



Facultad de Ingeniería Mecánica.

Colectivo de Mecánica Aplicada.

***Método de cálculo de árboles de bombas centrífugas
considerando la elasticidad de los apoyos y de los
sellos mecánicos.***

Autor: Leonel Díaz Tato.

Tutores: Dr. Rafael Antonio Goytisoló Espinosa

Ing. Raúl Alfonso Rodríguez

Junio 2015

“Año 57 de la Revolución”

Declaración de autoridad.



Facultad de Ingeniería.

Hago constar que el presente trabajo fue realizado en la Universidad de Cienfuegos, como parte de la culminación de los estudios en la especialidad de Ingeniería Mecánica; autorizando a que el mismo sea utilizado para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total, y además no podrá ser presentado en eventos ni publicado sin la aprobación de la Universidad de Cienfuegos.

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido revisado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple los requisitos que debe tener un trabajo de esa envergadura, referido a la temática señalada.

Información Científico – Técnica, Firma

Firma del Vicedecano

Firma del Tutor

Sistema de Documentación y Proyectos

Pensamiento

“Alguien que nunca ha cometido un error nunca ha probado algo nuevo”.

Albert Einstein

Agradecimientos

Especialmente a mis padres que me apoyaron desde el inicio de mis estudios y me alertaron constantemente, para que pudiera llegar hasta donde estoy.

A mi familia y aquellas personas que considero como familia que me dieron su apoyo desde mucho antes del comienzo de este trabajo.

A mis tutores: Raúl Alfonso y Rafael Goytísolo, gracias por su esmerada dedicación y entrega para conmigo.

A todos mis profesores durante toda la carrera, gracias por sus enseñanzas.

A todos, ¡Muchas Gracias!

Resumen

En el trabajo se aborda el método de cálculo de árboles de bombas centrífugas, una multietápica y otra de una sola etapa, considerando la elasticidad de los apoyos y de los sellos mecánicos. Se exponen las particularidades constructivas de los árboles y cojinetes de las bombas centrífugas así como las características específicas de los soportes de los árboles de las máquinas en general. También se describe toda la metodología utilizada, perteneciente a los apoyos de los árboles, los sellos mecánicos y sus momentos de inercia. El primer problema pertenece a la bomba de una sola etapa de alimentación de agua desmineralizada a las Calderas de la Central Termoeléctrica de Cienfuegos, aquí se desarrolló el método general de cálculo de los árboles de las bombas centrífugas, considerando los cojinetes de rodamientos como empotramientos parcialmente elásticos y los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios. Luego se desarrolla el mismo método, aplicado al árbol de la bomba multietápica de la embarcación contra incendios “6 de Junio” de la Refinería de Cienfuegos. Tanto el primer análisis como el segundo se realizan con el objetivo de realizar un diagrama de momentos flectores más exactos.

Índice

Introducción.....	1
Capítulo I: Particularidades constructivas de los árboles y cojinetes de las bombas centrífugas y características específicas de los soportes de los árboles de las máquinas en general.....	4
1.1 Partes estructurales principales de las bombas centrífugas. Materiales que se emplean.	4
1.1.2 Empaquetaduras de las bombas centrífugas.	9
1.1.3 Sellos mecánicos de las bombas centrífugas.	15
1.1.3.1 Funcionamiento y materiales de los sellos mecánicos.	17
1.1.3.2 Principales fallas y averías que ocurren en los sellos mecánicos.....	20
1.1.4 Álabes guías y conductos de aspiración y descarga.....	27
1.1.5 Bases de cimentación.	28
1.2 Los soportes de los árboles de las máquinas.	28
1.3 Investigación experimental del coeficiente de rigidez de los cojinetes de rodamientos.	31
1.4 Fuerzas axiales y radiales sobre los impelentes de las bombas centrífugas.	35
1.4.1Fuerzas axiales.....	35
1.5 Conclusiones del Capítulo I.	40
Capítulo II:Método general de cálculo de los árboles de las bombas centrífugas considerando los cojinetes de rodamientos como empotramientos parcialmente elásticos y los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.....	41

2.1 Utilización del Método de las Fuerzas en la solución de árboles hiperestáticos..	41
2.2 Utilización del Método de las Fuerzas en el caso de apoyos elásticos.....	43
2.3 Momentos de inercia de un árbol.....	43
2.4 Los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.....	45
2.4.1 La empaquetadura de sección redonda (O-ring) como apoyo radial.	45
2.4.2 El resorte del sello como restricción al desplazamiento angular.....	48
2.4 Esquema de análisis de un árbol de una bomba centrífuga considerando los dos cojinetes como empotramientos parcialmente elásticos y los dos sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.	52
2.5 Conclusiones parciales del Capítulo II.	53
Capítulo III: Aplicación del nuevo método general de cálculo al árbol de una bomba de una sola etapa de la Central Termoeléctrica “Carlos Manuel de Céspedes”.....	55
3.1 Esquema de análisis del árbol de una bomba centrífuga considerando los dos cojinetes de apoyos como empotramientos parcialmente elásticos y el sello mecánico como apoyo elástico suplementario.....	55
3.2 Determinación de la constante de rigidez del resorte y de la empaquetadura de sección redonda.....	57
3.3 Determinación de los diagramas unitarios de las fuerzas, la carga y la fuerza distribuida.....	58
3.4 Determinación de los momentos de inercia del árbol.	61
3.5 Solución por el Método de las Fuerzas.....	62

3.6 Diagrama de esfuerzo cortante y momento flector sin considerar el sello mecánico como apoyo ni los cojinetes como empotramientos parcialmente elásticos.	69
3.7 Diagrama de esfuerzo cortante y momento flector considerando el árbol con empaquetaduras y elasticidad en sus cojinetes.....	70
3.8 Diagrama de esfuerzo cortante y momento flector considerando los cojinetes como empotramientos parcialmente elásticos y los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.....	71
3.9 Conclusiones del Capítulo III.	72
Capítulo IV: Aplicación del nuevo método general de cálculo al árbol de una bomba multietápica de la embarcación contra incendios “6 de Junio”.....	73
4.1 Esquema de Análisis del árbol de una bomba centrífuga multietápica considerando los dos cojinetes de apoyos como empotramientos parcialmente elásticos y los dos sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.	73
4.2 Determinación de la constante de rigidez de la empaquetadura de sección redonda y del resorte.	76
4.3 Determinación de los diagramas unitarios de las fuerzas, la carga y la fuerza distribuida.....	78
4.4 Determinación de los momentos de inercia del árbol.	82
4.5 Solución por el Método de las Fuerzas.....	83
4.6 Diagrama de esfuerzo cortante y momento flector sin considerar el sello mecánico como apoyo ni los cojinetes como empotramientos parcialmente elásticos.	94
4.7 Diagrama de esfuerzo cortante y momento flector considerando el árbol con empaquetaduras y elasticidad en sus cojinetes.....	96

4.8 Diagrama de esfuerzo cortante y momento flector considerando los cojinetes como empotramientos parcialmente elásticos y los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.....	97
4.9 Conclusionesparciales del Capítulo IV.....	98
Conclusiones Generales.....	99
Recomendaciones.....	100
Referencias Bibliográficas.....	101

Introducción.

Los soportes de los árboles de las máquinas históricamente se han idealizado a través de tres esquemas de análisis típicos: el apoyo articulado móvil, el apoyo articulado fijo y el apoyo empotrado, sin embargo, estos esquemas idealizados se alejan en cierta medida de la realidad. Los apoyos articulados provocan en los mismos: fuerzas internas, tensiones, flechas y pendientes mucho mayores que los reales y los apoyos empotrados: fuerzas internas, tensiones, flechas y pendientes mucho menores que las que existen en la realidad. Estas insuficiencias de los esquemas de análisis se han asimilado históricamente a través del controvertido factor de seguridad, encargado de llevar sobre su espalda todas las imprecisiones e incertidumbres de los cálculos. En el presente trabajo se desarrolla un nuevo procedimiento para el cálculo de árboles de bombas centrífugas utilizando un esquema de análisis con apoyos y empotramientos elásticos y en el cual se consideran las empaquetaduras y los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios y se toma en cuenta la rigidez angular real de los cojinetes de rodamientos. El procedimiento desarrollado se aplicó en la evaluación de la resistencia de los árboles de las bombas centrífugas de tres etapas, de agua de mar, de la embarcación contra incendios “6 de Junio”, los cuales se habían deteriorado por la acción corrosiva y erosiva del agua de mar. en la recuperación del árbol de una de las bombas de alimentación de agua desmineralizada a las Calderas de la Central Termoeléctrica de Cienfuegos que había fallado por desgaste en la zona de la empaquetadura.

El buque “6 de Junio” del MININT es la única embarcación contra incendios del país, la cual después de 30 años de servicio fue sometida a una reparación general, pues su casco se había deteriorado sensiblemente y las dos bombas contra incendios de la misma, a pesar de que su carcasa e impelentes son de bronce y habían resistido bien el proceso corrosivo del agua de mar, sus partes de acero: árbol, cojinetes, casquillos, etc. habían sufrido, durante todo ese tiempo serias afectaciones

provocadas por la acción corrosiva y erosiva del agua de mar que impedían su funcionamiento. Mientras que el trabajo de recuperación del casco fue llevado a cabo por el personal de la Empresa Nacional de Astilleros en el Varadero de “Punta Cotica”, el trabajo de recuperación de ambas bombas fue ejecutado por un grupo de especialistas y técnicos del Taller Central de la Refinería de Petróleo “Camilo Cienfuegos” perteneciente a la Empresa PDV-CUPET S.A. (Alemán, 2010) y en paralelo el Colectivo de Mecánica Aplicada de la Universidad “Carlos Rafael Rodríguez” de Cienfuegos, realizó el presente trabajo, donde se creó un nuevo método de cálculo para comprobar el rediseño del árbol de las bombas con acero inoxidable para impedir su deterioro en las condiciones reales de trabajo. (Goytisoló, 2010).

En el presente trabajo se plantea el siguiente **Problema Científico**: No existe un procedimiento de cálculo para determinar el diagrama de momentos flectores en los árboles de bombas centrífugas, que utilice el esquema de análisis de apoyos elásticos y que incorpore la influencia de los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios y la elasticidad angular de los cojinetes de rodamientos empleados en el árbol.

Ante esta **situación problemática** se formuló la **hipótesis** que era posible, aplicando los nuevos conceptos sobre elasticidad angular de los cojinetes de rodamientos (Goytisoló, 2006, Hidalgo, 2009) desarrollar un procedimiento general de cálculo para determinar el diagrama de momentos flectores en los árboles de bombas centrífugas, considerando el efecto de los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.

El **objetivo general** del presente trabajo es por lo tanto:

- Desarrollar un procedimiento general de cálculo para determinar el diagrama de momentos flectores en los árboles de las bombas centrífugas contemplando la rigidez angular de los cojinetes de apoyo y los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.

Los **objetivos específicos** son:

1. Profundizar en los aspectos constructivos y de funcionamiento de las bombas centrífugas y en particular en los aspectos relacionados a los sellos mecánicos, materiales y en su principio de funcionamiento, averías, mantenimientos, etc.
2. Determinar analíticamente las constantes de rigideces de los sellos mecánicos en función de las dimensiones, su material y condiciones de carga.
3. Desarrollar un procedimiento de cálculo para determinar el diagrama de momentos flectores en los árboles de las bombas centrífugas.
4. Aplicar el Método de las Fuerzas para resolver las ecuaciones canónicas que se crean al considerar los cojinetes de rodamientos como empotramientos parcialmente elásticos y los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.
5. Aplicar el nuevo procedimiento de cálculo a la bomba centrífuga "Berliet" contra incendios del buque "6 de Junio" ya la bomba de agua desmineralizada de la CTE "Carlos M. de Céspedes" considerando que estas poseen sellos mecánicos en lugar de empaquetaduras.

Capítulo I: Particularidades constructivas de los árboles y cojinetes de las bombas centrífugas y características específicas de los soportes de los árboles de las máquinas en general.

1.1Partes estructurales principales de las bombas centrífugas. Materiales que se emplean.

1.1.1Características fundamentales de los cuerpos, árboles y apoyos de los árboles de las bombas centrífugas.

Las partes principales de una bomba centrífuga son: la rueda de trabajo o impelente, el árbol con las piezas de sujeción de las ruedas y de protección contra el desgaste con ayuda de prensaestopas y sus empaquetaduras, cojinetes, manguito de unión, cuerpo, dispositivos guías, tubuladuras de aspiración y de descarga, tornillos de apriete y de sujeción. Las ruedas de trabajo se fabrican de distintos tipos de hierro fundido, acero al carbón y aleados, aleaciones de metales no ferrosos y de materiales cerámicos. El empleo de uno u otro material se determina por las condiciones de trabajo, las dimensiones y la frecuencia de rotación, así por el género del líquido que se trasiega.

Las ruedas de las bombas pequeñas para agua pura y líquidos no agresivos de baja temperatura se funden de hierro gris para construcciones. Las bombas centrífugas para la alimentación de las calderas de alta presión tienen dimensiones considerables y alta frecuencia de rotación. Ellas suministran agua a cierta temperatura, por lo cual las ruedas de trabajo de estas bombas se confeccionan de acero al cromo-níquel. Las ruedas de las bombas para el desplazamiento de mezclas de tierra con escoria se hacen de función blanca. Las bombas para la industria tienen ruedas fabricadas de aleaciones especiales, de cerámica o de plásticos. Las bombas para el trasiego de agua de mar se hacen por ejemplo de bronce.

Las ruedas de grandes dimensiones tiene un cubo de longitud considerable; esto dificulta su ajuste preciso sobre el árbol. Para facilitar el encaje el cubo se mandrina por dentro en dos diámetros, y se ajusta cada diámetro interior por separado, esto facilita el arme y desarme.

A las superficies fundidas de las ruedas se les plantean exigencias especiales: estas superficies deben tener poca rugosidad para disminuir las pérdidas internas. Las superficies interiores y testal del cubo, así como las superficies de los anillos de empaquetaduras deben ser sometidas a tratamientos térmicos.

El árbol de la bomba es una pieza de gran importancia; en el caso de alta frecuencia de rotación él experimenta la acción de grandes fuerzas transversales. Al calcular la resistencia y la rigidez del árbol se toman en consideración las siguientes cargas exteriores: el momento torsor transmitido desde el motor, el propio peso del árbol y las piezas montadas sobre él, las fuerzas transversales, condicionadas por el suministro y la descarga asimétrica del líquido y la inexactitud del equilibrado de las ruedas. Los árboles se fabrican de productos laminados o forjados. En ambos casos se puede realizar o no tratamientos térmicos. Como material para los árboles sirven como regla los aceros al carbono para construcciones y aleados especiales.

El árbol con las piezas encajadas en él lleva el nombre de rotor de la bomba. Los rotores de las bombas centrífugas se equilibran, con la particularidad de que en las bombas pequeñas se realiza el equilibrio estático y el dinámico.

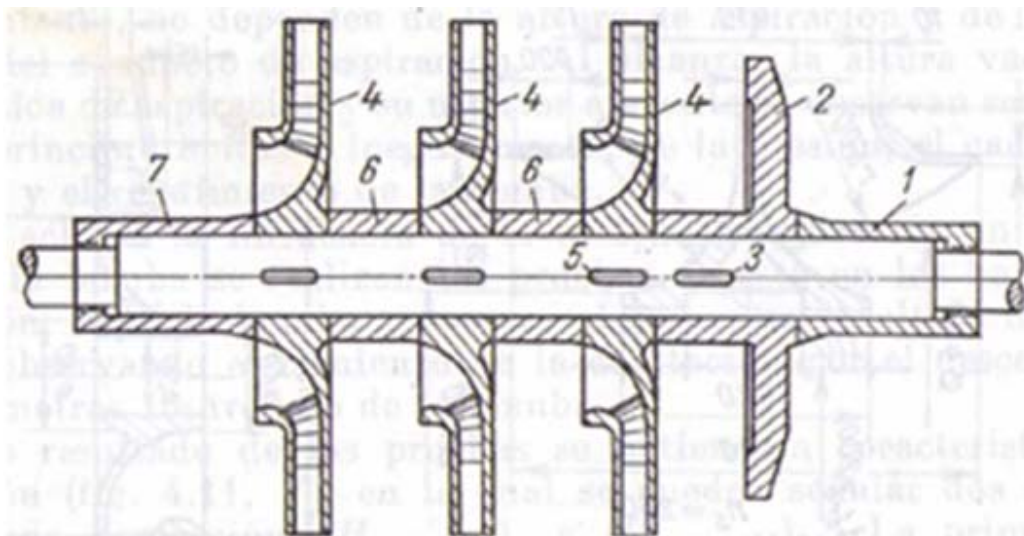


Figura. 1.1 Rotor de una bomba centrífuga Multietápica.

En la Fig. 1.1 se muestra el corte longitudinal del rotor de una bomba de tres etapas con equilibrado de la fuerza axial con la ayuda de un disco de descarga. El encaje de las piezas sobre el árbol se realiza aquí de la manera siguiente. En la rosca del extremo derecho del árbol se coloca el casquillo cilíndrico 1, que protege el árbol del desgaste con ayuda de una empaquetadura de prensaestopas. En el extremo izquierdo del casquillo 1 se apoya la superficie testal del disco de descarga 2. El cual se retiene contra el giro en el árbol con auxilio de la chaveta insertada 3. Directamente en el extremo izquierdo del cubo de este disco se apoya el extremo del cubo de la tercera rueda de trabajo 4. Esta última se fija en el árbol con ayuda de la chaveta insertada 5, calculada para transmitir del árbol a la rueda una potencia igual a la suma de la potencia interna de la rueda y la potencia de rozamiento del disco. Las ruedas de trabajo se separan una de otra con ayuda de los manguitos separadores 6. Con el cubo de la primera rueda de trabajo linda el casquillo de protección izquierdo 7, el cual, con ayuda del casquillo roscado 1, aprieta compactamente contra el árbol todas las piezas encajadas en él. El rotor armado de tal modo, al apretar fuertemente los casquillos forma como si fuera una sola pieza. El árbol como se aprecia queda prácticamente aislado del contacto con el líquido, pero esto no lo exime de la posible erosión y corrosión del mismo. El tratamiento de las superficies

testales de todas las piezas encajadas sobre el árbol debe ser especialmente preciso. De lo contrario, al apretar los casquillos 1 y 7 surge inevitablemente la flexión del árbol, que provoca el encorvamiento del rotor y la vibración de la bomba durante el servicio, producto de dicha deflexión.

Los cojinetes de las bombas centrífugas se seleccionan de distinta estructura. Las bombas de pequeña potencia, como regla, van dotadas de cojinetes radiales rígidos de bolas y soportes de modelos normales. El engrase de estos se realiza, habitualmente, con grasa consistente y, con menos frecuencia, con lubricante líquido del baño en el cuerpo del cojinete. Las bombas centrífugas de mayores dimensiones se construyen con el empleo de cojinetes de rodillos cilíndricos o cónicos. Las grandes bombas con gran caudal se hacen con cojinetes de deslizamiento. En unos casos se emplea la lubricación por aro, con ayuda de anillos que cuelgan libremente del árbol y que elevan el aceite lubricante al árbol desde el depósito en el cuerpo del cojinete; en otros casos el aceite lubricante se suministra a los cojinetes con ayuda de una bomba, por circulación. Se conocen casos cuando en las bombas centrífugas grandes se emplean cojinetes de deslizamiento segmentados.

Para acoplar los árboles de las bombas y motores lo más cómodo es el empleo de acoplamientos elásticos de distintas estructuras, que previenen la transmisión de las excentricidades y las vibraciones del árbol de la bomba al árbol del motor y viceversa. El acoplamiento elástico se debe encajar en los árboles de la bomba y el motor con la mayor precisión, sin apriete excesivo y deformaciones. Esto se exige porque las superficies exteriores tratadas del acoplamiento durante el montaje se efectúan los ajustes de la coincidencia de los ejes geométricos de los árboles.

El cuerpo de la bomba se hace de dos formas constructivas principales: 1) En secciones. 2) Con acoplamiento horizontal. El cuerpo en secciones consta de varias secciones principales y dos de cierre, en las cuales se encuentran las tubuladuras de aspiración y de impulsión. La última etapa de presión se dispone ordinariamente en la sección de cierre, que lleva la tubuladura de impulsión de la bomba. Cada sección representa una envoltura cilíndrica de paredes gruesas de hierro colado, de fundición

de acero o de metales no ferrosos, que incluye el diafragma separador, y también los dispositivos guía directo e inverso. Una gran ventaja del cuerpo en secciones es la posibilidad de crear de las secciones iguales bombas de distintas presiones. En este caso varían solamente las dimensiones del árbol, de los tornillos de apriete y de la placa. Los defectos del cuerpo en secciones son la complejidad del montaje y el pequeño acceso en las ruedas de trabajo para su revisión. Para la inspección y reparación de las ruedas de una bomba en secciones es necesario retirar los tornillos de apriete y quitar sucesivamente todas las secciones, desmontando simultáneamente el rotor.

El cuerpo con desacoplamiento horizontal consta de dos mitades enteramente fundidas de hierros colado o acero, la inferior de las cuales lleva las tubuladuras de aspiración o de impulsión. La última a propósito, no es obligatoria, pese a que crea una gran comodidad durante el desmontaje y la reparación de la bomba.

En las bombas de etapas múltiples, en las mitades del cuerpo van montados los diafragmas y las paletas de los dispositivos guía directos e inversos y los anillos de empaquetaduras. A veces se encuentran bombas de múltiples etapas con un cuerpo que consta de dos mitades, con dispositivos guías sin paletas. En estos casos las mitades enteramente fundida de los cuerpos se hacen con canales directrices espirales. Ambas mitades del cuerpo tienen bridas. Los planos de las bridas que lindan unos con otros están cepillados y bien rectificadas. Los tornillos de sujeción aprietan las bridas con una junta fina o mástique colocado entre ellas. La gran comodidad del cuerpo de semejante construcción consiste en que al quitar la parte superior del cuerpo (la tapa), sin alterar las uniones de la bomba con las tuberías, se puede inspeccionar todas las ruedas de trabajo del rotor y sacar este último del cuerpo para su reparación. El cuerpo de la bomba dividida en el plano horizontal se muestra en corte transversal en la Fig. 1.2.

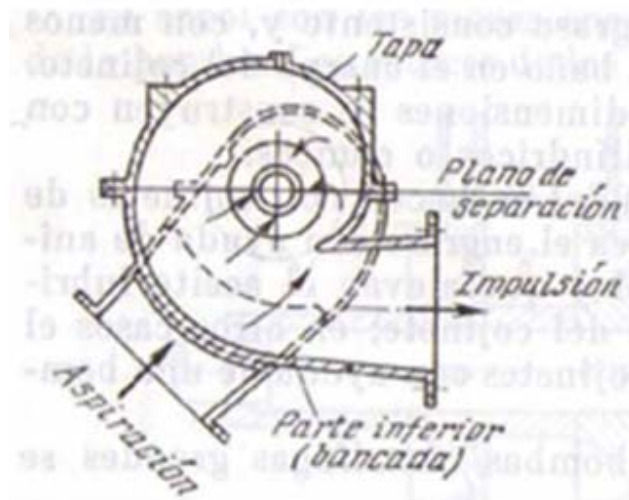


Figura. 1.2 Cuerpo de una bomba dividida en el plano horizontal.

Además de los dos cuerpos principales examinados, en la energética, en las industrias de elaboración del petróleo y químicas se emplean bombas de dos cuerpos. Estas bombas representan una estructura en secciones o con desacoplamiento en el plano meridional, encerrada en una envoltura de paredes gruesas forjadas de acero. El empleo de semejantes estructuras está condicionado por las exigencias especiales en lo que se refiere a la fiabilidad y seguridad del servicio.

1.1.2 Empaquetaduras de las bombas centrífugas.

Al existir presión excesiva o vacío en las cavidades interiores de la bomba o los lugares por donde pasa el árbol a través de las paredes del cuerpo se emplean dispositivos especiales de empaquetadura, llamados a veces prensaestopas o empaquetaduras de rozamiento por contacto. Si no existen prensaestopas o estos están averiados tiene lugar las fugas del líquido desplazado por la bomba al exterior en la parte de impulsión o de succión del aire exterior hacia dentro de la bomba en la parte de aspiración.

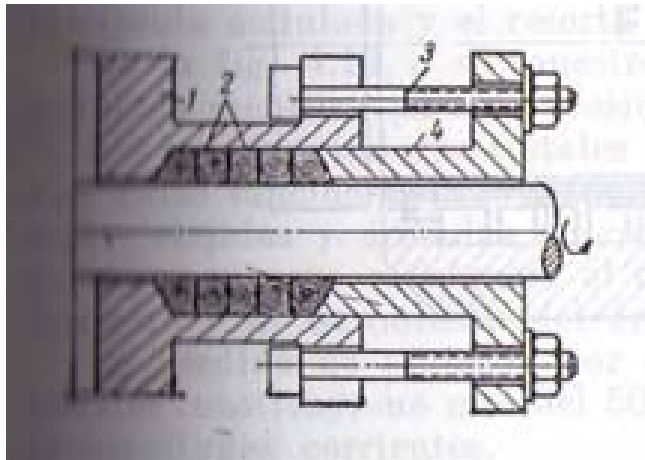


Figura. 1.3 Prensaestopas de una bomba centrífuga con empaquetaduras blandas.

En la Fig. 1.3 se representa la estructura elemental de un prensaestopas con relleno blando. El rebajo cilíndrico practicado en el metal de cuerpo 1 se llena de anillos de cordón 2 de material blando ingresado (algodón, cáñamo, asbesto). Apretando las tuercas, que son enroscadas en los tornillos 3, el casquillo 4 del prensaestopas se introduce completamente en la cavidad y, ensanchando la empaquetadura blanda hacia los lados, empaqueta el árbol, logrando el sellaje. Como consecuencia del rozamiento del árbol contra la empaquetadura durante el funcionamiento de la bomba se desprende cierta cantidad de calor. Para extraer este calor es necesario que el prensaestopas deje pasar cierta cantidad de líquido, que luego se descarga a la canalización. Por la parte de la aspiración se emplean frecuentemente prensaestopas con empaquetaduras con agua Fig. 1.4.

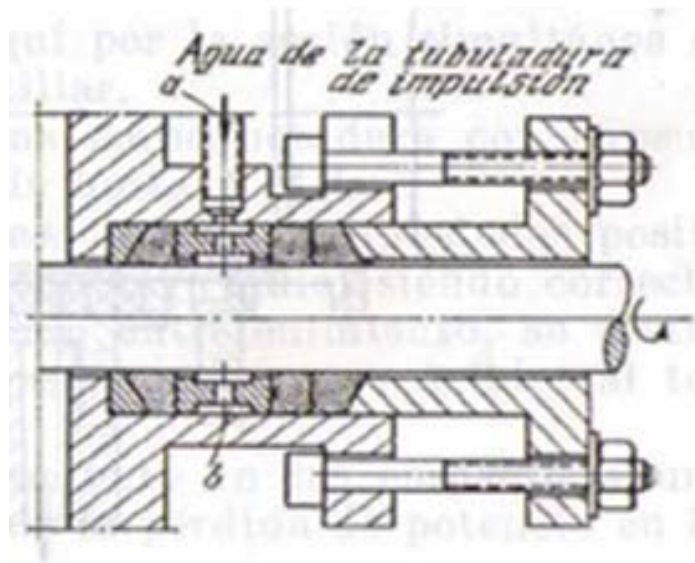


Figura. 1.4 Prensaestopas de una bomba centrífuga con empaquetaduras blandas y sello de agua.

En las bombas que suministran agua caliente se emplean empaquetaduras con refrigeración intensiva por agua. En la Fig. 1.5 se muestra la estructura de semejante empaquetadura, empleadas en bombas de alimentación de calderas. En la tapa de la bomba se instala un casquillo nervado de paredes finas 1, que se empaqueta con ayuda de un anillo de plástico termo resistente. La empaquetadura 2 se coloca en la cavidad anular, formada por el casquillo 1 y el casquillo protector 3, y se aprieta con el vaso 4. El agua pasa a la empaquetadura por la rendija anular con una dimensión radial de 0.3 mm, donde se enfría intensamente al hacer contacto con la superficie fría del casquillo 1. De este modo el casquillo y el árbol se protegen contra el recalentamiento.

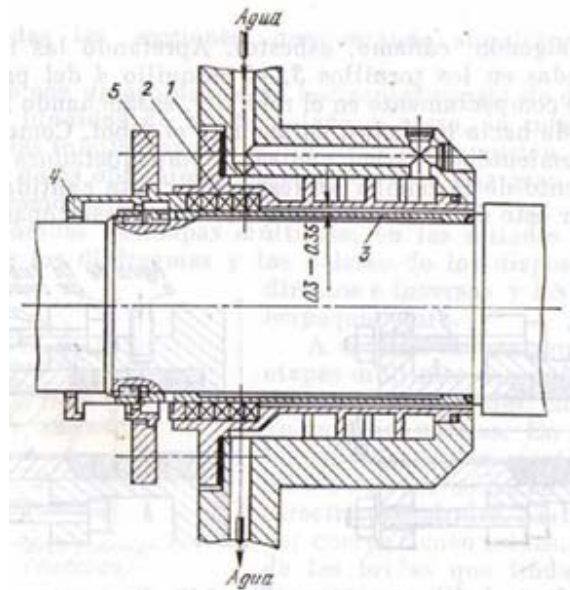


Figura. 1.5 Empaquetadura de prensaestopas del árbol de una bomba que suministra agua caliente.

En la construcción de bombas contemporáneas halla amplia aplicación las empaquetaduras frontales. En la Fig. 1.6 se muestran los tipos principales de semejantes empaquetaduras. En la Fig. 1.6 a) se puede ver una empaquetadura de anillos de goma para la presión de 10 MPa. En esta empaquetadura el par de rozamiento consta del anillo 1 y del anillo metálico de perfil 2. El mantenimiento de la empaquetadura se alcanza con la ayuda del resorte 3 y una parte con el anillo elástico interior 4. En la Fig. 1.6 b), se representa una empaquetadura análoga, con la única diferencia de que el anillo plástico fluorocarbúrico 1 del par de rozamiento y el anillo de goma interior 4 se han confeccionado cónicos. Las empaquetaduras de este tipo se emplean para una presión de hasta 0.5 MPa para agua y líquidos agresivos. En la Fig. 1.6, c) se representa un empaquetadura con capsula ondulada de plástico fluorocarbúrico o de propileno que se emplea para ácidos y álcalis para la presión de hasta 0.3 MPa. La apertura de la empaquetadura se crea aquí por la acción simultánea de la cápsula ondulada y el resorte auxiliar.

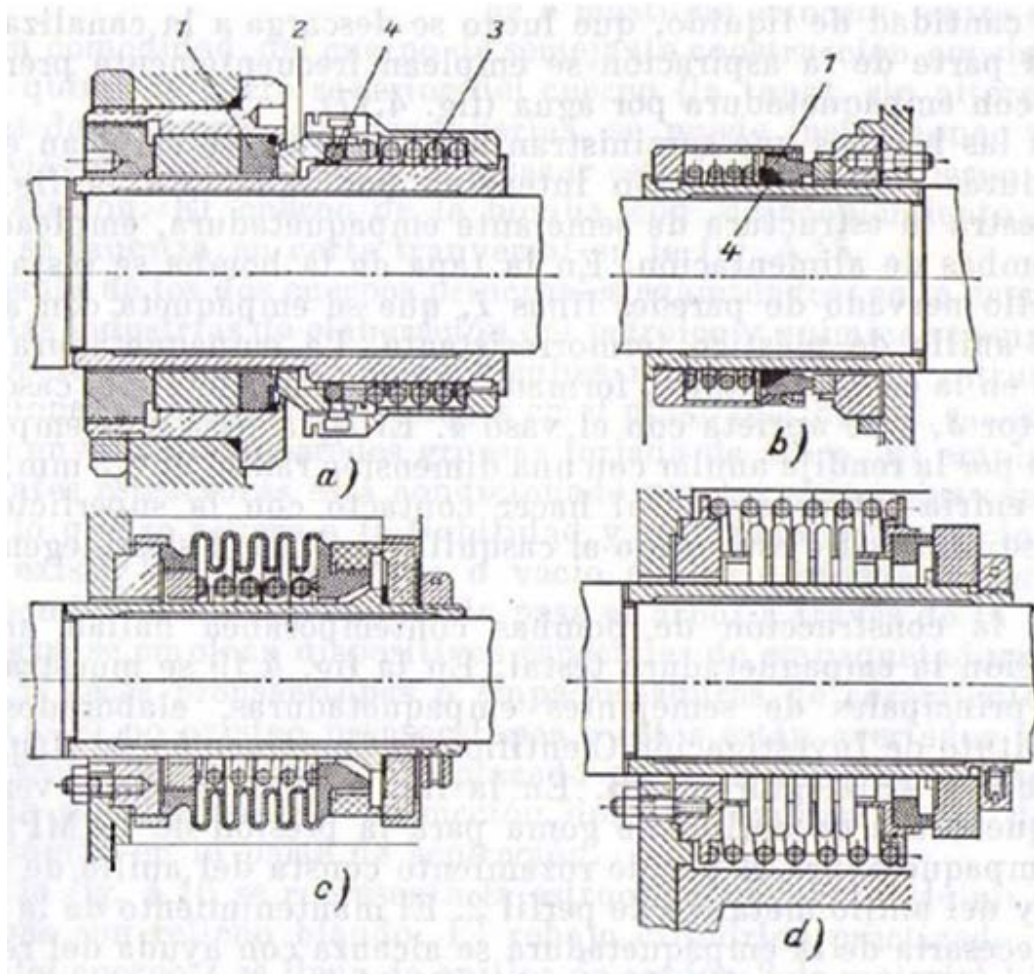


Figura. 1.6 Sistemas con empaquetaduras frontales.

Finalmente en la fig. 1.6, d) se muestra una empaquetadura con cápsula ondulada metálica para la presión de hasta 1 MPa. Las empaquetaduras frontales poseen muchas cualidades positivas. Ellas funcionan prácticamente con fugas nulas, si están correctamente seleccionadas y armadas no requieren mantenimiento, se distinguen por su gran resistencia al desgaste, son poco sensibles a las deformaciones y al batimiento del árbol. La pérdida de potencia por rozamiento en las empaquetaduras frontales constituye no más del 50% de la pérdida de potencia en los prensaestopas corrientes.

En las grandes bombas de alimentación contemporáneas se emplean empaquetaduras laberínticas de obstrucción sin relleno con el suministro del condensado frío para cierre hidráulico y su evacuación al salir de la empaquetadura al recipiente del ciclo regenerativo (condensadores, delineadores, tanques de vacío., etc.). Las empaquetaduras laberínticas pertenecen al tipo de empaquetaduras sin contacto y se emplean en las bombas grandes, el servicio de las cuales deben ser particularmente fiable en el caso de largos períodos entre reparaciones. Las empaquetaduras de este tipo no son herméticas, y la irrupción de líquido, desplazado por la bomba se evita mediante la estrangulación de las fugas y el suministro de líquido frío de cierre hidráulico con la presión necesaria desde una fuente ajena. Están muy difundidas en las bombas de alimentación de los grandes bloques energéticos. En algunos casos las empaquetaduras de ranuras se combinan constructivamente con los prensaestopas de contactos.

En calidad de ejemplo examinemos una empaquetadura de ranura representada en la Fig. 1.7. El cuerpo de la empaquetadura 1 contiene cuatro cámaras A, B, C y D que comunican entre sí a través de angostas ranuras anulares, formada por los casquillos escalonados 2 y 3. El casquillo 2 va rígidamente encajado en el cuerpo 3, gira junto con el árbol. La cámara B se comunica con el reservorio de presión de evacuación, la D, con el reservorio sin presión, la C, con el condensador. El concentrado frío de cierre hidráulico se suministra a la cámara A a presión algo mayor que en la cámara B y, pasando a través de los orificios del casquillo fijo 2, se propaga por la ranura anular en ambas direcciones. En el espacio anular entre los casquillos el condensado se mezcla con la infiltración a través del sector de la ranura a y se evacúa el reservorio de presión. La otra parte de condensado se dirige por el sector de la ranura b a la cámara C y luego al condensador. Una parte insignificante de condensado pasa a través del sector de la ranura c y se vierte al reservorio sin presión. Para disminuir las infiltraciones y el gasto de condensado de cierre hidráulico la dimensión radial de la ranura se hace no mayor de 0.3 mm. Las pérdidas de potencia por las empaquetaduras de ranuras es considerablemente menor que en las empaquetaduras de contacto.

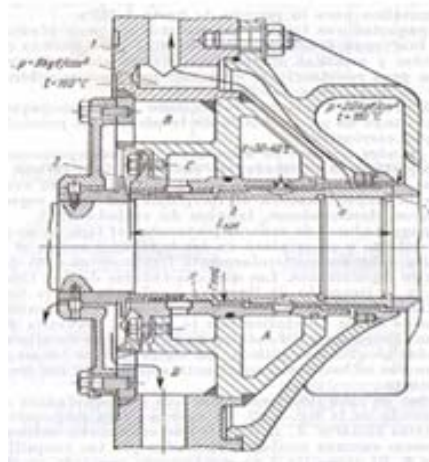


Figura. 1.7 Empaquetadura frontal de laberinto.

1.1.3 Sellos mecánicos de las bombas centrífugas.

Los sellos mecánicos impiden el escape de todos los tipos de fluidos, sean gases o líquidos, a lo largo de un eje o árbol rotatorio que se extiende a lo largo de una carcasa o una cubierta, las extensas aplicaciones de estos sellos en las industrias de procesos químicos van desde la contención de fluidos criogénicos hasta fluidos de alta temperatura para transferencia de calor.

El sello mecánico se utiliza para evitar fugas por los ejes mediante dos superficies de sellamiento, una estacionaria y otra que gira en contacto con el eje. Estas superficies o caras de sellamiento están perpendiculares en vez de paralelas con el eje. El sello mecánico es similar a un cojinete porque tiene holguras muy pequeñas de funcionamiento con una película de líquido entre las caras. Las dos superficies de sellamiento se llaman el anillo primario y el anillo correlativo Fig.1.8 y cualquiera de ellos puede ser estacionario. Sin embargo, en la mayor parte se utiliza un anillo primario rotatorio y un anillo correlativo estacionario. Las caras de los dos anillos se pulimentan para darles una planicidad que se mide en millonésimas de pulgada y permanecen en contacto en toda su superficie para producir un sello casi completo. El anillo primario tiene montaje flexible para permitir su movimiento axial y radial y mantener el contacto con el anillo correlativo. Los sellos secundarios permiten el

montaje flexible del anillo primario y son tazas, anillos en V o chevrones, fuelles, anillos en forma de cuña y sellos anulares. La fuerza de cierre necesaria para mantener el contacto con el anillo correlativo se produce con resortes, fuelles metálicos o magnetismo. El anillo correlativo puede tener montaje flexible con sellos anulares o juntas o se instala a presión. Los sellos mecánicos se clasifican por el tipo de montaje, sea interno o externo y si son equilibrados (balanceados) o desequilibrados. Si el anillo primario está montado en el recipiente para el líquido, se denomina sello interno; si está montado en el exterior, se denomina sello externo. En la Fig.1.8 se ilustran los sellos internos y externos.

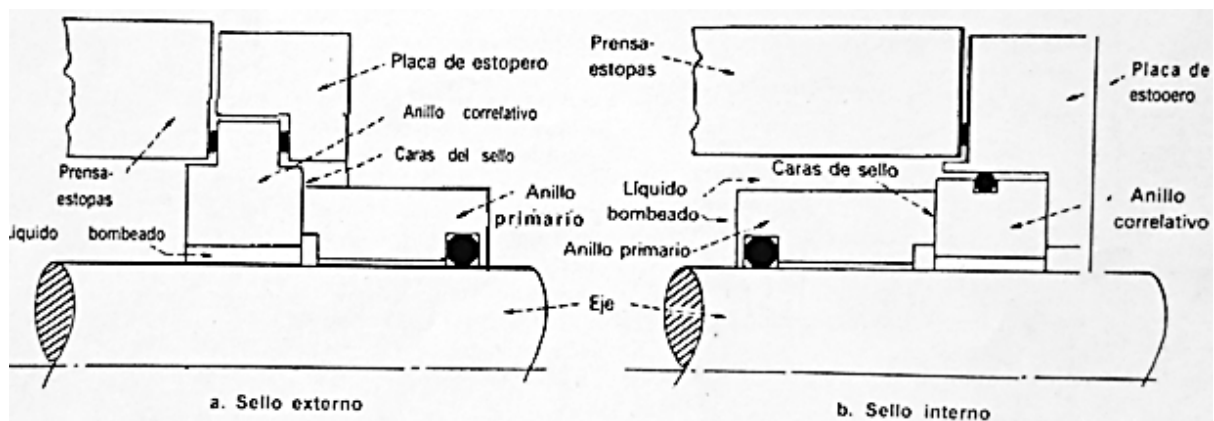


Figura 1.8 Componentes básicos de los sellos mecánicos para líquidos.

Se prefieren los sellos externos para facilidad de mantenimiento. También permiten aislar las piezas metálicas de los materiales corrosivos. Algunas de sus desventajas son:

1. La fuerza hidráulica tiende a separar las caras del sello.
2. La lubricación y lavado de las caras están restringidas.
3. Las partículas abrasivas en el líquido se pueden acumular en la abertura anular; después, la fuerza centrífuga las empuja entre las caras y producen desgaste rápido.

Para tener mejor funcionamiento se suelen preferir los sellos internos en los que todo el anillo primario está rodeado por el líquido. Las fuerzas hidráulicas actúan junto con los resortes para mantener el contacto entre las caras. El lavado y la lubricación se pueden diseñar para tener mejor enfriamiento positivo en las caras.

Las fuerzas que actúan en la cara primaria de un sello interno sometido a la presión hidráulica en el estopero pueden producir una condición desequilibrada. En la Fig. 2a) se ilustra un sello interno desequilibrado. La presión que actúa en la parte posterior del anillo primario empuja las caras del sello entre sí. Con un sello que funciona con alta presión en el estopero, las fuerzas pueden ser excesivas y producir desgaste rápido de las caras del sello. Los fabricantes de estos sellos utilizan la relación presión-velocidad para determinar los límites de presión en los sellos desequilibrados. Por lo general, el empleo de sellos desequilibrados es sólo para presiones de 200 psig (1 380 kPa) en el estopero, según sean el tamaño y velocidad del eje. La Norma API 610, en su Tabla 1 especifica un límite más bajo y conservador.

Las fuerzas que actúan en las caras del sello se pueden reducir con el cambio de la relación entre la superficie de cierre y la superficie de la cara. Si se reduce la superficie en la cual actúa la presión pero se mantiene constante la superficie de la cara, se reducirá la fuerza contra ésta. Esto se llama equilibrar el sello. Para llenar la superficie se emplea un reborde en el eje, la camisa o el retén del sello.

1.1.3.1 Funcionamiento y materiales de los sellos mecánicos.

Aunque pueden diferir en varios aspectos físicos, todos los sellos mecánicos son fundamentalmente los mismos en principio. Las superficies obturadoras de todas clases están localizadas en un plano perpendicular a la flecha y, generalmente, consisten de dos superficies altamente pulidas que se deslizan una sobre otra, estando conectadas una a la flecha y la otra a la parte estacionaria de la bomba.

El sello completo se logra en los miembros fijos. Las superficies pulidas o sobrepuestas, que son de diferentes y se mantienen en contacto continuo por un resorte, forman un sello hermético entre los miembros giratorio y estacionario con pérdidas por fricción muy pequeñas. Cuando el sello es nuevo, el escurrimiento es despreciable y puede de hecho considerarse que no existe. (Para obtener una reducción de presión entre la presión interior y la atmosférica fuera de la bomba, se requiere que haya un flujo de fluido entre las dos superficies. Por ejemplo, este flujo puede ser una gota a pocos minutos de intervalo o una neblina de vapor que escapa si se está manejando un líquido como propano-. Así aun cuando el escurrimiento sea inapreciable, hablando técnicamente, un sello mecánico giratorio no puede eliminarlo completamente.) Por supuesto, siempre ocurre algún desgaste, y se debe esperar un pequeño escurrimiento con el tiempo.

La amplia variación en diseño de sellos deriva de los muchos métodos que se usan para dar flexibilidad a la montura de los sellos. Un sello mecánico es similar a un cojinete porque requiere un espacio libre de movimiento preciso con una película de líquido entre las caras. La lubricación y enfriamiento proporcionados por esta película reduce el desgaste como lo hace también la selección de materiales apropiados para las caras del sello.

Los sellos para bombas centrífugas no operan satisfactoriamente con aire o gas; si trabajan “secos”, fallarán rápidamente. Los sellos pueden usarse en bombas que manejan líquidos que contienen sólidos si éstos se retienen para que no se metan entre las caras del sello o interfieran con la flexibilidad de la montura. La selección de los materiales adecuados para las condiciones de funcionamiento es muy importante para lograr larga duración del sello. Hay que tener en cuenta el diseño, condiciones de funcionamiento y lubricación del sello.

El tipo de líquido que se retiene influirá en el tipo del sello que se escoja. Por ejemplo, si se requieren o prefiere en sellos secundarios de fluorocarbono por su resistencia al líquido bombeado, se necesita un sello con anillos en V o con copas cóncavas para contrarrestar la tendencia a la afluencia en frío de una resina pura de

fluorocarbono. Si se utiliza un fluorocarbono con relleno, como Nylon con fibra de vidrio, entonces se puede emplear el tipo de sellos anulares.

La presión y la temperatura también influyen en el diseño de los sellos. Los materiales para los sellos primario y secundario, resortes y placa de estopero (retén) se determinan por la temperatura, la corrosividad y la compatibilidad del líquido. Se dijo antes que un sello mecánico es similar a un cojinete con una película de líquido entre las caras; si no es lubricante, tal como un hidrocarburo ligero, se necesitan caras auto lubricantes en el sello.

En la mayor parte de las combinaciones de materiales para los anillos del sello se utiliza carbón o grafito en una de las caras. Se emplea porque tiene buenas características de desgaste, es más blando que otros materiales y más compatible en una amplia gama de temperaturas y de materiales corrosivos. Otros materiales que se suelen utilizar para las caras son Stellite, carburo de tungsteno, acero inoxidable, cerámica y Ni - Resist, que tienen límites máximos de temperatura entre 350°F (177°C) y 750°F (400°C). Para trabajo con líquidos corrosivos, los anillos del prensaestopas, resortes y fuelles están disponibles en diversos materiales, como acero inoxidable, Monel y Hastelloy.

Los materiales para el sello secundario son, entre otros, Buna N, Neopreno, resinas de fluorocarbonos y grafito. Cada material tiene sus límites de temperatura que van desde -320°F (-196°C) hasta 800°F (427°C).

Los fabricantes de sellos tienen tablas para selección del material para una serie de líquidos en las que se recomiendan el tipo y material del sello para la mayor parte de los líquidos. Debido a las grandes variaciones en material y construcción, hay sellos disponibles para temperaturas desde -350°F (-212°C) hasta 750°F (400°C) y para presiones desde sub atmosféricas hasta 2 500 psi (17 238 kPa).

1.1.3.2 Principales fallas y averías que ocurren en los sellos mecánicos.

Se dice que un componente ha fallado cuando ya no funciona como debe hacerlo. La falla puede ocurrir después de un tiempo razonable de servicio. Como el tiempo de paro de un equipo es costoso y aumentan los costos de mantenimiento, lo que se pueda aprender mediante el análisis de fallas, se compensará con creces al aplicar las medidas correctivas adecuadas.

Las causas de estas fallas están dadas por:

- Manejo incorrecto de los componentes. Permitir que se desportillen, raspen o dañen antes o durante la instalación.
- Ensamblaje incorrecto del sello. Colocación incorrecta o no instalar un componente en la cavidad para el sello.
- Materiales o tipo de sello inadecuados. Selección incorrecta del material o tipo de sello para las presiones, temperaturas, velocidades y propiedades de los líquidos en determinada aplicación.
- Procedimientos incorrectos para arranque y funcionamiento. Puede ser algo tan sencillo como no aplicar presión en un sello doble antes de poner en marcha la bomba o dejar que el sello funcione en seco por accidente.
- Contaminantes en el líquido. Pueden ser partículas de sólidos en el líquido para la cavidad del sello.
- Equipo en malas condiciones. El problema puede ser por desviación, flexión o vibración excesivas del eje.
- Sello gastado. Ha terminado la duración útil del sello.

Entre las fallas más comunes se encuentran:

- **Corrosión por fricción.**

Síntomas: Es quizá uno de los tipos más comunes de corrosión en los sellos mecánicos. Permite fugas por los sellos secundarios y corroe y daña el eje o camisa que están directamente debajo del sello secundario. Esta zona puede tener picaduras o estar abrillantada con respecto al resto del eje o camisa Fig.1.9.

Causas.

El movimiento entre dos superficies que normalmente están fijas entre sí ocasiona corrosión por fricción. En los sellos mecánicos, la fricción se debe a un movimiento constante hacia un lado y otro del sello secundario en la camisa o manguito del eje, que elimina su revestimiento protector.

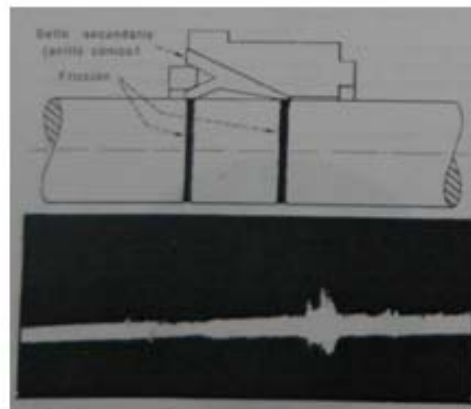


Figura 1.9 La corrosión por fricción se produce por vibraciones debajo del sello secundario estático.

- **Desgaste o deformación no uniforme de las caras del sello.**

Síntomas: Fugas excesivas por el sello. El examen de las caras muestra un desgaste disparejo, que a veces es difícil de detectar. Si se pulen con suavidad las caras del sello en una placa asentadora, aparecerán puntos altos en dos o más lugares que indican un desgaste disparejo Fig.1.10.

Causas.

Los siguientes factores ocasionan la deformación de las caras de los sellos. Ensamble incorrecto de las piezas del sello que ocasiona cargas dispares en uno o más puntos alrededor de las caras. Esto ocurre con frecuencia en caras de montaje rígido o del tipo con abrazaderas porque un par de apretamiento dispar en las tuercas de la empaquetadura transmitirá flexiones desiguales directamente a las caras del sello.

1. Enfriamiento incorrecto, que ocasiona esfuerzos y deformaciones térmicos en las caras.
2. Acabado incorrecto del sello en la fábrica que deja una superficie comba o con puntos altos en varios lugares en torno a las caras.
3. Soporte incorrecto del collar del prensaestopas debido a cuerpos extraños o depósitos en el casquillo o a daños físicos que alteran el metal del anillo y transmiten carga dispar a la cara estacionaria del sello.
4. Mal acabado de la superficie en la cara del prensaestopas por corrosión o daños mecánicos.

Correcciones de estas fallas:

1. Asíentense las caras del sello para eliminar la causa de la deformación.
2. Considérese el empleo de montaje flexible para las caras estacionarias para compensar la deformación del casquillo o collar.
3. Apriétense las tuercas del collar con los dedos, para no ajustarlo y después apriétense al par especificado.

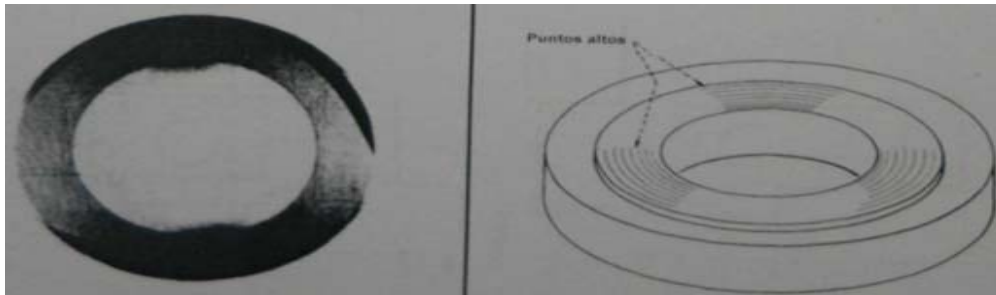


Figura 1.10 La deformación de las caras del sello produce desgaste disparejo y permite fugas.

- **Grietas por calor.**

Síntomas: La presencia de grietas radiales que pueden ser pequeñas o grandes y que parecen salir del centro del anillo metálico o de cerámica Fig.1.11. Estas grietas actúan como una serie de filos en contra del carbón, grafito u otros materiales del sello, con lo cual se desgastan con rapidez.

Causas.

Las causas comunes de las grietas por calor son:

1. Falta de lubricación.
2. Vaporización en las caras del sello.
3. Falta de enfriamiento.
4. Presiones y velocidades excesivas.

Uno o más de estos factores pueden producir alta fricción y calor en las caras del sello. Los esfuerzos térmicos excesivos producen grietas delgadas.

Correcciones de esta falla:

1. Compruébese que las condiciones de funcionamiento de la aplicación estén dentro de los límites especificados para el sello.

2. Confírmese que el flujo para enfriamiento es adecuado en las caras del sello para disipar el calor. Los Lineamientos empíricos son que: si la temperatura del líquido que circula por la cavidad del sello no debe tener un aumento mayor de 40°C (22°C), y *b*) la presión en la cavidad para el sello se debe mantener 25 psi (1.72 bar) por arriba de la presión de vapor del líquido que hay en la cavidad del sello para evitar la vaporización.
3. Compruébese que no se ha sobrecargado el sello. El problema puede ser porque un cojinete o collar de empuje en el equipo se haya dañado o inutilizado y produzca cargas excesivas en las caras del sello.
4. Utilice materiales más resistentes para la carga. Por ejemplo, si se utilizan revestimientos de cara dura, sustituirlos por carburos de tungsteno o de silicio que tengan límites de presión y velocidad (P-V) más altos y más resistencia a las grietas por calor.
5. Redúzcase el vapor P-V del sello. Es un factor de la presión (psi) en las caras del sello, multiplicada por la velocidad (ft/mm) del diámetro exterior de la cara del sello. Se puede consultar al fabricante y obtener sellos de otras dimensiones que reduzcan la carga hidráulica en SUS caras en fin de tener una *P-V* más baja con los mismos materiales de la cara.
6. Compruébese el enfriamiento y lubricación en las caras del sello y mejórense si es necesario.



Figura 1.11 Grietas radiales en anillos metálicos o cerámicos producidas por el calor.

- **Ampollas.**

Síntomas: Las ampollas Fig.1.12 son secciones circulares pequeñas que sobresalen en las caras del sello de carbón. A veces, se puede observar mejor si se utiliza un plano óptico o se pulen ligeramente las caras del sello. Las ampollas separan las caras del sello durante el funcionamiento y permiten fugas severas; suelen ocurrir en tres etapas:

- Etapa I: Aparecerán pequeñas secciones realzadas o salientes en las caras del sello.
- Etapa II: Aparecerán grietas en las secciones realzadas, con una configuración de estrella.
- Etapa III: Surgirán las ampollas y dejarán huecos en la cara del sello.

Causas.

No se conoce bien la causa exacta de las ampollas. La mejor explicación es que los líquidos viscosos, como el aceite SAE 10, penetrarán por los intersticios de los sellos de carbón con el paso del tiempo. Cuando se calienta el sello, se expulsa el aceite por los poros. Las ampollas suelen ocurrir en sellos que trabajan en máquinas con paros y arranques frecuentes y con líquidos muy viscosos.

Correcciones de esta falla:

1. Redúzcase la viscosidad del líquido en la cavidad para el sello, ya sea con el empleo de un líquido diferente o el aumento de la temperatura del líquido.
2. Trátase de eliminar los paros y arranques frecuentes de equipo que tiene sellos mecánicos.

3. Sustitúyase el carbón o grafito por un material no poroso para la cara, como carburos de tungsteno, silicio o bronce.
4. Compruébese el enfriamiento y circulación en las caras del sello. Si son inadecuados, los sellos serán más susceptibles a las ampollas.

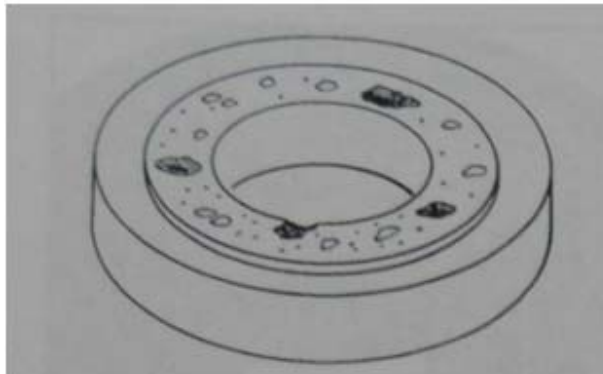


Figura 1.12 Las ampollas producen huecos en la cara del sello de carbón.

- **Oxidación y carbonización.**

Síntomas: La oxidación y la carbonización dejan un barniz o lodo abrasivo en el lado atmosférico del sello Fig.1.13 que pueden ocasionar desgaste rápido de las caras o bien que se traben los sellos mecánicos del tipo con o sin empujador.

Causas.

La carbonización ocurre por la oxidación o desintegración química de los hidrocarburos, que forman residuos gruesos.

Correcciones de esta falla:

1. Aplíquese lavado con vapor en el lado atmosférico de los sellos mecánicos del tipo con o sin empujador para arrastrar los lodos o desechos abrasivos.
2. Lávese el sello con líquido limpio y frío de una fuente externa para eliminar la carbonización en la cavidad para el sello.

3. Aplíquese enfriamiento en la cavidad del sello con una camisa para agua en el estopero o con un intercambiador de calor enfriado por agua o por aire.
4. Utilícense materiales de cara dura, en vez de carbón, que resistan la acción abrasiva de las partículas formadas por la oxidación y púrguese el sello en el lado atmosférico con vapor para eliminar el lodo y desechos. En general hay que enfriar los hidrocarburos que hay en la cavidad del sello a menos de 250°F (121 °C) para evitar la oxidación y la carbonización. El límite de temperatura depende del líquido que se maneje. Por ejemplo, los límites de oxidación de líquidos para transferencia de calor son superiores a 350°F (177°C).

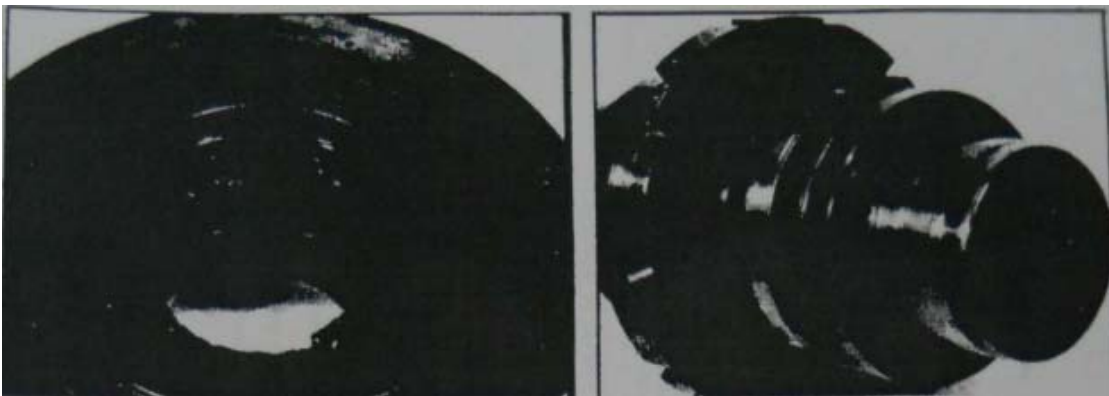


Figura 1.13 El barniz o lodo abrasivo se sedimenta en el lado atmosférico del sello mecánico.

1.1.4 Álabes guías y conductos de aspiración y descarga.

Los dispositivos guías se hacen sin paletas o con paletas. En el primer caso ellos representan unos canales espirales en la fundición del cuerpo, y en el segundo, son piezas recambiables que se fijan en las cavidades de las secciones o en las mitades superior o inferior del cuerpo. En algunas estructuras el flujo pasa de etapa o de un grupo de etapas no por canales en el cuerpo de la bomba, sino por tubos de pasos especiales, ubicados fuera del cuerpo de la bomba. Las tubuladuras de aspiración y de impulsión forman ordinariamente una sola pieza con la mitad inferior del cuerpo

de la bomba o con sus secciones. En casi todas las estructuras están hechas con una ligera inclinación hacia el cuerpo (con un ángulo de hasta 12^0).

1.1.5 Bases de cimentación.

Las bases de cimentación están destinadas para instalar y fijar a ellas la bomba y el motor, y en algunos casos solamente para sujetar la bomba. Ellas representan una estructura plana nervada fundida con salientes horizontales cepillados, en los cuales se apoyan y se fijan las patas del cuerpo de la bomba. Las bases de cimentación se funden de hierro colado o se sueldan de perfiles laminados de acero. El empleo de las bases de cimentación crea grandes comodidades durante el montaje y los ajustes de las bombas y los motores. No obstante, en las grandes bombas las bases de cimentación comunes para la bomba y el motor a veces no se utilizan.

1.2 Los soportes de los árboles de las máquinas.

Los soportes de los árboles de las máquinas históricamente se han idealizado a través de tres esquemas de análisis típicos: el apoyo articulado móvil, el apoyo articulado fijo y el apoyo empotrado, sin embargo, estos esquemas idealizados se alejan en cierta medida de la realidad. Los apoyos articulados provocan en los mismos: fuerzas internas, tensiones, flechas y pendientes mucho mayores que los reales y los apoyos empotrados: fuerzas internas, tensiones, flechas y pendientes mucho menores que las que existen en la realidad. Estas insuficiencias de los esquemas de análisis se han asimilado históricamente a través del controvertido factor de seguridad, encargado de llevar sobre su espalda todas las imprecisiones e incertidumbres de los cálculos. Los esquemas de análisis de los apoyos rígidos clásicos utilizados en los sistemas planos en la literatura de Mecánica Teórica se muestran en las Fig.1.14. En la literatura técnica se utilizan otros apoyos articulados que consideran las propiedades elásticas de los apoyos. En la literatura de Mecánica Teórica (Bedford and Fowler, 2002; Beer and Johnston, 1884; Meriam, 2003) sólo se hace referencia a los apoyos rígidos clásicos, ningún autor hace referencia a

ningún otro tipo de apoyo que contemple una rigidez intermedia entre los apoyos articulados y los empotrados.

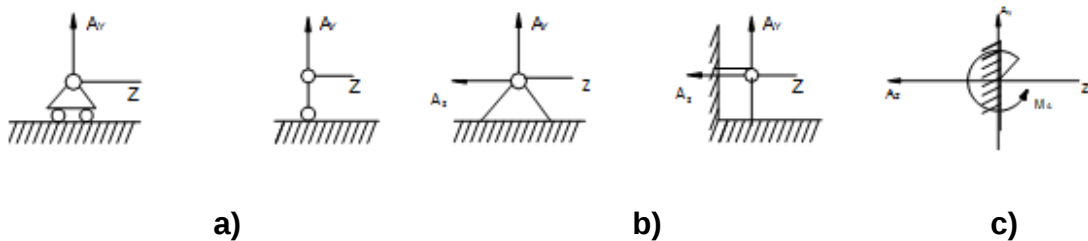


Figura. 1.14 Esquemas de Análisis Clásicos a) Apoyo Articulado Rígido Móvil b) Apoyo Articulado Rígido Fijo c) Empotramiento Rígido.

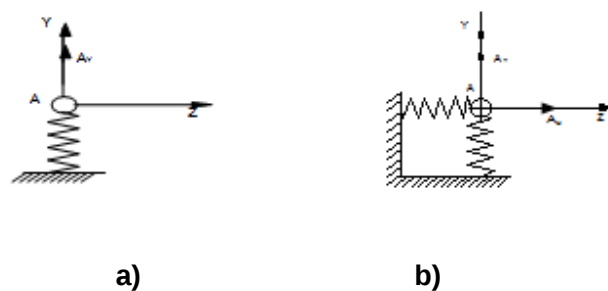


Figura. 1.15 Esquema de Análisis del Apoyo Articulado a) Móvil Elástico y b) Móvil fijo.

En la literatura de Mecánica de Materiales, la mayoría de los autores se refieren también exclusivamente a los apoyos rígidos clásicos, sin contemplar en ningún caso la elasticidad de los apoyos (Fitzgerald, 1986; Fogiel, 1988; Mott, 1996; Spiegel and Limbrunner, 1999). Otro grupo de autores trata de alguna manera los apoyos elásticos mencionados anteriormente (Birger, 1966; Feodosiev, 1985; Pisarenko, 1989) y sólo en (Olsen, 1965) se menciona la posibilidad de que los empotramientos no sean perfectamente rígidos, pero sin profundizar en las cualidades ni en el modelo físico-matemático de este tipo de Esquema de Análisis y mucho menos en los procedimientos de cálculo. En la literatura de Diseño de Elementos de Máquinas los autores se refieren en mayor medida a los aspectos vinculados con la rigidez de los apoyos y a los diferentes posibles Esquemas de Análisis al situar las reacciones en los mismos, así por ejemplo: (Wilson, 1999) al referirse a las reacciones en los

elementos sometidos a flexión, señala que los soportes son usualmente idealizados con el objetivo de simplificar el análisis y añade que el soporte simple consiste en una fuerza concentrada resultante como reacción. Este tipo de soporte es utilizado para representar: cajas de bolas, roletes, cojinetes de deslizamiento y otros soportes que permiten alguna rotación o pendiente en el plano durante la deformación por flexión. Más adelante expresa: “Si el soporte de la viga no permite movimiento relativo a lo largo del eje de la misma, entonces surgirá una restricción adicional que provocará una fuerza axial como resultado de dicha restricción”. Este efecto axial se desprecia siempre en los problemas de Diseño de Máquinas y continua diciendo: “El apoyo empotrado, proporciona como reacciones una fuerza y un momento que no permiten rotación alguna en el plano de la deflexión del elemento. La pendiente de la curva elástica del elemento es cero en el apoyo empotrado, los que son utilizados para representar soportes muy rígidos”. Cuando se refiere a las reacciones en los cojinetes en el diseño de árboles, explica que: “generalmente los mismos están soportados por dos cojinetes, como regla, los cuales son considerados como soportes simples o simple apoyos”. Al construir diagramas de momentos flectores, tanto en elementos sometidos a flexión como en el diseño de árboles, sólo se refiere a los apoyos clásicos y sus reacciones correspondientes. Los autores que abordan el Diseño por el Método de los Elementos Finitos (MEF) (Hawkes, 1989; Volmir, 1986; Wilson, 1997) emplean diferentes tipos de elementos que se diferencian por su forma, a través de las posiciones relativas de sus nodos y por los grados de libertad, es decir por las posibles direcciones del movimiento de cada nodo, Eligiendo adecuadamente estos elementos en las zonas de apoyo es posible modelar apoyos con diferente rigideces y lograr una mayor aproximación a la realidad que en los clásicos apoyos articulados y empotrados. Esta cualidad del Método de los Elementos Finitos puede ser utilizada en la práctica para lograr aproximaciones más exactas. El Colectivo de Mecánica Aplicada de la Universidad de Cienfuegos ha definido un Nuevo Tipo de Apoyo Elástico: El Empotramiento Elástico Fig. 1.16 a) y el Empotramiento Parcialmente Elástico Fig. 1.16 b) y ha determinado experimentalmente (Nodal, 2004; Goytisoló, 2006; Hidalgo 2009) el

coeficiente de rigidez de los cojinetes de rodamientos más comunes al ser utilizados como apoyos en árboles. Una caja de bolas radial de doble hilera autolineante se comporta a la flexión como una articulación rígida, sin embargo, una caja de bolas radial rígida de simple hilera se comporta como un empotramiento parcialmente elástico con un coeficiente de rigidez $\varphi = 0,346$.

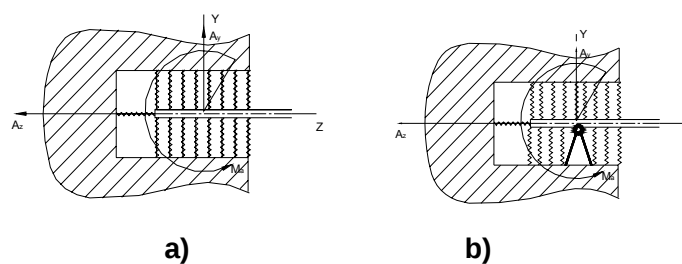


Figura. 1.16 a) Empotramiento Elástico b) Empotramiento Parcialmente Elástico.

1.3 Investigación experimental del coeficiente de rigidez de los cojinetes de rodamientos.

Para la determinación de los desplazamientos reales que se producen en el centro de la luz en un árbol con diferentes cojinetes de rodamientos en los apoyos, se construyó la instalación experimental que se muestra en la Fig. 1.17 a) y b) para aplicar carga se utilizó la prensa neumática de la Fig. 1.17 a) (Goytisolo, 2006; Hidalgo, 2009)

Figura. 1.17 Instalación Experimental. a) Prensa Neumática b) Medición de las flechas.

En la determinación experimental de la flecha real en árboles con apoyos con diferentes tipos de rodamientos se realizaron dos mediciones para cada valor de la carga y diez valores de carga por cada rodamiento Utilizando la ecuación siguiente obtenida en el trabajo para la flecha en el centro de la luz en el caso de un árbol sobre empotramientos elásticos y los resultados de las mediciones se determinó el coeficiente de rigidez despejándolo de la siguiente ecuación obtenida para la flecha.

$$\varphi = \left(\frac{y_{l/2} \cdot 48 \cdot E \cdot I_x}{P \cdot l^3} + 1 \right) \cdot \frac{P \cdot l}{6 \cdot M_{emp}} \quad (1.1)$$

Al aplicar esta ecuación hay que tener en cuenta que la flecha obtenida en la medición experimental $y_{l/2}$ es negativa por convenio de signos y hay que sustituirla en la ecuación con su correspondiente signo negativo. Los resultados se obtuvieron en una Hoja de Cálculo de EXCEL y se muestran en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1. Valores del coeficiente φ de rigidez de los apoyos		
Caja de Bolas Radial de Simple Hilera	Caja de Bolas Radial de Doble Hilera	Rollete Cónico
0,314492907	0,711912932	0,45900928
0,30107353	0,703654853	0,447654422
0,345202637	0,625203108	0,421073732
0,361862163	0,599511309	0,418062974
0,347731673	0,590519179	0,421435023
0,355877141	0,581848197	0,397918268
0,355439213	0,543310497	0,395181215
0,362850309	0,52959997	0,376190282
0,357847819	0,524041648	0,356815559
0,360256425	0,526931975	0,348695116
Media o promedio de los resultados		
0,34626338	0,59365337	0,40420359

Desviación promedio de los resultados		
0,01560421	0,05313375	0,0292435

En el gráfico de la Fig.1.18 se muestra el diagrama de P vs Y obtenido, donde se aprecia, tal como era de esperar los desplazamientos medidos ocupan una posición intermedia entre los apoyos articulados y empotrados. La caja de bolas radial de simple hilera (6204) es el rodamiento menos rígido, le sigue el rollete cónico (7204) y el rodamiento con mayor coeficiente de rigidez es la caja de bolas radial de doble hilera rígida (2204).

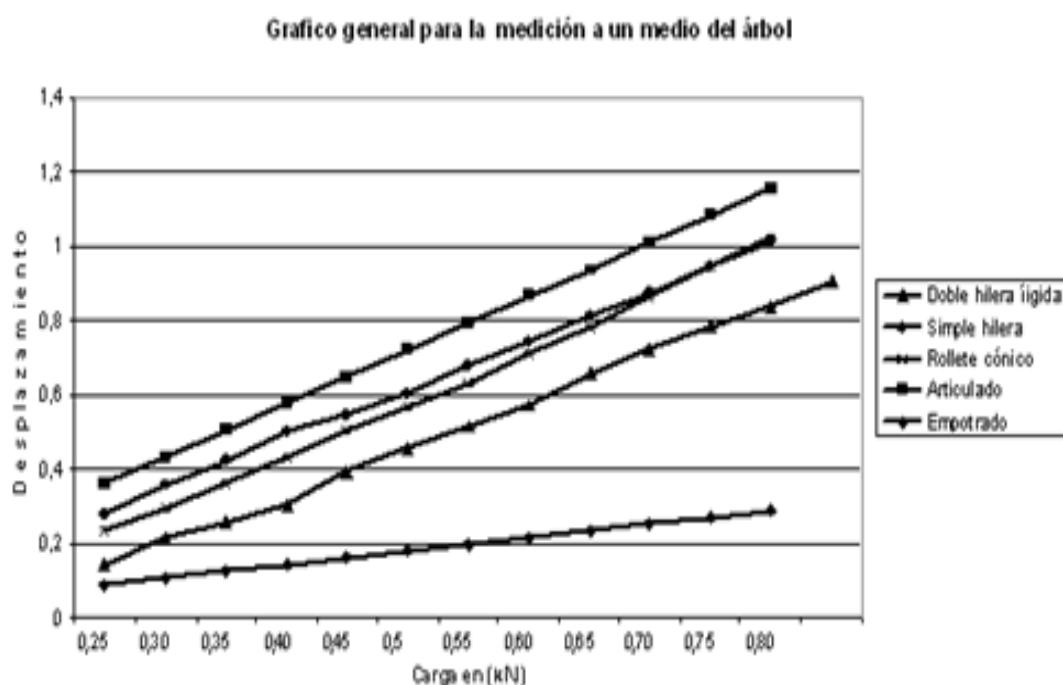


Figura. 1.18 Comportamiento experimental desplazamiento en el centro de la luz para diferentes cojinetes de rodamientos comparados con los apoyos idealizados articulado y empotrado.

Los valores del coeficiente de rigidez para cada uno de los cojinetes investigados, obtenidos en los experimentos se muestran en la Tabla 1.2.

Tabla 1.2 Valores del coeficiente de rigidez		
Simple Hilera	Doble Hilera	Rollete Cónico
0,314492907	0,711912932	0,45900928
0,30107353	0,703654853	0,447654422
0,345202637	0,625203108	0,421073732
0,361862163	0,599511309	0,418062974
0,347731673	0,590519179	0,421435023
0,355877141	0,581848197	0,397918268
0,355439213	0,543310497	0,395181215
0,362850309	0,52959997	0,376190282
0,357847819	0,524041648	0,356815559
0,360256425	0,526931975	0,348695116

Los valores medios de los coeficientes de rigidez de los cojinetes investigados fueron:

1. Caja de bolas radial de simple hilera: $\varphi_{cbrsh} = 0,346$
2. Rollete cónico de simple hilera: $\varphi_{rcsh} = 0,404$
3. Caja de bolas radial de doble hilera rígida: $\varphi_{cbrdhr} = 0,60$

En los trabajos (Nodal, 2004; Goytisolo, 2006; Hidalgo 2009) se demuestra que el momento de reacción en un empotramiento elástico o en un empotramiento parcialmente elástico se puede calcular como el producto del coeficiente φ del cojinete correspondiente por el momento que surge en el empotramiento rígido correspondiente, o sea:

$$M_{\text{empotramiento elástico}} = \varphi_{\text{cojinete}} \cdot M_{\text{empotramiento rígido}} \quad (1.2)$$

1.4 Fuerzas axiales y radiales sobre los impelentes de las bombas centrífugas.

1.4.1 Fuerzas axiales.

Estas fuerzas surgen en las máquinas centrífugas como resultado de las presiones, de igual valor y dirección, que actúan sobre las ruedas de trabajo por los lados delantero (dirigido hacia la admisión) y trasero, además, la fuerza axial surge como resultado de la acción dinámica del flujo que entra entre las ruedas de trabajo. En las grandes máquinas centrífugas multietápica las fuerzas axiales pueden alcanzar varias decenas de toneladas. Durante el cálculo de las fuerzas centrífugas que actúan sobre las superficies curvilíneas de la rueda de trabajo se deben examinar las proyecciones de estas superficies sobre un plano perpendicular al eje geométrico de la máquina. Supongamos que en la cavidad de entrada a la rueda de trabajo la presión es igual a p_1 , Fig. 1.19. Si existe la empaquetadura a en el diámetro de entrada de la rueda la presión final p_2 se propaga a través de las holguras b y c delante y detrás de las rueda. La presión axial real p en cualquier punto de la superficie exterior de las rueda, que se encuentra a una distancia arbitraria del centro, es el resultado de la acción de los presiones: P_1 y P_w , creada por la acción de la fuerzas centrífuga del líquido que gira en la cavidad entre la superficie exterior de la rueda y el cuerpo, es decir:

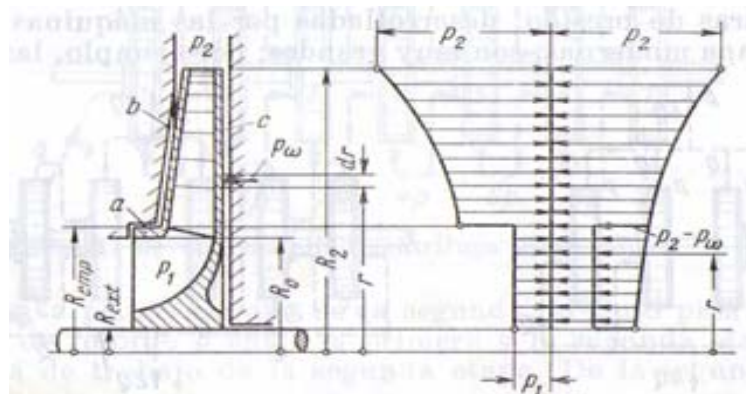


Figura. 1.19 Distribución de las presiones axiales por las superficies exteriores de la rueda de una máquina centrífuga.

$$P = P_2 - P_w \quad (1.3)$$

Por vía experimental se ha demostrado que en ausencia de gasto a través de las holguras la velocidad angular de la rueda del trabajo. A base de este razonamiento se puede calcular P_w .

Separemos en la cavidad c volumen angular del líquido con una anchura igual a la unidad, y los radios r y $r+dr$. Al girar este volumen anular con una velocidad angular $w/2$ en su superficie cilíndrica interior actúa la fuerza centrífuga del líquido.

$$dP_c = \rho * 2\pi r * dr * \frac{w^2}{4} r \quad (1.4)$$

La presión, condicionada por esta fuerza centrífuga, es

$$dP_w = -\frac{dP_c}{2\pi r l} = -\rho \frac{w^2}{4} r \quad (1.5)$$

El signo negativo de dP_w indica que bajo la influencia de la fuerza centrífuga del líquido en las secciones cilíndricas de la cavidad c surge rarificación (disminuye la presión):

$$P_w = -\int_t^{R_2} \rho \frac{w^2}{4} r dr = -\rho \frac{w^2}{8} (R_2^2 - r^2) \quad (1.6)$$

De donde:

$$P = P_2 - P \frac{w^2}{8} (R_2^2 - r^2) \quad (1.7)$$

La empaquetadura hidráulica a la entrada en la rueda en la circunferencia de radio R_2 condiciona el equilibrio de las presiones exteriores sobre las ruedas de trabajo por los lados delantero y trasero. Entre los límites de R_{ext} a R_{emp} las presiones sobre las rueda no están equilibradas, puestos que por el lado posterior, la presión p , distribuida según la ley expresada por la fórmula (1.4). Evidentemente, la fuerza condicionada por estas presiones, que actúan sobre la rueda, es igual a:

$$P_p = \int_{R_{ext}}^{R_{emp}} 2\pi r dr \left[P_2 - \rho \frac{W^2}{8} (R_2^2 - r^2) - \pi (R_{emp}^2 - R_{ext}^2) * P_1 \right] \quad (1.8)$$

La integración y la transformación algebraica llevan a esta última ecuación a la forma:

$$P_p = \pi (R_{emp}^2 - R_{ext}^2) * (P_2 - P_1) - \frac{\pi \rho W^2}{8} (R_{emp}^2 - R_{ext}^2) \left[R_2^2 - 0.5 (R_{emp}^2 + R_{ext}^2) \right] \quad (1.9)$$

El flujo en la rueda de una máquina centrífuga radial cambia la dirección de movimiento. Al entrar en la dirección axial él abandona la rueda, moviéndose en los planos, perpendiculares al eje de la máquina, gracias a lo cual surge presión dinámica sobre la rueda. La fuerza condicionada por esta presión se puede determinar aplicando la ecuación de la cantidad de movimiento,

$$P_{din} \Delta t = \left(m_s c_o - m_s c_2 \cos \frac{\pi}{2} \right) \Delta t \quad (1.10)$$

Donde $\Delta t = 1$ s. Entonces:

$$P_{din} = \rho Q c_o \quad (1.11)$$

La dirección de acción de la fuerzas P_{din} corresponde a la dirección de la velocidad c_o a la entrada de la rueda de la máquina. La fuerza axial que actúa sobre una rueda

de trabajo de la máquina centrífuga se obtiene por adición algebraica de las fuerzas:

P_p y P_{din} :

$$P'_{ax} = \pi(R_{emp}^2 - R_{ext}^2) * (P_2 - P_1) - \frac{\pi \rho \omega^2}{8} (R_{emp}^2 - R_{ext}^2) [R_2^2 - 0.5(R_{emp}^2 - R_{ext}^2)] - \rho Q c_o \quad (1.13)$$

Como se ven en la expresión, las fuerzas axiales dependen de distintos factores los principales de estos son: las dimensiones radiales de la rueda R_2 y R_{emp} , la frecuencia de rotación y la presión a la salida de la rueda. La fuerza axial es tanto mayor, cuanto menos cargada está la máquina, es decir, cuanto menor es la alimentación de la máquina, que se alcanza por estrangulación. El valor máximo de la fuerza axial es en marcha en vacío de la máquina (cierre total del estrangulador de regulación). Este se explica por la ausencia de la fuerza dinámica axial y la elevación de P_2 al disminuir la alimentación de la máquina.

La fórmula anterior se refiere a una etapa de la máquina centrífuga. Si la máquina centrífuga consta de i etapas iguales de presión, entonces la fuerza axial en el rotor será igual a:

$$P_{ax} = i P'_{ax} \quad (1.14)$$

En las condiciones reales, merced a las fugas a través de las empaquetaduras, los valores de la fuerza axial se diferencian algo de los calculados por las expresiones. La fuerza axial en las máquinas multietápicas puede alcanzar altos valores, y si es alta la frecuencia de rotación se soporta con dificultad por los cojinetes de empuje. Solamente en las máquinas de pequeñas dimensiones y con pequeño número de etapas se puede admitir que la fuerza axial sea soportada por los cojinetes de empuje.

La causa principal del surgimiento de las fuerzas radiales es la asimetría del flujo a la salida de la rueda de trabajo, condicionada principalmente por la influencia del

conducto de descarga (de evacuación). Al cambiar la velocidad en el conducto de evacuación según la ley de conservación de la energía tiene lugar la correspondiente variación de la presión proporcionan en total la fuerza radial que actúa sobre el rotor de la bomba. La presión en el conducto de evacuación en espiral es constante por la longitud únicamente en el régimen calculado de la bomba con la alimentación óptima Q_o . Naturalmente que regular la bomba siendo $Q \leq Q_o$ el conducto de descarga espiral trabaja como difusor, mientras que para $Q \geq Q_o$, como confusor, y la velocidad en el disminuye o aumenta respectivamente. De este modo, la fuerza radial surge únicamente al desviarse el régimen del óptimo. Sobre la base de las premisas y experimentos teóricos la fuerza radial en una bomba con conducto de descarga espiral se calcula valiéndose de la fórmula:

$$P_r = k_r \left(1 - \frac{Q}{Q_o} \right) \rho g H D_2 b_2 \quad (1.15)$$

De la fórmula se desprende que el valor máximo de la fuerza radial $(P_r)_{\max} = k_r \rho g H D_2 b_2$ se alcanza siendo $Q = 0$, y el mínimo, cuando $Q = Q_o$.

Para las bombas con conducto de descarga anular se emplea la fórmula:

$$P_r = k_r \frac{Q}{Q_o} \rho g H D_2 b_2 \quad (1.16)$$

En los cálculos aproximados se toma $k_r = 0.36$.

Las fuerzas radiales son originadas también por el desequilibrio estático y dinámico del rotor a causa de la inexactitud de la tecnología y el montaje de la bomba. Un procedimiento radical de disminución de la fuerza radial consiste en emplear en las bombas multietápicas canales difusores. En estos casos se puede despreciar la fuerza radial originada por el líquido. Las fuerzas radiales se soportan por los cojinetes de la bomba e influyen esencialmente en su fiabilidad y duración.

1.5 Conclusiones del Capítulo I.

1. Se profundizó en la estructura y en los detalles constructivos de las distintas partes de una bomba como son: cuerpo, árbol, cojinetes, empaquetaduras, sellos mecánicos y base de cimentación, así como los materiales más comunes y de funcionamiento de las mismas y en particular en los aspectos relacionados con las fuerzas radiales y axiales en los impelentes.
2. Se profundizó en la literatura acerca de los apoyos clásicos empleados en los árboles de las máquinas y en el empleo de los esquemas de análisis con apoyos elásticos.
3. Se profundizó en los nuevos conceptos de empotramiento elástico y empotramiento parcialmente elástico y en los resultados precedentes obtenidos por el Colectivo de Mecánica Aplicada de la UCF acerca del comportamiento de los cojinetes de rodamientos como empotramientos parcialmente elásticos.
4. Se profundizó en las expresiones de cálculo de las fuerzas axiales y radiales de las bombas centrífugas y en particular el hecho de que en las bombas centrífugas multietápica con difusores, las fuerzas radiales provocadas por el líquido se pueden despreciar.

Capítulo II: Método general de cálculo de los árboles de las bombas centrífugas considerando los cojinetes de rodamientos como empotramientos parcialmente elásticos y los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.

2.1 Utilización del Método de las Fuerzas en la solución de árboles hiperestáticos.

El sistema que posee un número de ligaduras superior a las necesarias es un sistema hiperestático y el número de ligaduras suplementarias es igual al grado de hiperestaticidad. La hiperestaticidad puede ser exterior o interior en dependencia de que las ligaduras suplementarias sean exteriores o interiores. En los sistemas hiperestáticos con ligaduras exteriores suplementarias no es posible la determinación de las reacciones de apoyo mediante las ecuaciones de equilibrio y si la hiperestaticidad es interior no es posible determinar las fuerzas internas en las barras por el método de las secciones, de donde se puede definir un Sistema Hiperestático como (Feodosiev, 1985). Durante la solución de los sistemas hiperestáticos por el Método de las Fuerzas es necesario elegir un Sistema Base y conformar lo que se conoce como Sistema Equivalente. El Sistema Base es el sistema hiperestático dado en el cual se han eliminado todas las ligaduras suplementarias tanto exteriores como interiores y el Sistema Equivalente es el sistema base en el cual las ligaduras suplementarias eliminadas han sido sustituidas por las fuerzas que las representan. En un sistema equivalente dado, las fuerzas se designan por $X_1, X_2, \dots, X_n$.

Los desplazamientos originados por el sistema de fuerzas aplicado al Sistema Equivalente, en el caso de apoyos rígidos, en la dirección de cada una de las ligaduras eliminadas, tienen que ser cero. O sea:

$$\begin{aligned}
\delta_{1[X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, P, P_1]} &= 0 \\
\delta_{2[X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, P, P_1]} &= 0 \\
\vdots & \\
\delta_{n[X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, P, P_1]} &= 0
\end{aligned}$$

Puesto que cada uno de los desplazamientos δ_{iX_k} es proporcional a la fuerza correspondiente se puede escribir que:

$$\delta_{iX_k} = \delta_{ik} \cdot X_k$$

Donde δ_{ik} es el desplazamiento en la dirección i provocada por una fuerza unitaria colocada en la posición de X_k . Las expresiones anteriores quedarán entonces escritas como:

$$\begin{aligned}
\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_3 + \dots & \quad \dots + \delta_{1n} \cdot X_n + \delta_{1P} = 0 \\
\delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_3 + \dots & \quad \dots + \delta_{2n} \cdot X_n + \delta_{2P} = 0 \\
\vdots & \quad \vdots \\
\delta_{n1} \cdot X_1 + \delta_{n2} \cdot X_2 + \delta_{n3} \cdot X_3 + \dots & \quad \dots + \delta_{nn} \cdot X_n + \delta_{nP} = 0
\end{aligned} \tag{2.1}$$

Estas ecuaciones se conocen como ecuaciones canónicas del Método de las Fuerzas pues en las mismas las incógnitas son las fuerzas $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ y existirán tantas ecuaciones como fuerzas X_k desconocidas existan. Para resolver el sistema de ecuaciones es necesario hallar los desplazamientos δ_{ik} que constituyen los coeficientes de las incógnitas X_k y además los términos independientes de las diferentes ecuaciones δ_{iP} . Según el Método de Mohr (Feodosiev, 1985), para hallar el desplazamiento en una dirección i determinada es necesario colocar una fuerza unitaria en esa dirección y obtener las acciones interiores provocadas por dicha fuerza unitaria y después obtener la integral del producto de las acciones interiores provocadas por esta fuerza unitaria y las acciones originadas por las cargas que provocan el desplazamiento. Pero en este caso, como cada uno de los

desplazamientos δ_{ik} es originado por una fuerza unitaria colocada en la posición X_k , el desplazamiento δ_{ik} es la integral del producto de dos funciones unitarias, una originada por una fuerza unitaria colocada en la dirección i la otra por una fuerza unitaria colocada en la dirección X_k . Los coeficientes δ_{ip} se hallan resolviendo las integrales correspondientes a los productos de la fuerza unitaria colocada en la dirección i , o sea, de las acciones interiores originadas por esta fuerza unitaria por las acciones interiores originadas por las cargas externas P .

Este Método de Solución de Sistemas Hiperestáticas se conoce como Método de las Fuerzas y es la Base Teórica de la casi totalidad de los Métodos de Solución de Árboles Hiperestáticas.

2.2 Utilización del Método de las Fuerzas en el caso de apoyos elásticos.

La diferencia esencial de un sistema hiperestático con apoyos rígidos con relación a uno con apoyos elásticos es que al plantear las ecuaciones canónicas del Método de las Fuerzas, en el caso de los apoyos rígidos, los desplazamientos resultantes en la dirección de cada una de las incógnitas es igual a cero, sin embargo en el caso de los apoyos elásticos el desplazamiento en la dirección de estos apoyos no es igual a cero sino será igual al desplazamiento que provoque la fuerza en dicho apoyo en el mismo, pues ya el apoyo no es rígido, sino elástico. El desplazamiento general en la dirección del apoyo i será en general:

$$\delta_{i1} \cdot X_1 + \delta_{i2} \cdot X_2 + \delta_{i3} \cdot X_3 + \dots + \delta_{ip} = \frac{-\Delta_i}{C_{\text{apoyoelástico}}} \quad (2.2)$$

2.3 Momentos de inercia de un árbol.

El momento de inercia es una medida de la inercia rotacional de un cuerpo, este indica la resistencia del cuerpo a adquirir una aceleración angular. La literatura ha desarrollado disímiles fórmulas que calculan los momentos de inercia en dependencia del contorno y la forma de los cuerpos.

En el caso de los árboles, la figura que se le atribuye es la de un cilindro, debido a la similitud de este con la del árbol. Cuya fórmula se expresa como:

$$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64} \quad (2.3)$$

Como puede observarse esta fórmula depende única y exclusivamente del diámetro, o de los diámetros que posea el árbol. Por lo que, cuando apliquemos el método de las fuerzas debemos de tener en cuenta un momento de inercia distinto para cada tramo donde el diámetro sea distinto. O sea, sería un error desarrollar un esquema de análisis suponiendo una barra recta cuyo diámetro sea invariable o aproximado, método comúnmente utilizado por la mecánica teórica, en el cual se desprecia el diámetro para la construcción de los diagramas de esfuerzos cortantes y momentos flectores. Como puede observarse en el ejemplo de la figura 2.1 el momento de inercia y su valor varían en dependencia a los diámetros que posean en cada uno de sus tramos.

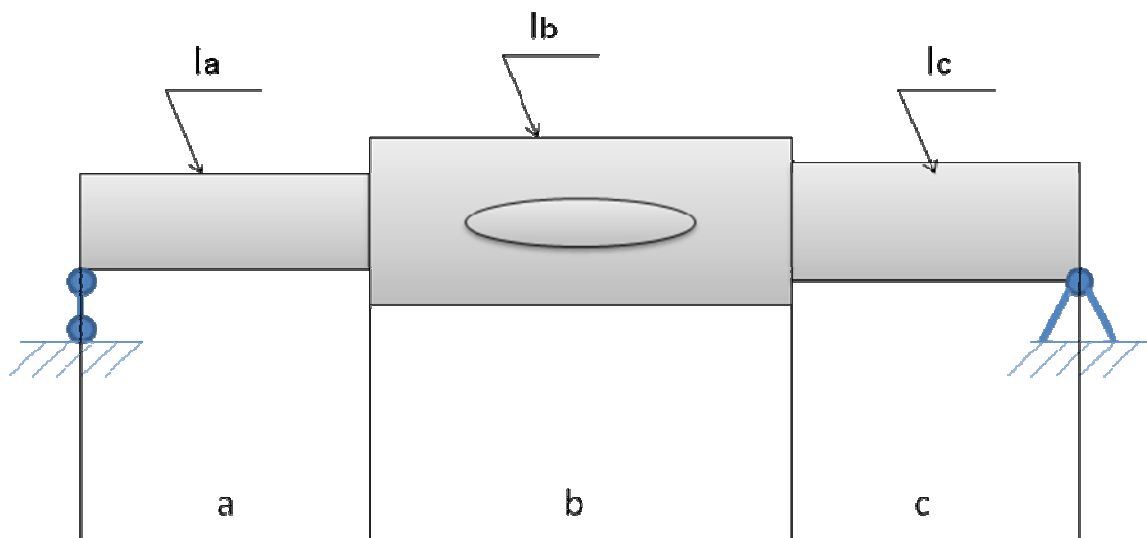


Figura 2.1 Árbol con momentos de inercia variables en cada tramo.

2.4 Los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.

Los sellos mecánicos son conjuntos de piezas complejas, perfectamente ensamblados con el fin de producir sellamientos más positivos, durante su funcionamiento, algunas de estas piezas, inevitablemente entran en contacto con el árbol de las bombas, produciendo reacciones no deseadas y no tomadas en cuenta en el diseño de estos. Como puede observarse en la figura 2.2 el resorte que este posee y la pequeña empaquetadura de sección redonda (o-ring) son los causantes de reacciones resultantes.

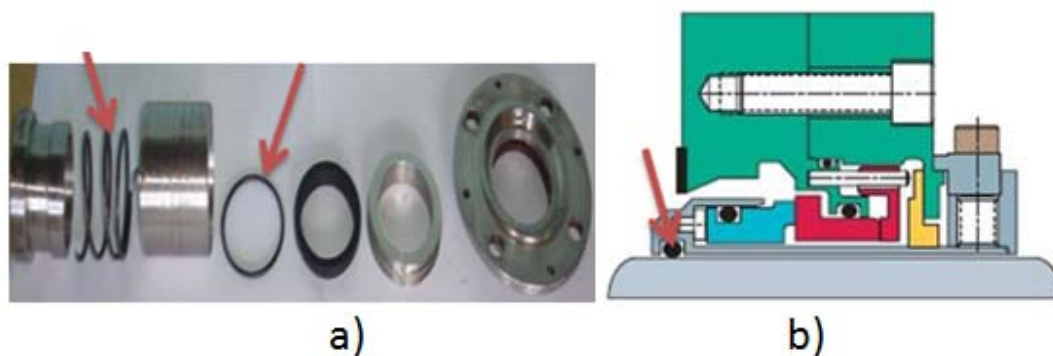


Figura 2.2 a) Elementos que provocan reacciones en el árbol b) Reacción de la empaquetadura de sección redonda en el árbol.

2.4.1 La empaquetadura de sección redonda (O-ring) como apoyo radial.

El sello mecánico Fig.2.2 b) posee dos puntos de sellaje, el sellaje axial integrado por las pastillas duras del sello apretadas entre sí por un muelle helicoidal cuya acción sobre el árbol es introducir cierta rigidez al giro (pendiente) y esa rigidez depende de la rigidez del muelle y el o-ring que representa un elemento elástico que implica para el árbol una rigidez suplementaria al desplazamiento lineal (flecha) en ese punto. Cómo introducir en los cálculos esa rigidez es una de las novedades del presente trabajo.

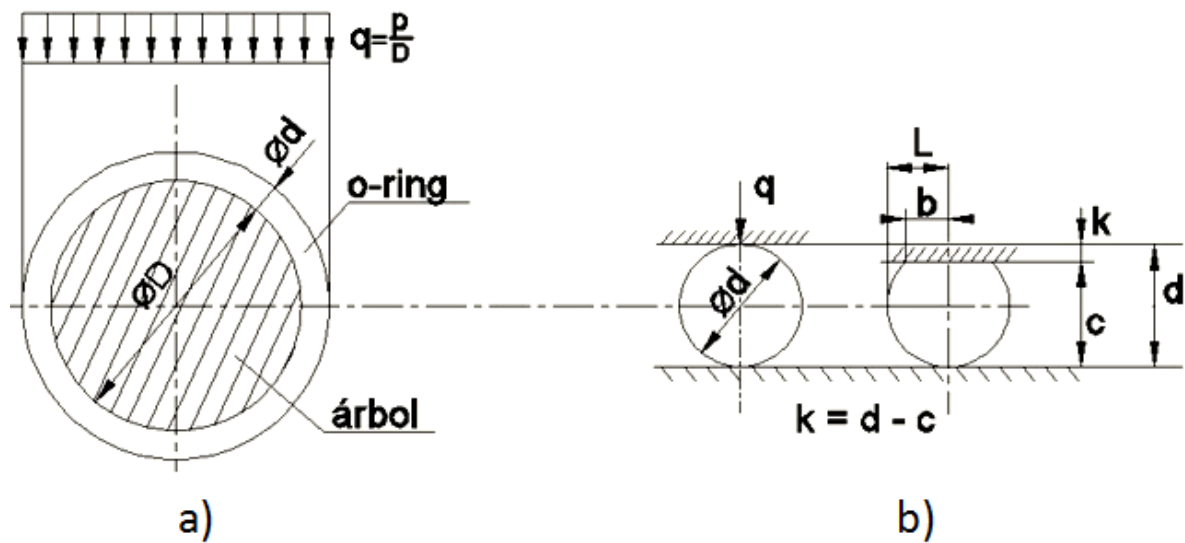


Figura 2.3 a) Árbol y o-ring b) Deformación que sufre el o-ring debido a la carga que soporta.

Para hallar la constante de rigidez lineal del o-ring se aplicará el siguiente razonamiento:

En la Fig. 2.3 se presentan los elementos fundamentales de la deformación del o-ring y su vinculación con la carga.

Donde:

q : Es la fuerza distribuida uniformemente a todo lo largo de la superficie del o-ring en contacto con el árbol.

d : Es el diámetro de la sección del o-ring.

D : Diámetro del árbol donde está colocado el o-ring.

c : Dimensión transversal del o-ring una vez deformado.

k : Deformación que experimenta el o-ring bajo la carga q .

L :Radio del o-ring.

b : Semiancho de la banda de contacto una vez deformado el o-ring

La deformación k puede hallarse restando el diámetro del O-ring sin deformar d y la distancia que deformó este una vez colocado en el árbol c .

También puede hallarse como

$$k = \frac{P}{C_{O-ring}} \quad (2.4)$$

Donde:

P : Es la carga concentrada resultante de la distribuida que se ejerce sobre el O-ring

C_{O-ring} : Es la constante de rigidez del O-ring

Según (Pisarenko, 1989) la deformación que sufre el O-ring debido al contacto que sufre con el árbol puede hallarse como:

$$k = 2,318 \frac{P}{D+E} \left(0,41 + \ln \frac{2d}{b} \right) \quad (2.5)$$

Despejando la relación P/k e igualando con la ecuación anterior obtenemos:

$$C_{O-ring} = \frac{D+E}{2,318 \left(0,41 + \ln \frac{2d}{b} \right)} \quad (2.6)$$

Basándonos en la teoría de los sellos o-ring que se ofrece en (Bashta, 1980):

$$b = 0,0015 k \quad (2.7)$$

Y ajustando la gráfica que este ofrece para máxima hermeticidad, entonces obtenemos que:

$$k = 0,0925d + 0,11 \quad (2.8)$$

$$b = 0,00013875d + 0,000165 \quad (2.9)$$

De donde podemos concluir que:

$$C_{o'ring} = \frac{D \cdot E}{2,318 \left[0,41 + \ln \left(\frac{2d}{0,00013875d + 0,000165} \right) \right]} \quad (2.10)$$

2.4.2 El resorte del sello como restricción al desplazamiento angular.

Como se dijo anteriormente la empaquetadura de sección redonda (O-ring) provoca un contacto radial con el árbol, sin embargo, en la dirección axial también existe contacto permanente entre la parte rotatoria del árbol y la parte estática del sello mecánico que está unido a la carcasa. Ahora bien si sobre el árbol bajo carga se tiende a producir una pendiente elástica en la posición del sello entonces el muelle que provoca la presión entre las partes en contacto, incrementará su deformación digamos en la parte inferior y la disminuirá en su porción superior o viceversa, provocando en el muelle un momento concentrado que se refleja como un momento concentrado suplementario sobre el árbol. En la Fig.2.4 se muestra un esquema de un muelle que ilustra este proceso.

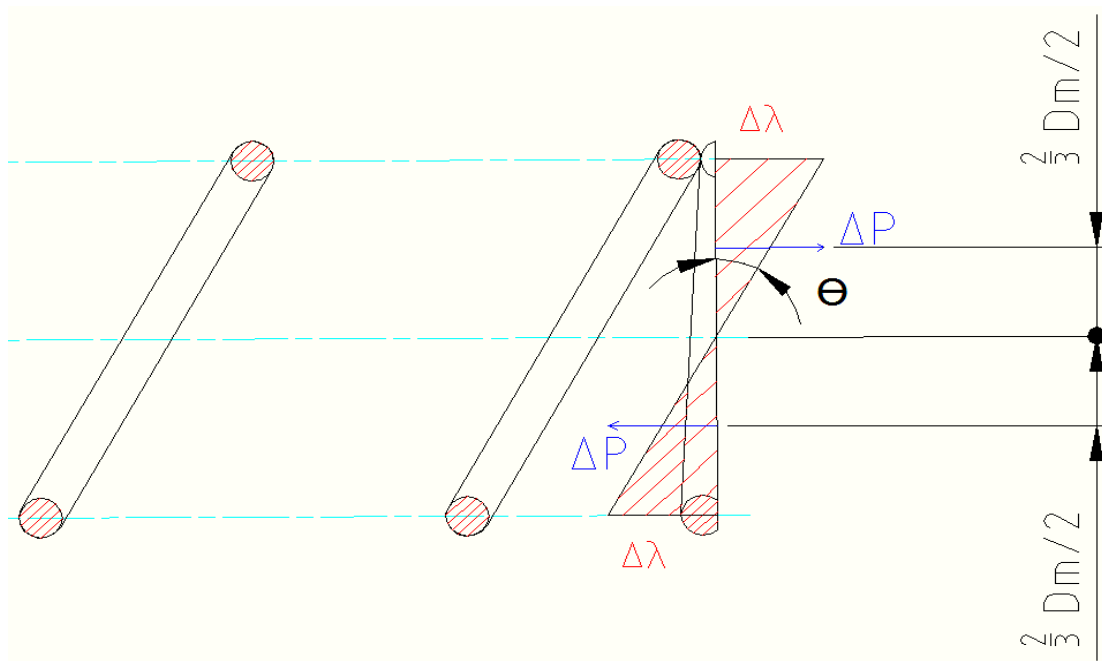


Figura.2.4 Distribución de cargas del muelle de los sellos mecánicos del árbol.

En la Fig.2.5 se muestra uno de los sellos mecánicos utilizados por los árboles estudiados al cual se le efectuará un análisis de cálculo con el fin de obtener la constante de rigidez del resorte C_R .



Figura.2.5 Sello mecánico de los arboles de las bombas centrifugas.

Primeramente comenzamos considerando el momento flector que se genera debido a la diferencia de fuerzas a ambos lado del muelle y que la distribución de las fuerzas a cada lado es triangular con su centroide a $\frac{2}{3}$ de D_m , se tiene entonces que:

$$M_f = \Delta P \times \frac{2}{3} D_m \quad (2.11)$$

Siendo: ΔP la diferencia de cargas que se genera por la deformación del muelle.

D_m : El diámetro medio del muelle.

Aplicando relaciones trigonométricas obtenemos:

$$\tan \theta = \frac{\Delta \lambda}{D_m/2}$$

Como el ángulo θ es muy pequeño se puede considerar que $\tan \theta \approx \theta$ y por tanto:

$$\tan \theta \approx \theta = \frac{\Delta \lambda}{D_m/2} = \frac{2\Delta \lambda}{D_m} \quad (2.12)$$

Siendo:

θ : La pendiente de inclinación

$\Delta \lambda$: La deformación del muelle

Del libro (Dobrovolski, 1991) Elementos de Maquinas, se obtiene la ecuación para muelles que están a compresión:

$$\lambda = \frac{4P}{\pi d a^2} * 2c^2 * \frac{\cos^2 \alpha}{8 \times 10^5} \quad (2.13)$$

De aquí se puede deducir que $\cos \alpha \approx 1$ y $c = \frac{D}{d\alpha}$ por ser un muelle con espiras de sección redonda.

Siendo:

$d\alpha$: Es el diámetro del alambre

c : Es el índice del muelle

l : Es la longitud útil del material desarrollado (alambre o varilla)

λ : Es la deformación del muelle

Si además de esto consideramos que $l = \pi * Dm * i$ siendo i la cantidad de espiras activas la formula se reduce a:

$$\lambda = \frac{8 P c^3}{\pi d \alpha^3} * \frac{\pi * Dm * i}{8 \times 10^3} \quad (2.14)$$

Simplificando un poco más se obtiene que:

$$\Delta \lambda = \frac{\Delta P * i * c^3}{d \alpha * 10^3} \quad (2.15)$$

Sustituyendo en la ecuación obtenemos:

$$\theta = \frac{2 * \Delta P * i * c^3}{d \alpha * 10^3 * Dm} \quad (2.16)$$

Para hallar la constante de rigidez se emplea la siguiente ecuación:

$$C_{\theta} = \frac{M_f}{\theta} \quad (2.17)$$

Sustituyendo y despejando llegamos a la ecuación final que nos permite calcular la constante de rigidez del muelle de los sellos mecánicos

$$C_g = \frac{10^5 \cdot da^4}{3 \cdot 1 \cdot Dm} \quad (2.18)$$

2.4 Esquema de análisis de un árbol de una bomba centrífuga considerando los dos cojinetes como empotramientos parcialmente elásticos y los dos sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.

Una vez desarrollado toda esta teoría es ya estamos en condiciones de construir un nuevo esquema de análisis, como se dijo anteriormente los cojinetes de rodamientos serán considerados como empotramientos parcialmente elásticos, cuyo coeficiente de rigidez angular ϕ fue investigado anteriormente (Goytisolo, 2006; Hidalgo 2009), los sellos mecánicos serán considerados como apoyos elásticos suplementarios los cuales generaran dos reacciones, una radial en el caso de la empaquetadura de sección redonda (O-ring) y otra angular en el caso del resorte. Este nuevo esquema puede observarse en la Fig.2.6.

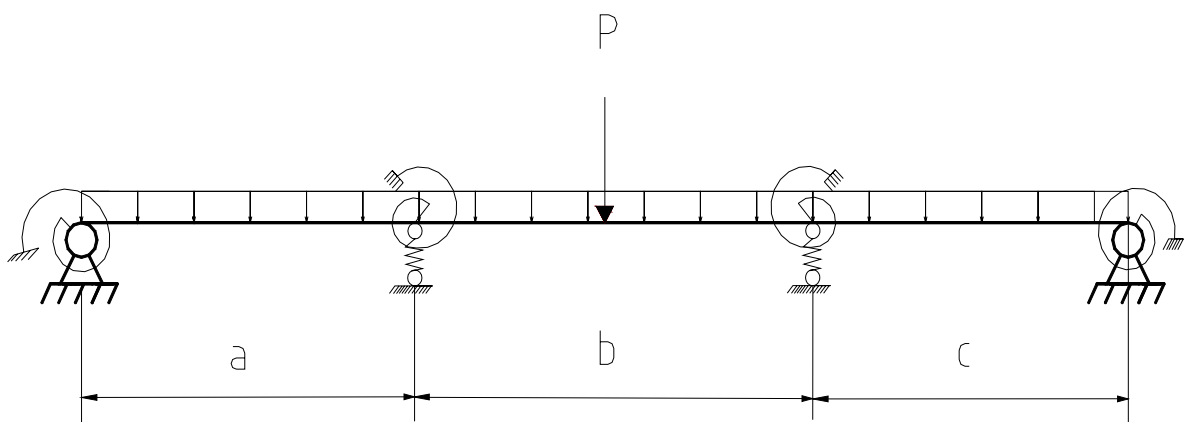


Figura 2.6 Esquema de análisis del árbol de una bomba centrífuga.

Para resolver este árbol hiperestático con empotramientos parcialmente elástico se hace necesario resolver el árbol hiperestático con empotramientos clásicos rígidos, ya que como se demostró en los trabajos (Nodal, 2004; Goytisolo, 2006; Hidalgo 2009):

$$M_{\text{empotramiento elástico}} = \phi \cdot M_{\text{empotramiento rígido}}$$

El esquema del árbol con empotramientos rígidos se muestra en la Fig. 2.7.

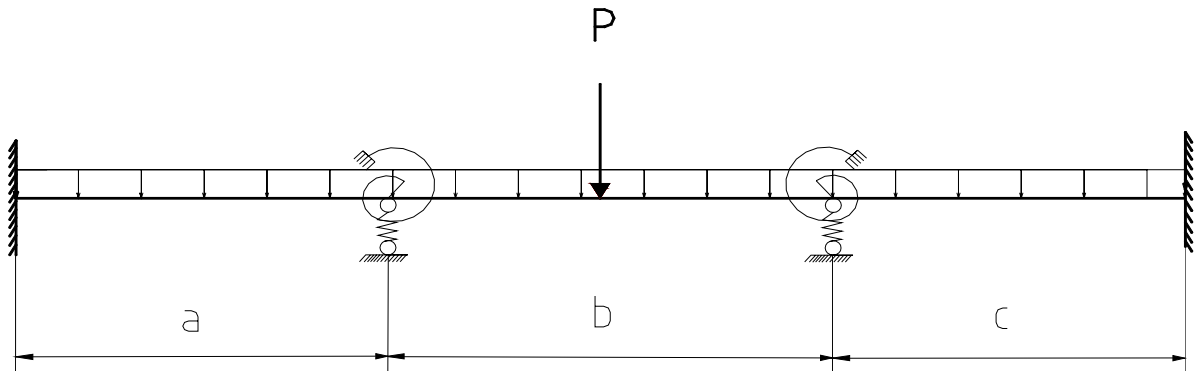


Figura 2.7 Esquema del árbol de la bomba centrífuga con empotramientos rígidos.

El paso que viene a continuación es resolver el sistema hiperestático con empotramientos rígidos para hallar los momentos en los empotramientos y poder calcular entonces los momentos en los empotramientos parcialmente elásticos. El sistema equivalente del árbol con empotramientos rígidos se muestra en la Fig. 2.8

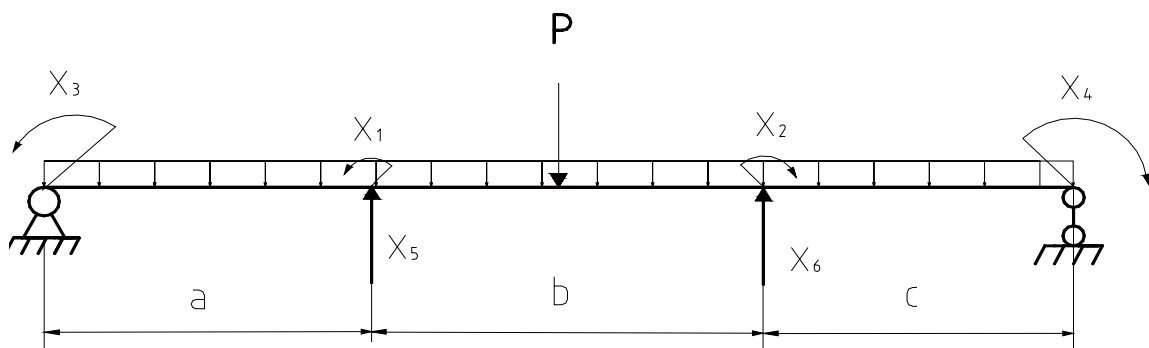


Figura 2.8 Sistema equivalente del árbol con empotramientos rígidos.

2.5 Conclusiones parciales del Capítulo II.

1. En el capítulo se describe en primer lugar las particularidades de la solución de los sistemas hiperestáticos para el caso de las bombas centrífugas donde además de los grados de hiperestaticidad que introducen los cojinetes de

apoyo se introducen nuevas restricciones a los desplazamientos por el muelle y el o-ring de los sellos mecánicos.

2. Se dedujo la expresión matemática que define la constante de rigidez lineal del o-ring de los sellos mecánicos, expresión ésta no descrita en la literatura.
3. Se dedujo la expresión matemática que define la constante de rigidez angular del muelle de los sellos mecánicos, expresión ésta tampoco descrita en la literatura.
4. Finalmente se da el esquema de análisis del árbol de una bomba centrífuga con dos empotramientos elásticos en los apoyos y dos sellos mecánicos y se muestra el sistema equivalente de este árbol.

Capítulo III: Aplicación del nuevo método general de cálculo al árbol de una bomba de una sola etapa de la Central Termoeléctrica “Carlos Manuel de Céspedes”.

3.1 Esquema de análisis del árbol de una bomba centrífuga considerando los dos cojinetes de apoyos como empotramientos parcialmente elásticos y el sello mecánico como apoyo elástico suplementario.

Se trata de una bomba centrífuga, cuya estructura es tal que posee cojinetes de rodamientos uno el extremo del árbol y el otro a continuación del anterior, posee un impelente ubicado en su otro extremo y un sello mecánico que limita la fuga de líquido colocada entre los cojinetes y el impelente. Como se dijo anteriormente los cojinetes de rodamientos serán considerados como empotramientos parcialmente elásticos, cuyo coeficiente de rigidez angular ϕ fue investigado anteriormente (Goytisolo, 2006; Hidalgo 2009) y un nuevo elemento en el cálculo de estos árboles, la consideración de los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.

En la Figura. 3.1 se muestra una bomba centrífuga cuya estructura será objeto de análisis para el desarrollo de un nuevo método de cálculo.

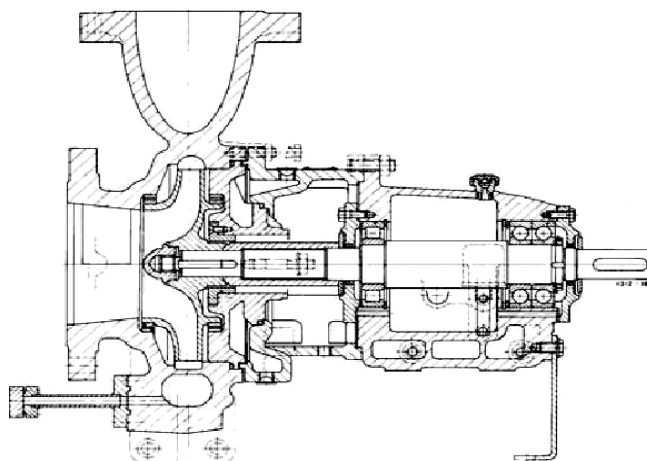


Figura 3.1 Esquema de una bomba centrífuga similar a la de objeto de análisis.

En la Fig.3.2 se muestra el esquema de análisis del árbol, con los dos empotramientos parcialmente elásticos en la posición de los cojinetes de rodamientos y un apoyo elásticos suplementarios en la posición del sello mecánico.

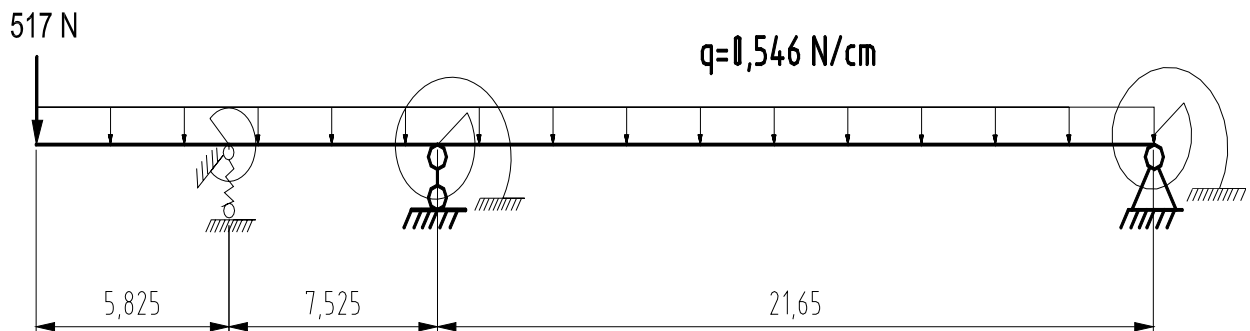


Figura 3.2 Esquema de análisis del árbol de una bomba centrífuga de simple etapa.

Para resolver este sistema con apoyos elásticos en el sello mecánico y empotramiento parcialmente elástico en la caja de bolas radial de simple hilera del apoyo izquierdo y derechos, primero hay que resolver el sistema hiperestático con los apoyos rígidos para hallar el momento flector que surge en el empotramiento rígido ya que en los empotramientos parcialmente elásticos el momento flector se halla como $M_f = \varphi * M_{emp}$, donde φ es el coeficiente de rigidez del empotramiento elástico que para una caja de bolas radial rígida de simple hilera experimentalmente se ha demostrado que $\varphi = 0,346$ (Goytisoló, 2006, Hidalgo, 2009).

El paso que viene a continuación es resolver el sistema hiperestático con empotramientos rígidos para hallar los momentos en los empotramientos y poder calcular entonces los momentos en los empotramientos parcialmente elásticos. El sistema equivalente del árbol con empotramientos rígidos se muestra en la Fig. 3.4.

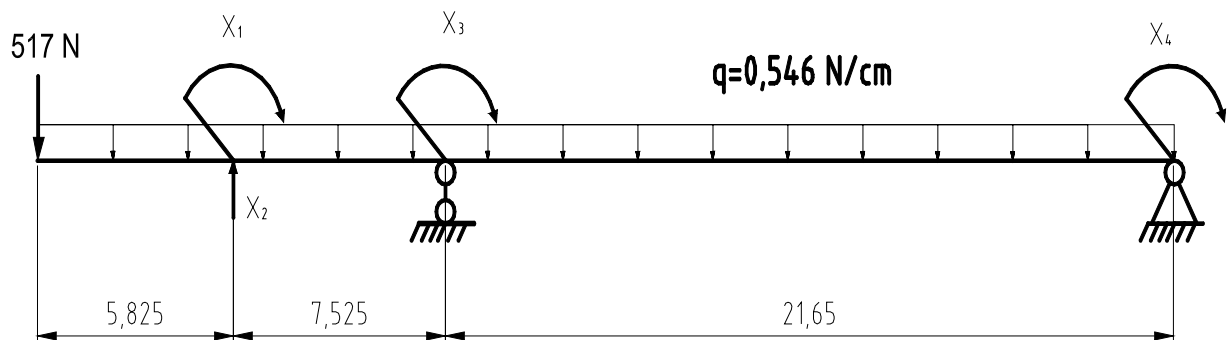


Figura 3.3 Sistema equivalente del árbol con empotramientos rígidos.

3.2 Determinación de la constante de rigidez del resorte y de la empaquetadura de sección redonda.

Debido a que esta bomba posee dos sellos mecánicos, se deberá hallar la constante de rigidez de la empaquetadura de sección redonda para cada uno de ellos, y se calcula como:

La constante de rigidez de la empaquetadura de sección redonda de los sellos mecánicos se calcula como:

$$C_{\text{ring}} = \frac{D+E}{2,318 \left[0,41 + \ln \left(\frac{2d}{0,0015572d + 0,00155} \right) \right]} \quad (3.1)$$

Para el sello seleccionado:

$$D = 2,5 \text{ cm}$$

$$d = 2,62 \text{ mm}$$

$$E_{\text{goma}} = 2 * G * (1 + \mu) \quad (3.2)$$

Para caucho natural

$$G = 80 \text{ kN/cm}^2$$

$$\mu = 0,47$$

Sustituyendo los valores obtenidos en la ecuación (3.1) se obtiene:

$$C_{\text{spring}} = 26,39 \text{ kN/cm}$$

La constante de rigidez del resorte de los sellos mecánicos se calcula como:

$$C_{\theta} = \frac{10^5 \cdot d^4}{3 \cdot l \cdot D} \quad (3.3)$$

Donde para el sello mecánico seleccionado:

$$l = 3$$

$$Dm = 6,4 \text{ cm}$$

$$da = 0,4 \text{ cm}$$

Por tanto:

$$C_{\theta} = 0,45 \text{ N} - \text{cm/rad}$$

3.3 Determinación de los diagramas unitarios de las fuerzas, la carga y la fuerza distribuida.

Para hallar los coeficientes de las ecuaciones es necesario construir los diagramas unitarios de las incógnitas, el de la carga concentrada P y el diagrama de la carga distribuida q. Para hallar los términos independientes correspondientes a los desplazamientos provocados por las cargas se aplicará el Principio de la Superposición ya que existen cargas concentradas (Peso propio del impelente y la fuerza radial del flujo) y una carga uniformemente distribuida a lo largo de toda la longitud correspondiente al peso propio del árbol.

Los diagramas unitarios de las incógnitas son:

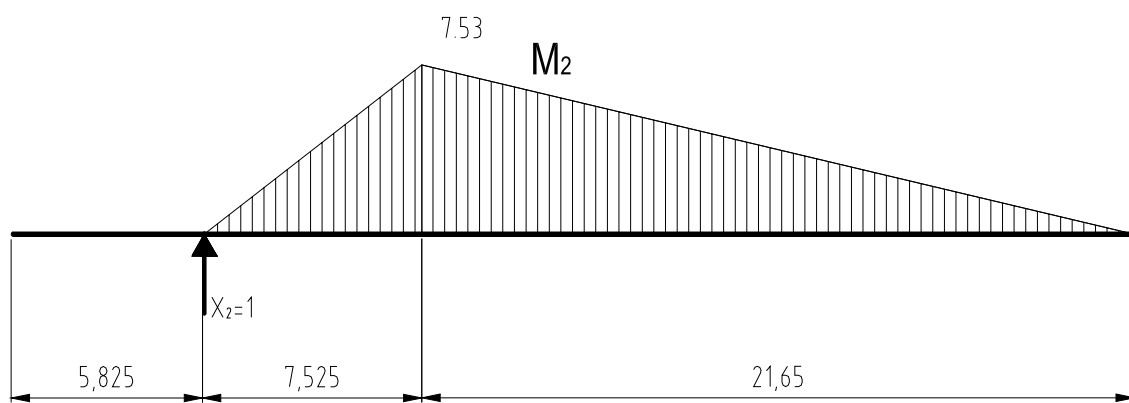
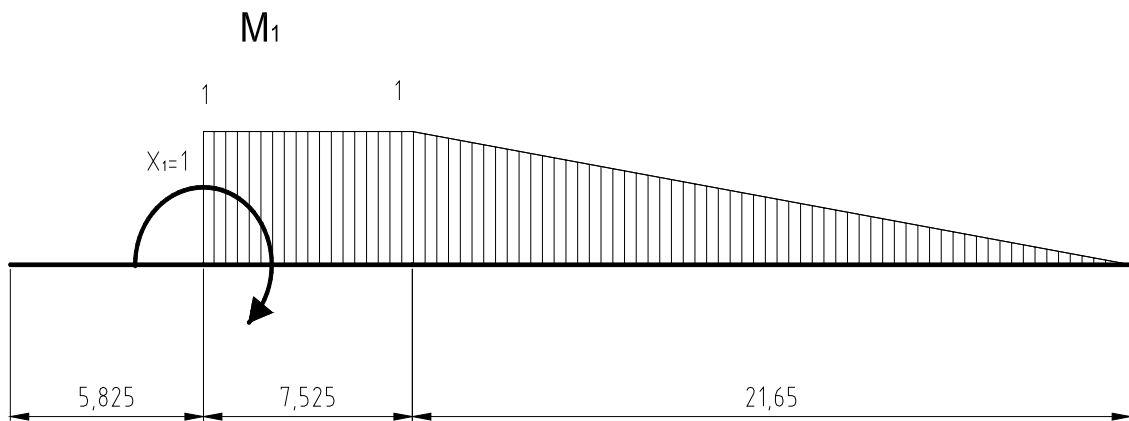
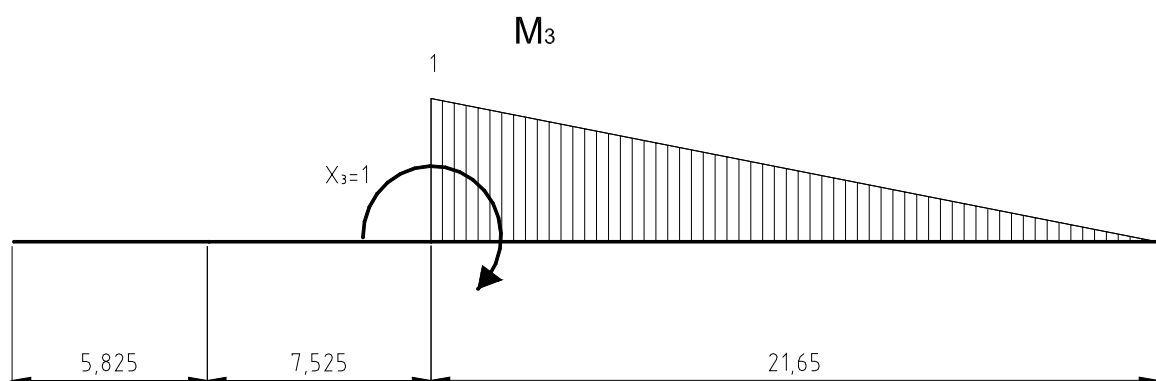


Figura 3.4 Diagramas unitarios de las fuerzas X_1 y X_2 .



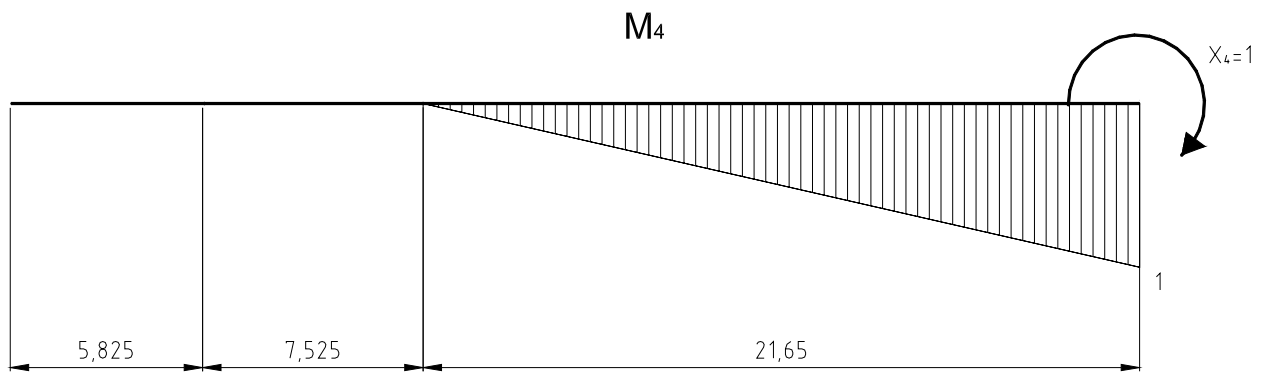
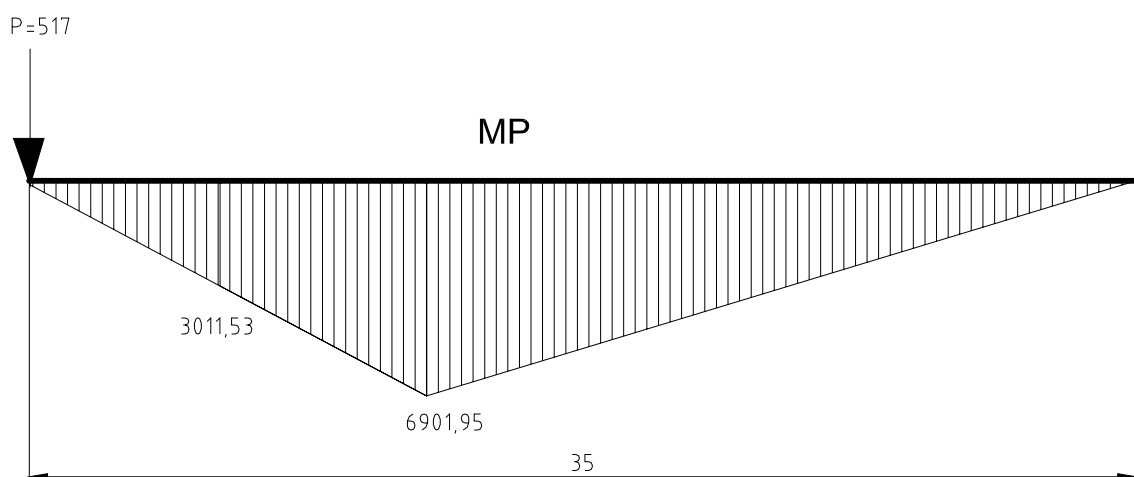


Figura 3.5 Diagramas unitarios de las fuerzas X_1 y X_2 .

Los diagramas de la carga y la fuerza distribuida son:



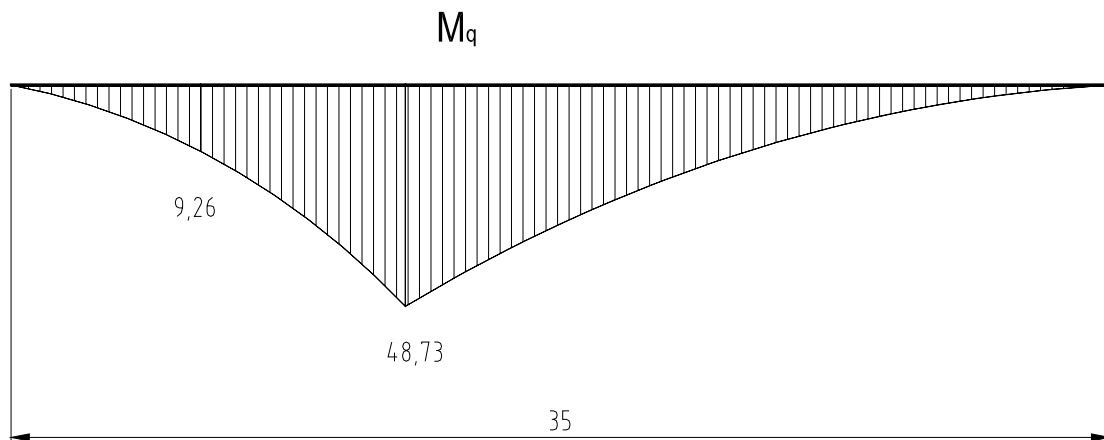


Figura 3.6 Diagramas unitarios de la carga P y la fuerza distribuida q .

3.4 Determinación de los momentos de inercia del árbol.

Como se dijo anteriormente cada sección del árbol tiene un momento de inercia distinto, de ahí que haya que separar el árbol en tres tramos y asociarlo a su momento de inercia correspondiente como se muestra en la Fig.3.6.

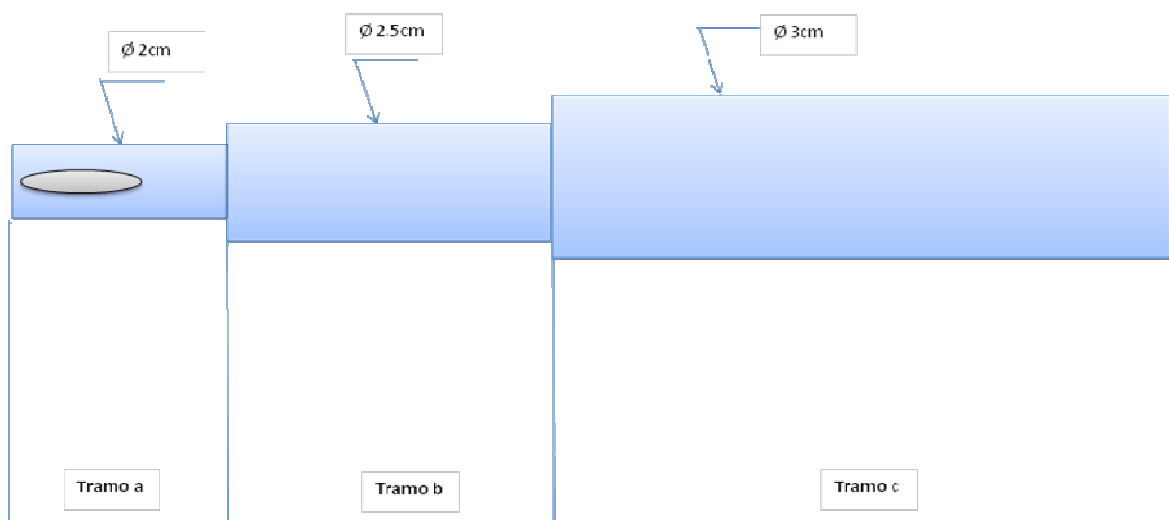


Figura.3.7 Árbol de la bomba monoetápica dividido en tramos.

Los momentos de inercia son los siguientes:

$$I_a = \frac{\pi * da^4}{64} = 0,785 \text{ cm}^4$$

$$I_b = \frac{\pi * db^4}{64} = 1.916 \text{ cm}^4$$

$$I_c = \frac{\pi * dc^4}{64} = 3.974 \text{ cm}^4$$

Para facilitar más los cálculos y hacer más cómodo el trabajo todos los momentos de inercia se pusieron en función de I_c .

$$I_a = 0,197 * I_c \quad (3.4)$$

$$I_b = 0.482 * I_c \quad (3.5)$$

Se tomará el módulo de elasticidad del acero ya que es el material del árbol, el cual es $E = 2 * 10^7 \text{ N/cm}^2$

3.5 Solución por el Método de las Fuerzas.

La solución se llevará a cabo por el Método de las Fuerzas. El Sistema de Ecuaciones Canónicas para dicho Sistema Equivalente será:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_3 + \delta_{14} \cdot X_4 + \delta_{1q} + \delta_{1p} = -\frac{X1}{c_\theta} \quad (3.6)$$

$$\delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_3 + \delta_{24} \cdot X_4 + \delta_{2q} + \delta_{2p} = -\frac{X2}{c_{\theta-\text{ring}}} \quad (3.7)$$

$$\delta_{31} \cdot X_1 + \delta_{32} \cdot X_2 + \delta_{33} \cdot X_3 + \delta_{34} \cdot X_4 + \delta_{3q} + \delta_{3p} = 0 \quad (3.8)$$

$$\delta_{41} \cdot X_1 + \delta_{42} \cdot X_2 + \delta_{43} \cdot X_3 + \delta_{44} \cdot X_4 + \delta_{4q} + \delta_{4p} = 0 \quad (3.9)$$

Los coeficientes tanto los de las incógnitas, como los términos independientes se hallan por las Integrales de Mohr multiplicando los gráficos de las fuerzas correspondientes mediante la Regla de Vereschaguin. Los cálculos de estos coeficientes se muestran a continuación.

Debido a que en el **tramos a** no hay ningún diagrama este no será analizado.

Tramo b

$$\delta_{11} = \frac{1}{E \times 0.482 \times I_c} (h * h * l) = \frac{1 \times 1 \times 7.525}{E \times 0.482 \times I_c} = \frac{15.60}{E \times I_c}$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{E \times 0.482 \times I_c} * \frac{(h \times h \times l)}{2} = \frac{7.525 \times 1 \times 7.525}{(E \times 0.482 \times I_c) \times 2} = \frac{58.70}{E \times I_c}$$

$$\delta_{13} = 0$$

$$\delta_{14} = 0$$

$$\delta_{1p} = - \left(\frac{1}{E \times 0.482 \times I_c} * \frac{s(h_1 + h_2)l}{2} \right) = \frac{1(3011.53 + 6901.95) \times 7.525}{(E \times 0.482 \times I_c) \times 2} = - \frac{77344.13}{E \times I_c}$$

$$\delta_{1q} = - \left(\frac{1}{E \times 0.482 \times I_c} * (h * h * l) + \frac{(h \times h \times l)}{3} \right) = - \left(\frac{1}{E \times 0.482 \times I_c} * (1 * 9.26 * 7.525) + \frac{(1 \times 39.47 \times 7.525)}{3} \right) = - \frac{349.44}{E \times I_c}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{E \times 0.482 \times I_c} * \frac{(h \times h \times l)}{3} = \frac{(7.525^3)}{(E \times 0.482 \times I_c) \times 3} = \frac{294.52}{E \times I_c}$$

$$\delta_{23} = 0$$

$$\delta_{24} = 0$$

$$\delta_{2p} = - \left(\frac{1}{E \times 0.482 \times I_c} * \frac{sl}{6} (2 * h_1 + h_2) \right) = \frac{7.525^2 (2 \times 6901.95 + 3011.53)}{(E \times 0.482 \times I_c) \times 6} = - \frac{327074.77}{E \times I_c}$$

$$\delta_{2q} = - \left(\frac{1}{E \times 0.482 \times I_c} * \frac{(h \times h \times l)}{2} + \frac{(h \times h \times l)}{4} \right) = - \left(\frac{1}{E \times 0.482 \times I_c} * \frac{(7.525 \times 9.26 \times 7.525)}{2} + \frac{(7.525 \times 9.47 \times 7.525)}{4} \right) = - \frac{1702.46}{E \times I_c}$$

$$\delta_{33} = 0$$

$$\delta_{34} = 0$$

$$\delta_{3p} = 0$$

$$\delta_{3q} = 0$$

$$\delta_{44} = 0$$

$$\delta_{4p} = 0$$

$$\delta_{4q} = 0$$

Tramo c

$$\delta_{11} = \frac{1}{E \times I_c} * \frac{(h \times h \times l)}{3} = \frac{1 \times 1 \times 21.65}{(E \times I_c) \times 3} = \frac{7.216}{E \times I_c}$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{E \times I_c} * \frac{(h \times h \times l)}{3} = \frac{1 \times 7.525 \times 21.65}{(E \times I_c) \times 3} = \frac{54.3}{E \times I_c}$$

$$\delta_{13} = \frac{1}{E \times I_c} * \frac{(h \times h \times l)}{3} = \frac{1 \times 1 \times 21.65}{(E \times I_c) \times 3} = \frac{7.216}{E \times I_c}$$

$$\delta_{14} = - \left(\frac{1}{E \times I_c} * \frac{(h \times h \times l)}{6} \right) = \frac{1 \times 1 \times 21.65}{(E \times I_c) \times 6} = - \frac{3.60}{E \times I_c}$$

$$\delta_{1p} = -\left(\frac{1}{E \times I_c} * \frac{(h \times h \times l)}{3}\right) = \frac{1 \times 6901.95 \times 21.65}{(E \times I_c) \times 3} = -\frac{49809.07}{E \times I_c}$$

$$\delta_{1q} = -\left(\frac{1}{E \times I_c} * \frac{(h \times s \times l)}{4}\right) = \frac{1 \times 48.73 \times 21.65}{(E \times I_c) \times 4} = -\frac{263.34}{E \times I_c}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{E \times I_c} * \frac{(h \times h \times l)}{3} = \frac{(7.525^2 \times 21.65)}{(E \times I_c) \times 3} = \frac{408.54}{E \times I_c}$$

$$\delta_{23} = \frac{1}{E \times I_c} * \frac{(h \times h \times l)}{3} = \frac{(7.525 \times 1 \times 21.65)}{(E \times I_c) \times 3} = \frac{54.30}{E \times I_c}$$

$$\delta_{24} = -\left(\frac{1}{E \times I_c} * \frac{(h \times h \times l)}{6}\right) = \frac{(7.525 \times 1 \times 21.65)}{(E \times I_c) \times 6} = -\frac{27.15}{E \times I_c}$$

$$\delta_{2p} = -\left(\frac{1}{E \times I_c} * \frac{(h \times h \times l)}{3}\right) = \frac{(7.525 \times 6901.95 \times 21.65)}{(E \times I_c) \times 3} = -\frac{374813.27}{E \times I_c}$$

$$\delta_{2q} = -\left(\frac{1}{E \times I_c} * \frac{(h \times s \times l)}{4}\right) = \frac{(7.525 \times 48.73 \times 21.65)}{(E \times I_c) \times 4} = -\frac{1981.66}{E \times I_c}$$

$$\delta_{33} = \frac{1}{E \times I_c} * \frac{(h \times h \times l)}{3} = \frac{1 \times 1 \times 21.65}{(E \times I_c) \times 3} = \frac{7.216}{E \times I_c}$$

$$\delta_{34} = -\left(\frac{1}{E \times I_c} * \frac{(h \times h \times l)}{6}\right) = \frac{1 \times 1 \times 21.65}{(E \times I_c) \times 6} = -\frac{3.60}{E \times I_c}$$

$$\delta_{3p} = -\left(\frac{1}{E \times I_c} * \frac{(h \times h \times l)}{3}\right) = \frac{1 \times 6901.95 \times 21.65}{(E \times I_c) \times 3} = -\frac{49809.07}{E \times I_c}$$

$$\delta_{3q} = -\left(\frac{1}{E \times I_c} * \frac{(h \times s \times l)}{4}\right) = \frac{1 \times 48.73 \times 21.65}{(E \times I_c) \times 4} = -\frac{263.34}{E \times I_c}$$

$$\delta_{44} = \frac{1}{E \times I_c} * \frac{(h \times h \times l)}{3} = \frac{1 \times 1 \times 21.65}{(E \times I_c) \times 3} = \frac{7.216}{E \times I_c}$$

$$\delta_{4p} = \frac{1}{E * I_c} * \frac{(h * h * l)}{6} = \frac{1 * 6901.95 * 21.65}{(E * I_c) * 6} = \frac{24904.54}{E * I_c}$$

$$\delta_{4q} = \left(\frac{1}{E * I_c} * \frac{(h * s * l)}{12} \right) = \frac{1 * 48.73 * 21.65}{(E * I_c) * 12} = \frac{87.78}{E * I_c}$$

Luego de haber calculado los desplazamientos en cada uno de los tramos se procede a sumar los tramos a, b y c para hallar los desplazamientos resultantes. Los cuales se muestran a continuación:

$$\delta_{11} = \frac{22.82}{E * I_c}$$

$$\delta_{12} = \frac{113.014}{E * I_c}$$

$$\delta_{13} = \frac{7.216}{E * I_c}$$

$$\delta_{14} = \frac{-3.608333333}{E * I_c}$$

$$\delta_{1p} = \frac{-127183,2114}{E * I_c}$$

$$\delta_{1q} = \frac{-612,786196}{E * I_c}$$

$$\delta_{22} = \frac{703.1739912}{E * I_c}$$

$$\delta_{23} = \frac{54.30541667}{E * I_c}$$

$$\delta_{24} = \frac{-27.15270833}{E * I_c}$$

$$\delta_{2p} = \frac{-703888,0438}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{2q} = \frac{-3684,122181}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{33} = \frac{7,216666667}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{34} = \frac{-3,608333333}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{3p} = \frac{-49809,0725}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{3q} = \frac{-263,3437938}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{44} = \frac{7,216666667}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{4p} = \frac{24904,53625}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{4q} = \frac{87,78126459}{E \cdot I_c}$$

Luego de haber obtenido todos los valores de los desplazamientos resultantes en función de $E \cdot I_c$ se procede a resolver las ecuaciones canónicas.

$$\left(22,82 + \frac{E \cdot I_c}{0,45}\right) \cdot X_1 + 113,01 \cdot X_2 + 7,21 \cdot X_3 - 3,60 \cdot X_4 - 127765,99 = 0$$

$$113,01 \cdot X_1 + \left(703,17 + \frac{E \cdot I_c}{26,39}\right) \cdot X_2 + 54,30 \cdot X_3 - 27,15 \cdot X_4 - 707572,16 = 0$$

$$7,21 \cdot X_1 + 54,30 \cdot X_2 + 7,21 \cdot X_3 - 3,60 \cdot X_4 - 50072,41 = 0$$

$$-3,60 \cdot X_1 - 27,15 \cdot X_2 - 3,60 \cdot X_3 + 7,21 \cdot X_4 + 24816,75499 = 0$$

Se resolvió el sistema de ecuaciones canónicas utilizando el software matemático *Derive 6*, el cual arrojó los siguientes resultados:

$$X_1 = 0,00041 \text{ N} \cdot \text{cm}$$

$$X_2 = 100,04 \text{ N}$$

$$X_3 = 6205,84 \text{ N} \cdot \text{cm}$$

$$X_4 = 40,54 \text{ N} \cdot \text{cm}$$

A continuación se calculan los valores reales del momento en el cojinete ya que este es parcialmente elástico y no rígido como fue calculado:

$$M_{\text{emp elástico}} = \varphi \cdot M_{\text{emp rígido}}$$

$$X_{3E} = \varphi \cdot X_3 = 0,346 \cdot 6205,84 \text{ N} \cdot \text{cm} \quad (3.10)$$

$$X_{3E} = 2147,22 \text{ N} \cdot \text{cm}$$

$$X_{4E} = \varphi \cdot X_4 = 0,346 \cdot 40,54 \text{ N} \cdot \text{cm} \quad (3.11)$$

$$X_{4E} = 14,028 \text{ N} \cdot \text{cm}$$

Con los valores de las incógnitas obtenidos $X_1 = 0,00041 \text{ N} \cdot \text{cm}$, $X_2 = 100,04 \text{ N}$, $X_3 = 2147,22 \text{ N} \cdot \text{cm}$ y $X_4 = 14,028 \text{ N} \cdot \text{cm}$. Se realizan los diagramas de momentos flectores para el árbol con las consideraciones que siguen a continuación:

3.6 Diagrama de esfuerzo cortante y momento flector sin considerar el sello mecánico como apoyo ni los cojinetes como empotramientos parcialmente elásticos.

A continuación se muestra principalmente el diagrama de momento flector, sin tener en cuenta las nuevas consideraciones expuestas anteriormente. Todos estos diagramas fueron asistidos por el software informático *Autodesk Inventor 2010*.

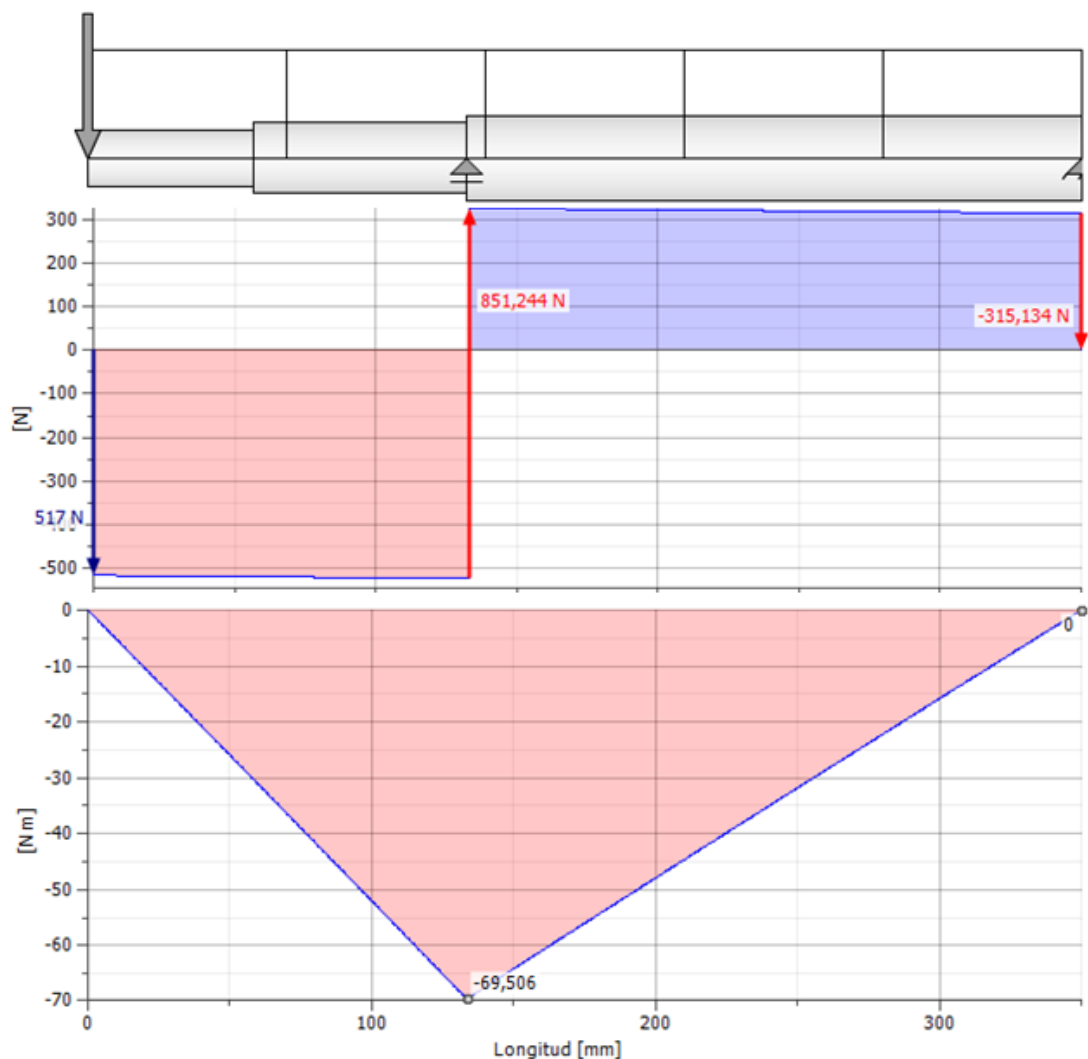


Figura. 3.8 Diagramas de momentos flectores y esfuerzos cortantes considerando los cojinetes como apoyos rígidos.

El valor más alto del momento flector es de $6950,6 \text{ N} \cdot \text{cm}$ correspondiente a la zona del apoyo del primer cojinete.

3.7 Diagrama de esfuerzo cortante y momento flector considerando el árbol con empaquetaduras y elasticidad en sus cojinetes.

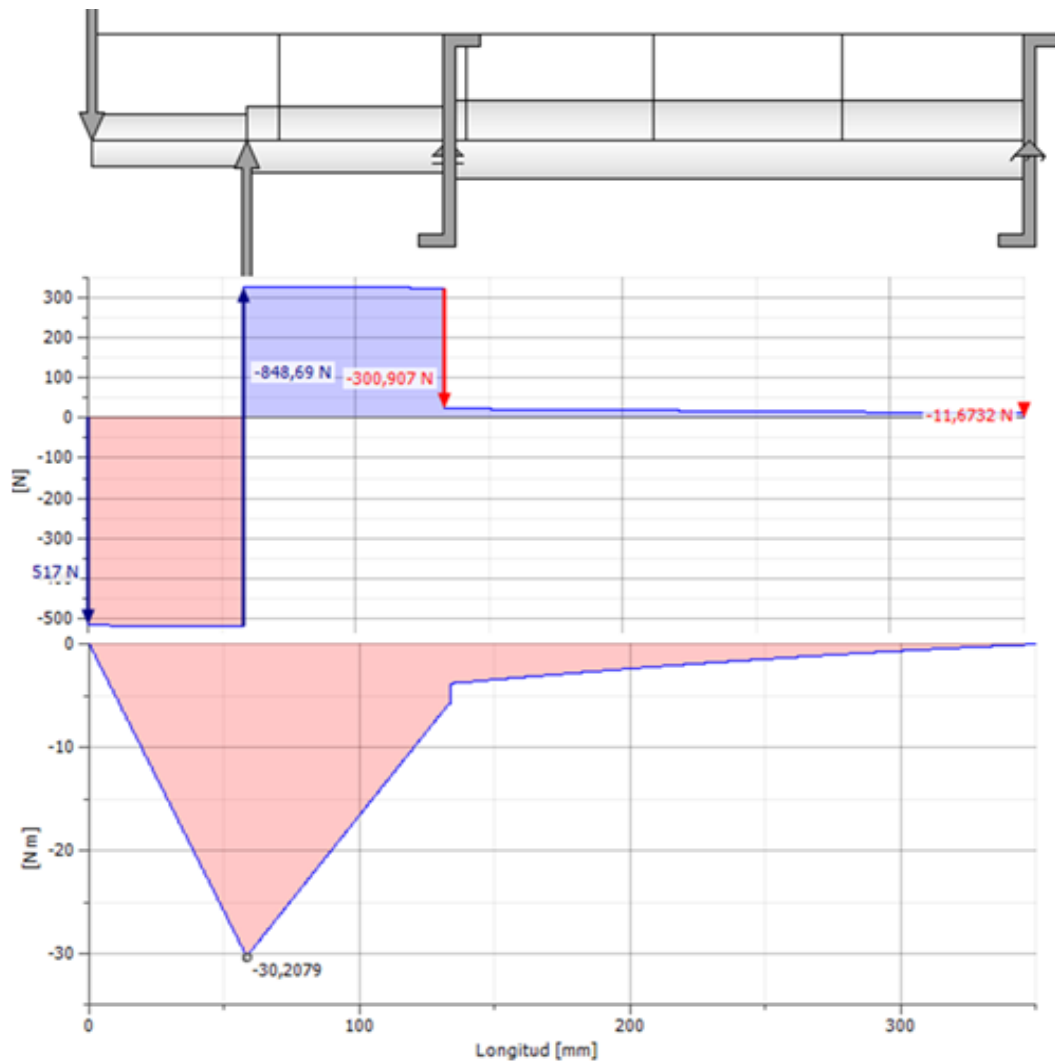


Figura. 3.9 Diagramas de momento flector y esfuerzo cortante del árbol, considerando la acción de la empaquetadura y la rigidez al giro de los rodamientos.

En este caso el árbol presenta una empaquetadura y solo posee una reacción elástica lineal con el árbol. (Longoria, 2009). El momento flector máximo con la

consideración de las empaquetaduras como apoyos elásticos y las cajas de bolas radiales de simple hilera de ambos apoyos como empotramiento elástico es $M_{f_{\max}} = 3020.79 \text{ N} \cdot \text{cm}$.

3.8 Diagrama de esfuerzo cortante y momento flector considerando los cojinetes como empotramientos parcialmente elásticos y los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.

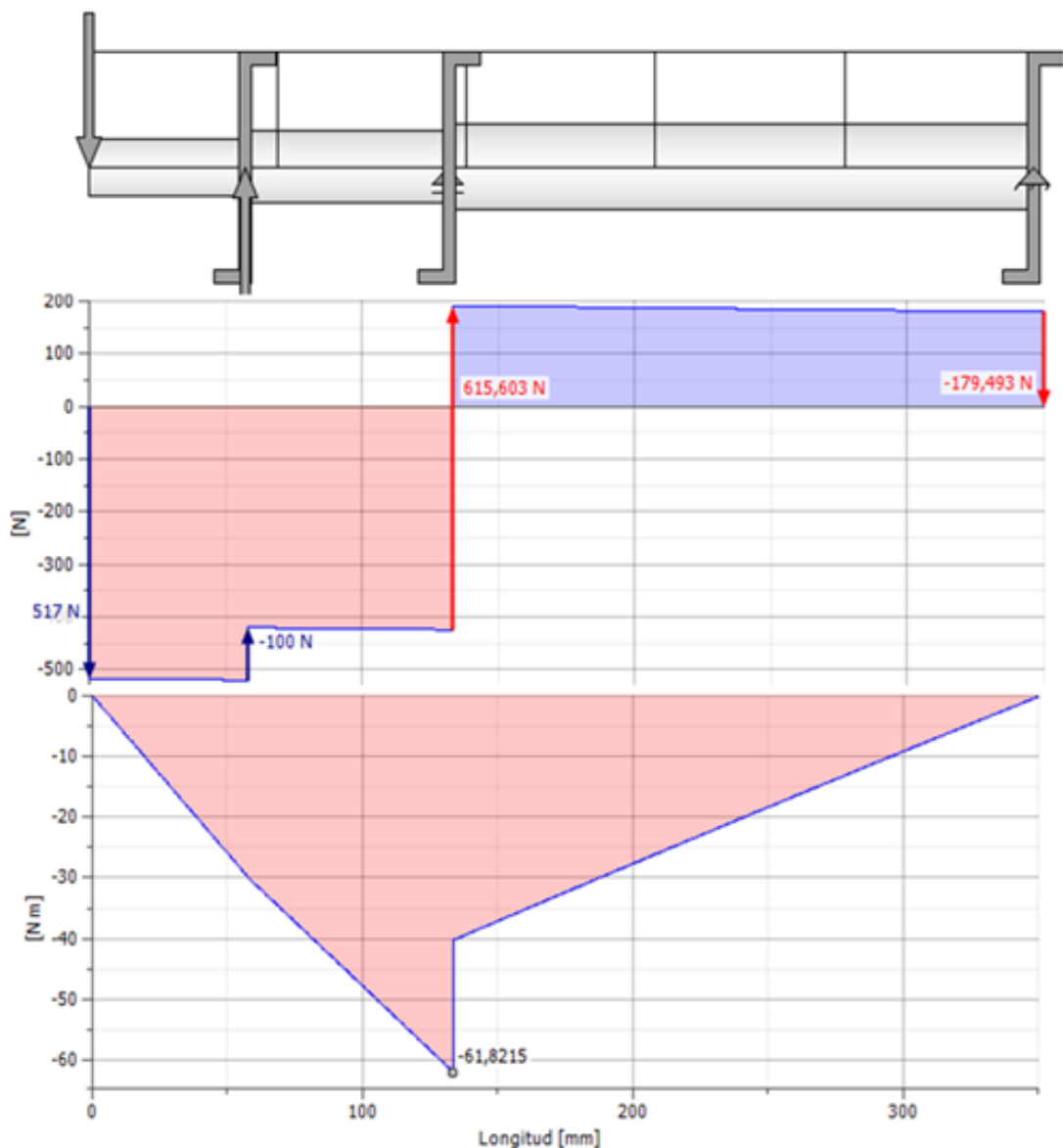


Figura 3.10 Diagrama de momentos flectores y esfuerzos cortantes considerando la rigidez de los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.

El momento flector máximo en este caso es $M_{f_{\max}} = 6182,15 \text{ N} \cdot \text{cm}$, mayor que en el caso de las empaquetaduras, y muy similar al que se considera solo los cojinetes como apoyos rígidos, o sea, que el sello mecánico con esa rigidez en el muelle no favorece la resistencia del árbol.

3.9 Conclusiones del Capítulo III.

1. Se aplica el nuevo procedimiento de cálculo considerando los cojinetes de rodamientos como empotramientos parcialmente elásticos y los sellos mecánicos como apoyos suplementarios elásticos a la bomba de simple etapa de agua desmineralizada de la Central Termoeléctrica "Carlos M. de Céspedes" de Cienfuegos, obteniéndose el diagrama de momentos flectores resultante.
2. Se demuestra que los sellos mecánicos casi no modifican el diagrama de momentos flectores del árbol pues su rigidez al giro es muy pequeña.
3. El diagrama de Momentos flectores obtenido es más exacto que el obtenido por el método clásico, ya que incorpora elementos que existen realmente pero que no se habían tomado en cuenta.

Capítulo IV: Aplicación del nuevo método general de cálculo al árbol de una bomba multietápica de la embarcación contra incendios “6 de Junio”.

4.1 Esquema de Análisis del árbol de una bomba centrífuga multietápica considerando los dos cojinetes de apoyos como empotramientos parcialmente elásticos y los dos sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.

En la Fig. 4.1 se muestra una bomba centrífuga cuya estructura será objeto de análisis para el desarrollo de un nuevo método de cálculo de los árboles de dichas bombas. Se trata de una bomba centrífugas multietápica, de tres etapas, cuya estructura es tal que posee cojinetes de rodamientos en los puntos más exteriores del árbol, posee los impelentes ubicados en su parte central y posee sellos mecánicos que limitan las fugas de líquido colocadas entre los cojinetes y los impelentes. Como se dijo anteriormente los cojinetes de rodamientos serán considerados como empotramientos parcialmente elásticos, cuyo coeficiente de rigidez angular ϕ fue investigado anteriormente (Goytisolo, 2006; Hidalgo 2009) y un nuevo elemento en el cálculo de estos árboles, la consideración de los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.

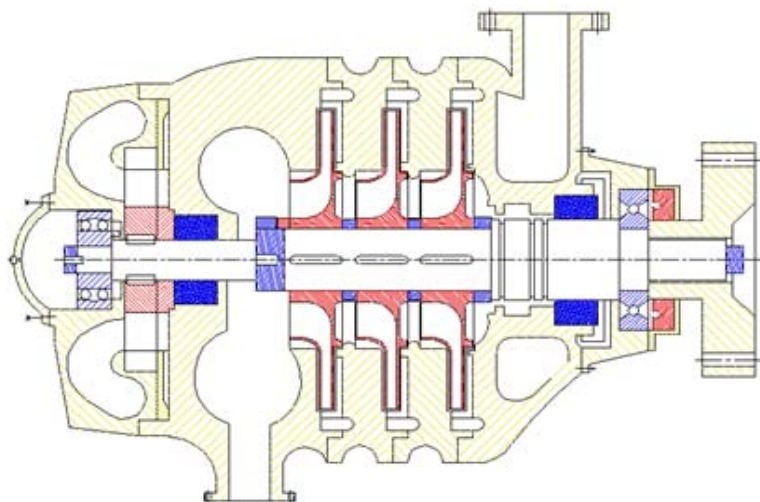


Figura. 4.1 Esquema de una bomba centrífuga similar a la de objeto de análisis.

En la Fig.4.2 se muestra el Esquema de Análisis del Árbol con las cargas P que representa el peso propio $P = 62 \text{ N}$ de cada uno de los tres impelentes, el peso propio $Q = 116 \text{ N}$ del árbol considerado como una carga uniformemente distribuida $q = 1,49 \text{ N/cm}$, los sellos mecánicos consideradas como articulaciones móviles elásticas, la caja de bolas radial de doble hilera autoalineante de la izquierda considerada como una articulación móvil rígida (coeficiente de rigidez $\phi = 0$ y la caja de bolas radial rígida de la derecha considerada como un empotramiento parcialmente elástico.

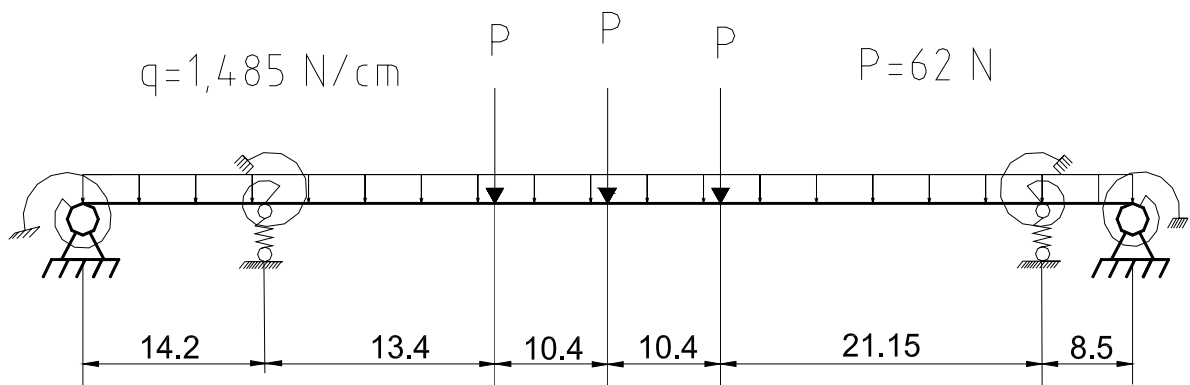


Figura.4.2 Esquema de análisis del árbol de una bomba centrífuga Multietápica.

Para resolver este árbol hiperestático con empotramientos parcialmente elástico se hace necesario resolver el árbol hiperestático con empotramientos clásicos rígidos, ya que como se demostró en los trabajos (Nodal, 2004; Goytisoló, 2006; Hidalgo 2009):

$$M_{\text{empotramiento elástico}} = \phi \cdot M_{\text{empotramiento rígido}}$$

El esquema del árbol con empotramientos rígidos se muestra en la Fig. 4.3.

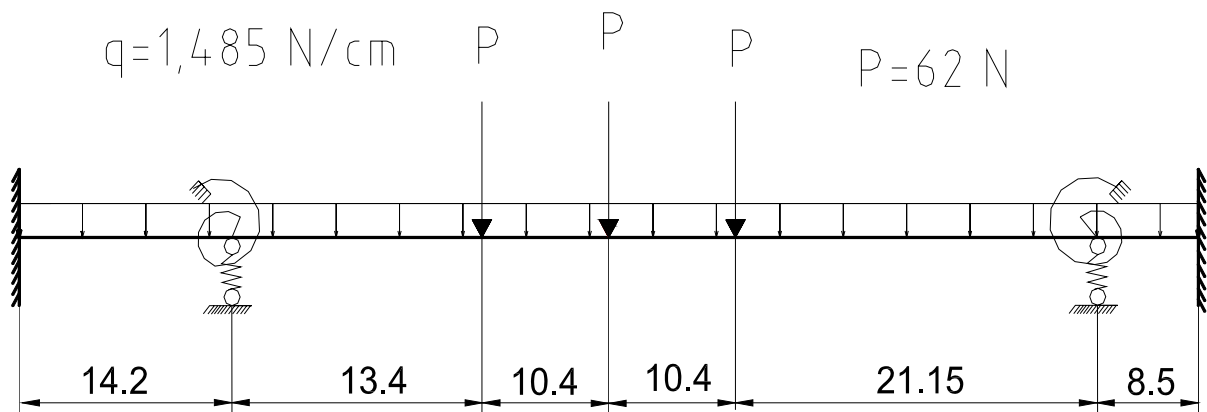


Figura.4.3 Esquema del árbol de la bomba centrífuga con empotramientos rígidos.

El paso que viene a continuación es resolver el sistema hiperestático con empotramientos rígidos para hallar los momentos en los empotramientos y poder calcular entonces los momentos en los empotramientos parcialmente elásticos. El sistema equivalente del árbol con empotramientos rígidos se muestra en la Fig. 4.4. Como se dijo anteriormente el coeficiente de rigidez de la caja de bola autolineante en el extremo izquierdo es cero, $\phi = 0$ por eso no se genera ninguna reacción en forma de momento en ese punto.

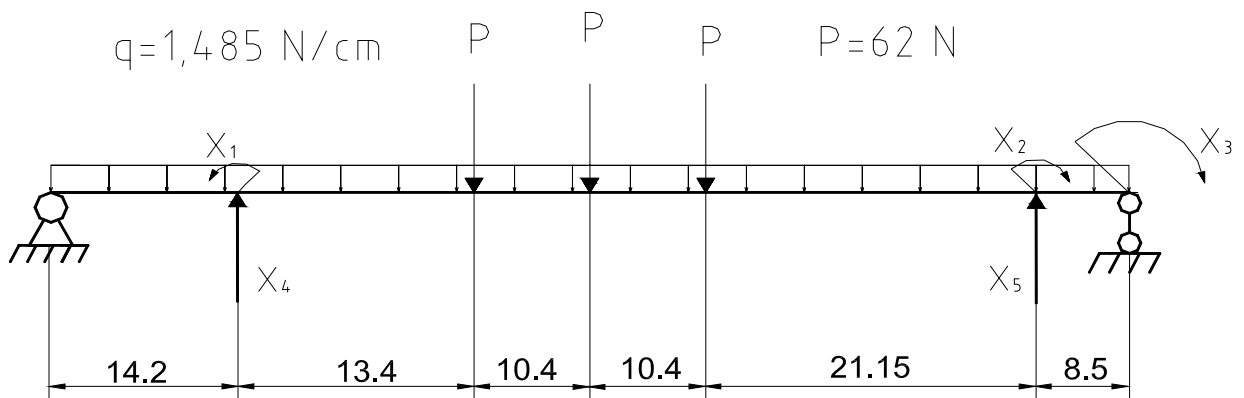


Figura.4.4 Sistema Equivalente del árbol.

4.2 Determinación de la constante de rigidez de la empaquetadura de sección redonda y del resorte.

Debido a que esta bomba posee dos sellos mecánicos, se deberá halla la constante de rigidez de la empaquetadura de sección redonda para cada uno de ellos, y se calcula como:

$$C_{o'ring} = \frac{D * E}{2.318 \left[0.41 + \ln \left(\frac{2d}{0,0001872d + 0,000163} \right) \right]} \quad (4.1)$$

Para el sello primer sello:

$$Dm = 4,5 \text{ cm}$$

$$da = 3,53 \text{ mm}$$

$$E_{goma} = 2 * G * (1 + \mu) \quad (4.2)$$

Para caucho natural

$$G = 80 \text{ kN/cm}^2$$

$$\mu = 0,47$$

Sustituyendo los valores obtenidos en la ecuación (4.1) se obtiene:

$$C_{o'ring 1} = 47,09 \text{ kN/cm}$$

Para el sello segundo sello:

$$Dm = 5,5 \text{ cm}$$

$$da = 5,33 \text{ mm}$$

$$E_{goma} = 2 * G * (1 + \mu)$$

Para caucho natural

$$G = 80 \text{ kN/cm}^2$$

$$\mu = 0,47$$

Sustituyendo los valores obtenidos en la ecuación (4.1) se obtiene:

$$C_{\text{spring 2}} = 57,03 \text{ kN/cm}$$

Bebido a que el resorte de ambos sellos tienen las mismas dimensiones el valor de su coeficiente de rigidez es el mismo para ambos sellos, igualmente para esta bomba la constante de rigidez del resorte de los sellos mecánicos se calcula como:

$$C_{\theta} = \frac{10^8 * d^4}{3 * l * D} \quad (4.3)$$

Donde para el sello mecánico seleccionado:

$$l = 3$$

$$Dm = 6,4 \text{ cm}$$

$$da = 0,4 \text{ cm}$$

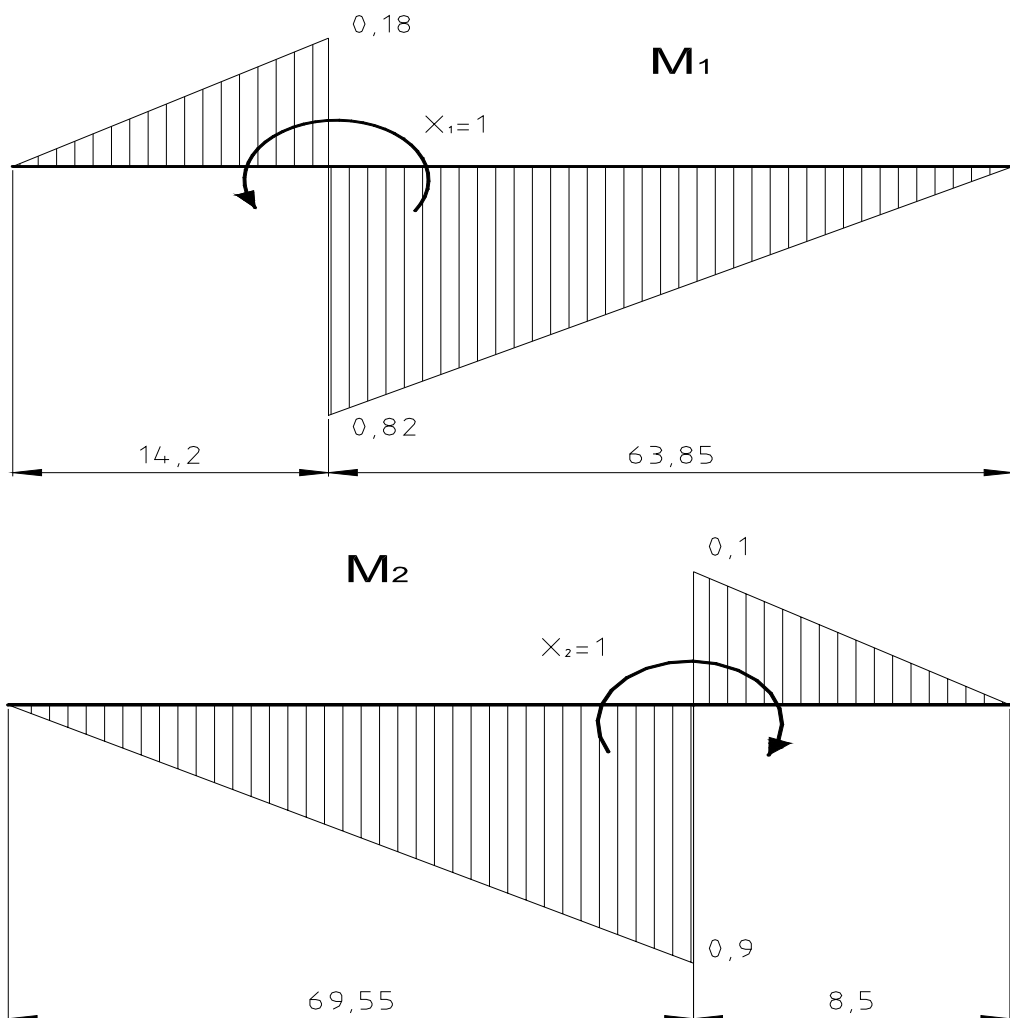
Por tanto:

$$C_{\theta} = 0,45 \text{ N - cm/rad}$$

4.3 Determinación de los diagramas unitarios de las fuerzas, la carga y la fuerza distribuida.

Igualmente para hallar los coeficientes de las ecuaciones es necesario construir los diagramas unitarios de las incógnitas, de las cargas concentradas y el diagrama de la carga distribuida.

Los diagramas unitarios de las incógnitas son:



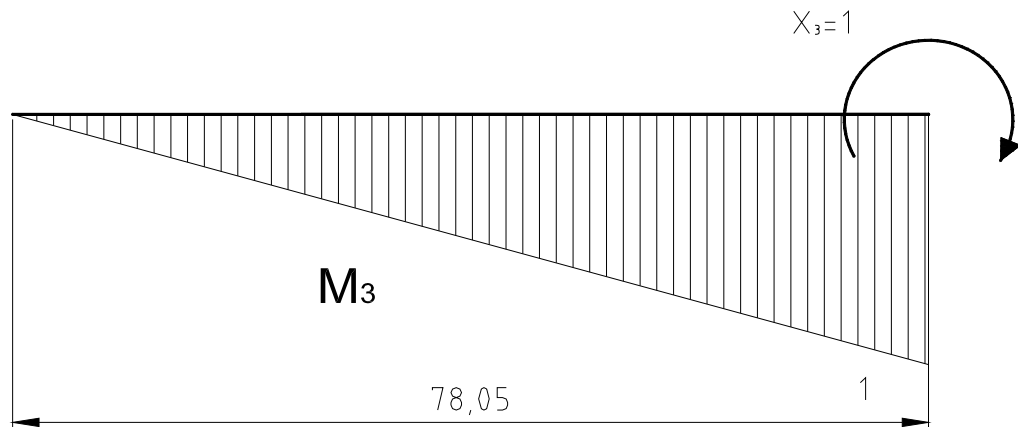


Figura 4.5 Diagramas unitarios de las fuerzas X_1, X_2 y X_3 .

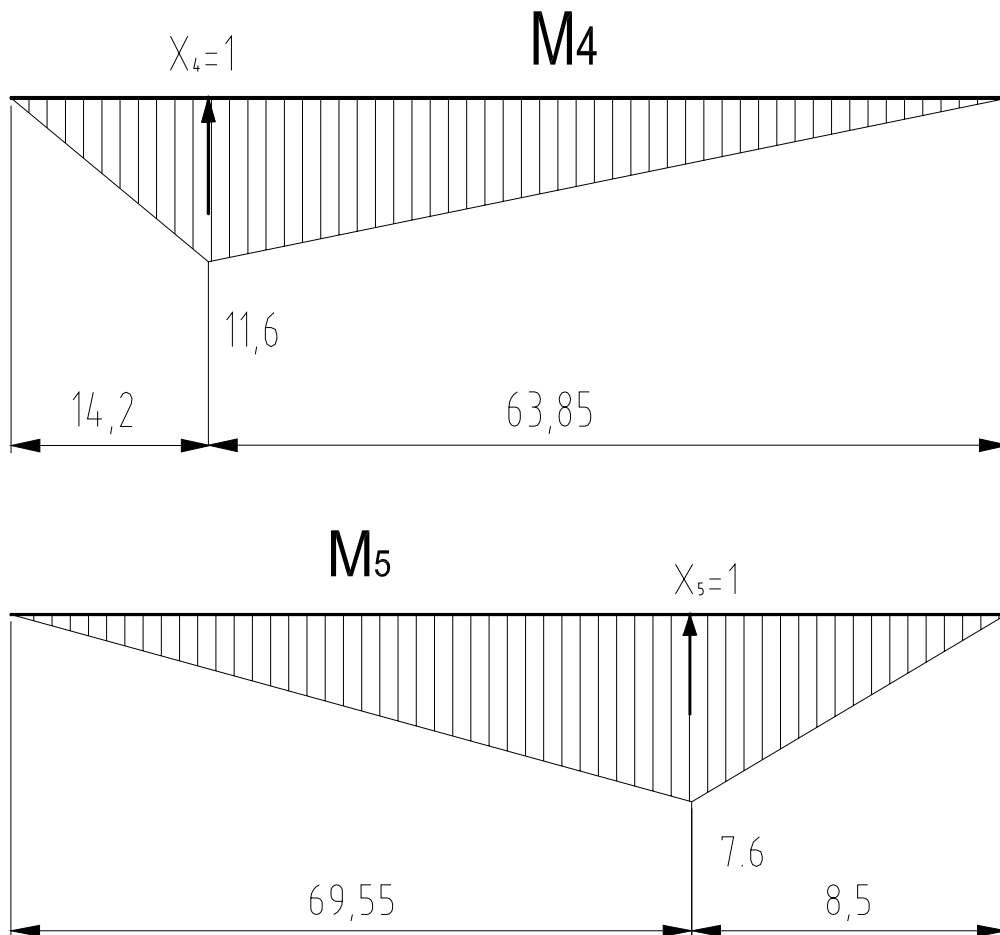
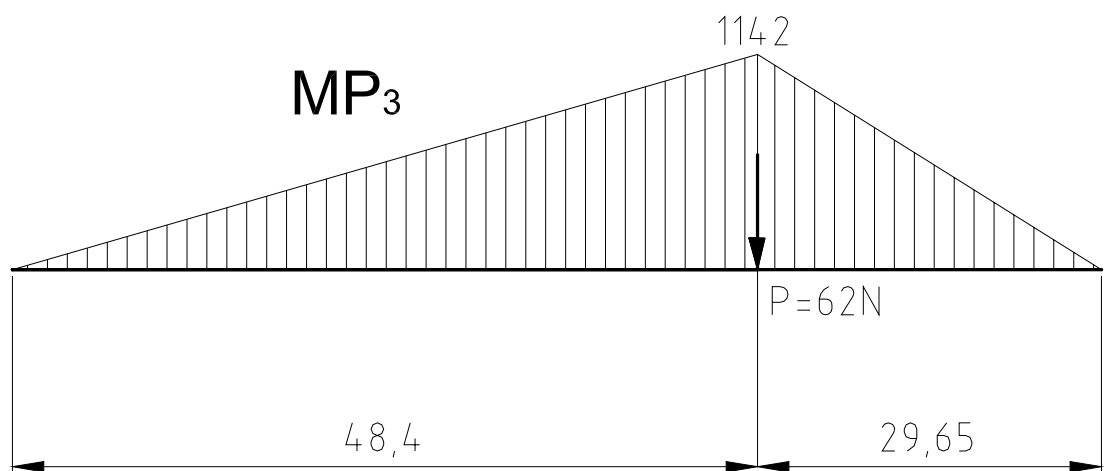
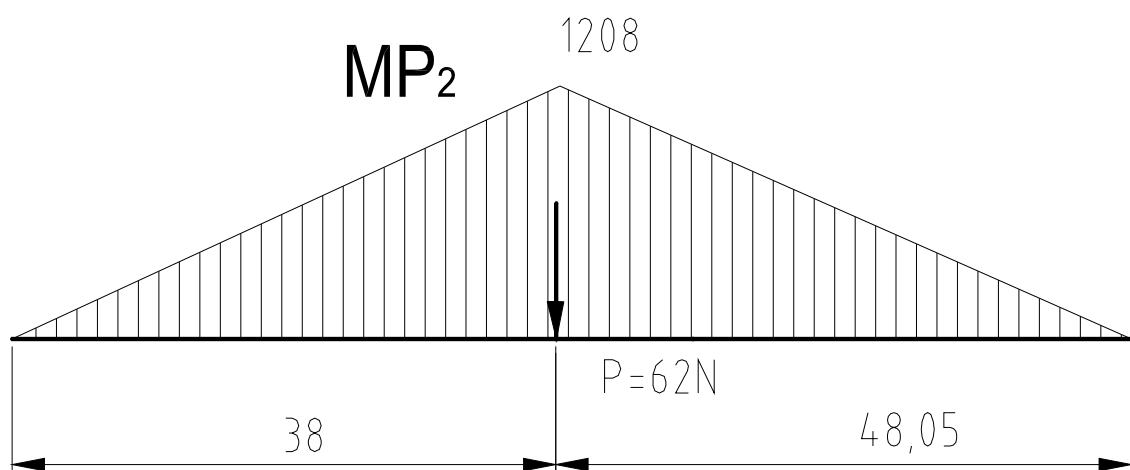
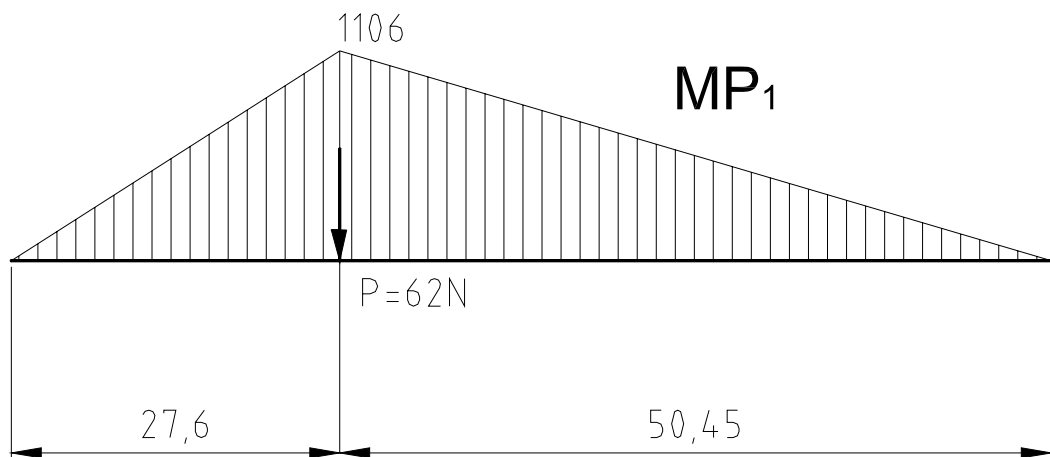


Figura 4.6 Diagrama unitarios de la fuerzas X_4 y X_5

Los diagramas de las cargas y la fuerza distribuida son:



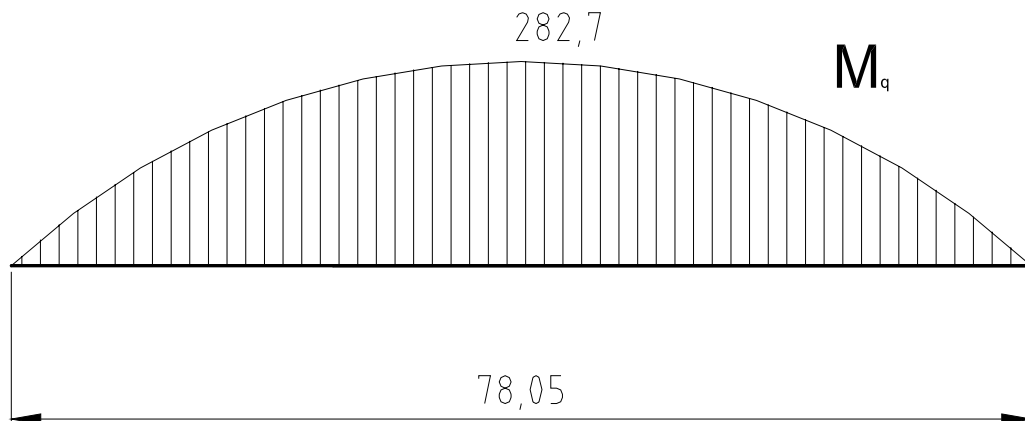


Figura 4.7 Diagramas unitarios de la carga P y la fuerza distribuida q .

En muchos casos la multiplicación de trapecio por trapecio de la parte central no aparece en la Tabla de Vereschaguin. Su fórmula de cálculo se obtuvo en el presente trabajo y se da a continuación:

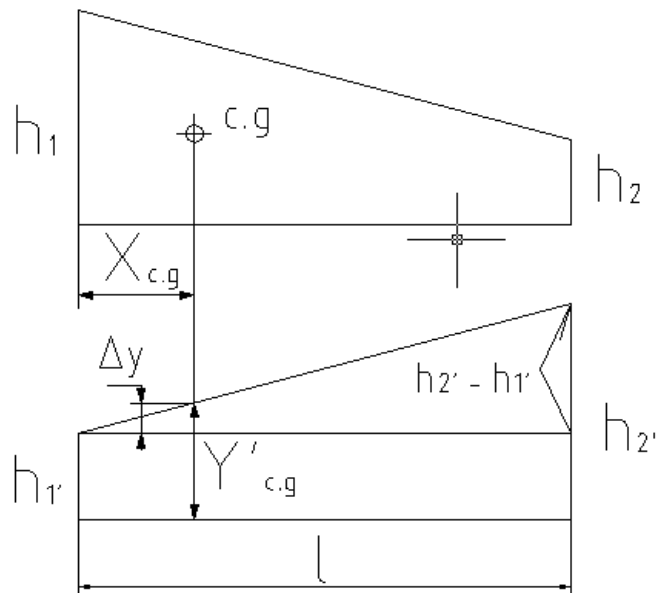


Figura 4.8 Multiplicación de Trapecio por Trapecio.

El producto de triángulo por semiipse tampoco aparece en la Tabla de Vereschaguin su solución se da a continuación:

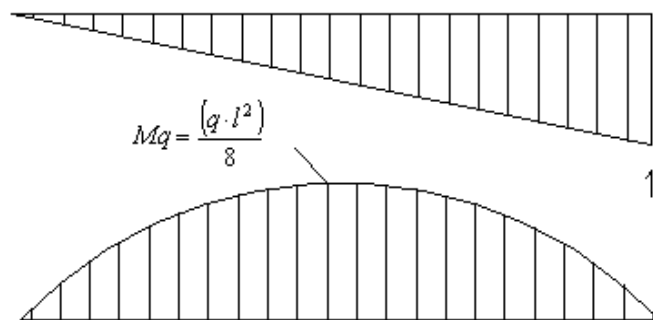


Figura 4.9 Producto de Vereschaguin de la fuerza unitaria X_3 por la carga distribuida q .

$$\delta_{mq} = \delta_{nq} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{q \cdot l^2}{8} \cdot l$$

$$\delta_{mq} = \delta_{nq} = -\frac{q \cdot l^3}{24}$$

4.4 Determinación de los momentos de inercia del árbol.

Para este árbol tampoco hay excepción, o sea posee un momento de inercia variable en dependencia de su diámetro, en la Fig. 4.10 se pueden observar los tramos en los cuales se dividió el árbol.

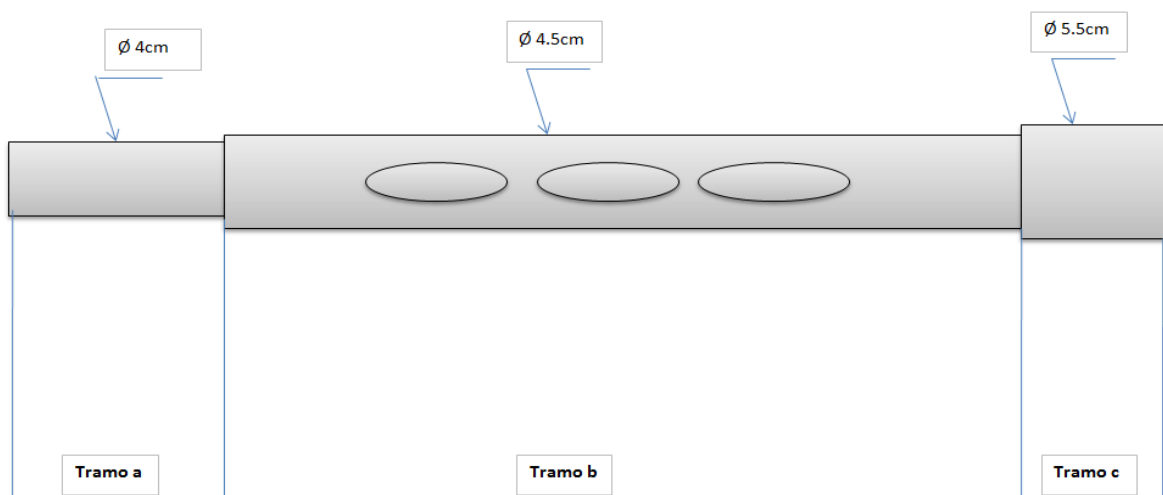


Figura.4.10 Árbol de la bomba multietápica dividido en tramos.

Los momentos de inercia se calculan como:

$$I_a = \frac{\pi \cdot da^4}{64} = 12.56 \text{ cm}^4$$

$$I_b = \frac{\pi \cdot db^4}{64} = 20.11 \text{ cm}^4$$

$$I_c = \frac{\pi \cdot dc^4}{64} = 44.89 \text{ cm}^4$$

Luego de obtenido los resultados para cada uno de los tramos se facilitan los cálculos poniendo todos los momentos de inercia en función de I_c .

$$I_a = 0.279 * I_c \quad (4.4)$$

$$I_b = 0.448 * I_c \quad (4.5)$$

Se tomará el módulo de elasticidad del acero ya que es el material del árbol, el cual es $E = 2 * 10^7 \text{ N/cm}^2$

4.5 Solución por el Método de las Fuerzas.

La solución se llevará a cabo por el Método de las Fuerzas. El Sistema de Ecuaciones Canónicas para dicho Sistema Equivalente será:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_3 + \delta_{14} \cdot X_4 + \delta_{15} \cdot X_5 + \sum_{k=1}^n \delta_{1k} P_k = -\frac{X_1}{c_\theta} \quad (4.6)$$

$$\delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_3 + \delta_{24} \cdot X_4 + \delta_{25} \cdot X_5 + \sum_{k=1}^n \delta_{2k} P_k = -\frac{X_2}{c_\theta} \quad (4.7)$$

$$\delta_{31} \cdot X_1 + \delta_{32} \cdot X_2 + \delta_{33} \cdot X_3 + \delta_{34} \cdot X_4 + \delta_{35} \cdot X_5 + \sum_{k=1}^n \delta_{3k} P_k = 0 \quad (4.8)$$

$$\delta_{41} \cdot X_1 + \delta_{42} \cdot X_2 + \delta_{43} \cdot X_3 + \delta_{44} \cdot X_4 + \delta_{45} \cdot X_5 + \sum_{k=1}^n \delta_{4k} P_k = -\frac{X_4}{c_{\theta - r_{ng} 4}} \quad (4.9)$$

$$\delta_{s1} \cdot X_1 + \delta_{s2} \cdot X_2 + \delta_{s3} \cdot X_3 + \delta_{s4} \cdot X_4 + \delta_{s5} \cdot X_5 + \sum_{k=1}^n \delta_s P_k = -\frac{X_B}{C_{0-\text{ring } z}} \quad (4.10)$$

Los coeficientes tanto los de las incógnitas, como los términos independientes se hallan por las Integrales de Mohr multiplicando los gráficos de las fuerzas correspondientes mediante la Regla de Vereschaguin. Los cálculos de estos coeficientes se muestran a continuación.

Tramo a

$$\delta_{11} = \frac{1}{E \times 0.279 \times I_C} * \left(\frac{h \times h \times l}{3} \right) = \frac{0.18 \times 0.18 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_C)} = \frac{0.548}{E \times I_C}$$

$$\delta_{12} = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_C} \right) * \left(\frac{h \times h \times l}{3} \right) = - \frac{0.18 \times 0.18 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_C)} = - \frac{0.548}{E \times I_C}$$

$$\delta_{13} = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_C} \right) * \left(\frac{h \times h \times l}{3} \right) = - \frac{0.18 \times 0.18 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_C)} = - \frac{0.548}{E \times I_C}$$

$$\delta_{14} = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_C} \right) * \left(\frac{h \times h \times l}{3} \right) = - \frac{11.65 \times 0.18 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_C)} = - \frac{35.47}{E \times I_C}$$

$$\delta_{15} = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_C} \right) * \left(\frac{h \times h \times l}{3} \right) = - \frac{1.56 \times 0.18 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_C)} = - \frac{4.75}{E \times I_C}$$

$$\delta_{1P_1} = \frac{1}{E \times 0.279 \times I_C} * \left(\frac{h \times h \times l}{3} \right) = \frac{0.18 \times 569 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_C)} = \frac{1732.8}{E \times I_C}$$

$$\delta_{1P_2} = \frac{1}{E \times 0.279 \times I_C} * \left(\frac{h \times h \times l}{3} \right) = \frac{0.18 \times 454 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_C)} = \frac{1382.6}{E \times I_C}$$

$$\delta_{1P_3} = \frac{1}{E \times 0.279 \times I_C} * \left(\frac{h \times h \times l}{3} \right) = \frac{0.18 \times 335 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_C)} = \frac{1020.2}{E \times I_C}$$

$$\delta_{1q} = \frac{1}{E \times 0.279 \times I_C} * \frac{5}{12} (h \times s \times l) = \frac{5(672.14 \times 0.18 \times 14.2)}{12 \times (E \times 0.279 \times I_C)} = \frac{2558.7}{E \times I_C}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = \frac{0.183 \times 0.183 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_c)} = \frac{0.579}{E \times I_c}$$

$$\delta_{23} = \frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = \frac{0.183 \times 0.183 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_c)} = \frac{0.579}{E \times I_c}$$

$$\delta_{24} = \frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = \frac{11.63 \times 0.183 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_c)} = \frac{36.5}{E \times I_c}$$

$$\delta_{25} = \frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = \frac{0.183 \times 1.56 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_c)} = \frac{4.88}{E \times I_c}$$

$$\delta_2 P_1 = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} \right) * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = - \frac{0.183 \times 569 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_c)} = - \frac{1780.9}{E \times I_c}$$

$$\delta_2 P_2 = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} \right) * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = - \frac{0.183 \times 454 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_c)} = - \frac{1421.03}{E \times I_c}$$

$$\delta_2 P_3 = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} \right) * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = - \frac{0.183 \times 333 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_c)} = - \frac{1043.56}{E \times I_c}$$

$$\delta_2 q = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} \right) * \frac{5}{12} (\hbar * s * l) = - \frac{5(672.14 \times 0.18 \times 14.2)}{12 \times (E \times 0.279 \times I_c)} = - \frac{2539.7}{E \times I_c}$$

$$\delta_{33} = \frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = \frac{0.183 \times 0.183 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_c)} = \frac{0.579}{E \times I_c}$$

$$\delta_{34} = \frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = \frac{0.183 \times 11.63 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_c)} = \frac{36.46}{E \times I_c}$$

$$\delta_{35} = \frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = \frac{0.183 \times 1.56 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_c)} = \frac{4.88}{E \times I_c}$$

$$\delta_3 P_1 = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} \right) * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = - \frac{0.183 \times 569 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_c)} = - \frac{1780.9}{E \times I_c}$$

$$\delta_3 P_2 = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} \right) * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = - \frac{0.183 \times 454 \times 14.2}{3 \times (E \times 0.279 \times I_c)} = - \frac{1421.03}{E \times I_c}$$

$$\delta_3 P_3 = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} \right) * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = - \frac{0.188 \times 338 \times 14.2}{3 * (E \times 0.279 \times I_c)} = - \frac{1048.66}{E \times I_c}$$

$$\delta_3 q = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} \right) * \frac{5}{12} (h * s * l) = - \frac{5(672.14 \times 0.18 \times 14.2)}{12 * (E \times 0.279 \times I_c)} = - \frac{2688.7}{E \times I_c}$$

$$\delta_{44} = \frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = \frac{11.65 \times 11.65 \times 14.2}{3 * (E \times 0.279 \times I_c)} = \frac{2296.3}{E \times I_c}$$

$$\delta_{45} = \frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = \frac{11.65 \times 1.56 \times 14.2}{3 * (E \times 0.279 \times I_c)} = \frac{807.48}{E \times I_c}$$

$$\delta_4 P_1 = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} \right) * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = - \frac{11.65 \times 569 \times 14.2}{3 * (E \times 0.279 \times I_c)} = - \frac{1121154.3}{E \times I_c}$$

$$\delta_4 P_2 = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} \right) * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = - \frac{11.65 \times 454 \times 14.2}{3 * (E \times 0.279 \times I_c)} = - \frac{89486.9}{E \times I_c}$$

$$\delta_4 P_3 = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} \right) * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = - \frac{11.65 \times 338 \times 14.2}{3 * (E \times 0.279 \times I_c)} = - \frac{66081.1}{E \times I_c}$$

$$\delta_4 q = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} \right) * \frac{5}{12} (h * s * l) = - \frac{5(672.14 \times 11.65 \times 14.2)}{12 * (E \times 0.279 \times I_c)} = - \frac{168608}{E \times I_c}$$

$$\delta_{55} = \frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = \frac{1.56 \times 1.56 \times 14.2}{3 * (E \times 0.279 \times I_c)} = \frac{41.17}{E \times I_c}$$

$$\delta_5 P_1 = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} \right) * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = - \frac{1.56 \times 569 \times 14.2}{3 * (E \times 0.279 \times I_c)} = - \frac{18018.09}{E \times I_c}$$

$$\delta_5 P_2 = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} \right) * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = - \frac{1.56 \times 454 \times 14.2}{3 * (E \times 0.279 \times I_c)} = - \frac{11982.8}{E \times I_c}$$

$$\delta_5 P_3 = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} \right) * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = - \frac{1.56 \times 338 \times 14.2}{3 * (E \times 0.279 \times I_c)} = - \frac{8841.9}{E \times I_c}$$

$$\delta_5 q = - \left(\frac{1}{E \times 0.279 \times I_c} \right) * \frac{5}{12} (h * s * l) = - \frac{5(672.14 \times 1.56 \times 14.2)}{12 * (E \times 0.279 \times I_c)} = - \frac{22175.4}{E \times I_c}$$

Tramo b

El tramo b fue el más complicado pues fue la región del centro del árbol, en ocasiones como se dijo anteriormente hubo que hacer cálculos cuyas formulas no aparecían en los libros y hubo que deducirlas, bebido a esta complejidad este sector del árbol se trabajo en una hoja de cálculo de *Microsoft Excel* y los resultados se muestran a continuación.

$$\delta_{11} = \frac{31,87}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{12} = \frac{25,52}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{13} = \frac{25,59}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{14} = \frac{452,74}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{15} = \frac{214,82}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{1P_1} = -\frac{45597,87}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{1P_2} = -\frac{47120,54}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{1P_3} = -\frac{41507,41}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{1Q} = -\frac{55250,63}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{22} = \frac{41,24}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{23} = \frac{41,54}{E \cdot I_G}$$

$$\delta_{24} = \frac{367,09}{E \cdot I_G}$$

$$\delta_{25} = \frac{349,41}{E \cdot I_G}$$

$$\delta_2 P_1 = - \frac{41291,88}{E \cdot I_G}$$

$$\delta_2 P_2 = - \frac{49899,84}{E \cdot I_G}$$

$$\delta_2 P_3 = - \frac{50909,81}{E \cdot I_G}$$

$$\delta_2 q = - \frac{60840,13}{E \cdot I_G}$$

$$\delta_{33} = \frac{40,56}{E \cdot I_G}$$

$$\delta_{34} = \frac{368,47}{E \cdot I_G}$$

$$\delta_{35} = \frac{349,41}{E \cdot I_G}$$

$$\delta_3 P_1 = - \frac{41109,88}{E \cdot I_G}$$

$$\delta_3 P_2 = - \frac{49906,70}{E \cdot I_G}$$

$$\delta_3 P_3 = - \frac{50715,97}{E \cdot I_G}$$

$$\delta_3 q = -\frac{58812,20}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{44} = \frac{6431,22}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{45} = \frac{3089,70}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_4 P_1 = -\frac{671612,05}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_4 P_2 = -\frac{663275,21}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_4 P_3 = -\frac{577733,21}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_4 q = -\frac{783966,18}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{55} = \frac{2938,91}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_5 P_1 = -\frac{351558,63}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_5 P_2 = -\frac{454271,28}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_5 P_3 = -\frac{434348,99}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_5 q = -\frac{508801,59}{E \cdot I_c}$$

Tramo c

$$\delta_{11} = \frac{1}{E \cdot I_C} * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = \frac{0.1 * 0.1 * 8.5}{3 * (E \cdot I_C)} = \frac{0.0283}{E \cdot I_C}$$

$$\delta_{12} = - \left(\frac{1}{E \cdot I_C} \right) * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = - \frac{0.1 * 0.1 * 8.5}{3 * (E \cdot I_C)} = - \frac{0.0283}{E \cdot I_C}$$

$$\delta_{13} = \frac{1}{E \cdot I_C} * \left(\frac{h * l}{6} \right) * (s_1 + 2 * s_2) = \left(\frac{0.1 * 8.5}{6} \right) * (1 + 2 * 0.9) = \frac{0.3966}{E \cdot I_C}$$

$$\delta_{14} = \frac{1}{E \cdot I_C} * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = \frac{0.1 * 1.53 * 8.5}{3 * (E \cdot I_C)} = \frac{0.4335}{E \cdot I_C}$$

$$\delta_{15} = \frac{1}{E \cdot I_C} * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = \frac{7.57 * 0.9 * 8.5}{3 * (E \cdot I_C)} = \frac{19.30}{E \cdot I_C}$$

$$\delta_{1P_1} = - \left(\frac{1}{E \cdot I_C} \right) * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = - \frac{0.1 * 1.53 * 8.5}{3 * (E \cdot I_C)} = - \frac{52.7}{E \cdot I_C}$$

$$\delta_{1P_2} = - \left(\frac{1}{E \cdot I_C} \right) * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = - \frac{0.1 * 255 * 8.5}{3 * (E \cdot I_C)} = - \frac{72.5}{E \cdot I_C}$$

$$\delta_{1P_3} = - \left(\frac{1}{E \cdot I_C} \right) * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = - \frac{0.1 * 397 * 8.5}{3 * (E \cdot I_C)} = - \frac{92.65}{E \cdot I_C}$$

$$\delta_{1q} = - \left(\frac{1}{E \cdot I_C} \right) * \frac{5}{12} (h * s * l) = - \frac{5 (438.3 * 0.1 * 8.5)}{12 * (E \cdot I_C)} = - \frac{155.23}{E \cdot I_C}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{E \cdot I_C} * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = \frac{0.1 * 0.1 * 8.5}{3 * (E \cdot I_C)} = \frac{0.02833}{E \cdot I_C}$$

$$\delta_{23} = - \left(\frac{1}{E \cdot I_C} \right) * \left(\frac{h * l}{6} \right) * (s_1 + 2 * s_2) = \left(\frac{0.1 * 8.5}{6} \right) * (1 + 2 * 0.9) = - \frac{0.3966}{E \cdot I_C}$$

$$\delta_{24} = - \left(\frac{1}{E \cdot I_C} \right) * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = - \frac{0.1 * 1.53 * 8.5}{3 * (E \cdot I_C)} = - \frac{0.4335}{E \cdot I_C}$$

$$\delta_{25} = - \left(\frac{1}{E \cdot I_C} \right) * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = - \frac{7.57 * 0.9 * 8.5}{3 * (E \cdot I_C)} = - \frac{19.30}{E \cdot I_C}$$

$$\delta_2 P_1 = \frac{1}{E \times I_c} * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = \frac{0.1 * 186.2 * 8.5}{3 * (E \times I_c)} = \frac{52.76}{E \times I_c}$$

$$\delta_2 P_2 = \frac{1}{E \times I_c} * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = \frac{0.1 * 255 * 8.5}{3 * (E \times I_c)} = \frac{72.25}{E \times I_c}$$

$$\delta_2 P_3 = \frac{1}{E \times I_c} * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = \frac{0.1 * 327.3 * 8.5}{3 * (E \times I_c)} = \frac{92.73}{E \times I_c}$$

$$\delta_2 q = \frac{1}{E \times I_c} * \frac{5}{12} (h * s * l) = \frac{5(438.3 * 0.1 * 8.5)}{12 * (E \times I_c)} = \frac{155.23}{E \times I_c}$$

$$\delta_{33} = \frac{1}{E \times I_c} * l \left(\frac{[\hbar_s(2s_s + s_s) + \hbar_s(2s_s + s_s)]}{6} \right) = 8.5 \left(\frac{[1(2 * 1 + 0.9) + 0.9(2 * 0.9 + 1)]}{(E \times I_c) * 6} \right) = \frac{7.678}{E \times I_c}$$

$$\delta_{34} = \frac{1}{E \times I_c} * \left(\frac{\hbar * l}{6} \right) * (s_1 + 2 * s_2) = \left(\frac{153 * 8.5}{6} \right) * (1 + 2 * 0.9) = \frac{6.069}{E \times I_c}$$

$$\delta_{35} = \frac{1}{E \times I_c} * \left(\frac{\hbar * l}{6} \right) * (s_1 + 2 * s_2) = \left(\frac{7.57 * 8.5}{6} \right) * (1 + 2 * 0.9) = \frac{30.027}{E \times I_c}$$

$$\delta_3 P_1 = - \left(\frac{1}{E \times I_c} \right) * \left(\frac{\hbar * l}{6} \right) * (s_1 + 2 * s_2) = \left(\frac{186 * 8.5}{6} \right) * (1 + 2 * 0.9) = - \frac{737.8}{E \times I_c}$$

$$\delta_3 P_2 = - \left(\frac{1}{E \times I_c} \right) * \left(\frac{\hbar * l}{6} \right) * (s_1 + 2 * s_2) = \left(\frac{256 * 8.5}{6} \right) * (1 + 2 * 0.9) = - \frac{1015.46}{E \times I_c}$$

$$\delta_3 P_3 = - \left(\frac{1}{E \times I_c} \right) * \left(\frac{\hbar * l}{6} \right) * (s_1 + 2 * s_2) = \left(\frac{327 * 8.5}{6} \right) * (1 + 2 * 0.9) = - \frac{1287.1}{E \times I_c}$$

$$\delta_3 q = - \left(\frac{1}{E \times I_c} \right) * \frac{1}{12} * h(3\overline{h_1} + 5\overline{h_2}) * l = \frac{1}{12} * 438.3(3 * 1 + 5 * 0.9) * 8.5 = - \frac{2328.46}{E \times I_c}$$

$$\delta_{44} = \frac{1}{E \times I_c} * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = \frac{1.53 * 1.53 * 8.5}{3 * (E \times I_c)} = \frac{6.632}{E \times I_c}$$

$$\delta_{45} = \frac{1}{E \times I_c} * \left(\frac{\hbar * \hbar * l}{3} \right) = \frac{1.53 * 7.57 * 8.5}{3 * (E \times I_c)} = \frac{32.81}{E \times I_c}$$

$$\delta_4 P_1 = - \left(\frac{1}{E \cdot I_c} \right) * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = - \frac{1.53 * 186 * 8.5}{3 * (E \cdot I_c)} = - \frac{806.31}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_4 P_2 = - \left(\frac{1}{E \cdot I_c} \right) * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = - \frac{1.53 * 256 * 8.5}{3 * (E \cdot I_c)} = - \frac{1109.76}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_4 P_3 = - \left(\frac{1}{E \cdot I_c} \right) * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = - \frac{1.53 * 327 * 8.5}{3 * (E \cdot I_c)} = - \frac{1417.54}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_4 q = - \left(\frac{1}{E \cdot I_c} \right) * \frac{5}{12} (h * s * l) = - \frac{5(438.3 * 1.53 * 8.5)}{12 * (E \cdot I_c)} = - \frac{237.5}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_{55} = \frac{1}{E \cdot I_c} * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = \frac{7.57 * 7.57 * 8.5}{3 * (E \cdot I_c)} = \frac{162.36}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_5 P_1 = - \left(\frac{1}{E \cdot I_c} \right) * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = - \frac{7.57 * 186 * 8.5}{3 * (E \cdot I_c)} = - \frac{3989.3}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_5 P_2 = - \left(\frac{1}{E \cdot I_c} \right) * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = - \frac{7.57 * 256 * 8.5}{3 * (E \cdot I_c)} = - \frac{5490.7}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_5 P_3 = - \left(\frac{1}{E \cdot I_c} \right) * \left(\frac{h * h * l}{3} \right) = - \frac{7.57 * 327 * 8.5}{3 * (E \cdot I_c)} = - \frac{7013.6}{E \cdot I_c}$$

$$\delta_5 q = - \left(\frac{1}{E \cdot I_c} \right) * \frac{5}{12} (h * s * l) = - \frac{5(438.3 * 7.57 * 8.5)}{12 * (E \cdot I_c)} = - \frac{11751}{E \cdot I_c}$$

Debido a que hay tres diagramas de cargas y uno de fuerza distribuida, los cálculos de sus desplazamientos son acomodados con una función de sumatoria para un mejor desempeño y manejo del sistema de ecuaciones.

$$\sum_{k=1}^N \delta_1 P_k = \delta_1 P_1 + \delta_1 P_2 + \delta_1 P_3 + \delta_1 q = -183155.16 \text{ cm}$$

$$\sum_{k=1}^N \delta_2 P_k = \delta_2 P_1 + \delta_2 P_2 + \delta_2 P_3 + \delta_2 q = -209177.67 \text{ cm}$$

$$\sum_{k=1}^n \delta_3 P_k = \delta_3 P_1 + \delta_3 P_2 + \delta_3 P_3 + \delta_3 q = -212960,44 \text{ cm}$$

$$\sum_{k=1}^n \delta_4 P_k = \delta_4 P_1 + \delta_4 P_2 + \delta_4 P_3 + \delta_4 q = -3135572,75 \text{ cm}$$

$$\sum_{k=1}^n \delta_5 P_k = \delta_5 P_1 + \delta_5 P_2 + \delta_5 P_3 + \delta_5 q = -1835243,55 \text{ cm}$$

Luego de haber obtenido todos los valores de los desplazamientos resultantes en función de $E \cdot I_c$ se procede a resolver las ecuaciones canónicas, en este caso de 5 ecuaciones con 5 incógnitas

$$\left(32,4 + \frac{E \cdot I_c}{0,45}\right) \cdot X_1 + 24,9 \cdot X_2 + 25,4 \cdot X_3 + 417,6 \cdot X_4 + 229,3 \cdot X_5 - 183155,1 = 0$$

$$24,9 \cdot X_1 + \left(41,8 + \frac{E \cdot I_c}{0,45}\right) \cdot X_2 + 41,7 \cdot X_3 + 403,1 \cdot X_4 + 334,9 \cdot X_5 - 209177,6 = 0$$

$$25,4 \cdot X_1 + 41,7 \cdot X_2 + 48,8 \cdot X_3 + 408 \cdot X_4 + 384,3 \cdot X_5 - 212960,4 = 0$$

$$417,6 \cdot X_1 + 403 \cdot X_2 + 408 \cdot X_3 + \left(8734 + \frac{E \cdot I_c}{47090}\right) \cdot X_4 + 3430 \cdot X_5 - 3135572,7 = 0$$

$$229 \cdot X_1 + 334 \cdot X_2 + 384 \cdot X_3 + 3430 \cdot X_4 + \left(3142 + \frac{E \cdot I_c}{57035}\right) \cdot X_5 - 1835243,5 = 0$$

La solución del sistema se llevó a cabo con el mismo software matemático mencionado anteriormente y sus resultados fueron:

$$X_1 = 2,99 \cdot 10^{-5} N \cdot cm$$

$$X_2 = 1.19 \cdot 10^{-5} N \cdot cm$$

$$X_3 = - 3825.68 N \cdot cm$$

$$X_4 = 55.5 N$$

$$X_5 = 9.24 N$$

A continuación se calculan los valores reales del momento en el cojinete ya que este es parcialmente elástico y no rígido como fue calculado

$$M_{\text{emp elástico}} = \varphi \cdot M_{\text{emp rígido}}$$

$$X_{3E} = \varphi \cdot X_3 = 0.346 \cdot 3825.68 N \cdot cm \quad (4.11)$$

$$X_{3E} = 1323.68 N \cdot cm$$

Los valores de las incógnitas obtenidos fueron los siguientes:

$$X_1 = 2.99 \cdot 10^{-5} N \cdot cm$$

$$X_2 = 1.19 \cdot 10^{-5} N \cdot cm$$

$$X_3 = 1323.68 N \cdot cm$$

$$X_4 = 55.5 N$$

$$X_5 = 9.24 N$$

4.6 Diagrama de esfuerzo cortante y momento flector sin considerar el sello mecánico como apoyo ni los cojinetes como empotramientos parcialmente elásticos.

Para obtener estos diagramas de momentos flectores se consideran solamente las siguientes cargas: la carga que representa el peso propio de cada uno de los tres

impelentes $P = 62 \text{ N}$, el peso propio $Q = 116 \text{ N}$ del árbol como una carga uniformemente distribuida $q = 1,48 \text{ N/cm}$.

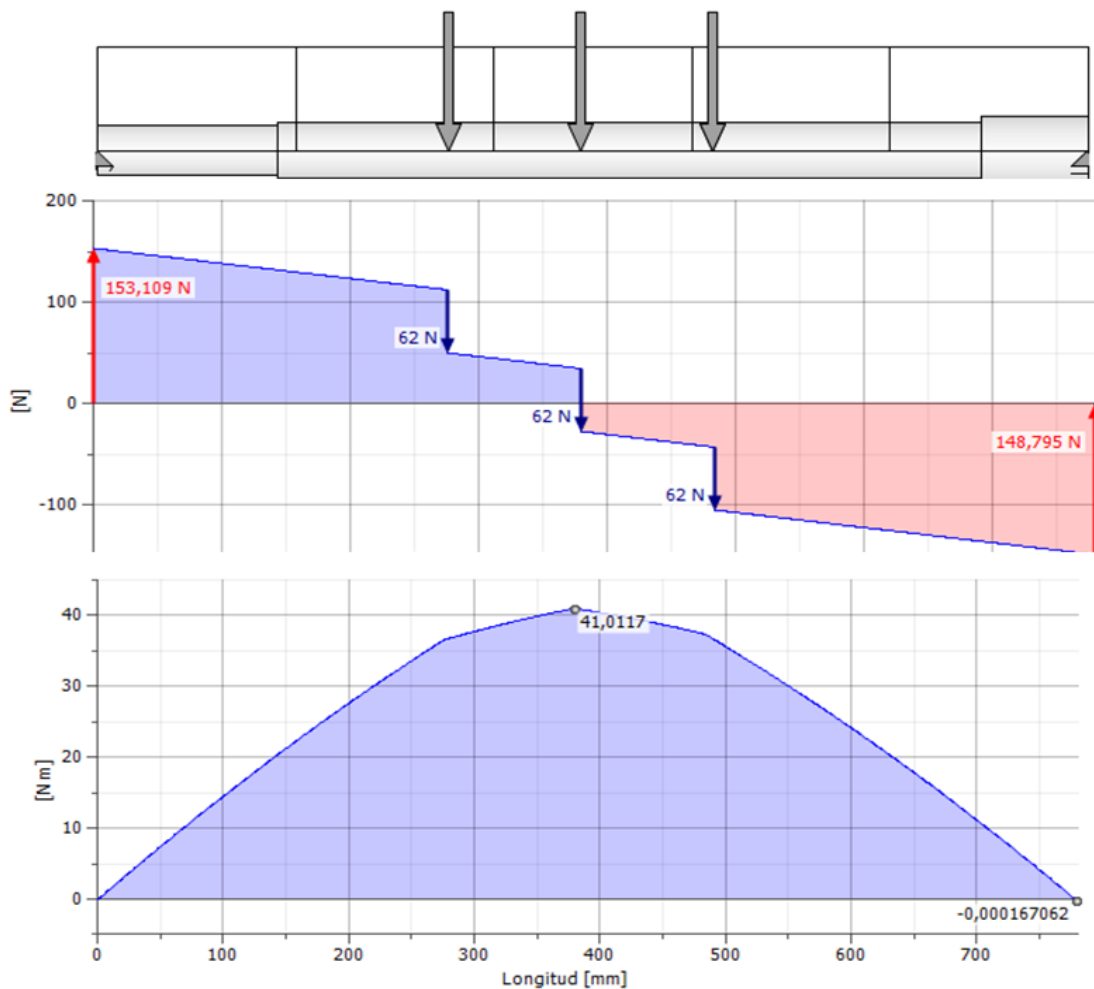


Figura. 4.11 Diagramas de momentos flectores y esfuerzos cortantes considerando los cojinetes como apoyos rígidos.

En la Fig. 4.11 se muestra el diagrama de momentos flectores obtenido por el método clásico, siendo el momento flector máximo es $M_{f_{\max}} = 4101,1 \text{ N} \cdot \text{cm}$ en la sección que coincide aproximadamente con la posición ocupada por el segundo impelente

4.7 Diagrama de esfuerzo cortante y momento flector considerando el árbol con empaquetaduras y elasticidad en sus cojinetes.

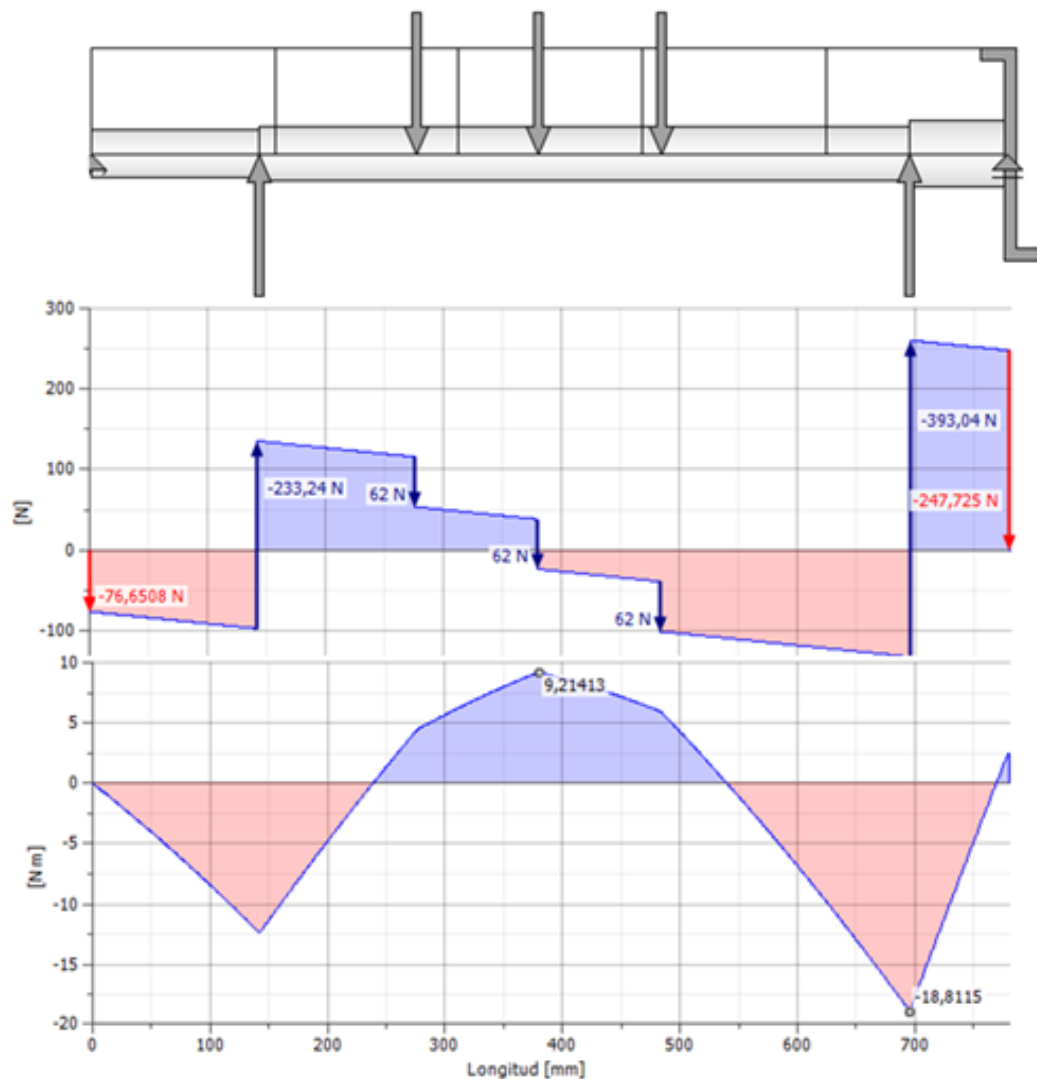


Figura. 4.9 Diagramas de momento flector y esfuerzo cortante del árbol, considerando la acción de la empaquetadura y la rigidez al giro de los rodamientos.

El momento flector máximo con la consideración de las empaquetaduras como apoyos elásticos y la caja de bola radial de simple hilera del extremo derecho como

empotramiento elástico es de $M_{f_{\max}} = 1881.11 \text{ N} \cdot \text{cm}$. Coincidiendo en la zona de la segunda empaquetadura, la del extremo derecho.

4.8 Diagrama de esfuerzo cortante y momento flector considerando los cojinetes como empotramientos parcialmente elásticos y los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.

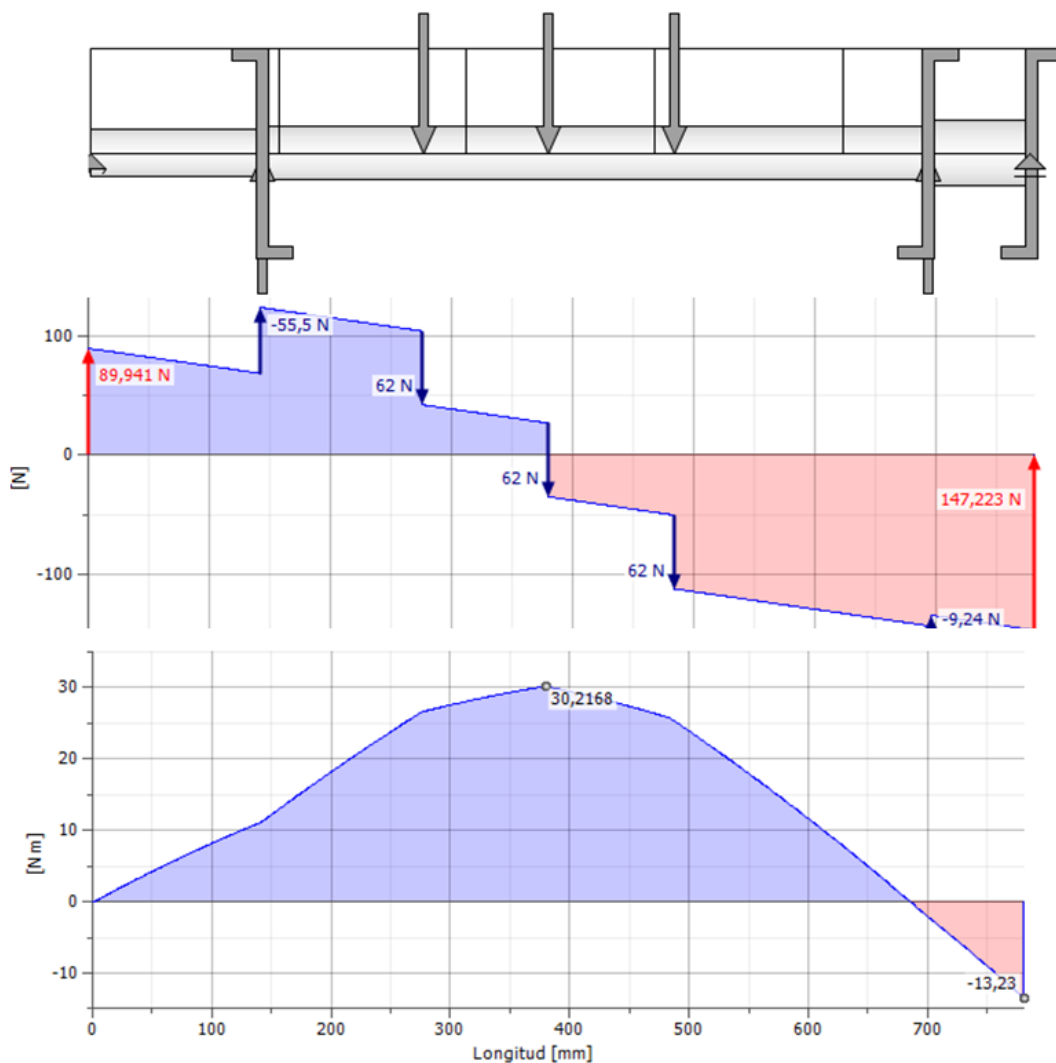


Figura 4.10 Diagrama de momentos flectores y esfuerzos cortantes considerando la rigidez de los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.

El momento flector máximo en este caso es $M_{f_{\max}} = 3021.68 \text{ N-cm}$, mayor que en el caso de las empaquetaduras, y muy similar al que se considera sólo los cojinetes como apoyos rígidos, o sea, que el sello mecánico con esa rigidez en el muelle no favorece la resistencia del árbol.

4.9 Conclusiones parciales del Capítulo IV.

1. Se aplica el nuevo procedimiento de cálculo a la bomba centrífuga multietápica del Buque contra incendios "6 de Junio" obteniéndose el diagrama de momentos flectores resultante partiendo de que en lugar de empaquetaduras tuviera sellos mecánicos y con la consideración de que estos funcionan como apoyos elásticos suplementarios.
2. Se demuestra que los sellos mecánicos casi no modifican el diagrama de momentos flectores del árbol pues su rigidez al giro y su contacto radial son muy pequeños.
3. El diagrama de Momentos flectores obtenido es más exacto que el obtenido por el método clásico, ya que incorpora elementos que existen realmente pero que no se habían tomado en cuenta.

Conclusiones Generales.

1. En el trabajo se desarrolló un nuevo esquema general de análisis y un nuevo procedimiento de cálculo para árboles de las bombas centrífugas de simples y múltiples etapas que considera la influencia favorable de la rigidez angular de los cojinetes de rodamientos y los sellos mecánicos como apoyos elásticos suplementarios.
2. Se lograron establecer los respectivos modelos matemáticos para determinar el momento elástico que se genera en el sello mecánico bajo la presencia de una deformación angular, calculando la constante de rigidez angular del muelle helicoidal del sello y la fuerza radial que se genera en éste bajo la tendencia a un desplazamiento lineal y calculando la rigidez al desplazamiento lineal del o-ring del sello.
3. El esquema de análisis desarrollado es mucho más exacto que el clásico pues contempla aspectos que nunca habían sido considerados y que influyen en las fuerzas internas en los árboles.
4. Se aplica el nuevo procedimiento de cálculo a la bomba de simple etapa de agua desmineralizada de la Central Termoeléctrica "Carlos M. de Céspedes" de Cienfuegos y a la bomba centrífuga multietápica del Buque contra incendios "6 de Junio" obteniéndose el diagrama de momentos flectores resultantes para cada caso y se demuestra que la consideración de los sellos como apoyos no modifican considerablemente el diagrama de momentos flectores resultantes.

Recomendaciones.

1. Se recomienda aplicar este procedimiento a otras bombas centrífugas con otros esquemas.
2. El sello mecánico que se tomó como referencia fue fabricado en la empresa glucosa de Cienfuegos y tal vez la rigidez del muelle no es la idónea. Consideramos que sería necesario profundizar en lo referente a las rigideces de los muelles empleados en los sellos mecánicos para esclarecer este particular.
3. Continuar la investigación profundizando en lo referente a las rigideces de los muelles empleados en los sellos mecánicos para evaluar si el modelo de rigidez del muelle empleado es el adecuado.
4. El Trabajo fue reconocido como Premio Provincial de Investigación Científica Destacada del CITMA en el año 2014, el mismo posee varias publicaciones científicas.

Referencias Bibliográficas.

- Alemán, G. et. al. (2010). Rediseño y Recuperación de dos Bombas Multietápicas Marca Berliet Pertenecientes a la Embarcación “6 de Junio” del Departamento de Bomberos de la Provincia de Cienfuegos. XVII Fórum de Ciencia y Técnica, Refinería de Petróleo Camilo Cienfuegos, 5 de Marzo 2010 – 25 p.
- Bedford A., Fowler W. (2003). Engineering Mechanics. Statics. Third Edition, New Jersey: Prentice Hall, 2002.--583 p.
- Beer F.P., Jonhston E.R. (1984). Mecánica Vectorial para Ingenieros. 2T. México: McGraw – Hill, 1984.—972 p.
- Birger I.A., Shorr B.F., Shneiderovich R.M. (1966). Cálculo de Resistencia de Piezas de Máquinas. Moscú: Editorial Mashinostroenie, 1966.-- 616 p.
- Cherkasski V.M. (1986). Bombas Ventiladores y Compresores. Moscú. Editorial MIR, 1986. —372 p.
- Dobrovolski V. et. al. (1970). Elementos de Máquinas. Moscú: Editorial MIR, 1970.-- 692 p.
- Faires V.M. (1985). Diseño de Elementos de Máquinas. México: Editorial UTEHA, 1985.-- 802 p.
- Feodosiev V.I. (1985). Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR.—583 p.
- Fernández Levy, Gilda S. (1983). Resistencia de Materiales. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.—511p.
- Fitzgerald F. (1996). Mecánica de Materiales. México: Editorial Alfaomega S.A. de C.V.--560 p.
- Fogiel M. (1988). Problem solver in Strength of Materials and Mechanics of Solids. New Jersey: Editorial REA. —1140 p.
- Goytisol R. Diseño de Elementos de Máquina. Las Villas: Editado por el Dpto. Mecánica Teórica y Aplicada. UCLV, 1973.--188p.
- Goytisol R.; Hidalgo C.; Nodal F.; Noa J.G. (2006). Estudio teórico y experimental del coeficiente de rigidez de los apoyos en árboles con diferentes cojinetes de

- rodamientos. Memorias del Tercer Congreso Internacional de Ingeniería Mecánica y Primero de Mecatrónica, Bogotá, Colombia, 20 al 22 de Septiembre del 2006.
- Goytisoló R., Cabello J.J. Hernández R. y otros. (1996). Análisis de la falla del Trunium de salida del Molino No. 1 de crudo de la Empresa de Cemento “Karl Marx”. Trabajo presentado en el XI Forum Nacional de Ciencia y Técnica.—69 p.
- Grahan Kelly S. (1993). Fundamentals of Mechanical Vibrations. New York: McGraw Hill, Inc.—643 p.
- Hidalgo Meizoso, Carlos. (2004). Estudio experimental del coeficiente de rigidez de los apoyos en árboles con diferentes tipos de cojinetes de rodamientos. Trabajo de Diploma. Dr. Rafael Goytisoló Espinosa, Tutor.
- Hidalgo Meizoso, Carlos. (2009). Estudio teórico y experimental del coeficiente de rigidez de los apoyos en árboles con diferentes tipos de cojinetes de rodamientos. Tesis en opción del Título de Master en Ciencias Técnicas. Dr. Rafael Goytisoló Espinosa, Tutor.
- Mott R.L. (1996). Resistencia de Materiales Aplicada. México: Editorial Prentice- Hall Hispanoamericana S.A.—640 p.
- Mukanov K. (1968). Design of metal structures. Moscú: Editorial MIR, 1968. --- 517p
- Nodal Ordoñez, Fernando. (2004). Estudio teórico y experimental del Empotramiento Elástico. Tesis en opción del Título de Master en Ciencias Técnicas. Dr. Rafael Goytisoló Espinosa, Tutor.
- Olsen G.A. (1962). Elements of Mechanics of Materials. La Habana: Editora de la Asociación de Estudiantes de Ingeniería.—536 p.
- Partón V.Z. (1990). Mecánica de la Destrucción. Moscú: Editorial MIR.--415 p.
- Pisarenko G.S., Yakovlev A.P., Matveev V.K. (1989). Manual de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR.-- 693 p.
- Reshetov, D. (1985). Elementos de Máquinas. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.—830p.
- Shigley, J. E.; Mitchell, L. D. (1985).Diseño en Ingeniería Mecánica. México: Editorial Mc Graw Hill. -- 915 p.

- Timoshenko S. (1961). Teoría de la Estabilidad Elástica. Buenos Aires: Editorial EDIAR.—549 p.
- Timoshenko S. (1965). Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial Nauka.—480p.
- Volmir A. (1986). Problemas de Resistencia de Materiales. Moscú; Editorial MIR.—477 p.
- Wilson Ch. (1999). Computer Integred Machine Design. New Jersey: Prentice Hall.—646p.

