción de una carga constante el asentado de los dientes tiene lugar bastante rápidamente y por eso se puede adoptar $K_c = 1$.

Si la carga es variable entonces el asentado será parcial y se puede aceptar tal como viene dado por:

$$k_c = \frac{K_c \text{ tabla} + 1}{2} \quad (2.25)$$

Sin embargo, hay que tener presente que en las condiciones de desalineación el contacto puede llegar a ser inferior incluso al 50 %, logrando que este coeficiente en la realidad mucho mayor.

En la Fig. 2.8 se muestra una gráfica que ilustra esta situación. La carga específica entre los dientes q_0 se calcula suponiendo que el contacto es a lo largo

de toda la longitud, se considera solamente que la carga se concentra en los extremos tal como se muestra en la línea de trazos discontinuos dibujada en negro, pudiendo elevar su magnitud hasta el valor $q'_0 = k_c \cdot q_0$. Ahora bien si la mancha de contacto es del 50 % toda la carga se transmite en la mitad de la longitud del diente y la carga específica teóricamente se duplicará hasta un valor $q_1 = 2 \cdot q_0$ pero la distribución de la carga en estas condiciones de contacto parcial no puede ser uniforme y en la realidad se comportará teóricamente según una distribución triangular como se muestra en la línea de trazo continuo dibujada en azul, o sea, que la carga específica local en uno de los extremos del diente alcanzará un valor $q'_1 = 4 \cdot q_0$ y en la realidad la distribución no será lineal, sino que se comportará como se muestra en la línea de trazos discontinuos dibujada en azul. Resumiendo lo explicado se puede sintetizar diciendo que la norma GOST no aprecia claramente la situación de la concentración de carga en un diente de engranaje cuando la mancha de contacto es menor que el 100 % de la longitud del diente, pudiendo en un caso de mancha de contacto inferior al 50 % elevarse el coeficiente de concentración de carga hasta valores de $k_c = 5$ o mayores. (Tarapasade, 2007)

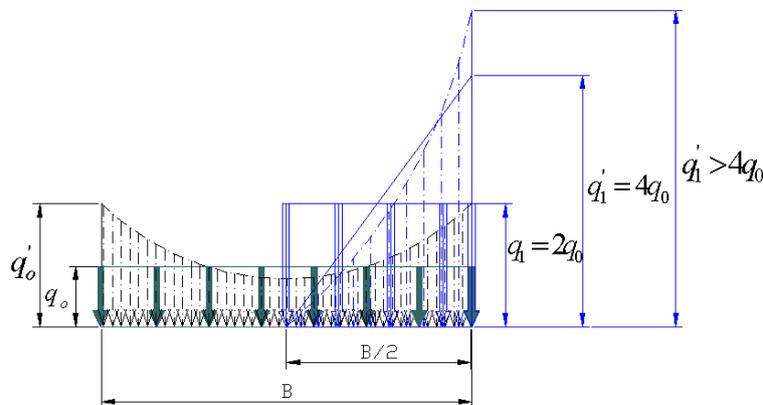


Figura 2.8 Distribución de la carga específica de contacto del 50% (Tarapasade, 2007)

2.3.3 Determinación del coeficiente de carga dinámica (Kd):

Las inexactitudes del engranaje, condicionados por la falta de precisión de la herramienta y de la máquina para elaborar engranajes, son la causa de un funcionamiento no rítmico de las transmisión. A consecuencia de esto, incluso a velocidad constante de la rueda conductora, la rueda conducida gira irregularmente. Las aceleraciones angulares que surgen en este caso son la causa de que los dientes entren en engrane con golpes provocando así cargas

dinámicas complementarias en los dientes. Esta produce ruido y vibración en la transmisión y disminuye la capacidad de las ruedas de transmitir carga útil. Cuanto mayor sea la velocidad periférica de las ruedas más alto debe ser el grado de exactitud que satisfaga la transmisión. La relación de la carga total (P_n+P_d) respecto a la carga normal (P_n) se llama coeficiente de carga dinámica:

$$k_d = \frac{P_n+P_d}{P_n}$$

$$k_d = 1 + \frac{P_d}{P_n} \quad (2.26)$$

La elección de la magnitud K_d se puede hacer por la tabla 2.2 en la cual los valores del coeficiente K_d se dan de acuerdo con la dureza superficial de los dientes debido a que con el aumento de la resistencia mecánica de los dientes es posible aumentar la carga P_n y por consiguiente disminuir el coeficiente K_d .

Grado de exactitud	Dureza de la superficie de los dientes de la rueda	Velocidad periférica v , en m/seg			
		< 1	1-3	3-8	8-12
6	≤ 350	—	—	1,2	1,3
	> 350	—	—	1,2	1,3
7	≤ 350	—	1,25	1,45	1,45
	> 350	—	1,2	1,3	1,4
8	≤ 350	1	1,35	1,55	—
	> 350	1	1,3	1,4	—
9	≤ 350	1,1	1,45	—	—
	> 350	1,1	1,4	—	—

Tabla 2.2 Coeficiente de carga dinámica K_d para ruedas de dientes rectos

2.3.4 Cálculo de la tensión permisible:

La magnitud del esfuerzo admisible depende del material y de su tratamiento térmico o químico – térmico, del carácter de la carga del diente (en uno o en dos lados), del régimen de trabajo de la transmisión, de la forma de la curva de transición y de la calidad de la superficie en este lugar del diente. Al cargar un diente en un lado (carácter pulsante del cambio de los esfuerzos) las magnitud del esfuerzo permisible se determina por la siguiente fórmula.

$$\sigma_{adm.flex} = \frac{\sigma_0}{nk_\sigma} k_r \quad (2.27)$$

Donde:

σ_0 Es límite de la resistencia a la fatiga del material bajo ciclo intermitente ($\sigma_0=0.6 \sigma_u$)

n Es el factor de seguridad a la fatiga por flexión del diente

k_σ Es el coeficiente de concentración de tensiones en la raíz del diente

k_r Es el coeficiente que toma en cuenta la inestabilidad del régimen de carga

2.4 Variación de los esfuerzos:

La variación de los esfuerzos de los elementos de ingeniería no necesariamente es uniforme. Por lo tanto, es necesario considerar distintos casos de variación de esfuerzos. En un elemento sometido a cargas variables, los esfuerzos pueden variar con respecto al tiempo, t , de una forma muy irregular como se observa en la figura 2.9, y generalmente es difícil predecir con exactitud cómo es tal variación.

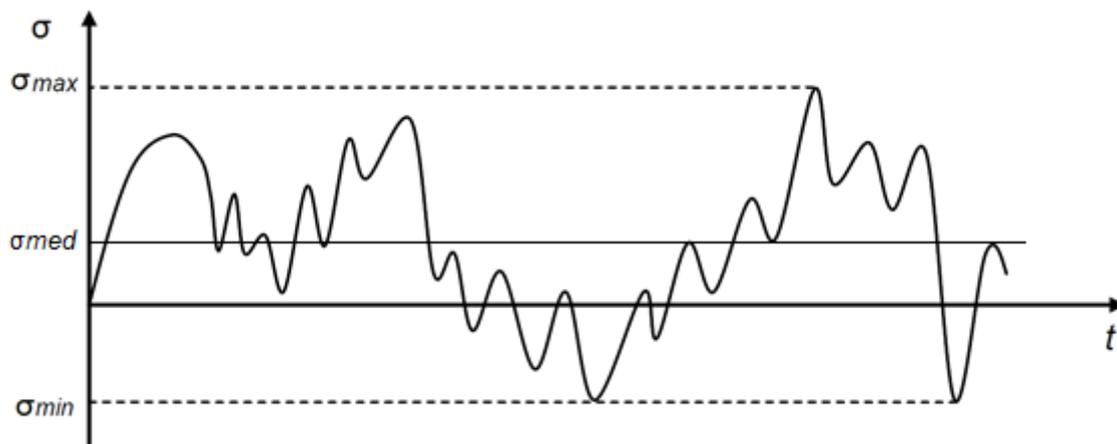


Figura 2.9. Curva esfuerzo – tiempo (σ - t) del punto crítico de un elemento

Por tal motivo es necesario utilizar una tensión media despreciando los picos de tensión máxima y mínima determinándose por la siguiente expresión:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (2.28)$$

Conclusiones Parciales del Capítulo II:

- 1- Como resultado de la búsqueda bibliográfica se logró recopilar información acerca de las normas internacionales más prestigiosas para calcular las tensiones en el pie del diente.
- 2- Para el confeccionamiento de la metodología se utilizó la norma GOST por tener en cuenta en sus cálculos factores como el coeficiente de corrección y de fricción.
- 3- Se utilizó la expresión matemática hallada en (Tejeda, 2016) que relaciona los distintos parámetros geométricos del diente y halla el factor de forma de una manera más práctica y exacta.



CAPÍTULO III



Capítulo 3 Aplicación de la mecánica de la fractura en el cálculo de la Vida remanente del engranaje.

En la literatura técnica se describen en general una amplia variedad de tamaños y formas de grietas en el momento antes de la fractura para el caso de los árboles (Gennier, 2016), no tanto así en el caso de los engranajes. Por este motivo tomamos como consideración que la grieta que aparece en los casos de fractura por fatiga en los engranajes (figura 3.1) es de un cuarto de elipse muy similar a las ocurridas en los chaveteros (figura 3.2). Por el cambio brusco de la forma del diente, en la zona de la curva de transición tienen lugares concentradores de tensiones. En la figura 3.1 y 3.2 se muestra un estado de tensión de un modelo de diente traslucido determinado por el método óptico polarizado. La separación que hay entre las franjas oscuras adyacentes de interferencia corresponde a un determinado crecimiento de tensiones. En los sitios que hay mayor número de franjas oscuras de interferencia, la concentración de tensiones es mayor. (Dobrovolski, 1991)

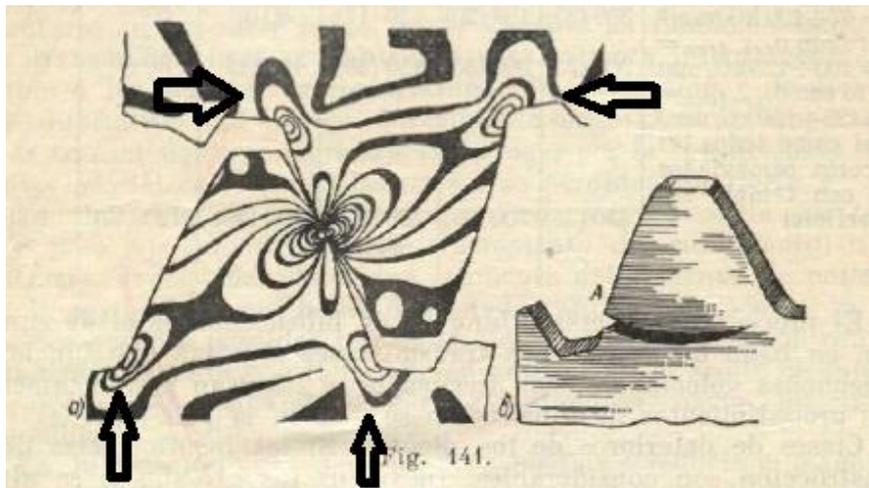


Figura 3.1 Concentración de la carga en el pie del diente.

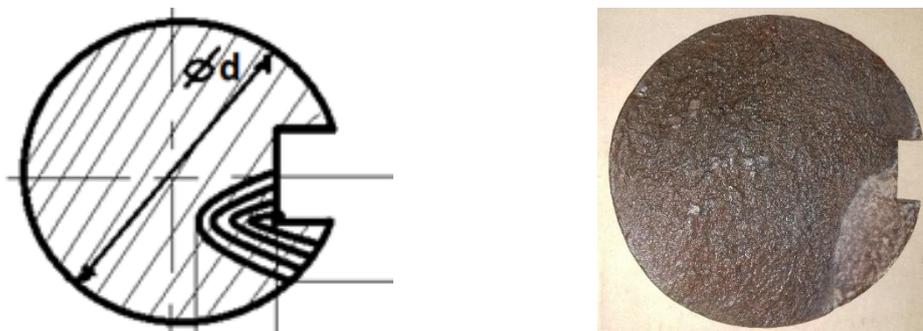


Figura 3.2 Concentración de la carga en el chavetero.

Esto se evidencia en la avería ocurrida en el piñón del molino de crudo de la empresa de Cemento Cienfuegos S.A. donde se puede apreciar en la (figura 3.3) la grieta de un cuarto de elipse que aparece en el diente del piñón Fracturado por fatiga. (Tarapasade, 2007)

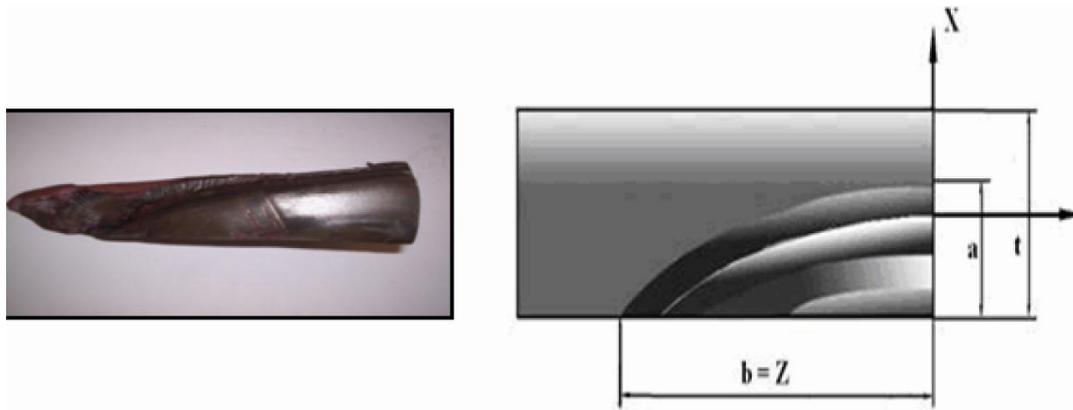


Figura 3.3 Grieta real y modelo de grieta utilizado en la evaluación de la resistencia a la fatiga del diente del piñón.

3.1 Determinación de las dimensiones de las grietas.

Localizar la fisura y conocer sus dimensiones es de vital importancia para saber su comportamiento, para esto hemos mencionado anteriormente algunos de los distintos métodos que se usan en la actualidad para determinar las mismas. Las dimensiones más importantes son el ancho (a) y la profundidad (b). El valor de t es mayormente el ancho del diente en su base y se explica más adelante como se determina.

3.2 Determinación de la tenacidad a la fractura del material del engranaje.

La tenacidad a la fractura de este material se halla a través de la correlación clásica de Rolfe-Barson entre K_{Ic} y la energía CVN del ensayo de impacto Charpy con la probeta entallada en V, dada en (Alvarez, 1998) para aceros de recipientes.

Para esto es necesario tener con las especificaciones técnicas del material y específicamente contar con su Resistencia Máxima (σ_u), Limite de fluencia (σ_f), Resiliencia (a_k).

$$K_{Ic} = \sigma_f \sqrt{0.6478 \left(\frac{CVN}{\sigma_f} - 0.0098 \right)} \quad MPA \cdot \sqrt{m} \quad (3.1)$$

Donde:

$$CVN = a_k * 9.81 * 0.8 \text{ Joules (J)}$$

Las secciones de falla por fatiga de los dientes están sometidas a un estado tensional uniaxial en presencia de tensiones normales de flexión, desde el punto de vista de los modos de carga de mecánica de la fractura esto se corresponde con el modo I (Goytosolo, 2000). El factor de intensidad de tensiones se obtiene para un modelo de grieta superficial de cuarto de elipse en una placa de dimensiones finitas bajo un estado tensional uniaxial de tracción.

3.3 Aplicación de la Mecánica de la Fractura Lineal Elástica en la obtención de las curvas de resistencia residual y los tamaños críticos de las grietas.

El factor de intensidad de tensiones K, caracteriza completamente el campo de tensiones en la región del vértice de la grieta en el caso de la MFLE. Esto significa que en el caso de deformación plana, igual K implica similitud y por la tanto las dos grietas deben tener el mismo comportamiento. La fractura tendrá lugar cuando las tensiones en el vértice de la grieta exceden un cierto valor crítico. Como K_I es una medida del campo de tensiones en el vértice de la grieta, la fractura ocurrirá cuando K_I (para el modo I de carga) exceda un cierto valor crítico K_{Ic} . Este valor crítico del factor de intensidad de tensiones, como se expresó anteriormente, se conoce como tenacidad a la fractura. Si se conoce K_{Ic} podemos calcular cuando una determinada grieta en un elemento del mismo material provocará o no la fractura, ya que para todas las grietas que causarán la fractura se cumple que $K_I \geq K_{Ic}$.

$$K_I = \beta * \sigma * \sqrt{\pi * a} \quad (3.2)$$

En donde β es un coeficiente adimensional que caracterizará la geometría de la pieza de estudio. Esta es una función que depende de la longitud y el ancho de la grieta y se determina por:

$$\beta = \frac{1.25 * M_K \left(\frac{a}{t} \right)}{\phi \left(\frac{a}{b} \right)} \quad (3.3)$$

El espesor t es igual al espesor del diente según (Golubev, 1967) este espesor es igual a:

$$S_o = D_p * \cos \alpha_c \left(\frac{S_p}{D_p} + \text{inv} \alpha_c \right) \quad (3.4)$$

Donde:

$$D_p = Z_p * m \quad (3.5)$$

$$S_p = \pi * \frac{m}{2} + 2 * \xi * m * \tan \alpha_c \quad (3.6)$$

$$\text{inv} \alpha_c = \tan \left(\cos^{-1} \frac{z * \cos \alpha}{z + 2 * \xi + 2} \right) - \left(\cos^{-1} \frac{z * \cos \alpha}{z + 2 * \xi + 1} \right) \quad (3.7)$$

El factor geométrico M_K depende de la relación de aspecto de la grieta (a/t), donde (a) es el ancho o su semieje menor y (t) es igual al espesor del diente. El mismo está dado por la siguiente expresión:

$$M_K = 1.00577 * \left(\frac{a}{t} \right)^2 - 0.555 * \left(\frac{a}{t} \right) + 1.1006 \quad (3.8)$$

El valor de \emptyset está dado en los gráficos que da (Broek, 1983):

$$\emptyset^2 = f \left(\frac{a}{b} \right) \quad (3.9)$$

La exactitud en la medición del tamaño de la grieta puede introducir un error apreciable en la determinación de la tensión crítica o tensión de rotura, o si no se puede precisar la tensión de operación con una exactitud digamos del 10 % se puede obtener un error del orden del 20 % en la determinación del tamaño crítico de la grieta. Esto determina que el cálculo de la resistencia residual o del tamaño crítico de la grieta debe ser realizado con gran precisión. Para facilitar esta tarea es aconsejable construir lo que se conoce como diagrama de resistencia residual. El diagrama se construye ploteando en el eje de las ordenadas los valores de la tensión de fractura o resistencia residual y en el eje de las abscisas el tamaño crítico de la grieta. Partiendo de la fórmula:

$$\sigma_c = \frac{K_{Ic}}{\beta * \sqrt{\pi * a}} \quad (3.10)$$

Y evaluando para 8 o 10 tamaños de grietas diferentes permite plotear σ_c vs a . Teniendo la curva se puede obtener directamente para una tensión dada el tamaño crítico de la grieta sin necesidad de la iteración.

De la misma forma se puede calcular el tamaño crítico de la grieta o tamaño para la cual ocurrirá la fractura si se conoce la tensión para la cual trabaja el elemento. Despejando de la ecuación (3.9), se tiene que:

$$a_c = \frac{1}{\pi} * \left(\frac{K_{Ic}}{\beta * \sigma} \right)^2 \quad (3.11)$$

El diagrama de resistencia residual tiene en general la forma mostrada en la Figura (3.4).

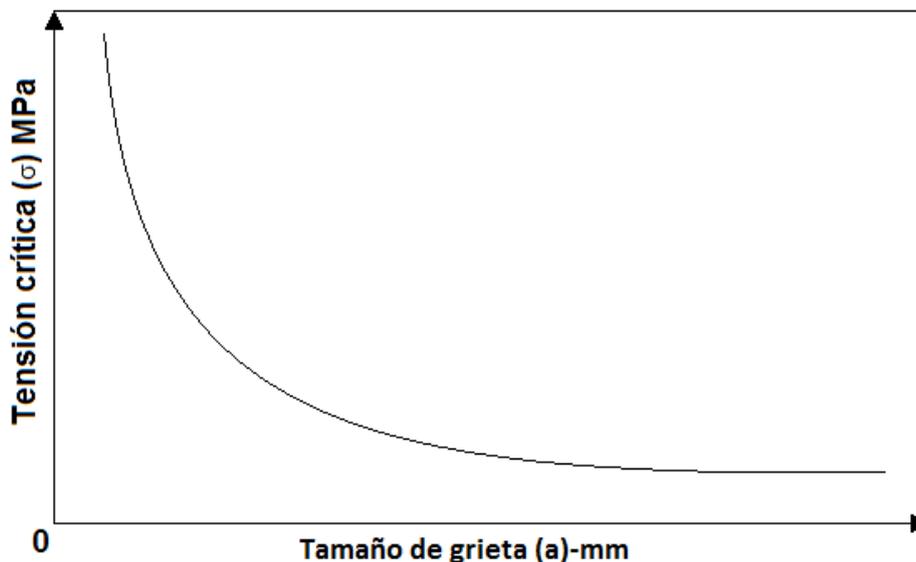


Figura 3.4 Grafica de resistencia residual para el modelo de grieta empleado.

3.4 Aplicación de la Mecánica de la Fractura Subcrítica en la evaluación del crecimiento de las grietas para el caso de grietas de cuarto de elipse bajo el estado uniaxial de tensiones.

Las grietas crecen desde algún micro defecto cualquiera que esté presente en la estructura cristalina del metal, o a partir de una huella del proceso de maquinado de los mismos, en la zona de la superficie del pie del diente del lado de la tracción, mediante un proceso de incubación y de fisuración progresiva posterior hasta que alcanza el tamaño crítico ya determinado, momento en el cual se

produce la fractura frágil total. Para la evaluación del crecimiento subcrítico se utiliza la Razón de Crecimiento de Paris.

$$\frac{da}{dN} = C * \Delta K^n \quad (\text{m/ciclo}) \quad (3.12)$$

Donde:

$$\Delta K_I = \beta * \Delta \sigma * \sqrt{\pi * a} \quad (3.13)$$

Para el caso de ciclo intermitente $\Delta K = K_{\max} - K_{\min}$; $K_{\min} = 0$ ya que durante la parte del ciclo correspondiente a la compresión la grieta se cierra y no crece.

Las constantes C y n de la razón de crecimiento de Paris se obtiene en el libro de (Shigley-Mischkie, 2001) de Elementos de Máquinas para los diferentes tipos de aceros. Estas constantes dependen del tipo de material con el cual se elaboran los engranajes. Los materiales más comunes son:

Aceros ferrítico–perlíticos	$C = 6,9 \times 10^{-12}$	$n = 3$
Aceros martensíticos	$C = 1,35 \times 10^{-10}$	$n = 2,25$
Aceros austeníticos inoxidables	$C = 5,6 \times 10^{-12}$	$n = 3,25$

3.5 Construcción del Gráfico de Crecimiento Subcrítico.

Anteriormente se estableció el concepto de tamaño crítico de la grieta como el tamaño de la misma que origina la fractura. Para que una grieta alcance su tamaño crítico debe crecer a partir de una microgrieta o un pequeño defecto. El crecimiento de una microgrieta o un defecto muy pequeño es que este alcance su tamaño crítico lo que se conoce como crecimiento subcrítico de la grieta.

También se vio anteriormente cómo es posible a partir del diagrama de resistencia residual establecer para una tensión dada el tamaño crítico de la grieta a_c . Este tamaño de grieta es el mayor que puede ser tolerado en el elemento en cuestión. Si la grieta existente es menor que el tamaño crítico de la grieta, la tensión de operación no provocará la fractura, sin embargo, podrá ocurrir el crecimiento subcrítico de la grieta. La grieta tiene interés práctico a partir de un determinado tamaño, a partir del cual ésta es detectable por los métodos de control. Este tamaño mínimo detectable se designará por a_d . Para

que la grieta crezca desde a_c hasta a_d se requerirá un determinado tiempo t_1 . El cálculo de t_1 tiene un gran interés pues este es el tiempo disponible antes de la fractura para la toma de decisiones. Conocido el tiempo t_1 se puede decidir si se aplica alguna acción correctiva sobre la grieta o se continúa la operación en dichas condiciones para aplicar posteriormente la acción correctiva.

El cálculo de t_1 implica la construcción de la curva de crecimiento de la grieta, la cual tiene la configuración general mostrada en la Figura (3.5)

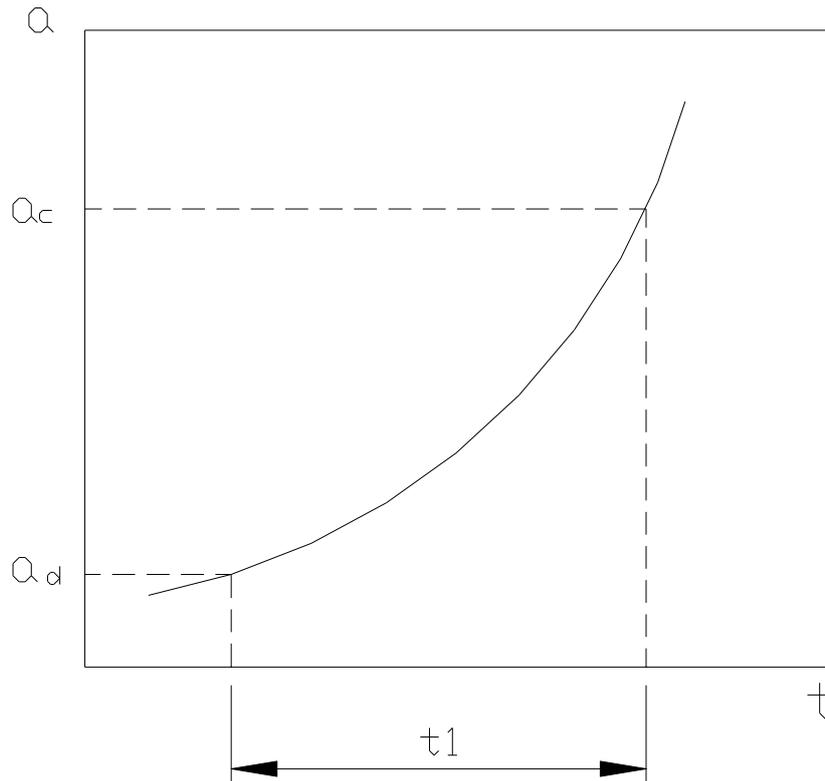


Figura 3.5 Gráfica de la Curva de crecimiento subcrítico de la grieta

3.6 Proceso general de la fatiga.

1. Periodo de nucleación e iniciación de la grieta en zonas en las que las concentraciones de tensión provocan deformaciones plásticas cíclicas, N_i (medido en número de ciclos). Se trata, por tanto, de una acumulación de daño plástico sobre ciertos accidentes microestructurales, defecto de superficie o de volumen de la masa metálica, que origina la aparición de una grieta o fisura de frente o borde de propagación afilado.
2. Propagación inicial de la grieta a través de la zona plástica en que se originó, $(N_p)_p$.

3. Propagación de la grieta en la pieza, fuera de la zona de influencia de la concentración de tensiones originaria, en régimen macroscópicamente elástico, $(N_p)_e$, hasta el fallo final.

La vida total de una pieza sometida a fatiga viene dada por la suma de estas tres etapas (Arana y Gonzalez, 2000):

$$N_f = N_i + (N_p)_p + (N_p)_e$$

Hay que destacar que las dos primeras hasta ahora son imposibles de determinar por la mecánica de la fractura.

3.7 Ejemplo resuelto.

A continuación, les mostramos un ejemplo resuelto de cómo usarse la Metodología para el cálculo de la vida remanente de un engranaje recto. Para esto es necesario tener todos los datos correspondientes los cuales les mostramos a continuación.

3.7.1 Datos de la transmisión:

Momento torsor: $M_{tor} = 526163200$ N-mm

Numero de dientes del piñón: $Z_p = 35$

Relación de trasmisión: $i = 6.4$

Velocidad de giro: $n = 98.9$ rpm

Modulo: $m = 20$ mm

Ancho de la rueda $B = 600$ mm

Angulo de presión: $\alpha = 20^\circ$

Corrección de altura del piñón $\xi = 0$

Rugosidad $R_a = 0.0063$ mm

Viscosidad $\mu = 0.0196$ Pa*s

Coefficiente de carga dinámica $k_d = 1.4$

Coefficiente de concentración de la carga $k_c = 1.495$

Diámetro primitivo del piñón: $d_{piñ} = 700$ mm

Numero de dientes de la catalina: $Z_c = 224$

Distancia entre centros: $A=2590$ mm

Espesor de la base del diente: $S_0=45$ mm

3.7.2 Datos del material:

Según las especificaciones técnicas el material de los piñones se corresponde con el acero 30 Cr Mo V 9G: Resistencia Máxima $\sigma_u = 810$ MPa, Limite de fluencia $\sigma_f = 588$ MPa y Resiliencia del orden $a_k = 8$ kgf – m/cm². Constantes de la razón de parís para aceros ferrítico-perlítico son:

$$C=6.9 \cdot 10^{-12} \text{ y } n=3$$

3.7.3 Determinación de la carga específica:

$$q_p = qKcKd = \frac{M_{tor}KcKd(i \pm 1)}{ABi \cos \alpha} = \frac{526163200 * 1.495 * 1.4 * (6.4 + 1)}{2590 * 600 * 6.4 * \cos \alpha}$$

$$q_p = 871.98 \frac{N}{mm}$$

3.7.4 Determinación del radio de curvatura reducido en el polo de engrane ρ_r :

$$\rho_r = \frac{Z1 * Z2}{Z1 + Z2} * \frac{m}{2} * \sin \alpha = \frac{35 * 224}{35 + 224} * \frac{20}{2} * \sin 20 = 103.5$$

3.7.5 Determinación de la velocidad periférica del piñón (V_1):

$$V_1 = \frac{\pi * Z1 * m * n}{60} = \frac{\pi * 35 * 20 * 98.9}{60} = 3624.87 \text{ mm/s}$$

3.7.6 Determinación del coeficiente de fricción del piñón:

$$f = 0.2 \left(\frac{q_p}{\mu V} \right)^{0.25} * \left(\frac{Ra}{\rho_r} \right)^{0.25} = 0.2 \left(\frac{871.98}{0.0196 * 3624.87} \right)^{0.25} * \left(\frac{0.0063}{103.5} \right)^{0.25} = 0.033$$

3.7.7 Determinación del factor de forma del diente (y):

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0 \cdot 0.02 - 3.08499825}{15} + 0.555185833 = 0.467043026$$

3.7.8 Determinación de la tensión a la flexión:

$$\sigma_{flex} = \frac{q_p}{my} = \frac{871.98}{20 * 0.4670430265} = 93.35 \text{ MPa}$$

3.7.9 Determinación de la tensión a la flexión permisible:

$$\sigma_{adm.flex} = \frac{\sigma_0}{nk_\sigma} k_r = \frac{486}{3 * 1.36} * 1 = 119.1 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{flex} \leq \sigma_{adm.flex}$$

3.7.10 Determinación de la tensión media

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{93.35 - 0}{2} = 46.675 \text{ MPa}$$

3.7.11 Determinación de la tenacidad a la fractura del material del engranaje:

$$CVN = a_k * 9.81 * 0.8 = 8 \text{ kgf} - \text{m/cm}^2 * 9.81 * 0.8 = 62.8 \text{ J}$$

$$K_{Ic} = \sigma_f \sqrt{0.6478 \left(\frac{CVN}{\sigma_f} - 0.0098 \right)} = 588 \sqrt{0.6478 \left(\frac{62.8}{588} - 0.0098 \right)} = 143.3 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

A continuación, les mostramos la gráfica de resistencia residual desde el comienzo de la fisura, y la gráfica de crecimiento subcrítico de la grieta mediante una tabla construida en una hoja de cálculo de Microsoft Excel donde:

ai(mm)	Δai (mm)	$\nu\pi*ai$ (m)/1000	ai*/t	Mki	σ_c (MPa)
0	-	-	-	-	-
3	3	0.0970567	0.0666667	1.0683009	1260.4
6	3	0.1372589	0.1333333	1.0454036	910.8
9	3	0.1681071	0.2000000	1.0319080	753.4
12	3	0.1941134	0.2666667	1.0278142	655.0
16	4	0.2241428	0.3555556	1.0369808	562.3
20	4	0.2505993	0.4444444	1.0628617	490.7
24	4	0.2745178	0.5333333	1.1054569	430.7
28	4	0.2965131	0.6222222	1.1647663	378.4
32	4	0.3169858	0.7111111	1.2407900	332.3
37	5	0.3408519	0.8222222	1.3593241	282.1
42	5	0.3631529	0.9333333	1.5039742	239.3
47	5	0.3841614	1.0444444	1.6747404	203.1
52	5	0.4040792	1.1555556	1.8716226	172.8
57	5	0.4230603	1.2666667	2.0946209	147.5
63	6	0.4447696	1.4000000	2.3966920	122.6
69	6	0.4654675	1.5333333	2.7363702	102.6
75	6	0.4852834	1.6666667	3.1136556	86.5
81	6	0.5043213	1.8000000	3.5285480	73.4
87	6	0.5226662	1.9333333	3.9810476	62.8
93	6	0.5403887	2.0666667	4.4711542	54.1
99	6	0.5575482	2.2000000	4.9988680	46.9

$\sigma_{lim}=46.675$

Tabla3.1 Resultados del cálculo para la construcción del Grafico de resistencia residual

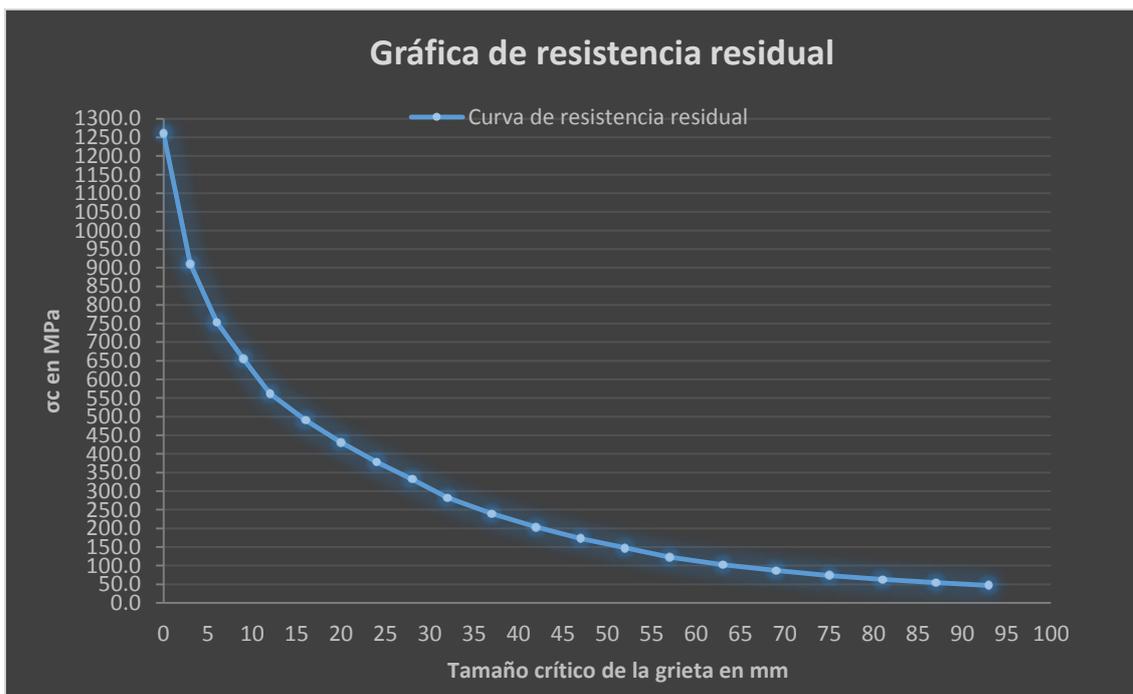


Figura 3.6 Grafica de Resistencia Residual

$\Delta k_i(\text{Mpa}\cdot\sqrt{\text{m}})$	$(da/dN)_i$ m/ciclo	ΔN_i $=\Delta a/(da/dN)_i$ ciclos	$N_i = N_{i-1} + \Delta N_i$ ciclos	H_i Horas N_i/f	Vida en días
-	-	-	0	0	0
5.30650441	0.0000000010	2909689.0231	2909689.0231	490.34	49
7.34368281	0.0000000027	1097818.2163	4007507.2394	675.35	68
8.87802874	0.0000000048	621330.2880	4628837.5274	780.05	78
10.21079503	0.0000000073	408407.2935	5037244.8209	848.88	85
11.89556394	0.0000000116	344394.1723	5381638.9931	906.92	91
13.63157632	0.0000000175	228861.4591	5610500.4522	945.48	95
15.53108311	0.0000000258	154741.0964	5765241.5487	971.56	97
17.67551729	0.0000000381	104977.0835	5870218.6321	989.25	99
20.12925005	0.0000000563	71076.8408	5941295.4729	1001.23	100
23.71254624	0.0000000920	54348.3472	5995643.8202	1010.39	101
27.95241594	0.0000001507	33178.9672	6028822.7874	1015.98	102
32.92689184	0.0000002463	20298.7223	6015942.5425	1013.81	101
38.70564142	0.0000004001	12496.7795	6041319.5669	1018.09	102
45.35207586	0.0000006436	7768.3611	6023710.9035	1015.12	102
54.55528304	0.0000011204	5355.3976	6046674.9645	1018.99	102
65.18590710	0.0000019112	3139.3593	6026850.2628	1015.65	102
77.33133571	0.0000031909	1880.3367	6048555.3012	1019.30	102
91.07367288	0.0000052123	1151.1280	6028001.3908	1015.84	102
106.49060739	0.0000083326	720.0593	6049275.3604	1019.43	102
123.65606913	0.0000130465	459.8920	6028461.2828	1015.92	102
142.64073847	0.0000200253	299.6204	6049574.9809	1019.48	102

Tabla 3.2 Resultados del cálculo para la construcción del Gráfico de Crecimiento Subcrítico

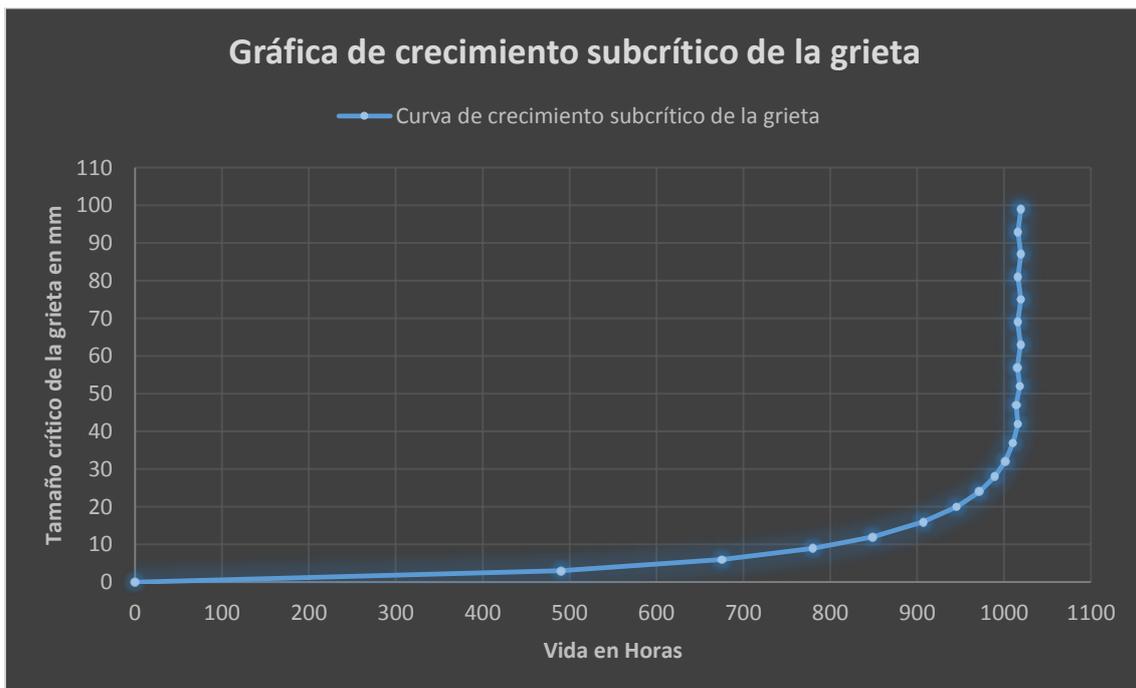


Figura 3.7 Gráfica de Crecimiento Subcrítico

Conclusiones Parciales del Capítulo III:

- 1- La combinación de La Mecánica de la Fractura Lineal Elástica y de la Mecánica de la Fractura Subcrítica resulta apropiada para la predicción del Tamaño Crítico de la Grieta en los engranajes de dientes rectos y de su vida remanente.
- 2- Se tuvo en cuenta el criterio dado por la bibliografía especializada de que la carga no está distribuida uniformemente a lo ancho de la rueda, concentrándose la mayor carga en los extremos del diente. Por lo que la grieta empieza a partir de uno de los extremos en forma de cuarto de elipse.
- 3- Como se puede apreciar de la Tabla 3.1 para la tensión a flexión $\sigma_{med} = 46.675$ MPa el tamaño crítico de la grieta da $a_c = 99$ mm y para este tamaño crítico de la grieta la vida remanente del engranaje, después de que aparezca el primer microdefecto, tanto en la Tabla 3.2 como en la Figura 3.7 es de 1019 horas o sea 102 días. El tiempo que transcurrirá antes de que aparezca el primer microdefecto en el engranaje no se puede saber pues la Mecánica de la Fractura lineal elástica aún no ha podido pronosticar este tiempo.

Conclusiones Generales:

- 1- De la revisión bibliográfica realizada resulta evidente que el tema de los engranajes, y en particular de los engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores, sigue siendo de gran interés para los diseñadores y especialistas sus principales clasificaciones y fallas en las industrias del mundo.
- 2- Se mencionan los resultados de investigaciones anteriores desarrolladas en el colectivo de ingeniería mecánica de la universidad de Cienfuegos y de distintas universidades del mundo con respecto a los distintos métodos de construcción y parámetros de control de engranajes.
- 3- Se abordaron los principales conceptos de Mecánica de la Fractura, así como las etapas de propagación de una grieta y los diferentes modos de carga a los que está sometida esta.
- 4- Se resumieron los principales métodos de detección de fisuras no destructivos en componentes mecánicos usados en la actualidad, útiles cuando la fisura alcanza un tamaño aproximadamente de 3 mm.
- 5- Como resultado de la búsqueda bibliográfica se logró recopilar información acerca de las normas internacionales más prestigiosas para calcular las tensiones en el pie del diente.
- 6- Para el confeccionamiento de la metodología se utilizó la norma GOST por tener en cuenta en sus cálculos factores como el coeficiente de corrección y de fricción.
- 7- Se utilizó la expresión matemática hallada en (Tejeda, 2016) que relaciona los distintos parámetros geométricos del diente y halla el factor de forma de una manera más práctica y exacta.
- 8- La combinación de La Mecánica de la Fractura Lineal Elástica y de la Mecánica de la Fractura Subcrítica resulta apropiada para la predicción del Tamaño Crítico de la Grieta en los engranajes de dientes rectos y de su vida remanente.
- 9- Se tuvo en cuenta el criterio dado por la bibliografía especializada de que la carga no está distribuida uniformemente a lo ancho de la rueda, concentrándose la mayor carga en los extremos del diente. Por lo que la grieta empieza a partir de uno de los extremos en forma de cuarto de elipse.
- 10- Como se puede apreciar de la Tabla 3.1 para la tensión a flexión $\sigma_{med} = 46.675$ MPa el tamaño crítico de la grieta da $a_c = 99$ mm y para este tamaño crítico de

la grieta la vida remanente del engranaje, después de que aparezca el primer microdefecto, tanto en la Tabla 3.2 como en la Figura 3.7 es de 1019 horas o sea 102 días. El tiempo que transcurrirá antes de que aparezca el primer microdefecto en el engranaje no se puede saber pues la Mecánica de la Fractura lineal elástica aún no ha podido pronosticar este tiempo.

Recomendaciones:

Después de haberse analizado la Metodología de cálculo para la vida remanente de los engranajes rectos podemos arribar a las siguientes recomendaciones:

- 1- Continuar el desarrollo de esta investigación y tener en cuenta para el cálculo de la tensión en el diente el coeficiente de recubrimiento.
- 2- Desarrollar la metodología para el caso de que el coeficiente de concentración de las cargas sea despreciable o sea que la distribución a lo ancho del diente sea uniforme.
- 3- Para futuros trabajos donde se simule por elementos finitos el comportamiento de las tensiones en los engranajes cuando las cargas a lo ancho de la rueda no son uniformemente distribuidas.
- 4- Utilizar la Mecánica de la fractura en el diseño de las piezas, con una vida remanente preferentemente mayor a la de los ciclos de mantenimientos de las piezas, para que en estos halla oportunidad de detectar la fisura con un tiempo considerable para tomar acciones correctivas sobre esta, comprar otra y sustituirla.

Bibliografía:

- AGMA908-B89. (1995). *Geometry factor for determining the piting resistance and bending strength of spur, helical and herringbone gear teeth.*
- Alvarez. (1998). *Influencia del lubricante sobre el tipo de fricción en las coronas de molinos de caas de azucar.* Villa Clara,Cuba.
- Anderson. (2005). *Fracture Mechanics. Fundamentals and Applications.* USA.
- ANSI/AGMA 2001-C95. (1995). *Fundamental Rating and calculation methods for involute spur and helical gears teeth.*
- Arana y Gonzalez. (2000). *Mecanica de la Fractura.* Universidad del pais Vasco,España: Argitalpen Zerbitzua.
- Bannantine. (1989). *Fundamentals of metal fatigue analysis.* Universidad de Illinois,USA.
- Baranov. (1985). *Curso de teoria de los mecanismos.* Moscu,URSS: MIR.
- Broek. (1983). *Fracture Control for the Chemical process industrie.* St. Louis,USA.
- DIN. (1987). *Tragfähigkeitsberechnung von Stimraden Deutch Verlag GNBH.*
- Dobrovolski. (1991). *Elementos de maquinas.* Moscu,URSS: MIR.
- Dobrovolski. (1970). *Elementos de Maquinas.* Moscu,URSS: MIR.
- Esmen. (2005). *Three-dimensional mixed-mode linear elastic fracture mechanics analysis using domain interaction integrals.* MIT,USA.
- Fuentes. (1996). *Analisis de la tension de flexion en engranajes cilindricos de perfil de evolvente. (Tesis Doctoral).* Universidad de Sevilla, España.
- Fuentes. (1997.). *Influencia de los parámetros geométricos y de funcionamiento en régimen de lubricación de engranajes cilíndricos.* Ciudad de La Habana,Cuba.
- Gennier. (2016). *Análisis de la avería del Reductor PM-450 de los ristalizadores del central azucarero Ciudad Caracas. (Tesis de pregrado).* Universidad de Cienfuegos,Cuba.
- Golubev. (1967). *Teoria de maquinas y Mecanismos.* Santiago de Cuba,Cuba.
- GOST 21354-87. (1989). *Calculo de transmisiones por engranajes cilindricos de dientes rectos de perfil de evolvente.*
- Goytisolo y Moya. (1976). *Influencia de la correccion en la lubricacion de las transmisiones por engranajes.* Cienfuegos ,Cuba.

- Goytosolo. (2000). *Mecanica de la fractura.Folleto de maestria de mecanica aplicada*. Universidad de Cienfuegos,Cuba.
- Hernandez. (2016). *Análisis de los factores que inciden en la eficiencia energética de las transmisiones por engranajes (informe de Proyecto)*. Cienfuegos,Cuba.
- ISO 6336-1,2,3. (1996). *Calculation of load capacity of spur and helical gars*.
- Paredes Hugo, R. A. (2014). *Estudio de la mecanica de la fractura en engranajes cilindricos fisurados mediante la simulacion numerica (Tesis de pregrado)*. Universidad Catolica de Peru,Lima,Peru.
- Ponce, M. (2007). *Ensayos no destructivos*. Lima,Peru.
- Quiñones. (2004). *Nuevo modelo matematico para el calculo del factor de forma den engranajes de evolvente cilindricos de dientes rectos y su validacion por el metodo de los elementos finitos (Tesis de Maestria)*. Cienfuegos,Cuba.
- Shigley-Mischkie. (2001). *Diseño en ingenieria mecanica*. DF,Mexico: Mc Graw Hill Interamericana.
- Tarapasade, N. L. (2007). *Analisis de las causas de las fallas por fatiga de los dientes del piñon del molino de crudo de la empresa de cemento Cienfuegos S.A. (Tesis de Grado)*. Cienfuegos,Cuba.
- Tejeda. (2016). *Utilización de la corrección del dentado para la solución de averías en las transmisiones por engranajes cilíndricas sin variar la distancia entre centros (Tesis de Grado)*. Cienfuegos,Cuba.

Anexos:

Coeficientes A y B para la ecuación de correlación entre el factor de fricción y el coeficiente de corrección para el cálculo del factor de forma.

E/F	mayor 100 conductora							
	0		0,2		0,5		0,8	
	A	B	A	B	A	B	A	B
-0,6	-8,7876473	0,54396529	-7,2575677	0,45837493	-5,6499462	0,37084746	-4,5076508	0,31138704
-0,55	-8,1550734	0,54398322	-6,7735972	0,45838236	-5,3076263	0,37084714	-4,2577087	0,31138321
-0,5	-7,5366166	0,54399926	-6,3008719	0,45838879	-4,9738586	0,37084649	-4,0145521	0,31137926
-0,45	-6,9286133	0,54400804	-5,8366673	0,45839017	-4,6465765	0,37084244	-3,7765747	0,31137285
-0,4	-6,3386373	0,54402048	-5,386717	0,45839483	-4,330051	0,37084121	-3,5471279	0,31136884
-0,35	-5,7631199	0,5440314	-4,9483368	0,45839885	-4,0222125	0,3708398	-3,3245754	0,31136483
-0,3	-5,1986112	0,54403554	-4,518867	0,45839822	-3,7212335	0,37083544	-3,1075235	0,31135876
-0,25	-4,652575	0,54404387	-4,103877	0,45840111	-3,4309411	0,37083382	-2,8988418	0,31135485
-0,2	-4,1216174	0,54405129	-3,7007523	0,45840362	-3,1495246	0,37083216	-2,6971409	0,31135104
-0,15	-3,6020382	0,5440523	-3,3068946	0,45840194	-2,8752892	0,370828	-2,5012707	0,31134563
-0,1	-3,1014998	0,5440581	-2,9277417	0,45840397	-2,6117261	0,37082645	-2,3136248	0,31134213
-0,05	-2,6165371	0,54406354	-2,5607284	0,45840593	-2,3571762	0,37082505	-2,133046	0,31133883
0	-2,1433962	0,54406303	-2,2034215	0,45840417	-2,1101294	0,37082158	-1,9585753	0,31133431
0,05	-1,689878	0,54406799	-1,8610029	0,45840635	-1,8737545	0,37082067	-1,7922287	0,31133152
0,1	-1,2523856	0,54407308	-1,53106	0,45840883	-1,6465506	0,37082009	-1,6330302	0,31132904
0,15	-0,82722047	0,54407277	-1,2111659	0,45840801	-1,4271508	0,37081781	-1,4802079	0,31132571
0,2	-0,42220612	0,54407859	-0,90642206	0,4584114	-1,2184351	0,3708181	-1,3354266	0,31132397
0,25	-0,033807856	0,54408521	-0,61448331	0,45841553	-1,0190759	0,37081895	-1,1978857	0,31132264
0,3	0,3418733	0,54408688	-0,33287969	0,45841665	-0,82773795	0,37081839	-1,0669317	0,31132077
0,35	0,69671937	0,54409553	-0,066804327	0,45842252	-0,64720156	0,37082052	-0,94399769	0,31132045
0,4	1,0343658	0,54410574	0,18607248	0,4584296	-0,47622602	0,37082349	-0,82842897	0,31132069
0,45	1,3589111	0,54411139	0,42844445	0,45843387	-0,31343564	0,37082523	-0,71959318	0,31132059

0,5	1,6617178	0,54412528	0,65468834	0,45844368	-0,16169436	0,37083004	-0,61885561	0,31132215
0,55	1,9464788	0,54414186	0,86723017	0,45845543	-0,01976821	0,37083603	-0,52563675	0,31132451
0,6	2,2228857	0,54414667	1,0724411	0,45845955	0,11552287	0,37083846	-0,43852831	0,31132556
0,65	2,4812899	0,54415405	1,2640126	0,45846547	0,24104482	0,37084199	-0,3589284	0,31132741
0,7	2,7217309	0,54416392	1,4420821	0,45847291	0,35690957	0,37084648	-0,28677994	0,31132992
0,75	2,9441649	0,54417628	1,6066556	0,45848192	0,46312307	0,37085189	-0,28677994	0,31132992
0,8	3,148631	0,54419108	1,7577527	0,45849243	0,55971326	0,37085816	-0,16467393	0,31133679
0,85	3,3350943	0,5442084	1,8953452	0,45850446	0,64668852	0,37086529	-0,11467439	0,31134108
0,9	3,5034735	0,54422827	2,0194378	0,458518	0,72408789	0,37087323	-0,072013657	0,31134587
0,95	3,6538031	0,54425065	2,1300639	0,45853299	0,79189245	0,37088199	-0,036694647	0,3113512
1	3,7860484	0,54427557	2,2271934	0,45854949	0,85012241	0,37089155	-0,008705881	0,31135703
1,05	3,9002104	0,54430302	2,310836	0,45856744	0,89879009	0,37090187	0,011986551	0,31136332
1,1	3,9963204	0,54433298	2,3809935	0,45858687	0,93788875	0,370913	0,025385396	0,31137007
1,15	4,0743366	0,54436544	2,4377175	0,45860771	0,96746846	0,37092481	0,031482303	0,31137728
1,2	4,1344374	0,54440021	2,4810128	0,45862991	0,98752003	0,37093738	0,030313969	0,31138491
1,25	4,1765576	0,54443733	2,5109246	0,45865347	0,99807391	0,37095062	0,021881022	0,31139295
1,3	4,2008178	0,54447663	2,5274763	0,45867828	0,99914998	0,3709645	0,006213402	0,31140137
1,35	4,2073048	0,54451802	2,5307411	0,45870427	0,99076704	0,37097907	-0,016684386	0,31141017
1,4	4,1961114	0,54456136	2,5207417	0,45873144	0,97297244	0,37099417	-0,046772848	0,3114193
1,45	4,167334	0,54460647	2,4975507	0,45875965	0,94577939	0,37100983	-0,084065293	0,31142876
1,5	4,1210962	0,54465326	2,4612717	0,45878879	0,90925708	0,37102593	-0,12851495	0,31143849
1,55	4,057556	0,54470143	2,4119244	0,45881883	0,8634015	0,37104251	-0,18008904	0,31144848
1,6	3,9768566	0,54475088	2,3496844	0,4588495	0,80829113	0,37105948	-0,23878385	0,31145867
1,65	3,8791585	0,54480132	2,2745419	0,45888086	0,74395687	0,37107674	-0,3045411	0,31146904
1,7	3,7646007	0,54485256	2,1866286	0,4589127	0,6704772	0,37109423	-0,37735495	0,31147955
1,75	3,6334234	0,5449043	2,0861146	0,45894482	0,58789962	0,37111188	-0,45717821	0,31149018
1,8	3,4857747	0,5449564	1,9730488	0,45897715	0,49623027	0,37112969	-0,54397135	0,31150083
1,85	3,3218693	0,54500851	1,8475755	0,45900947	0,39564424	0,37114744	-0,63770138	0,31151147

1,9	3,1419048	0,54506037	1,7097936	0,45904169	0,28611557	0,37116514	-0,73833947	0,31152208
1,95	2,9461327	0,54511163	1,5598464	0,45907362	0,16774262	0,37118266	-0,84581528	0,31153256
2	2,7347707	0,54516212	1,3979082	0,45910499	0,040606342	0,37119994	-0,96010203	0,31154289

E/F	menor 100 conductora							
	0		0,2		0,5		0,8	
	A	B	A	B	A	B	A	B
-0,6	-9,9195163	0,555927742	-8,17702173	0,468138954	-6,36333198	0,378465319	-5,08799004	0,31761051
-0,55	-9,2902	0,556071852	-7,67669389	0,468068485	-5,99238498	0,378253072	-4,8053702	0,317345385
-0,5	-8,6744501	0,55622556	-7,18860534	0,468013525	-5,63176728	0,378058375	-4,53154494	0,317097233
-0,45	-8,0112847	0,555582525	-6,72440074	0,468014905	-5,24315949	0,377375913	-4,23529724	0,31645476
-0,4	-7,4213907	0,555718541	-6,19878351	0,467271614	-4,90250239	0,377198741	-3,97851269	0,316227612
-0,35	-6,8460392	0,555868623	-5,74694853	0,467239494	-4,57227869	0,37703945	-3,73044593	0,316016675
-0,3	-6,2302379	0,5552756	-5,2645408	0,46662991	-4,21995915	0,376451412	-3,4652107	0,315466849
-0,25	-5,6828312	0,555417678	-4,83730979	0,466608343	-3,9099895	0,376311235	-3,23410572	0,315276271
-0,2	-5,1511212	0,555581553	-4,42342358	0,466609338	-3,61065061	0,37619071	-3,01171653	0,315102107
-0,15	-4,58478608	0,555042025	-3,98453501	0,46608104	-3,29424115	0,375691743	-2,77666903	0,314637464
-0,1	-4,08343157	0,555213609	-3,59657434	0,466102593	-3,0156244	0,375594675	-2,57130321	0,314484869
-0,05	-3,59916216	0,555419625	-3,22274206	0,466154787	-2,74794698	0,37552107	-2,37473086	0,314350142
0	-3,08499825	0,554946777	-2,82851607	0,465714165	-2,46744024	0,375110991	-2,16936164	0,313967117
0,05	-2,63394624	0,555185833	-2,48225804	0,465803761	-2,22117309	0,375069335	-1,99003449	0,313857772
0,1	-2,20173448	0,555480468	-2,15117799	0,465938077	-1,98631964	0,375058441	-1,81969101	0,31376985
0,15	-1,74318166	0,55510157	-1,80331159	0,46560195	-1,74210893	0,374743899	-1,64380598	0,313469616
0,2	-1,34783532	0,555472786	-1,50202231	0,465803503	-1,52971123	0,374781129	-1,49117103	0,313415563
0,25	-0,973818546	0,555938673	-1,21748419	0,466076473	-1,32951964	0,37486374	-1,34791134	0,313390791
0,3	-0,57551305	0,555707233	-0,91855553	0,465880914	-1,12258332	0,374663408	-1,20173928	0,313182419

0,35	-0,24371261	0,556335229	-	0,466280958	-0,94664073	0,374827992	-1,07713587	0,31321072
			0,667249937					
0,4	0,06247699	0,557143384	-0,43553728	0,466811744	-0,78445257	0,375071508	-0,96277679	0,313287512
0,45	0,39314314	0,557179205	-0,19008764	0,466840533	-0,61699079	0,375032997	-0,84737173	0,313198551
0,5	0,6467729	0,558365235	0,00145942	0,467649705	-0,48292516	0,375445911	-0,75394347	0,313380427
0,55	0,8639975	0,559994466	0,16616858	0,468769981	-0,36671683	0,376040842	-0,67323585	0,313672384
0,6	1,1701673	0,559375796	0,38693991	0,468424099	-0,22322482	0,37585092	-0,58051311	0,313544944
0,65	1,4406833	0,559080611	0,58205599	0,468300791	-0,0976131	0,375811812	-0,50144583	0,313531813
0,7	1,6807754	0,559002013	0,75569668	0,468316125	0,01330859	0,375860413	-0,43346325	0,313582588
0,75	1,8922481	0,559102767	0,90942536	0,468439142	0,11080307	0,375972511	-0,44026292	0,313674388
0,8	2,0759507	0,559364859	1,04404489	0,468654026	0,19555393	0,376135304	-0,32702517	0,313806014
0,85	2,2323472	0,559778136	1,16001769	0,468951709	0,26797237	0,376341288	-0,28762972	0,31396175
0,9	2,3617372	0,560335998	1,25763997	0,46932646	0,32832266	0,376585797	-	0,314140808
							0,257097587	
0,95	2,4643803	0,561032957	1,33712861	0,469774232	0,37678747	0,376865756	-	0,314340666
							0,235270547	
1	2,5405506	0,561863647	1,39867089	0,470291684	0,41350488	0,377178967	-	0,314559645
							0,222035031	
1,05	2,5905854	0,562821873	1,44245764	0,470875585	0,43858957	0,377523721	-	0,314796581
							0,217304979	
1,1	2,6149155	0,56390005	1,46870236	0,47152245	0,45215098	0,377898458	-	0,315050579
							0,221008234	
1,15	2,6140588	0,56508939	1,47765636	0,472228272	0,45430354	0,378301586	-	0,315320861
							0,233078267	
1,2	2,5886506	0,566379268	1,469617	0,472988362	0,44517383	0,378731352	-	0,315606654
							0,253447751	
1,25	2,5394401	0,567757341	1,4449331	0,473797287	0,4249077	0,379185717	-	0,315907089
							0,282042908	
1,3	2,4672773	0,569209814	1,4040129	0,474648679	0,39367367	0,379662292	-	0,316221159

							0,318781318	
1,35	2,3731264	0,570721163	1,3473173	0,475535428	0,35166593	0,380158296	- 0,363566076	0,316547628
1,4	2,258039	0,57227467	1,2753695	0,476449453	0,29910683	0,380670513	- 0,416286758	0,316885039
1,45	2,123168	0,573852155	1,188747	0,477381905	0,23624931	0,381195251	- 0,476816183	0,317231665
1,5	1,969732	0,575434661	1,0880788	0,478323188	0,16337588	0,381728358	-0,54500789	0,317585469
1,55	1,7990341	0,577002065	0,9740467	0,479262959	0,08080011	0,382265213	-0,6206963	0,317944101
1,6	1,6124135	0,578534031	0,8473824	0,480190181	-0,01113456	0,382800747	-0,70369561	0,318304894
1,65	1,4112632	0,580009645	0,708856	0,481093331	-0,11205417	0,383329431	-0,79380005	0,318664865
1,7	1,1970078	0,581407817	0,5592689	0,481960563	-0,22155636	0,383845324	-0,89078318	0,319020699
1,75	0,9710907	0,582707524	0,3994649	0,482779461	-0,33921268	0,384342109	-0,99439674	0,319368747
1,8	0,7349545	0,583888172	0,2303076	0,483537492	-0,46456658	0,38481308	-1,10437369	0,319705072
1,85	0,4900387	0,584929621	0,0526838	0,484221915	-0,59714136	0,385251276	-1,22042606	0,320025418
1,9	0,2377807	0,585812128	-0,1325112	0,484820097	-0,73643773	0,385649435	-1,34224739	0,320325259
1,95	-0,0204244	0,586517089	-0,3243707	0,485319391	-0,88193578	0,386000048	-1,4695124	0,320599793
2	-0,2831976	0,587026554	-0,5219798	0,48570725	-1,033100558	0,386295451	-1,60187977	0,320843995

E/F	mayor 100 conducida							
	0		0,2		0,5		0,8	
	A	B	A	B	A	B	A	B
-0,6	-8,7876473	0,54396529	-10,751777	0,66885666	-16,615076	1,0201979	-37,722159	2,1489689
-0,55	-8,1550734	0,54398322	-9,9011054	0,66889541	-14,973663	1,020331	-31,906247	2,1498067
-0,5	-7,5366166	0,54399926	-9,0686586	0,66893007	-13,361268	1,0204477	-26,10094	2,1504775
-0,45	-6,9286133	0,54400804	-8,2495582	0,66895333	-11,768352	1,0205332	-20,271293	2,1509258
-0,4	-6,3386373	0,54402048	-7,4541169	0,66898019	-10,215255	1,0206169	-14,48757	2,1512496
-0,35	-5,7631199	0,5440314	-6,6777175	0,66900374	-8,6937036	1,0206863	-8,7199408	2,1514016
-0,3	-5,1986112	0,54403554	-5,9152704	0,66901626	-7,1925523	1,0207244	-2,9220756	2,1513085
-0,25	-4,652575	0,54404387	-5,1776178	0,66903364	-5,7355123	1,0207653	2,8154013	2,1510992
-0,2	-4,1216174	0,54405129	-4,4600187	0,66904877	-4,3125982	1,0207945	8,5371807	2,1507036
-0,15	-3,6020382	0,5440523	-3,7568562	0,66905325	-2,9114756	1,0207927	14,291004	2,150047
-0,1	-3,1014998	0,5440581	-3,0797644	0,66906401	-1,5583622	1,0207982	19,990701	2,1492521
-0,05	-2,6165371	0,54406354	-2,423503	0,6690733	-0,24166609	1,0207937	25,691401	2,1482332
0	-2,1433962	0,54406303	-1,7824529	0,66907264	1,050757	1,0207607	31,423449	2,146941
0,05	-1,689878	0,54406799	-1,1685485	0,66907958	2,2923016	1,0207378	37,164618	2,1454043
0,1	-1,2523856	0,54407308	-0,57635854	0,66908597	3,4948152	1,0207074	42,985589	2,1435139
0,15	-0,82722047	0,54407277	-0,00017967	0,66908324	4,6702558	1,0206515	48,856548	2,1413099
0,2	-0,42220612	0,54407859	0,5477761	0,66908936	5,7925928	1,0206077	55,054459	2,138378
0,25	-0,033807856	0,54408521	1,0730667	0,66909607	6,8737451	1,0205585	61,908807	2,1342238
0,3	0,3418733	0,54408688	1,5815608	0,66909448	7,9239563	1,0204879	63,431121	2,1377145
0,35	0,69671937	0,54409553	2,0607082	0,66910319	8,9206915	1,0204292	67,725755	2,1368407
0,4	1,0343658	0,54410574	2,5160942	0,66911377	9,874997	1,0203658	72,318344	2,1352714
0,45	1,3589111	0,54411139	2,9539694	0,66911685	10,792763	1,0202883	76,376046	2,1342281
0,5	1,6617178	0,54412528	3,3610266	0,66913219	11,66151	1,020215	80,005947	2,1335492
0,55	1,9464788	0,54414186	3,7430022	0,66915113	12,491376	1,0201307	83,858718	2,1322773
0,6	2,2228857	0,54414667	4,1137644	0,66915294	13,265569	1,0200599	86,610536	2,1323502

0,65	2,4812899	0,54415405	4,4586879	0,66915934	13,980055	1,0200086	89,897712	2,1313684
0,7	2,7217309	0,54416392	4,7777779	0,66917032	14,63388	1,0199777	92,922795	2,1304978
0,75	2,9441649	0,54417628	5,0709296	0,6691859	15,225927	1,0199689	95,67498	2,1297515
0,8	3,148631	0,54419108	5,3380113	0,66920625	15,755274	1,0199832	98,143358	2,1291436
0,85	3,3350943	0,5442084	5,5789484	0,6692315	16,221069	1,0200218	100,31975	2,1286838
0,9	3,5034735	0,54422827	5,7936146	0,66926172	16,62297	1,0200849	102,19573	2,1283836
0,95	3,6538031	0,54425065	5,9819651	0,66929698	16,960676	1,020173	103,765	2,1282502
1	3,7860484	0,54427557	6,1439776	0,66933729	17,234132	1,020286	105,02225	2,1282902
1,05	3,9002104	0,54430302	6,2796587	0,66938259	17,443879	1,0204228	105,9648	2,1285062
1,1	3,9963204	0,54433298	6,3889601	0,66943295	17,590266	1,0205831	106,58994	2,1289013
1,15	4,0743366	0,54436544	6,4720621	0,6694881	17,674119	1,0207655	106,89753	2,1294756
1,2	4,1344374	0,54440021	6,5289671	0,66954804	17,696296	1,0209686	106,88942	2,1302253
1,25	4,1765576	0,54443733	6,5598092	0,66961251	17,657669	1,0211912	106,56743	2,1311475
1,3	4,2008178	0,54447663	6,5647404	0,66968131	17,559628	1,0214311	105,93604	2,132236
1,35	4,2073048	0,54451802	6,5439774	0,66975421	17,403154	1,021687	105,0009	2,1334829
1,4	4,1961114	0,54456136	6,4976703	0,66983088	17,189649	1,0219566	103,76873	2,1348778
1,45	4,167334	0,54460647	6,4261104	0,66991099	16,920047	1,0222391	102,24705	2,1364111
1,5	4,1210962	0,54465326	6,3295214	0,66999417	16,596115	1,0225312	100,44478	2,1380702
1,55	4,057556	0,54470143	6,2081772	0,67008005	16,218613	1,0228329	98,371259	2,1398427
1,6	3,9768566	0,54475088	6,062416	0,67016822	15,789677	1,0231398	96,036922	2,1417143
1,65	3,8791585	0,54480132	5,8924873	0,67025824	15,309649	1,023453	93,452185	2,1436709
1,7	3,7646007	0,54485256	5,6988262	0,67034966	14,781054	1,0237671	90,628451	2,1456979
1,75	3,6334234	0,5449043	5,4817132	0,67044201	14,204051	1,0240838	87,576907	2,1477803
1,8	3,4857747	0,5449564	5,2415419	0,67053474	13,579919	1,0244013	84,309454	2,1499026
1,85	3,3218693	0,54500851	4,9786509	0,67062743	12,911187	1,0247143	80,837752	2,1520498
1,9	3,1419048	0,54506037	4,6935238	0,67071947	12,287312	1,0248915	77,173491	2,1542072
1,95	2,9461327	0,54511163	4,3864659	0,67081043	12,287312	1,0253097	73,328498	2,1563601
2	2,7347707	0,54516212	4,0579346	0,67089971	10,740648	1,0254832	69,314293	2,1584936

E/F	menor 100 conducida							
	0		0,2		0,5		0,8	
	A	B	A	B	A	B	A	B
-0,6	-9,9195163	0,555927742	-12,2116107	0,684189317	-19,0981375	1,045905882	-44,2078951	2,213945515
-0,55	-9,2902	0,556071852	-11,406666	0,684786804	-17,7172204	1,048734423	-40,4536675	2,235067218
-0,5	-8,67445	0,55622556	-10,6159473	0,68537688	-16,3408289	1,051441486	-36,476472	2,25484454
-0,45	-8,0112847	0,555582525	-9,7602775	0,684910595	-14,8297058	1,052174187	-31,826456	2,26734514
-0,4	-7,4213907	0,555718541	-8,9960529	0,685427713	-13,2766088	1,052257887	-27,262556	2,28246409
-0,35	-6,8460392	0,555868623	-8,247887	0,685944236	-12,089463	1,056625988	-22,3840408	2,29496397
-0,3	-6,2302379	0,5552756	-7,4415699	0,685436362	-10,5882577	1,056668816	-16,5992486	2,29670541
-0,25	-5,6828313	0,555417679	-6,7237392	0,685893274	-9,2315286	1,058376622	-10,8670587	2,30066713
-0,2	-5,1511206	0,555581545	-6,0240511	0,686360776	-7,8866059	1,059938939	-4,6260533	2,29917828
-0,15	-4,58478548	0,555042018	-5,2718009	0,685817879	-6,4050561	1,059201798	2,862129	2,28157459
-0,1	-4,08343244	0,555213621	-4,6067424	0,68624692	-5,0762394	1,060256515	10,5584338	2,26248195
-0,05	-3,59916305	0,555419637	-3,9622299	0,686704236	-3,76227309	1,061136932	19,2777777	2,230114555
0	-3,08499916	0,554946789	-3,269588	0,686144956	-2,3097967	1,059495665	29,8382267	2,171907314
0,05	-2,63394658	0,555185838	-2,6654417	0,68662558	-1,0164297	1,05975997	41,8077243	2,0938448
0,1	-2,20173448	0,555480468	-2,08300984	0,687105659	0,261497	1,059773416	56,743684	1,97146914
0,15	-1,74318166	0,55510157	-1,45646687	0,68656522	1,6791945	1,057002961	75,262676	1,79410467
0,2	-1,34783532	0,555472786	-0,9202286	0,687123189	2,9397969	1,056131934	102,603984	1,47555733
0,25	-0,973818546	0,555938673	-0,4111377	0,687787981	4,1927352	1,054769437	118,486072	1,34557553
0,3	-0,57551305	0,555707233	0,1413643	0,687331058	5,583809	1,050329593	144,288827	1,0561524

0,35	-0,24371261	0,556335229	0,5973737	0,6881469	6,8499046	1,047247186	173,364385	0,7149689
0,4	0,06247699	0,557143384	1,0204773	0,68917329	8,1495125	1,042732339	206,045654	0,3160399
0,45	0,39314314	0,557179205	1,4877707	0,688937426	9,5767809	1,034847936	242,607356	-0,1458468
0,5	0,6467729	0,558365235	1,8443113	0,69036468	11,04502081	1,024986852	255,841227	-0,2384767
0,55	0,8639975	0,559994466	2,1539956	0,692325335	12,78493826	1,008180206	291,224608	-0,6872103
0,6	1,1701673	0,559375796	2,5973977	0,690925503	14,22096298	0,996131619	327,851536	-1,160624
0,65	1,4406833	0,559080611	2,9842551	0,690086091	14,93544898	0,996080319	364,525142	-1,6413602
0,7	1,6807754	0,559002013	3,3213847	0,689663133	16,4323563	0,980948735	399,538755	-2,1041594
0,75	1,8922481	0,559102767	3,6106753	0,689613514	17,2029494	0,977802309	430,71334	-2,5163792
0,8	2,0759507	0,559364859	3,8528092	0,689919011	17,7397091	0,977772207	550,621518	-2,841492
0,85	2,2323472	0,559778136	4,0480709	0,69057017	18,0392377	0,980894124	676,54765	-4,7577322
0,9	2,3617372	0,560335998	4,1967167	0,691559021	18,1035064	0,987104653	684,42138	-4,8144549
0,95	2,4643803	0,561032957	4,2991203	0,692876297	17,9400837	0,996237366	674,95725	-4,6160902
1	2,5405506	0,561863647	4,3558792	0,694509397	17,56168175	1,008032383	650,77387	-4,2043516
1,05	2,5905854	0,562821873	4,3678638	0,696441466	16,98528491	1,022154087	616,11689	-3,6461751
1,1	2,6149155	0,563900005	4,3362372	0,698651067	16,2310457	1,038213248	575,32975	-3,0096035
1,15	2,6140588	0,56508939	4,2624481	0,701112343	15,3210943	1,055790599	381,93655	-1,5981372
1,2	2,5886506	0,566379268	4,1482374	0,70379486	14,2784109	1,074458881	349,61648	-1,1293471
1,25	2,5394401	0,567757341	3,9956116	0,70666418	13,1258471	1,093801679	316,9525	-0,6651031
1,3	2,4672773	0,569209814	3,8067964	0,709682745	11,885339	1,113428267	284,93811	-0,2198179
1,35	2,3731264	0,570721163	3,5842266	0,712810051	10,5773166	1,13298437	285,03767	-0,2968749
1,4	2,258039	0,57227467	3,3305048	0,716003443	9,2203299	1,15215862	293,0426	-0,5351343
1,45	2,123168	0,573852155	3,0483488	0,719219058	7,8308482	1,1706854	236,81341	0,2940275
1,5	1,969732	0,575434661	2,7405558	0,722412567	6,423055	1,18834804	192,664264	0,9202778
1,55	1,7990341	0,577002065	2,4099922	0,725539221	5,008965	1,20497546	156,929604	1,40536603
1,6	1,6124135	0,578534031	2,0595128	0,728555441	3,598454	1,22044076	129,391968	1,75308165
1,65	1,4112632	0,580009645	1,6919697	0,731418566	2,199221	1,23466129	110,010658	1,96659544
1,7	1,1970078	0,581407817	1,3101594	0,734087778	0,816975	1,24759435	91,03774646	2,172099858

1,75	0,9710907	0,582707524	0,9168082	0,736524364	-0,544586	1,25923701	74,757737	2,33391273
1,8	0,7349545	0,583888172	0,5145487	0,738692098	-1,88379	1,26962642	60,172672	2,46830994
1,85	0,4900387	0,584929621	0,1058989	0,740557475	-3,201213	1,2788438	44,724801	2,61693148
1,9	0,2377807	0,585812128	-0,3067492	0,742090003	-4,499933	1,2870199	23,453094	2,86495153
1,95	-0,0204244	0,586517089	-0,7211342	0,743262107	-5,786267	1,2943499	13,437132	2,92720145
2	-0,2831976	0,587026554	-1,1351435	0,744049509	-7,070956	1,30111839	4,723308	2,96949585