



REPÚBLICA DE CUBA.  
MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR.  
UNIVERSIDAD DE CIENFUEGOS.



UNIVERSIDAD  
**CIENFUEGOS**

Carlos Rafael Rodríguez  
C91102 891961 8041863

CIENFUEGOS

FACULTAD DE INGENIERÍA.  
DEPARTAMENTO DE MECÁNICA APLICADA.

**Modelos matemáticos para el cálculo de las tensiones en el Plato de Respaldo de la Bomba Máster MP 2C120 de la Planta Glucosa de Cienfuegos y su validación por el Método de los Elementos Finitos**

# **Trabajo de Diploma**

en opción al Título de Ingeniero Mecánico

**AUTOR: Reinier Jiménez Borges.**

**TUTORES: Dr. Rafael Antonio Goytisoló Espinosa.**

**Ing. Abdel Mendoza Fernández.**

**Dr. Yovany Llody García.**

Cienfuegos, Junio 2014

“Año 56 de la Revolución”

DECLARACION DE AUTORIDAD  
UNIVERSIDAD DE CIENFUEGOS



“Carlos Rafael Rodríguez”

Sistema de Documentación y Proyecto. Hago constar que el presente trabajo fue realizado en la Universidad de Cienfuegos Carlos Rafael Rodríguez como parte de la culminación de los estudios en la especialidad de Ingeniería Mecánica, autorizando a que el mismo sea utilizado por la Universidad de Cienfuegos para los fines que estime conveniente, ya sea parcial o totalmente, que además no podrá ser presentado sin la aprobación de la Universidad de Cienfuegos.

---

Firma del autor.

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido según acuerdo de la dirección del centro y el mismo cumple los requisitos que debe tener un trabajo de este envergadura, referido a la temática señalada.

---

Información Científico Técnico  
Nombre y Apellidos. Firma.

---

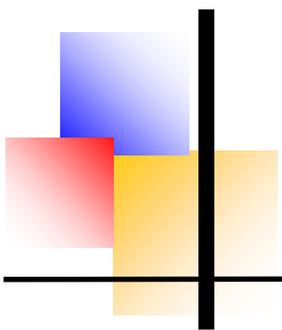
Vice Decano.

---

Firma del Tutor  
Nombre y Apellidos. Firma

---

Sistema de Documentación y Proyecto.  
Nombre y Apellido. Firma.



Pensamiento

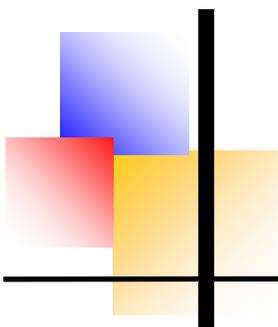
---

Si uno avanza confiadamente en la dirección de sus sueños, y se esfuerza por vivir la vida que ha imaginado, se encontrará con un éxito inesperado en algún momento

**Henry David Thoreau**

Si hay un secreto del buen éxito reside en la capacidad para apreciar el punto de vista del prójimo y ver las cosas desde ese punto de vista así como del propio

**Henry Ford**



# Agradecimientos

---

*A mis padres por ser mi fortaleza en la vida y apoyarme siempre en todo.*

*A toda mi familia que de una forma u otra contribuyeron a mi formación como Ingeniero.*

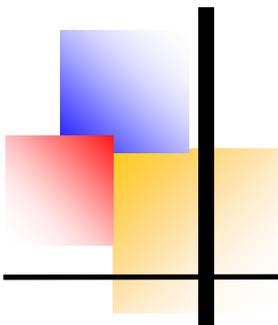
*A mi novia por alentarme y apoyarme, por estar en las buenas y en las malas y por ser tan comprensiva.*

*A mis tutores, Dr. Rafael Antonio Goytisoló Espinosa, al Ing. Abdel Mendoza Fernández y al Dr. Yovany Llody García, quienes durante todo el desarrollo de este trabajo fueron siempre guía, soporte, disposición y motivación.*

*A los trabajadores de la Empresa Glucosa Cienfuegos, especialmente al MSc. Jaime García Zamora.*

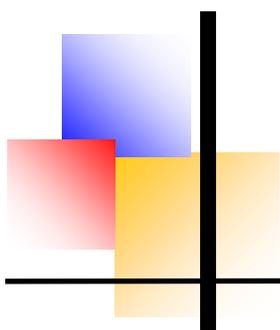
*A todos mis profesores que durante toda la carrera pusieron toda su voluntad y dedicación, gracias por sus enseñanzas.*

*¡Muchas Gracias!*



# Dedicatoria

*Dedico este Trabajo de Diploma a mi familia: mi mamá, mi papá, y a todas las personas que contribuyeron a mi formación como Ingeniero.*



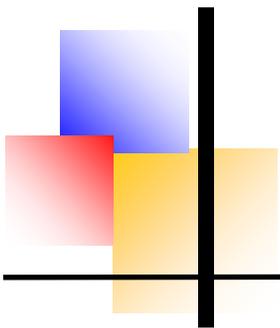
# Resumen

---

## Resumen

En el trabajo, partiendo de la Teoría de las Placas Planas se desarrolla la Teoría de las Placas de Pequeña Curvatura de sección llena, donde se realizan las mismas simplificaciones que para las placas planas. Partiendo de las ecuaciones obtenidas para las placas de pequeña curvatura de sección llena se obtienen una serie de ecuaciones para hallar el coeficiente de debilitamiento de la sección por la presencia de orificios tanto en posición radial como en posición vertical. Estas ecuaciones se desarrollaron lo más generales posibles. Con paso variable entre los orificios, los diámetros de los orificios pueden ser diferentes en cada una de las circunferencias de la placa, puede haber varias circunferencias con pasos iguales y diámetros de los orificios iguales. Estas ecuaciones serán utilizadas para calcular las tensiones en el Plato de Apoyo de Bomba Máster MP 2C120 de la Planta Glucosa de Cienfuegos, con orificios radiales, con orificios verticales y sin orificios, con el objetivo de esclarecer la influencia de estos factores en las averías del plato pero pueden ser empleadas para obtener un nuevo diseño del plato que minimice las averías.

**Palabras Clave:** Bombas de diafragma, plato, placa curva, orificios, radiales, verticales.



# Índice

---

# Índice

<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO I MARCO TEÓRICO SOBRE LAS BOMBAS DE DIAFRAGMA .....</b>	<b>4</b>
1.1 Introducción al Capítulo I .....	4
1.2 Generalidades de las bombas reciprocantes. Bombas de diafragmas.....	4
1.2.1: Bombas de diafragmas .....	5
1.2.2 Tipos de Diafragmas .....	9
1.2.3 Principales tipos de válvulas en las bombas de diafragmas .....	10
1.2.4 Criterios para la selección de una bomba de diafragma .....	11
1.2.5 Materiales para su fabricación.....	12
1.3 Bombas de diafragmas usadas mundialmente.....	13
1.3.1: Bombas de diafragmas Wilden .....	13
1.3.2 Bombas de Diafragmas ABEL. Gama HM, HMT .....	16
1.4 Bomba Máster KARL KROYER MP 2C120.....	20
1.4.1 Descripción y modo de operación.....	20
1.4.2 Parámetros fundamentales.....	22
1.4.3 Plato perforado de respaldo al diafragma.....	23
1.5 Conclusiones parciales del Capítulo I.....	25
<b>CAPÍTULO II MODELO MATEMÁTICO PARA EL CÁLCULO DE LAS TENSIONES EN UNA PLACA CURVA SIN Y CON ORIFICIOS .....</b>	<b>26</b>
2.1 Flexión de placas circulares sometidas a cargas simétricas .....	26
2.2 Flexión de placas circulares de pequeña curvatura sometidas a cargas simétricas .....	27
2.3 Cálculo de las tensiones en las placas curvas circulares sin orificios .....	34
2.4 Modelo Matemático para el cálculo de las tensiones en una placa curva con orificios .....	42

2.4.1 Cálculo de las tensiones y los desplazamientos en las placas curvas circulares con orificios .....	42
2.4.2 Cálculo del Momento de Inercia por unidad de longitud y las tensiones máximas en una placa curva con orificios radiales .....	43
2.4.3 Cálculo del Momento de Inercia por unidad de longitud y las tensiones máximas en una placa curva con orificios verticales.....	48
2.5 Conclusiones parciales del Capítulo II.....	55
<b>CAPÍTULO III VALIDACIÓN POR EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS DE LOS MODELOS ELABORADOS .....</b>	<b>58</b>
3.1 Introducción al Capítulo III.....	58
3.2 Establecimiento del Modelo de un plato macizo para el posterior cálculo de tensiones en todo su contorno.....	58
3.3Análisis del Plato perforado con Agujeros Verticales para el posterior cálculo de tensiones en todo su contorno.....	65
3.4Análisis del Plato perforado con Agujeros Radiales para el posterior cálculo de tensiones en todo su contorno.....	67
3.5 Análisis de los resultados .....	70
3.6Conclusiones parciales del Capítulo III.....	72
<b>CONCLUSIONES GENERALES .....</b>	<b>73</b>
<b>RECOMENDACIONES.....</b>	<b>76</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>77</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>80</b>

## Introducción

La Empresa Glucosa Cienfuegos subordinada a LABIOFAM, ubicada en la zona Industrial No 2 del reparto Pueblo Grippo en la periferia noreste de la ciudad de Cienfuegos, fue puesta en marcha en 1978, luego de un período inversionista que duró 6 años. Con una tecnología de origen sueca de la firma Alfa Laval y DDS Kroyer de Dinamarca es la única fábrica existente en Cuba dedicada a la producción de glucosa y otros derivados del maíz. La misma se construyó con el objetivo de producir diariamente 90 toneladas de Sirope de Glucosa, 9 toneladas de Gluten, 7 toneladas de Germen, 19 toneladas de Licor de Remojo y 21,5 toneladas de Forraje y últimamente se está produciendo el Vimang. El proceso tecnológico de la Empresa se encuentra dividido en tres plantas: la planta de producción de almidón, la planta de producción de sirope de glucosa y la planta de mezclas secas. Además de contar con un sistema de facilidades auxiliares comunes a todas las plantas como son: el sistema de generación de vapor, que dispone de dos calderas de tubos de fuego con una capacidad de 8 y 12 toneladas de vapor por hora respectivamente. En ella existen una serie de equipos que mantienen su vitalidad y su funcionabilidad, así como un personal técnico encargado del desarrollo, mantenimiento y recuperación que permiten el trabajo sostenido y los resultados de dicha industria. Entre los equipos mencionados se encuentra la Bomba Master KARL KROYER MP 2C120, Objeto de Estudio del presente trabajo, la cual se encarga de bombear la leche de almidón acidificada que se utiliza para la producción de glucosa. Debido al largo período de aprovechamiento de estas unidades, se han presentado fallas en la zona de producción, una de las zonas en la que frecuentemente se ve reflejado, es en la zona en la que se produce la glucosa, específicamente en la Bomba Master. A partir del período 2005-2006 la bomba empieza a presentar problemas en el plato perforado que le sirve como apoyo al diafragma, el cual se quiebra con la fractura del plato. Al quebrarse el diafragma se mezcla el aceite que contienen los pistones con el producto, perdiendo así toda la materia prima, el aceite de la bomba y por consiguiente pérdidas económicas y de tiempo por la limpieza de las tuberías

que se contaminan de aceite. Esta avería ha significado grandes pérdidas económicas al centro ya que al fallar el plato se para la producción completa en dicha zona. Cuando falla el plato su fabricación completa tarda hasta una semana, si tenemos en cuenta que la empresa en 8 horas de trabajo deja de producir 10 ton y cada tonelada hora representa 1.25 USD entonces la fábrica en una semana pierde 210 Tn/hora, manifestando las consecuencias de la salida de servicio de esta bomba. En aquellos momentos los trabajadores de la planta en conjunto con los tecnólogos recuperaban estos, aplicándoles un proceso de soldadura y el posterior barrenado de algunos agujeros para que no se alterara el flujo. Esta ruptura se manifestaba a criterio de los especialistas de la planta por el desgaste en los elementos donde apoyaba el plato, donde quedaba un falso apriete y por ende permitía un cierto movimiento en la cámara o por el propio deterioro del material.

Como parte de la necesidad de investigar realmente las causas de por qué la rotura de este plato perforado así como poder lograr soluciones que garanticen el correcto funcionamiento de la bomba dentro de la fábrica es que surge la presente investigación.

### **Problema científico**

No existe un modelo matemático que permita calcular las tensiones en una placa curva perforada, como lo es el plato de apoyo de la Bomba Master KARL KROYER MP 2C120, que permita realizar un estudio técnicamente fundamentado sobre las posibles causas que provocan la fractura.

### **Hipótesis**

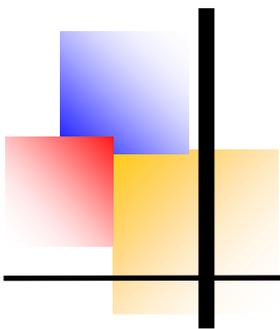
Es posible aplicando la Teoría de las Placas, desarrollar un Modelo Matemático para calcular las tensiones en las Placas Curvas Perforadas que permita realizar estudios del comportamiento de las tensiones para diferentes variantes de diámetros, pasos, distribución de diferentes diámetros de los orificios, buscando la solución más idónea que conduzca a la solución definitiva de las averías.

## **Objetivo General**

Desarrollar un Modelo Matemático para calcular las tensiones en las Placas Curvas Perforadas que permita realizar estudios del comportamiento de las tensiones para diferentes variantes constructivas de los orificios.

## **Objetivos Específicos**

1. Caracterizar las generalidades de las bombas reciprocantes en general y en particular de las bombas de diafragma y caracterizar las particularidades de la Bomba Master KARL KROYER MP 2C120, de su plato de apoyo y de las averías que se producen en el mismo.
2. Desarrollar, partiendo de la Teoría de las Placas, un nuevo Modelo Matemático para el cálculo de las tensiones en las Placas Curvas Perforadas que permita realizar estudios del comportamiento de las tensiones para diferentes variantes constructivas, buscando la solución más idónea que conduzca a la solución definitiva de las averías.
3. Evaluar la concentración de tensiones que se origina en la placa por la presencia de los orificios.
4. Aplicar el Modelo Matemático desarrollado para calcular las tensiones máximas en el plato de apoyo de la Bomba Master KARL KROYER MP 2C120, para su construcción con orificios radiales y con orificios verticales, comparando los resultados obtenidos con los de una placa curva similar sin y con orificios y con los resultados obtenidos mediante la aplicación del Método de los Elementos Finitos.



# Capítulo 1

---

## Capítulo I Marco Teórico sobre las Bombas de Diafragma

### 1.1 Introducción al Capítulo I

En este capítulo se introducen los elementos fundamentales que conforman las bombas de diafragmas, las principales características que ofrecen dos de los mayores productores de este tipo de bombas WILDEN y ABEL, así como la descripción y el modo de operación de la bomba de diafragma KARL KROYER perteneciente a la empresa Glucosa Cienfuegos.

### 1.2 Generalidades de las bombas reciprocantes. Bombas de diafragmas

Las bombas reciprocantes (alternativas) se utilizan en numerosas aplicaciones que exceden la capacidad de las bombas centrífugas o rotatorias. Una bomba reciprocante es de desplazamiento positivo, es decir, recibe un volumen fijo de líquido en condiciones casi de succión, lo comprime a la presión de descarga y lo expulsa por la boquilla de descarga. En estas bombas se logra por el movimiento alternativo de un pistón émbolo o diafragma. La bomba reciprocante no es cinética como la centrífuga y no requiere velocidad para producir presión, pues se puede obtener presiones altas a bajas velocidades. Esta es una de las ventajas de la bomba reciprocante en particular para manejar pastas aguadas abrasivas y líquidos muy viscosos. La justificación para seleccionar una bomba reciprocante, en vez de una centrífuga o rotatoria debe ser el costo; no solo el costo inicial sino el costo total, incluso los costos de energía y mantenimiento. La mejor característica de este tipo de bomba es su alta eficiencia, pues suele ser de 85 a 94 %. La pérdida del 10 % incluye todas las que ocurren en las bandas, engranes, cojinetes, empaquetaduras y válvulas. Otra característica de la bomba reciprocante es que la capacidad está en función de la velocidad y es más o menos independiente de la presión de descarga. (Kenneth J, 1990); (Claudio Matalx, 2006)

### Clasificación de las bombas reciprocantes:

Las bombas reciprocantes, por lo general, se clasifican por sus características:

- Extremo de impulsión, es decir, potencia o acción directa.
- Orientación de la línea de centros del elemento de bombeo, es decir, horizontal o vertical.
- Número de carreras de descarga por ciclo de cada biela, es decir: acción sencilla o doble acción.
- Configuración del elemento de bombeo: pistón émbolo o diafragma.
- Número de varillas o bielas de mando, es decir, simplex, dúplex o multiplex. (G. K. Sahu, 2000); (Dorothy Hoffman, Bawa Singh, & John H. Thomas, 1997) (Figura 1.1)

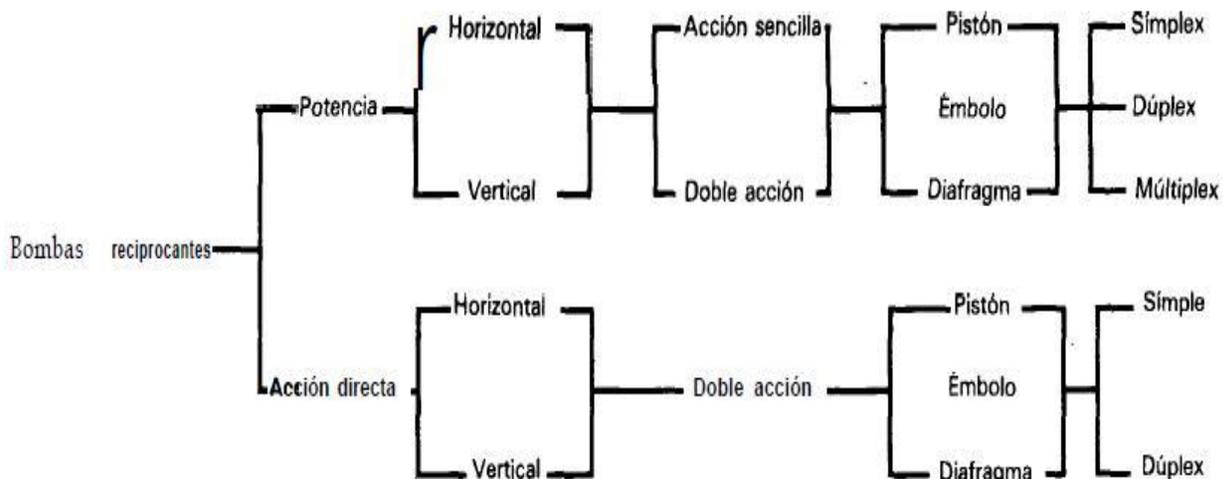


Figura 1.1 Clasificación de las bombas reciprocantes. Fuente: (Bombas, Selección y Mantenimiento, 1998)

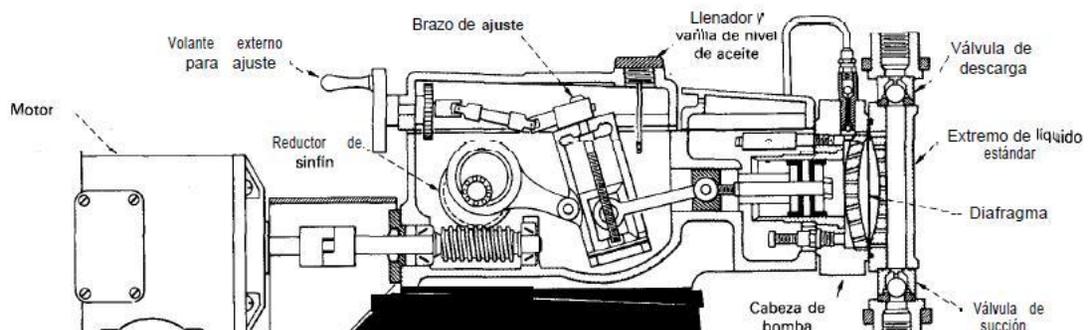
#### 1.2.1: Bombas de diafragmas

Una bomba de diafragma o membrana (ver Figura 1.2) como ya se anunció anteriormente es una bomba de potencia, reciprocante, que desplaza un volumen predeterminado de líquido en un tiempo especificado. Esta bomba es de desplazamiento positivo; a veces se le llama de volumen controlado, proporcionadora o para inyección de productos químicos. La propulsión suele

ser externa, de velocidad fija o variable. (Kenneth J, 1990); (Antoni Luszczewski, 2010). La bomba tiene un diafragma flexible, con un lado en contacto directo con el líquido de proceso; se pueden utilizar uno o más diafragmas que pueden ser planos o configurados, las de múltiples diafragmas operan bajo el mismo principio que las de simple diafragma, estas cuentan con múltiples cámaras y en cada una de ellas un diafragma de forma que cuando una membrana disminuye el volumen de su cámara respectiva la otra membrana aumenta el volumen de la otra cámara y viceversa. Los extremos de líquido, válvulas y mecanismos de ajuste de carrera son los principales componentes de las bombas de diafragma, permiten que sean de cero fugas, con insensibilidad del caudal a los cambios en la presión, gran precisión de los ajustes de flujo y la posibilidad de separar la cámara de bombeo del resto de la bomba. La acción de estas bombas puede ser:

- Eléctrica, mediante un motor eléctrico, en cuyo caso se dice que es una electrobomba. Sin embargo, hay otras electrobombas que no son bombas de diafragmas.
- Neumática, mediante aire comprimido, en cuyo caso se dice que es una bomba neumática. La mayoría de las bombas neumáticas son bombas de membranas.

Para mover ácidos corrosivos o contaminantes para los que no se permiten



**Figura 1.2 Bomba de diafragma con acoplamiento hidráulico. Fuente: (Bombas, Selección y Mantenimiento, 1998)**

fugas, una opción, algo más costosa son las bombas dosificadoras de diafragmas (Antonio Viedma Robles & Blas Zamora Parra, 1997); (Brian Nesbitt, 2006). En estas bombas, el diafragma actúa como interconexión entre el émbolo y el líquido de proceso. El émbolo se mueve en un cilindro, pero en lugar de desplazar directamente el líquido de proceso, acciona un diafragma con el cual se transmite energía. En el lado opuesto del diafragma, se succiona una cantidad proporcional del líquido del proceso hacia la cámara de desplazamiento y se descarga en cada ciclo del émbolo. Los diafragmas pueden ser de accionamiento mecánico, es decir, con conexión directa con el émbolo o de accionamiento hidráulico. Este último está equilibrado entre dos líquidos a fin de aminorar los esfuerzos en el diafragma y permitir presiones de descarga más elevadas.

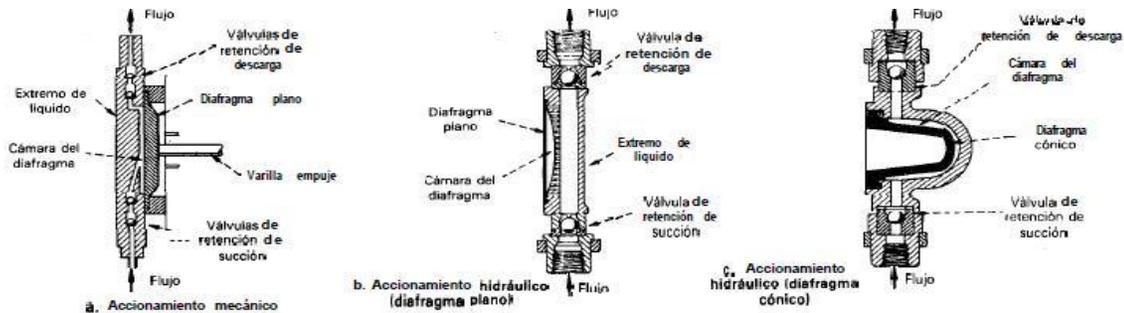
Para asegurar la exactitud del extremo de líquido de accionamiento hidráulico, se debe mantener el volumen adecuado de líquido en la cámara hidráulica. A menudo se instala un sistema de tres válvulas para mantener el líquido hidráulico libre de aire o gases atrapados y para proteger contra una presión excesiva los líquidos hidráulicos y de procesos. (Lev Nelik, 2012); (Merle C. Potter & David C. Wiggert, 2002).

### **Extremos de líquido:**

Los extremos de líquido, llamados a veces cabeza pared reactante o extremo mojado incluyen todas las piezas que contienen o están en contacto en alguna forma con el líquido que se bombea.

En una bomba con diafragma de accionamiento mecánico (Figura 1.3 a)), el extremo de líquido incluye el diafragma, cámara de desplazamiento del diafragma, válvulas de retención de succión y descarga y extremo de líquido.

En una bomba con diafragma de accionamiento hidráulico (Figura 1.3 b), c), d)) el extremo del líquido incluye uno o más diafragmas, la cámara de desplazamiento del diafragma, válvulas de retención de succión y descarga, el extremo de líquido y, a veces, un líquido intermedio. (Michael Volk, 2013); (Paresh Girdhar & Octo Moniz, 2011).



**Figura 1.3 Bombas con accionamiento mecánico e hidráulico. Fuente:(Bombas, Selección y Mantenimiento, 1998)**

### Diafragmas:

Los diafragmas de accionamiento hidráulico pueden aislar y transmiten el movimiento hidráulico de un líquido a otro. Los diafragmas deben soportar flexiones máximas con esfuerzos inferiores a su límite de resistencia, sin que importe la longitud de la carrera y deben ser de suficientes espesor y densidad para que no penetre el líquido en ellos. En un diafragma con accionamiento hidráulico se producirán esfuerzos más bajos y uniformes que en uno de acoplamiento mecánico.(Rex Miller, Mark Richard Miller, & Harry L. Stewart, 2011);(Uno Wahren, 1997)

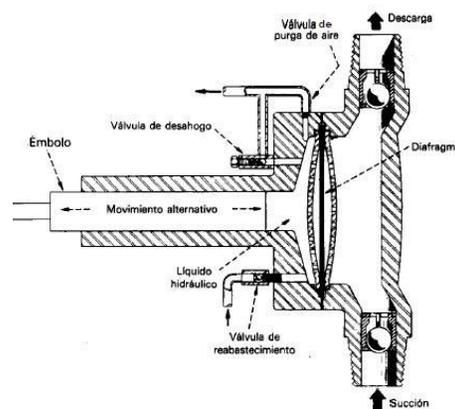
El diafragma doble produce una cámara intermedia llena con líquido que trasmite el movimiento entre los extremos de bombeo y de potencia. El líquido intermedio debe ser compatible con los líquidos del proceso y el hidráulico. La cámara puede tener una abertura a fin de introducir una sonda para detectar una falla en el diafragma. La mayor parte de las bombas tienen diafragmas sujetos directamente en ellas por el extremo de líquido. Pero, en servicios con temperaturas extremas, con mucha contaminación o con materiales explosivos, se pueden utilizar diafragmas dobles sencillos de montaje remoto (separados). Los diafragmas sencillos y los primarios en las bombas de doble diafragmas tienen un componente llamado placa cóncava para evitar la flexión excesiva. Algunos diafragmas absorben la energía durante la carrera de descarga y la

liberan durante la carrera de succión a fin de que la bomba tenga altura de aspiración adicional («Bombas de membranas de doble efecto», 2012)

## 1.2.2 Tipos de Diafragmas

### 1.2.2.1 Bombas de diafragmas de discos

El diafragma de estas bombas, que suele ser de tetrafluoretileno (TFE), se flexiona entre dos placas de soportes cóncavas, que tienen agujeros para circulación. Estas placas, llamadas a veces placas de contornos, retienen el diafragma y evitan su desgarramiento con altas presiones. La Figura 1.4 muestra una bomba con diafragma de disco de accionamiento hidráulico.



**Figura 1.4 Bomba con diafragma de disco con accionamiento hidráulico. Fuente: («Bombas de Membranas de simple efecto», 2012)**

Este sistema elimina el problema de las fugas de fluidos por los sellos del émbolo y es eficaz para bombear líquidos corrosivos, como los ácidos. Su empleo principal es para líquidos en aplicaciones en donde no se permite la mínima fuga. (Warren E. Rupp, Robert Bean, & Stephen D. Able, s. f.); (R. Rayner, 1995)

Este tipo de bomba puede ocasionar problemas cuando se manejan fluidos viscosos o pastas aguadas. Con fluidos viscosos ocurre una caída de presión notoria en los agujeros de flujos en las placas cóncavas, que a menudo produce cavitación en la succión. La formación de burbujas de gas en el fluido reduce la exactitud de la bomba a menos de un grado aceptable.

### 1.2.2.2 Bombas con diafragma tubular

En estas se esgrime un émbolo reciprocante como el descrito pero se emplea un diafragma tubular de elastómero que se dilata o se contrae con la presión ejercida por el fluido hidráulico. La contracción o la dilatación del diafragma combinada con la acción de las válvulas de retención, de succión y descarga, envía un impulso de líquido dosificado por la bomba así como se reducen los problemas de cavitación porque no se utilizan placas cóncavas en el lado del proceso del diafragma. (K. Subramanya, 2013)

### 1.2.2.3 Otras configuraciones de diafragmas

Otra configuración es con diafragma doble de disco, hecho de TFE. Este diseño, con la seguridad inherente del diafragma doble, es adecuado para manejar disolventes y productos químicos que atacan los materiales elastoméricos. Su desventaja principal es que la construcción de las piezas metálicas puede ser costosa.

Todos estos diafragmas se utilizan en diversos servicios en las industrias de procesos químicos. La selección del tipo idóneo para cualquier aplicación depende de las características del fluido que se maneja, la cantidad permisible de mantenimiento, aspectos de seguridad y costo del sistema deseado. Además de los diversos mecanismos de bombeo se fabrican muchos mecanismos de accionamientos para transmitir la fuerza motriz con toda la eficiencia que lo permite la aplicación. («Bombas de membranas de doble efecto», 2012)

### 1.2.3 Principales tipos de válvulas en las bombas de diafragmas

Para desahogar, compensar o purgar el sistema hidráulico las bombas de diafragmas con accionamiento hidráulico pueden incluir las siguientes válvulas:

1. *Válvula de desahogo de presión*: Suele estar incluida en el sistema hidráulico. Protege la bomba y el motor contra una presión hidráulica excesiva que se podría producir si se cierra una válvula corriente abajo.

También descarga el sobrante de aceite que podría entrar al sistema hidráulico, sí, hay agotamiento de aceite en el sistema de succión.

2. *Válvula compensadora de vacío*: A veces se incluye en el sistema hidráulico para mantener el volumen correcto de aceite entre el émbolo o el pistón y el diafragma. Esta válvula reemplaza el aceite hidráulico que se pierde por el émbolo o pistón, por cambio de temperatura o por cualquier válvula de purga (sangría). Si es del tipo correcto y está bien ajustada, permite que la bomba logre máxima altura de aspiración. Si está graduada para una presión de apertura muy baja, el aire disuelto en el aceite hidráulico se puede desprender y producir menor capacidad y funcionamiento errático de la bomba.
3. *Válvulas de purga (sangrado)*: Suele estar en el sistema hidráulico para eliminar el aire o vapores que se puedan acumular. Esta válvula puede ser de accionamiento manual o automático cuando funciona la bomba.
4. *Válvulas de retención*: Se necesitan en los tubos de succión y descarga de la bomba dosificadora. Una válvula deja entrar el líquido al extremo de líquido desde el recipiente, en la carrera de succión del pistón; la segunda válvula deja pasar el líquido del extremo de líquido al sistema de descarga durante la carrera de descarga del pistón. Las condiciones difíciles de operación pueden, a veces, requerir el empleo de dos o más válvulas en los lados de succión y descarga del extremo de líquido.
5. *Válvula de bola o de no retorno*: Una bola de libre movimiento o baja carga de resorte descansa sobre un asiento anular de modo que la velocidad y la presión diferencial del líquido que pasa por el asiento levante la bola, para permitir el paso en un solo sentido. La bola está guiada por las paredes del cuerpo de la válvula. (Michael D. Holloway, Chikezie Nwaoha, & Oliver A. Onyewuenyi, 2012).

#### **1.2.4 Criterios para la selección de una bomba de diafragma**

Las bombas dosificadoras de diafragmas se seleccionan para aplicaciones en donde se necesitan las siguientes características:

- Hay que evitar las fugas o la contaminación cruzada entre el líquido que se bombea y otros fluidos.
- El flujo no se debe alterar con las variaciones en la presión de descarga.
- Se requiere gran exactitud para controlar la capacidad de salida.
- La cámara de bombeo debe estar separada del resto de la bomba.

### **1.2.5 Materiales para su fabricación**

Debido a que la bomba de diafragma está exenta de fugas, a menudo se selecciona cuando el líquido que se maneja es corrosivo o abrasivo. Los componentes de la bomba que no están en contacto directo con el líquido se suelen hacer con hierro fundido, acero, aluminio, bronce o plástico. Su tamaño se determina para absorber las cargas y minimizar las tensiones y deformaciones para mantener la exactitud de la dosificación y resistir las condiciones severas de trabajo.(A. Bertuccio & G. Vetter, 2001);(Mike Tooley, 2009). El extremo de líquido presenta un problema muy diferente. Los factores a considerar son: experiencia en la operación, uso temporal o por largo tiempo, costo, características del líquido tales como temperatura, concentración de sólidos o gases arrastrados y el grado de protección requerido.

Los fabricantes de bombas tienen datos de la resistencia a la corrosión de diversos materiales que solo se publican como guía y están basados en la experiencia del fabricante y los datos de pruebas de usuarios y proveedores de materiales. Una ligera corrosión que se puede permitir en una instalación, sería inaceptable en otra. El mecanismo de la corrosión es tan complejo y las condiciones que influyen en la capacidad de un material para que resulte económico o adecuado son tan variables, que no se suelen hacer recomendaciones en cuanto a la resistencia. Ya que el usuario conoce los productos químicos y las condiciones de operación, debe ser quien haga la selección final de los materiales.

Las piezas de la bomba en contacto con el líquido bombeado son el extremo de líquido, cubiertas y topes de válvulas, asientos y juntas; y son de maquinado

de precisión para producir un sellamiento que no permita fugas. La corrosión o erosión de sus superficies correlativas anularan el sellamiento.

Los diafragmas también son críticos, pues suelen ser delgados y no tienen tolerancias para la corrosión; además funcionan con elevados esfuerzos. Es esencial seleccionar el material de máximas cualidades. La selección de materiales para otras piezas como el extremo de líquido, cubiertas y topes de válvulas y otras, quizá no sea tan crítica y se pueden emplear materiales menos resistentes. («Bombas a diafragma en aluminio», 2010)

### 1.3 Bombas de diafragmas usadas mundialmente

#### 1.3.1: Bombas de diafragmas Wilden

Una de las mayores compañías de fabricación de bombas es la Wilden, sus productos sobresalen por su calidad y eficiencia por encima de otros productores, la fabricación de bombas de diafragmas se encuentran dentro de sus prioridades debido al gran auge que estas tienen actualmente para gran parte de los procesos industriales. («Bombas a diafragma en aluminio», 2010)

##### 1.3.1.1 Principio de funcionamiento

El funcionamiento de las bombas de membrana está basado fundamentalmente en la acción conjunta de cuatro elementos (Figura 1.5):

- Un par de membranas.
- Un eje que los une.

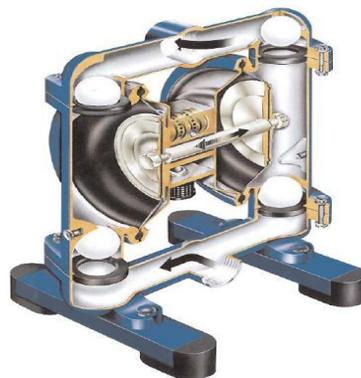


Figura 1.5 Bomba de diafragma. Fuente: (WILDEN, 2012)

- Una válvula distribuidora de aire.
- Cuatro válvulas de esfera.

El movimiento alternativo de las membranas genera la succión y la impulsión del producto a través de las válvulas. Este movimiento es producido por aire comprimido, el cual es distribuido a una membrana u otro por la válvula de aire.

### 1.3.1.2 Clasificación de las bombas de diafragmas Wilden

Existen tres tipos principales de las bombas de membranas, las cuales pueden ser de:

- **Primer tipo:** Las bombas de doble membrana garantizan la máxima seguridad en todas las aplicaciones industriales donde es necesario recurrir a bombas accionadas con aire comprimido o líquido hidráulico.
- **Segundo tipo:** Tiene un dispositivo electromecánico para generar el movimiento. Este método dobla la membrana con una acción mecánica simple y un lado de la membrana está abierto al aire.
- **Tercer tipo:** Cuenta con una o más membranas sin sellar, con el líquido que se bombeará en ambos lados. Las membranas se doblan otra vez, haciendo cambiar el volumen.(Wilden, 2012)(«Bombas de diafragmas», 2013)

### 1.3.1.3 Partes de una bomba de diafragma

1. Cambiador automático coaxial

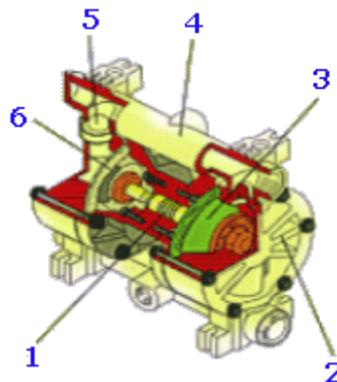


Figura 1.6 Partes de una bomba de diafragma.Fuente:(WILDEN, 2012)

2. Cuerpo bomba
3. Diafragma
4. Colector
5. Esfera
6. Diafragma

#### **1.3.1.4 Características generales de este tipo de bomba de diafragma**

Muchas son las características que hacen que este tipo de bombas se empleen en disímiles procesos industriales y que a su vez permitan emplearlas como sustitución de otras bombas o porque las características del fluido a trasegar lo indiquen. Dentro de estas particularidades se encuentran: Bombas de diafragmas sumergibles y no sumergibles, ampliamente difundidas, capacidad para manejar materiales críticos de una manera confiable y segura, dentro de algunos materiales que esta es capaz de trasegar están (lodos, melazas, etc.) y otros de elevada viscosidad. Estas trabajan libre de aceite y con un funcionamiento en seco, su caudal y altura de elevación son regulables así como la velocidad y la presión. Un mantenimiento simple y rápido son dos de sus características más importantes por la importancia en la reducción de costos por concepto de reparaciones de estas máquinas. (Bela G. Liptak, 1993)

#### **1.3.1.5 Principales ventajas de las bombas de diafragmas Wilden**

- Estas bombas no necesitan un motor eléctrico para su funcionamiento y operan únicamente por aire comprimido.
- No tienen sellos mecánicos ni partes rotatorias.
- Diseño sencillo y robusto.
- No requieren de controles complejos.
- Cuentan con la particularidad de poder construirse en una amplia gama de materiales para que sean química y térmicamente compatibles con el producto a bombear.
- Idóneas para un transporte cuidadoso de líquidos y productos viscosos.

- Puede trabajar cuando existan válvulas cerradas en la impulsión, la bomba se detiene simplemente; un beneficio importante cuando trabajen en máquinas llenadoras.
- Auto-aspirante.

### 1.3.2 Bombas de Diafragmas ABEL. Gama HM, HMT

#### 1.3.2.1 Generalidades

Las bombas de diafragmas del tipo ABEL sobresalen por su gran prestigio en el mercado especialmente por las atractivas características que ofrecen sus diseños. Existen dos grandes gamas de este tipo de bombas, la Gama HM, y la gama HMT. («Abel pump technology», 2012)

La **gama HM**(«Bombas hidráulicas de membranas HMT», 2012)de bombas de pistón membrana de ABEL ha sido especialmente desarrollada para operaciones que combinan altos caudales con presiones de trabajo elevadas. Su vida útil, increíblemente larga, es uno de los motivos por lo que este tipo de bombas de pistón de diafragmas gozan de un elevado prestigio a nivel mundial. (Figura 1.7)



**Figura 1.7** Rango de operación: hasta 100 m<sup>3</sup>/h (450 GPM) y 10,0 MPa (1450 psi).  
Fuente: («Bombas Hidráulicas de membranas HMT», 2012)

Se encuentran disponibles en modelos de efecto simple o doble. Garantizan altas prestaciones, funcionamiento fiable y, sobre todo, bajos costes de explotación y mantenimiento. Admiten caudales de hasta 100 m<sup>3</sup>/h, con presiones de trabajo de hasta 10,0 MPa. Las bombas ABEL HM están equipadas con membranas preformadas que mantienen su estabilidad a lo largo de toda la duración de las operaciones de bombeo. El principio de construcción de las bombas ABEL HM se ha puesto a prueba en numerosos sectores y con medios muy complicados. Han demostrado una seguridad operativa contrastada y vidas útiles extremadamente largas, tanto de las membranas como del conjunto de las bombas. Las partes de la bomba que entran en contacto con el medio bombeado están construidas en fundición nodular (también disponibles en versiones engomadas), polipropileno, fundición de acero o acero inoxidable. Este modelo de bomba es la mejor elección en procesos críticos, como alimentación a secadores por atomización, o para el transporte de lodos muy abrasivos con granulometrías heterogéneas. Utilizada como bomba de alimentación de filtros prensa con control mediante un sensor de presión, este tipo de bomba de pistón membrana se caracteriza por ser energéticamente muy eficiente, duradera y de una altísima disponibilidad.

También son posibles diseños a prueba de explosión (ATEX). (Figura 1.8)



**Figura 1.8 Diseño a prueba de explosión de ABEL. Fuente: («Bombas Hidráulicas de membranas HMT», 2012)**

La Figura 1.9 permite escoger un tipo de gama de bomba determinada en función del caudal y la presión requerida:

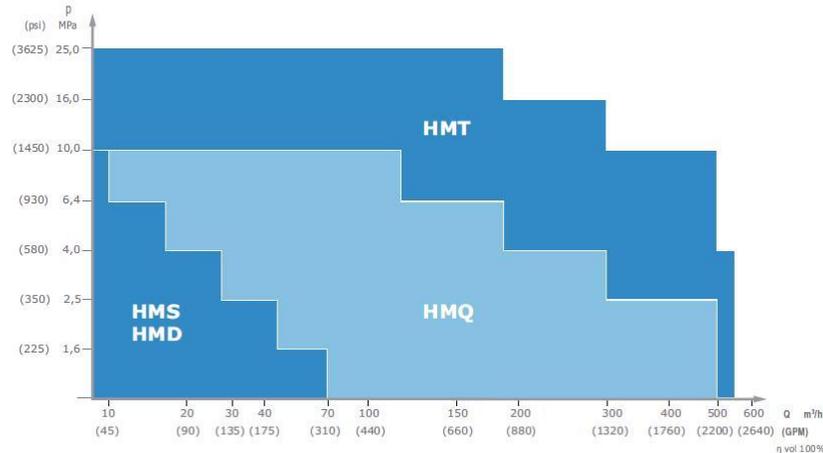


Figura 1.9 Selección de una Bomba HMS, HMT, HMQ. Fuente: («Bombas Hidráulicas de membranas HMT», 2012)

### 1.3.2.2 Áreas de aplicación

- Para transporte de lodos.
- Para alimentación de reactores.
- En la industria minera.
- En plantas de tratamientos de aguas residuales.
- En la industria química y cerámica.

### 1.3.2.3 Generalidades

La gama HMT («Bombas hidráulicas de membranas HMT», 2012) de pistón membrana tienen un principio de funcionamiento sencillo y trabajan a baja velocidad, son muy seguras, incluso cuando funcionan en seco, y pueden utilizarse con caudales de hasta 500 m³/h. (Figura 1.10).



Figura 1.10 Rango de operación: hasta 600 m³/h (2640 GPM) y 25,0 MPa (3625 psi). Fuente: («Bombas hidráulicas de membranas HMT», 2012)

Las bombas alternativas de desplazamiento positivo pueden producir irregularidades en el caudal, sobre todo en las aplicaciones con altas presiones de trabajo, esto ocasionaría pulsaciones que se transfieren a la base de la bomba y a las tuberías de conexión. La gama HMT de ABEL utiliza un reductor tríplex con un cigüeñal conectado a tres pistones con un desfase de  $120^\circ$ , de este modo se produce un flujo optimizado y más uniforme que el que pueden ofrecer las unidades de construcción simple. Las bombas ABEL HMT ofrecen altas prestaciones, pulsaciones reducidas y gran facilidad de manejo a presiones de trabajo de hasta 25,0 MPa. Así pues, evitan daños en la cimentación de la bomba y en el sistema de tuberías, con lo que incrementan la seguridad operativa de la planta.

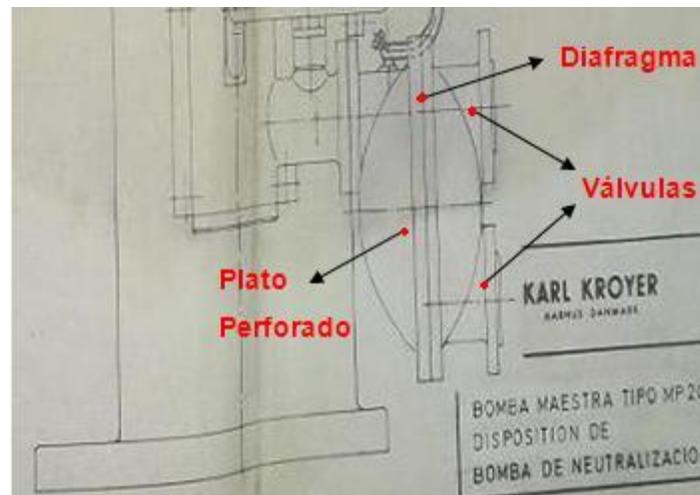
Las bombas HMT también están provistas de membranas preformadas, con las mismas especificaciones que el resto de la gama HM de ABEL. La extraordinaria resistencia de estas membranas especiales, se pone de manifiesto a lo largo de todo el proceso de bombeo, sin que aparezca el más mínimo problema de tensión excesiva o contracción. La amplia experiencia con décadas de construcción, han llevado a establecer nuevos estándares en tecnología y equipos de bombeo. Muchas industrias de todo el mundo consideran que estos equipos son los verdaderos líderes del mercado.

Las bombas de la gama HMT disponen de válvulas cónicas API y se encuentran disponibles en versiones de flujo invertido para el transporte de lodos no estables con tendencia a la sedimentación. Las partes en contacto con el producto de bombeo están construidas en fundición nodular, fundición de acero o distintas calidades de acero inoxidable. Las bombas HMT de ABEL se emplean típicamente en aplicaciones con altas presiones y requisitos de transporte exigentes, como transporte por tubería, alimentación de autoclaves y reactores o alimentación de secadores por atomización.

## 1.4 Bomba Máster KARL KROYER MP 2C120

La bomba maestra KARL KROYER MP 2C120 ( ver anexo No1) perteneciente a la empresa Glucosa Cienfuegos se emplea para bombear la leche de almidón acidificada y más tarde pre-calentada, por el convertidor, en un flujo constante a chorro pulsante de  $7,2 \text{ m}^3/\text{h}$  , con la presión requerida ( $30 \text{ kgf/cm}^2$ ),  $430 \text{ psi}$ . ( $2,94 \times 10^6 \text{ Pa}$ )

**1.4.1 Descripción y modo de operación:** 2 bombas de diafragma accionadas hidráulicamente con sus válvulas hacen avanzar la leche de almidón cuando el diafragma de goma se mueve hacia adelante y hacia atrás entre las dos partes de la casilla del diafragma. (Figura 1.11)



**Figura 1.11 Bomba Maestra KARL KROYER MP 2C120. Fuente: Elaboración Propia**

Empleando este principio, se evita que la leche de almidón, que es corrosiva y deteriorante, toque las partes móviles de la bomba, como las superficies deslizantes, las prensaestopas, etc. Es además, una ventaja que todas las partes que entran en contacto con la leche de almidón, estén fabricadas de un material resistente a la corrosión. Los movimientos de diafragma (ver anexos) se producen hidráulicamente a base de aceite, transmitiendo las carreras del émbolo al diafragma. El émbolo está activado mediante un cigüeñal el cual está accionado por la bomba del motor sobre una transmisión a rueda de engranes y una transmisión por correa en "V".

Es muy importante que no haya acumulaciones de aire en las cámaras de aceite y de la leche de almidón, pues dichas acumulaciones ocasionarán reducciones de la capacidad de la bomba. Sin embargo se ha construido la bomba de tal modo que las acumulaciones de aire, bajo condiciones normales, se escapan automáticamente. Si resulta necesario, es posible ventilar por los grifos debajo de los manómetros los grifos están provistos de un barreno en forma de T para esta operación.

Es posible cambiar la capacidad de la bomba maestra y consiguientemente de la instalación de conversión. Los límites en las variaciones de velocidad dependen principalmente del convertidor y el producto que se desea fabricar. El cambio de capacidad se efectúa normalmente reemplazando la polea del motor motriz con una más grande o más pequeña, hecho que ocasiona un cambio en el número de revoluciones. En el caso de desear frecuentes cambios en la capacidad, se recomienda insertar un cambio por engranes entre el motor y la transmisión a polea.

Además de la lubricación, el cambio de aceite y la limpieza, el mantenimiento de la bomba maestra se limita esencialmente a una inspección regular de la parte interior de las válvulas de almidón, vale decir, los discos de las válvulas, los asientos de las válvulas, los conos de las válvulas y el guía delantero de la válvula. Si estas piezas presentan señales de desgaste o corrosión, hay que sustituirlas, un ejemplo lo constituye el cambio de diafragma que se debe realizar con una periodicidad de seis meses. Existen los siguientes puntos de lubricación en la Bomba Maestra:

1. Cojinete de la Biela.
2. Caja de velocidades y cojinetes para el cigüeñal.
3. Sistema de bombeo hidráulico a base de aceite.

### 1.4.2 Parámetros fundamentales

Como ya se mencionó anteriormente la Bomba Maestra tiene una capacidad de 7,2 m<sup>3</sup>/h y una presión de 30 Kgf/cm<sup>2</sup>. La tabla 1.1 recoge los principales parámetros de trabajo del motor:

Tabla 1.1: Principales parámetros del motor M 160 L-6.	
<b>Motor:</b>	Tipo: M 160 L-6 (MK 213 020-BB)
<b>Fabricante</b>	ASEA
<b>Voltaje</b>	Trifásico 440 V
<b>Amperaje</b>	24 A
<b>Potencia</b>	12,5 kW
<b>Revoluciones de trabajo</b>	1150 rpm
<b>Factor de Potencia</b>	0.75
<b>Protecciones en el arranque</b>	IP 54 IM 3001

Fuente: Master Pump C-102

El cigüeñal de la bomba maestra está accionado por la bomba del motor sobre una transmisión a rueda de engranes y una transmisión por correa en "V". Se emplean 6 correas de tipos trapezoidales ZPZ cuyos diámetros son: (Figura 1.12)

d<sub>1</sub>: 170 mm d<sub>2</sub>: 450 mm

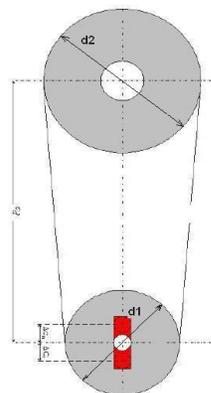


Figura 1.12 Correas trapezoidales de la transmisión. Fuente: Elaboración Propia

### 1.4.3 Plato perforado de respaldo al diafragma.

Situado adyacente al diafragma (3) se encuentra el plato perforado (4:5) que le sirve de apoyo a este y además a través de los orificios circula la materia prima de la producción, por consiguiente toda la presión ejercida sobre el diafragma (Figura 1.13)recae sobre el plato provocando roturas frecuentes de este componente tan vital dentro del conjunto completo de la bomba. Los platos originales son del material Bronce AMPCO, cuya composición nominal es la que se muestra a continuación:

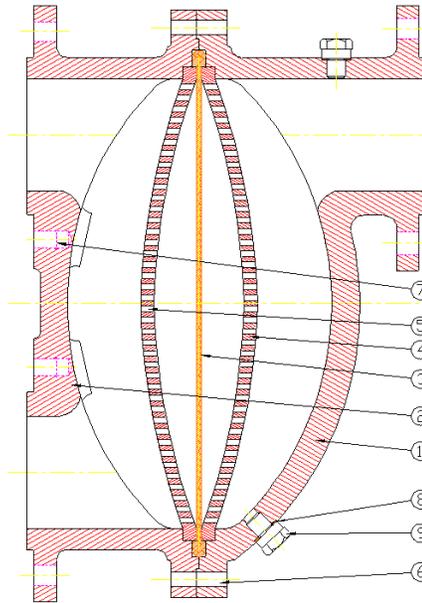
<b>Tabla 1.2: Composición nominal del Bronce AMPCO.</b>	
<b>Aluminio (Al)</b>	10.5 %
<b>Hierro (Fe)</b>	3.5 %
<b>Otros</b>	Max 0.5 %
<b>Cobre (Cu)</b>	resto

Fuente: Catálogo Bronce AMPCO.

Algunas de sus propiedades mecánicas se recogen en la Tabla 1.3

<b>Tabla 1.3: Propiedades del Bronce AMPCO.</b>		
<b>Propiedades mecánicas</b>	<b>Unidades</b>	<b>Valor nominal</b>
Resistencia a la Tracción	MPa	758
Límite elástico	MPa	386
Elongación	%	16
Resistencia a la compresión.	MPa	1034
Módulo de Elasticidad E	GPa	110

Fuente: Catálogo Bronce AMPCO.



**Figura 1.13 Diafragma con sus correspondientes platos perforados.**  
Fuente: Elaboración Propia

Denominación de las partes de la Figura 1.13

1. Cuerpo de la válvula de escape. (1)
2. Pernos del soporte. (7)
3. Diafragma. (3)
4. Plato Perforado (1) de respaldo al diafragma. (4)
5. Plato Perforado (2) de respaldo al diafragma. (5)

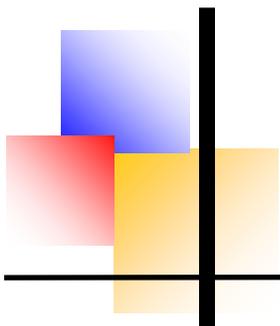
Este tipo de bronce es de gran resistencia con buenas propiedades de deslizamiento y excepcional resistencia al desgaste. Su particular límite elástico le da una gran resistencia a la distorsión. («Ampco metal excellence in engineered alloys», 2013). En estos momentos se encuentran situados en la bomba platos de acero comercial. La Figura 1.14 refleja los cordones de soldadura aplicados cuando fallan durante su funcionamiento y al mismo tiempo en esta Figura se aprecian los lugares donde ocurren las grietas, precisamente donde están depositados los cordones.



**Figura 1.14 Plato perforado Bomba Master MP 2C120 y posición de las grietas y los cordones de soldadura durante su reparación**

### **1.5 Conclusiones parciales del Capítulo**

1. De la revisión bibliográfica realizada se logró caracterizar las bombas de diafragma dentro de las bombas de desplazamiento positivo, se estableció la clasificación y la estructura de estas, distintas partes componentes y principio de funcionamiento de distintos tipos de bombas de diafragma correspondientes a diferentes fabricantes.
2. Se caracterizó igualmente la Bomba Máster MP 2C120, sus particularidades constructivas, principio de funcionamiento, sus diferentes partes, materiales, etc.
3. Finalmente se caracterizó el Plato de Apoyo del diafragma, objeto de estudio del presente trabajo, sus materiales, las averías que han ocurrido en el mismo y la forma en que se ha realizado su recuperación por soldadura.



# Capítulo 2

---

## Capítulo II Modelo Matemático para el cálculo de las tensiones en una placa curva sin y con orificios

### 2.1 Flexión de placas circulares sometidas a cargas simétricas

La teoría de la flexión de las placas es una parte bien desarrollada y compleja de la Teoría Aplicada de la Elasticidad. En este epígrafe se limitará el análisis a los problemas de geometría más simples, con las cargas más simples.

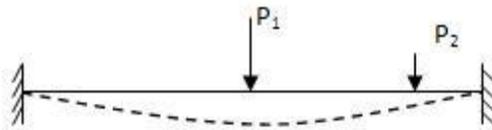


Figura 2.1 Esquema de una placa plana

Bajo la acción de las fuerzas exteriores que actúan perpendicularmente al plano medio, la placa varía su curvatura. Esta variación de la curvatura ocurre, como, en dos planos perpendiculares simultáneamente y como resultado, se obtiene la así denominada superficie elástica de curvatura pequeña, cuya forma se caracteriza por la ley de variación de las flechas  $w$  de la placa. En los cálculos de las placas se considera que la flecha  $w$  es considerablemente menor que el espesor  $h$  de la placa. Solamente admitiendo esta suposición se puede estudiar la flexión de la placa independientemente de la tracción. Las placas que cumplen esta condición se denominan, a veces, placas finas. (Stephen Timoshenko, 1997);(Shigley J.E & Mschke Ch R, 1997). Al calcular las vigas, de hecho se admitía también una suposición análoga. Por ejemplo, en el caso de la viga empotrada en sus extremos, que trabaja a flexión la línea elástica de la viga resulta mayor que el eje de la viga sin deformar, Los alargamientos que, como consecuencia de esto, resultan se ignoran en comparación con los alargamientos debidos a la curvatura de la viga. Solamente cuando las flechas de la viga son pequeñas en comparación con la altura de la sección se puede prescindir del alargamiento de eje.

Las placas, cuyas flechas son comparables con el espesor, se calculan, teniendo en cuenta el alargamiento de la superficie media. La teoría de la flexión de las placas y bóvedas se basa sobre ciertas suposiciones simplificativas. La primera de ellas consiste en que se considera *invariable* la normal. Esta suposición se conoce como *hipótesis de Kirchhoff* y consiste en que los puntos situados antes de la deformación sobre cierta recta normal a la superficie media, siguen formando, después de la deformación, una recta normal a la superficie deformada. Esta suposición, como también la hipótesis de las secciones planas de la barra, indica que se pueden prescindir de las deformaciones angulares de las bóvedas en comparación con los desplazamientos angulares. Esto es aceptable en la medida en que el espesor de la placa es pequeño en comparación con las otras dimensiones. (V.I Feodosiev, 1985); (L. D. Landau, 2009)

## 2.2 Flexión de placas circulares de pequeña curvatura sometidas a cargas simétricas

En el caso de las placas circulares de relativamente pequeña curvatura se considerarán las mismas suposiciones simplificativas que en las placas planas. En los cálculos de las placas curvas se considera también que la flecha  $w$  es

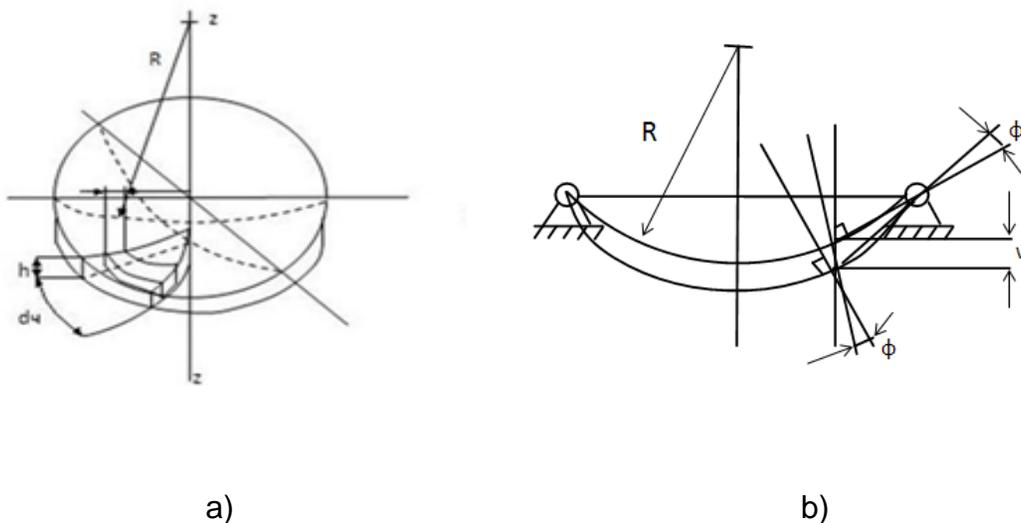


Figura 2.2 Esquema de una placa curva sin orificios

considerablemente menor que el espesor  $h$  de la placa. Solamente admitiendo esta suposición se puede estudiar la flexión de la placa independientemente de la tracción.

Se considerará en lo adelante, que las tensiones normales en las secciones paralelas al plano medio son despreciablemente pequeñas en comparación con las tensiones originadas por la flexión, es decir, que no existe presión alguna entre las capas de la placa.

Suposición análoga se admitió anteriormente, al deducir las fórmulas de la flexión transversal de una barra y al estudiar el estado tensional de las bóvedas por la teoría membranar. (Alejandro J. Patanella & Marcos D. Actis, 2012) (R. Gallego Sevilla, G. Rus Carlborg, & A. E. Martínez Castro, s. f.). Se verá ahora cómo calcular las tensiones en una placa curva sin orificios. Se pasará ahora a determinar las tensiones en las placas circulares. Veamos una placa curva de espesor constante  $h$ , solicitada por fuerzas situadas simétricamente con respecto al eje  $z$  de la placa. Las deformaciones, los desplazamientos y las tensiones que aparecen en la placa serán también simétricos respecto al eje  $z$ .

La flecha de la placa se designa por  $w$  y el ángulo de giro de la normal, por  $\vartheta$  (Figura 2.2 b)). Las magnitudes  $w$  y  $\vartheta$  son funciones del radio  $r$  solamente y están relacionadas entre si por la expresión obvia,

$$\vartheta = -\frac{dw}{dr} \quad (2.1)$$

El signo negativo se escoge de acuerdo al esquema de la flecha dado en la Figura 2.2. Cuando la flecha  $w$ , es positiva el ángulo  $\vartheta$  es negativo por convenio. El signo no tiene especial importancia por depender solamente de la dirección en que se miden las flechas  $w$ . En la Figura 2.3 está representada una sección axial de la placa. Los puntos situados sobre la normal  $A_1B_1$ , después de la flexión de la placa, forman la normal  $A'_1B'_1$  girada un ángulo  $\vartheta$ . La normal  $A_2B_2$  girará el ángulo  $\vartheta + d\vartheta$ .

El segmento  $CD$  situado a la distancia  $z$  del plano medio, y orientado radialmente recibe el alargamiento siguiente:  $z(\vartheta + d\vartheta) - z\vartheta = z d\vartheta$ .

El alargamiento unitario será

$$\varepsilon_r = z \frac{d\vartheta}{dr} \quad (2.2)$$

El alargamiento unitario en el punto  $C$  en la dirección perpendicular al plano del dibujo se puede obtener, comparando las longitudes de las circunferencias correspondientes, antes y después de la deformación. Antes de la deformación de la placa, la longitud de la circunferencia que pasa por el punto  $C$  era  $2\pi r$ , mientras que después de la deformación, será  $2\pi(r + z\vartheta)$ . Por lo tanto, el alargamiento unitario circunferencia será,

$$\varepsilon_t = z \frac{\vartheta}{r} \quad (2.3)$$

Separamos, mediante dos secciones axiales que forman un ángulo  $d\varphi$  y dos superficies cilíndricas de radios  $r$  y  $r+dr$  (Figura 2.4 a), el prisma elemental de la placa indicado en la Figura 2.3. Como en las secciones paralelas al plano medio no existen tensiones normales, los alargamientos y las tensiones estarán unidos por la ley de Hooke en la forma siguiente,

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \mu\sigma_t) \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_t = \frac{1}{E} (\sigma_t - \mu\sigma_r) \quad (2.5)$$

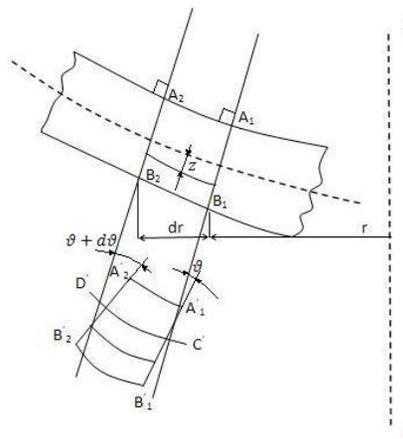


Figura 2.3 Sección axial de la placa curva

Expresando las tensiones por las deformaciones, se obtiene:

$$\sigma_r = \frac{E}{1 - \mu^2} (\epsilon_r + \mu \epsilon_t) \quad (2.7)$$

$$\sigma_t = \frac{E}{1 - \mu^2} (\epsilon_t + \mu \epsilon_r)$$

O, de acuerdo a las expresiones (2.3) y (2.4),

$$\sigma_r = \frac{E_z}{1 - \mu^2} \left( \frac{d\vartheta}{dr} + \mu \frac{\vartheta}{r} \right) \quad (2.8)$$

$$\sigma_t = \frac{E_z}{1 - \mu^2} \left( \frac{\vartheta}{r} + \mu \frac{d\vartheta}{dr} \right)$$

Sobre las caras del prisma (Figura 2.4) pueden actuar no solamente tensiones normales, sino también tensiones tangenciales. De la condición de simetría se deduce fácilmente que las tensiones tangenciales pueden aparecer solamente en los planos perpendiculares al radio  $r$  y que se orienta verticalmente.

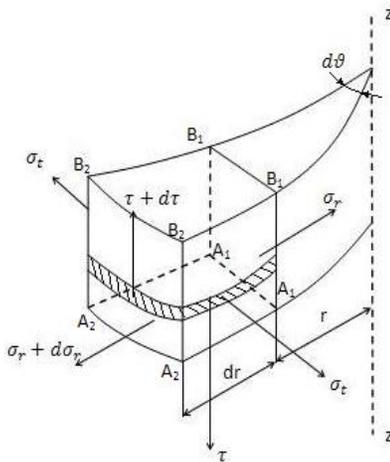


Figura 2.4 Prisma elemental de la placa

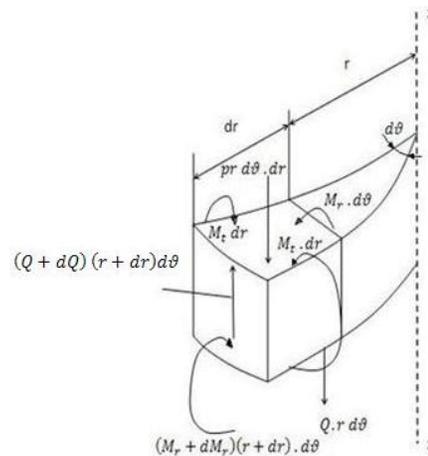


Figura 2.5 Fuerzas internas en el prisma

Se verán ahora la condiciones de equilibrio del prisma separado. Para ello, hallamos primero las resultantes de las fuerzas que actúan sobre las caras del elemento. Las tensiones tangenciales en la cara  $A_1B_1A_1B_1$  (Figura 2.4) originan una fuerza resultante cortante dirigida según el eje z. la intensidad de esta fuerza, es decir la magnitud de la fuerza que se refiere a la unidad de longitud del arco  $r$   $d\varphi$  se designa por  $Q$  kN/cm. La fuerza cortante en la cara  $A_1B_1A_1B_1$  será  $Q \cdot r \cdot d\varphi$  y la fuerza cortante en la cara  $A_2B_2A_2B_2$ ,  $(Q + dQ) (r + dr) d\varphi$  (Figura 2.5).

Como las tensiones en las capas superiores e inferiores son iguales, pero de signo opuesto (distribución de tensiones en la flexión), serán nulas las fuerzas normales sobre las caras del elemento. Las tensiones normales  $\sigma_r$  y  $\sigma_t$  que actúan sobre las caras correspondientes se producen por los momentos flectores resultantes en los planos verticales. (Dobrovolski V, 1970); (Beer F.P, 1993). La intensidad de los momentos sobre las caras  $A_1B_1A_1B_1$  y  $A_1B_1A_2B_2$ , es decir, las magnitudes de los momentos referidos a la unidad de longitud de la sección se designan por  $M_r$  y  $M_t$  kN-cm/cm respectivamente. Las magnitudes  $M_r$  y  $M_t$ , para mayor comodidad, se denominarán en adelante simplemente momentos y  $Q$ , fuerza cortante. Conociendo las tensiones  $\sigma_r$  y  $\sigma_t$  determinamos los momentos resultantes sobre las caras como sigue,

$$M_r r d\varphi = r d\varphi \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_r z dz \qquad M_t dr = dr \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_t z dz .$$

De acuerdo a la expresión (2.6) se obtiene:

$$M_r = \frac{E}{1 - \mu^2} \left( \frac{d\varphi}{dr} + \mu \frac{\vartheta}{r} \right) \int_{-h/2}^{+h/2} z^2 dz \qquad M_t = \frac{E}{1 - \mu^2} \left( \frac{\vartheta}{r} + \mu \frac{d\varphi}{dr} \right) \int_{-h/2}^{+h/2} z^2 dz$$

Teniendo en cuenta que el momento de inercia por unidad de longitud es:

$$\int_{-h/2}^{+h/2} z^2 dz = \frac{h^3}{12}$$

Se deduce:

$$M_r = D \left( \frac{d\varphi}{dr} + \mu \frac{\vartheta}{r} \right) \quad (2.9)$$

$$M_t = D \left( \frac{\vartheta}{r} + \mu \frac{d\varphi}{dr} \right)$$

Siendo

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)} \quad (2.10)$$

Esta magnitud se denomina *rigidez de la placa* (o de la bóveda) a la flexión. Entre las fuerzas aplicadas al elemento (Figura 2.4) se incluyen también la carga externa de magnitud:  $p_r d\varphi dr$ , siendo  $p$  la presión en  $\text{kN/cm}^2$  que puede variar en función del radio. Proyectando todas las fuerzas que actúan sobre el elemento (Figura 2.4) sobre el eje de simetría obtendremos,

$$(Q + dQ)(r + dr) d\varphi - Q_r d\varphi - p_r d\varphi dr = 0$$

De donde se halla,

$$p_r = \frac{d}{dr}(Q_r) \quad (2.11)$$

Planteamos ahora la suma de los momentos de todas las fuerzas respecto al eje  $y$ , tangente al arco del círculo de radio  $r$  en el plano medio,

$$(M_r + dM_r)(r + dr)d\varphi - M_r r d\varphi - p_r dr d\varphi \frac{dr}{2} - M_t dr d\varphi + (Q + dQ)(r + dr)d\varphi dr = 0$$

,

O, prescindiendo de las magnitudes de orden superior y pasando al límite,

$$M_t - \frac{dr}{d}(M_r r) = Q_r \quad (2.12)$$

Las ecuaciones de equilibrio restantes se satisfacen automáticamente debido a las condiciones de simetría.

Introduciendo  $M_r$  y  $M_t$  de las expresiones (2.9) en la expresión (2.12) y suponiendo que la rigidez  $D$  es constante resulta,

$$r \frac{d^2\vartheta}{dr^2} + \frac{d\vartheta}{dr} - \frac{\vartheta}{r} = -\frac{Q_r}{D}$$

De donde se obtiene

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (\vartheta r) \right] = -\frac{Q}{D} \quad (2.13)$$

Esta última transformación se comprueba fácilmente derivando la última expresión Después de una doble integración de la expresión (2.13) hallamos,

$$\vartheta = C_1 r + \frac{C_2}{r} - \frac{1}{Dr} \int \left[ r \int Q dr \right] dr \quad (2.14)$$

Siendo  $C_1$  y  $C_2$ , las constantes arbitrarias de integración que se deben determinar de las condiciones de borde, en cada caso concreto. La fuerza cortante  $Q$  se puede obtener de la ecuación de equilibrio (2.11), pero esto resulta mucho más cómodo, analizando las condiciones de equilibrio de la parte central de la placa que se obtiene por la sección cilíndrica de radio  $r$ . Este método de determinación de la fuerza cortante se ilustrará en los ejemplos que más abajo se analizan.

Una vez obtenida la función  $\vartheta$  (2.14), hallamos de las expresiones (2.10), los momentos flectores  $M_r$  y  $M_t$  y de la expresión (2.1), la flecha  $w$ . Conociendo los momentos flectores es fácil obtener las tensiones. Comparando (2.8) con (2.9) se demuestra que

$$\sigma_r = \frac{E_z}{1 - \mu^2} * \frac{M_r}{D} \quad \sigma_t = \frac{E_z}{1 - \mu^2} * \frac{M_t}{D}$$

E introduciendo aquí la expresión de  $D$  (2.10) se obtiene:

$$\sigma_r = \frac{12M_r}{h^3} z \quad \sigma_t = \frac{12M_t}{h^3} z$$

Las máximas tensiones surgen cuando  $z = \pm \frac{h}{2}$  y, por lo tanto,

$$\sigma_r^{\max} = \pm \frac{6M_r}{h^2} \quad \sigma_t^{\max} = \pm \frac{6M_t}{h^2} \quad (2.15)$$

### 2.3 Cálculo de las tensiones en las placas curvas circulares sin orificios.

Analicemos en algunos ejemplos el orden de aplicación de las fórmulas obtenidas. Se determinarán las flechas y las tensiones en la placa curva solicitada por una carga uniformemente distribuida  $p$ , en los dos casos siguientes de apoyos de la placa: a) placa empotrada en su contorno y b) placa apoyada libremente en su contorno (Figura 2.6). El radio de la placa es  $R$  y su espesor es  $h$ . Y  $r$  es un radio cualquiera de la placa.

Se comenzará la solución del problema por la determinación de la fuerza cortante  $Q$ .

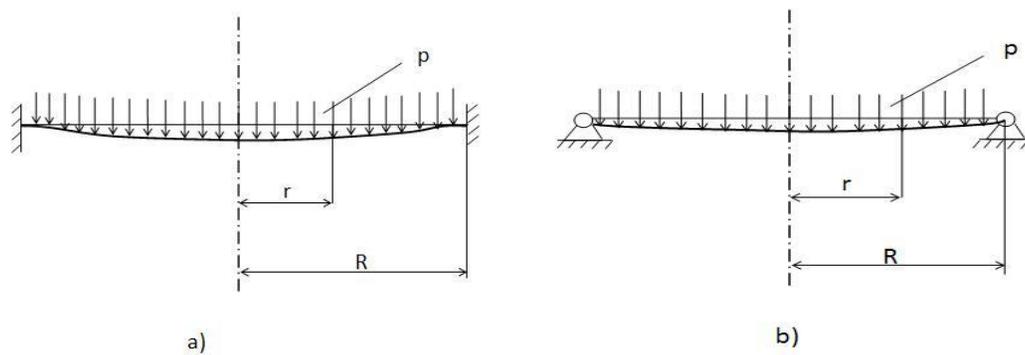


Figura 2.6 Placas curvas:

a) Empotrada en su contorno

b) Articulada en su contorno

En la parte central de la placa de radio  $r$  (Figura 2.6), independientemente del tipo de apoyo en el contorno exterior, la ecuación de equilibrio (Figura 2.7) nos da,

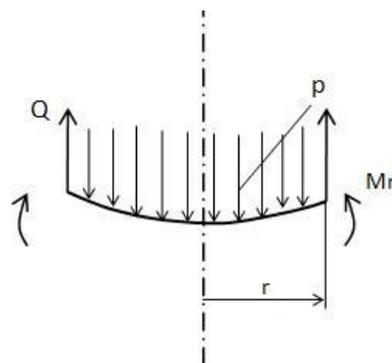


Figura 2.7 Parte central de la placa

$$Q * 2\pi r = p\pi r^2$$

O sea,

$$Q = \frac{pr}{2}$$

De la expresión (2.14) después de una doble integración se obtiene,

$$\vartheta = C_1 r + \frac{C_2}{r} - \frac{pr^3}{16D}$$

Tanto en el caso a) como en el caso b) el ángulo de giro  $\vartheta$  en el centro de la placa (cuando  $r = 0$ ) es igual a cero. Esto puede ocurrir solamente cuando  $C_2 = 0$ . Así pues,

$$\vartheta = C_1 r - \frac{pr^3}{16D} \quad (2.16)$$

Veamos ahora por separado los dos tipos de apoyos. En el primer caso, cuando  $r = R$ , el ángulo  $\vartheta$ , de donde se obtiene,

$$C_1 = \frac{pR^2}{16D} \quad \vartheta = \frac{p}{16D} (R^2 r - r^3)$$

De acuerdo a las expresiones (2.9) resulta,

$$M_r = \frac{p}{16} [R^2(1 + \mu) - r^2(3 + \mu)] \quad (2.17)$$

$$M_t = \frac{p}{16} [R^2(1 + \mu) - r^2(1 + 3\mu)]$$

De la expresión (2.1) obtenemos,

$$w = \frac{p}{16D} \left[ C_3 - \frac{1}{2} R^2 r^2 + \frac{r^4}{4} \right]$$

Donde  $C_3$  se obtiene de la condición de que el desplazamiento  $w$  en el contorno es igual a cero. Así:

$$C_3 = \frac{1}{4} R^4 \quad (2.18)$$

$$w = \frac{p}{16D} (R^2 - r^2)^2$$

Como vemos, la placa se flexiona según una superficie de cuarto orden.

En el segundo caso de apoyo de la placa son nulas las tensiones radiales  $\sigma_r$  (o el momento  $M_r$ ) en el contorno. Por lo tanto, de acuerdo a la primera de las expresiones (2.7) obtendremos para  $r = R$ ,

$$\frac{d\vartheta}{dr} + \frac{\mu\vartheta}{r} = 0$$

De esta ecuación se obtiene la constante  $C_1$ . La que dará en este caso,

$$C_1 - \frac{3pR^2}{16D} + \mu \left( C_1 - \frac{pR^2}{16D} \right) = 0 ,$$

De donde hallamos,

$$C_1 = \frac{pR^2}{16D} \frac{3 + \mu}{1 + \mu} \qquad \vartheta = \frac{p}{16D} \left[ \frac{3 + \mu}{1 + \mu} R^2 r - r^3 \right]$$

De acuerdo a las expresiones (2.9) se determinan los momentos flectores,

$$\begin{aligned} M_r &= \frac{p}{16} (3 + \mu)(R^2 - r^2) \\ M_t &= \frac{p}{16} (3 + \mu) \left( R^2 - \frac{1 + 3\mu}{3 + \mu} r^2 \right) \end{aligned} \qquad (2.19)$$

La expresión de los desplazamientos es la siguiente,

$$w = \frac{p}{16D} \left[ C_3 - \frac{3 + \mu}{1 + \mu} \frac{R^2 r}{2} + \frac{r^4}{4} \right]$$

La constante  $C_3$  se determina, de nuevo, de tal manera que sea nulo el desplazamiento  $w$  en el contorno,

$$C_3 = \frac{R^4}{4} * \frac{5 + \mu}{1 + \mu}$$

De donde se obtiene

$$w = \frac{p}{16D} \left[ \frac{1}{4} \frac{5 + \mu}{1 + \mu} R^4 - \frac{1}{2} \frac{3 + \mu}{1 + \mu} R^2 r + \frac{1}{4} r^4 \right] \qquad (2.20)$$

De acuerdo a las expresiones (2.17) y (2.19) se construyen los diagramas de los momentos representados en la Figura 2.8.

Cuando el contorno de la placa esta empotrado, las tensiones de tracción máximas aparecen en la superficie superior, cerca del contorno. De acuerdo a las fórmulas (2.15).

$$\sigma_1 = \sigma_r = \frac{2pR^2}{16} \frac{6}{h^2} \qquad \sigma_2 = \sigma_t = \frac{2\mu pR^2}{16} \frac{6}{h^2} \qquad \sigma_3 = 0$$

La tensión equivalente por la 4ta Hipótesis será:

$$\sigma_{eq} = 65.2 \text{ kN/cm}^2$$

Cuando el contorno se apoya libremente, las tensiones máximas de tracción aparecen en el centro, en la superficie interior de la placa. Aquí,

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{3 + \mu}{16} \frac{pR^2}{h^2} \qquad \sigma_3 = 0$$

$$\sigma_{eq} = 65.2 \text{ kN/cm}^2$$

De acuerdo a las expresiones (2.16) y (2.18), las flechas máximas para los casos primero y segundo serán,

$$a) w_{max} = \frac{pR^4}{64D}$$

$$b) w_{max} = \frac{5 + \mu}{1 + \mu} \frac{pR^4}{64D}$$

La presión de la bomba es de 0.3 kN/cm<sup>2</sup>. Para un coeficiente de Poisson de 0,3 aproximadamente para el Acero se tiene que:

- Para el caso de la placa apoyada libremente en su contorno teniendo el radio de la placa  $R = 172 \text{ mm} = 17.2 \text{ cm}$  para los distintos valores de  $r$  el momento flector  $M_r$  y  $M_t$  se obtienen de acuerdo a las expresiones (2.17), la Tabla 2.1 muestra los resultados obtenidos.

Tabla 2.1 Valores de los momentos  $M_r$  y  $M_t$  para una placa sin orificios articulada en su contorno.

Radio de la Placa $r$ (cm)	$M_r$ (kN-cm)	$M_t$ (kN-cm)
0	18,31	18,31
2	18,06	18,16
4	17,32	17,73
6	16,08	17,02
8	14,35	16,02
10	12,12	14,74
12	9,40	13,17
14	6,18	11,32
16	2,47	9,18
17,2	0	7,76

Fuente: Elaboración propia

Representando gráficamente Figura 2.8 los valores de ambos momentos en función del radio  $r$  queda:

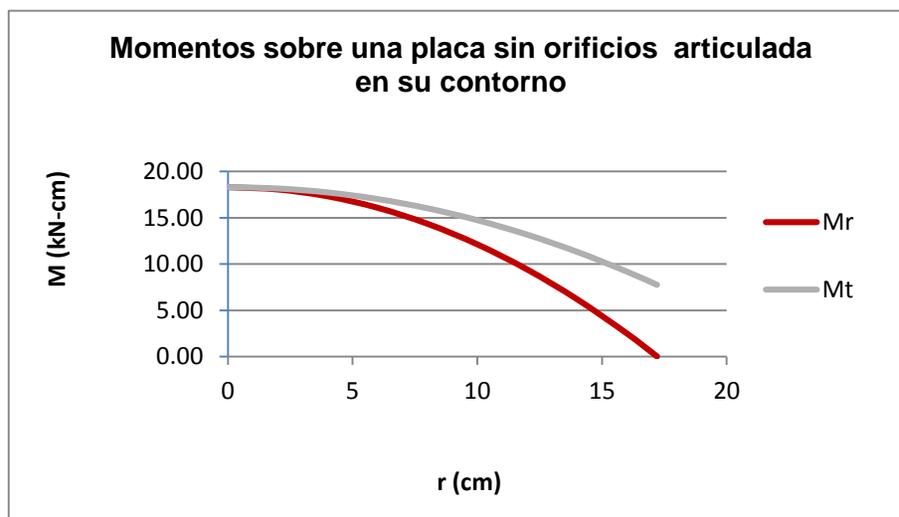


Figura 2.8 Momentos flectores en una placa sin orificios

Para el caso de las tensiones se aplican las expresiones (2.15) para placas sin orificios donde los valores quedan expresados en la Tabla 2.2:

Tabla 2.2 Valores de las tensiones  $\sigma_r$  y  $\sigma_t$  para una placa sin orificios articulados en su contorno.

Radio de la Placa r (cm)	$\sigma_r$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_t$ (kN/cm <sup>2</sup> )
0	64,99	64,99
2	64,11	64,48
4	61,47	62,96
6	57,08	60,43
8	50,93	56,89
10	43,02	52,34
12	33,36	46,77
14	21,93	40,19
16	8,75	32,60
17,2	0	27,56

Fuente: Elaboración propia

Igualmente que en el caso anterior a partir de los resultados de las tensiones tanto radiales como tangenciales para una placa articulada en sus extremos, su comportamiento queda representado en la Figura 2.9 en función del radio de curvatura r.

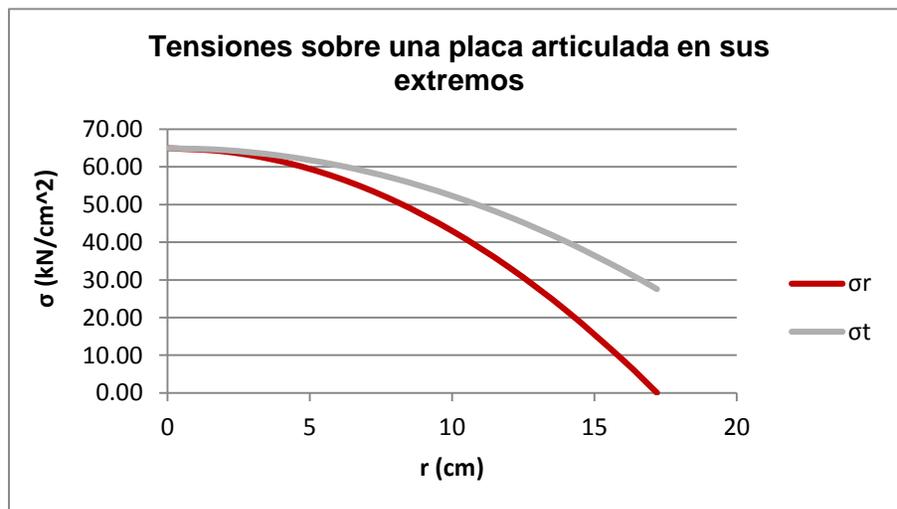


Figura 2.9 Tensiones en una placa sin orificios articulada en su contorno. Fuente: Elaboración propia

Aplicando la 4<sup>ta</sup> Hipótesis de Resistencia tenemos:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1}$$

Donde

$$\sigma_3 = -p$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{64.9^2 + 64.9^2 + (-0.3^2) - 64.9 * 64.9 - 64.9 * -0.3 - (-0.3 * 64.9)}$$

$$\sigma_{eq} = 65.2 \text{ kN/cm}^2$$

Cuando el contorno de la placa está empotrado, las tensiones de tracción máximas aparecen en la superficie superior, cerca del contorno como se expresó anteriormente

Para el caso de la placa empotrada para los distintos valores de r el momento flector  $M_r$  y  $M_t$  se obtienen de acuerdo a las expresiones (2.17), la Tabla 2.3 muestra los resultados obtenidos.

**Tabla 2.3 Valores de los momentos  $M_r$  y  $M_t$  para una placa sin orificios empotrada en sus extremos.**

Radio de la Placa r (cm)	$M_r$ (kN-cm)	$M_t$ (kN-cm)
0	7,21	7,21
2	6,96	7,07
4	6,22	6,64
6	4,98	5,93
8	3,25	4,93
10	1,02	3,65
12	-1,70	2,08
14	-4,92	0,23
16	-8,63	-1,91
17,2	-11,09	-3,33

Fuente: Elaboración propia

Representando gráficamente Figura 2.10 los valores de ambos momentos en función del radio r de la placa tenemos:

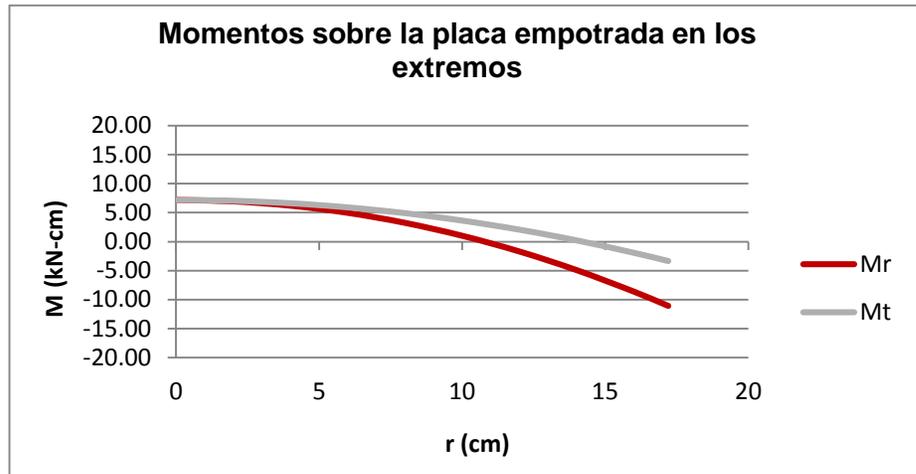


Figura 2.10 Momentos flectores en una placa sin orificios empotrada en su contorno. Fuente: Elaboración propia

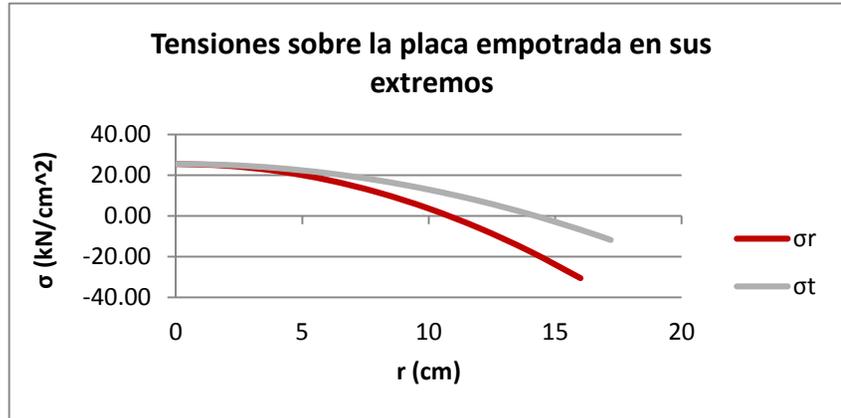
Para el caso de las tensiones se aplican las expresiones (2.15) para perfiles rellenos donde los valores quedan expresados en la Tabla 2.4:

Tabla 2.4 Valores de las tensiones  $\sigma_r$  y  $\sigma_t$  para un perfil relleno empotrado en sus extremos.

Radio de la Placa r (cm)	$\sigma_r$ (kN/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_t$ (kN/cm <sup>2</sup> )
0	25,60	25,60
2	24,72	25,10
4	22,09	23,58
6	17,69	21,05
8	11,54	17,51
10	3,63	12,95
12	-6,03	7,39
14	-17,45	0,81
16	-30,64	-6,78
17,2	-39,39	-11,82

Fuente: Elaboración propia

Los valores de ambas tensiones en función también del radio r Figura 2.11 quedan:



**Figura 2.11 Tensiones en una placa sin orificios empotrada en su contorno. Fuente: Elaboración propia**

Aplicando la 4<sup>ta</sup> hipótesis de resistencia tenemos:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1}$$

Donde

$$\sigma_3 = -p$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{33.39^2 + 25.60^2 + (-0.3)^2 - (33.39 * 25.60) - (25.60 * (-0.3)) - (-0.3 * 33.39)}$$

$$\sigma_{eq} = 30.54 \text{ kN/cm}^2$$

## 2.4 Modelo Matemático para el cálculo de las tensiones en una placa curva con orificios

### 2.4.1 Cálculo de las tensiones y los desplazamientos en las placas curvas circulares con orificios

Las ecuaciones para el cálculo de los momentos flectores  $M_r$  y  $M_t$  son las mismas para una placa curva con orificios que sin orificios, la diferencia estriba en el momento de inercia de la placa por unidad de longitud y la distancia  $y_{max}$ . En la Figura 2.12 se muestra un prisma diferencial de las placas y las fuerzas internas.

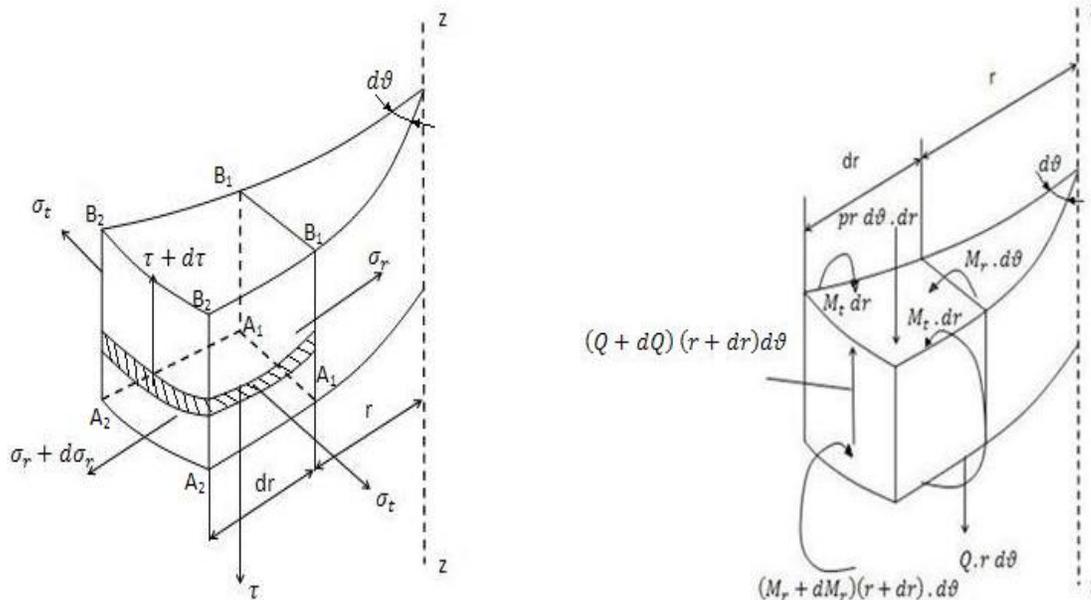


Figura 2.12 Prisma elemental de la placa curva y fuerzas internas

Las ecuaciones para el cálculo de las tensiones son las que se modifican, pues varía el momento de inercia de la sección por unidad de longitud y en algunos casos puede variar la altura  $y_{\max}$ .

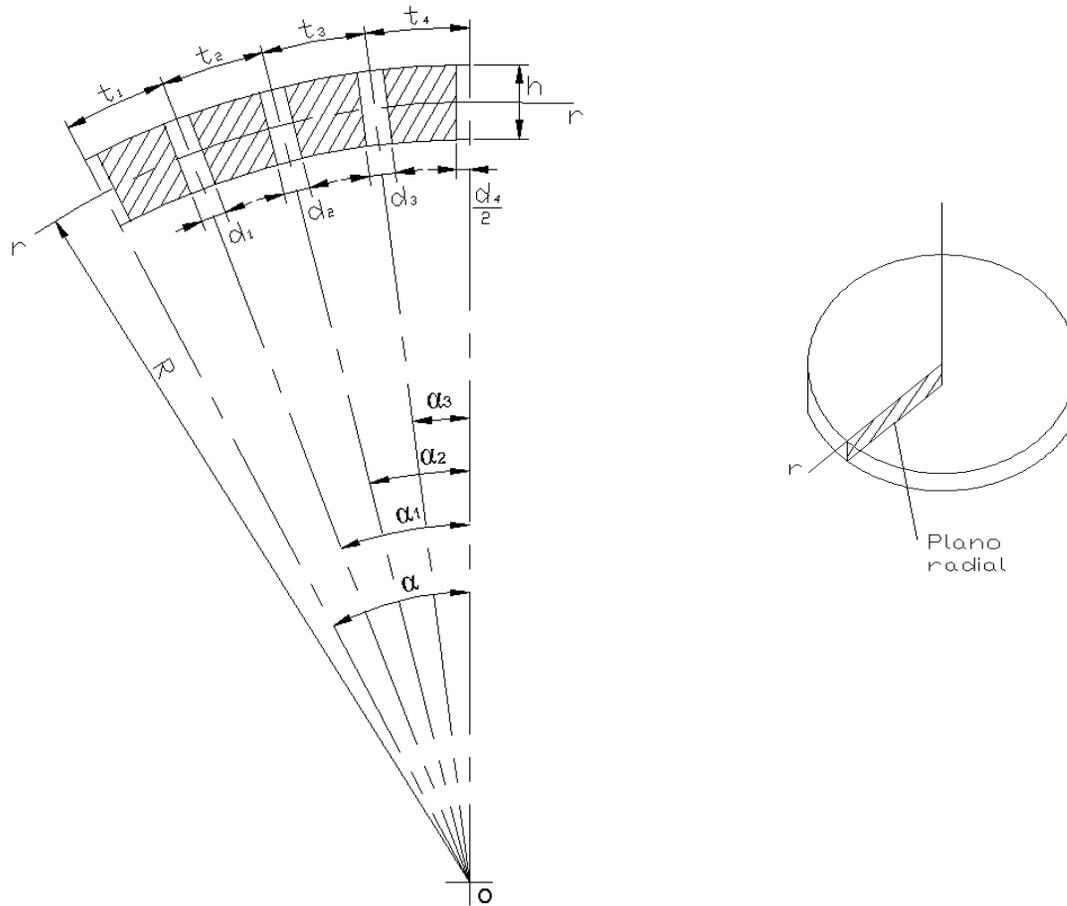
Las ecuaciones generales para las tensiones máximas en este caso se escribirán como sigue:

$$\sigma_r = \frac{M_r}{I_r} y_{\max} \qquad \sigma_t = \frac{12}{I_t} y_{\max} \qquad (2.21)$$

#### 2.4.2 Cálculo del Momento de Inercia por unidad de longitud y las tensiones máximas en una placa curva con orificios radiales

Se analizará primero un plano radial de la bóveda. Para hacer más general la solución se considerará el paso de los orificios variable así como los diámetros de los orificios todos diferentes.

- **Caso1: Orificios radiales. Plano radial.**



**Figura 2.13 Vista del Plano Radial de una Placa con Orificios Radiales**

El momento de inercia por unidad de longitud de la placa en este plano para paso  $t$  variable y orificios de diferentes diámetros será:

$$I_r = \frac{\left( \frac{h^3}{12} \sum_{i=1}^n t_i - \frac{1}{12} d_1 h^3 - \frac{1}{12} d_2 h^3 - \dots - \frac{1}{12} d_n h^3 \right)}{\sum_{i=1}^n t_i} \quad (2.22)$$

$$I_r = \frac{h^3}{12} \left( 1 - \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{\sum_{i=1}^n t_i} \right)$$

$$\sigma_r = \frac{M_t * \frac{h}{2}}{I_r} \quad (2.23)$$

$$\sigma_r = \frac{6 M_t}{h^2 \left(1 - \sum_{i=1}^n \left(\frac{d_i}{t_i}\right)\right)}$$

Tabla 2.5 Valores de  $\sigma_r$  articulada y empotrada en su contorno.

Radio de la Placa (r) cm	Paso (t <sub>i</sub> ) cm	Diámetro interior (d <sub>i</sub> ) cm	d <sub>i</sub> /t <sub>i</sub>	Momento de inercia (I <sub>r</sub> ) cm <sup>4</sup>	$\sigma_r$ kN/cm <sup>2</sup> (articulada)	$\sigma_r$ kN/cm <sup>2</sup> (empotrada)
0	0,674	0,5	0,74	0,047	354,95	139,83
2	0,674	0,5	0,74	0,047	352,19	137,07
4	0,674	0,5	0,74	0,047	343,89	128,78
6	0,674	0,5	0,74	0,047	330,07	114,96
8	0,674	0,5	0,74	0,047	310,72	95,62
10	0,674	0,5	0,74	0,047	285,84	70,75
12	0,674	0,5	0,74	0,047	255,43	40,35
14	0,674	0,5	0,74	0,047	219,50	4,43
16	0,674	0,5	0,74	0,047	178,03	-37,01
17,2	0,674	0,5	0,74	0,047	150,50	-64,54

Fuente: Elaboración propia

Representación de la Placa articulada en sus extremos Figura 2.14:

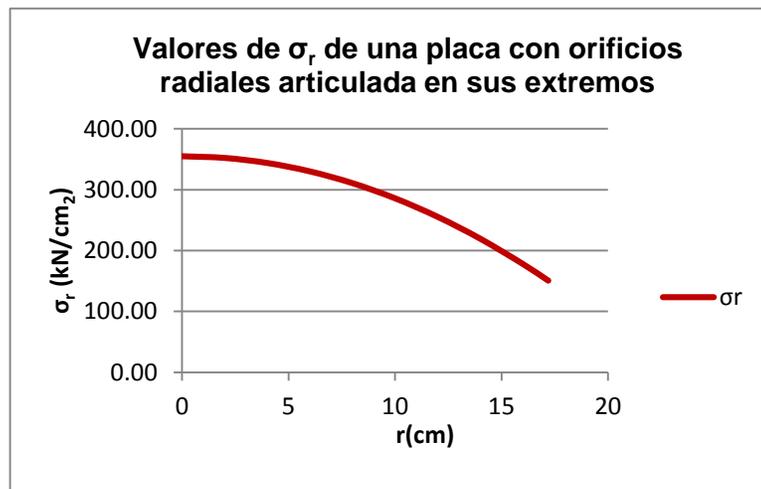


Figura 2.14 Valores de  $\sigma_r$  de una placa con orificios radiales articulada en sus extremos. Fuente: Elaboración propia

Representación de la Placa empotrada en sus extremos Figura 2.15.

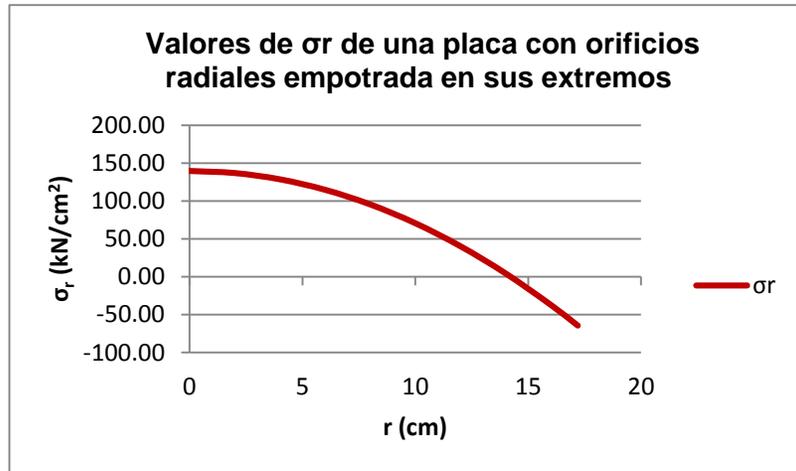


Figura 2.15 Valores de  $\sigma_r$  de una placa con orificios radiales empotrada en sus extremos. Fuente: Elaboración propia

- **Caso2: Orificios radiales. Plano circular.**

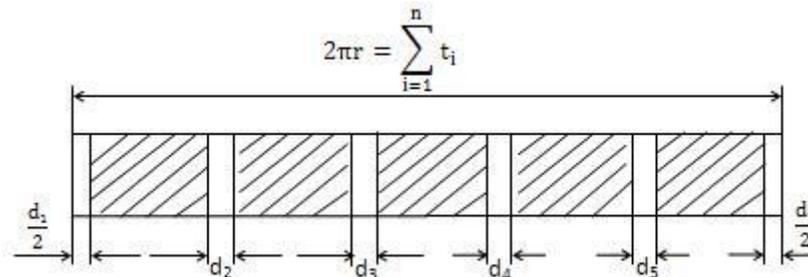


Figura 2.16: Orificios radiales. Plano circular

$$I_t = \frac{h^3 \sum_{i=1}^n t_i - \frac{h^3 \sum_{i=1}^n d_i}{12}}{\sum_{i=1}^n t_i} \quad (2.24)$$

$$I_t = \frac{h^3}{12} \left( 1 - \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{t_i} \right)$$

$$\sigma_t = \frac{M_r \frac{h}{2}}{I_t} \quad (2.25)$$

$$\sigma_t = \frac{6 M_r}{h^2 \left( 1 - \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{t_i} \right)}$$

Tabla 2.6 Valores de  $\sigma_t$  empotrada en su contorno.

Radio de la Placa (r) cm	Paso ( $t_i$ ) cm	Diámetro interior ( $d_i$ ) cm	$d_i/t_i$	Momento de inercia ( $I_r$ ) cm <sup>4</sup>	$\sigma_t$ kN/cm <sup>2</sup> (articulada)	$\sigma_t$ kN/cm <sup>2</sup> (empotrada)
0	0,75	0,5	0,6667	0,06	274,90	108,29
2	0,75	0,5	0,6667	0,06	271,18	104,58
4	0,75	0,5	0,6667	0,06	260,03	93,43
6	0,75	0,5	0,6667	0,06	241,45	74,84
8	0,75	0,5	0,6667	0,06	215,43	48,82
10	0,75	0,5	0,6667	0,06	181,98	15,37
12	0,75	0,5	0,6667	0,06	141,09	-25,51
14	0,75	0,5	0,6667	0,06	92,77	-73,83
16	0,75	0,5	0,6667	0,06	37,02	-129,59
17,2	0,75	0,5	0,6667	0,06	0,00	-166,61

Fuente: Elaboración propia

Las tensiones tangenciales para una placa articulada y empotrada en sus extremos con orificios radiales se muestran en la Figura 2.17 y 2.18 respectivamente.

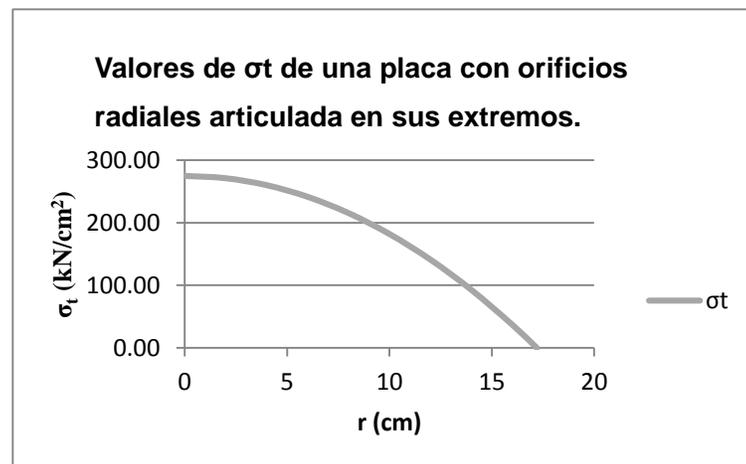


Figura 2.17 Valores de  $\sigma_t$  de una placa con orificios radiales articulada en sus extremos. Fuente: Elaboración propia

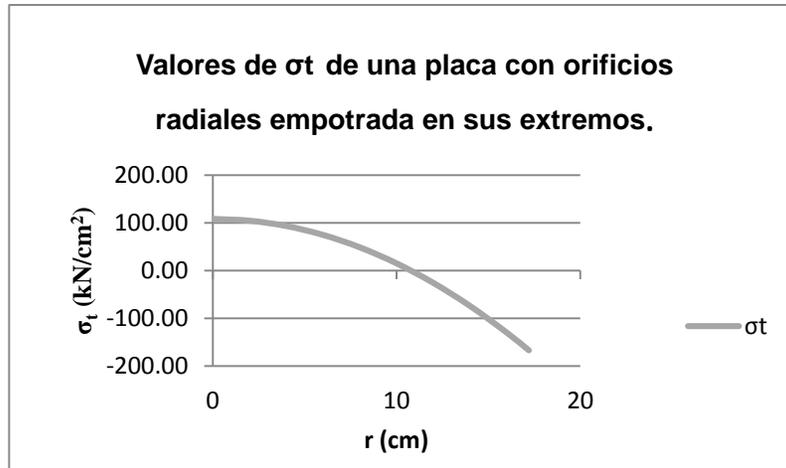


Figura 2.18 Valores de  $\sigma_t$  de una placa con orificios radiales empotrada en sus extremos. Fuente: Elaboración propia

### 2.4.3 Cálculo del Momento de Inercia por unidad de longitud y las tensiones máximas en una placa curva con orificios verticales

- Caso 3: Orificios verticales. Plano radial.

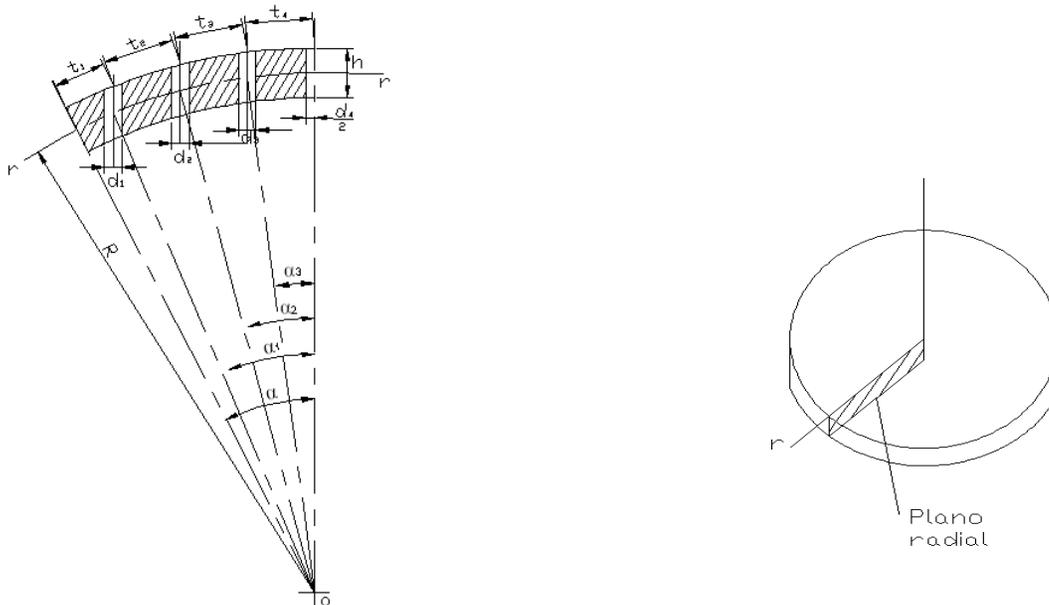


Figura 2.19 Vista del Plano Radial de una Placa con Orificios Verticales

Momento de inercia de un orificio con relación al eje r Figura 2.20

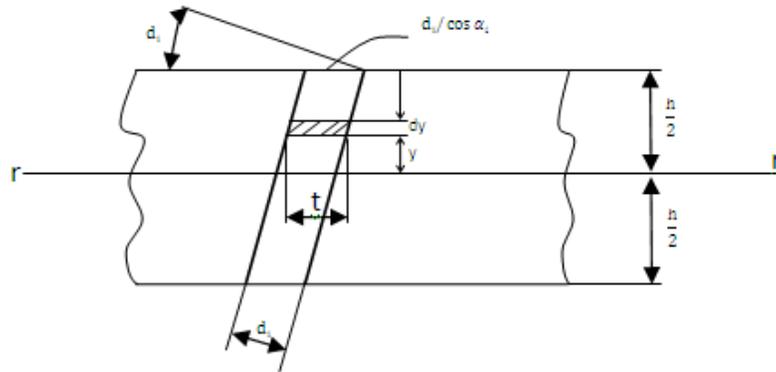


Figura 2.20 Momento de inercia de un orificio con relación al eje r

$$I_r = 2 \int_0^{\frac{h}{2}} y^2 dA = 2 \int_0^{\frac{h}{2}} y^2 d_i dy$$

$$I_r = 2 \int_0^{\frac{h}{2}} \frac{d_i}{\cos \alpha_i} y^2 dy = \frac{2 d_i y^3}{3 \cos \alpha_i} \int_0^{\frac{h}{2}} = \frac{h^3 d_i}{12 \cos \alpha_i}$$

$$I_r = \frac{\frac{h^3}{12} \sum_{i=1}^n t_i - \sum_{i=1}^n \frac{h^3 d_i}{12 \cos \alpha_i}}{\sum t_i}$$

$$I_r = \frac{h^3}{12} \left( 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\cos \alpha_i}}{\sum_{i=1}^n t_i} \right) \quad (2.26)$$

$$\sigma_r = \frac{M_t \frac{h}{2}}{I_r} \quad (2.27)$$

$$\sigma_r = \frac{6 M_t}{h^2 \left[ 1 - \sum_{i=1}^n \left( \frac{d_i}{t_i \cos \alpha_i} \right) \right]}$$

Tabla 2.7 Valores de  $\sigma_r$  articulada y empotrada en su contorno.

Radio de la Placa (r) cm	Paso ( $t_i$ ) cm	Diámetro interior ( $d_i$ ) cm	$d_i/t_i$	Momento de inercia ( $I_r$ ) cm <sup>4</sup>	$\sigma_r$ kN/cm <sup>2</sup> (articulada)	$\sigma_r$ kN/cm <sup>2</sup> (empotrada)
0	0,672	0,5	0,74	0,0469	358,01	141,03
2	0,672	0,5	0,74	0,0469	355,22	138,25
4	0,672	0,5	0,74	0,0469	346,86	129,89
6	0,672	0,5	0,74	0,0469	332,92	115,95
8	0,672	0,5	0,74	0,0469	313,40	96,44
10	0,672	0,5	0,74	0,0469	288,31	71,36
12	0,672	0,5	0,74	0,0469	257,64	40,70
14	0,672	0,5	0,74	0,0469	221,39	4,47
16	0,672	0,5	0,74	0,0469	179,57	-37,33
17,2	0,672	0,5	0,74	0,0469	151,80	-65,09

Fuente: Elaboración propia

La representación de las tensiones radiales para una placa articulada y empotrada en sus extremos con orificios verticales se muestra en la Figura 2.21 y la Figura 2.22 respectivamente.

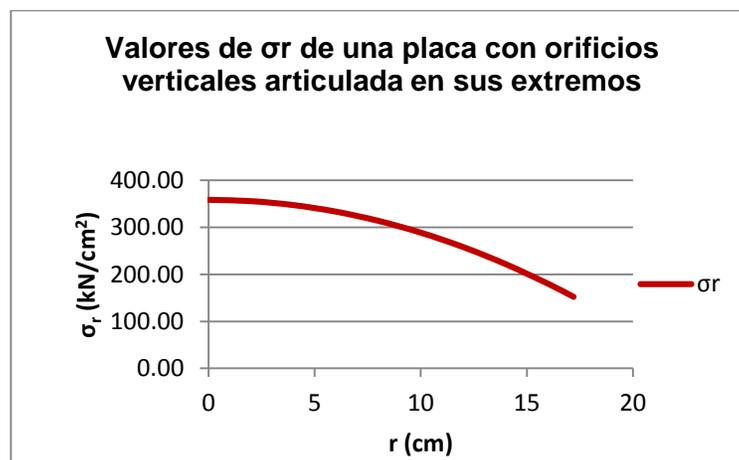


Figura 2.21 Valores de  $\sigma_r$  de una placa con orificios verticales articulada en sus extremos. Fuente: Elaboración propia



Figura 2.22 Valores de  $\sigma_r$  de una placa con orificios verticales empotrada en sus extremos. Fuente: Elaboración propia

- **Caso 4: Orificios verticales. Plano circunferencial.**

Sección más peligrosa en la posición de un paso  $t_i$  con orificios verticales en un plano circunferencial cualquiera.

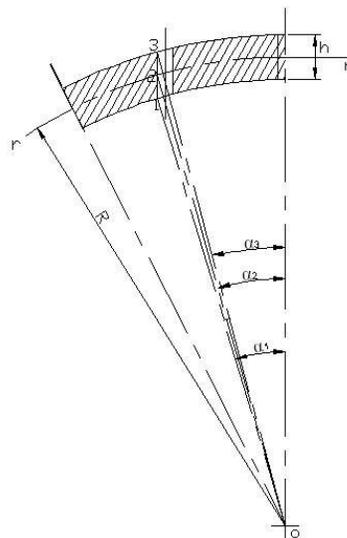


Figura 2.23 Vista del Plano circunferencial de una Placa con Orificios Verticales

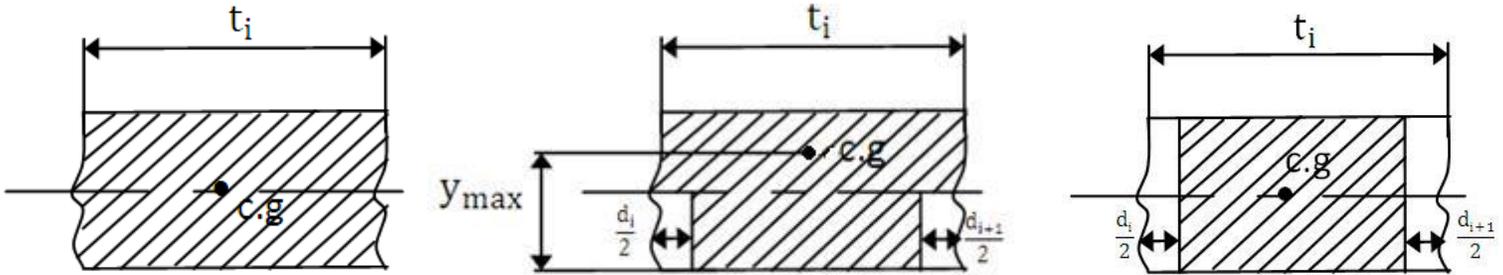


Figura 2.24 Posiciones del centroide para este caso

a) Posición 1

b) Posición 2

c) Posición 3

La posición 1 (Fig. 2.24 a) es la menos peligrosa ya que los orificios en esta sección no representan ningún debilitamiento del área y el centroide se mantiene a la altura de la línea media de la placa. Es igual a la placa sin orificios.

En la posición 2 el área de la sección en un paso cualquiera se debilita tal como se muestra en la Fig. b y su centroide se desplazará hacia arriba lo que es perjudicial para las tensiones ya que  $y_{max} > \frac{h}{2}$

La posición 3 coincide con la placa con orificios radiales caso que fue analizado anteriormente.

Se limitará el análisis a lo que sucede en el caso 2 que es la situación nueva en este caso. Se hallará primero la posición del centroide para poder hallar  $y_{max}$

Posición del centroide para el caso b), posición 2

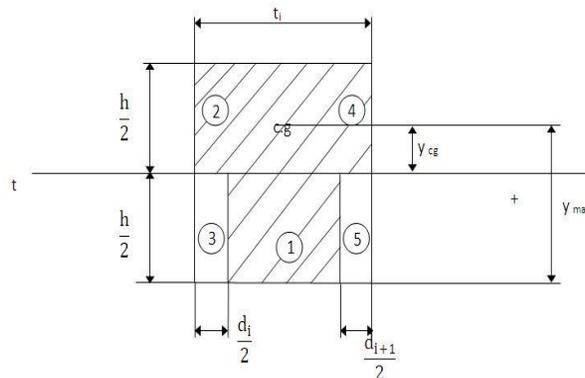


Figura 2.25 Posición del centroide para el caso b) posición 2

Tabla 2.8: Resumen de las áreas para la determinación del centroide.

Figura N°	$A_i$	$y_i$	$A_i * \bar{y}_i$
1	$\left(t_i - \frac{d_i}{2} - \frac{d_{i+1}}{2}\right) h$	0	0
2	$\frac{d_i h}{4}$	$\frac{h}{2}$	$\frac{d_i h}{8}$
3	$-\frac{d_i h}{4}$	$-\frac{h}{2}$	$\frac{d_i h}{8}$
4	$\frac{d_{i+1} h}{4}$	$-\frac{h}{2}$	$d_{i+1} h/8$
5	$-\frac{d_{i+1} h}{4}$	$-\frac{h}{4}$	$d_{i+1} h/8$
Totales	$\sum A_i$	$\sum A_i * \bar{y}_i$	
	$\left(t_i - \frac{d_i}{2} - \frac{d_{i+1}}{2}\right) h$	$\frac{d_i h}{4} + \frac{d_{i+1} h}{4}$	

Fuente: Elaboración propia

$$y_{cg} = \frac{\sum A_i * \bar{y}_i}{\sum A_i} = \frac{\frac{d_i h}{4} + \frac{d_{i+1} h}{4}}{\left(t_i - \frac{d_i}{2} - \frac{d_{i+1}}{2}\right) h}$$

$$y_{max} = \frac{h}{2} + y_{cg} = \frac{h}{2} + \frac{\frac{d_i h}{4} + \frac{d_{i+1} h}{4}}{\left(t_i - \frac{d_i}{2} - \frac{d_{i+1}}{2}\right) h} \quad (2.28)$$

Momento de inercia de la sección neta con relación al eje r-r para un paso cualquiera aplicando el teorema de los Ejes Paralelos

$$I_t = \frac{1}{12} t_i \cdot h^3 - \left[ \frac{1}{12} * \frac{d_i}{2} * \left(\frac{h}{2}\right)^3 + \frac{d_{i+1}}{2} * \frac{h}{2} * \left(\frac{h}{2}\right)^2 \right] - \left[ \frac{1}{12} * \frac{d_{i+1}}{2} * \left(\frac{h}{2}\right)^3 + \frac{d_{i+1}}{2} * \frac{h}{2} * \left(\frac{h}{2}\right)^2 \right]$$

El momento de inercia general será:

$$I_t = \frac{\frac{h^3}{12} \sum t_i - \frac{h^2}{12} [\sum_{i=1}^n d_i h + \sum_{i=1}^n d_i]}{\sum_{i=1}^n t_i}$$

$$I_t = \frac{h^3}{12} \left[ 1 - \frac{\sum_{i=1}^n d_i - \sum_{i=1}^n d_i}{\sum_{i=1}^n t_i} \right] \quad (2.29)$$

$$\sigma_t = \frac{M_r * y_{max}}{I_t} \quad (2.30)$$

$$\sigma_t = \frac{M_r * \left[ \frac{h}{2} + \left( \frac{\frac{d_i h}{4} + \frac{d_{i+1} h}{4}}{\left( t_i \frac{d_i}{2} - \frac{d_{i+1}}{2} \right) h} \right)_{max} \right]}{\frac{h^3}{12} \left[ 1 - \frac{\sum_{i=1}^n d_i - \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{n}}{\sum_{i=1}^n t_i} \right]}$$

Las tensiones tangenciales para una placa articulada y empotrada en sus extremos con orificios verticales se muestran en la Tabla 2.9 y en la Figura 2.26 y 2.27 respectivamente.

Tabla 2.9 Valores de  $\sigma_t$  articulada y empotrada en su contorno.

Radio de la Placa (r) cm	Paso (t <sub>i</sub> ) cm	Diámetro interior (d <sub>i</sub> ) cm	d <sub>i</sub> /t <sub>i</sub>	Momento de inercia (I <sub>r</sub> ) cm <sup>4</sup>	$\sigma_t$ kN/cm <sup>2</sup> (articulada)	$\sigma_t$ kN/cm <sup>2</sup> (empotrada)
0	0,7	0,5	0,71	0,153	320,72	126,34
2	0,7	0,5	0,71	0,153	316,38	122,01
4	0,7	0,5	0,71	0,153	303,37	109,00
6	0,7	0,5	0,71	0,153	281,69	87,32
8	0,7	0,5	0,71	0,153	251,34	56,96
10	0,7	0,5	0,71	0,153	212,31	17,93
12	0,7	0,5	0,71	0,153	164,61	-29,77
14	0,7	0,5	0,71	0,153	108,24	-86,14
16	0,7	0,5	0,71	0,153	43,19	-151,18
17,2	0,7	0,5	0,71	0,153	0,00	-194,37

Fuente: Elaboración propia

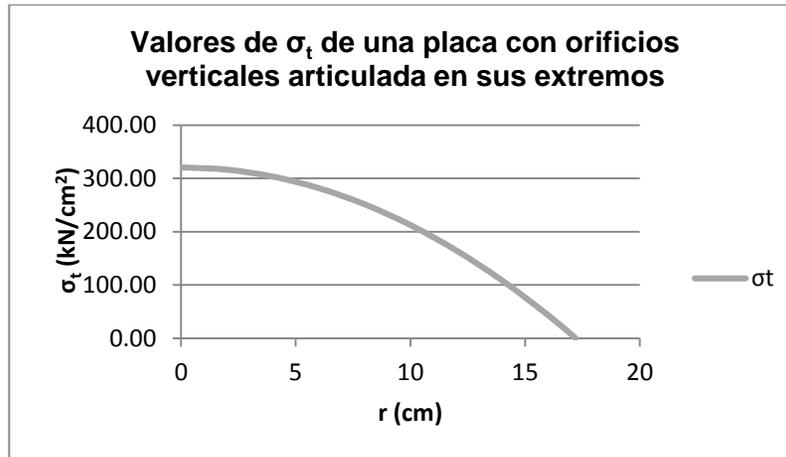


Figura 2.26 Valores de  $\sigma_t$  de una placa con orificios verticales articulada en sus extremos. Fuente: Elaboración propia

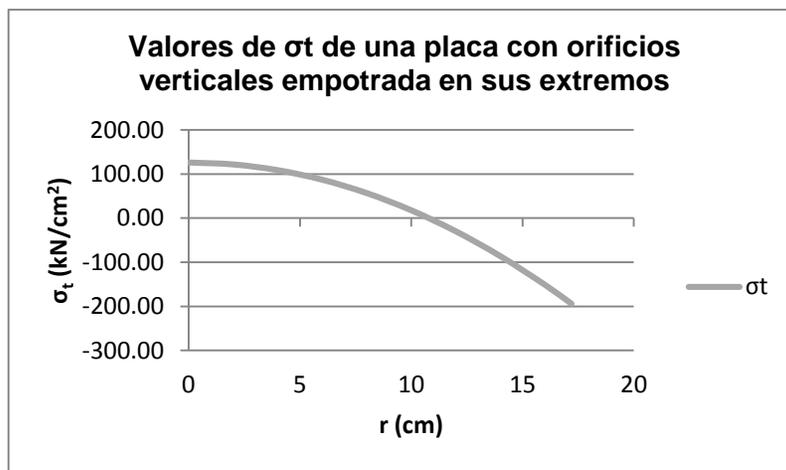


Figura 2.27 Valores de  $\sigma_t$  de una placa con orificios verticales empotrada en sus extremos. Fuente: Elaboración propia

## 2.5 Conclusiones del Capítulo II

1. Partiendo de la Teoría de las Placas Planas se desarrolló el Modelo Matemático de una Placa Curva de pequeña curvatura sin orificios. Se obtuvieron las ecuaciones para hallar los momentos flectores en los planos radial y circunferencial y para calcular las tensiones en dichos planos.

2. Las ecuaciones obtenidas se aplicaron a placas circulares sin orificios con contorno articulado y contorno empotrado, obteniéndose las siguientes conclusiones específicas.
  - En la placa circular sin orificios las tensiones son de tracción en toda la superficie de la placa, siendo cero en su contorno y la tensión máxima ocurre en el centro de la placa siendo la tensión equivalente por la Cuarta Hipótesis de Resistencia :  $\sigma_{eq} = 65.2 \text{ kN/cm}^2$ ,
  - En la placa circular sin orificios las tensiones son de tracción en la zona próxima al contorno en la superficie superior de la placa y de tracción en la superficie inferior de la placa, sin embargo sus valores son inferiores a los de la placa articulada en su contorno, al menos un 50 % más pequeñas y la tensión equivalente por la Cuarta Hipótesis de Resistencia da:  $\sigma_{eq} = 30.54 \text{ kN/cm}^2$ , o sea las placas empotradas son más resistentes que las articuladas. En la realidad ni los contornos perfectamente articulados pueden existir, ni tampoco los contornos perfectamente empotrados, así que las tensiones equivalentes tomarán realmente un valor intermedio entre estos dos valores calculados en función de la rigidez real del contorno.
  
3. Se desarrollaron sendos Modelo Matemáticos para Placas Curvas de pequeña curvatura con orificios verticales y radiales. Se obtuvieron las ecuaciones para calcular las tensiones en los planos radial y circunferencial. Las cuales se aplicaron al plato de apoyo de la Bomba Master MP 2C120 de la Planta Glucosa de Cienfuegos, con orificios verticales y con orificios radiales, con contorno articulado y contorno empotrado, obteniéndose las siguientes conclusiones específicas:

Las tensiones en las placas curvas con orificios radiales son menores que en las placas curvas con orificios verticales, concluyéndose que la posición vertical de los orificios perjudica a las placas.

En las placas curvas con contorno articulado con orificios sucede lo mismo que en las placas curvas sin orificios, que las tensiones máximas ocurren en el centro de la placa:

- En las placas con orificios radiales estos valores máximos son:

$$\sigma_r = 355 \text{ kN/cm}^2 \text{ y } \sigma_t = 274,9 \text{ kN/cm}^2$$

- En las placas con orificios verticales estos valores máximos son:

$$\sigma_r = 358 \text{ kN/cm}^2 \text{ y } \sigma_t = 320,72 \text{ kN/cm}^2$$

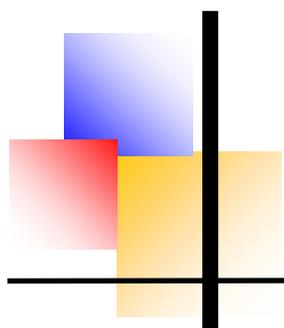
En las placas curvas con contorno empotrado con orificios sucede lo mismo que en las placas curvas sin orificios que las tensiones máximas pueden ocurrir casuísticamente en el centro o en el contorno de la placa:

- En las placas con orificios radiales estos valores máximos son:

$$\sigma_r = 139,83 \text{ kN/cm}^2 \text{ (en el centro) y } \sigma_t = -166,61 \text{ kN/cm}^2 \text{ (en el contorno)}$$

- En las placas con orificios verticales estos valores máximos son:

$$\sigma_r = 141,03 \text{ kN/cm}^2 \text{ (en el centro) y } \sigma_t = -194,37 \text{ kN/cm}^2 \text{ (en el contorno)}$$



# Capítulo 3

---

## Capítulo III Validación por el método de los elementos finitos de los modelos elaborados

### 3.1 Introducción al Capítulo III

En este capítulo se desarrollará el análisis del Modelo del Plato de respaldo Bomba Master KARL KROYER MP 2C120, a través de un análisis por el Método de Elementos Finitos cuyo objetivo fundamental es la obtención del campo de tensiones en todo el plato, con lo que se pretende comparar los resultados obtenidos por el método analítico para la validación de los mismo. Vale destacar que la confección de los modelos (dibujos 3D) que se expondrán a continuación fueron previamente realizados en el Software Inventor 2011 perteneciente a los Sistemas CAD; por la facilidad y precisión que este permiten a la hora de dibujar estos modelos de gran complejidad; además de las posibilidades casi infinitas de interacción que esto permiten a la hora de realizar cualquier tipo de modificación, y también por el alto grado de integración que este logra con el Software ANSYS 13.0, el cual se empleará para la modelación por Elementos Finitos para este caso.

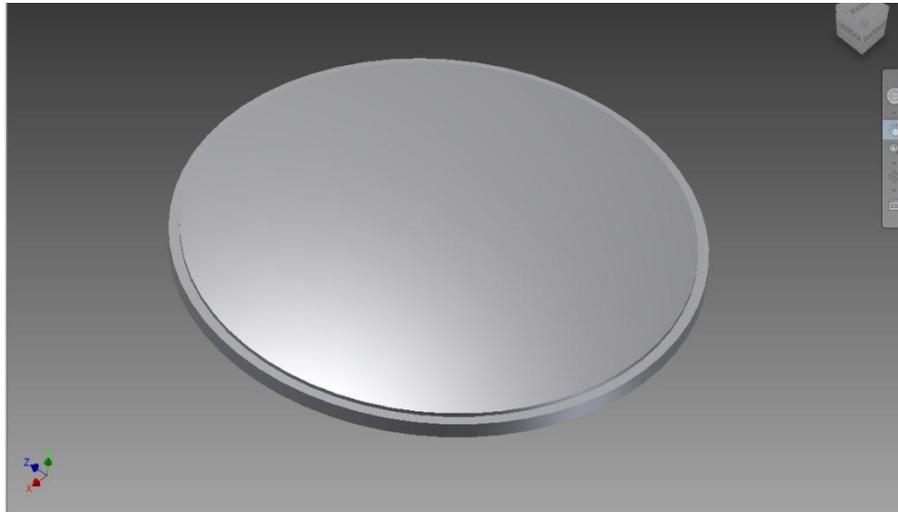
### 3.2 Establecimiento del Modelo de un plato macizo para el posterior cálculo de tensiones en todo su contorno

Son construidos tres modelos fundamentales, uno el propio plato macizo, además se construirán dos variantes representativas de estos, es decir una con los agujeros verticales y la otra con los agujeros radiales, la presión normal que actúa sobre este elemento viene dada con una magnitud de 30 atm ( $3,06 \times 10^6 \text{Pa}$ ). Las restricciones son colocadas en la superficie exterior del plato de respaldo, y son del tipo fijas o empotradas y es realizado un mallado eficiente, aplicando uno más fino en la zona del contorno para poder observar más detalladamente el comportamiento de las tensiones en esta región del plato perforado.

En estos modelos preliminares se observó que las tensiones coinciden con bastante exactitud con los valores obtenidos por los métodos analíticos, existiendo una pequeña diferencia entre la configuración vertical y la radial. Para la posterior

### Capítulo III Validación por el método de los elementos finitos de los modelos elaborados.

simulación del plato en el software de elementos finitos se dibuja el plato con las características de diseño reales, estos se realiza en un software de la familia CAD por las innumerables ventajas que estos brindan, para este caso en específico se emplea el inventor 2011 el cual presenta un grupo de herramientas que facilitan la obtención de la modelación de sólido de forma bien precisa. Como se muestra en la Figura 3.1 que sigue a continuación.



**Fig. 3.1 Obtención del sólido 3D en el software inventor 2011**

Luego de haber concluido con esta primera etapa se prosigue a exportar este sólido para el software de elemento finitos que se desee emplear, para este caso en específico se emplea el software ANSYS13.0 por la gran integración que este logra entre estos dos software facilitando de esta forma la interacción a la hora de realizar cualquier operación o modificación del modelo.(O.C. Zienkiewicz, 1981);(Javier García de Jalón, 2009). Para la simulación en los software de elementos finitos se necesita realizar un grupo de pasos los cuales son inviolables una vez que tengamos bien definida la problemática a resolver esto son: la asignación del material con las propiedades reales del mismo y las condiciones de trabajo a la cuales normalmente está sometida este tipo de pieza o modelo a lo largo de su vida útil, un esquema de lo expuesto anteriormente se muestra en la Figura 3.2 mostrada a continuación.

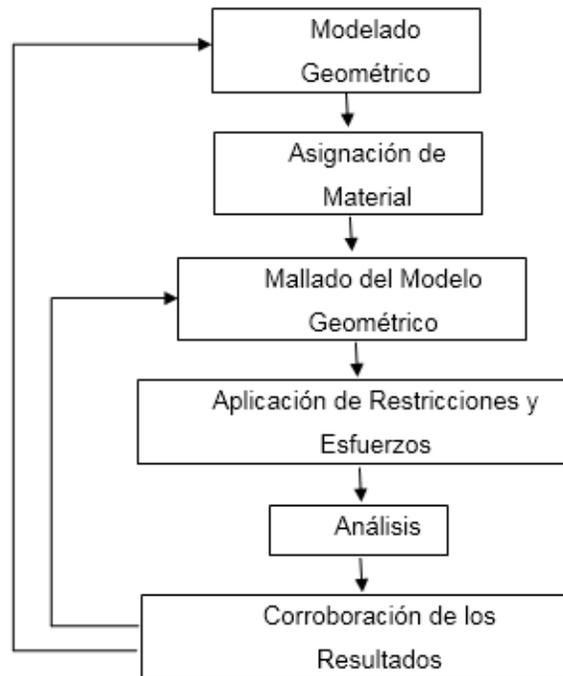
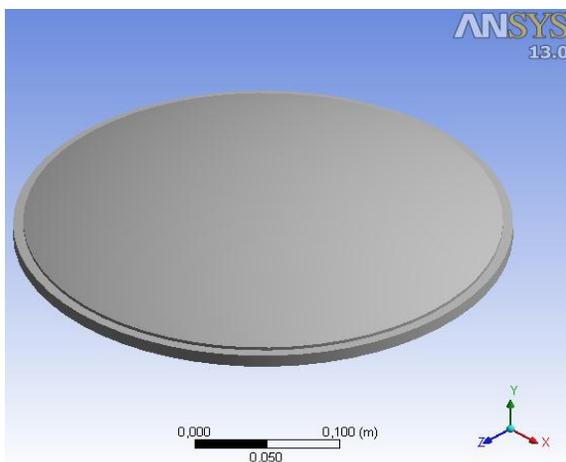


Fig. 3.2 Pasos a seguir para la obtención de una simulación en ANSYS 13.0

Para el caso del plato de respaldo de la Bomba Master de la Fábrica de Glucosa de Cienfuegos se exporta modelo para el ANSYS13.0 Figura 3.3 luego se le asigna el material con el cual se trabajó en los cálculos analíticos, (Ver Figura 3.3) todo esto se puede apreciar a continuación.



a

**Material: Acero Estructural.**

Property	Value	Unit
<input checked="" type="checkbox"/> Density	7850	kg ...
<input type="checkbox"/> Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion		
<input type="checkbox"/> Isotropic Elasticity		
<input type="checkbox"/> Alternating Stress Mean Stress	T...	
<input type="checkbox"/> Strain-Life Parameters		
<input checked="" type="checkbox"/> Tensile Yield Strength	2,5E+08	Pa
<input type="checkbox"/> Compressive Yield Strength	2,5E+08	Pa
<input checked="" type="checkbox"/> Tensile Ultimate Strength	4,6E+08	Pa

b

Fig. 3.3 Modelo exportado para el ANSYS 13.0 (a) y asignación del material (b) respectivamente

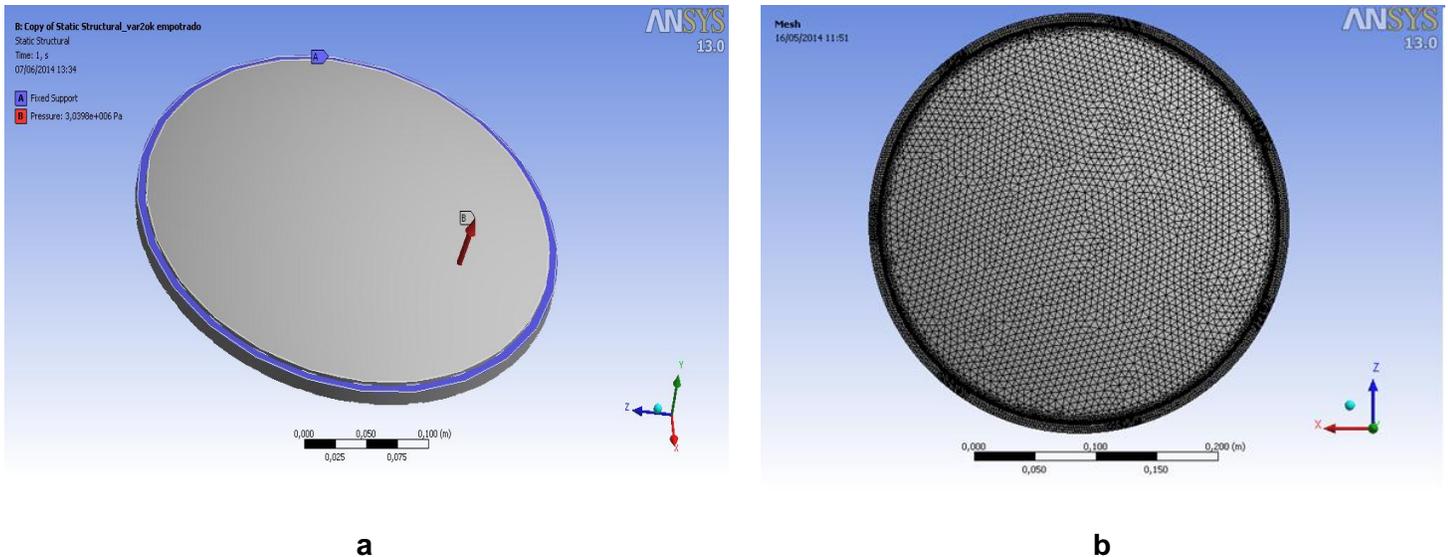
Para la aplicación de restricciones y esfuerzos o carga, el software consta con un grupo grande de variantes tanto para las restricciones como para las cargas, cuyo trabajo con las mismas ya sea de forma independiente o a través de las combinaciones de dos o más de ellos, se puede obtener prácticamente toda la gama de posibilidades imaginables en la vida real de cualquier equipo, o pieza real.

Para el caso del plato se aplica una restricción de empotramiento en todo el escalón superior donde todos los grados de libertad son eliminados tanto para los giros como para los desplazamientos lineales en toda esa superior, como se puede apreciar en la Figura 3.4 este tipo de apoyo fijo es señalado de color violeta y designado con la letra A, por otra parte la aplicación de la presión correspondiente a la fuerza se designa con la letra B, la misma es aplicada siguiendo una componente normal en toda la superficie interior del plato respondiendo a las condiciones reales de trabajo del plato. Todo estos detalles pueden ser apreciados en la Figura 3.4 (a).

Para el mallado de sólidos en general el ANSYS13.0 cuenta con un número importante de herramientas que permiten la realización del mallado de diferente formas; ya sea para un tipo de elemento determinado o para seleccionar el tamaño para los distintos tipos de elementos, así como diferentes tipos de ajustes para logra un mejor aproximación de la malla al sólido en cuestión.(A. F. Emery, 2014);(Becker A, 1999).

En el plato de la Bomba Master se decide tomar un elemento tetraédrico con un ajuste curvo esto debido a que este elemento permite altos niveles de arreglo cuando se modelan sólidos de geometrías irregulares por su propia configuración y se logra un mejor ajuste a la geometría con curvatura empleando un ajuste curvo de estos elementos lográndose resultados más exactos durante la discretización a realizar. Otro de los aspectos importante son los controles de mallas aplicados al modelo los cuales se situaron en los lugares donde existían fuertes transiciones todo esto con el objetivo de lograr resultados más exactos y sin tener que elevar

excesivamente el costo computacional. (Igor Kaljevic, Surya N. Patnaik, & Dale A. Hopkins, 1996)

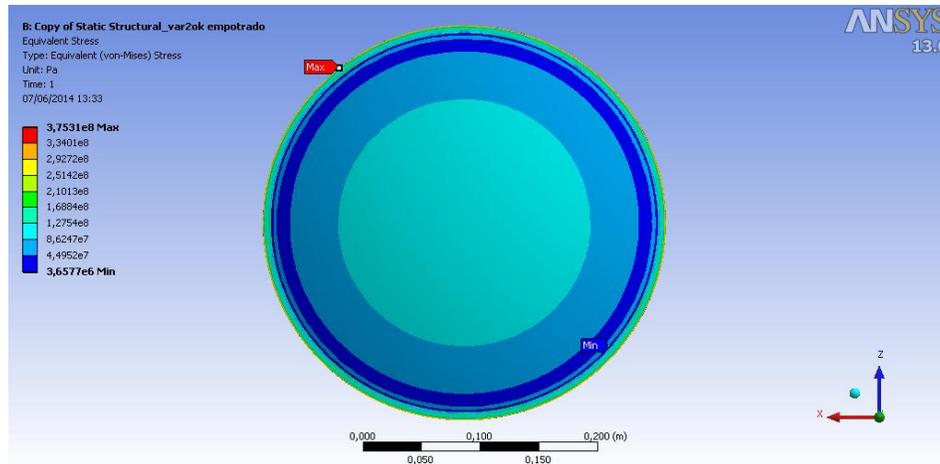


**Fig.3.4 Localización de restricciones y esfuerzos (a) , Obtención de la configuración del mallado (b)**

Luego de transitar por todo el proceso descrito anteriormente se obtienen los resultados para el modelo analizado en el software ANSYS 13.0 y en todos los software de elementos finitos en general se brindan un grupo de resultados como son: las Tensiones Equivalentes, las Tensiones Principales para los ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , también se pueden obtener los Desplazamientos totales, las Deformaciones, Factores de Seguridad etc. Otra de las funciones que se pueden realizar en este software es la obtención de vistas en secciones del modelo analizado, así como distintas forma de visualización del mismo. (Carlos A . Felippa, 2001).

Para la presentación de los resultados del plato estudiado se realiza mediante las tensiones de Von Mises a través de una vista superior del plato y mediante una vista en sección del mismo lo que no permite obtener una visión general de lo que sucede en el modelo. Como se puede apreciar estas tensiones van desde  $\sigma_{eq} = 3,65e6 Pa (0,365 kN/cm^2)$  a  $\sigma_{eq} = 3,75e8 Pa (37,5 kN/cm^2)$ . Todo esto se puede

apreciar detalladamente en el campo de tensiones descrito en el modelo presentado en Figura 3.5 para la vista superior.



**Fig.3.5 Resultado de las tensiones equivalentes por la 4<sup>ta</sup> Teoría de Resistencia de Hubber-Von Mises-Hencky vista superior**

También se puede apreciar de forma explícita como es que se distribuyen las tensiones en el interior de la placa para la condiciones de trabajo presentadas; donde las tensiones más elevadas se encuentran en la periferia donde existen fuertes transiciones, lo que provoca concentradores de tensiones a ese nivel y por otra parte, en esta zona se sitúa la restricción del modelo, como se puede apreciar, a medida que se recorre el plato hasta la zona central se observa que presenta una zona extensa de transición que dan lugar a unas tensiones medias que varían de  $\sigma_{eq} = 8,62e7$  Pa (8,62 kN/cm<sup>2</sup>) a  $\sigma_{eq} = 1,68e8$  Pa (16,8 kN/cm<sup>2</sup>), por otra parte si se recorre verticalmente la sección geométrica del modelo se observan tensiones que van desde una tensión media hasta decaer a la mínima con un valor de  $\sigma_{eq} = 3,65e6$  Pa en la zona interior del plato como se representa en la Figura 3.6.

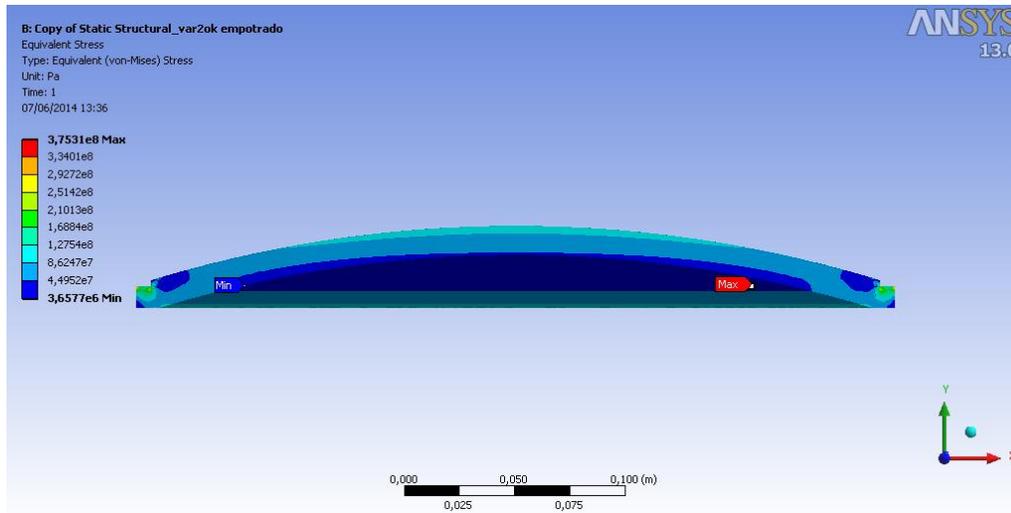
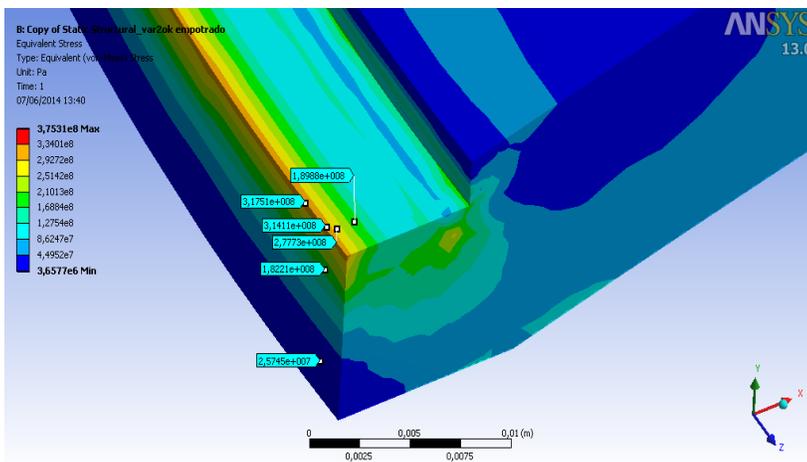
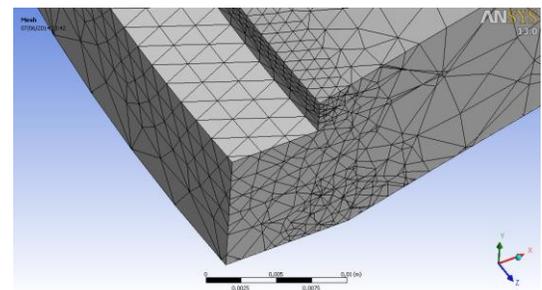


Fig. 3.6 Resultado de las tensiones equivalentes vista en sección

Una vista ampliada de la sección y de la forma en que se distribuyen las tensiones en el extremo donde estas son máxima se muestra a continuación en la Figura 3.7 (a), obteniéndose los valores en la zona fundamental de variación del campo de tensiones. Consecuentemente se muestra el control de malla o refinamiento realizado para la zona representada debido a las diferentes zonas que presentan las transiciones más fuertes ver Figura 3.7 (b).



a



b

Fig.3.7 Distribución de las tensiones en el extremo (a) refinamiento de malla realizado (b)

Una comparación de estos resultados con los obtenidos por el método analítico brindado en el capítulo anterior, muestra la diferencia existente entre ambos métodos los cuales se encuentra en el orden de un 20% en la zona del contorno donde ocurren las tensiones máximas para este caso siendo aceptable para validar estos resultados analíticos.

A continuación se muestra la Figura 3.8 donde se puede apreciar lo expuesto en el párrafo anterior es decir las tensiones equivalentes calculadas por el método analítico y las obtenidas a través del software para las condiciones de trabajo similares.

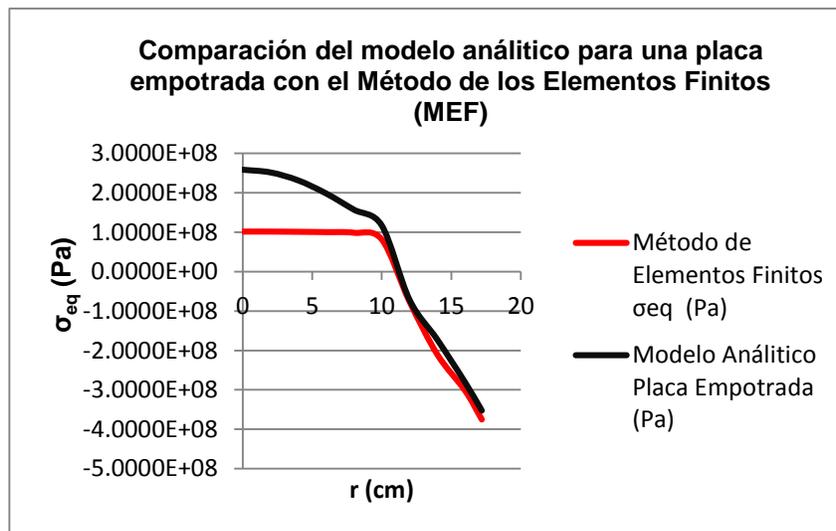


Figura 3.8: Tensiones equivalentes obtenidas por el modelo analítico y por el Software ANSYS 13.0. Fuente: Elaboración propia

### 3.3 Análisis del Plato perforado con Agujeros Verticales para el posterior cálculo de tensiones en todo su contorno

Igualmente que en el epígrafe anterior, se dibuja el plato pero para este caso se diseña con agujeros verticales, la presión que actúa sobre la cara del plato es la misma así como las restricciones como se observó en la Figura 3.4 a) al igual que el mallado de la superficie Figura 3.4 b). La Obtención del sólido mediante el software queda representado en la Figura 3.9



Figura 3.9 Obtención del sólido 3D en el software inventor 2011

La exposición de los resultados del plato estudiado se realiza mediante las tensiones de Von Mises a través de una vista superior del plato y mediante una vista en sección del mismo lo que no permite conseguir una visión general de lo que ocurre en el modelo. Como se puede apreciar estas tensiones van desde  $\sigma_{eq} = 4,19e5 \text{ Pa}$  ( $0,042 \text{ kN/cm}^2$ ) a  $\sigma_{eq} = 2,57e8 \text{ Pa}$  ( $25,7 \text{ kN/cm}^2$ ). Estos valores máximos de tensiones se alcanzan en el centro como en el contorno de la placa. Todo esto se logra apreciar menudamente en el campo de tensiones explicado en el modelo exhibido en la Figura 3.10 para la vista superior.

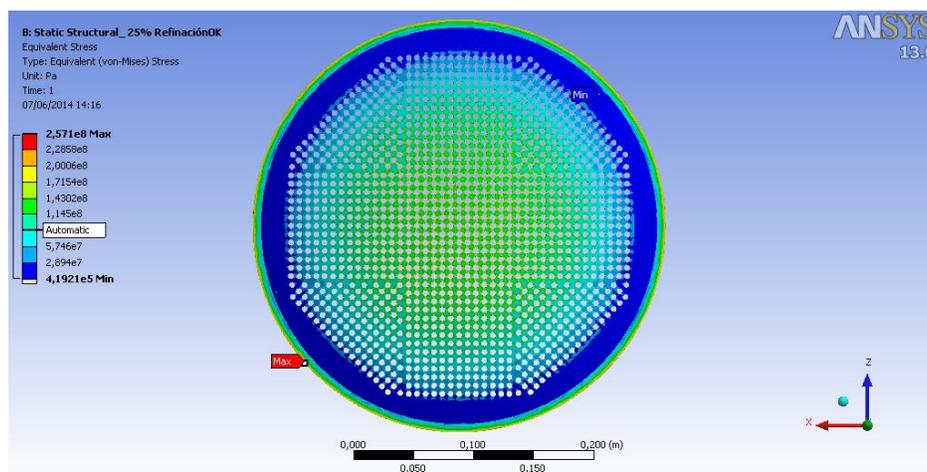


Figura 3.10 Resultado de las tensiones equivalentes por la 4<sup>ta</sup> Teoría de Resistencia de Hubber-Von Mises-Hencky vista superior

Asímismo se puede apreciar de forma explícita como es que se distribuyen las tensiones en el interior de la placa para la condiciones de trabajo presentadas según la Figura 3.11; donde las tensiones más elevadas se encuentran en la periferia donde existen fuertes transiciones lo que provoca concentradores de tensiones a ese nivel y por otra parte en esta zona se sitúa la restricción del modelo, así como en el centro de la placa como se puede apreciar a medida que se recorre el plato hasta la zona central que dan lugar a unas tensiones medias que varían de  $\sigma_{eq} = 1,14e8 \text{ Pa}$  ( $11,4 \text{ kN/cm}^2$ ) a  $\sigma_{eq} = 1,71e8 \text{ Pa}$  ( $17,1 \text{ kN/cm}^2$ ). La presencia de los agujeros representa para la placa un fuerte concentrador de tensiones.

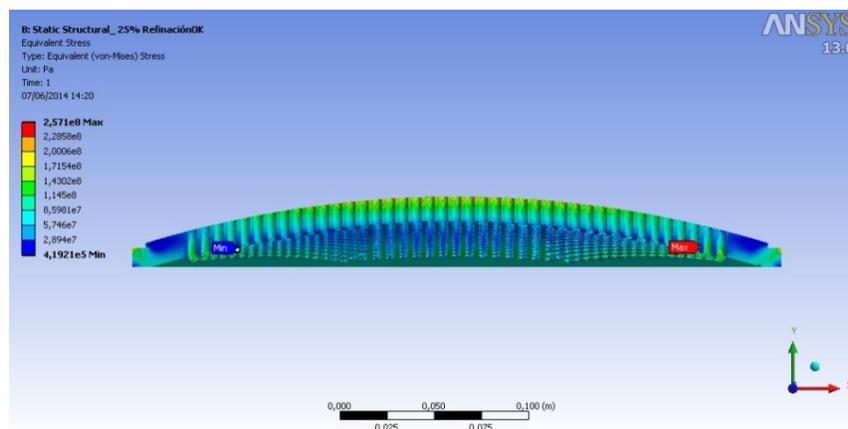


Figura 3.11 Resultado de las tensiones equivalentes vista en sección

### 3.4 Análisis del Plato perforado con Agujeros Radiales para el posterior cálculo de tensiones en todo su contorno

Igualmente que en el epígrafe anterior se dibuja el plato pero para este caso se diseña con agujeros radiales, la presión que actúa sobre la cara del plato es la misma así como las restricciones como se observó en la Figura 3.4 a) al igual que el mallado de la superficie Figura 3.4 b). La Obtención del sólido mediante el software queda representado en la Figura 3.12

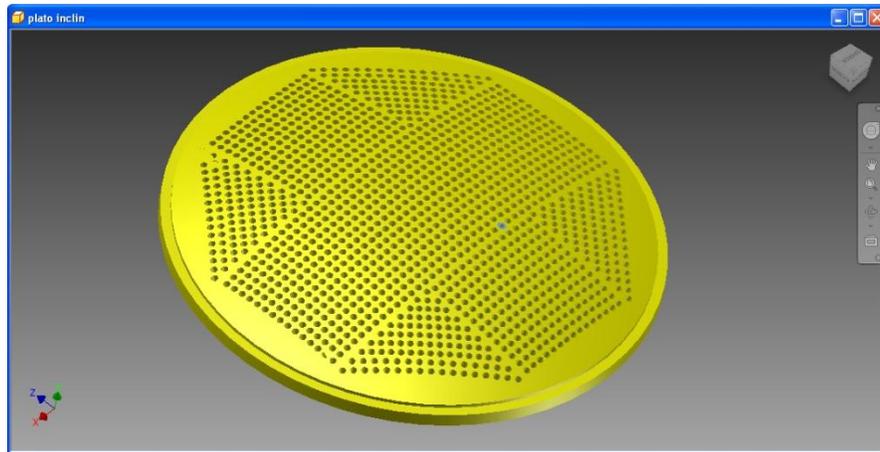


Figura 3.12 Obtención del sólido 3D en el software inventor 2011

La exposición de los resultados del plato estudiado se realiza mediante las tensiones de Von Mises a través de una vista superior del plato y mediante una vista en sección del mismo lo que no permite conseguir una visión general de lo que ocurre en el modelo. Como se puede apreciar estas tensiones van desde  $\sigma_{eq} = 9,86e5 \text{ Pa}$  ( $0,0986 \text{ kN/cm}^2$ ) a  $\sigma_{eq} = 2,508e8 \text{ Pa}$  ( $25,08 \text{ kN/cm}^2$ ). Estos valores máximos de tensiones se alcanzan en el centro como en el contorno de la placa. Todo esto se logra apreciar menudamente en el capo de tensiones explicado en el modelo exhibido en la Figura 3.13 para la vista superior.

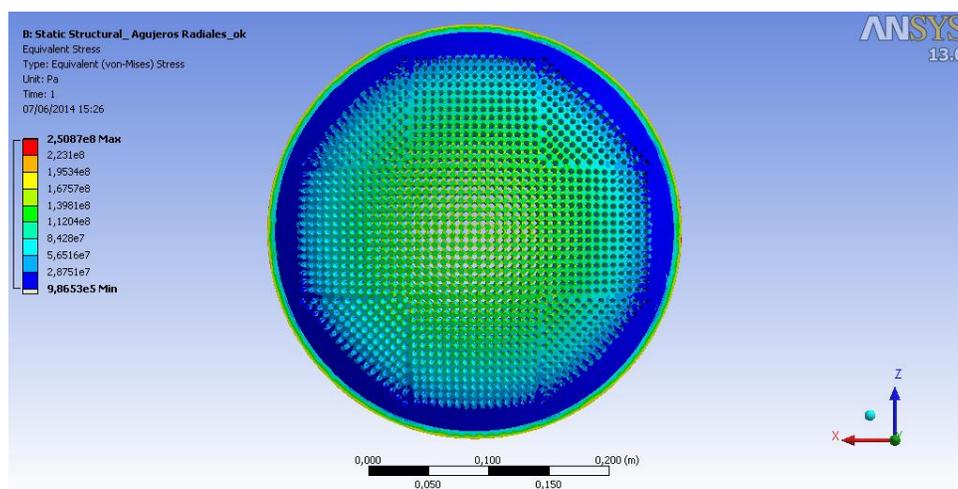


Figura 3.13 Resultado de las tensiones equivalentes por la 4ta Teoría de Resistencia de Hubber-Von Mises-Hencky. Vista superior

Asimismo se puede apreciar de forma explícita como es que se distribuyen las tensiones en el interior de la placa para la condiciones de trabajo presentadas; donde igual que en el caso de la configuración con agujeros verticales las tensiones se distribuyen de manera semejante a lo largo del plato, a su vez estas tensiones medias varían desde  $\sigma_{eq} = 1,12e8$  Pa (11,2 kN/cm<sup>2</sup>) a  $\sigma_{eq} = 1,67e8$  Pa (16,7 kN/cm<sup>2</sup>). Las tensiones equivalentes para el diseño radial mostraron una ligera disminución siendo estas de  $\sigma_{eq} = 2,508e8$  Pa (25,08 kN/cm<sup>2</sup>) por  $\sigma_{eq} = 2,57e8$  Pa (25,7 kN/cm<sup>2</sup>) para el diseño vertical representando solo un 6,2 % de diferencia para ambos casos en estudio. La Figura 3.14 representa la vista en sección del plato con agujeros radiales y los valores de tensiones por la 4ta Teoría de Resistencia de Hubber-Von Mises-Hencky.

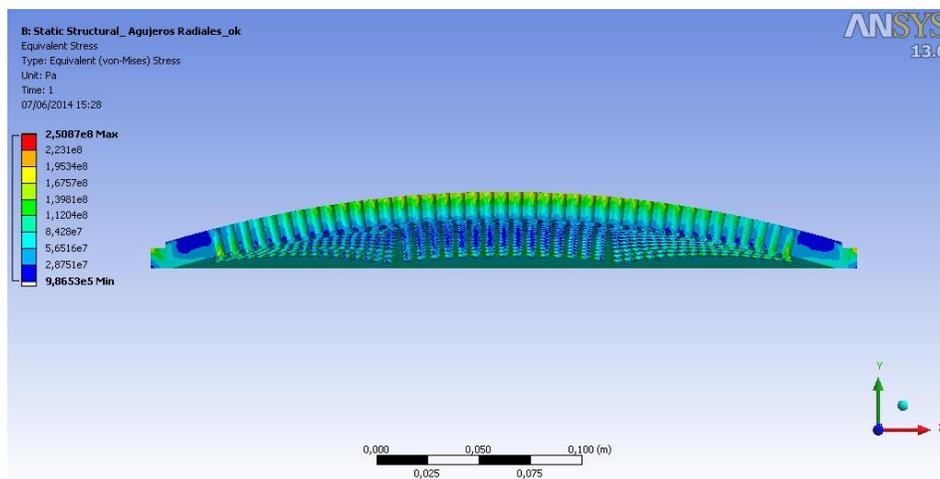


Figura 3.14 Resultado de las tensiones equivalentes vista en sección

Es necesario aclarar aquí que en la Modelación por Elementos Finitos no se pudo lograr adecuar las restricciones en el contorno para modelar una placa con una articulación fija en todo el contorno, no obstante, se considera como se explicó anteriormente, en la realidad ni los contornos perfectamente articulados pueden existir, ni tampoco los contornos perfectamente empotrados, así que las tensiones equivalentes tomarán realmente un valor intermedio entre estos dos valores calculados en función de la rigidez real del contorno, en el caso de los Elementos

Finitos que toma en cuenta las deformaciones que se originan en los elementos, los resultados serán más próximos a los reales.

### 3.5 Análisis de los resultados

En la Tabla 3.1 se expone una comparación entre el método desarrollado por el método analítico y el desarrollado por el método de los Elementos Finitos.

**Tabla 3.1 Resumen de los resultados del modelo analítico con el método de los elementos finitos (MEF).**

		<b>Modelo analítico</b>		
<b>Tensión equivalente (<math>\sigma_{eq}</math>)</b>	Condiciones	Placa Rellena	Placa con Orificios Verticales	Placa con Orificios Radiales
	Centro	25.89 kN/cm <sup>2</sup>	134.58 kN/cm <sup>2</sup>	127.32 kN/cm <sup>2</sup>
	Contorno	35.22 kN/cm <sup>2</sup>	171.59 kN/cm <sup>2</sup>	145.74 kN/cm <sup>2</sup>
<b>Valores de Tensión mediante el Software ANSYS 13.1</b>				
<b>Tensión equivalente (<math>\sigma_{eq}</math>)</b>	Centro	10.20 kN/cm <sup>2</sup>	13.30 kN/cm <sup>2</sup>	12.96 kN/cm <sup>2</sup>
	Contorno	37.50 kN/cm <sup>2</sup>	25.71 kN/cm <sup>2</sup>	25.09 kN/cm <sup>2</sup>

Como se observa en la Tabla en la placa con orificios verticales las tensiones dan mayores que con orificios radiales, o sea, que se confirma la Hipótesis de que los orificios verticales perjudican a la placa. Se aprecia también de la Tabla que las tensiones calculadas por el Método de los Elementos Finitos dan menores que por el Método Analítico esto se explica por varias razones:

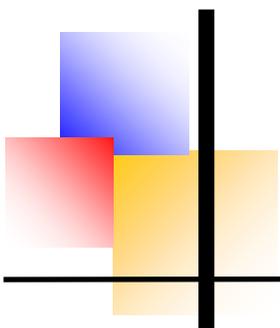
1. El Método de los Elementos Finitos contempla la rigidez de los elementos al calcular las tensiones y evidentemente la placa con orificios es mucho menos rígida, se comporta de forma mucho más cercana a una membrana y por lo tanto al ser más flexible las tensiones dan menores.
2. Tal vez la razón más importante es que el Método de los Elementos Finitos contempla el área real sobre la cual actúa la presión del fluido, esa es la

razón por la cual por este Método las tensiones máximas en la placa rellena o maciza dan en el orden del 50 % mayor que en las placas con orificios. La relación de áreas netas entre ambas placas es: para la placa maciza:  $A = 94\,491,5 \text{ mm}^2$  y en la placa con orificios es:  $A = 67\,539,2 \text{ mm}^2$ , como se aprecia en el orden del 50 % mayor lo que explica las diferencias en este sentido.

3. El otro Elemento que introduce diferencias es la concentración de tensiones. En el cálculo analítico se consideró la concentración de tensiones para una placa con un solo orificio. En la Mecánica de Materiales no existe ningún Modelo para orificios múltiples en una placa, sin embargo el Método de los Elementos Finitos considera la concentración real existente en cualquier modelo tomando en cuenta la forma real del elemento.
4. Por todas estas razones es necesario considerar que el Modelo de Elementos Finitos es válido y se hace necesario introducir algunos coeficientes de corrección para el Modelo Analítico.

### 3.6 Conclusiones Parciales del Capítulo III

1. En el presente Capítulo se abordó la Modelación por Elementos Finitos del plato de Respaldo de la Bomba Master KARL KROYER MP 2C120. El modelo se seleccionó cumplimentando todas las recomendaciones dadas en la literatura para este método lo que permite afirmar que los resultados serán satisfactorios.
2. Durante la aplicación se concluyen las razones de por qué aplicando esta tecnología las tensiones dan menores que las obtenidas por el Modelo analítico.
3. Se confirma la conclusión obtenida ya anteriormente que los orificios verticales perjudican la resistencia de las placas más que los orificios radiales.
4. Se explican las razones por las cuales existen diferencias en la aplicación del MEF entre una placa rellena o maciza en el cual las tensiones máximas dan en el orden del 50 % mayores que en las placas con orificios.
5. Se concluye finalmente que el Modelo de Elementos Finitos es válido y se hace necesario introducir algunos coeficientes de corrección para el Modelo Analítico.



# Conclusiones

---

## Conclusiones Generales

1. De la revisión bibliográfica realizada se logró caracterizar las bombas de diafragma dentro de las bombas de desplazamiento positivo, Se caracterizó igualmente la Bomba Máster MP 2C120, sus particularidades constructivas, principio de funcionamiento, sus diferentes partes, materiales, etc. Finalmente se caracterizó el Plato de Apoyo del diafragma, objeto de estudio del presente trabajo, sus materiales, las averías que han ocurrido en el mismo y la forma en que se ha realizado su recuperación por soldadura.
2. Partiendo de la Teoría de las Placas Planas se desarrolló el Modelo Matemático de una Placa Curva de pequeña curvatura sin orificios. Se obtuvieron las ecuaciones para hallar los momentos flectores en los planos radial y circunferencial y para calcular las tensiones en dichos planos. Las cuales se aplicaron a placas circulares sin orificios con contorno articulado y contorno empotrado, obteniéndose las siguientes conclusiones específicas: En la placa circular sin orificios las tensiones son de tracción en toda la superficie de la placa, siendo cero en su contorno y la tensión máxima ocurre en el centro de la placa siendo la tensión equivalente por la Cuarta Hipótesis de Resistencia da:  $\sigma_{eq} = 65.2 \text{ kN/cm}^2$ . En la placa circular sin orificios las tensiones son de tracción en la zona próxima al contorno en la superficie superior de la placa y de tracción en la superficie inferior de la placa, sin embargo sus valores son inferiores a los de la placa articulada en su contorno, al menos un 50 % más pequeñas y la tensión equivalente por la Cuarta Hipótesis de Resistencia da:  $\sigma_{eq} = 30.54 \text{ kN/cm}^2$ . O sea las placas empotradas son más resistentes que las articuladas.
3. Se desarrollaron sendos Modelo Matemáticos para Placas Curvas de pequeña curvatura con orificios. Se obtuvieron las ecuaciones calcular las tensiones en los planos radial y circunferencial. Las cuales se aplicaron al plato de apoyo de la Bomba Máster MP 2C120 de la Planta Glucosa de Cienfuegos, con orificios verticales y con orificios radiales, con contorno articulado y contorno empotrado, obteniéndose las siguientes conclusiones específicas:

- Las tensiones en las placas curvas con orificios radiales son menores que en las placas curvas con orificios verticales, concluyéndose que la posición vertical de los orificios perjudica a la placa.
- En las placas curvas con contorno articulado con orificios sucede lo mismo que en las placas curvas sin orificios, que las tensiones máximas ocurren en el centro de la placa:

En las placas con orificios radiales estos valores máximos son:

$$\sigma_r = 355 \text{ kN/cm}^2 \text{ y } \sigma_t = 274,9 \text{ kN/cm}^2$$

En las placas con orificios verticales estos valores máximos son:

$$\sigma_r = 358 \text{ kN/cm}^2 \text{ y } \sigma_t = 320,72 \text{ kN/cm}^2$$

- En las placas curvas con contorno empotrado con orificios sucede lo mismo que en las placas curvas sin orificios que las tensiones máximas pueden ocurrir casuísticamente en el centro o en el contorno de la placa:

- En las placas con orificios radiales estos valores máximos son:

$$\sigma_r = 139,83 \text{ kN/cm}^2 \text{ (en el centro) y } \sigma_t = 166,61 \text{ kN/cm}^2 \text{ (en el contorno).}$$

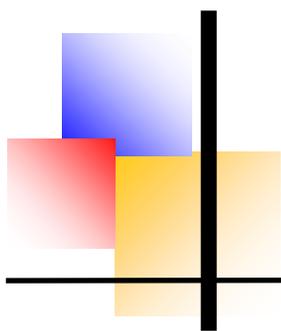
- En las placas con orificios verticales estos valores máximos son:

$$\sigma_r = 141,03 \text{ kN/cm}^2 \text{ (en el centro) y } \sigma_t = -194,37 \text{ kN/cm}^2 \text{ (en el contorno).}$$

4. En el Trabajo se abordó la Modelación por Elementos Finitos del Plato de Respaldo de la Bomba Master KARL KROYER MP 2C120. Es necesario aclarar aquí que en la Modelación por Elementos Finitos no se pudo lograr adecuar las restricciones en el contorno para modelar una placa con una articulación fija en todo el contorno, no obstante, se considera, como se explicó anteriormente, en la realidad ni los contornos perfectamente articulados pueden existir, ni tampoco los contornos perfectamente empotrados, así que las tensiones equivalentes tomarán realmente un valor intermedio entre estos dos valores calculados en función de la rigidez real del contorno, en el caso de los Elementos Finitos que toma en cuenta las deformaciones que se originan en los elementos, los resultados serán más próximos a los reales. Se seleccionó un Modelo con empotramiento en todo el contorno, cumplimentando todas las recomendaciones

dadas en la literatura para este método lo que permite afirmar que los resultados fueron satisfactorios.

5. El Método de los Elementos Finitos contempla la rigidez de los elementos al calcular las tensiones y evidentemente la placa con orificios es mucho menos rígida, se comporta de forma mucho más cercana a una membrana y por lo tanto al ser más flexible las tensiones dan menores.
6. La razón más importante es que el Método de los Elementos Finitos contempla el área real sobre la cual actúa la presión del fluido, esa es la razón por la cual por este método las tensiones máximas en la placa rellena o maciza dan en el orden del 50 % mayor que en las placas con orificios. La relación de áreas netas entre ambas placas es: para la placa maciza:  $A = 94\ 491,5\ \text{mm}^2$  y en la placa con orificios es:  $A = 67\ 539,2\ \text{mm}^2$ , como se aprecia en el orden del 50 % mayor lo que explica las diferencias en este sentido.
7. El otro Elemento que introduce diferencias es la concentración de tensiones. En el cálculo analítico se consideró la concentración de tensiones para una placa con un solo orificio. En la Mecánica de Materiales no existe ningún Modelo para orificios múltiples en una placa, sin embargo el Método de los Elementos Finitos considera la concentración real existente en cualquier modelo tomando en cuenta la forma real del elemento.
8. Por todas estas razones es necesario considerar que el Modelo de Elementos Finitos es válido y se hace necesario introducir algunos coeficientes de corrección para el Modelo Analítico.

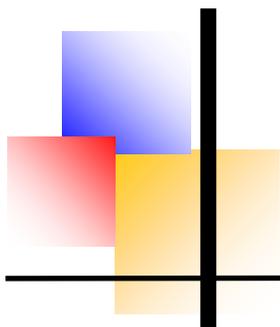


# Recomendaciones

---

## **Recomendaciones**

1. Continuar la investigación rediseñando el plato de empuje con otros diámetros de orificios y diferentes pasos buscando disminuir las tensiones en las placas con el objetivo de evitar las averías.
2. Evaluar la posibilidad de obtener coeficientes de corrección por el Método de los Elementos Finitos para corregir los resultados con los obtenidos con los Modelos Analíticos elaborados para orificios radiales y verticales que aumenten la exactitud de los Modelos Analíticos.



# Bibliografía

---

## Bibliografía

- A. Bertuccio, & G. Vetter. (2001). High pressure process technology: fundamentals and applications.
- A. F. Emery. (2014). An evolution of the use of the finite elements method in the computation of temperature.
- Abel pumptechnology. (2012).
- Alejandro J. Patanella, & Marcos D. Actis. (2012). Placas planas rectangulares de espesor delgado.
- Ampco metal excellence in engineered alloys. (2013).
- Ansi/Aws D1.1-96.structural welding code-stell. (1996).
- Antoni Luszczewski. (2010). Redes industriales de tubería, bombas para agua, ventiladores y compresores.
- Antonio Miravete. (2000). Materiales compuestos.
- Antonio Viedma Robles, & Blas Zamora Parra. (1997). Teoría de máquinas hidráulicas.
- Becker A. (1999). Introduction to nonlinear finite element analysis.University of Nottingham.United Kingdom.
- Beer F.P. (1993). Mecánica de materiales (Segunda.).McGraw-Hill.
- Bela G. Liptak. (1993). Flowmeasurement.
- Bombas a diafragma en aluminio. (2010).
- Bombas de diafragmas. (2013). tecnología hidráulica, 4(1).
- Bombas de membranas de doble efecto. (2012).
- Bombas hidráulicas de membranas HMT. (2012).

- Boris Bagaev, & Hans-Görg Roos. (1998). The Finite elements method on an adapted mesh for a two-dimensional convection diffusion problem. Techn. Univ., Rektor.
- Brian Nesbitt. (2006). Handbook of pumps and pumping: pumping manual international.
- Burgos J.S. (2000). Teoría de los procesos de soldadura. Material de la maestría de ingeniería mecánica.
- Carlos A .Felippa.(2001). Introduction to finite elements methods. Colorado.
- Cemushi D. J. (s. f.). Elementos finitos. Ejemplo de aplicación. Consideraciones sobre el uso de los elementos finitos.
- Chandrupatia T, & Belengundu A. (s. f.). Introduction to finite elements in engineering. USA: Prentice Hall.
- Claudio Matalx. (2006). Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas. Ediciones del Castillo S.A.
- Dobrovolski V. (1970). Elementos de máquinas. Moscú: Mir.
- Dorothy Hoffman, Bawa Singh, & John H. Thomas.(1997). Handbook of vacuum science and technology.
- F. Fitzgerald. (1996). Mecánica de materiales. Alfa Omega S.A.
- G. K. Sahu. (2000). Pumps: rotodynamic and positive displacement types.
- Gerhard Vetter. (1995). Leak-free pumps and compressors.
- Guía de proveedores de las industrias del petróleo, el gas y la petroquímica. (s. f.).
- Igor Kaljevic, Surya N. Patnaik, & Dale A. Hopkins.(1996). Development of finite elements for two-dimensional structural analysis using the integrated force method.
- J. L. Meriam, & L. G. Kraige. (1998). Mecánica para ingenieros: dinámica.
- Javier García de Jalón. (2009, enero 21). Flexión de placas delgadas planas mediante el método de los elementos finitos.

K. Subramanya. (2013). Hydraulic machines.

Kenneth J. (1990). Bombas, selección, uso y mantenimiento. Mc GRAW-HILL.

KubilaySertel.(2003). Multilevel fast multipole method for modeling permeable structures using conformal finite elements.University of Michigan.

L. D. Landau. (2009). Teoría de la elasticidad.

Lev Nelik. (2012). Centrifugal & rotary pumps: fundamentals with applications.

Merle C. Potter, & David C. Wiggert.(2002). Mecánica de fluidos.

Método de los elementos finitos para análisis estructural. Flexión de placas planas. (s. f.).

Michael D. Holloway, ChikezieNwaoha, & Oliver A. Onyewuenyi. (2012). Process plant equipment: operation, control, and reliability.

Michael Volk. (2013). Pump characteristics and applications (Third Edition.).

Mike Tooley. (2009). Plant and process engineering 360.

O.C. Zienkiewicz. (1981). El método de los elementos finitos.

PareshGirdhar, &OctoMoniz. (2011).Practicalcentrifugalpumps.

Pisarenko G.S. (1989). Manual de resistencia de materiales. Moscú: MIR.

R. Gallego Sevilla, G. Rus Carlborg, & A. E. Martínez Castro. (s. f.). Placas delgadas mediante métodos clásicos.

R. Rayner. (1995). Pump users handbook.

Reshetov D. (1985). Elementos de máquinas. La Habana: Pueblo y Educación.

Rex Miller, Mark Richard Miller, & Harry L. Stewart.(2011). Abel pumps and hydraulics.

Sarfaraz K. Niazi. (2011). Disposable bioprocessing systems.

ShigleyJ.E,&MschkeCh R. (1997). Diseño en ingeniería mecánica.España: McGraw-Hill.

Stephen Timoshenko. (1997). Teoría de placas, planas y curvas.

Stephen W. Tsai, & Antonio Miravete de Marco. (1988). Diseño y análisis de materiales compuestos.

Thomas Dietrich. (2011). Microchemical engineering in practice.

Uno Wahren. (1997). Practical introduction to pumping technology: A basic guide.

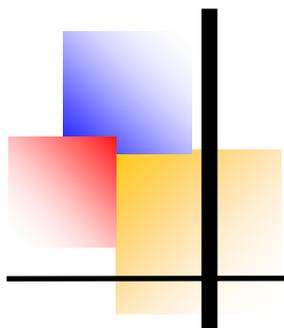
V.I Feodosiev. (1985). Resistencia de materiales. Moscú: Mir Moscú.

V.I. Feodosiev. (1993). Diez conferencias sobre resistencia de materiales. Mir.

Warren E. Rupp, Robert Bean, & Stephen D. Able. (s. f.). Diaphragm pumps.

Wilden. (2005). Chemical resistance.

Wilden. (2012). Bombas neumáticas de diafragmas.



# Anexos

---

## Anexos

### Anexo N°1 Bomba Master Karl KROYER MP 2C120 perteneciente a la Empresa Glucosa Cienfuegos

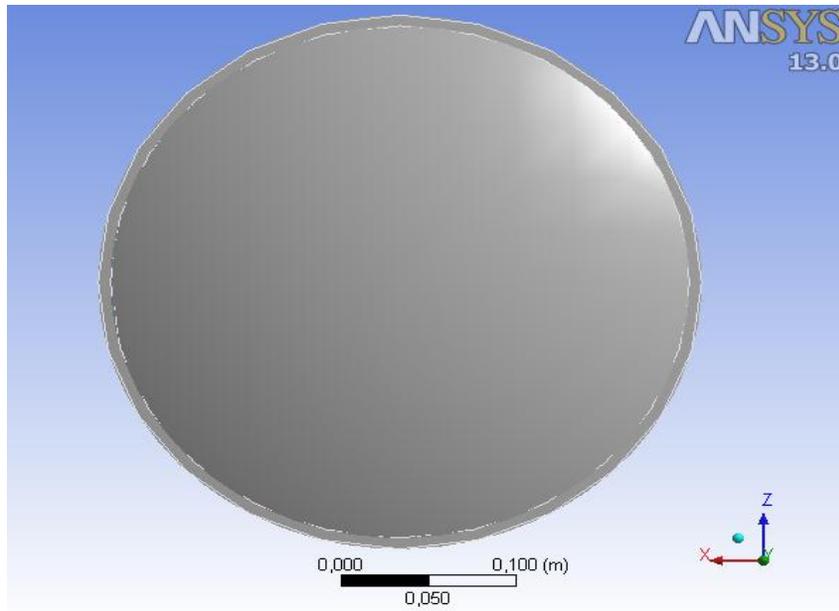


### Anexo N°2 Factor de concentración $\beta_k$ para una placa rectangular con agujero

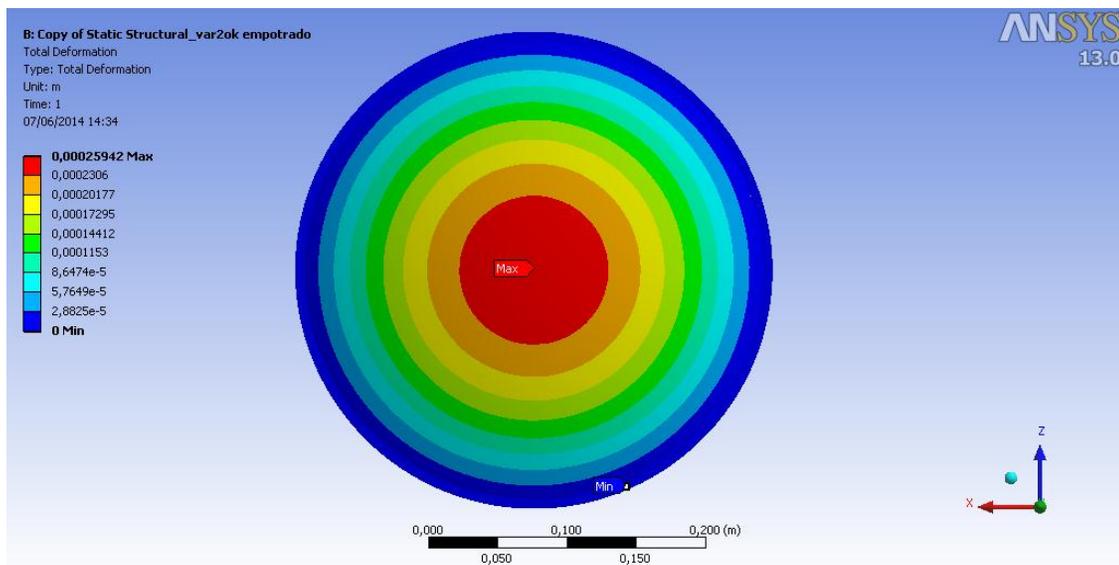
16	<p>Placa rectangular con agujero</p> <p>Tracción-compresión</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>\frac{d}{B}</math></th> <th><math>\alpha</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>3,0</td></tr> <tr><td>0,1</td><td>3,03</td></tr> <tr><td>0,2</td><td>3,14</td></tr> <tr><td>0,3</td><td>3,36</td></tr> <tr><td>0,4</td><td>3,74</td></tr> <tr><td>0,5</td><td>4,32</td></tr> </tbody> </table> <p>Para las aleaciones MA2, MA3, MA5, J1, 16, AK2, AK8, siendo <math>B = 40</math> mm; <math>d = 1-6</math> mm; el espesor <math>h = 1,5-5</math> mm</p>	$\frac{d}{B}$	$\alpha$	0	3,0	0,1	3,03	0,2	3,14	0,3	3,36	0,4	3,74	0,5	4,32	<p>Para los aceros</p> <p>Para los aceros</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>\frac{d}{B}</math></th> <th><math>\sigma_p</math>, kgf/mm<sup>2</sup></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0,3</td></tr> <tr><td>0,1</td><td>0,3</td></tr> <tr><td>0,2</td><td>0,28</td></tr> <tr><td>0,3</td><td>0,25</td></tr> <tr><td>0,4</td><td>0,22</td></tr> <tr><td>0,5</td><td>0,18</td></tr> </tbody> </table>	$\frac{d}{B}$	$\sigma_p$ , kgf/mm <sup>2</sup>	0	0,3	0,1	0,3	0,2	0,28	0,3	0,25	0,4	0,22	0,5	0,18	<p>Para los aceros</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th><math>\frac{d}{B}</math></th> <th><math>\sigma_p</math>, kgf/mm<sup>2</sup></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0,3</td></tr> <tr><td>0,1</td><td>0,3</td></tr> <tr><td>0,2</td><td>0,28</td></tr> <tr><td>0,3</td><td>0,25</td></tr> <tr><td>0,4</td><td>0,22</td></tr> <tr><td>0,5</td><td>0,18</td></tr> </tbody> </table>	$\frac{d}{B}$	$\sigma_p$ , kgf/mm <sup>2</sup>	0	0,3	0,1	0,3	0,2	0,28	0,3	0,25	0,4	0,22	0,5	0,18
$\frac{d}{B}$	$\alpha$																																													
0	3,0																																													
0,1	3,03																																													
0,2	3,14																																													
0,3	3,36																																													
0,4	3,74																																													
0,5	4,32																																													
$\frac{d}{B}$	$\sigma_p$ , kgf/mm <sup>2</sup>																																													
0	0,3																																													
0,1	0,3																																													
0,2	0,28																																													
0,3	0,25																																													
0,4	0,22																																													
0,5	0,18																																													
$\frac{d}{B}$	$\sigma_p$ , kgf/mm <sup>2</sup>																																													
0	0,3																																													
0,1	0,3																																													
0,2	0,28																																													
0,3	0,25																																													
0,4	0,22																																													
0,5	0,18																																													
17	<p>Placa rectangular con agujero</p> <p>Flexión</p>	<p>Para los aceros</p> <p>Para los aceros</p>	<p>Algunos valores de <math>q</math>, siendo <math>B/h = 3</math> y <math>\frac{d}{B} = 0,1-0,9</math></p> <p>Para el acero con <math>\sigma_p = 60</math> kgf/mm<sup>2</sup>, <math>0,37-1,46</math>;  <math>\sigma_p = 80</math> kgf/mm<sup>2</sup>, <math>0,5-2</math>;  <math>\sigma_p = 100</math> kgf/mm<sup>2</sup>, <math>0,63-2,5</math></p>																																											
		1,6-2,5	1,3-1,8	0,2-1,3																																										

## Anexo N°3 Valores obtenidos para ambos casos por el Software ANSYS13

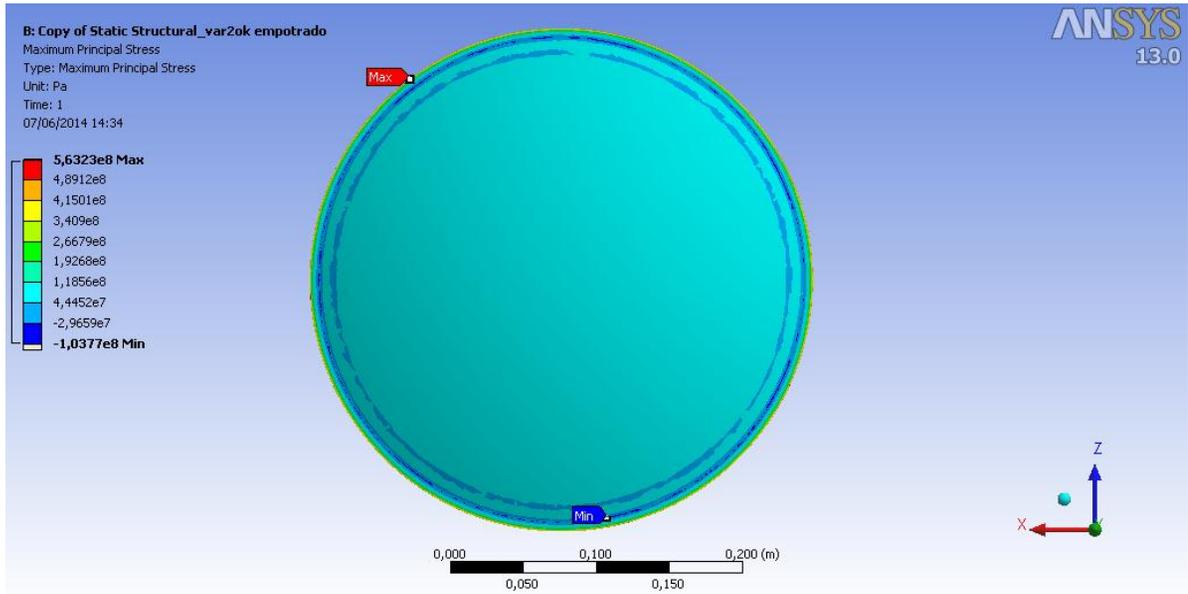
### Análisis Estructural para la placa sin orificios empotrado en su contorno



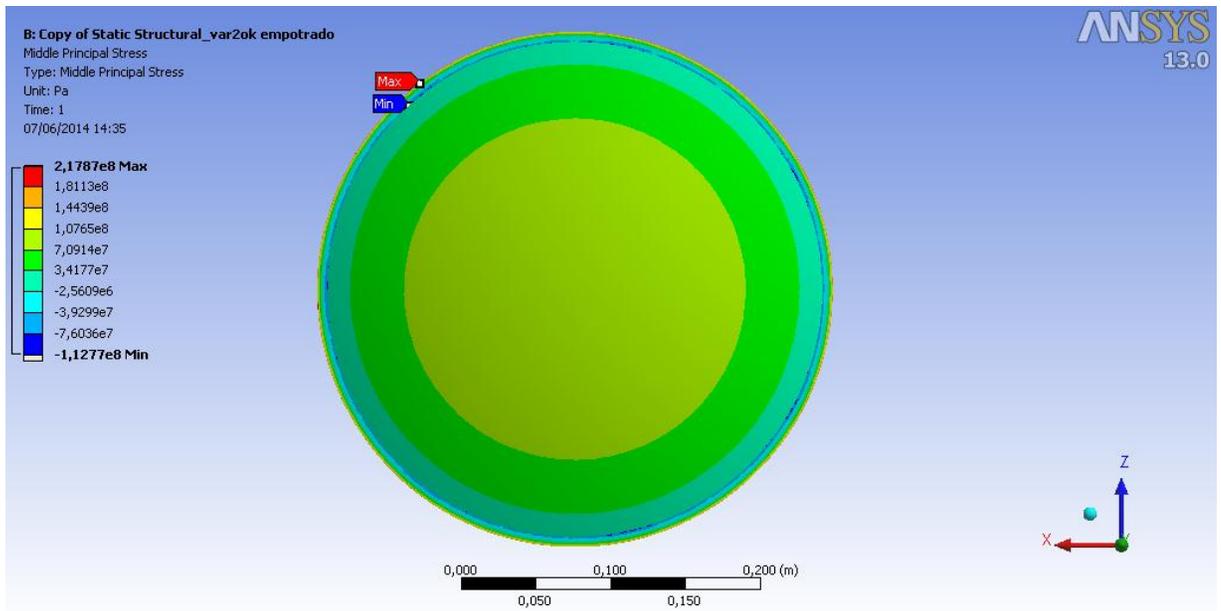
### Anexo N°4 Deformación total.



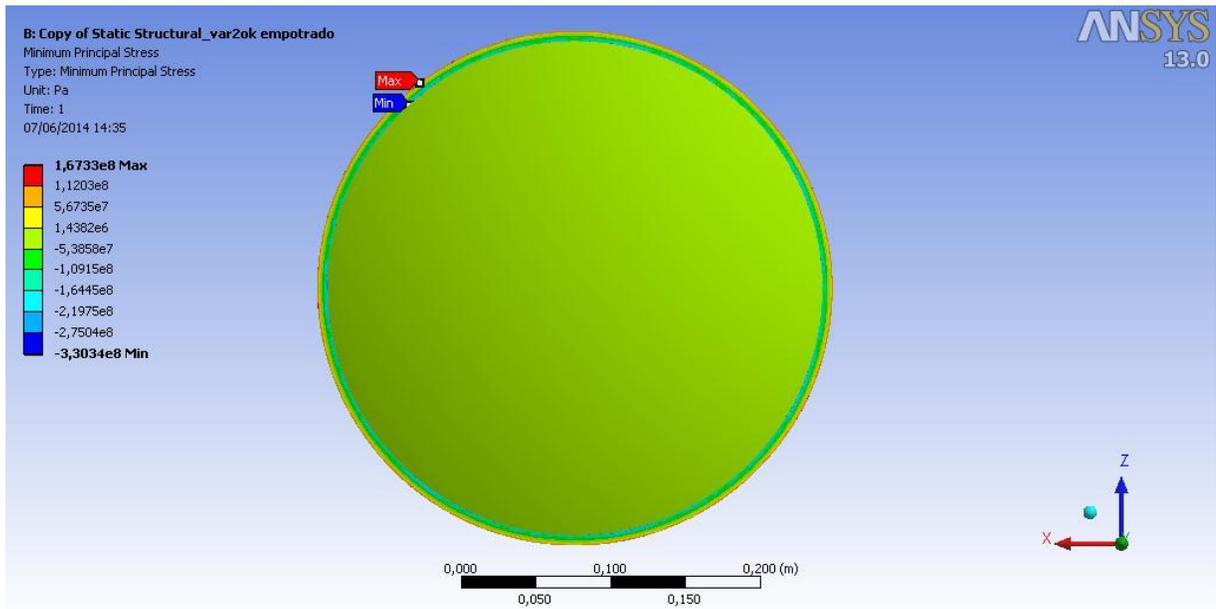
## Anexo N°5 Tensión máxima principal.



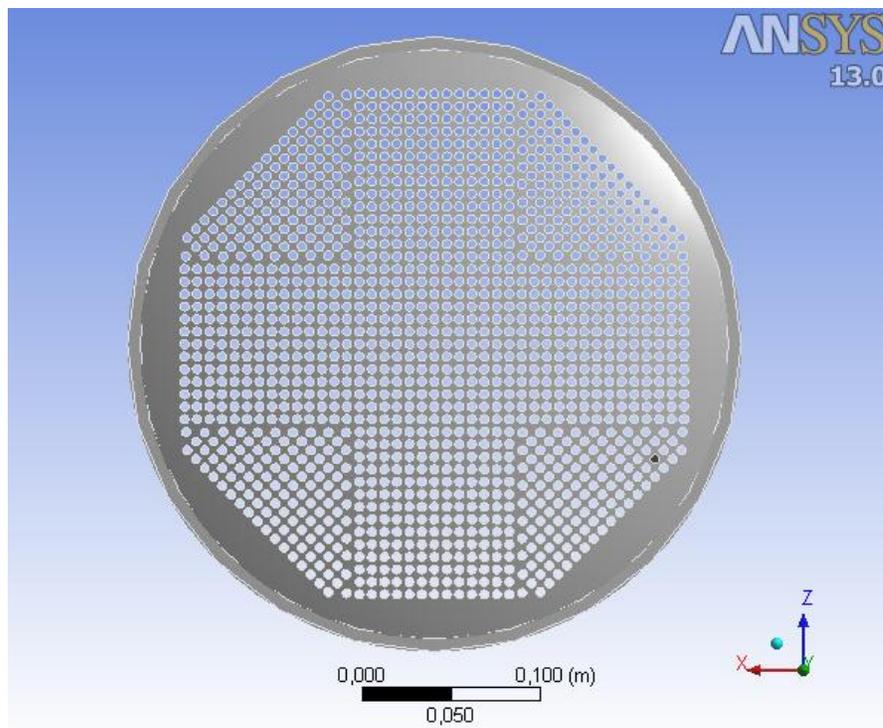
## Anexo N°6 Tensión media principal.



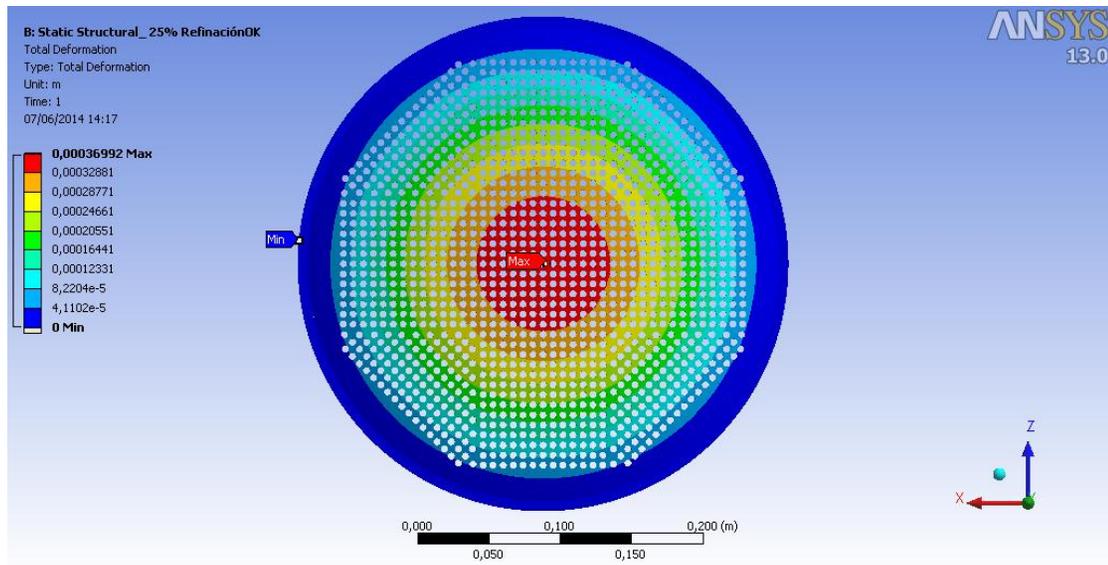
## Anexo N°7 Tensión mínima principal.



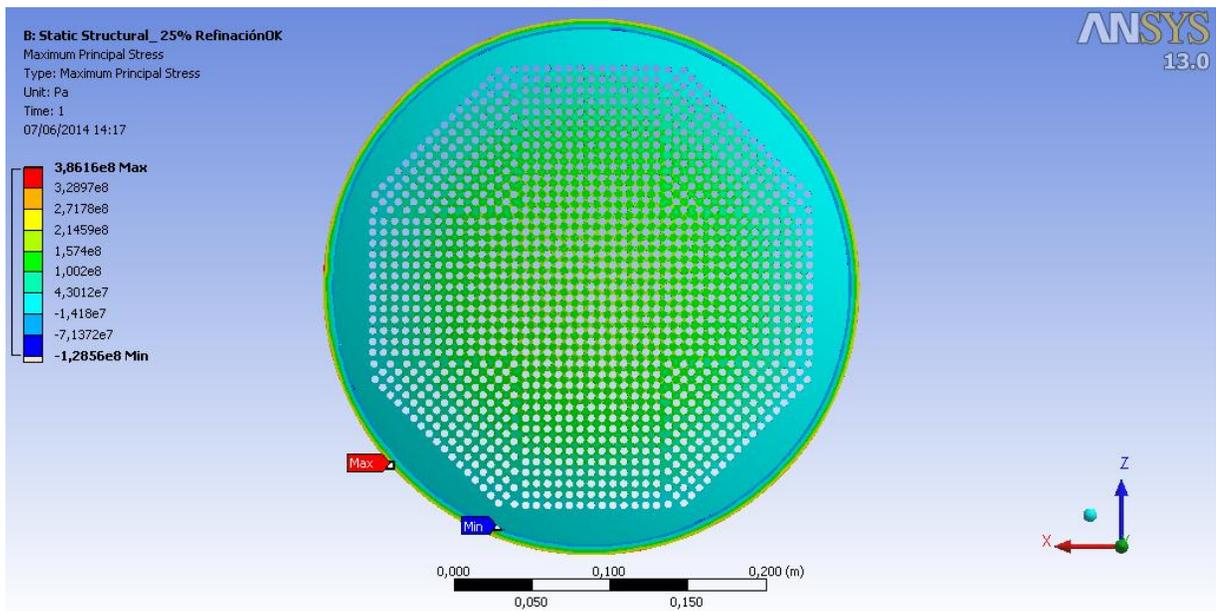
## Análisis Estructural para la placa con orificios verticales empotrado en su contorno.



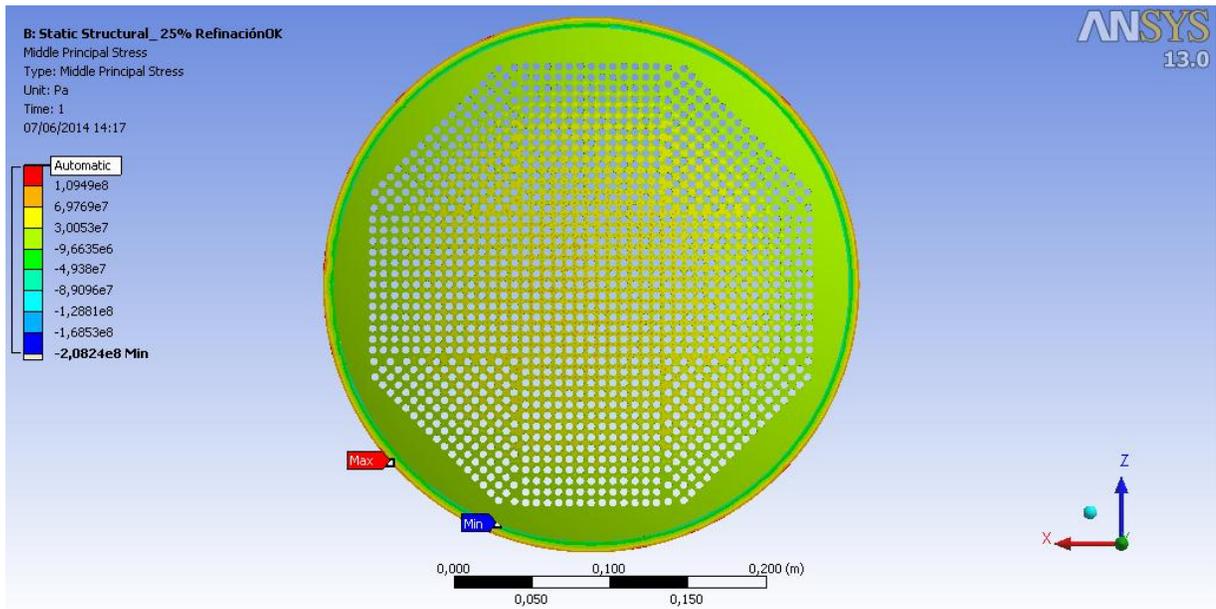
## Anexo N°8 Deformación total de la Placa.



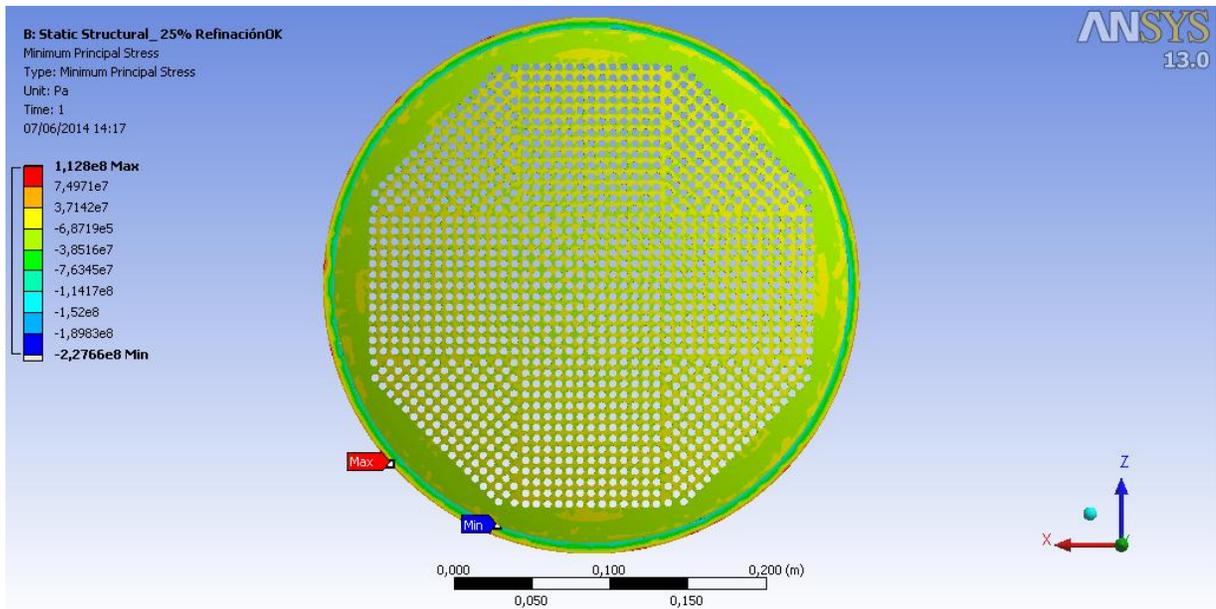
## Anexo N°9 Tensión máxima principal.



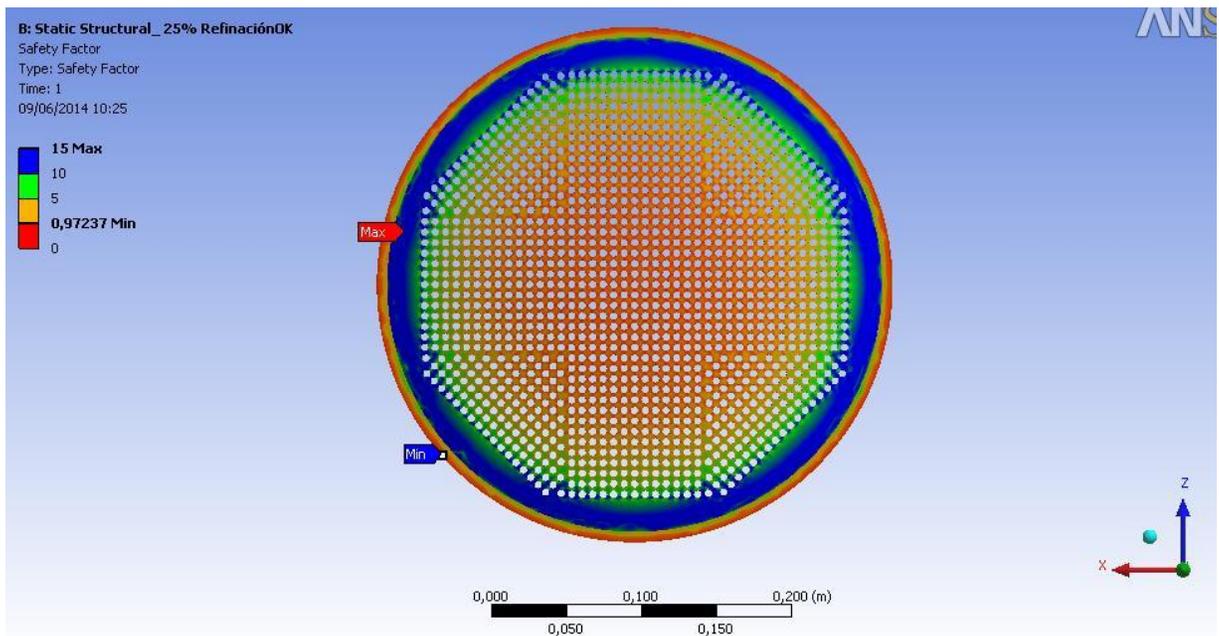
## Anexo N°10 Tensión media principal.



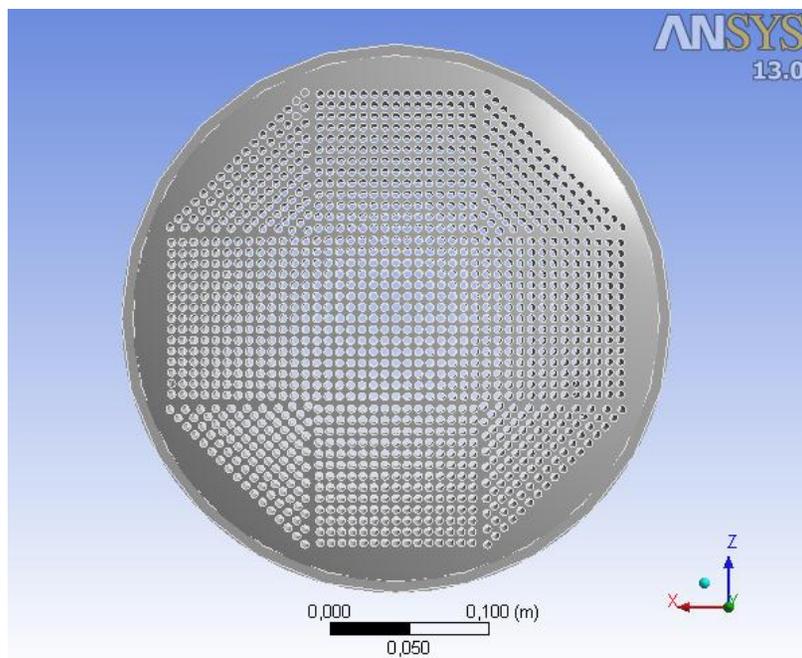
## Anexo N°11 Tensión mínima principal.



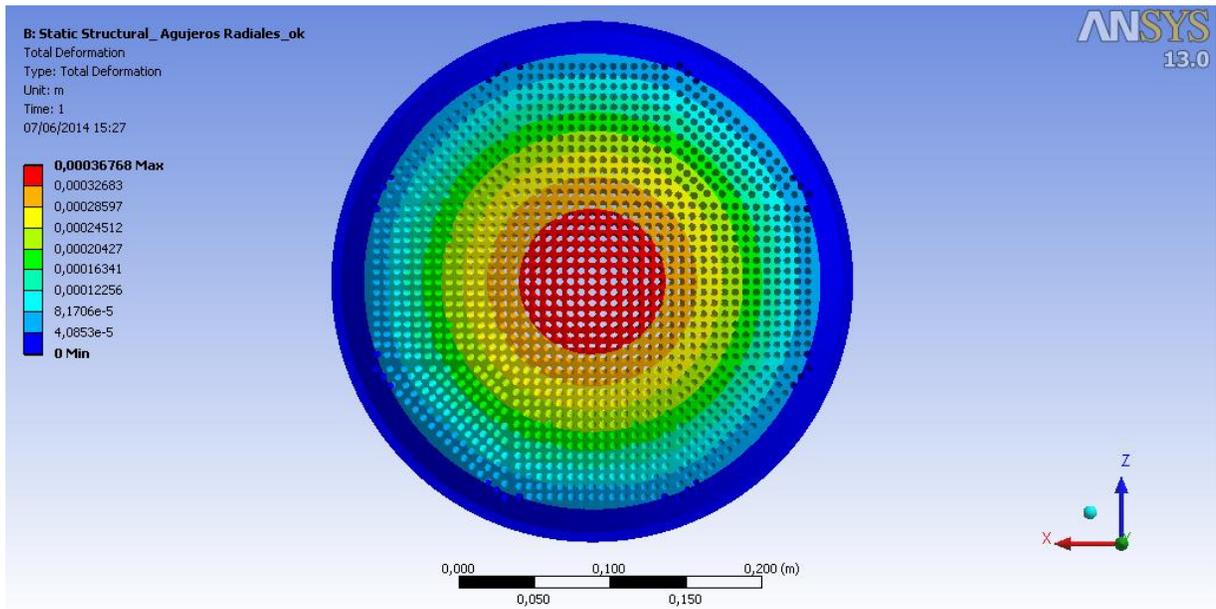
## Anexo N°12 Factor de Seguridad.



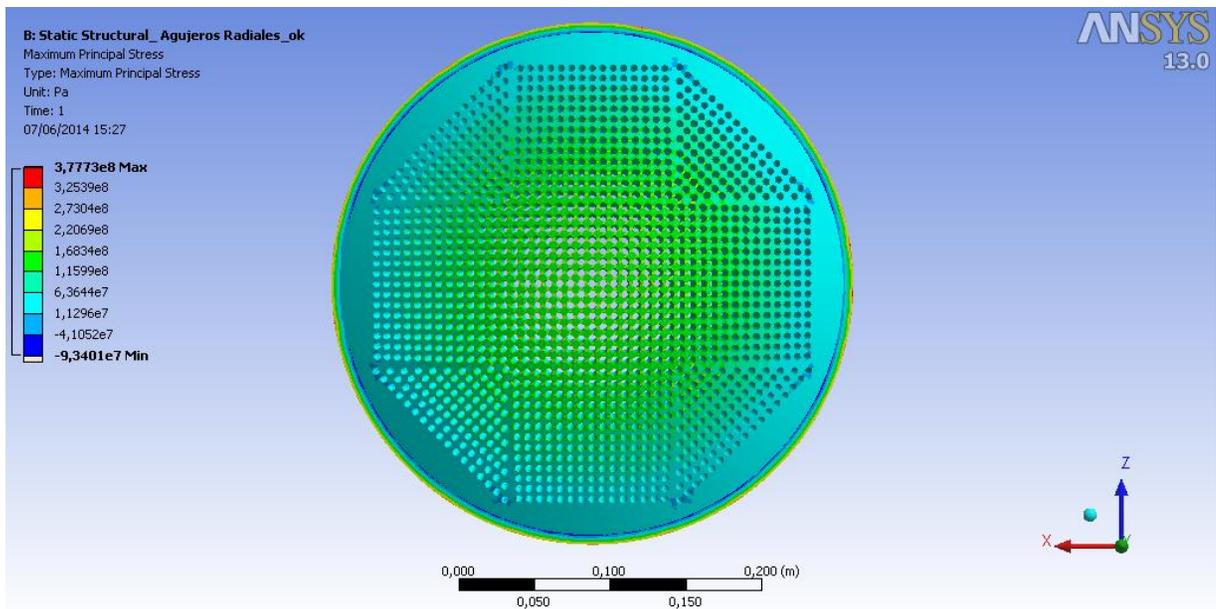
## Análisis Estructural para la placa con orificios radiales empotrado en su contorno



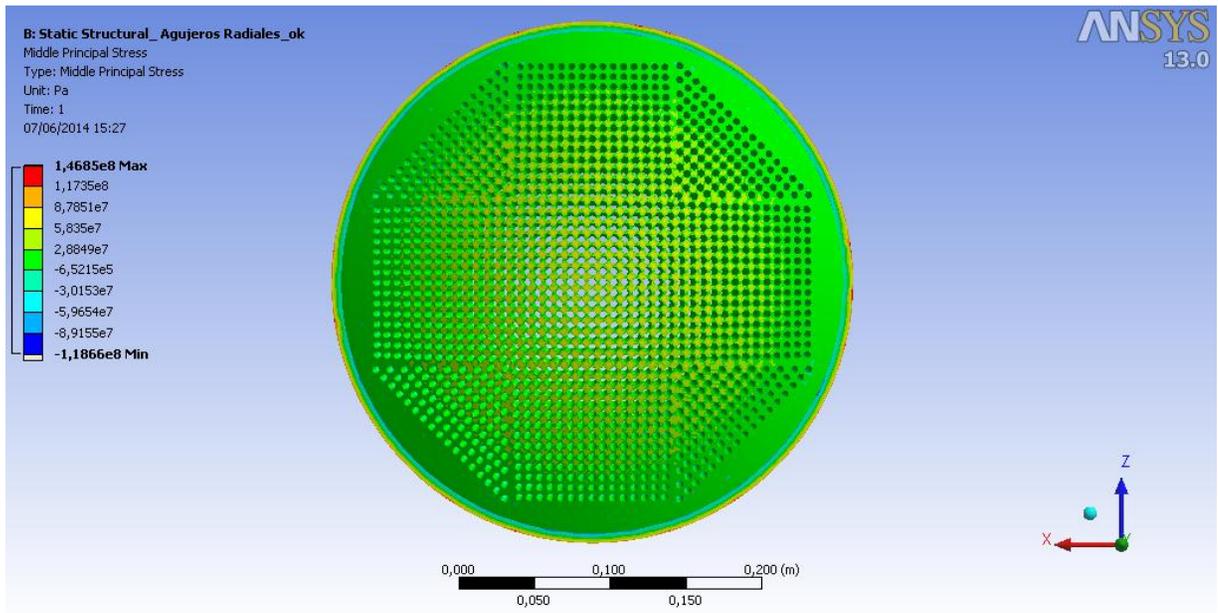
## Anexo N°13 Deformación Total de la Placa.



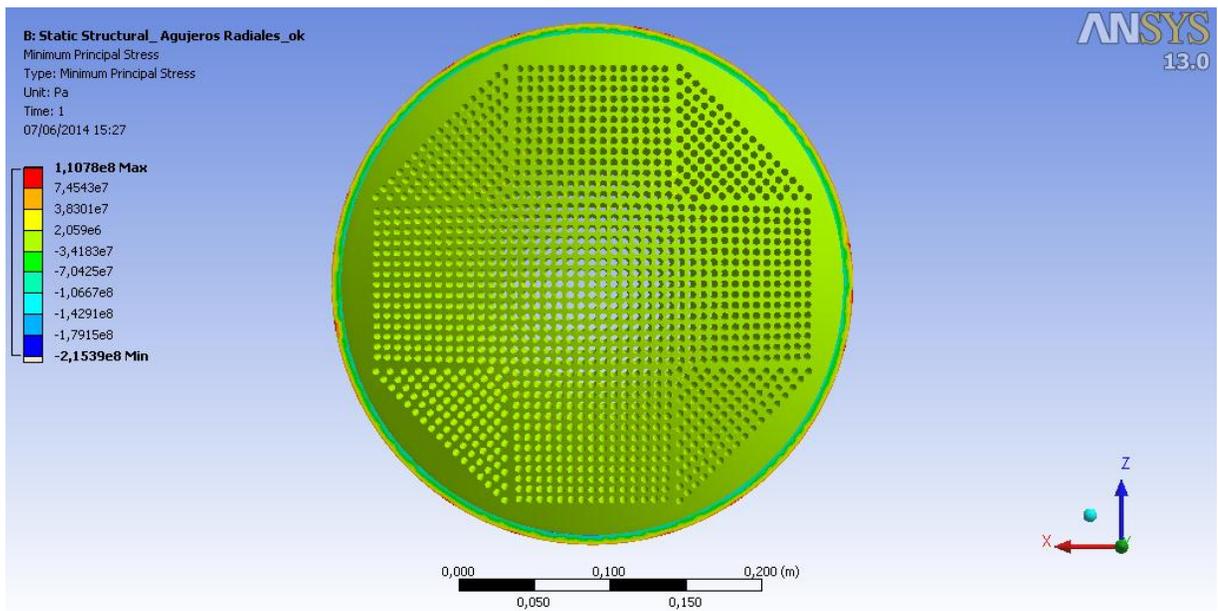
## Anexo N°14 Tensión máxima principal.



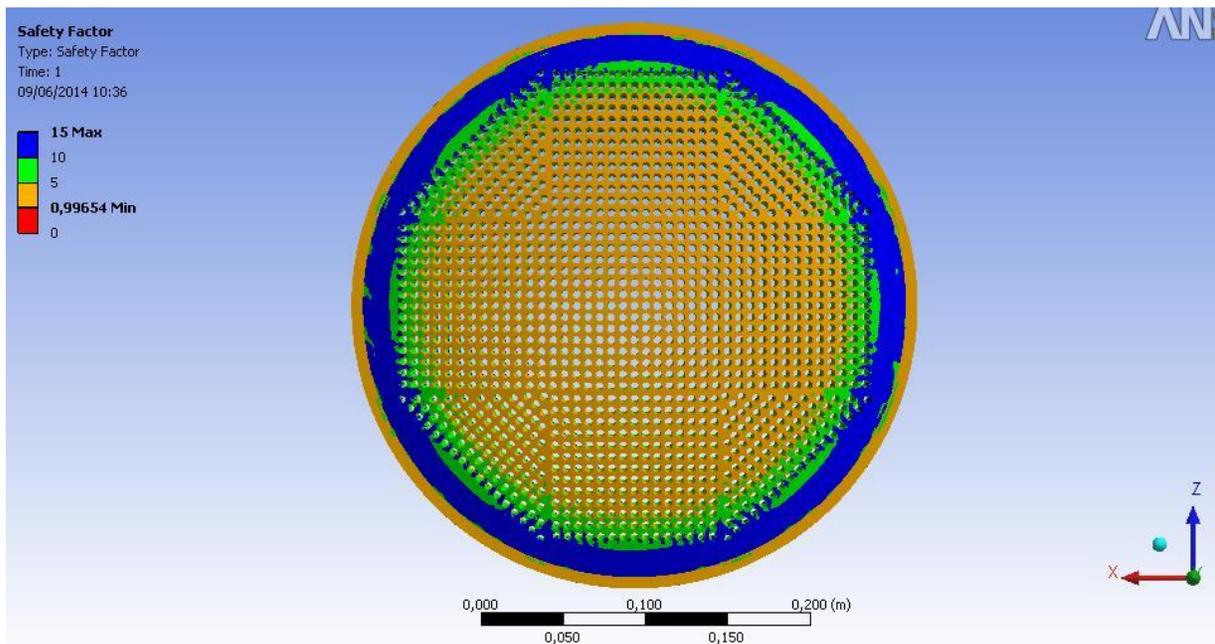
## Anexo N°15 Tensión media principal.



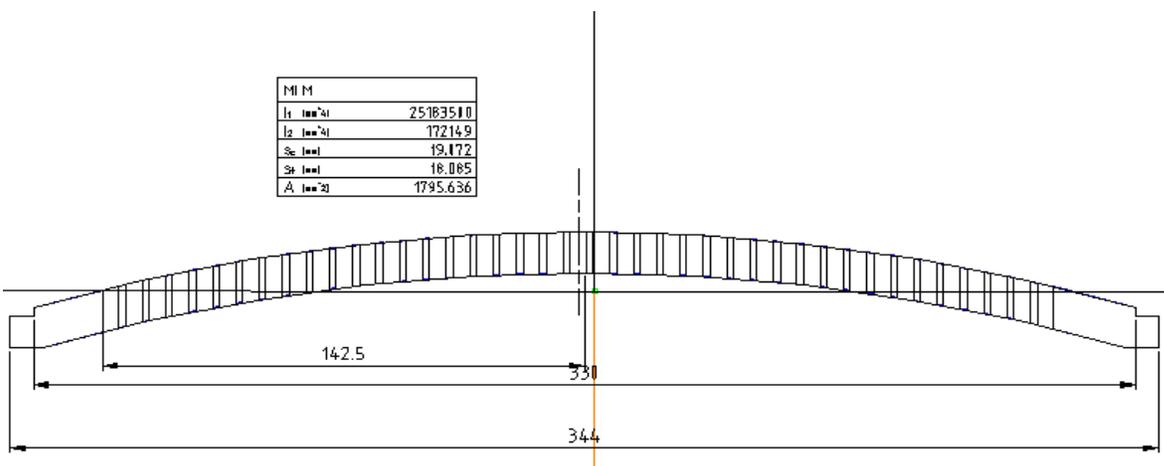
## Anexo N°16 Tensión mínima principal.



## Anexo N°17 Factor de Seguridad.



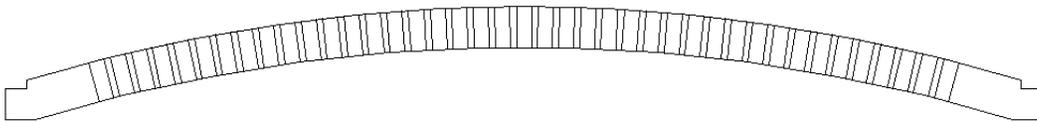
## Anexo N°18 Momento de inercia para la sección de la placa con orificios verticales



El valor del momento de inercia de la sección transversales:  $I_x = 25183500 \text{ mm}^4$

## Anexo N°19 Momento de inercia para la sección de la placa con orificios radiales

$I_1$ [mm <sup>4</sup> ]	25803500
$I_2$ [mm <sup>4</sup> ]	181227.5
$S_c$ [mm]	171.83
$S_f$ [mm]	171.83
$A$ [mm <sup>2</sup> ]	1861.0801

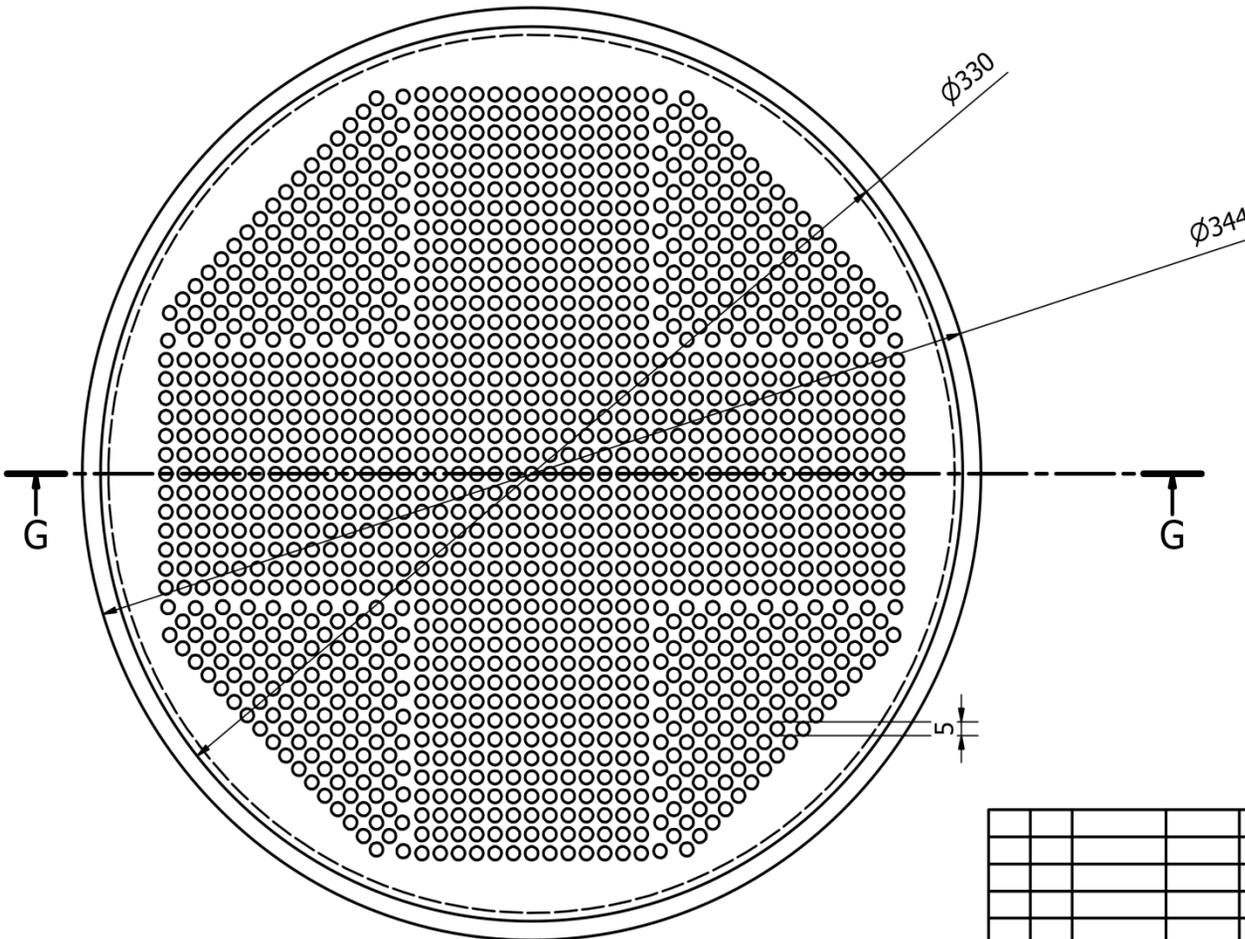
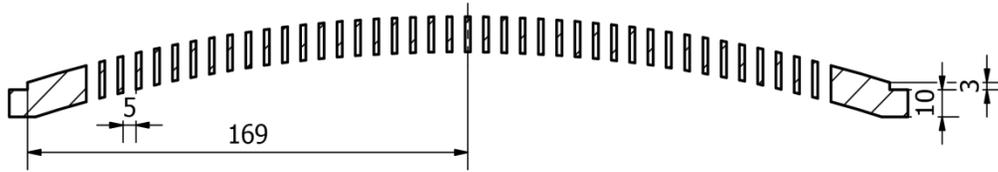


Para el caso de la placa con orificios radiales el valor del momento de inercia de la sección transversal obtenido por el Software AutoCAD Mechanical 2011 es:

$$I_x = 25803500 \text{ mm}^4$$

## Anexo N°20 Diseño del plato perforado con agujeros verticales y radiales

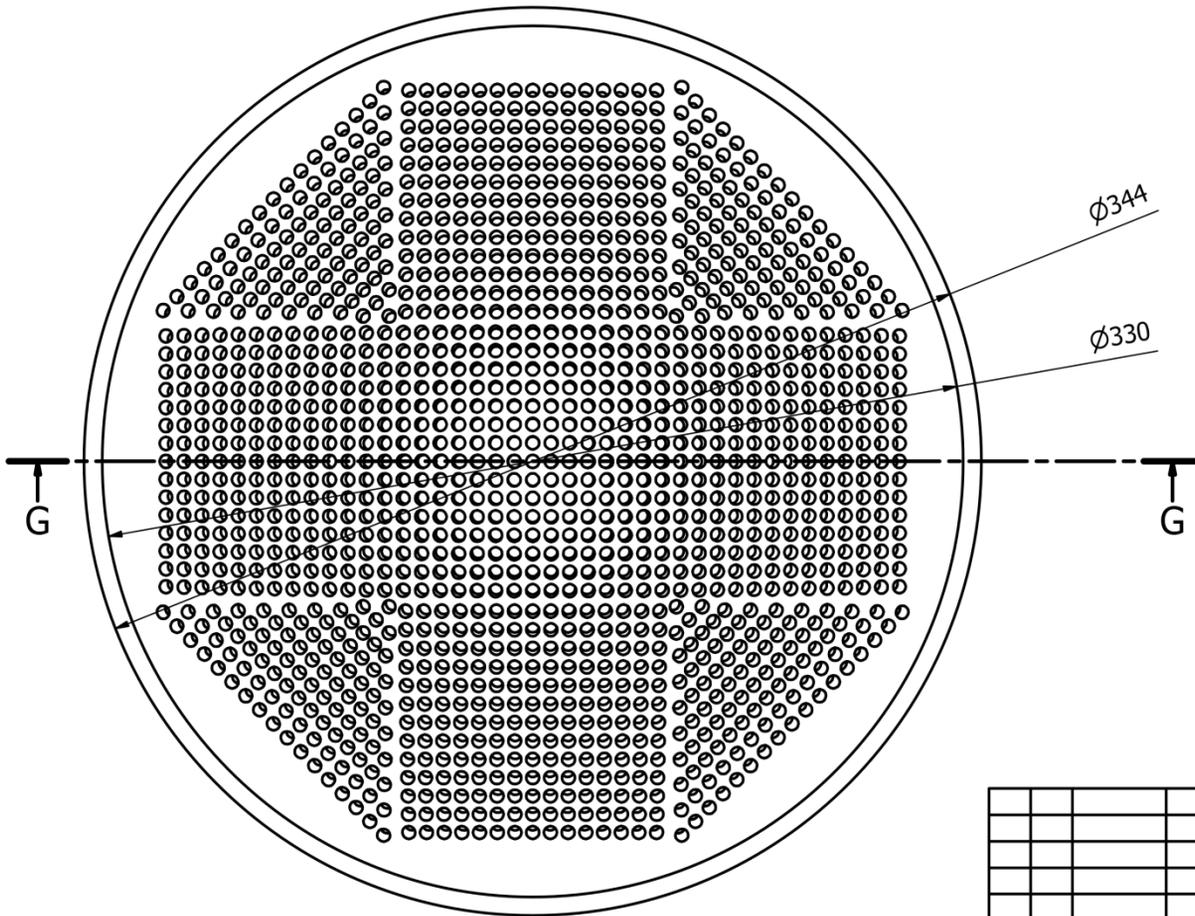
G-G ( 1 : 2 )



Mod	Cant	No. Notif	Firma	Fecha
Dib		R. Jiménez		
Prov				
Rev				
C. Tecn				
C. Norm				
Apr				

Plato Perforado	UCF			
Agujeros Verticales	Masa	Escala	Hoja	C. Hoja
		E 1:2		

G-G ( 1 : 2 )



Mod	Cant	No. Notif	Firma	Fecha
Dib		R. Jiménez		
Prov				
Rev				
C. Tecn				
C. Norm				
Apr				

Plato Perforado  
Agujeros Radiales

UCF			
Masa	Escala	Hoja	C. Hoja
	E 1:2		