



**Facultad de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Mecánica
Colectivo de Mecánica Aplicada**

TRABAJO DE DIPLOMA

**Utilización de la corrección del
dentado para la solución de averías
en las transmisiones por engranajes
cilíndricas sin variar la distancia
entre centros**

**Autor: Jorge Tejeda García.
Tutor: Dr.C. Rafael Antonio Goytisoló Espinosa**

**Junio 2016
“Año 58 de la Revolución”**

UNIVERSIDAD DE CIENFUEGOS



Sistema de Documentación y Proyecto.

Hago constar que el presente trabajo constituye la culminación de los estudios en la especialidad de Ingeniería Mecánica en la Universidad de Cienfuegos, autorizando a que el mismo sea utilizado por el Centro de Estudio Superior para los fines que estime conveniente, ya sea parcial o totalmente, que además no podrá ser presentado sin la aprobación de dicha institución.

Firma del autor.

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido según acuerdo de la dirección del centro y el mismo cumple los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura, referido a la temática señalada.

Información Científico Técnico

Nombre y Apellidos. Firma.

Vice Decano.

Nombre y Apellidos. Firma.

Firma del Tutor

Sistema de Documentación y Proyecto.

Nombre y Apellido. Firma.

PENSAMIENTO

..., más que el afán de lucro nos ha movido el
romanticismo de la Mecánica y el afán de
servicio a la industria...

Pedro Danés Casabosch
Traductor del OBERG JONES

AGRADECIMIENTOS

A Dios:

Por siempre estar a mi lado guiándome en el mejor camino, protegiéndome y entregando toda su gracia siempre a mi favor.

A mis padres:

Por apoyarme en mis decisiones y luchar conmigo en cada transcurso de la carrera, y a mi abuelo por su ayuda determinante, valiosa e incondicional durante estos cinco años. En general a toda mi familia, que han colaborado conmigo grandemente.

A mis profesores:

Por sus enseñanzas brindadas a lo largo de mi carrera para formarme como un profesional comprometido con su labor. En especial a los profesores Rafael Goytisoló y Pedro Fundora, quienes han aportado en lo personal la mayor influencia en mi formación como ingeniero.

A mis amigos:

En especial a mis compañeros de brigada, por todo su apoyo durante la carrera. También a todos mis amigos seculares que han estado en las buenas y en las malas junto a mí.

A todos los que tuvieron que ver directa o indirectamente en el desarrollo de esta gran meta,

¡Gracias!

Introducción

Las transmisiones por engranajes son elementos de máquinas de amplia difusión en la técnica moderna, y han sido objeto de estudio durante muchos años. La Universidad Carlos Rafael Rodríguez en Cienfuegos, Cuba, lleva a cabo una investigación teórica para la obtención de un método de cálculo para la aplicación de la corrección del dentado en engranajes cilíndricos en la solución de averías, sin cambiar la distancia entre centros.

La corrección de altura se ha utilizado históricamente para la solución de averías sin que sea necesario cambiar la distancia entre centros (Goytisoló et. al. 1974); (Goytisoló et. al. 1976); (Goytisoló et. al. 1977); (Goytisoló et. al. 1978). Sin embargo el empleo de la corrección angular que permite elevar mucho más la capacidad de carga de las transmisiones se ha visto limitada pues con este tipo de corrección del dentado se requiere aumentar la distancia entre centros, lo que no resulta posible en una transmisión ya construida para modificar solamente las ruedas y eliminar las averías, sin variar la distancia entre centros y no tener que modificar la carcasa.. Esta es beneficiosa cuando se desea aumentar los diámetros pero en el estudio de solución de averías, donde una transmisión por engranajes involucra otros elementos de máquinas costosos y de difícil construcción es obligatorio eliminar cualquier cambio en la distancia entre centros.

Ha habido un esfuerzo del colectivo de Profesores de la línea de Mecánica Aplicada durante varios años el lograr satisfacer esta necesidad. Utilizando varios software: EXCEL, Star Graphics y otros, se pretende diseñar una metodología lo más sencilla y práctica posible reuniendo el trabajo investigativo de varios profesores teniendo en cuenta que no existe bibliografía sobre este tema.

En este proyecto se tiene en cuenta el coeficiente de fricción para la obtención del factor de forma de los dientes y no solamente el coeficiente de corrección del dentado como se hacía tradicionalmente. Lo que cambia los factores tenidos en cuenta para la selección de la corrección del dentado para máxima resistencia.

Se presentan resultados de un cálculo para diferentes variantes de par de engranajes sin cambiar la distancia de centro ni el módulo, mostrando su aumento de la resistencia a las principales averías en la práctica.

Problema Científico:

Se necesita una metodología para determinar la corrección de altura o angular necesaria en los engranajes cilíndricos para aumentar su capacidad de carga a un determinado tipo de avería sin cambiar la distancia entre centros de la misma.

Hipótesis:

Es posible el diseño de una metodología que permita dar corrección a los engranajes cilíndricos sin modificar la distancia entre centros.

Objetivo General:

Diseñar una metodología de selección de la corrección necesaria en una transmisión por engranajes cilíndrica para la solución de una determinada avería, sin cambiar la distancia entre centros.

Objetivos específicos:

1. Realizar una revisión bibliográfica sobre las principales fallas en par engranajes en las industrias.
2. Profundizar en la influencia del coeficiente de corrección para el aumento de la resistencia a las diferentes averías.
3. Establecer los principios teóricos y la propuesta para la corrección angular sin cambiar la distancia entre centros.
4. Establecer una expresión matemática para hallar el factor de forma en los dientes de los engranajes en función del coeficiente de corrección, el coeficiente de fricción y el número de dientes.
5. Establecer una expresión matemática para hallar el coeficiente de corrección sumaria en función del ángulo de montaje.
6. Desarrollar un software que calcule el aumento de la resistencia de los engranajes, teniendo en cuenta la metodología para determinar la corrección de altura o angular necesaria para su aumento máximo a una determinada avería.
7. Comparar diferentes variantes utilizando la metodología descrita para comprobar su efectividad en el aumento de la resistencia máxima de los engranajes sin cambiar la distancia entre centros.

Índice

Contenido	Pág.
Problema Científico:	6
Hipótesis:	6
Objetivo General:	6
Objetivos específicos:	6
Índice	7
<i>Capítulo I. Caracterización de los engranajes cilíndricos, principales averías y de la corrección en estos para aumento de la resistencia a las fallas.</i>	<i>11</i>
1.1 Introducción al capítulo.	11
1.2 Teoría de los engranajes cilíndricos.....	11
1.2.1 Perfil de referencia de las ruedas dentadas.	12
1.3 Clases de deterioros de los dientes.	13
1.3.1 Roturas de los dientes.	13
1.3.2 Picadura en las superficies de los dientes.....	14
1.3.3 Desgaste en los dientes.	16
Este deterioro de los dientes consiste en el desgaste de sus superficies útiles. En las transmisiones cerradas el desgaste de los dientes, es considerablemente menor que en las abiertas.	16
1.3.4 Falla por agarramiento.	17
1.4 Corrección en los engranajes.	18
1.4.1 Corrección de altura en el dentado.....	19
1.4.2 Corrección angular de los engranajes.	20
1.5 Conclusiones Parciales del Capítulo I.....	22

<i>Capítulo II: Mejoramiento de la capacidad de carga de los engranajes cilíndricos mediante el empleo de la corrección de altura del dentado.</i>	23
2.1 Introducción al capítulo.	23
2.2 Métodos de elaboración de las ruedas dentadas.....	24
2.3 Esencia de la corrección en las transmisiones por engranajes.....	25
2.4 Ruedas normales (Engranaje Standard).....	27
2.5 Ruedas corregidas (Engranaje no Standard).....	29
2.6 Corrección de altura o corrección compensada de las ruedas dentadas.....	30
a) Socavado de las ruedas de la transmisión.....	32
b) Aguzamiento del diente del piñón.	33
c) Reducción del coeficiente de recubrimiento.	33
2.7 Fallas en las transmisiones por engranajes.	34
FALLAS VOLUMÉTRICAS.....	34
FALLAS SUPERFICIALES.....	34
2.8 Influencia de la corrección de altura en la elevación de la resistencia de las transmisiones por engranajes.	35
2.8.1 Influencia de la corrección de altura en la falla por picadura de las transmisiones por engranaje.	35
2.8.2 Influencia de la corrección en la lubricación de las transmisiones por engranajes.....	43
2.8.3 Influencia de la corrección en la resistencia al desgaste y al gripado de las transmisiones por engranajes cilíndricos.....	48
2.8.4 Influencia de la corrección en la resistencia a la fractura de las transmisiones por engranajes cilíndricos.....	51
2.9 Obtención de una ecuación de correlación para determinar el factor de forma en función del número de dientes, el coeficiente de fricción y el coeficiente de corrección del dentado.	56

2.10 Elevación de la resistencia a la fractura.....	60
2.11 Metodología para el cálculo de los coeficientes de corrección del dentado para la máxima resistencia a la fractura, desgaste y gripado y el % de elevación de resistencia del diente al torque mediante la corrección de altura.....	61
2.11.1 Primer caso	61
2.11.2 Segundo caso.....	64
2.12 Conclusiones Parciales del Capítulo II.....	66
Capítulo III Mejoramiento de la capacidad de carga de los engranajes cilíndricos mediante el empleo de la corrección angular del dentado.	67
3.1 Corrección angular de los engranajes.....	67
3.2 Mejoramiento de la resistencia de los pasos cilíndricos a los diferentes deterioros recomendadas por Dobrovolski, sin variar la distancia entre centros de la transmisión original.	69
3.3 Metodología para lograr aplicar la corrección angular sin variación de la distancia entre centros.	70
3.3.1 Distancia entre centros original.....	71
3.3.2 Distancia entre centros con corrección angular y coeficientes de corrección necesarios para ajustar la distancia entre centros.	71
3.3.3 Coeficientes de corrección para máxima resistencia a la picadura para los nuevos números de dientes.	71
3.3.4 Coeficientes de corrección para máxima resistencia a la fractura y el gripado para los nuevos números de dientes.....	73
3.4 Determinación de los coeficientes de coeficientes de seguridad según KissSoft.	73
3.5 Determinación de los % de elevación de la resistencia mediante el empleo de la corrección angular con variación de los números de dientes para ajustar la distancia entre centros.	73
3.5.1 Elevación de la resistencia a la fractura.	73

3.6 Obtención de una ecuación para determinar el ángulo de montaje y el coeficiente sumario de corrección $\xi_1 + \xi_2$ en función del ángulo de montaje.	74
3.6.1 Obtención de una ecuación para determinar el ángulo de engrane en función de la distancia entre centros.....	74
3.6.2 Obtención de una ecuación para determinar coeficiente sumario de corrección $\xi_1 + \xi_2$ en función del ángulo de montaje.	75
3.7 Metodología para el cálculo de los coeficientes de corrección del dentado para la máxima resistencia a la fractura, desgaste y gripado y el % de elevación de resistencia del diente al torque mediante la corrección angular sin variar la distancia entre centros.	77
3.7.1 Primer caso	77
3.7.2 Segundo caso	81
3.8 Conclusiones Parciales del Capítulo III.....	85
<i>Conclusiones Generales</i>	86
Recomendaciones.....	88
Referencias Bibliográficas	89
ANEXOS.....	92

Capítulo I. Caracterización de los engranajes cilíndricos, principales averías y de la corrección en estos para aumento de la resistencia a las fallas.

1.1 Introducción al capítulo.

En la Universidad de Cienfuegos se han desarrollado varios trabajos relacionados con los diferentes tipos de corrección en los engranajes con el fin de aumentar su máxima resistencia, en este primer capítulo se desarrolla un análisis general sobre los engranajes, las fallas en los engranajes que ocasionan las mayores averías en la industria y las ventajas de la corrección de altura y angular en estos.

1.2 Teoría de los engranajes cilíndricos

Las transmisiones por engranajes han adquirido amplia difusión en las distintas ramas de la construcción de maquinaria. Estas son empleadas en muchas máquinas por ejemplo, máquinas de cortar metal, automóviles, aparatos elevadores, transportadores y aerogeneradores. Su amplia aplicación es debido a: su alto rendimiento, compacidad, seguridad de funcionamiento, sencillez en su funcionamiento y mantenimiento.

Las formas de los elementos de engranajes son muy distintas debido a la diversidad de condiciones y explotación. Los más difundidos son aquellos que por la forma del perfil del diente en la sección testal son de evolvente.

Las transmisiones por engranajes se pueden clasificar por distintos aspectos:

Según la disposición mutua de los árboles se dividen en transmisiones cilíndricas (árboles paralelos) y cónicas (entre los árboles, cuyos ejes se intersecan). Por el carácter relativo del movimiento de los árboles en las de hilera y en las planetarias, por la configuración constructiva de la armazón, en transmisiones abiertas y cerradas. Por su velocidad periférica, en transmisiones lentas ($v < 3$ m/s); en transmisiones de media marcha ($v = 3 \text{ --} 15$ m/s) y en transmisiones rápidas ($v > 15$ m/s); por la disposición de los dientes respecto a la generatriz de la rueda; en transmisiones por engranajes de dientes rectos, oblicuos, bihelicoidales. Además de las transmisiones formadas solo por engranajes, existen las transmisiones cremallera-piñón, que han hallado amplia aplicación para transformar el movimiento giratorio en movimiento hacia adelante y viceversa.

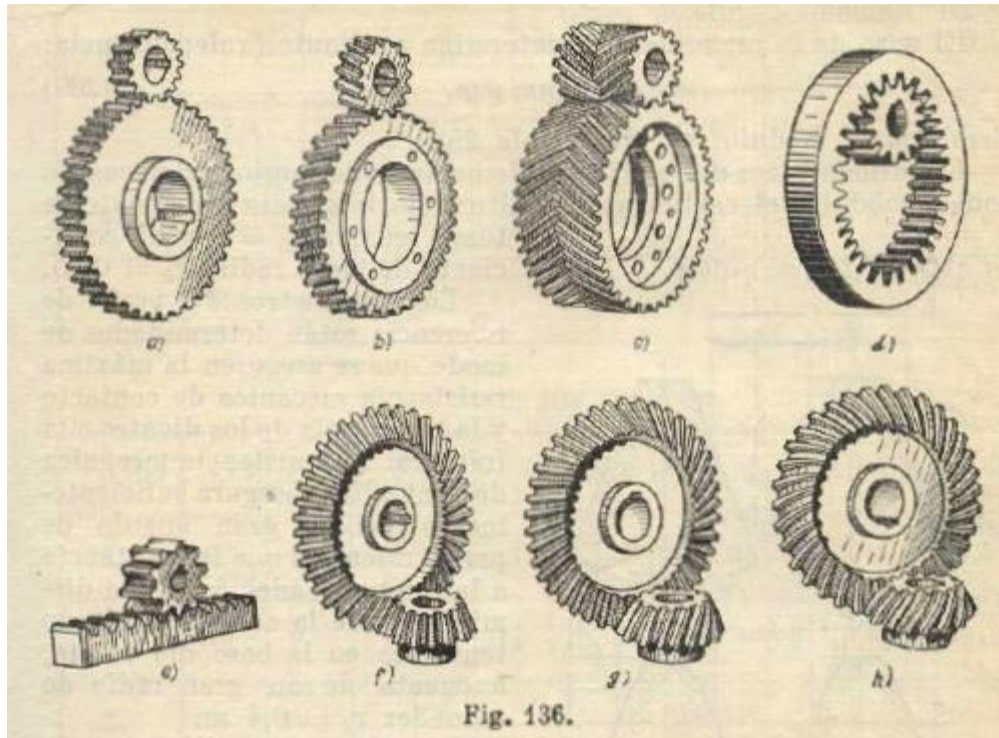


Figura 1.1 Distintos tipos de transmisiones por engranajes

(Tomado del Dobrovolski página 273)

1.2.1 Perfil de referencia de las ruedas dentadas.

Es conocido que para la posibilidad de formar transmisiones por medio de engranajes, estos últimos deben conjugar con una misma cremallera dentada. El perfil de esta cremallera –pieza, con la cual pueden entrar en engrane cualesquiera ruedas dentadas de un mismo módulo, se llama perfil de referencia. La forma y los parámetros del perfil de referencia para los engranajes de envolvente se establecen mediante las normas. El perfil del dentado es rectilíneo a la misma longitud, tanto por arriba como por debajo de la línea media, por la cual el espesor del diente y el ancho de la cavidad son iguales. Los lados laterales de los dientes del perfil de referencia están inclinados, con respecto a la vertical, bajo un ángulo de $\alpha = 20^\circ$ llamado ángulo de perfil. El paso de la cremallera se determina mediante la dependencia $t = \pi \cdot m$, siendo el módulo en mm. En muchas ramas de la construcción de maquinaria especial (construcción de automóviles, tractores, aviones y de barcos) teniendo en cuenta las particularidades de estas ramas se emplean perfiles de referencia especializadas. Así, en los automóviles junto con $\alpha = 20^\circ$ se emplean los ángulos de perfil $22,5^\circ$ y $17,5^\circ$.

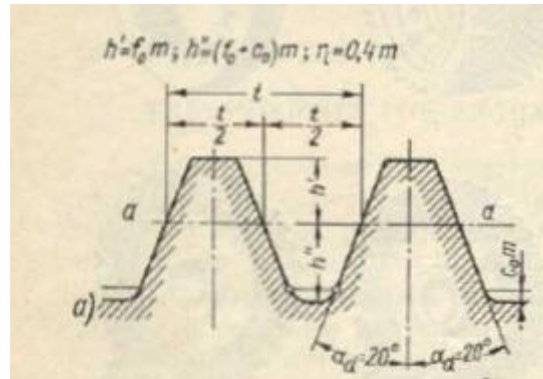


Figura 1.2 Perfil de Referencia

(Tomado del Dobrovolski página 274)

La pérdida por cada par de engranajes rectos, helicoidales o cónicos en un tren ordinario no debe exceder el 2 %, dando un rendimiento de 98 % aproximadamente o más. La pérdida en la toma de engrane de los engranajes rectos y helicoidales debe ser menor del 1 %. Ordinariamente, la magnitud de la pérdida en cajas de engranajes rectos y helicoidales no presenta problema de sobrecalentamiento, pero cuando la velocidad aumenta con la misma fuerza aproximadamente sobre los dientes (aumento de potencia), la disipación de la pérdida de potencia como energía térmica en el espacio u objetos circundantes puede constituir un problema.

En el diseño de una transmisión por engranajes intervienen muchas variables y aún no se ha desarrollado ningún procedimiento sencillo de aplicación general que dé las soluciones correctas. Cuando se trata de una producción en masa se debe recurrir a ensayos de laboratorio y de servicio para probar el diseño.

El diseño de la caja de engranajes no es una cuestión secundaria en la afectación de los engranajes. Esta debe ser suficientemente rígida para mantener los engranajes perfectamente alineados.

1.3 Clases de deterioros de los dientes.

Las clases típicas de deterioros son: roturas de dientes, picadura, desgaste, atoramiento y deformaciones plásticas de las superficies útiles.

1.3.1 Roturas de los dientes.

Las roturas de los dientes, por regla general, tienen un carácter de fatiga. A consecuencia de la acción periódica de la carga variable a cada entrada sucesiva del diente en engrane, surgen en su base (pie) tensiones variables de flexión. En la

superficie de transición, en la zona de máxima concentración de tensiones, a un determinado número de ciclos de carga, es posible el surgimiento de una grieta que se forma en la zona de elongación A (figura 141 b) debido a las causas indicadas anteriormente.

En los dientes largos rectos y, con frecuencia, en los oblicuos y bihelicoidales la grieta se propaga, al principio, a lo largo del pie del diente y luego sale al vértice transversalmente al diente u oblicuamente por la sección, en la cual las tensiones serán las mayores.

Una sobrecarga considerable puede romper de súbito los dientes. Otras causas pueden ser la concentración de carga en los extremos de los dientes, un tallado inexacto, la falta de precisión del montaje y a la deformación de los elementos de la transmisión bajo carga.

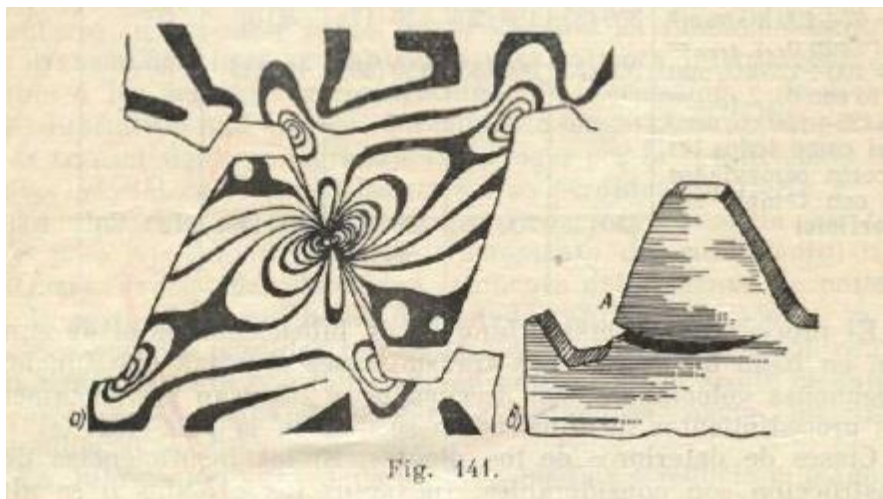


Figura 1.3 Falla por fractura de los dientes

(Tomado del Dobrovolski página 284)

La resistencia de los dientes a la fractura se puede elevar, haciendo más firme la base del diente y disminuyendo la concentración de tensiones en torno a esta base, mediante el aumento de la curva de transición, un acabado minucioso de la superficie de la cavidad, la elevación de la rigidez de la transmisión, el aumento de la exactitud de la fabricación y la elevación de las propiedades mecánicas del material de las ruedas.

1.3.2 Picadura en las superficies de los dientes.

La picadura de las superficies útiles de los dientes es la causa principal que inutiliza las transmisiones por engranaje que trabajan en abundancia de lubricación.

Esta falla se caracteriza por el desprendimiento de partículas de la superficie del diente producto de la acción del lubricante. Estos desprendimientos aparecen en la zona cercana al polo por encima y por debajo de la circunferencia primitiva (ver Figura 1.4). Este fenómeno se debe a que aquí es donde mejor puede desarrollarse la grieta sin "limarse", ya que la velocidad de deslizamiento es muy pequeña.



Figura 1.4 Falla por picadura de los dientes.

(Tomado del Dobrovolski página 285)

Los primeros hoyos por el ancho de la rueda aparecen en la zona de concentración de la carga o en los sitios de las irregularidades de la superficie que quedan después del mecanizado definitivo. En el proceso de trabajo el número de estos hoyos crece y el tamaño de algunos de ellos aumenta. El perfil del diente se altera, la superficie queda irregular y crecen las cargas dinámicas. A consecuencia de esto el proceso de picadura superficial se intensifica y toda la superficie útil del diente, inferior a la línea polar, se deteriora. El calentamiento de la transmisión y el ruido aumentan considerablemente.

Esta falla suele aparecer en la zona de línea polar e inferior (en el pie del diente), a consecuencia de la pequeña velocidad de deslizamiento, el coeficiente de rozamiento y por consiguiente, la fuerza de rozamiento y la tensión por contacto de la compresión sobre la superficie serán máximas.

La capacidad de las superficies de los dientes de resistir la picadura se puede elevar, aumentando la resistencia mecánica de la superficie de los dientes, aumentando los radios de curvatura de los perfiles de los mismos en la zona de contacto y eligiendo correctamente el lubricante.

1.3.3 Desgaste en los dientes.

Este deterioro de los dientes consiste en el desgaste de sus superficies útiles. En las transmisiones cerradas el desgaste de los dientes, es considerablemente menor que en las abiertas.

El desgaste de las superficies de los dientes será tanto mayor, cuanto más deslizamiento específico haya entre los dientes y cuanto mayor sea la tensión por contacto a la compresión en estas superficies. Por cuanto el máximo deslizamiento específico ocurre en los puntos iniciales y finales de contacto de los dientes, entonces el máximo desgaste se produce en los pies y en las cabezas de los dientes. En el polo del engranaje no hay deslizamiento de los perfiles, por eso el desgaste en la zona circumpolar será mínimo.

El espesor insuficiente de la película lubricante que no asegure el rozamiento líquido, intensifica el desgaste. El espesor de la película lubricante depende de la viscosidad del aceite, de la velocidad periférica de las ruedas, del procedimiento de suministro del lubricante al engrane, de la cantidad de aceite. Aun en condiciones óptimas, donde durante el trabajo normal la película de lubricante es suficiente, en el período de arranque y parada de la transmisión el espesor de la película lubricante puede resultar insuficiente. El ensuciamiento del lubricante con partículas abrasivas intensifica considerablemente el desgaste y produce rayado de las superficies.

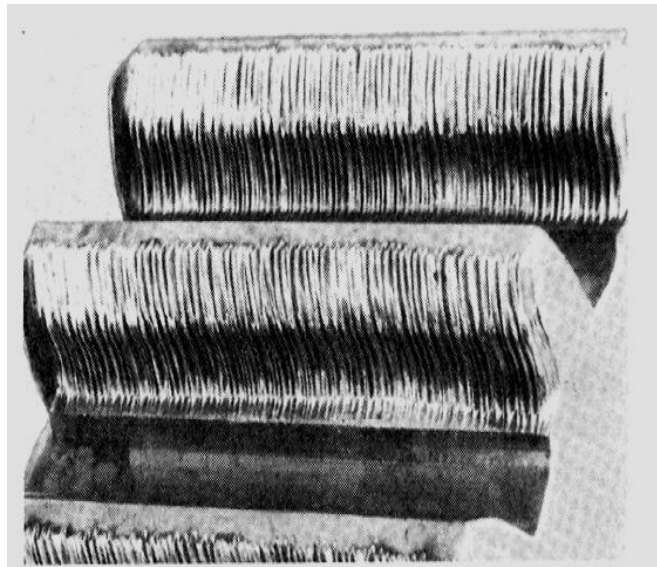


Figura 1.5 Falla por desgaste y rayado de los dientes

(Tomado del Dobrovolski)

El desgaste de los dientes se puede reducir, disminuyendo la magnitud del deslizamiento específico y de las tensiones por contacto de compresión, aumentando la resistencia al desgaste de las superficies de los dientes y eligiendo correctamente el lubricante y el método de lubricación.

1.3.4 Falla por agarramiento.

El agarramiento de los dientes consiste en que bajo la acción de presiones altas en la zona de la película lubricante aplastada, las superficies conjugadas de los dientes se aprietan entre sí tan fuertemente que sueldan las crestas de las irregularidades y se arrancan partículas de la superficie del diente más blando produciendo desgaste y rayado en la rueda conjugada. Durante el movimiento relativo ulterior de los dientes estas partículas dejan surcos sobre la superficie, de la cual se han desprendido.

Factores que tienen influencia sustancial en que se produzca el agarramiento son: la calidad y viscosidad del aceite, la duración de la acción de la carga, el grado de acabado de las superficies de contacto, la dureza de las superficies útiles de los dientes a engranar, la calidad del material de las ruedas.

Sometiendo los dientes a un asentado bajo la acción de una carga que crece gradualmente se puede aumentar la carga útil sin temer al agarramiento. En las transmisiones de pequeña velocidad el agarramiento se evita empleando lubricantes de alta viscosidad, en las rápidas aplicando lubricantes que tienen aditivos que obstaculicen la soldadura de las partículas del metal en los dientes que están en contacto (aditivos de sulfuro y cloruro de fósforo, jabón de plomo con ácidos oleico)

Las deformaciones plásticas tienen lugar en los dientes fuertemente cargados bajo la acción de las fuerzas de rozamiento. Estas deformaciones plásticas aparecen con más intensidad en los dientes de acero con dureza poco elevada, particularmente con insuficiencia de lubricación y en las transmisiones de pequeña velocidad.



Figura 1.6 Falla por agarramiento

Si se emplean aceites de mayor viscosidad las fuerzas de rozamiento disminuyen y es menor el peligro de las deformaciones plásticas. En una transmisión diseñada y fabricada correctamente, siendo normal la explotación, no debe aparecer ningún deterioro durante todo el plazo de servicio previsto. El posible surgimiento de deterioro de los dientes se manifestará con un excesivo calentamiento y fuerte ruido de la transmisión.

1.4 Corrección en los engranajes.

Un aumento considerable de la capacidad de los dientes de resistir los posibles deterioros y de aumentar la carga a transmitir se puede lograr mediante la corrección. Se llaman engranajes corregidos los dentados con desplazamiento de la herramienta que no es mas que se escogió un diámetro mayor para el semiproducto. La esencia de la corrección del engrane consiste en que según sea la necesidad del cambio de unas u otras características del engrane, con el objeto de elevar la resistencia a determinados deterioros para el perfil teórico de trabajo de los dientes, se desplaza la herramienta, buscando utilizar una u otra parte de la evolvente del diente según convenga. El grado de corrección se determina por los coeficientes de desplazamiento $\xi_{\text{piñ}}$ para el piñón y ξ_{rued} para la rueda. Con el cambio de la magnitud de estos coeficientes varían las dimensiones relativas de los dientes, puesto que cambia el desplazamiento real de la herramienta con respecto a la pieza que se trabaja igual a $\xi \cdot m$ en el momento de realizar el tallado de los dientes.

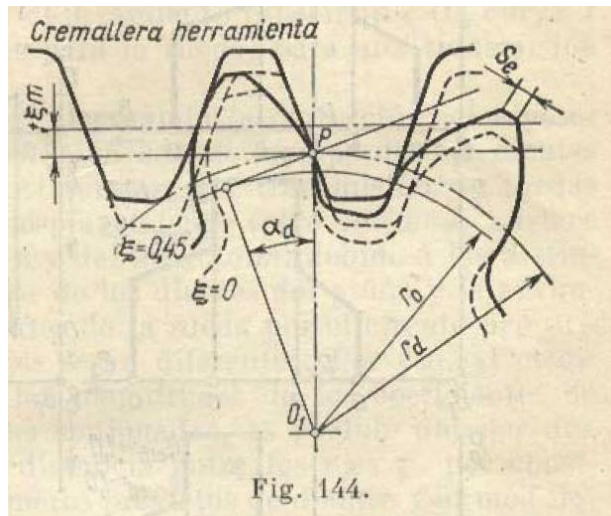


Figura 1.7 Corrección positiva del dentado

(Tomado del Dobrovolski página 291)

Si la línea media de la cremallera se encuentra a una distancia del centro de la rueda mayor que el radio del círculo primitivo, el coeficiente de desplazamiento ξ se considera positivo, en caso contrario, negativo. Eligiendo como es debido los coeficientes de desplazamiento de la cremallera, se pueden resolver muchos problemas relacionados con el aumento de la capacidad de carga de la transmisión.

Al aumento en radio del semiproducto (b) con relación al módulo (m) se le denomina coeficiente de corrección (X). Evidentemente este aumento del semiproducto se corresponde con el desplazamiento de la herramienta que se plantea en los textos de Teoría de Mecanismos de pregrado.

$$X = b/m$$

1.4.1 Corrección de altura en el dentado.

La corrección de altura permite elevar la capacidad de carga sin variar la distancia entre centros de la transmisión, por lo que es la forma más racional de elevar la capacidad de carga de las transmisiones por engranajes que sufren averías, ya que no hay que modificar la carcasa ni la tecnología de fabricación de las ruedas.

Cuando se da el caso de una pareja de engranajes ya diseñada y construida durante la explotación, los dientes del piñón sean más débiles que los de la corona. Ante esta situación el diseñador puede decidir para mejorar el comportamiento de la transmisión dar una corrección positiva al piñón y una negativa de la misma magnitud a la corona de tal manera que el engranaje quede compensado. En este caso no se cambia la

distancia entre centros, pudiendo utilizarse la misma carcaza. Cuando se corrige una pareja de engranaje y la misma corrección positiva X_p que se da al piñón se le da negativa a la corona $X_c = - X_p$ estamos en presencia de una corrección de altura o corrección compensada de las ruedas dentadas.

$$X_p = - X_c.$$

$$X_{\Sigma} = X_p + X_c = 0.$$

A la suma de los coeficientes de corrección del piñón y de la corona se le llama coeficiente sumario de corrección (X_{Σ}).

Debe tenerse en cuenta a la hora de dar una corrección de altura que para hacer la rueda corregida positivamente se necesita un semiproducto mayor, y que para la corregida negativamente un semiproducto menor.

1.4.2 Corrección angular de los engranajes.

En ocasiones para atenuar determinada falla del dentado, o para llevar una pareja de engranajes a una distancia entre centros mayor o menor de la que tendrían si fueran normales se utilizan las correcciones angulares. Estamos en presencia de una corrección angular cuando el coeficiente de corrección sumario es diferente de cero, es decir el valor de corrección positiva que se le da a una rueda no coincide con el valor de corrección negativa que se le da a la otra. Se pueden presentar varios casos a saber:

- a) $X_1 = +$ $X_2 = -$ pero de valor diferente.
- b) $X_1 = -$ $X_2 = +$ pero de valor diferente.
- c) $X_1 = -$ $X_2 = -$
- d) $X_1 = +$ $X_2 = +$
- e) $X_1 = +$ $X_2 = 0$
- f) $X_1 = -$ $X_2 = 0$
- g) $X_1 = 0$ $X_2 = +$
- h) $X_1 = 0$ $X_2 = -$

De todos los casos anteriores el más lógico y usual en la práctica es el caso d). Cuando se está en presencia de dicho caso, producto de que de la circunferencia de paso hacia arriba los dientes se hacen más estrechos, y de que la circunferencia primitiva va a

estar por encima de la circunferencia de paso, los engranajes tienden a "encajarse", es decir a no conservar la holgura radial relativa. Debido a esto los dientes se recortan en su punta. En realidad para evitar tener que recortar los dientes después de maquinados lo que se hace es hacerlos ligeramente más cortos en una magnitud (v) denominada coeficiente de desplazamiento invertido. Esto se logra eligiendo el diámetro exterior del semiproducto ligeramente inferior al calculado por la corrección. Si el coeficiente de corrección sumario $X\Sigma$ es positivo se dice que la corrección es angular positiva, y viceversa. En la Tabla 1.1 se dan todas las expresiones para el cálculo de una transmisión por engranajes con corrección angular.

Tabla 1.1 Formulas de cálculo de las dimensiones de las transmisiones cilíndricas con corrección

Elementos del engrane	Fórmula
Diámetro del círculo primitivo	$d_{prim} = zm$ (en mm)
Diámetro del círculo de base	$d_o = d_{prim} \cos \alpha_{prim}$ (en mm)
Distancia entre los ejes para $\xi_{rued} = \xi_{piñ} = 0$ y $\xi_{rued} = -\xi_{piñ}$	$A_{prim} = \frac{z_{rued} + z_{piñ}}{2} m$ (en mm)
Distancia entre los ejes para $\xi_{rued} \neq \pm \xi_{piñ} \neq 0$	$A = A_{prim} (\lambda_o + 1)$ (en mm)
Coefficiente de desplazamiento de los ejes	$\lambda_o = \frac{\cos \alpha_{prim}}{\cos \alpha} - 1$ (Se escoge por la tabla 31 según sea ξ_o)
Coefficiente relativo sumario de corrección	$\xi_o = \frac{2 (\xi_{rued} + \xi_{piñ})}{z_{rued} + z_{piñ}}$
Coefficiente de desviación de la distancia entre los ejes	$a = \frac{A - A_{prim}}{m}$
Coefficiente de cizallamiento invertido	$v = (\xi_{rued} + \xi_{piñ}) - a$
Diámetro del círculo de cabeza	$D_e = d_{prim} + 2 (f_o + \xi - v) m$ (en mm)
Diámetro del círculo de pie	$D_i = d_{prim} - 2 (f_o + c_o - \xi) m$ (en mm)

1.5 Conclusiones Parciales del Capítulo I.

1. Como resultado de la búsqueda bibliográfica se logró recopilar un volumen considerable de información acerca de la teoría de engranajes cilíndricos, sus principales clasificaciones y principales fallas de las transmisiones por engranajes en las industrias del mundo.
2. Se mencionaron los resultados de investigaciones precedentes y de la bibliografía existente donde se aportan criterios sobre la influencia de la corrección en el aumento de la resistencia a las averías.
3. Se concluye finalmente que la corrección favorece la resistencia a todos los tipos de averías.

Capítulo II: Mejoramiento de la capacidad de carga de los engranajes cilíndricos mediante el empleo de la corrección de altura del dentado.

2.1 Introducción al capítulo.

En los últimos años el uso de las correcciones del dentado en las transmisiones por engranajes (engranajes no Standard) ha ido adquiriendo cada vez más importancia. Para poder comprender a cabalidad en qué consiste la corrección del dentado, así como toda la formulación matemática de los parámetros geométricos y cinemáticos de los engranajes corregidos es necesario previamente establecer algunos conceptos fundamentales acerca de los diferentes métodos de elaboración de las ruedas dentadas; y de las normas que rigen los parámetros geométricos de los engranajes.

Entre los factores que influyen en el comportamiento de una transmisión por engranajes, la corrección juega un papel decisivo. Cuando se analizan las fallas en una transmisión por engranajes generalmente se piensa en el material, tratamiento térmico, etc. Pocas veces se analiza la geometría y su influencia en la resistencia, específicamente variaciones que se producen en el perfil del diente usando la corrección y que favorecen la resistencia a las diferentes fallas.

De igual manera cuando se piensa en la lubricación generalmente se analiza el lubricante, el método de lubricación, etc. sin embargo pocas veces se tienen en cuenta una serie de parámetros geométricos y cinéticos de la transmisión que determinan el espesor de la película del lubricante que se puede originar entre los dientes. Para asegurar una lubricación eficiente es necesario que se conjuguen dichos factores de manera que entre los dientes pueda originarse una película de lubricante, la cual evite el contacto metal con metal.

En este capítulo se muestra en primer lugar un análisis teórico de la influencia de la corrección en la resistencia de las transmisiones por engranajes y sobre los parámetros que determinan la acción del lubricante, así como los resultados prácticos obtenidos en reductores de velocidad de producción nacional. Se valoran las diferentes teorías de lubricación (Martin, Grubin, Dowson, etc.) y se determinan los valores óptimos de corrección de altura que garantizan la formación de una

adecuada película de lubricante, resultados inéditos en la bibliografía sobre engranajes

2.2 Métodos de elaboración de las ruedas dentadas.

Existen diversos métodos de elaboración de las ruedas dentadas; pero esencialmente todos se basan en uno de los dos principios siguientes:

- a) Método de forma o de copia.
- b) Método de generado o rodamiento.

El método de copia consiste en (utilizando una fresadora y una fresa de engranajes o fresa de módulo) ir copiando el perfil de la herramienta en el semiproducto al elaborar la rueda dentada, o sea el espacio entre dientes tendrá una geometría idéntica al diente de la fresa. (Ver Figura 2.1)

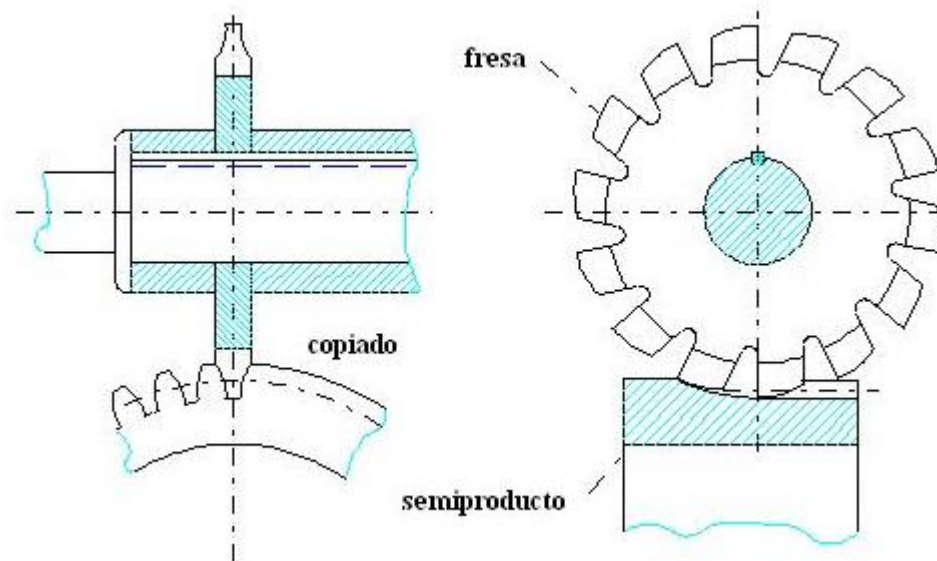


Figura 2.1 Elaboración de una rueda dentada por el método de copia.

Este método tiene como deficiencia su poca productividad y su inexactitud (con una fresa de un módulo dado se tallan ruedas con diferentes números de dientes, lo que introduce inexactitudes en el perfil). Por otra parte usando esta forma de elaboración de las ruedas dentadas no se pueden fabricar dientes corregidos, ya que la corrección implica una modificación de la forma del perfil del diente y habría que tener entonces una herramienta con el perfil modificado.

El método de generado o rodamiento permite la "generación del perfil del diente", existiendo diversas formas de lograrlo: por mortajado, por tallado con cremallera, por tallado con fresa madre, etc. Este método es mucho más productivo y exacto que el método anterior, y además permite el uso de correcciones, ya que el perfil evolvente se genera en dependencia de las dimensiones del semiproducto.

Cuando se tallan ruedas con menos de 17 dientes puede producirse el recorte del pie o socavado del diente (Ver Figura 2.2).

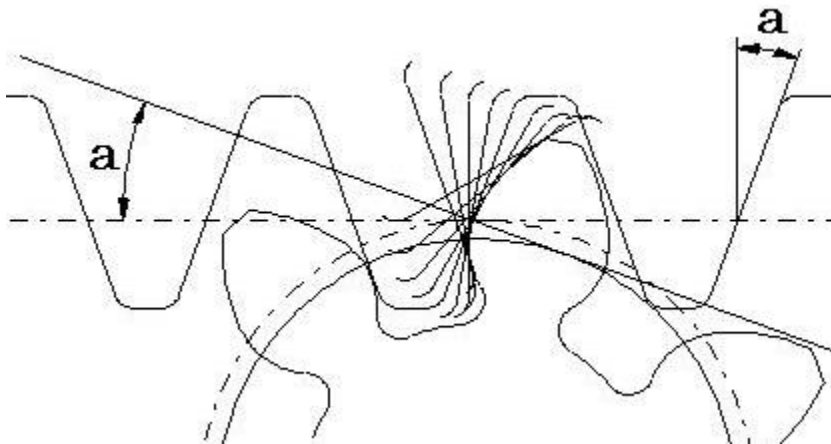


Figura 2.2 Generación del perfil del diente de una rueda con $z < 17$ dientes y aparición del socavado.

2.3 Esencia de la corrección en las transmisiones por engranajes.

Muchos textos de Teoría de Mecanismos para explicar la corrección hablan esencialmente de un desplazamiento de la herramienta, y no relacionan directamente la corrección con el cambio de diámetro del semiproducto bruto donde se va a tallar la rueda dentada. Para comprender a cabalidad este fenómeno hay que remontarse a dos conceptos básicos estudiados en los cursos de pregrado de Teoría de Mecanismos: La cremallera básica y las propiedades de la evolvente. A continuación se abordarán los mismos de manera simplificada.

Se denomina cremallera básica al patrón que establece las principales dimensiones geométricas de una transmisión por engranajes, y de hecho determina la forma del diente. Por ejemplo una fresa madre contiene en su sección transversal una cremallera básica. Las normas internacionales establecen los parámetros geométricos de la

cremallera básica; destacándose entre ellos la recta de módulo o línea de referencia, que es la que divide la cremallera en dos partes, una superior y una inferior. A lo largo de esta línea el espesor del diente es igual al del espacio interdental (Ver Figura 2.3). Es importante tener en cuenta que la cremallera básica tiene determinado ángulo del perfil (llamado ángulo de la cremallera), y que el paso es el mismo por cualquier recta paralela a la recta de módulo o línea de referencia.

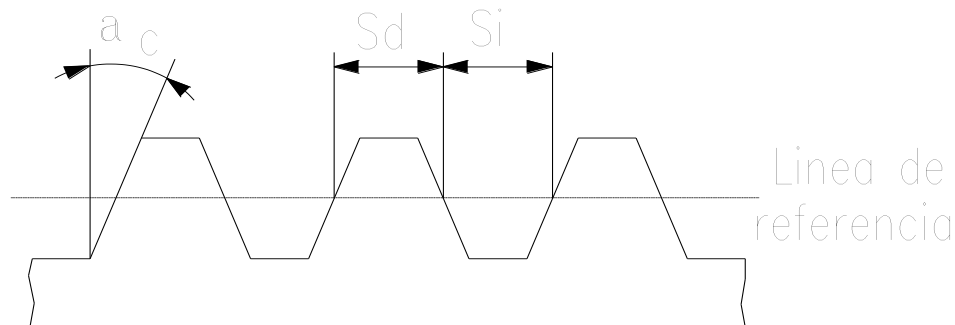


Figura 2.3 Cremallera básica.

El perfil del diente de las transmisiones por engranajes puede tener diversas formas, pero indiscutiblemente la curva geométrica más usada es la evolvente. Esta curva tiene tres propiedades esenciales que es conveniente discutir (Ver Figura 2.4).

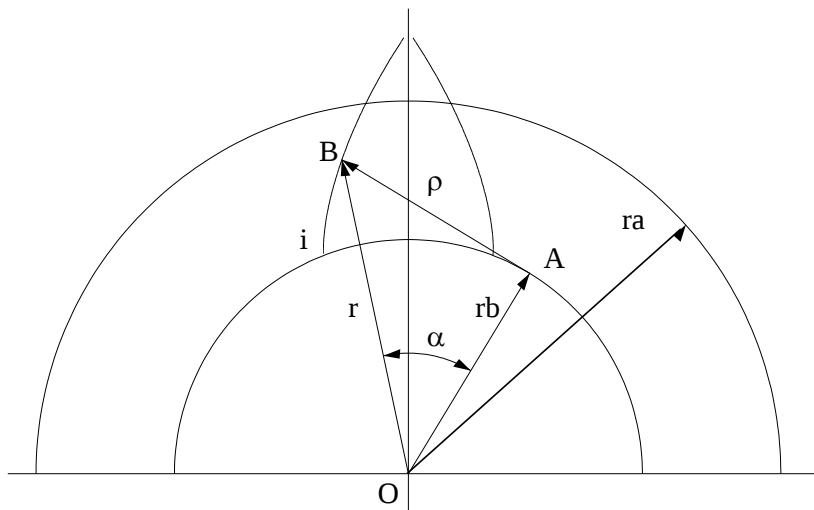


Figura 2.4 Propiedades de la evolvente.

a) La evolvente nace en la circunferencia básica; es decir en una circunferencia de menor diámetro que la básica no existe la evolvente (el punto i sobre la circunferencia básica es el inicio de la evolvente).

b) Todo radio de curvatura ρ de la evolvente es tangente a la circunferencia básica de radio r_b .

c) El radio de curvatura de la evolvente en cualquier punto es igual al arco por la circunferencia básica ($\rho = \text{arco } Ai$).

Es importante destacar que el diente está formado por dos evolventes las cuales están representadas de manera exagerada en la Figura 2.4, para facilitar la explicación. Un detalle interesante a observar es que a medida que el radio exterior se aleja de la circunferencia básica el espacio entre las dos evolventes que conforman el diente se hace mayor en una zona cercana a la circunferencia básica y menor en zonas lejanas a dicha circunferencia, llegando a cortarse inclusive cuando el radio exterior es muy grande.

La esencia de las correcciones del dentado consiste en ir ubicando el diente en una zona de la evolvente diferente a la que le hubiera correspondido si se hubieran tallado normalmente. Está claro que si se desea desplazarse hacia afuera por la evolvente el radio del semiproducto debe ser mayor y viceversa. Para trazar la evolvente existen métodos gráficos y analíticos; siendo estos últimos más precisos y más fáciles de aplicar con ayuda de la computación.

El radio vector de cualquier punto de la evolvente puede calcularse por la expresión (Ver Figura 2.4):

$$r = \frac{r_b}{\cos \alpha} \quad (2.1)$$

El ángulo α varía entre α_c (20°) y el ángulo α_e correspondiente a la altura de la circunferencia exterior:

$$\alpha = \cos^{-1} \left(\frac{d_b}{d_e} \right) \quad (2.2)$$

En la expresión anterior d_e es el diámetro por la circunferencia exterior y d_b el diámetro por la circunferencia básica (Ver Tabla 2.1).

2.4 Ruedas normales (Engranaje Standard).

Durante el proceso de tallado por el método de generado se produce un engranamiento entre el semiproducto y la cremallera básica (independientemente

del tipo de herramienta que se use). En este proceso de engranamiento habrá solamente una circunferencia del semiproducto que rueda sin deslizamiento por una recta de la cremallera. El paso y el módulo de la rueda dentada por esta circunferencia son iguales al paso y por ende al módulo de la cremallera (no hay deslizamiento, es decir se "igualan" el paso de la cremallera al paso de la rueda). Hay que tener en cuenta que el paso de la cremallera es el mismo por cualquier recta paralela a la recta de módulo, mientras que el paso de la rueda depende del radio de la circunferencia para un número de dientes dado. (Ver Figura 2.5).

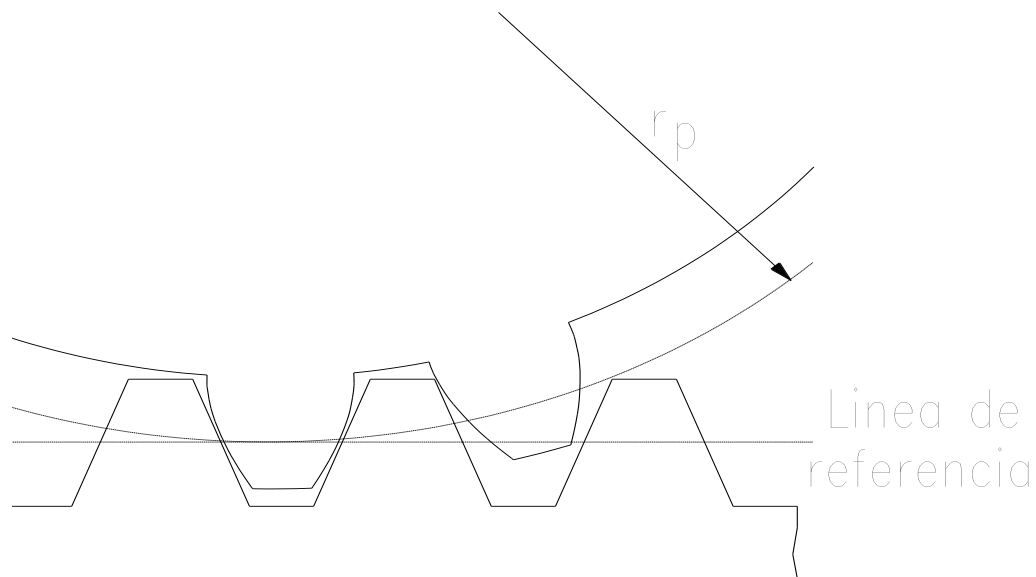


Figura 2.5 Circunferencia de paso.

La circunferencia por donde se "reproduce" el paso de la herramienta se denomina "circunferencia de paso". La longitud o perímetro de esta circunferencia es $2 \cdot \pi \cdot r_p = Z_t = Z \cdot \pi \cdot m$. Es decir es igual al número de dientes de la rueda por el paso de la herramienta. La expresión matemática para el cálculo del diámetro de la misma es:

$$d_p = m \cdot Z$$

Una rueda dentada se considera normal cuando durante el proceso de tallado la circunferencia de paso rueda sin deslizamiento con respecto a la línea de referencia o recta de módulo de la herramienta. Las fórmulas para hallar todos los parámetros geométricos de las ruedas dentadas normales aparecen en la Tabla 2.1.

En la Tabla 2.1 c es el coeficiente de holgura relativa de los dientes, el cual es un parámetro propio de la herramienta con que se tallan las ruedas; sus valores más usados son 0,16 y 0,25, f_a es el factor de altura del diente, el cual también se corresponde con la herramienta que se utilice. Sus valores son 1 ó 0,8. El ángulo de la cremallera α_c generalmente es 20° . El ángulo de montaje α_w es igual al de la cremallera cuando engranan ruedas normales. El ángulo α_e es el ángulo de la evolvente a la altura del radio exterior.

Las fórmulas son aplicables tanto al piñón como a la corona, solamente teniendo en cuenta que el número de dientes cambia para cada rueda.

Tabla 2.1 Parámetros geométricos de las ruedas dentadas normales.

Parámetro	Símbolo	Expresión de cálculo
Paso	T	$\pi.m$
Diámetro de paso	d_p	$m.z$
Diámetro básico	d_b	$d_p \cdot \cos \alpha_c$
Diámetro primitivo	d_w	$d_b / \cos \alpha_w$
Diámetro exterior	d_a	$m.z + 2.h_a.m$
Diámetro interior	d_f	$m.z - 2.(h_a + c).m$
Distancia entre centros	a_w	$m. Z \sum / 2$
Gruoso del diente:		
Por la circunf. básica	S_b	$d_b.(S_p/d_p + \text{inv } \alpha_c)$
Por la circunf. de paso	S_p	$\pi.m / 2$
Por la circunf. exterior	S_a	$d_a.(S_p/d_p + \text{inv } \alpha_c - \text{inv } \alpha_e)$

2.5 Ruedas corregidas (Engranaje no Standard).

¿Qué sucedería si a la hora de tallar una rueda se escoge un semiproducto cuyo diámetro es superior en algunos milímetros al que realmente se necesita de acuerdo al valor obtenido por la expresión de cálculo de la Tabla 2.1? Evidentemente ya la posición relativa de la cremallera herramienta con respecto a la rueda cambia; es decir la herramienta estará más alejada con respecto al centro de la rueda. Entonces la circunferencia de paso rodará sin deslizamiento por una recta por encima de la recta de módulo de la cremallera (Ver Figura 2.6).

Como el paso de la herramienta es el mismo en cada recta paralela a la recta de módulo, se seguirá "grabando" o "copiando" el paso por la circunferencia de paso; pero ya el espesor del diente S_p y el espacio interdental S_i por esta circunferencia no serán iguales, aunque la suma de ellos sigue siendo igual al paso. Es decir se está utilizando una zona de la evolvente más alejada del centro; esto hace que el diente sea más grueso en su base y se afine por la punta.

Al aumento en radio del semiproducto (ΔR) con relación al módulo (m) se le denomina coeficiente de corrección (X). Evidentemente este aumento del semiproducto se corresponde con el desplazamiento de la herramienta que se plantea en los textos de Teoría de Máquinas y Mecanismos.

$$X = \Delta R / m \quad (2.3)$$

Siempre que se aumente el semiproducto estamos en presencia de una corrección positiva. Es evidente que la misma situación que ocurre al aumentar el semiproducto es válida para su disminución; pero con efecto contrario, es decir el ancho del diente por la circunferencia de paso disminuye, aumenta el espacio interdental, etc. Siempre que se disminuya el semiproducto estamos en presencia de una corrección negativa.

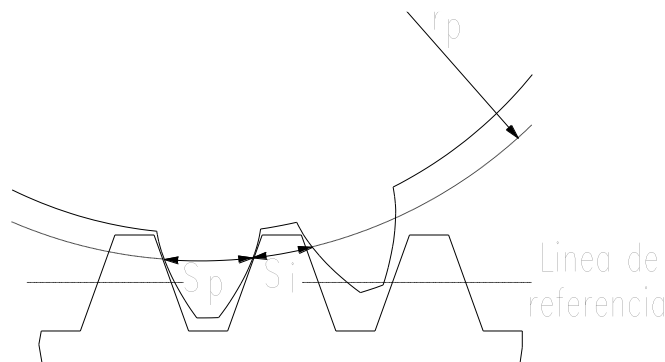


Figura 2.6 Corrección positiva de una rueda dentada.

2.6 Corrección de altura o corrección compensada de las ruedas dentadas.

En ocasiones existen limitaciones en cuanto a la distancia entre centros a utilizar, es decir la misma no puede ser elegida libremente, o en el caso de una transmisión ya construida que sufrió, digamos, una avería, ésta no puede ser modificada. Por ejemplo puede darse el caso de que en una pareja de engranajes ya diseñada y

construida si se trata de una transmisión reductora, los dientes del piñón resultan más débiles que los de la corona. Ante esta situación el diseñador puede decidir para mejorar el comportamiento de la transmisión dar una corrección positiva al piñón y una negativa de la misma medida a la corona; de tal manera que el engranaje en su conjunto quede compensado. En este caso se mantiene la distancia entre centros, pudiendo utilizarse la misma carcasa. Cuando se corrige una pareja de engranajes y la misma corrección positiva X_p que se le da al piñón, se le da negativa a la corona $X_c = -X_p$ estamos en presencia de una corrección de altura o corrección compensada de las ruedas dentadas. Es decir: $X_\Sigma = X_p + X_c = 0$.

A la suma de los coeficientes de corrección del piñón y de la corona se le llama coeficiente sumario de corrección (X_Σ). Debe tenerse en cuenta a la hora de dar una corrección de altura que para hacer la rueda corregida positivamente se necesita un semiproducto mayor, y que para la corregida negativamente un semiproducto menor. En la Tabla 2.2 se muestran las expresiones para el cálculo de los parámetros geométricos de una transmisión por engranajes con corrección de altura.

Tabla 2.2 Parámetros geométricos de las ruedas dentadas con corrección de altura.

Parámetro	Símbolo	Expresión de cálculo
Paso	t	$\pi.m$
Diámetro de paso	d_p	$m.z$
Diámetro básico	d_b	$d_p.\cos \alpha_c$
Diámetro primitivo	d_w	$d_b/\cos \alpha_w$
Diámetro exterior	d_a	$m.(z + 2.h_a + 2.X)$
Diámetro interior	d_f	$m.(z - 2.(h_a + c) + 2.X)$
Distancia entre centros	a_w	$m. Z_\Sigma / 2$
Grueso del diente:		
Por la circunf. básica	S_b	$d_b.(S_p/d_p + \text{inv } \alpha_c)$
Por la circunf. de paso	S_p	$\pi.m / 2 + 2.m.X. \tan \alpha_c$
Por la circunf. exterior	S_a	$d_a.(S_p/d_p + \text{inv } \alpha_c - \text{inv } \alpha_e)$

Las expresiones de la tabla anterior sirven tanto para el piñón como a la corona, siempre y cuando se coloquen los valores de número de dientes (Z) y coeficiente de corrección (X) con su respectivo signo para la rueda que se esté calculando.

En las correcciones de altura producto de que el aumento de diámetro de una rueda es proporcional a la disminución en diámetro de la otra, la distancia entre centros es igual que para un engranaje normal con los mismos números de dientes. El ángulo de montaje α_w también se mantiene igual al ángulo de la cremallera α_c .

Los valores del Coeficiente de Corrección obtenidos para garantizar la máxima resistencia a algunas de las posibles fallas no siempre pueden ser aplicados plenamente en todos los casos, pues existen ciertas limitaciones que deben ser tomadas en cuenta al elegir el valor del coeficiente de corrección, tales como:

- a) Socavado de las ruedas de la transmisión.
- b) Aguzamiento del diente del piñón.
- c) Reducción del coeficiente de recubrimiento.

Se analizarán a continuación estas limitaciones.

a) Socavado de las ruedas de la transmisión.

Para lograr el desplazamiento requerido de la línea práctica de engranaje es necesario corregir positivamente el piñón y negativamente la corona. Ahora bien, es conocido que cuando en una transmisión de perfil evolvente de $\alpha_c = 20^\circ$ y $f_0 = 1$, se emplea un número de dientes en el piñón $Z_p < 17$ se produce el socavado de éste. La corrección de altura en estos casos, debe superar el valor mínimo necesario para eliminar el socavado o sea:

$$\xi_{\min} = \frac{17 - Z_p}{17} \quad (2.4)$$

Por otro lado, como la corrección en la corona debe ser negativa y si su número de dientes no es grande, puede producirse durante la corrección el socavado de ésta. Para evitar este efecto la corrección negativa de la corona no debe exceder cierto valor máximo para $\alpha_c = 20^\circ$ y $f_0 = 1$.

$$\xi_{\max} = \frac{17 - Z_c}{17} \quad (2.5)$$

b) Aguzamiento del diente del piñón.

Al corregir positivamente el piñón, el espesor del diente en la cabeza se reduce, lo que puede resultar en una disminución de la resistencia a flexión en esta zona. Para garantizar la resistencia es necesario que la corrección de altura elegida garantice que el espesor de la cabeza $Se > 0,3m$, o sea:

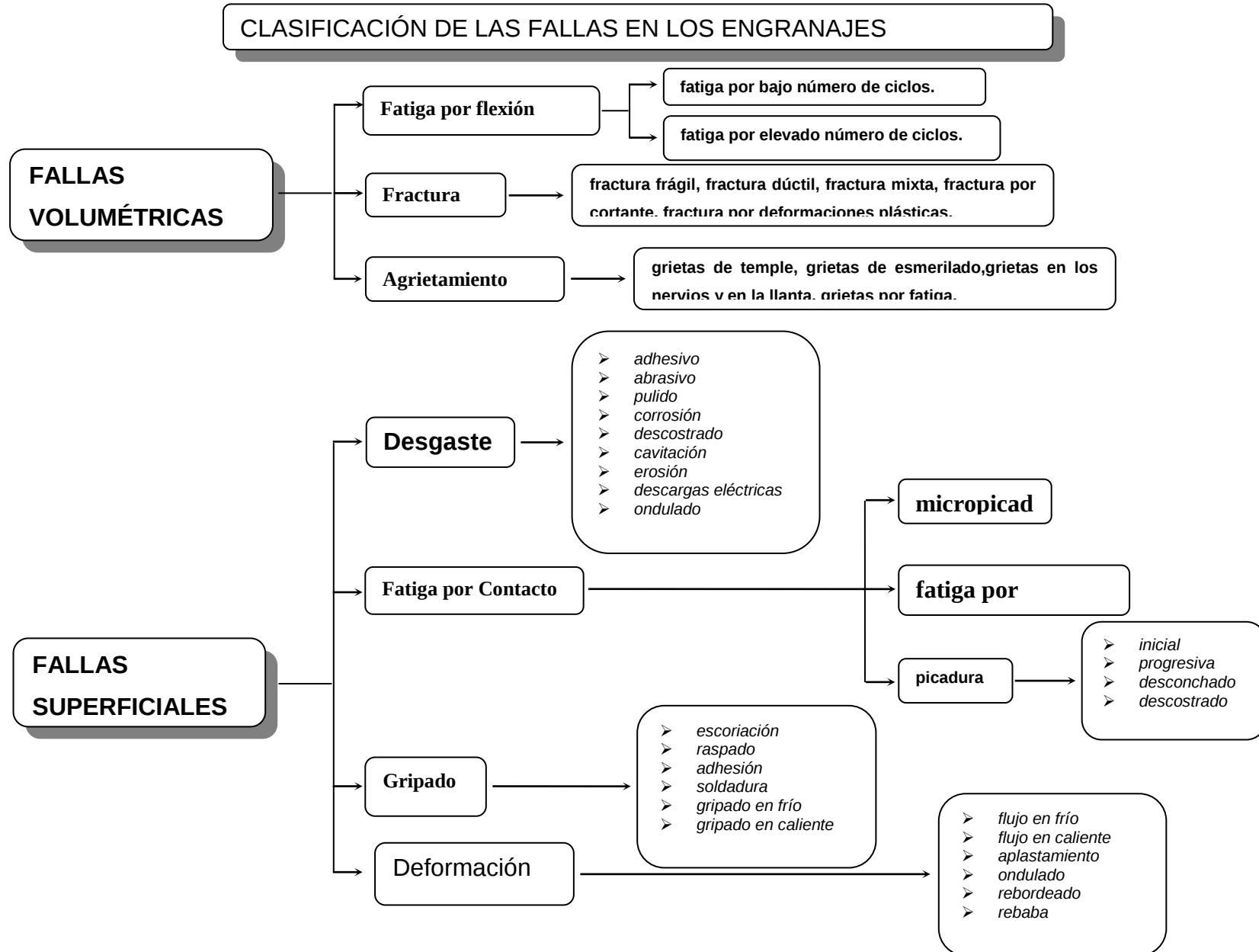
$$Se = 2 Re p \left(\frac{Sp}{2Rp} + inv \alpha c + inv \alpha e \right) \geq 0,3m \quad (2.6)$$

c) Reducción del coeficiente de recubrimiento.

En la corrección de altura el coeficiente de recubrimiento de la transmisión se reduce. Para garantizar un funcionamiento satisfactorio de la transmisión es necesario que la corrección de altura empleada garantice un valor del coeficiente de recubrimiento mayor que 1,25, o sea:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{Re c^2 - Roc^2} + \sqrt{Re p^2 - Rop^2} - (Rp + Rc) \sin \alpha m}{\Pi \cdot m \cdot \cos \alpha c} \geq 1.25 \quad (2.7)$$

2.7 Fallas en las transmisiones por engranajes.



2.8 Influencia de la corrección de altura en la elevación de la resistencia de las transmisiones por engranajes.

Cuando se presenta una falla en una transmisión por engranajes el proyectista trata de resolverla inmediatamente con la elevación de la calidad del material; sin embargo muchas fallas se pueden retardar e inclusive evitar con ligeras modificaciones a través del uso de las correcciones.

2.8.1 Influencia de la corrección de altura en la falla por picadura de las transmisiones por engranaje.

La picadura o fatiga superficial, consiste en el desprendimiento de partículas de metal, de las superficies de trabajo de los dientes, asociada a la acción sobre éstas de tensiones de contacto de carácter cíclico, en presencia del lubricante en la transmisión. Durante el funcionamiento de la transmisión, de acuerdo de la magnitud de las tensiones de contacto, se desarrollan en la superficie grietas de fatiga, que tienen su origen en defectos de la superficie o del interior del metal. La orientación de las mismas está íntimamente relacionada con las fuerzas de fricción sobre la superficie, de suerte que las grietas, una vez desarrolladas, mediante un proceso de fisuración progresiva quedan orientadas en la dirección de las fuerzas de fricción. Dado que la orientación de estas fuerzas sobre la rueda conductora, es diferente y contraria a la de la conducida en la zona de la cabeza y del pie del diente respectivamente, las fisuras de fatiga se desarrollan en la dirección de estas fuerzas tal como se muestra en la Figura 2.11.

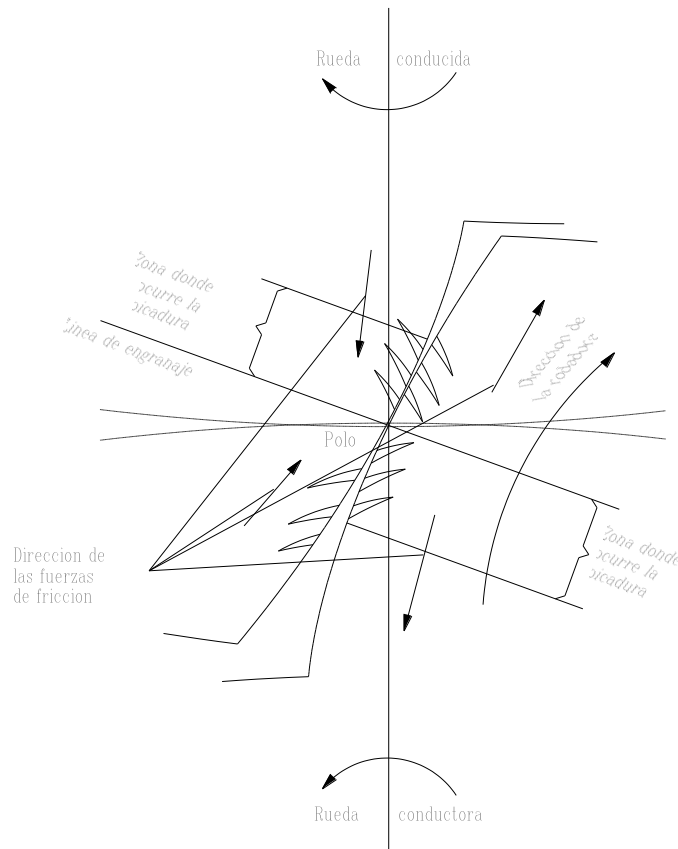


Figura 2.11 Desarrollo de la grieta en los dientes.

El desarrollo posterior de las grietas, una vez que alcanzan la superficie, está íntimamente relacionado con la presencia del lubricante en la transmisión. En la Figura 2.11 se muestra la dirección del movimiento de rodadura entre los dientes. El contacto comienza en el pie del diente de la rueda conductora y la cabeza de la conducida y se va extendiendo hacia la cabeza de la conductora y el pie de la conducida. Esto determina que las grietas que se encuentran en el pie de los dientes de ambas ruedas entran en la zona de contacto por su abertura exterior, de manera que el aceite que se encuentra en el interior de la grieta queda bloqueado y la presiona abriéndola y desarrollándola. Este proceso al repetirse sucesivamente provoca el desprendimiento de las partículas de metal. Al mismo tiempo, las grietas que se encuentran en las superficies de la cabeza de los dientes entran en contacto por el fondo y durante la rodadura el aceite es desalojado del interior. En esta situación, las grietas no experimentan la presión del aceite y no se desarrollan los hoyos de picadura. La picadura, pues, sólo se desarrolla en el pie de los dientes, fundamentalmente en la zona próxima al polo donde la carga específica es mayor.

Este proceso de picadura está directamente relacionado con la presencia de las tensiones de contacto de carácter cíclico que son, en definitiva las que dan origen a las grietas de fatiga. Cualquier modificación de la geometría que disminuya la magnitud de las tensiones de contacto reduce la posibilidad de aparición de estas grietas y disminuye la tendencia de la superficie a la destrucción por picadura.

En las transmisiones por engranaje las tensiones de contacto se determinan según la ecuación de Hertz, considerando las superficies de los dientes en las proximidades de los puntos de contacto como dos cilindros, para este caso particular:

$$\sigma_{\text{sup}} = 0,418 \sqrt{\frac{q \cdot E}{\rho}} \quad (2.8)$$

Dado que el módulo de elasticidad E es constante, las tensiones de contacto dependen de la carga específica q y del radio de curvatura reducido ρ . La expresión del radio de curvatura reducido para una transmisión dada es:

$$\rho = \frac{\rho_p \cdot \rho_c}{\rho_p + \rho_c} \quad (2.9)$$

El término $\rho_p + \rho_c = AB = \text{constante}$ (Figura 2.12), por lo que el radio de curvatura reducido es una función inversa del producto $\rho_p \cdot \rho_c$, y éste alcanza su valor máximo cuando $\rho_p = \rho_c$, o sea en el punto medio de la línea teórica de engranaje AB .

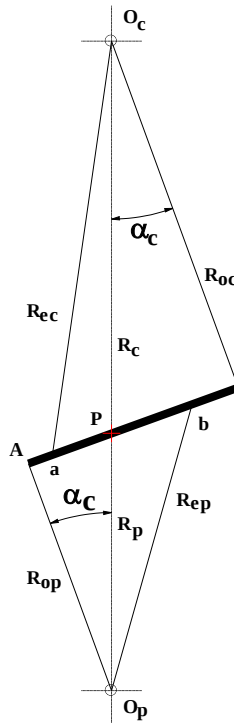


Figura 2.12. Línea práctica de engranajes.

En la Figura 2.13 se muestra la curva de variación del radio de curvatura reducido a lo largo de la línea teórica de engranaje. En el caso de los engranajes cilíndricos de dientes rectos la carga específica varía a lo largo de la línea práctica de engranaje. Si simplificamos el esquema de variación de la carga específica y consideramos que esta varía de $q/2$ a q , podemos obtener las curvas de variación de las tensiones de contacto. De este análisis se desprende que para obtener el valor mínimo de las tensiones de contacto, es necesario lograr un desplazamiento de la línea práctica de engranaje, mediante una corrección tal que ubique la misma simétricamente respecto al punto C. En la Figura 2.14 se muestran las modificaciones del radio de curvatura y de las tensiones de contacto al desplazarse la línea de engranaje mediante la corrección. Para lograr esta condición debe cumplirse (Figura 2.12) que:

$$\overline{Ab} = \overline{aB} \quad (2.10)$$

Del triángulo AOpb se tiene que:

$$(Ab)^2 = R_{ep}^2 - R_{op}^2 \quad (2.11)$$

y del triángulo BOca se tiene que:

$$(aB)^2 = Re\ c^2 - Roc^2 \quad (2.12)$$

En el caso particular de la corrección de altura:

$$Rep = (Zp + ha + X).m \quad (2.13)$$

$$Rop = [(Zp/2).m.\cos \alpha_c]. \quad (2.14)$$

$$Rec = (Zc + ha + X).m \quad (2.15)$$

$$Rop = [(Zc/2).m.\cos \alpha_c]. \quad (2.16)$$

Sustituyendo las expresiones (2.13), (2.14), (2.15) y (2.16) en (2.11) y (2.12) despejando Ab y aB , igualando las expresiones obtenidas según (2,5) y despejando el valor de X de la ecuación resultante se obtiene:

$$X = \frac{0,25 \cdot (Z_c^2 - Z_p^2) \cdot \sen^2 \alpha_c + Z_c - Z_p}{Z_c + Z_p + 4} \quad (2.17)$$

que corresponde al valor de la corrección de altura necesario para obtener el mínimo valor de las tensiones de contacto, o lo que es lo mismo, la máxima resistencia a la picadura. Es obvio que el valor del coeficiente de corrección obtenido debe ajustarse teniendo en cuenta las limitaciones establecidas anteriormente en lo referente al aguzamiento de la cabeza del piñón y a la reducción del coeficiente de recubrimiento.

En la Tabla 2.3 se muestran los valores del coeficiente de corrección de altura para máxima resistencia a la picadura.

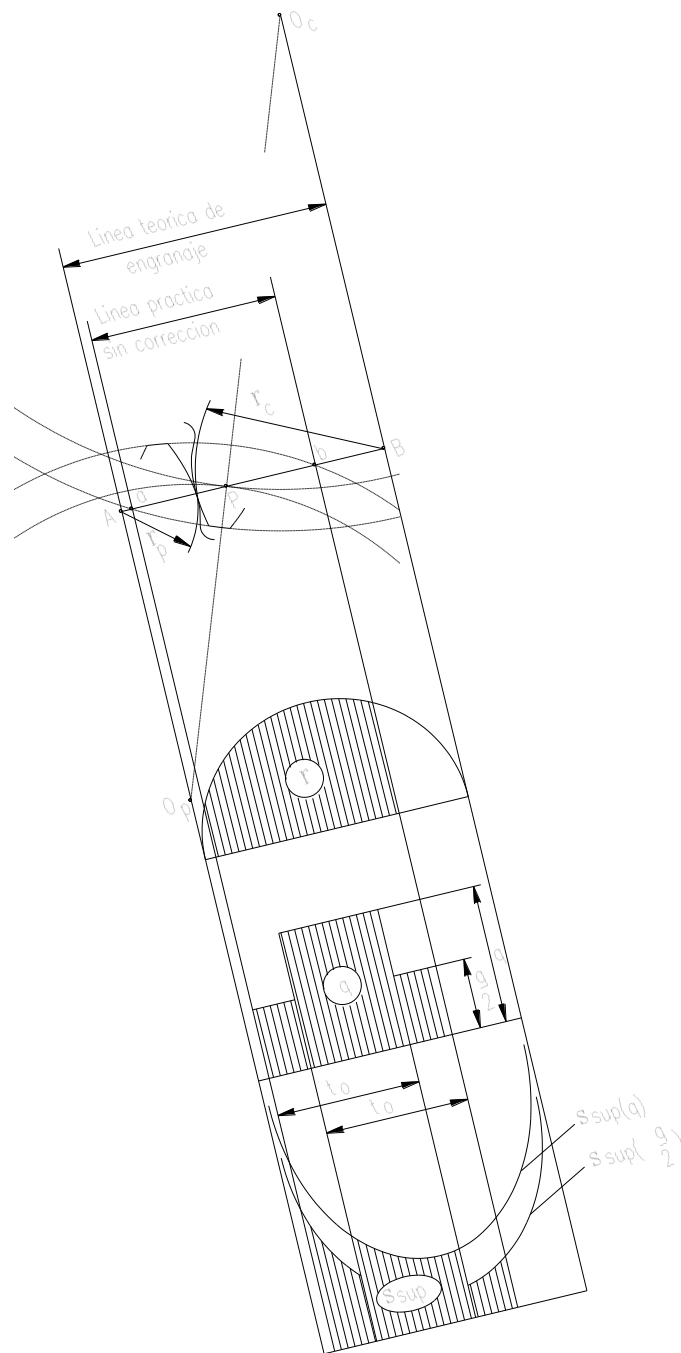


Figura 2.13. Radio de Curvatura Reducido y Tensiones superficiales en ruedas no corregidas.

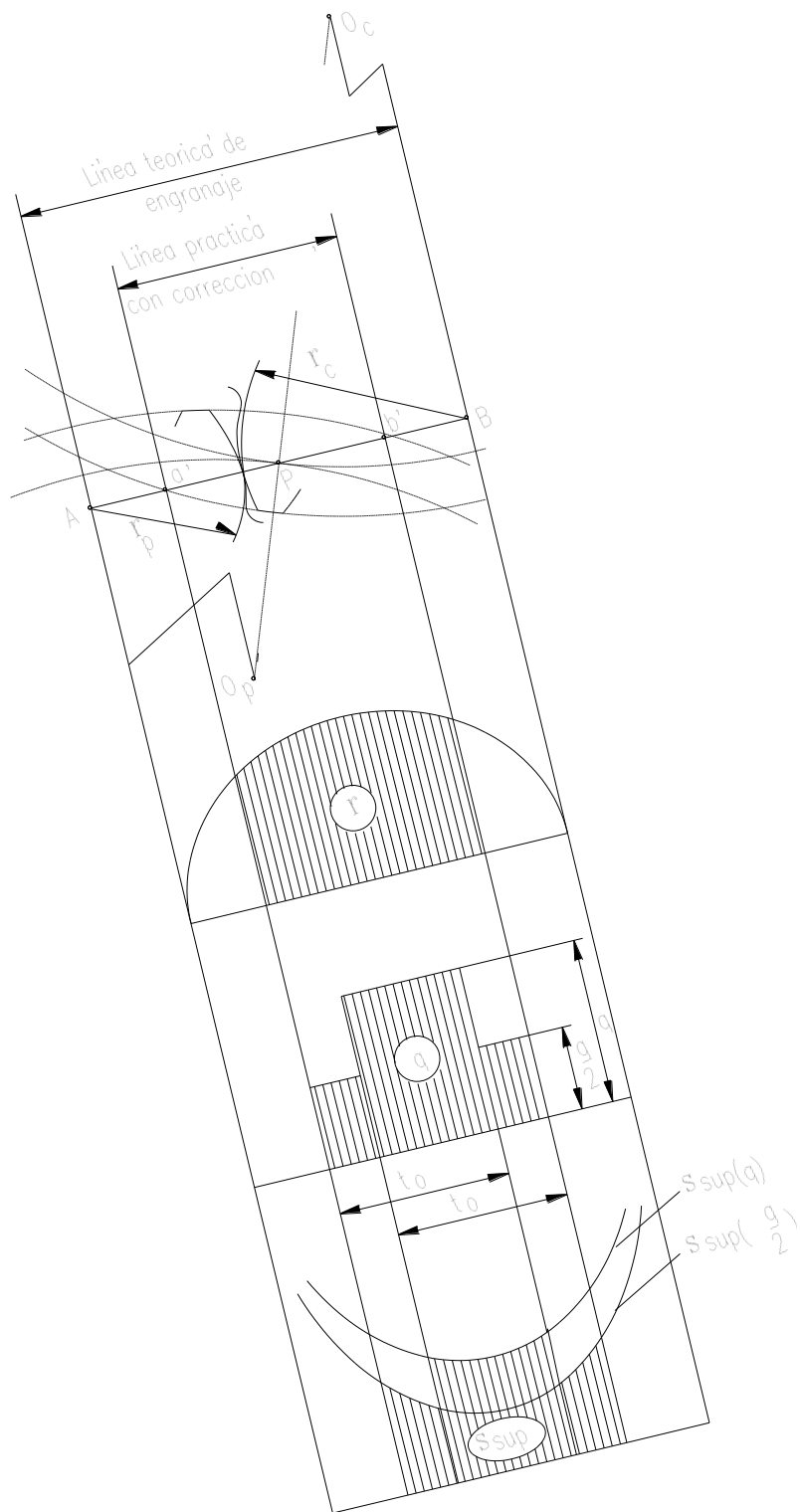


Figura 2.14. Radio de curvatura reducido y tensiones superficiales en ruedas con corrección de altura.

Tabla 2.3 Corrección de altura para máxima resistencia a la picadura.

Zc\Zp	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
20	17	17	17	17	17	15	10	5										
21	23	23	23	23	23	20	15	10	5									
22	30	30	30	30	30	25	20	15	10	5								
23	35	35	35	35	35	30	25	20	14	10	5							
24	41	41	41	41	40	34	29	24	19	14	10	5						
25	47	47	47	47	47	39	34	29	24	19	14	10	5					
26		52	53	53	49	43	38	33	28	23	18	14	9	5				
27			56	58	53	48	43	38	33	28	23	18	14	9	5			
28				60	57	52	47	42	37	32	27	23	18	14	9	5		
29					62	56	51	46	41	37	32	27	22	18	13	9	4	
30					64	61	56	51	46	41	36	31	27	22	18	13	9	4
31						65	60	55	50	45	40	36	31	26	22	17	13	9
32						68	64	59	54	49	45	40	35	31	27	22	17	13
33							68	63	58	53	49	44	39	35	30	26	21	17
34							71	67	62	57	53	48	44	39	35	30	26	21
35								71	66	62	57	52	48	43	39	34	30	25
36								75	70	66	61	56	52	47	43	38	34	30
37									74	70	65	60	56	51	47	42	38	34
38									79	74	69	64	60	55	51	46	42	38
39										78	73	68	64	59	55	50	46	42
40										82	77	72	68	63	59	54	50	46
41											81	76	72	67	63	58	54	49
42											85	80	75	71	67	62	58	53
43												84	79	75	70	66	62	57
44												88	83	79	74	70	65	61
45												89	87	82	78	74	69	65
46													91	86	82	77	73	69
47													92	90	86	81	77	73
48														94	89	85	81	76
49														95	93	89	84	80
50															97	92	88	84
51															98	96	92	88
52																100	95	91
53																101	99	95
54																	103	99
55																	104	102
56																		105

Nota: Los valores tomados de la tabla deben ser multiplicados por 0,01. Cuando se desee determinar el coeficiente de corrección para un número de dientes Z_c mayor que los que aparecen en la tabla, y no aparezca su valor en la columna correspondiente, como coeficiente de corrección debe tomarse el último valor que aparece en dicha columna, pues ese es el máximo valor de la corrección de altura permisible. Por ejemplo para $Z_p = 14$ y $Z_c = 40$ el valor del coeficiente de corrección $X_1 = -X_2$ será 0,56.

2.8.2 Influencia de la corrección en la lubricación de las transmisiones por engranajes.

La primera teoría que trató de explicar el fenómeno de la lubricación en las transmisiones por engranaje, fue la de (Martin, 1916), en esta, Martin, suponiendo los sólidos en contacto rígidos y el lubricante isoviscoso, de una solución directa de la ecuación de Reynolds, obtuvo la siguiente expresión para el espesor de la película.

$$\frac{h_o}{R} = 4,9 \frac{U}{W} \quad (2.18)$$

Esta teoría, no contempla las deformaciones elásticas del material, ni la influencia de la presión en la viscosidad, este comportamiento, si bien es cierto, no es aceptable en la actualidad para los contactos altamente cargados, se acerca a la realidad para los contactos con cargas ligeras. En el análisis realizado por (Goytisoló y Moya, 2008) se empleó esta teoría, no sólo para comparar los resultados obtenidos mediante ésta con los de las restantes teorías que si contemplan los efectos antes mencionados, sino también debido a que las cajas multiplicadoras pueden operar en diferentes regímenes de carga y velocidad.

En el año 1949, (Grubin, 1949) desarrolló una primera aproximación para contemplar la influencia de los efectos elásticos y de la presión sobre la viscosidad con lo cual, se obtiene, la ecuación siguiente:

$$\frac{h_o}{R} = 1,95 \frac{(\alpha E)^{\frac{8}{11}} \bullet U^{\frac{8}{11}}}{W^{\frac{1}{11}}} \quad (2.19)$$

Esta solución fue perfeccionada por (Dawson y Higginson, 1964) mediante una solución simultánea de las ecuaciones elástica e hidrodinámica, y arribó a la expresión siguiente:

$$\frac{h_o}{R} = 1,95 \frac{(\alpha E)^{0,6} \bullet U^{0,7}}{W^{0,3}} \quad (2.20)$$

Estas dos ecuaciones, en esencia son similares, aunque matemáticamente la solución de Dowson es más exacta. Se emplearon los valores del coeficiente ϵ para $X = 0$. Las ecuaciones de las teorías se agruparon sustituyendo los valores antes mencionados de la siguiente forma:

Ecuación de Martin:

$$h = 2,448 \frac{N_0(Up + Uc)R}{W} \quad (2.21)$$

Ecuación de Grubin:

$$h_o = \left(1.95 \frac{\alpha^{\frac{8}{11}} E'^{\frac{8}{11}}}{2^{\frac{8}{11}}} \right) \frac{N_o^{\frac{8}{11}} (Up + Uc)^{\frac{8}{11}} R^{\frac{8}{11}}}{W^{\frac{1}{11}}} \quad (2.22)$$

Ecuación de Dowson:

$$h_o = \left(1.60 \frac{\alpha^{0.6} E'^{0.03}}{2^{0.7}} \right) \frac{N_o^{0.7} (Up + Uc)^{0.7} R^{0.43}}{W^{0.13}} \quad (2.23)$$

Los términos entre paréntesis son constantes y se denominaron: Coeficiente de Martin, Coeficiente de Grubin y Coeficiente de Dowson respectivamente. Para el cálculo de estos coeficientes se emplearon los valores de α y E' establecidos por (Fuller, 1967). Estas ecuaciones fueron procesadas mediante un programa de computación preparado al efecto. En este programa se utilizaron los datos del paso de alta de los reductores PM-400 fabricados en Cuba en el Combinado Sidero Mecánico “Fabric Aguilar Noriega de la ciudad de Santa Clara en la Provincia de Villa Clara. Se utilizaron las potencias en kW para las diferentes velocidades de trabajo especificadas en el catálogo.

Tabla 2.4 Datos empleados en el análisis.

Distancia entre centros	A = 150 mm
Relación de transmisión	i = 6.07
Ancho de las ruedas	B = 60 mm
Long. línea teórica.de engranaje	L = 50 mm
Angulo de engranaje	$\alpha = 20^\circ$

Se utilizaron cuatro viscosidades diferentes correspondientes a los aceites: circulación 47, 52, 58 y 65 a la temperatura de 38 °C (Temperatura de trabajo de los reductores). Se utilizaron diferentes radios de curvatura para las superficies del diente del piñón y la corona, respectivamente, en el punto de contacto, expresados en mm, de tal manera que se recorriera la línea práctica de engranajes. La carga específica se calculó por la expresión establecida por (Dobrovolski, 1991) Se emplearon los valores del coeficiente ε para $x = 0$ y para $x = 0,6$ que son: $\varepsilon_0 = 1,74$ y $\varepsilon_{0,6} = 1,54$, ya que el coeficiente varía

con la corrección, y se pretende analiza la influencia de la corrección de altura: $X = 0,6$ en el paso de alta de dicho reductor.

Con estos datos se obtuvieron los espesores de la película, para cada posición a lo largo de la línea de engranaje, con cada potencia y velocidad y para cada una de las viscosidades. Los valores del espesor de la película se obtuvieron para cada una de las teorías antes mencionadas, utilizando los valores de la carga específica para las ruedas con, y sin corrección. De estas ecuaciones se despejó la carga específica y utilizando los valores del espesor de la película permisible, de acuerdo al criterio de (Zaretsky y Anderson, 1968), se obtuvieron los valores de la carga límite, para la cual se debe romper la película. Para obtener estos valores de las cargas límites se multiplicaron los de la carga específica obtenida por el ancho B de la rueda.

Las ecuaciones utilizadas fueron:

Ecuación de Martin:

$$Q_{lim} = 2,448 \frac{N_o (Up + Uc) R}{[h_{min}]} B \quad (2.24)$$

Ecuación de Grubin:

$$Q_{lim} = \left[\left(1.95 \frac{\alpha^{\frac{8}{11}} E'^{\frac{8}{11}}}{2^{\frac{8}{11}}} \right) \frac{N_o^{\frac{8}{11}} (Up + Uc)^{\frac{8}{11}} R^{\frac{8}{11}}}{[h_{min}]} \right]^{11} B \quad (2.25)$$

Ecuación de Dowson:

$$Q_{lim} = \left[\left(1.60 \frac{\alpha^{0.6} E'^{0.03}}{2^{0.7}} \right) \frac{N_o^{0.7} (Up + Uc)^{0.7} R^{0.43}}{[h_{min}]} \right]^{\frac{1}{0.3}} B \quad (2.26)$$

Según el criterio de (Zaretsky y Anderson, 1968) el parámetro de la película será:

$$\Lambda = \frac{h_{min}}{\sigma} \quad (2.27)$$

Siendo σ el valor de las rugosidades de las superficies en contacto (piñón y corona respectivamente). Los valores de la carga limite se obtuvieron para cada una de las teorías utilizadas, para las diferentes velocidades de los reductores, con cada una de las viscosidades de los aceites y para cada valor de la rugosidad empleada. Para determinar los valores del espesor mínimo de la película permisible, se empleó un valor del parámetro de la película $\Lambda=1$, para el cual se produce el contacto metal con metal.

En la Figura 2.15 se muestran los gráficos obtenidos del espesor mínimo de la película para las diferentes ecuaciones mencionadas con corrección de altura del dentado: ($X = \pm 0,6$) y sin corrección.

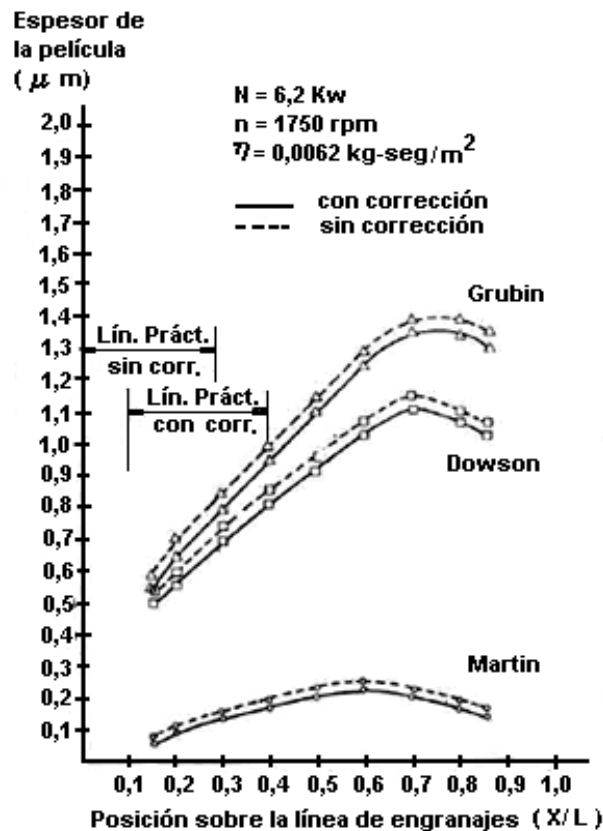


Figura 2.15. Variación del espesor de la película de lubricante de acuerdo a las diferentes teorías de lubricación y a la corrección del dentado.

De acuerdo con la Teoría de Martin, el espesor de la película de lubricante varía en un rango de $0,029 \mu m$ para la viscosidad, potencia y velocidad más pequeña, hasta $1,14 \mu m$ para las mayores. Analizando la influencia de la corrección de altura $X = \pm 0,6$, en el espesor de la película según esta teoría, se observa un decremento del espesor, siendo los valores correspondientes a los anteriores $0,026 \mu m$ y $1,008 \mu m$, respectivamente. Esta disminución del espesor se debe al incremento de la carga específica con la corrección (producto de la disminución del factor de recubrimiento), y si bien es cierto que esta disminución del espesor de la película es relativamente grande, ello no representa una disminución de la eficiencia de la lubricación, ya que la corrección,

implica un desplazamiento lateral de la línea práctica de engranaje hacia una zona de mayor espesor de la película, y el resultado es un incremento neto del espesor de esta, con relación a las ruedas sin corrección.

Analizando la Teoría de (Grubin, 1949), se tiene que el espesor de la película varía para las mismas condiciones de carga, potencia y velocidad entre $0,201\ \mu\text{m}$ como se puede apreciar, el espesor de la película, considerando los efectos elásticos y el efecto de la presión sobre la viscosidad del lubricante, (aspectos estos contemplados por Grubin) es del orden de 2 a 7 veces el espesor de la película de (Martin, 1916). Observando los valores de película, obtenidos para ruedas con corrección, según esta teoría, los valores mínimos y máximos son respectivamente $0,201\ \mu\text{m}$ y $2,129\ \mu\text{m}$. Como se ve la diferencia entre estos valores y los valores para las ruedas no corregidas es despreciable. Esto se observa claramente en las curvas trazadas de espesor de la película contra posición a lo largo de la línea de engranaje (Figura 2.20), donde ambas aparecen prácticamente superpuestas. Esto se debe a la menor influencia de la carga específica en el espesor de la película, según la Teoría de Grubin (la carga específica está elevada a una potencia fraccionaria) y a los efectos elásticos y viscosos que son determinantes y no son alterados por la corrección. Un efecto similar se observa analizando los resultados según la Teoría de Dowson, donde los espesores de la película son de $0,174\ \mu\text{m}$ a $1,778\ \mu\text{m}$ sin corrección, y $0,171\ \mu\text{m}$ a $1,74\ \mu\text{m}$ con corrección, respectivamente. Esto permite concluir que el efecto de la corrección es aún más favorable cuando intervienen en las condiciones del contacto los efectos elásticos y viscosos antes señalados. Más aún cuando se observa que la razón del incremento del espesor de la película de una posición a otra, a lo largo de la línea de engranaje según las Teorías (Grubin, 1949) y (Dowson, 1964), es mucho más prominente, por lo que un desplazamiento de la línea práctica de engranaje hacia la derecha representará un incremento más notable del espesor de la película.

Analizando la posición a lo largo de la línea de engranaje, para lo cual se desarrolla el máximo espesor de la película, se ve que esta se mantiene invariable en una distancia $Y/L = 0,63$ para cualquier potencia, velocidad o viscosidad empleada en la ecuación de Martin. Este máximo se observa desplazado a una posición $X/L = 0,7$ según las Teorías de (Grubin, 1949) y (Dowson, 1964).

Como se puede concluir de este análisis a los efectos del incremento de la capacidad de carga de las transmisiones cilíndricas de las Cajas Multiplicadoras de los Aerogeneradores, el empleo de la corrección de altura desplaza la línea práctica de engranajes a una zona de menores tensiones de contacto (Epígrafe 2.8.1) y a una zona de mayor espesor de la película de lubricante (Epígrafe 2.8.2), ambos efectos mejoran la capacidad de carga a la picadura, al desgaste y al agarramiento o gripado y elevan la eficiencia de la transmisión.

2.8.3 Influencia de la corrección en la resistencia al desgaste y al gripado de las transmisiones por engranajes cilíndricos.

Tanto el desgaste como el gripado de las ruedas dentadas es una función de la potencia específica desarrollada por las fuerzas de fricción. El valor del trabajo específico de las fuerzas de fricción se puede calcular por la expresión (Goytisoló, 1976):

$$A = \frac{F_f \cdot V_{des}}{S} = \frac{f \cdot P_n \cdot V_{des}}{S} \quad (2.28)$$

A - Trabajo específico de las fuerzas de fricción.

f - Coeficiente de fricción.

P_n - Fuerza normal entre los dientes.

V_{des} - Velocidad de deslizamiento entre los dientes.

S - Área de contacto en la unidad de tiempo.

El cociente V_{des}/S se conoce como deslizamiento específico, de aquí que el desgaste será tanto mayor cuanto mayor sea el mismo. Debido a que el máximo deslizamiento específico tiene lugar en los puntos inicial y final de la línea de engranajes, entonces el máximo desgaste se produce en el pie y en la cabeza de los dientes. En el polo de los engranajes no hay deslizamiento de los perfiles, por lo que el desgaste en la zona circumpolar es mínimo (Ver Figura 2.16). El deslizamiento específico es mayor al inicio del contacto que al final de este; en consecuencia el desgaste es mayor en el pie que en la cabeza. Mediante las correcciones ya sean de altura o angulares se puede lograr un desplazamiento total de la línea práctica de engranajes ab que permita igualar la magnitud de los deslizamientos específicos al comienzo y al final de esta línea. En este caso se logra el desgaste mínimo de la transmisión. La

velocidad de deslizamiento de un punto K (Ver Figura 2.16) se puede calcular por la expresión:

$$V_{des} = (\omega_1 + \omega_2) \cdot \rho \quad (2.29)$$

Esta velocidad de deslizamiento juega un papel decisivo en la potencia consumida en vencer la fricción, y las condiciones de máxima resistencia al desgaste se garantizarán ubicando la línea de engranajes en una zona donde su valor sea el menor posible y esté compensado tanto a la entrada como a la salida del contacto. Obsérvese por ejemplo que al dar una corrección de altura (positiva al piñón y negativa a la corona), el diámetro exterior del piñón se hace mayor, y el de la corona disminuye, cambiando la ubicación de los puntos a y b

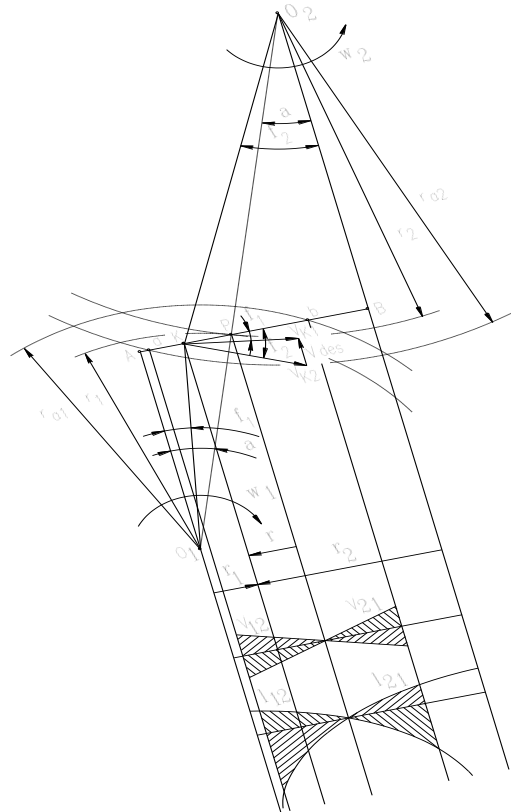


Figura 2.16. Deslizamiento en las transmisiones por engranajes.

es decir, se puede mover la línea práctica de engranajes y ubicarla en la zona que se desee. Teniendo en cuenta estos criterios se elaboró un programa de computación y se determinaron los valores óptimos de corrección de altura para máxima resistencia al desgaste. Estos valores aparecen en la Tabla 2.5.

Tabla 2.5 Corrección de altura para mínimo deslizamiento específico y en consecuencia máxima resistencia al desgaste y al gripado.

Zc\Zp	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
20	18	18	18	18	16	12	6	4										
21	24	24	24	24	19	15	11	7	4									
22	30	30	30	27	22	19	14	11	7	4								
23	35	35	34	29	25	21	17	14	10	7	4							
24	41	41	36	32	28	24	20	16	13	10	6	3						
25	47	43	39	34	30	26	23	19	16	12	9	6	3					
26		45	41	37	35	29	25	22	18	15	12	8	6	4				
27		47	43	39	35	31	27	24	21	17	14	11	8	6	3			
28		49	45	41	37	33	30	26	23	20	17	14	11	8	5	3		
29		50	46	43	39	35	32	28	25	22	19	16	13	10	8	5	3	
30		52	48	44	41	37	34	30	27	24	21	18	15	13	10	7	5	3
31			50	46	42	39	35	32	29	26	23	20	17	15	12	10	7	5
32			51	47	44	41	37	34	31	28	25	22	19	17	14	12	9	7
33			52	49	46	42	39	36	33	30	27	24	21	19	16	14	11	9
34			54	50	47	44	40	37	34	31	28	26	23	20	18	15	13	11
35			55	52	48	45	42	39	36	33	30	27	25	22	20	17	15	13
36			56	53	50	46	43	40	37	35	32	29	26	24	21	19	17	14
37				54	51	48	45	42	39	36	33	31	28	25	23	21	18	16
38				55	52	49	46	43	40	37	35	32	30	27	25	22	20	18
39				56	53	50	47	44	42	39	36	34	31	29	26	24	22	19
40				57	54	51	48	46	43	40	38	35	32	30	28	25	23	21
41				58	55	52	50	47	44	41	39	36	34	31	29	27	24	22
42				59	56	53	51	48	45	43	40	38	35	33	30	28	26	24
43				60	57	54	52	49	46	44	41	39	36	34	32	29	27	25
44					58	55	53	50	47	45	42	40	38	35	33	31	29	26
45					59	56	54	51	48	46	44	41	39	36	34	32	30	28
46					60	57	55	52	49	47	45	42	40	38	35	33	31	29
47					61	58	55	53	50	48	46	43	41	39	36	34	32	30
48					61	59	56	54	51	49	47	44	42	40	38	35	33	31
49					62	60	57	55	52	50	48	45	43	41	39	37	34	32
50					63	60	58	55	53	51	48	46	44	42	40	38	36	34
51					64	61	59	56	54	52	49	47	45	43	41	39	37	35
52					64	62	59	57	55	52	50	48	46	44	42	40	38	36
53						62	60	58	55	53	51	49	47	45	43	40	39	37
54						63	61	58	56	54	52	50	48	45	43	41	39	38
55						64	61	59	57	55	53	50	48	46	44	42	40	38
56						64	62	60	58	55	53	51	49	47	45	43	41	39

Nota: Los valores tomados de la tabla deben ser multiplicados por 0,01. Cuando se desee determinar el coeficiente de corrección para un número de dientes Z_c mayor que los que aparecen en la tabla, y no aparezca su valor en la columna correspondiente, como coeficiente de corrección debe tomarse el último valor que aparece en dicha columna, pues ese es el máximo valor de la corrección de altura

permisible. Por ejemplo para $Z_p = 12$ y $Z_c = 40$ el valor del coeficiente de corrección de altura óptimo para el desgaste será: $X_1 = - X_2 = 0,47$.

2.8.4 Influencia de la corrección en la resistencia a la fractura de las transmisiones por engranajes cilíndricos.

La condición de resistencia a la fractura para el piñón y la corona de una transmisión por engranajes cilíndricos de dientes rectos son (Zablonski, 1980), (Dobrovolski, 1991)

$$\sigma_p = \frac{2Mt_p \bullet k\sigma_p}{bm^2 \bullet Z_p \bullet Y_p \bullet \cos \alpha} \leq [\sigma]_p \quad (2.30)$$

$$\sigma_c = \frac{2Mt_c \bullet k\sigma_c}{bm^2 \bullet Z_c \bullet Y_c \bullet \cos \alpha} \leq [\sigma]_c \quad (2.31)$$

Pero:

$$Mt_c = Mt_p \frac{Z_c}{Z_p} \quad (2.32)$$

De donde la ecuación (2,31) quedaría escrita como sigue:

$$\sigma_c = \frac{2Mt_p \bullet k\sigma_c}{bm^2 \bullet Z_p \bullet Y_c \bullet \cos \alpha} \leq [\sigma]_c \quad (2.33)$$

La relación entre la tensión admisible del material del piñón y la tensión admisible del material de la corona la definiremos como:

$$k_t = \frac{[\sigma]_p}{[\sigma]_c} \quad (2.34)$$

Si se divide la ecuación (2.30) entre (2.33) haciendo uso de (2.34) se obtiene:

$$k\sigma_p \bullet Y_c = k_t(k\sigma_c \bullet Y_p) \quad (2.35)$$

Esta condición de igualdad entre los parámetros relacionados del piñón y la corona de una transmisión por engranajes cilíndricos de dientes rectos es lo que se puede considerar como Condición de Máxima Resistencia a la Fractura de la Transmisión. Si se cumple esta condición la relación entre las tensiones en el pie del diente del piñón y de la corona estarán en la misma proporción que las respectivas tensiones admisibles, lo que implica que ninguna de las dos ruedas es más peligrosa desde el punto de vista de la fractura por fatiga que la otra, lo cual es la condición óptima. Si se viola esta

igualdad entonces una rueda estará entonces sometida a mayor tensión que la hará más peligrosa que la otra.

Como se puede apreciar, hay tres factores que intervienen en la Condición de Máxima Resistencia a la Fractura de la Transmisión: El factor de concentración de tensiones de los dientes, el factor de forma de estos y la relación entre las tensiones admisibles de los materiales de las ruedas.

Con el modelo elaborado para el cálculo del Factor de Forma en el trabajo (Quiñones, 2005) para los rangos del coeficientes de fricción desde 0 a 0,8 y de corrección desde $-0,6$ hasta $1,3$ y para números de dientes desde 10 hasta 1000 se construyeron en Microsoft EXCEL 2003 sendas hojas de cálculo para las ruedas conductora y conducida respectivamente; construyéndose los gráficos mostrados en la Figura 2.17, donde se aprecia la similitud a los presentados por (Dobrovolski , 1975) para un solo valor del coeficiente de fricción.

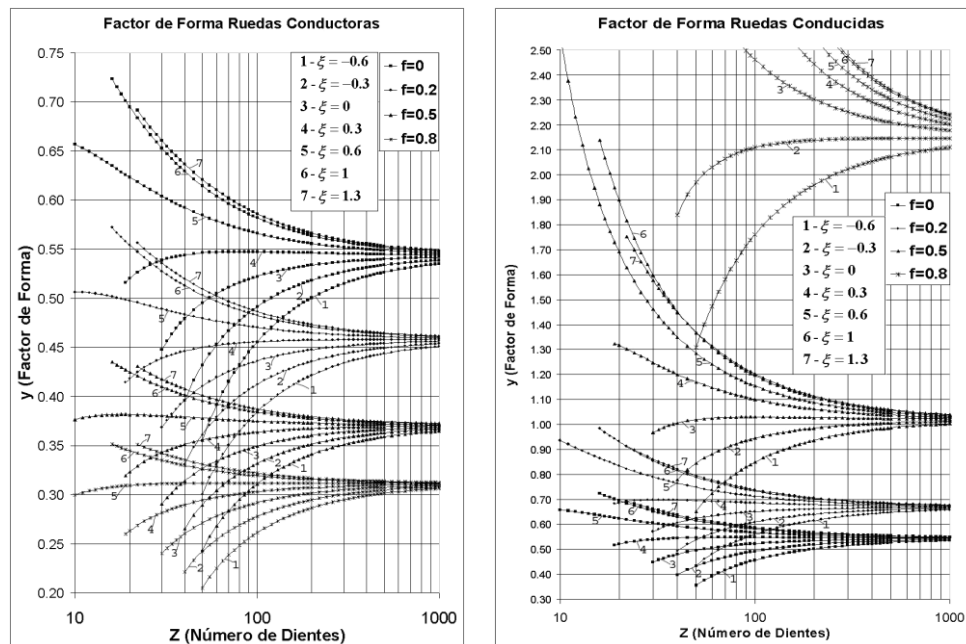


Figura 2.17 Valores del Factor de Forma para las Ruedas Conductoras y Conducidas para diferentes coeficientes de fricción y de corrección del dentado.

Con relación al factor de concentración de tensiones k_σ en el pie de los dientes, según (Dobrovolski, 1975), este depende del número de dientes, de los parámetros del perfil que genera y de la corrección, pues estos influyen directamente en la forma del redondeo del pie del diente. También depende del material utilizado y de la calidad de

la superficie. Para ruedas dentadas de acero normalizadas y templadas y con un radio de redondeo del pie del diente de la cremallera básica igual a $0.4 \cdot m$ se tiene que:

$$k_{\sigma} = k'_{\sigma} + \xi \cdot \frac{1.54 - k'_{\sigma}}{0.6} \quad (2.36)$$

Donde el coeficiente k'_{σ} es el propio coeficiente de concentración de tensiones para ruedas normales (no corregidas), que depende exclusivamente del número de diente y cuyos valores aparecen tabulados en Dobrovolski. Con ayuda del Software Curve Expert 1.3 se encontró que la línea de tendencia que más se aproxima a esos valores es una Exponencial Modificada cuya expresión es:

$$k'_{\sigma} = \frac{3 \cdot e^{\frac{3.8}{Z}}}{2} \quad (2.37)$$

Se destaca que el coeficiente de correlación para este ajuste es: $r = 0.996$. Luego de realizar las simplificaciones necesarias sustituyendo (8) en (7), con ayuda del Software Matemática 5.0, se obtiene como expresión general del coeficiente de concentración de tensiones la siguiente:

$$k_{\sigma} = 2.57 \cdot \xi + (1.5 - 2.505 \cdot \xi) \cdot e^{\frac{3.8}{Z}} \quad (2.38)$$

Finalmente la expresión analítica ajustada del coeficiente de concentración de tensiones dado por (Dobrovolski, 1975) puede tomarse como una función definida a intervalos de la forma:

$$k_{\sigma} = \begin{cases} 1.24 + 0.5 \cdot \xi & ; Z < 20 \\ 2.57 \cdot \xi + (1.5 - 2.505 \cdot \xi) \cdot e^{\frac{3.8}{Z}} & ; 20 \leq Z \leq 100 \\ 1.45 + 0.15 \cdot \xi & ; Z > 100 \end{cases} \quad (2.39)$$

En (Faires, 1985), (Shigley – Mischke, 2001) se dan los resultados de una investigación fotoelástica, realizada por Dolan y Broghamer en 1942 que estableció la siguiente expresión para el coeficiente de concentración de tensiones, en los dientes de engranajes cilíndricos de evolvente y 20° de ángulo del perfil de referencia, la cual se puede expresar como sigue:

$$K_t = 0.18 + \left(\frac{\left(\frac{S}{m} \right)}{r} \right)^{0.156} + \left(\frac{\left(\frac{S}{m} \right)}{\left(\frac{h}{m} \right)} \right)^{0.45} \quad (2.40)$$

Se observa en esta última expresión que el coeficiente de concentración de tensiones de Dolan - Broghamer no depende del módulo sino que depende del número de dientes, indirectamente de la corrección y de las características del perfil generador.

Además de los CCT antes mencionados se encuentran otros que aunque no cumplen *con los requisitos para ser empleados en la investigación que se realiza en el presente trabajo*, vale la pena comentarlos. (Burdon, 1964) en su artículo presentado por (Roylance, 1966) muestra de forma gráfica valores del CCT para engranajes de evolvente con $\alpha = 20^0$ en función de la relación altura - espesor y del radio de redondeo de la punta de la herramienta que genera el diente. Las limitantes fundamentales son: que toma como punto de aplicación de la carga la circunferencia primitiva y que no incluye el efecto de la concentración de tensiones. Por otra parte (Pisarenko, 1989) presenta en su manual, una gráfica para calcular el Coeficiente Teórico de Concentración de Tensiones y otra para calcular el coeficiente de sensibilidad a la concentración de tensiones; para piñones no corregidos de perfil de evolvente con: $\alpha = 20^0$, número de dientes entre 20 y 80 y carga aplicada en la cabeza del diente. El gráfico para el coeficiente teórico de CT depende de las relaciones espesor con altura y radio de redondeo de la cabeza al módulo. Mientras que el gráfico del coeficiente de sensibilidad a la CT depende del radio de redondeo de la cabeza y del tipo de acero con que se trabaje, específicamente de la relación entre límite de fluencia y límite de proporcionalidad. No hace referencia tampoco a la corrección del dentado. Finalmente en el trabajo (Quiñones, 2003) se realizó un estudio aplicando el Método de los Elementos Finitos con vistas a establecer una mejor correspondencia entre las ecuaciones para el cálculo de la tensión de flexión en una rueda cualquiera de una Transmisión por Engranajes Cilíndricos de Dientes Rectos. Se calcularon las tensiones en las ruedas por el Método de los Elementos Finitos y se dividieron entre las tensiones calculadas haciendo uso de los factores de forma calculados por el Modelo Matemático mencionado que toma en cuenta en estos factores los de los coeficientes de corrección y de fricción. Esta relación se designó como:

$$k\sigma_{MEF} = \frac{\sigma_{MEF}}{\sigma_{MODELO}} \quad (2.41)$$

Con los valores obtenidos de $k\sigma_{MEF}$ se realizó un análisis de regresión lineal múltiple tomando como variable dependiente $k\sigma_{MEF}$ y como independiente el número de dientes: (Z) y el coeficiente de corrección: (ξ); con ayuda del software SPSS 11.0 para Windows se obtuvo la siguiente expresión con un coeficiente de correlación $R^2=0.847$ con buenos niveles de significación y de representatividad de las variables independientes sobre las variables dependientes.

$$k\sigma_{MEF} = 1.497 + 0.126\xi - 0.00393Z \quad (2.42)$$

En la ecuación (2.30) que representa la condición de Máxima Resistencia a la Fractura se tomará inicialmente $k_T=1$. Los valores de Y_c y Y_T en función del número de dientes, el coeficiente de fricción y el coeficiente de corrección pueden ser hallados por. Los valores de k_σ para la condición (2.30) fueron hallados finalmente por la ecuación (2.36). Partiendo de que para la corrección de altura:

$$X_p = +\xi \quad X_c = -\xi \quad (2.43)$$

Se determinó en un Nuevo Modelo Matemático, que incorporó las ecuaciones para hallar el factor de forma de los dientes de las ruedas en dependencia de los números de dientes, el coeficiente de corrección y el coeficiente de fricción, los valores de k_σ hallados por la ecuación (2.36) y tomando el coeficiente $k_T = 1$, el valor de ξ que garantiza se cumpla la ecuación (2.30), de Máxima Resistencia a la Fractura. Los cálculos se realizaron para números de dientes entre: 12 y 60 para los piñones y entre: 25 y 121 para las coronas y para valores del coeficiente de fricción $f = 0; 0,2; 0,5; 0,8$. En los valores del Coeficiente de Corrección obtenidos se tomaron en cuenta las limitaciones mencionadas anteriormente.

En la Tabla 2.6 se dan los valores del coeficiente de corrección para máxima resistencia a la fractura para un coeficiente de fricción $f = 0$, que son los que se utilizarán en el presente trabajo por tratarse de transmisiones cerradas y bien lubricadas. Los valores del coeficiente de fricción calculados por el Software KissSoft son extremadamente pequeños.

Tabla 2.6. Valores de la Corrección de Altura para Máxima Resistencia a la Fractura con coeficiente de fricción $f = 0$.

$Z_p \backslash Z_c$	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
14								0,428	0,435	0,44	0,446
15					0,403	0,409	0,415	0,421	0,427	0,433	0,439
16	0,369	0,376	0,382	0,388	0,394	0,401	0,407	0,413	0,42	0,426	0,433
17	0,36	0,367	0,373	0,38	0,386	0,393	0,4	0,406	0,413	0,42	0,427
18	0,351	0,358	0,365	0,372	0,379	0,386	0,393	0,4	0,407	0,414	0,422
19	0,343	0,35	0,357	0,364	0,372	0,379	0,386	0,394	0,401	0,409	0,416
20	0,335	0,342	0,35	0,357	0,365	0,372	0,38	0,388	0,395	0,403	0,411
21	0,327	0,335	0,343	0,35	0,358	0,366	0,374	0,382	0,39	0,398	0,406
22	0,32	0,328	0,335	0,343	0,351	0,36	0,368	0,376	0,384	0,393	0,401
23	0,312	0,32	0,329	0,337	0,345	0,353	0,362	0,37	0,379	0,387	0,396
24	0,305	0,313	0,322	0,33	0,339	0,347	0,356	0,364	0,373	0,382	0,391
25	0,298	0,306	0,315	0,323	0,332	0,341	0,35	0,359	0,368	0,377	0,386
26	0,291	0,299	0,308	0,317	0,326	0,335	0,344	0,353	0,362	0,372	0,381
27	0,284	0,293	0,301	0,31	0,319	0,329	0,338	0,347	0,357	0,366	0,376
28	0,277	0,286	0,295	0,304	0,313	0,322	0,332	0,341	0,351	0,361	0,371
29	0,269	0,279	0,288	0,297	0,306	0,316	0,326	0,335	0,345	0,355	0,365
30	0,262	0,272	0,281	0,29	0,3	0,31	0,319	0,329	0,339	0,35	0,36
32	0,248	0,257	0,267	0,277	0,287	0,297	0,307	0,317	0,327	0,338	0,349
34	0,233	0,243	0,253	0,263	0,273	0,283	0,294	0,304	0,315	0,326	0,337
36	0,219	0,229	0,239	0,249	0,259	0,270	0,281	0,291	0,302	0,313	0,325

2.9 Obtención de una ecuación de correlación para determinar el factor de forma en función del número de dientes, el coeficiente de fricción y el coeficiente de corrección del dentado.

Se tomó como herramienta de trabajo el software Curve Expert 1.3.

Se asume que la ecuación general de la correlación tiene la forma

$$y = \frac{\xi \cdot f + h}{Z}.$$

Se despeja h de quedando la ecuación

$$h = y \cdot Z - \xi \cdot f.$$

Se deja constante el coeficiente de corrección y el coeficiente de fricción, se varía la cantidad de dientes y el factor de forma según corresponda a los datos anteriores. Al comparar el comportamiento de h al variar la cantidad de dientes se obtiene una función de h de forma lineal.

Utilizando el modelo de regresión Linear Fit de la forma

$$h = a_1 + b_1 Z$$

se hallan los coeficientes necesarios que satisfacen la ecuación. Quedando la ecuación general con la forma

$$y = \frac{\xi \cdot f + a_1 + b_1 Z}{Z}$$

Desarrollando la ecuación queda,

$$y = \frac{\xi \cdot f + a_1}{Z} + b_1$$

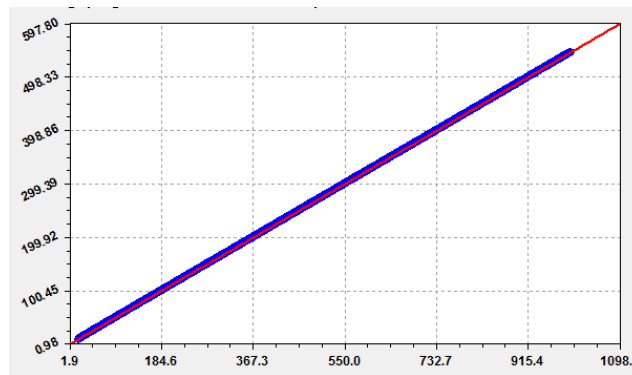


Figura 2.17 Dientes vs h para el caso de $f = 0$ y $\xi = 0,3$.

Sin embargo al analizar los residuales de la regresión se nota que ocurre un error considerable en los primeros 100 dientes.

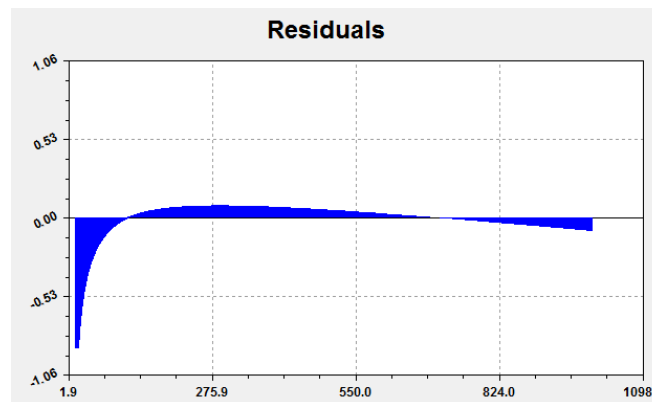


Figura 2.18 Residuales de h vs dientes para el caso de $f = 0$ y $\xi = 0,3$.

Se calcula la ecuación general con los coeficientes hallados y se restan a los valores de factor de forma calculados, los valores reales desde 10 hasta 100 dientes. El comportamiento de la diferencia con respecto a la cantidad de dientes puede ser

descrita por el modelo de regresión Hyperbolic Fit: $diferencia = a_2 + \frac{b_2}{Z}$.

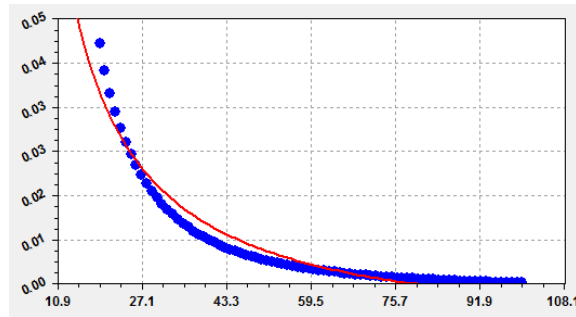


Figura 2.19 diferencia vs dientes para el caso de $f = 0$ y $\xi = 0,3$.

Al restarle a la ecuación general la diferencia queda con la forma

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a_1}{Z} + b_1 - a_2 - \frac{b_2}{Z}$$

Desarrollando la ecuación queda;

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a_1 - b_2}{Z} + b_1 - a_2$$

Para: $a = a_1 - b_2$ y $b = b_1 - a_2$

La forma final de la ecuación general tiene la forma:

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b \quad (2.44)$$

Este proceso se realizó para valores del coeficiente de fricción desde 0 hasta 0,8 y para el coeficiente de corrección desde -0,6 hasta 2.

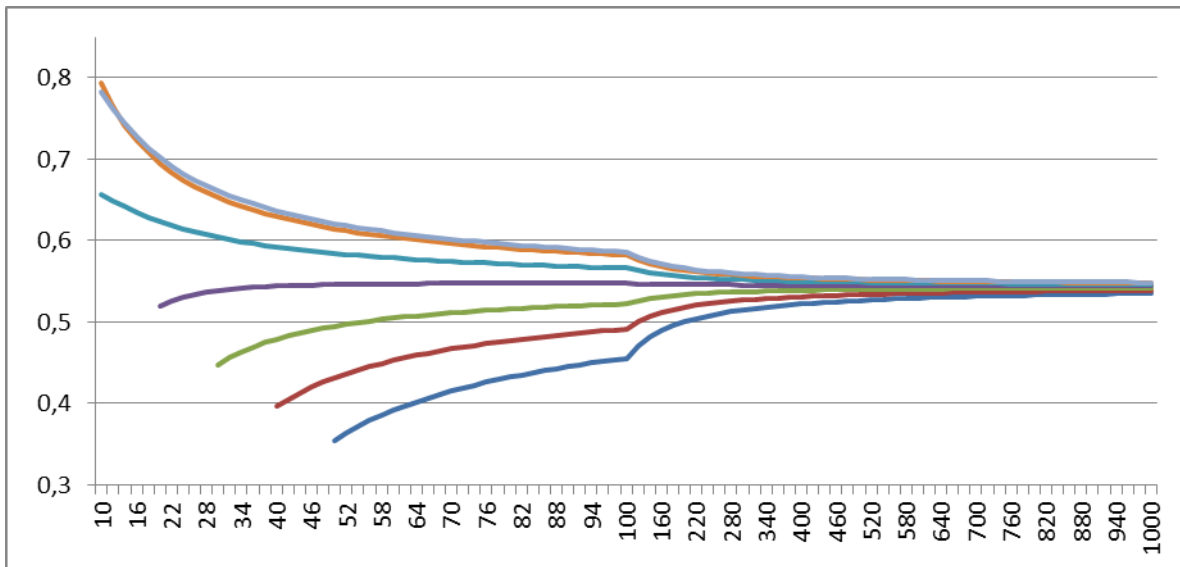


Figura 2.20 Valores reales del factor de forma para $f=0$ en la rueda conductora.

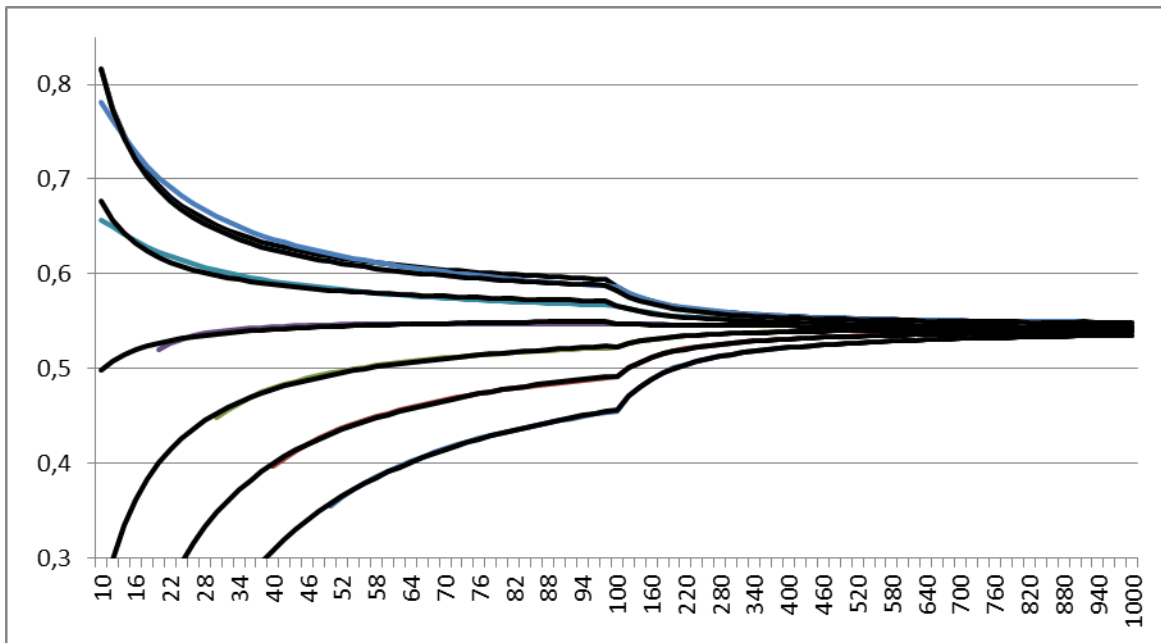


Figura 2.21 Valores reales y calculados del factor de forma y para $f=0$ en la rueda conductora. Las curvas de color son reales y las oscuras las calculadas.

2.10 Elevación de la resistencia a la fractura.

La condición de rotura por fatiga a flexión es:

$$\sigma_f = \frac{M_t \cdot k_c \cdot k_d(i+1) \cos^2 \beta}{A \cdot i \cdot B \cdot m \cdot \varepsilon \cdot \lambda \cdot \cos \alpha \cdot y} = \frac{\sigma_o}{n' \cdot k_\sigma} \cdot k_r$$

Despejando el torque sobre la corona:

$$M_t = \frac{\sigma_o \cdot k_r \cdot A \cdot i \cdot B \cdot m \cdot \varepsilon \cdot \lambda \cdot \cos \alpha \cdot y}{n' \cdot k_\sigma \cdot k_c \cdot k_d(i+1) \cos^2 \beta}$$

Con la corrección de altura en esta ecuación solo pueden variar:

$$y, k_\sigma$$

Si se divide la ecuación del torque con corrección entre la ecuación del torque sin corrección, partiendo de que la capacidad de soportar torque debe aumentar con la corrección. Se designan los parámetros mencionados con el sobre índice ´ cuando hay corrección y sin sobre índice sin corrección.

$$\% ER = \frac{M'_t}{M_t} = \frac{\frac{i' \cdot \cos \alpha' \cdot y'}{k\sigma(i'+1)}}{\frac{i \cdot \cos \alpha \cdot y}{k\sigma(i+1)}}$$

Se multiplica el cociente por 100 para obtener en % de elevación la resistencia a la fractura.

$$\% ER_F = \left(\frac{y' \cdot k\sigma(i+1)}{y \cdot k\sigma'(i'+1)} - 1 \right) \cdot 100$$

Entonces la ecuación se simplifica a:

$$\% ER_F = \left(\frac{y' \cdot k\sigma}{y \cdot k\sigma'} - 1 \right) \cdot 100$$

El valor de k_σ se puede hallar de la ecuación (Quiñones, 2005):

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot \xi - 0,00393 \cdot Z$$

2.11 Metodología para el cálculo de los coeficientes de corrección del dentado para la máxima resistencia a la fractura, desgaste y gripado y el % de elevación de resistencia del diente al torque mediante la corrección de altura.

2.11.1 Primer caso

$$Z_p = 13 \quad Z_c = 26 \quad m = 3 \text{ mm} \quad \beta = 10^\circ \quad f=0$$

$$i = \frac{Z_c}{Z_p}$$

$$i = \frac{26}{13} = 2$$

$$A = \frac{26+13}{2} \cdot \frac{3}{\cos 10^\circ} = 59,402$$

Se buscan los coeficientes de corrección al dentado para máxima resistencia a la picadura.

$$\text{Para } Z_p = 13 \quad Z_c = 26$$

$$\xi_1 = 0,52 \quad \xi_2 = -0,52$$

Calcular el coeficiente de concentración de carga k_σ ,

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot \xi - 0,00393 \cdot Z$$

Sin corregir:

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot 0 - 0,00393 \cdot 13 = 1,44591$$

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot 0 - 0,00393 \cdot 26 = 1,39482$$

Corregido:

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot 0,52 - 0,00393 \cdot 13 = 1,51143$$

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot (-0,52) - 0,00393 \cdot 26 = 1,3293$$

Para el cálculo del factor de forma en la rueda conductora se utiliza la expresión (2.44) hallada en este trabajo.

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b$$

Se buscan los valores de a y b correspondientes a los coeficientes de corrección y fricción dados en las tablas del Anexo. Como los dientes son menores de 100 se busca en la tabla de conductora y conducida menores de 100.

Se hallan los valores de factor de forma para el piñón y la rueda sin corregir.

Para la rueda conductora sin corregir:

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0 \cdot 0 + (-3,0849982 \ 5)}{13} + 0,55494678 = 0,31763921 \ 9$$

Para la rueda conducida sin corregir:

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0 \cdot 0 + (-3,0849982 \ 5)}{26} + 0,55494678 = 0,61545252$$

Para la rueda conductora corregida:

Planteamiento de la interpolación necesaria para:

ξ/f	f=0	
	a	b
0,5	0,6467729	0,55836524
0,52	0,73366274	0,55901693
0,55	0,8639975	0,55999447

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0,52 \cdot 0 + 0,73366274}{13} + 0,55901693$$

$$y = 0,61545252$$

Para la rueda conducida corregida:

Planteamiento de la interpolación necesaria para:

ξ/f	f=0	
	a	b
-0,55	-9,2902	0,556071852
-0,52	-8,92075	0,55616408
-0,5	-8,67445	0,55622556

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0,52 \cdot 0 + (-8,92075)}{13} + 0,55616408$$

$$y = 0,21305831$$

Calcular porcentaje de elevación de la resistencia a la fractura:

$$\%ER_F = \left(\frac{y' \cdot k\sigma}{y \cdot k\sigma'} - 1 \right) \cdot 100$$

Para la rueda conductora corregida:

$$\%ER_F = \left(\frac{0,61545252 \cdot 1,44591}{0,3176392 \cdot 1,51143} - 1 \right) \cdot 100$$

$$\%ER_F = 85,36$$

Para la rueda conducida corregida:

$$\%ER_F = \left(\frac{0,21305831 \cdot 1,39482}{0,3176392 \cdot 1,3293} - 1 \right) \cdot 100$$

$$\%ER_F = -48,76$$

Se aplicó la misma metodología para encontrar los coeficientes de corrección al dentado para máxima resistencia al desgaste y la fractura arrojando los siguientes resultados.

	INICIAL		DESGASTE	
	PIÑÓN	RUEDA	PIÑÓN	RUEDA
ξ	0	0	0,45	-0,45
$k\sigma$	1,44591	1,39482	1,50261	1,33812
y	0,3176392	0,436293	0,58742099	0,24745619
$\%ER$			77,96	-40,88

	INICIAL		FRACTURA	
	PIÑÓN	RUEDA	PIÑÓN	RUEDA
ξ	0	0	0,369	-0,369
$k\sigma$	1,44591	1,39482	1,492404	1,348326
y	0,3176392	0,436293	0,54684536	0,28409341
$\%ER$			66,80	-32,64

2.11.2 Segundo caso

$$Z_p = 25 \quad Z_c = 125 \quad m = 12 \text{ mm} \quad \beta = 0^\circ \quad f=0$$

$$i = \frac{Z_c}{Z_p}$$

$$i = \frac{125}{25} = 5$$

$$A = \frac{125 + 25}{2} \cdot \frac{12}{\cos 0^\circ} = 900$$

Se buscan los coeficientes de corrección al dentado para máxima resistencia a la picadura.

$$\text{Para } Z_p = 13 \quad Z_c = 26$$

$$\xi_1 = 0,95 \quad \xi_2 = -0,95$$

Calcular el coeficiente de concentración de carga k_σ ,

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot \xi - 0,00393 \cdot Z$$

Sin corregir:

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot 0 - 0,00393 \cdot 25 = 1,39875$$

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot 0 - 0,00393 \cdot 125 = 1,00575$$

Corregido:

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot 0,52 - 0,00393 \cdot 13 = 1,51845$$

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot (-0,52) - 0,00393 \cdot 26 = 0,88605$$

Para el cálculo del factor de forma en la rueda conductora se utiliza la expresión 2.44 hallada en este trabajo.

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b$$

Se buscan los valores de a y b correspondientes a los coeficientes de corrección y fricción dados en las tablas del Anexo. Como los dientes son menores de 100 se busca en la tabla de conductora y conducida menores de 100.

Se hallan los valores de factor de forma para el piñón y la rueda sin corregir.

Para la rueda conductora sin corregir:

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0 \cdot 0 + (-3,084998)}{25} + 0,554947 = 0,43154685$$

Para la rueda conducida sin corregir:

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0 \cdot 0 + (-3,084998)}{125} + 0,554947 = 0,5302668$$

Para la rueda conductora corregida:

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0,95 \cdot 0 + 2,4643803}{25} + 0,561032957$$
$$y = 0,659608169$$

Para la rueda conducida corregida:

Planteamiento de la interpolación necesaria para:

Como los valores de factor de forma se calcularon hasta el coeficiente de corrección - 0,6 se toman los valores de este último.

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0,52 \cdot 0 + (-9,919516)}{125} + 0,55592774$$
$$y = 0,476571612$$

Calcular por ciento de elevación de la resistencia a la fractura:

$$\% ER_F = \left(\frac{y' \cdot k\sigma}{y \cdot k\sigma'} - 1 \right) \cdot 100$$

Para la rueda conductora corregida:

$$\% ER_F = \left(\frac{0,65960817 \cdot 1,39875}{0,4315468 \cdot 1,51845} - 1 \right) \cdot 100$$
$$\% ER_F = 40,80$$

Para la rueda conducida corregida:

$$\% ER_F = \left(\frac{0,47657161 \cdot 1,00575}{0,5302668 \cdot 0,88605} - 1 \right) \cdot 100$$

$$\%ER_F = 2,02$$

Se aplicó la misma metodología para encontrar los coeficientes de corrección al dentado para máxima resistencia al desgaste y la fractura arrojando los siguientes resultados.

	INICIAL		DESGASTE	
	PIÑÓN	RUEDA	PIÑÓN	RUEDA
ξ	0	0	0,47	-0,47
$k\sigma$	1,39875	1,00575	1,45797	0,94653
γ	0,4315468	0,5302668	0,57743742	0,48962733
$\%ER$			28,37	-1,89

	INICIAL		FRACTURA	
	PIÑÓN	RUEDA	PIÑÓN	RUEDA
ξ	0	0	0,386	-0,386
$k\sigma$	1,39875	1,00575	1,447386	0,957114
γ	0,4315468	0,5302668	0,55598686	0,49767823
$\%ER$			24,51	-1,38

2.12 Conclusiones Parciales del Capítulo II.

1. Como resultado de la búsqueda bibliográfica se logró recopilar un volumen considerable de información acerca de la utilización de la corrección de altura en la elevación de la resistencia de las transmisiones cilíndricas de engranajes y se destacan las enormes ventajas de este tipo de tecnología, ampliamente utilizada en el mundo.
2. Se localizaron los resultados de investigaciones precedentes de los tutores del presente trabajo donde se aportan los valores de la corrección de altura óptima para garantizar la máxima resistencia a la picadura, a la fractura, al gripado e incluso se aportan valores de la corrección de altura para obtener máximo espesor de la película de lubricante.
3. Se concluye finalmente que la corrección de altura favorece la resistencia a todos los tipos de averías e incluso se va a lograr un desplazamiento de la línea práctica de engranajes hacia una zona de mayor espesor de la película de lubricante que favorece la eficiencia de la caja y reduce las pérdidas.

Capítulo III Mejoramiento de la capacidad de carga de los engranajes cilíndricos mediante el empleo de la corrección angular del dentado.

3.1 Corrección angular de los engranajes.

En ocasiones para atenuar determinada falla del dentado, o para llevar una pareja de engranajes a una distancia entre centros mayor o menor de la que tendrían si fueran normales se utilizan las correcciones angulares. Estamos en presencia de una corrección angular cuando el coeficiente de corrección sumario es diferente de cero, es decir el valor de corrección positiva que se le da a una rueda no coincide con el valor de corrección negativa que se le da a la otra. Se pueden presentar varios casos a saber:

- | | |
|--------------|------------------------------------|
| a) $X_1 = +$ | $X_2 = -$ pero de valor diferente. |
| b) $X_1 = -$ | $X_2 = +$ pero de valor diferente. |
| c) $X_1 = -$ | $X_2 = -$ |
| d) $X_1 = +$ | $X_2 = +$ |
| e) $X_1 = +$ | $X_2 = 0$ |
| f) $X_1 = -$ | $X_2 = 0$ |
| g) $X_1 = 0$ | $X_2 = +$ |
| h) $X_1 = 0$ | $X_2 = -$ |

De todos los casos anteriores el más lógico y usual en la práctica es el caso d). Cuando se está en presencia de dicho caso, producto de que de la circunferencia de paso hacia arriba los dientes se hacen más estrechos, y de que la circunferencia primitiva va a estar por encima de la circunferencia de paso, los engranajes tienden a "encajarse", es decir a no conservar la holgura radial relativa. Debido a esto los dientes se recortan en su punta. En realidad para evitar tener que recortar los dientes después de maquinados lo que se hace es hacerlos ligeramente más cortos en una magnitud (v) denominada coeficiente de desplazamiento invertido. Esto se

logra eligiendo el diámetro exterior del semiproducto ligeramente inferior al calculado por la corrección. Si el coeficiente de corrección sumario X_Σ es positivo se dice que la corrección es angular positiva, y viceversa. En la Tabla 3.1 se dan todas las expresiones para el cálculo de una transmisión por engranajes con corrección angular.

Tabla 3.1 Parámetros geométricos de las ruedas dentadas con corrección angular.

Parámetro	Símbolo	Expresión de cálculo
paso	T	$\pi.m$
diámetro de paso	Dp	$m.z$
diámetro básico	Db	$d_p.\cos\alpha_c$
diámetro primitivo	Dw	$d_b/\cos\alpha_w$
diámetro exterior	Da	$m.(z + 2.h_a + 2.X - 2.\Delta.y)$
diámetro interior	Df	$m.(z - 2.(h_a+c) + 2.X)$
coef. de cizallamiento. invertido	Δy ó ν	$X_\Sigma + 0,5 Z_\Sigma - a w_X / m$
distancia entre centros	$a w_X$	$\frac{m.(Z_p + Z_c).\cos\alpha_c}{2.\cos\alpha_w}$
ángulo de montaje	α_w	$inv^{-1}\left[2.\frac{(X_1 + X_2)}{Z_p + Z_c}.\tan\alpha_c + inv\alpha_c\right]$
Grueso del diente:		
por la circ. básica	Sb	$d_b.(Sp/d_p + inv\alpha_c)$
por la circ. de paso	Sp	$\pi.m / 2 + 2.m.X.\tan.\alpha_c$
por la circ. exterior	Sa	$d_a.(Sp/d_p + inv\alpha_c - inv\alpha_e)$

Tabla 3.2 Corrección angular para atenuar las diferentes fallas de los engranajes.

Valores de los coeficientes de corrección $\frac{1}{\rho_{pin}}$ y $\frac{1}{\rho_{rued}}$													
z_{rued}	z_{pin}												Condiciones de máxima elevación de la resistencia
	12		15		18		22		25		34		
	$\frac{1}{\rho_{pin}}$	$\frac{1}{\rho_{rued}}$	$\frac{1}{\rho_{pin}}$	$\frac{1}{\rho_{rued}}$	$\frac{1}{\rho_{pin}}$	$\frac{1}{\rho_{rued}}$	$\frac{1}{\rho_{pin}}$	$\frac{1}{\rho_{rued}}$	$\frac{1}{\rho_{pin}}$	$\frac{1}{\rho_{rued}}$	$\frac{1}{\rho_{pin}}$	$\frac{1}{\rho_{rued}}$	
18	0,30	0,61	0,34	0,64	0,54	0,54	—	—	—	—	—	—	E
	0,57	0,25	0,64	0,29	0,72	0,34	—	—	—	—	—	—	F
	0,49	0,35	0,48	0,46	0,54	0,54	—	—	—	—	—	—	D
22	0,30	0,66	0,38	0,75	0,60	0,64	0,68	0,68	—	—	—	—	E
	0,62	0,28	0,73	0,32	0,84	0,38	0,95	0,39	—	—	—	—	F
	0,53	0,38	0,55	0,54	0,60	0,63	0,67	0,67	—	—	—	—	D
28	0,30	0,88	0,26	1,04	1,40	1,02	0,59	0,94	0,86	0,86	—	—	E
	0,70	0,26	0,79	0,35	0,89	0,38	1,04	0,40	1,26	0,42	—	—	F
	0,57	0,48	0,60	0,63	0,63	0,72	0,71	0,84	0,85	0,85	—	—	D
34	0,30	1,03	0,13	1,42	0,30	1,30	0,48	1,20	0,80	1,08	1,04	1,04	E
	0,76	0,22	0,83	0,34	0,93	0,37	1,08	0,38	1,30	0,36	1,38	0,34	F
	0,60	0,53	0,63	0,72	0,67	0,82	0,74	0,90	0,86	1,00	1,00	1,00	D
42	0,30	1,30	0,20	1,53	0,29	1,48	0,40	1,48	0,72	2,33	0,90	1,30	E
	0,75	0,21	0,92	0,32	1,02	0,36	1,18	0,38	1,24	0,31	1,31	0,27	F
	0,63	0,67	0,68	0,88	0,68	0,94	0,76	1,03	0,88	1,12	1,00	1,16	D
50	0,30	1,43	0,25	1,65	0,32	1,63	0,43	1,60	0,64	1,60	0,80	1,58	E
	0,58	0,16	0,97	0,31	1,05	0,36	1,22	0,42	1,22	0,25	1,25	0,20	F
	0,63	0,77	0,66	1,02	0,70	0,41	0,76	1,17	0,91	1,26	1,00	1,31	D
65	0,30	1,69	0,26	1,87	0,41	1,89	0,53	1,80	0,70	1,84	0,83	1,79	E
	0,55	0,35	0,80	0,04	1,10	0,40	1,17	0,36	1,19	0,20	1,23	0,15	F
	0,64	1,00	0,67	1,22	0,71	1,35	0,76	1,44	0,88	1,56	0,99	1,55	D
80	0,30	1,96	0,30	2,14	0,48	2,08	0,61	1,99	0,75	2,04	0,89	1,97	E
	0,54	0,54	0,73	0,15	1,14	0,40	1,15	0,26	1,16	0,12	1,19	0,07	F
	0,65	1,18	0,67	1,36	0,71	1,64	0,76	1,73	0,87	0,85	0,98	1,81	D
100	0,30	2,90	0,36	2,32	0,52	2,31	0,65	2,19	0,80	2,26	0,94	0,22	E
	0,53	0,76	0,74	0,22	1,00	0,28	1,12	0,22	1,14	0,08	1,15	0,01	F
	0,65	1,42	0,66	1,70	0,71	1,90	0,76	1,98	0,86	2,12	0,97	2,15	D
125	—	—	—	—	—	—	0,75	2,43	0,83	2,47	1,00	2,46	E
	—	—	—	—	—	—	1,11	0,21	1,12	0,07	1,20	0,09	F
	—	—	—	—	—	—	0,76	2,38	0,86	2,40	0,92	2,40	D

Nota: En esta tabla para cada número de dientes, el primero de los renglones corresponde a los valores de corrección para máxima resistencia a la picadura (E), el segundo para máxima resistencia a la fractura (F), y el tercero para máxima resistencia al desgaste (D).

3.2 Mejoramiento de la resistencia de los pasos cilíndricos a los diferentes deterioros recomendadas por Dobrovolski, sin variar la distancia entre centros de la transmisión original.

Para lograr utilizar la corrección angular en una transmisión ya construida, se hace necesario mantener la distancia entre centros para poder lograr la elevación de la resistencia con la máxima economía, ya que no sería necesario cambiar la carcasa. Para mantener la distancia entre centros con corrección angular se hace necesario disminuir los números de dientes de las ruedas, digamos en uno o dos dientes en el piñón y en z_p en la rueda para no variar tampoco la relación de transmisión. Para ello se hace necesario utilizar las expresiones de la Tabla 3.3.

Tabla 3.3 Fórmulas para la geometría de la transmisión por engranajes con corrección

Fórmulas para determinar las dimensiones principales de las transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos con engrane exterior	
Elementos del engrane	Fórmula
Diámetro del círculo primitivo	$d_{prim} = z m$ (en mm)
Diámetro del círculo de base	$d_o = d_{prim} \cos \alpha_{prim}$ (en mm)
Distancia entre los ejes para $\xi_{piñ} = \xi_{rued} = 0$ y $\xi_{rued} = -\xi_{piñ}$	$A_{prim} = \frac{z_{rued} + z_{piñ}}{2} m$ (en mm)
Distancia entre los ejes para $\xi_{rued} \neq \pm \xi_{piñ} \neq 0$	$A = A_{prim} (\lambda_o + 1)$ (en mm)
Coefficiente de desplazamiento de los ejes	$\lambda_o = \frac{\cos \alpha_{prim}}{\cos \alpha} - 1$
Coefficiente relativo sumario de corrección	(Se escoge por la tabla 31 según sea ξ_o) $\xi_o = \frac{2 (\xi_{rued} + \xi_{piñ})}{z_{rued} + z_{piñ}}$
Coefficiente de desviación de la distancia entre los ejes	$a = \frac{A - A_{prim}}{m}$
Coefficiente de cizallamiento invertido	$v = (\xi_{rued} + \xi_{piñ}) - a$
Diámetro del círculo de cabeza	$(D_e = d_{prim} + 2 (f_o + \xi - v) m$ (en mm)
Diámetro del círculo de pie	$(D_i = d_{prim} - 2 (f_o + c_o - \xi) m$ (en mm)

3.3 Metodología para lograr aplicar la corrección angular sin variación de la distancia entre centros.

Para aplicar la corrección angular sin cambiar la distancia entre centros es necesario reducir la cantidad de dientes del par de engranajes original. Al par con dientes

disminuidos se le aplica la corrección angular necesaria para aumentar su distancia entre centros al original

3.3.1 Distancia entre centros original.

Para una transmisión con dientes oblicuos (Si $\beta = 0$)

$$A = \frac{Z_p + Z_c}{2} \cdot \frac{m_n}{\cos \beta}$$

3.3.2 Distancia entre centros con corrección angular y coeficientes de corrección necesarios para ajustar la distancia entre centros.

$$A' = \frac{Z_p' + Z_c'}{2} \cdot \frac{m_n}{\cos \beta}$$

Teniendo la distancia entre centros sin corrección A_{sc} con los nuevos números de dientes (más pequeños que los originales) y la distancia entre centros de la carcasa original (Que será A_c) se puede hallar el ángulo de montaje que tendrá el par con número de dientes disminuido corregido.

$$\cos \alpha_c A_c = \cos \alpha_{sc} A_{sc}$$

$$\alpha_c = \cos^{-1}(\cos \alpha_{sc} \frac{A_{sc}}{A_c})$$

Después de haber obtenido α_c . Con el valor de α_c se puede obtener el valor del coeficiente de corrección sumario.

$$(\xi_1 + \xi_2) = \left(\frac{2,4344 \cdot \alpha^3}{(10^6 - 122 \cdot \alpha^2)} - 0,020474 \right) \cdot (z_1' + z_2')$$

La suma de los coeficientes del piñón y de la corona tiene que tener este valor para no alterar la distancia entre centros.

3.3.3 Coeficientes de corrección para máxima resistencia a la picadura para los nuevos números de dientes.

Los coeficientes de corrección necesarios para lograr máxima resistencia a la picadura para los nuevos números de dientes de las ruedas es necesario obtenerlos mediante interpolación de la Tabla 3.2.

Tabla 3.4 Planteamiento de un ejemplo de la interpolación requerida para obtener los coeficientes de corrección necesarios para máxima resistencia a la picadura.

(En rojo y cursiva los resultados de la interpolación)

Zc\Zp	22		26		28	
	ξ_p	ξ_c	ξ_p	ξ_c	ξ_p	ξ_c
100	0,65	2,19	<i>0,75</i>	<i>2,234</i>	0,80	2,26
104	<i>0,674</i>	<i>2,23</i>	<i>0,762</i>	<i>2,273</i>	<i>0,805</i>	<i>2,294</i>
125	0,75	2,43	<i>0,803</i>	<i>2,457</i>	0,83	2,47

Nota: Los valores en rojo y cursiva se obtuvieron mediante la interpolación en Microsoft Excel.

$$(\xi_p + \xi_c)_{max}$$

En caso de que la corrección necesaria sea mayor que la suma máxima que aparece en la Tabla 3.2 se recomienda no variar los dientes del piñón y disminuir los dientes de la corona. Aunque la relación de transmisión baja su porcentaje de variación está por debajo del 4 % siendo aceptable.

Si esta suma es menor que la necesaria para ajustar la distancia entre centros, se hace necesario aumentar la suma de dientes de forma que sea mayor que la necesaria.

Si esta suma es mayor que la necesaria para ajustar la distancia entre centros, se hace necesario reducir los valores de forma que la suma sea igual a la necesaria.

Si $\xi_{pmax} > \xi_p + \xi_c$ se le da toda la corrección necesaria para ajustar la distancia entre centros al piñón $\xi_p = \xi_p + \xi_c$ y la corona cero $\xi_c = 0$.

Sino $\xi_{pmax} < \xi_p + \xi_c$ entonces se le da al piñón la corrección máxima $\xi_p = \xi_{pmax}$ y a la corona $\xi_c = (\xi_p + \xi_c) - \xi_{pmax}$.

3.3.4 Coeficientes de corrección para máxima resistencia a la fractura y el gripado para los nuevos números de dientes.

Se procede de la misma forma que en el caso anterior, con la excepción de que se debe buscar los valores máximos de los coeficientes de corrección para la fractura y el gripado respectivamente en la Tabla 3.2.

3.4 Determinación de los coeficientes de seguridad según KissSoft.

El Software KissSoft no está diseñado para resolver el caso de aplicación de la corrección angular con variación de los números de dientes para ajustar la distancia entre centros, dando errores en el procesamiento y no arrojó ningún resultado, de aquí que se decidió evaluar el incremento de la resistencia en este último caso analíticamente.

3.5 Determinación de los % de elevación de la resistencia mediante el empleo de la corrección angular con variación de los números de dientes para ajustar la distancia entre centros.

3.5.1 Elevación de la resistencia a la fractura.

La condición de rotura por fatiga a flexión es:

$$\sigma_f = \frac{M_t \cdot k_c \cdot k_d (i + 1) \cos^2 \beta}{A \cdot i \cdot B \cdot m \cdot \varepsilon \cdot \lambda \cdot \cos \alpha \cdot y} = \frac{\sigma_o}{n' \cdot k_\sigma} \cdot k_r$$

Despejando el torque sobre la corona:

$$M_t = \frac{\sigma_o \cdot k_r \cdot A \cdot i \cdot B \cdot m \cdot \varepsilon \cdot \lambda \cdot \cos \alpha \cdot y}{n' \cdot k_\sigma \cdot k_c \cdot k_d (i + 1) \cos^2 \beta}$$

Con la corrección con variación de los números de dientes en esta ecuación solo pueden variar:

$$i, \alpha, y, k_\sigma$$

Si se divide la ecuación del torque con corrección entre la ecuación del torque sin corrección, partiendo de que la capacidad de soportar torque debe aumentar con la corrección. Se designan los parámetros mencionados con el sobreíndice ´ cuando hay corrección y sin sobreíndice si corrección.

$$\%ER = \frac{M'_t}{M_t} = \frac{\frac{i' \cdot \cos \alpha' \cdot y'}{k'_\sigma(i' + 1)}}{\frac{i \cdot \cos \alpha \cdot y}{k_\sigma(i + 1)}} \cdot 100$$

Se multiplica el cociente por 100 para obtener en % de elevación la resistencia a la fractura.

$$\%ER_F = \left(\frac{i' \cdot \cos \alpha' \cdot y' \cdot k_\sigma(i + 1)}{i \cdot \cos \alpha \cdot y \cdot k'_\sigma(i' + 1)} - 1 \right) \cdot 100$$

El valor de k_σ se puede hallar de la ecuación (Quiñones, 2005):

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot \xi - 0,00393 \cdot Z$$

3.6 Obtención de una ecuación para determinar el ángulo de montaje y el coeficiente sumario de corrección $\xi_1 + \xi_2$ en función del ángulo de montaje.

3.6.1 Obtención de una ecuación para determinar el ángulo de engrane en función de las distancia entre centros.

Se toma dos ecuaciones de la tabla 3.3:

$$A = A'(\lambda_0 + 1) \quad \text{Distancia entre centros para } \xi_{sum} \neq 0$$

$$\lambda_0 = \frac{\cos \alpha'}{\cos \alpha} - 1 \quad \text{Coeficiente de desplazamiento de los ejes.}$$

Se despeja en ambas ecuaciones la expresión $(\lambda_0 + 1)$ y se igualan.

$$\frac{A}{A'} = \frac{\cos \alpha'}{\cos \alpha}$$

$$A \cos \alpha = A' \cos \alpha' \quad (3.1)$$

A partir de esta relación se obtiene la ecuación del ángulo de montaje

$$\alpha' = \cos^{-1}\left(\frac{A}{A'} \cos \alpha\right)$$

3.6.2 Obtención de una ecuación para determinar coeficiente sumario de corrección $\xi_1 + \xi_2$ en función del ángulo de montaje.

Cuando se trata de aproximaciones infinitesimales puede decirse que

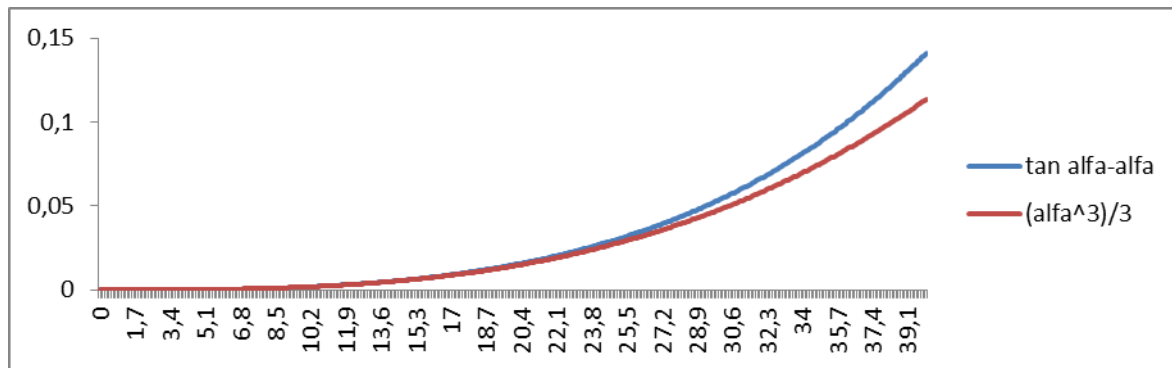
$$\tan \alpha = \frac{\alpha^3}{3} + \alpha \quad (3.2)$$

Sustituyendo esta relación en la ecuación de la involuta de alfa queda:

$$\text{inv} \alpha = \tan \alpha - \alpha = \frac{\alpha^3}{3} + \alpha - \alpha$$

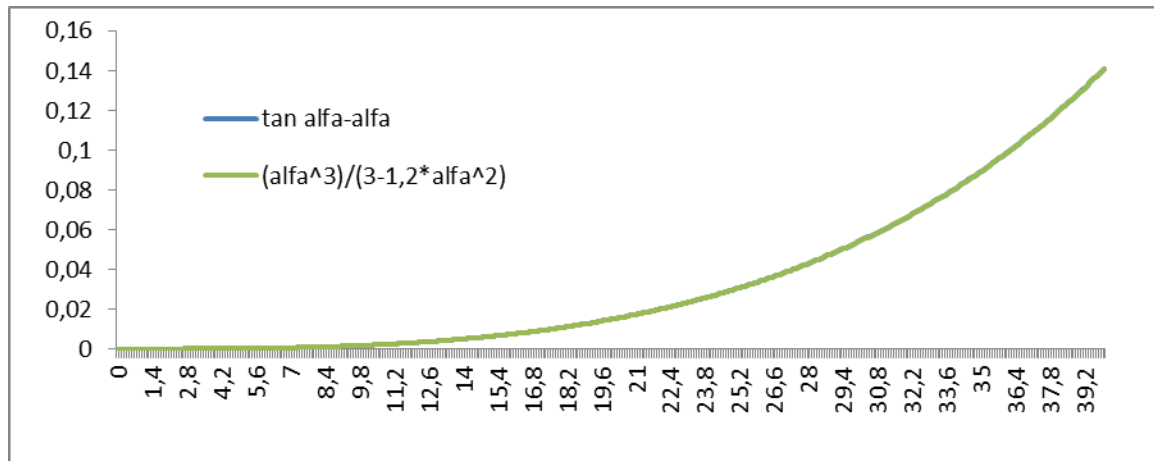
$$\text{inv} \alpha = \frac{\alpha^3}{3} \quad (3.3)$$

Como la ecuación 3.2 es para aproximaciones infinitesimales para mayores ángulos la ecuación 3.3 presenta un error considerable.



En un proceso heurístico se mejoró la ecuación 3.3 dando como resultado:

$$\text{inv} \alpha = \frac{\alpha^3}{(3 - 1,2 \cdot \alpha^2)} \quad (3.4)$$



Teniendo la expresión para la involuta de alfa'

$$\text{inv} \alpha' = \frac{2(\xi_1 + \xi_2)}{(z_1 + z_2)} \tan \alpha + \text{inv} \alpha \quad (\text{Baranov, 1985}) \text{ Ecuación 173}$$

Se despeja la expresión $\frac{(\xi_1 + \xi_2)}{(z_1 + z_2)}$ quedando:

$$\frac{(\xi_1 + \xi_2)}{(z_1 + z_2)} = \frac{\text{inv} \alpha' - \text{inv} \alpha}{2 \tan \alpha} \quad (3.5)$$

$$\text{Para } \alpha = 20^\circ, \quad a_1 = \frac{1}{2 \tan \alpha} = 1,3737 \quad \text{y} \quad b_1 = \frac{\text{inv} \alpha}{2 \tan \alpha} = 0,020474$$

$$\frac{(\xi_1 + \xi_2)}{(z_1 + z_2)} = 1,3737 \cdot \text{inv} \alpha' - 0,020474 \quad (3.6)$$

Para facilitar el cálculo se propuso obtener una fórmula de $\frac{(\xi_1 + \xi_2)}{(z_1 + z_2)}$ para α' en grados

$$\text{Para } N = \frac{\pi}{180} \quad N^2 = 3,04617 \cdot 10^{-4} \quad N^3 = 5,31657 \cdot 10^{-6}$$

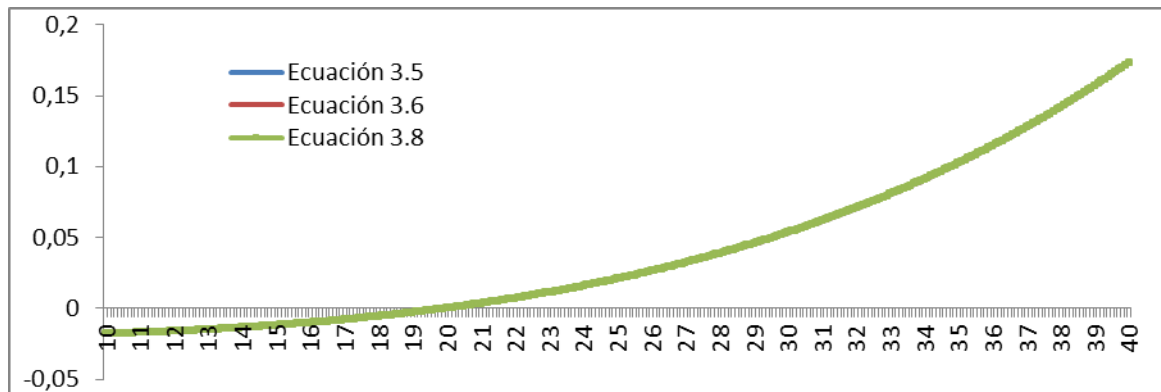
$$\text{inv} \alpha = \frac{\alpha^3 \cdot N^3}{(3 - 1,2 \cdot \alpha^2 \cdot N^2)}$$

$$\text{inv} \alpha = \frac{\alpha^3 \cdot 5,31657 \cdot 10^{-6}}{(3 - 1,2 \cdot \alpha^2 \cdot 3,04617 \cdot 10^{-4})} = \frac{\alpha^3 \cdot 5,31657}{3 \cdot 10^6 (1 - 1,2 \cdot \alpha^2 \cdot 1,01539 \cdot 10^{-4})} = \frac{\alpha^3 \cdot 1,77219}{(10^6 - 122 \cdot \alpha^2)}$$

$$\text{inv} \alpha = \frac{\alpha^3 \cdot 1,77219}{(10^6 - 122 \cdot \alpha^2)} \quad (3.7)$$

Sustituyendo la expresión (3.6) en (3.5) queda:

$$\frac{(\xi_1 + \xi_2)}{(z_1 + z_2)} = \frac{2,4344 \cdot \alpha^3}{(10^6 - 122 \cdot \alpha^2)} - 0,020474 \quad (3.8)$$



3.7 Metodología para el cálculo de los coeficientes de corrección del dentado para la máxima resistencia a la fractura, desgaste y gripado y el % de elevación de resistencia del diente al torque mediante la corrección angular sin variar la distancia entre centros.

3.7.1 Primer caso

$$Z_p = 13 \quad Z_c = 26 \quad m = 3 \text{ mm} \quad \beta = 0^\circ$$

$$i = \frac{Z_c}{Z_p}$$

$$i = \frac{26}{13} = 2$$

$$A = \frac{26 + 13}{2} \cdot \frac{3}{\cos 0^\circ} = 58.5 \text{ mm}$$

Disminuyendo el número de dientes: $Z_p = 13 \quad Z_c = 25$

La distancia entre centros sin corrección para los nuevos números de dientes será:

$$A' = \frac{25 + 13}{2} \cdot \frac{3}{\cos 0^\circ} = 57 \text{ mm}$$

Teniendo la distancia entre centros sin corrección con los nuevos números de dientes y la distancia entre centros de la carcasa A' original, se puede hallar el ángulo de montaje.

$$\alpha' = \cos^{-1} \left(\frac{A}{A'} \cos \alpha \right)$$

$$\alpha' = \cos^{-1}\left(\frac{57}{58,5} \cos 20\right)$$

$$\alpha' = 23,709215$$

Con el valor de α' se puede obtener el valor de la suma de los coeficientes de corrección entre el piñón y la corona.

$$(\xi_1 + \xi_2) = \left(\frac{2,4344 \cdot \alpha'^3}{(10^6 - 122 \cdot \alpha'^2)} - 0,020474 \right) \cdot (z_1' + z_2')$$

$$(\xi_1 + \xi_2) = \left(\frac{2,4344 \cdot 23,7^3}{(10^6 - 122 \cdot 23,7^2)} - 0,020474 \right) \cdot (38)$$

$$(\xi_1 + \xi_2) = 0,5456626$$

La suma de los coeficientes del piñón y de la corona tiene que tener este valor para no alterar la distancia entre centros. Los coeficientes de corrección necesarios para lograr máxima resistencia a la picadura para los nuevos números de dientes de las ruedas es necesario obtenerlos mediante interpolación de la Tabla 3.2.

Tabla 3.2 Planteamiento de la interpolación requerida para obtener los coeficientes de corrección necesarios para máxima resistencia a la picadura. (En rojo y cursiva los resultados de la interpolación)

Zc\Zp	12		13		15	
	ξ_p	ξ_c	ξ_p	ξ_c	ξ_p	ξ_c
22	0.30	0.66			0.38	0.75
25			<i>0,30667</i>	<i>0,81167</i>		
28	0.30	0.88			0,26	1,04

$$(\xi_p + \xi_c)_{max} = 0,30667 + 0,81167 = 1,11833$$

Esta suma es mayor que la necesaria para ajustar la distancia entre centros, se le da la corrección máxima al piñón y se le resta a la necesaria para dárselo a la corona.

$$\xi_p = \xi_{pmax} = 0,30667$$

$$\xi_c = (\xi_p + \xi_c) - \xi_{pmax} = 0,23899$$

Los coeficientes de corrección que serán utilizados para elevar la resistencia a la picadura serán:

Verificando:

$$\xi_p + \xi_c = 0,30667 + 0,23899 = 0,54566$$

Esta suma garantiza que se recupere la distancia entre centros original después de la corrección.

Calcular el coeficiente de concentración de carga k_σ ,

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot \xi - 0,00393 \cdot Z$$

Sin corregir:

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot 0 - 0,00393 \cdot 13 = 1,44591$$

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot 0 - 0,00393 \cdot 26 = 1,39482$$

Corregido:

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot 0,30667 - 0,00393 \cdot 13 = 1,48455$$

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot 0,23899 - 0,00393 \cdot 25 = 1,39482$$

Para el cálculo del factor de forma en la rueda conductora se utiliza la expresión 2.44 hallada en este trabajo.

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b$$

Se buscan los valores de a y b correspondientes a los coeficientes de corrección y fricción dados en las tablas del Anexo. Como los dientes son menores de 100 se busca en la tabla de conductora y conducida menores de 100.

Se hallan los valores de factor de forma para el piñón y la rueda sin corregir.

Para la rueda conductora sin corregir:

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0 \cdot 0 + (-3,084998)}{25} + 0,554947 = 0,43154685$$

Para la rueda conducida sin corregir:

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0 \cdot 0 + (-3,084998)}{125} + 0,554947 = 0,519383$$

Para la rueda conductora corregida:

Planteamiento de la interpolación necesaria para:

E/F	F=0	
	a	b
0,3	-0,5755131	0,55570723
0,306667	-0,53127299	0,55579097
0,35	-0,2437126	0,55633523

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0,306667 \cdot 0 + (-0,53127299)}{13} + 0,55579097$$

$$y = 0,514924$$

Para la rueda conducida corregida:

Planteamiento de la interpolación necesaria para:

ξ	f=0	
	a	b
0,2	-1,3478353	0,555472786
0,238996	-1,05613265	0,55583614
0,25	-0,9738185	0,555938673

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0,52 \cdot 0 + (-1,05613265)}{13} + 0,55583614$$

$$y = 0,515216$$

Calcular porcentaje de elevación de la resistencia a la fractura:

La condición de rotura por fatiga a flexión es:

$$\%ER_F = \left(\frac{i' \cdot \cos \alpha' \cdot y' \cdot k_\sigma(i+1)}{i \cdot \cos \alpha \cdot y \cdot k'_\sigma(i'+1)} - 1 \right) \cdot 100$$

$$\%ER_p = 51,82\% \quad \%ER_c = 13,68\%$$

Se aplicó la misma metodología para encontrar los coeficientes de corrección al dentado para máxima resistencia al desgaste y la fractura arrojando los siguientes resultados.

	INICIAL		DESGASTE	
	PIÑÓN	RUEDA	PIÑÓN	RUEDA
ξ	0	0	0,5456626	0
$k\sigma$	1,44591	1,39482	1,51466349	1,39875
y	0,31763922	0,42540922	0,62486496	0,436292975
%ER			80,57	-1,66

	INICIAL		FRACTURA	
	PIÑÓN	RUEDA	PIÑÓN	RUEDA
ξ	0	0	0,5456626	0
$k\sigma$	1,44591	1,39482	1,51466349	1,39875
y	0,31763922	0,42540922	0,62486496	0,436292975
%ER			80,57	-1,66

3.7.2 Segundo caso

$$Z_p = 25 \quad Z_c = 125 \quad m = 12 \text{ mm} \quad \beta = 20^\circ$$

$$i = \frac{Z_c}{Z_p}$$

$$i = \frac{125}{25} = 5$$

$$A = \frac{25 + 125}{2} \cdot \frac{12}{\cos 20^\circ} = 957.69 \text{ mm}$$

Disminuyendo el número de dientes: $Z_p = 25$ $Z_c = 123$

La distancia entre centros sin corrección para los nuevos números de dientes será:

$$A' = \frac{25 + 123}{2} \cdot \frac{12}{\cos 20^\circ} = 944.98 \text{ mm}$$

Teniendo la distancia entre centros sin corrección con los nuevos números de dientes y la distancia entre centros de la carcasa A' original, se puede hallar el ángulo de montaje.

$$\alpha' = \cos^{-1} \left(\frac{A}{A'} \cos \alpha \right)$$

$$\alpha' = \cos^{-1} \left(\frac{944,98}{957.69} \cos 20 \right)$$

$$\alpha' = 22,00313$$

Con el valor de α' se puede obtener el valor de la suma de los coeficientes de corrección entre el piñón y la corona.

$$(\xi_1 + \xi_2) = \left(\frac{2,4344 \cdot \alpha^3}{(10^6 - 122 \cdot \alpha^2)} - 0,020474 \right) \cdot (z_1' + z_2')$$

$$(\xi_1 + \xi_2) = \left(\frac{2,4344 \cdot 22^3}{(10^6 - 122 \cdot 22^2)} - 0,020474 \right) \cdot (148)$$

$$(\xi_1 + \xi_2) = 1,0487884$$

La suma de los coeficientes del piñón y de la corona tiene que tener este valor para no alterar la distancia entre centros. Los coeficientes de corrección necesarios para lograr máxima resistencia a la picadura para los nuevos números de dientes de las ruedas es necesario obtenerlos mediante interpolación de la Tabla 3.2.

Tabla 3.2 Planteamiento de la interpolación requerida para obtener los coeficientes de corrección necesarios para máxima resistencia a la picadura. (En rojo y cursiva los resultados de la interpolación)

Zc\Zp	22		25		28	
	ξ_p	ξ_c	ξ_p	ξ_c	ξ_p	ξ_c
100	0,65	2,19			0,8	2,26
123			<i>0,7848</i>	<i>2,432</i>		
125	0,75	2,43			0,83	2,47

$$(\xi_p + \xi_c)_{max} = 0,7848 + 2,432 = 3,21168$$

Esta suma es mayor que la necesaria para ajustar la distancia entre centros, se le da la corrección máxima al piñón y se le resta a la necesaria para dárselo a la corona.

$$\xi_p = \xi_{pmax} = 0,7848$$

$$\xi_c = (\xi_p + \xi_c) - \xi_{pmax} = 0,26398$$

Los coeficientes de corrección que serán utilizados para elevar la resistencia a la picadura serán:

Verificando:

$$\xi_p + \xi_c = 0,7848 + 0,26398 = 1,04878$$

Esta suma garantiza que se recupere la distancia entre centros original después de la corrección.

Calcular el coeficiente de concentración de carga k_σ ,

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot \xi - 0,00393 \cdot Z$$

Sin corregir:

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot 0 - 0,00393 \cdot 25 = 1,39875$$

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot 0 - 0,00393 \cdot 125 = 1,00575$$

Corregido:

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot 0,7848 - 0,00393 \cdot 25 = 1,49763$$

$$k_\sigma = 1,497 + 0,126 \cdot 0,263988 - 0,00393 \cdot 125 = 1,04687$$

Para el cálculo del factor de forma en la rueda conductora se utiliza la expresión 2.44 hallada en este trabajo.

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b$$

Se buscan los valores de a y b correspondientes a los coeficientes de corrección y fricción dados en las tablas del Anexo. Como los dientes son menores de 100 se busca en la tabla de conductora y conducida menores de 100.

Se hallan los valores de factor de forma para el piñón y la rueda sin corregir.

Para la rueda conductora sin corregir:

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0 \cdot 0 + (-3,0849983)}{25} + 0,55494678 = 0,431547$$

Para la rueda conducida sin corregir:

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0 \cdot 0 + (-3,0849992)}{125} + 0,54406303 = 0,519383$$

Para la rueda conductora corregida:

Planteamiento de la interpolación necesaria para:

E/F	F=0	
	a	b
0,75	1,8922481	0,55910277
0,7848	2,02010511	0,55928518
0,8	2,0759507	0,55936486

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0,306667 \cdot 0 + 2,02010511}{25} + 0,55936486$$

$$y = 0,640089$$

Para la rueda conducida corregida:

Planteamiento de la interpolación necesaria para:

E/F	F=0	
	a	b
0,25	-0,0338079	0,54408521
0,26398	0,071295962	0,54408568
0,3	0,3418733	0,54408688

$$y = \frac{\varepsilon \cdot f + a}{Z} + b = \frac{0,26398 \cdot 0 + 0,071295962}{125} + 0,54408568$$

$$y = 0,544656$$

Calcular porcentaje de elevación de la resistencia a la fractura:

La condición de rotura por fatiga a flexión es:

$$\%ER_F = \left(\frac{i' \cdot \cos \alpha' \cdot y' \cdot k_\sigma (i + 1)}{i \cdot \cos \alpha \cdot y \cdot k'_\sigma (i' + 1)} - 1 \right) \cdot 100$$

$$\%ER_p = 36,31\% \quad \%ER_c = -0,87\%$$

Se aplicó la misma metodología para encontrar los coeficientes de corrección al dentado para máxima resistencia al desgaste y la fractura arrojando los siguientes resultados.

	INICIAL		DESGASTE	
	PIÑÓN	RUEDA	PIÑÓN	RUEDA
ξ	0	0	0,81	0,23878843
$k\sigma$	1,39875	1,00575	1,50081	1,04369734
y	0,43154685	0,51938304	0,64373671	0,54311653
%ER			36,80	-0,84

	INICIAL		FRACTURA	
	PIÑÓN	RUEDA	PIÑÓN	RUEDA
ξ	0	0	1,04878843	0
$k\sigma$	1,39875	1,00575	1,53089734	1,01361
y	0,43154685	0,51938304	0,66637357	0,52691586
%ER			38,83	-0,95

3.8 Conclusiones Parciales del Capítulo III.

1. En el Capítulo se elaboró una Metodología para realizar la corrección angular en un par de ruedas dentadas cilíndricas sin que se produzca variación alguna de la distancia entre centros. Esto requiere disminuir el número de dientes de ambas ruedas de manera que no se altere o lo haga lo menos posible la relación de transmisión y la distancia entre centros original se restablece eligiendo la corrección angular necesaria para elevar la resistencia de la nueva transmisión al tipo de deterioro que se requiera.
2. Como una conclusión importante se debe mencionar que se obtuvo una novedosa ecuación para determinar el **coeficiente sumario de corrección en función del ángulo de montaje, aspecto este que es requerido en la metodología.**
3. Se describen con algunos ejemplos como se aplica la metodología en la práctica concreta.

Conclusiones Generales

1. Se logró recopilar un volumen considerable de información acerca de la utilización de la corrección de altura en la elevación de la resistencia de las transmisiones cilíndricas de engranajes y se destacan las enormes ventajas de este tipo de tecnología, ampliamente utilizada en el mundo. Se localizaron los resultados de investigaciones precedentes del Colectivo de Mecánica Aplicada, donde se aportan los valores de la corrección de altura óptima para garantizar la máxima resistencia a la picadura, a la fractura, al gripado e incluso se aportan valores de la corrección de altura para obtener máximo espesor de la película de lubricante. Se logró recopilar además un volumen importante de información acerca de la utilización de la corrección angular en la elevación de la resistencia de las transmisiones cilíndricas de engranajes.
2. Se concluye que la corrección de altura favorece la resistencia a todos los tipos de averías e incluso se va a lograr un desplazamiento de la línea práctica de engranajes hacia una zona de mayor espesor de la película de lubricante que favorece la eficiencia de la caja y reduce las pérdidas.
3. Se localizaron en la literatura los valores de la corrección angular óptima según la Norma GOST para garantizar la máxima resistencia a la picadura, a la fractura, al gripado los cuales fueron utilizados como referencia en el trabajo. Se eligieron en base a estas recomendaciones de la Norma GOST los valores de la corrección angular para lograr máxima resistencia a la fractura con el objetivo de tratar de acercar la corrección elegida a estos valores óptimos, lo que como regla no resulta posible por la limitación de mantener la distancia entre centros.
4. El resultado más importante del trabajo es que se elaboró una Metodología para realizar la corrección angular en un par de ruedas dentadas cilíndricas sin que se produzca variación alguna de la distancia entre centros. Esto requiere disminuir el número de dientes de ambas ruedas de manera que no se altere o lo haga lo menos posible la relación de transmisión y la distancia entre centros original se restablece eligiendo la corrección angular necesaria para elevar la resistencia de la nueva transmisión al tipo de deterioro que se requiera.

5. Se determinaron analíticamente los valores de la corrección angular que garantizan elevar la resistencia de las ruedas a cada uno de los deterioros, lo más próximo posible a los valores óptimos descritos en la literatura, pero con disminución de los números de dientes para garantizar el no modificar la distancia entre centros ni la relación de transmisión. La evaluación analítica de la elevación de la resistencia a la fractura de los dos pasos evaluados arrojó que la resistencia a la fractura de los piñones, que son las ruedas propensas a este tipo de avería, se eleva en más del 25 %.. Se concluye finalmente que la corrección angular favorece la resistencia de las transmisiones sin realizar ninguna inversión ni en tecnología ni en materiales.
6. Este trabajo en su versión preliminar recibió en el año 2015 Premio Provincial de Investigación Científica del CITMA.

Recomendaciones

1. Se recomienda aplicar estos resultados en la práctica y divulgarlos en revista y en Congresos por las novedades científicas vinculadas al trabajo.

Referencias Bibliográficas

- Archard, J. F. & Kirk, M.T (s.f.) Lubrication at point contacts *Rev. Proc. Roy. Soc.*
- Baranov, G. (1985). *Curso de la teoría de mecanismos y máquinas*. Moscú: MIR.
- Beech, O, W, Givens, I. & Smith, A. E. (1940) The mechanism of boundary lubrication *Rev Proc. Roy Soc. Serie A*, 177, 9
- Borsoff V.N; Acinelly J.B. & Cattaneo A.G. (1951). Trans. Amer. Soc. Mech. Engineers. USA.
- Crook, A. W. (1957) Simulated gear- tooth contacts: some experiments upon their lubrication and sub- surfaces deformation. *Rev. Proc. Inst. Mech. Engrs.* 171, 187.
- Dobrovolski V. (1991). *Elementos de Máquinas*. Moscú: Editorial MIR.
- Dowson D. & Higgison G. R. (1964). Gear Lubrication. Proc. of a Symp. of the Inst. of Petrol. Oct
- Efficiency of gear drives (1918) *Rev. trans of the ASME*, 40, 107.
- Faires V.M. (1985). *Diseño de Elementos de Máquinas*. México: Editorial UTEHA.
- Friction in tothed gearing. (1887) *Rev. of the ASME*, 8, 45.
- Friction in tothed gearing. (1888) *Rev. of the ASME*, 9, 185.
- Fuller D. D. (1967). *Teoría y práctica de la lubricación*. La Habana: Ediciones Revolucionarias.
- Goytisoló R. et. al. (enero-dic, 1974). Incremento de la capacidad de carga en reductores helicoidales mediante la corrección. *Rev. Tecnología Serie: Ing. Mecánica* (3), 24-44.
- Goytisoló R. et. al. (Enero-junio, 1976). Influencia de la corrección en la lubricación de las transmisiones por engranes. *Rev. Tecnología Serie: Construcción de Maquinaria*. 1 (1), 35-51.
- Goytisoló R. et. al. (julio-dic, 1976). Análisis de la lubricación del reductor PM-400. Artículo científico. *Rev. Tecnología Serie: Construcción de Maquinaria*. 1 (2), 55-70.

- Goytisoló R. et. al. (julio-dic., 1977). Corrección de la altura para máxima resistencia a la picadura. *Rev. Tecnología Serie: Construcción de Maquinaria*. 2 (2)
- Goytisoló R. et. al. (julio-dic, 1977). Máquina experimental para la simulación del contacto en las transmisiones por engranaje. *Rev. Tecnología Serie: Construcción de Maquinaria*. 2 (2).
- Goytisoló R. et. al. (enero-dic, 1978). Determinación experimental de la eficiencia en reductores de engranaje. *Rev. Tecnología Serie: Construcción de Maquinaria*. 3.
- Goytisoló R. & Moya J. (Junio, 2008) Influencia de la corrección en la lubricación de las transmisiones por engranajes. Presented at the V Congreso Bolivariano de Ingeniería Mecánica y II Congreso Binacional de Ingeniería Mecánica COBIM Cúcuta, Colombia: Universidad de Pamplona.
- Grubin A.N. & Vinagradova Y. E. (1949). Gazudarsba Nauchni Teknika, Izdat Mashinostroenia, *Lit. Book* (30).
- IP/IAE (1964). Gear Rig tes. Sub- Pance Load carryng Capacity test for oils IAE gear machina. Proc. of a symp of the .of petroleum.
- Kenerson, W. H. (1912).Investigation of efficiency of worm gearing for automobiles *Rev. Trans. Of the ASME*, 34, 919.
- Lane T. B. (1951). Scuffing temperature of boundary lubricant films *Rev. Brit. J of Appe. Phys.* 2, (1), 35.
- Martin H. M. (1916). The lubrication of gear teeth. *Rev. Engineering*. 102, 119.
- Mc Kee, S.A., Swindells, J. F., White, H. S. & Wayne, M. (1949). Gear – Lubricant testing *Rev. Mech. Mech. Engres*, 71, 67.
- Pisarenko, G.S., Yakovlev, P. & Matveev, V. K (1989). *Manual de Resistencia de Materiales* .Moscú: Editorial MIR.
- Quiñones Ch., A. (2003). Nuevo Modelo Matemático para el cálculo del Factor de Forma en engranajes de evolvente cilíndricos de dientes rectos y su validación por el Método de los Elementos Finitos (Tesis Maestría).Universidad Cienfuegos. Cienfuegos.
- Roylance, T.F. (1966). *Engineering Desing*. Great Britain: Pergamon Press

Shigley, J. & Mischke, C.R., (2001). *Mechanical Engineering Design*. Boston: Mc Graw Hill.

Sibley, L. B. & Orcutt, F.K. (1961). Elastohydrodynamics Lubrication of rolling contac surfaces. *Rev Trans. Of the ASLE*. 4, (2), 234.

Smith, F.W. (1959). Lubricant behaviour in concentrated contac systems the castor oil Steel system *Rev Wear*, 2, (4), 250.

Talliam, T.E (1964). Lubricant fil, rolling contac of round surfaces. *Rev. Trans of the ASLE*, 7, (2), 109.

Zablonsky (1980) *Elementos de Máquinas*. MIR Moscú.

Zaretsky E. V. & Anderson W. J. (1968). *Machine Design*. 26.

ANEXOS

Coeficientes A y B para la ecuación de correlación entre el factor de fricción y el coeficiente de corrección para el cálculo del factor de forma.

E/F	mayor 100 conductora							
	0		0,2		0,5		0,8	
	A	B	A	B	A	B	A	B
-0,6	-8,7876473	0,54396529	-7,2575677	0,45837493	-5,6499462	0,37084746	-4,5076508	0,31138704
-0,55	-8,1550734	0,54398322	-6,7735972	0,45838236	-5,3076263	0,37084714	-4,2577087	0,31138321
-0,5	-7,5366166	0,54399926	-6,3008719	0,45838879	-4,9738586	0,37084649	-4,0145521	0,31137926
-0,45	-6,9286133	0,54400804	-5,8366673	0,45839017	-4,6465765	0,37084244	-3,7765747	0,31137285
-0,4	-6,3386373	0,54402048	-5,386717	0,45839483	-4,330051	0,37084121	-3,5471279	0,31136884
-0,35	-5,7631199	0,5440314	-4,9483368	0,45839885	-4,0222125	0,3708398	-3,3245754	0,31136483
-0,3	-5,1986112	0,54403554	-4,518867	0,45839822	-3,7212335	0,37083544	-3,1075235	0,31135876
-0,25	-4,652575	0,54404387	-4,103877	0,45840111	-3,4309411	0,37083382	-2,8988418	0,31135485
-0,2	-4,1216174	0,54405129	-3,7007523	0,45840362	-3,1495246	0,37083216	-2,6971409	0,31135104
-0,15	-3,6020382	0,5440523	-3,3068946	0,45840194	-2,8752892	0,370828	-2,5012707	0,31134563
-0,1	-3,1014998	0,5440581	-2,9277417	0,45840397	-2,6117261	0,37082645	-2,3136248	0,31134213
-0,05	-2,6165371	0,54406354	-2,5607284	0,45840593	-2,3571762	0,37082505	-2,133046	0,31133883
0	-2,1433962	0,54406303	-2,2034215	0,45840417	-2,1101294	0,37082158	-1,9585753	0,31133431
0,05	-1,689878	0,54406799	-1,8610029	0,45840635	-1,8737545	0,37082067	-1,7922287	0,31133152
0,1	-1,2523856	0,54407308	-1,53106	0,45840883	-1,6465506	0,37082009	-1,6330302	0,31132904
0,15	-0,82722047	0,54407277	-1,2111659	0,45840801	-1,4271508	0,37081781	-1,4802079	0,31132571
0,2	-0,42220612	0,54407859	-0,90642206	0,4584114	-1,2184351	0,3708181	-1,3354266	0,31132397
0,25	-0,033807856	0,54408521	-0,61448331	0,45841553	-1,0190759	0,37081895	-1,1978857	0,31132264
0,3	0,3418733	0,54408688	-0,33287969	0,45841665	-0,82773795	0,37081839	-1,0669317	0,31132077
0,35	0,69671937	0,54409553	-0,066804327	0,45842252	-0,64720156	0,37082052	-0,94399769	0,31132045
0,4	1,0343658	0,54410574	0,18607248	0,4584296	-0,47622602	0,37082349	-0,82842897	0,31132069
0,45	1,3589111	0,54411139	0,42844445	0,45843387	-0,31343564	0,37082523	-0,71959318	0,31132059

0,5	1,6617178	0,54412528	0,65468834	0,45844368	-0,16169436	0,37083004	-0,61885561	0,31132215
0,55	1,9464788	0,54414186	0,86723017	0,45845543	-0,01976821	0,37083603	-0,52563675	0,31132451
0,6	2,2228857	0,54414667	1,0724411	0,45845955	0,11552287	0,37083846	-0,43852831	0,31132556
0,65	2,4812899	0,54415405	1,2640126	0,45846547	0,24104482	0,37084199	-0,3589284	0,31132741
0,7	2,7217309	0,54416392	1,4420821	0,45847291	0,35690957	0,37084648	-0,28677994	0,31132992
0,75	2,9441649	0,54417628	1,6066556	0,45848192	0,46312307	0,37085189	-0,28677994	0,31132992
0,8	3,148631	0,54419108	1,7577527	0,45849243	0,55971326	0,37085816	-0,16467393	0,31133679
0,85	3,3350943	0,5442084	1,8953452	0,45850446	0,64668852	0,37086529	-0,11467439	0,31134108
0,9	3,5034735	0,54422827	2,0194378	0,458518	0,72408789	0,37087323	-0,072013657	0,31134587
0,95	3,6538031	0,54425065	2,1300639	0,45853299	0,79189245	0,37088199	-0,036694647	0,3113512
1	3,7860484	0,54427557	2,2271934	0,45854949	0,85012241	0,37089155	-0,008705881	0,31135703
1,05	3,9002104	0,54430302	2,310836	0,45856744	0,89879009	0,37090187	0,011986551	0,31136332
1,1	3,9963204	0,54433298	2,3809935	0,45858687	0,93788875	0,370913	0,025385396	0,31137007
1,15	4,0743366	0,54436544	2,4377175	0,45860771	0,96746846	0,37092481	0,031482303	0,31137728
1,2	4,1344374	0,54440021	2,4810128	0,45862991	0,98752003	0,37093738	0,030313969	0,31138491
1,25	4,1765576	0,54443733	2,5109246	0,45865347	0,99807391	0,37095062	0,021881022	0,31139295
1,3	4,2008178	0,54447663	2,5274763	0,45867828	0,99914998	0,3709645	0,006213402	0,31140137
1,35	4,2073048	0,54451802	2,5307411	0,45870427	0,99076704	0,37097907	-0,016684386	0,31141017
1,4	4,1961114	0,54456136	2,5207417	0,45873144	0,97297244	0,37099417	-0,046772848	0,3114193
1,45	4,167334	0,54460647	2,4975507	0,45875965	0,94577939	0,37100983	-0,084065293	0,31142876
1,5	4,1210962	0,54465326	2,4612717	0,45878879	0,90925708	0,37102593	-0,12851495	0,31143849
1,55	4,057556	0,54470143	2,4119244	0,45881883	0,8634015	0,37104251	-0,18008904	0,31144848
1,6	3,9768566	0,54475088	2,3496844	0,4588495	0,80829113	0,37105948	-0,23878385	0,31145867
1,65	3,8791585	0,54480132	2,2745419	0,45888086	0,74395687	0,37107674	-0,3045411	0,31146904
1,7	3,7646007	0,54485256	2,1866286	0,4589127	0,6704772	0,37109423	-0,37735495	0,31147955
1,75	3,6334234	0,5449043	2,0861146	0,45894482	0,58789962	0,37111188	-0,45717821	0,31149018
1,8	3,4857747	0,5449564	1,9730488	0,45897715	0,49623027	0,37112969	-0,54397135	0,31150083
1,85	3,3218693	0,54500851	1,8475755	0,45900947	0,39564424	0,37114744	-0,63770138	0,31151147

1,9	3,1419048	0,54506037	1,7097936	0,45904169	0,28611557	0,37116514	-0,73833947	0,31152208
1,95	2,9461327	0,54511163	1,5598464	0,45907362	0,16774262	0,37118266	-0,84581528	0,31153256
2	2,7347707	0,54516212	1,3979082	0,45910499	0,040606342	0,37119994	-0,96010203	0,31154289

		menor 100 conductora						
E/F	0		0,2		0,5		0,8	
	A	B	A	B	A	B	A	B
-0,6	-9,9195163	0,555927742	-8,17702173	0,468138954	-6,36333198	0,378465319	-5,08799004	0,31761051
-0,55	-9,2902	0,556071852	-7,67669389	0,468068485	-5,99238498	0,378253072	-4,8053702	0,317345385
-0,5	-8,6744501	0,55622556	-7,18860534	0,468013525	-5,63176728	0,378058375	-4,53154494	0,317097233
-0,45	-8,0112847	0,555582525	-6,72440074	0,468014905	-5,24315949	0,377375913	-4,23529724	0,31645476
-0,4	-7,4213907	0,555718541	-6,19878351	0,467271614	-4,90250239	0,377198741	-3,97851269	0,316227612
-0,35	-6,8460392	0,555868623	-5,74694853	0,467239494	-4,57227869	0,37703945	-3,73044593	0,316016675
-0,3	-6,2302379	0,5552756	-5,2645408	0,46662991	-4,21995915	0,376451412	-3,4652107	0,315466849
-0,25	-5,6828312	0,555417678	-4,83730979	0,466608343	-3,9099895	0,376311235	-3,23410572	0,315276271
-0,2	-5,1511212	0,555581553	-4,42342358	0,466609338	-3,61065061	0,37619071	-3,01171653	0,315102107
-0,15	-4,58478608	0,555042025	-3,98453501	0,46608104	-3,29424115	0,375691743	-2,77666903	0,314637464
-0,1	-4,08343157	0,555213609	-3,59657434	0,466102593	-3,0156244	0,375594675	-2,57130321	0,314484869
-0,05	-3,59916216	0,555419625	-3,22274206	0,466154787	-2,74794698	0,37552107	-2,37473086	0,314350142
0	-3,08499825	0,554946777	-2,82851607	0,465714165	-2,46744024	0,375110991	-2,16936164	0,313967117
0,05	-2,63394624	0,555185833	-2,48225804	0,465803761	-2,22117309	0,375069335	-1,99003449	0,313857772
0,1	-2,20173448	0,555480468	-2,15117799	0,465938077	-1,98631964	0,375058441	-1,81969101	0,31376985
0,15	-1,74318166	0,55510157	-1,80331159	0,46560195	-1,74210893	0,374743899	-1,64380598	0,313469616
0,2	-1,34783532	0,555472786	-1,50202231	0,465803503	-1,52971123	0,374781129	-1,49117103	0,313415563
0,25	-0,973818546	0,555938673	-1,21748419	0,466076473	-1,32951964	0,37486374	-1,34791134	0,313390791
0,3	-0,57551305	0,555707233	-0,91855553	0,465880914	-1,12258332	0,374663408	-1,20173928	0,313182419

0,35	-0,24371261	0,556335229	- 0,667249937	0,466280958	-0,94664073	0,374827992	-1,07713587	0,31321072
0,4	0,06247699	0,557143384	-0,43553728	0,466811744	-0,78445257	0,375071508	-0,96277679	0,313287512
0,45	0,39314314	0,557179205	-0,19008764	0,466840533	-0,61699079	0,375032997	-0,84737173	0,313198551
0,5	0,6467729	0,558365235	0,00145942	0,467649705	-0,48292516	0,375445911	-0,75394347	0,313380427
0,55	0,8639975	0,559994466	0,16616858	0,468769981	-0,36671683	0,376040842	-0,67323585	0,313672384
0,6	1,1701673	0,559375796	0,38693991	0,468424099	-0,22322482	0,37585092	-0,58051311	0,313544944
0,65	1,4406833	0,559080611	0,58205599	0,468300791	-0,0976131	0,375811812	-0,50144583	0,313531813
0,7	1,6807754	0,559002013	0,75569668	0,468316125	0,01330859	0,375860413	-0,43346325	0,313582588
0,75	1,8922481	0,559102767	0,90942536	0,468439142	0,11080307	0,375972511	-0,44026292	0,313674388
0,8	2,0759507	0,559364859	1,04404489	0,468654026	0,19555393	0,376135304	-0,32702517	0,313806014
0,85	2,2323472	0,559778136	1,16001769	0,468951709	0,26797237	0,376341288	-0,28762972	0,31396175
0,9	2,3617372	0,560335998	1,25763997	0,46932646	0,32832266	0,376585797	- 0,257097587	0,314140808
0,95	2,4643803	0,561032957	1,33712861	0,469774232	0,37678747	0,376865756	- 0,235270547	0,314340666
1	2,5405506	0,561863647	1,39867089	0,470291684	0,41350488	0,377178967	- 0,222035031	0,314559645
1,05	2,5905854	0,562821873	1,44245764	0,470875585	0,43858957	0,377523721	- 0,217304979	0,314796581
1,1	2,6149155	0,56390005	1,46870236	0,47152245	0,45215098	0,377898458	- 0,221008234	0,315050579
1,15	2,6140588	0,56508939	1,47765636	0,472228272	0,45430354	0,378301586	- 0,233078267	0,315320861
1,2	2,5886506	0,566379268	1,469617	0,472988362	0,44517383	0,378731352	- 0,253447751	0,315606654
1,25	2,5394401	0,567757341	1,4449331	0,473797287	0,4249077	0,379185717	- 0,282042908	0,315907089
1,3	2,4672773	0,569209814	1,4040129	0,474648679	0,39367367	0,379662292	-	0,316221159

							0,318781318	
1,35	2,3731264	0,570721163	1,3473173	0,475535428	0,35166593	0,380158296	- 0,363566076	0,316547628
1,4	2,258039	0,57227467	1,2753695	0,476449453	0,29910683	0,380670513	- 0,416286758	0,316885039
1,45	2,123168	0,573852155	1,188747	0,477381905	0,23624931	0,381195251	- 0,476816183	0,317231665
1,5	1,969732	0,575434661	1,0880788	0,478323188	0,16337588	0,381728358	-0,54500789	0,317585469
1,55	1,7990341	0,577002065	0,9740467	0,479262959	0,08080011	0,382265213	-0,6206963	0,317944101
1,6	1,6124135	0,578534031	0,8473824	0,480190181	-0,01113456	0,382800747	-0,70369561	0,318304894
1,65	1,4112632	0,580009645	0,708856	0,481093331	-0,11205417	0,383329431	-0,79380005	0,318664865
1,7	1,1970078	0,581407817	0,5592689	0,481960563	-0,22155636	0,383845324	-0,89078318	0,319020699
1,75	0,9710907	0,582707524	0,3994649	0,482779461	-0,33921268	0,384342109	-0,99439674	0,319368747
1,8	0,7349545	0,583888172	0,2303076	0,483537492	-0,46456658	0,38481308	-1,10437369	0,319705072
1,85	0,4900387	0,584929621	0,0526838	0,484221915	-0,59714136	0,385251276	-1,22042606	0,320025418
1,9	0,2377807	0,585812128	-0,1325112	0,484820097	-0,73643773	0,385649435	-1,34224739	0,320325259
1,95	-0,0204244	0,586517089	-0,3243707	0,485319391	-0,88193578	0,386000048	-1,4695124	0,320599793
2	-0,2831976	0,587026554	-0,5219798	0,48570725	-1,033100558	0,386295451	-1,60187977	0,320843995

			mayor 100 conducida					
E/F	0		0,2		0,5		0,8	
	A	B	A	B	A	B	A	B
-0,6	-8,7876473	0,54396529	-10,751777	0,66885666	-16,615076	1,0201979	-37,722159	2,1489689
-0,55	-8,1550734	0,54398322	-9,9011054	0,66889541	-14,973663	1,020331	-31,906247	2,1498067
-0,5	-7,5366166	0,54399926	-9,0686586	0,66893007	-13,361268	1,0204477	-26,10094	2,1504775
-0,45	-6,9286133	0,54400804	-8,2495582	0,66895333	-11,768352	1,0205332	-20,271293	2,1509258
-0,4	-6,3386373	0,54402048	-7,4541169	0,66898019	-10,215255	1,0206169	-14,48757	2,1512496
-0,35	-5,7631199	0,5440314	-6,6777175	0,66900374	-8,6937036	1,0206863	-8,7199408	2,1514016
-0,3	-5,1986112	0,54403554	-5,9152704	0,66901626	-7,1925523	1,0207244	-2,9220756	2,1513085
-0,25	-4,652575	0,54404387	-5,1776178	0,66903364	-5,7355123	1,0207653	2,8154013	2,1510992
-0,2	-4,1216174	0,54405129	-4,4600187	0,66904877	-4,3125982	1,0207945	8,5371807	2,1507036
-0,15	-3,6020382	0,5440523	-3,7568562	0,66905325	-2,9114756	1,0207927	14,291004	2,150047
-0,1	-3,1014998	0,5440581	-3,0797644	0,66906401	-1,5583622	1,0207982	19,990701	2,1492521
-0,05	-2,6165371	0,54406354	-2,423503	0,6690733	-0,24166609	1,0207937	25,691401	2,1482332
0	-2,1433962	0,54406303	-1,7824529	0,66907264	1,050757	1,0207607	31,423449	2,146941
0,05	-1,689878	0,54406799	-1,1685485	0,66907958	2,2923016	1,0207378	37,164618	2,1454043
0,1	-1,2523856	0,54407308	-0,57635854	0,66908597	3,4948152	1,0207074	42,985589	2,1435139
0,15	-0,82722047	0,54407277	-0,00017967	0,66908324	4,6702558	1,0206515	48,856548	2,1413099
0,2	-0,42220612	0,54407859	0,5477761	0,66908936	5,7925928	1,0206077	55,054459	2,138378
0,25	-0,033807856	0,54408521	1,0730667	0,66909607	6,8737451	1,0205585	61,908807	2,1342238
0,3	0,3418733	0,54408688	1,5815608	0,66909448	7,9239563	1,0204879	63,431121	2,1377145
0,35	0,69671937	0,54409553	2,0607082	0,66910319	8,9206915	1,0204292	67,725755	2,1368407
0,4	1,0343658	0,54410574	2,5160942	0,66911377	9,874997	1,0203658	72,318344	2,1352714
0,45	1,3589111	0,54411139	2,9539694	0,66911685	10,792763	1,0202883	76,376046	2,1342281
0,5	1,6617178	0,54412528	3,3610266	0,66913219	11,66151	1,020215	80,005947	2,1335492
0,55	1,9464788	0,54414186	3,7430022	0,66915113	12,491376	1,0201307	83,858718	2,1322773
0,6	2,2228857	0,54414667	4,1137644	0,66915294	13,265569	1,0200599	86,610536	2,1323502

0,65	2,4812899	0,54415405	4,4586879	0,66915934	13,980055	1,0200086	89,897712	2,1313684
0,7	2,7217309	0,54416392	4,7777779	0,66917032	14,63388	1,0199777	92,922795	2,1304978
0,75	2,9441649	0,54417628	5,0709296	0,6691859	15,225927	1,0199689	95,67498	2,1297515
0,8	3,148631	0,54419108	5,3380113	0,66920625	15,755274	1,0199832	98,143358	2,1291436
0,85	3,3350943	0,5442084	5,5789484	0,6692315	16,221069	1,0200218	100,31975	2,1286838
0,9	3,5034735	0,54422827	5,7936146	0,66926172	16,62297	1,0200849	102,19573	2,1283836
0,95	3,6538031	0,54425065	5,9819651	0,66929698	16,960676	1,020173	103,765	2,1282502
1	3,7860484	0,54427557	6,1439776	0,66933729	17,234132	1,020286	105,02225	2,1282902
1,05	3,9002104	0,54430302	6,2796587	0,66938259	17,443879	1,0204228	105,9648	2,1285062
1,1	3,9963204	0,54433298	6,3889601	0,66943295	17,590266	1,0205831	106,58994	2,1289013
1,15	4,0743366	0,54436544	6,4720621	0,6694881	17,674119	1,0207655	106,89753	2,1294756
1,2	4,1344374	0,54440021	6,5289671	0,66954804	17,696296	1,0209686	106,88942	2,1302253
1,25	4,1765576	0,54443733	6,5598092	0,66961251	17,657669	1,0211912	106,56743	2,1311475
1,3	4,2008178	0,54447663	6,5647404	0,66968131	17,559628	1,0214311	105,93604	2,132236
1,35	4,2073048	0,54451802	6,5439774	0,66975421	17,403154	1,021687	105,0009	2,1334829
1,4	4,1961114	0,54456136	6,4976703	0,66983088	17,189649	1,0219566	103,76873	2,1348778
1,45	4,167334	0,54460647	6,4261104	0,66991099	16,920047	1,0222391	102,24705	2,1364111
1,5	4,1210962	0,54465326	6,3295214	0,66999417	16,596115	1,0225312	100,44478	2,1380702
1,55	4,057556	0,54470143	6,2081772	0,67008005	16,218613	1,0228329	98,371259	2,1398427
1,6	3,9768566	0,54475088	6,062416	0,67016822	15,789677	1,0231398	96,036922	2,1417143
1,65	3,8791585	0,54480132	5,8924873	0,67025824	15,309649	1,023453	93,452185	2,1436709
1,7	3,7646007	0,54485256	5,6988262	0,67034966	14,781054	1,0237671	90,628451	2,1456979
1,75	3,6334234	0,5449043	5,4817132	0,67044201	14,204051	1,0240838	87,576907	2,1477803
1,8	3,4857747	0,5449564	5,2415419	0,67053474	13,579919	1,0244013	84,309454	2,1499026
1,85	3,3218693	0,54500851	4,9786509	0,67062743	12,911187	1,0247143	80,837752	2,1520498
1,9	3,1419048	0,54506037	4,6935238	0,67071947	12,287312	1,0248915	77,173491	2,1542072
1,95	2,9461327	0,54511163	4,3864659	0,67081043	12,287312	1,0253097	73,328498	2,1563601
2	2,7347707	0,54516212	4,0579346	0,67089971	10,740648	1,0254832	69,314293	2,1584936

		menor 100 conducida						
E/F	0		0,2		0,5		0,8	
	A	B	A	B	A	B	A	B
-0,6	-9,9195163	0,555927742	-12,2116107	0,684189317	-19,0981375	1,045905882	-44,2078951	2,213945515
-0,55	-9,2902	0,556071852	-11,406666	0,684786804	-17,7172204	1,048734423	-40,4536675	2,235067218
-0,5	-8,67445	0,55622556	-10,6159473	0,68537688	-16,3408289	1,051441486	-36,476472	2,25484454
-0,45	-8,0112847	0,555582525	-9,7602775	0,684910595	-14,8297058	1,052174187	-31,826456	2,26734514
-0,4	-7,4213907	0,555718541	-8,9960529	0,685427713	-13,2766088	1,052257887	-27,262556	2,28246409
-0,35	-6,8460392	0,555868623	-8,247887	0,685944236	-12,089463	1,056625988	-22,3840408	2,29496397
-0,3	-6,2302379	0,5552756	-7,4415699	0,685436362	-10,5882577	1,056668816	-16,5992486	2,29670541
-0,25	-5,6828313	0,555417679	-6,7237392	0,685893274	-9,2315286	1,058376622	-10,8670587	2,30066713
-0,2	-5,1511206	0,555581545	-6,0240511	0,686360776	-7,8866059	1,059938939	-4,6260533	2,29917828
-0,15	-4,58478548	0,555042018	-5,2718009	0,685817879	-6,4050561	1,059201798	2,862129	2,28157459
-0,1	-4,08343244	0,555213621	-4,6067424	0,68624692	-5,0762394	1,060256515	10,5584338	2,26248195
-0,05	-3,59916305	0,555419637	-3,9622299	0,686704236	-3,76227309	1,061136932	19,2777777	2,230114555
0	-3,08499916	0,554946789	-3,269588	0,686144956	-2,3097967	1,059495665	29,8382267	2,171907314
0,05	-2,63394658	0,555185838	-2,6654417	0,68662558	-1,0164297	1,05975997	41,8077243	2,0938448
0,1	-2,20173448	0,555480468	-2,08300984	0,687105659	0,261497	1,059773416	56,743684	1,97146914
0,15	-1,74318166	0,55510157	-1,45646687	0,68656522	1,6791945	1,057002961	75,262676	1,79410467
0,2	-1,34783532	0,555472786	-0,9202286	0,687123189	2,9397969	1,056131934	102,603984	1,47555733
0,25	-0,973818546	0,555938673	-0,4111377	0,687787981	4,1927352	1,054769437	118,486072	1,34557553
0,3	-0,57551305	0,555707233	0,1413643	0,687331058	5,583809	1,050329593	144,288827	1,0561524

0,35	-0,24371261	0,556335229	0,5973737	0,6881469	6,8499046	1,047247186	173,364385	0,7149689
0,4	0,06247699	0,557143384	1,0204773	0,68917329	8,1495125	1,042732339	206,045654	0,3160399
0,45	0,39314314	0,557179205	1,4877707	0,688937426	9,5767809	1,034847936	242,607356	-0,1458468
0,5	0,6467729	0,558365235	1,8443113	0,69036468	11,04502081	1,024986852	255,841227	-0,2384767
0,55	0,8639975	0,559994466	2,1539956	0,692325335	12,78493826	1,008180206	291,224608	-0,6872103
0,6	1,1701673	0,559375796	2,5973977	0,690925503	14,22096298	0,996131619	327,851536	-1,160624
0,65	1,4406833	0,559080611	2,9842551	0,690086091	14,93544898	0,996080319	364,525142	-1,6413602
0,7	1,6807754	0,559002013	3,3213847	0,689663133	16,4323563	0,980948735	399,538755	-2,1041594
0,75	1,8922481	0,559102767	3,6106753	0,689613514	17,2029494	0,977802309	430,71334	-2,5163792
0,8	2,0759507	0,559364859	3,8528092	0,689919011	17,7397091	0,977772207	550,621518	-2,841492
0,85	2,2323472	0,559778136	4,0480709	0,69057017	18,0392377	0,980894124	676,54765	-4,7577322
0,9	2,3617372	0,560335998	4,1967167	0,691559021	18,1035064	0,987104653	684,42138	-4,8144549
0,95	2,4643803	0,561032957	4,2991203	0,692876297	17,9400837	0,996237366	674,95725	-4,6160902
1	2,5405506	0,561863647	4,3558792	0,694509397	17,56168175	1,008032383	650,77387	-4,2043516
1,05	2,5905854	0,562821873	4,3678638	0,696441466	16,98528491	1,022154087	616,11689	-3,6461751
1,1	2,6149155	0,56390005	4,3362372	0,698651067	16,2310457	1,038213248	575,32975	-3,0096035
1,15	2,6140588	0,56508939	4,2624481	0,701112343	15,3210943	1,055790599	381,93655	-1,5981372
1,2	2,5886506	0,566379268	4,1482374	0,70379486	14,2784109	1,074458881	349,61648	-1,1293471
1,25	2,5394401	0,567757341	3,9956116	0,70666418	13,1258471	1,093801679	316,9525	-0,6651031
1,3	2,4672773	0,569209814	3,8067964	0,709682745	11,885339	1,113428267	284,93811	-0,2198179
1,35	2,3731264	0,570721163	3,5842266	0,712810051	10,5773166	1,13298437	285,03767	-0,2968749
1,4	2,258039	0,57227467	3,3305048	0,716003443	9,2203299	1,15215862	293,0426	-0,5351343
1,45	2,123168	0,573852155	3,0483488	0,719219058	7,8308482	1,1706854	236,81341	0,2940275
1,5	1,969732	0,575434661	2,7405558	0,722412567	6,423055	1,18834804	192,664264	0,9202778
1,55	1,7990341	0,577002065	2,4099922	0,725539221	5,008965	1,20497546	156,929604	1,40536603
1,6	1,6124135	0,578534031	2,0595128	0,728555441	3,598454	1,22044076	129,391968	1,75308165
1,65	1,4112632	0,580009645	1,6919697	0,731418566	2,199221	1,23466129	110,010658	1,96659544
1,7	1,1970078	0,581407817	1,3101594	0,734087778	0,816975	1,24759435	91,03774646	2,172099858

1,75	0,9710907	0,582707524	0,9168082	0,736524364	-0,544586	1,25923701	74,757737	2,33391273
1,8	0,7349545	0,583888172	0,5145487	0,738692098	-1,88379	1,26962642	60,172672	2,46830994
1,85	0,4900387	0,584929621	0,1058989	0,740557475	-3,201213	1,2788438	44,724801	2,61693148
1,9	0,2377807	0,585812128	-0,3067492	0,742090003	-4,499933	1,2870199	23,453094	2,86495153
1,95	-0,0204244	0,586517089	-0,7211342	0,743262107	-5,786267	1,2943499	13,437132	2,92720145
2	-0,2831976	0,587026554	-1,1351435	0,744049509	-7,070956	1,30111839	4,723308	2,96949585

