

Facultad de Ingeniería Colectivo de Mecánica Aplicada.

TRABAJO DE DIPLOMA

TITULO: Modelo Matemático para caracterizar la rigidez lineal de una empaquetadura blanda de una bomba centrífuga y su validación experimental.

Autor: Jannoyi García Cabrera.

Tutores: Dr. Rafael Antonio Goytisolo Espinosa.

Ing. Raúl Alfonso Rodríguez.

Junio 2014 "Año 56 de la Revolución" Declaración de autoridad.



Facultad de Ingeniería Mecánica.

Hago constar que el presente trabajo fue realizado en la Universidad de Cienfuegos, como parte de la culminación de los estudios en la especialidad de Ingeniería Mecánica; autorizando a que el mismo sea utilizado para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total, y además no podrá ser presentado en eventos ni publicado sin la aprobación de la Universidad de Cienfuegos.

Firma	a del Autor
Los abajo firmantes certificamos que el p acuerdo de la dirección de nuestro centro tener un trabajo de esa envergadura, refo	y el mismo cumple los requisitos que debe
	Científico – Técnica Firma
Firma de Vicedecano	Firma de Tutor
Sistema de Docur	mentación de Proyectos

DEDICATORIA

- Dedico este trabajo de diploma: A mis padres Gladys y Irolando: por haber formado el ser que soy, por brindarme siempre su incondicional amor, apoyo y comprensión en la realización de este sueño.
- A mis compañeros de trabajo y amistades que de una forma u otra tuvieron que ver con este anhelo, por haber estado a mi lado y confiado en mí.
- A mi esposa e hijos por su esmerado esfuerzo para conmigo.

.

AGRADECIEMIENTOS

- A Dios, que es mi guía y mi refugio todos los días.
- A mis familiares por su apoyo incondicional y entusiasmo.
- A mis tutores: Rafael Goytisolo Espinosa y Raúl Alfonso Rodríguez por su incondicional ayuda en la culminación de este trabajo.
- A mis compañeros y amigos que aportaron su esfuerzos.
- En fin a los que me han acompañado de una forma u otra en el cumplimiento de este sueño. A todos.

MUCHAS GRACIAS.



RESUMEN

En este trabajo se profundizó en los detalles constructivos de las distintas partes de una bomba centrífuga, en especial de las empaquetaduras. Se profundizó en la literatura acerca de los apoyos clásicos empleados en los árboles de las máquinas y en el empleo de los esquemas de análisis con apoyos elásticos. Se utiliza un modelo Matemático para la rigidez de la empaquetadura que permite calcular la fuerza de reacción en la misma si se conocen las dimensiones de las empaquetaduras y el módulo de elasticidad de su material en dependencia de su desplazamiento radial y viceversa. Se hallaron las dependencias teóricas entre el desplazamiento y la carga aplicada a un prensa estopas con seis empaquetaduras: para el material amianto y teflón. Se construyó una instalación experimental compuesta de un prensa estopas real de una bomba de la Refinería de Petróleo "Camilo Cienfuegos" la cual fue preparada para apoyarla en las base de una prensa hidráulica existente en la propia Refinería.. Se midieron los desplazamientos reales producidos en la instalación experimental y se hizo una comparación de los resultados.

Índice

Introducción	1
Capítulo I: Particularidades constructivas de los árboles, cojinetes y empaquetaduras de las	
1.1 Partes estructurales principales de las bombas centrífugas. Materiales que se emplean.	3
1.1.1 Características fundamentales de los cuerpos, árboles y apoyos de los árboles de los centrífugas	
1.1.2 Empaquetaduras de las bombas centrífugas.	7
1.1.4 Álabes guías y conductos de aspiración y descarga	11
1.1.5 Bases de cimentación	11
1.2 Los soportes de los árboles de las máquinas.	12
1.3 Investigación experimental del coeficiente de rigidez de los cojinetes de rodamientos	14
1.4 Fuerzas axiales y radiales sobre los impelentes de las bombas centrífugas	17
1.4.1 Fuerzas axiales	17
1.5 Conclusiones parciales del Capítulo I.	21
Capítulo II Desarrollo del método general de cálculo de los árboles de las bombas centrífug considerando los cojinetes de rodamientos como empotramientos parcialmente elásticos y	las
empaquetaduras como apoyos elásticos suplementarios	
2.1 Utilización del Método de las Fuerzas en la solución de árboles hiperestáticos	
2.2 Utilización del Método de las Fuerzas en el caso de apoyos linealmente elásticos	
2.3 Las empaquetaduras como apoyos linealmente elásticos	
2.4 Esquema de Análisis del árbol de una bomba centrífuga multietápica considerando los cojinetes de apoyos como empotramientos parcialmente elásticos y las dos empaquetadus apoyos elásticos suplementarios.	ras como
2.5 Solución por el Método de las Fuerzas	
2.6 Conclusiones parciales del Capítulo II.	
Capítulo III Comportamiento del Modelo Analítico elaborado para el desplazamiento lineal	
de una empaquetadura blanda y su validación experimental	
3.1 Modelo Matemático para el desplazamiento lineal de una empaquetadura blanda	35
3.2 Montaje de la instalación experimental	38
3.2.1 Montaje de las empaquetaduras	38
3.2.2 Montaje de la pieza en la prensa	39
3.2.3 Montaje de los comparadores de carátula	40

3.3 Obtención de las mediciones	41
3.4 Conclusiones Parciales del Capítulo	45
Conclusiones Generales	46
Recomendaciones	47
Bibliografía	48
Anexos	50

Introducción

Introducción

Los soportes de los árboles de las máquinas históricamente se han idealizado a través de tres esquemas de análisis típicos: el apoyo articulado móvil, el apoyo articulado fijo y el apoyo empotrado, sin embargo, estos esquemas idealizados se alejan en cierta medida de la realidad. Los apoyos articulados provocan en los mismos: fuerzas internas, tensiones, flechas y pendientes mucho mayores que los reales y los apoyos empotrados: fuerzas internas, tensiones, flechas y pendientes mucho menores que las que existen en la realidad. Estas insuficiencias de los esquemas de análisis se han asimilado históricamente a través del controvertido factor de seguridad, encargado de llevar sobre su espalda todas las imprecisiones e incertidumbres de los cálculos. El presente trabajo es parte del desarrollo de una nueva metodología para el cálculo de árboles de bombas centrífugas utilizando un esquema de análisis con apoyos y empotramientos elásticos en el cual se consideran las empaquetaduras como apoyos elásticos suplementarios y se toma en cuenta la rigidez angular real de los cojinetes de rodamientos. La Novedad Científica del trabajo es precisamente que como parte de la Metodología creada se amplían las posibilidades de calcular las diferentes partes del árbol de una bomba centrífuga e incluso la posibilidad de evaluar la capacidad resistente del árbol en sus diferentes zonas durante su recuperación. En el presente trabajo se describe precisamente la creación del Nuevo Método para el Cálculo de Arboles, utilizando el Esquema de Análisis de apoyos considerados como empotramientos elásticos que permite evaluar además la influencia de las empaguetaduras como apoyos elásticos suplementarios y la rigidez angular de los cojinetes de rodamientos empleados, en la resistencia del árbol y poder precisar de esta manera la posibilidad de emplear diferentes aceros, incluso inoxidables de menor resistencia mecánica que los aceros ferríticoperlítico comunes, pero de gran resistencia a la corrosión, lo que puede ser precisamente la causa de la destrucción de muchos árboles de bombas centrífugas..

Ante esta **Situación Problémica** se formuló la **Hipótesis** que era posible, aplicando los nuevos conceptos sobre elasticidad angular de los cojinetes de rodamientos (Goytisolo, 2006, Hidalgo, 2009) y la novedosa consideración en la práctica de las empaquetaduras de las bombas como apoyos elásticos suplementarios (Goytisolo y Alfonso, 2010) desarrollar un procedimiento general de cálculo para árboles de bombas centrífugas, considerando el efecto favorable de estas influencias y demostrando experimentalmente la validez del modelo de empaquetadura considerada como apoyo elástico suplementario.

El **Objetivo General** del presente trabajo es por lo tanto:

Construir una Instalación Experimental que permita evaluar el comportamiento de la deformación de una empaquetadura bajo cargas radiales al árbol y comparar los resultados experimentales con los calculados con el Modelo Analítico creado de una empaquetadura como apoyo elástico ideal.

Los Objetivos Específicos son:

- 1. Investigar en la literatura las particularidades del diseño y cálculo de los prensa estopas de las bombas centrífugas cuando se emplean empaquetaduras blandas.
- 2. Construir la instalación experimental y montarla en una prensa hidráulica de manera que sea posible medir los desplazamientos lineales que se originan en el árbol al aplicarle a la empaquetadura una carga radial conocida.
- Comparar los resultados experimentales con los calculados para el Modelo Analítico creado de una empaquetadura como apoyo elástico ideal.

Las **Tareas de Investigación** se pueden sintetizar como sigue:

- Profundizar en los aspectos constructivos y de funcionamiento de las bombas centrífugas y en particular en los aspectos relacionados con las fuerzas radiales y axiales en los impelentes y en la construcción y cálculo de los prensa estopas y en los materiales de las empaquetaduras.
- Profundizar en la metodología general de árboles con cojinetes de rodamientos como apoyos y en el Modelo Matemático creado para las empaquetaduras como apoyos elásticos suplementarios.
- 3. Construir una instalación experimental que permita medir los desplazamientos radiales de un prensaestopas real de una bomba centrífuga con diferentes tipos de empaquetaduras para validar el modelo analítico de una empaquetadura de una bomba como apoyo elástico suplementario.
- 4. Determinar analíticamente los desplazamientos radiales de las empaquetaduras como apoyos elásticos suplementarios utilizando para ello el Modelo Matemático elaborado en el Capítulo II, en función de las dimensiones, su material y condiciones de carga y comparar estos desplazamientos con los valores experimentales obtenidos en el trabajo.

Capítulo I: Particularidades constructivas de los árboles, cojinetes y empaquetaduras de las bombas centrífugas.

1.1 Partes estructurales principales de las bombas centrífugas. Materiales que se emplean.

1.1.1 Características fundamentales de los cuerpos, árboles y apoyos de los árboles de las bombas centrífugas.

Las partes principales de una bomba centrífuga son: la rueda de trabajo o impelente, el árbol con las piezas de sujeción de las ruedas y de protección contra el desgaste con ayuda de prensaestopas y sus empaquetaduras, cojinetes, manguito de unión, cuerpo, dispositivos guías, tubuladuras de aspiración y de descarga, tornillos de apriete y de sujeción. Las ruedas de trabajo se fabrican de distintas tipos de hierro fundido, acero al carbón y aleados, aleaciones de metales no ferrosos y de materiales cerámicos. El empleo de uno u otro material se determina por las condiciones de trabajo, las dimensiones y la frecuencia de rotación, así por el género del líquido que se trasiega.

Las ruedas de las bombas pequeñas para agua pura y líquidos no agresivos de baja temperatura se funden de hierro gris para construcciones. Las bombas centrífugas para la alimentación de las calderas de alta presión tienen dimensiones considerables y alta frecuencia de rotación. Ellas suministran agua a cierta temperatura, por lo cual las ruedas de trabajo de estas bombas se confeccionan de acero al cromo-níquel. Las ruedas de las bombas para el desplazamiento de mezclas de tierra con escoria se hacen de función blanca. Las bombas para la industria tienen ruedas fabricadas de aleaciones especiales, de cerámica o de plásticos. Las bombas para el trasiego de agua de mar se hacen por ejemplo de bronce.

Las ruedas de grandes dimensiones tiene un cubo de longitud considerable; esto dificulta su ajuste preciso sobre el árbol. Para facilitar el encaje el cubo se mandrina por dentro en dos diámetro, y se ajusta cada diámetro interior por separado, esto facilita el arme y desarme.

A las superficies fundidas de las ruedas se les plantean exigencias especiales: estas superficies deben poder pequeña rigurosidad para disminuir las pérdidas internas. Las superficies interiores y testal del cubo, así como las superficies de los anillos de empaquetaduras deben ser sometidas a tratamientos térmicos.

El árbol de la bomba es una pieza de gran importancia; en el caso de alta frecuencia de rotación él experimenta la acción de grandes fuerzas trasversales. Al calcular la resistencia y la rigidez del árbol se toman en consideración las siguientes cargas

exteriores: el momento torsor transmitido desde el motor, el propio peso del árbol y las piezas montadas sobre él, las fuerzas transversales, condicionadas por el suministro y la descarga asimétrica del líquido y la inexactitud del equilibrado de las ruedas. Los árboles se fabrican de productos laminados o forjados. En ambos casos se puede realizar o no tratamientos térmicos. Como material para los árboles sirven como regla los aceros al carbono para construcciones y aleados especiales.

El árbol con las piezas encajadas en él lleva el nombre de rotor de la bomba. Los rotores de las bombas centrífugas se equilibran, con la particularidad de que en las bombas pequeñas se realiza el equilibrio estático y el dinámico.

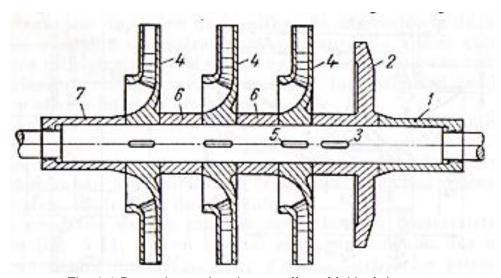


Fig. 1.1 Rotor de una bomba centrífuga Multietápica.

En la Fig. 1.1 se muestra el corte longitudinal del rotor de una bomba de tres etapas con equilibrado de la fuera axial con la ayuda de un disco de descarga. El encaje de las piezas sobre el árbol se realiza aquí de la manera siguiente. En la rosca del extremo derecho del árbol se coloca el casquillo cilíndrico 1, que protege el árbol del desgaste con ayuda de una empaquetadura de prensaestopas. En el extremo izquierdo del casquillo 1 se apoya la superficie testal del disco de descarga 2. El cual se retiene contra el giro en el árbol con auxilio de la chaveta insertada 3. Directamente en el extremo izquierdo del cubo de este disco se apoya el extremo del cubo de la tercera rueda de trabajo 4. Esta última se fija en el árbol con ayuda de la chaveta insertada 5, calculada para trasmitir del árbol a la rueda una potencia igual a la suma de la potencia interna de la rueda y la potencia de rozamiento del disco. Las ruedas de trabajo se separan una de otra con ayuda de los manguitos separadores 6. Con el cubo de la primera rueda de trabajo linda el casquillo de protección izquierdo 7, el cual, con ayuda del casquillo roscado 1, aprieta compactamente

contra el árbol todas las piezas encajadas en él. El rotor armado de tal modo, al apretar fuertemente los casquillos forma como si fuera una sola pieza. El árbol como se aprecia queda prácticamente aislado del contacto con el líquido, pero esto no lo exime de la posible erosión y corrosión del mismo. El tratamiento de las superficies testales de todas las piezas encajadas sobre el árbol debe ser especialmente preciso. De lo contrario, al apretar los casquillos 1 y 7 surge inevitablemente la flexión del árbol, que provoca el encorvamiento del rotor y la vibración de la bomba durante el servicio, producto de dicha deflexión.

Los cojinetes de las bombas centrífugas se seleccionan de distintos estructura. Las bombas de pequeña potencia, como regla, van dotadas de cojinetes radiales rígidos de bolas y soportes de modelos normales. El engrase de estos se realiza, habitualmente, con grasa consistente y, con menos frecuencia, con lubricante líquido del baño en el cuerpo del cojinete. Las bombas centrífugas de mayores dimensiones se construyen con el empleo de cojinetes de rodillos cilíndricos o cónicos. Las grandes bombas con gran caudal se hacen con cojinetes de deslizamiento. En unos casos se emplea la lubricación por aro, con ayuda de anillos que cuelgan libremente del árbol y que elevan el aceite lubricante al árbol desde el depósito en el cuerpo del cojinete; en otros casos el aceite lubricante se suministra a los cojinetes con ayuda de una bomba, por circulación. Se conocen casos cuando en las bombas centrífugas grandes se emplean cojinetes de deslizamiento segmentados.

Para acoplar los árboles de las bombas y motores lo más cómodo es el empleo de acoplamientos elásticos de distintas estructuras, que previenen la transmisión de las excentricidades y las vibraciones del árbol de la bomba al árbol del motor y viceversa. El acoplamiento elástico se debe encajar en los árboles de la bomba y el motor con la mayor precisión, sin apriete excesivo y deformaciones. Esto se exige porque las superficies exteriores tratadas del acoplamiento durante el montaje se efectúan los ajustes de la coincidencia de los ejes geométricos de los árboles.

El cuerpo de la bomba se hace de dos formas constructivas principales: 1) En secciones.

2) Con acoplamiento horizontal. El cuerpo en secciones consta de varias secciones principales y dos de cierre, en las cuales se encuentran las tubuladuras de aspiración y de impulsión. La última etapa de presión se dispone ordinariamente en la sección de cierre, que lleva la tubuladuras de impulsión de la bomba. Cada sección representa una envoltura cilíndrica de paredes gruesas de hierro colado, de fundición de acero o de metales no ferrosos, que incluye el diafragma separador, y también los dispositivos guía

directo e inverso. Una gran ventaja del cuerpo en secciones es la posibilidad de crear de las secciones iguales bombas de distintas presiones. En este caso varían solamente las dimensiones del árbol, de los tornillos de apriete y de la placa. Los defectos del cuerpo en secciones son la complejidad del montaje y el pequeño acceso en las ruedas de trabajo para su revisión. Para la inspección y reparación de las ruedas de una bomba en secciones es necesario retirar los tornillos de apriete y quitar sucesivamente todas las secciones, desmontando simultáneamente el rotor.

El cuerpo con desacoplamiento horizontal consta de dos mitades enteramente fundidas de hierros colado o acero, la inferior de las cuales lleva las tubuladuras de aspiración o de impulsión. La última a propósito, no es obligatoria, pese a que crea una gran comodidad durante el desmontaje y la reparación de la bomba.

En las bombas de etapas múltiples, en las mitades del cuerpo van montados los diafragmas y las paletas de los dispositivos guía directos e inversos y los anillos de empaquetaduras. A veces se encuentran bombas de múltiples etapas con un cuerpo que consta de dos mitades, con dispositivos guías sin paletas. En estos casos las mitades enteramente fundida de los cuerpos se hacen con canales directrices espirales. Ambas mitades del cuerpo tienen bridas. Los planos de las bridas que lindan unos con otros están cepillados y bien rectificados. Los tornillos de sujeción aprietan las bridas con una junta fina o mástique colocado entre ellas. La gran comodidad del cuerpo de semejante construcción consiste en que al quitar la parte superior del cuerpo (la tapa), sin alterar las uniones de la bomba con las tuberías, se puede inspeccionar todas las ruedas de trabajo del rotor y sacar este último del cuerpo para su reparación. El cuerpo de la bomba dividida en el plano horizontal se muestra en corte transversal en la Fig. 1.2

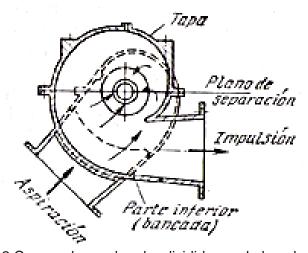


Fig. 1.2 Cuerpo de una bomba dividida en el plano horizontal

Además de los dos cuerpos principales examinados, en la energética, en las industrias de elaboración del petróleo y químicas se emplean bombas de dos cuerpos. Estas bombas representan una estructura en secciones o con desacoplamiento en el plano meridional, encerrada en una envoltura de paredes gruesas forjadas de acero. El empleo de semejantes estructuras está condicionado por las exigencias especiales en lo que se refiere a la fiabilidad y seguridad del servicio.

1.1.2 Empaquetaduras de las bombas centrífugas.

Al existir presión excesiva o vacío en las cavidades interiores de la bomba o los lugares por donde pasa el árbol a través de las paredes del cuerpo se emplean dispositivos especiales de empaquetadura, llamados a veces prensaestopas o empaquetaduras de rozamiento por contacto. Si no existen prensaestopas o estos están averiados tiene lugar las fugas del líquido desplazado por la bomba al exterior en la parte de impulsión o de succión del aire exterior hacia dentro de la bomba en la parte de aspiración.

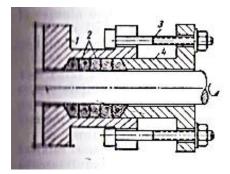


Fig. 1.3 Prensaestopas de una bomba centrífuga con empaquetaduras blandas.

En la Fig. 1.3 se representa la estructura elemental de un prensaestopas con relleno blando. El rebajo cilíndrico practicado en el metal de cuerpo 1 se llena de anillos de cordón 2 de material blando ingresado (algodón, cáñamo, asbesto). Apretando las tuercas, que son enroscadas en los tornillos 3, el casquillo 4 del prensaestopas se introduce completamente en la cavidad y, ensanchando la empaquetadura blanda hacia los lados, empaqueta el árbol, logrando el sellaje. Como consecuencia del rozamiento del árbol contra la empaquetadura durante el funcionamiento de la bomba se desprende cierta cantidad de calor. Para extraer este calor es necesario que el prensaestopas deje pasar cierta cantidad de líquido, que luego se descarga a la canalización. Por la parte de la aspiración se emplean frecuentemente prensaestopas con empaquetaduras con agua (Fig. 1.4)

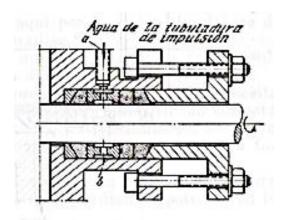


Fig. 1.4 Prensaestopas de una bomba centrífuga con empaquetaduras blandas y sello de agua.

En las bombas que suministran agua caliente se emplean empaquetaduras con refrigeración intensiva por agua. En la Fig. 1.5 se muestra la estructura de semejante empaquetadura, empleadas en bombas de alimentación de calderas. En la tapa de la bomba se instala un casquillo nervado de paredes finas 1, que se empaqueta con ayuda de un anillo de plástico termo resistente. La empaquetadura 2 se coloca en la cavidad anular, formada por el casquillo 1 y el casquillo protector 3, y se aprieta con el vaso 4. El agua pasa a la empaquetadura por la rendija anular con una dimensión radial de 0.3 mm, donde se enfría intensamente al hacer contacto con la superficie fría del casquillo 1. De este modo el casquillo y el árbol se protegen contra el recalentamiento.

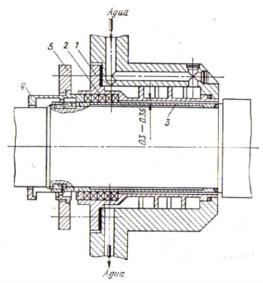


Fig. 1.5 Empaquetadura de prensaestopas del árbol de una bomba que suministra agua caliente.

En la construcción de bombas contemporáneas halla amplia aplicación las empaquetaduras frontales. En la Fig. 1.6 se muestran los tipos principales de semejantes empaquetaduras. En la Fig. 1.6 a) se puede ver una empaquetadura de anillos de goma para la presión de 10 MPa. En esta empaquetadura el par de rozamiento consta del anillo 1 y del anillo metálico de perfil 2. El mantenimiento de la empaquetadura se alcanza con la ayuda del resorte 3 y una parte con el anillo elástico interior 4. En la fig. 1.6 b), se representa una empaquetadura análoga, con la única diferencia de que el anillo plástico fluorocarbúrico 1 del par de rozamiento y el anillo de goma interior 4 se han confeccionado cónicos. Las empaquetaduras de este tipo se emplean para una presión de hasta 0.5 MPa para agua y líquidos agresivos. En la Fig. 1.6, c) se representa un empaquetadura con capsula ondulada de plástico fluorocarbúrico o de propileno que se emplea para ácidos y álcalis para la presión de hasta 0.3 MPa. La apretadura de la empaquetadura se crea aquí por la acción simultánea de la cápsula ondulada y el resorte auxiliar.

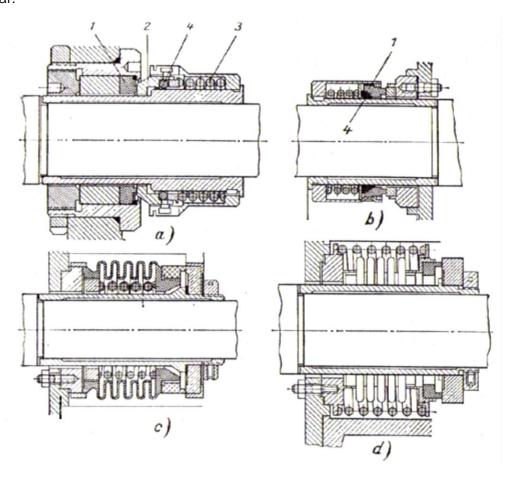


Fig. 1.6 Sistemas con empaquetaduras frontales.

Finalmente en la fig. 1.6, d) se muestra una empaquetadura con cápsula ondulada metálica para la presión de hasta 1 MPa. Las empaquetaduras frontales poseen muchas cualidades positivas. Ellas funcionan prácticamente con fugas nulas, si están correctamente seleccionadas y armadas no requieren mantenimiento, se distinguen por su gran resistencia al desgaste, son poco sensibles a las deformaciones y al batimiento del árbol. La pérdida de potencia por rozamiento en las empaquetaduras frontales constituye no más del 50% de la pérdida de potencia en los prensaestopas corrientes.

En las grandes bombas de alimentación contemporáneas se emplean empaquetaduras laberínticas de obstrucción sin relleno con el suministro del condensado frio para cierre hidráulico y su evacuación al salir de la empaquetadura al recipiente del ciclo regenerativo (condensadores, de aireadores, tanques de vacío., etc.). Las empaquetaduras laberínticas pertenecen al tipo de empaquetaduras sin contacto y se emplean en las bombas grandes, el servicio de las cuales deben ser particularmente fiable en el caso de largos períodos entre reparaciones. Las empaquetaduras de este tipo no son herméticas, y la irrupción de líquido, desplazado por la bomba se evita mediante la estrangulación de las fugas y el suministro de líquido frío de cierre hidráulico con la presión necesaria desde una fuente ajena. Están muy difundidas en las bombas de alimentación de los grandes bloques energéticos. En algunos casos las empaquetaduras de ranuras se combinan constructivamente con los prensaestopas de contactos.

En calidad de ejemplo examinemos una empaquetadura de ranura representada en la Fig. 1.7. El cuerpo de la empaquetadura 1 contiene cuatro cámaras A, B, C y D que comunican entre sí a través de angostas ranuras anulares, formada por los casquillos escalonados 2 y 3. El casquillo 2 va rígidamente encajado en el cuerpo 3, gira junto con el árbol. La cámara B se comunica con el reservorio de presión de evacuación, la D, con el reservorio sin presión, la C, con el condensador. El concentrado frío de cierro hidráulico se suministra a la cámara A a presión algo mayor que en la cámara B y, pasando a través de los orificios del casquillo fijo 2, se propaga por la ranura anular en ambas direcciones. En el espacio anular entre los casquillos el condensado se mezcla con la infiltración a través del sector de la ranura a y se evacúa el reservorio de presión. La otra parte de condensado se dirige por el sector de la ranura b a la cámara C y luego al condensador. Una parte insignificante de condensado pasa a través del sector de la ranura c y se vierte el reservorio sin presión. Para disminuir las infiltraciones y el gasto de condensado de cierre hidráulico la dimensión radial de la ranura se hace no mayor de 0.3 mm.

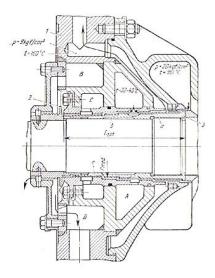


Fig. 1.7 Empaquetadura frontal de laberinto.

Las pérdidas de potencia por las empaquetaduras de ranuras es considerablemente menor que en las empaquetaduras de contacto.

1.1.4 Álabes guías y conductos de aspiración y descarga.

Los dispositivos guías se hacen sin paletas o con paletas. En el primer caso ellos representan unos canales espirales en la fundición del cuerpo, y en el segundo, son piezas recambiables que se fijan en las cavidades de las secciones o en las mitades superior o inferior del cuerpo. En algunas estructuras el flujo pasa de etapa o de un grupo de etapas no por canales en el cuerpo de la bomba, sino por tubos de pasos especiales, ubicados fuera del cuerpo de la bomba. Las tubuladuras de aspiración y de impulsión forman ordinariamente una sola pieza con la mitad inferior del cuerpo de la bomba o con sus secciones. En casi todas las estructuras están hechas con una ligera inclinación hacia el cuerpo (con un ángulo de hasta 12º).

1.1.5 Bases de cimentación.

Las bases de cimentación están destinadas para instalar y fijar a ellas la bomba y el motor, y en algunos casos solamente para sujetar la bomba. Ellas representan una estructura plana nervada fundida con salientes horizontales cepillados, en los cuales se apoyan y se fijan las patas del cuerpo de la bomba. Las bases de cimentación se funden de hierro colado o se sueldan de perfiles laminados de acero. El empleo de las bases de cimentación crea grandes comodidades durante el montaje y los ajustes de las bombas y

los motores. No obstante, en las grandes bombas las bases de cimentación comunes para la bomba y el motor a veces no se utilizan.

1.2 Los soportes de los árboles de las máquinas.

Los soportes de los árboles de las máquinas históricamente se han idealizado a través de tres esquemas de análisis típicos: el apoyo articulado móvil, el apoyo articulado fijo y el apoyo empotrado, sin embargo, estos esquemas idealizados se alejan en cierta medida de la realidad. Los apoyos articulados provocan en los mismos: fuerzas internas, tensiones, flechas y pendientes mucho mayores que los reales y los apoyos empotrados: fuerzas internas, tensiones, flechas y pendientes mucho menores que las que existen en la realidad. Estas insuficiencias de los esquemas de análisis se han asimilado históricamente a través del controvertido factor de seguridad, encargado de llevar sobre su espalda todas las imprecisiones e incertidumbres de los cálculos. Los esquemas de análisis de los apoyos rígidos clásicos utilizados en los sistemas planos en la literatura de Mecánica Teórica se muestran en las Fig. 1.8. En la literatura técnica se utilizan otros apoyos articulados que consideran las propiedades elásticas de los apoyos. Estos modelos se muestran en las Fig. 1.9. En la literatura de Mecánica Teórica (Bedford and Fowler, 2002; Beer and Johnston, 1884; Meriam, 2003) sólo se hace referencia a los apoyos rígidos clásicos, ningún autor hace referencia a ningún otro tipo de apoyo que contemple una rigidez intermedia entre los apoyos articulados y los empotrados.

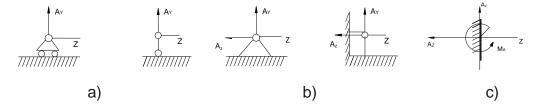


Fig. 1.8 Esquemas de Análisis Clásicos a) Apoyo Articulado Rígido Móvil b) Apoyo Articulado Rígido Fijo. c) Empotramiento Rígido.

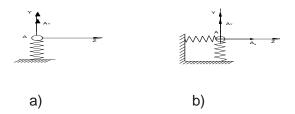


Fig. 1.9 Esquema de Análisis del Apoyo Articulado a) Móvil Elástico y b) Móvil fijo.

En la literatura de Mecánica de Materiales, la mayoría de los autores se refieren también exclusivamente a los apoyos rígidos clásicos, sin contemplar en ningún caso la

elasticidad de los apoyos (Fitzgerald, 1986; Fogiel, 1988; Mott, 1996; Spiegel and Limbrunner, 1999). Otro grupo de autores trata de alguna manera los apoyos elásticos mencionados anteriormente (Birger, 1966; Feodosiev, 1985; Pisarenko, 1989) y sólo en (Olsen, 1965) se menciona la posibilidad de que los empotramientos no sean perfectamente rígidos, pero sin profundizar en las cualidades ni en el modelo físico matemático de este tipo de Esquema de Análisis y mucho menos en los procedimientos de cálculo. En la literatura de Diseño de Elementos de Máquinas los autores se refieren en mayor medida a los aspectos vinculados con la rigidez de los apoyos y a los diferentes posibles Esquemas de Análisis al situar las reacciones en los mismos, así por ejemplo: (Wilson, 1999) al referirse a las reacciones en los elementos sometidos a flexión, señala que los soportes son usualmente idealizados con el objetivo de simplificar el análisis y añade que el soporte simple consiste en una fuerza concentrada resultante como reacción. Este tipo de soporte es utilizado para representar: cajas de bolas, rolletes, cojinetes de deslizamiento y otros soportes que permiten alguna rotación o pendiente en el plano durante la deformación por flexión. Más adelante expresa: "Si el soporte de la viga no permite movimiento relativo a lo largo del eje de la misma, entonces surgirá una restricción adicional que provocara una fuerza axial como resultado de dicha restricción". Este efecto axial se desprecia siempre en los problemas de Diseño de Máquinas y continua diciendo: "El apoyo empotrado, proporciona cómo reacciones una fuerza y un momento que no permiten rotación alguna en el plano de la deflexión del elemento. La pendiente de la curva elástica del elemento es cero en el apoyo empotrado, los que son utilizados para representar soportes muy rígidos". Cuando se refiere a las reacciones en los cojinetes en el diseño de árboles, explica que: "generalmente los mismos están soportados por dos cojinetes, como regla, los cuales son considerados como soportes simples o simple apoyos". Al construir diagramas de momentos flectores, tanto en elementos sometidos a flexión como en el diseño de árboles, sólo se refiere a los apoyos clásicos y sus reacciones correspondientes. Los autores que abordan el Diseño por el Método de los Elementos Finitos (MEF) (Hawkes, 1989; Volmir, 1986; Wilson, 1997) emplean diferentes tipos de elementos que se diferencian por su forma, a través de las posiciones relativas de sus nodos y por los grados de libertad, es decir por las posibles direcciones del movimiento de cada nodo, Eligiendo adecuadamente estos elementos en las zonas de apoyo es posible modelar apoyos con diferente rigideces y lograr una mayor aproximación a la realidad que en los clásicos apoyos articulados y empotrados. Esta cualidad del Método de los Elementos Finitos puede ser utilizada en la práctica para lograr aproximaciones más exactas. El Colectivo de Mecánica Aplicada de la Universidad de Cienfuegos ha definido un Nuevo Tipo de Apoyo Elástico: El Empotramiento Elástico (Fig. 1.10 a) y el Empotramiento Parcialmente Elástico (Fig. 1.10 b) y ha determinado experimentalmente (Nodal, 2004; Goytisolo, 2006; Hidalgo 2009) el coeficiente de rigidez de los cojinetes de rodamientos más comunes al ser utilizados como apoyos en árboles. Una caja de bolas radial de doble hilera autoalineante se comporta a la flexión como una articulación rígida, sin embargo, una caja de bolas radial rígida de simple hilera se comporta como un empotramiento parcialmente elástico con un coeficiente de rigidez ϕ = 0,346.

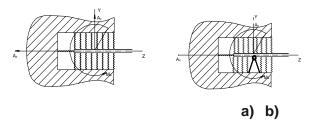


Fig. 1.10 a) Empotramiento Elástico b) Empotramiento Parcialmente Elástico

1.3 Investigación experimental del coeficiente de rigidez de los cojinetes de rodamientos.

Para la determinación de los desplazamientos reales que se producen en el centro de la luz en un árbol con diferentes cojinetes de rodamientos en los apoyos, se construyó la instalación experimental que se muestra en la Fig. 1.11 a) y b) para aplicar carga se utilizó la prensa neumática de la Fig. 1.11 a) (Goytisolo, 2006; Hidalgo, 2009)



Fig. 1.11 Instalación Experimental. a) Prensa Neumática b) Medición de las flechas

En la determinación experimental de la flecha real en árboles con apoyos con diferentes tipos de rodamientos se realizaron dos mediciones para cada valor de la carga y diez

valores de carga por cada rodamiento Utilizando la ecuación siguiente obtenida en el trabajo para la flecha en el centro de la luz en el caso de un árbol sobre empotramientos elásticos y los resultados de las mediciones se determinó el coeficiente de rigidez despejándolo de la siguiente ecuación obtenida para la flecha.

$$\varphi = \left(\frac{y_{\frac{l}{2}} \cdot 48 \cdot E \cdot I_{x}}{P \cdot l^{3}} + 1\right) \cdot \frac{P \cdot l}{6 \cdot M_{emp}}$$
(1.1)

Al aplicar esta ecuación hay que tener en cuenta que la flecha obtenida en la medición experimental $y_{1/2}$ es negativa por convenio de signos y hay que sustituirla en la ecuación con su correspondiente signo negativo. Los resultados se obtuvieron en una Hoja de Cálculo de EXCEL y se muestran en la Tabla 2.

Tabla 1.1. Valores del coeficiente φ de rigidez de los apoyos

Caja de Bolas	Caja de Bolas		
Radial de Simple	Radial de Doble	Rollete Cónico	
Hilera	Hilera		
0,314492907	0,711912932	0,45900928	
0,30107353	0,703654853	0,447654422	
0,345202637	0,625203108	0,421073732	
0,361862163	0,599511309	0,418062974	
0,347731673	0,590519179	0,421435023	
0,355877141	0,581848197	0,397918268	
0,355439213	0,543310497	0,395181215	
0,362850309	0,52959997	0,376190282	
0,357847819	0,524041648	0,356815559	
0,360256425	0,526931975	0,348695116	
Media o promedio de los resultados			
0,34626338	0,59365337	0,40420359	
Desviación promedio de los resultados			
0,01560421	0,05313375	0,0292435	

En el siguiente gráfico se muestra el diagrama de Pv_s y obtenido, donde se aprecia, tal como era de esperar los desplazamientos medidos ocupan una posición intermedia entre los apoyos articulados y empotrados. La caja de bolas radial de simple hilera (6204) es el rodamiento menos rígido, le sigue el rollete cónico (7204) y el rodamiento con mayor coeficiente de rigidez es la caja de bolas radial de doble hilera rígida (2204).

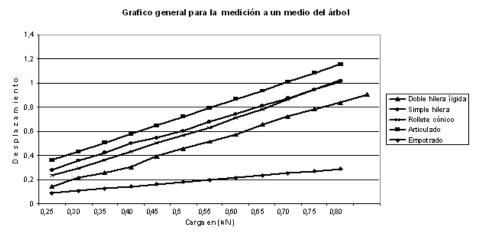


Fig. 1.12 Comportamiento experimental desplazamiento en el centro de la luz para diferentes cojinetes de rodamientos comparados con los apoyos idealizados articulado y empotrado.

Los valores del coeficiente de rigidez para cada uno de los cojinetes investigados, obtenidos en los experimentos se muestran en la Tabla 1.2.

Tabla 1.2 Valores del coeficiente de rigidez

Simple Hilera	Doble Hilera	Rollete Cónico
0,314492907	0,711912932	0,45900928
0,30107353	0,703654853	0,447654422
0,345202637	0,625203108	0,421073732
0,361862163	0,599511309	0,418062974
0,347731673	0,590519179	0,421435023
0,355877141	0,581848197	0,397918268
0,355439213	0,543310497	0,395181215
0,362850309	0,52959997	0,376190282
0,357847819	0,524041648	0,356815559
0,360256425	0,526931975	0,348695116

Los valores medios de los coeficientes de rigidez de los cojinetes investigados fueron:

- 1. Caja de bolas radial de simple hilera: $\varphi_{cbrsh} = 0.346$
- 2. Rollete cónico de simple hilera: $\varphi_{resh} = 0,404$
- 3. Caja de bolas radial de doble hilera rígida: $\phi_{cbrdhr} = 0,60$

En los trabajos (Nodal, 2004; Goytisolo, 2006; Hidalgo 2009) se demuestra que el momento de reacción en un empotramiento elástico o en un empotramiento parcialmente elástico se puede calcular como el producto del coeficiente φ del cojinete correspondiente por el momento que surge en el empotramiento rígido correspondiente, o sea:

$$M_{\text{emp. elástico}} = \varphi_{\text{cojinete}} \cdot M_{\text{emp. rígido}}$$
 (1.2)

1.4 Fuerzas axiales y radiales sobre los impelentes de las bombas centrífugas.

1.4.1 Fuerzas axiales.

Estas fuerzas surgen en las máquinas centrífugas como resultado de las presiones, de igual valor y dirección, que actúan sobre las ruedas de trabajo por los lados delantero (dirigido hacia la admisión) y trasero, además, la fuerza axial surge como resultado de la acción dinámica del flujo que entra entre las ruedas de trabajo. En las grandes máquinas centrífugas multietápicas las fuerzas axiales pueden alcanzar varias decenas de toneladas. Durante el cálculo de las fuerzas centrífugas que actúan sobre las superficies curvilíneas de la rueda de trabajo se deben examinar las proyecciones de estas superficies sobre un plano perpendicular al eje geométrico de la máquina. Supongamos que en la cavidad de entrada a la rueda de trabajo la presión es igual a p1, Fig. 1.13. Si existe la empaquetadura a en el diámetro de entrada de la rueda la presión final p2 se propaga a través de las holguras a las cavidades b y c delante y detrás de las rueda. La presión axial real p en cualquier punto de la superficie exterior de las rueda, que se encuentra a una distancia arbitraria del centro, es el resultado de la acción de los presiones: $P_{\rm l}$ y $P_{\rm w}$, creada por la acción de la fuerzas centrífuga del líquido que gira en la cavidad entre la superficie exterior de la rueda y el cuerpo, es decir:

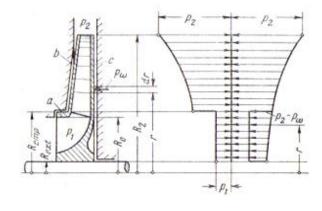


Fig. 1.13 Distribución de las presiones axiales por las superficies exteriores de la rueda de una máquina centrífuga.

$$P = P_2 - P_{\rm w} \tag{1.3}$$

Por vía experimental se ha demostrado que en ausencia de gasto a través de las holguras la velocidad angular de la rueda del trabajo. A base de este razonamiento se puede calcular P_w .

Separemos en la cavidad c volumen angular del líquido con una anchura igual a la unidad, y los radios r y $r+d_r$. Al girar este volumen anular con una velocidad angular w/2 en su superficie cilíndrica interior actúa la fuerza centrífuga del líquido.

$$dP_c = \rho * 2\pi r * dr * \frac{w^2}{4}r \tag{1.4}$$

La presión, condicionada por esta fuerza centrífuga, es

$$dP_{w} = -\frac{dP_{c}}{2\pi r l} = -\rho \frac{w^{2}}{4} r^{*}$$
(1.5)

El signo negativo de dP_w indica que bajo la influencia de la fuerza centrífuga del líquido en las secciones cilíndricas de la cavidad c surge rarificación (disminuye la presión):

$$P_{w} = -\int_{-L}^{R_{2}} \rho \frac{w^{2}}{4} r dr = -\rho \frac{w^{2}}{8} (R_{2}^{2} - r^{2})$$
 (1.6)

De donde::

$$P = P_2 - P \frac{w^2}{8} (R_2^2 - r^2) \tag{1.7}$$

La empaquetadura hidráulica a la entrada en la rueda en la circunferencia de radio R_2 condiciona el equilibrio de las presiones exteriores sobre las ruedas de trabajo por los lados delantero y trasero. Entre los límites de $R_{\rm ext}$ a $E_{\rm emp}$ las presiones sobre las rueda no están equilibradas, puestos que por el lado posterior, la presión p, distribuida según la ley expresada por la fórmula (1.4). Evidentemente, la fuerza condicionada por estas presiones, que actúan sobre la rueda, es igual a:

$$P_{p} = \int_{R_{emp}}^{R_{emp}} 2\pi r dr \left[P_{2} - \rho \frac{w^{2}}{8} \left(R_{2}^{2} - r^{2} \right) - \pi \left(R_{emp}^{2} - R_{ext}^{2} \right) * P_{1} \right]$$
(1.8)

La integración y la transformación algebraica llevan a esta última ecuación a la forma:

$$P_{p} = \pi (R_{emp}^{2} - R_{ext}^{2}) * (P_{2} - P_{1}) - \frac{\pi \rho w^{2}}{8} (R_{emp}^{2} - R_{ext}^{2}) \left[R_{2}^{2} - 0.5(R_{emp}^{2} + R_{ext}^{2}) \right]$$
(1.9)

El flujo en la rueda de una máquina centrífuga radial cambia la dirección de movimiento. Al entrar en la dirección axial él abandona la rueda, moviéndose en los planos, perpendiculares al eje de la máquina, gracias a lo cual surge presión dinámica sobre la rueda. La fuerza condicionada por esta presión se puede determinar aplicando la ecuación de la cantidad de movimiento,

$$P_{din}\Delta t = \left(m_s c_o - m_s c_2 \cos \frac{\pi}{2}\right) \Delta t \tag{1.10}$$

Donde $\Delta t = 1$ s. Entonces:

$$P_{din} = \rho Q c_o \tag{1.11}$$

La dirección de la fuerzas $P_{\rm din}$ corresponde a la dirección de la velocidad $c_{\rm o}$ a la entrada de la rueda de la máquina. La fuerza axial que actúa sobre una rueda de trabajo de la máquina centrífuga se obtiene por adicción algebraica de las fuerzas: $P_{\rm p}$ y $P_{\rm din}$:

$$P'_{ax} = \pi (R_{emp}^2 - R_{ext}^2) * (P_2 - P_1) - \frac{\pi \rho w^2}{8} (R_{emp}^2 - R_{ext}^2) \left[R_2^2 - 0.5(R_{emp}^2 - R_{ext}^2) \right] - \rho Q c_o$$
 (1.12)

Como se ven en la expresión, las fuerzas axiales dependen de distintos factores los principales de estos son: las dimensiones radiales de la rueda R_2 y R_{emp} , la frecuencia de rotación y la presión a la salida de la rueda. La fuerzas axial es tanto mayor, cuanto menos cargada está la máquina, es decir, cuanto menor es la alimentación de la máquina, que se alcanza por estrangulación. El valor máximo de la fuerzas axial es en marcha en vació de la máquina (cierre total del estrangulador de regulación). Este se explica por la ausencia de la fuerza dinámica axial y la elevación de P_2 al disminuir la alimentación de la máquina.

La fórmula anterior se refiere a una etapa de la máquina centrífuga. Si la máquina centrífuga consta de *i* etapas iguales de presión, entonces la fuerza axial en el rotor será igual a:

$$P_{ax} = iP'_{ax} \tag{1.13}$$

En las condiciones reales, merced a las fugas a través de las empaquetaduras, los valores de la fuerza axial se diferencian algo de los calculados por las expresiones. La fuerza axial en las máquinas multietápicas puede alcanzar altos valores, y si es alta la frecuencia de rotación se soporta con dificultad por los cojinetes de empuje. Solamente en

las máquinas de pequeñas dimensiones y con pequeño número de etapas se puede admitir que la fuerza axial sea soportada por los cojinetes de empuje.

La causa principal del surgimiento de las fuerzas radiales es la asimetría del flujo a la salida de la rueda de trabajo, condicionada principalmente por la influencia del conducto de descarga (de evacuación). Al cambiar la velocidad en el conducto de evacuación según la ley de conservación de la energía tiene lugar la correspondiente variación de la presión proporcionan en total la fuerza radial que actúa sobre el rotor de la bomba. La presión en el conducto de evacuación en espiral es constante por la longitud únicamente en el régimen calculado de la bomba con la alimentación óptima Q_o . Naturalmente que regular la bomba siendo $Q \leq Q_o$ el conducto de descarga espiral trabajo como difusor, mientras que para $Q \geq Q_o$, como confusor, y la velocidad en el disminuye o aumenta respectivamente. De este modo, la fuerza radial surge únicamente al desviarse el régimen del óptimo. Sobre la base de las premisas y experimentos teóricos la fuerza radial en una bomba con conducto de descarga espiral se calcula valiéndose de la fórmula:

$$P_r = k_r \left(1 - \frac{Q}{Q_o} \right) \rho g H D_2 b_2 \tag{1.14}$$

De la fórmula se desprende que el valor máximo de la fuerza radial $(P_r)_{\max} = k_r \rho g H D_2 b_2$ se alcanza siendo Q=0, y el mínimo, cuando $Q=Q_o$.

Para las bombas con conducto de descarga anular se emplea la fórmula:

$$P_r = k_r \frac{Q}{Q_o} \rho g H D_2 b_2 \tag{1.15}$$

En los cálculos aproximados se toma $k_r = 0.36$.

Las fuerzas radiales son originadas también por el desequilibrio estático y dinámico del rotor a causa de la inexactitud de la tecnología y el montaje de la bomba. Un procedimiento radical de disminución de la fuerza radial consiste en emplear en las bombas multietápicas canales difusores. En estos casos se puede despreciar la fuerza radial originada por el líquido. Las fuerzas radiales se soportan por los cojinetes de la bomba e influyen esencialmente en su fiabilidad y duración.

1.5 Conclusiones parciales del Capítulo I.

- 1. Se profundizó en la estructura y en los detalles constructivos de las distintas partes de una bomba como son: cuerpo, árbol, cojinetes, empaquetaduras y base de cimentación, así como los materiales más comunes y de funcionamiento de las mismas y en particular en los aspectos relacionados con las fuerzas radiales y axiales en los impelentes.
- 2. Se profundizó en la literatura acerca de los apoyos clásicos empleados en los árboles de las máquinas y en el empleo de los esquemas de análisis con apoyos elásticos.
- 3. Se profundizó en los nuevos conceptos de empotramiento elástico y empotramiento parcialmente elástico y en los resultados precedentes obtenidos por el Colectivo de Mecánica Aplicada de la UCf acerca del comportamiento de los cojinetes de rodamientos como empotramientos parcialmente elásticos.
- 4. Se profundizó en las expresiones de cálculo de las fuerzas axiales y radiales de las bombas centrífugas y en particular el hecho de que en las bombas centrífugas multietápicas con difusores, las fuerzas radiales provocadas por el líquido se pueden despreciar.

Capítulo II

Capítulo II Desarrollo del método general de cálculo de los árboles de las bombas centrífugas considerando los cojinetes de rodamientos como empotramientos parcialmente elásticos y las empaquetaduras como apoyos elásticos suplementarios.

2.1 Utilización del Método de las Fuerzas en la solución de árboles hiperestáticos.

El sistema que posee un número de ligaduras superior a las necesarias es un sistema hiperestático y el número de ligaduras suplementarias es igual al grado de hiperestaticidad. La hiperestaticidad puede ser exterior o interior en dependencia de que las ligaduras suplementarias sean exteriores o interiores. En los sistemas hiperestáticos con ligaduras exteriores suplementarias no es posible la determinación de las reacciones de apoyo mediante las ecuaciones de equilibrio y si la hiperestaticidad es interior no es posible determinar las fuerzas internas en las barras por el método de las secciones, de donde se puede definir un Sistema Hiperestático como (Feodosiev, 1985). Durante la solución de los sistemas hiperestáticos por el Método de las Fuerzas es necesario elegir un Sistema Base y conformar lo que se conoce como Sistema Equivalente. El Sistema Base es el sistema hiperestático dado en el cual se han eliminado todas las ligaduras suplementarias tanto exteriores como interiores y el Sistema Equivalente es el sistema base en el cual las ligaduras suplementarias eliminadas han sido sustituidas por las fuerzas que las representan. En un sistema equivalente dado, las fuerzas se designan por $X_1, X_2, ..., X_n$.

Los desplazamientos originados por el sistema de fuerzas aplicado al Sistema Equivalente, en el caso de apoyos rígidos, en la dirección de cada una de las ligaduras eliminadas, tienen que ser cero. O sea:

$$\delta_{1[X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, P, P_1]} = 0$$

$$\delta_{2[X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, P, P_1]} = 0$$

: : : : :

$$\delta_{n[X_1,X_2,X_3, \dots X_n,P,P_1]} = 0$$

(2.1)

Puesto que cada uno de los desplazamientos δ_{iXk} es proporcional a la fuerza correspondiente se puede escribir que:

$$\delta_{i \times k} = \delta_{i k} \cdot X_{k} \tag{2.2}$$

Donde $\delta_{i\ k}$ es el desplazamiento en la dirección i provocada por una fuerza unitaria colocada en la posición de X_k . Las expresiones anteriores quedarán entonces escritas como:

$$\delta_{11} \cdot X_{1} + \delta_{12} \cdot X_{2} + \delta_{13} \cdot X_{3} + \dots + \delta_{1n} \cdot X_{n} + \delta_{1P} = 0$$

$$\delta_{21} \cdot X_{1} + \delta_{22} \cdot X_{2} + \delta_{23} \cdot X_{3} + \dots + \delta_{2n} \cdot X_{n} + \delta_{2P} = 0$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$\delta_{n1} \cdot X_{1} + \delta_{n2} \cdot X_{2} + \delta_{n3} \cdot X_{3} + \dots + \delta_{nn} \cdot X_{n} + \delta_{nP} = 0$$

$$(2.3)$$

Estas ecuaciones se conocen como ecuaciones canónicas del Método de las Fuerzas pues en las mismas las incógnitas son las fuerzas X₁, X₂, X₃,..., Xn y existirán tantas ecuaciones como fuerzas Xk desconocidas existan. Para resolver el sistema de ecuaciones es necesario hallar los desplazamientos $\delta_{i,k}$ que constituyen los coeficientes de las incógnitas X_k y además los términos independientes de las diferentes ecuaciones δ_{iP} . Según el Método de Mohr (Feodosiev, 1985), para hallar el desplazamiento en una dirección i determinada es necesario colocar una fuerza unitaria en esa dirección y obtener las acciones interiores provocadas por dicha fuerza unitaria y después obtener la integral del producto de las acciones interiores provocadas por esta fuerza unitaria y las acciones originadas por las cargas que provocan el desplazamiento. Pero en este caso, como cada uno de los desplazamientos $\delta_{i,k}$ es originado por una fuerza unitaria colocada en la posición X_k , el desplazamiento $\delta_{i\ k}$ es la integral del producto de dos funciones unitarias, una originada por una fuerza unitaria colocada en la dirección i la otra por una fuerza unitaria colocada en la dirección X_k . Los coeficientes δ_{iP} se hallan resolviendo las integrales correspondientes a los productos de la fuerza unitaria colocada en la dirección i, o sea, de las acciones interiores originadas por esta fuerza unitaria por las acciones interiores originadas por las cargas externas P.

Este Método de Solución de Sistemas Hiperestáticas se conoce como Método de las Fuerzas y es la Base Teórica de la casi totalidad de los Métodos de Solución de Árboles Hiperestáticas.

2.2 Utilización del Método de las Fuerzas en el caso de apoyos linealmente elásticos.

La diferencia esencial de un sistema hiperestático con apoyos rígidos con relación a uno con apoyos elásticos es que al plantear las ecuaciones canónicas del Método de las Fuerzas, en el caso de los apoyos rígidos, los desplazamientos resultantes en la dirección de cada una de las incógnitas es igual a cero, sin embargo en el caso de los apoyos elásticos el desplazamiento en la dirección de estos apoyos no es igual a cero sino será igual al desplazamiento que provoque la fuerza en dicho apoyo en el mismo, pues ya el apoyo no es rígido, sino elástico.

El desplazamiento general en la dirección del apoyo i será en general:

$$\delta_{i1} \cdot X_1 + \delta_{i2} \cdot X_2 + \delta_{i3} \cdot X_3 + \dots + \delta_{iP} = -X_i / C_{apoyo elástico}$$
(2.4)

2.3 Las empaquetaduras como apoyos linealmente elásticos

En el caso de considerar las empaquetaduras de la bomba como apoyos lineales elásticos se necesita hallar la constante de rigidez de la empaquetadura. Para ello se parte de que la distribución de presiones que ejerce el árbol sobre la misma tiene una distribución sinusoidal tal como se muestra en la Fig. 2.1

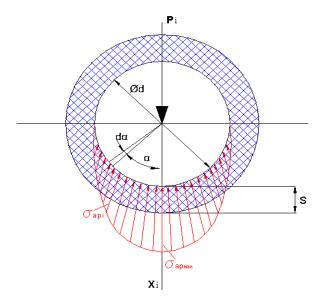


Figura 2.1 Distribución de presiones en el contacto empaquetadura árbol.

Se cumple entonces que:

$$\sigma_{api} = \sigma_{ap_{max}} \cdot cos\alpha$$

Un diferencial de la reacción vertical X_i, o sea: d_{Xi} se puede escribir como sigue:

$$d_{X_i} = \sigma_{api} \cdot d \cdot A \cdot \cos\alpha = \sigma_{ap_{max}} \cdot \cos\varphi \cdot \frac{d}{2} \cdot d \cdot \alpha \cdot l \cdot \cos\alpha \tag{2.5}$$

Integrando.

$$X_{i} = \int d_{X_{i}} = 2 \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sigma_{ap_{max}} \cdot \frac{d}{2} \cdot l \cdot \cos^{2} d \cdot \alpha$$
 (2.6)

$$X_i = \sigma_{ap_{max}} \cdot d \cdot l \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 d \cdot \alpha$$
 (2.7)

$$X_i = \sigma_{ap_{max}} \cdot d \cdot l \cdot \frac{\pi}{4} \tag{2.8}$$

Despejando $\sigma_{ap max.}$

$$\sigma_{ap_{max}} = \frac{4 \cdot X_i}{\pi \cdot d \cdot l} \tag{2.9}$$

Y el desplazamiento será igual a la variación del espesor de la empaquetadura, según la Ley de Hooke:

$$\delta_{emp_{i}} = \Delta S_{max} = \frac{\sigma_{ap_{max}} \cdot S_{emp}}{E_{emp}}$$
 (2.10)

$$\delta_{emp_i} = \frac{4 \cdot X_i \cdot S}{\pi \cdot d \cdot l \cdot E_{emp}} \tag{2.11}$$

Y como

$$\delta_{emp_i} = \frac{X_i}{C_{empi}} \tag{2.12}$$

Se deduce que:

$$C_{emp} = \frac{\pi \cdot d \cdot l_{emp} \cdot E_{emp}}{4 \cdot S_{emp}} \quad kN/cm$$
(2.13)

d y I - Diámetro y longitud del árbol en la zona del árbol donde está la empaquetadura (cm)

Semp – Espesor radial de la empaquetadura (cm)

Eemp – Módulo de elasticidad del material de la empaquetadura en kN/cm²

2.4 Esquema de Análisis del árbol de una bomba centrífuga multietápica considerando los dos cojinetes de apoyos como empotramientos parcialmente elásticos y las dos empaquetaduras como apoyos elásticos suplementarios.

En la Fig. 2.2 se muestra una bomba centrífuga cuya estructura será objeto de análisis para el desarrollo de un nuevo método de cálculo de los árboles de dichas bombas.

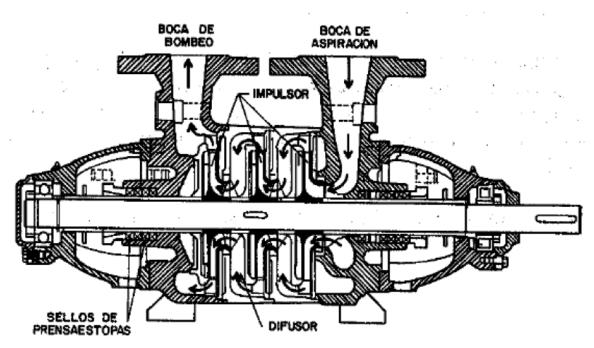


Figura 2.2 Esquema de una bomba centrífuga similar a la de objeto de análisis

Se trata de bombas centrífugas multietápicas, de hasta diez etapas, cuya estructura es tal que posee cojinetes de rodamientos en los puntos más exteriores del árbol, posee los impelentes ubicados en su parte central y posee empaquetaduras que limitan las fugas de líquido colocadas entre los cojinetes y los impelentes. Como se dijo anteriormente los cojinetes de rodamientos serán considerados como empotramientos parcialmente elásticos, cuyo coeficiente de rigidez angular ϕ fue investigado anteriormente (Goytisolo, 2006; Hidalgo 2009) y un nuevo elemento en el cálculo de estos árboles, la consideración de las empaquetaduras como apoyos elásticos suplementarios.

En la Fig. 2.3 se muestra el esquema de análisis del árbol, con los dos empotramientos parcialmente elásticos en la posición de los cojinetes de rodamientos y dos apoyos linealmente elásticos en la posición de las empaquetaduras.

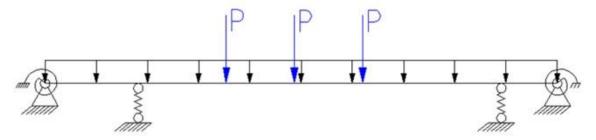


Figura 2.3 Esquema de análisis del árbol de una bomba centrífuga Multietápica.

Para resolver este árbol hiperestático con empotramientos parcialmente elástico se hace necesario resolver el árbol hiperestático con empotramientos clásicos rígidos, ya que como se demostró en los trabajos (Nodal, 2004; Goytisolo, 2006; Hidalgo 2009):

El esquema del árbol con empotramientos rígidos se muestra en la Fig. 2.4

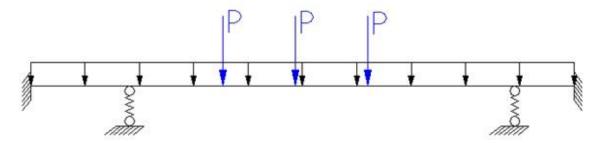


Figura 2.4 Esquema del árbol de la bomba centrífuga con empotramientos rígidos.

El paso que viene a continuación es resolver el sistema hiperestático con empotramientos rígidos para hallar los momentos en los empotramientos y poder calcular entonces los momentos en los empotramientos parcialmente .elásticos. El sistema equivalente del árbol con empotramientos rígidos se muestra en la Fig. 2.5

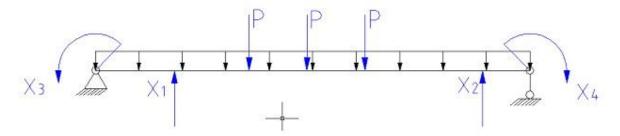


Figura 2.5 Sistema Equivalente del árbol con empotramientos rígidos.

2.5 Solución por el Método de las Fuerzas

La solución se llevará a cabo por el Método de las Fuerzas. El Sistema de Ecuaciones Canónicas para dicho Sistema Equivalente será:

$$\begin{split} &\delta_{11}X_{1}+\delta_{12}X_{2}+\delta_{13}X_{3}+\delta_{14}X_{4}+\delta_{1q}+\sum_{K=1}^{n}\delta_{1}P_{k}=-\frac{X_{1}}{C_{1}}\\ &\delta_{21}X_{1}+\delta_{22}X_{2}+\delta_{23}X_{3}+\delta_{24}X_{4}+\delta_{2q}+\sum_{K=1}^{n}\delta_{2}P_{k}=-\frac{X_{2}}{C_{2}}\\ &\delta_{31}X_{1}+\delta_{32}X_{2}+\delta_{33}X_{3}+\delta_{34}X_{4}+\delta_{3q}+\sum_{K=1}^{n}\delta_{3}P_{k}=0\\ &\delta_{41}X_{1}+\delta_{42}X_{2}+\delta_{43}X_{3}+\delta_{44}X_{4}+\delta_{4q}+\sum_{K=1}^{n}\delta_{4}P_{k}=0 \end{split} \tag{2.14}$$

La constante de rigidez de las empaquetaduras es:

$$C = \frac{\pi \cdot d \cdot l \cdot Eemp}{4 \cdot Semp} \text{ (kN/cm)}$$
 (2.15)

Los diagramas unitarios de las incógnitas son:

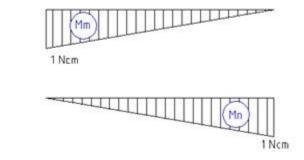


Figura 2.6 Diagramas unitarios de las fuerzas $X_1 \ y \ X_2$.

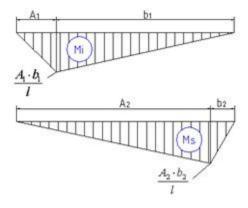


Figura 2.7 Diagramas unitarios de las fuerzas $X_3\,$ y $\,X_4.$

Los coeficientes de las incógnitas y términos independientes de las ecuaciones canónicas se calculan de acuerdo a la Regla de Vereschaguin (Pisarenko, 1989), como:

$$\delta_{ii} = \delta_{ss} = \frac{A_i^2 \cdot b_i^2}{3 \cdot l^2} \cdot l = \frac{A_i^2 \cdot b_i^2}{3 \cdot l}$$
 (2.16)

$$\delta_{is} = \frac{A_1 \cdot b_2}{6 \cdot l^2} \left(2 \cdot A_1^2 \cdot b_1 + 2 \cdot A_2 \cdot b_2^2 + 2 \cdot A_1 \cdot b_1 \cdot C + A_1 \cdot b_2 \cdot C + A_2 \cdot b_1 \cdot C + 2 \cdot A_2 \cdot A_2$$

$$(2.17)$$

$$\delta_{\rm nn} = \delta_{\rm mm} = \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot l = \frac{l}{3} \tag{2.18}$$

$$\delta_{\text{nm}} = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 1 \cdot l = \frac{l}{6} \tag{2.19}$$

$$\delta_{\rm im} = \delta_{\rm sn} = \frac{1}{6} \cdot \frac{A_1 \cdot b_1}{l} \cdot 1 \left(1 + \frac{b_1}{l} \right) \cdot l = \frac{A_1 \cdot b_1}{6} \left(\frac{l + b_1}{l} \right) \tag{2.20}$$

$$\delta_{\rm in} = \delta_{\rm sm} = \frac{1}{6} \cdot \frac{A_2 \cdot b_2}{l} \cdot 1 \left(1 + \frac{A_2}{l} \right) \cdot l = \frac{A_2 \cdot b_2}{6} \left(\frac{l + A_2}{l} \right)$$
 (2.21)

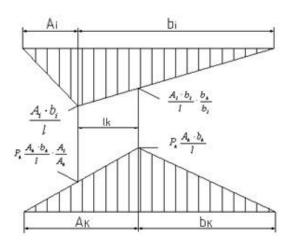


Figura 2.8 Producto de Vereschaguin de la fuerza unitaria i y una carga P cuando la carga unitaria está a la izquierda de P

La multiplicación de trapecio por trapecio de la parte central no aparece en la Tabla de Vereschaguin y se obtuvo en el presente trabajo y se da en los Anexos.

$$\begin{split} \delta_{ipk} &= - \left\{ \frac{1}{3} \cdot P_{k} \cdot \frac{A_{k} \cdot b_{k}}{l} \cdot \frac{A_{i}}{A_{k}} \cdot \frac{A_{i} \cdot b_{i}}{l} \cdot A_{i} + \frac{1}{3} \cdot P_{k} \cdot \frac{A_{k} \cdot b_{k}}{l} \cdot \frac{A_{i} \cdot b_{i}}{l} \cdot \frac{b_{k}}{b_{i}} \cdot b_{k} + \right. \\ &+ \frac{1}{6} \left[P_{k} \cdot \frac{A_{k} \cdot b_{k}}{l} \cdot \frac{A_{i}}{A_{k}} \cdot \left(2 \cdot \frac{A_{i} \cdot b_{i}}{l} + \frac{A_{i} \cdot b_{i}}{l} \cdot \frac{b_{k}}{b_{i}} \right) \cdot l_{k} + P_{k} \cdot \frac{A_{k} \cdot b_{k}}{l} \left(\frac{A_{i} \cdot b_{i}}{l} + 2 \cdot \frac{A_{i} \cdot b_{i}}{l} \cdot \frac{b_{k}}{b_{i}} \right) \cdot l_{k} \right\} \quad (2.22) \\ \delta_{ipk} &= - \left\{ \frac{1}{3} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{A_{i}^{2}}{l^{2}} \cdot \frac{A_{i}^{2}}{A_{k}} + \frac{1}{3} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{b_{k}^{2}}{b_{i}} + \right. \\ &+ \frac{1}{6} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{2 \cdot A_{i} \cdot l_{k}}{A_{k}} + \frac{1}{6} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{A_{i} \cdot b_{k} \cdot l_{k}}{A_{k} \cdot b_{i}} + \frac{1}{6} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{A_{i} \cdot b_{k} \cdot l_{k}}{A_{k} \cdot b_{i}} + \frac{1}{6} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot l_{k} + \right. \\ &+ \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot l_{k} + \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2$$

$$+\frac{1}{6} \cdot \frac{P_k \cdot A_k \cdot b_k \cdot A_i \cdot b_i}{l^2} \cdot \frac{2 \cdot b_k \cdot l_k}{b_i}$$
 (2.23)

$$\delta_{ipk} = -\frac{1}{6} \cdot \frac{P_k \cdot A_k \cdot b_k \cdot A_i \cdot b_i}{l^2} \left[\frac{2 \cdot A_i^2}{A_k} + \frac{2 \cdot b_k^2}{b_i} + \frac{2 \cdot A_i \cdot l_k}{A_k} + \frac{A_i \cdot b_k \cdot l_k}{A_k \cdot b_i} + l_k + \frac{2 \cdot b_k \cdot l_k}{b_i} \right]$$
(2.24)

$$\delta_{\text{ipk}} = -\frac{1}{6} \cdot \frac{P_k \cdot A_k \cdot b_k \cdot A_i \cdot b_i}{l^2}$$

$$\cdot \left[\frac{2 \cdot A_i^2 \cdot b_i + 2 \cdot A_k \cdot b_k^2 + 2 \cdot A_i \cdot b_i \cdot l_k + A_i \cdot b_k \cdot l_k + A_k \cdot b_i \cdot l_k + 2 \cdot A_k \cdot b_k \cdot l_k}{A_k \cdot b_i} \right]$$

$$(2.25)$$

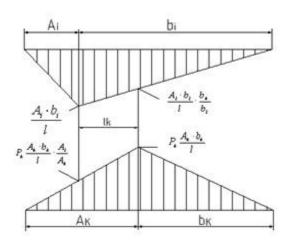


Figura 2.9 Producto de Vereschaguin de la fuerza unitaria i y una carga P cuando la carga unitaria está a la derecha de P

$$\delta_{ipk} = -\frac{P_k \cdot A_i \cdot b_k}{6 \cdot l^2} (2A_i^2 \cdot b_i + 2A_k \cdot b_k^2 + 2A_i \cdot b_i \cdot l_k + A_i \cdot b_k \cdot l_k + A_k \cdot b_i \cdot l_k + 2 \cdot A_k \cdot b_k \cdot l_k)$$

$$\delta_{spk} = -\left\{ \frac{1}{3} \cdot P_k \cdot \frac{A_k \cdot b_k}{l} \cdot \frac{A_i \cdot b_i}{l} \cdot \frac{A_k}{A_i} \cdot A_k + \frac{1}{3} \cdot P_k \cdot \frac{A_k \cdot b_k}{l} \cdot \frac{b_i}{b_k} \cdot \frac{A_i \cdot b_i}{l} \cdot b_i + \frac{A_i \cdot b_i}{l} \cdot b_i + \frac{A_i \cdot b_k}{l} \cdot \frac{A_i \cdot b_i}{l} \cdot b_i + \frac{A_i \cdot b_k}{l} \cdot \frac{A_i \cdot b_i}{l} \cdot b_i + \frac{A_i \cdot b_k}{l} \cdot \frac{A_i \cdot b_i}{l} \cdot b_i + \frac{A_i \cdot b_k}{l} \cdot \frac{A_i \cdot b_i}{l} \cdot b_i + \frac{A_i \cdot b_k}{l} \cdot \frac{A_i \cdot b_i}{l} \cdot b_i + \frac{A_i \cdot b_k}{l} \cdot \frac{A_i \cdot b_i}{l} \cdot \frac{A_i \cdot$$

$$+ \frac{1}{6} \left[\frac{A_{i} \cdot b_{i}}{l} \cdot \frac{A_{k}}{A_{i}} \cdot \left(2 \cdot P_{k} \cdot \frac{A_{k} \cdot b_{k}}{l} + \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k}}{l} \cdot \frac{b_{i}}{b_{k}} \right) \cdot s_{k} + \right. \\
+ \frac{A_{i} \cdot b_{i}}{l} \left(P_{k} \cdot \frac{A_{k} \cdot b_{k}}{l} + 2 \cdot P_{k} \cdot \frac{A_{k} \cdot b_{k}}{l} \cdot \frac{b_{i}}{b_{k}} \right) \cdot s_{k} \right\}$$

$$\delta_{\text{spk}} = -\left\{ \frac{1}{3} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{A_{k}^{2}}{A_{i}} + \frac{1}{3} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{b_{i}^{2}}{b_{k}} + \right. \\
+ \frac{1}{6} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot 2 \cdot \frac{A_{k} \cdot s_{k}}{A_{i}} + \frac{1}{6} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{A_{k} \cdot b_{i}}{A_{i} \cdot b_{k}} \cdot s_{k} + \right. \\
+ \frac{1}{6} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot s_{k} + \frac{1}{6} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot 2 \cdot \frac{b_{i}}{b_{k}} \cdot s_{k} \right\}$$

$$\delta_{\text{spk}} = -\frac{1}{6} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \left. \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \cdot \left. \frac{P_{k} \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot A_{i} \cdot b_{i}}{l^{2}} \right.$$

$$\left[\frac{2 \cdot A_{k}^{2} \cdot b_{k} + 2 \cdot A_{i} \cdot b_{i}^{2} + 2 \cdot A_{k} \cdot b_{k} \cdot s_{k} + A_{k} \cdot b_{i} \cdot s_{k} + A_{i} \cdot b_{k} \cdot s_{k} + 2 \cdot A_{i} \cdot b_{i} \cdot s_{k}}{A_{i} \cdot b_{k}} \right]$$

$$(2.29)$$

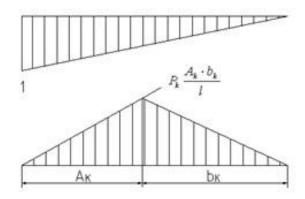


Figura 2.10 Producto de Vereschaguin de la fuerza unitaria de X₃ por la fuerza P.

$$\delta_{\text{spk}} = -\frac{P_k \cdot A_k \cdot b_i}{6 \cdot l^2} (2A_k^2 \cdot b_k + 2A_i \cdot b_i^2 + 2A_k \cdot b_k \cdot s_k + A_k \cdot b_i \cdot s_k + A_i \cdot b_k \cdot s_k + 2A_i \cdot b_i \cdot s_k)$$

$$\delta_{\text{mpk}} = -\frac{A_k \cdot P_k \cdot b_k}{6 \cdot l} \cdot (l + b_k)$$
(2.30)

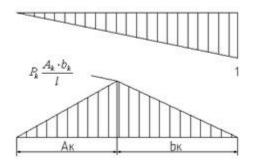


Figura 2.11 Producto de Vereschaguin de la fuerza unitaria de X_4 por la fuerza P.

$$\delta_{\text{npk}} = -\frac{A_k \cdot P_k \cdot b_k}{6 \cdot l} \cdot (l + A_k) \tag{2.32}$$

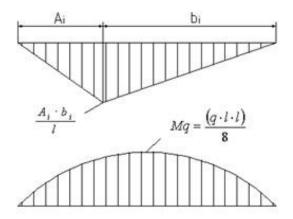


Figura 2.12 Producto de Vereschaguin de la fuerza unitaria de X_1 o X_2 por la carga distribuida q.

$$\delta_{iq} = \delta_{sq} = -\frac{1}{3} \left(1 + \frac{A_i}{l} + \frac{b_i}{l} \right) \frac{q \cdot l^2}{8} \cdot \frac{A_i \cdot b_i}{l} \cdot l \tag{2.33}$$

$$\delta_{iq} = \delta_{sq} = -\frac{1}{3} \left(\frac{l^2 \cdot A_i \cdot b_i}{l^2} \right) \frac{q \cdot l^2}{8} \cdot A_i \cdot b_i \tag{2.34}$$

$$\delta_{iq} = \delta_{sq} = -\frac{q}{24} \cdot A_i \cdot b_i (l^2 \cdot A_i \cdot b_i)$$
(2.35)

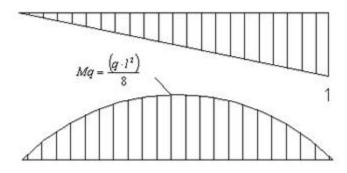


Figura 2.13 Producto de Vereschaguin de la fuerza unitaria de X_3 o X_4 por la carga distribuida q.

$$\delta_{\rm mq} = \delta_{\rm nq} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{q \cdot l^2}{8} \cdot l \tag{2.36}$$

$$\delta_{\rm mq} = \delta_{\rm nq} = -\frac{q \cdot l^3}{24} \tag{2.37}$$

Para resolver el sistema de ecuaciones con los coeficientes numéricos obtenidos se elaboró un Programa en MatLab mediante el cual se pueden hallar los coeficientes y resolver las ecuaciones canónicas para un número de impelentes de hasta diez y con cualquier variación en las dimensiones.

2.6 Conclusiones parciales del Capítulo II.

- 1. En el Capítulo se desarrolló una metodología de solución del sistema complejo hiperestático de apoyos del árbol de una bomba centrífuga multietápica considerando los cojinetes de rodamientos como empotramientos parcialmente elásticos y la las empaquetaduras como apoyos suplementarios elásticos.
- 2. Se hallaron las ecuaciones de aquellos productos de Veresshiaguin que no aparecen en la Tabla de Pisarenko.

Capítulo III

Capítulo III Comportamiento del Modelo Analítico elaborado para el desplazamiento lineal elástico de una empaquetadura blanda y su validación experimental.

3.1 Modelo Matemático para el desplazamiento lineal de una empaquetadura blanda.

En el caso de considerar las empaquetaduras de la bomba como apoyos lineales elásticos se necesita hallar la constante de rigidez de la empaquetadura. Para ello se parte de que la distribución de presiones que ejerce el árbol sobre la misma tiene una distribución sinusoidal tal como se muestra en la Fig. 3.1

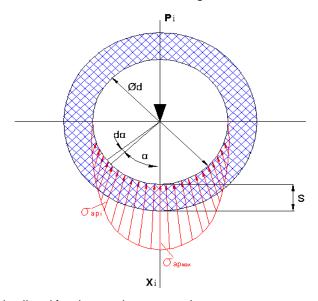


Figura 3.1 Distribución de presiones en el contacto empaquetadura árbol

Se cumple entonces que:

$$\sigma_{api} = \sigma_{ap_{max}} \cdot cos\alpha$$

Un diferencial de la reacción vertical F, o sea: d_{Xi} se puede escribir como sigue:

$$d_F = \sigma_{api} \cdot d \cdot A \cdot \cos\alpha = \sigma_{ap_{max}} \cdot \cos\varphi \cdot \frac{d}{2} \cdot d \cdot \alpha \cdot l \cdot \cos\alpha$$

Integrando.

$$F = \int d_{X_i} = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sigma_{ap_{max}} \cdot \frac{d}{2} \cdot l \cdot \cos^2 d \cdot \alpha$$

$$F = \sigma_{ap_{max}} \cdot d \cdot l \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2} d \cdot \alpha$$

$$F = \sigma_{ap_{max}} \cdot d \cdot l \cdot \frac{\pi}{4}$$

Despejando $\sigma_{ap max.}$

$$\sigma_{ap_{max}} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d \cdot l}$$

Y el desplazamiento será igual a la variación del espesor de la empaquetadura, según la Ley de Hooke:

$$\delta_{emp_i} = \Delta S_{max} = \frac{\sigma_{ap_{max}} \cdot S_{emp}}{E_{emp}}$$

$$\delta_{emp_{\hat{l}}} = \frac{4 \cdot F \cdot S}{\pi \cdot d \cdot l \cdot E_{emp}}$$

Dónde:

d y I - Diámetro y longitud del árbol en la zona del árbol donde está la empaquetadura - cm

 S_{emp} – Espesor radial de la empaquetadura – cm

 $\mathsf{E}_{\mathsf{emp}}$ – Módulo de elasticidad del material de la empaquetadura en $\mathsf{kN/cm}^2$

 δ_{emp} – Desplazamiento de la empaquetadura – cm

Estos valores procesados en Excel para empaquetaduras de teflón con módulo de elasticidad 30 kN/cm² (Kreith, 1999) donde se fue aumentando la carga desde 2 hasta 30 kN se muestran en la tabla 3.1

Tabla 3.1 Valores analíticos de desplazamiento para empaquetadura de teflón al variar la fuerza aplicada.

Fuerza	d _A	I	S E		δ desplazam	δ desplazam
kN	cm	cm	cm	kN/cm^2	cm	μm
2	7,95	10,5	1,5	30	0,0015	15,253
4	7,95	10,5	1,5	30	0,0031	30,506
6	7,95	10,5	1,5	30	0,0046	45,759
8	7,95	10,5	1,5	30	0,0061	61,012
10	7,95	10,5	1,5	30	0,0076	76,265
12	7,95	10,5	1,5	30	0,0092	91,517
14	7,95	10,5	1,5	30	0,0107	106,770
16	7,95	10,5	1,5	30	0,0122	122,023
18	7,95	10,5	1,5	30	0,0137	137,276
20	7,95	10,5	1,5	30	0,0153	152,529
22	7,95	10,5	1,5	30	0,0168	167,782
24	7,95	10,5	1,5	30	0,0183	183,035
26	7,95	10,5	1,5	30	0,0198	198,288
28	7,95	10,5	1,5	30	0,0214	213,541
30	7,95	10,5	1,5	30	0,0229	228,794

Se plotearon los resultados en el gráfico de fuerza contra desplazamiento y se muestran en la figura 3.2.

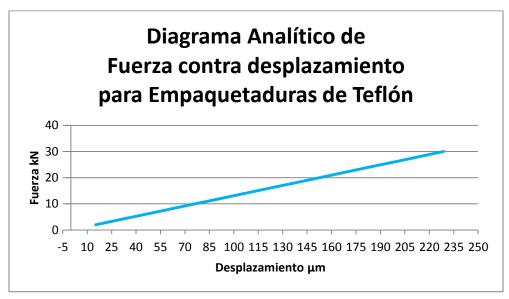


Figura 3.2 Diagrama Analítico de Fuerza contra desplazamiento para Empaquetaduras de Teflón

El mismo procedimiento se realizó para la otra empaquetadura que tiene las mismas dimensiones y restricciones, solo que varía el material, esta es de fibras de amianto con módulo de elasticidad de 21 kN/cm² (Kreith, 1999)

Tabla 3.2 Valores analíticos de desplazamiento para empaquetadura de Amianto al variar la fuerza aplicada.

kN	cm	cm	cm	kN/cm^2	cm	microm
Fuerza	d _A	Ι	S	E	δ desplazam	δ desplazam
2	7,95	10,5	1,5	21	0,0022	21,7898698
4	7,95	10,5	1,5	21	0,0044	43,57973961
6	7,95	10,5	1,5	21	0,0065	65,36960941
8	7,95	10,5	1,5	21	0,0087	87,15947922
10	7,95	10,5	1,5	21	0,0109	108,949349
12	7,95	10,5	1,5	21	0,0131	130,7392188
14	7,95	10,5	1,5	21	0,0153	152,5290886
16	7,95	10,5	1,5	21	0,0174	174,3189584
18	7,95	10,5	1,5	21	0,0196	196,1088282
20	7,95	10,5	1,5	21	0,0218	217,898698

22	7,95	10,5	1,5	21	0,0240	239,6885679
24	7,95	10,5	1,5	21	0,0261	261,4784377
26	7,95	10,5	1,5	21	0,0283	283,2683075
28	7,95	10,5	1,5	21	0,0305	305,0581773
30	7,95	10,5	1,5	21	0,0327	326,8480471

Fuente: Elaboración Propia

El gráfico de fuerza contra desplazamiento para el amianto se muestra en la figura 3.3.

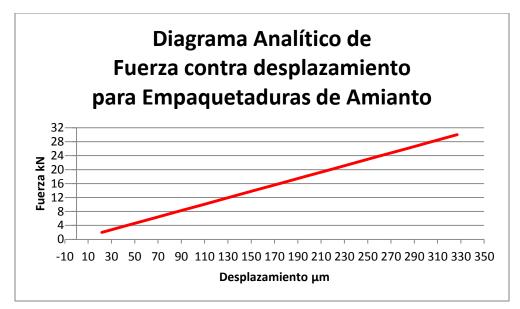


Figura 3.3 Diagrama Analítico de Fuerza contra desplazamiento para Empaquetaduras de Amianto

3.2 Montaje de la instalación experimental

3.2.1 Montaje de las empaquetaduras

Para efectuar los ensayos se seleccionó dos de los tipos de empaquetaduras más usadas en las bombas de la refinería, las de Teflón de clasificación Mamusa y las de amianto grafitado de clasificación CHEM-2 picándolas en ángulo de 45° alrededor del eje para cuando haga el cierre queden uniformes. Las características de cada una de estas empaquetaduras se pueden apreciar en los Anexos 1 y 2.

Introducimos el eje dentro del estopero de la bomba y también la empaquetadura con ayuda de un martillo y un cincel para poderla llevar hasta atrás con pequeños golpes, tal y como se muestran en la figura 3.4.





Figura 3.4 Proceso de montaje de las empaquetaduras en el estopero

Así lo hicimos con las 6 empaquetaduras, colocando en distintas posiciones sus empates a cada lado, quedando el eje cubierto completamente. Luego pasamos a colocar el prensa estopa y con una llave 24 mm dimos el apriete a una presión de (10 N⋅cm)

3.2.2 Montaje de la pieza en la prensa.

Para hacer el ensayo experimental se utilizó una prensa certificada que se utiliza en el taller de transporte de la Refinería de Petróleo "Camilo Cienfuegos", la cual nos brinda los valores de la fuerza en toneladas por lo que hubo que convertirlos en kN. Al estopero se le soldaron 4 angulares como se puede apreciar en la figura 3.5 para fijarlos como base del mismo para garantizar el equilibrio del conjunto.



Figura 3.5 Vista de los angulares soldados al conjunto estopero-empaquetadura-eje

Garantizado el equilibrio del conjunto se colocó debajo de la prensa, comprobando siempre que tenga el nivel adecuado para que no se fuera a cometer ninguna imprecisión en las mediciones. Para poder aplicar la carga que nos permitía la prensa, fue necesario construir un dispositivo lo más rígido posible, para que este no fuera a tener alguna deformación e introdujera errores en las mediciones.

Se realizó el dispositivo con dos angulares soldados para obtener un perfil cuadrado en forma de puente para que la carga que nos brinda la prensa fuese dividida a la mitad en los extremos del eje, con las dimensiones de este, quedando céntricamente encima de sus extremos, para después aplicar un apriete de la prensa sobre este como se puede apreciar en la figura 3.6







Figura 3.6 Montaje del conjunto estopero-empaquetadura-eje en la prensa con el dispositivo tipo puente

3.2.3 Montaje de los comparadores de carátula

Las mediciones de los desplazamientos provocados por la fuerza ejercida por la prensa sobre las empaquetaduras, fueron realizadas con comparadores de carátula en cada extremo del eje. Estos tienen una escala de 10 mm la cual estaba en los rangos que esperábamos que estuviesen los resultados. En las figuras 3.7 y 3.8 se pueden ver como quedaron los comparadores de carátula debajo del eje.





Figura 3.7 Vista lateral de la instalación de los Comparadores de Carátula de la instalación de los Comparadores de Carátula





Figura 3.8 Vista de la instalación y de los comparadores de carátula

3.3 Obtención de las mediciones

Ya con la instalación lista se empezó a aplicar distintas fuerzas al eje, aumentando progresivamente de 2 en 2 kN hasta la máxima carga que se decidió aplicar que fue de 30 kN. Esta operación se repitió 10 veces y se fueron anotando los valores, luego se procesó en una hoja de cálculo de Excel estos resultados que se muestra en la tabla 3.3, en los que fueron eliminados los valores mayores (gris oscuro) y los valores menores (blanco) para cada fuerza y se determinó el promedio para el resto de los 8 valores.

Tabla 3.3 Valores experimentales de desplazamiento para empaquetadura de Teflón al variar la fuerza aplicada.

Fuerza kN	Desplazamiento en Micrómetro										
rueiza kin	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Promedio
2	39	37	38	40	42	41	40	39	38	40	39,42
4	76	75	77	79	80	80	79	78	78	80	78,39
6	112	110	112	113	115	114	113	111	109	114	112,34
8	151	150	151	152	154	155	153	153	152	151	152,14
10	179	178	180	182	185	184	182	180	179	182	181,04
12	211	208	210	215	218	218	216	213	211	214	213,53
14	232	228	229	232	238	236	233	232	229	231	231,76
16	272	270	270	273	277	278	273	269	268	273	272,08
18	300	295	298	299	305	306	304	300	297	298	300,12
20	327	322	325	329	334	332	328	326	323	328	327,27
22	353	350	351	354	360	358	354	352	350	355	353,39
24	364	358	357	365	368	368	364	364	359	369	363,86
26	401	395	396	402	410	409	404	400	394	403	401,30
28	424	420	422	425	430	428	425	423	421	425	424,09
30	452	447	451	457	459	456	453	448	446	457	452,61

Con los valores promedio del desplazamiento para las distintas fuerzas para la empaquetadura de Teflón se ploteó un diagrama de carga contra desplazamiento que se muestra en la figura 3.9.



Figura 3.9 Diagrama Experimental de Fuerza contra desplazamiento para Empaquetaduras de Teflón

Para la empaquetadura de amianto se hizo el mismo procedimiento arrojando los resultados que se muestran en la tabla 3.4 y el diagrama de la figura 3.10

Tabla 3.4 Valores analíticos de desplazamiento para empaquetadura de amianto al variar la fuerza aplicada.

Fuerza	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Promedio
2	40	42	38	37	43	41	40	38	43	41	40,375
4	82	80	83	80	85	83	81	84	82	83	82,25
6	123	122	124	120	123	123	125	119	120	120	121,875
8	159	155	160	154	163	158	161	159	157	160	158,625
10	194	192	195	192	198	193	192	195	192	198	193,875
12	227	230	225	224	229	227	222	225	225	230	226,5
14	250	254	257	253	260	256	254	257	253	260	255,5
16	290	287	285	284	289	291	287	285	284	289	287
18	310	315	312	311	318	311	309	310	312	317	312,25
20	340	347	340	335	342	342	341	340	338	339	340,25
22	367	363	355	358	365	366	361	356	357	362	361
24	382	385	380	378	386	379	384	380	376	382	381,25
26	397	401	395	396	405	398	401	395	396	405	398,625
28	415	418	412	413	420	416	419	415	413	418	415,875
30	432	435	426	427	436	432	438	429	428	436	431,875



Figura 3.10 Diagrama Experimental de Fuerza contra desplazamiento para Empaquetaduras de Amianto

Con los valores analíticos y experimentales obtenidos se realizó la tabla 3.5 que nos muestra estos resultados para las dos empaquetaduras.

Tabla 3.5 Valores analíticos y experimentales de desplazamiento para empaquetadura de teflón y amianto al variar la fuerza aplicada.

-	Desplazamientos (μm)									
Fuerza (kN)	Ami	anto	Teflón							
(KIN)	Experimental	Analítico	Experimental	Analítico						
2	40,375	21,7898698	39,42	15,2529089						
4	82,25	43,57973961	78,39	30,5058177						
6	121,875	65,36960941	112,34	45,7587266						
8	158,625	87,15947922	152,14	61,0116355						
10	193,875	108,949349	181,04	76,2645443						
12	226,5	130,7392188	213,53	91,5174532						
14	255,5	152,5290886	231,76	106,770362						
16	287	174,3189584	272,08	122,023271						
18	312,25	196,1088282	300,12	137,27618						
20	340,25	217,898698	327,27	152,529089						
22	361	239,6885679	353,39	167,781997						
24	381,25	261,4784377	363,86	183,034906						
26	398,625	283,2683075	401,30	198,287815						
28	415,875	305,0581773	424,09	213,540724						
30	431,875	326,8480471	452,61	228,793633						

Con los valores de la tabla 3.5 se realizó el diagrama de fuerza contra desplazamiento para las dos empaquetaduras tanto analítico como experimental, obteniendo los resultados que se muestran a continuación en la figura 3.11.

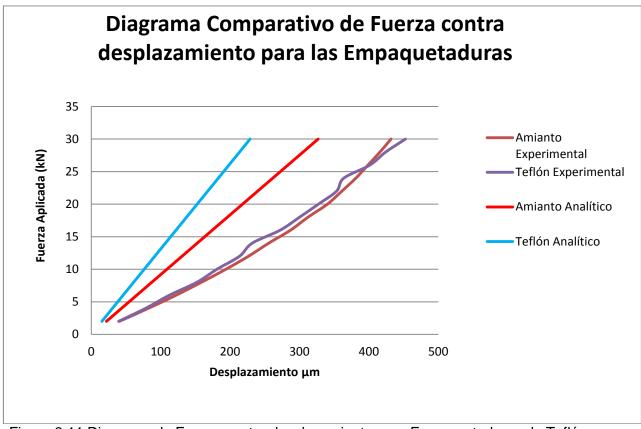


Figura 3.11 Diagrama de Fuerza contra desplazamiento para Empaquetaduras de Teflón y de Amianto utilizando el Modelo Analítico y Experimental.

3.4 Conclusiones Parciales del Capítulo

- 1. Se construyó una instalación experimental compuesta de un prensa estopas real de una bomba de la Refinería de Petróleo "Camilo Cienfuegos" la cual fue preparada para apoyarla en las base de una prensa hidráulica existente en la propia Refinería. Se seleccionaron los dos tipos de empaquetadura más utilizadas en las bombas de la Refinería: De amianto y de teflón y para cada empaquetadura se le realizaron 10 ensayos aumentando la fuerza progresivamente
- 2. Al comparar los resultados obtenidos experimentalmente con los obtenidos analíticamente, se puede concluir que estos no se distancia mucho. La diferencia está dada en que en los cálculos analíticos se tomó un estado tensional lineal que no se aleja mucho de la realidad, pero no toma en cuenta el apriete que se le aplica a la empaquetadura.

Conclusiones

Conclusiones Generales

- En el trabajo se describe un nuevo Esquema de Análisis para el cálculo de árboles de las bombas centrífugas multietápicas que considera la influencia favorable de la rigidez angular de los cojinetes de rodamientos y las empaquetaduras como apoyos elásticos suplementarios.
- 2. En el Trabajo se utiliza un modelo Matemático para la rigidez de la empaquetadura, que permite calcular la fuerza de reacción en la misma si se conocen las dimensiones de las empaquetaduras y el módulo de elasticidad de su material en dependencia de su desplazamiento radial y viceversa.
- 3. Se hallaron las dependencias teóricas entre el desplazamiento y la carga aplicada a un prensa estopas con seis empaquetaduras: para el material amianto y teflón.
- 4. Se construyó una instalación experimental compuesta de un prensa estopas real de una bomba de la Refinería de Petróleo "Camilo Cienfuegos" la cual fue preparada para apoyarla en las base de una prensa hidráulica existente en la propia Refinería. La escala de la prensa está graduada en toneladas, ya que el reloj de la misma toma en cuenta la presión hidráulica que va desarrollando la mima y la multiplica por el área del cilindro expresando esta carga en toneladas. La división mínima de la escala es de 0,1 t, o sea, 100 kgf.= 1 000 N = 1 kN. Se seleccionaron los dos tipos de empaquetadura más utilizadas en las bombas de la Refinería: De amianto y de teflón.
- 5. Se midieron los desplazamientos reales producidos en la instalación experimental, no alejándose mucho de los valores analíticos, la diferencia está dada en que para los cálculos analíticos se tomó un estado tensional lineal que no se aleja mucho de la realidad pero no toma en cuenta el apriete que se le aplica a la empaquetadura.

Recomendaciones

Recomendaciones

Se recomienda revisar completamente el Modelo Matemático elaborado para tratar de buscar una mejor correspondencia entre el modelo analítico y el experimental.

Bibliografía

Bibliografía

Alemán. (5 de Marzo de 2010). Rediseño y Recuperación de dos Bombas Multietapas Marca Berliet Pertenecientes a la Embarcación "6 de Junio" del Departamento de Bomberos de la Provincia de Cienfuegos. XVII Forum de ciencia y técnica. XVII Forum de ciencia y técnica, 25.

Ayagon. (2014). AYAGON. Chile. Obtenido de: http://www.ayagon.cl/

Bedford, A., & Fowler, W. (2002). Engineering Mechanics. Statics. Prentice Hall, 583.

Beer, F., & Jonhston, E. (1984). Mecánica Vectorial para Ingenieros. Mc Graw – Hill, 972.

Birger, I., Shorr, B., & Shneiderovich, R. (1966). Cálculo de Resistencia de Piezas de Máquinas. Moscú: Mashinostroenie.

Canle, R. (2011). Influencia de la rigidez en el diseño de apoyos flexibles para equipos industriales. *Técnica Industrial*, 42-46.

Dobrovolski, V. (1970). Elementos de Máquinas. Moscú: MIR.

ERICA. (2014). ERICA. Obtenido de http://www.erica.es

Feodosiev, V. (1985). Resistencia de Materiales. Moscú: MIR.

Figueroa, J. F. (2001). Sellado de fluidos. Ecuador.

Fitzgerald, F. (1996). Mecánica de Materiales. México: Alfaomega S.A. de C.V.

Fogiel, M. (1988). Problem solver in Strength of Materials and Mechanics of Solids. New Jersey: REA.

Goytisolo, R. (2010).

Goytisolo, R., Hidalgo, C., Nodal, F., & J.G., N. (20 al 22 de Septiembre de 1989). Estudio teórico y experimental del coeficiente de rigidez de los apoyos en árboles con diferentes cojinetes de rodamientos. Memorias del Tercer Congreso Internacional de Ingeniería Mecánica y Primero de Mecatrónica. Bogotá, Colombia.

Hawkes, B. (1989). Cadcam. Paraninfo S.A, 336.

Hidalgo, C. (Marzo de 2009). Estudio teórico y experimental del coeficiente de rigidez de los apoyos en árboles con diferentes tipos de cojinetes de rodamientos. Cienfuegos, Cuba.

Kreith, F. (1999). Mechanical Engineering Handbook. Boca Raton: CRC Press LLC.

- Manrique, R., & Jim, A. (2011). Diseño de un recipiente a presión con un sistema de agitación para el procesamiento de biodiesel de 3 m3 de capacidad . Peru.
- Morquio, A., & Delacoste, L. (2014). Vigas rectas continuas, ecuaciones de tres momentos y aplicaciones . Uruguay.
- Mott, R. (1996). Resistencia de Materiales Aplicada. México: Hall Hispanoamericana S.A. 3ª. Ed.
- Nodal Ordoñez, F. (2004). Estudio teórico y experimental del Empotramiento Elástico. Tesis en opción del Titulo de Master en Ciencias Técnicas.
- Olsen, G. (1962). Elements of Mechanics of Materials. La Habana: Editora de la Asociación de Estudiantes de Ingeniería.
- Pisarenko, G., Yakovlev, A., & Matveev, V. (1989). Manual de Resistencia de Materiales. MIR.
- Rodríguez, J. A. (2007). Desarrollo de un programa LDAR para control de emisiones fugitivas en una planta de refinería. Sevilla, España.
- Scheffler. (2014). SCHEFFLER. Obtenido de: http://medias.schaeffler.com/
- SKF. (2014). SKF Uruguay. Obtenido de: http://www.skf.com/
- Spiegel, L., & Limbrunner, G. (1999). Applied Statics and Strength of Materials. Third Edition. *Prentice Hall*, 644.
- STR Ingeniería. (2012). STR Cálculo de Estructuras. Madrid, España.
- Volmir, A. (1986). Problemas de Resistencia de Materiales. Moscú: MIR.
- Wilson, C. (1999). Compute Integred Machine Design. Prentice Hall, 646.

Anexos

Anexos

Anexo I : Característica de la empaquetadura MAMUSA MM-3255-HN de Amianto.

Empaquetadura Grafitada para Bombas

TEMPERATURA	HASTA 315 C
RANGO PH	4 – 10
PRESION psi	250 Psi
VELOCIDAD LINEAL	10 m/s



Empaquetadura diseñada para el servicio en bombas centrífugas que operen en presencia de líquidos calientes, agua, alcohol, ácidos, álcalis débiles, aceites y solventes. El estilo MM-3255-HN, es elaborado a partir de fibras largas de amianto lubricadas con aceites ligeros, grasa y un lubricante especial de alta temperatura a prueba de cristalización, que protege a la empaquetadura durante periodos rápidos de asentamiento, luego es entretejida en forma cuadrada con un acabado totalmente grafitado que actúa como lubricante de sacrificio. Incluye muchas aplicaciones en secadores, mezcladores y agitadores, ofreciendo un mínimo ajuste del prensa estopa, lo cual le confiere una larga vida útil.

Para uso en la industria termoeléctrica, petrolera, papelera, siderúrgica, petroquímica, azucarera o de alimentos e industrias en general.

Anexo 2 : Característica de la empaquetadura CHEN-2 de Teflón



Aplicaciones

Servicio químico extremo. Ácidos, cáusticos y productos de petróleo.

Especificaciones

Temperaturas para 550° F (280) °C Va a exceso de velocidad a 3500 fpm Presiones a 300 psi en rotación PH de 0-14

Construcción

Teflón ampliado, lubricado, grafito impregnado, fibra de GFO..

Beneficios

La conductancia de calor alta, el rozamiento inferior, la vida más larga. Aplicación amplia, ahorre sobre gastos de existencias, use un estilo para todas aplicaciones no amianto,. Reduzca los costos de mantenimiento.