

Colectivo de Mecánica Aplicada

TRABAJO DE DIPLOMA

Método de cálculo de vigas asimétricas soldadas y su modelación por el Método de los Elementos Finitos

Autora: Hilja Ndapewa Kaapanda

Tutores: Dr.C. Rafael Antonio Goytisolo Espinosa Dr. C. Hernán Hernández Herrera Ing. Mario Jesús Espín Pérez

> Junio 2015 "Año 57 de la Revolución"

PENSAMIENTOS

Deja en manos de Dios todo lo que haces, y tus proyectos se harán realidad.

Y te hará Jehová tu Dios abundar en toda obra de sus manos, en el fruto de su vientre, en el fruto de tu bestia, y en el fruto de tu tierra, para bien; porque Jehová volverá a gozarse sobre ti para bien, de la manera que se gozó sobre tus padres... Deuteronomio 29:30

AGRADECIMIENTOS

A Dios Padre

Primeramente quiero dar las gracias al Señor padre, por ser mi creador y por equiparme con todo lo necesario para llegar a este punto. Agradezco a Dios que es mi protector, guía, iluminación y fortaleza entre otros.

A mi Familia

Agradezco a mi mamá Sra. Hilja Kaapanda que es una especie especial de mujer grandiosa, una madre espectacular y una amiga irremplazable que siempre quiso lo mejor para mí y siempre hacía lo necesario para mi formación. También doy gracias a mi hermano Thomas Ndangi Kaapanda, que además de ser mi otra mitad es un gran amigo.

A mis Tutores y Profesores

Al Profesor Rafael Goytisolo que es uno de los profesores que tiene una fe extraordinaria en mí, que siempre me apoyó y que ha dedicado toda su energía y tiempo en la realización de este trabajo, y que se preocupa conmigo, muchas gracias profe. Gracias al claustro de profesores los cuales, por compartir sus conocimientos conmigo, contribuyeron a mi formación.

DEDICATORIA

A mi Madre: Hilja Kaapanda, una madre luchadora que dedicó su vida entera para llevarme hasta donde estoy ahora, mi madre la fuente de mi inspiración. Que Dios todo poderoso llena su vida con lluvias de bendiciones.

A mi Familia: Para que tomen ejemplo de mí, viendo que con Dios todo es posible y que si yo lo logré ellos también lo lograrán.

A mi tutor Goytisolo, el resto del claustro de profesores y amigos: Por el apoyo y la amistad.

Resumen

En la práctica de la Ingeniería se presenta con mucha frecuencia el empleo de vigas soldadas y por el hecho de que la unión soldada es menos resistente que el metal base se requiere reforzarla con platinas en su parte superior e inferior y en ambos laterales. Si se trata de una viga canal la situación se complejiza pues se trata de una viga asimétrica en las cuales durante la flexión se produce torsión.

En el presente trabajo se analiza una viga de perfil asimétrico (viga canal) soldada a tope y reforzada con platinas a ambos lados del alma y en las alas en su parte superior e inferior.

Se describen los resultados de la búsqueda bibliográfica donde queda ampliamente demostrada la novedad científica de la metodología de cálculo de este tipo de unión mixta, ya que en la literatura especializada no se aporta nada para el cálculo de las mismas.

Se establecieron todas las ecuaciones para calcular que parte de la carga aplicada, ya sea una fuerza de tracción, momento flector que provoca flexión pura a flexión transversal donde aparece cortante, flexión y torsión por el hecho de que esta carga no está aplicada en el dentro de flexión.

Se utilizó el Método de los Elementos Finitos para validar los resultados obtenidos por las ecuaciones analíticas propuestas, obteniéndose una correspondencia muy buena.

Indicé

Introducción 1
Capítulo I. Estado actual de los métodos y expresiones para el cálculo de las tensiones
en uniones soldadas 6
1.1 Insuficiencias generales de los métodos y expresiones empleadas en el cálculo
de las tensiones en uniones soldadas6
1.2 Tratamiento del cálculo de las tensiones en las uniones soldadas en la literatura
especializada de Mecánica de Materiales9
1.3 Tratamiento del cálculo de las tensiones en uniones soldadas en la literatura
especializada de Diseño de Elementos de Máquinas10
1.4 Tratamiento del cálculo de las tensiones en uniones soldadas en la literatura
especializada de soldadura 11
1.5 Aplicación del Método de los Elementos Finitos en las Investigaciones de las
Uniones Soldadas 12
1.6 Expresiones para el cálculo de las tensiones en uniones soldadas propuestas por
Faires
1.7 Expresiones para el cálculo de uniones soldadas propuestas en el tratado de
Shimpke, Horn y Ruge
1.8 Expresiones para el cálculo de uniones con costura de filete longitudinal
propuestas en el trabajo (Hernández, 2005)16
1.9 Expresiones para el cálculo de uniones con costura de filete transversal propuesta
en trabajo (Hernández, 2005) 19
1.10 Coeficiente de ajuste de los valores de las tensiones obtenidos por el Método de
los Elementos Finitos
1.11 Método propuesto en el Trabajo (Hernández, 2005) para determinar las
tensiones tangenciales máximas en uniones soldadas con perfiles de configuración
geométrica compleja sometidos a torsión
1.12 Método propuesto en el Trabajo (Hernández, 2006) para determinar las
tensiones tangenciales máximas en uniones soldadas a tope de configuración
geométrica compleja sometidos a torsión

1.13 Conclusiones parciales del Capítulo I
Capítulo II. Método de cálculo de las tensiones en los cordones de soldadura de una
unión soldada mixta simétrica
2.1. Concepto de unión soldada mixta
2.2 Cálculo de las fuerzas internas en los diferentes elementos que integran la unión
soldada mixta analizada
2.3 Cálculo de las fuerzas internas en los diferentes elemento de la unión 41
2.4 Cálculo de las tensiones en cada uno de los elementos de la unión soldada mixta
analizada
2.4.1 Calculo de las tensiones en los elementos de la unión a tope de la viga 45
2.4.2 Calculo de las tensiones que surgen en los cordones de las láminas de
refuerzo superior e inferior
2.4.3 Calculo de las tensiones que surgen en los cordones de las láminas de
refuerzo laterales
2.5 Validación del método propuesto mediante la comparación de los resultados
obtenidos por las expresiones propuestas con las obtenidas por el Método de los
Elementos Finitos
2.5.1 Cálculo de los momentos de inercia de las partes componentes de la unión.50
2.5.2 Cálculo de la parte del Momento Flector Total que asimila cada una de las
partes componentes de la unión 50
2.5.3 Cálculo de las tensiones en las partes componentes de la unión 51
2.4.4 Tensiones obtenidas en las partes componentes de la unión por el Método de
los Elementos Finitos
2.6 Conclusiones Parciales del Capítulo II 54
Capítulo III. Método de cálculo de las tensiones en los elementos componentes de la
unión soldada mixta de una viga asimétrica reforzada y en los cordones de soldadura.
3.1 Unión soldada mixta de una viga asimétrica reforzada como la que será
analizada
3.2 Cálculo de las fuerzas internas en los diferentes elementos que integran la unión
soldada mixta analizada

3.3 Cálculo de las fuerzas internas en los diferentes elemento de la unión 58
3.4 Cálculo de las tensiones en cada uno de los elementos de la unión soldada mixta
analizada63
3.4.1 Cálculo de las tensiones en la unión a tope de la viga U
3.4.2 Calculo de las tensiones que surgen en los cordones de las láminas de
refuerzo superior e inferior67
3.4.3 Tensiones que surgen en los cordones de las láminas de refuerzo laterales.72
3.5 Resultados obtenidos en el cálculo de las fuerzas internas y las tensiones
mediante la aplicación de las expresiones analíticas propuestas
3.5.1 Parámetros geométricos de la unión y cargas que serán aplicadas
3.5.2 Cálculo de las áreas y de los momentos de inercia de las partes componentes
de la unión
3.6 Resultados obtenidos mediante la aplicación del Método de los Elementos Finitos
y Análisis de los Resultados 85
3.6.1 Aplicación del Método de los Elementos Finitos en las Investigaciones de las
Uniones Soldadas
3.6.2 Modelo de Viga Soldada Asimétrica reforzada por la aplicación del Método de
los Elementos Finitos
3.6.3 Análisis por el MEF de la viga sometida a tracción
3.6.4 Análisis por el MEF de la viga sometida a flexión pura
3.6.5 Análisis por el MEF de la viga sometida a flexión transversal
3.7 Conclusiones Parciales del Capítulo III
Conclusiones Generales
Recomendaciones

Introducción

En la práctica de la Ingeniería se presenta con mucha frecuencia el empleo de vigas soldadas y por el hecho de que la unión soldada es menos resistente que el metal base se requiere reforzarla con platinas en su parte superior e inferior y en ambos laterales. Si se trata de una viga canal la situación se complejiza pues se trata de una viga asimétrica en las cuales durante la flexión se produce torsión.

Las uniones soldadas a solape con costuras de filete se calculan convencionalmente a cortante en la sección de la garganta, la cual es la más débil para este tipo de cordón de soldadura. El empleo de esta metodología de cálculo está motivado fundamentalmente por la simplificación que esto encierra, sin embargo queda claro en la literatura técnica especializada sobre el tema, que este convencionalismo es una simplificación del cálculo y que aún en los casos más simples de carga, como son las uniones a solape con costuras de filete longitudinal y transversal, las tensiones calculadas por esta metodología son varias veces más pequeñas que las reales, tal como se ha podido comprobar en las evaluaciones realizadas mediante la Aplicación del Método de los Elementos Finitos (Hernández, 2006)

En la revisión bibliográfica se pudo comprobar que no todos los Autores de Mecánica de Materiales abordan el Tema de las Costuras Soldadas, así por ejemplo, (Beer, 1993); (Feodosiev, 1985), (Fitzgerald, 1996), (Spiegel, 1999), (Timoshenko, 1965), abordan el Tema de Cortante Puro, sin hacer mención a este tipo de unión, se limitan exclusivamente a tratar las Uniones Remachadas dentro de este Tema de Cortante Puro.

Otros autores de esta materia como (Fogiel, 1988); (Miroliuvov, 1985); (Mott, 1990); (Mott, 1996); (Pisarenko, 1989), (Volmir, 1986), se limitan a mencionar este tipo de unión y si acaso, resuelven algún ejemplo muy elemental calculando tensiones en los casos más simples de estas uniones.

Algunos autores de Mecánica de Materiales, sin embargo, profundizan mucho más en el cálculo de este tipo de uniones, entre estos se encuentran: (Gilda Fernández, 1983) y (Olsen, 1962), no obstante, se puede afirmar que en la literatura técnica de Mecánica



de Materiales y Resistencia de Materiales se aporta muy poco acerca de los métodos y expresiones para el cálculo de las costuras soldadas.

Algo parecido ocurre con la literatura técnica de Elementos de Máquinas, no todos los autores abordan este Tema del Cálculo de las Costuras Soldadas con la misma profundidad. Por ejemplo: (Birger, 1966); e (Ivanov, 1991), tratan el Tema de forma elemental y abordan solamente los casos más simples en el cálculo de estas costuras. Otros autores de Elementos de Máquinas como: (Dobrovolski, 1970); (Iusilievich, 1988), (Wilson, 1997) o de Estructuras Metálicas como: (Mukanov, 1968), profundizan un poco más y tratan incluso el cálculo a fatiga de estas uniones, pero no abordan los casos más complejos de carga. Algunos otros autores como: (Faires, 1985); (Hall, 1971); (Orlov, 1985); (Reshetov, 1985); (Schimpke (et. Al). 1980) y (Shigley, 1969); (Shigley, 1977; (Shigley & Mitchell, 1985); (Shigley & Mischkie, 2001), abordan este tema con la mayor complejidad, sin embargo existen en ellos una gran diversidad en los métodos y expresiones empleadas en los cálculos con algunos aspectos contradictorios en los cuales se profundizó en los trabajos: (Hernández, 2006), (Jackson, 2007), (Hernández, 2007) y sus resultados se sintetizarán en este trabajo.

Sin embargo a pesar de que estos últimos autores abordan el tema del cálculo de las uniones soldadas con costuras de filete con mayor rigor, de ellos, sólo (Hernández, 2006) analiza el cálculo de las tensiones en uniones soldadas asimétricas sometidas a flexión transversal en cuando el plano de carga no coincide con el centro de flexión, en las cuales además de las tensiones de flexión que provoca la carga se induce un efecto de torsión en los cordones. Lo mismo sucede con el cálculo de las tensiones en el caso de la flexión cuando el plano de carga no coincide con ninguno de los ejes centroidales principales de inercia, caso de carga que es conocido en la Teoría General de la Mecánica de Materiales como: Flexión Oblicua.

Hay otro aspecto de gran importancia que tampoco es contemplado en las expresiones y métodos de cálculo tradicionales de las uniones soldadas de costuras de filete, que en general, sólo han sido abordados en los trabajos realizados por el Colectivo de Mecánica Aplicada de la UCf y por lo cual se mereció un Premio Nacional de la Academia de Ciencias de Cuba. Los cordones de soldadura empleados en las diferentes uniones soldadas tienen como regla una relación longitud a cateto del



cordón. En estas condiciones los cordones de soldadura, cualquiera que sea su configuración geométrica y la solicitación se comportan como Perfiles de Paredes Delgadas. Las evaluaciones realizadas en los trabajos: (Hernández, 2006), (Jackson, 2007), (Hernández, 2007) han permitido comprobar que la consideración del cordón de soldadura como un Contorno de Paredes Delgadas permite obtener valores de las tensiones que se corresponden mucho mejor con las obtenidas por el Método de los Elementos Finitos y por supuesto mucho más exactas que las obtenidas como regla por los Métodos Clásicos.

A todos estos argumentos hay que añadir que los cordones de soldadura son elementos muy sensibles a la aparición de defectos durante su ejecución, de aquí que el fenómeno de la concentración de tensiones en las costuras de filete no esté presente sólo a causa de sus características geométricas, sino a consecuencia también de estos defectos, la probabilidad de la falla por fatiga del cordón en presencia de cargas variables es muy elevada. Es por esta razón que desde su surgimiento hace cuatro décadas y en el posterior desarrollo de una nueva Rama de la Mecánica de los Sólidos Deformables: La Mecánica de la Fractura, se le ha prestado especial atención en las aplicaciones de esta tecnología a los cordones de soldadura.

La Mecánica de la Fractura ha planteado una nueva necesidad, la de pronosticar los plazos de desarrollo de los defectos que pudieran existir en los cordones de soldadura, lo que exige que para lograr esto con una exactitud aceptable desde el punto de vista ingenieril, se requiere determinar las tensiones que surgen en los cordones de soldadura con una exactitud superior.

Esta situación ha permitido identificar el siguiente Problema Científico.

La **Situación Problémica** que se presenta es en la unión soldada de una viga, al estar reforzada concurren tres tipos diferentes de uniones soldadas en la unión, cada una de las cuales soportará una parte de la carga asignada a la misma. Como resultado de la búsqueda bibliográfica realizada sobre uniones soldadas en la literatura general de Ingeniería, en la Literatura Especializada de Soldadura y de Estructuras Metálicas y en las Normas Técnicas relacionadas, se aprecia que el cálculo de las tensiones en este tipo de combinación sólo ha sido abordada por el Colectivo de Mecánica Aplicada de la UCf, ninguna de las otras fuentes consultadas aborda esta problemática.



El Colectivo de Mecánica Aplicada de la Universidad de Cienfuegos, desarrolló un Método de Cálculo para vigas soldadas simétricas (Becerra, 2007), (Goytisolo (et. al). 2008) pero para vigas asimétricas este Método aún no ha sido creado. Ninguno de los autores consultados aborda el cálculo de las tensiones en uniones soldadas con costuras a tope ni de filetes asimétricos sometidos a flexión transversal cuando el plano de carga no coincide con el centro de flexión, lo que está presente en este tipo de unión mixta.

Por todo lo expuesto es que en el presente trabajo se formuló entonces la siguiente **Hipótesis:** Es posible aplicando la Teoría Clásica de la Mecánica de los Materiales obtener expresiones que permitan calcular que parte de la carga externa es asimilada por cada una de las uniones soldadas particulares que integran la unión soldada mixta de la viga asimétrica y aplicando la Teoría del Cálculo de las Tensiones en los Perfiles de Paredes Delgadas obtener expresiones que permitan calcular las tensiones en cada uno de los cordones de soldadura componentes de la unión, aspectos estos novedosos. Como **Objetivo General** de la Investigación se planteó: Desarrollar partiendo de los Métodos Generales de la Mecánica de Materiales y de la Teoría de los Perfiles de Paredes Delgadas un Método de Cálculo de las Uniones Soldadas Mixtas en vigas asimétricas como puede ser una viga canal y realizar partiendo de dicho método una evaluación de la resistencia de cada uno de las uniones soldadas que integran dicha viga soldada cuando es reforzada.

Para lograr este Objetivo General se plantean los siguientes Objetivos Específicos:

- Aplicar la Teoría de la Mecánica de Materiales para desarrollar un Nuevo Método de Cálculo de las Fuerzas Internas en este tipo de unión mixta que permita precisar que parte de la carga soporta a cortante y a flexión, cada una de las partes componentes de la unión soldada de la viga asimétrica.
- Aplicar las expresiones obtenidas por el Colectivo de Mecánica Aplicada de la UCf mediante la Teoría de los Perfiles de Paredes Delgadas, en el cálculo de las tensiones en cada uno de los cordones que integran dicha unión soldada.

Para cumplir estos objetivos se realizaron las siguientes



Tareas de Investigación:

- Profundizar en el estado del arte con relación a los métodos y expresiones propuestas para el cálculo de las tensiones en uniones soldadas en general.
- Investigar el Método de Cálculo desarrollado por el Colectivo de Mecánica Aplicada de la UCf para una viga soldada y reforzada de perfil simétrico, de manera que éste pueda ser utilizado como referencia.
- Desarrollar un método de cálculo de las cargas que asimila una unión soldada mixta en una viga canal que soporta tracción, cortante y flexión y precisar en el caso analizado que carga soporta cada una de las partes integrantes de la unión soldada mixta.
- Con las cargas determinadas calcular las tensiones de los elementos de cada una de las uniones soldadas y de los cordones de las mismas.
- Modelar la unión por el Método de los Elementos finitos, a modo de validación de los resultados analíticos obtenidos.

Como resultados del trabajo realizado se consideran Aportes Científicos:

- El Nuevo Método de Cálculo de las Fuerzas Internas en este tipo de unión soldada mixta en una viga canal que permita precisar que parte de la carga soporta a tracción, cortante y flexión, cada una de las partes componentes de la unión soldada de la viga soldada de perfil asimétrico para poder realizar el cálculo de las tensiones.
- Cálculo de las tensiones en las uniones soldadas que integran la unión soldada mixta de perfil asimétrico.

Valor Práctico del Trabajo:

El valor práctico fundamental de esta investigación es que en ella se obtienen expresiones de cálculo novedosas que permiten obtener los valores de las tensiones que surgen en los puntos más críticos de las uniones soldadas mixtas en una viga asimétrica como lo es una canal, aspecto este muy necesario y frecuente en la reparación de chasis de vehículos y en otras aplicaciones.



Capítulo I. Estado actual de los métodos y expresiones para el cálculo de las tensiones en uniones soldadas.

1.1 Insuficiencias generales de los métodos y expresiones empleadas en el cálculo de las tensiones en uniones soldadas.

Este tipo de unión ha sido calificada en el trabajo (Hernández, 2006) como la "Cenicienta de los Elementos de Máquinas", ningún autor había abordado, por ejemplo, el cálculo de las tensiones locales que aparecen en el vértice de la garganta en los extremos del cordón para el caso de las uniones a solape con costuras de filete longitudinal, puntos estos en los cuales los propios autores reconocen que las tensiones, dados los fenómenos de distribución no uniforme de las tensiones a lo largo de la longitud del cordón y de la concentración de tensiones en el espesor de la garganta, pueden llegar a ser hasta nueve veces o más las tensiones medias; sin embargo se emplea desde hace 100 años un método basado en el cálculo de las tensiones medias en la sección de la garganta, método este adecuado para cálculos de resistencia de los cordones en condiciones de cargas estáticas, pero absolutamente insuficiente para evaluar la resistencia en condiciones de cargas cíclicas.

Para realizar cálculos en condiciones de cargas cíclicas se necesitan los valores de las tensiones locales máximas y por supuesto el ciclo de variación de las mismas el cual depende de la variación de la carga aplicada desde Pmín. hasta Pmáx.

Los métodos empleados para evaluar la resistencia en condiciones de cargas cíclicas en las costuras soldadas mencionadas no se fundamentan tampoco en el cálculo de las tensiones máximas locales, sino que como regla utilizan coeficientes de reducción de las tensiones admisibles del material del cordón, que toman en cuenta la variabilidad de la carga aplicada desde Pmín. hasta Pmáx., pero no utilizan el criterio de calcular el coeficiente de seguridad a la fatiga empleando las tensiones máximas y mínimas, ni los factores que se incorporan en los cálculos clásicos de fatiga, como son: el factor de



concentración de tensiones, el factor de tamaño, el factor de estado de la superficie, etc.; que incorporan al cálculo de las tensiones locales máximas y mínimas, calculadas por los métodos clásicos de la Mecánica de Materiales, el peligro que representan el efecto suplementario de la concentración de tensiones, y los posibles defectos del cordón en dichas zonas.

Las uniones soldadas a solape con costuras de filete longitudinal y transversal en general, se calculan convencionalmente en base a las tensiones tangenciales medias en la sección de la garganta, la cual es la más débil para este tipo de cordón de soldadura. EI empleo de este procedimiento de cálculo está motivado fundamentalmente por la simplificación que esto encierra, sin embargo, queda claro en la literatura técnica especializada sobre el tema, que este convencionalismo es una simplificación del cálculo y que los valores de las tensiones calculadas por esta vía son varias veces más pequeñas que las existentes en los extremos del cordón, tal como se ha podido comprobar en las evaluaciones realizadas en el presente trabajo mediante la Aplicación del Método de los Elementos Finitos. Algunos autores (Dobrovolski et. al. 1970); (Hall, 1971); (Reshetov, 1985); (Shigley, 1969); (Shigley, 1977); (Shigley and Mitchell, 1985); (Shigley and Mischkie, 2001) señalan que en estos tipos simples de uniones soldadas con costuras de filete, no se consideran en los cálculos de las tensiones, aspectos que influyen en la magnitud local de las mismas para los puntos más críticos como son:

- La excentricidad de la carga aplicada con relación al cordón.
- La diferencia de tensiones en el cordón a lo largo de la longitud de la unión.
- La distribución no uniforme de las tensiones a través del espesor de la garganta a causa del fenómeno de concentración de tensiones.

La fundamentación de por qué no se consideran estos aspectos en los cálculos de las tensiones en uniones bajo cargas estáticas está absolutamente claro y se basa en que, para que se produzca la rotura del cordón de soldadura, la tensión tiene que alcanzar primero el valor correspondiente al límite de fluencia del material, lo que implica la aparición previa de grandes deformaciones plásticas, las cuales reducen la no uniformidad de la distribución de tensiones, no sólo a través de la longitud, sino también a través del espesor de su garganta y antes de la rotura las tensiones se uniformizan



completamente, coincidiendo en este momento con el valor medio calculado. Los propios autores que plantean estas justificaciones dejan muy claro el hecho de que estas circunstancias tienen valor sólo para cargas estáticas ya que la rotura bajo cargas cíclicas o variables en el tiempo tiene lugar por la fatiga volumétrica, fenómeno que ocurre bajo tensiones que están muy por debajo del límite de fluencia, circunstancia esta en la cual no ocurren deformaciones plásticas por lo que los efectos de redistribución de las tensiones después de alcanzada la fluencia y la compensación del efecto de concentración de tensiones no están presentes.

Hay otro aspecto de gran importancia que tampoco era contemplado en las expresiones y métodos de cálculo de las uniones soldadas de costuras de filete y es que los cordones de soldadura empleados en las diferentes uniones soldadas tienen como regla una relación longitud a cateto del cordón $\frac{l}{c} > 10$. En estas condiciones los cordones de soldadura, cualquiera que sea su configuración geométrica, se comportan como Perfiles de Paredes Delgadas. Las evaluaciones realizadas por el Colectivo de Mecánica Aplicada de la UCf (Hernández, 2006), (Jackson, 2007), (Hernández, 2007), (Goytisolo et. al. 2005); (Goytisolo (et. al.) 2006) han permitido comprobar que la consideración del cordón de soldadura como un Perfil de Paredes Delgadas permite obtener valores de las tensiones máximas locales que se corresponden mucho mejor con las obtenidas por el Método de los Elementos Finitos y más próximas a estos valores que las obtenidas como regla por el Método Clásico.

En el caso de las uniones con perfiles de configuración geométrica compleja sometidos a torsión y flexión, aunque los autores determinan las tensiones máximas, las expresiones brindadas por ellos en algunos casos presentan omisiones y contradicciones con la Teoría de la Mecánica de Materiales.

A todos estos argumentos hay que añadir que los cordones de soldadura son elementos muy sensibles a la aparición de defectos durante su ejecución, de aquí que el fenómeno de la concentración de tensiones en las costuras de filete no esté presente sólo a causa de sus características geométricas, sino a consecuencia también de estos defectos, la probabilidad de la falla por fatiga del cordón en presencia de cargas variables es muy elevada. Esta situación ha provocado que se generalice el criterio de



que la soldadura es un método de unión muy deficiente para uniones que trabajan en condiciones de cargas cíclicas, sin detenerse a pensar que, por ejemplo, los árboles son elementos de máquinas con considerables cambios de forma en los que se producen elevados efectos de concentración de tensiones y en los cuales la variación cíclica de las tensiones se produce a una frecuencia de miles de ciclos por minuto, sin embargo los métodos de cálculo permiten apreciar con una adecuada exactitud los valores de las tensiones máximas locales por lo que pueden ser adecuadamente calculados y se puede impedir su falla por fatiga. Simplemente hay que concluir que las tensiones máximas locales en las uniones soldadas con costuras de filete, como regla, no están siendo correctamente calculadas y se hace necesario resolver esta insuficiencia. Es por esta razón que desde su surgimiento hace cuatro décadas y en el posterior desarrollo de una nueva Rama de la Mecánica de los Sólidos Deformables: La Mecánica de la Fractura, se le ha prestado especial atención en las aplicaciones de esta nueva tecnología a los cordones de soldadura.

La Mecánica de la Fractura ha planteado una nueva necesidad a la Mecánica de Materiales, la de pronosticar los plazos de desarrollo de los defectos que pudieran existir en los cordones de soldadura, lo que exige que para lograr esto con una exactitud aceptable desde el punto de vista ingenieril, se requiere determinar las tensiones máximas locales que surgen en los cordones de soldadura con una exactitud superior.

1.2 Tratamiento del cálculo de las tensiones en las uniones soldadas en la literatura especializada de Mecánica de Materiales.

No todos los autores de Mecánica de Materiales abordan el Tema de las Costuras Soldadas, así por ejemplo, (Beer and Johnston, 1993); (Feodosiev, 1985), (Fitzgerald, 1996); (Spiegel (et. al.), 1999); (Timoshenko, 1965) abordan el Tema de Cortante Puro, sin hacer mención a este tipo de unión, se limitan exclusivamente a tratar las Uniones Remachadas dentro de este Tema.

Otros autores como (Fogiel, 1988); (Miroliubov, 1985), (Mott, 1996); (Pisarenko et. al., 1989); (Volmir, 1986); se limitan a mencionar este tipo de unión y sólo, resuelven ejemplos muy elementales determinando tensiones en los casos más simples.



Algunos profundizan más en el cálculo de las tensiones en este tipo de uniones, entre estos se encuentran: (Gilda Fernández, 1983); y (Olsen, 1962), no obstante, se puede afirmar que en la literatura técnica de Mecánica de Materiales y Resistencia de Materiales se aporta muy poco acerca de los métodos y expresiones para el cálculo de las tensiones en las costuras soldadas.

Es necesario aclarar que el cálculo de las tensiones en costuras soldadas a tope, por los métodos descritos en la literatura, se realiza por expresiones que no difieren en lo absoluto de las estudiadas en esta literatura de Mecánica de Materiales y los autores consideran innecesario referirse a ellas, sin embargo se evidencia que en el caso de la torsión se maneja casi unánimemente la analogía con la torsión en barras de sección circular sometida a torsión, sólo el Tratado General de Soldadura de (Schimpke P, Horn H. A & Ruge J. 1980) se menciona la necesidad de la aplicación de la Teoría de los Perfiles de Paredes Delgadas en el cálculo de las tensiones de las uniones soldadas a tope de configuración geométrica compleja sometidas a torsión, pero no se desarrollan expresiones para el cálculo de estas tensiones en perfiles de configuración geométrica compleja.

1.3 Tratamiento del cálculo de las tensiones en uniones soldadas en la literatura especializada de Diseño de Elementos de Máquinas.

Algo parecido ocurre con la literatura técnica de Elementos de Máquinas, no todos los autores tratan este tema con la misma profundidad. Por ejemplo: Birger ^[6] e Ivanov ^[38] lo tratan de forma elemental y enfocan solamente los casos más simples de cálculo de estas uniones. Otros como (Dobrovolski et. al. 1970); (Iusilievich, 1988); (Wilson, 1997) o de Estructuras Metálicas como: (Mukanov, 1968), profundizan un poco más y tratan incluso el cálculo a fatiga de estas uniones, pero no consideran los casos más complejos de carga. Algunos como: (Faires, 1985); (Hall et. al. 1971); (Orlov, 1985); (Reshetov, 1985); (Schimpke et. al. 1980); (Shigley, 1969); (Shigley, 1977); (Shigley & Mitchell, 1985); (Shigley & Mischkie, 2001), tratan este tema con la mayor complejidad, sin embargo existen en ellos una gran divergencia en los métodos y expresiones empleadas en los cálculos con algunos aspectos contradictorios en los cuales se profundizará en los siguientes epígrafes. Hay que señalar que tampoco en ninguna de estas fuentes se aborda el cálculo de uniones mixtas, ni simétricas ni asimétricas.



1.4 Tratamiento del cálculo de las tensiones en uniones soldadas en la literatura especializada de soldadura.

En este sentido se consultaron las principales revistas donde podían aparecer artículos que abordaran el cálculo de las tensiones en uniones soldadas a tope, dentro de estos se pueden citar: Welding Journal, Welding Research, Marine Technology, Welding Innovation, Transaction of American Society of Mechanical Engineers, Transaction of Japan Society of Mechanical Engineers, Machine Design, Welding, Brazing and Soldering, Mechanical Engineering, Welding and Cutting, Canadian Journal of Civil Engineering, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Internacional Journal of Numerical Methods in Engineering, Internacional Journal of Fatigue, Enginerring Fracture Mechanics, Welding Design and Fabrication y otras publicaciones correspondientes a Congresos de Soldadura, Manuales en general; las Revistas Cubanas Ingeniería Mecánica y Centro Azúcar en lo fundamental los números correspondientes a los últimos 10 años.

Se revisaron además normas de distintos países como son las Normas de Soldadura de la (American Welding Society AWS, 2002), de Estados Unidos, las Normas Alemanas (DIN 50120, 1979); (DIN 50121, 1979), las Normas Españolas (ICS), las Normas Europeas (EN 251.7, 1992); (EN 287.1, 1992); (EN 287.2, 1992), Normas relacionadas de la (ANSI/API STD 1104, 1999) y (ANSI/AWS D1.1, 1996) de Estados Unidos. Con relación a las Normas Técnicas consultadas hay que decir que en ellas se reflejan los mismos criterios y expresiones de cálculo a los cuales se hace referencia en la literatura de Elementos de Máquinas y Especializada consultadas y referenciadas en el presente trabajo.

En la literatura Especializada de Soldadura la inmensa mayoría de los autores (Bhadeshia, 1998); (Burgos, 2000); (Chau and Besnier, 2003); (Duane, 2002); (Faneyt, 2000); (Fu et. al. 2003); (Jung, 2003); (Jung, 2004); (Kim et. al. 1997); (Kim (et. al.) 2003); (Ohata (et. al.) 1999); (Ricardo, 2000); (Rivas (et. al.) 2002); (Rivas (et. al.) 2003) abordan los problemas relativos a la elevación de la resistencia de las uniones soldadas mediante el mejoramiento y control de los parámetros tecnológicos, su ejecución o los materiales de soldadura sin enfrentar el cálculo de las tensiones que aparecen en éstas.



Otro grupo importante de autores destacan la importancia que tienen las tensiones residuales que están presentes en la casi totalidad de las uniones soldadas y la influencia que tienen estas en el agrietamiento y la destrucción de las mismas (Bae et. al. 2003); (Berglund, 2002); (Fricke and Keim, 2001); (García y Burgos, 2003); (Lee & Kang, 2003); (Maddox, 1982); (Masubuchi, 1980); (Masubuchi, 1996); (Shim (et. al.) 1992); (Yuan & Ueda, 1996).

En la literatura consultada se enfrenta también la evaluación de la resistencia de las costuras soldadas aplicando los Métodos de la Mecánica de la Fractura (Partón, 1990); (Wang, (et. al.) 1993); (Wang, 1995) pero sin aportar nada nuevo al cálculo analítico de las tensiones.

En ninguno de los libros y manuales especializados en soldadura consultados, con excepción del Tratado General de Soldadura de (Schimpke P, Horn H. A & Ruge J. 1980), se menciona la aplicación de la Teoría de los Perfiles de Paredes Delgadas en el cálculo de las tensiones de las uniones. Hay que destacar de modo muy especial que en el "Tratado General de Soldadura" de Shimpke – Horn - Ruge se describe en la página 317 como realizar el refuerzo de una viga soldada simétrica, sin embargo, en dicho Tratado no se describe el método de cálculo de este tipo de unión soldada.

1.5 Aplicación del Método de los Elementos Finitos en las Investigaciones de las Uniones Soldadas.

El Método de los Elementos Finitos constituye en si un Método Numérico para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales que modelan un problema específico (Zienkiewics, 2000). El mismo se ha convertido hoy en día en una potente arma para la investigación ya que permite resolver casos que hasta hace poco tiempo eran prácticamente imposibles de resolver por los métodos matemáticos tradicionales. Esta circunstancia obligaba a realizar prototipos, ensayarlos e ir realizando mejoras de forma iterativa, lo que traía consigo un elevado costo tanto económico como en tiempo de desarrollo. El Método de los Elementos Finitos permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, mucho más fácil y económico que diseñar, construir, probar y modificar un prototipo. Sin embargo, por su esencia de ser un procedimiento matemático que discretiza funciones que en la realidad son continuas, constituye en sí



un método aproximado de cálculo. El mismo es empleado en las más variadas ramas de la ciencia desde la medicina hasta la ingeniería, es utilizado tanto para determinar valores de fuerzas y tensiones en diferentes piezas de máquinas y estructuras como para modelar diferentes procesos de fabricación. Los ordenadores han aportado el medio eficaz de resolver la multitud de ecuaciones que se plantean en el Método de los Elementos Finitos, cuyo desarrollo práctico ha ido caminando parejo de las innovaciones obtenidas en el campo de la arquitectura de los ordenadores. Entre éstas, además de permitir la descentralización de los programas de Elementos Finitos, ha contribuido a favorecer su uso a través de sofisticados paquetes gráficos que facilitan el modelado y la síntesis de resultados. Hoy en día ya se concibe la conexión inteligente entre las técnicas de análisis estructural, las técnicas de diseño (CAD), y las técnicas de fabricación. Los Fundamentos del Método de los Elementos Finitos aparecen analizados en detalle en las referencias: (Armero & Glaser, 1997); (Babuska & Rheinbold, 1998); (Becker, 1999); (Cernuschi, 2003); (Enoki (et. al.) 2003); (Martínez & González, 2002). Particularmente en el campo de la soldadura se utiliza para la investigación de los campos de temperatura y sus efectos (García & Burgos, 2003); (Goldak (et. al.) 1984); (Michaleris & Sun, 1997). El Método de los Elementos Finitos se emplea también para la evaluación de Tensiones Residuales en la Soldadura (García & Burgos, 2003); (Runnemalm, 2002); (Fricke & Keim, 2001). Específicamente en el cálculo de tensiones en las uniones soldadas se emplean para validar los cálculos analíticos realizados. En este sentido se pueden señalar algunos trabajos importantes como son: (Hernández, 2005), (Jackson, 2005), (Hernández, 2006), (Goytisolo (et. al.) 2005); (Goytisolo (et. al) 2006); (Goytisolo (et. al) 2008). Muchos investigadores trabajan en esta línea general y han estudiado cuidadosamente cuales son los modelos óptimos para las diferentes aplicaciones determinando de esta forma que tipos de elementos a utilizar, características de las solicitaciones a que estarán sometidas etc., ellos basan sus trabajos en las estimaciones de los errores donde proponen metodologías para los mismos, en sus artículos: (Babuska & Rheinboldt, 1998); (Carvajal, 2003); (Gabaldón & Goicolea; 1999) todos coinciden que los resultados a obtener están en correspondencia con el modelo y el sistema real que se haya adoptado y con la calidad que se resuelva el mismo siendo una obligatoriedad la



convergencia de los casos a analizar. La misma puede lograrse de tres maneras: se puede disminuir el tamaño de los elementos (afinamiento de la malla), se puede aumentar el grado del polinomio de interpolación, o se pueden hacer simultáneamente las dos cosas, Además, se puede realizar localmente, es decir mejorando la discretización en aquellas zonas en las que se produce un mayor error. Los requisitos de convergencia se plantean sobre la base de la siguiente fundamentación: Si se analiza un problema utilizando cada vez una malla más fina de elementos, se generará una secuencia de soluciones aproximadas. Es importante que tal secuencia converja a la solución exacta, es decir, que el error entre la solución aproximada y la exacta tienda a cero cuando el número de elementos tienda a infinito (o su tamaño tienda a cero). Aunque en los problemas reales no puede obtenerse un valor exacto del error de discretización, se ha demostrado que existe una convergencia asintótica de la solución del problema en función a los parámetros de "número de grados de libertad", o el "tamaño de los elementos".



1.6 Expresiones para el cálculo de las tensiones en uniones soldadas propuestas por Faires.

Tabla 1.1 Expresiones para el cálculo de las tensiones propuestas por (Faires, 1985)



1.7 Expresiones para el cálculo de uniones soldadas propuestas en el tratado de Shimpke, Horn y Ruge.

• Cálculo por tracción, compresión y cortante.

Para la solicitación de tracción, compresión y cortante, se aplica en las costuras a tope y de filete la siguiente expresión general.

$$\left. \frac{\sigma_{sold}}{\tau_{sold}} \right. = \frac{P}{\sum (a \cdot l)} \tag{1.1}$$

Donde:

l es la longitud de los diferentes tramos de la sección y a el espesor correspondiente. En el caso de las costuras de filete a = 0,7 c.

• Cálculo por flexión.

En una unión soldada solicitada por un momento flector M, la tensión normal en la costura soldada a la distancia y de la línea neutra es.

$$\sigma_{sold} = \frac{M}{I} \cdot y \tag{1.2}$$

Donde I es el momento de inercia de la sección.

y en las fibras extremas

$$\sigma_{sold} = \frac{M}{W} \tag{1.3}$$

Donde W es el módulo de la sección.

1.8 Expresiones para el cálculo de uniones con costura de filete longitudinal propuestas en el trabajo (Hernández, 2005).

En la Fig. 1.1 se muestran dos láminas de espesor S y longitud I, soldadas a solape, los catetos de los cordones son iguales y tienen un valor de c, igual al espesor de las láminas. Esta unión está sometida a la acción de las cargas P en los extremos.





Fig. 1.1 Unión de láminas a solape con costuras de filete longitudinal En los cálculos tradicionales de uniones soldadas a solape se calcula la tensión media a cortante puro en la sección de la garganta del cordón, o sea:

$$\tau_{\varrho} = \frac{P}{1,414 \cdot c \cdot l} \tag{1.4}$$

Sin embargo en el trabajo (Hernández, 2005) se realizó un análisis, considerando la excentricidad de la carga y la configuración del cordón, y se demostró que el estado tensional de un punto ubicado en la sección de la garganta es mucho más complejo que el estado tensional de cortante puro. En dicho plano aparecen tensiones normales de flexión, y tensiones tangenciales de cortante directo y torsión.

La expresión obtenida en dicho trabajo para el cálculo de la tensión tangencial máxima en el cordón de una unión soldada con costura de filete longitudinal es:

$$\tau_{máx} = \frac{P}{1,414 \cdot c \cdot l} \cdot \left[0,25 + \frac{1,5 \cdot (S+0,5 \cdot c)}{c} \right]$$
(1.5)

El primer término de la expresión anterior coincide con la expresión clásica que se ha empleado históricamente para calcular la tensión tangencial media en las uniones a solape con costuras de filete longitudinales. El término entre corchetes toma en cuenta precisamente las modificaciones de la tensión tangencial máxima en los extremos del cordón producto de los cambios en el estado tensional provocados por la excentricidad de la carga y la distribución no uniforme de las tensiones en la longitud del cordón. Este término depende exclusivamente de las dimensiones S y c de la unión y se designa por



k_d, o coeficiente que toma en cuenta la influencia en las tensiones máximas en el cordón en función de las dimensiones de la unión. La expresión queda entonces como:

$$\tau_{máx} = \tau_{med} \cdot k_d \tag{1.6}$$

Donde:

$$k_{d} = \left[0,25 + \frac{1,5 \cdot (S + 0,5 \cdot c)}{c}\right]$$
(1.7)

El cateto c del cordón no puede ser nunca mayor que el espesor de la lámina a soldar S, de aquí que el valor mínimo de k_d se obtiene para cuando S = c. Se obtiene que: $k_{d min} = 2,5$.

A continuación se muestra en la Fig. 1.2 un gráfico de gran utilidad práctica, donde se pueden determinar directamente los valores de k_d para cordones longitudinales con diferentes valores del espesor S de las planchas y valores del cateto c de los cordones de soldadura.



Valores del coeficiente geométrico kd para costuras longitudinales

Fig. 1.2 Gráfico para la determinación de kd en las costuras longitudinales.



1.9 Expresiones para el cálculo de uniones con costura de filete transversal propuesta en trabajo (Hernández, 2005).

En la Fig. 1.3, se muestran dos láminas de espesor S y ancho I, soldadas a solape con cordones de filete transversales de longitud I, los catetos de los cordones son iguales y tienen un valor de c, igual al de las láminas; la unión está sometida a la acción de las cargas P en los extremos igual que en el caso anterior.



Fig. 1.3 Unión de láminas a solape con costuras de filete transversal El cálculo de las tensiones en este tipo de unión se ha realizado convencionalmente por la misma expresión que para las uniones con costura de filete longitudinal, o sea:

$$\tau_{\varrho} = \frac{P}{1,414 \cdot c \cdot l} \tag{1.8}$$

Sin embargo en el trabajo (Hernández, 2005) se realizó un análisis, donde se aplicó la Teoría del Estado Tensional y las Hipótesis de Resistencia al cálculo de las tensiones en los cordones de la unión soldada mencionada, buscando nuevas expresiones de cálculo de las tensiones máximas en los cordones que se correspondieran mejor con los resultados que se obtenían por el Método de los Elementos Finitos.

Realizando las mismas consideraciones que en el caso de la unión a solape longitudinal en este caso el estado tensional de un punto del vértice de la garganta del cordón es plano debido a que una de las caras del paralepipedo coincide con la sección de la garganta se obtuvo la siguiente ecuación.

$$\tau_{máx} = \tau_{med} \cdot k_d \tag{1.9}$$

Donde:



$$k_d = \sqrt{\left(6 \cdot \left(\frac{S+0.5 \cdot c}{c}\right)^2\right) + 2 \cdot \left[\frac{(S+0.5 \cdot c)}{c}\right] + 0.67}$$
(1.10)

Existe igualmente que en el caso anterior un valor de k_d mínimo que se obtiene para cada caso en particular de la condición S = c.

Para S = c =10 mm

$$k_d = \sqrt{\left(6 \cdot \left(\frac{10+5}{10}\right)^2\right) + 2 \cdot \left[\frac{(10+5)}{10}\right] + 0.67} = \sqrt{17.17} = 4.14$$

En dicho trabajo se demuestra que al incorporar el coeficiente k_d , tanto para las uniones con costuras de filete longitudinal como de filete transversal, se obtienen valores más cercanos a los obtenidos por el Método de los Elementos Finitos que por el Método Clásico. A continuación se muestra en la Fig. 1.4 un gráfico similar al obtenido para la unión a solape longitudinal donde se pueden determinar directamente los valores de k_d para la unión a solape con cordones transversales para los diferentes valores del espesor de las láminas S y cateto de los cordones de soldadura.



Valores del coeficiente geométrico kd para costuras transversales

Fig. 1.4 Gráfico para la determinación de kd para costuras transversales.



No obstante estos resultados que mejoran el cálculo de las tensiones en uniones a solape con costuras de filete, las diferencias entre los resultados obtenidos por las expresiones propuestas y los obtenidos por el MEF, son aun apreciables, producto de los aspectos relacionados con la de concentración de tensiones en los cordones.

1.10 Coeficiente de ajuste de los valores de las tensiones obtenidos por el Método de los Elementos Finitos.

En el trabajo (Hernández, 2005) quedó claro que existen tres aspectos presentes en las uniones soldadas que determinan que los valores reales de las tensiones se diferencien de los obtenidos mediante el cálculo analítico. Estos son:

- Excentricidad de la carga.
- Diferencia de las tensiones a lo largo de la unión.
- Concentración de tensiones.

Los dos primeros factores han sido presentados en el análisis realizado en el presente capítulo y tomados en cuenta a través del coeficiente k_d , sin embargo el tercer elemento no ha sido considerado en los cálculos. El Método de los Elementos Finitos registra en sus resultados los tres factores mencionados y por lo tanto las tensiones obtenidas por este Método se aproximan mucho mejor a los valores reales. Si se considera estas tensiones como un patrón, resulta entonces posible ajustar mejor los valores calculados para las uniones soldadas a solape, no sólo a través del coeficiente k_d anteriormente obtenido en este capítulo, sino a través del valor del factor de ajuste para la concentración de tensiones k_T por la siguiente expresión.

$$\tau_{MEF} = k_d \cdot k_\tau \cdot \tau_{med} \tag{1.11}$$

distribución no uniforme de las tensiones a lo largo de la longitud de la unión.

 τ_{MEF} - Valor de la tensión obtenida para una unión específica mediante el Método de los Elementos Finitos después de realizar en la misma el estudio de convergencia en MPa. k_d - Factor que toma en cuenta la influencia de la excentricidad de la carga y la

 k_{τ} - Factor de ajuste para la concentración de tensiones en la sección de la garganta del cordón que aproximan mejor el valor de las tensiones calculadas con las tensiones obtenidas por el Método de los Elementos Finitos.



 τ_{med} - Valor medio de la tensión en la sección de la garganta del cordón calculada por la expresión clásica en MPa.

$$\tau_{med} = \frac{P}{1,414 \cdot c \cdot l} \qquad \text{MPa} \tag{1.12}$$

Lo que nos interesa en este caso es conocer cuanto vale el factor de ajuste para la concentración de tensiones k_{τ} , por lo tanto despejando se obtiene.

$$k_{\tau} = \frac{\tau_{\text{MEF}}}{k_{d} \cdot \tau_{\text{med}}} = f(s, c, s/c)$$
(1.13)

El factor de ajuste para la concentración de tensiones y su dependencia como función del espesor de las láminas a soldar S y del cateto de soldadura c puede ser obtenido a través de un Análisis de Regresión Lineal Múltiple utilizando los valores obtenidos por el Método de los Elementos Finitos, de la misma manera que si en lugar de emplear este Método como herramienta para obtener las tensiones en el cordón se hubiera empleado uno de los Métodos Experimentales conocidos como son: el Método Fotoelástico, o la Extensometría de Resistencia Eléctrica.

Para obtener los valores del factor de ajuste para la concentración de tensiones k_{τ} en el trabajo (Hernández, 2005) se procesaron un total de 51 modelos de Uniones Soldadas con espesores S entre 5 y 50 mm y con relaciones entre el espesor de la lámina y el

cateto $\frac{S}{c}$ entre 1 y 3 tanto para las Costuras de Filete Longitudinal como Transversal.

Para cada uno de los Modelos elaborados se realizó el Estudio de Convergencia correspondiente afinando progresivamente la malla hasta lograr una convergencia razonable con una diferencia entre los valores de las tensiones para el Modelo definitivo y el Modelo precedente nunca superior a un 8 %.y de esta manera garantizar que los valores de las tensiones máximas locales no dependan del tamaño de la malla utilizada. Se obtuvo el valor de k_{τ} para cada uno de los Modelos refinados y se realizó un Análisis de Regresión Lineal Múltiple tomando como variable Dependiente , tanto para las uniones con costuras de filete transversal como para las uniones con costuras de filete transversal como para las uniones k_{τ} y como variables independientes el espesor S de las láminas a soldar y el cateto c de los cordones, con



ayuda del SPSS 11.0 para Windows, obteniéndose los resultados mostrados en el Anexo K donde se puede plantear que:

(1.14)

Para las uniones con Costuras de Filete Transversal

$$k_{z} = 0.912 \cdot S^{-1.03} \cdot c^{1.39}$$

En este caso se obtuvo un coeficiente de correlación R^2 = 0,979.

Otro elemento importante que mostró la validez de la expresión fue la distribución de la regresión de los residuos tipificados que en este caso siguen una distribución Normal con una Desviación Típica de 0,98.





Fig. 1.5 Distribución Normal de los Residuos de la Variable Dependiente en el caso de las Costuras de Filete Transversal

En la Fig. 1.5 se muestra el Histograma dado por el SPSS 11.0 que caracteriza el resultado comentado. La prueba para verificar la normalidad de los residuos la Hipótesis de Kolmogorov - Smirnov arrojó también excelentes resultados.

Para las Uniones con Costuras de Filete Longitudinal

$$k\tau = 3,40 \cdot S^{-1,23} \cdot c^{1,46} \tag{1.15}$$



En este caso el coeficiente de correlación obtenido fue $R^2 = 0,987$.

La distribución de la regresión de los residuos tipificados resulta ser una Distribución Normal como se muestra en la Fig. 1.6, en este caso con una Desviación Típica de 0,98. La prueba de Kolmogorov- Smirnov arrojó también excelentes resultados.





Regresión Residuo tipificado

Fig. 1.6 Distribución Normal de los Residuos de la variable Dependiente en el caso de las costuras de filete longitudinal

Finalmente en las Figs. 1.7 y 1.8 se muestran dos gráficos importantes desde el punto de vista práctico que permiten obtener los valores de k_{τ} para las uniones a solape con cordones longitudinales y transversales respectivamente en función de las dimensiones de la unión.

Como se aprecia en estos gráficos el coeficiente de concentración de tensiones para las Uniones Soldadas con Costuras de Filete Longitudinal da valores mayores que en las uniones Soldadas con Costuras de Filete transversal, lo que se corresponde con los valores dados en la bibliografía consultada.





Coeficiente de ajuste para la concentración de tensiones en uniones soldadas con costura de filete longitudinal





Fig. 1.8 Gráfico del factor de ajuste para la concentración de tensiones en función de los parámetros del cordón de soldadura para las uniones a solape con costuras de filete transversal



Al comparar los valores de las tensiones obtenidas tomando en cuenta los coeficientes k_d y las obtenidas por el Método de los Elementos finitos se aprecia que los porcientos de diferencia en el caso de los cordones longitudinales era de un 49,66 % y para los transversales de un 32,38 % en ambos casos se utilizaron los valores del factor de concentración de tensiones dados por Shigley, si fueran utilizados los valores obtenidos por esta propuesta se tendría que en el caso de los cordones longitudinales el porciento de diferencia se reduciría al 7,00 % En el caso de los cordones transversales el % de diferencia con respecto al valor obtenido por el Método de los Elementos Finitos se redujo al 6,12 %.,

1.11 Método propuesto en el Trabajo (Hernández, 2005) para determinar las tensiones tangenciales máximas en uniones soldadas con perfiles de configuración geométrica compleja sometidos a torsión.

En dicho Trabajo se plantea que el método utilizado por los diferentes autores consultados en la literatura para determinar las tensiones tangenciales máximas en las uniones con costuras de filete sometidas a torsión presenta contradicciones con la Mecánica de Materiales; por lo que las uniones soldadas con costuras de filete, desde el punto de vista de la Mecánica de Materiales, es preciso analizarlas como perfiles de paredes delgadas. Las expresiones para el caso de perfiles de paredes delgadas al cortante directo y a la flexión no difieren en lo esencial de las expresiones utilizadas en la literatura para calcular las tensiones en las uniones soldadas con costuras de filete, a excepción de las secciones que no son simétricas con relación al plano de carga como se analizaron también en el mencionado trabajo donde se hace necesario considerar aspectos particulares de estas, sin embargo, esa situación no es la misma para el caso de las uniones sometidas a torsión donde las expresiones para el cálculo de las tensiones tangenciales en perfiles de paredes delgadas difieren sensiblemente de las expresiones utilizadas por estos autores.

En el Tabla 1.2 se muestran las expresiones dadas por (Feodosiev[,] 1985) de los parámetros geométricos W_t e I_t de la sección a la torsión, en el caso de barras de paredes delgadas de perfiles abiertos desarrollables, abiertos no desarrollables y para los perfiles cerrados.



Por otro lado está claro que convencionalmente las tensiones en las uniones soldadas con costuras de filete se calculan a cortante en la sección de la garganta, por lo que los parámetros geométricos en el cálculo de las tensiones, hay que proyectarlos en dicha sección.

La expresión general propuesta para calcular las tensiones tangenciales máximas de torsión considerando las secciones como perfiles de paredes delgadas es:

$$\tau_{Mt} = \frac{Mt}{Wt \cdot \cos 45^{\circ}} = \frac{Mt}{0.707 \cdot Wt}$$
(1.16)

Donde:

- Mt Momento torsor sobre la costura, que actúa con relación al eje centroidal perpendicular al plano de la unión.
- Wt Parámetro geométrico de la sección de la costura a torsión, considerada está como un perfil de paredes delgadas calculado en el plano de la costura.

Aplicando las expresiones dadas en la Tabla 1.1 se obtuvieron las expresiones de cálculo de las tensiones máximas de torsión para diferentes secciones de configuración geométrica compleja, las cuales se dan para uniones con costuras de filete en la Tabla 1.2 y para costuras a tope en la Tabla 1.3.

Para comparar los resultados obtenidos mediante la aplicación de la Teoría de los Perfiles de Paredes Delgadas, se compararon las expresiones propuestas que contemplan la Teoría de los Perfiles de Paredes Delgadas, las expresiones obtenidas por otros autores y el Método de los Elementos Finitos se considerarán diferentes uniones soldadas que constituyen Perfiles de Paredes Delgadas de diferente configuración. Se analizaran tres ejemplos uno de Perfil Abierto Desarrollable, otro de Perfil Abierto no Desarrollable y otro de Perfil Cerrado y los resultados obtenidos fueron excelentes y con una aproximación con el MEF mucho mayor que las expresiones clásicas.





Tabla 1.2 Parámetros geométricos Wt y It de los perfiles paredes delgadas




Tabla 1.3 Comparación entre las expresiones propuestas para τ_{Mt} (Hernández,2005) y las propuestas por los autores Shigley – Mitchell y Hall.						
No	Tipo de sección	Autor	Expresiones para el calculo de τ_0 .			
1		Shigley -	$\tau = \frac{8,4853 \cdot Mt}{2}$			
		Mitchell	$r_{Mt} = \frac{1}{c \cdot d^2}$			
		Hall	$\tau_{Mt} = \frac{8,4853 \cdot Mt}{c \cdot d^2}$			
		Propuesta	$\tau_{Mt} = \frac{4,242 \cdot Mt}{c^2 \cdot d}$			
2		Shigley - Mitchell	$\tau_{Mt} = \frac{4,424 \cdot Mt \cdot \sqrt{b^2 + (d+c)^2}}{c \cdot d \cdot (3 \cdot b^2 + d^2)}$			
		Hall	$\tau_{Mt} = \frac{4,242 \cdot Mt \cdot \sqrt{b^2 + d^2}}{c \cdot d \cdot \left(3 \cdot b^2 + d^2\right)}$			
		Propuesta	$\tau_{Mt} = \frac{2,121 \cdot Mt}{c^2 \cdot d}$			
3		Hall	$\tau_{Mt} = \frac{4,242 \cdot Mt \cdot \sqrt{b^2 + d^2}}{c \cdot d \cdot (b^2 + 3 \cdot d^2)}$			











11		Hall	$\tau_{Mt} = \frac{4,242 \cdot Mt \cdot \sqrt{b^2 + d^2}}{c \cdot (2 \cdot b^3 + 6 \cdot b \cdot d^2 + d^3)}$
		Propuesta	$\tau_{Mt} = \frac{2.121 \cdot Mt}{c^2 \cdot (2 \cdot b + d)}$
12		Shigley – Mitchell	$\tau_{Mt} = \frac{2,8284 \cdot Mt}{\pi \cdot c \cdot d^2}$
		Hall	$\tau_{Mt} = \frac{2,8284 \cdot Mt}{\pi \cdot c \cdot d^2}$
		Propuesta	$\tau_{Mt} = \frac{2,8284Mt}{\pi \cdot c \cdot (c+d)^2}$



1.12 Método propuesto en el Trabajo (Hernández, 2006) para determinar las tensiones tangenciales máximas en uniones soldadas a tope de configuración geométrica compleja sometidos a torsión.

Tabla 1.4 Expresiones propuestas para el cálculo de las tensiones tangenciales máximas en uniones soldadas a tope de configuración geométrica compleja sometidas a torsión libre. (Hernández, 2006)











1.13 Conclusiones parciales del Capítulo I.

1. El análisis de la literatura científica sobre el cálculo de las tensiones en las uniones a solape con costuras de filete confirma que ninguno de los autores consultados toma en cuenta en el cálculo de las tensiones los fenómenos de excentricidad de la carga, la distribución no uniforme de las tensiones a lo largo de la longitud del cordón y la concentración de tensiones en el espesor de la garganta. Sólo se limitan a calcular las tensiones tangenciales medias en la sección de la garganta, lo que resulta adecuado para realizar evaluaciones de la resistencia en condiciones de cargas estáticas pero que es absolutamente insuficiente para evaluaciones de resistencia en condiciones de cargas cíclicas o para pronósticos de desarrollo de grietas en los cordones según la Mecánica de la Fractura. Sólo el Colectivo de Mecánica Aplicada de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Cienfuegos ha enfrentado esta problemática, trabajos que están incluidos en el Premio Nacional de la Academia de Ciencias sobre Métodos de Cálculo de Uniones Soldadas que recibió en el año 2013 el Colectivo.



- 1 El Método de los Elementos Finitos contempla todos estos elementos mencionados anteriormente que están presentes en las uniones soldadas por lo que puede ser empleado para validar expresiones de cálculo si se elige adecuadamente el modelo a emplear y se realizan el obligado Análisis de la Convergencia.
- 2 El estudio bibliográfico sobre el cálculo de las tensiones tangenciales máximas en el caso de las costuras soldadas sometidas a torsión confirman que los autores consultados utilizan expresiones para el cálculo que presentan contradicciones con la Teoría de la Mecánica de Materiales, no contemplan los cordones de soldadura como contornos de paredes delgadas por lo que introducen errores en el mismo. El Colectivo de Mecánica Aplicada propuso nuevas ecuaciones, también incluidas en Premio Nacional de la Academia de Ciencias sobre Métodos de Cálculo de Uniones Soldadas que recibió en el año 2013 el Colectivo.
- 3 Ninguno de los autores consultados, aborda el cálculo de las tensiones en las uniones de perfil asimétrico sometidos a flexión transversal cuando el plano de carga no coincide con el centro de flexión, sólo enfrentan las uniones de este tipo como sometidas a flexión pura; tampoco es abordado el cálculo de las tensiones en el caso de perfiles asimétricos en los cuales el plano de carga no coincide con ninguno de los dos ejes centroidales principales de inercia y por lo tanto la unión se encuentra sometida a flexión oblicua, los autores que analizan este tipo de uniones, erróneamente las consideran sometidas a flexión plana. Lo mismo ha sucedido en el caso de vigas soldadas simétricas reforzadas. El colectivo de Mecánica Aplicada igualmente ha propuesto nuevos Métodos de Cálculo de las Tensiones, también incluidos en Premio Nacional de la Academia de Ciencias sobre Métodos de Cálculo de Uniones Soldadas que recibió en el año 2013 el Colectivo.
- 4 El método de cálculo de vigas soldadas de perfil asimétrico reforzadas no ha sido creado antes del presente trabajo en el cual se propone como Novedad Científica la creación de este Método.



Capítulo II. Método de cálculo de las tensiones en los cordones de soldadura de una unión soldada mixta simétrica.

2.1. Concepto de unión soldada mixta.

Una unión soldada mixta es aquella donde concurren diferentes tipos de uniones soldadas, que pueden ser del tipo de unión a tope unas y otras del tipo de unión con costuras de filete, o pueden ser del mismo tipo sometidas a diferentes tipos de solicitaciones.

El tipo de unión soldada mixta más simple es la unión soldada a solape donde concurran costuras de filete longitudinal y transversal actuando simultáneamente (Ver Fig. 2.1). En la literatura técnica se demuestra que las tensiones y la concentración de tensiones son menores en las costuras de filetes transversal que en la longitudinal (Hall (et. al) 1971); (Hernán, 2005); (Goytisolo (et. al) 2005), sin embargo, cuando se trata de una unión mixta resulta muy difícil establecer que parte de la carga soporta la unión transversal y que parte soporta la unión longitudinal.



Figura 2.1 Unión a solape con costura de filete longitudinal y transversal.



El Método General de Cálculo que se propone para el cálculo de las tensiones en uniones soldadas mixtas fue desarrollado en los trabajos (Becerra, 2007); (Goytisolo (et. al) 2008) y se ilustrará a través de una unión soldada mixta mucho más compleja como la mostrada en la Fig. 2.2. En esta unión la viga I está soldada a tope y puede estar sometida a tracción, cortante y flexión. La unión está reforzada además con dos láminas de refuerzo en el alma de la viga que constituyen a su vez una unión a solape que para las diferentes solicitaciones a las que estará sometida la unión en su conjunto, esta unión estará sometida a cortante o torsión dependiendo de la carga que se trate . La unión esta reforzada además con dos láminas en las alas cada una de las cuales constituye también una unión a solape con cordones longitudinales y transversales y cuya solicitación depende de la carga que actúe sobre la viga.





Fig. 2.2 Foto y esquema de la unión mixta a analizar.

Esta compleja unión mixta servirá de base de material de estudio para establecer el Método General de Cálculo de las fuerzas que asimila cada parte específica de la unión y los Métodos de Cálculo de las tensiones en cada una de ellas.

2.2 Cálculo de las fuerzas internas en los diferentes elementos que integran la unión soldada mixta analizada.

En la Fig. 2.3 a) se muestra la unión soldada mixta descrita en el epígrafe anterior, la misma está compuesta por tres elementos diferentes que son:

1. La unión a tope entre los perfiles I



- 2. La unión a solape de las láminas de refuerzo superior e inferior, la cual constituye a su vez otra unión mixta con costura de filete transversal y longitudinal.
- La unión a solape de las láminas de refuerzo laterales, las cuales constituyen una unión a solape con costura de filete de contorno en U para cada una de las mitades de la viga I.

La unión en su conjunto se considerará sometida a fuerzas normales de tracción N, a fuerzas de cortante transversal Q y a momentos flectores de magnitud Mf en los extremos. En la Fig. 2.3 a, b y c se muestran distintas vistas de la distribución del flujo de fuerzas en la unión.







- 2 Unión a solape con costuras de filete transversal y longitudinal.
- 3 Unión a solape de perfil U con costuras de filete.



Las cargas externas se distribuirán entre los tres elementos de la unión, el problema radica en como conocer que parte de la carga será asimilada por cada una de las partes componentes.

Para resolver esta problemática se utilizará un principio general de la Mecánica de Materiales que plantea que las cargas se distribuyen entre las diferentes partes de un todo de forma directamente proporcional a las rigideces de cada una de las partes integrantes. Se aplicará el Principio de la Superposición, se analizara a continuación la distribución de las fuerzas internas para:

- La fuerza axial N_T
- La fuerza de cortante Q_T
- El momento flector M_{f T}

2.3 Cálculo de las fuerzas internas en los diferentes elemento de la unión.

• Para la fuerza axial N.

La fuerza normal total N_T la ecuación se divide entre las tres componentes de la unión.

(2.1)

$$N_{T} = N_{1} + N_{2} + N_{3}$$

Donde

NT - Fuerza axial total que actúa sobre la unión.

N₁ - Fuerza axial que soporta la unión 1 a tope.

N₂ - Fuerza axial que asimila la unión 2 a solape.

 N_3 - Fuerza axial que asimila la unión 3 a solape.

La unión en su conjunto se deforma una magnitud ε bajo la acción de la fuerza axial N_T, cada una de las componentes de la unión soporta una parte de la carga total directamente proporcional a la rigidez de sección correspondiente.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{N}{E \cdot A} \tag{2.2}$$

Como $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$

$$\frac{N_1}{E \cdot A_1} = \frac{N_2}{E \cdot A_2} = \frac{N_3}{E \cdot A_3}$$
(2.3)

Sustituyendo (2.3) en (2.1) expresando $N_T = f(N_1)$, se tiene que.

$$N_T = N_1 + \frac{A_2}{A_1} N_1 + \frac{A_3}{A_1} N_1$$



Despejando N₁

$$N_{1} = \frac{N_{T}}{1 + \frac{A_{2}}{A_{1}} + \frac{A_{3}}{A_{1}}} = \frac{N_{T} \cdot A_{1}}{A_{1} + A_{2} + A_{3}}$$
(2.4)

De forma similar se pueden obtener las expresiones para calcular N_2 y N_3 .

$$N_2 = \frac{N_T \cdot A_2}{A_1 + A_2 + A_3} \tag{2.5}$$

$$N_3 = \frac{N_T \cdot A_3}{A_1 + A_2 + A_3} \tag{2.6}$$

Para el caso analizado

 A_1 – Área de la sección transversal del perfil I.

 $A_2 = 2 \cdot b_2 \cdot S_2$ – Área de la sección transversal de las dos láminas de refuerzo superior e inferior.

 $A_3 = 2 \cdot b_3 \cdot S_3$ – Área de la sección transversal de las dos láminas de refuerzo laterales.

En la Fig. 2.4 están acotadas estas dimensiones.



Fig. 2.4 Dimensión de los elementos de la unión.

(2.7)

Para las fuerzas de cortante Q_T

Para las fuerzas de cortante Q_T, sucede algo similar

$$Q_{T} = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Donde

Q_T – Fuerza de cortante total que actúa sobre la unión.

Q₁ – Fuerza de cortante que asimila la unión 1 a tope.



 Q_2 – Fuerza de cortante que asimila la unión 2 a solape.

 Q_3 – Fuerza de cortante que asimila la unión 3 a solape.

Como la distorsión originada en la sección es la misma para las tres partes componentes de la unión, la fuerza que asimila cada parte será proporcional a su rigidez a cortante.

$$\frac{Q_1}{G \cdot A_1} = \frac{Q_2}{G \cdot A_2} = \frac{Q_3}{G \cdot A_3}$$
(2.8)

Mediante un proceso de sustitución y despeje similar al anterior se llega a que

$$Q_1 = \frac{Q_T \cdot A_1}{A_1 + A_2 + A_3}$$
(2.9)

$$Q_2 = \frac{Q_T \cdot A_2}{A_1 + A_2 + A_3}$$
(2.10)

$$Q_3 = \frac{Q_T \cdot A_3}{A_1 + A_2 + A_3} \tag{2.11}$$

• Para el momento flector sobre la unión.

La parte del momento flector total que soporta cada una de las partes componentes de la unión dependerá de la rigidez a flexión, y se cumple al igual que los casos anteriores que

$$M_{\rm T} = M_1 + M_2 + M_3 \tag{2.12}$$

La línea elástica de la viga es única. De la ecuación diferencial elástica de la línea elástica se tiene que:

$M_1 = E \cdot Ix_1 \cdot y_1''$	(2.13)
$M_2 = E \cdot Ix_2 \cdot y_2''$	(2.14)
$M_3 = E \cdot I x_3 \cdot y_3$	(2.15)

Como se tiene que cumplir que $y_1 = y_2 = y_3$, de donde $y_1' = y_2' = y_3' y y_1'' = y_2'' = y_3''$. Se obtiene que

$$\frac{M_1}{E \cdot \mathbf{I}x_1} = \frac{M_2}{E \cdot \mathbf{I}x_2} = \frac{M_3}{E \cdot \mathbf{I}x_3}$$
(2.16)

Sustituyendo (2.16) en (2.12) y despejando M_1 , M_2 y M_3 de forma similar, tal como se ha hecho anteriormente.



$$M_{1} = \frac{M_{T} \cdot I_{1}}{Ix_{1} + Ix_{2} + Ix_{3}}$$
(2.17)

$$M_{2} = \frac{M_{T} \cdot I_{2}}{I_{1} + I_{2} + I_{3}}$$
(2.18)

$$M_{3} = \frac{M_{T} \cdot I_{3}}{I_{1} + I_{2} + I_{3}}$$
(2.19)

Donde:

 $Ix_1 - Es$ el momento de inercia de la sección de la viga I con relación a su eje centroidal X.

Ix₂ – Es el momento de inercia de las láminas de refuerzo superior e inferior con relación al eje X. O sea:



Fig. 2.6 Dimensiones básicas de las placas de refuerzo superior.

$$Ix_{2} = 2b_{2} \cdot S_{2} \left[\frac{3h^{2} + 6h \cdot S_{2} + 4S_{2}^{2}}{12} \right]$$
$$Ix_{2} = \frac{b_{2} \cdot S_{2}}{6} \left[3h^{2} + 6h \cdot S_{2} + 4S_{2}^{2} \right]$$
(2.20)

 Ix_3 – Es el momento de inercia de las laminas de refuerzo laterales con relación al eje X. O sea

$$Ix_3 = 2 \cdot \frac{1}{12} S_3 h_3^3 = \frac{S_3 \cdot h_3^3}{6}$$





Fig. 2.7 Dimensiones básicas de las placas de refuerzo laterales

2.4 Cálculo de las tensiones en cada uno de los elementos de la unión soldada mixta analizada.

2.4.1 Calculo de las tensiones en los elementos de la unión a tope de la viga 2.4.1.1 Tensiones provocadas por la fuerza normal N₁.

En la unión a tope la fuerza normal N_1 provoca tensiones normales de tracción distribuidas uniformemente a través de la sección de la unión, las cuales se calculan por la clásica ecuación de la Resistencia de Materiales

$$\sigma_{N1} = \frac{N_1}{A_1} \tag{2.21}$$

2.4.1.2 Tensiones provocadas por la fuerza tangencial Q1.

En la unión a tope la fuerza tangencial Q₁, Provoca tensiones tangenciales las cuales no se distribuyen uniformemente a través de la sección de la unión, la misma se calculan según la conocida expresión de Zhuravski.



Fig. 2.8 Distribución de tensiones normales y tangenciales en la Unión a Tope.



$$\tau_{y} = \frac{Q_{1} \cdot S'_{X}}{d \cdot Ix}$$
(2.22)

Donde:

Q₁ – Fuerza de cortante que soporta la unión a tope.

S'_x – Momento estático del área separada de la sección de la unión por encima de la coordenada y.

d – Espesor de la sección a la altura de la coordenada y.

 I_x – Momento de inercia de toda la sección con relación al eje centroidal x perpendicular a Q_1

La tensión τ_{max} se produce a la altura de la línea neutra y toma valor.

$$\tau_{\max} = \frac{Q_1 \cdot S' x_{\max}}{d \cdot I x}$$
(2.23)

S'x_{max}—Momento estático máximo de la sección, se toma de la tabla de los perfiles laminados correspondientes.

Para calcular la tensión tangencial en el cordón a la altura de la transición ala – alma, se hace necesario calcular el momento estático del área que está por encima de esa sección, o sea, para $y = \frac{h}{2} - t$. El momento estático es:

$$S'x_t = b \cdot t \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2}\right)$$

Y la tensión:

$$\tau_{t} = \frac{Q_{l} \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2}\right) \cdot b \cdot t}{d \cdot Ix}$$
(2.24)

2.4.1.3 Tensiones normales provocadas por el momento flector Mf₁.

El momento flector provoca en el cordón, como es ampliamente conocido, tensiones normales de tracción y de compresión proporcionales a la coordenada y. Las mismas se calculan por la conocida ecuación de Navier.

$$\sigma_{y} = \frac{Mf_{1} \cdot y}{Ix}$$
(2.25)

y las tensiones máximas se puede calcular por la expresión:



$$\sigma_{Mf_{\text{max}}} = \frac{Mf_1 \cdot y \max}{Ix} = \frac{Mf_1}{Wx}$$
(2.26)

2.4.2 Calculo de las tensiones que surgen en los cordones de las láminas de refuerzo superior e inferior.

2.4.2.1 Carga sobre las láminas de refuerzo superior e inferior.

La unión soldada de las láminas de refuerzo superior e inferior se puede interpretar como una unión soldada a solape con costuras de filete bajo la acción de las cargas



que se muestran en la Fig. 2.8.

Fig. 2.8 Carga sobre la unión soldada de filete de las láminas de refuerzo superior e inferior.

Las fuerzas N₂ que actúan sobre estas láminas de refuerzo se calculan del equilibrio, o sea:

$$M_{2} = N_{2} \cdot (h + S_{2})$$

$$N_{2} = \frac{M_{2}}{h + S_{2}}$$
(2.27)

2.4.2.2 Tensiones provocadas por la fuerza N₂.

La unión de las láminas superior e inferior a la viga se realizó por una unión soldada también mixta compuesta por cordones longitudinales y transversales en la misma unión. Históricamente aunque se conoce que los cordones transversales son más resistentes ya que en ellos no se presente el fenómeno de distribución no uniforme de las tensiones a lo largo de la longitud y el factor de concentración de tensiones es diferente, tanto uno como el otro se han calculado por la misma expresión, consideración esta válida para cargas estáticas. En el trabajo (Hernández, 2005) se



precisaron bien las diferencias entre uno y otro y se establecieron nuevas expresiones de cálculo de las tensiones válidas fundamentalmente cuando hay cargas cíclicas y riesgo de falla por fatiga.



Fig. 2.9 Esquema de la mitad de la unión que soporta la fuerza N2 Las tensiones se calcularían entonces de la siguiente manera:

• Para Cargas Estáticas.

$$\tau_{l} = \frac{N_{2}}{1.4 \cdot c \cdot (2 \cdot l_{L} + l_{T})}$$
(2.28)

• Para Cargas Cíclicas

Si se trata de cargas cíclicas se hace necesario diferenciar bien que carga soportan los cordones longitudinales de los transversales. En el presente Trabajo se propone aplicar el mismo principio de la Mecánica de Materiales que se aplicó para diferenciar las cargas entre los elementos componentes de la unión, o sea, la carga que asimila cada cordón es proporcional a su rigidez. En este caso proporcional a las longitudes respectivas de los cordones, o sea:

$$\frac{N_{2L}}{2 \cdot l_L} = \frac{N_{2T}}{l_T}$$
(2.29)

Se cumple también que:

$$N_2 = N_{2T} + N_{2L} \tag{2.30}$$

Simultaneando estas dos ecuaciones se obtiene:

$$N_{2L} = \frac{2 \cdot N_2 \cdot l_L}{l_T + 2l_L}$$
(2.31)

$$N_{2T} = N_2 - N_{2L} \tag{2.32}$$



Y ahora las tensiones en los cordones se pueden calcular por separado, o sea:

• Para los cordones longitudinales.

$$\tau_L = \frac{N_{2L}}{1.4 \cdot c \cdot l_L} \cdot K d_L \cdot K \tau_L \tag{2.33}$$

Donde los coeficientes $k_{d L}$ y $k_{\tau L}$ se pueden calcular por las expresiones (1.7) y (1.15) respectivamente o se pueden obtener directamente de los Gráficos de las Figs. 1.2 y 1.7

• Para los cordones transversales.

$$\tau_T = \frac{N_{2L}}{0,707 \cdot c \cdot l_T} \cdot K d_T \cdot K \tau_T$$
(2.34)

Donde los coeficientes k_{dT} y $k_{\tau T}$ se pueden calcular por las expresiones (1.10) y (1.14) respectivamente o se pueden obtener directamente de los Gráficos de las Figs. 1.4 y 1.8

2.4.3 Calculo de las tensiones que surgen en los cordones de las láminas de refuerzo laterales.

2.4.3.1 Carga sobre las láminas de refuerzo laterales.

Las láminas laterales está sometidas al Momento M₃, pero para la unión de las placas laterales esta carga es un momento torsor.

2.4.3.2 Tensiones provocadas en los cordones laterales el momento M_3 . Las tensiones tangenciales de torsión en los cordones de filete de las placas de refuerzo laterales se calculan directamente por la expresión dada para el Caso 5, de la Tabla 1.3.

$$\tau_{M3} = \frac{4.2426 \cdot M_3}{c^2 (2 \cdot l_L' + l_T' + 2c)}$$
(2.35)

En esta expresión $M'_3 = M_3 / 2$, ya que son dos láminas de refuerzo laterales.



- 2.5 Validación del método propuesto mediante la comparación de los resultados obtenidos por las expresiones propuestas con las obtenidas por el Método de los Elementos Finitos.
 - 2.5.1 Cálculo de los momentos de inercia de las partes componentes de la unión.

• Momentos de inercia de la unión a tope.

 $Ix_1 - Es$ el momento de inercia de la sección de la viga I con relación a su eje centroidal X.

Para la Viga IPN - 300

 $Ix_1 = 98\ 000\ 000\ mm^4$

 Momento de inercia de las láminas de refuerzo superior e inferior con relación al eje X.

$$Ix_{2} = 2b_{2} \cdot S_{2} \left[\frac{3h^{2} + 6h \cdot S_{2} + 4S_{2}^{2}}{12} \right]$$

$$Ix_{2} = \frac{b_{2} \cdot S_{2}}{6} \left[3h^{2} + 6h \cdot S_{2} + 4S_{2}^{2} \right]$$

$$Ix_{2} = \frac{150 \, mm_{2} \cdot 8 \, mm}{6} \left[3 \cdot (300 \, mm)^{2} + 6 \cdot 300 \, mm \cdot 8 \, mm + 4 \cdot (8 \, mm)^{2} \right]$$

 $Ix_2 = 56 931 200 mm^4$

 Momento de inercia de las láminas de refuerzo laterales con relación al eje X.

$$Ix_{3} = 2 \cdot \frac{1}{12} S_{3} h_{3}^{3}$$

$$Ix_{3} = \frac{S_{3} \cdot h_{3}^{3}}{6} = \frac{8 \, mm \cdot (200 \, mm)^{3}}{6}$$

$$Ix_{3} = 10 \ 666 \ 666.67 \ mm^{4}$$

2.5.2 Cálculo de la parte del Momento Flector Total que asimila cada una de las partes componentes de la unión.

• Momento total aplicado a la unión (M_T).

En el modelo de Elementos Finitos seleccionado para esta validación se sometió la unión a flexión pura con un Momento Flector Total igual a: $M_T = 2 \cdot 10^9 N - mm$



• Cálculo del momento (M₁).

$$M_{1} = \frac{M_{T} \cdot Ix_{1}}{Ix_{1} + Ix_{2} + Ix_{3}}$$

$$M_{1} = \frac{2 \cdot 10^{9} N mm \cdot 98 \ 000 \ 000 mm^{4}}{98 \ 000 \ 000 mm^{4} + 56 \ 931 \ 200 \ mm^{4} + 10 \ 666 \ 666 \ mm^{4}}$$

$$M_{1} = 1 \ 183 \ 590 \ 132 \ N \ mm$$

• Cálculo del momento (M₂).

$$M_{2} = \frac{M_{T} \cdot Ix_{2}}{Ix_{1} + Ix_{2} + Ix_{3}}$$

$$M_{2} = \frac{2 \cdot 10^{9} N mm \cdot 56 \ 931 \ 200 \ mm^{4}}{98 \ 000 \ 000 \ mm^{4} + 56 \ 931 \ 200 \ mm^{4} + 10 \ 666 \ 666 \ mm^{4}}$$

$$M_{2} = 687 \ 583 \ 739 \ N \ mm$$

• Cálculo del momento (M₃).

$$M_{3} = \frac{M_{T} \cdot Ix_{3}}{Ix_{1} + Ix_{2} + Ix_{3}}$$

$$M_{3} = \frac{2 \cdot 10^{9} N mm \cdot 106666666 mm^{4}}{98\ 000\ 000\ mm^{4} + 56\ 931\ 200\ mm^{4} + 10\ 666\ 666\ mm^{4}}$$

$$M_{3} = 128\ 826\ 128\ N\ mm$$

2.5.3 Cálculo de las tensiones en las partes componentes de la unión.

• Cálculo de la Fuerza (N₂)

$$M_{2} = N_{2} \cdot (h + S_{2})$$

$$N_{2} = \frac{M_{2}}{h + S_{2}}$$

$$N_{2} = \frac{687 \ 583 \ 739 \ N \ mm}{300 \ mm + 8 \ mm}$$

$$N_{2} = 2 \ 232 \ 414.74 \ N$$

- Cálculo de la tensión en la Viga $(\sigma_{\scriptscriptstyle 1}).$

$$\sigma_{1} = \frac{M_{1} \cdot y_{\text{max}}}{Ix_{1}}$$

$$\sigma_{1} = \frac{1 \ 183 \ 590 \ 132 \ N \ mm \cdot 150 \ mm}{98 \ 000 \ 000 \ mm^{4}}$$

$$\sigma_{1} = 1 \ 811.61 \ N \ / \ mm^{2} = 1 \ 811.61 \ MPa$$



• Cálculo de la tensión en una de las láminas 2 $(\sigma_{\scriptscriptstyle 2})$.

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{N_2}{b_2 \cdot S_2}$$

$$\sigma_2 = \frac{2 \ 232 \ 414,74 \ N}{150 \ mm \cdot 8 \ mm}$$

$$\sigma_2 = 1 \ 860,35 \ N/mm^2 = 1860,35 \ MPa$$

- Cálculo de la tensión de flexión en las dos láminas 3 $(\sigma_{\scriptscriptstyle 3}).$

$$\sigma_{3} = \frac{M_{3} \cdot y_{\text{max}}}{2 \cdot Ix_{3}}$$

$$\sigma_{3} = \frac{128 \ 826 \ 128 \ N \ mm \cdot 100 \ mm}{2 \ 10 \ 666 \ 666.67 \ mm^{4}}$$

$$\sigma_{3} = 603,87 \ N \ / \ mm^{2} = \ 604 \ MPa$$

La tensión en la sección de la viga sin unión soldada es:

$$\sigma_{1} = \frac{M_{T} \cdot y_{max}}{Ix_{1}}$$

$$\sigma_{1} = \frac{2 \cdot 10^{9} N mm \cdot 150 mm}{98\,000\,000 mm^{4}}$$

$$\sigma_{1} = 3\,061.2 \ N / mm^{2} = 3\,061.2 \ MPa$$

2.4.4 Tensiones obtenidas en las partes componentes de la unión por el Método de los Elementos Finitos.

En la Fig. 2.10 se muestran los resultados obtenidos por el Método de los Elementos Finitos. De los resultados obtenidos por el MEF, de acuerdo con el Código de Colores la tensión en la primera vista del MEF a la distancia 0,3 del centro donde no existe unión tiene para el color azul claro observado en el borde superior de la viga un valor de 3 623 MPa muy próximo al valor obtenido analíticamente de 3 061,2 MPa. En la lámina correspondiente al centro de la unión se aprecia una coloración intermedia entre los azules correspondientes a la coloración marcada en la barra del MES con los valores de 2 418 MPa y 1 213 MPa, lo que se corresponde con un valor de 1 816 MPa y el Método Analítico Propuesto da para la viga y las láminas de refuerzo superiores valores de 1 811,61 MPa y 1 860,35 MPa respectivamente que coinciden cerradamente con el valor del MEF.







Distancia 0.3 des de centro





Distancia desde centro 0





La coloración más oscura se aprecia en las láminas de refuerzo laterales similares a las tensiones que existen a la altura de la línea neutra de la viga y que se pueden valorar según una coloración intermedia entre la correspondiente al valor de 1213 MPa y la de 7,57 MPa que dan una media de 610,3 MPa muy cercana a la analítica calculada en estas láminas de 604 MPa.

Estos resultados confirman que el Método Propuesto para Calcular la Parte de la Carga Total que soporta cada una de las partes componentes de la Unión es acertada.

2.6 Conclusiones Parciales del Capítulo II

- En el "Tratado General de Soldadura" de (Shimpke, Horn y Ruge, 1989) se describe como realizar el refuerzo de una viga soldada como la analizada en el presente trabajo, sin embargo, en ninguna de las fuentes bibliográficas consultadas se describe el método de cálculo de este tipo de unión soldada mixta simétrica.
- 2. El Colectivo de Mecánica Aplicada de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Cienfuegos desarrolló un Método de Cálculo que permite determinar que parte de la carga total aplicada la asimila cada una de las partes componentes de una unión mixta de una viga I simétrica como la analizada. El Método desarrollado fue validado mediante la comparación de los resultados obtenidos por las expresiones analíticas propuestas con los resultados obtenidos por el Método de los Elementos Finitos, obteniéndose una concordancia muy buena.
- 3. El Método de Cálculo de una Unión Soldada Mixta de una Viga Canal Asimétrica, la cual será reforzada como la analizada en este Capítulo, aún no ha sido desarrollado, tal como se ha podido comprobar en la literatura técnica especializada consultada. Este Método de cálculo será desarrollado y validado en el siguiente Capítulo del presente trabajo.



Capítulo III. Método de cálculo de las tensiones en los elementos componentes de la unión soldada mixta de una viga asimétrica reforzada y en los cordones de soldadura.

3.1 Unión soldada mixta de una viga asimétrica reforzada como la que será analizada.

El método de cálculo de una viga soldada asimétrica se desarrollará para una unión soldada mixta compleja como la mostrada en la Fig. 3.1 En esta unión la viga canal (viga U) está soldada a tope y puede estar sometida a tracción, cortante y flexión. La unión está reforzada además con dos láminas de refuerzo en el alma de la viga que constituyen a su vez una unión a solape que para las diferentes solicitaciones a las que estará sometida la unión en su conjunto, esta unión estará sometida a cortante o torsión dependiendo de la carga que se trate . La unión esta reforzada además con dos láminas en las alas cada una de las cuales constituye también una unión a solape con cordones longitudinales y transversales y cuya solicitación depende de la carga que actúe sobre la viga.





Figura 3.1 Esquema de la unión mixta asimétrica a analizar.

Esta compleja unión mixta servirá de base de material de estudio para establecer el Método General de Cálculo de las fuerzas que asimila cada una de las partes específicas de la unión, las tensiones en cada una de esas partes y los métodos de cálculo de las tensiones en los cordones de soldadura presentes en cada una de ellas.

3.2 Cálculo de las fuerzas internas en los diferentes elementos que integran la unión soldada mixta analizada.

En la Figura 3.2 se muestra la unión soldada mixta descrita en el epígrafe anterior, la misma está compuesta por tres uniones soldadas diferentes que son:

- 1. La unión a tope entre los perfiles canales (Perfiles U)
- 2. La unión a solape de las láminas de refuerzo superior e inferior, la cual constituye a su vez otra unión mixta con costura de filete transversal y longitudinal.
- La unión a solape de las láminas de refuerzo laterales, las cuales constituyen una unión a solape con costura de filete de contorno en U para cada una de las mitades de la viga soldada.



La unión en su conjunto se considerará sometida a fuerzas normales de tracción N, a fuerzas de cortante transversal Q y a momentos flectores de magnitud Mf en los extremos. En la Figura 3.2 a, b y c se muestran distintas vistas de la distribución del flujo de fuerzas en la unión.





- 1 Unión a tope del perfil U.
- 2 Unión a solape con costuras de filete transversal y longitudinal.

3 – Unión a solape de perfil U con costuras de filete.

Las cargas externas se distribuirán entre los tres elementos de la unión, el problema radica en como conocer que parte de la carga será asimilada por cada una de las partes componentes. Para resolver esta problemática, igual que en el caso de la unión mixta simétrica, se utilizará un principio general de la Mecánica de Materiales que plantea que las cargas se distribuyen entre las diferentes partes de un todo de forma directamente proporcional a las rigideces de cada una de las partes integrantes. Se



aplicará el Principio de la Superposición, se analizara a continuación la distribución de las fuerzas internas para:

- La fuerza axial N_T
- La fuerza de cortante Q_T
- El momento flector M_{f T}

3.3 Cálculo de las fuerzas internas en los diferentes elemento de la unión.

• Para la fuerza axial N.

La fuerza normal total N_T la ecuación se divide entre las tres componentes de la unión.

$$N_{\rm T} = N_1 + N_2 + N_3 \tag{3.1}$$

Donde

NT - Fuerza axial total que actúa sobre la unión.

N₁ - Fuerza axial que soporta la unión 1 a tope.

N₂ - Fuerza axial que asimila la unión 2 a solape.

 N_3 - Fuerza axial que asimila la unión 3 a solape.

La unión en su conjunto se deforma una magnitud ε bajo la acción de la fuerza axial N_T, cada una de las componentes de la unión soporta una parte de la carga total directamente proporcional a la rigidez de sección correspondiente.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{N}{E \cdot A} \tag{3.2}$$

Como $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$

$$\frac{N_1}{E \cdot A_1} = \frac{N_2}{E \cdot A_2} = \frac{N_3}{E \cdot A_3}$$
(3.3)

Sustituyendo (3.3) en (3.1) expresando $N_T = f(N_1)$, se tiene que.

$$N_T = N_1 + \frac{A_2}{A_1} N_1 + \frac{A_3}{A_1} N_1$$

Despejando N₁

$$N_{1} = \frac{N_{T}}{1 + \frac{A_{2}}{A_{1}} + \frac{A_{3}}{A_{1}}} = \frac{N_{T} \cdot A_{1}}{A_{1} + A_{2} + A_{3}}$$
(3.4)



La fuerza normal N₁ actúa a tracción sobre la sección de la viga canal y está aplicada en su centroide de la viga U. De forma similar se pueden obtener las expresiones para calcular N₂ y N₃.

$$N_2 = \frac{N_T \cdot A_2}{A_1 + A_2 + A_3} \tag{3.5}$$

La fuerza normal N₂ actúa a tracción sobre las láminas de refuerzo superior e inferior, pero está aplicada igual que la fuerza N₁ en el centroide de la viga U que está desplazado con relación al centroide de las láminas de refuerzo superior e inferior. Este hecho implica que sobre las láminas de refuerzo superior e inferior además de la fuerza normal N₂ actuará un momento que provoca flexión en estas láminas, lo cual se verá mas adelante.

La fuerza normal N₃ será:

$$N_3 = \frac{N_T \cdot A_3}{A_1 + A_2 + A_3} \tag{3.6}$$

La fuerza normal N_3 actúa a tracción sobre las láminas de refuerzo laterales, pero está aplicada igual que la fuerza N_1 en el centroide de la viga U que está desplazado con relación al centroide de las láminas de refuerzo laterales. Este hecho implica que al igual que en las láminas de refuerzo superior e inferior, en las láminas laterales además de la fuerza normal N_3 actuará un momento que provoca flexión en estas láminas, lo cual se verá también más adelante.

Para la unión mixta analizada:

 A_1 – Área de la sección transversal del perfil U.

 $A_2 = 2 \cdot b_2 \cdot S_2$ – Área de la sección transversal de las dos láminas de refuerzo superior e inferior. Donde $b_2 = (b - 2 \cdot c)$

 $A_3 = 2 \cdot b_3 \cdot S_3$ – Área de la sección transversal de las dos láminas de refuerzo laterales.

En la Figura 3.1 están acotadas estas dimensiones.

• Para las fuerzas de cortante Q_T

Para las fuerzas de cortante Q_T, sucede algo similar

$$Q_{\rm T} = Q_1 + Q_2 + Q_3 \tag{3.7}$$

Donde

Q_T – Fuerza de cortante total que actúa sobre la unión.



 Q_1 – Fuerza de cortante que asimila la unión 1 a tope.

 Q_2 – Fuerza de cortante que asimila la unión 2 a solape.

 Q_3 – Fuerza de cortante que asimila la unión 3 a solape.

Como la distorsión originada en la sección es la misma para las tres partes componentes de la unión, la fuerza que asimila cada parte será proporcional a su rigidez a cortante.

$$\frac{Q_1}{G \cdot A_1} = \frac{Q_2}{G \cdot A_2} = \frac{Q_3}{G \cdot A_3}$$
(3.8)

Mediante un proceso de sustitución y despeje similar al anterior se llega a que

$$Q_1 = \frac{Q_T \cdot A_1}{A_1 + A_2 + A_3}$$
(3.9)

$$Q_2 = \frac{Q_T \cdot A_2}{A_1 + A_2 + A_3} \tag{3.10}$$

$$Q_3 = \frac{Q_T \cdot A_3}{A_1 + A_2 + A_3} \tag{3.11}$$

Bajo esta solicitación a cortante las fuerzas Q_1 , $Q_2 y Q_3$ están aplicadas en el centroide de la viga U que a su vez está excéntrico con relación al centroide de las láminas de refuerzo superior e inferior y con relación al centroide de las láminas de refuerzo laterales respectivamente, esto implicará que sobre las láminas de refuerzo además de las fuerzas Q de cortante directo la excentricidad de las cargas provocará momentos torsores suplementarios, lo que se analizará mas adelante.

Para el momento flector sobre la unión.

La parte del momento flector total que soporta cada una de las partes componentes de la unión dependerá de la rigidez a flexión, y se cumple al igual que los casos anteriores que

$$M_{\rm T} = M_1 + M_2 + M_3 \tag{3.12}$$

La línea elástica de la viga es única. De la ecuación diferencial elástica de la línea elástica se tiene que:

$M_1 = E \cdot Ix_1 \cdot y_1$	(3.13)
$M_2 = E \cdot Ix_2 \cdot y_2$	(3.14)
$M_3 = E \cdot I x_3 \cdot y_3$	(3.15)



Como se tiene que cumplir que $y_1 = y_2 = y_3$, de donde $y_1' = y_2' = y_3' y y_1'' = y_2'' = y_3''$. Se obtiene que

$$\frac{M_1}{E \cdot \mathbf{I}x_1} = \frac{M_2}{E \cdot \mathbf{I}x_2} = \frac{M_3}{E \cdot \mathbf{I}x_3}$$
(3.16)

Sustituyendo (3.16) en (3.12) y despejando M_1 , M_2 y M_3 de forma similar, tal como se ha hecho anteriormente.

$$M_{1} = \frac{M_{T} \cdot Ix_{1}}{Ix_{1} + Ix_{2} + Ix_{3}}$$
(3.17)

$$M_2 = \frac{M_T \cdot Ix_2}{Ix_1 + Ix_2 + Ix_3}$$
(3.18)

$$M_{3} = \frac{M_{T} \cdot Ix_{3}}{Ix_{1} + Ix_{2} + Ix_{3}}$$
(3.19)

Donde:

 Ix_1 – Es el momento de inercia de la sección de la viga U con relación a su eje centroidal X.

 Ix_2 – Es el momento de inercia de las láminas de refuerzo superior e inferior con relación al eje X. O sea:



Figura 3.3 Dimensiones básicas de las placas de refuerzo superior e inferior.

$$Ix_{2} = 2b_{2} \cdot S_{2} \left[\frac{3h^{2} + 6h \cdot S_{2} + 4S_{2}^{2}}{12} \right]$$
$$Ix_{2} = \frac{b_{2} \cdot S_{2}}{6} \left[3h^{2} + 6h \cdot S_{2} + 4S_{2}^{2} \right]$$
(3.20)



 Ix_3 – Es el momento de inercia de las laminas de refuerzo laterales con relación al eje X (Ver Figura 3.4). O sea:

$$Ix_{3} = 2 \cdot \frac{1}{12} S_{3} b_{3}^{3} = \frac{S_{3} \cdot b_{3}^{3}}{6}$$
(3.21)

Figura 3.4 Dimensiones básicas de las placas de refuerzo laterales



3.4 Cálculo de las tensiones en cada uno de los elementos de la unión soldada mixta analizada.

3.4.1 Cálculo de las tensiones en la unión a tope de la viga U.

3.4.1.1 Tensiones normales provocadas por la fuerza normal N₁.

En la unión a tope la fuerza normal N₁ provoca tensiones normales de tracción distribuidas uniformemente a través de la sección de la unión, las cuales se calculan por la clásica ecuación de la Resistencia de Materiales

$$\sigma_{N1} = \frac{N_1}{A_1} \tag{3.22}$$

3.4.1.2 Tensiones tangenciales provocadas por la fuerza tangencial Q_1. En la unión a tope la fuerza tangencial Q_1 , Provoca tensiones tangenciales las cuales no se distribuyen uniformemente a través de la sección de la unión, la misma se



calculan según la conocida expresión de Zhuravski.

Figura 3.5 Distribución de tensiones normales y tangenciales en la Unión a Tope.

$$\tau_{y} = \frac{Q_{1} \cdot S'_{X}}{d \cdot Ix}$$
(3.23)

Donde:

Q₁ – Fuerza de cortante que soporta la unión a tope.

S'_x – Momento estático del área separada de la sección de la unión por encima de la coordenada y.

d – Espesor de la sección a la altura de la coordenada y.

 I_x – Momento de inercia de toda la sección con relación al eje centroidal x perpendicular a Q_1

La tensión τ_{max} se produce a la altura de la línea neutra y toma valor.



$$\tau_{\max} = \frac{Q_1 \cdot S' x_{\max}}{d \cdot Ix} \tag{3.24}$$

S'x_{max}—Momento estático máximo de la sección, se toma de la tabla de los perfiles laminados correspondientes.

Para calcular la tensión tangencial en el cordón a la altura de la transición ala – alma, se hace necesario calcular el momento estático del área que está por encima de esa sección, o sea, para $y = \frac{h}{2} - t$. El momento estático es:

$$S'x_t = b \cdot t \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2}\right)$$

Y la tensión:

$$\tau_t = \frac{Q_1 \left(\frac{h}{2} - \frac{t}{2}\right) \cdot b \cdot t}{d \cdot Ix}$$
(3.25)

3.3.1.3 Tensiones normales provocadas por la fuerza transversal Q₁ y el momento flector Mf₁ provocada por ésta.

El momento flector provoca en el cordón, como es ampliamente conocido, tensiones normales de tracción y de compresión proporcionales a la coordenada y. Las mismas se calculan por la conocida ecuación de Navier.

$$\sigma_{y} = \frac{Mf_{1} \cdot y}{Ix}$$
(3.26)

y las tensiones máximas se puede calcular por la expresión:

$$\sigma_{Mf_{\text{max}}} = \frac{Mf_1 \cdot y \max}{Ix} = \frac{Mf_1}{Wx}$$
(3.27)

Ahora bien si el Momento flector es provocado por una fuerza transversal de magnitud Q, como esta fuerza está aplicada en el centroide del perfil U y no precisamente en el Centro de Flexión, que es aquel punto de la sección donde sería necesario aplicar la carga transversal para que sobre la sección de la viga no se produzca torsión, entonces se producen en la sección tensiones tangenciales suplementarias de torsión.

En la Figura 3.6 a) se muestra la posición del centro de flexión según (Feodosiev, 1985) para un perfil en U como el analizado. El centro de flexión es aquel punto para el cual el momento de las fuerzas tangenciales que surgen en la sección por el cortante


transversal Q son iguales a cero, o sea , si la fuerza Q se aplicara en el centro de flexión, el perfil abierto asimétrico analizado no se vería sometido a torsión. En la Figura 3.6 b) se muestran las tensiones tangenciales provocadas por el cortante directo de la fuerza Q según la ecuación de Zhuravski según la ecuación (3.23).





En este caso como la carga Q está aplicada en el centroide del cordón a tope, o sea en el centroide de la viga U, las tensiones tangenciales que surgen en la sección inducen un momento torsor, cuya magnitud, según la Teoría de la Flexión de Perfiles Abiertos de Paredes Delgadas Asimétricos (Feodosiev, 1985) es igual a:

$$M_t = Q \cdot X_{cf} \tag{3.28}$$

Donde:

 X_{cf} Es la distancia entre el centroide de la sección y el centro de flexión; esta distancia en este caso es:

$$X_{cf} = \frac{4 \cdot b_1^2 (h_1 + 3 \cdot b_1)}{(h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)}$$
(3.29)

Las tensiones tangenciales suplementarias originadas por la torsión se distribuyen en la sección según las leyes de la torsión en los Perfiles Abiertos Desarrollables o sea:

$$\tau_{mt} = \frac{3 \cdot Mt}{c^2 \cdot S} \tag{3.30}$$



Donde: S es la longitud del contorno.

$$S = 2 \cdot b_1 + h_1$$

(3.31)

Estas tensiones tangenciales provocadas por el Momento Torsor generado por la asimetría, para el caso de los perfiles de paredes delgadas abiertos, se distribuyen uniformemente a lo largo de todo el contorno, de manera que generan un momento torsor. En la línea media del contorno la tensión tangencial es cero, tal como se muestra en la Figura 3.7, lo que se corresponde plenamente con la analogía de la membrana.



Figura 3.7 Distribución de las tensiones tangenciales provocadas por la torsión que se induce en los perfiles de paredes delgadas asimétricos de paredes delgadas durante la flexión transversal.

Sustituyendo las expresiones de Mt y de S, se tiene que:

$$\tau_{mt} = \frac{12 \cdot Q \cdot b_1^2 \cdot (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c^2 \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2 \cdot \cos 45^\circ}$$
(3.32)

En el alma la tensión tangencial resultante de torsión y de Zhuravski será:

$$\tau_{alma} = \frac{3 \cdot Q \cdot (h_1 + 4 \cdot b_1)}{2 \cdot h_1 \cdot c \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1)} + \frac{12 \cdot Q \cdot b_1^2 (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c^2 (h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2}$$

$$\tau_{alma} = \frac{3 \cdot Q \cdot b_1}{c \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1)} \left[\frac{h_1 + 4 \cdot b_1}{2 \cdot h_1 \cdot b_1} + \frac{4 \cdot b_1 (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2} \right]$$
(3.33)

En el ala la tensión resultante será:

$$\tau_{ala} = \frac{6 \cdot Q \cdot b_1}{h_1 \cdot c \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1)} + \frac{12 \cdot Q \cdot b_1^2 \cdot (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c^2 \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2}$$

$$\tau_{ala} = \frac{6 \cdot Q \cdot b_1}{c \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1)} \left[\frac{1}{h_1} + \frac{2 \cdot b_1 \cdot (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2} \right]$$
(3.34)



3.4.2 Calculo de las tensiones que surgen en los cordones de las láminas de refuerzo superior e inferior.

3.4.2.1 Carga sobre las láminas de refuerzo superior e inferior.

La unión soldada de las láminas de refuerzo superior e inferior se puede interpretar como una unión soldada a solape con costuras de filete bajo la acción de las cargas que se muestran en la Figura 3.8.



Figura 3.8 Carga sobre la unión soldada de filete de las láminas de refuerzo superior e inferior.

Las fuerzas N₂ que actúan sobre estas láminas de refuerzo se calculan del equilibrio, o sea:

$$M_{2} = N_{2} \cdot (h + S_{2})$$

$$N_{2} = \frac{M_{2}}{h + S_{2}}$$
(3.35)

Esta fuerza N_2 como se observa en la Figura 3.8 está aplicada en el centroide del perfil U, al trasladarla al centroide de los cordones de las láminas de refuerzo ésta provoca no sólo cortante directo sino también un efecto de torsión sobre la costura soldada, cuyo valor se calculará a continuación.

3.4.2.2 Tensiones provocadas por la fuerza N₂.

La unión de las láminas superior e inferior a la viga se realizó por una unión soldada también mixta compuesta por cordones longitudinales y transversales en la misma unión. Históricamente aunque se conoce que los cordones transversales son más resistentes ya que en ellos no se presente el fenómeno de distribución no uniforme de las tensiones a lo largo de la longitud y el factor de concentración de tensiones es diferente, tanto uno como el otro se han calculado por la misma expresión, consideración esta válida para cargas estáticas (Hall et. al., 1971). En el trabajo



(Hernández, 2005) se precisaron bien las diferencias entre uno y otro y se establecieron nuevas expresiones de cálculo de las tensiones válidas fundamentalmente cuando hay cargas cíclicas y riesgo de falla por fatiga.

Específicamente en la unión soldada asimétrica que se aborda en el presente trabajo, la carga N₂ que soportan las láminas de refuerzo superior e inferior se viene transmitiendo por el eje longitudinal z – z que pasa por el centroide de la viga U, o sea, a una distancia z_o del borde da la viga del lado del alma y al llegar a la zona reforzada se traslada al eje z' - z', que corresponde con el eje centroidal de lo unión soldada de filete de las placas de refuerzo superior e inferior, como una fuerza de igual magnitud N₂ y un Momento Torsor sobre los cordones de magnitud M_{2t} = N₂· (b/2 – z_o), como se muestra en la Figura 3.9. Este momento sobre los cordones actúa como un momento torsor sobre la mitad de la unión de contorno en U formado por los dos cordones de filete longitudinales a la carga N₂ de longitud I_L y el cordón transversal de longitud I_T.



Figura 3.9 Vista superior de la mitad de la unión que soporta la fuerza N2 Las tensiones se calcularían entonces de la siguiente manera:

• Las tensiones provocadas por la carga N₂.

• Para Cargas Estáticas.

$$\tau_{l} = \frac{N_{2}}{1.4 \cdot c \cdot (2 \cdot l_{L} + l_{T})}$$
(3.36)

Para Cargas Cíclicas

Si se trata de cargas cíclicas se hace necesario diferenciar bien que carga soportan los cordones longitudinales de los transversales. En el presente Trabajo se propone aplicar



el mismo principio de la Mecánica de Materiales que se aplicó para diferenciar las cargas entre los elementos componentes de la unión, o sea, la carga que asimila cada cordón es proporcional a su rigidez. En este caso proporcional a las longitudes respectivas de los cordones, o sea:

$$\frac{N_{2L}}{2 \cdot l_L} = \frac{N_{2T}}{l_T}$$
(3.37)

Se cumple también que:

$$N_2 = N_{2T} + N_{2L} \tag{3.38}$$

Simultaneando estas dos ecuaciones se obtiene:

$$N_{2L} = \frac{2 \cdot N_2 \cdot l_L}{l_T + 2l_L}$$
(3.39)

$$N_{2T} = N_2 - N_{2L} \tag{3.40}$$

Y ahora las tensiones provocadas en los cordones por la fuerza concentrada N_2 se pueden calcular por separado, o sea:

• Para los cordones longitudinales.

$$\tau_L = \frac{N_{2L}}{1.4 \cdot c \cdot l_L} \cdot K d_L \cdot K \tau_L \tag{3.41}$$

Donde los coeficientes $k_{d \ L}$ y $k_{\tau \ L}$ se pueden calcular por las expresiones (1.7) y (1.15) respectivamente o se pueden obtener directamente de los Gráficos de las Figuras 1.2 y 1.7.

• Para los cordones transversales.

$$\tau_T = \frac{N_{2L}}{0,707 \cdot c \cdot l_T} \cdot K d_T \cdot K \tau_T$$
(3.42)

Donde los coeficientes k_{dT} y $k_{\tau T}$ se pueden calcular por las expresiones (1.10) y (1.14) respectivamente o se pueden obtener directamente de los Gráficos de las Figs. 1.4 y 1.8.

Las tensiones provocadas por el Momento Torsor provocado por N₂.

Ahora bien la fuerza N_2 como ya vimos provoca un momento torsor sobre la unión. En las costuras de filete las expresiones para el cálculo de las tensiones provocadas por los momentos torsores fueron obtenidas por (Hernández, 2005) y aparecen descritas en la Tabla 1.3. Para el caso de la mitad de la unión soldada de la costura soldada de



las láminas superiores e inferiores estas tensiones se calculan según la Tabla 1.3 por la ecuación:

$$\tau_{M3} = \frac{4.2426 \cdot Mt}{c^2 (2 \cdot l_L' + l_T')}$$
(3.43)

Figura 3.10 Orientación de las tensiones en las costuras de filete de las láminas superior e inferior por la acción del momento torsor M_t.

• Las tensiones provocadas por la fuerza transversal Q₂.



Figura 3.11 Fuerzas sobre los cordones de las láminas de refuerzo superior e inferior provocadas por la fuerza Q₂

En la Figura 3.11 se considera aplicada $Q_2/2$ porque son dos láminas una superior y la otra inferior y la carga Q_2 se divide por igual entre las dos. La fuerza $Q_2/2$ se



descompone en una fuerza aplicada en el centroide que provoca cortante directo y en un Momento Flector sobre el cordón de magnitud

$$M_{fQ2} = (Q_2/2) \cdot Z_{cg}.$$
(3.44)
Donde según (Pareto, 1980) la distancia Z_{cg}.es:

$$Z_{cg.} = (I_{L}^{2} + (I_{T}/2) \cdot c)/(2 \cdot I_{L} + I_{T})$$
(3.45)

Las tensiones provocadas por la carga Q₂.

• Para Cargas Estáticas.

$$\tau_{l} = \frac{Q_{3}}{1.4 \cdot c \cdot (2 \cdot l_{L} + l_{T})}$$
(3.46)

• Para Cargas Cíclicas

Si se trata de cargas cíclicas se hace necesario diferenciar bien que carga soportan los cordones longitudinales de los transversales. En el presente Trabajo se propone aplicar el mismo principio de la Mecánica de Materiales que se aplicó para diferenciar las cargas entre los elementos componentes de la unión, o sea, la carga que asimila cada cordón es proporcional a su rigidez. En este caso proporcional a las longitudes respectivas de los cordones, o sea:

$$\frac{Q_{2L}}{2 \cdot l_L} = \frac{Q_{2T}}{l_T}$$
(3.47)

Se cumple también que:

$$Q_2/2 = Q_{2T} + Q_{2L} \tag{3.48}$$

Simultaneando estas dos ecuaciones se obtiene:

$$Q_{2L} = \frac{Q_2 \cdot l_L}{l_T + 2l_L}$$
(3.49)

$$Q_{2T} = Q_2 / 2 - Q_{2L} \tag{3.50}$$

Y ahora las tensiones provocadas en los cordones por la fuerza concentrada Q_2 se pueden calcular por separado, o sea:

• Para los cordones longitudinales.

$$\tau_L = \frac{Q_{2L}}{1.4 \cdot c \cdot l_L} \cdot k d_L \cdot k \tau_L \tag{3.51}$$



Donde los coeficientes $k_{d \ L}$ y $k_{\tau \ L}$ se pueden calcular por las expresiones (1.7) y (1.15) respectivamente o se pueden obtener directamente de los Gráficos de las Figuras 1.2 y 1.7.

• Para los cordones transversales.

$$\tau_T = \frac{Q_{2T}}{0,707 \cdot c \cdot l_T} \cdot k d_T \cdot k \tau_T$$
(3.52)

Donde los coeficientes k_{dT} y $k_{\tau T}$ se pueden calcular por las expresiones (1.10) y (1.14) respectivamente o se pueden obtener directamente de los Gráficos de las Figs. 1.4 y 1.8.

Las tensiones provocadas por el momento M_{fQ2}.

El Momento Flector provocado por la fuerza $Q_2/2$ sobre el cordón tiene una magnitud:

$$M_{fQ2} = (Q_2/2) \cdot Z_{cg}.$$
(3.53)

Donde según (Pareto, 1980) la distancia Z_{cg}.es:

$$Z_{cg.} = (I_{L}^{2} + (I_{T}/2) \cdot c)/(2 \cdot I_{L} + I_{T})$$
(3.54)

El Módulo de la sección con relación al eje de acción del momento M_{fQ2} según (Pareto, 1980) es:

$$W_{x} = (2 \cdot I_{T} \cdot Z_{cg}^{3} + 2 \cdot c \cdot I_{L}^{3}) / 3(I_{L} - Z_{cg}^{3})$$
(3.55)

La tensión tangencial máxima se produce en el punto más alejado del centroide y será igual a:

$$\tau_{LMfQ2} = \frac{M_{fQ2}}{W_{x}} \tag{3.56}$$

La tensión máxima resultante será igual a la suma:

$$\tau_{\max} = \tau_L + \tau_{LMQ_2} \tag{3.57}$$

3.4.3 Tensiones que surgen en los cordones de las láminas de refuerzo laterales.

3.4.3.1 Carga sobre las láminas de refuerzo laterales.

Las láminas laterales están sometidas a la fuerza normal N₃, a la fuerza de cortante transversal Q₃ y al momento flector M₃, pero para la unión de las placas laterales este momento actúa como un momento torsor similar al que acabamos de analizar para las



placas superior e inferior. A continuación se analizarán los efectos de las distintas cargas.

3.4.3.2 Tensiones provocadas por la fuerza normal N₃.

La unión soldada de las láminas de refuerzo laterales se pueden interpretar, de la misma forma que las para las láminas superior e inferior, como una unión soldada a solape con costuras de filete bajo la acción de las cargas que se muestran en la Figura 3.12.



Figura 3.12 Carga sobre la unión soldada de filete de las láminas de refuerzo laterales. Esta fuerza N_3 como se observa en la Figura 3.10 está aplicada en el centroide del perfil U, al trasladarla al centroide de los cordones de las láminas de refuerzo laterales ésta provoca no sólo tracción directa sino también un efecto de flexión sobre la costura soldada, cuyo valor del momento flector se calcula como sigue.

$$M_{N3} = N_3 \cdot (z_o - d/2)$$

(3.58)



Figura 3.13 Cargas de tracción y compresión provocadas sobre las láminas de refuerzo laterales por el momento M_{N3}.

Este momento flector se traduce sobre las láminas de refuerzo laterales como un par de fuerzas N_3 ', separadas entre si la distancia (d + S_3), tal como se muestra en la Figura 3.11. Las fuerzas N_3 ' que actúan sobre cada una de estas láminas de refuerzo se calculan del equilibrio, o sea:

$$N_3' = M_{N3}/(d + S_3)$$
 (3.59)

La fuerza N_3 que actúa sobre la lámina interior es de tracción y se suma a la fuerza $N_3/2$, o sea que la fuerza de tracción resultante sobre esta lámina será:

$N_{3Ri} = N_3' + N_3/2$	(3.60)
Y la tensión normal de tracción sobre esta lámina interior será:	
$\sigma_{N3i} = + N_{3Ri}/S_3 \cdot b_3$	(3.61)
Y la fuerza resultante sobre la lámina exterior será:	
$N_{3Re} = N_3' - N_3/2$	(3.62)
Y la tensión normal de tracción sobre esta lámina exterior será:	
$\sigma_{N3i} = + N_{3Re}/S_3 \cdot b_3$	(3.63)

Las tensiones se calcularían entonces de la siguiente manera:

Las tensiones provocadas por la carga N₃.

• Para Cargas Estáticas.

$$\tau_{l} = \frac{N_{3R}}{1.4 \cdot c \cdot (2 \cdot l_{L} + l_{T})}$$
(3.64)

• Para Cargas Cíclicas

Si se trata de cargas cíclicas se hace necesario diferenciar bien que carga soportan los cordones longitudinales de los transversales. En el presente Trabajo se propone aplicar el mismo principio de la Mecánica de Materiales que se aplicó para diferenciar las cargas entre los elementos componentes de la unión, o sea, la carga que asimila cada cordón es proporcional a su rigidez. En este caso proporcional a las longitudes respectivas de los cordones, o sea:

$$\frac{N_{3RL}}{2 \cdot l_L} = \frac{N_{3RT}}{l_T}$$
(3.65)

Se cumple también que:



$$N_{3R} = N_{3RT} + N_{.3RL} \tag{3.66}$$

Simultaneando estas dos ecuaciones se obtiene:

$$N_{3RL} = \frac{2 \cdot N_{3R} \cdot l_L}{l_T + 2l_L}$$
(3.67)

$$N_{3RT} = N_{3R} - N_{3RL} \tag{3.68}$$

Y ahora las tensiones provocadas en los cordones por la fuerza concentrada N_3 se pueden calcular por separado, o sea:

• Para los cordones longitudinales.

$$\tau_L = \frac{N_{3RL}}{1.4 \cdot c \cdot l_L} \cdot K d_L \cdot K \tau_L \tag{3.69}$$

Donde los coeficientes $k_{d \ L}$ y $k_{\tau \ L}$ se pueden calcular por las expresiones (1.7) y (1.15) respectivamente o se pueden obtener directamente de los Gráficos de las Figuras 1.2 y 1.7.

• Para los cordones transversales.

$$\tau_T = \frac{N_{3RT}}{0,707 \cdot c \cdot l_T} \cdot K d_T \cdot K \tau_T$$
(3.70)

Donde los coeficientes k_{dT} y $k_{\tau T}$ se pueden calcular por las expresiones (1.10) y (1.14) respectivamente o se pueden obtener directamente de los gráficos de las Figs. 1.4 y 1.8. Las tensiones provocadas por la fuerza transversal Q_3 .



Figura 3.14 Fuerzas sobre los cordones de las láminas de refuerzo laterales provocadas por la fuerza Q₃



En la Figura 3.14 se considera aplicada $Q_3/2$ porque son dos láminas laterales y la carga Q_3 se divide por igual entre las dos. La fuerza $Q_3/2$ se descompone en una fuerza aplicada en el centroide que provoca cortante directo y en un Momento Torsor sobre el cordón de magnitud

$$M_{tQ3} = (Q_3/2) \cdot Z_{cg}.$$
 (3.71)
Donde según (Pareto, 1980) la distancia $Z_{cq}.es$:

$$Z_{cg.} = (I_{L}^{2} + (I_{T}/2) \cdot c)/(2 \cdot I_{L} + I_{T})$$
(3.72)

- Las tensiones provocadas por la carga Q₃.
 - Para Cargas Estáticas.

$$\tau_{l} = \frac{Q_{3}}{1.4 \cdot c \cdot (2 \cdot l_{L} + l_{T})}$$
(3.73)

• Para Cargas Cíclicas

Si se trata de cargas cíclicas se hace necesario diferenciar bien que carga soportan los cordones longitudinales de los transversales. En el presente Trabajo se propone aplicar el mismo principio de la Mecánica de Materiales que se aplicó para diferenciar las cargas entre los elementos componentes de la unión, o sea, la carga que asimila cada cordón es proporcional a su rigidez. En este caso proporcional a las longitudes respectivas de los cordones, o sea:

$$\frac{Q_{3L}}{2 \cdot l_L} = \frac{Q_{3T}}{l_T}$$
(3.74)

Se cumple también que:

$$Q_3/2 = Q_{3T} + Q_{3L} \tag{3.75}$$

Simultaneando estas dos ecuaciones se obtiene:

$$Q_{3L} = \frac{Q_3 \cdot l_L}{l_T + 2l_L}$$
(3.76)

$$Q_{3T} = Q_3 / 2 - Q_{3L} \tag{3.77}$$

Y ahora las tensiones provocadas en los cordones por la fuerza concentrada Q_3 se pueden calcular por separado, o sea:

• Para los cordones longitudinales.

$$\tau_L = \frac{Q_{3L}}{1.4 \cdot c \cdot l_L} \cdot K d_L \cdot K \tau_L$$
(3.78)



Donde los coeficientes $k_{d \perp} y k_{\tau \perp}$ se pueden calcular por las expresiones (1.7) y (1.15) respectivamente o se pueden obtener directamente de los Gráficos de las Figuras 1.2 y 1.7.

• Para los cordones transversales.

$$\tau_T = \frac{Q_{3T}}{0,707 \cdot c \cdot l_T} \cdot K d_T \cdot K \tau_T$$
(3.79)

Donde los coeficientes k_{dT} y $k_{\tau T}$ se pueden calcular por las expresiones (1.10) y (1.14) respectivamente o se pueden obtener directamente de los Gráficos de las Figs. 1.4 y 1.8.

• Las tensiones provocadas por el Momento Torsor M_{tQ3}.

Ahora bien el Momento torsor M_{tQ3} que actúa sobre las láminas laterales, como ya se dijo anteriormente provoca un momento torsor sobre la unión. En las costuras de filete las expresiones para el cálculo de las tensiones provocadas por los momentos torsores fueron obtenidas por (Hernández, 2005) y aparecen descritas en la Tabla 1.3. Para el caso de la mitad de la unión soldada de la costura soldada de las láminas laterales, de igual manera que para las láminas superiores e inferiores estas tensiones se calculan según la Tabla 1.3 por la ecuación:

$$\tau_{M3} = \frac{4.2426 \cdot M_{tQ_3}}{c^2 (2 \cdot l_L + l_T)}$$

(3.80)

3.5 Resultados obtenidos en el cálculo de las fuerzas internas y las tensiones mediante la aplicación de las expresiones analíticas propuestas.

3.5.1 Parámetros geométricos de la unión y cargas que serán aplicadas.

Los parámetros geométricos de los diferentes elementos de la unión son:

- Área de la sección: 4 050 mm²
- Momento de Inercia respecto al eje x: I_x = 58 100 000 mm⁴
- Módulo de la sección respecto a x: W_x =387 000 mm³
- Momento estático máximo de la sección: S_x = 224 000 mm³
- Distancia del borde del alma al centroide de la sección: z_o = 25,2 mm
- Altura de las placas laterales b₃ = 200 mm
- Longitud axial de los refuerzos laterales: L₃ = 200 mm



- Longitud axial de los refuerzos superiores: L₂ = 150 mm
- Ancho de las láminas de refuerzo superiores b₂ = 84 mm
- Los espesores de los refuerzos son iguales: $S_2 = S_3 = c = 8 \text{ mm}$

La viga posee 180 cm de longitud y la unión soldada de la viga está situada en el centro de su longitud, o sea a 90 cm de los extremos para que la distancia a los bordes sea bastante grande y no afecten las cargas por el principio de Saint Venant.

Un extremo está empotrado y en el extremo opuesto se aplicará primero una fuerza normal de tracción de magnitud N = 5×10^6 N en el centroide de la viga, o sea, 5 millones de Newton.

Después se aplicará en el extremo libre un Momento Concentrado ubicado en el plano y - x que pasa por el centroide de la viga, de magnitud M_f = 150 x 10⁶ N-mm, o sea, 150 millones de N – mm.

Finalmente se aplicará en el extremo libre una fuerza transversal concentrada en el plano y – z que pasa por el centroide de la viga de magnitud Q = 30 000 N, la cual producirá un momento flector en la sección media de la unión de $M_f = 27 \times 10^6$ N-mm, o sea, 27 millones de N – mm.

Se realizarán en cada caso, al Aplicar el Método de los Elementos Finitos, cuatro cortes en la sección, como se hizo en la unión mixta simétrica:

- El primer corte fuera de la unión a 150 mm del centro de la unión.
- El segundo corte a 100 mm del centro de la unión donde ya entran los cordones de las láminas de refuerzo laterales, pero aún no los superiores.
- El tercer corte a 75 mm del centro, ya entraron a trabajar los cordones refuerzos superiores.
- El ultimo corte en el mismo centro de la unión mixta.

3.5.2 Cálculo de las áreas y de los momentos de inercia de las partes componentes de la unión.

• Áreas de las diferentes partes componentes de la unión.

A₁ – Es el área de la sección transversal de la viga U que es:

 $A_1 = 4\ 050\ mm^2$

A₂ – Es el área de la sección transversal de las placas de refuerzo laterales.

 $A_2 = 2 \cdot b_2 \cdot S_2 = 2 \cdot 200 \cdot 8 = 3 \ 200 \ mm^2$



A₃ – Es el área de la sección de las placas de refuerzo superior e inferior.

$$A_3 = 2 \cdot b_3 \cdot S_3 = 2 \cdot 84 \cdot 8 = 1344 \text{ mm}^2$$

La suma de $A_1 + A_2 + A_3 = 8594 \text{ mm}^2$

En la zona de la unión la fuerza de tracción total se divide proporcionalmente a sus rigideces respectivas entre las tres partes que integran la unión mixta:

En la unión a tope de la viga U.

$$N_1 = \frac{N_T \cdot A_1}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 4050}{8594} = 2\,356\,295\,N$$

Las placas de refuerzo laterales asimilan una carga:

$$N_2 = \frac{N_T \cdot A_2}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 3200}{8594} = 1861764 N$$

Las placas de refuerzo superior e inferior asimilan una carga:

$$N_3 = \frac{N_T \cdot A_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{5 \cdot 10^\circ \cdot 1\,344}{8\,594} = 781\,940,9\,N$$

Las tensiones en la sección transversal de cada una de las partes de la unión serán:

$$\sigma_{1} = \frac{N_{1}}{A_{1}} = \frac{2\,356\,295}{4\,050} = 581,8\,MPa$$

$$\sigma_{2} = \frac{N_{2}}{A_{2}} = \frac{1\,861\,764}{3\,200} = 581,8\,MPa$$

$$\sigma_{3} = \frac{N_{3}}{A_{3}} = \frac{781\,940,9}{1\,344} = 581,8\,MPa$$

Como se parecía la distribución de las cargas entre las distintas parte de la unión es tan racional que las tensiones en las distintas partes resultan iguales y menores que la tensión que existiría en la viga sin refuerzo, o sea:

$$\sigma = \frac{N_T}{A_1} = \frac{5\,000\,000}{4\,050} = 1\,234\,MPa$$

Se concluye evidentemente que en el caso de la tracción, el refuerzo de la viga es tal que hace que las tensiones en la sección de la viga donde está la unión a tope las tensiones se reduzcan a menos de la mitad, garantizándose de esta manera la resistencia.



Momento de inercia de la viga U con relación a su eje centroidal X-X

 Ix_1 – Es el momento de inercia de la sección de la viga U con relación a su eje centroidal X.

Para la Viga U - 300

 $Ix_1 = 58\ 100\ 000\ mm^4$

• Momento de inercia de las láminas de refuerzo superior e inferior con relación al eje X.

$$Ix_{2} = 2b_{2} \cdot S_{2} \left[\frac{3h^{2} + 6h \cdot S_{2} + 4S_{2}^{2}}{12} \right]$$
$$Ix_{2} = \frac{b_{2} \cdot S_{2}}{6} \left[3h^{2} + 6h \cdot S_{2} + 4S_{2}^{2} \right]$$
$$Ix_{2} = \frac{96 \cdot 8}{6} \left[3 \cdot (289)^{2} + 6 \cdot 289 \cdot 8 + 4 \cdot (8)^{2} \right]$$

 $Ix_2 = 33 880 448 mm^4$

• Momento de inercia de las láminas de refuerzo laterales con relación al eje X.

$$Ix_{3} = 2 \cdot \frac{1}{12} S_{3} h_{3}^{3}$$
$$Ix_{3} = \frac{S_{3} \cdot h_{3}^{3}}{6} = \frac{8 \cdot (200)^{3}}{6}$$
$$Ix_{3} = 10 \ 666 \ 666.67 \ mm^{4}$$

3.4.3 Cálculo de la parte del Momento Flector Total que asimila cada una de las partes componentes de la unión.

• Momento total aplicado a la unión (M_T).

En el modelo de Elementos Finitos seleccionado

para esta validación se sometió la unión a flexión pura con un Momento Flector Total igual a: $M_T = 150 \cdot 10^6 N - mm$

• Cálculo del momento (M₁).

]



 $M_{1} = \frac{M_{T} \cdot Ix_{1}}{Ix_{1} + Ix_{2} + Ix_{3}}$ $M_{1} = \frac{150 \cdot 10^{6} \cdot 58100\,000}{58\,100\,000 + 33\,\,880\,\,448 + 10\,\,666\,\,666}$ $M_{1} = 84\,902\,533\,N\,mm$

• Cálculo del momento (M₂).

 $M_{2} = \frac{M_{T} \cdot Ix_{2}}{Ix_{1} + Ix_{2} + Ix_{3}}$ $M_{2} = \frac{150 \cdot 10^{6} \cdot 33\,880\,448}{58\,100\,000 + 33\,880\,448 + 10\,666\,666}$ $M_{2} = 49\,558\,364\,N\,mm$

• Cálculo del momento (M₃).

 $M_{3} = \frac{M_{T} \cdot Ix_{3}}{Ix_{1} + Ix_{2} + Ix_{3}}$ $M_{3} = \frac{150 \cdot 10^{6} \cdot 10\,666\,666}{58\,100\,000 + 33\,880\,448\,+10\,666\,666}$ $M_{3} = 15\,602\,583\,N\,mm$

3.4.3 Cálculo de las tensiones en las partes componentes de la unión.

• Cálculo de la Fuerza (N₂)

$$M_{2} = N_{2} \cdot (h + S_{2})$$
$$N_{2} = \frac{M_{2}}{h + S_{2}}$$
$$N_{2} = \frac{49558364}{300 + 8}$$
$$N_{2} = 160904 N$$

• Cálculo de la tensión en la Viga (σ_1) .

$$\sigma_{1} = \frac{M_{1} \cdot y_{\text{max}}}{Ix_{1}}$$
$$\sigma_{1} = \frac{150 \cdot 10^{6} \cdot 150}{58100\,000}$$
$$\sigma_{1} = 387,3 \ MPa$$



- Cálculo de la tensión en una de las láminas 2 $(\sigma_{\scriptscriptstyle 2})$.

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{N_2}{b_2 \cdot S_2}$$
$$\sigma_2 = \frac{160\,904}{84 \cdot 8}$$
$$\sigma_2 = 239.4 MPa$$

• Cálculo de la tensión de flexión en las dos láminas $3(\sigma_3)$.

$$\sigma_{3} = \frac{M_{3} \cdot y_{\text{max}}}{2 \cdot Ix_{3}}$$
$$\sigma_{3} = \frac{15\,602\,583 \cdot 100}{2\,10\,666\,666}$$
$$\sigma_{3} = 73,14 \ MPa$$

• Cálculos para la carga transversal Q = 30 000 N.

Esta carga provoca un momento flector a una distancia de 100 mm del centro de la unión de M_f = 30 000 x 800 mm = 24 x 10⁶ N – mm y una tensión de flexión en la viga simple aun sin refuerzo y sin considerar aún el efecto de torsión de:

$$\sigma_1 = \frac{Mf}{Wx_1} = \frac{24 \cdot 10^6}{387\ 000} = 62,02\ MPa$$

En el centro de la unión la tensión provocada por el momento flector será:

$$\sigma_1 = \frac{Mf}{Wx_1} = \frac{27 \cdot 10^6}{387\ 000} = 69,8\ MPa$$

Pero esta viga al poseer sección asimétrica se ve sometida a torsión. El centro de flexión está a una distancia del centroide de la viga cuya magnitud se calcula por la ecuación (3.39)

$$X_{cf} = \frac{4 \cdot b_1^2 (h_1 + 3 \cdot b_1)}{(h_1 + 6 \cdot b_1) \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)}$$
$$X_{cf} = \frac{4 \cdot (96)^2 (289 + 3 \cdot 96)}{(289 + 6 \cdot 96) \cdot (289 + 2 \cdot 96)} = 51,12 \ mm$$

El momento torsor tendrá una magnitud igual al producto de la carga transversal Q por la distancia X_{cf}, o sea:

M_t = 30 000 x 51,12 = 1 533 600 N - mm



Y la tensión de torsión considerando, a modo de simplificación el contorno de la sección de la viga U como abierto desarrollable de espesor constante c = 8 mm (realmente el alma tiene un espesor d = 6,5 mm y las alas un espesor medio t = 11 mm, se tomará c = 8 mm = constante (Goytisolo, 2006)

S es la longitud del contorno.

$$\tau_{mt} = \frac{3 \cdot Mt}{c^2 \cdot S} = \frac{3 \cdot 1533\ 600}{8^2 \cdot 481} = 149,46\ MPa$$

Para la validación por el Método de los Elementos Finitos hay que tomar en cuenta en algunos casos que la relación numérica entre la tensión tangencial (Tercera Hipótesis de Resistencia) y la tensión equivalente de Von Mises (Cuarta Hipótesis de Resistencia) es:

$$\sigma_{eq} = \tau_{máx} \cdot \sqrt{3}$$

Esta tensión de torsión es constante a través de todo el contorno y lo bordea en el sentido del momento torsor M_t.

La viga, además de la flexión y la torsión está sometida a cortante directo por la fuerza transversal Q. La distribución de estas tensiones a través de la sección está ilustrada en la Figura 3.6.

En el alma la tensión tangencial resultante de torsión y de Zhuravski será (ecuación 3.33):

$$\begin{aligned} \tau_{alma} &= \frac{3 \cdot Q \cdot b_1}{c \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1)} \left[\frac{h_1 + 4 \cdot b_1}{2 \cdot h_1 \cdot b_1} + \frac{4 \cdot b_1 (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2} \right] \\ \tau_{alma} &= \frac{3 \cdot 30\ 000 \cdot 96}{8 \cdot (289 + 6 \cdot 96)} \left[\frac{289 + 4 \cdot 96}{2 \cdot 289 \cdot 96} + \frac{4 \cdot 96 \cdot (289 + 3 \cdot 96)}{8 \cdot (289 + 2 \cdot 96)^2} \right] \\ \tau_{alma} &= 164,56\ MPa \end{aligned}$$

La tensión equivalente de Von Mises será:

$$\sigma_{eq} = \tau_{max} \cdot \sqrt{3} = 164,56 \cdot 1,7321 = 285,03 \, MPa$$



Realmente en el alma, la tensión provocada por la torsión se anula, ya que esta tensión bordea todo el contorno en la dirección del momento torsor y en cualquier punto del alma, que posee un espesor de sólo 6,5 mm, hay una tensión de torsión que sube y otra que baja (Figura 3.10) y el resultado que en el centro del alma la tensión resultante es cero, lo que se confirma por la analogía de la membrana. La tensión tangencial resultante en el centro del espesor del alma será sólo la de cortante directo que se corresponde sólo con el primer sumando de la ecuación (3.33), o sea:

$$\begin{aligned} \tau_{alma} &= \frac{3 \cdot Q \cdot (h_1 + 4 \cdot b_1)}{2 \cdot h_1 \cdot c \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1)} \\ \tau_{alma} &= \frac{3 \cdot 30\ 000 \cdot (289 + 4 \cdot 96)}{2 \cdot 289 \cdot 8 \cdot (289 + 6 \cdot 96)} = 15,14\ MPa \end{aligned}$$

La tensión equivalente de Von Mises será:

$$\sigma_{eq} = \tau_{máx} \cdot \sqrt{3} = 15,14 \cdot 1,7321 = 26,2 MPa$$

En el alma la tensión en uno de los bordes será igual a la suma de la tensión tangencial

de torsión más la de Zhuravski, o sea:

$$\tau_{alma} = 164,56 MPa$$

La tensión equivalente de Von Mises será:

 $\sigma_{eq} = \tau_{máx} \cdot \sqrt{3} = 164,56 \cdot 1,7321 = 285,03 MPa$

En el otro borde la diferencia de estas tensiones, o sea:

$$\tau_{alma} = -134,12 MPa$$

La tensión equivalente de Von Mises será:

 $\sigma_{eq} = \tau_{max} \cdot \sqrt{3} = 134,12 \cdot 1,7321 = 232,3 MPa$

El signo menos sólo indica que es contraria a la anterior.

Y en el centro sólo actúa la tensión de Zhuravski, igual a:

$$\tau_{alma} = \frac{3 \cdot 30\ 000 \cdot (289 + 4 \cdot 96)}{2 \cdot 289 \cdot 8 \cdot (289 + 6 \cdot 96)} = 15,14\ MPa$$

La tensión equivalente de Von Mises será:

$$\sigma_{eq} = \tau_{max} \cdot \sqrt{3} = 15,14 \cdot 1,7321 = 26,2 MPa$$



La tensión máxima en el ala, provocada por la suma de los efectos de cortante directo y torsión es:

$$\begin{aligned} \tau_{ala} &= \frac{6 \cdot Q \cdot b_1}{c \cdot (h_1 + 6 \cdot b_1)} \Biggl[\frac{1}{h_1} + \frac{2 \cdot b_1 \cdot (h_1 + 3 \cdot b_1)}{c \cdot (h_1 + 2 \cdot b_1)^2} \Biggr] \\ \tau_{ala} &= \frac{6 \cdot 30\ 000 \cdot 96}{8 \cdot (289 + 6 \cdot 96)} \Biggl[\frac{1}{289} + \frac{2 \cdot 96 \cdot (289 + 3 \cdot 96)}{8 \cdot (289 + 2 \cdot 96)^2} \Biggr] \end{aligned}$$

$$\tau_{ala} = 158,32 MPa$$

En la punta del ala de la viga no existe tensión de cortante directo, tal como se aprecia en la Figura 3.6 y sólo existirá en este punto una tensión tangencial igual a la de torsión que es constante en todo el contorno

$$\tau_{punta\ ala} = 149,46 MPa$$

La tensión equivalente de Von Mises a una distancia de 100 mm del centro de la unión, será en ese punto del extremo del ala:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} = \sqrt{(62,2)^2 + 3 \cdot (149,6)^2} = 266,5 MPa$$

Y en el centro de la unión en ese punto será:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} = \sqrt{(69,8)^2 + 3 \cdot (149,6)^2} = 268,35 \text{ MPa}$$

En el otro extremo del ala, donde la tensión de Zhuravski es más grande, en la posición a 100 mm del centro de la unión:

Y en el centro de la unión en ese punto será:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} = \sqrt{(69,8)^2 + 3 \cdot (158,32)^2} = 282,96 MPa$$

3.6 Resultados obtenidos mediante la aplicación del Método de los Elementos Finitos y Análisis de los Resultados.

3.6.1 Aplicación del Método de los Elementos Finitos en las Investigaciones de las Uniones Soldadas.

El Método de los Elementos Finitos constituye en sí un Método Numérico para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales que modelan un problema específico. El mismo se ha convertido hoy en día en una potente arma para la investigación ya que permite



resolver casos que hasta hace poco tiempo eran prácticamente imposibles de resolver por los métodos matemáticos tradicionales. Esta circunstancia obligaba a realizar prototipos, ensayarlos e ir realizando mejoras de forma iterativa, lo que traía consigo un elevado costo tanto económico como en tiempo de desarrollo. El Método de los Elementos Finitos permite realizar un modelo matemático de cálculo del sistema real, mucho más fácil y económico que diseñar, construir, probar y modificar un prototipo. Sin embargo, por su esencia de ser un procedimiento matemático que discretiza funciones que en la realidad son continuas, constituye en sí un método aproximado de cálculo. El mismo es empleado en las más variadas ramas de la ciencia desde la medicina hasta la ingeniería, es utilizado tanto para determinar valores de fuerzas y tensiones en diferentes piezas de máquinas y estructuras como para modelar diferentes procesos de fabricación. Los ordenadores han aportado el medio eficaz de resolver la multitud de ecuaciones que se plantean en el Método de los Elementos Finitos, cuyo desarrollo práctico ha ido caminando parejo de las innovaciones obtenidas en el campo de la arquitectura de los ordenadores. Entre éstas, además de permitir la descentralización de los programas de Elementos Finitos, ha contribuido a favorecer su uso a través de sofisticados paquetes gráficos que facilitan el modelado y la síntesis de resultados. Hoy en día ya se concibe la conexión inteligente entre las técnicas de análisis estructural, las técnicas de diseño (CAD), y las técnicas de fabricación. Los Fundamentos del Método de los Elementos Finitos aparecen analizados en detalle en las referencias (Armero and Glaser, 1997); (Calfem A.; 2002); (Chandrupatla and Belengundu, 1997); (Felippa, 2001); (Oñate, 1992); (Zienkiewics, 2000). Particularmente en el campo de la soldadura se utiliza para la investigación de los campos de temperatura y sus efectos (García y Burgos, 2003); (Goldak and Hill, 1999); (Michaleris and Sun, 1997); (Papazoglou and Masubuchi, 1982); (Tekriwal and Mazumder, 1988). El Método de los Elementos Finitos se emplea también para la evaluación de Tensiones Residuales en la Soldadura (Berglund y Runnemalm, 2002). Específicamente en el cálculo de tensiones en las uniones soldadas se emplean para validar los cálculos analíticos realizados. En este sentido se pueden señalar algunos trabajos importantes como son: (Chau and Besnier, 2003); (Enoki, Aoyama and Hirogaki, 2003); (Oñate, 1992), (Weaver, 1999); (Goytisolo et. al. 2004); (Goytisolo et.

al. 2005); (Goytisolo et. al. 2006); (Goytisolo et. al. 2008). Muchos investigadores trabajan en esta línea general y han estudiado cuidadosamente cuales son los modelos óptimos para las diferentes aplicaciones determinando de esta forma que tipos de elementos a utilizar, características de las solicitaciones a que estarán sometidas etc., ellos basan sus trabajos en las estimaciones de los errores donde proponen metodologías para los mismos, en sus artículos: (Babuska and Rheinboldt, 1978); (Barthold, Schmidt and Stein, 1998); (Carvajal, 2003); (Gabaldón y Goicolea, 1999); (Ortiz and Quigley, 1991) todos coinciden que los resultados a obtener están determinados por la correspondencia entre el modelo y el sistema real que se haya adoptado y con la calidad que se resuelva el mismo siendo una obligatoriedad la convergencia de los casos a analizar. La misma puede lograrse de tres maneras: se puede disminuir el tamaño de los elementos, refinamiento la malla, se puede aumentar el grado del polinomio de interpolación, o se pueden hacer simultáneamente las dos cosas, Además, se puede realizar localmente, es decir mejorando la discretización en aquellas zonas en las que se produce un mayor error. Los requisitos de convergencia se plantean sobre la base de la siguiente fundamentación: Si se analiza un problema utilizando cada vez una malla más fina de elementos, se generará una secuencia de soluciones aproximadas. Es importante que tal secuencia converja a la solución exacta, es decir, que el error entre la solución aproximada y la exacta tienda a cero cuando el número de elementos tienda a infinito (o su tamaño tienda a cero). Aunque en los problemas reales no puede obtenerse un valor exacto del error de discretización, se ha demostrado (Bhadeshia, 1998); (Enoki, Aoyama and Hirogaki, 2003); (Zienkiewics, 2000) que existe una convergencia asintótica de la solución del problema en función a los parámetros de "número de grados de libertad", o el "tamaño de los elementos".

3.6.2 Modelo de Viga Soldada Asimétrica reforzada por la aplicación del Método de los Elementos Finitos.

En los epígrafes que vienen a continuación se desarrollará el análisis del Modelo de una viga asimétrica de perfil canal soldada a tope y reforzada con láminas superior e inferior soldadas sobre las alas en la zona de la unión a tope y con láminas de refuerzo laterales a través del Método de Elementos Finitos cuyo objetivo fundamental es la



obtención del campo de tensiones en las distintas partes componentes de la unión, con lo que se pretende comparar los resultados obtenidos por el método analítico para la validación de los mismos. Vale destacar que la confección de los modelos (dibujos 3D) que se expondrán a continuación fueron previamente realizados en el Software Inventor 2011 perteneciente a los Sistemas CAD; por la facilidad y precisión que este permiten a la hora de dibujar estos modelos de gran complejidad; además de las posibilidades casi infinitas de interacción que esto permiten a la hora de realizar cualquier tipo de modificación, y también por el alto grado de integración que este logra con el Software ANSYS 13.0, el cual se empleará para la modelación por Elementos Finitos del modelo de la viga soldada.). Las restricciones son colocadas en uno de los extremos de la viga y son del tipo fijas o empotradas y es realizado un mallado eficiente, obtenido mediante un estudio previo de convergencia, afinando la malla precisamente en la zona próxima a la unión, aplicando elementos más finos en dicha zona para poder observar más detalladamente el comportamiento de las tensiones en esa región. En la Fig. 3.15 se muestran vistas de la Malla a emplear en el Método de Elementos Finitos.

a) Vista general del mallado de la viga. b) Refinado de la malla en la transición.

Figura 3.15 Malla del Modelo de Elementos Finitos.

El procedimiento para obtener el Modelo de la Viga en 3D con el Software Inventor 2011 se ilustra en la Figura 3.16. Para la posterior simulación de la viga con el Software de Elementos Finitos se dibuja la viga con las características de diseño reales, esto se realiza en un software de la familia CAD por las innumerables ventajas que estos brindan, para este caso en específico se emplea el inventor 2011 el cual presenta un grupo de herramientas que facilitan la obtención de la modelación de sólido. La secuencia de pasos se da en la Figura 3.16.





Figura 3.16 Obtención del sólido 3D en el Software Inventor 2011 **3.6.3 Análisis por el MEF de la viga sometida a tracción.**





En la Figura 3.17 se muestran los cortes realizados en la viga sometida a tracción, donde se puede aprecia por ejemplo en la Figura 3.17 a) que la tensión en la sección transversal de la barra fuera de la zona de la unión tiene una coloración verde que corresponde a tensiones normales en el orden de 1 072 MPa a 1 290,7 MPa. En esa



misma sección por las ecuaciones obtenidas en el método Analítico propuesto la tensión es 1 234 MPa lo que implica una correspondencia muy buena.

En la zona del centro de la unión, tal como se aprecia en la figura 3.17 d) las tensiones se uniformizan, tal como se obtuvo en los cálculos analíticos, y se obtienen tensiones que según el código de colores se corresponde con un color azul grisáceo que implica tensiones que varían en el rango desde 297,52 MPa a 574,66 MPa, mientras que en los cálculos analíticos se obtuvo un valor de 435,19 MPa que está dentro de este rango.





Figura 3.18 Campo de tensiones de la viga sometida a flexión pura.

En la Figura 3.18 se muestra el campo de tensiones y de deformaciones de la viga sometida a flexión pura, donde la tensión máxima en la zona fuera de la unión soldada se corresponde con el verde que representa un rango de tensiones amplio que abarca desde 325,26 MPa hasta 406,51 MPa, mientras que el cálculo analítico arrojo un valor de 387, 6 MPa, que está dentro del rango, muy cercano a su valor medio. El campo de deformaciones se corresponde con una curvatura uniforme a lo largo de toda la longitud que realmente se corresponde a un arco de círculo. Un aspecto a destacar es que en el caso de la flexión pura no se produce torsión por el efecto de asimetría de la viga. En el modelo se aprecia claramente la línea neutra con las más bajas tensiones y el incremento gradual de éstas hacia los puntos más alejados de ésta.





3.6.5 Análisis por el MEF de la viga sometida a flexión transversal.

Figura 3.19 Campo de tensiones de la viga sometida a flexión transversal.

En la Figura 3.19 se observa el campo de tensiones y de deformaciones de la viga donde se aprecia en primer lugar, el elemento que es lo esencial en el presente trabajo, que es la torsión suplementaria que se induce en la viga en el caso de la flexión transversal cuya influencia en las tensiones es la gran novedad científica del presente trabajo.

En la Figura 3.20 se observan los cuatro cortes obtenidos en este caso.









Figura 3. 20 Cortes realizados para la viga sometida a flexión transversal.

En la Figura 3.20 a) se puede apreciar por ejemplo que por ejemplo en la punta del ala, donde solo existe tensión provocada por la torsión y la flexión, no existe tensión por el cortante directo, la tensión equivalente obtenida por el MEF varía desde 271,34 MPa a 276,34 MPa, mientras que analíticamente se obtuvo un valor de 266,5 lo que representa una correspondencia casi absoluta.

Donde se obtuvo mayor diferencia fue en el otro extremo del ala en la zona existe la combinación de cortante, torsión y tracción la tensión equivalente de Von Mises por el MEF, para el centro de la unión, Figura 3.20 d) da valores entre 370,91 MPa y 394,82 MPa, mientras que por las ecuación analítica obtenida para ese punto se obtuvo una tensión equivalente de Von Mises de 292,06 MPa. Sin embargo la literatura consultada explica claramente que en los perfiles laminados de acero al carbono en la zona próxima al radio interior del perfil se produce una concentración de tensiones del orden de $k_{\sigma} = 1,5$ a 2 (Pisarenko et. al. 1989), lo que justifica que las tensiones del MEF puedan llegar en esa zona a valores superiores a 500 MPa, cercanos incluso a los 600 MPa.

3.7 Conclusiones Parciales del Capítulo III

4. En ninguna de las fuentes bibliográficas consultadas se describe el método de cálculo de este tipo de unión soldada mixta para una viga simétrica y tampoco para una viga asimétrica como la analizada en el presente Capítulo III, ni siquiera se hace referencia a sus particularidades, lo que hace que los



resultados obtenidos en el presente trabajo sean muy novedosos a nivel internacional.

- 5. En el presente Capítulo III se desarrolló el método de cálculo de una unión soldada mixta de una viga canal asimétrica, la cual fue reforzada con láminas a ambos lados del alma y dos laminas una superior y otra inferior soldadas as las alas. Se obtuvieron las ecuaciones para calcular las fuerzas internas que asimila cada una de las tres partes integrantes de la unión y las tensiones en la sección transversal de cada una de las partes. Se obtuvieron además las ecuaciones para calcular las tensiones en cada uno de los cordones de soldadura de la unión.
- Las tensiones que surgen en la sección transversal de cada una de las partes de la unión fueron validadas correspondientemente por el Método de los Elementos Finitos, obteniéndose una correspondencia muy satisfactoria.



Conclusiones Generales

- 1. En el "Tratado General de Soldadura" de (Shimpke, Horn y Ruge, 1989) se describe como realizar el refuerzo de una viga soldada simétrica como la analizada en el Capítulo II del presente trabajo, sin embargo, en ninguna de las fuentes bibliográficas consultadas se describe el método de cálculo de este tipo de unión soldada mixta para una viga simétrica y tampoco para una viga asimétrica como la analizada en el presente trabajo en su Capítulo III, ni siquiera se hace referencia a las particularidades de este tipo de unión soldada.
- 2. Se desarrolló un Método de Cálculo que permite determinar que parte de la carga total aplicada la asimila cada una de las partes componentes de una unión soldada mixta integrada por una viga canal, cuya particularidad más importante es que su sección transversal es asimétrica, la cual como se conoce de la teoría de la Torsión de Perfiles de Paredes Delgadas, en la misma se produce torsión cuando se ve solicitada a flexión transversal.
- 3. El Método desarrollado fue validado mediante la comparación de los resultados obtenidos por las expresiones analíticas propuestas para el cálculo de las tensiones en las secciones transversales de los elementos integrantes de la unión con los resultados obtenidos por el Método de los Elementos Finitos, obteniéndose una concordancia muy buena.
- 4. Se desarrollaron además las ecuaciones para el cálculo de las tensiones en todos y cada uno de los cordones de soldadura integrantes de la unión. Estas expresiones han sido avaladas anteriormente por la comparación de los resultados analíticos obtenidos con ellas con los obtenidos también por el Método de los Elementos Finitos, cuyos resultados están recogidos en las numerosas publicaciones del Colectivo de Mecánica Aplicada de la UCf, referenciadas en la bibliografía del presente trabajo, y cuyos resultados fueron recogidos en el Premio Nacional de la Academia de Ciencias del Año 2013 que obtuvo el Colectivo de Mecánica Aplicada Titulado: "Solución de problemas de soldadura de componentes mediante la Modelación por Elementos Finitos"



Recomendaciones

- Se recomienda aplicar los resultados del presente trabajo al chasis de la Hormigonera "Baribal" que fueron recuperadas hace unos años por el Colectivo de Mecánica Aplicada mediante soldadura de las vigas del mismo a tope y con refuerzo, pero no se calcularon las uniones soldadas pues la presente Metodología de Cálculo, aún no había sido creada.
- Buscar otras aplicaciones para introducir estos resultados en la práctica industrial.



Referencia bibliográfica

- Allen, T, & Ittiwaitana, W. A. (2000). Method for robust Machine Design applied to Arc-Welding Third Internacional Symposium on Tools and Methods of competitive Engineering.
- ANSI/API STD 11041:999. (1999). Soldadura de líneas de tubería e instalaciones a fines.
- ANSI/AWS D1.1-96. (1996). Structural Welding Code-Steel.
- Armero, F, & Glaser, S. (1997). On the formulation of enhanced strain finite elements in finite deformations. Engineering Computations.
- AWS D 1.1 M:2002. (2002). An American National Standar Aproved by American National Standard.
- Babuska, I, & Rheinboldt, W. A. (1998). Posteriori error estimates for the Finite Element Method. International Journal for Numerical Methods in Engineering.
- Bae, D. H, & Sohn, S., J. (2003). Assessing the Effects of Residual Stresses on the Fatigue Strength of Spot Welds.Welding Research.
- Barthold, F, Schmidt, M, & Stein, E. (1998). Error indicators and mesh refinements for finiteelement-computations of elastoplastic deformations. Computacional Mechanics.
- Becerra Rodríguez, Osmany. (2007). Evaluación de la resistencia de Viga Soldada de la Estructura del Hotel San Carlos. (Trabajo de Diploma), Cienfuegos.
- Becker, A. (1999). Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis. University of Nottingham. United Kingdome.
- Bedford, A, & Fowler, W. (2002). Engineering Mechanics. Statics. Third Edition. New Jersey. New Jersey: Prentice Hall.
- Beer F.P, & Johnston, E.R. (1993). Mecánica de Materiales (Vol. 2). Colombia: Mc Graw-Hill.



- Berglund, D, & Runnemalm, H. (2002). Comparison of Deformation Pattern and Residual Stresses in Finite Element Models of a TIG-welded Stainless Steel Plate. ASM Proceedings of the International Conference.
- Bhadeshia, D. H. (1998). Reliability of Weld Microstructure and Property Calculations.
- Birger, I.A, Shorr B.F, & Shneiderovich, R.M. (1966). Cálculo de Resistencia de Piezas de Máquinas. Moscú: Mashinostroenie.
- Burgos, J. S. (2000). Teoría de los Procesos de Soldadura. Material de la Maestría de Ingeniería Mecánica.
- Calfem. A. (2002). Finite Element Toolbox for matlab.Department of Mechanics and Materials. Recuperado a partir de http://www.byggmek.ith.se/Calfem/.Lund University.
- Cardona, F. (2001). Teoría de Máquinas. Barcelona: Ediciones UPC.
- Carvajal Silva, G. E. (s.d.). Criterios y estimadores de error en el análisis elástico lineal de estructuras planas. Recuperado a partir de http://guido.dic.udec.cl/docs/tesis/final. Blancoynegro.pdf.Agosto 2003.
- Cernuschi, D. J. (2003). Elementos Finitos. Ejemplo de aplicación. Consideraciones sobre el uso de los Elementos Finitos. Recuperado a partir de http://www.unlp.edu.ar/estruc3b/mefa.pdf.
- Chandrupatla, T, & Belengundu, A. (1997). *Introduction to Finite Elements in Engineering*. USA: Prentice Hall.
- Chau, T.T, & Besnier, F. (2003). Numerical simulation of welding in shipbuilding Marine.
- Dobrovolski V. (1970). DIN 50121 Technological Bending Test on Welded Joints and Welded Platings. Moscú: Editorial MIR.
- Duane K., Miller. (2002). Designing Fillet Welds for Skewed T-joints. Welding Innovation, *XIX*(1).



EN 251.7. (1992). Norma Europea. Uniones soldadas por arco de acero.

- EN 287.1. (1992). Norma Europea. Soldeo por fusión.
- EN 288.1. (1992). Norma Europea. Especificaciones y calificación de los procedimientos de soldeo para los materiales metálicos.
- Enoki, S, Aoyama, E, & Hirogaki, T. (2003). Shinichi Simple finite element model with beam elements for panel part of spot-welded frame-panel structure Tsutao Source: Nippon Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, *69*(3), 805-811.

Faires V.M. (1985). Diseño de Elementos de Máquinas. México: UTEHA.

- Faneyt, S, Rivas, A. L, & Molina, C. (2000). The Evaluation of Welding 5Cr Material with Electrode 309Mo.II Caribbean Conference and Exhibition.
- Felippa, C. A. (2001). Introduction to Finite Elements Methods.
- Feodosiev V.I. (1985). Resistencia de Materiales (3º ed.). Moscú: Editorial MIR.
- Feodosiev, V.I. (1993). Diez conferencias sobre Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR.
- Fernández Levy, G. S. (1983). Resistencia de Materiales. La Habana: Pueblo y Educación.
- Fitzgerald, F. (1996). Mecánica de Materiales. México: Alfa Omega S.A. de C.V.
- Fogiel, M. (1988). Problem Solver in Strength of Materials and Mechanics of Solids. New Jersey: REA.
- Frewin, M. R, & Scott, D. A. (1999). Finite Element Model of Pulsed Laser Welding.
- Fricke, S, & Keim, E. (s.d.). Numerical weld modelling- A method for calculating weld-induced residual stresses. Nuclear Engineering and Design, *206*(2-3), 139-150.
- Frost, N. E, Marsh, K. J, & Pook, L. P. (1999). *Metal Fatigue. Dover Publications*. New York: Mineola.

Frost, N. E, Marsh, K. J, & Pook, L. P. (s.d.). Metal Fatigue. Dover Publications.



- Fu, L, Duan, L.Y, & Du, S.G. (2003). Numerical simulation of inertia friction welding process by finite element method. Welding Journal, 82(3).
- Gabaldón, F. (1999). Métodos de Elementos Finitos Mixtos con deformaciones supuestas en elastoplasticidad. Tesis Doctoral, Politécnica de Madrid.
- García, Y, & Burgos, J. L. (2003). Obtención de los campos de temperatura en juntas soldadas mediante el empleo del MEF. *Revista de la Facultad de Ingeniería de la U.C.V*, 18(2), 31-37.
- Goicolea, J. M, & Goicolea, J. M. (1999). Estimación de error en problemas no lineales mediante elementos de deformaciones supuestas.
- Goldak, J, Charkravarti, A, & Bibby, M. (1984). New finite element model for welding heat sources.
- Goldak, J. (1999). Numerical Aspect of modelling weld. ASM Handbook, 6.
- Goldak, J, & Hill, M. (1999). An Adaptive Mesh-Management algoritm for three-dimensional automatic finite elements analysis, 15.
- Gould, J. (1999). Weld process effects cracking. Welding Design and fabrication. Augusto.
- Goytisolo, (et. al). (2005a). Perfeccionamiento de los Esquemas de Análisis y del cálculo de las tensiones en las uniones soldadas a solape con costuras de filete longitudinal y transversal. *Revista Ingeniería Mecánica*, 7(3), 53.
- Goytisolo, (et. al). (2005b). Nuevas Expresiones para el cálculo de uniones soldadas con costuras de filete de configuración geométrica compleja sometidas a torsión. Memorias del 7mo Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. México.
- Goytisolo, (et. al). (2005c). Nuevas expresiones para el cálculo a torsión de costuras soldadas de filete de configuración geométrica compleja. *Revista Ingeniería Mecánica*, 7(3), 7.

Goytisolo, (et. al). (2005d). New Expressions for Fillet Weld Torsion Shear Stresses Calculation.



Proceedings del Congreso de la American Society of Mechanical Engineering. Florida, E.U.A.

- Goytisolo, (et. al). (2008). Método de cálculo de las tensiones en los cordones de soldadura de una unión soldada mixta. las Memorias de la V Conferencia Científica Internacional. Santa Clara.
- Goytisolo, (et. al). (2005). Improved Scheme of Analysis and Stress Computation in Lap Joints with Welds Transversely and Longitudinally Loaded. Proceedings del Congreso de la American Society of Mechanical Engineering.
- Goytisolo, (et. al). (2006). Cálculo de tensiones en uniones soldadas con costuras de filete asimétricas sometidas a flexión. *Revista Ingeniería Mecánica*, 8(2), 63.
- Goytisolo, (et. al). (2005). Cálculo de tensiones en uniones soldadas con costuras de filete asimétricas sometidas a flexión. *Anuario Científico de la Universidad de Cienfuegos*.
- Goytisolo, (et. al). (2006a). Aplicación de la Teoría de la Torsión en Perfiles de Paredes Delgadas al cálculo de las tensiones tangenciales en uniones soldadas con costuras de filete sometidas a torsión. Memorias del Tercer Congreso Internacional de Ingeniería Mecánica y Primero de Mecatrónica. Bogotá, Colombia.
- Goytisolo, (et. al). (2006b). Alabeo y torsión restringida en uniones soldadas a tope sometidas a torsión. Memorias de la IV Conferencia Científica Internacional de Ingeniería Mecánica. Centro de Convenciones Bolívar, Villa Clara.
- Goytisolo R. (2004). Nuevas expresiones para el cálculo de las tensiones tangenciales en las costuras soldadas de filete de geometría compleja, sometidas a torsión. Memorias del Congreso de Ingeniería Mecánica COMEC 2004, Santa Clara.
- Goytisolo R. (1973). Diseño de Elementos de Máquina. Las Villas. UCLV: Dpto. Mecánica Teórica y Aplicada.


Hall, A, Holowenko, A, & Laughlin, H. (1971). Diseño de Máquinas. Madrid: Dossat.

Hawkes, B. (1989). Cadcam. Madrid: Paraninfo S.A.

- Hernández Herrera, H. (2006). Desarrollo y perfeccionamiento de las expresiones para el cálculo de las tensiones máximas en las uniones soldadas con costuras de filete. (Doctorado), Cienfuegos.
- Hernández Pérez, Osdiel. (2007). Cálculo de tensiones en uniones soldadas a tope y uniones mixtas de configuración geométrica compleja bajo diferentes solicitaciones. (Tesis de Maestría), Cienfuegos.
- Hubka, V. (1996). Design Science. Londres: Springer-Verlag.
- Hudson Ralph, G. (1961). *The Engineer's Manual*. La Habana: Asociación de Estudiantes de Ingeniería.
- ICS 25.160.40: 19.060. (1996a). Norma Española. Ensayos Destructivos en uniones soldadas en materiales metálicos, Examen Macroscópico y Microscópico de soldaduras.
- ICS 25.160.40: 19.060. (1996b). Norma Española. Ensayos Destructivos en uniones soldadas en materiales metálicos, ensayo de tracción transversal.
- ICS 25.160.40: 19.060. (1996c). Norma Española. Ensayos Destructivos en uniones soldadas en materiales metálicos, ensayo de doblado.
- Iusilievich G.V. (1988). Elementos de Máquinas. Moscú: Mashinostroenie.
- Ivanov, M. N. (1991). Elementos de Máquinas. Moscú: Vichaya Schkola.
- Jackson, I. M. (2007). Cálculo de Tensiones en Uniones Soldadas de Perfil Asimétrico sometidas a Flexión Transversal. (Tesis de Maestría), Cienfuegos.
- Johnson, C, & Hansbo, P. (1992). Adaptive Finite Element Methods in computational mechanics. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.
- Jung, G. H. (2003). Plasticity-based distortion analysis for fillet welded thin plate T-joints.



- Jung, G. H, & Tsai, C. L. (2004). Fundamental Studies on the Effect of Distortion Control Plans on Angular Distortion in Fillet Welded T-Joints.
- Juvinall, R. (1991). Fundamentals of Machine Components Design: John Wiley G. Sons Inc.
- Kang, S. W, & Kim, W. (2003). A proposed s-n curve for welded ship structures. Welding research, supplement to the welding journal.
- Kim, W. S, Tomita, Y, & Hashimoto, K. (1997). Effects of static load on fatigue strength of ship structure.
- Kim, Y. C, & Park, J. U. (2003). Characteristics of Distortion Generated by Welding under Static Loading.
- Koiuh, M.S, Kralj, S, & Sakic, N. (2001). Mathematical model for calculating the strength of a single lap adhesive joint. Schweissen und Schneiden/Welding and Cutting, *53*(2).
- Lee, ChiKing, & Lieseng, Tjhen. (2005). Numerical models verification of cracked tubular T, Y and K-joints under combined loads. Engineering Fracture Mechanics, 72.
- Lee, H, Kang, S. W, & Park, J. U. (2001). Fatigue strength depending on position of transverse cracks in FCAW process. Welding Journal.
- Lee, H. W, & Kang, S. W. (2003a). The Relationship between Residual Stresses and Transverse Weld Cracks in Thick Steel Plate.
- Lee, H. W, & Kang, S. W. (2003b). The Relationship between Residual Stresses and Transverse Weld Cracks in Thick Steel Plate.
- Lee, H. W, Kang, S. W, & Park, J. U. (2001). The differences in fatigue properties of welds with surface cracks and welds with internal cracks were determined. Welding Research.
- Lee, H. W, Kang, S. W, & Um, D. S. (1998). A study on transverse weld cracks in tic steel plate with the FCAW process.

Lesik, D. F, & Kennedy, D. J. (1990). Ultimate strength of fillet welded connections loaded in



plane. Canadian Journal of Civil Engineering.

- Maddox, S. J. (1982). Influence of tensile residual stresses on the fatigue behaviour of welded joints in steel.
- Martínez, G, & González, C. (2002). Aplicación del Método de Elementos Finitos para el análisis y diseño de fijadores externos con transportación ósea, *40*(2), 37.
- Masubuchi, K. (1996). Prediction and control of residual, stress and distortion in welded structure, Proceeding and International Symposium on Theoretical prediction in joining and welding.
- Masubuchi, K. (1980). Analysis of welded structures. Residual stresses, distortion and their consequences. New York: Pergamon Press.
- Matsuoka, K, & Takahashi, I. (2000). Uematsu, S., Ushijima, M. Effect of load history on fatigue life of welded joint.
- Michaleris, P, & Sun, X. (1997). Finite element analysis of thermal tension techniques mitigating weld buckling distortion.
- Miller, D.K. (2001). Fillet welds that are too long. Welding Innovation, 18, 17-18.
- Miroliubov, I. (1985). Problemas de Resistencia de Materiales. Moscú: Editorial MIR.
- Mischke, Ch. (1971). Introducción al Diseño Auxiliado por Computadora. México: Hnos Herrero.
- Mott R.L. (1996). *Resistencia de Materiales Aplicada*. (3° ed.). México: Prentice- Hall Hispanoamericana S.A.

Mott R.L. (1990). Applied Strength of Materials (2° ed.). New Jersey: Prentice - Hall.

- Mukanov K. (1968). Design of Metal Structures. Moscú: MIR.
- Ohata, M, Toda, Y, & Toyoda, M. (1999). Control of welding distortion in fillet welds of aluminium alloy thin plates.



- Olsen G.A. (1962). *Elements of Mechanics of Materials*. La Habana: Asociación de Estudiantes de Ingeniería.
- Oñate, E. (1992). Cálculo de Estructuras por el Método de Elementos Finitos. Centro Internacional de Métodos Numéricos en la Ingeniería.

Orlov, P. (1985). Ingeniería del Diseño Tomo I. Moscú: MIR.

- Ortiz, M, & Quigley, J. (1991). Adaptive mesh refinement in strain localisation problems. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.
- Pan, C, & Zhang, Z. (1996). Morphologies of the Transition Region in Dissimilar Austenitic-Ferritic Welds: Materials Characterization.
- Papazoglou, V. J, & Masubuchi, K. (1982). Numerical analysis of thermal stresses during welding including phase transformation effects.
- Partón, V.Z. (1990). Mecánica de la Destrucción. Moscú: MIR.
- Pisarenko G.S, Yakovlev A.P, & Matveev V.K. (1989). Manual de Resistencia de Materiales. Moscú: MIR.
- Reshetov, D. (1985). Elementos de Máquinas. La Habana: Pueblo y Educación.
- Ricardo, C. L. (2000). Desirability functions for comparing arc welding parameter optimization methods and for addresin porches variability. Dissertation Thesis in the Ohio University.
- Rivas, A. L, Camero, S, & Armas, H. (2003). Evaluación de uniones soldadas de acero ferrítico 5cr-0,5 Mo utilizando como electrodo un acero inoxidable austenítico 309Mo. Revista de la Facultad de Ingeniería de la U.C.V, 18(2), 73-81.
- Rivas, A. L, Vidal, E, & Darmas H. (2002). Comportamiento Mecánico de un Acero 5Cr-0,5Mo Soldado con un Acero Inoxidable Austenítico 309Mo. Anales de la Mecánica de la Fractura.

Roylance, T.F. (1966). Engineering Desing. Great Britain: Pergamon Press.



- Santiago, C. M. (2002). Elementos de Máquinas II. Universidad Nacional de Colombia. Recuperado a partir de http://www.monografias.com.
- Schimpke, P, & Horn, H.A. (1989). *Tratado General de Soldadura.Soldadura Eléctrica*. Barcelona: Gustavo Gili.
- Schimpke, P, Horn, H.A, & Ruge, J. (1980). Tratado General de Soldadura. Proyecto y cálculo de construcciones soldadas. Pueblo y Educación.
- Seo, Seung. (2000). A Study on the Simplified Method to Calculate the Compressive Strength of Welded Structures. *Journal of Ship Production*, 16(3), 151-159.
- Shigley, J. E, & Mitchell, L. (1985). Diseño en Ingeniería. México: Mc Graw Hill.
- Shigley, J. E., & Diseño en Ingeniería. (1977). Diseño en Ingeniería. México: Mc Graw Hill.
- Shigley, J.E. (1969). El Proyecto en Ingeniería Mecánica. La Habana: Revolucionaria.
- Shigley, J.E, & Mischkie, C. (2001). *Diseño en Ingeniería Mecánica*. México: Mc Graw Hill Interamericana.
- Shim, Y, Feng, Z, & Lee, S. (1992). Determination of residual stresses in thick-section weldments.
- Simó, J, Armero, F, & Taylor, R. (1993). Improved versions of assumed enhanced strain tri-linear elements for 3d finite deformation problems. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.
- Spiege, IL, & Limbrunner, G.F. (1999). *Applied Statics and Strength of Materials*. New Jersey: Prentice Hall.
- Tekriwal, P, & Mazumder, J. (1988). Element Análisis of three-dimensional transient heat. transfer in GMA welding, Welding Journal.
- Timoshenko, S. (1965). Resistencia de Materiales. Moscú: Nauka.

Trends in Welding Research. (2002). Proceedings of the 6th International Conference.



Videla, L. (1997). Análisis, diseño y construcción de fijadores externos por el Método de los Elementos Finitos. Trabajo de Grado, U.C.V Caracas.

Volmir, A. (1986). Problemas de Resistencia de Materiales. Moscú: MIR.

- Wang, P. C. (1995). Fracture mechanics parameter for the fatigue resistance of laser welds. International Journal of Fatigue.
- Wang, Z, & Xu, B. (1993). Study of the Martensitic Structure at the Weld Interface and the Fracture Thoughness of Similar Metal Joints: Welding Journal. Research Supplement.
- Weaver, M. A. (1999). Determination of Weld Loads and Trots Requirements Using Finite Element Análisis with Shell Element Models.
- Wilson, Ch. (1997). Computer Integred Machine Design. New Jersey: Prentice Hall.
- Wu, P, & Zhang, W. (2005). Characterization of dynamic mechanical properties of resistance welding machines. Welding Journal, 84(1).
- Yuan, M. G, & Ueda, Y. (s.d.). Prediction of residual stresses in welded T- and I –joints using inherent strains.
- Yurioka, N. A. (1995). chart method to determine necessary preheats temperature in steel Welding Journal of Japan Welding Society.
- Zablonski, K. (1980). Elementos de Máquinas. Moscú: MIR.
- Zhang, M, Yang, P, & Tan, Y. (1999). Micro mechanisms of fatigue crack nucleation and short crack growth in low carbon steel under low cycle impact fatigue loading.
- Zhang, S. (2002). Stresses in Laser-Beam-Welded Lap Joints Determined by Outer Surface Strains. Welding Research.
- Zhang, S. (1996). Radaj, D. Forces and stresses in seam welded overlap joints derived from outer surface deformation. Engineering Fracture Mechanics. Oxford: Butterworth-Heinemann.



Zhang, S. (1995). Forces and stresses in seam welded overlap joints.

Zhang, S. (1999). Approximate stress intensity factors and notch stresses for common spotwelded specimens. *Welding Journal*, 78(5).

Zienkiewics, O. C. (2000). The Finite Element Method.

