

*Facultad de Ingeniería
Colectivo de Mecánica Aplicada*



Trabajo de Diploma

Título: Determinación del factor de forma de los engranajes cilíndricos de evolvente con dientes rectos de perfil asimétrico.

Autor: Yanier González Angulo.

Tutores: Dr. Rafael Antonio Goytisoló Espinosa.

Dr. Jorge Laureano Moya Rodríguez.

Ing. Willian Beltrán Rodríguez.

Junio 2013

"Año 55 de la Revolución."

**DECLARACIÓN DE AUTORIDAD
UNIVERSIDAD DE CIENFUEGOS**



Sistema de Documentación y Proyecto.

Hago constar que el presente trabajo constituye la culminación de los estudios en la especialidad de Ingeniería Mecánica en la Universidad de Cienfuegos, autorizando a que el mismo sea utilizado por el Centro de Estudio Superior para los fines que estime conveniente, ya sea parcial o totalmente, que además no podrá ser presentado sin la aprobación de dicha institución.

Firma del autor.

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido según acuerdo de la dirección del centro y el mismo cumple los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura, referido a la temática señalada.

Información Científico Técnico
Nombre y Apellidos. Firma.

Vice Decano.

Firma del Tutor

Nombre y Apellidos. Firma.

Sistema de Documentación y Proyecto.
Nombre y Apellido. Firma.

Pensamiento

*"La razón más importante para fijar una meta es porque te hacen
que te conviertas en alguien mejor para conseguirla.
En lo que te conviertes, siempre será de mayor valor que lo que
puedas obtener de tus metas."*

Brian Tracy

Dedicatoria

A mis padres, hermanos, esposa y familia en general.

A mi abuelito que tanto quiero aunque siempre no pueda estar a su lado, pero con la esperanza de que me viera convertirme en un profesional.

A mis amigos, vecinos y compañeros de estudio por estar a mi lado en todos estos años.

Agradecimientos

A mis padres, hermanos, tíos, primos, a mi abuelo y familia: por todo el apoyo y el amor que me han brindado en todos estos años.

A mi esposa: por todo el amor, delicadeza y ternura que me ha entregado, por enseñarme que la vida es mucho más que un instante y que está llena de tropiezos a los que hay que sobreponerse, gracias por tu amor.

A mis compañeros y amigos: por estar a mi lado en los momentos buenos y en los más difíciles y convencerme cada día más de que existen, y que son como hermanos.

A mis tutores y profesores, por todo el conocimiento que me han impregnado y por el tiempo que me dedicaron.

En especial a mi tutor Dr. Rafael A. Goytisoló por su ayuda incondicional en la elaboración de este trabajo.

A todos los que de una forma u otra aportaron un grano de arena e hicieron posible la culminación de este trabajo...

Resumen

RESUMEN

Los engranajes cilíndricos de dientes rectos de perfil asimétrico, han ido adquiriendo una gran difusión en los primeros años del actual siglo, sin embargo a pesar de que sobre estos engranajes, tanto sus creadores: A. Kapelevich y A.S. Novikov, así como otros especialistas en Estados Unidos, Rusia, Cuba, México y Venezuela han investigado este tipo de transmisión, todavía no se conocen todas las particularidades de la influencia de sus parámetros y cualidades geométricas en la resistencia, a la fractura y no se ha investigado la influencia de la fuerza de fricción actuante sobre el flanco ni la corrección del dentado en la resistencia mecánica de la rueda conductora y de la conducida. En el presente trabajo se hace una primera incursión en el estudio de estos aspectos aún no investigados, en particular en el cálculo de los factores de forma de los dientes. Se elaboró un modelo matemático para calcular los factores de forma en engranajes cilíndricos rectos de perfil asimétrico, que incorpora el valor del coeficiente de fricción, el coeficiente de corrección del dentado, el coeficiente de asimetría para cualquier número de dientes, se hicieron numerosos cálculos de los factores de forma tanto para las ruedas conductoras como para las conducidas, obteniéndose importantes conclusiones.

Palabras Claves: Dientes rectos de perfil asimétrico, influencia de la fuerza de fricción, la asimetría y de la corrección del dentado, factor de forma.

Índice

ÍNDICE

Introducción.....	15
Capítulo I. Evolución del estado del arte acerca de los parámetros geométricos que influyen en la resistencia a la fractura de los engranajes cilíndricos de dientes rectos de perfiles simétrico y asimétrico.....	20
1.1 Breve historia del desarrollo de los engranajes.....	20
1.2 La falla por fractura de los dientes de los engranajes.	21
1.3 Tensiones de flexión en la base del diente, formas de reducir las tensiones y de evaluar la capacidad de carga.	21
1.4 Modelos empleados para el cálculo del factor geométrico de forma y_f y las tensiones en el pie.....	23
1.5 Engranajes asimétricos.....	27
1.6 Conclusiones del capítulo I	31
Capítulo II. Nuevo modelo matemático para evaluar la influencia de la componente radial de la carga, la fuerza de fricción y la corrección del dentado en el factor de forma y en las tensiones en el pie de los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos.....	34
2.1 Modelo matemático desarrollado por el Colectivo de Mecánica Aplicada de la Universidad de Cienfuegos para calcular el factor de forma y las tensiones en el pie en los dientes evolventes de perfil simétrico.....	34
2.1.1 Cálculo del factor de forma.....	34
2.1.2 Cálculo de las tensiones en el pie.....	41
2.1.2.1 Expresiones utilizadas para el cálculo de las tensiones.....	41
2.1.2.2 Expresiones para el cálculo de las tensiones volumétricas en el pie del diente dadas en las normas internacionales.....	42
2.2 Determinación del coeficiente de concentración de tensiones en el pie.	44
2.2.1 Coeficiente de Concentración de Tensiones dado por (Dobrovolski, 1970)...44	
2.2.2 Coeficiente de Concentración de Tensiones de Dolan-Broghamer.....	44
2.2.3 Otros Coeficientes de concentración de tensiones encontrados en la literatura para dientes de engranajes.	45
2.3 Nuevo modelo matemático desarrollado en el presente trabajo para calcular el factor de forma y las tensiones en el pie en los dientes evolventes de perfil	

asimétrico considerando la componente radial de la carga y los coeficientes de corrección y de fricción.	45
2.3.1 Fuerzas y tensiones que serán consideradas.	45
2.3.2 Cálculo del corrimiento “x” de la carga total q_n en los vértices del diente al ser trasladada la carga resultante hacia el eje del diente.	50
2.3.3 Otras ecuaciones del nuevo modelo.	51
2.4 Conclusiones del Capítulo II.	56
Capítulo III. Resultados del procesamiento del nuevo modelo matemático para obtener el factor de forma de los dientes de los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos.	59
3.1 Cálculo del factor de forma de los dientes de los engranajes cilíndricos de dientes rectos simétricos según Dobrovolski.	59
3.2 Cálculo del factor de forma de los dientes de los engranajes cilíndricos de dientes rectos simétricos obtenidos por el modelo matemático de (Quiñones, 2005).	63
3.3 Resultados obtenidos en el cálculo del factor de forma para los dientes de los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos por el nuevo modelo matemático elaborado en el presente trabajo para diferentes coeficientes de fricción y de corrección, con coeficiente de asimetría $c = 1,5$	65
3.4 Comparación de los valores del factor de forma obtenidos en el presente trabajo para diferentes números de dientes y coeficientes de asimetría, para coeficiente de fricción $f = 0$, sin corrección del dentado y despreciando la tensión de compresión directa provocada por la componente radial de la carga.	75
3.5 Comparación de los valores del factor de forma obtenidos en el presente trabajo para diferentes números de dientes y coeficientes de asimetría, para coeficiente de fricción $f = 0$, y diferentes de cero sin corrección del dentado, con corrección positiva $\xi = 0,6$ y negativa $\xi = - 0,6$, tres coeficientes de fricción diferentes $f = 0$, $f = 0,2$ y $f = 0,5$, y considerando siempre la tensión de compresión directa provocada por la componente radial de la carga.	76
3.6 Conclusiones del Capítulo III.	79
Conclusiones Generales	84
Recomendaciones	87
Bibliografía	89
Anexos	100

Introducción

Introducción

Existen diversas configuraciones y formas de engranajes, tales como los rectos, helicoidales, cónicos, hipoidales. Los engranajes en general son construidos por el desbaste realizado por herramientas de corte, ya sea por generación o copiado, donde, debido a la simetría de la herramienta se producen ruedas dentadas estándares de dientes simétricos. De los diferentes tipos de engranajes, son los cilíndricos de dientes rectos simétricos de perfil evolvente los más usados, caracterizados como ruedas cilíndricas dentadas rectas y paralelas al eje del árbol (Marghitu, 2001).

Desde finales del siglo XX ya se conoce que una solución viable para mejorar la capacidad portante del engranaje es la creación de ruedas dentadas con perfil asimétrico, como plantean (Kapelevich, 1989), (Litvin et. al, 2000); (Kapelevich y Kleiss; 2002), quienes afirman que este tipo de engranaje presenta cualidades como mayor capacidad de carga, extensión de vida útil, reducción de tamaño, peso, ruido y vibración, alta eficiencia de transmisión y aumento de la confiabilidad.

Para engranajes simétricos, la resistencia en la base del diente se calcula a través de diferentes procedimientos ya normados (AGMA 908-B89, 1989), (ISO 6336-3, 1989), (DIN 3990, 1987), (GOST 21354-87, 1989), sin embargo, para los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos de perfil evolvente, en los estándares actuales no se han establecido procedimientos para el cálculo de la tensión en la base, producidos por la flexión.

La situación descrita ha obligado hasta la fecha a la utilización de métodos alternativos de cálculo estructural como el Método de los Elementos Finitos, para la determinación de las tensiones de flexión en la base del diente asimétrico.

Un elemento muy importante que determina la resistencia a la fractura de los dientes de los engranajes es el Factor de Forma. En las Normas (AGMA, 1989), (ANSI - AGMA, 1995), (DIN, 1987) y en la Norma (ISO, 1996) se toma como Factor de Forma el conocido Factor de Lewis, que sólo considera la geometría del diente, sin tomar en cuenta el efecto de la fuerza de fricción en los valores del Factor de Forma. En la actual Norma (GOST, 1989), no se emplea exactamente el Factor de Forma de Lewis, sino que se emplea un Factor de Forma que tampoco incluye la

influencia del coeficiente de fricción. En la literatura técnica consultada sólo en la antigua Norma GOST (Dobrovolski, 1970) se incluía la influencia de la fuerza de fricción en los valores de los Factores de Forma reportados pero para un valor constante del coeficiente de fricción y sin hacer referencia alguna a la influencia que podían tener las variaciones de este coeficiente en los valores del Factor de Forma y en las tensiones de flexión en el pie de las ruedas conductoras o conducidas.

En los Trabajos (Quiñones, Goytisoló, Moya, 2005), (Quiñones, Goytisoló, Moya, 2007) se realizó un profundo estudio de la influencia de los coeficientes de fricción y de corrección en el factor de forma de los engranajes cilíndricos de dientes rectos de perfil simétrico, pero este estudio aún no ha sido realizado para los engranajes cilíndricos de dientes rectos con perfil asimétrico.

Dependiendo de las condiciones de lubricación el coeficiente de fricción puede tener valores muy diversos que pueden variar desde valores muy pequeños del orden de las centésimas o incluso de las milésimas en el caso de la lubricación elastohidrodinámica hasta valores en el orden de las décimas o incluso próximos a la unidad en el caso de la lubricación límite (Goytisoló y Moya, 1976); (Fuentes, 1996). Con relación a la influencia de la fuerza de fricción y de la corrección del dentado se han realizado investigaciones sobre los engranajes cilíndricos de perfil simétrico y sobre las transmisiones por tornillo sinfín (Quiñones, Goytisoló, Moya, 2005), (Soto, Moya y Goytisoló, 2007), (Quiñones, Goytisoló, Moya, 2007). Particularmente en el caso de los engranajes de perfil asimétrico, sucede, que siendo esta transmisión muy novedosa y actual (Kapelevich, 1987); (Novikov et al., 2008) no se conocen aún completamente la influencia de todos los parámetros geométricos en la resistencia a la fractura y a pesar de que investigadores de Cuba, México y Venezuela han hecho aportes en este sentido (Velázquez, Moya, Soriano, 2004); (Moya, Velázquez, Arencibia, 2007); (Moya, Velázquez, Goytisoló, Machado, 2007); (Moya, Machado, Velázquez, Hernández, Fernández y Sierra; 2010), sin embargo, hay que destacar que en estos trabajos realizados sobre la influencia de la geometría en la resistencia a la fractura no se ha incluido en la expresión del factor de forma la tensión de compresión provocada por la componente radial de la

carga, ni se ha investigado la influencia en los factores de forma de las ruedas conductora y conducida de la fuerza de fricción, ni de la corrección del dentado.

Sobre esta base, el Problema Científico queda definido de la siguiente forma:

La no existencia de modelos que permitan obtener el factor geométrico de forma y_f para los engranajes de dientes rectos asimétricos de perfil evolvente, lo que imposibilita el cálculo analítico de la tensión máxima resultante en la base del diente σ_{res} , originada por todas las cargas actuantes. Surge así, como objeto de esta investigación los engranajes cilíndricos con dientes rectos asimétricos de perfil de evolvente.

En el trabajo se realiza una investigación básica para establecer relaciones analíticas de los factores geométricos de forma y_f , mediante procedimientos de reconocimiento geométrico del diente del engranaje cilíndrico de diente recto asimétrico con perfil de evolvente, que permitan estimar la tensión máxima resultante en la base del diente σ_{res} , originada por todas las cargas actuantes, tomando en cuenta las variables que intervienen como asimetría, número de dientes, módulo, adendo, dedendo, factor de corrección, ángulo de presión y radio del pie provocado por la herramienta de corte.

El campo de esta investigación se circunscribe al estudio de los factores geométricos de forma y_f y las tensiones en el pie, en los engranajes cilíndricos exteriores de dientes rectos asimétricos con perfil de evolvente, normales o con corrección.

El Objetivo General del presente trabajo es precisamente: Desarrollar un Modelo Matemático para el cálculo del Factor de Forma de los engranajes cilíndricos con dientes rectos de perfil asimétrico, que considere la influencia de la acción directa de compresión de la componente radial de la carga sobre el diente, el valor del coeficiente de fricción y los coeficientes de corrección del dentado en las ruedas conductora y conducida, que permita investigar la influencia de estos parámetros en la resistencia a la fractura de los mismos.

Los Objetivos Específicos son:

1. Desarrollar un modelo matemático de generación del engranaje cilíndrico con dientes rectos asimétrico de perfil evolvente y radio de círculo en el pie.
2. Establecer procedimientos de estimación de las variables asociadas al cálculo de los factores geométricos de forma y_f y de la tensión máxima resultante en la base del diente σ_{res} , originada por todas las cargas actuantes.
3. Calcular los factores geométricos de forma y_f para los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos con perfil de evolvente y radio de círculo en el pie, para diferentes números de dientes, coeficientes de fricción y coeficientes de corrección, tanto para las ruedas conductoras como para las conducidas.
4. Realizar estudios comparativos entre los resultados del modelo propuesto y los obtenidos en las investigaciones precedentes teniendo en cuenta los diferentes parámetros geométricos del perfil.
5. Obtener conclusiones generales que amplíen el campo del conocimiento de estos engranajes.

Capítulo 1

Capítulo I. Evolución del estado del arte acerca de los parámetros geométricos que influyen en la resistencia a la fractura de los engranajes cilíndricos de dientes rectos de perfiles simétrico y asimétrico.

1.1 Breve historia del desarrollo de los engranajes.

Se considera que en la Grecia Antigua, se efectuaron análisis de engranajes en "Problemas Mecánicos de Aristóteles" (280 A.C.), donde se tiene conocimiento del mecanismo de tornillo sin fin y rueda, Arquímedes (250 A.C.) (Piován, 2004). Siendo el mecanismo más antiguo conocido, basado en un sistema de engranajes, el mecanismo de Anticitera (80 A.C.) (Rodríguez et. al, 2002). Marco Vitruvio (27 A.C.), en "De Arquitectura X.5" describe un molino de agua hidráulico, con utilización de engranajes (Vitrubio, 2004).

Entre los siglos XV al XVII, las teorías de engranajes fundamentadas en la descripción matemática de los perfiles de los dientes se destacan en Codice Atlántico (Da Vinci, 1497), más tarde (Litvin, 1997), surgen los primeros análisis de perfiles cicloides de Dürer (1525) y los perfiles de evolvente de La Hire (1694), posteriormente la acción conjugada es resuelta por Leonard Euler (1754).

En 1893 Wilfred Lewis (Lewis, 1893), publica un análisis para estimar la tensión en la base del diente, (Grant, 1899) ejecuta y propicia la producción en serie de los engranajes. A partir de este momento, la aparición de nuevos inventos como la máquina de vapor, conlleva el desarrollo de nuevas aplicaciones para los engranajes. En 1926 se utiliza el engrane hipoide en la transmisión del automóvil Packard.

En la obra citada de (Litvin, 1997) se relacionan parte de los responsables de los principales aportes a la teoría del engranaje, en los dos primeros tercios del siglo pasado, tales como: Friedrich Wilhelm Lorenz, Edwin R. Fellows, Earle Buckingham, Gustav Niemann, Hans Liebherr, Darle W. Dudley, Oliver E. Saari, Chrisanf F. Ketov, Nikolai I. Kolchin y Mikhail L. Novikov.

A finales del siglo XX y durante los inicios del siglo XXI comienzan nuevos desarrollos de sistemas de engranajes, utilizándose por primera vez perfiles con

dientes asimétricos (Kapelevich, 1989) desarrolla la síntesis de estos engranajes y (Novikov et. al, 2008) describen la investigación y desarrollo de la caja de engranajes TV7-117S, primera con perfiles de dientes asimétricos, producidos en serie por Klimov Corporation y Motor Sich JSC en Zaporozhye, Ucrania.

1.2 La falla por fractura de los dientes en los engranajes.

En las normas internacionales, publicaciones de resultados de investigaciones y textos, puede apreciarse que la información de los modos posibles de falla que presentan las ruedas dentadas, se concentran, por una parte respecto a la falla por deterioro o desgaste en la superficie del diente como consecuencia del contacto del par engranado, así como en la falla por fractura en la base del diente, producto de las tensiones de flexión en esta zona. La norma (ISO 6336-1, 1996) basa los cálculos de la capacidad de carga previendo los efectos de la fatiga superficial y de la fatiga por flexión.

Las normas (ANSI/AGMA 1010-E95, 1995) agrupan los principales modos de falla, en siete clases generales: desgaste, se caracteriza por la disminución del espesor del diente en la zona de la cabeza y del pie, que es donde existe la mayor velocidad de deslizamiento, agarramiento, deformación plástica, fatiga por contacto, agrietamiento, rotura y fatiga por flexión.

En las normas (GOST 21354-87, 1989); (ANSI – AGMA, 2101-C95, 1995); (ANSI - AGMA, 908-B89 1995); (DIN, 1987) y en las Normas (ISO 6336-1, 2, 3, 1996) se describe la Metodología para la evaluación de la resistencia a la fractura de los engranajes cilíndricos de dientes rectos.

1.3 Tensiones de flexión en la base del diente, formas de reducir las tensiones y de evaluar la capacidad de carga.

Para el mejoramiento de la capacidad de carga a las tensiones producidas por la flexión en la base del diente, se destacan dos maneras de solucionar el problema:

1. Modificando las propiedades mecánicas del material utilizado en la construcción del engrane, por ejemplo mejorando la resistencia de los dientes a través de tratamientos térmicos o de la calidad superficial, con técnicas como la carburación y el granallado (Matsumoto, 1989); (Masuyama, 2002).

2. Reduciendo la tensión de tracción máxima en la raíz del diente, modificando convenientemente la geometría del perfil del diente del engranaje en la fase de diseño y mecanizado del mismo. Entre las variantes para lograr este efecto se encuentran:

- La corrección del dentado: (Goytisoló y Moya, 1976); (Goytisoló y Moya, 1977); (Goytisoló, Cabello y Moya, 1997).
- El empleo de engranajes de una geometría más favorable a la flexión, donde se encuentran los engranajes asimétricos: (Kapelevich, 1997); (Velázquez, 2004); (Moya et. al, 2009); (Cárdenas et. al, 2010); (Cárdenas et. al, 2012); (Goytisoló et. al, 2013).

En la estimación de las tensiones de flexión en la base del diente, es clásico el estudio de (Wilfred Lewis, 1893), quien crea un modelo de cálculo para evaluar el esfuerzo en la zona elástica, debido a la flexión en la base del diente recto con perfil de evolvente, tratando al mismo como una viga empotrada en su base y en voladizo y con las hipótesis simplificadoras siguientes:

- a) La carga está uniformemente distribuida a lo largo del ancho del diente.
- b) La tensión de compresión producida por la componente radial de la carga puede ser despreciada.
- c) La carga actúa en la cabeza del diente.

El esquema de análisis de Lewis era una carga de flexión actuando en el vértice de una parábola de ancho constante que produce la misma tensión de flexión en cada sección de la parábola. De esta manera, la sección crítica de un diente, en la que la tensión de flexión es máxima, se puede localizar en el punto de tangencia entre el perfil del diente y una parábola cuyo vértice está situado en la intersección del eje del diente y la línea de acción cuando la carga está aplicada en la cabeza.

El problema según las anteriores consideraciones, es que el esfuerzo en la base del diente puede subvalorarse si se aplica la hipótesis de Bernoulli-Navier para las vigas (Goncalves, 2002), al no tomar en cuenta:

- a) Las variaciones de curvatura del perfil que describe a la sección transversal del diente en la base, lo cual origina concentración de esfuerzos.
- b) El diente de un engrane es un pequeño elemento, desde el punto de vista de longitud contra sección. Por otra parte se viola igualmente el principio de Saint Venant ya que se aplica la teoría de la viga elemental al engranaje, sin considerar que la misma puede ser aplicada solamente para secciones de la viga a distancias de la carga y del soporte, grandes en comparación con el ancho de la misma.

Dicha situación, donde los cambios de curvatura originan concentración de esfuerzos, fue corregida desde los estudios fotoelásticos de (Black, 1936) y (Dolan y Broghamer, 1942), quienes complementaron los iniciales de William Lewis, cuyos resultados son referenciados en textos de diseño básicos actuales para Ingeniería Mecánica como son: (Shigley and Mischke, 2008); (Norton, 1989); (Faires, 1990); (Mott, 2006); (Mabie, 2000); (Juvinall, 1997). En el trabajo (Quiñones, 2005) se aplicó un nuevo Modelo Matemático para el cálculo de las tensiones en el pie de los engranajes cilíndricos de dientes rectos y determinó la influencia de la corrección y la fricción en los engranajes evaluados aplicando el Método de los Elementos Finitos. Después de Lewis el primero que consideró la componente radial de la carga fue (Dobrovolski, 1970). En ese trabajo Quiñones contempló también la influencia de la componente radial de la carga en las tensiones en el pie. Hay que destacar que hasta la fecha nadie había contemplado este fenómeno para los dientes asimétricos, hasta que (Cárdenas, 2012), utilizó el estudio de Dolan y Broghamer para tomarlo en cuenta.

1.4 Modelos empleados para el cálculo del factor geométrico de forma y_f y las tensiones en el pie.

(AGMA 908-B89, 1989), mejora al tratamiento original de Lewis, incorporando el factor geométrico de resistencia J , fundamental en la estimación de la tensión de flexión en la base del diente. Dicho factor es adimensional y engloba los efectos de la forma del diente, la posición de la carga, la concentración de esfuerzo y la distribución de carga entre las líneas oblicuas de contacto (en los casos de engranes helicoidales). AGMA considera la carga normal actuando en el punto de contacto

único superior y con distribución uniforme a lo largo de la línea de contacto, tiene en cuenta la tensión de compresión causada por la componente radial de la carga. Además (para los engranes helicoidales), la tensión de flexión se corrige por un factor helicoidal propuesto por (Wellauer y Seireg, 1960) que considera la reducción de la tensión de flexión en la base del diente producida por la inclinación de la línea de aplicación de la carga respecto a la cabeza del diente. Para los engranes de dientes rectos asimétrico al existir la excentricidad y estar desplazado el eje medio del diente la componente de compresión de la carga actúa con un momento flector contrario al de la carga tangencial disminuyendo la tensión de tracción en la base del diente.

Finalmente, en el cálculo de la tensión resultante se toma en cuenta el efecto de la concentración de tensiones de (Dolan y Broghamer, 1942). Este método es general y proporciona resultados muy precisos, pero involucra un proceso iterativo para la determinación de la sección crítica donde se sugiere la utilización del método de Newton, técnica de aproximación más eficaz en tiempo y más eficiente en niveles de precisión cuando se utilizan herramientas computacionales.

(AGMA 908 B89, 1989) proporciona un total de 66 tablas, en las cuales se presenta el factor geométrico de resistencia J para 8 números de dientes (z) diferentes (12, 14, 17, 21, 26, 35, 55, 135), considerando siempre la distancia entre centros nominal. Recomiendan no interpolar cuando no se encuentre el factor J para los parámetros geométricos del engranaje considerado y proponiendo en estos casos la utilización del método de cálculo general. El otro modelo de cálculo de la tensión de flexión lo presenta la norma (ISO 6336-3-1996), donde se adoptan las siguientes hipótesis:

- La tensión de compresión producida por la componente radial de la carga que se transmite, es despreciable. La sección crítica del diente en la que se presenta la tensión de flexión máxima, es aquella cuya tangente forma un ángulo de 30° con el eje del diente.
- La tensión de flexión nominal en la sección crítica, viene dada por la Ley de Navier y es afectada por un factor de concentración de tensiones. Esta tensión nominal se habrá de corregir por aplicación de sobrecargas dinámicas,

desigual distribución de la carga a lo ancho del diente y desigual reparto de la misma entre los dientes simultáneamente en contacto.

- ISO expresa la tensión de flexión nominal en función del factor geométrico de forma. Cuando se determinan las condiciones críticas para la tensión de flexión, se habrá de determinar el punto de contacto en el que la tensión de flexión nominal es máxima. ISO propone que dicho punto es el punto de contacto único superior.
- ISO propone tres métodos, el método A, que aconseja la evaluación directa de la tensión máxima en la base del diente por métodos aproximados de cálculo como pueden ser el método de los elementos finitos, ecuaciones integrales o experimentalmente, utilizando, por ejemplo, la técnica de la fotoelastometría.
- El método B, cuando la carga se supone aplicada en el punto de contacto único superior, para la determinación de la tensión máxima en la base del diente.
- El procedimiento adoptado por ISO en su método C, es el más simple y por consiguiente el más utilizado. Consiste en calcular la carga aplicada en la cabeza del diente, y corregir el resultado con un factor llamado factor de conducción, función del grado de recubrimiento del engranaje virtual, que aproxime el resultado a las condiciones efectivas con la carga aplicada en el punto de contacto único superior. Los factores de forma y de concentración de esfuerzos para la carga aplicada en la cabeza, aparecen representados como familias de curvas para diferentes parámetros de tallado, en función del número virtual de dientes del piñón, siendo el parámetro de las familias el coeficiente de desplazamiento del mismo (ISO 6336-1, 2006).

Los valores del factor geométrico de resistencia J proporcionados por las tablas de la AGMA resultan limitados, situación apreciada por (Hernández, 2006), precisando que las tablas que brinda la norma para la selección del factor J , ignoran sistemáticamente las variantes de diseño que presentan socavado. El planteamiento anterior se explica en el criterio del debilitamiento del diente cuando existe penetración, situación considerada inconveniente, dado que si se tiene menos sección transversal se origina inevitablemente un aumento del esfuerzo en la base

del diente. Existen autores que han analizado las alternativas de evitar o de aprovechar el fenómeno del socavado, como (Pedrero y García Masiá, 2003), (Pleguezuelos y Pedrero, 2009) y respecto a la manipulación del factor de corrección (Bozan y Gavrilá, 2008); (Alemán et. al, 2011); (Moya, 1994). En el caso de los dientes asimétricos, cuando el perfil está socavado por el lado del ataque, el lado de respaldo compensa el debilitamiento en la sección crítica, lo cual es positivo.

Respecto a la norma ISO, la dificultad se presenta cuando los valores deben ser calculados mediante un software, especialmente en estudios de análisis paramétricos, en los que se presenta a menudo la necesidad de realizar cálculos repetitivos, siendo necesario para su programación interpolar entre los valores normados.

Para los modos normados de cálculo, (Moya, 1994) formula un estudio de comparación y ordenamiento alrededor de las diferentes normas más usadas, en cuanto al rango de capacidad de carga estimado por las normas AGMA, ISO, DIN y CAME. Está satisfactoriamente determinado, (Buckingham, 1949), así como (Dudley, 1973), (Spotts, 1973); (Michalec, 2003); (Fuentes, 1995), que en la construcción por generación con cremallera o fresa madre, el diente tiene dos perfiles, una evolvente a partir del círculo básico (si no hay interferencia de tallado) hasta el límite del adendo o punta y una trocoide iniciada en la intersección con la evolvente, finalizando en el círculo mínimo del dedendo.

El principal problema para la obtención del factor geométrico de forma y_f , es la determinación del punto de tangencia de la parábola de Lewis y el perfil del diente, que define la sección crítica del diente y la altura hasta la intersección de la carga con el eje de simetría.

Generalmente, el punto de tangencia de la parábola de Lewis y el perfil del diente, está situado sobre la curva evolvente, en la intersección del círculo del pie, o en la trocoide en la raíz del diente, que ha sido generada en el proceso constructivo, como lo ponen de manifiesto los trabajos desarrollados por (Mitchiner y Mabie, 1982) y los autores ya mencionados Buckingham, Dudley y Fuentes. Sin embargo al diseñar

engranes cilíndricos de dientes asimétricos, la parábola de Lewis no se puede aplicar, debido a que no se encuentra inscrita en el perfil del diente.

Se conocen propuestas para aumentar la resistencia a la flexión en la base, basadas en el cambio del perfil del diente evolvente - trocoide a dientes con perfil evolvente - circunferencia, (Sankar et. al, 2010) o alrededor del establecimiento de un modelo matemático para la generación del perfil asimétrico, (Spitas et. al, 2005) incorporando modificaciones circulares en la raíz.

También se han elaborado estudios de reducción de esfuerzos en el perfil de la base del diente, practicando taladros (orificios) que sirven como alivio de tensiones internas (Saini et. al, 2006); (Hebbal et. al, 2009). Otra alternativa es el MEF que ha sido ampliamente usado en el análisis de error de engranajes de evolvente creados con herramientas CAD, (Ming et. al, 1997); (Wang et. al, 2006); (Jevgenijs Butans, 2007).

Además son extensos los estudios que utilizan el método de elementos finitos para determinar las tensiones críticas en el perfil del diente en disposiciones exteriores e interiores: (Cotaquispe, 2007 (Kawaleck y Rzeszow, 2004); (Rosic, 2002); (Mahbub et. al, 2004); (Zhang et. al, 2008), pero todos estos trabajos han sido desarrollados para engranajes simétricos.

1.5 Engranés asimétricos

En el caso específico de los engranes asimétricos, por lo reciente de su estudio y utilización, existe poca información. No existen normas y casi no hay información para la selección de los factores geométricos de forma y para el cálculo de las tensiones en el pie. Sólo desde 1987 se conoce que una solución viable para mejorar la capacidad portante del engrane es la creación de dientes de perfil asimétrico, como plantean: (Kapelevich, 1987); (Kapelevich, 2000); (Kapelevich, 2009), (Novikov, et. al, 2008); (Litvin, 1997). Kapelevich Alexander desarrolla un procedimiento de diseño directo del engrane (Direct Design Gear) para la síntesis del par asimétrico del engranaje, proponiendo un área de existencia. Simultáneamente sintetiza los parámetros de la herramienta de cremallera para generar los perfiles asimétricos deseados del diente del engranaje.

Para el cálculo de las tensiones de flexión en la base del diente asimétrico con perfil de evolvente, se ha hecho uso del método de elementos finitos (MEF), (Koilaraj et. al, 2007); (Prásil et. al, 2008), obviándose el cálculo de la tensión por flexión en la base mediante el uso de los factores geométricos de forma y resistencia, sencillamente porque estas expresiones analíticas no se han desarrollado, para los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos de perfil evolvente y trocoide.

Para utilizar el método de análisis (MEF), es necesario generar el modelo, empleando técnicas de generación en CAD, alternativa establecida en la década de los 90 del siglo pasado: (Chang et. al, 1984), (Huston et. al, 1989); (Huston et. al, 1994); (Sabah et. al, 2008).

En particular en los engranajes asimétricos, se observa una tendencia para la creación del modelo a través de la aplicación del método de diseño directo del engrane, así en el 2002 (Kapelevich y Kleiss, 2002) desarrollan engranajes de dientes rectos asimétricos y los pares helicoidales del engranaje, en el 2003 (Kapelevich y Shekhtman, 2003) y en el 2004 (Kapelevich, 2004), ya utilizó el análisis por elementos finitos MEF en la optimización de la tensión de flexión del diente recto asimétrico, reafirmando que el aumento del coeficiente de asimetría produce un aumento de la resistencia del diente a la flexión.

(Novikok, et. al, 2008), citan las ventajas del uso de los engranajes asimétricos, como alternativa de mayor capacidad de carga, reducción de costos, extensión de vida útil, reducción de tamaño, peso, ruido, vibración, alta eficiencia de transmisión, mayor confiabilidad, aumento del grado de recubrimiento y mejor compatibilidad operacional con otros mecanismos.

(Kapelevich et. al, 2009) y (Mallesh et. al, 2009) ilustran las bondades del método no tradicional de diseño directo de engranajes asimétricos (Kapelevich, 2011) analizando paramétricamente los cambios en la sección crítica para diferentes casos de asimetría, así como el efecto del espesor en la base, respecto a la tensión de flexión.

En el 2011, (Cárdenas et. al, 2011), plantean las consecuencias del uso de la asimetría en engranajes cilíndricos de dientes rectos y (Kapelevich y Shekhtman,

2010), presentan además la metodología para definir los límites de selección de los parámetros del engranaje, generando áreas de existencia para los pares de engranajes, incluyendo los casos de engranajes con dientes asimétricos.

Como casos de aplicación práctica se ha propuesto por (Kapelevich y Taye, 2010) el uso del engrane asimétrico en engranajes auto bloqueantes.

En esa línea, también destacan aportes de otros autores como (Muni et. al, 2007) quienes utilizando el método de diseño directo, en la optimización del piñón y la corona logran conseguir un mejor balance de los esfuerzos en los perfiles asimétricos respectivos. Posteriormente (Kumar et. al, 2008) obtienen la geometría de una herramienta, cremallera asimétrica, considerando un ángulo de presión estándar del lado del diente de ataque, trabajando con: módulo unitario, no usan el método de áreas de existencia, ajustan el radio de finalización de la herramienta de corte, la corrección y la razón de contacto necesaria, a fin de generar los dientes rectos con los perfiles asimétricos de evolvente y trocoide de las variantes deseadas. En otros estudios (Chira et. al, 2006 y 2007), usando el software *MatLab* y el lenguaje de programación *Lisp* logran el modelo geométrico del engrane de diente recto asimétrico, sin establecer las consecuencias de uso de los perfiles asimétricos, en cuanto a: la resistencia a flexión y al contacto o cambios en la eficiencia de la transmisión.

(Deng et. al, 2003) propusieron un modo de cálculo de la tensión máxima en la base del diente asimétrico, donde toman en cuenta la carga normal, el espesor del diente y el módulo, aportando tres factores de corrección, uno para la posición de la carga (ecuación empírica de Tobe, con ángulo de presión fijo de 20° en el lado del ataque). Los otros dos factores, influencia del número de dientes e influencia del factor de asimetría, los obtienen por métodos de regresión con los valores de la tensión de flexión calculadas por el Método de Elementos Finitos.

Otra alternativa al método de diseño directo, es publicada por (Litvin y Fuentes, 2004) donde modelan el engrane a través de un método de transformación de coordenadas, en la geometría de la herramienta de corte y el proceso cinemático de

generación de los perfiles asimétricos. También han abordado el problema, utilizando ese criterio (Nastase et. al, 2003) y (Spitas et. al, 2005).

(Cavdar et. al, 2005), realizan un estudio para ajustar el método C DIN, usado en el cálculo por MEF de los esfuerzos a flexión máximos en la base del diente simétrico a los dientes con perfiles asimétricos.

(Yang y Cheng, 2005) utilizan la teoría de la generación de la evolvente para formular un modelo matemático que permite obtener perfiles asimétricos helicoidales y efectúan un análisis de tensiones en el modelo del diente, usando el Método de Elementos Finitos.

(Fetvaci e Imrak, 2008) partiendo del perfil de la herramienta de corte y considerando el movimiento cinemático en el proceso de generación, obtienen el perfil del diente asimétrico (evolvente y trocoide) como el locus de la evolvente en la superficie de la herramienta igualmente asimétrica, luego someten a cálculos MEF el perfil generado, ratificando la disminución de la tensión por flexión en la base del diente asimétrico, este estudio no consigue ecuaciones generales para el cálculo directo de la resistencia a través del factor geométrico de resistencia J .

En los artículos publicados se encuentra una tercera tendencia que integra las teorías clásicas con herramientas computacionales, calculando el diente asimétrico o no, mediante la generación gráfica de las curvas evolvente y trocoide a partir de sus intersecciones, (González, 2005); (Cárdenas, et. al, 2010 y 2011).

(Moya et. al, 2006), en un análisis continuado al respecto, realizan proposiciones de estimación analítica del factor geométrico de forma y_f , obtienen resultados en engranajes con geometría especial, utilizados, en los centrales azucareros de Cuba, análisis sobre la influencia de la geometría de los dientes asimétricos de material plástico en su resistencia (Moya, Velázquez, Goytisoló, 2005 y 2007), proponiendo posteriormente en 2007 y 2010, un modelo para la determinación del factor de forma para dientes rectos de perfil asimétricos, desde 10 hasta 100 dientes, donde se utiliza la norma DIN, así como las características particulares de los dientes asimétricos, estableciendo relaciones para calcular y_f en función de los parámetros geométricos intrínsecos del engrane, el número de dientes y el coeficiente de

asimetría, sin embargo en este modelo se despreció la componente radial de la carga y no se contempló el coeficiente de fricción ni el coeficiente de corrección. Utilizando el algoritmo desarrollado por (González et. al, 2002), para la solución por elementos finitos del problema planteado. (Cárdenas et. al, 2011), proponen modos de cálculo para los factores de forma YF y resistencia J basados directamente en la geometría del diente asimétrico. En los dientes rectos asimétricos la carga es aplicada en una de las caras ya que el giro del engrane debe mantener un solo sentido, por otra parte se escoge el lado que transmite la carga o perfil de ataque, al de menor ángulo.

(Brown et. al, 2010), realizan análisis y simulaciones de resistencia a fatiga por flexión y contacto, combinados con el cambio del perfil del diente mostrando las ventajas de la asimetría.

En la evolución de los estudios de las ruedas dentadas asimétricas, pueden observarse publicaciones que van desde la síntesis, simulación de funcionamiento y análisis estructural por MEF, (DiFrancesco et. al, 1997); (Chira et, al, 2008); (DiFrancesco et. al, 2007); (Ravai et. al, 2010); (Wang et. al, 2011); (Kapelevich 2011); (Mora et. al, 2011).

1.6 Conclusiones del capítulo I

1. En el caso de los engranajes de perfil asimétrico, sucede, que siendo esta transmisión muy novedosa y actual no se conocen aun completamente la influencia de todos los parámetros geométricos en la resistencia a la fractura.
2. A pesar de que sus propios creadores Kapelevich y Novikov, y numerosos investigadores de México, Venezuela, Cuba y de todo el mundo, han hecho aportes en este sentido, sin embargo, hay que destacar que en estos trabajos realizados sobre la influencia de la geometría en la resistencia a la fractura no se ha incluido en la expresión del factor de forma la tensión de compresión provocada por la componente radial de la carga, ni se ha investigado la influencia en los factores de forma de las ruedas conductora y conducida de la fuerza de fricción la corrección del dentado.

3. El cálculo de la tensión normal resultante es aún incompleto, pues en todos los modelos elaborados no se contempla la componente radial de la carga sobre el diente.
4. Los intentos por obtener el coeficiente de concentración de tensiones en el pie de los engranajes cilíndricos de dientes rectos de perfil asimétricos no han sido muy felices.

Capítulo 2

Capítulo II. Nuevo modelo matemático para evaluar la influencia de la componente radial de la carga, la fuerza de fricción y la corrección del dentado en el factor de forma y en las tensiones en el pie de los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos.

2.1 Modelo matemático desarrollado por el Colectivo de Mecánica Aplicada de la Universidad de Cienfuegos para calcular el factor de forma y las tensiones en el pie en los dientes evolventes de perfil simétrico.

2.1.1 Cálculo del factor de forma.

Con anterioridad a esta investigación el Colectivo de Mecánica Aplicada desarrolló en el año 1995 el modelo matemático que se describirá a continuación para tomar en cuenta la influencia de los coeficientes de fricción y de corrección en los engranajes cilíndricos de dientes rectos de perfil simétrico (Goytisolo, Moya, Quiñones, 2005); (Quiñones et. al, 2005).

En la Figura 2.1 a) se muestran las cargas que actúan sobre un diente de la rueda conductora en el instante en que sale del contacto con la rueda conducida y en la Figura 2.1 b) se muestran las cargas sobre un diente de la rueda conducida en el instante en que entra en contacto con un diente de la rueda conductora. Al producirse el engranaje entre dos ruedas, primeramente entra en contacto el extremo o vértice de la cabeza del diente de la rueda conducida con el pie del diente de la rueda conductora, terminando con el contacto del vértice de la rueda conductora con el pie del diente de la rueda conducida. En ambos casos la carga normal, expresada por q_n actúa a lo largo de la línea de engranaje, como es conocido y perpendicularmente a ésta actúa la fuerza de rozamiento dirigida hacia el vértice del diente, en el caso de las ruedas conductoras, o hacia al pie del diente, en el caso de las ruedas conducidas. La composición de las fuerzas normal y de fricción, forman la carga resultante q_r inclinada un ángulo ρ respecto a la dirección de q_n , siendo este el ángulo de fricción.

Al trasladar la carga q_r a lo largo de su línea de acción, intercepta el eje de simetría del diente en el punto K. Se descompone en este punto en sus componentes rectangulares q_{rx} y q_{ry} . El ángulo que forma la carga q_r con el eje x es δ . Como se puede observar además, el punto K de acción de la carga resultante se encuentra desplazado del borde exterior de la cabeza del diente una distancia x. Esta distancia tiene gran importancia para el cálculo de resistencia a la fractura de las transmisiones analizadas, pues el momento flector en la base del diente depende proporcionalmente de la altura h. El espesor del diente en la base se tomó como S donde termina teóricamente el perfil evolvente y comienza a medirse la altura h. El segmento x se puede calcular por simples relaciones trigonométricas, obteniéndose:

$$x = r_e \left[1 - \frac{\text{sen}(\theta - \delta)}{\text{sen}(\theta + \delta)} \right] \quad (2.1)$$

Donde (Véase Figura 2.1):

$$\begin{aligned} \theta &= \cos^{-1} \frac{S_e}{4 \cdot r_e} \\ \delta &= \alpha_e - \gamma_e \pm \rho, \\ \gamma_e &= 180 - 2 \cdot \theta \end{aligned} \quad (2.2)$$

El ángulo ρ es el ángulo de fricción y el signo: “+” o “-” se toman en dependencia, si la rueda analizada es conducida o conductora respectivamente.

Tomando en cuenta la fuerza de fricción el factor de forma queda definido por la siguiente expresión (Dobrovolski, 1970):

$$\frac{1}{y} = \left[\frac{6 \cdot \cos \delta \cdot (h/m)}{\cos \rho \cdot (s/m)^2} - \frac{\text{sen} \delta}{\cos \rho \cdot (s/m)} \right] \quad (2.3)$$

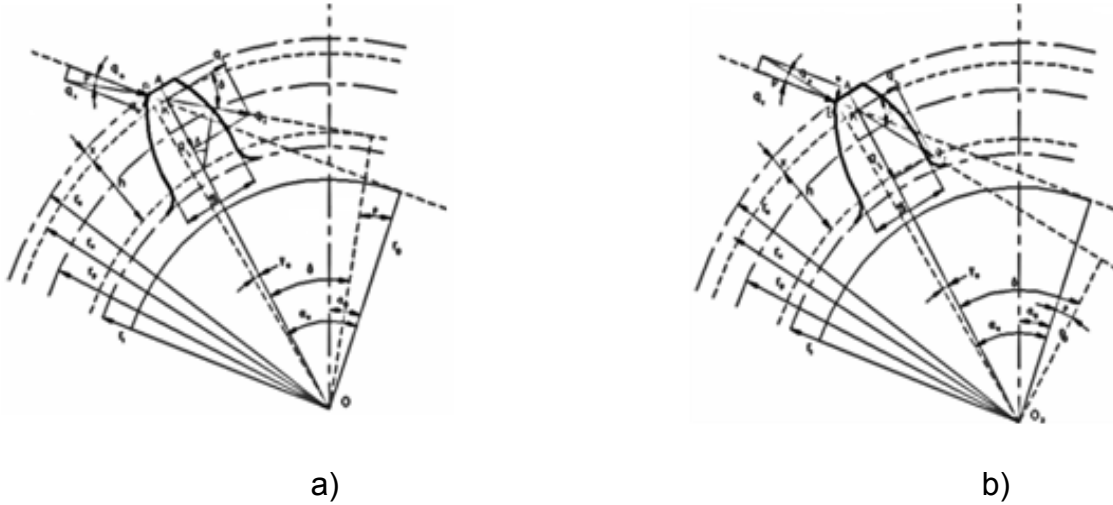


Figura 2.1- Cargas actuantes en la circunferencia exterior en el momento final e inicial de contacto para la rueda conductora (a) conducida (b) respectivamente.

El espesor del diente en la circunferencia exterior se calcula por la expresión:

$$S_e = 2 \cdot r_e \cdot \left(\frac{S_p}{2 \cdot r_p} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_e \right) \quad (2.4)$$

$$S_p = m \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot \xi \cdot \tan \alpha \right) \quad (2.5)$$

$$r_p = \frac{m \cdot Z}{2}$$

Considerando que el coeficiente de cizallamiento invertido sea cero, pues su influencia en el Factor de Forma es despreciable; la expresión para calcular el radio exterior será:

$$r_e = \frac{m}{2} \cdot (Z + 2 \cdot \xi + 2) \quad (2.6)$$

Donde: m , Z , ξ ; constituyen el módulo, el número de dientes y el coeficiente de corrección respectivamente.

Sustituyendo (2.5) y (2.6) en la expresión (2.4) del espesor del diente en la circunferencia exterior:

$$S_e = m \cdot (Z + 2 \cdot \xi + 2) \cdot \left(\frac{\pi + 4 \cdot \xi \cdot \tan \alpha}{2 \cdot Z} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_e \right) \quad (2.7)$$

el ángulo θ se calcula como:

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\pi + 4 \cdot \xi \cdot \tan \alpha}{4 \cdot Z} + \frac{\text{inv} \alpha}{2} - \frac{\text{inv} \alpha_e}{2} \right) \quad (2.8)$$

Por la teoría básica de los engranajes se conoce que:

$$\begin{aligned} \text{inv} \alpha_e &= \tan \alpha_e - \alpha_e \\ \alpha_e &= \cos^{-1} \frac{r_0}{r_e} = \cos^{-1} \frac{Z \cdot \cos \alpha}{Z + 2 \cdot \xi + 2} \\ \rho &= \tan^{-1} f \end{aligned} \quad (2.9)$$

La involuta del ángulo α es una constante, pues se considera $\alpha = 20^\circ$ (cremallera básica) y su valor es: $\text{inv} \alpha = 0.0149083$. La involuta de α_e se puede calcular como:

$$\text{inv} \alpha_e = \tan \left[\cos^{-1} \frac{Z \cdot \cos \alpha}{Z + 2 \cdot \xi + 2} \right] - \left[\cos^{-1} \frac{Z \cdot \cos \alpha}{Z + 2 \cdot \xi + 1} \right] \quad (2.10)$$

Finalmente la expresión final para el ángulo δ es:

$$\delta = \cos^{-1} \left[\cos^{-1} \frac{Z \cdot \cos \alpha}{Z + 2 \cdot \xi + 2} \right] + 2 \cdot \theta - 180^\circ \pm \tan^{-1} f \quad (2.11)$$

Teniendo los valores del coeficiente de fricción f se puede calcular el ángulo δ .

A continuación se calculará la magnitud de la relación h/m . En la Figura 2.1 se puede apreciar que la altura h se encuentra entre una circunferencia por encima de la circunferencia interior una magnitud de $c \cdot m$ y otra circunferencia por debajo de la exterior una magnitud x . Como la altura total de un diente es $2.25 m$:

$$h = 2.25 \cdot m - c \cdot m - x \quad (2.12)$$

Sustituyendo x (1) se obtiene:

$$h = 2.25 \cdot m - c \cdot m - r_e \left[1 - \frac{\text{sen} \cdot (\theta - \delta)}{\text{sen} \cdot (\theta + \delta)} \right] \quad (2.13)$$

Conocido el valor de r_e (6):

$$h/m = 2.25 - c - \left(\frac{Z}{2} + \xi + 1 \right) \cdot \left[1 - \frac{\text{sen} \cdot (\theta - \delta)}{\text{sen} \cdot (\theta + \delta)} \right] \quad (2.14)$$

La relación S/m se calcula teniendo en cuenta que S es el espesor del diente en el pie, en la circunferencia que se encuentra a una magnitud $c \cdot m$ por encima del radio interior. Vale aclarar además que el cálculo se realizará teniendo en cuenta que la

circunferencia base tenga un radio menor que la circunferencia antes mencionada. Para el cálculo de esta relación se toma como base la expresión del espesor de un diente para una circunferencia cualquiera con radio r_n :

$$S_n = 2 \cdot r_n \left(\frac{S_p}{2 \cdot r_p} + \text{inv}\alpha + \text{inv}\alpha_n \right) \quad (2.15)$$

Donde:

$$\begin{aligned} r_n &= r_i + c \cdot m \\ r_i &= r_p + \xi \cdot m - 1.25 \cdot m \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$r_n = m \cdot \left(\frac{Z}{2} + \xi + c - 1.25 \right) = \frac{m}{2} \cdot (Z + 2 \cdot \xi + 2 \cdot c - 2.25) \quad (2.17)$$

$$\alpha_n = \cos^{-1} \frac{r_0}{r_n} = \cos^{-1} \frac{Z \cdot \cos \alpha}{Z + 2 \cdot \xi + 2 \cdot c - 2.25} \quad (2.18)$$

Luego con r_n (2.17) y los conocidos valores de S_p y r_p de (2.5) la magnitud de la relación S/m será:

$$S_n / m = S / m = (Z + 2 \cdot \xi + 2 \cdot c - 2.5) \cdot \left[\frac{\pi + 4 \cdot \xi \cdot \tan \alpha}{2 \cdot Z} + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_n \right] \quad (2.19)$$

Conociendo el valor de α_n (2.18); la $\text{inv}\alpha_n$ será:

$$\text{inv}\alpha_n = \tan \alpha_n - \alpha_n \quad (2.20)$$

$$\text{inv}\alpha_n = \tan \left[\cos^{-1} \frac{Z \cdot \cos \alpha}{Z + 2 \cdot \xi + 2 \cdot c - 2.25} \right] - \left[\cos^{-1} \frac{Z \cdot \cos \alpha}{Z + 2 \cdot \xi + 2 \cdot c - 2.25} \right] \quad (2.21)$$

De esta forma han sido obtenidas las ecuaciones que completan el Nuevo Modelo Matemático para el cálculo del Factor de Forma en Engranajes Cilíndricos de Dientes Rectos de perfil simétrico. En las ecuaciones antes mencionadas “ c ” es el Coeficiente de Curvatura del pie del diente ($c = 0.4$ para el análisis de este trabajo). El coseno del ángulo de fricción se calcula como sigue:

$$\cos \rho = \sqrt{\frac{1}{1 + f^2}} \quad (2.22)$$

Las restricciones del Nuevo Modelo Elaborado se exponen a continuación:

El Coeficiente de Corrección mínimo para estas nuevas condiciones se obtiene de la siguiente expresión:

$$1.- \text{inv}\alpha_n \geq 0 \Rightarrow \xi_{min} = 1.25 - c - \frac{Z}{2} \cdot (1 - \cos\alpha) \quad (2.23)$$

De la condición $S_e \geq 0.25 \cdot m$ se obtiene que:

$$2.- \theta < \arccos\left(\frac{1}{8 \cdot (Z + 2 \cdot \xi + 2)}\right) \quad (2.24)$$

El ángulo de fricción debe encontrarse dentro de los siguientes límites:

$$3.- 0 \leq \rho \leq \frac{\pi}{5} \quad (2.25)$$

Por último el Coeficiente de Recubrimiento debe mantenerse en los límites conocidos:

$$4.- \varepsilon \geq 1.3 \quad (2.26)$$

Estas expresiones se procesaron en Microsoft EXCEL para las ruedas conductora y conducida respectivamente en sendas hojas de cálculo para números de dientes desde 10 hasta 1000. Se evaluaron tres condiciones diferentes desde el punto de vista del coeficiente de fricción:

- Ausencia total de fricción, $f=0$. Esta situación idealizada se corresponde con el caso de la lubricación hidrodinámica de los dientes, donde las condiciones geométricas, cinemáticas y de viscosidad del lubricante son tan favorables que el espesor de la película excluye totalmente el contacto metal – metal y el valor del coeficiente de fricción es del orden de las milésimas, prácticamente cero. O el caso de la lubricación elastohidrodinámica propia de los contactos bien lubricados excesivamente cargados donde las cualidades de la película lubricante no solo dependen de parámetros geométricos, cinemáticos y viscosos, sino de la elasticidad de los materiales en contacto, que provoca deformaciones de las superficies y de la dependencia de la viscosidad del aceite no sólo de la temperatura sino del comportamiento viscosidad - presión

del mismo, aspectos estos que conducen finalmente a que la película de lubricante que se origina entre los pares en contacto sea muy fina, pero extremadamente resistente limitando sensiblemente el contacto metálico y reduciendo el valor del coeficiente de fricción a valores muy pequeños en dependencia de la rugosidad superficial del par de superficies en contacto.

- Coeficientes de fricción de $f = 0,2$ y $f = 0,5$. Estos valores son típicos del rango en el que se mueve el coeficiente de fricción en el caso de la lubricación de película límite donde las condiciones de lubricación son más desfavorables producto de: bajas velocidades de deslizamiento, grandes cargas, elevadas rugosidades superficiales, altas temperaturas de contacto, baja viscosidad, escasos volúmenes de lubricante, etc. Transmisiones por lo regular o cerradas, con una lubricación no muy eficiente, o abiertas a la atmósfera, de poca importancia en las cuales dadas las mencionadas condiciones, el espesor de la película de lubricante no excluye el contacto metálico entre las irregularidades aunque si es capaz de limitar, en mayor o menor medida, el efecto adhesivo del contacto reduciendo el valor del coeficiente de fricción al orden de las décimas.
- Coeficiente de fricción $f = 0,8$, próximo a la unidad. Esta situación también idealizada se corresponde con la situación extrema opuesta, o sea, ausencia casi total de lubricante, superficies idealmente secas, con pares de contacto poco compatibles (por ejemplo acero con acero), lo que permitió evaluar el espectro completo de valores de coeficiente de fricción posibles en las transmisiones por engranajes.

Se evaluaron siete condiciones desde el punto de vista del coeficiente de corrección del dentado que son. $\xi = -0,6; -0,3; 0,0; 0,3; 0,6; 1,0$ y $1,4$. Como resultado del procesamiento se obtuvieron las Familias de Curvas que se muestran en las Figuras. 2.2 a) y b) donde se puede apreciar la influencia simultánea de los coeficientes de corrección y de fricción en el Factor de Forma para las ruedas conductoras y para las ruedas conducidas respectivamente.

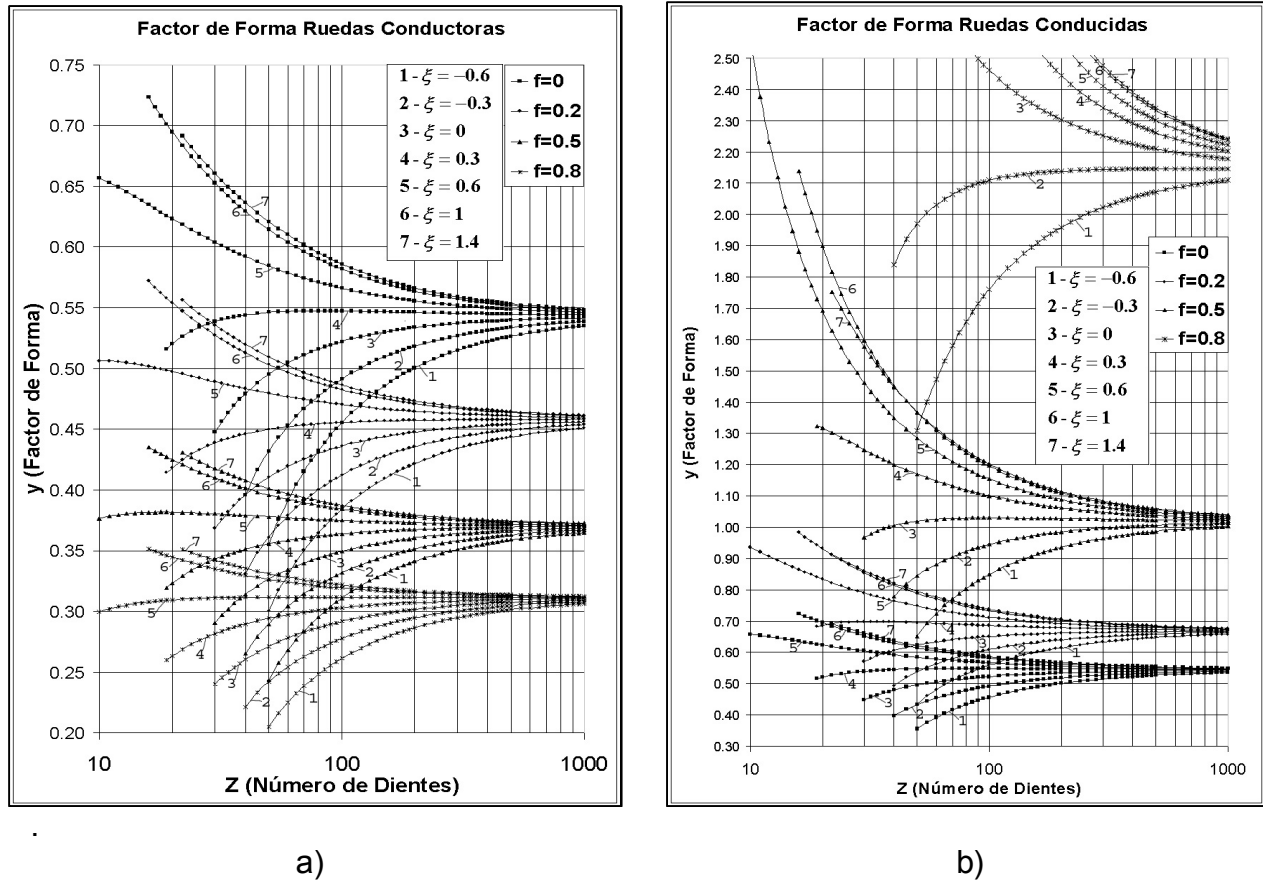


Figura 2.2 Valores del factor de forma para las ruedas conductoras y conducidas de perfil simétrico para diferentes coeficientes de fricción y de corrección del dentado.

2.1.2 Cálculo de las tensiones en el pie.

2.1.2.1 Expresiones utilizadas para el cálculo de las tensiones.

El cálculo de las tensiones volumétricas se realizará a través de la expresión:

$$\sigma' = \sigma_f - \sigma_c = \frac{q_n}{m \cdot y} \quad (2.27)$$

Obtenida mediante el análisis de las tensiones provocadas por las cargas: tangencial (flexión) y radial (compresión) de donde se obtiene la expresión para el cálculo del Factor de Forma, en la cual la carga q_n se calcula mediante la expresión (Dobrovolski, 1970):

$$q_n = \frac{M_t \cdot (i + 1)}{A \cdot b \cdot i \cdot \cos \alpha} \quad (2.28)$$

Donde:

M_t - Momento torsor correspondiente a la rueda conductora.

i - Relación de transmisión.

A - Distancia entre centros.

b - Ancho del Engranaje.

Sustituyendo las expresiones de la Distancia entre Centros, la Relación de Transmisión en la ecuación (2.28) y haciendo corresponder el torque correspondiente a par de ruedas engranadas, se obtienen dos expresiones para el cálculo de la carga distribuida q_n para la rueda conductora (piñón, subíndice: p) y la conducida (corona, subíndice: c) respectivamente:

$$\begin{aligned} q_{np} &= \frac{2 \cdot M_{tp}}{b \cdot m \cdot Z_p \cdot \cos \alpha} \\ q_{nc} &= \frac{2 \cdot M_{tc}}{b \cdot m \cdot Z_c \cdot \cos \alpha} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Para obtener la tensión volumétrica sustituyendo (2.29) en la expresión (2.27):

$$\begin{aligned} \sigma'_p &= \frac{2 \cdot M_{tp} \cdot k_\sigma}{b \cdot m^2 \cdot Z_p \cdot y \cdot \cos \alpha} \\ \sigma'_c &= \frac{2 \cdot M_{tc} \cdot k_\sigma}{b \cdot m^2 \cdot Z_n \cdot y \cdot \cos \alpha} \end{aligned} \quad (2.30)$$

y - Factor de forma.

k_σ - Coeficiente de concentración de tensiones.

2.1.2.2 Expresiones para el cálculo de las tensiones volumétricas en el pie del diente dadas en las normas internacionales.

A continuación se reflejan las expresiones de las distintas normas mencionadas para el cálculo de las tensiones volumétricas en el pie del diente. En estas expresiones sólo se tomarán en cuenta el coeficiente que involucra la geometría del diente de los engranajes (Factor de Forma) y el coeficiente que toma en cuenta la concentración de tensiones.

- **Expresión de la Norma AGMA.**

La expresión de cálculo de las tensiones según el método AGMA es la siguiente:

$$\sigma_{AGMA} = \frac{2 \cdot M_t}{b \cdot m^2 \cdot Z \cdot J} \quad (2.31)$$

El factor Geométrico J , obtenido gráficamente, tiene por objeto introducir el efecto de la forma del diente en la ecuación de cálculo y contempla un factor modificado de Lewis (Y), la posición del diente en la que se aplica la carga crítica, el factor de concentración de tensiones por fatiga (K_f) según el método de Dolan-Broghamer, sin reducción por sensibilidad a la concentración de tensiones en el pie, y una relación de repartición de carga entre uno o más pares de dientes según (ANSI/AGMA Standard 908-B89, 1995). No se toma en cuenta por esta Norma el efecto de la Corrección del Dentado, ni la variación del Coeficiente de Fricción.

- **Expresión de las Normas ISO y DIN.**

Expresión de la tensión nominal que toma en cuenta la máxima fuerza tangencial aplicada en el vértice superior del diente. (DIN 3990 Teil 3, 1987); (ISO 6336-1, 2, 3, 1996).

$$\sigma_{ISO-DIN} = \frac{2 \cdot M_t}{b \cdot m^2 \cdot Z} \cdot Y_{Fa} \quad (2.32)$$

Las Normas ISO y DIN consideran para el cálculo de las tensiones sólo la componente tangencial de la carga normal aplicada al vértice del diente, no tomando en cuenta el efecto favorable de la componente radial; por lo que las tensiones obtenidas por este método dan mayores que las que realmente aparecen. No considera el efecto de la concentración de tensiones en el pie del diente, ni el efecto de la fuerza de fricción.

- **Expresión de la Norma GOST.**

La expresión utilizada por la Norma (GOST 21354-87, 1989) es la siguiente:

$$\sigma_{GOST} = \frac{2 \cdot M_t}{b \cdot m^2 \cdot Z} \cdot Y_{FS} \quad (2.33)$$

El factor de forma Y_{FS} de esta Norma integra (al igual que la Norma AGMA) el efecto de la concentración de tensiones en el pie del diente. Toma en cuenta además, el efecto favorable de la componente radial de la fuerza normal aplicada en el vértice del diente y el efecto de la corrección del dentado. Como las anteriores, no toma en cuenta el efecto de la fuerza de fricción.

2.2 Determinación del coeficiente de concentración de tensiones en el pie.

2.2.1 Coeficiente de Concentración de Tensiones dado por (Dobrovolski, 1970).

Según (Dobrovolski, 1970) el coeficiente de concentración de tensiones en la raíz del diente depende del número de dientes, de los parámetros del perfil que genera y de la corrección, pues estos influyen directamente en el redondeo del pie del diente. También depende del material utilizado y de la calidad de la superficie. Para ruedas dentadas de Acero Normalizadas y templadas y con un radio de redondeo del pie del diente igual a $0.4 \cdot m$; transformando su expresión se obtiene:

$$k_{\sigma} = \begin{cases} 1.24 + 0.5 \cdot \xi & ; Z < 20 \\ 2.57 \cdot \xi + (1.5 - 2.505 \cdot \xi) \cdot e^{-\frac{3.8}{Z}} & ; 20 \leq Z \leq 100 \\ 1.45 + 0.15 \cdot \xi & ; Z > 100 \end{cases} \quad (2.34)$$

2.2.2 Coeficiente de Concentración de Tensiones de Dolan-Broghamer.

El desarrollo de una investigación foto-elástica realizada por (Dolan y Broghamer, 1942) estableció la siguiente expresión para dientes de engranajes cilíndricos de evolvente y 20° de ángulo del perfil de referencia siguiente:

$$K_t = 0.18 + \left(\frac{\left(\frac{S}{m} \right)}{r} \right)^{0.156} + \left(\frac{\left(\frac{S}{m} \right)}{\left(\frac{h}{m} \right)} \right)^{0.45} \quad (2.35)$$

Se observa en esta última expresión que el coeficiente de concentración de tensiones de Dolan-Broghamer no depende del módulo sino que depende del número de dientes, de la corrección y de las características del perfil generador ($\alpha = 20^\circ$, $c_f = 0.4$).

2.2.3 Otros Coeficientes de concentración de tensiones encontrados en la literatura para dientes de engranajes.

Anteriormente fueron presentados los coeficientes de concentración de tensiones encontrados en la literatura que toman en cuenta las condiciones de carga en la punta del diente y que toman en cuenta el coeficiente de corrección, de acuerdo al enfoque de nuestro trabajo. Además de los CCT antes mencionados se encuentran otros que aunque no cumplen con los requisitos antes mencionados, vale la pena comentarlos.

(Burdón, 1964) en su artículo muestra de forma gráfica valores del CCT para engranajes de evolvente con $\alpha = 20^\circ$ en función de la relación altura-espesor y del radio de redondeo de la punta de la herramienta que genera el diente. La limitante fundamental es que toma como punto de aplicación de la carga la circunferencia primitiva.

Por otra parte (Pisarenko, 1989) presenta en su manual una gráfica para calcular el coeficiente teórico de concentración de tensiones y otra para calcular el coeficiente de sensibilidad a la concentración de tensiones; para ruedas no corregidas de perfil de evolvente con $\alpha = 20^\circ$, número de dientes entre 20 y 80 y carga aplicada en la cabeza del diente. El gráfico para el coeficiente teórico de CT depende de las relaciones espesor con altura y radio de redondeo de la cabeza con módulo. Mientras que el gráfico del coeficiente de sensibilidad a la CT depende del radio de redondeo de la cabeza y del tipo de acero con que se trabaje, específicamente de la relación entre límite de fluencia y límite de proporcionalidad.

2.3 Nuevo modelo matemático desarrollado en el presente trabajo para calcular el factor de forma y las tensiones en el pie en los dientes evolventes de perfil asimétrico considerando la componente radial de la carga y los coeficientes de corrección y de fricción.

2.3.1 Fuerzas y tensiones que serán consideradas.

Se verá primero cuál es la expresión del factor de forma de un diente de una rueda de dientes asimétricos incorporando la tensión de compresión provocada por la componente radial de la carga y la fuerza de fricción. La carga específica normal por

unidad de ancho de la rueda ha sido expresada por q_n y actúa a lo largo de la línea de engranaje, como es conocido y perpendicularmente a ésta actúa la fuerza de rozamiento dirigida hacia el vértice del diente, en el caso de las ruedas conductoras, o hacia al pie del diente, en el caso de las ruedas conducidas. La composición de las fuerzas normal y de fricción, forman la carga resultante q_r inclinada un ángulo ρ respecto a la dirección de q_n , siendo éste el ángulo de fricción. En la Figura 2.3 se muestra un diente de la rueda conductora sobre la cual actúan la carga específica q_n y la fuerza resultante q_r al componer ésta con la carga específica de fricción q_{fr} .

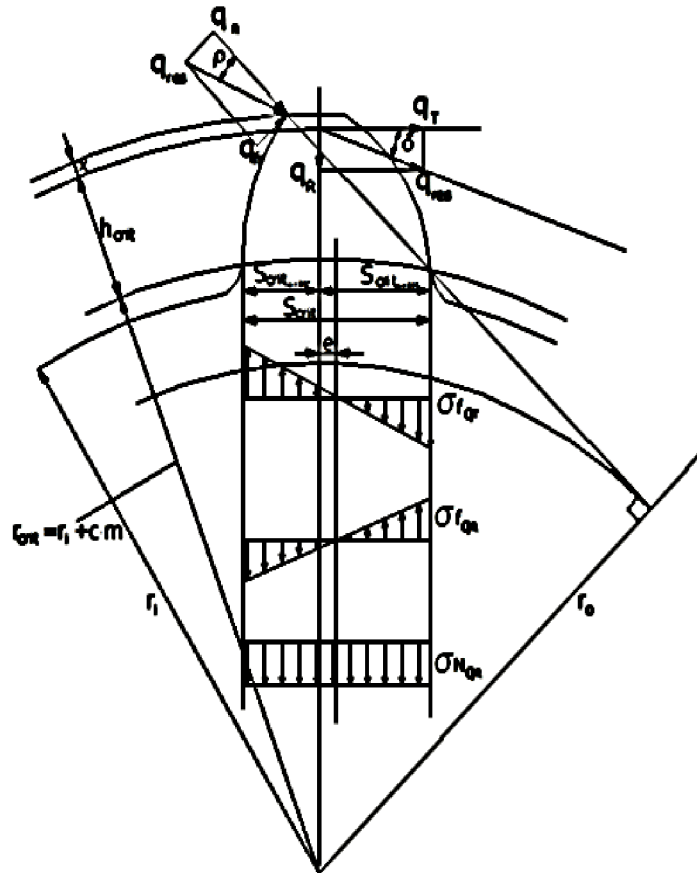


Figura 2.3 Cargas actuantes en la circunferencia exterior en el momento final del contacto para la rueda conductora y tensiones que surgen en el pie del diente.

La carga específica resultante considerando la fuerza de fricción es: $q_r = \frac{q_n}{\cos \rho}$. La

componente tangencial de esta carga es: $q_T = q_r \cdot \cos \delta = \frac{q_n \cdot \cos \delta}{\cos \rho}$ y la componente

radial es: $q_R = q_r \cdot \sin \delta = \frac{q_n \cdot \sin \delta}{\sin \rho}$

La tensión resultante en el pie está compuesta por la tensión de flexión provocada por la componente q_T : σ_{fq_T} ; la tensión de flexión provocada por la componente q_R : σ_{fq_R} y la tensión de compresión directa provocada por la componente radial de la carga q_R : σ_{Nq_R} , o sea:

$$\sigma_{res} = \sigma_{fq_T} - \sigma_{fq_R} - \sigma_{Nq_R}$$

La tensión de flexión provocada por la componente tangencial de la carga específica será:

$$\sigma_{fq_T} = \frac{q_T \cdot h_{crit}}{w} = \frac{q_n \cdot h_{crit} \cdot \cos \delta}{\frac{1}{6} \cdot S_{crit}^2 \cdot \cos \rho} = \frac{6 \cdot q_n \cdot h_{crit} \cdot \cos \delta}{S_{crit}^2 \cdot \cos \rho}$$

La tensión de flexión provocada por la componente radial de la carga específica será:

$$\sigma_{fq_R} = \frac{q_R \cdot e}{w} = \frac{q_n \cdot e \cdot \sin \delta}{\frac{1}{6} \cdot S_{crit}^2 \cdot \cos \rho} = \frac{6 \cdot q_n \cdot e \cdot \sin \delta}{S_{crit}^2 \cdot \cos \rho}$$

Y la tensión de compresión directa provocada por la componente radial es:

$$\sigma_{Nq_R} = \frac{q_R}{A} = \frac{q_n \cdot \sin \delta}{S_{crit} \cdot \cos \rho}$$

Sumando algebraicamente estas tensiones se obtiene la tensión resultante en el pie del diente:

$$\sigma_{res} = \frac{6 \cdot q_n \cdot h_{crit} \cdot \cos \delta}{S_{crit}^2 \cdot \cos \rho} - \frac{6 \cdot q_n \cdot e \cdot \sin \delta}{S_{crit}^2 \cdot \cos \rho} - \frac{q_n \cdot \sin \delta}{S_{crit} \cdot \cos \rho} \quad (2.36)$$

Si se expresa la tensión resultante en función del Factor de Forma según la expresión siguiente:

$$\sigma_{res} = \frac{q_n \cdot Y_F}{m} \quad (2.37)$$

Entonces de la ecuación (2.36) se tiene que:

$$\sigma_{fq_R} = \frac{q_n}{m} \cdot \left[\frac{6 \cdot \left(\frac{h_{crit}}{m} \right) \cdot \cos \delta - 6 \cdot \left(\frac{e}{m} \right) \cdot \operatorname{sen} \delta - \left(\frac{S_{crit}}{m} \right) \cdot \operatorname{sen} \delta}{\left(\frac{S_{crit}}{m} \right)^2 \cdot \cos \rho} - \frac{\left(\frac{S_{crit}}{m} \right)^2 \cdot \cos \rho}{\left(\frac{S_{crit}}{m} \right)^2 \cdot \cos \rho} \right] \quad (2.38)$$

Donde el Factor de Forma queda expresado como sigue:

$$Y_F = \frac{6 \cdot \left[\left(\frac{h_{crit}}{m} \right) \cdot \cos \delta - \left(\frac{e}{m} \right) \cdot \operatorname{sen} \delta \right] - \left(\frac{S_{crit}}{m} \right) \cdot \operatorname{sen} \delta}{\left(\frac{S_{crit}}{m} \right)^2 \cdot \cos \rho} \quad (2.39)$$

Si por el contrario se expresa la tensión resultante en función del Factor de Forma según la expresión siguiente:

$$\sigma_{res} = \frac{q_n}{m \cdot y_F} \quad (2.40)$$

El Factor de Forma quedará entonces expresado como sigue:

$$y_F = \frac{\left(\frac{S_{crit}}{m} \right)^2 \cdot \cos \rho}{6 \cdot \left[\left(\frac{h_{crit}}{m} \right) \cdot \cos \delta - \left(\frac{e}{m} \right) \cdot \operatorname{sen} \delta \right] - \left(\frac{S_{crit}}{m} \right) \cdot \operatorname{sen} \delta} \quad (2.41)$$

Esta última expresión será la utilizada.

En la Figura 2.4 a) se muestran las cargas que actúan sobre un diente de la rueda conductora en el instante en que sale del contacto con la rueda conducida y en la Figura 2.4 b) se muestran las cargas sobre un diente de la rueda conducida en el instante en que entra en contacto con un diente de la rueda conductora. Al producirse el engranaje entre las dos ruedas, primeramente entra en contacto el extremo o vértice de la cabeza del diente de la rueda conducida con el pie del diente de la rueda conductora, terminando con el contacto del vértice de la rueda conductora con el pie del diente de la rueda conducida. En ambos casos la carga específica normal por unidad de ancho de la rueda ha sido expresada, como se expresó anteriormente, por q_n y actúa a lo largo de la línea de engranaje y

perpendicularmente a ésta actúa la fuerza de rozamiento dirigida hacia el vértice del diente, en el caso de las ruedas conductoras, o hacia al pie del diente, en el caso de las ruedas conducidas. La composición de las fuerzas normal y de fricción, forman la carga resultante q_r inclinada un ángulo ρ respecto a la dirección de q_n , siendo éste el ángulo de fricción.

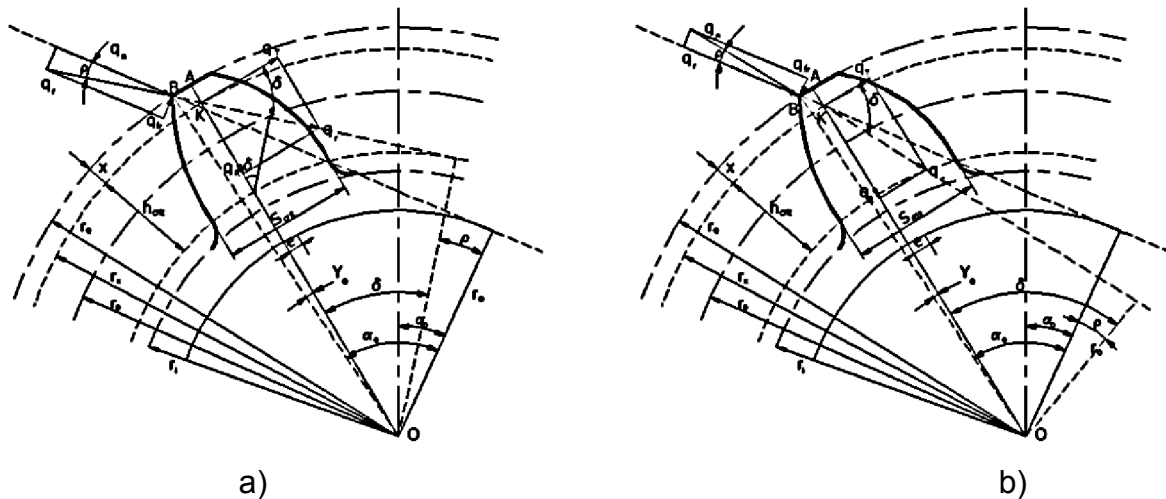


Figura 2.4 Cargas actuantes en la circunferencia exterior en el momento final e inicial de contacto para la Rueda Conductora (a) y para la Rueda Conducida (b) respectivamente.

Al trasladar la carga q_r a lo largo de su línea de acción, intercepta el eje bisectriz del espesor de la cabeza del diente en el punto K. Esta fuerza se descompone en este punto en sus componentes rectangulares q_T y q_R . El ángulo que forma la carga q_r con el eje T es δ . Como se puede observar además, el punto K de acción de la carga resultante se encuentra desplazado del borde exterior de la cabeza del diente una distancia x. Esta distancia tiene gran importancia para el cálculo de resistencia a la fractura de las transmisiones analizadas, pues el momento flector en la base del diente depende proporcionalmente de la altura h_{crit} . El espesor del diente en la base se tomó como $S_{crit.}$, donde termina teóricamente el perfil evolvente y comienza a medirse la altura h_{crit} .

2.3.2 Cálculo del corrimiento “x” de la carga total q_n en los vértices del diente al ser trasladada la carga resultante hacia el eje del diente.

De la Figura 2.4 a) se obtiene el triángulo AOB mostrado de forma independiente en la Figura 2.5. El lado OA se divide en los segmentos OK y KA. El lado AB se toma como la mitad del espesor del diente en la circunferencia exterior. El triángulo ABC se toma isósceles de base $S_e/2$ y lado r_e .

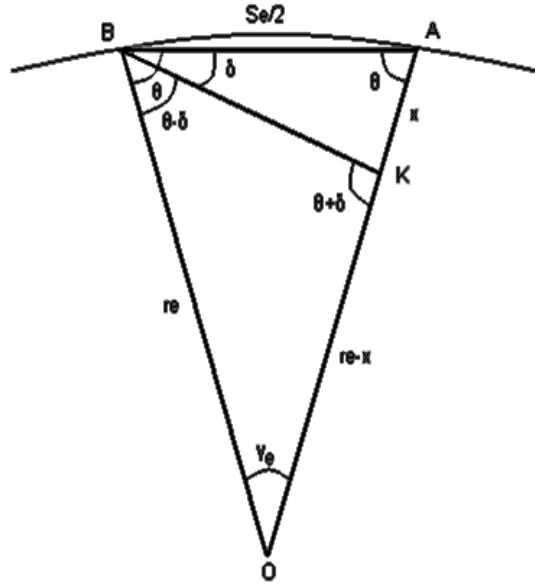


Figura 2.5 Esquema geométrico para la obtención del corrimiento x.

De la Figura se tiene que:

$$\overline{OK} = r_e - x, \quad \overline{AK} = x, \quad \overline{OB} = r_e, \quad \overline{AB} = \frac{S_e}{2}$$

Aplicando la ley de los senos se obtiene:

$$\frac{r_e}{\sin(\theta + \delta)} = \frac{r_e - x}{\sin(\theta - \delta)}$$

Se obtiene despejando que x es:

$$x = r_e \left[1 - \frac{\sin(\theta - \delta)}{\sin(\theta + \delta)} \right] \quad (2.42)$$

Donde (Véase Figura 2.4):

$$\begin{aligned} \theta &= \cos^{-1} \frac{S_e}{4 \cdot r_e} \\ \delta &= \alpha_e - \gamma_e \pm \rho \\ \gamma_e &= 180 - 2 \cdot \theta \end{aligned} \quad (2.43)$$

El ángulo ρ es el ángulo de fricción y el signo: “+” o “-” se toman en dependencia, si la rueda analizada es conducida o conductora respectivamente.

2.3.3 Otras ecuaciones del nuevo modelo.

El espesor del diente en la circunferencia exterior se calcula por la expresión:

$$S_e = 2 \cdot r_e \cdot \left(\frac{S_p}{2 \cdot r_p} + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_e \right) \quad (2.44)$$

$$S_p = m \cdot \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot \xi \cdot \tan \alpha \right) \quad (2.45)$$
$$r_p = \frac{m \cdot Z}{2}$$

Considerando que el coeficiente de cizallamiento invertido sea cero, pues su influencia en el Factor de Forma es insignificante; la expresión para el cálculo del radio exterior será:

$$r_e = \frac{m}{2} \cdot (Z + 2 \cdot \xi + 2) \quad (2.46)$$

Donde: m , Z y ξ ; son el módulo, el número de dientes y el coeficiente de corrección respectivamente.

Sustituyendo (2.45) y (2.46) en la expresión (2.44) del espesor del diente en la circunferencia exterior:

$$S_e = m \cdot (Z + 2 \cdot \xi + 2) \cdot \left(\frac{\pi + 4 \cdot \xi \cdot \tan \alpha}{2 \cdot Z} + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_e \right) \quad (2.47)$$

el ángulo θ se calcula como:

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{\pi + 4 \cdot \xi \cdot \tan \alpha}{4 \cdot Z} + \frac{\text{inv}\alpha}{2} - \frac{\text{inv}\alpha_e}{2} \right) \quad (2.48)$$

Por la teoría básica de los engranajes se conoce que:

$$\begin{aligned} inv\alpha_e &= \tan \alpha_e - \alpha_e \\ \alpha_e &= \cos^{-1} \frac{r_0}{r_e} = \cos^{-1} \frac{Z \cdot \cos \alpha}{Z + 2 \cdot \xi + 2} \\ \rho &= \tan^{-1} f \end{aligned} \quad (2.49)$$

La involuta del ángulo α es una constante, pues se considera $\alpha = 20^\circ$ (cremallera básica) y su valor es: $inv\alpha = 0.0149083$. La involuta de α_e se puede calcular como:

$$inv\alpha_e = \tan \left[\cos^{-1} \frac{Z \cdot \cos \alpha}{Z + 2 \cdot \xi + 2} \right] - \left[\cos^{-1} \frac{Z \cdot \cos \alpha}{Z + 2 \cdot \xi + 2} \right] \quad (2.50)$$

Finalmente la expresión para el ángulo δ es:

$$\delta = \cos^{-1} \left[\cos^{-1} \frac{Z \cdot \cos \alpha}{Z + 2 \cdot \xi + 2} \right] + 2 \cdot \theta - 180^\circ \pm \tan^{-1} f \quad (2.51)$$

Teniendo los valores de f se puede calcular el valor del ángulo δ .

A continuación se calculará la magnitud de la relación $h_{crit.}/m$. En la Figura 2.3 se puede apreciar que la altura $h_{crit.}$ se encuentra entre una circunferencia por encima de la circunferencia interior en una magnitud de $c \cdot m$ y otra circunferencia por debajo de la exterior una magnitud x . Como la altura total de un diente es $2.25 \cdot m$:

$$h_{crit.} = 2.25 \cdot m - c \cdot m - x \quad (2.52)$$

Sustituyendo x se obtiene:

$$h_{crit.} = 2.25 \cdot m - c \cdot m - r_e \left[1 - \frac{\sin \cdot (\theta - \delta)}{\sin \cdot (\theta + \delta)} \right] \quad (2.53)$$

Conocido el valor de r_e :

$$h_{crit.}/m = 2.25 - c - \left(\frac{Z}{2} + \xi + 1 \right) \cdot \left[1 - \frac{\sin \cdot (\theta - \delta)}{\sin \cdot (\theta + \delta)} \right] \quad (2.54)$$

La relación $S_{crit.}/m$ se calcula teniendo en cuenta que S_{crit} es el espesor del diente en el pie, en la circunferencia que se encuentra a una magnitud $c \cdot m$ por encima del radio interior. Vale aclarar además que el cálculo se realizará teniendo en cuenta que la circunferencia base tenga un radio menor que la circunferencia antes mencionada. Para el cálculo de esta relación se toma como base la expresión del espesor de un diente para una circunferencia cualquiera con radio r_n :

$$S_n = 2 \cdot r_n \left(\frac{S_p}{2 \cdot r_p} + \text{inv}\alpha + \text{inv}\alpha_n \right) \quad (2.55)$$

Sucede que en el caso de los dientes asimétricos el espesor S_{crit} está compuesto por la mitad del espesor del diente con $\alpha = 20^\circ$ y la otra mitad del espesor del diente con α' mayor que 20° . De donde S_{crit} será:

$$S_{crit} = r_n \left(\frac{S_p}{2 \cdot r_p} + \text{inv}\alpha + \text{inv}\alpha_n \right) + r_n \left(\frac{S_p}{2 \cdot r_p} + \text{inv}\alpha' + \text{inv}\alpha'_n \right) \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} r_n &= r_i + c \cdot m \\ r_i &= r_p + \xi \cdot m - 1.25 \cdot m \end{aligned} \quad (2.57)$$

$$r_n = m \cdot \left(\frac{Z}{2} + \xi + c - 1.25 \right) = \frac{m}{2} \cdot (Z + 2 \cdot \xi + 2 \cdot c - 2.25) \quad (2.58)$$

$$\alpha_n = \cos^{-1} \frac{r_0}{r_n} = \cos^{-1} \frac{Z \cdot \cos \alpha}{Z + 2 \cdot \xi + 2 \cdot c - 2.25} \quad (2.59)$$

$$\alpha'_n = \cos^{-1} \frac{r'_0}{r_n} = \cos^{-1} \frac{Z \cdot \cos \alpha'}{Z + 2 \cdot \xi + 2 \cdot c - 2.25} \quad (2.60)$$

Luego con r_n y los conocidos valores de S_p y r_p la magnitud de la relación S_{crit}/m será:

$$S_n / m = S / m = (Z + 2 \cdot \xi + 2 \cdot c - 2.5) \cdot \left[\frac{\pi + 4 \cdot \xi \cdot \tan \alpha}{2 \cdot Z} + \text{inv}\alpha - \text{inv}\alpha_n \right] \quad (2.61)$$

Conociendo el valor de α_n ; la $inv\alpha_n$ será:

$$inv\alpha_n = \tan \alpha_n - \alpha_n \quad (2.62)$$

$$inv\alpha_n = \tan \left[\cos^{-1} \frac{Z \cdot \cos \alpha}{Z + 2 \cdot \xi + 2 \cdot c - 2.25} \right] - \left[\cos^{-1} \frac{Z \cdot \cos \alpha}{Z + 2 \cdot \xi + 2 \cdot c - 2.25} \right] \quad (2.63)$$

La excentricidad e se puede calcular como:

$$e = S_{\text{crit } \alpha \geq 20^\circ} / 2 - S_{\text{crit } \alpha = 20^\circ} / 2 \quad (2.64)$$

De esta forma han sido obtenidas las ecuaciones que completan el Nuevo Modelo Matemático para el cálculo del factor de forma, las componentes de las tensiones en el pie y la tensión resultante en engranajes cilíndricos de dientes rectos de perfil evolvente y círculo, asimétricos. En las ecuaciones antes mencionadas “ c ” es el Coeficiente de radio de curvatura del pie del diente ($c = 0.4$ para el análisis de este trabajo). El coseno del ángulo de fricción se calcula como sigue:

$$\cos \rho = \sqrt{\frac{1}{1 + f^2}} \quad (2.65)$$

El modelo fue procesado en *Microsoft Excel* para las ruedas conductora y conducida respectivamente en sendas hojas de cálculo para números de dientes desde 10 hasta 200 y evaluando tres condiciones diferentes desde el punto de vista del coeficiente de fricción, obtuvo los resultados que se muestran a continuación:

- Ausencia total de fricción, $f = 0$. Esta situación idealizada se corresponde con el caso de la lubricación hidrodinámica de los dientes, donde las condiciones geométricas, cinemáticas y de viscosidad del lubricante son tan favorables que el espesor de la película excluye totalmente el contacto metal – metal y el valor del coeficiente de fricción es del orden de las milésimas, prácticamente cero. O el caso de la lubricación elastohidrodinámica propia de los contactos bien lubricados excesivamente cargados donde las cualidades de la película lubricante no solo dependen de parámetros geométricos, cinemáticos y viscosos, sino de la elasticidad de los materiales en contacto, que provoca

deformaciones de las superficies y de la dependencia de la viscosidad del aceite no sólo de la temperatura sino del comportamiento viscosidad - presión del mismo, aspectos estos que conducen finalmente a que la película de lubricante que se origina entre los pares en contacto sea muy fina, pero extremadamente resistente limitando sensiblemente el contacto metálico y reduciendo el valor del coeficiente de fricción a valores muy pequeños en dependencia de la rugosidad superficial del par de superficies en contacto. (Goytisoló y Moya, 1976); (Goytisoló y Moya, 1977).

- Coeficientes de fricción de $f = 0,2$ y $f = 0,5$. Estos valores son típicos del rango en el que se mueve el coeficiente de fricción en el caso de la lubricación de los engranajes normales con lubricación hidrodinámica inestable o con lubricación de película límite donde las condiciones de lubricación son más desfavorables producto de: bajas velocidades de deslizamiento, grandes cargas, elevadas rugosidades superficiales, altas temperaturas de contacto, baja viscosidad, escasos volúmenes de lubricante, etc. Transmisiones por lo regular o cerradas, con una lubricación no muy eficiente, o abiertas a la atmósfera, de poca importancia en las cuales dadas las mencionadas condiciones, el espesor de la película de lubricante no excluye el contacto metálico entre las irregularidades aunque si es capaz de limitar, en mayor o menor medida, el efecto adhesivo del contacto reduciendo el valor del coeficiente de fricción al orden de las décimas. La experiencia de investigación del tutor principal de este trabajo le ha permitido confirmar que la fuerza de fricción, que depende básicamente de las condiciones de lubricación de los engranajes y de los materiales en contacto, influye sensiblemente en el valor del factor de forma, aunque ninguna norma considera esta sensible influencia, así por ejemplo para los engranajes de perfil simétrico la elevación del coeficiente de fricción desde cero hasta 0,5, eleva el valor del factor de forma de las ruedas conducidas en una magnitud del orden del doble y reduce el valor del factor de forma de las ruedas conductoras en el orden del 33 %. Esta consideración es un elemento más para diferenciar el comportamiento de las ruedas conductoras y conducidas. En el caso de los materiales plásticos, donde las

ruedas de dientes rectos de perfil asimétrico tienen un importante campo de aplicación (Moya et. al, 2010), se hace más evidente tomar en cuenta el coeficiente de fricción. En dicho trabajo el colectivo de autores no tomó en cuenta el coeficiente de fricción. Para confirmar la necesidad de considerarlo según (Budinski, 1992) plantea por ejemplo que el coeficiente de fricción para los materiales plásticos varía, en dependencia del tipo de plástico, desde 0,04 a 0,45, por lo que cabe esperar que esta influencia sea significativa con estos materiales.

- Coeficiente de fricción $f = 0,8$, próximo a la unidad. Esta situación también idealizada se corresponde con la situación extrema opuesta, o sea, ausencia casi total de lubricante, superficies idealmente secas, con pares de contacto poco compatibles (por ejemplo acero con acero), lo que permitió evaluar el espectro completo de valores de coeficiente de fricción posibles en las transmisiones por engranajes.

Se evaluaron ocho condiciones desde el punto de vista del coeficiente de corrección del dentado que son:

$$\xi = -0,6; -0,3; 0,0; 0,3; 0,6; 1,0; 1,4 \text{ y } 1,8.$$

Como resultado del procesamiento en el Capítulo III se podrá apreciar la influencia simultánea de los coeficientes de corrección y de fricción en el Factor de Forma para las ruedas conductoras y para las ruedas conducidas respectivamente de los engranajes con dientes rectos de perfil asimétrico.

2.4 Conclusiones del Capítulo II.

1. Se analizó el esquema de análisis y el modelo matemático elaborado por el Colectivo de Mecánica Aplicada en el año 2005 para calcular el factor de forma y las tensiones en el pie de los dientes de los engranajes cilíndricos de dientes rectos de perfil simétrico que considera la influencia de los coeficientes de fricción y de corrección y la tensión directa de compresión provocada por la componente radial de la carga.

2. El coeficiente de fricción influye significativamente en la magnitud del factor de forma y en las tensiones de las ruedas cilíndricas de dientes rectos de perfil simétrico, haciéndose necesario tomarlo en cuenta en los cálculos. Con el incremento del coeficiente de fricción, debido al sentido desfavorable que tiene la fuerza de fricción en las ruedas conductoras, disminuye el factor de forma, elevándose las tensiones y disminuyendo por lo tanto la resistencia a la fractura de los dientes. En las ruedas conducidas, el incremento del coeficiente de fricción, dada la orientación favorable de la fuerza de fricción, produce el efecto contrario, aumentando el factor de forma, lo que reduce las tensiones y favorece la resistencia.
3. Se elaboró un nuevo esquema de análisis y un nuevo modelo matemático para el cálculo del factor de forma y de las tensiones volumétricas en el pie de los dientes de las ruedas de engranajes de dientes rectos de evolvente de perfil asimétrico. En este modelo se toman en cuenta las influencias favorables de la tensión de flexión y de la tensión directa de compresión de la componente radial de la carga sobre el diente. En las cargas se incorporó la fuerza de fricción sobre el flanco, la cual influye de forma diferente en la rueda conductora y en la rueda conducida. En las ecuaciones del modelo se ha incorporado también el coeficiente de corrección del dentado con el objetivo de poder evaluar su influencia en el factor de forma de estos engranajes.

Capítulo 3

Capítulo III. Resultados del procesamiento del nuevo modelo matemático para obtener el factor de forma de los dientes de los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos.

3.1 Cálculo del factor de forma de los dientes de los engranajes cilíndricos de dientes rectos simétricos según Dobrovolski.

De toda la bibliografía consultada sólo (Dobrovolski, 1970) realiza el cálculo del factor de forma de los dientes de los engranajes cilíndricos de dientes rectos de perfil simétrico, tomando en cuenta el coeficiente de fricción y el coeficiente de corrección. La única limitante de su procedimiento es que su análisis fue realizado sólo para un valor fijo del coeficiente de fricción, aunque da un rango en el cual puede variar, desde 0.0875 a 0.1405 ($\rho = 5^\circ$ a 8°) y en su análisis toma un valor intermedio. De esta forma Dobrovolski no analizó la influencia que tenía en el factor de forma el coeficiente de fricción. A continuación se expone el análisis hecho por el mencionado autor y los resultados que obtuvo.

Primeramente se analiza el diente de una rueda de dientes rectos con la anchura $b = 1$ cm y el módulo m (Figura 3.1). Se toma como posición más peligrosa respecto a la resistencia a la fractura, el momento de aplicar la carga q_n en el vértice del diente. Para corroborar esto se analizan las tensiones de flexión en la base del diente, por los métodos ordinarios de resistencia de los materiales.

La dirección de la fuerza con respecto al diente se determina por la forma del mismo (por los ángulos α_e y γ_e) y por el ángulo de rozamiento p . Bajo la acción de las fuerzas de rozamiento la fuerza total $q_n/\cos p$ discrepa de la normal al ángulo de rozamiento p . Es sabido que en la cabeza de los dientes impulsores (ruedas conductoras) las fuerzas de rozamiento están dirigidas hacia el vértice y en las cabezas de los impulsados (ruedas conducidas), desde el vértice hacia la línea polar. El ángulo de rozamiento depende del material, del acabado de la superficie de los dientes y de la lubricación (Dobrovolski, 1970). El grado de la exactitud de acabado

de las superficies de trabajo de los dientes también influye grandemente en el coeficiente de fricción o el ángulo de fricción y a su vez incide en el tipo de lubricación que se establece durante el engranaje de los dientes. No sólo el grado de exactitud de acabado de las superficies actúa directamente sobre el coeficiente de fricción, sino también la corrección en otras palabras, la forma que adquiere el perfil evolvente a medida que se corrige. Por lo que el coeficiente de fricción varía al modificarse el coeficiente de corrección, elemento no tomado en cuenta por la bibliografía consultada.

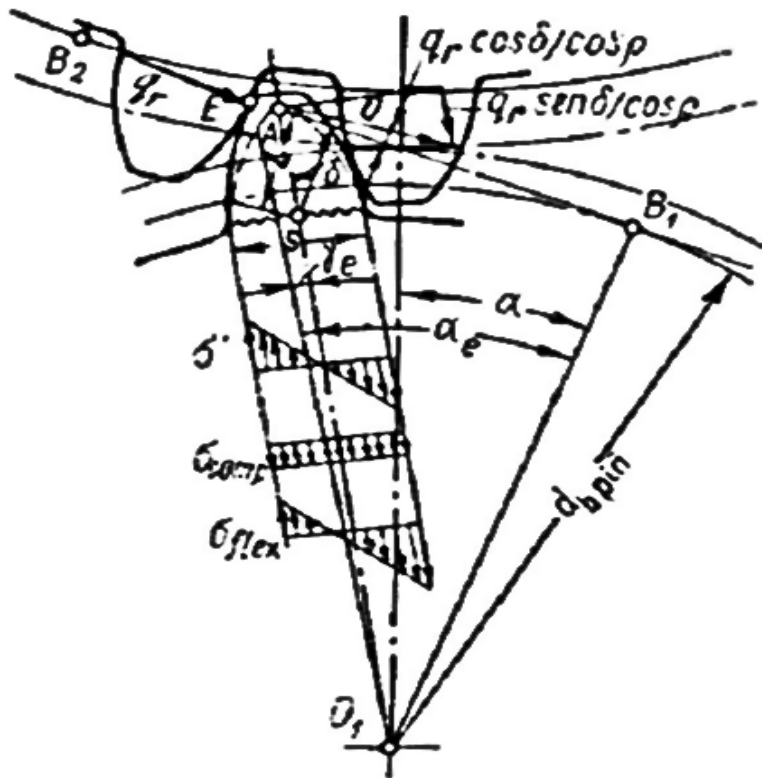


Figura 3.1 Cargas sobre el diente y componentes de la tensión en el pie en una rueda de dientes rectos de perfil simétrico.

El ángulo de acción de la carga con relación a la línea media del diente (Figura 3.1) será $\delta = \alpha_e - \gamma_e \pm p$, donde el signo más se toma para las ruedas conducidas, el signo menos para las conductoras. Se traslada la fuerza $q_n/\cos p$ por su línea de acción al punto A. La componente de esta fuerza $q_n \cdot \cos \delta / \cos p$ flexiona el diente y la componente $q_n \cdot \sin \delta / \cos p$ lo comprime. Al determinar la posición de la sección

peligrosa, por cuanto la tensión de compresión y la concentración de tensiones en la base del diente no ejercen influencia sustancial en la posición de la sección peligrosa, se tiene que de la Resistencia de Materiales es sabido que una viga cantilever que tiene la forma de parábola cuadrática es una viga con tensiones iguales a lo largo de toda su longitud, por consiguiente si en el perfil del diente se inscribe una parábola cuadrática de modo que su vértice coincida con el punto de aplicación de la fuerza, entonces el punto de contacto de su ramal con el perfil del diente determinará la sección peligrosa del mismo x-x, en la cual serán máximas las tensiones nominales de flexión.

En el lado de trabajo, donde actúan las tensiones de tracción que determinan la resistencia a la fractura de los dientes a tensiones cíclicas, se obtiene

$$\sigma_{flex} = \sigma' - \sigma_{comp}$$

La tensión de flexión producida por la componente tangencial de la fuerza sobre el diente es:

$$\sigma' = \frac{M_{flex}}{W} = \frac{6 \cdot q_p \cdot l}{s^2 \cdot \cos \rho}$$

Y la de compresión producida por la componente radial de la fuerza sobre el diente es:

$$\sigma_{comp} = \frac{q_{comp}}{F} = \frac{q_p \cdot \text{sen} \delta}{s \cdot \cos \rho}$$

Por consiguiente

$$\sigma_{flex} = \frac{6 \cdot q_p \cdot l}{s^2 \cdot \cos \rho} - \frac{q_p \cdot \text{sen} \delta}{s \cdot \cos \rho} \quad (3.1)$$

O también:

$$\sigma_{flex} = \frac{q_p}{m} \cdot \left(\frac{6 \cdot \frac{l}{m}}{\frac{s^2}{m^2} \cdot \cos \rho} - \frac{\text{sen} \delta}{\frac{s}{m} \cdot \cos \rho} \right); \quad (3.2)$$

El término entre paréntesis es el factor de forma Y_f que se expresa en letras mayúsculas, o su inverso será el factor de forma y_f que se expresa en letras minúsculas.

$$\frac{6 \cdot \frac{l}{m}}{\frac{s^2}{m^2} \cdot \cos \rho} - \frac{\text{sen} \delta}{\frac{s}{m} \cdot \cos \rho} = Y_f = \frac{1}{y_f}, \quad (3.3)$$

La ecuación 2.2 se puede escribir de la siguiente forma

$$\sigma_{flex} = \frac{q_p}{m \cdot y_f}, \quad (3.4)$$

Siendo y_f el coeficiente de la forma del diente, llamado así porque su magnitud depende de la geometría del perfil del diente. Por cuanto l y s , para una forma dada del diente, son proporcionales al módulo, entonces la expresión (2.3) no depende de la magnitud del módulo. El perfil de los dientes varía según sea el número de dientes (z) y el coeficiente de corrección (ξ), por eso, los valores del coeficiente de la forma del diente determinados gráficamente se dan en las tablas o en los gráficos como función del número de dientes (Z) y el coeficiente de corrección (ξ).

Para las ruedas conducidas el ángulo δ es mayor que para las conductoras ya que se suma el ángulo de fricción en lugar de restarse, por eso el coeficiente de la forma de los dientes impulsados es mayor.

Una vez hallados los esfuerzos de flexión en los dientes del piñón $\sigma_{flex. piñ}$, es fácil determinar el esfuerzo de flexión en los dientes de la rueda $\sigma_{flex. rueda}$ por la fórmula

$$\sigma_{flex. rueda} = \sigma_{flex. piñ} \cdot \frac{y_{piñ}}{y_{rued}}, \quad (3.5)$$

Ya que para estas ruedas las tensiones nominales en el pie dependen solamente del coeficiente de la forma del diente.

3.2 Cálculo del factor de forma de los dientes de los engranajes cilíndricos de dientes rectos simétricos obtenidos por el modelo matemático de (Quiñones, 2005).

Como se explicó anteriormente en el Capítulo II en el trabajo (Quiñones, 2005) se elaboró un modelo matemático para obtener el factor de forma para ruedas cilíndricas de dientes rectos de perfil simétrico para cualquier número de dientes, coeficiente de fricción y coeficiente de corrección del dentado, tanto para las ruedas conductoras como para las ruedas conducidas. En las Figuras 3.2 a) y 3.2 b) se muestran los resultados obtenidos.

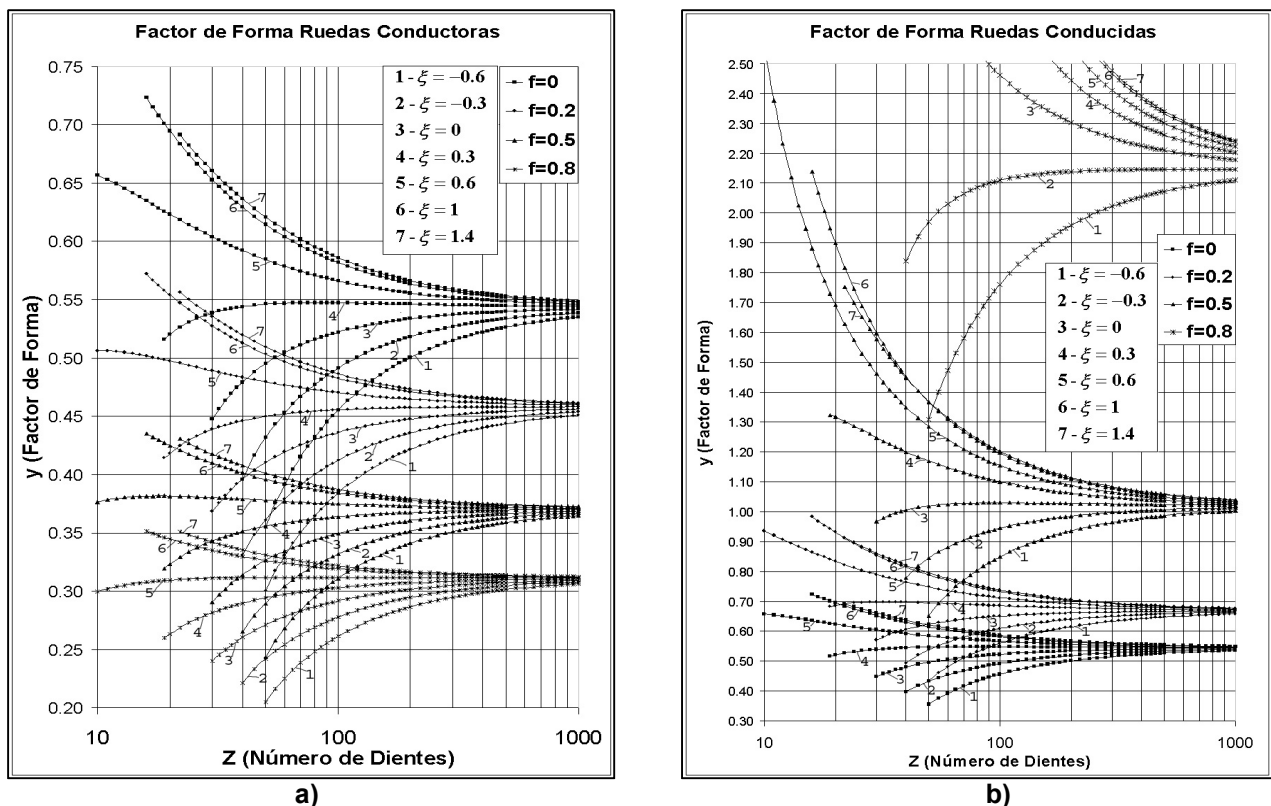


Figura 3.2 Valores del factor de forma para las ruedas conductoras y conducidas de perfil simétrico para diferentes coeficientes de fricción y de corrección del dentado, obtenidos en el trabajo (Quiñones, 2005).

El modelo de Quiñones fue validado por el Método de los Elementos Finitos y evaluado y publicado en el Congreso de ASME en Orlando Florida en el año 2005 (Quiñones et. al, 2005), fue también publicado en España en el Congreso de Métodos Numéricos de la SEMNI (Quiñones et. al, 2005) y en Cuba en el Congreso

Internacional COMEC del 2006 (Goytisolo et. al, 2006). Al procesar el modelo matemático elaborado en el presente trabajo para los engranajes asimétricos la primera acción de validación que se realizó fue la de procesar el modelo para un coeficiente de asimetría $c = 1$. El coeficiente de asimetría para los engranajes de perfil asimétrico se define como la relación entre el ángulo α' del lado de respaldo y el ángulo α del lado de ataque. En las ruedas asimétricas el coeficiente de asimetría es mayor que 1, para las simétricas $c = 1$.

Ejecutando el software elaborado con el nuevo modelo para $c = 1$, ángulos de ataque y de respaldo iguales a 20° los resultados deben dar idénticos a los de Quiñones. En las Figuras 3.3 a) y b) se muestran los resultados obtenidos de este procesamiento.

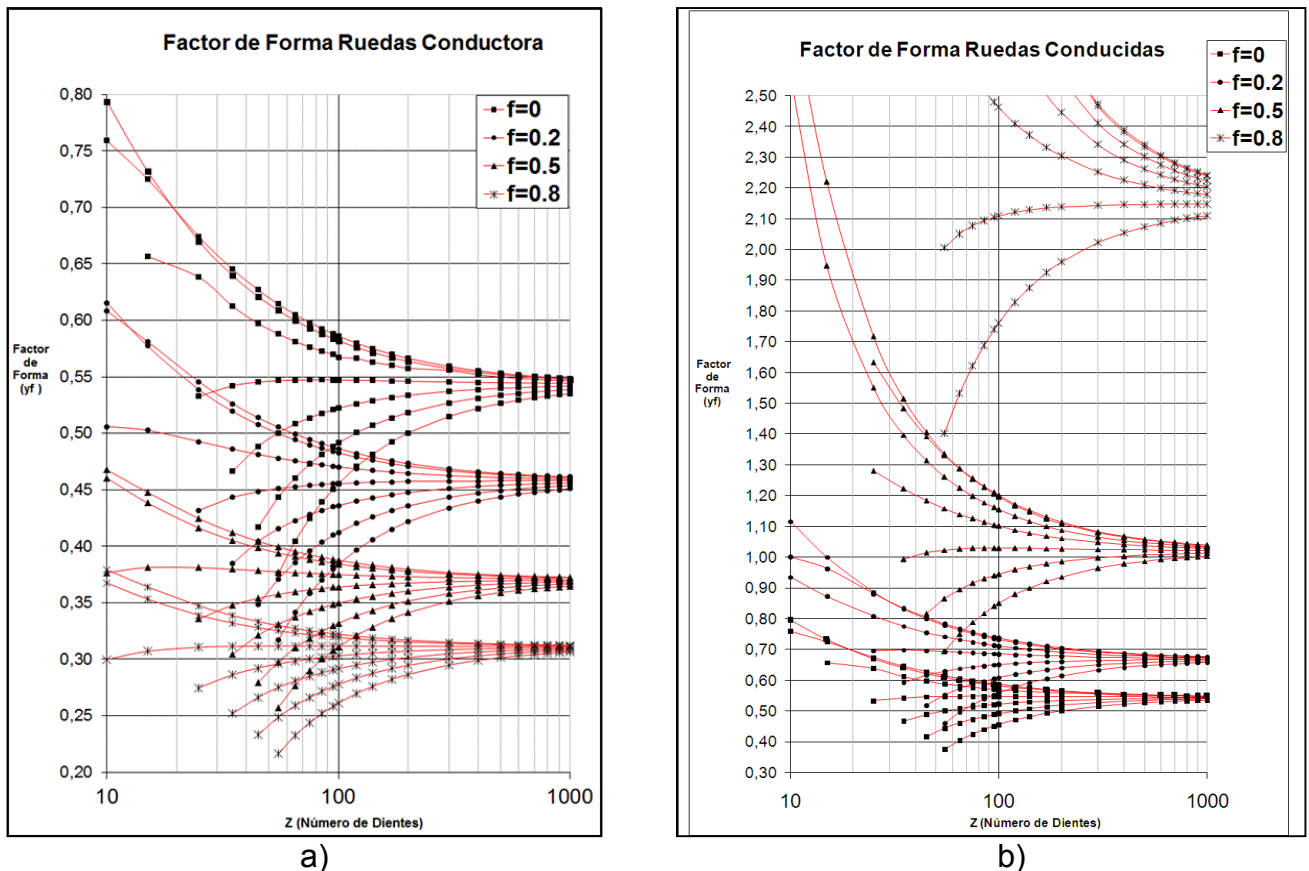


Figura 3.3 Valores del factor de forma para las ruedas conductoras y conducidas de perfil asimétrico para diferentes coeficientes de fricción y de corrección del dentado, obtenidos en el presente trabajo.

Como se aprecia de la comparación los gráficos son idénticos, las diferencias que se pueden identificar son en todos los casos despreciables. De esta comparación se tiene un primer criterio de que el modelo elaborado para los engranajes asimétricos es adecuado, pues se cumple evidentemente para los engranajes asimétricos con coeficiente de asimetría $c = 1$. Hay que recordar que el modelo de quíñones fue ampliamente validado por el Método de los Elementos Finitos.

3.3 Resultados obtenidos en el cálculo del factor de forma para los dientes de los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos por el nuevo modelo matemático elaborado en el presente trabajo para diferentes coeficientes de fricción y de corrección, con coeficiente de asimetría $c = 1,5$.

Las expresiones del nuevo modelo para los dientes de perfil asimétrico se procesaron en *Microsoft Excel* para las ruedas conductoras y conducidas respectivamente en sendas hojas de cálculo para números de dientes desde 10 hasta 200. Se evaluaron cuatro condiciones diferentes desde el punto de vista del coeficiente de fricción:

- Ausencia total de fricción, $f = 0$. Esta situación idealizada se corresponde con el caso de la lubricación hidrodinámica de los dientes, donde las condiciones geométricas, cinemáticas y de viscosidad del lubricante son tan favorables que el espesor de la película excluye totalmente el contacto metal – metal y el valor del coeficiente de fricción es del orden de las milésimas, prácticamente cero. O el caso de la lubricación elastohidrodinámica propia de los contactos bien lubricados excesivamente cargados donde las cualidades de la película lubricante no solo dependen de parámetros geométricos, cinemáticos y viscosos, sino de la elasticidad de los materiales en contacto, que provoca deformaciones de las superficies y de la dependencia de la viscosidad del aceite no sólo de la temperatura sino del comportamiento viscosidad - presión del mismo, aspectos estos que conducen finalmente a que la película de lubricante que se origina entre los pares en contacto sea muy fina, pero extremadamente resistente limitando sensiblemente el contacto metálico y reduciendo el valor del coeficiente de fricción a valores muy pequeños en dependencia de la rugosidad superficial del par de superficies en contacto.

- Coeficientes de fricción de $f = 0,2$ y $f = 0,5$. Estos valores son típicos del rango en el que se mueve el coeficiente de fricción en el caso de la lubricación de los engranajes normales con lubricación hidrodinámica inestable o con lubricación de película límite donde las condiciones de lubricación son más desfavorables producto de: bajas velocidades de deslizamiento, grandes cargas, elevadas rugosidades superficiales, altas temperaturas de contacto, baja viscosidad, escasos volúmenes de lubricante, etc. Transmisiones por lo regular o cerradas, con una lubricación no muy eficiente, o abiertas a la atmósfera, de poca importancia en las cuales dadas las mencionadas condiciones, el espesor de la película de lubricante no excluye el contacto metálico entre las irregularidades aunque si es capaz de limitar, en mayor o menor medida, el efecto adhesivo del contacto reduciendo el valor del coeficiente de fricción al orden de las décimas. La experiencia de investigación del tutor principal de este trabajo le ha permitido confirmar que la fuerza de fricción, que depende básicamente de las condiciones de lubricación de los engranajes y de los materiales en contacto, influye sensiblemente en el valor del factor de forma, aunque ninguna norma considera esta sensible influencia, así por ejemplo para los engranajes de perfil simétrico la elevación del coeficiente de fricción desde cero hasta 0,5, eleva el valor del factor de forma de las ruedas conducidas en una magnitud del orden del doble y reduce el valor del factor de forma de las ruedas conductoras en el orden del 33 %. Esta consideración es un elemento más para diferenciar el comportamiento de las ruedas conductoras y conducidas. En el caso de los materiales plásticos, donde las ruedas de dientes rectos de perfil asimétrico tienen un importante campo de aplicación (Moya et. al, 2010) se hace más evidente tomar en cuenta el coeficiente de fricción. En dicho trabajo el colectivo de autores no tomó en cuenta el coeficiente de fricción. Para confirmar la necesidad de considerarlo según (Budinski, 1992) plantea por ejemplo que el coeficiente de fricción para los materiales plásticos varía, en dependencia del tipo de plástico, desde 0,04 a 0,45, por lo que cabe esperar que esta influencia sea significativa con estos materiales.

- Coeficiente de fricción $f = 0,8$, próximo a la unidad. Esta situación también idealizada se corresponde con la situación extrema opuesta, o sea, ausencia casi total de lubricante, superficies idealmente secas, con pares de contacto poco compatibles (por ejemplo acero con acero), lo que permitió evaluar el espectro completo de valores de coeficiente de fricción posibles en las transmisiones por engranajes.

Se evaluaron ocho condiciones desde el punto de vista del coeficiente de corrección del dentado que son:

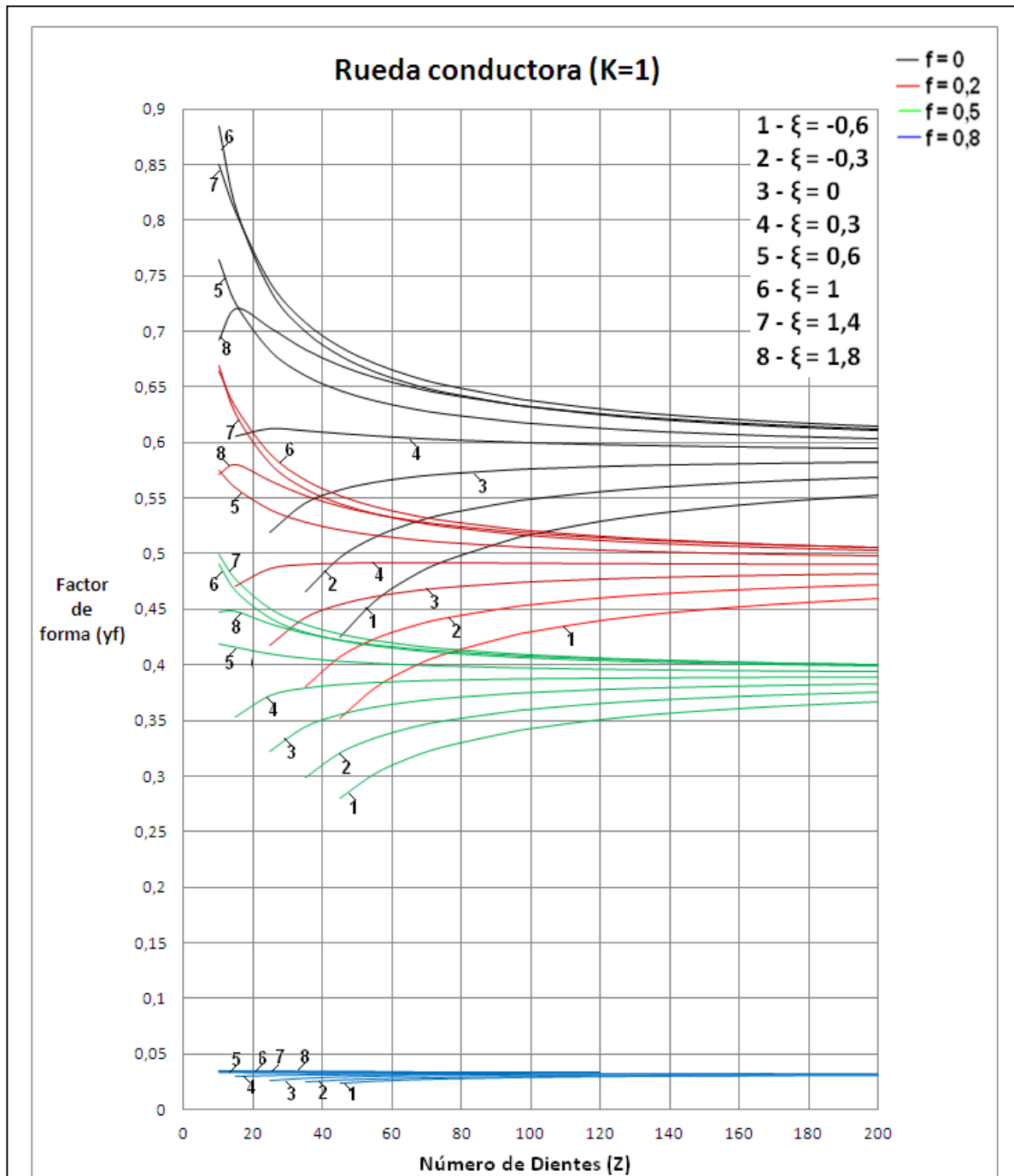
$$\xi = -0,6; -0,3; 0,0; 0,3; 0,6; 1,0; 1,4 \text{ y } 1,8.$$

Como resultado del procesamiento se obtuvieron las Familias de Curvas que se muestran en las Figuras. 3.4 a) y b) y 3.5 a) y b). En ellas se puede apreciar la influencia simultánea de los coeficientes de corrección y de fricción en el factor de forma para las ruedas conductoras y para las conducidas de perfil asimétrico.

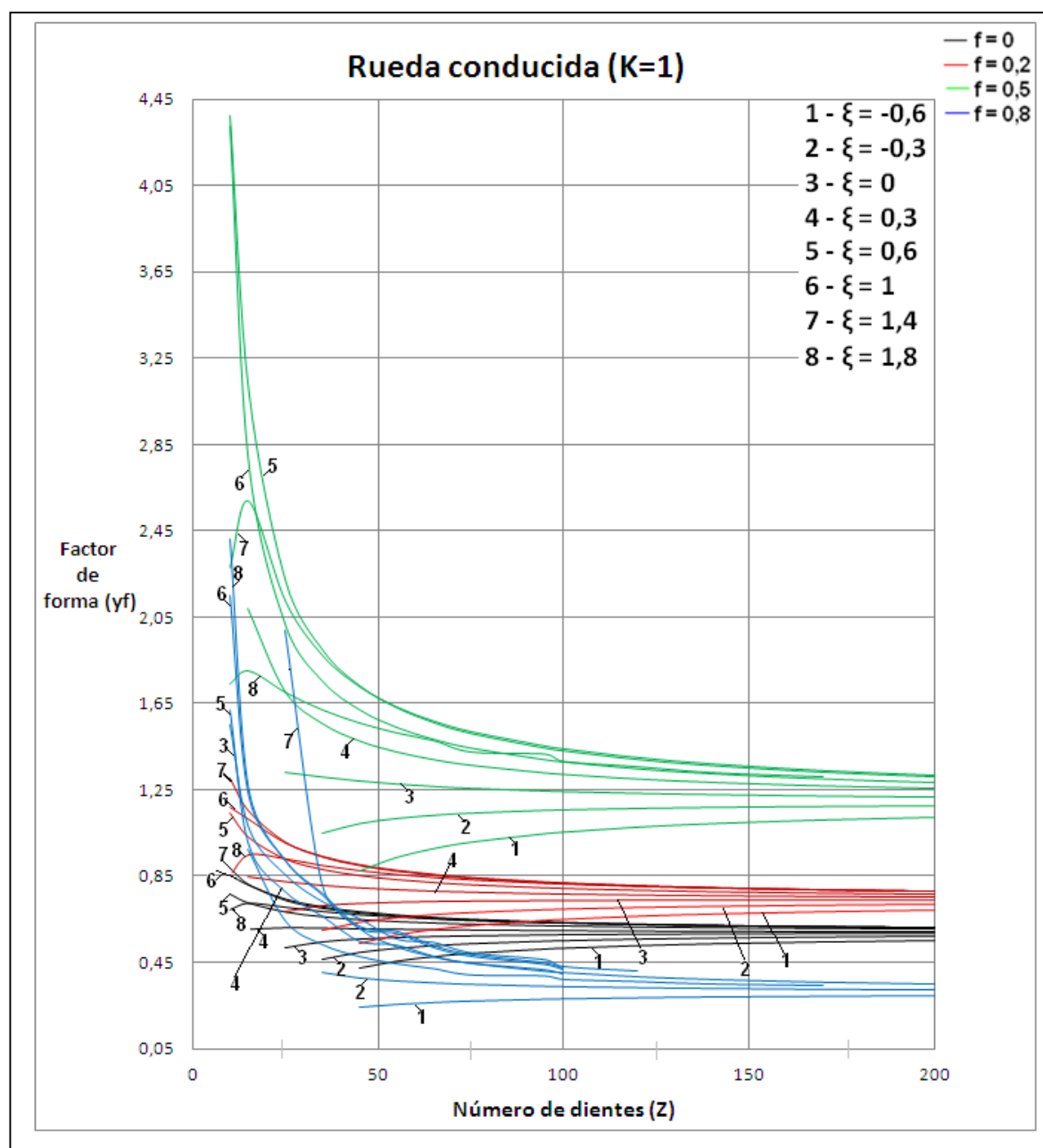
Otro aspecto importante a considerar es la tensión de compresión en el pie de la componente radial de la carga, que fue considerada por (Quiñones, 2005) para los dientes simétricos, pero que no ha sido considerada por ninguno de los autores que han trabajado los engranajes de dientes rectos de perfil asimétrico.

El término $K = 1$ señalado en la parte superior de las curvas indica que en estos cálculos fueron incluidos los efectos favorables de la componente directa de tensión de compresión provocada por la componente radial de la carga, que no había sido incluida por ninguno de los autores precedentes que han calculado factores de forma en engranajes asimétricos (Velázquez, 2007) y (Cárdenas, 2013).

A modo de poder evaluar claramente el efecto favorable de dicha componente radial de tensión de compresión en las Figuras 3.5 a) y b) se dan los mismos resultados anteriores pero despreciando la componente radial de la carga sobre los dientes ($K = 0$).

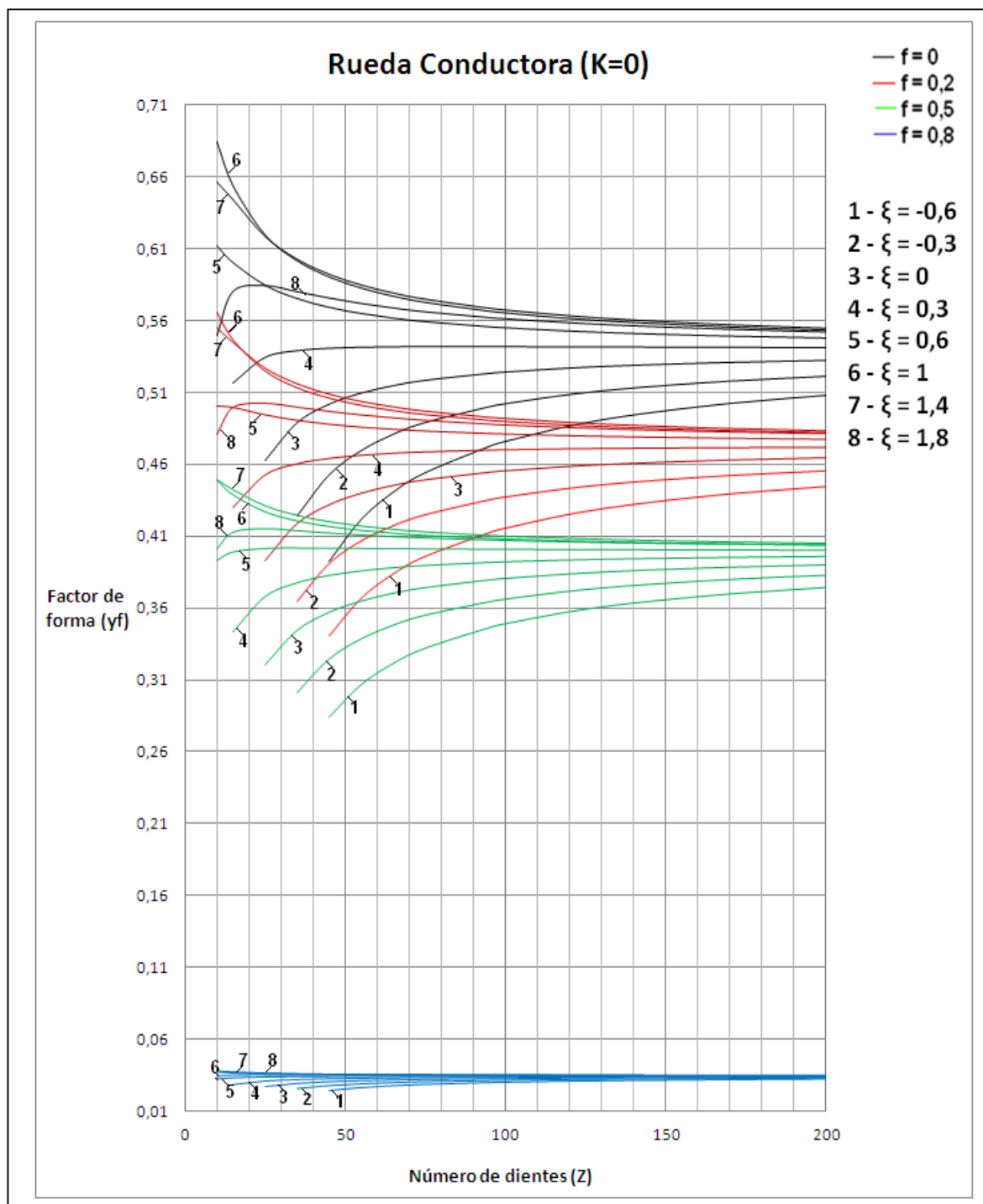


a)



b)

Figura 3.4 Valores del factor de forma para las ruedas conductoras y conducidas de perfil asimétrico para diferentes coeficientes de fricción y de corrección del dentado, obtenidos en el presente trabajo, considerando el efecto favorable de la componente directa de compresión de la carga radial sobre el diente ($K = 1$).



a)

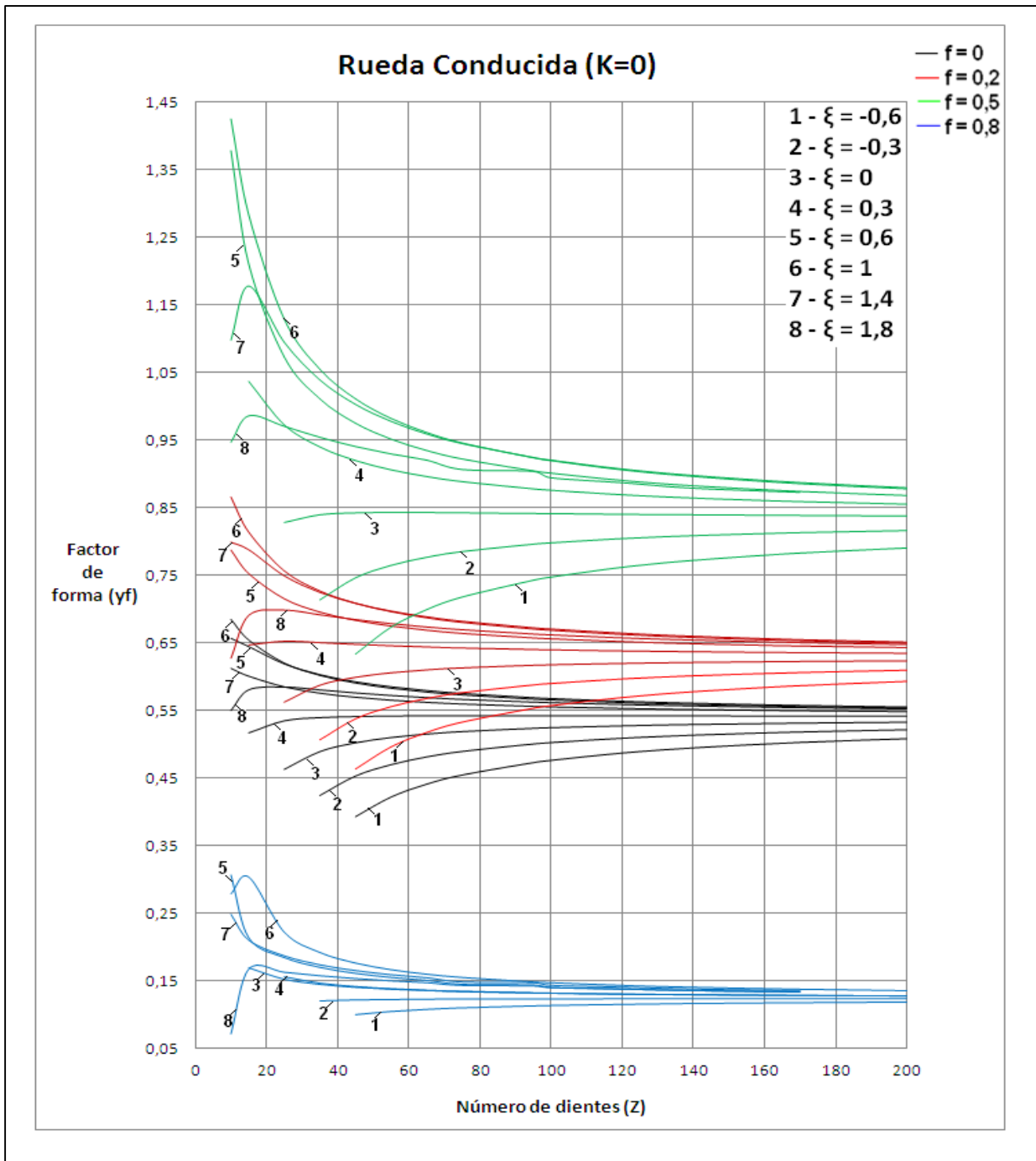


Figura 3.5 Valores del factor de forma para las ruedas conductoras y conducidas de perfil asimétrico para diferentes coeficientes de fricción y de corrección del dentado, obtenidos en el presente trabajo despreciando el efecto favorable de la componente directa de compresión de la carga radial sobre el diente ($K = 0$).

Comparando los resultados de las Figuras 3.4 para las ruedas con dientes asimétricos con los de las Figuras 3.2 para los simétricos se puede apreciar lo siguiente:

En la Tabla 3.1 se muestran de forma sintética los resultados de la comparación. Cuando se considera la tensión directa de compresión provocada por la componente radial de la carga ($K = 1$) los valores del factor de forma para las ruedas con dientes asimétricos son mayores que los obtenidos para las ruedas con dientes simétricos, por lo que su comportamiento a la fractura es mucho más favorable. Esto para un coeficiente de asimetría $c = 1,5$ que fue para el cual se hicieron estos cálculos para las ruedas con dientes asimétricos. Es posible que para coeficientes de asimetría menores, como se evaluará más adelante, las diferencias sean menores y el

Tabla 3.1 Comparación de los valores del modelo matemático elaborado para los engranajes con dientes de perfil asimétrico para las ruedas conductoras, considerando la tensión de compresión de la componente radial de la carga ($K = 1$) y despreciando dicha componente ($K = 0$) con los valores del factor de forma obtenidos por (Quiñones, 2005) para los engranajes con dientes de perfil simétrico				
Coeficiente de fricción	Valor medio del factor de forma para 200 dientes	Valor máximo del factor de forma para 20 dientes y $\xi = 1,4$	Valor máximo del factor de forma para 100 dientes y $\xi = 1,0$	Valor mínimo del factor de forma para 50 dientes y $\xi = -0,6$
Modelo de (Quiñones, 2005)				
0	0,53	0,70	0,53	0,35
0,2	0,45	0,57	0,43	0,30
0,5	0,37	0,43	0,35	0,25
0,8	0,30	0,36	0,28	0,20
Nuevo modelo elaborado para $K = 1$				
0	0,59	0,77	0,575	0,45
0,2	0,48	0,60	0,475	0,37
0,5	0,38	0,47	0,375	0,29
0,8	0,04	0,04	0,04	0,03
Nuevo modelo elaborado para $K = 0$				
0	0,43	0,70	0,52	0,41
0,2	0,46	1,0	0,455	0,36
0,5	0,38	2,25	0,38	0,30
0,8	0,04	1,05	0,035	0,03

comportamiento sea menos favorable. En el caso de despreciar la tensión directa de compresión de la componente radial de la carga ($K = 0$), con coeficiente de fricción $f = 0$, los valores del factor de forma disminuyen para cualquier número de dientes y sólo para coeficiente de corrección $\xi = -0,6$ es que se observa una mejoría. Es necesario aclarar que la corrección negativa en general afecta la resistencia, como

se aprecia en general en la tabla, pero lo interesante aquí es que afecta menos que para los engranajes simétricos.

Un aspecto extremadamente interesante en el comportamiento de los engranajes asimétricos conductores es que cuando el coeficiente de fricción es muy grande, digamos $f = 0,8$, las ruedas de dientes asimétricos pierden completamente su sentido, ya que en estas condiciones la distancia x se hace negativa (ver Figura 3.6), la distancia h_{crit} aumenta, la tensión de tracción en el pie provocada por la componente tangencial de la carga y la componente radial de la carga al estar dirigida hacia arriba provoca también tracción, tanto por el efecto de la excentricidad como por la acción directa de la componente radial. Todo esto ocurre debido a que el ángulo de fricción es tan grande que la fuerza resultante sobre el diente de la conductora se inclina mucho hacia arriba y por lo tanto la componente tangencial de la carga, la componente radial de la carga y el momento flector de la carga radial provocado por la excentricidad de la carga provocan tensiones de tracción en el pie y pierde completamente el sentido del empleo de los engranajes asimétricos. Existirá un valor del coeficiente de fricción para el cual la distancia $x = 0$, este es el valor máximo del coeficiente de fricción en que tiene sentido que el engranaje sea asimétrico. Esta situación se ilustra claramente en la Figura 3.6.

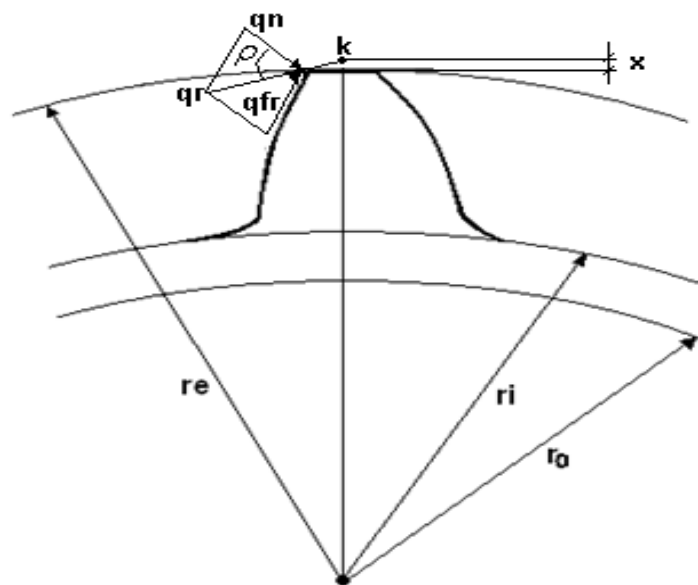


Figura 3.6 Posición de la carga y del punto K cuando el coeficiente de fricción es muy grande.

Otro elemento muy significativo en el comportamiento de las ruedas asimétricas es relativo a los valores máximos de los coeficientes de corrección que resultan favorables. Cuando se considera la componente radial directa de la carga los valores de los factores de forma para coeficientes de corrección $\xi = 1$ y $\xi = 1,4$, dan muy similares y cuando se emplea un coeficiente de corrección $\xi = 1,8$ los valores del factor de forma se reducen. Esto se debe a que la corrección modifica la forma de la evolvente de los flancos del diente y esas modificaciones de los flancos equivalen a un ángulo de perfil mayor. Hay que concluir que existe un límite superior del coeficiente de corrección que se puede emplear en las ruedas de dientes asimétricos. En el caso de las ruedas conductoras con coeficiente de asimetría $c = 1,5$, según estos resultados parece ser que el límite está muy próximo a $\xi = 1$.

En el caso de las ruedas conducidas el límite superior del coeficiente de corrección es inferior, ya que los valores del factor de forma para $\xi = 0,6$ y $\xi = 1$ son muy similares y para $\xi = 1,4$ y $\xi = 1,8$ los valores del factor de forma son inferiores.

En general se concluye que se necesita hacer un estudio mucho más profundo que el que por razones de tiempo no se ha podido hacer en el presente trabajo para esclarecer aún más este comportamiento.

Este comportamiento es contradictorio. Para las ruedas cilíndricas de dientes rectos de perfil simétrico mientras mayor sea el coeficiente de corrección positiva que se emplee mayor es el factor de forma y menores las tensiones, sin embargo aquí se ha demostrado que ese comportamiento no es así para los engranajes cilíndricos de dientes rectos de perfil asimétrico. Existe un límite superior del coeficiente de corrección positiva favorable. Hay que investigar qué cambios ocurren en el perfil que conducen a este comportamiento.

Para las ruedas conducidas el comportamiento es similar desde este punto de vista, existe también un límite de coeficiente de corrección máximo. Los factores de forma en las ruedas conducidas mejoran con la elevación del coeficiente de fricción tal como ocurre en las ruedas de dientes simétricos. Sin embargo como se puede apreciar en la Tabla 3.2 la mejora es superior para los asimétricos que para los simétricos. Aquí la excepción es también para el coeficiente de fricción $\xi = 0,8$, por las razones que se explicaron anteriormente.

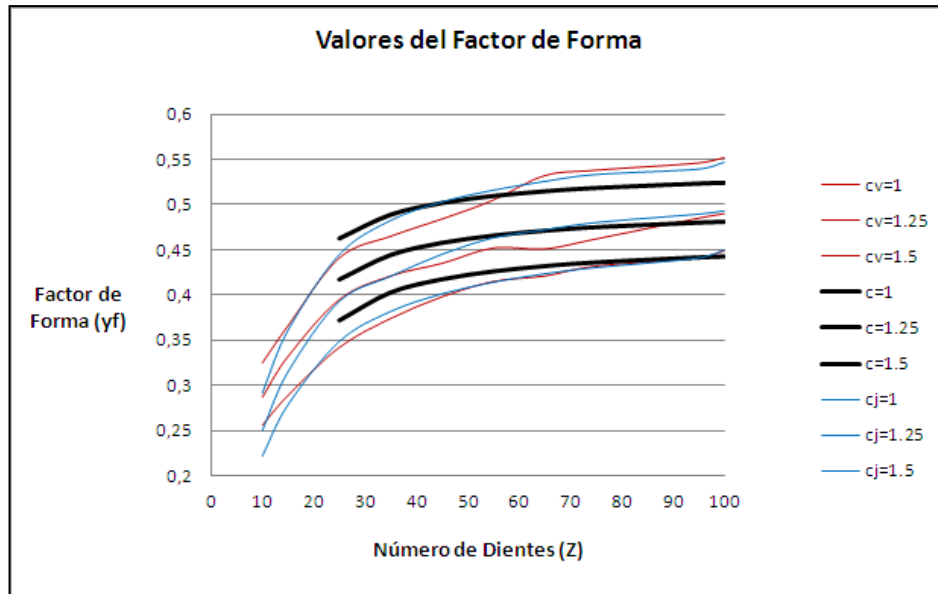
Tabla 3.2 Comparación de los valores del modelo matemático elaborado para los engranajes con dientes de perfil asimétrico para las ruedas conducidas, considerando la tensión de compresión de la componente radial de la carga ($K = 1$) y despreciando dicha componente ($K = 0$) con los valores del factor de forma obtenidos por (Quiñones, 2005) para los engranajes con dientes de perfil simétrico				
Coeficiente de fricción	Valor medio del factor de forma para 200 dientes	Valor máximo del factor de forma para 20 dientes y $\xi = 1,4$	Valor máximo del factor de forma para 100 dientes y $\xi = 1,0$	Valor mínimo del factor de forma para 50 dientes y $\xi = -0,6$
Modelo de (Quiñones, 2005) Ruedas de dientes simétricos.				
0	0,55	0,70	0,50	0,35
0,2	0,65	0,94	0,63	0,44
0,5	1,03	1,80	1,05	0,65
0,8	2,20	$\geq 2,5$	$\geq 2,5$	1,30
Nuevo modelo elaborado para $K = 1$				
0	0,62	0,64	0,60	0,45
0,2	0,75	0,75	0,70	0,62
0,5	1,25	1,25	1,25	0,90
0,8	0,32	0,32	0,04	0,03
Nuevo modelo elaborado para $K = 0$				
0	0,53	0,65	0,52	0,40
0,2	0,63	0,77	0,68	0,48
0,5	0,83	1,25	1,25	0,67
0,8	0,13	0,35	0,035	0,12

3.4 Comparación de los valores del factor de forma obtenidos en el presente trabajo para diferentes números de dientes y coeficientes de asimetría, para coeficiente de fricción $f = 0$, sin corrección del dentado y despreciando la tensión de compresión directa provocada por la componente radial de la carga.

Los autores precedentes que han obtenido valores del factor de forma para engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos (Velázquez, 2007) y (Cárdenas, 2013), lo han hecho para diferentes números de dientes y coeficientes de asimetría, para coeficiente de fricción $f = 0$, sin corrección del dentado y despreciando la tensión de compresión directa provocada por la componente radial de la carga.

A modo de comparación con el modelo elaborado en el presente trabajo se han calculado los mismos factores de forma que en dichos trabajos precedentes, despreciando, tal como lo hicieron ellos, el coeficiente de fricción $f = 0$, el coeficiente de corrección $\xi = 0$ y sin considerar la tensión de compresión directa provocada por la componente radial de la carga.

Los resultados obtenidos por los tres trabajos se muestran en una sola gráfica en la Figura 3.6. Hay que recordar que el coeficiente de asimetría es la relación entre el ángulo α' de respaldo entre el ángulo α del lado de ataque.



c_v (Velázquez), c_j (Cárdenas), c (Nuevo modelo).

Figura 3.6 Factores de forma para diferentes coeficientes de asimetría. Las curvas superiores corresponden a la asimetría mayor ($c = 1,5$).

Como se aprecia los resultados son muy similares, las diferencias son pequeñas y lo sinuoso de las curvas de los autores precedentes conduce a pensar en algunas deficiencias en la exactitud de dichos modelos.

Se realizaron cálculos y comparaciones para otras razones de asimetría con el objetivo de evaluar la influencia de los diferentes factores contemplados en el modelo para diferentes razones de asimetría.

3.5 Comparación de los valores del factor de forma obtenidos en el presente trabajo para diferentes números de dientes y coeficientes de asimetría, para coeficiente de fricción $f = 0$, y diferentes de cero sin corrección del dentado, con corrección positiva $\xi = 0,6$ y negativa $\xi = -0,6$, tres coeficientes de fricción diferentes $f = 0$, $f = 0,2$ y $f = 0,5$, y considerando siempre la tensión de compresión directa provocada por la componente radial de la carga.

En la Figura 3.7 se muestran las gráficas construidas para las ruedas conductoras y en la Figura 3.8 para las ruedas conducidas.

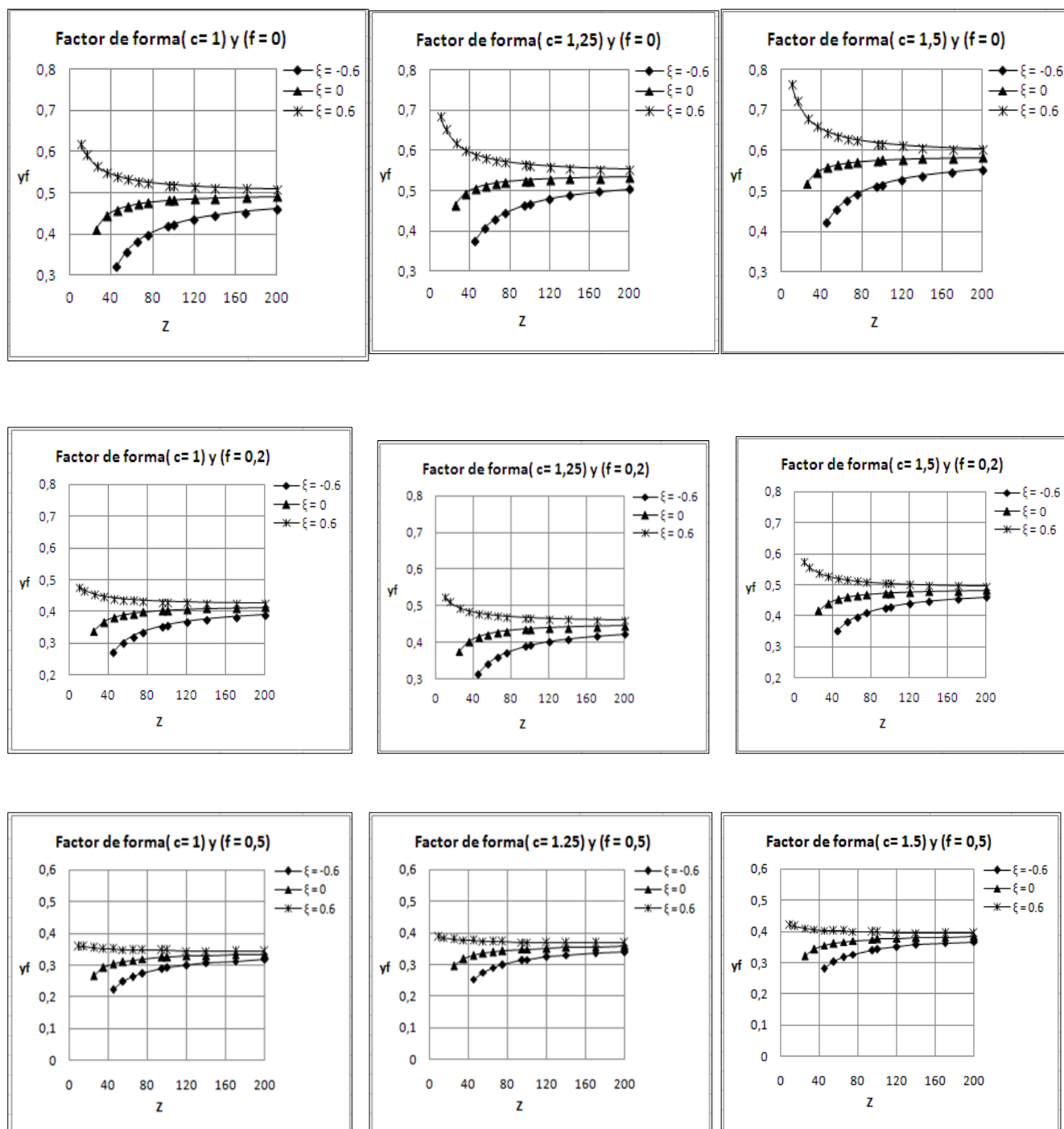


Figura 3.7 Factores de forma para diferentes números de dientes, razones de asimetría, coeficientes de fricción y coeficientes de corrección para las ruedas conductoras con dientes de perfil asimétrico.

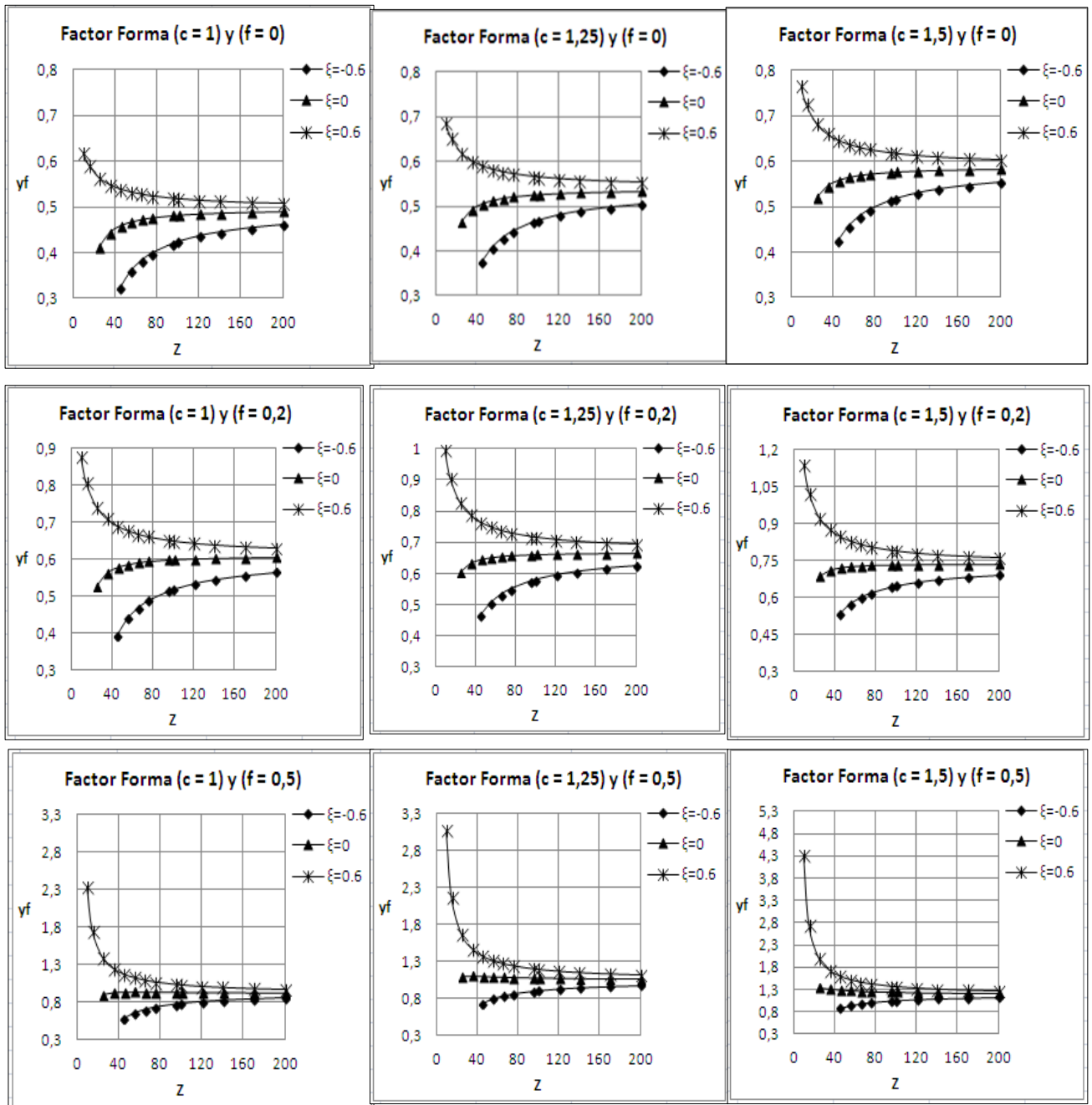


Figura 3.8 Factores de forma para diferentes números de dientes, razones de asimetría, coeficientes de fricción y coeficientes de corrección para las ruedas conducidas con dientes de perfil asimétrico.

Como se puede apreciar en las gráficas a mayor coeficiente de asimetría eleva el factor de forma para cualquier coeficiente de fricción, sin embargo esta elevación depende mucho del coeficiente de corrección. Cuando el coeficiente de corrección es

cero el factor de forma se eleva en todos los casos en la medida que aumenta el número de dientes. Si el coeficiente de corrección es negativo se eleva también el factor de forma al aumentar el número de dientes, aunque los valores se mantienen siempre por debajo de los obtenidos $\xi = 0$, sin embargo, si la corrección es positiva la elevación del factor de forma es mucho mayor para los números de dientes pequeños y ese incremento se va reduciendo en la medida que aumenta el número de dientes, pero los valores del factor de forma se mantienen por encima de los valores para $\xi = 0$. El comportamiento para las ruedas conducidas es idéntico pero los incrementos de los factores de forma con la simetría son mayores.

3.6 Conclusiones del Capítulo III.

1. En los cálculos de los factores de forma para engranajes cilíndricos de dientes rectos de perfil simétrico el único que consideró la presencia de la fuerza de fricción en el factor de forma fue (Dobrovolski, 1970), pero su análisis fue realizado sólo para un valor fijo del coeficiente de fricción, aunque da un rango en el cual puede variar, desde 0.0875 a 0.1405 ($\rho = 5^\circ$ a 8°) y en su análisis tomó un valor intermedio. De esta forma Dobrovolski no analizó la influencia que tenía en el factor de forma el coeficiente de fricción.
2. El primero que analizó esta influencia para los engranajes cilíndricos de dientes rectos de perfil simétrico fue (Quiñones, 2005) e incorporó también la influencia de los coeficientes de corrección. Sus resultados fueron validados por el Método de los Elementos Finitos.
3. En el caso de los engranajes cilíndricos de dientes rectos de perfil asimétrico sólo (Velázquez, 2007) y (Cárdenas, 2013) en sus respectivas Tesis de Doctorado calculan valores del factor de forma para engranajes cilíndricos rectos de perfil asimétrico, pero ninguno de los dos incorporó en el cálculo los coeficientes de fricción, ni los coeficientes de corrección y ambos despreciaron la componente directa de tensión de compresión provocada por la componente radial de la carga.
4. Se elaboró un nuevo Esquema de Análisis y un nuevo Modelo Matemático para el cálculo de las tensiones volumétricas en el pie de los dientes de las ruedas de engranajes de dientes rectos de evolvente de perfil asimétrico. En

este modelo se toman en cuenta las influencias favorables de la tensión de flexión y de la tensión directa de compresión de la componente radial de la carga sobre el diente. En las cargas se incorporó la fuerza de fricción sobre el flanco, la cual influye de forma diferente en la rueda conductora y en la rueda conducida. En las ecuaciones del modelo se ha incorporado también el coeficiente de corrección del dentado con el objetivo de poder evaluar su influencia en el factor de forma de estos engranajes.

5. El coeficiente de fricción influye significativamente en la magnitud del factor de forma de las ruedas cilíndricas de dientes rectos de perfil asimétrico, haciéndose necesario tomarlo en cuenta en los cálculos. Con el incremento del coeficiente de fricción, debido al sentido desfavorable que tiene la fuerza de fricción en las ruedas conductoras, disminuye el factor de forma, elevándose las tensiones y disminuyendo por lo tanto la resistencia a la fractura de los dientes. En las ruedas conducidas, el incremento del coeficiente de fricción, dada la orientación favorable de la fuerza de fricción, produce el efecto contrario, aumentando el factor de forma, lo que reduce las tensiones y favorece la resistencia.
6. Con el modelo elaborado en el presente trabajo para calcular los factores de forma en engranajes cilíndricos rectos de perfil asimétrico, que incorpora el valor del coeficiente de fricción, el coeficiente de corrección del dentado, el coeficiente de asimetría para cualquier número de dientes se hicieron numerosos cálculos de los factores de forma tanto para las ruedas conductoras como para las conducidas, obteniéndose las siguientes conclusiones:
 - Cuando se considera la tensión directa de compresión provocada por la componente radial de la carga ($K = 1$) los valores del factor de forma para las ruedas con dientes asimétricos son mayores que los obtenidos para las ruedas con dientes simétricos, por lo que su comportamiento a la fractura es mucho más favorable.
 - Cuando se considera la componente radial directa de la carga los valores de los factores de forma para coeficientes de corrección $\xi = 1$ y

$\xi = 1,4$, dan muy similares y cuando se emplea un coeficiente de corrección $\xi = 1,8$ los valores del factor de forma se reducen. Esto se debe a que la corrección modifica la forma de la evolvente de los flancos del diente y esas modificaciones de los flancos equivalen a un ángulo de perfil mayor. Hay que concluir que existe un límite superior del coeficiente de corrección que se puede emplear en las ruedas de dientes asimétricos. En el caso de las ruedas conductoras con coeficiente de asimetría $c = 1,5$, según estos resultados parece ser que el límite está muy próximo a $\xi = 1$.

- En el caso de las ruedas conducidas el límite superior del coeficiente de corrección es inferior ya que los valores del factor de forma para $\xi = 0,6$ y $\xi = 1$ son muy similares y para $\xi = 1,4$ y $\xi = 1,8$ los valores del factor de forma son inferiores. En general se concluye que se necesita hacer un estudio mucho más profundo que el que por razones de tiempo no se ha podido hacer en el presente trabajo para esclarecer aún más este comportamiento
 - Los autores precedentes que han obtenido valores del factor de forma para engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos (Velázquez, 2007) y (Cárdenas, 2013), lo han hecho para diferentes números de dientes y coeficientes de asimetría, para coeficiente de fricción $f = 0$, sin corrección del dentado y despreciando la tensión de compresión directa provocada por la componente radial de la carga. A modo de comparación con el modelo elaborado en el presente trabajo se han calculado los mismos factores de forma que en dichos trabajos precedentes, despreciando, tal como lo hicieron ellos, el coeficiente de fricción $f = 0$, el coeficiente de corrección $\xi = 0$ y sin considerar la tensión de compresión directa provocada por la componente radial de la carga. Los resultados obtenidos fueron idénticos.
7. Se realizaron cálculos del factor de forma para otros coeficientes de asimetría, incorporando los coeficientes de fricción y de corrección. Se obtuvo que a mayor coeficiente de asimetría se eleva el factor de forma para cualquier

coeficiente de fricción, sin embargo esta elevación depende mucho del coeficiente de corrección. Cuando el coeficiente de corrección es cero el factor de forma se eleva en todos los casos en la medida que aumenta el número de dientes. Si el coeficiente de corrección es negativo se eleva también el factor de forma al aumentar el número de dientes, aunque los valores se mantienen siempre por debajo de los obtenidos para $\xi = 0$, sin embargo, si la corrección es positiva la elevación del factor de forma es mucho mayor para los números de dientes pequeños y ese incremento se va reduciendo en la medida que aumenta el número de dientes, pero los valores del factor de forma se mantienen por encima de los valores para $\xi = 0$. El comportamiento para las ruedas conducidas es idéntico pero los incrementos de los factores de forma con la simetría son mayores.

Conclusiones

Conclusiones Generales

1. Se realizó un estudio detallado en la bibliografía consultada y en las Normas Técnicas acerca de los cálculos de los factores de forma para engranajes cilíndricos de dientes rectos de perfil simétrico y se pudo apreciar el único que consideró la presencia de la fuerza de fricción en el factor de forma fue (Dobrovolski, 1970), pero su análisis fue realizado sólo para un valor fijo del coeficiente de fricción, El primero que analizó esta influencia de la variación de este coeficiente para los engranajes cilíndricos de dientes rectos de perfil simétrico fue (Quiñones, 2005) e incorporó también la influencia de los coeficientes de corrección. Sus resultados fueron validados por el Método de los Elementos Finitos.
2. En el caso de los engranajes cilíndricos de dientes rectos de perfil asimétrico sólo (Velázquez, 2007) y (Cárdenas, 2013) en sus respectivas Tesis de Doctorado calculan valores del factor de forma para engranajes cilíndricos rectos de perfil asimétrico, pero ninguno de los dos incorporó en el cálculo los coeficientes de fricción, ni los coeficientes de corrección y ambos despreciaron la componente directa de tensión de compresión provocada por la componente radial de la carga.
3. En el presente trabajo se elaboró un nuevo Esquema de Análisis y un nuevo Modelo Matemático para el cálculo de los factores de forma de los dientes de las ruedas de engranajes de dientes rectos de evolvente de perfil asimétrico. En este modelo se toman en cuenta las influencias favorables de la tensión de flexión y de la tensión directa de compresión de la componente radial de la carga sobre el diente. En las cargas se incorporó la fuerza de fricción sobre el flanco, la cual influye de forma diferente en la rueda conductora y en la rueda conducida. En las ecuaciones del modelo se ha incorporado también el coeficiente de corrección del dentado con el objetivo de poder evaluar su influencia en el factor de forma de estos engranajes.
4. El coeficiente de fricción influye significativamente en la magnitud del factor de forma de las ruedas cilíndricas de dientes rectos de perfil asimétrico, haciéndose necesario tomarlo en cuenta en los cálculos. Con el incremento del coeficiente de fricción, debido al sentido desfavorable que tiene la fuerza de fricción en las

ruedas conductoras, disminuye el factor de forma, elevándose las tensiones y disminuyendo por lo tanto la resistencia a la fractura de los dientes. En las ruedas conducidas, el incremento del coeficiente de fricción, dada la orientación favorable de la fuerza de fricción, produce el efecto contrario, aumentando el factor de forma, lo que reduce las tensiones y favorece la resistencia.

5. El coeficiente de corrección, cuando se considera la componente radial directa de la carga los valores de los factores de forma para coeficientes de corrección $\xi = 1$ y $\xi = 1,4$, dan muy similares y cuando se emplea un coeficiente de corrección $\xi = 1,8$ los valores del factor de forma se reducen. Hay que concluir que existe un límite superior del coeficiente de corrección que se puede emplear en las ruedas de dientes asimétricos. En el caso de las ruedas conductoras con coeficiente de asimetría $c = 1,5$, según estos resultados parece ser que es límite está muy próximo a $\xi = 1$. En el caso de las ruedas conducidas el límite superior del coeficiente de corrección es inferior ya que los valores del factor de forma para $\xi = 0,6$ y $\xi = 1$ son muy similares y para $\xi = 1,4$ y $\xi = 1,8$ los valores del factor de forma son inferiores.
6. Se evaluó la influencia de los coeficientes de asimetría, se concluye que a mayor coeficiente de asimetría se eleva el factor de forma para cualquier coeficiente de fricción, sin embargo esta elevación depende mucho del coeficiente de corrección. Cuando el coeficiente de corrección es cero el factor de forma se eleva en todos los casos en la medida que aumenta el número de dientes. Si el coeficiente de corrección es negativo se eleva también el factor de forma al aumentar el número de dientes, aunque los valores se mantienen siempre por debajo de los obtenidos para $\xi = 0$, sin embargo, si la corrección es positiva la elevación del factor de forma es mucho mayor para los números de dientes pequeños y ese incremento se va reduciendo en la medida que aumenta el número de dientes, pero los valores del factor de forma se mantienen por encima de los valores para $\xi = 0$. El comportamiento para las ruedas conducidas es idéntico pero los incrementos de los factores de forma con la simetría son mayores.

Recomendaciones

Recomendaciones

Se recomienda continuar la investigación, realizando las siguientes tareas no abordadas en el presente trabajo:

- Estudiar con el modelo elaborado para que valor del coeficiente de fricción la distancia x se hace cero, ese es el valor máximo del coeficiente de fricción en que tiene sentido que el engranaje sea asimétrico en una rueda conductora. Todo esto ocurre debido a que el ángulo de fricción es tan grande que la fuerza resultante sobre el diente de la conductora se inclina mucho hacia arriba y por lo tanto la componente tangencial de la carga, la componente radial de la carga y el momento flector de la carga radial provocado por la excentricidad de la carga provocan tensiones de tracción en el pie y pierde completamente el sentido del empleo de los engranajes asimétricos. La asimetría se hace perjudicial en esas condiciones.
- Se recomienda hacer un estudio mucho más profundo acerca de la influencia de la corrección en los engranajes asimétricos. Esto se fundamenta ya que la corrección modifica la forma de la evolvente de los flancos del diente y esas modificaciones de los flancos equivalen a un ángulo de perfil mayor. Hay que concluir que existe un límite superior del coeficiente de corrección que se puede emplear en las ruedas de dientes asimétricos, pero eso hay que investigarlo geométricamente.

Bibliografía

Bibliografía

- Alemán G. Giory, Goytisoló E. Rafael, Castellanos G. Luis, & Hidalgo F. Alan. (2011). *Utilización de la corrección del dentado para la elevación de la resistencia de una corona sin fin durante su recuperación*. 9th Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology, Medellín, Colombia.
- ANSI/AGMA 1010-E95. (1995). Appearance of gear teeth - Terminology of wear and failure USA. ISBN: 1-55589-665-0.
- ANSI/AGMA Standard 2101-C95. (1995). *Rating and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gears Teeth*. American Gear Manufacturers Association,.
- ANSI/AGMA Standard 908-B89. (1995). *Information Sheet – Geometry Factors for Determining the pitting Resistance and Bending Strength for Spur, Helical and Herringbone Gear Teeth*.
- Black Paul H. (1936). *An investigation of relative stresses in solid spur gears by the photoelastic method*. University of Illinois.
- Bozan Cristina Andreea, & Gavrilă Catalin Cornel. (2008). Comparative analysis on the main parameters influence for the pinion teeth addendum thickness an external and internal gears (Vol. VII).
- Bozidar Rosic. (2002). *Design and simulation of meshing of internal involute spur gears with pinion cutters* (Vol. 1). Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade.
- Brown Frederick W, Davidson Scott R, Hanes David B, Weires Dale J, & Kapelevich. (2010). *Analysis and testing of gears with asymmetric involute tooth form and optimized fillet form for potential application in helicopter main drives*.
- Budinsky. (1992). *Engineering Materials* (4ta Edición.).
- Cárdenas, Javier, Moya, Jorge, Hernández, & Daniel. (2011, November). Determinación de los factores geométricos para el cálculo a flexión de los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos con perfil de evolvente y trocoide, 32(Revista Ciencia e Ingeniería.), 151–162.
- Cárdenas O., Javier, Hernández O, Daniel y Moya R, & Jorge. (2010). *Generación de ruedas dentadas asimétricas de perfil evolvente trocoide*. Seminario Euro

- Latinoamericano de Sistemas de Ingeniería (SELASI VI: 2010: La Habana, Cuba), 15 Convención científica de ingeniería y arquitectura. La Habana, Cuba.
- Cárdenas Oliveros J. A, Hernández Ochoa D. R, Babilonia Sánchez G. A, & Moya Rodríguez J. L. (2011). Nuevo método para la modelación geométrica de engranes cilíndricos rectos con dientes asimétricos de perfil evolvente-trocoide, 34(Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería Universidad del Zulia), 160 –170.
- Cárdenas Oliveros J. A., Moya Rodríguez J. L., & Hernández Ochoa D. R. (2010). *Factores geométricos para la determinación de la resistencia a la flexión de engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos con perfil evolvente y trocoide*. UCLV. Las Villas, Cuba.
- Cárdenas Oliveros, & Javier Antonio. (2012). *Influencia de las relaciones evolvente trocoide y asimetría en el cálculo a la flexión de engranajes cilíndricos de dientes rectos*. (Doctor en Ciencias Técnicas).
- Cárdenas Oliveros, Javier Antonio, Moya Rodríguez Jorge Laureano, & Hernández Ochoa, Daniel R. (2011). Factores geométricos para calcular a flexión engranajes cilíndricos rectos asimétricos con perfil evolvente - trocoide, 14(Revista Ingeniería Mecánica).
- Cárdenas Oliveros, J. A, Hernández Ochoa, D. R, & Moya Rodríguez, J. L. (2011). *Consecuencias de la asimetría en engranes cilíndricos rectos*. V Conferencia Científico Internacional de la Universidad de Holguín Oscar Lucero Moya, Holguín, Cuba.
- Cárdenas Oliveros, Javier Antonio. (2012). *Influencia de las relaciones evolvente trocoide y asimetría en el cálculo a la flexión de engranajes cilíndricos de dientes rectos* (Doctor en Ciencias Técnicas).
- Cavdar Kadir, Karpat Fatih, & Babalik Faith C. (2005). *Computer aided analysis of bending strength of involute spur gears with asymmetric profile*.
- Cotaquispe Z, & Luis O. (2007). *Influencia del ángulo de presión en el esfuerzo de flexión del pie de diente para engranajes cilíndricos de dentado recto exterior mediante el método de los elementos finitos*. 8° Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica, Cusco.

- Chang, S.H, Huston, R.L, & Coy, J.J. (1984). *A Computer Aided Design Procedure for Generating Gear Teeth*. New York.
- Chira F. (2006). *On the elasticity of involutes spur gears with asymmetric teeth* (pp. 113–116). Proceedings of the 15th International conference on manufacturing systems - ICMaS, Bucharest.
- Chira F, Dascalescu A, Tisan V, & Stoicovici D. (2008). *The study of the stress and displacements at the direct asymmetric gears in relation with the coefficient of asymetry using the finite elements method*. Romania.
- Chira Flavia, & Mihai Banica. (2007). *A Design method for the transmissions with asymmetrical spur gears*. 7th international multidisciplinary conference. Baia Mare, Romania.
- Chira Flavia, Tisan Vasile, & Dascalescu Anamaria. (2007). *Modelling of the asymmetric gears using applications in MATLAB and AUTOLISP* (Vol. VI). Romania.
- Da Vinci Leonardo. (n.d.). *Codice Atlantico*. [http. Retrieved from http: // www.ambrosiana.eu / cms / descrizione_del_catalogo-251-251.html](http://www.ambrosiana.eu/cms/descrizione_del_catalogo-251-251.html)
- Deng Gang, Nakanishi Tsutomu, & Inou Katsumi. (2003). *Bending load capacity enhancement using an asymmetric tooth profile* (pp. 1171–1176).
- Di Francesco Giulio, & Marini Stefano. (2007). *Asymmetric Teeth: Bending Stress Calculation* (pp. 52–55).
- Di Francesco, G., & Marini, S. (1997). *Structural analysis of asymmetrical Teeth: Reduction of size and weight* (pp. 47–51).
- DIN 3990 Teil 3. (1987). *Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrâden* Deutch Verlag GNBH. Berlin.
- Dobrovolski, V. (1970). *Elementos de Máquinas*. Moscú: MIR.
- Dobrovolsky. V. et al. (1980). *Elementos de Máquinas*. Moscú: MIR.
- Dolan, Thomas J, & Broghamer, Edward L. (1942). *A photoelastic study of stresses in gear tooth fillets*. University of Illinois. Retrieved from <http://hdl.handle.net/2142/4522>
- Dudley Darle W. (1973). *Diseño, Manufactura y Aplicación de Engranajes. Manual De Engranajes* (1ra y Continental.). México.

BIBLIOGRAFÍA

- Faires V. M., Montaner, & Simon S.A. (1977). *Diseño de Elementos de Máquinas* (4ta ed.). Barcelona.
- Fetvacı, & Erdem Imrak. (2008). Mathematical Model of a Spur Gear with Asymmetric Involute Teeth and Its Cutting Simulation. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*.
- Freeth T. y Col. (2006, November). Los Diez Libros de Arquitectura. Retrieved from <http://www.colegioarquitectostulancingo.com/ARCHIVO/Los10librosdeArquitecturaVitrubio.pdf>
- Fuentes Aznar, Alfonso. (1995). *Modelo de cálculo a flexión de engranajes cilíndricos de perfil de evolvente* (Doctoral). Madrid, España: Universidad Nacional de Educación a Distancia.
- Fuentes, Aznar A., & Pedrero, J. I. (1996). *Análisis de la Tensión de Flexión en Engranajes Cilíndricos de Perfil de Evolvente* (Doctoral). U.N.E.D, Madrid.
- Goncalves Raúl. (2002). *Introducción al análisis de esfuerzos* (2da ed.). Venezuela: Industria Gráfica Integral.
- González Quintero O. (2010, enero-abril). Análisis de la influencia de la razón de transmisión en la velocidad específica de deslizamiento. ISSN: 1815-5944.
- González Rey G, García Martín R, & Frechilla Fernández P. (2005). Modelo matemático y procedimiento para la generación gráfica de los contornos de dientes de engranajes cilíndricos.
- González Rey, G, Frechilla Fernández, P, & García Martín, R. (2002). El método de elementos finitos como alternativa en el cálculo de engranajes, (ISPJAE Revista Ingeniería Mecánica), 55–67.
- GOST 21354-87. (1989). *Cálculo de Transmisiones por Engranajes Cilíndricos de Dientes Rectos de Perfil de Evolvente*. Moscú.
- Goytisoló R., & Moya, J. (1976). Influencia de la Corrección en la Lubricación de las Transmisiones por Engranajes.
- Goytisoló R., & Moya, J. (1978). Corrección de Altura para Máxima Resistencia al Desgaste.

- Goytisoló R., & Moya, J. (1977). Corrección de Altura para Máxima Resistencia a la Picadura.
- Goytisoló R., Moya, J., & Cabello, J.J. (1997). *Height Correction to Maximize Gear Resistance to Fatigue. Proceedings 16th Canadian Congreso of Applied Mechanics*. Canada.
- Goytisoló R., Moya, J., & Pérez de la Fuente, A. (1991). Calculo de la Corrección de Altura en Engranajes.
- Goytisoló, R., Moya, J. L., Velásquez, J. A., Hernández, D., Cárdena, J.A., Beltrán, W., & Alfonso, R. (2013). Modelo Matemático para Evaluar la Influencia de la Componente Radial de la Carga, la Fuerza de Fricción y la Corrección del Dentado en el Factor de Forma de los Engranajes Cilíndricos de Dientes Rectos Asimétricos.
- Hebbal M. S., Math V. B, & B. Sheeparamatti G. (2009). *A Study on Reducing the Root Fillet Stress in Spur Gear Using Internal Stress Relieving Feature of Different Shapes* (Vols. 1-5, Vol. 1).
- Hernández O., Daniel. (2006). *Método para el diseño de engranes cilíndricos con dientes rectos de perfil de evolvente basado en el indicador del grado de socavado* (Doctoral). Holguín, Cuba: Universidad de Holguín.
- Hernández, A. E, Fernández, J.E, & Sierra J.M. (2009). *A study in asymmetric plastic spur gears* (pp. 34–41).
- Huston, R.L, Mavriplis, D, & Oswald, F.B. (1989). *Computer Aided Design of Spur Gear Teeth*. International Power Transmission and Gearing Conference.
- Huston, R.L, Mavriplis, D, Oswald, F.B, & Liu, Y.S. (1994). *A Basis for Solid Modeling of Gear Teeth with Applications in Design and Manufacture* (Vols. 1-5, Vol. 29, pp. 713–723).
- ISO 6336-3, & ISO 6336-3. (1996). Calculation of load capacity of spur and helical gears.
- ISO 6336-1. (2006, September 1). Calculation of load capacity of spur and helical gears - Part 1: Basic principles, introduction and general influence factors.
- ISO 6336-1,2,3. (1996). *Calculation of load capacity of spur and helical gears*.

- Jevgenijs Butans. (2007). *Computer Aided Design of Involute Gear Shaper Cutters*. MSc by Research Thesis. Cranfield University, School of Applied Sciences.
- Juvinal Robert. (1997). *Fundamentos de diseño para ingeniería mecánica* (3ra ed.). México.
- Kapelevich A. (1987). Synthesis of asymmetric involute gearing. Mashinovedenie.
- Kapelevich A, & Shekhtman Y. (2009, October). Tooth fillet profile optimization for gears with symmetric and asymmetric teeth. ISSN: 07436858.
- Kapelevich A. L, & Y.V. Shekhtman. (2010). *Area of existence of involute gears* (pp. 64–69).
- Kapelevich Alexander. (2000). Geometry and design of involute spur gears with asymmetric teeth. ISSN 0743-6858.
- Kapelevich Alexander. (2004). Direct Gear Design Drives Performance (pp. 28–29). ISSN: 07436858. Retrieved from gearsolutionsonline.com
- Kapelevich Alexander. (2009). Direct design of asymmetric gears: approach and application. International Conference on Motion and Power Transmissions, Japan.
- Kapelevich Alexander. (2011). *Designing Asymmetric Gears* (pp. 36–51).
- Kapelevich Alexander L. (2011). *Measurement of directly designed gears with symmetric and asymmetric teeth*.
- Kapelevich Alexander, & Shekhtman Yuriy V. (2003). Direct gear design: bending stress minimization (pp. 44–47). ISSN: 07436858.
- Kapelevich Alexander, & Taye Elias. (2010). *Self-Locking Gears: Design and potential applications*.
- Kapelevich, A.L, & Kleiss, R. E. (2002). Direct gear design for spur and helical involute gears (pp. 29–35). ISSN: 07436858.
- Kawalec A., & Wiktor J. Rzeszo. (2004). *Tooth-root stress calculation of internal spur gears* (Vol. 218). University of Technology, Proc. Instn Mech. Engrs,.
- Koilraj M., Muthuveerappan G., & Pattabiraman J. (2007). An improvement in gear tooth design methodology using finite element method (Vol. 88, pp. 8–12).
- Kumar Senthil, Muni D.V., & Muthuveerappan G. (2008). *Optimization of asymmetric spur gear drives to improve the bending load capacity*. ISSN: 0094-114X. Retrieved from doi: 10.1016 / j.mechmachtheory.2007.06.006

- Lewis Wilfred. (1893). Investigation of strenght of gear teeth. Proceedings of the Engineers' Club of Philadelphia. Retrieved from <http://www2.hsp.org/collections/manuscripts/e/ ECP3144.html>
- Litvin Faydor. (n.d.). Development of Gear Technology and Theory of Gearing. NASA Center for Aerospace Information, Lewis Research Center ARL-TR-1500. Retrieved from <http://gltrs.grc.nasa.gov/reports/1997/RP-1406.pdf>
- Litvin Faydor, & Fuentes Alfonso. (2004). Gear geometry and applied theory (2da ed.). Cambridge University Press. New York.
- Litvin, Faydor L, Lian, Qiming, Kapelevich, & Alexander L. (2000). Asymmetric modified gear drives: reduction of noise localization of contact simulation of meshing and stress analysis. Elsevier Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. ISSN: 004547825. Retrieved from doi:10.1016/S0045-7825(99)00161-9
- Mabie, H, & Reinholtz, C. (2000). *Mechanisms and Dynamics of Machinery*.
- Mahbub Murshed S. M, Arifeen Wahed M, & Salam Akanda M. A. (2004). Parametric Solution of Spur Gear Tooth under Tip Load.
- Malles G., Math V. B, Shankarmurthy H. J, Shiva Prasad P., & Aravinda K. (2009). *Parametric analysis of asymmetric spur gear tooth*. 14th National Conference on Machines and Mechanisms NaCoMM-2009-MMRAIAG16 . India,.
- Masuyama T. et Al. (2002). *Evaluation of bending strength of carburized gears based on inferential identification of principal surface layer defects* (Vols. 1-3, Vol. 45). Japan.
- Matsumoto T. et Al. (1989). *The relation between shot peening conditions and fatigue strength of carburized gears*. Japan.
- Michalec George. (2003). *Engranes* (3ra ed.). Colombia: ISBN: 970-10-0661-5.
- Ming-Haung Tsai, & Ying-Chien Tsai. (1997). *A Method for Calculating Static Transmission Errors of Plastic Spur Gears Using FEM Evaluation* (Vol. 27).
- Mitchiner R. G, & Mabie H. H. (1982). *The determination of Lewis form factor and the AGMA geometry factor J for external spur gear teeth* (Vol. 104).
- Mora P, & Jaime D. (2011). *Método numérico para mecánica computacional basado en análisis isogeométrico y técnicas multiescala* (Maestría). Bogotá, Colombia:

- Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica, Retrieved from www.bdigital.unal.edu.co/4107/1/jaimedavidmorapaz.pdf
- Moya J. (1994, Abril). *Diseño de coronas de molinos de caña de azúcar". Cap. 4, Comparación del rango de capacidad de carga de los engranajes evolventes según las normas AGMA; ISO; DIN Y CAME* (Doctor en Ciencias Técnicas). La Habana, Cuba.
- Moya Rodríguez J. L., Velásquez Pérez J. Alberto, & Arencibia Gómez R. (2007). Influencia en la resistencia de engranajes plásticos de la geometría del diente.
- Moya Rodríguez J. L., Velásquez Pérez J. A., Goytisol Espinosa R. A., & Machado Rodríguez A. (2007). *Determinación del factor de forma para engranajes de dientes rectos asimétricos*. Cusco, Perú.
- Moya Rodríguez, Jorge Laureano, Goytisol Espinosa, Rafael, & Sánchez Hernández, Guillermo. (2006). *Determinación del factor de forma (factor de Lewis) en engranajes con geometría especial*. Universidad Central de Las Villas - Cuba.
- Moya, Velásquez, & Goytisol. (2007). *Determinación del factor de forma para engranajes de dientes rectos asimétricos*. presentado en el 8° Congreso Iberoamericano De Ingeniería Mecánica, Cusco.
- Moya, J. L., Machado, A. S., Velásquez, J. A., Goytisol, R., Hernández, A. E., Fernández, J.E, & Sierra J.M. (2010). *A study in asymmetric plastic spur gears*.
- Muni D.V, & Kumar Senthil, Muthuveerappan G. (2007). Optimization of asymmetric spur gear drives for maximum bending strength using direct gear design method (pp. 127–145).
- Nastase Alexandru, Baicu Ioan, & Bogdan Cosmin Anastasiu. (2003). The use of autocad program for modeling evolventic gears (Vol. XLIX).
- Norton Robert. (1999). *Design of machinery an introduction to the synthesis and analysis of mechanisms and machines* (segunda.). ISBN: 0-07-048395-7.
- Novikov A. S., Paikin A. G., Dorofeyev V. L., Ananiev V. M., & Kapelevich A. L. (2008, February). Application of Gears with Asymmetric Teeth in Turboprop Engine Gearbox.

- Otarov, A. A., Goytisoló, R., & R. López, D. (1974). Incremento de la Capacidad de Carga en Reductores Helicoidales mediante la Corrección.
- Pedrero J., & García Masiá C. (2003). Influence of undercut on the surface durability of involute gear teeth.
- Pisarenko, G.S. (1989). *Manual de Resistencia de Materiales*. Moscú: MIR.
- Pleguezuelos Miguel, & Pedrero Jose. (2009). *Load sharing model for undercut spur gear teeth*". University of Ruse, Bulgaria.
- Prásil Ludvík, & Mackerle Jaroslav. (2008). Finite element analyses and simulations of gears and gear drives A bibliography 1997-2006 (Vol. 25, pp. 196–219). ISSN 0264-4401.
- Quiñones Cherta, A. (2005). *Nuevo Modelo Matemático para el Cálculo del Factor de Forma en Engranajes de Evolvente Cilíndrica de Dientes Rectos y su Validación por el Método de los Elementos Finitos* (Maestría). Universidad de Cienfuegos.
- Quiñones, A., Goytisoló, R., & Moya, J. (2005). *Influence of the friction force, the tooth correction coefficient and the normal force radial component in the form factor and the stress in the feet of spur gear's teeth. Proceedings of IMECE 2005 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*. Orlando, Florida USA.
- Quiñones, A., Goytisoló, R., & Moya, J. (2007). Influencia de la corrección del dentado y del coeficiente de fricción en el factor de forma de los dientes de los engranajes cilíndricos de dientes rectos.
- Ravai Sándor, & Lobontiu Mircea. (2010). Manufacture of gears with asymmetric teeth on CNC machine tools.
- Rodríguez Manuel G, Hinojosa Moisés R., & Ortiz M Ubaldo. (2002). *Breve y parcial historia de los engranes* (Vols. 1-16, Vol. V). ISSN 1405-0676.
- Sabah M, & Omar D. Mohammad. (n.d.). Load sharing on spur gear teeth and stress analysis when contact ratio changed (Vols. 1-5, Vol. 16). Dec. 2008.
- Saini J. S., Garg A, Nanda T, & Khanna K. (2006). *Internal stress relief feature as a means for gear stress reduction* (Vol. 87). Journal of The Institution of Engineers.

- Sankar S., Sundar Raj M., & Nataraj M. (2010). *Profile modification for increasing the tooth strength in spur gear using CAD*. Retrieved from DOI:10.4236/eng.2010.29096.
- Shygle Joseph E, & Otros. (2008). *Shigley's Mechanical Engineering Design* (8th ed.). ISBN: 0-390-76487-6.
- Soto, H., Goytisolo, R., & Moya, J. (2007). *Perfeccionamiento del Diseño de las Transmisiones por Tornillo Sinfin*.
- Spitas V, Costopoulos Th, & Spitas C. (2005). *Increasing the strength of standard involute gear teeth with novel circular root fillet design*. American Journal of Applied Sciences 2.
- Spotts, M. F. (1973). *Cálculos especiales para engranes rectos y helicoidales* (1ra ed.). México.
- UTN-FRBB. (2004). *Elementos de Máquinas*. Piovan, Marcelo T. Retrieved from <http://www.frbb.utn.edu.ar/carreras/materias/elementosdemaquinas/cap09-01.pdf>
- Velázquez Pérez. José Alberto. (2004). *Influencia de la Geometría en la Resistencia a la Fractura de los Dientes de los Engranajes Plásticos Cilíndricos de Dientes Rectos* (Doctoral). Universidad Central de las Villas.
- Wang, Jian D, & Howard, Ian M. (2006). *Error Analysis on Finite Element Modeling of Involute Spur Gears* (Vol. 128). Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1115/1.2114891>
- Wang, S, Liu, G. R, Chen, G. Y, & Zhangand L. (2011). *Accurate bending strength analysis of the asymmetric gear using the novel es-pim with triangular mesh* (pp. 373–397).
- Wellauer E. J, & Seireg A. (1960). *Bending strength of gear teeth by cantilever plate theory* (Vol. 82).
- Yang Shyue-Cheng. (2005). *Mathematical model of a helical gear with asymmetric involute teeth and its analysis* (pp. 448–456).
- Yi Zhang, & Hsiang H. Lin. (2008). *An adaptive finite element analysis for tooth deformation and load distribution of helical gears*, 2.
- Zablonski. (1980). *Elementos de Máquinas*. Moscú: MIR.

Anexos

Anexos

Anexo 1: Valores obtenidos analíticamente para la rueda conductora, sin considerar la carga radial ($K=0$) y con coeficiente de fricción 0.

Z (No. de Dientes)	$\delta (\xi=-0.6)$	$\delta (\xi=-0.3)$	$\delta (\xi=0)$	$\delta (\xi=0.3)$	$\delta (\xi=0.6)$	$\delta (\xi=1)$	$\delta (\xi=1.4)$	$\delta (\xi=1.8)$
10	25,1052634	30,7502551	35,6504082	40,0748605	44,1670434	49,2514562	54,0242368	58,5656408
15	23,8315242	28,0569605	31,777044	35,1532121	38,278355	42,1538043	45,7768008	49,2062257
25	22,5590033	25,4221078	28,0038437	30,3779199	32,5914309	35,3472611	37,9265153	40,3651757
35	21,9225127	24,1028658	26,1026526	27,9621227	29,7088566	31,8960192	33,9514098	35,8991728
45	21,5400692	23,3047523	24,9433846	26,4804521	27,9336043	29,7629786	31,4896553	33,1308
55	21,284726	22,7683653	24,1588985	25,4723619	26,7207677	28,2998351	29,7963356	31,2229806
65	21,1020965	22,3825721	23,5914137	24,7397072	25,8360113	27,2283804	28,5527825	29,8189257
75	20,9649695	22,0915462	23,1612781	24,1821533	25,1604917	26,4074533	27,597414	28,7379714
95	20,7727379	21,6813789	22,5516961	23,3882399	24,1947462	25,2286692	26,2207416	27,1758889
100	20,7360857	21,6028596	22,4345173	23,2350727	24,0078464	24,999744	25,9526193	26,8709348
120	20,6187137	21,350689	22,0570511	22,7403479	23,4027406	24,2565773	25,0802312	25,8768038
140	20,5336347	21,1671728	21,781202	22,3774403	22,9573734	23,7074682	24,4335025	25,1377219
170	20,4423941	20,9696465	21,4831399	21,983908	22,4728645	23,1078231	23,7249073	24,3255835
200	20,3778026	20,829341	21,2706561	21,7024179	22,1252277	22,6759788	23,2129208	23,7370649

Continuación

$x(\xi=-0.6)$	$x(\xi=-0.3)$	$x(\xi=0)$	$x(\xi=0.3)$	$x(\xi=0.6)$	$x(\xi=1)$	$x(\xi=1.4)$	$x(\xi=1.8)$
0,19207484	0,21681987	0,2071947	0,155187	0,0495145	-0,20311708	-0,63843762	-1,3582121
0,1823576	0,20234678	0,20094263	0,17488911	0,12008629	-0,0066258	-0,20912443	-0,5085745
0,17271155	0,18726017	0,19006788	0,1799426	0,15554526	0,09821301	0,00881421	-0,11734777
0,16789978	0,17936662	0,18295555	0,17800432	0,16381607	0,12925195	0,07508113	-0,00074531
0,16501107	0,17448198	0,17811154	0,17546159	0,16608876	0,14234942	0,10473933	0,05208692
0,16308312	0,1711531	0,17462186	0,17317176	0,16648886	0,14889557	0,12068782	0,08109226
0,16170447	0,16873598	0,17199289	0,17123178	0,16621545	0,15250375	0,13025907	0,09892429
0,16066943	0,16689999	0,16994246	0,16960316	0,16569501	0,15461706	0,13644265	0,11074658
0,1592186	0,16429398	0,16695224	0,16706123	0,16449433	0,156698	0,14364449	0,12505699
0,15894199	0,16379265	0,16636619	0,16654109	0,16420103	0,156975	0,14481977	0,12748258
0,15805622	0,16217728	0,16445388	0,16479616	0,16311825	0,1575959	0,14814586	0,1345844
0,15741417	0,16099661	0,16303288	0,16345371	0,16219284	0,15778572	0,15013	0,13908485
0,15672564	0,159721	0,1614753	0,16193888	0,16106418	0,15773712	0,15184488	0,14328656
0,15623821	0,15881191	0,16035094	0,16081795	0,16017705	0,15753936	0,15279138	0,14585678

Continuación

$e/m(\xi=-0.6)$	$e/m(\xi=-0.3)$	$e/m(\xi=0)$	$e/m(\xi=0.3)$	$e/m(\xi=0.6)$	$e/m(\xi=1)$	$e/m(\xi=1.4)$	$e/m(\xi=1.8)$
#jNUM!	#jNUM!	#jNUM!	#jNUM!	0,07438031	0,08268055	0,10071577	0,12500594
#jNUM!	#jNUM!	#jNUM!	0,0813703	0,07534307	0,08104939	0,09406221	0,11204887
#jNUM!	#jNUM!	0,08956761	0,07846316	0,07613482	0,07965378	0,08813605	0,10030783
#jNUM!	0,09759198	0,08365911	0,07792436	0,07647899	0,0790249	0,08535168	0,09465396
0,105563	0,08975384	0,08165789	0,07771725	0,07667132	0,07866626	0,0837202	0,09127724
0,09633808	0,08646668	0,08062248	0,07761285	0,07679411	0,07843429	0,082645	0,08901916
0,09194962	0,084581	0,07998811	0,07755163	0,0768793	0,07827192	0,08188191	0,08739823
0,08926014	0,08334847	0,07955947	0,07751207	0,07694186	0,07815188	0,08131183	0,08617623
0,08608535	0,08182841	0,07901718	0,07746479	0,07702758	0,07798625	0,08051634	0,08445373
0,08554261	0,08156209	0,07892074	0,07745678	0,07704367	0,07795502	0,08036512	0,08412382
0,08391583	0,08075339	0,07862549	0,07743307	0,07709465	0,07785574	0,07988171	0,08306366
0,08283079	0,08020568	0,07842359	0,07741768	0,0771311	0,07778446	0,07953206	0,08229131
0,08174378	0,07965069	0,07821754	0,07740273	0,07716971	0,07770866	0,07915775	0,081459
0,08101737	0,07927647	0,07807782	0,07739307	0,07719676	0,0776554	0,07889314	0,08086705

Continuación

yf ($\xi=-0.6$)	yf ($\xi=-0.3$)	yf ($\xi=0$)	yf ($\xi=0.3$)	yf ($\xi=0.6$)	yf ($\xi=1$)	yf ($\xi=1.4$)	yf ($\xi=1.8$)
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.6118895	0.68441613	0.65630958	0.54959003
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.51654232	0.60036357	0.65386713	0.64411766	0.58016762
#NUM!	#NUM!	0.46258717	0.53430219	0.58458672	0.61964502	0.61855962	0.58433958
#NUM!	0.42395882	0.48885121	0.5390055	0.57526555	0.60154409	0.60265195	0.58004425
0.39246908	0.45264133	0.50179157	0.54073221	0.56917539	0.59028803	0.59215006	0.57560163
0.4216532	0.46953424	0.50955081	0.54144763	0.56488401	0.58257372	0.58470708	0.57182263
0.44059251	0.4808799	0.51471057	0.54174752	0.56169411	0.57693941	0.57914862	0.56869185
0.45417531	0.48905256	0.51838262	0.54185676	0.55922792	0.57263538	0.57483342	0.56608941
0.47249076	0.50005758	0.52325011	0.54184165	0.55566016	0.56648047	0.56855777	0.56204713
0.47589833	0.50209953	0.52414198	0.54181631	0.55496439	0.56528917	0.5673287	0.56122056
0.48664512	0.50852303	0.52692172	0.54168627	0.55270084	0.56143201	0.56331654	0.55844411
0.49428621	0.51307251	0.52886485	0.54154498	0.55102473	0.55859282	0.56033083	0.55630096
0.50235001	0.51785525	0.53088261	0.54134896	0.54919231	0.55550373	0.55705027	0.55387096
0.50798042	0.52118245	0.53227012	0.54118197	0.54787212	0.55328695	0.55467495	0.55206247

Anexo 2: Valores obtenidos analíticamente para la rueda conductora, sin considerar la carga radial (K=0) y con coeficiente de fricción 0,2.

Z (No. de Dientes)	$\delta (\xi=-0.6)$	$\delta (\xi=-0.3)$	$\delta (\xi=0)$	$\delta (\xi=0.3)$	$\delta (\xi=0.6)$	$\delta (\xi=1)$	$\delta (\xi=1.4)$	$\delta (\xi=1.8)$
10	13.795331	19.4403226	24.3404758	28.764928	32.857111	37.9415237	42.7143043	47.2557083
15	12.5215917	16.747028	20.4671116	23.8432797	26.9684226	30.8438718	34.4668683	37.8962932
25	11.2490708	14.1121753	16.6939112	19.0679875	21.2814984	24.0373287	26.6165828	29.0552432
35	10.6125803	12.7929333	14.7927201	16.6521902	18.3989241	20.5860867	22.6414773	24.5892403
45	10.2301368	11.9948198	13.6334521	15.1705196	16.6236718	18.4530461	20.1797228	21.8208675
55	9.97479351	11.4584329	12.848966	14.1624294	15.4108353	16.9899026	18.4864031	19.9130481
65	9.79216398	11.0726396	12.2814813	13.4297747	14.5260788	15.9184479	17.24285	18.5089932
75	9.65503702	10.7816137	11.8513456	12.8722208	13.8505593	15.0975208	16.2874815	17.4280389
95	9.46280543	10.3714464	11.2417637	12.0783074	12.8848137	13.9187367	14.9108092	15.8659564
100	9.42615327	10.2929272	11.1245849	11.9251403	12.697914	13.6898115	14.6426868	15.5610024
120	9.30878119	10.0407565	10.7471187	11.4304154	12.0928081	12.9466448	13.7702987	14.5668713
140	9.22370227	9.85724031	10.4712695	11.0675078	11.6474409	12.3975357	13.12357	13.8277894
170	9.13246166	9.65971404	10.1732074	10.6739755	11.162932	11.7978907	12.4149748	13.015651
200	9.06787009	9.51940854	9.96072367	10.3924854	10.8152952	11.3660464	11.9029884	12.4271324

Continuación

x($\xi=-0.6$)	x($\xi=-0.3$)	x($\xi=0$)	x($\xi=0.3$)	x($\xi=0.6$)	x($\xi=1$)	x($\xi=1.4$)	x($\xi=1.8$)
0.10151427	0.12962999	0.13151382	0.1016931	0.03296487	-0.13579701	-0.42186178	-0.87253137
0.0922179	0.11485664	0.12163909	0.11016787	0.0776127	-0.00437013	-0.1392206	-0.33887712
0.08298056	0.09938115	0.10751614	0.10639245	0.0949727	0.06183617	0.0056691	-0.07659642
0.07836623	0.09125745	0.09883505	0.10050123	0.09566958	0.07810841	0.04654789	-0.00047116
0.07559346	0.08622211	0.09305054	0.09566282	0.09366365	0.0831643	0.06289568	0.03196711
0.07374169	0.08278711	0.08893016	0.0918593	0.09128298	0.08458305	0.07052429	0.04848757
0.0724169	0.08029128	0.08584755	0.08884156	0.08904647	0.08461232	0.07435671	0.05781474
0.07142195	0.0783946	0.0834546	0.0864046	0.08706172	0.0840754	0.07632307	0.06343778
0.07002679	0.07570113	0.07998083	0.08272839	0.08381633	0.08247961	0.07771438	0.06926948
0.06976073	0.0751828	0.07930206	0.0819916	0.08313365	0.08205921	0.07779221	0.07010102
0.06890857	0.0735123	0.0770916	0.07955156	0.08080374	0.08045158	0.07762005	0.07213529
0.06829074	0.07229097	0.07545319	0.07770364	0.07897325	0.07902837	0.07707941	0.07298995
0.06762803	0.07097112	0.07366112	0.07564479	0.07687195	0.07724956	0.07609167	0.07329806
0.06715881	0.07003028	0.07236988	0.07413731	0.07529441	0.07582529	0.07512516	0.07311686

Continuación

$e/m(\xi=-0,6)$	$e/m(\xi=-0,3)$	$e/m(\xi=0)$	$e/m(\xi=0,3)$	$e/m(\xi=0,6)$	$e/m(\xi=1)$	$e/m(\xi=1,4)$	$e/m(\xi=1,8)$
#¡NUM!	#¡NUM!	#¡NUM!	#¡NUM!	0,07438031	0,08268055	0,10071577	0,12500594
#¡NUM!	#¡NUM!	#¡NUM!	0,0813703	0,07534307	0,08104939	0,09406221	0,11204887
#¡NUM!	#¡NUM!	0,08956761	0,07846316	0,07613482	0,07965378	0,08813605	0,10030783
#¡NUM!	0,09759198	0,08365911	0,07792436	0,07647899	0,0790249	0,08535168	0,09465396
0,105563	0,08975384	0,08165789	0,07771725	0,07667132	0,07866626	0,0837202	0,09127724
0,09633808	0,08646668	0,08062248	0,07761285	0,07679411	0,07843429	0,082645	0,08901916
0,09194962	0,084581	0,07998811	0,07755163	0,0768793	0,07827192	0,08188191	0,08739823
0,08926014	0,08334847	0,07955947	0,07751207	0,07694186	0,07815188	0,08131183	0,08617623
0,08608535	0,08182841	0,07901718	0,07746479	0,07702758	0,07798625	0,08051634	0,08445373
0,08554261	0,08156209	0,07892074	0,07745678	0,07704367	0,07795502	0,08036512	0,08412382
0,08391583	0,08075339	0,07862549	0,07743307	0,07709465	0,07785574	0,07988171	0,08306366
0,08283079	0,08020568	0,07842359	0,07741768	0,0771311	0,07778446	0,07953206	0,08229131
0,08174378	0,07965069	0,07821754	0,07740273	0,07716971	0,07770866	0,07915775	0,081459
0,08101737	0,07927647	0,07807782	0,07739307	0,07719676	0,0776554	0,07889314	0,08086705

Continuación

$yf(\xi=-0,6)$	$yf(\xi=-0,3)$	$yf(\xi=0)$	$yf(\xi=0,3)$	$yf(\xi=0,6)$	$yf(\xi=1)$	$yf(\xi=1,4)$	$yf(\xi=1,8)$
#¡NUM!	#¡NUM!	#¡NUM!	#¡NUM!	0,5005505	0,56583315	0,55487982	0,48074229
#¡NUM!	#¡NUM!	#¡NUM!	0,42990467	0,49950987	0,5466655	0,54481698	0,49948882
#¡NUM!	#¡NUM!	0,39293587	0,45248576	0,49440371	0,52490862	0,52693667	0,50242799
#¡NUM!	0,3645781	0,41869738	0,46029532	0,49055377	0,51326657	0,51599091	0,49970088
0,34053681	0,39097629	0,43180424	0,46409473	0,4878307	0,50599257	0,50879368	0,49681153
0,36673251	0,40665022	0,4398394	0,46628276	0,48583423	0,50099654	0,50370484	0,49433676
0,38373904	0,41724095	0,44527291	0,46768146	0,48431439	0,49734375	0,49991124	0,49228049
0,39594873	0,42490497	0,44919126	0,46864183	0,48312055	0,49455202	0,49697043	0,4905688
0,41243492	0,43527574	0,45446194	0,46985935	0,4813671	0,4905588	0,49270091	0,48790773
0,4155053	0,4372068	0,45543831	0,47007447	0,48102177	0,48978591	0,49186582	0,4873634
0,4251957	0,44329614	0,45850494	0,47072669	0,47989115	0,4872837	0,48914247	0,48553492
0,43209246	0,44762294	0,4606716	0,47116445	0,47904725	0,48544235	0,48711867	0,48412364
0,43937714	0,45218474	0,46294362	0,4716011	0,47811853	0,48343966	0,484898	0,48252387
0,44446758	0,45536649	0,46452025	0,47188958	0,47744565	0,48200309	0,48329219	0,48133371

Anexo 3: Valores obtenidos analíticamente para la rueda conductora, sin considerar la carga radial (K=0) y con coeficiente de fricción 0,5.

Z (No. de Dientes)	$\delta(\xi=-0,6)$	$\delta(\xi=-0,3)$	$\delta(\xi=0)$	$\delta(\xi=0,3)$	$\delta(\xi=0,6)$	$\delta(\xi=1)$	$\delta(\xi=1,4)$	$\delta(\xi=1,8)$
10	-1,45978774	4,18520394	9,08535706	13,5098093	17,6019923	22,686405	27,4591856	32,0005896
15	-2,73352702	1,49190933	5,21199286	8,58816096	11,7133039	15,5887531	19,2117496	22,6411745
25	-4,0060479	-1,1429434	1,43879251	3,81286875	6,02637973	8,78220995	11,3614641	13,8001245
35	-4,64253845	-2,46218539	-0,46239858	1,39707148	3,14380538	5,33096802	7,38635859	9,33412158
45	-5,02498193	-3,26029886	-1,62166659	-0,08459912	1,36855314	3,19792744	4,92460412	6,56574878
55	-5,2803252	-3,79668584	-2,4061527	-1,09268928	0,15571655	1,73478394	3,23128444	4,65792943
65	-5,46295472	-4,18247907	-2,97363745	-1,82534401	-0,72903987	0,66332919	1,98773134	3,25387451
75	-5,60008168	-4,47350501	-3,40377308	-2,38289786	-1,40455944	-0,15759789	1,03236278	2,17292019
95	-5,79231327	-4,88367232	-4,01335503	-3,17681131	-2,37030495	-1,33638196	-0,34430953	0,61083771
100	-5,82896543	-4,96219155	-4,13053383	-3,32997845	-2,55720475	-1,56530717	-0,61243188	0,30588367
120	-5,94633751	-5,21436216	-4,50800005	-3,8247033	-3,16231057	-2,30847389	-1,48482003	-0,6882474
140	-6,03141643	-5,39787839	-4,7838492	-4,18761086	-3,60767781	-2,85758302	-2,13154866	-1,4273293
170	-6,12265704	-5,59540467	-5,08191132	-4,58114317	-4,09218671	-3,45722803	-2,84014392	-2,2394677
200	-6,18724861	-5,73571016	-5,29439503	-4,86263331	-4,43982352	-3,88907235	-3,35213034	-2,82798632

Continuación

$x(\xi=-0,6)$	$x(\xi=-0,3)$	$x(\xi=0)$	$x(\xi=0,3)$	$x(\xi=0,6)$	$x(\xi=1)$	$x(\xi=1,4)$	$x(\xi=1,8)$
-0,01064634	0,02712038	0,04682183	0,04471047	0,01621329	-0,07248573	-0,2345312	-0,4922729
-0,01996674	0,0100052	0,0298904	0,03780221	0,03170476	-0,00204149	-0,07043165	-0,18021613
-0,02934581	-0,00791866	0,00903761	0,02057746	0,0258039	0,02144891	0,00227339	-0,0338172
-0,0340701	-0,0173333	-0,00302889	0,0082148	0,01583012	0,01943425	0,01447849	-0,00016924
-0,03692074	-0,02317212	-0,01088542	-0,000522	0,00750817	0,01394481	0,01475952	0,00919348
-0,03882928	-0,02715695	-0,01641329	-0,00695516	0,00090141	0,00839527	0,01192067	0,01091232
-0,04019701	-0,03005323	-0,02051736	-0,01187489	-0,00437916	0,00343885	0,0083226	0,00982501
-0,04122546	-0,0322548	-0,0236866	-0,01575496	-0,00866846	-0,00085815	0,00471137	0,00767293
-0,04266938	-0,03538209	-0,02826385	-0,0214807	-0,0151821	-0,00777122	-0,00175525	0,00260017
-0,04294498	-0,03598402	-0,02915521	-0,02261228	-0,01649396	-0,00921388	-0,0031851	0,00134482
-0,04382819	-0,03792424	-0,03205158	-0,02632629	-0,02085413	-0,01411848	-0,00821531	-0,00333662
-0,04446901	-0,03934302	-0,03419233	-0,02910773	-0,02417262	-0,01795753	-0,01231292	-0,00739292
-0,04515682	-0,0408765	-0,03652826	-0,03217804	-0,02788707	-0,02235612	-0,01715722	-0,01240632
-0,0456441	-0,04196978	-0,03820791	-0,03440856	-0,03061861	-0,02565575	-0,02088518	-0,01639759

Continuación

$e/m(\xi=-0,6)$	$e/m(\xi=-0,3)$	$e/m(\xi=0)$	$e/m(\xi=0,3)$	$e/m(\xi=0,6)$	$e/m(\xi=1)$	$e/m(\xi=1,4)$	$e/m(\xi=1,8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,07438031	0,08268055	0,10071577	0,12500594
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,0813703	0,07534307	0,08104939	0,09406221	0,11204887
#NUM!	#NUM!	0,08956761	0,07846316	0,07613482	0,07965378	0,08813605	0,10030783
#NUM!	0,09759198	0,08365911	0,07792436	0,07647899	0,0790249	0,08535168	0,09465396
0,105563	0,08975384	0,08165789	0,07771725	0,07667132	0,07866626	0,0837202	0,09127724
0,09633808	0,08646668	0,08062248	0,07761285	0,07679411	0,07843429	0,082645	0,08901916
0,09194962	0,084581	0,07998811	0,07755163	0,0768793	0,07827192	0,08188191	0,08739823
0,08926014	0,08334847	0,07955947	0,07751207	0,07694186	0,07815188	0,08131183	0,08617623
0,08608535	0,08182841	0,07901718	0,07746479	0,07702758	0,07798625	0,08051634	0,08445373
0,08554261	0,08156209	0,07892074	0,07745678	0,07704367	0,07795502	0,08036512	0,08412382
0,08391583	0,08075339	0,07862549	0,07743307	0,07709465	0,07785574	0,07988171	0,08306366
0,08283079	0,08020568	0,07842359	0,07741768	0,0771311	0,07778446	0,07953206	0,08229131
0,08174378	0,07965069	0,07821754	0,07740273	0,07716971	0,07770866	0,07915775	0,081459
0,08101737	0,07927647	0,07807782	0,07739307	0,07719676	0,0776554	0,07889314	0,08086705

Continuación

$yf(\xi=-0,6)$	$yf(\xi=-0,3)$	$yf(\xi=0)$	$yf(\xi=0,3)$	$yf(\xi=0,6)$	$yf(\xi=1)$	$yf(\xi=1,4)$	$yf(\xi=1,8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,39321508	0,44897251	0,44934032	0,40103964
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,34337924	0,398926	0,43876254	0,44237905	0,41275929
#NUM!	#NUM!	0,32042549	0,36786689	0,4014262	0,42696163	0,43114309	0,41511206
#NUM!	0,30118647	0,34443764	0,37750196	0,40173376	0,42062826	0,42442826	0,41373888
0,28406563	0,32455608	0,35701537	0,38265544	0,40165149	0,41668586	0,42007017	0,41217636
0,30672671	0,33855377	0,36487815	0,38585704	0,40148998	0,41399102	0,41701828	0,41082136
0,32145003	0,34807274	0,37027228	0,38803634	0,40132318	0,41202987	0,41476044	0,4096927
0,33203457	0,3549947	0,3742059	0,38961441	0,40117009	0,41053734	0,41302107	0,40875355
0,34634941	0,36440963	0,37956176	0,39174535	0,40091545	0,40841373	0,41051406	0,40729676
0,34901862	0,36616917	0,38056277	0,39214114	0,4008616	0,40800441	0,41002638	0,40699947
0,35744999	0,37173165	0,38372635	0,39338641	0,40067776	0,40668352	0,4084424	0,40600299
0,36345749	0,37569744	0,38598048	0,39426827	0,40053362	0,40571593	0,40727197	0,40523642
0,36980934	0,37989115	0,38836239	0,39519494	0,40036885	0,40466825	0,4059946	0,40437052
0,37425197	0,38282406	0,3900269	0,39583921	0,40024581	0,40391996	0,40507563	0,4037286

Anexo 4: Valores obtenidos analíticamente para la rueda conductora, sin considerar la carga radial (K=0) y con coeficiente de fricción 0,8.

Z (No. de Dientes)	$\delta (\xi=-0.6)$	$\delta (\xi=-0.3)$	$\delta (\xi=0)$	$\delta (\xi=0.3)$	$\delta (\xi=0.6)$	$\delta (\xi=1)$	$\delta (\xi=1.4)$	$\delta (\xi=1.8)$
10	-13,5545448	-7,90955314	-3,00940002	-3,00940002	5,50723519	10,591648	14,1954966	19,9058325
15	-14,8282841	-10,6028477	-6,88276422	-6,88276422	-0,38145322	3,49399602	6,23130338	10,5464174
25	-16,100805	-13,2377005	-10,6559646	-10,6559646	-6,06837735	-3,31254712	-1,36373053	1,70536747
35	-16,7372955	-14,5569425	-12,5571557	-12,5571557	-8,9509517	-6,76378906	-5,21134029	-2,7606355
45	-17,119739	-15,3550559	-13,7164237	-13,7164237	-10,7262039	-8,89682963	-7,59321566	-5,5290083
55	-17,3750823	-15,8914429	-14,5009098	-14,5009098	-11,9390405	-10,3599731	-9,23060865	-7,43682764
65	-17,5577118	-16,2772361	-15,0683945	-15,0683945	-12,8237969	-11,4314279	-10,4323252	-8,84088257
75	-17,6948388	-16,5682621	-15,4985302	-15,4985302	-13,4993165	-12,252355	-11,3549852	-9,92183689
95	-17,8870703	-16,9784294	-16,1081121	-16,1081121	-14,465062	-13,431139	-12,6834472	-11,4839194
100	-17,9237225	-17,0569486	-16,2252909	-16,2252909	-14,6519618	-13,6600642	-12,9420081	-11,7888734
120	-18,0410946	-17,3091192	-16,6027571	-16,6027571	-15,2570676	-14,403231	-13,7828397	-12,7830045
140	-18,1261735	-17,4926355	-16,8786063	-16,8786063	-15,7024349	-14,9523401	-14,4056874	-13,5220864
170	-18,2174141	-17,6901617	-17,1766684	-17,1766684	-16,1869438	-15,5519851	-15,0875799	-14,3342248
200	-18,2820057	-17,8304672	-17,3891521	-17,3891521	-16,5345806	-15,9838294	-15,5798857	-14,9227434

Continuación

$x(\xi=-0.6)$	$x(\xi=-0.3)$	$x(\xi=0)$	$x(\xi=0.3)$	$x(\xi=0.6)$	$x(\xi=1)$	$x(\xi=1.4)$	$x(\xi=1.8)$
-0,10156596	-0,05184825	-0,01547326	-0,00982579	0,00493154	-0,03233192	-0,09467297	-0,28152845
-0,11135178	-0,07227363	-0,0397159	-0,03033108	-0,00101992	-0,00044674	-0,01636765	-0,08005308
-0,1213839	-0,09367321	-0,06789552	-0,05826111	-0,02603288	-0,00804395	-0,00107688	-0,00409511
-0,12649564	-0,10492872	-0,08377759	-0,07519323	-0,04546861	-0,02472929	-0,01253754	4,9647E-05
-0,12959712	-0,11191677	-0,09401242	-0,08644431	-0,05961502	-0,03911184	-0,02563173	-0,0077345
-0,13168045	-0,11668972	-0,10117455	-0,09445524	-0,07021585	-0,05072474	-0,03720033	-0,01749063
-0,1331767	-0,12016091	-0,10647419	-0,10045023	-0,07842278	-0,06011477	-0,04699268	-0,02689382
-0,13430355	-0,12280071	-0,11055745	-0,10510628	-0,08495558	-0,06780972	-0,05524768	-0,03539198
-0,13588814	-0,12655241	-0,11644203	-0,11187064	-0,09469307	-0,07960981	-0,06824161	-0,04957309
-0,13619092	-0,12727478	-0,11758634	-0,11319327	-0,09663133	-0,08200322	-0,07092116	-0,05260026
-0,13716193	-0,12960382	-0,12130128	-0,11750294	-0,10302558	-0,08999926	-0,07997066	-0,06304804
-0,13786713	-0,1313075	-0,12404388	-0,12069989	-0,10784747	-0,09612825	-0,08700275	-0,07138482
-0,13862465	-0,13314949	-0,12703365	-0,12419946	-0,11320387	-0,10303408	-0,0950192	-0,08109916
-0,1391617	-0,13446307	-0,12918169	-0,12672297	-0,11711788	-0,10814408	-0,1010116	-0,08849714

Continuación

$e/m(\xi=-0.6)$	$e/m(\xi=-0.3)$	$e/m(\xi=0)$	$e/m(\xi=0.3)$	$e/m(\xi=0.6)$	$e/m(\xi=1)$	$e/m(\xi=1.4)$	$e/m(\xi=1.8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,07438031	0,08268055	0,09555323	0,12500594
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,0813703	0,07534307	0,08104939	0,09028846	0,11204887
#NUM!	#NUM!	0,08956761	0,07846316	0,07613482	0,07965378	0,08563443	0,10030783
#NUM!	0,09759198	0,08365911	0,07792436	0,07647899	0,0790249	0,08346685	0,09465396
0,105563	0,08975384	0,08165789	0,07771725	0,07667132	0,07866626	0,08220449	0,09127724
0,09633808	0,08646668	0,08062248	0,07761285	0,07679411	0,07843429	0,08137619	0,08901916
0,09194962	0,084581	0,07998811	0,07755163	0,0768793	0,07827192	0,08079027	0,08739823
0,08926014	0,08334847	0,07955947	0,07751207	0,07694186	0,07815188	0,08035367	0,08617623
0,08608535	0,08182841	0,07901718	0,07746479	0,07702758	0,07798625	0,07974614	0,08445373
0,08554261	0,08156209	0,07892074	0,07745678	0,07704367	0,07795502	0,07963087	0,08412382
0,08391583	0,08075339	0,07862549	0,07743307	0,07709465	0,07785574	0,07926294	0,08306366
0,08283079	0,08020568	0,07842359	0,07741768	0,0771311	0,07778446	0,07899733	0,08229131
0,08174378	0,07965069	0,07821754	0,07740273	0,07716971	0,07770866	0,07871346	0,081459
0,08101737	0,07927647	0,07807782	0,07739307	0,07719676	0,0776554	0,0785131	0,08086705

Continuación

$y_f(\xi=-0.6)$	$y_f(\xi=-0.3)$	$y_f(\xi=0)$	$y_f(\xi=0.3)$	$y_f(\xi=0.6)$	$y_f(\xi=1)$	$y_f(\xi=1.4)$	$y_f(\xi=1.8)$
#¡NUM!	#¡NUM!	#¡NUM!	#¡NUM!	0,03237802	0,03720603	0,03797732	0,03427134
#¡NUM!	#¡NUM!	#¡NUM!	0,02843182	0,03320352	0,03664342	0,03734505	0,03514617
#¡NUM!	#¡NUM!	0,02704377	0,03093158	0,03378439	0,03598062	0,03651244	0,03536382
#¡NUM!	0,02565132	0,02924915	0,03197101	0,03401062	0,03562953	0,03605263	0,03530114
0,02436094	0,02773733	0,03042577	0,03254533	0,03413116	0,03541501	0,0357661	0,03521776
0,02635517	0,02899465	0,03117028	0,03291015	0,03420643	0,03527086	0,03557099	0,03514407
0,02765188	0,02985356	0,03168558	0,03316255	0,03425816	0,03516753	0,0354297	0,03508265
0,02858508	0,03048027	0,0320639	0,03334761	0,03429602	0,03508992	0,0353227	0,03503175
0,02984876	0,03133579	0,03258278	0,03360088	0,03434797	0,03498123	0,03517145	0,03495344
0,03008461	0,03149608	0,03268027	0,03364837	0,03435775	0,03496054	0,03514245	0,03493758
0,03083007	0,03200373	0,03298951	0,03379882	0,03438888	0,03489441	0,03504929	0,03488473
0,03136169	0,03236651	0,03321094	0,03390632	0,0344113	0,03484661	0,03498147	0,03484447
0,03192422	0,03275094	0,03344597	0,0340202	0,03443528	0,03479554	0,03490851	0,03479941
0,03231793	0,0330203	0,03361088	0,03409995	0,03445223	0,03475953	0,03485673	0,03476634

Anexo 5: Valores obtenidos analíticamente para la rueda conductora, considerando la carga radial (K=1) y con coeficiente de fricción 0.

Z (No. de Dientes)	$\delta(\xi=-0.6)$	$\delta(\xi=-0.3)$	$\delta(\xi=0)$	$\delta(\xi=0.3)$	$\delta(\xi=0.6)$	$\delta(\xi=1)$	$\delta(\xi=1.4)$	$\delta(\xi=1.8)$
10	25,1052634	30,7502551	35,6504082	40,0748605	44,1670434	49,2514562	54,0242368	58,5656408
15	23,8315242	28,0569605	31,777044	35,1532121	38,278355	42,1538043	45,7768008	49,2062257
25	22,5590033	25,4221078	28,0038437	30,3779199	32,5914309	35,3472611	37,9265153	40,3651757
35	21,9225127	24,1028658	26,1026526	27,9621227	29,7088566	31,8960192	33,9514098	35,8991728
45	21,5400692	23,3047523	24,9433846	26,4804521	27,9336043	29,7629786	31,4896553	33,1308
55	21,284726	22,7683653	24,1588985	25,4723619	26,7207677	28,2998351	29,7963356	31,2229806
65	21,1020965	22,3825721	23,5914137	24,7397072	25,8360113	27,2283804	28,5527825	29,8189257
75	20,9649695	22,0915462	23,1612781	24,1821533	25,1604917	26,4074533	27,597414	28,7379714
95	20,7727379	21,6813789	22,5516961	23,3882399	24,1947462	25,2286692	26,2207416	27,1758889
100	20,7360857	21,6028596	22,4345173	23,2350727	24,0078464	24,999744	25,9526193	26,8709348
120	20,6187137	21,350689	22,0570511	22,7403479	23,4027406	24,2565773	25,0802312	25,8768038
140	20,5336347	21,1671728	21,781202	22,3774403	22,9573734	23,7074682	24,4335025	25,1377219
170	20,4423941	20,9696465	21,4831399	21,983908	22,4728645	23,1078231	23,7249073	24,3255835
200	20,3778026	20,829341	21,2706561	21,7024179	22,1252277	22,6759788	23,2129208	23,7370649

Continuación

$x(\xi=-0.6)$	$x(\xi=-0.3)$	$x(\xi=0)$	$x(\xi=0.3)$	$x(\xi=0.6)$	$x(\xi=1)$	$x(\xi=1.4)$	$x(\xi=1.8)$
0,19207484	0,21681987	0,2071947	0,155187	0,0495145	-0,20311708	-0,63843762	-1,3582121
0,1823576	0,20234678	0,20094263	0,17488911	0,12008629	-0,0066258	-0,20912443	-0,5085745
0,17271155	0,18726017	0,19006788	0,1799426	0,15554526	0,09821301	0,00881421	-0,11734777
0,16789978	0,17936662	0,18295555	0,17800432	0,16381607	0,12925195	0,07508113	-0,00074531
0,16501107	0,17448198	0,17811154	0,17546159	0,16608876	0,14234942	0,10473933	0,05208692
0,16308312	0,1711531	0,17462186	0,17317176	0,16648886	0,14889557	0,12068782	0,08109226
0,16170447	0,16873598	0,17199289	0,17123178	0,16621545	0,15250375	0,13025907	0,09892429
0,16066943	0,16689999	0,16994246	0,16960316	0,16569501	0,15461706	0,13644265	0,11074658
0,1592186	0,16429398	0,16695224	0,16706123	0,16449433	0,156698	0,14364449	0,12505699
0,15894199	0,16379265	0,16636619	0,16654109	0,16420103	0,156975	0,14481977	0,12748258
0,15805622	0,16217728	0,16445388	0,16479616	0,16311825	0,1575959	0,14814586	0,1345844
0,15741417	0,16099661	0,16303288	0,16345371	0,16219284	0,15778572	0,15013	0,13908485
0,15672564	0,159721	0,1614753	0,16193888	0,16106418	0,15773712	0,15184488	0,14328656
0,15623821	0,15881191	0,16035094	0,16081795	0,16017705	0,15753936	0,15279138	0,14585678

Continuación

e/m($\xi=-0,6$)	e/m($\xi=-0,3$)	e/m($\xi=0$)	e/m($\xi=0,3$)	e/m($\xi=0,6$)	e/m($\xi=1$)	e/m($\xi=1,4$)	e/m($\xi=1,8$)
#iNUM!	#iNUM!	#iNUM!	#iNUM!	0,07438031	0,08268055	0,10071577	0,12500594
#iNUM!	#iNUM!	#iNUM!	0,0813703	0,07534307	0,08104939	0,09406221	0,11204887
#iNUM!	#iNUM!	0,08956761	0,07846316	0,07613482	0,07965378	0,08813605	0,10030783
#iNUM!	0,09759198	0,08365911	0,07792436	0,07647899	0,0790249	0,08535168	0,09465396
0,105563	0,08975384	0,08165789	0,07771725	0,07667132	0,07866626	0,0837202	0,09127724
0,09633808	0,08646668	0,08062248	0,07761285	0,07679411	0,07843429	0,082645	0,08901916
0,09194962	0,084581	0,07998811	0,07755163	0,0768793	0,07827192	0,08188191	0,08739823
0,08926014	0,08334847	0,07955947	0,07751207	0,07694186	0,07815188	0,08131183	0,08617623
0,08608535	0,08182841	0,07901718	0,07746479	0,07702758	0,07798625	0,08051634	0,08445373
0,08554261	0,08156209	0,07892074	0,07745678	0,07704367	0,07795502	0,08036512	0,08412382
0,08391583	0,08075339	0,07862549	0,07743307	0,07709465	0,07785574	0,07988171	0,08306366
0,08283079	0,08020568	0,07842359	0,07741768	0,0771311	0,07778446	0,07953206	0,08229131
0,08174378	0,07965069	0,07821754	0,07740273	0,07716971	0,07770866	0,07915775	0,081459
0,08101737	0,07927647	0,07807782	0,07739307	0,07719676	0,0776554	0,07889314	0,08086705

Continuación

yf ($\xi=-0,6$)	yf ($\xi=-0,3$)	yf ($\xi=0$)	yf ($\xi=0,3$)	yf ($\xi=0,6$)	yf ($\xi=1$)	yf ($\xi=1,4$)	yf ($\xi=1,8$)
#iNUM!	#iNUM!	#iNUM!	#iNUM!	0,76470961	0,8846886	0,84993784	0,69246159
#iNUM!	#iNUM!	#iNUM!	0,60547957	0,7243085	0,80993097	0,80584899	0,7207863
#iNUM!	#iNUM!	0,51933513	0,61237417	0,68195764	0,73601217	0,74248267	0,7029914
#iNUM!	0,46541672	0,54554994	0,61049658	0,66006948	0,69982667	0,70758085	0,6837997
0,42472748	0,49665773	0,55766917	0,60798979	0,64660235	0,67818267	0,68578168	0,66954256
0,45713777	0,51482302	0,56461442	0,60576941	0,63743958	0,66370022	0,6708418	0,65889099
0,47816049	0,52691677	0,56907136	0,60391643	0,63078466	0,65329462	0,65993701	0,65069147
0,49323064	0,53557038	0,57215232	0,60237983	0,62572396	0,64544044	0,65161168	0,64419778
0,51353913	0,5471397	0,57610242	0,60001419	0,61852456	0,63434688	0,63971246	0,63457187
0,51731557	0,54927517	0,57680783	0,59953482	0,61713656	0,6322181	0,63740993	0,6326628
0,52922109	0,5559687	0,57896592	0,59793785	0,61265552	0,62536563	0,62995529	0,62637901
0,53768133	0,56068629	0,58043527	0,5967206	0,60937047	0,62036024	0,62446765	0,62165253
0,54660484	0,56562403	0,58192347	0,59535852	0,60581005	0,61495082	0,61849537	0,61641096
0,55283239	0,56904534	0,58292273	0,5943582	0,60326438	0,61109204	0,61420769	0,61258453

Anexo 6: Valores obtenidos analíticamente para la rueda conductora, considerando la carga radial (K=1) y con coeficiente de fricción 0,2.

Z (No. de Dientes)	$\delta (\xi=-0,6)$	$\delta (\xi=-0,3)$	$\delta (\xi=0)$	$\delta (\xi=0,3)$	$\delta (\xi=0,6)$	$\delta (\xi=1)$	$\delta (\xi=1,4)$	$\delta (\xi=1,8)$
10	13,795331	19,4403226	24,3404758	28,764928	32,857111	37,9415237	42,7143043	47,2557083
15	12,5215917	16,747028	20,4671116	23,8432797	26,9684226	30,8438718	34,4668683	37,8962932
25	11,2490708	14,1121753	16,6939112	19,0679875	21,2814984	24,0373287	26,6165828	29,0552432
35	10,6125803	12,7929333	14,7927201	16,6521902	18,3989241	20,5860867	22,6414773	24,5892403
45	10,2301368	11,9948198	13,6334521	15,1705196	16,6236718	18,4530461	20,1797228	21,8208675
55	9,97479351	11,4584329	12,848966	14,1624294	15,4108353	16,9899026	18,4864031	19,9130481
65	9,79216398	11,0726396	12,2814813	13,4297747	14,5260788	15,9184479	17,24285	18,5089932
75	9,65503702	10,7816137	11,8513456	12,8722208	13,8505593	15,0975208	16,2874815	17,4280389
95	9,46280543	10,3714464	11,2417637	12,0783074	12,8848137	13,9187367	14,9108092	15,8659564
100	9,42615327	10,2929272	11,1245849	11,9251403	12,697914	13,6898115	14,6426868	15,5610024
120	9,30878119	10,0407565	10,7471187	11,4304154	12,0928081	12,9466448	13,7702987	14,5668713
140	9,22370227	9,85724031	10,4712695	11,0675078	11,6474409	12,3975357	13,12357	13,8277894
170	9,13246166	9,65971404	10,1732074	10,6739755	11,162932	11,7978907	12,4149748	13,015651
200	9,06787009	9,51940854	9,96072367	10,3924854	10,8152952	11,3660464	11,9029884	12,4271324

Continuación

$x(\xi=-0,6)$	$x(\xi=-0,3)$	$x(\xi=0)$	$x(\xi=0,3)$	$x(\xi=0,6)$	$x(\xi=1)$	$x(\xi=1,4)$	$x(\xi=1,8)$
0,10151427	0,12962999	0,13151382	0,1016931	0,03296487	-0,13579701	-0,42186178	-0,87253137
0,0922179	0,11485664	0,12163909	0,11016787	0,0776127	-0,00437013	-0,1392206	-0,33887712
0,08298056	0,09938115	0,10751614	0,10639245	0,0949727	0,06183617	0,0056691	-0,07659642
0,07836623	0,09125745	0,09883505	0,10050123	0,09566958	0,07810841	0,04654789	-0,00047116
0,07559346	0,08622211	0,09305054	0,09566282	0,09366365	0,0831643	0,06289568	0,03196711
0,07374169	0,08278711	0,08893016	0,0918593	0,09128298	0,08458305	0,07052429	0,04848757
0,0724169	0,08029128	0,08584755	0,08884156	0,08904647	0,08461232	0,07435671	0,05781474
0,07142195	0,0783946	0,0834546	0,0864046	0,08706172	0,0840754	0,07632307	0,06343778
0,07002679	0,07570113	0,07998083	0,08272839	0,08381633	0,08247961	0,07771438	0,06926948
0,06976073	0,0751828	0,07930206	0,0819916	0,08313365	0,08205921	0,07779221	0,07010102
0,06890857	0,0735123	0,0770916	0,07955156	0,08080374	0,08045158	0,07762005	0,07213529
0,06829074	0,07229097	0,07545319	0,07770364	0,07897325	0,07902837	0,07707941	0,07298995
0,06762803	0,07097112	0,07366112	0,07564479	0,07687195	0,07724956	0,07609167	0,07329806
0,06715881	0,07003028	0,07236988	0,07413731	0,07529441	0,07582529	0,07512516	0,07311686

Continuación

$e/m(\xi=-0,6)$	$e/m(\xi=-0,3)$	$e/m(\xi=0)$	$e/m(\xi=0,3)$	$e/m(\xi=0,6)$	$e/m(\xi=1)$	$e/m(\xi=1,4)$	$e/m(\xi=1,8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,07438031	0,08268055	0,10071577	0,12500594
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,0813703	0,07534307	0,08104939	0,09406221	0,11204887
#NUM!	#NUM!	0,08956761	0,07846316	0,07613482	0,07965378	0,08813605	0,10030783
#NUM!	0,09759198	0,08365911	0,07792436	0,07647899	0,0790249	0,08535168	0,09465396
0,105563	0,08975384	0,08165789	0,07771725	0,07667132	0,07866626	0,0837202	0,09127724
0,09633808	0,08646668	0,08062248	0,07761285	0,07679411	0,07843429	0,082645	0,08901916
0,09194962	0,084581	0,07998811	0,07755163	0,0768793	0,07827192	0,08188191	0,08739823
0,08926014	0,08334847	0,07955947	0,07751207	0,07694186	0,07815188	0,08131183	0,08617623
0,08608535	0,08182841	0,07901718	0,07746479	0,07702758	0,07798625	0,08051634	0,08445373
0,08554261	0,08156209	0,07892074	0,07745678	0,07704367	0,07795502	0,08036512	0,08412382
0,08391583	0,08075339	0,07862549	0,07743307	0,07709465	0,07785574	0,07988171	0,08306366
0,08283079	0,08020568	0,07842359	0,07741768	0,0771311	0,07778446	0,07953206	0,08229131
0,08174378	0,07965069	0,07821754	0,07740273	0,07716971	0,07770866	0,07915775	0,081459
0,08101737	0,07927647	0,07807782	0,07739307	0,07719676	0,0776554	0,07889314	0,08086705

Continuación

$yf(\xi=-0,6)$	$yf(\xi=-0,3)$	$yf(\xi=0)$	$yf(\xi=0,3)$	$yf(\xi=0,6)$	$yf(\xi=1)$	$yf(\xi=1,4)$	$yf(\xi=1,8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,57522476	0,6695483	0,6642438	0,5712345
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,47114394	0,55891822	0,6251221	0,63109629	0,58010717
#NUM!	#NUM!	0,4170897	0,48713588	0,53914087	0,58075823	0,58920912	0,5651458
#NUM!	0,38070342	0,44198034	0,49089116	0,52813407	0,55870024	0,566557	0,55191172
0,35197951	0,40769568	0,45412274	0,49205634	0,52114131	0,54539194	0,55244218	0,54236512
0,37919013	0,42354239	0,46136064	0,49240571	0,51629656	0,53644038	0,54277213	0,53531273
0,39682043	0,43416981	0,46615312	0,4924499	0,51273642	0,52998648	0,53571351	0,52991547
0,40946048	0,44181735	0,46955252	0,49237121	0,51000688	0,52510323	0,53032391	0,52565619
0,42650282	0,45210444	0,47404243	0,49209948	0,5060921	0,51818942	0,52261936	0,51936224
0,42967343	0,45401175	0,47486295	0,49202622	0,50533322	0,51686058	0,52112834	0,5181164
0,43967287	0,46000856	0,47741558	0,49174506	0,50287436	0,51257869	0,51630067	0,51402059
0,44678258	0,46425285	0,47919546	0,49149665	0,50106338	0,5094469	0,51274658	0,5109444
0,4542856	0,46871194	0,48103948	0,49118816	0,4990928	0,50605864	0,50887846	0,50753709
0,45952445	0,47181219	0,48230484	0,49094316	0,49767902	0,50363943	0,5061014	0,50505222

Anexo 7: Valores obtenidos analíticamente para la rueda conductora, considerando la carga radial (K=1) y con coeficiente de fricción 0,5.

Z (No. de Dientes)	$\delta (\xi=-0.6)$	$\delta (\xi=-0.3)$	$\delta (\xi=0)$	$\delta (\xi=0.3)$	$\delta (\xi=0.6)$	$\delta (\xi=1)$	$\delta (\xi=1.4)$	$\delta (\xi=1.8)$
10	-1,45978774	4,18520394	9,08535706	13,5098093	17,6019923	22,686405	27,4591856	32,0005896
15	-2,73352702	1,49190933	5,21199286	8,58816096	11,7133039	15,5887531	19,2117496	22,6411745
25	-4,0060479	-1,1429434	1,43879251	3,81286875	6,02637973	8,78220995	11,3614641	13,8001245
35	-4,64253845	-2,46218539	-0,46239858	1,39707148	3,14380538	5,33096802	7,38635859	9,33412158
45	-5,02498193	-3,26029886	-1,62166659	-0,08459912	1,36855314	3,19792744	4,92460412	6,56574878
55	-5,2803252	-3,79668584	-2,4061527	-1,09268928	0,15571655	1,73478394	3,23128444	4,65792943
65	-5,46295472	-4,18247907	-2,97363745	-1,82534401	-0,72903987	0,66332919	1,98773134	3,25387451
75	-5,60008168	-4,47350501	-3,40377308	-2,38289786	-1,40455944	-0,15759789	1,03236278	2,17292019
95	-5,79231327	-4,88367232	-4,01335503	-3,17681131	-2,37030495	-1,33638196	-0,34430953	0,61083771
100	-5,82896543	-4,96219155	-4,13053383	-3,32997845	-2,55720475	-1,56530717	-0,61243188	0,30588367
120	-5,94633751	-5,21436216	-4,50800005	-3,8247033	-3,16231057	-2,30847389	-1,48482003	-0,6882474
140	-6,03141643	-5,39787839	-4,7838492	-4,18761086	-3,60767781	-2,85758302	-2,13154866	-1,4273293
170	-6,12265704	-5,59540467	-5,08191132	-4,58114317	-4,09218671	-3,45722803	-2,84014392	-2,2394677
200	-6,18724861	-5,73571016	-5,29439503	-4,86263331	-4,43982352	-3,88907235	-3,35213034	-2,82798632

Continuación

$x(\xi=-0,6)$	$x(\xi=-0,3)$	$x(\xi=0)$	$x(\xi=0,3)$	$x(\xi=0,6)$	$x(\xi=1)$	$x(\xi=1,4)$	$x(\xi=1,8)$
-0,01064634	0,02712038	0,04682183	0,04471047	0,01621329	-0,07248573	-0,2345312	-0,4922729
-0,01996674	0,0100052	0,0298904	0,03780221	0,03170476	-0,00204149	-0,07043165	-0,18021613
-0,02934581	-0,00791866	0,00903761	0,02057746	0,0258039	0,02144891	0,00227339	-0,0338172
-0,0340701	-0,0173333	-0,00302889	0,0082148	0,01583012	0,01943425	0,01447849	-0,00016924
-0,03692074	-0,02317212	-0,01088542	-0,000522	0,00750817	0,01394481	0,01475952	0,00919348
-0,03882928	-0,02715695	-0,01641329	-0,00695516	0,00090141	0,00839527	0,01192067	0,01091232
-0,04019701	-0,03005323	-0,02051736	-0,01187489	-0,00437916	0,00343885	0,0083226	0,00982501
-0,04122546	-0,0322548	-0,0236866	-0,01575496	-0,00866846	-0,00085815	0,00471137	0,00767293
-0,04266938	-0,03538209	-0,02826385	-0,0214807	-0,0151821	-0,00777122	-0,00175525	0,00260017
-0,04294498	-0,03598402	-0,02915521	-0,02261228	-0,01649396	-0,00921388	-0,0031851	0,00134482
-0,04382819	-0,03792424	-0,03205158	-0,02632629	-0,02085413	-0,01411848	-0,00821531	-0,00333662
-0,04446901	-0,03934302	-0,03419233	-0,02910773	-0,02417262	-0,01795753	-0,01231292	-0,00739292
-0,04515682	-0,0408765	-0,03652826	-0,03217804	-0,02788707	-0,02235612	-0,01715722	-0,01240632
-0,0456441	-0,04196978	-0,03820791	-0,03440856	-0,03061861	-0,02565575	-0,02088518	-0,01639759

Continuación

$e/m(\xi=-0,6)$	$e/m(\xi=-0,3)$	$e/m(\xi=0)$	$e/m(\xi=0,3)$	$e/m(\xi=0,6)$	$e/m(\xi=1)$	$e/m(\xi=1,4)$	$e/m(\xi=1,8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,07438031	0,08268055	0,10071577	0,12500594
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,0813703	0,07534307	0,08104939	0,09406221	0,11204887
#NUM!	#NUM!	0,08956761	0,07846316	0,07613482	0,07965378	0,08813605	0,10030783
#NUM!	0,09759198	0,08365911	0,07792436	0,07647899	0,0790249	0,08535168	0,09465396
0,105563	0,08975384	0,08165789	0,07771725	0,07667132	0,07866626	0,0837202	0,09127724
0,09633808	0,08646668	0,08062248	0,07761285	0,07679411	0,07843429	0,082645	0,08901916
0,09194962	0,084581	0,07998811	0,07755163	0,0768793	0,07827192	0,08188191	0,08739823
0,08926014	0,08334847	0,07955947	0,07751207	0,07694186	0,07815188	0,08131183	0,08617623
0,08608535	0,08182841	0,07901718	0,07746479	0,07702758	0,07798625	0,08051634	0,08445373
0,08554261	0,08156209	0,07892074	0,07745678	0,07704367	0,07795502	0,08036512	0,08412382
0,08391583	0,08075339	0,07862549	0,07743307	0,07709465	0,07785574	0,07988171	0,08306366
0,08283079	0,08020568	0,07842359	0,07741768	0,0771311	0,07778446	0,07953206	0,08229131
0,08174378	0,07965069	0,07821754	0,07740273	0,07716971	0,07770866	0,07915775	0,081459
0,08101737	0,07927647	0,07807782	0,07739307	0,07719676	0,0776554	0,07889314	0,08086705

Continuación

$y_f(\xi=-0.6)$	$y_f(\xi=-0.3)$	$y_f(\xi=0)$	$y_f(\xi=0.3)$	$y_f(\xi=0.6)$	$y_f(\xi=1)$	$y_f(\xi=1.4)$	$y_f(\xi=1.8)$
#jNUM!	#jNUM!	#jNUM!	#jNUM!	0,41934738	0,49042637	0,49891368	0,44786092
#jNUM!	#jNUM!	#jNUM!	0,35338525	0,41626843	0,46572069	0,47606699	0,44811899
#jNUM!	#jNUM!	0,32188213	0,37267621	0,41019013	0,44114167	0,4498977	0,43667176
#jNUM!	0,29896136	0,34392118	0,3793105	0,40624325	0,42890859	0,43615123	0,42806659
0,27996068	0,32127479	0,35511602	0,38254457	0,40359548	0,42153118	0,42768147	0,4220957
0,30189487	0,3344951	0,36197896	0,384415	0,4017096	0,41657434	0,42191827	0,4177681
0,31609333	0,34342201	0,36662113	0,38561676	0,40030058	0,4130051	0,4177318	0,41449504
0,32627523	0,34987979	0,36997002	0,38644629	0,39920838	0,4103079	0,41454714	0,41193324
0,34001121	0,35861587	0,37447709	0,38750579	0,39762568	0,4064956	0,41001334	0,40817901
0,34256803	0,36024227	0,37531238	0,38769424	0,39731683	0,4057639	0,40913859	0,4074401
0,35063503	0,36537042	0,37793689	0,38826867	0,39631195	0,40340872	0,40631249	0,40502027
0,35637412	0,36901382	0,37979219	0,3886575	0,395568	0,4016889	0,4042382	0,40321213
0,36243407	0,37285475	0,38173876	0,38904883	0,39475507	0,39983123	0,401987	0,40121848
0,36666753	0,37553352	0,38309027	0,38930983	0,39416981	0,39850695	0,40037507	0,39977052

Anexo 8: Valores obtenidos analíticamente para la rueda conductora, considerando la carga radial (K=1) y con coeficiente de fricción 0,8.

Z (No. de Dientes)	$\delta(\xi=-0.6)$	$\delta(\xi=-0.3)$	$\delta(\xi=0)$	$\delta(\xi=0.3)$	$\delta(\xi=0.6)$	$\delta(\xi=1)$	$\delta(\xi=1.4)$	$\delta(\xi=1.8)$
10	-13,5545448	-7,90955314	-3,00940002	-3,00940002	5,50723519	10,591648	14,1954966	19,9058325
15	-14,8282841	-10,6028477	-6,88276422	-6,88276422	-0,38145322	3,49399602	6,23130338	10,5464174
25	-16,100805	-13,2377005	-10,6559646	-10,6559646	-6,06837735	-3,31254712	-1,36373053	1,70536747
35	-16,7372955	-14,5569425	-12,5571557	-12,5571557	-8,9509517	-6,76378906	-5,21134029	-2,7606355
45	-17,119739	-15,3550559	-13,7164237	-13,7164237	-10,7262039	-8,89682963	-7,59321566	-5,5290083
55	-17,3750823	-15,8914429	-14,5009098	-14,5009098	-11,9390405	-10,3599731	-9,23060865	-7,43682764
65	-17,5577118	-16,2772361	-15,0683945	-15,0683945	-12,8237969	-11,4314279	-10,4323252	-8,84088257
75	-17,6948388	-16,5682621	-15,4985302	-15,4985302	-13,4993165	-12,252355	-11,3549852	-9,92183689
95	-17,8870703	-16,9784294	-16,1081121	-16,1081121	-14,465062	-13,431139	-12,6834472	-11,4839194
100	-17,9237225	-17,0569486	-16,2252909	-16,2252909	-14,6519618	-13,6600642	-12,9420081	-11,7888734
120	-18,0410946	-17,3091192	-16,6027571	-16,6027571	-15,2570676	-14,403231	-13,7828397	-12,7830045
140	-18,1261735	-17,4926355	-16,8786063	-16,8786063	-15,7024349	-14,9523401	-14,4056874	-13,5220864
170	-18,2174141	-17,6901617	-17,1766684	-17,1766684	-16,1869438	-15,5519851	-15,0875799	-14,3342248
200	-18,2820057	-17,8304672	-17,3891521	-17,3891521	-16,5345806	-15,9838294	-15,5798857	-14,9227434

Continuación

$x(\xi=-0.6)$	$x(\xi=-0.3)$	$x(\xi=0)$	$x(\xi=0.3)$	$x(\xi=0.6)$	$x(\xi=1)$	$x(\xi=1.4)$	$x(\xi=1.8)$
-0,10156596	-0,05184825	-0,01547326	-0,00982579	0,00493154	-0,03233192	-0,09467297	-0,28152845
-0,11135178	-0,07227363	-0,0397159	-0,03033108	-0,00101992	-0,00044674	-0,01636765	-0,08005308
-0,1213839	-0,09367321	-0,06789552	-0,05826111	-0,02603288	-0,00804395	-0,00107688	-0,00409511
-0,12649564	-0,10492872	-0,08377759	-0,07519323	-0,04546861	-0,02472929	-0,01253754	4,9647E-05
-0,12959712	-0,11191677	-0,09401242	-0,08644431	-0,05961502	-0,03911184	-0,02563173	-0,0077345
-0,13168045	-0,11668972	-0,10117455	-0,09445524	-0,07021585	-0,05072474	-0,03720033	-0,01749063
-0,1331767	-0,12016091	-0,10647419	-0,10045023	-0,07842278	-0,06011477	-0,04699268	-0,02689382
-0,13430355	-0,12280071	-0,11055745	-0,10510628	-0,08495558	-0,06780972	-0,05524768	-0,03539198
-0,13588814	-0,12655241	-0,11644203	-0,11187064	-0,09469307	-0,07960981	-0,06824161	-0,04957309
-0,13619092	-0,12727478	-0,11758634	-0,11319327	-0,09663133	-0,08200322	-0,07092116	-0,05260026
-0,13716193	-0,12960382	-0,12130128	-0,11750294	-0,10302558	-0,08999926	-0,07997066	-0,06304804
-0,13786713	-0,1313075	-0,12404388	-0,12069989	-0,10784747	-0,09612825	-0,08700275	-0,07138482
-0,13862465	-0,13314949	-0,12703365	-0,12419946	-0,11320387	-0,10303408	-0,0950192	-0,08109916
-0,1391617	-0,13446307	-0,12918169	-0,12672297	-0,11711788	-0,10814408	-0,1010116	-0,08849714

Continuación

$e/m(\xi=-0,6)$	$e/m(\xi=-0,3)$	$e/m(\xi=0)$	$e/m(\xi=0,3)$	$e/m(\xi=0,6)$	$e/m(\xi=1)$	$e/m(\xi=1,4)$	$e/m(\xi=1,8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,07438031	0,08268055	0,09555323	0,12500594
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,0813703	0,07534307	0,08104939	0,09028846	0,11204887
#NUM!	#NUM!	0,08956761	0,07846316	0,07613482	0,07965378	0,08563443	0,10030783
#NUM!	0,09759198	0,08365911	0,07792436	0,07647899	0,0790249	0,08346685	0,09465396
0,105563	0,08975384	0,08165789	0,07771725	0,07667132	0,07866626	0,08220449	0,09127724
0,09633808	0,08646668	0,08062248	0,07761285	0,07679411	0,07843429	0,08137619	0,08901916
0,09194962	0,084581	0,07998811	0,07755163	0,0768793	0,07827192	0,08079027	0,08739823
0,08926014	0,08334847	0,07955947	0,07751207	0,07694186	0,07815188	0,08035367	0,08617623
0,08608535	0,08182841	0,07901718	0,07746479	0,07702758	0,07798625	0,07974614	0,08445373
0,08554261	0,08156209	0,07892074	0,07745678	0,07704367	0,07795502	0,07963087	0,08412382
0,08391583	0,08075339	0,07862549	0,07743307	0,07709465	0,07785574	0,07926294	0,08306366
0,08283079	0,08020568	0,07842359	0,07741768	0,0771311	0,07778446	0,07899733	0,08229131
0,08174378	0,07965069	0,07821754	0,07740273	0,07716971	0,07770866	0,07871346	0,081459
0,08101737	0,07927647	0,07807782	0,07739307	0,07719676	0,0776554	0,0785131	0,08086705

Continuación

$yf(\xi=-0,6)$	$yf(\xi=-0,3)$	$yf(\xi=0)$	$yf(\xi=0,3)$	$yf(\xi=0,6)$	$yf(\xi=1)$	$yf(\xi=1,4)$	$yf(\xi=1,8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,03299345	0,03868523	0,04002534	0,03668316
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,02783203	0,03316033	0,03710943	0,0382069	0,03648105
#NUM!	#NUM!	0,02619967	0,02989827	0,03309796	0,03556301	0,03633508	0,03557767
#NUM!	0,02460607	0,02814176	0,0307046	0,03300277	0,03480315	0,03539908	0,03496153
0,0232362	0,02650357	0,02915055	0,03113366	0,03292814	0,03434939	0,03483605	0,03454821
0,02507355	0,02763447	0,02977839	0,03139921	0,03287152	0,03404691	0,03445896	0,0342545
0,02626233	0,02840144	0,03020785	0,03157945	0,03282781	0,03383051	0,03418821	0,03403536
0,02711501	0,02895813	0,03052037	0,03170966	0,03279326	0,03366788	0,03398413	0,03386558
0,02826582	0,02971393	0,030945	0,03188501	0,03274239	0,03343946	0,03369653	0,0336195
0,02848012	0,02985501	0,03102424	0,03191752	0,03273237	0,03339584	0,03364146	0,03357144
0,02915644	0,03030061	0,03127445	0,03201963	0,0326996	0,03325592	0,0334645	0,03341495
0,02963779	0,03061797	0,03145251	0,0320918	0,0326752	0,03315427	0,0333356	0,0332989
0,03014625	0,03095324	0,03164045	0,03216748	0,03264843	0,033045	0,03319668	0,03317184
0,03050159	0,03118752	0,03177166	0,03222001	0,03262912	0,03296746	0,03309787	0,03308016

Anexo 9: Valores obtenidos analíticamente para la rueda conducida, sin considerar la carga radial (K=0) y con coeficiente de fricción 0.

Z (No. de Dientes)	$\delta (\xi=-0.6)$	$\delta (\xi=-0.3)$	$\delta (\xi=0)$	$\delta (\xi=0.3)$	$\delta (\xi=0.6)$	$\delta (\xi=1)$	$\delta (\xi=1.4)$	$\delta (\xi=1.8)$
10	25,10526343	30,75025511	35,650408	40,0748605	44,1670434	49,251456	54,0242368	58,5656408
15	23,83152416	28,0569605	31,777044	35,1532121	38,278355	42,153804	45,7768008	49,2062257
25	22,55900328	25,42210777	28,003844	30,3779199	32,5914309	35,347261	37,9265153	40,3651757
35	21,92251273	24,10286578	26,102653	27,9621227	29,7088566	31,896019	33,9514098	35,8991728
45	21,54006924	23,30475231	24,943385	26,4804521	27,9336043	29,762979	31,4896553	33,1308
55	21,28472598	22,76836534	24,158898	25,4723619	26,7207677	28,299835	29,7963356	31,2229806
65	21,10209646	22,38257211	23,591414	24,7397072	25,8360113	27,22838	28,5527825	29,8189257
75	20,9649695	22,09154617	23,161278	24,1821533	25,1604917	26,407453	27,597414	28,7379714
95	20,77273791	21,68137886	22,551696	23,3882399	24,1947462	25,228669	26,2207416	27,1758889
100	20,73608574	21,60285962	22,434517	23,2350727	24,0078464	24,999744	25,9526193	26,8709348
120	20,61871366	21,35068901	22,057051	22,7403479	23,4027406	24,256577	25,0802312	25,8768038
140	20,53363475	21,16717279	21,781202	22,3774403	22,9573734	23,707468	24,4335025	25,1377219
170	20,44239413	20,96964651	21,48314	21,983908	22,4728645	23,107823	23,7249073	24,3255835
200	20,37780257	20,82934102	21,270656	21,7024179	22,1252277	22,675979	23,2129208	23,7370649

Continuación

$x(\xi=-0.6)$	$x(\xi=-0.3)$	$x(\xi=0)$	$x(\xi=0.3)$	$x(\xi=0.6)$	$x(\xi=1)$	$x(\xi=1.4)$	$x(\xi=1.8)$
0,19207484	0,21681987	0,2071947	0,155187	0,0495145	-0,20311708	-0,63843762	-1,3582121
0,1823576	0,20234678	0,20094263	0,17488911	0,12008629	-0,0066258	-0,20912443	-0,5085745
0,17271155	0,18726017	0,19006788	0,1799426	0,15554526	0,09821301	0,00881421	-0,11734777
0,16789978	0,17936662	0,18295555	0,17800432	0,16381607	0,12925195	0,07508113	-0,00074531
0,16501107	0,17448198	0,17811154	0,17546159	0,16608876	0,14234942	0,10473933	0,05208692
0,16308312	0,17111531	0,17462186	0,17317176	0,16648886	0,14889557	0,12068782	0,08109226
0,16170447	0,16873598	0,17199289	0,17123178	0,16621545	0,15250375	0,13025907	0,09892429
0,16066943	0,16689999	0,16994246	0,16960316	0,16569501	0,15461706	0,13644265	0,11074658
0,1592186	0,16429398	0,16695224	0,16706123	0,16449433	0,156698	0,14364449	0,12505699
0,15894199	0,16379265	0,16636619	0,16654109	0,16420103	0,156975	0,14481977	0,12748258
0,15805622	0,16217728	0,16445388	0,16479616	0,16311825	0,1575959	0,14814586	0,1345844
0,15741417	0,16099661	0,16303288	0,16345371	0,16219284	0,15778572	0,15013	0,13908485
0,15672564	0,159721	0,1614753	0,16193888	0,16106418	0,15773712	0,15184488	0,14328656
0,15623821	0,15881191	0,16035094	0,16081795	0,16017705	0,15753936	0,15279138	0,14585678

Continuación

$e/m(\xi=-0.6)$	$e/m(\xi=-0.3)$	$e/m(\xi=0)$	$e/m(\xi=0.3)$	$e/m(\xi=0.6)$	$e/m(\xi=1)$	$e/m(\xi=1.4)$	$e/m(\xi=1.8)$
#¡NUM!	#¡NUM!	#¡NUM!	#¡NUM!	0,07438031	0,08268055	0,10071577	0,12500594
#¡NUM!	#¡NUM!	#¡NUM!	0,0813703	0,07534307	0,08104939	0,09406221	0,11204887
#¡NUM!	#¡NUM!	0,08956761	0,07846316	0,07613482	0,07965378	0,08813605	0,10030783
#¡NUM!	0,09759198	0,08365911	0,07792436	0,07647899	0,0790249	0,08535168	0,09465396
0,105563	0,08975384	0,08165789	0,07771725	0,07667132	0,07866626	0,0837202	0,09127724
0,09633808	0,08646668	0,08062248	0,07761285	0,07679411	0,07843429	0,082645	0,08901916
0,09194962	0,084581	0,07998811	0,07755163	0,0768793	0,07827192	0,08188191	0,08739823
0,08926014	0,08334847	0,07955947	0,07751207	0,07694186	0,07815188	0,08131183	0,08617623
0,08608535	0,08182841	0,07901718	0,07746479	0,07702758	0,07798625	0,08051634	0,08445373
0,08554261	0,08156209	0,07892074	0,07745678	0,07704367	0,07795502	0,08036512	0,08412382
0,08391583	0,08075339	0,07862549	0,07743307	0,07709465	0,07785574	0,07988171	0,08306366
0,08283079	0,08020568	0,07842359	0,07741768	0,0771311	0,07778446	0,07953206	0,08229131
0,08174378	0,07965069	0,07821754	0,07740273	0,07716971	0,07770866	0,07915775	0,081459
0,08101737	0,07927647	0,07807782	0,07739307	0,07719676	0,0776554	0,07889314	0,08086705

Continuación

$y_f(\xi=-0.6)$	$y_f(\xi=-0.3)$	$y_f(\xi=0)$	$y_f(\xi=0.3)$	$y_f(\xi=0.6)$	$y_f(\xi=1)$	$y_f(\xi=1.4)$	$y_f(\xi=1.8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.6118895	0.68441613	0.65630958	0.54959003
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.51654232	0.60036357	0.65386713	0.64411766	0.58016762
#NUM!	#NUM!	0.46258717	0.53430219	0.58458672	0.61964502	0.61855962	0.58433958
#NUM!	0.42395882	0.48885121	0.5390055	0.57526555	0.60154409	0.60265195	0.58004425
0.39246908	0.45264133	0.50179157	0.54073221	0.56917539	0.59028803	0.59215006	0.57560163
0.4216532	0.46953424	0.50955081	0.54144763	0.56488401	0.58257372	0.58470708	0.57182263
0.44059251	0.4808799	0.51471057	0.54174752	0.56169411	0.57693941	0.57914862	0.56869185
0.45417531	0.48905256	0.51838262	0.54185676	0.55922792	0.57263538	0.57483342	0.56608941
0.47249076	0.50005758	0.52325011	0.54184165	0.55566016	0.56648047	0.56855777	0.56204713
0.47589833	0.50209953	0.52414198	0.54181631	0.55496439	0.56528917	0.5673287	0.56122056
0.48664512	0.50852303	0.52692172	0.54168627	0.55270084	0.56143201	0.56331654	0.55844411
0.49428621	0.51307251	0.52886485	0.54154498	0.55102473	0.55859282	0.56033083	0.55630096
0.50235001	0.51785525	0.53088261	0.54134896	0.54919231	0.55550373	0.55705027	0.55387096
0.50798042	0.52118245	0.53227012	0.54118197	0.54787212	0.55328695	0.55467495	0.55206247

Anexo 10: Valores obtenidos analíticamente para la rueda conducida, sin considerar la carga radial ($K=0$) y para un coeficiente de fricción 0,2.

Z (No. de Dientes)	$\delta(\xi=-0.6)$	$\delta(\xi=-0.3)$	$\delta(\xi=0)$	$\delta(\xi=0.3)$	$\delta(\xi=0.6)$	$\delta(\xi=1)$	$\delta(\xi=1.4)$	$\delta(\xi=1.8)$
10	36.41519591	42.06018759	46.960341	51.384793	55.4769759	60.561389	65.3341693	69.8755732
15	35.14145663	39.36689298	43.086977	46.4631446	49.5882875	53.463737	57.0867332	60.5161581
25	33.86893576	36.73204025	39.313776	41.6878524	43.9013634	46.657194	49.2364478	51.6751082
35	33.2324452	35.41279826	37.412585	39.2720551	41.018789	43.205952	45.2613422	47.2091052
45	32.85000172	34.61468479	36.253317	37.7903845	39.2435368	41.072911	42.7995878	44.4407324
55	32.59465845	34.07829781	35.468831	36.7822944	38.0307002	39.609768	41.1062681	42.5329131
65	32.41202893	33.69250458	34.901346	36.0496396	37.1459438	38.538313	39.862715	41.1288582
75	32.27490197	33.40147865	34.471211	35.4920858	36.4704242	37.717386	38.9073464	40.0479038
95	32.08267038	32.99131133	33.861629	34.6981723	35.5046787	36.538602	37.5306741	38.4858214
100	32.04601822	32.9127921	33.74445	34.5450052	35.3177789	36.309676	37.2625518	38.1808673
120	31.92864614	32.66062149	33.366984	34.0502803	34.7126731	35.56651	36.3901636	37.1867362
140	31.84356722	32.47710526	33.091134	33.6873728	34.2673058	35.017401	35.743435	36.4476544
170	31.75232661	32.27957898	32.793072	33.2938405	33.7827969	34.417756	35.0348397	35.6355159
200	31.68773504	32.13927349	32.580589	33.0123503	33.4351601	33.985911	34.5228533	35.0469973

Continuación

$x(\xi=-0.6)$	$x(\xi=-0.3)$	$x(\xi=0)$	$x(\xi=0.3)$	$x(\xi=0.6)$	$x(\xi=1)$	$x(\xi=1.4)$	$x(\xi=1.8)$
0.29934222	0.32563542	0.30673368	0.2295566	0.07396822	-0.31248806	-1.03510394	-2.40547673
0.28862134	0.30942012	0.30159092	0.26009285	0.1781555	-0.00987979	-0.31613057	-0.78647145
0.2779007	0.29282	0.29157038	0.27246617	0.23349271	0.14647483	0.01311953	-0.17497713
0.27253638	0.2842323	0.28483691	0.27347721	0.24917453	0.19474032	0.11243241	-0.00111226
0.26931287	0.27894681	0.28021149	0.27255785	0.25539537	0.21661759	0.15816444	0.07822391
0.26716059	0.27535628	0.27686506	0.27130314	0.25826909	0.22853606	0.18370764	0.12264225
0.26562122	0.27275472	0.2743375	0.27008324	0.25969807	0.23578869	0.19969002	0.15061065
0.26446539	0.27078162	0.27236274	0.2689855	0.2604238	0.24054441	0.2104756	0.16963242
0.2628451	0.26798527	0.26947802	0.26717522	0.26092925	0.24621123	0.22386456	0.19352721
0.26253617	0.26744789	0.26891202	0.26679307	0.26095635	0.24715783	0.22618824	0.19772045
0.26154688	0.26571755	0.26706378	0.26548703	0.26089005	0.24989572	0.23313183	0.21036875
0.26082979	0.26445399	0.26568911	0.26446006	0.260693	0.2515961	0.23768564	0.2187903
0.26006078	0.26308989	0.26418111	0.2632813	0.26033831	0.25314738	0.24211263	0.22711493
0.25951638	0.26211838	0.2630918	0.26239696	0.259995	0.25407082	0.2449545	0.23255785

Continuación

$e/m(\xi=-0,6)$	$e/m(\xi=-0,3)$	$e/m(\xi=0)$	$e/m(\xi=0,3)$	$e/m(\xi=0,6)$	$e/m(\xi=1)$	$e/m(\xi=1,4)$	$e/m(\xi=1,8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,07438031	0,08268055	0,10071577	0,12500594
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,0813703	0,07534307	0,08104939	0,09406221	0,11204887
#NUM!	#NUM!	0,08956761	0,07846316	0,07613482	0,07965378	0,08813605	0,10030783
#NUM!	0,09759198	0,08365911	0,07792436	0,07647899	0,0790249	0,08535168	0,09465396
0,105563	0,08975384	0,08165789	0,07771725	0,07667132	0,07866626	0,0837202	0,09127724
0,09633808	0,08646668	0,08062248	0,07761285	0,07679411	0,07843429	0,082645	0,08901916
0,09194962	0,084581	0,07998811	0,07755163	0,0768793	0,07827192	0,08188191	0,08739823
0,08926014	0,08334847	0,07955947	0,07751207	0,07694186	0,07815188	0,08131183	0,08617623
0,08608535	0,08182841	0,07901718	0,07746479	0,07702758	0,07798625	0,08051634	0,08445373
0,08554261	0,08156209	0,07892074	0,07745678	0,07704367	0,07795502	0,08036512	0,08412382
0,08391583	0,08075339	0,07862549	0,07743307	0,07709465	0,07785574	0,07988171	0,08306366
0,08283079	0,08020568	0,07842359	0,07741768	0,0771311	0,07778446	0,07953206	0,08229131
0,08174378	0,07965069	0,07821754	0,07740273	0,07716971	0,07770866	0,07915775	0,081459
0,08101737	0,07927647	0,07807782	0,07739307	0,07719676	0,0776554	0,07889314	0,08086705

Continuación

$y_f(\xi=-0,6)$	$y_f(\xi=-0,3)$	$y_f(\xi=0)$	$y_f(\xi=0,3)$	$y_f(\xi=0,6)$	$y_f(\xi=1)$	$y_f(\xi=1,4)$	$y_f(\xi=1,8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,78689239	0,86530087	0,79848791	0,62684223
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,64659634	0,75209214	0,81336928	0,78731761	0,69027958
#NUM!	#NUM!	0,56198624	0,65199341	0,71483111	0,7560427	0,74875093	0,69809421
#NUM!	0,5062567	0,58704385	0,64999687	0,69518481	0,72640469	0,72427117	0,69117308
0,46295514	0,53724506	0,5986924	0,64753193	0,68294264	0,70819214	0,70812567	0,68408325
0,49580254	0,55529362	0,60538636	0,64537241	0,67454053	0,69579726	0,69670185	0,67809426
0,51711859	0,56731253	0,60969024	0,64357495	0,6683993	0,68678554	0,68818164	0,67315446
0,53238718	0,57591357	0,61266961	0,64208503	0,66370665	0,67992338	0,68157357	0,66906055
0,55294177	0,58741426	0,6164951	0,63979006	0,65699624	0,6701409	0,67197277	0,66271995
0,55676102	0,58953734	0,61717898	0,63932466	0,65569775	0,66825142	0,67009366	0,66142579
0,56879517	0,59619271	0,61927267	0,63777311	0,65149492	0,66214195	0,66396208	0,65708395
0,57734094	0,6008842	0,62069951	0,63658917	0,64840328	0,65765259	0,65940142	0,65373746
0,58634933	0,60579546	0,62214582	0,63526282	0,6450422	0,65277508	0,6543923	0,64994769
0,5926329	0,60919901	0,62311764	0,63428767	0,64263243	0,64927914	0,65076648	0,64713009

Anexo 11: Valores obtenidos analíticamente para la rueda conducida, sin considerar la carga radial ($K=0$) y para un coeficiente de fricción 0,5.

Z (No. de Dientes)	$\delta(\xi=-0,6)$	$\delta(\xi=-0,3)$	$\delta(\xi=0)$	$\delta(\xi=0,3)$	$\delta(\xi=0,6)$	$\delta(\xi=1)$	$\delta(\xi=1,4)$	$\delta(\xi=1,8)$
10	51,67031461	57,31530629	62,215459	66,6399117	70,7320946	75,816507	80,589288	85,1306919
15	50,39657533	54,62201168	58,342095	61,7182633	64,8434062	68,718855	72,3418519	75,7712768
25	49,12405446	51,98715895	54,568895	56,9429711	59,1564821	61,912312	64,4915665	66,9302269
35	48,48756391	50,66791696	52,667704	54,5271738	56,2739077	58,46107	60,5164609	62,4642239
45	48,10512042	49,86980349	51,508436	53,0455032	54,4986555	56,32803	58,0547065	59,6958511
55	47,84977716	49,33341651	50,72395	52,0374131	53,2858189	54,864886	56,3613868	57,7880318
65	47,66714763	48,94762328	50,156465	51,3047583	52,4010625	53,793432	55,1178337	56,3839769
75	47,53002068	48,65659735	49,726329	50,7472045	51,7255429	52,972504	54,1624651	55,3030225
95	47,33778908	48,24643003	49,116747	49,953291	50,7597974	51,79372	52,7857928	53,7409401
100	47,30113692	48,1679108	48,999569	49,8001239	50,5728976	51,564795	52,5176705	53,435986
120	47,18376484	47,91574019	48,622102	49,3053991	49,9677918	50,821628	51,6452823	52,441855
140	47,09868592	47,73222396	48,346253	48,9424915	49,5224245	50,272519	50,9985537	51,7027731
170	47,00744531	47,53469769	48,048191	48,5489592	49,0379156	49,672874	50,2899584	50,8906347
200	46,94285374	47,39439219	47,835707	48,267469	48,6902788	49,24103	49,777972	50,302116

Continuación

$x(\xi=-0,6)$	$x(\xi=-0,3)$	$x(\xi=0)$	$x(\xi=0,3)$	$x(\xi=0,6)$	$x(\xi=1)$	$x(\xi=1,4)$	$x(\xi=1,8)$
0.50330571	0.55102905	0.53309657	0.41804515	0.14476875	-0.71754377	-3.27340517	-21.074995
0.48917982	0.52403322	0.51620327	0.45419234	0.32043215	-0.0188028	-0.65355498	-1.84001446
0.47470296	0.49805796	0.49660035	0.46673928	0.4038277	0.2580286	0.02369435	-0.32633998
0.46737989	0.48514526	0.48558009	0.46692893	0.42708277	0.33658837	0.19663297	-0.00197495
0.46296267	0.47735011	0.47848881	0.46532643	0.43665473	0.37189356	0.27329075	0.13632369
0.46000807	0.47211552	0.47353095	0.46354677	0.44137534	0.39133291	0.31572688	0.21187879
0.4578927	0.46835184	0.46986453	0.4619191	0.44395849	0.40337793	0.34232743	0.2590357
0.45630337	0.46551307	0.46704079	0.4604976	0.445467	0.41144811	0.36039704	0.29105376
0.45407414	0.4615123	0.46297298	0.45820779	0.4469566	0.42139196	0.38312401	0.33141807
0.45364895	0.46074641	0.46218216	0.45773074	0.44715698	0.42310848	0.38712247	0.33854328
0.4522871	0.45828655	0.45961522	0.45611317	0.44761562	0.42821978	0.3992197	0.36017424
0.45129971	0.45649624	0.45772053	0.45485292	0.44777112	0.43155634	0.40732025	0.37474458
0.45024061	0.45456903	0.45565541	0.45341677	0.44776895	0.43478733	0.41538562	0.38935093
0.44949074	0.45319995	0.4541719	0.45234557	0.44765937	0.43685467	0.42070505	0.39905757

Continuación

$e/m(\xi=-0,6)$	$e/m(\xi=-0,3)$	$e/m(\xi=0)$	$e/m(\xi=0,3)$	$e/m(\xi=0,6)$	$e/m(\xi=1)$	$e/m(\xi=1,4)$	$e/m(\xi=1,8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.07438031	0.08268055	0.10071577	0.12500594
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.0813703	0.07534307	0.08104939	0.09406221	0.11204887
#NUM!	#NUM!	0.08956761	0.07846316	0.07613482	0.07965378	0.08813605	0.10030783
#NUM!	0.09759198	0.08365911	0.07792436	0.07647899	0.0790249	0.08535168	0.09465396
0.105563	0.08975384	0.08165789	0.07771725	0.07667132	0.07866626	0.0837202	0.09127724
0.09633808	0.08646668	0.08062248	0.07761285	0.07679411	0.07843429	0.082645	0.08901916
0.09194962	0.084581	0.07998811	0.07755163	0.0768793	0.07827192	0.08188191	0.08739823
0.08926014	0.08334847	0.07955947	0.07751207	0.07694186	0.07815188	0.08131183	0.08617623
0.08608535	0.08182841	0.07901718	0.07746479	0.07702758	0.07798625	0.08051634	0.08445373
0.08554261	0.08156209	0.07892074	0.07745678	0.07704367	0.07795502	0.08036512	0.08412382
0.08391583	0.08075339	0.07862549	0.07743307	0.07709465	0.07785574	0.07988171	0.08306366
0.08283079	0.08020568	0.07842359	0.07741768	0.0771311	0.07778446	0.07953206	0.08229131
0.08174378	0.07965069	0.07821754	0.07740273	0.07716971	0.07770866	0.07915775	0.081459
0.08101737	0.07927647	0.07807782	0.07739307	0.07719676	0.0776554	0.07889314	0.08086705

Continuación

$yf(\xi=-0,6)$	$yf(\xi=-0,3)$	$yf(\xi=0)$	$yf(\xi=0,3)$	$yf(\xi=0,6)$	$yf(\xi=1)$	$yf(\xi=1,4)$	$yf(\xi=1,8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	1.37763297	1.42459209	1.09737804	0.42277416
#NUM!	#NUM!	#NUM!	1.0363483	1.20986688	1.28272011	1.17731282	0.94643613
#NUM!	#NUM!	0.82767105	0.97213154	1.07239734	1.12824568	1.09420152	0.98550053
#NUM!	0.71324036	0.83907567	0.939384	1.01049657	1.05424511	1.03851581	0.96990441
0.63302441	0.74578246	0.84198016	0.91928369	0.97461633	1.01059469	1.00242981	0.95363222
0.67290129	0.76420331	0.8426085	0.90561697	0.95100791	0.9816159	0.97726629	0.94007105
0.69884103	0.77618562	0.84246506	0.89569448	0.93422539	0.96089518	0.95869939	0.92901613
0.71738548	0.78460242	0.8420461	0.88815144	0.92165259	0.94530504	0.94441552	0.91993694
0.74227026	0.79562927	0.84102251	0.87742587	0.90402882	0.92334993	0.92383899	0.90601015
0.74688199	0.7976344	0.84077053	0.87535898	0.9006647	0.91914475	0.91983561	0.90318641
0.76138523	0.80385435	0.83984272	0.86868887	0.88987453	0.90562384	0.90682562	0.8937564
0.77165695	0.80817634	0.83905579	0.86380213	0.88203039	0.89576106	0.89720067	0.88653177
0.78245843	0.81264225	0.83810573	0.85850945	0.87358917	0.88511348	0.88667911	0.87839342
0.78997599	0.8157004	0.83736698	0.85472803	0.86759095	0.87752442	0.87909502	0.87237116

Anexo 12: Valores obtenidos analíticamente para la rueda conducida, sin considerar la carga radial ($K=0$) y para un coeficiente de fricción 0,8.

Z (No. de Dientes)	$\delta (\xi=-0.6)$	$\delta (\xi=-0.3)$	$\delta (\xi=0)$	$\delta (\xi=0.3)$	$\delta (\xi=0.6)$	$\delta (\xi=1)$	$\delta (\xi=1.4)$	$\delta (\xi=1.8)$
10	63,76507169	69,41006337	74,310216	74,3102165	82,8268517	87,911264	91,5151131	97,225449
15	62,49133241	66,71676876	70,436852	70,4368523	76,9381633	80,813613	83,5509199	87,8660339
25	61,21881154	64,08191603	66,663652	66,6636519	71,2512392	74,007069	75,955886	79,024984
35	60,58232098	62,76267404	64,762461	64,7624609	68,3686648	70,555827	72,1082762	74,558981
45	60,1998775	61,96456057	63,603193	63,6031928	66,5934126	68,422787	69,7264008	71,7906082
55	59,94453423	61,42817359	62,818707	62,8187067	65,380576	66,959643	68,0890079	69,8827889
65	59,76190471	61,04238036	62,251222	62,251222	64,4958196	65,888189	66,8872913	68,4787339
75	59,62477775	60,75135443	61,821086	61,8210864	63,8203	65,067262	65,9646313	67,3977796
95	59,43254616	60,34118711	61,211504	61,2115044	62,8545545	63,888477	64,6361693	65,8356971
100	59,395894	60,26266788	61,094326	61,0943256	62,6676547	63,659552	64,3776084	65,5307431
120	59,27852192	60,01049727	60,716859	60,7168594	62,0625489	62,916386	63,5367768	64,536612
140	59,193443	59,82698104	60,44101	60,4410102	61,6171816	62,367276	62,9139291	63,7975301
170	59,10220239	59,62945476	60,142948	60,1429481	61,1326727	61,767631	62,2320366	62,9853917
200	59,03761082	59,48914927	59,930464	59,9304644	60,7850359	61,335787	61,7397308	62,3968731

Continuación

$x(\xi=-0.6)$	$x(\xi=-0.3)$	$x(\xi=0)$	$x(\xi=0.3)$	$x(\xi=0.6)$	$x(\xi=1)$	$x(\xi=1.4)$	$x(\xi=1.8)$
0,78530494	0,90996144	0,96252085	0,63153287	0,39441613	-7,14316426	7,16217257	4,34566465
0,76328567	0,84712401	0,87612734	0,67866872	0,63714853	-0,04534976	-1,42113758	-26,0063475
0,74008111	0,79200775	0,80930968	0,69810063	0,70280085	0,47679493	0,17973209	-0,72598392
0,72822473	0,76624783	0,77936649	0,70141451	0,71350468	0,58145885	0,42114195	-0,0037279
0,72105419	0,75116369	0,76193305	0,70177115	0,71535811	0,62325823	0,51485355	0,24169147
0,71625353	0,7412189	0,75041891	0,70137771	0,71490481	0,64471465	0,56337697	0,36352146
0,71281523	0,73415638	0,74221231	0,700796	0,71377994	0,65734163	0,59252406	0,43560223
0,71023164	0,72887659	0,73605335	0,70019687	0,71249844	0,66545232	0,61172412	0,48289344
0,70660776	0,72150264	0,72740679	0,69912395	0,7100636	0,67495309	0,63510851	0,5406636
0,7059166	0,72009976	0,72575487	0,69888853	0,70951332	0,67652437	0,63912495	0,55064952
0,70370296	0,71561284	0,7204543	0,69806801	0,70756135	0,68104857	0,65107462	0,5805758
0,70209817	0,71236492	0,71659965	0,69740956	0,70596174	0,68384798	0,65888739	0,6004012
0,70037704	0,7088851	0,71245142	0,69664359	0,70406841	0,68640295	0,66648994	0,62000197
0,69915859	0,70642327	0,70950429	0,69606366	0,70261348	0,6879308	0,67139175	0,63287227

Continuación

$e/m(\xi=-0.6)$	$e/m(\xi=-0.3)$	$e/m(\xi=0)$	$e/m(\xi=0.3)$	$e/m(\xi=0.6)$	$e/m(\xi=1)$	$e/m(\xi=1.4)$	$e/m(\xi=1.8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,07438031	0,08268055	0,09555323	0,12500594
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,0813703	0,07534307	0,08104939	0,09028846	0,11204887
#NUM!	#NUM!	0,08956761	0,07846316	0,07613482	0,07965378	0,08563443	0,10030783
#NUM!	0,09759198	0,08365911	0,07792436	0,07647899	0,0790249	0,08346685	0,09465396
0,105563	0,08975384	0,08165789	0,07771725	0,07667132	0,07866626	0,08220449	0,09127724
0,09633808	0,08646668	0,08062248	0,07761285	0,07679411	0,07843429	0,08137619	0,08901916
0,09194962	0,084581	0,07998811	0,07755163	0,0768793	0,07827192	0,08079027	0,08739823
0,08926014	0,08334847	0,07955947	0,07751207	0,07694186	0,07815188	0,08035367	0,08617623
0,08608535	0,08182841	0,07901718	0,07746479	0,07702758	0,07798625	0,07974614	0,08445373
0,08554261	0,08156209	0,07892074	0,07745678	0,07704367	0,07795502	0,07963087	0,08412382
0,08391583	0,08075339	0,07862549	0,07743307	0,07709465	0,07785574	0,07926294	0,08306366
0,08283079	0,08020568	0,07842359	0,07741768	0,0771311	0,07778446	0,07899733	0,08229131
0,08174378	0,07965069	0,07821754	0,07740273	0,07716971	0,07770866	0,07871346	0,081459
0,08101737	0,07927647	0,07807782	0,07739307	0,07719676	0,0776554	0,0785131	0,08086705

Continuación

$y_f(\xi=-0.6)$	$y_f(\xi=-0.3)$	$y_f(\xi=0)$	$y_f(\xi=0.3)$	$y_f(\xi=0.6)$	$y_f(\xi=1)$	$y_f(\xi=1.4)$	$y_f(\xi=1.8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.54866476	0.27850428	1.573488	0.35405802
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.16908429	0.30628525	0.30326518	0.24819017	0.0712935
#NUM!	#NUM!	0.1558171	0.1521292	0.21338356	0.22171465	0.20990896	0.16694506
#NUM!	0.12014019	0.14637148	0.14459482	0.18423016	0.19168846	0.18675173	0.16253732
0.09978614	0.12152075	0.14138119	0.14023283	0.16963534	0.17600845	0.17349064	0.15733227
0.10445611	0.12222019	0.13821065	0.13736922	0.16078772	0.16630053	0.16490457	0.15311684
0.10755563	0.1226109	0.13600111	0.13533929	0.15482226	0.15966844	0.15887503	0.14977381
0.10977433	0.12284636	0.13436767	0.133823	0.15051617	0.15483695	0.15439815	0.14708724
0.1127427	0.12309601	0.13210782	0.13170606	0.14469968	0.14824992	0.1481782	0.14306144
0.11329091	0.12313325	0.13168032	0.13130333	0.14361715	0.147016	0.14699787	0.14225837
0.11500997	0.12323076	0.13031743	0.13001503	0.1402024	0.1431066	0.14322596	0.13960678
0.11622229	0.12328111	0.12933463	0.12908215	0.13777325	0.14030921	0.1404963	0.13760553
0.11749192	0.12331654	0.12828461	0.12808221	0.13520744	0.13733895	0.13756925	0.13538099
0.11837212	0.1233302	0.12754335	0.12737442	0.13341371	0.13525255	0.1354951	0.13375437

Anexo 13: Valores obtenidos analíticamente para la rueda conducida, sin considerar la carga radial ($K=1$) y para un coeficiente de fricción 0.

Z (No. de Dientes)	$\delta(\xi=-0.6)$	$\delta(\xi=-0.3)$	$\delta(\xi=0)$	$\delta(\xi=0.3)$	$\delta(\xi=0.6)$	$\delta(\xi=1)$	$\delta(\xi=1.4)$	$\delta(\xi=1.8)$
10	25.10526343	30.75025511	35.650408	40.0748605	44.1670434	49.251456	54.0242368	58.5656408
15	23.83152416	28.0569605	31.777044	35.1532121	38.278355	42.153804	45.7768008	49.2062257
25	22.55900328	25.42210777	28.003844	30.3779199	32.5914309	35.347261	37.9265153	40.3651757
35	21.92251273	24.10286578	26.102653	27.9621227	29.7088566	31.896019	33.9514098	35.8991728
45	21.54006924	23.30475231	24.943385	26.4804521	27.9336043	29.762979	31.4896553	33.1308
55	21.28472598	22.76836534	24.158898	25.4723619	26.7207677	28.299835	29.7963356	31.2229806
65	21.10209646	22.38257211	23.591414	24.7397072	25.8360113	27.22838	28.5527825	29.8189257
75	20.9649695	22.09154617	23.161278	24.1821533	25.1604917	26.407453	27.597414	28.7379714
95	20.77273791	21.68137886	22.551696	23.3882399	24.1947462	25.228669	26.2207416	27.1758889
100	20.73608574	21.60285962	22.434517	23.2350727	24.0078464	24.999744	25.9526193	26.8709348
120	20.61871366	21.35068901	22.057051	22.7403479	23.4027406	24.256577	25.0802312	25.8768038
140	20.53363475	21.16717279	21.781202	22.3774403	22.9573734	23.707468	24.4335025	25.1377219
170	20.44239413	20.96964651	21.48314	21.983908	22.4728645	23.107823	23.7249073	24.3255835
200	20.37780257	20.82934102	21.270656	21.7024179	22.1252277	22.675979	23.2129208	23.7370649

Continuación

$x(\xi=-0.6)$	$x(\xi=-0.3)$	$x(\xi=0)$	$x(\xi=0.3)$	$x(\xi=0.6)$	$x(\xi=1)$	$x(\xi=1.4)$	$x(\xi=1.8)$
0.19207484	0.21681987	0.2071947	0.155187	0.0495145	-0.20311708	-0.63843762	-1.3582121
0.1823576	0.20234678	0.20094263	0.17488911	0.12008629	-0.0066258	-0.20912443	-0.5085745
0.17271155	0.18726017	0.19006788	0.1799426	0.15554526	0.09821301	0.00881421	-0.11734777
0.16789978	0.17936662	0.18295555	0.17800432	0.16381607	0.12925195	0.07508113	-0.00074531
0.16501107	0.17448198	0.17811154	0.17546159	0.16608876	0.14234942	0.10473933	0.05208692
0.16308312	0.1711531	0.17462186	0.17317176	0.16648886	0.14889557	0.12068782	0.08109226
0.16170447	0.16873598	0.17199289	0.17123178	0.16621545	0.15250375	0.13025907	0.09892429
0.16066943	0.16689999	0.16994246	0.16960316	0.16569501	0.15461706	0.13644265	0.11074658
0.1592186	0.16429398	0.16695224	0.16706123	0.16449433	0.156698	0.14364449	0.12505699
0.15894199	0.16379265	0.16636619	0.16654109	0.16420103	0.156975	0.14481977	0.12748258
0.15805622	0.16217728	0.16445388	0.16479616	0.16311825	0.1575959	0.14814586	0.1345844
0.15741417	0.16099661	0.16303288	0.16345371	0.16219284	0.15778572	0.15013	0.13908485
0.15672564	0.159721	0.1614753	0.16193888	0.16106418	0.15773712	0.15184488	0.14328656
0.15623821	0.15881191	0.16035094	0.16081795	0.16017705	0.15753936	0.15279138	0.14585678

Continuación

$e/m(\xi=-0.6)$	$e/m(\xi=-0.3)$	$e/m(\xi=0)$	$e/m(\xi=0.3)$	$e/m(\xi=0.6)$	$e/m(\xi=1)$	$e/m(\xi=1.4)$	$e/m(\xi=1.8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.07438031	0.08268055	0.10071577	0.12500594
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.0813703	0.07534307	0.08104939	0.09406221	0.11204887
#NUM!	#NUM!	0.08956761	0.07846316	0.07613482	0.07965378	0.08813605	0.10030783
#NUM!	0.09759198	0.08365911	0.07792436	0.07647899	0.0790249	0.08535168	0.09465396
0.105563	0.08975384	0.08165789	0.07771725	0.07667132	0.07866626	0.0837202	0.09127724
0.09633808	0.08646668	0.08062248	0.07761285	0.07679411	0.07843429	0.082645	0.08901916
0.09194962	0.084581	0.07998811	0.07755163	0.0768793	0.07827192	0.08188191	0.08739823
0.08926014	0.08334847	0.07955947	0.07751207	0.07694186	0.07815188	0.08131183	0.08617623
0.08608535	0.08182841	0.07901718	0.07746479	0.07702758	0.07798625	0.08051634	0.08445373
0.08554261	0.08156209	0.07892074	0.07745678	0.07704367	0.07795502	0.08036512	0.08412382
0.08391583	0.08075339	0.07862549	0.07743307	0.07709465	0.07785574	0.07988171	0.08306366
0.08283079	0.08020568	0.07842359	0.07741768	0.0771311	0.07778446	0.07953206	0.08229131
0.08174378	0.07965069	0.07821754	0.07740273	0.07716971	0.07770866	0.07915775	0.081459
0.08101737	0.07927647	0.07807782	0.07739307	0.07719676	0.0776554	0.07889314	0.08086705

Continuación

$y_f(\xi=-0.6)$	$y_f(\xi=-0.3)$	$y_f(\xi=0)$	$y_f(\xi=0.3)$	$y_f(\xi=0.6)$	$y_f(\xi=1)$	$y_f(\xi=1.4)$	$y_f(\xi=1.8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.76470961	0.8846886	0.84993784	0.69246159
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.60547957	0.7243085	0.80993097	0.80584899	0.7207863
#NUM!	#NUM!	0.51933513	0.61237417	0.68195764	0.73601217	0.74248267	0.7029914
#NUM!	0.46541672	0.54554994	0.61049658	0.66006948	0.69982667	0.70758085	0.6837997
0.42472748	0.49665773	0.55766917	0.60798979	0.64660235	0.67818267	0.68578168	0.66954256
0.45713777	0.51482302	0.56461442	0.60576941	0.63743958	0.66370022	0.6708418	0.65889099
0.47816049	0.52691677	0.56907136	0.60391643	0.63078466	0.65329462	0.65993701	0.65069147
0.49323064	0.53557038	0.57215232	0.60237983	0.62572396	0.64544044	0.65161168	0.64419778
0.51353913	0.5471397	0.57610242	0.60001419	0.61852456	0.63434688	0.63971246	0.63457187
0.51731557	0.54927517	0.57680783	0.59953482	0.61713656	0.6322181	0.63740993	0.6326628
0.52922109	0.5559687	0.57896592	0.59793785	0.61265552	0.62536563	0.62995529	0.62637901
0.53768133	0.56068629	0.58043527	0.5967206	0.60937047	0.62036024	0.62446765	0.62165253
0.54660484	0.56562403	0.58192347	0.59535852	0.60581005	0.61495082	0.61849537	0.61641096
0.55283239	0.56904534	0.58292273	0.5943582	0.60326438	0.61109204	0.61420769	0.61258453

Anexo 14: Valores obtenidos analíticamente para la rueda conducida, sin considerar la carga radial ($K=1$) y para un coeficiente de fricción 0,2.

Z (No. de Dientes)	$\delta(\xi=-0.6)$	$\delta(\xi=-0.3)$	$\delta(\xi=0)$	$\delta(\xi=0.3)$	$\delta(\xi=0.6)$	$\delta(\xi=1)$	$\delta(\xi=1.4)$	$\delta(\xi=1.8)$
10	36.41519591	42.06018759	46.960341	51.384793	55.4769759	60.561389	65.3341693	69.8755732
15	35.14145663	39.36689298	43.086977	46.4631446	49.5882875	53.463737	57.0867332	60.5161581
25	33.86893576	36.73204025	39.313776	41.6878524	43.9013634	46.657194	49.2364478	51.6751082
35	33.2324452	35.41279826	37.412585	39.2720551	41.018789	43.205952	45.2613422	47.2091052
45	32.85000172	34.61468479	36.253317	37.7903845	39.2435368	41.072911	42.7995878	44.4407324
55	32.59465845	34.07829781	35.468831	36.7822944	38.0307002	39.609768	41.1062681	42.5329131
65	32.41202893	33.69250458	34.901346	36.0496396	37.1459438	38.538313	39.862715	41.1288582
75	32.27490197	33.40147865	34.471211	35.4920858	36.4704242	37.717386	38.9073464	40.0479038
95	32.08267038	32.99131133	33.861629	34.6981723	35.5046787	36.538602	37.5306741	38.4858214
100	32.04601822	32.9127921	33.74445	34.5450052	35.3177789	36.309676	37.2625518	38.1808673
120	31.92864614	32.66062149	33.366984	34.0502803	34.7126731	35.56651	36.3901636	37.1867362
140	31.84356722	32.47710526	33.091134	33.6873728	34.2673058	35.017401	35.743435	36.4476544
170	31.75232661	32.27957898	32.793072	33.2938405	33.7827969	34.417756	35.0348397	35.6355159
200	31.68773504	32.13927349	32.580589	33.0123503	33.4351601	33.985911	34.5228533	35.0469973

Continuación

$x(\xi=-0,6)$	$x(\xi=-0,3)$	$x(\xi=0)$	$x(\xi=0,3)$	$x(\xi=0,6)$	$x(\xi=1)$	$x(\xi=1,4)$	$x(\xi=1,8)$
0.29934222	0.32563542	0.30673368	0.2295566	0.07396822	-0.31248806	-1.03510394	-2.40547673
0.28862134	0.30942012	0.30159092	0.26009285	0.1781555	-0.00987979	-0.31613057	-0.78647145
0.2779007	0.29282	0.29157038	0.27246617	0.23349271	0.14647483	0.01311953	-0.17497713
0.27253638	0.2842323	0.28483691	0.27347721	0.24917453	0.19474032	0.11243241	-0.00111226
0.26931287	0.27894681	0.28021149	0.27255785	0.25539537	0.21661759	0.15816444	0.07822391
0.26716059	0.27535628	0.27686506	0.27130314	0.25826909	0.22853606	0.18370764	0.12264225
0.26562122	0.27275472	0.2743375	0.27008324	0.25969807	0.23578869	0.19969002	0.15061065
0.26446539	0.27078162	0.27236274	0.2689855	0.2604238	0.24054441	0.2104756	0.16963242
0.2628451	0.26798527	0.26947802	0.26717522	0.26092925	0.24621123	0.22386456	0.19352721
0.26253617	0.26744789	0.26891202	0.26679307	0.26095635	0.24715783	0.22618824	0.19772045
0.26154688	0.26571755	0.26706378	0.26548703	0.26089005	0.24989572	0.23313183	0.21036875
0.26082979	0.26445399	0.26568911	0.26446006	0.260693	0.2515961	0.23768564	0.2187903
0.26006078	0.26308989	0.26418111	0.2632813	0.26033831	0.25314738	0.24211263	0.22711493
0.25951638	0.26211838	0.2630918	0.26239696	0.259995	0.25407082	0.2449545	0.23255785

Continuación

$e/m(\xi=-0,6)$	$e/m(\xi=-0,3)$	$e/m(\xi=0)$	$e/m(\xi=0,3)$	$e/m(\xi=0,6)$	$e/m(\xi=1)$	$e/m(\xi=1,4)$	$e/m(\xi=1,8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.07438031	0.08268055	0.10071577	0.12500594
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.0813703	0.07534307	0.08104939	0.09406221	0.11204887
#NUM!	#NUM!	0.08956761	0.07846316	0.07613482	0.07965378	0.08813605	0.10030783
#NUM!	0.09759198	0.08365911	0.07792436	0.07647899	0.0790249	0.08535168	0.09465396
0.105563	0.08975384	0.08165789	0.07771725	0.07667132	0.07866626	0.0837202	0.09127724
0.09633808	0.08646668	0.08062248	0.07761285	0.07679411	0.07843429	0.082645	0.08901916
0.09194962	0.084581	0.07998811	0.07755163	0.0768793	0.07827192	0.08188191	0.08739823
0.08926014	0.08334847	0.07955947	0.07751207	0.07694186	0.07815188	0.08131183	0.08617623
0.08608535	0.08182841	0.07901718	0.07746479	0.07702758	0.07798625	0.08051634	0.08445373
0.08554261	0.08156209	0.07892074	0.07745678	0.07704367	0.07795502	0.08036512	0.08412382
0.08391583	0.08075339	0.07862549	0.07743307	0.07709465	0.07785574	0.07988171	0.08306366
0.08283079	0.08020568	0.07842359	0.07741768	0.0771311	0.07778446	0.07953206	0.08229131
0.08174378	0.07965069	0.07821754	0.07740273	0.07716971	0.07770866	0.07915775	0.081459
0.08101737	0.07927647	0.07807782	0.07739307	0.07719676	0.0776554	0.07889314	0.08086705

Continuación

$yf(\xi=-0,6)$	$yf(\xi=-0,3)$	$yf(\xi=0)$	$yf(\xi=0,3)$	$yf(\xi=0,6)$	$yf(\xi=1)$	$yf(\xi=1,4)$	$yf(\xi=1,8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	1.14027793	1.30223212	1.16978397	0.85179569
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.84643145	1.02843001	1.14987544	1.11370756	0.94842137
#NUM!	#NUM!	0.68759234	0.82390391	0.92740236	1.00444458	1.00353636	0.92965387
#NUM!	0.59835551	0.71221667	0.80686798	0.8796242	0.93619521	0.94203073	0.89851368
0.53519982	0.63506314	0.72214666	0.79515861	0.85141616	0.8963003	0.90389307	0.87461632
0.57526481	0.65607496	0.72721572	0.78674886	0.83268316	0.86998224	0.87793016	0.85661746
0.60130386	0.66989536	0.73014453	0.78044245	0.81929364	0.85125427	0.85907865	0.84272819
0.61996824	0.67969101	0.73198101	0.77554499	0.80922723	0.83721667	0.84474518	0.83172209
0.6451035	0.69265209	0.73405139	0.76843929	0.79507091	0.81753041	0.82434919	0.81541241
0.64977436	0.69502628	0.7343809	0.76705191	0.79236312	0.81377129	0.82041497	0.81217978
0.66449158	0.70242869	0.73529818	0.76253699	0.78366707	0.80171072	0.80770541	0.80154646
0.6749415	0.70760831	0.73583318	0.75919411	0.7773355	0.79293902	0.79837665	0.79355689
0.68595518	0.71299429	0.73628708	0.75554164	0.7705136	0.78349469	0.78825023	0.78470664
0.69363581	0.71670391	0.73653408	0.75291258	0.7656612	0.77677975	0.78099693	0.77825317

Anexo 15: Valores obtenidos analíticamente para la rueda conducida, sin considerar la carga radial (K=1) y para un coeficiente de fricción 0,5.

Z (No. de Dientes)	$\delta (\xi=-0.6)$	$\delta (\xi=-0.3)$	$\delta (\xi=0)$	$\delta (\xi=0.3)$	$\delta (\xi=0.6)$	$\delta (\xi=1)$	$\delta (\xi=1.4)$	$\delta (\xi=1.8)$
10	51.67031461	57.31530629	62.215459	66.6399117	70.7320946	75.816507	80.589288	85.1306919
15	50.39657533	54.62201168	58.342095	61.7182633	64.8434062	68.718855	72.3418519	75.7712768
25	49.12405446	51.98715895	54.568895	56.9429711	59.1564821	61.912312	64.4915665	66.9302269
35	48.48756391	50.66791696	52.667704	54.5271738	56.2739077	58.46107	60.5164609	62.4642239
45	48.10512042	49.86980349	51.508436	53.0455032	54.4986555	56.32803	58.0547065	59.6958511
55	47.84977716	49.33341651	50.72395	52.0374131	53.2858189	54.864886	56.3613868	57.7880318
65	47.66714763	48.94762328	50.156465	51.3047583	52.4010625	53.793432	55.1178337	56.3839769
75	47.53002068	48.65659735	49.726329	50.7472045	51.7255429	52.972504	54.1624651	55.3030225
95	47.33778908	48.24643003	49.116747	49.953291	50.7597974	51.79372	52.7857928	53.7409401
100	47.30113692	48.1679108	48.999569	49.8001239	50.5728976	51.564795	52.5176705	53.435986
120	47.18376484	47.91574019	48.622102	49.3053991	49.9677918	50.821628	51.6452823	52.441855
140	47.09868592	47.73222396	48.346253	48.9424915	49.5224245	50.272519	50.9985537	51.7027731
170	47.00744531	47.53469769	48.048191	48.5489592	49.0379156	49.672874	50.2899584	50.8906347
200	46.94285374	47.39439219	47.835707	48.267469	48.6902788	49.24103	49.777972	50.302116

Continuación

$x(\xi=-0.6)$	$x(\xi=-0.3)$	$x(\xi=0)$	$x(\xi=0.3)$	$x(\xi=0.6)$	$x(\xi=1)$	$x(\xi=1.4)$	$x(\xi=1.8)$
0.50330571	0.55102905	0.53309657	0.41804515	0.14476875	-0.71754377	-3.27340517	-21.074995
0.48917982	0.52403322	0.51620327	0.45419234	0.32043215	-0.0188028	-0.65355498	-1.84001446
0.47470296	0.49805796	0.49660035	0.46673928	0.4038277	0.2580286	0.02369435	-0.32633998
0.46737989	0.48514526	0.48558009	0.46692893	0.42708277	0.33658837	0.19663297	-0.00197495
0.46296267	0.47735011	0.47848881	0.46532643	0.43665473	0.37189356	0.27329075	0.13632369
0.46000807	0.47211552	0.47353095	0.46354677	0.44137534	0.39133291	0.31572688	0.21187879
0.4578927	0.46835184	0.46986453	0.4619191	0.44395849	0.40337793	0.34232743	0.2590357
0.45630337	0.46551307	0.46704079	0.4604976	0.445467	0.41144811	0.36039704	0.29105376
0.45407414	0.4615123	0.46297298	0.45820779	0.4469566	0.42139196	0.38312401	0.33141807
0.45364895	0.46074641	0.46218216	0.45773074	0.44715698	0.42310848	0.38712247	0.33854328
0.4522871	0.45828655	0.45961522	0.45611317	0.44761562	0.42821978	0.3992197	0.36017424
0.45129971	0.45649624	0.45772053	0.45485292	0.44777112	0.43155634	0.40732025	0.37474458
0.45024061	0.45456903	0.45565541	0.45341677	0.44776895	0.43478733	0.41538562	0.38935093
0.44949074	0.45319995	0.4541719	0.45234557	0.44765937	0.43685467	0.42070505	0.39905757

Continuación

$e/m(\xi=-0.6)$	$e/m(\xi=-0.3)$	$e/m(\xi=0)$	$e/m(\xi=0.3)$	$e/m(\xi=0.6)$	$e/m(\xi=1)$	$e/m(\xi=1.4)$	$e/m(\xi=1.8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.07438031	0.08268055	0.10071577	0.12500594
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0.0813703	0.07534307	0.08104939	0.09406221	0.11204887
#NUM!	#NUM!	0.08956761	0.07846316	0.07613482	0.07965378	0.08813605	0.10030783
#NUM!	0.09759198	0.08365911	0.07792436	0.07647899	0.0790249	0.08535168	0.09465396
0.105563	0.08975384	0.08165789	0.07771725	0.07667132	0.07866626	0.0837202	0.09127724
0.09633808	0.08646668	0.08062248	0.07761285	0.07679411	0.07843429	0.082645	0.08901916
0.09194962	0.084581	0.07998811	0.07755163	0.0768793	0.07827192	0.08188191	0.08739823
0.08926014	0.08334847	0.07955947	0.07751207	0.07694186	0.07815188	0.08131183	0.08617623
0.08608535	0.08182841	0.07901718	0.07746479	0.07702758	0.07798625	0.08051634	0.08445373
0.08554261	0.08156209	0.07892074	0.07745678	0.07704367	0.07795502	0.08036512	0.08412382
0.08391583	0.08075339	0.07862549	0.07743307	0.07709465	0.07785574	0.07988171	0.08306366
0.08283079	0.08020568	0.07842359	0.07741768	0.0771311	0.07778446	0.07953206	0.08229131
0.08174378	0.07965069	0.07821754	0.07740273	0.07716971	0.07770866	0.07915775	0.081459
0.08101737	0.07927647	0.07807782	0.07739307	0.07719676	0.0776554	0.07889314	0.08086705

Continuación

yf ($\xi=-0.6$)	yf ($\xi=-0.3$)	yf ($\xi=0$)	yf ($\xi=0.3$)	yf ($\xi=0.6$)	yf ($\xi=1$)	yf ($\xi=1.4$)	yf ($\xi=1.8$)
#jNUM!	#jNUM!	#jNUM!	#jNUM!	4.32581577	4.37245001	2.28225146	0.53328135
#jNUM!	#jNUM!	#jNUM!	2.08919717	2.77076289	3.10422564	2.58943988	1.73842705
#jNUM!	#jNUM!	1.33350944	1.70495868	2.01115241	2.21577668	2.12339466	1.79866169
#jNUM!	1.04479542	1.31194188	1.55607613	1.75262514	1.89567544	1.87228135	1.69851963
0.87637806	1.08954588	1.29310521	1.47517314	1.62002921	1.73015301	1.72771306	1.61779321
0.93831853	1.11358282	1.27868244	1.42392818	1.53874545	1.62846667	1.63418872	1.55753462
0.97888007	1.12858123	1.26756297	1.38842242	1.48359723	1.5594189	1.56868412	1.51172135
1.00796235	1.13876238	1.25880228	1.36231523	1.44363337	1.50935888	1.52018922	1.4759257
1.0470635	1.1515875	1.24595556	1.32642063	1.3894641	1.44146934	1.45307218	1.42377537
1.05431647	1.1538499	1.24343342	1.31966129	1.37936055	1.42880109	1.4403749	1.41357023
1.07713435	1.16071638	1.23520372	1.29818037	1.34744854	1.38877296	1.39989289	1.38031367
1.09329905	1.16534233	1.22909452	1.28275492	1.32471169	1.36023554	1.37069178	1.35564281
1.11029768	1.16998499	1.22241041	1.26633469	1.30066656	1.33003459	1.33947392	1.32863326
1.12212666	1.17307717	1.21759639	1.25478002	1.28384041	1.30888426	1.31741474	1.30914962

Anexo 16: Valores obtenidos analíticamente para la rueda conducida, sin considerar la carga radial (K=1) y para un coeficiente de fricción 0,8.

Z (No. de Dientes)	$\delta (\xi=-0.6)$	$\delta (\xi=-0.3)$	$\delta (\xi=0)$	$\delta (\xi=0.3)$	$\delta (\xi=0.6)$	$\delta (\xi=1)$	$\delta (\xi=1.4)$	$\delta (\xi=1.8)$
10	63.76507169	69.41006337	74.310216	74.3102165	82.8268517	87.911264	91.5151131	97.225449
15	62.49133241	66.71676876	70.436852	70.4368523	76.9381633	80.813613	83.5509199	87.8660339
25	61.21881154	64.08191603	66.663652	66.6636519	71.2512392	74.007069	75.955886	79.024984
35	60.58232098	62.76267404	64.762461	64.7624609	68.3686648	70.555827	72.1082762	74.558981
45	60.1998775	61.96456057	63.603193	63.6031928	66.5934126	68.422787	69.7264008	71.7906082
55	59.94453423	61.42817359	62.818707	62.8187067	65.380576	66.959643	68.0890079	69.8827889
65	59.76190471	61.04238036	62.251222	62.251222	64.4958196	65.888189	66.8872913	68.4787339
75	59.62477775	60.75135443	61.821086	61.8210864	63.8203	65.067262	65.9646313	67.3977796
95	59.43254616	60.34118711	61.211504	61.2115044	62.8545545	63.888477	64.6361693	65.8356971
100	59.395894	60.26266788	61.094326	61.0943256	62.6676547	63.659552	64.3776084	65.5307431
120	59.27852192	60.01049727	60.716859	60.7168594	62.0625489	62.916386	63.5367768	64.536612
140	59.193443	59.82698104	60.44101	60.4410102	61.6171816	62.367276	62.9139291	63.7975301
170	59.10220239	59.62945476	60.142948	60.1429481	61.1326727	61.767631	62.2320366	62.9853917
200	59.03761082	59.48914927	59.930464	59.9304644	60.7850359	61.335787	61.7397308	62.3968731

Continuación

x($\xi=-0.6$)	x($\xi=-0.3$)	x($\xi=0$)	x($\xi=0.3$)	x($\xi=0.6$)	x($\xi=1$)	x($\xi=1.4$)	x($\xi=1.8$)
0.78530494	0.90996144	0.96252085	0.63153287	0.39441613	-7.14316426	7.16217257	4.34566465
0.76328567	0.84712401	0.87612734	0.67866872	0.63714853	-0.04534976	-1.42113758	-26.0063475
0.74008111	0.79200775	0.80930968	0.69810063	0.70280085	0.47679493	0.17973209	-0.72598392
0.72822473	0.76624783	0.77936649	0.70141451	0.71350468	0.58145885	0.42114195	-0.0037279
0.72105419	0.75116369	0.76193305	0.70177115	0.71535811	0.62325823	0.51485355	0.24169147
0.71625353	0.7412189	0.75041891	0.70137771	0.71490481	0.64471465	0.56337697	0.36352146
0.71281523	0.73415638	0.74221231	0.700796	0.71377994	0.65734163	0.59252406	0.43560223
0.71023164	0.72887659	0.73605335	0.70019687	0.71249844	0.66545232	0.61172412	0.48289344
0.70660776	0.72150264	0.72740679	0.69912395	0.7100636	0.67495309	0.63510851	0.5406636
0.7059166	0.72009976	0.72575487	0.69888853	0.70951332	0.67652437	0.63912495	0.55064952
0.70370296	0.71561284	0.7204543	0.69806801	0.70756135	0.68104857	0.65107462	0.5805758
0.70209817	0.71236492	0.71659965	0.69740956	0.70596174	0.68384798	0.65888739	0.6004012
0.70037704	0.7088851	0.71245142	0.69664359	0.70406841	0.68640295	0.66648994	0.62000197
0.69915859	0.70642327	0.70950429	0.69606366	0.70261348	0.6879308	0.67139175	0.63287227

Continuación

$e/m(\xi=-0,6)$	$e/m(\xi=-0,3)$	$e/m(\xi=0)$	$e/m(\xi=0,3)$	$e/m(\xi=0,6)$	$e/m(\xi=1)$	$e/m(\xi=1,4)$	$e/m(\xi=1,8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,07438031	0,08268055	0,09555323	0,12500594
#NUM!	#NUM!	#NUM!	0,0813703	0,07534307	0,08104939	0,09028846	0,11204887
#NUM!	#NUM!	0,08956761	0,07846316	0,07613482	0,07965378	0,08563443	0,10030783
#NUM!	0,09759198	0,08365911	0,07792436	0,07647899	0,0790249	0,08346685	0,09465396
0,105563	0,08975384	0,08165789	0,07771725	0,07667132	0,07866626	0,08220449	0,09127724
0,09633808	0,08646668	0,08062248	0,07761285	0,07679411	0,07843429	0,08137619	0,08901916
0,09194962	0,084581	0,07998811	0,07755163	0,0768793	0,07827192	0,08079027	0,08739823
0,08926014	0,08334847	0,07955947	0,07751207	0,07694186	0,07815188	0,08035367	0,08617623
0,08608535	0,08182841	0,07901718	0,07746479	0,07702758	0,07798625	0,07974614	0,08445373
0,08554261	0,08156209	0,07892074	0,07745678	0,07704367	0,07795502	0,07963087	0,08412382
0,08391583	0,08075339	0,07862549	0,07743307	0,07709465	0,07785574	0,07926294	0,08306366
0,08283079	0,08020568	0,07842359	0,07741768	0,0771311	0,07778446	0,07899733	0,08229131
0,08174378	0,07965069	0,07821754	0,07740273	0,07716971	0,07770866	0,07871346	0,081459
0,08101737	0,07927647	0,07807782	0,07739307	0,07719676	0,0776554	0,0785131	0,08086705

Continuación

$yf(\xi=-0,6)$	$yf(\xi=-0,3)$	$yf(\xi=0)$	$yf(\xi=0,3)$	$yf(\xi=0,6)$	$yf(\xi=1)$	$yf(\xi=1,4)$	$yf(\xi=1,8)$
#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	-0,24194231	-0,5007884	-0,20590159	-0,36160395
#NUM!	#NUM!	#NUM!	-21,9336382	-0,40405653	-0,4437253	-0,66643892	0,11987075
#NUM!	#NUM!	1,99147866	0,97548317	-1,23099971	-1,08797604	-1,45901518	2,61001554
#NUM!	0,40560919	0,80998622	0,64577541	15,7804122	-8,41077528	-93,6903743	1,54926124
0,24015201	0,37952665	0,60913997	0,53533751	1,62090488	2,41326809	2,15080633	1,07461241
0,25302991	0,36532548	0,52413216	0,47959676	0,99780605	1,25368521	1,22416466	0,85457753
0,26194389	0,35593794	0,47682945	0,44586809	0,77691762	0,91949073	0,91890779	0,73113111
0,26838011	0,34919774	0,44659395	0,42322173	0,66356323	0,76041337	0,76674598	0,65275572
0,27699855	0,34010905	0,41006466	0,39468378	0,54794273	0,60601965	0,61463548	0,55929886
0,27858666	0,33841805	0,40374915	0,38961642	0,52992485	0,58263691	0,59121007	0,54332421
0,2835517	0,33308404	0,38471904	0,37410602	0,47866877	0,51707634	0,52497664	0,49557784
0,28703514	0,32929002	0,37195126	0,36349534	0,44662496	0,47679095	0,48386924	0,46389825
0,29066258	0,32528399	0,35910635	0,35265415	0,416108	0,43891035	0,44492773	0,43233495
0,29316274	0,32248513	0,35049412	0,34529174	0,39654346	0,41486695	0,4200638	0,4113505