

Facultad de Ingeniería Mecánica
Colectivo de Mecánica Aplicada

**Análisis de las Averías de la viga
superior de la confeccionadora ELBA
SU94_ES de la Empresa POLIALBA**

Autor: Sandy Hurtado Herrera.

Tutores: Dr. Rafael Goytisoló Espinosa

M.Sc. Juan Gabriel Noa Águila

M.Sc. Rohary Padilla Rodríguez

Ing. Alan Hidalgo Fonseca

Consultante: Ing. Raul Alfonso Rodríguez.

Cienfuegos, 2011.

“Año 53 de la Revolución”

Declaración de autoridad.



Facultad de Ingeniería Mecánica.

Hago constar que el presente trabajo fue realizado en la Universidad de Cienfuegos, como parte de la culminación de los estudios en la especialidad de Ingeniería Mecánica; autorizando a que el mismo sea utilizado para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total, y además no podrá ser presentado en eventos ni publicado sin la aprobación de la Universidad de Cienfuegos.

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido revisado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple los requisitos que debe tener un trabajo de esa envergadura, referido a la temática señalada.

Información Científico – Técnica, Firma

Firma del Vicedecano

Firma del Tutor

Sistema de Documentación y Proyectos

Pensamiento

A decorative L-shaped border composed of three parallel dark blue lines, framing the bottom right corner of the page.

Pensamiento.

Todos y cada uno de nosotros paga puntualmente su cuota de sacrificio consciente de recibir el premio en la satisfacción del deber cumplido, consciente de avanzar con todos hacia el Hombre Nuevo que vislumbra en el horizonte.

Ernesto Ché Guevara.

Dedicatoria



Dedicatoria

A mis padres Pedro y Xiomara que son los mejores del mundo, porque gracias a su educación, amor y entrega, he podido llegar a donde estoy.

A mi novia Leidy Laura por darme el amor y apoyo necesario para poder cumplir mis sueños.

A mi hermana Yeny por creer en mí.

A mi familia que de una manera y otra me apoyaron en los momentos difíciles.

A mis tutores por tener paciencia, y creer en el éxito de este Trabajo de Diploma.

A todas las personas que me han brindado su apoyo, respeto y cariño, en especial a mis compañeros de aula Maikel, Dallán, Raimel y Oriel.

Agradecimientos.

Agradecimiento

Especialmente a mis padres que me apoyaron desde el inicio de mis estudios y me alertaron constantemente y me prepararon para llegar hacer lo que soy;

A mi familia y aquellas personas que desde que ingresé a esta universidad me brindaron su mano en los malos y buenos momentos y que también los considero como mi familia;

A mis tutores: Rafael Goytísolo, Juan Noa, Rohary Padilla, Alan Hidalgo, gracias por su esmerada dedicación y entrega;

A Raúl Alfonso, por dedicar parte de su tiempo en mí, por rectificarme y encaminarme en este trabajo;

A mi novia por estar a mi lado en los momentos buenos y malos, por darme su apoyo y confiar en mí;

A los trabajadores de Equifa, en especial al grupo de trabajo de mantenimiento, Adriamny, Trelles, Miguelito, Xiomara, a ellos gracias por su ayuda;

A todos mis profesores que durante toda la carrera pusieron todo su empeño y dedicación, gracias por sus enseñanzas;

A mis compañeros de aula y a mis amigos;

A todos, ¡Muchas Gracias!

Resumen

A decorative L-shaped border composed of three parallel dark blue lines, extending from the bottom left towards the top right of the page.

RESUMEN

El presente trabajo realizado en la Empresa EQUIFA de Cienfuegos analiza la falla ocurrida después de la instalación de la Confeccionadora ELBA en diciembre del 2009, la cual estuvo trabajando sin imperfecciones hasta el mes de septiembre del 2010. Fue detectada la fractura de la barra superior fabricada del material T7 según GOST 2685-63. Después de haberse examinado la avería, se analizó la forma de la grieta; observándose que la pieza se fracturó por fatiga en su sección más débil. Posteriormente se procedió a la construcción de un esquema de análisis, empleando el método de las fuerzas y de la viga equivalente, apoyándose para la solución de las ecuaciones del software MATHLAB y Mechanical Desktop. Se construyeron los diagramas de momentos flectores y cortantes, el gráfico de tensiones dando la posibilidad de evaluar la zona fracturada. Se llegó a la conclusión que en la misma las tensiones de trabajo eran muy similares a las tensiones permisibles para el material de la barra y sumando a esto las imperfecciones presentes en dicha zona, da una explicación de la fractura ocurrida.

Índice



Índice

Pág.

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I: CARACTERIZACIÓN DE LA CONFECCIONADORA: ELBA SU94_ES, PERTENECIENTE A LA UEB: POLIALBA. DEFECTACIÓN DEL SISTEMA DE CORTE Y SOLDADURA DESDE EL MOTOR HASTA EL BLOQUE DE SELLADO.....	5
Descripción general de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES.	5
1.1.1 Generalidades de la máquina.	5
1.1.2. Grupo de Alimentación.	6
1.1.3. Grupo de soldadura y corte de las bolsas.	8
1.1.4. Grupo de transporte apilado y recogida.	10
Especificaciones técnicas de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES.	12
1.2.1 Parámetros técnicos de la máquina.	12
1.2.2 Esquema cinemático del sistema de corte de la confeccionadora.	14
1.2.3 Datos técnicos de los principales elementos del Mecanismo de corte y soldadura.	15
1.3 Defectación de los elementos del sistema de corte de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES.....	17
1.3.1 Defectación de la barra superior.	18
1.3.2 Defectación de la barra inferior.	24

1.4 Conclusiones del Capítulo.	28
CAPÍTULO II: EMPLEO DEL MÉTODO DE LA FUERZA Y CÁLCULO DE RIGIDEZ EN APOYOS ELÁSTICOS.	29
2.1 Utilización del Método de las Fuerzas en la solución de barras hiperestáticas.	29
2.2 Utilización del Método de las Fuerzas en el caso de apoyos linealmente elásticos.	31
2.3 Método de cálculo de la rigidez de los apoyos elásticos.	31
2.4 Método de los Parámetros de Origen para el cálculo de los desplazamientos. Método de la Viga Equivalente.	32
2.5 Conclusiones del Capítulo.	42
CAPÍTULO III: DETERMINACIÓN DE LAS FUERZAS, MOMENTOS FLECTORES Y TENSIONES QUE SURGEN EN LA BARRA SUPERIOR.	43
3.1 Cálculo de la fuerza sobre la Guía:	43
3.2- Esquema de Análisis de la barra superior de la confeccionadora ELBA SU94_ES.	46
3.3- Solución por el Método de las Fuerzas.	47
3.3.1 Cálculo de la constante de rigidez de los muelles.	63
3.3.2 Determinación del Módulo de Elasticidad Longitudinal para los muelles.	63
3.3.3 Determinación del Momento de Inercia de la barra superior.	64

3.4 Construcción de diagramas de Fuerzas de Cortante y Momentos Flectores.	67
3.5 Determinación de las tensiones que surgen en la barra superior	71
3.6 Cálculo de la Flecha en la barra superior.....	73
3.7 Conclusiones del Capítulo.	76
CONCLUSIONES	77
RECOMENDACIONES.....	78
BIBLIOGRAFÍA	79
ANEXOS	81

Introducción



Introducción

La Empresa de Fertilizantes Nitrogenados de Cienfuegos surge como resultado de una negociación entre Cuba y la firma Inglesa Simons Carves con un costo de 46,0 millones de dólares, los movimientos de tierra comenzaron en el año 1968 y la puesta en marcha en el año 1973. Sus producciones principales eran la Urea y el Nitrato para el desarrollo de la agricultura cañera y no cañera, con producciones intermedias de Amoniaco y Acido Nítrico.

La mano de la CIA y la actitud sumisa de los ingleses generan serias deficiencias técnicas y la parada obligatoria en el año 1975, arrancando nuevamente con el apoyo de técnicos de la antigua Unión Soviética en 1979 hasta que el periodo especial provoca su parada definitiva en el 1993.

En el 2003 la Dirección del Ministerio de la Industria Básica (MINBAS) decide insertarla dentro de las Empresas productoras de medicamentos, dando lugar a un cambio de denominación y de objetivo social, por lo que Fertilizantes cambia su nombre por Empresa Químico Farmacéutica de Cienfuegos (EQUIFA). Esta nueva empresa se subordina al Grupo Empresarial de la Industria Química (GEIQ). Con el desarrollo de nuestras producciones químicas en el año 2005. Cambió nuevamente de nombre para llamarse Empresa Química de Cienfuegos.

EQUIFA consta de varias Unidades Empresariales Básicas (UEB), este trabajo se sitúa específicamente en la UEB: Polialba; en esta planta se realizó una inversión a finales del año 2009, adquiriéndose equipamiento de última tecnología a empresas italianas, se compraron tres confeccionadoras ELBA, dos extrusoras Zocchi, dos compresores Atlas Copco, un sistema de enfriamiento a Euro Chiller y otros equipos auxiliares de la planta, posibilitando que la UEB sea la encargada de soportar el mayor peso en valor, ya que sus producciones representan el setenta por ciento del total en la empresa, pues se dedica a la producción de treinta y cuatro tipos de bolsas de alta y baja densidad, cuatro tipos de mantas, cinco tipos de película retráctil, manteles y cortinas con una capacidad de producción de setenta y ocho millones de unidades anuales. Por este motivo es de vital importancia que cada equipo existente en la UEB Polialba esté al cien por ciento de su capacidad y disponibilidad.

Introducción

La confeccionadora ELBA SU94_ES, Fig.1, fue adquirida dentro de esta inversión y tiene como principal función la producción de bolsa de polietileno de baja densidad. Su ciclo de trabajo comienza con el desenrollado de la bobina de película y la introducción de esta última en la máquina, ver Fig.2. Luego, a través del grupo de alimentación, continúa hasta el grupo de soldadura y corte, donde la película es transformada en bolsitas que luego se apilan unas sobre otras para facilitar su recogida.

Los principales parámetros que influyen sobre la elaboración y que tienen que controlarse y ajustarse, son los siguientes:

- velocidad de desbobinado y avance de la película en la soldadora.
- tensión constante de la película.
- centrado de la película.
- cadencia y centrado de los eventuales accesorios.
- cadencia del corte y de la soldadura (sincronizada entre los diferentes grupos).
- temperatura de soldadura.

La precisión de las dimensiones y la buena soldadura de las bolsas dependen del correcto establecimiento y combinación de los parámetros antes indicados. El control y las posibles correcciones se encargan al sistema de mando automático (PC) de la máquina y, en ciertos casos, a intervenciones manuales del operador.

Fig. 1: Confeccionadora ELBA SU94_ES.

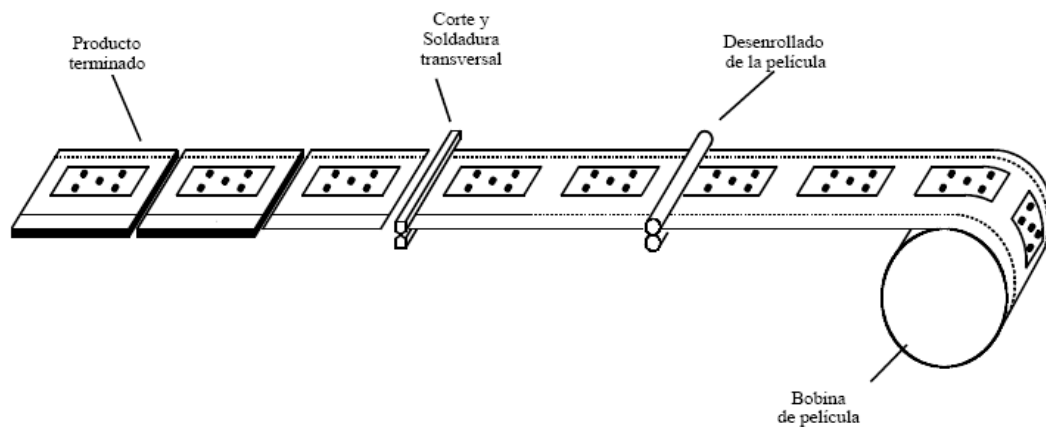


Fig.2: Ciclo de trabajo de la confeccionadora ELBA.

La viga superior de la Confeccionadora se fracturó y se hizo necesario recuperarla por soldadura. Se desconocen las causas de la fractura. La barra inferior que sujeta la cuchilla de corte también se fracturó. La viga superior es accionada por los extremos con sendos mecanismos de manivela – biela – corredera y la carga se transmite a la cuchilla a través de un conjunto de muelles cuya función es controlar la distribución de la carga lo mas uniformemente sobre la cuchilla, constituyendo este conjunto un sistema complejo de cargas.

Ante esta **Situación Problemática** se planteó la **Hipótesis** de que: Con un adecuado esquema de análisis que refleje lo más realmente posible la transmisión de la carga del motor a la viga superior y de esta a la cuchilla, es posible esclarecer la influencia que tienen los muelles en todo este proceso y explicar al mismo tiempo la causa de la fractura.

El **Objetivo General** del trabajo es entonces el siguiente:

- Investigar la influencia de la rigidez de los diferentes muelles en el carácter de la distribución de la carga sobre la cuchilla con vistas a poder esclarecer la causa de las averías.

Los **Objetivos Específicos** son:

1. Profundizar en las características y en el funcionamiento de la Confeccionadora, con el objetivo de comprender y poder modelar el proceso de transmisión de la carga desde el motor a la viga principal.
2. Modelar este proceso considerando la viga superior como apoyada sobre un conjunto de apoyos elásticos con vistas a poder construir el diagrama de momentos flectores y evaluar la resistencia de la barra superior.
3. Investigar las propiedades del material de la barra para poder realizar la evaluación de su resistencia.
4. Evaluar la resistencia de la barra superior y obtener conclusiones acerca de la posible causa de la avería.
5. Realizar recomendaciones para elevar su resistencia y para mejorar las condiciones de carga.

Capítulo I

Capítulo I: Caracterización de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES, perteneciente a la UEB: Polialba. Defectación del sistema de corte y soldadura desde el Motor hasta el bloque de sellado.



Capítulo I: Caracterización de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES, perteneciente a la UEB: Polialba. Defectación del sistema de corte y soldadura desde el Motor hasta el bloque de sellado.

1.1 Descripción general de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES.

1.1.1 Generalidades de la máquina.

La materia prima que llega a la confeccionadora es una película de polietileno de baja densidad, esta se introduce a la máquina en forma de bobina cuyo peso y diámetro máximo es de 1050 [Kg] y 1000 [mm] respectivamente, la película debe tener forma tubular y puede o no estar impresa por una o ambas caras, ver Fig.1.1. La película se transforma en bolsas a través de las siguientes fases de elaboración:

- desenrollado de la película e introducción en la máquina.
- corte de separación de la bolsa y soldadura de la cabecera y del fondo.
- elaboración complementaria de empaquetado, según el tipo de bolsa.

Al final de estas elaboraciones salen de la máquina bolsas terminadas, cuyo tipo y forma dependen de como esté equipada y programada la máquina.

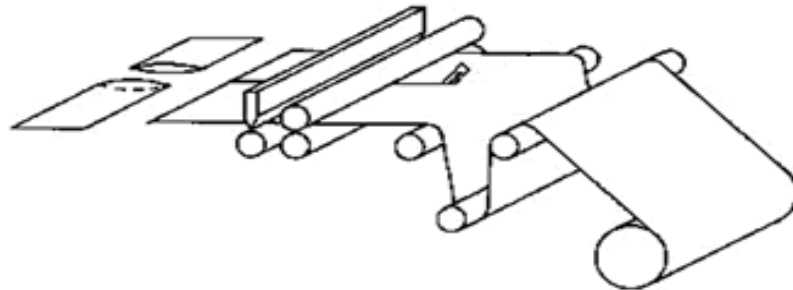


Fig. 1.1. Fases de elaboración realizadas por la máquina.

La máquina está formada por varios grupos de trabajo, Cada uno se encarga de una fase distinta de transformación de la materia prima, que en conjunto logran el proceso productivo desde la introducción de la materia prima hasta la confección del producto terminado, que en este caso son bolsas de baja densidad. Los grupos principales de la soldadora son:

- Grupo portabobina con dispositivo automático para centrar.
- Soldadora electrónica con estación de corte y soldadura.
- Mesa de apilado y recogida.

1.1.2. Grupo de Alimentación.

El grupo de alimentación o desenrollador, tiene la función de cargar y sostener la bobina de película de polietileno de baja densidad que se transformará en bolsas, además carga con la responsabilidad de controlar el desbobinado de la misma sin irregularidades, manteniendo la tensión constante de la película y sincronizándola a medida que avanza en la soldadora.

Constructivamente el grupo consta de las siguientes partes principales, Fig. 1.5:

- Cuerpo máquina (1);
- Grupo dispositivo para centrar la película (2);

Capítulo I: Caracterización de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES, perteneciente a la UEB: Polialba. Defectación del sistema de corte y soldadura desde el Motor hasta el bloque de sellado.

- Eje desenrollador (3);
- Cilindros de deslizamiento de la película (4);
- Rodillo dandy compensador (5);

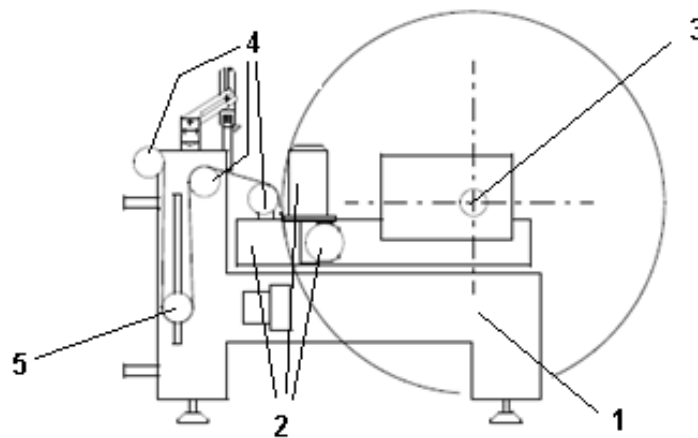


Fig. 1.5. Grupo de alimentación.

El desenrollado de la bobina está regulado mediante un freno electromagnético dirigido electrónicamente y sincronizado con el grupo soldador a través del rodillo dandy compensador. Ver, Fig. 1.6. El centrado automático corrige las posibles desviaciones de la película con respecto al punto de referencia.

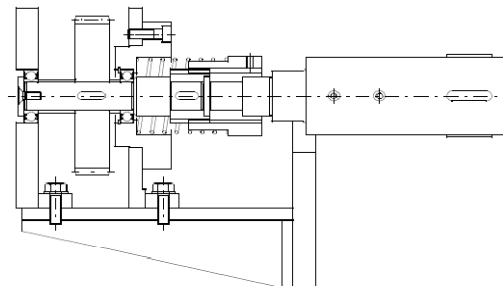


Fig. 1.6. Freno de la bobina.

1.1.3. Grupo de soldadura y corte de las bolsas.

Este grupo compone el corazón de la máquina, en este se centra el objetivo principal de este trabajo; el grupo de corte y soldadura como su nombre lo indica cumple la función principal en la máquina que es convertir la materia prima introducida a la máquina en producto terminado, es decir, transforma la película de polietileno en bolsas. Constructivamente consta de las partes principales:

- Cuerpo de la máquina.
- Subgrupo de avance de la película sincronizado con las barras soldadoras.
- Subgrupo de barras soldadoras.

Un par de rodillos accionados por un servomotor garantiza la alimentación con película a las barras soldadoras, este avance es regulado por rodillos compensadores “dandy”, ver Fig. 1.7.

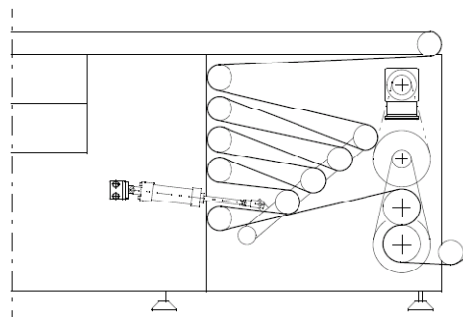


Fig. 1.7. Rodillos de alimentación a las barras soldadoras.

En las barras soldadoras radica la actividad más importante del equipo, estas se mueven a través de un mecanismo de biela-manivela-corredora como se muestra en la Fig. 1.8.

Las barras son movibles, es decir, se abren y se cierran este movimiento es dirigido por las excéntricas de dicho mecanismo. El esquema cinemático se muestra en el epígrafe: 1.2.2.

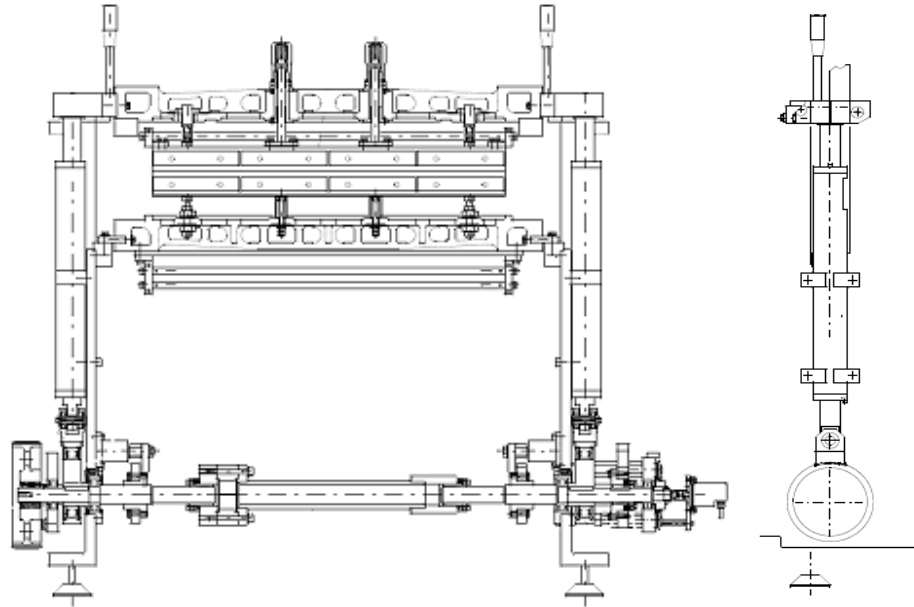


Fig. 1.8. Esquema del mecanismo que mueve las barras soldadoras.

Las barras soldadoras constan de tres partes, Fig. 1.9, la parte inferior está ocupada por un cilindro de acero recubierto de silicona, el revestimiento de silicona se resguarda del calor por razón de una cinta de teflón resistente a altas temperaturas, el teflón asegura que al material a soldar no quede adherido al cilindro; la barra inferior se fabricó de hierro fundido y está provista de sendas resistencias en sus lados. Un soplo de aire generado por agujas colocadas precediendo las barras facilita la expulsión de la bolsa en la zona de la soldadura.

Capítulo I: Caracterización de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES, perteneciente a la UEB: Polialba. Defectación del sistema de corte y soldadura desde el Motor hasta el bloque de sellado.

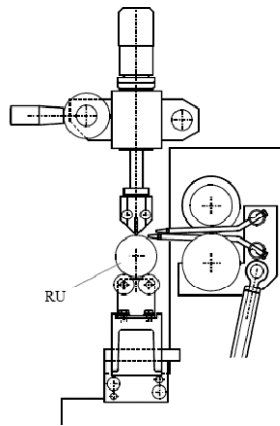


Fig. 1.9. Esquema de las barras soldadoras.

1.1.4. Grupo de transporte apilado y recogida.

El grupo de transporte, garantiza el traslado de las bolsas de la zona de corte y soldadura hasta la mesa de recogida, mediante dos bandas independientes, formadas por correas planas en la parte inferior y redondas en la superior, Fig. 1.10. La velocidad de rotación de las bandas transportadoras varía en función del tipo de bolsa y se obtiene mediante dos motores de corriente continua accionados por convertidores transistorizados. Por consiguiente, la traslación de la bolsa en las bandas permite el enfriamiento de la soldadura.

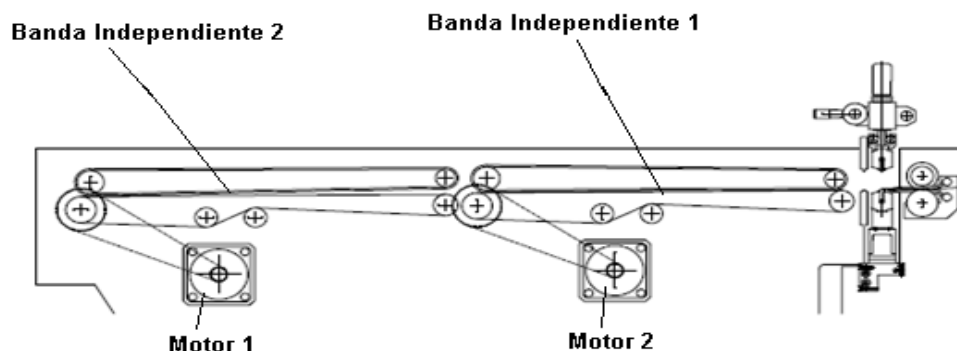


Fig. 1.10. Bandas transportadoras.

Constructivamente el grupo fue fabricado para poder separarse físicamente de la soldadora, ver Fig. 1.11. Facilitando cualquier operación de mantenimiento pues el alejamiento de la mesa deja completamente libre la zona de soldadura.

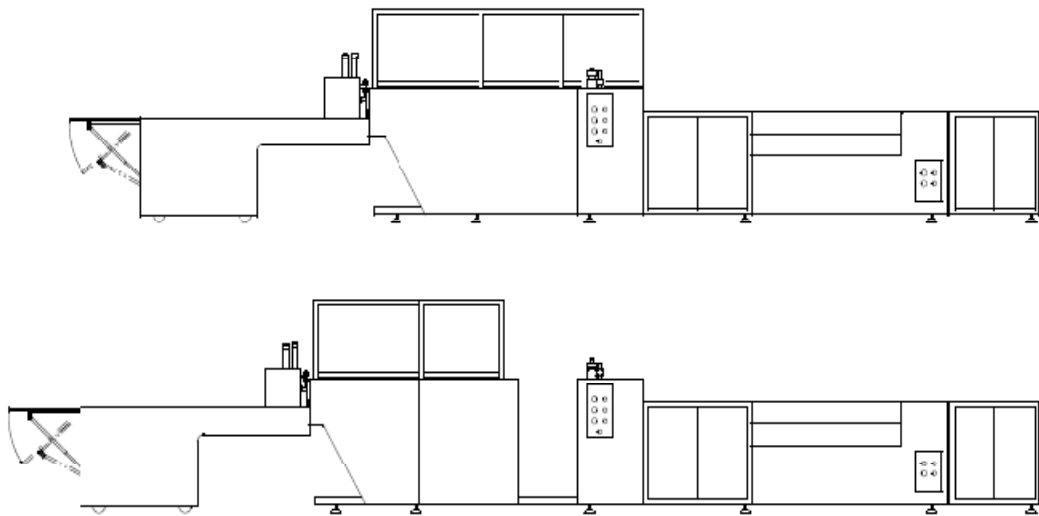


Fig. 1.11. Mesa próxima y mesa alejada de la soldadora.

En la mesa de recogida ocurre la formación de los mazos, es decir, paquetes con un número de bolsas preestablecida viajan por encima de la mesa por encima de las correas planas que funcionan como bandas transportadoras de mazos, al final de la mesa se encuentra situado el operador auxiliar que se encarga de recoger los mazos y empaquetarlos en dependencia con los requerimientos del cliente. Ver Fig. 1.12.

Las partes principales son:

- grupo de apilado y formación de los "mazos".
- banda de transporte de los mazos.
- mesa de recogida de las bolsas.

Capítulo I: Caracterización de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES, perteneciente a la UEB: Polialba. Defectación del sistema de corte y soldadura desde el Motor hasta el bloque de sellado.

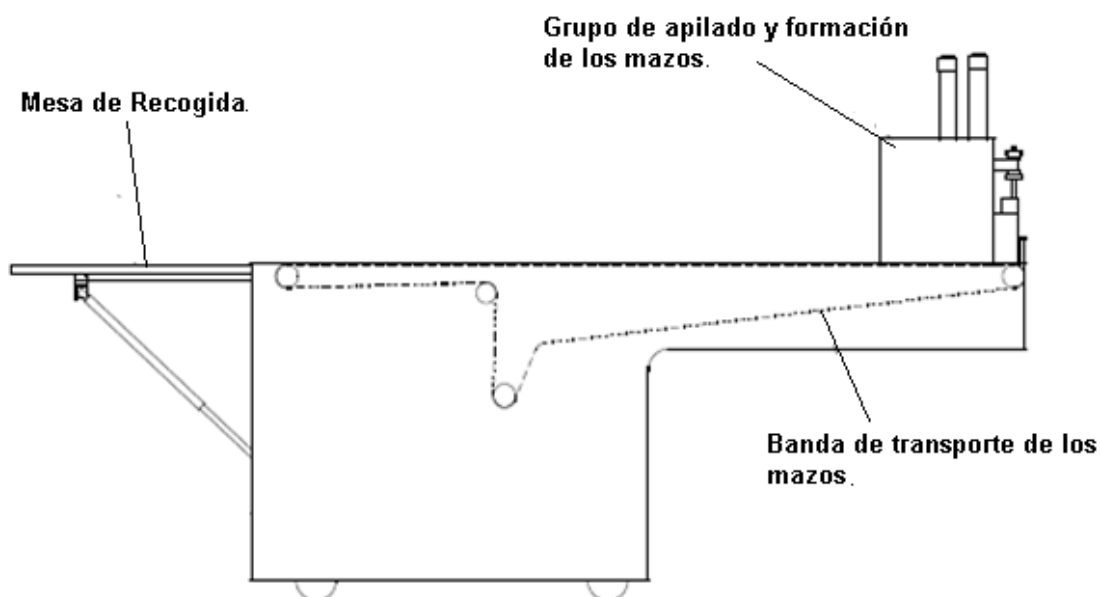


Fig. 1.12. Mesa de recogida.

Especificaciones técnicas de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES.

1.2.1 Parámetros técnicos de la máquina.

La máquina fue concebida para la transformación de película de material plástico en bolsas cuyas características, tipo de material, dimensiones, pesos y demás características han sido establecidas de común acuerdo con el fabricante.

Los datos generales de la máquina, se encuentran en la Tabla 1.1.

Tabla 1.1. Principales características técnicas de la máquina.

Parámetros	UM	Valores
Ancho útil de la soldadura	mm	1100
Largo mín. de las bolsas	mm	100

Capítulo I: Caracterización de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES, perteneciente a la UEB: Polialba. Defectación del sistema de corte y soldadura desde el Motor hasta el bloque de sellado.

Largo máx. de las bolsas	mm	1200
Velocidad mecánica	golpes/min	250
Velocidad máx. de la película	m/min	120
Tensión	V. trifase $\pm 10\%$	230 /400/460
Frecuencia	Hz.	50 / 60
Potencia total instalada	Kw	30
Potencia resistencia	Kw	6
Potencia absorbida	Kw	17
Presión de ejercicio aire comprimido	bar	4/7
Consumo de aire	l/min	350
Conexión a la red	Gas	3,8"
Presión de ejercicio agua	bar	2/3
Consumo de agua	l/min	5
Temperatura de trabajo	°C	25
Nivel acústico (Punto operador)	dB (A)	77,6

1.2.2 Esquema cinemático del sistema de corte de la confeccionadora.

Según se puede apreciar en la Fig. 1.13, la barra fracturada (1) forma parte del sistema de corte, esta se encuentra situada en la parte superior del mecanismo, la barra está atornillada a los cilindros (2) que se deslizan por dentro de las guías cilíndricas (3), el conjunto asume un movimiento vertical cíclico debido a las excéntricas (4), las cuales rotan producto al movimiento circular que les llega desde la polea (5), a su vez el motor se encarga de transmitir potencia al mecanismo a través de la polea (6) y la transmisión por correa (7).

La cuchilla (8), corta y sella la película a altas temperaturas, esta se encuentra ubicada dentro de la barra inferior (9) que a su vez está fija a la barra (1) mediante un apoyo elástico, este está conformado por once resortes de tres tipos (16, 17, 18) que trabajan a compresión y fuerzan el retorno de la barra inferior (9), la cual es restringida por las guías (11), donde se deslizan los soportes verticales (12), lo cual hace posible regular su desplazamiento, estableciendo de esta manera el tiempo de permanencia en contacto entre la cuchilla (8) y el cilindro de silicona sintética (13).

El cilindro (13) amortigua los golpes de la cuchilla (8), este gira mediante el mecanismo de excéntricas (14), apoyado sobre dos rodillos cilíndricos (10), el giro siempre se realiza en un solo sentido, debido a la chicharra (15). Esta acción se realiza para garantizar que la cuchilla caliente nunca toque dos veces en el mismo lugar, logrando así el enfriamiento del mismo.

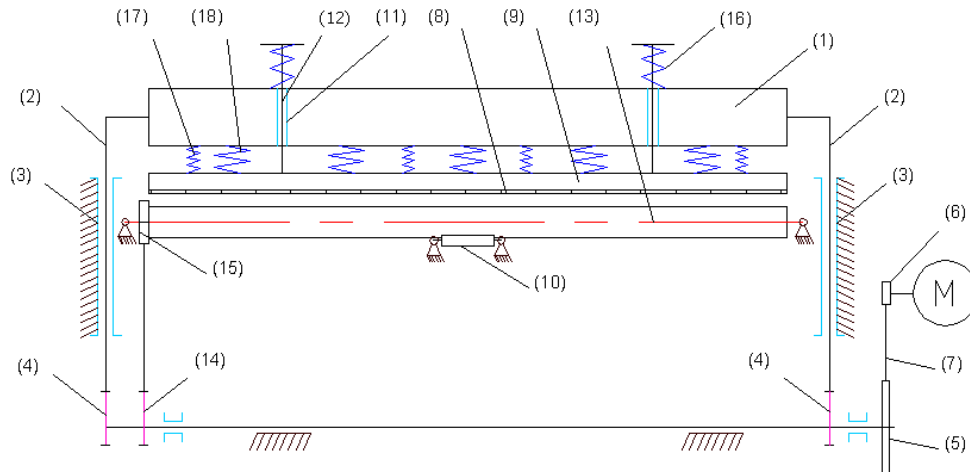


Fig.1.13. Esquema cinemático de la confeccionadora, ELBA SU94_ES.

1.2.3 Datos técnicos de los principales elementos del Mecanismo de corte y soldadura.

➤ Motor.

Encargado del accionamiento del mecanismo que mueve el sistema de corte, mediante un variador, este es capaz de accionar el mecanismo en múltiples regímenes de trabajo.

- Modelo: BRUSHLESS.
- Tipo: LafertB7128PAH3A05, 8 Polos.
- Potencia: $N_m = 4.4$ [kW].
- Velocidad de giro: $n_m = 1\ 500$ [r/min].

➤ Excéntricas.

- Diámetro exterior: $D=11$ [cm].
- Exentricidad: 0.52 [cm].

➤ **Barra superior.**

- Material: Aleación de Aluminio T7 según GOST 2685-63, con termotratamiento y colada en coquilla.
- Masa: 13.5 [Kg].
- Dureza: HRC 50.
- $[\sigma_t] = 255 \text{ N/mm}^2$

➤ **Barra inferior.**

- Material: Hierro fundido
- Masa: 7.1 [Kg].
- Dureza: HRC 197.

➤ **Cuchilla.**

- Material: Hierro fundido.
- Flecha: 0.8 [cm].
- Dureza: HRC 60

➤ **Resortes (16).**

- Cantidad: 2
- Número de espiras: $Z = 10$.
- Diámetro ext. de la espira: $d = 2.2$ [cm].
- Diámetro del alambre: $d_e = 0.25$ [cm].
- Material: Acero para muelles de alto contenido de carbono.

➤ **Resortes (17).**

- Cantidad: 4.
- Número de espiras: $Z = 7$.
- Diámetro ext. de la espira: $d = 2.1$ [cm].

Capítulo I: Caracterización de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES, perteneciente a la UEB: Polialba. Defectación del sistema de corte y soldadura desde el Motor hasta el bloque de sellado.

- Diámetro del alambre: $d_e = 0.25$ [cm].
- Material: Acero para muelles de alto contenido de carbono.

➤ **Resortes (18).**

- Cantidad: 5.
- Número de espiras: $Z = 6$.
- Diámetro ext. de la espira: $d = 5.1$ [cm].
- Diámetro del alambre: $d_e = 0.5$ [cm].
- Material: Acero para muelles de alto contenido de carbono.

1.3 Defectación de los elementos del sistema de corte de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES.

Antecedentes:

Tras la instalación de la ELBA en diciembre del 2009, estuvo trabajando sin imperfecciones hasta el mes de septiembre del 2010, donde fue detectada la fractura de la barra inferior Fig. 1.14 b), la barra inferior se desmontó de la máquina y se reparó, fue soldada en La Empresa Serviquímica, dedicada a prestar servicios de mantenimiento a todas las empresas pertenecientes al grupo químico; la máquina estuvo produciendo alrededor de un mes con la barra inferior recuperada hasta que los fabricantes enviaron a la planta, una nueva barra del mismo material en sustitución a la anterior ya que la máquina aún se encontraba en su período de garantía; después de ser instalada la nueva barra, la ELBA trabajó alrededor de 15 días hasta que ocurrió una nueva avería, en esta ocasión sucedió en la barra superior Ver Fig. 1.14. a), la barra superior se fracturó en la misma zona donde había ocurrido la anterior falla, se les informó a los fabricantes y ellos accedieron a enviar otra barra.

Capítulo I: Caracterización de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES, perteneciente a la UEB: Polialba. Defectación del sistema de corte y soldadura desde el Motor hasta el bloque de sellado.



a)

b)

Fig. 1.14. Averías en la ELBA SU94_ES. a) Barra inferior fracturada. b) Barra superior fracturada.

1.3.1 Defectación de la barra superior.

La barra superior Fig. 1.15, se fabricó del material T7 según GOST 2685-63, no se conoce con exactitud las especificaciones del material ya que en el manual proporcionado por el fabricante no existe este dato, se supuso así por el examen visual que se le practicó a la barra teniendo en cuenta el criterio de expertos.



Fig. 1.15. Barra superior montada en el mecanismo de corte y soldadura.

Después de haber detectado la avería, se analizó la forma de la grieta, detectando una clásica fractura por fatiga superficial, en la Fig. 1.16 se puede apreciar claramente el avance de la grieta; se puede observar que la pieza se fracturó por su sección más débil aparentemente.



Fig. 1.16. Grieta en la barra superior.

Se realizaron varios ensayos no destructivos, en aras de encontrar defectos en la fundición, primeramente se aplicó líquidos penetrantes a la barra superior detectando algunos poros pequeños en la superficie interior y exterior como se evidencia en la Fig. 1.17.



Fig. 1.17. Aplicación de líquidos penetrantes en la barra inferior.

Capítulo I: Caracterización de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES, perteneciente a la UEB: Polialba. Defectación del sistema de corte y soldadura desde el Motor hasta el bloque de sellado.

Además se tomaron muestras de dureza en varios puntos de la barra original y de la barra suministrada por los italianos, estas pruebas se realizaron con un durómetro portátil marca KraulKramer Branson, Fig. 1.18.

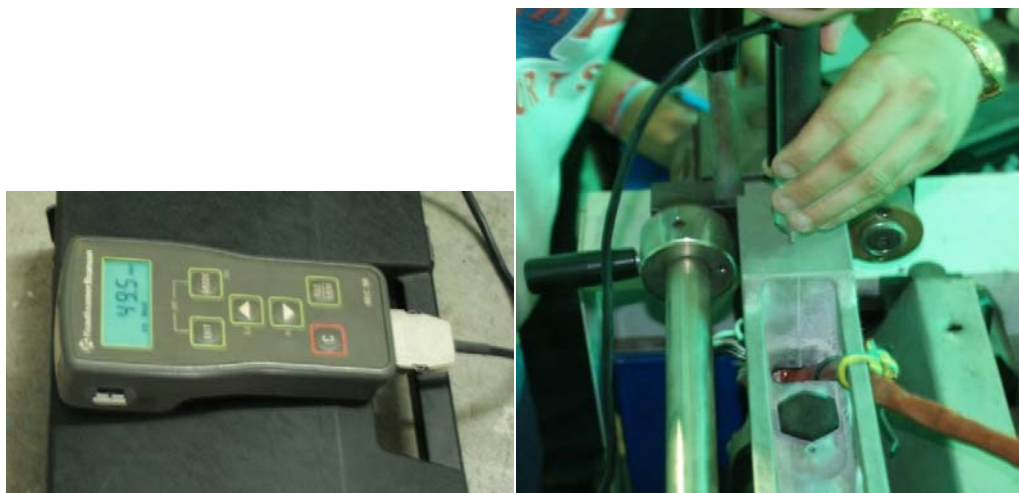


Fig. 1.18. Ensayo de dureza superficial en la barra superior.

Los resultados obtenidos en las pruebas de dureza se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 1.2: Dureza superficial del sistema de corte.

Parte	UM	Valor medido
Barra sup. fracturada	HRC	50
Barra sup. nueva	HRC	40
Barra inf.	HRC	196

Posteriormente a la avería, se trasladó la barra superior hacia el taller de La UEB: Serviquímica para proceder a su recuperación, esta se soldó con los requisitos técnicos necesarios para que la barra pudiera seguir cumpliendo sus funciones. La máquina se puso en marcha con la barra recuperada y en estas condiciones se realizaron las

pruebas de medición del alineamiento del sistema de corte como se puede observar en la Fig. 1.19.

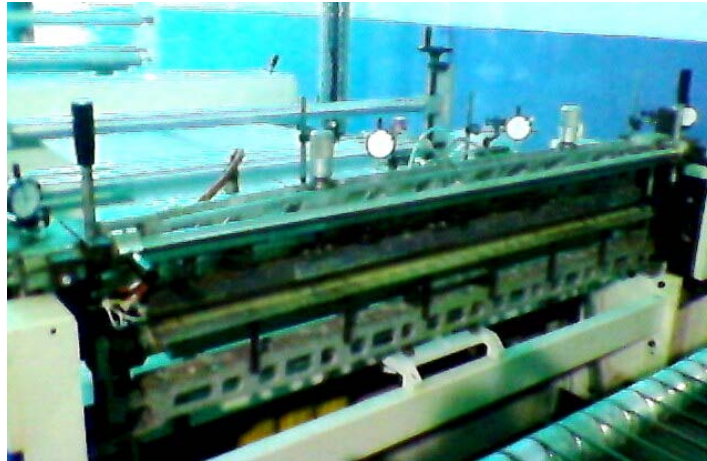


Fig. 1.19. Ensayo de dureza superficial en la barra superior.

Para realizar la prueba se utilizaron cuatro indicadores de carátula marca: Mitutoyo, se montaron dos indicadores encima de las guías cilíndricas y los otros dos indicadores cerca de las guías que sujetan la barra inferior en una zona muy cercana a donde ocurrió la fractura.

Las mediciones, tabla 1.3, fueron realizadas cuando la barra se encontraba en el punto muerto superior en su ciclo normal de trabajo, es decir, la barra comenzaba su desplazamiento hacia abajo; los cuatro indicadores se cargaron con ocho milímetros y se tomaron varias lecturas que se muestran seguidamente, la posición de los indicadores se muestra en la Fig. 1.20.

Capítulo I: Caracterización de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES, perteneciente a la UEB: Polialba. Defectación del sistema de corte y soldadura desde el Motor hasta el bloque de sellado.

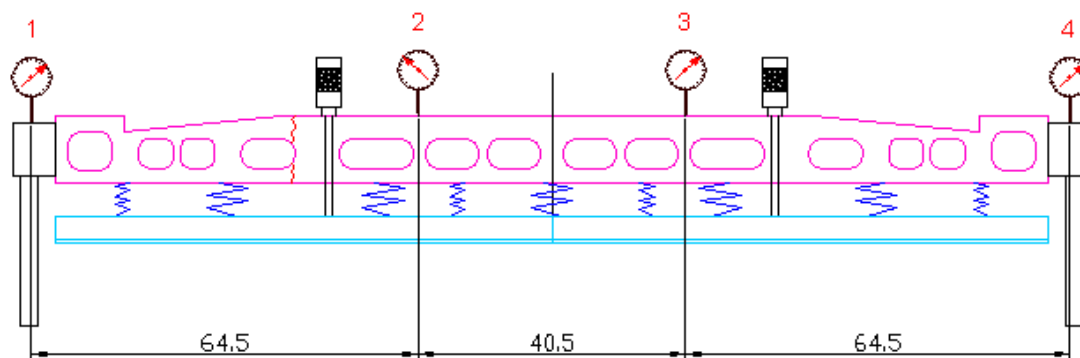


Fig. 1.20. Posición de los indicadores de carátula en la barra.

Tabla 1.3: Resultados obtenidos de los indicadores de carátula.

Primeras Mediciones				
1	7.31	5.29	0.49	
2	7.34	5.47	0.56	
3	7.45	5.37	0.62	
4	7.35	5.35	0.58	
Segundas Mediciones				
1	7.74	7.52	6.59	5.17
2	7.75	7.54	6.62	5.22
3	7.75	7.55	6.64	5.24
4	7.78	7.57	6.66	5.26
Terceras mediciones				

1	7.31	6.20	5.61	1.09
2	7.30	6.21	5.63	1.14
3	7.34	6.25	5.69	1.20
4	7.35	6.26	5.70	1.21

En la tabla 1.4 se muestran las mediciones de los indicadores de caratulas cargados con ocho milímetros cuando la barra se encontraba en el punto muerto inferior en su ciclo normal de trabajo, es decir, la barra comenzaba su desplazamiento hacia arriba.

Tabla 1.4: Resultados obtenidos de los indicadores de carátula.

Primeras Mediciones				
1	7.41	6.95	6.51	5.49
2	7.79	7.6	7.43	6.61
3	7.80	7.59	7.43	6.59
4	7.39	6.92	6.48	4.44

La barra también sufrió un ensayo para determinar su composición química, Fig. 1.21, para esto se utilizó un espectrómetro óptico de marca: PMI-MASTER PLUS y fabricación alemana.

Capítulo I: Caracterización de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES, perteneciente a la UEB: Polialba. Defectación del sistema de corte y soldadura desde el Motor hasta el bloque de sellado.

New	Print	Del	Store	Recal	Mode	Load	Change	RSD	Exit
Sample: BARRA AL									
Element	Burn 1	Burn 2	Burn 3	Burn 4	Burn 5	Burn 6	Average		
Al %	83.3	85.6	85.8	83.0	86.8		84.9		
Si %	13.7	12.0	12.3	13.8	10.8		12.5		
Fe %	0.544	0.666	0.370	0.662	0.539		0.556		
Cu %	1.25	0.384	0.299	1.32	0.331		0.719		
Mn %	0.212	0.340	0.211	0.234	0.350		0.269		
Mg %	0.348	0.362	0.401	0.356	0.433		0.380		
Zn %	0.314	0.313	0.309	0.312	0.334		0.316		
Cr %	0.0109	0.0233	0.0115	0.0120	0.0201		0.0155		
Ni %	0.0327	0.0138	0.0308	0.0296	0.0343		0.0282		
Ti %	0.0938	0.106	0.0924	0.0996	0.0977		0.0980		
Be %	< 0.0010	< 0.0010	< 0.0010	< 0.0010	< 0.0010		< 0.0010		
Ca %	0.0047	0.0061	0.0046	0.0047	0.0035		0.0047		
Pb %	< 0.0050	< 0.0050	< 0.0050	< 0.0050	< 0.0050		< 0.0050		
Sn %	0.0309	0.0414	0.0113	0.0416	0.0401		0.0331		
Sr %	< 0.0010	< 0.0010	< 0.0010	< 0.0010	< 0.0010		< 0.0010		
V %	0.0118	0.0139	0.0100	0.0134	0.0128		0.0124		
Bi %	< 0.0070	< 0.0070	< 0.0070	< 0.0070	< 0.0070		< 0.0070		

PA

Al_000

San

On-Screen Keyboard

File Keyboard Settings Help

Start

esc

F1

F2

F3

F4

F5

F6

F7

F8

F9

F10

F11

F12

slk

brk

Fig. 1.21. Composición química de la barra superior.

1.3.2 Defectación de la barra inferior.

La barra inferior, Fig. 1.22, se encarga de soportar la cuchilla en su parte inferior, al mismo tiempo aloja dos resistencias cilíndricas a sus lados que son encargadas de proporcionar las altas temperaturas a las que trabaja el sistema de corte y soldadura; la barra inferior se fabricó de hierro fundido.

Capítulo I: Caracterización de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES, perteneciente a la UEB: Polialba. Defectación del sistema de corte y soldadura desde el Motor hasta el bloque de sellado.



Fig. 1.22. Barra inferior montada en la ELBA.

La fractura de la barra inferior ocurrió justamente debajo de la guía que la soporta, la grieta se materializó por la sección donde se encontraba el agujero roscado para atornillar las tapas de las resistencias laterales, Fig. 1.23.



Fig. 1.23. Grieta en la barra inferior.

De igual forma que a la barra superior se le tomaron muestras de dureza a la inferior, se le practicó este mismo ensayo evidenciado en la Fig. 1.24; los resultados de esta prueba se mostraron anteriormente en la tabla 1.2.

Capítulo I: Caracterización de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES, perteneciente a la UEB: Polialba. Defectación del sistema de corte y soldadura desde el Motor hasta el bloque de sellado.



Fig. 1.24. Muestra de dureza en la barra inferior.

La Fig. 1.25 muestra los resultados de ensayo para determinar la composición química de la barra inferior.

Capítulo I: Caracterización de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES, perteneciente a la UEB: Polialba. Defectación del sistema de corte y soldadura desde el Motor hasta el bloque de sellado.

New	Print	Del	Store	Recal	Mode	Load	Change	RSD	Exit
Sample: CUBANA									
Element	Burn 1	Burn 2	Burn 3	Burn 4	Burn 5	Burn 6	Average		
Fe %	99.6	99.4	99.5	99.6			99.5		
C %	0.0565	0.0643	0.0646	0.0540			0.0599		
Si %	0.0496	0.107	0.0828	0.0640			0.0760		
Mn %	0.181	0.191	0.206	0.194			0.193		
Cr %	0.0199	0.0195	0.0241	0.0235			0.0217		
Mo %	< 0.0050	< 0.0050	< 0.0050	< 0.0050			< 0.0050		
Ni %	< 0.0050	0.0195	0.0164	< 0.0050			0.0098		
Al %	< 0.0050	0.0461	< 0.0050	< 0.0050			0.0115		
Co %	< 0.0050	< 0.0050	< 0.0050	< 0.0050			< 0.0050		
Cu %	0.0110	0.0153	0.0148	0.0159			0.0143		
Nb %	< 0.0020	< 0.0020	< 0.0020	< 0.0020			< 0.0020		
Ti %	< 0.0050	< 0.0050	< 0.0050	< 0.0050			< 0.0050		
V %	< 0.0050	< 0.0050	< 0.0050	< 0.0050			< 0.0050		
W %	< 0.0500	0.0587	< 0.0500	< 0.0500			< 0.0500		
Pb %	< 0.0500	< 0.0500	< 0.0500	< 0.0500			< 0.0500		
Zr %	< 0.0050	< 0.0050	< 0.0050	< 0.0050			< 0.0050		

On-Screen Keyboard

File Keyboard Settings Help

escF1F2F3F4F5F6F7F8F9F10F11F12slkbrk

1234567890-+=bkspinsbmnpurc/ *

PAFE_100S

Start

Fig. 1.25. Composición química de la barra inferior.

Capítulo I: Caracterización de la Confeccionadora: ELBA SU94_ES, perteneciente a la UEB: Polialba. Defectación del sistema de corte y soldadura desde el Motor hasta el bloque de sellado.



1.4 Conclusiones del Capítulo.

- 1 Se describió el funcionamiento de la ELBA SU94_ES.
- 2 Se fracturo el sistema de corte, detectando que las averías ocurrieron por fatiga superficial.
- 3 En las pruebas de alineamiento realizadas se comprobó que el sistema de corte se encontraba dentro de los parámetros que solicita el fabricante.
- 4 De los ensayos no destructivos, aplicando líquidos penetrantes a la barra superior se detectaron algunos poros pequeños en la superficie interior y exterior en la zona donde ocurrió la fractura y en otros puntos de la barra ocasionados por errores en la fundición.

Capítulo II

Capítulo II: Empleo del Método de la Fuerza y cálculo de rigidez en apoyos elásticos.

2.1 Utilización del Método de las Fuerzas en la solución de barras hiperestáticas.

El sistema que posee un número de ligaduras superior a las necesarias es un sistema hiperestático y el número de ligaduras suplementarias es igual al grado de hiperestaticidad. La hiperestaticidad puede ser exterior o interior en dependencia de que las ligaduras suplementarias sean exteriores o interiores. En los sistemas hiperestáticos con ligaduras exteriores suplementarias no es posible la determinación de las reacciones de apoyo mediante las ecuaciones de equilibrio y si la hiperestaticidad es interior no es posible determinar las fuerzas internas en las barras por el método de las secciones, de donde se puede definir un Sistema Hiperestático como (Feodosiev, 1985). Durante la solución de los sistemas hiperestáticos por el Método de las Fuerzas es necesario elegir un Sistema Base y conformar lo que se conoce como Sistema Equivalente. El Sistema Base es el sistema hiperestático dado en el cual se han eliminado todas las ligaduras suplementarias tanto exteriores como interiores y el Sistema Equivalente es el sistema base en el cual las ligaduras suplementarias eliminadas han sido sustituidas por las fuerzas que las representan. En un sistema equivalente dado, las fuerzas se designan por $X_1, X_2, \dots, X_n$.

Los desplazamientos originados por el sistema de fuerzas aplicado al Sistema Equivalente, en el caso de apoyos rígidos, en la dirección de cada una de las ligaduras eliminadas, tienen que ser cero. O sea:

$$\begin{aligned} \delta_{1[X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, P, P_1]} &= 0 \\ \delta_{2[X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, P, P_1]} &= 0 \\ \vdots & \\ \delta_{n[X_1, X_2, X_3, \dots, X_n, P, P_1]} &= 0 \end{aligned}$$

Capítulo II: Empleo del Método de la Fuerza y cálculo de rigidez en apoyos elásticos.

Puesto que cada uno de los desplazamientos δ_{iX_k} es proporcional a la fuerza correspondiente se puede escribir que:

$$\delta_{iX_k} = \delta_{ik} \cdot X_k$$

Donde δ_{ik} es el desplazamiento en la dirección i provocada por una fuerza unitaria colocada en la posición de X_k . Las expresiones anteriores quedarán entonces escritas como:

$$\begin{array}{ccccccc} \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{13} \cdot X_3 + \dots & \dots & + \delta_{1n} \cdot X_n + \delta_{1P} & = & 0 \\ \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{23} \cdot X_3 + \dots & \dots & + \delta_{2n} \cdot X_n + \delta_{2P} & = & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ \delta_{n1} \cdot X_1 + \delta_{n2} \cdot X_2 + \delta_{n3} \cdot X_3 + \dots & \dots & + \delta_{nn} \cdot X_n + \delta_{nP} & = & 0 \end{array}$$

Estas ecuaciones se conocen como ecuaciones canónicas del Método de las Fuerzas pues en las mismas las incógnitas son las fuerzas $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ y existirán tantas ecuaciones como fuerzas X_k desconocidas existan. Para resolver el sistema de ecuaciones es necesario hallar los desplazamientos δ_{ik} que constituyen los coeficientes de las incógnitas X_k y además los términos independientes de las diferentes ecuaciones δ_{iP} . Según el Método de Mohr (Feodosiev, 1985), para hallar el desplazamiento en una dirección i determinada es necesario colocar una fuerza unitaria en esa dirección y obtener las acciones interiores provocadas por dicha fuerza unitaria y después obtener la integral del producto de las acciones interiores provocadas por esta fuerza unitaria y las acciones originadas por las cargas que provocan el desplazamiento. Pero en este caso, como cada uno de los desplazamientos δ_{ik} es originado por una fuerza unitaria colocada en la posición X_k , el desplazamiento δ_{ik} es la integral del producto de dos funciones unitarias, una originada por una fuerza unitaria colocada en la dirección i y la otra por una fuerza unitaria colocada en la dirección X_k . Los coeficientes δ_{iP} se hallan

resolviendo las integrales correspondientes a los productos de la fuerza unitaria colocada en la dirección i , o sea, de las acciones interiores originadas por esta fuerza unitaria por las acciones interiores originadas por las cargas externas P .

Este Método de Solución de Sistemas Hiperestáticos se conoce como Método de las Fuerzas y es la Base Teórica de la casi totalidad de los Métodos de Solución de Barras Hiperestáticas.

2.2 Utilización del Método de las Fuerzas en el caso de apoyos linealmente elásticos.

La diferencia esencial de un sistema hiperestático con apoyos rígidos con relación a uno con apoyos elásticos es que al plantear las ecuaciones canónicas del Método de las Fuerzas, en el caso de los apoyos rígidos, los desplazamientos resultantes en la dirección de cada una de las incógnitas es igual a cero, sin embargo en el caso de los apoyos elásticos el desplazamiento en la dirección de estos apoyos no es igual a cero sino será igual al desplazamiento que provoque la fuerza en dicho apoyo en el mismo, pues ya el apoyo no es rígido, sino elástico.

El desplazamiento general en la dirección del apoyo i será en general:

$$\delta_{i1} \cdot X_1 + \delta_{i2} \cdot X_2 + \delta_{i3} \cdot X_3 + \dots + \delta_{iP} = - X_i / C_{\text{apoyo elástico}}$$

2.3 Método de cálculo de la rigidez de los apoyos elásticos.

Para el cálculo de los muelles con espiras de sección redonda (V. Dobrovolski, 1970) se utiliza la ecuación (2.1).

$$\lambda = \frac{4 \cdot P}{\pi \cdot d^2} \cdot (1 + 2 \cdot c^2) \cdot \frac{l \cdot \cos^2 \alpha}{G} \quad (2.1)$$

El segundo miembro de la expresión que está entre paréntesis, es muchas veces mayor que el primero, puesto que $c \geq 4$; por eso se puede despreciar las deformaciones del muelle causadas por la fuerza cortante. Si además se presta atención en que $\cos \alpha$ es

próximo a la unidad y que la longitud de la parte útil del alambre $l = \pi D_i$ siendo i la cantidad de espiras activas, entonces por la ecuación (1) para muelles, obtenemos la ecuación (2.2).

$$i = 10^5 \frac{\lambda}{P} * \frac{d}{c^3} \quad (2.2)$$

Donde despejando λ se obtiene la ecuación (2.3):

$$\lambda = \frac{i * c^3}{d} * \frac{P}{10^5} \quad (2.3)$$

Como la ecuación (2.4) plantea que:

$$\lambda_i = \frac{P_i}{C_i} \quad (2.4)$$

Podemos igualar las ecuaciones (2.3) y (2.4) dando lugar a la ecuación (2.5).

$$\lambda = \frac{i * c^3}{d} * \frac{P}{10^5} = \frac{P}{C_i} \quad (2.5)$$

Despejando C_i en la ecuación (2.5) obtenemos la ecuación (2.6).

$$C_i = \frac{d * 10^5}{i * c^3} \quad (2.6)$$

2.4 Método de los Parámetros de Origen para el cálculo de los desplazamientos.

Método de la Viga Equivalente.

El Método de los Parámetros de Origen (Pisarenko, 1989, Feodosiev, 1985)) es un método de cálculo de desplazamientos. Su aplicación se ilustrará para la solución de las vigas hiperestáticas, o sea, utilizando lo que se conoce como Ecuaciones Universales de la Curva Elástica de una viga se pueden calcular los desplazamientos tanto lineales como angulares en cualquier punto de una viga, según las ecuaciones (2.7) y (2.8).

$$E \cdot I_x \cdot \theta_z = E \cdot I_x \cdot \theta_o + \sum_{i=1}^{n1} M_i \cdot (z - a_i) + \sum_{i=1}^{n2} \frac{P_i \cdot (z - b_i)^2}{2} + \sum_{i=1}^{n3} \frac{q_i \cdot (z - c_i)^3}{6} \quad (2.7)$$

$$E \cdot I_x \cdot y_z = E \cdot I_x \cdot y_o + E \cdot I_x \cdot \theta_o \cdot z + \sum_{i=1}^{n1} \frac{M_i \cdot (z - a_i)^2}{2} + \sum_{i=1}^{n2} \frac{P_i \cdot (z - b_i)^3}{6} + \sum_{i=1}^{n3} \frac{q_i \cdot (z - c_i)^4}{24} \quad (2.8)$$

Plateando las ecuaciones universales de la curva elástica de la viga para calcular los desplazamientos en algunos puntos cuyos desplazamientos son cero, o poseen valores conocidos, es posible obtener las ecuaciones suplementarias requeridas para resolver las vigas hiperestáticas. Veamos la aplicación con un ejemplo concreto. Se desea calcular las reacciones en los apoyos y construir los diagramas de fuerza de cortante y momentos flectores para la viga hiperestática mostrada en la Fig. 2.1.

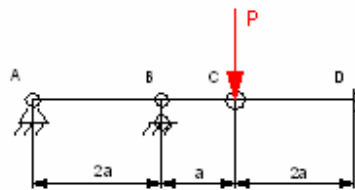


Fig. 2.1 Viga Hiperestática de ejemplo.

La viga posee dos grados de hiperestaticidad. En el esquema de análisis se considera que la carga P está aplicada en el punto C del tramo ABC de la viga, y sobre el tramo CD solo actúa la acción R_c que el tramo ABC le transmite a través de la articulación C.

Vamos a analizar primero el tramo CD. (Fig. 2.2).

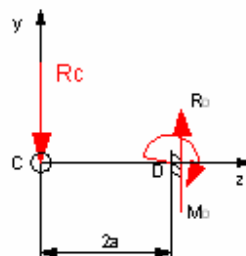


Fig. 2.2 Método de las secciones para el Tramo CD.

De las ecuaciones de equilibrio para el tramo se tiene que:

$$\sum F_y = R_D - R_C = 0 \rightarrow R_D = R_C \quad (2.9)$$

$$\sum M_D = M_D - R_C \cdot (2a) = 0 \rightarrow M_D = R_C \cdot (2a) \quad (2.10)$$

Partiendo de que tanto la pendiente como la flecha en D son iguales a cero se puede hallar la flecha en C en función de R_C . Se verá lo anterior colocando el origen de coordenadas en el extremo izquierdo de la viga.

$$E \cdot I_x \cdot \theta_D = E \cdot I_x \cdot \theta_C - \frac{R_C \cdot (2 \cdot a - 0)^2}{2} = 0$$

$$E \cdot I_x \cdot \theta_C = 2 \cdot R_C \cdot a^2 \quad (2.11)$$

$$E \cdot I_x \cdot y_D = E \cdot I_x \cdot y_C + E \cdot I_x \cdot \theta_C \cdot (2a) - \frac{R_C \cdot (2 \cdot a - 0)^3}{6} = 0$$

$$E \cdot I_x \cdot y_C = \frac{8}{6} \cdot R_C \cdot a^3 - 2 \cdot R_C \cdot a^2 \cdot (2a) = -\frac{8}{3} \cdot R_C \cdot a^3 \quad (2.12)$$

Analicemos ahora el tramo ABC, Fig. 2.3.

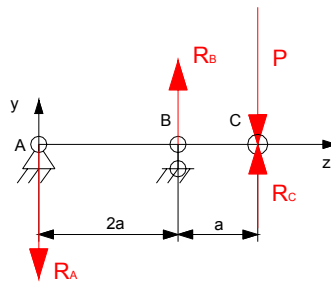


Fig. 2.3 Método de las Secciones para el Tramo ABC.

De las ecuaciones de equilibrio del tramo se tiene:

$$\sum F_y = R_B + R_C - R_A - P = 0 \quad (2.13)$$

$$\sum M_C = R_B \cdot a - R_A \cdot (3a) = 0 \quad (2.14)$$

$$R_B = 3 \cdot R_A$$

Se han planteado cuatro ecuaciones de equilibrio, es necesario encontrar una ecuación complementaria. En este caso conocemos, por ejemplo, que la flecha en el punto B

para el tramo ABC es igual a cero. Plantearemos la ecuación de la flecha en B y la igualaremos a cero.

$$E \cdot I_x \cdot y_B = E \cdot I_x \cdot y_A + E \cdot I_x \cdot \theta_A \cdot (2a) - \frac{R_A \cdot (2a - 0)^3}{6} = 0 \quad \text{Como: } y_A = 0 \text{ entonces:}$$

$$E \cdot I_x \cdot \theta_A = \frac{R_A \cdot (2a)^3}{6 \cdot (2a)} = \frac{2}{3} \cdot R_A \cdot a^2 \quad (2.15)$$

Esta condición no constituye aun una ecuación complementaria, pero ahora podemos plantear la ecuación para obtener la flecha en C e igualarla con la expresión (2.12) obtenida para el tramo CD:

$$E \cdot I_x \cdot y_C = E \cdot I_x \cdot y_A + E \cdot I_x \cdot \theta_A \cdot (3a) - \frac{R_A \cdot (3a - 0)^3}{6} + \frac{R_B \cdot (3a - 2a)^3}{6} \quad (2.16)$$

Sustituyendo en (2.16) la ecuación (2.15) e igualando el resultado con (2.12) se obtiene:

$$\frac{3}{2} \cdot R_A \cdot a^2 \cdot (3a) - \frac{R_A \cdot 27 \cdot a^3}{6} + \frac{R_B \cdot a^3}{6} = -\frac{8}{3} \cdot R_C \cdot a^3$$

Simplificando:

$$15 \cdot R_A - R_B = 16 \cdot R_C \quad (2.17)$$

Y esta constituye la ecuación complementaria necesaria. Sustituyendo en ella la expresión (2.14) se obtiene que:

$$15 \cdot R_A - 3 \cdot R_A = 16 \cdot R_C \rightarrow R_C = \frac{3}{4} \cdot R_A \quad (2.18)$$

Y ahora sustituyendo (2.14) y (2.18) en (2.11):

$$3 \cdot R_A + \frac{3}{4} \cdot R_A - R_A = P \rightarrow R_A = \frac{4}{11} \cdot P \quad (2.19)$$

$$R_B = 3 \cdot R_A = \frac{12}{11} \cdot P \quad (2.20)$$

$$R_C = \frac{3}{4} \cdot R_A = \frac{3}{11} \cdot P \quad (2.21)$$

Como $R_D = R_C = \frac{3}{11} \cdot P$ y $M_D = 2 \cdot R_C \cdot a = \frac{6}{11} \cdot P \cdot a$

Conocidas todas las reacciones ya se pueden hallar los diagramas de fuerzas de cortante y momentos flectores (Fig. 2.4).

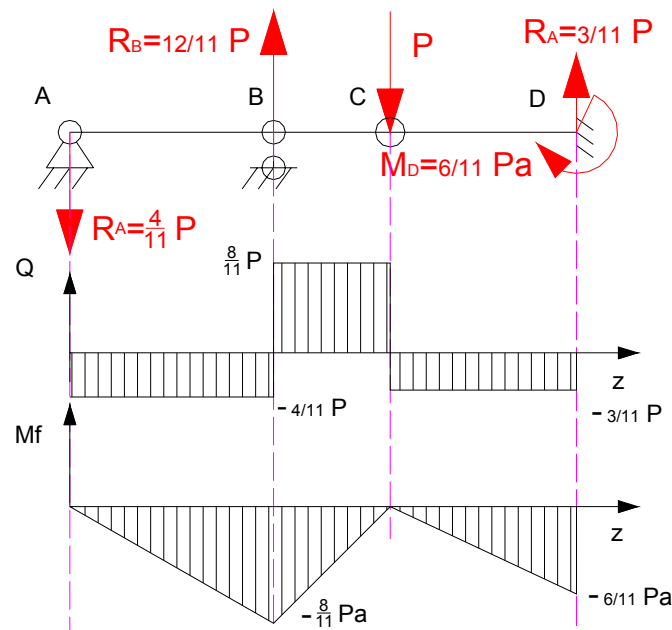


Fig. 2.4 Diagramas de Fuerzas de Cortante y Momentos Flectores de la Viga.

Cuando se trata de una viga de rigidez variable se puede aplicar también el Método de los Parámetros de Origen (Pisarenko, 1989) pero es necesario hallar primero lo que se conoce como “Viga Equivalente”. Se verá a continuación este método. Se ilustrará la aplicación del método con una viga isostática como la mostrada en la Fig. 2.5 a). Se trata de una viga de rigidez variable de tres momentos de inercia I_1 , I_2 e I_3 respectivamente y aparecen contruidos los diagramas de fuerzas de cortante y momentos flectores.

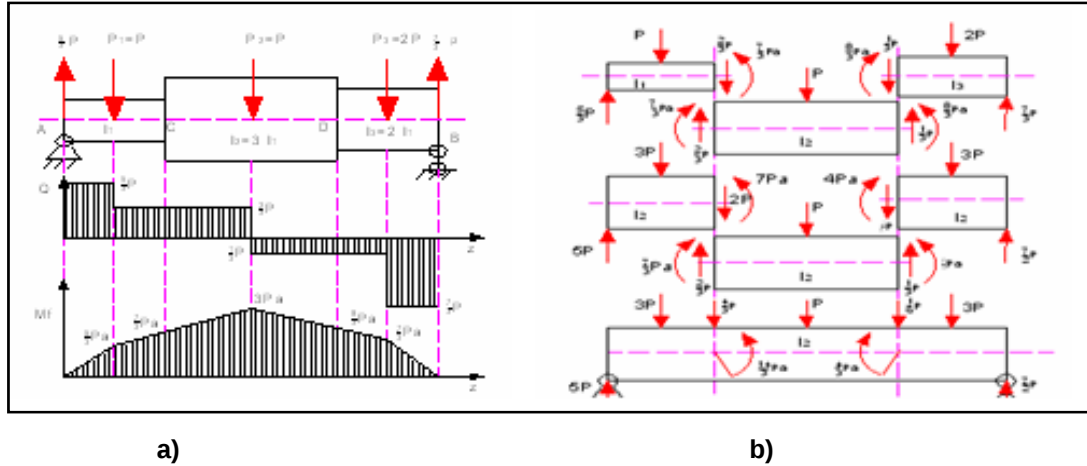


Fig. 2.5 Viga Isostática de rigidez variable y fuerzas internas en las transiciones entre los diferentes tramos de rigidez variable para su reducción a una viga equivalente.

Para calcular los desplazamientos en una viga de rigidez variable es necesario plantear la ecuación diferencial aproximada de la curva elástica de la viga para cada tramo, o sea:

$$\begin{aligned} E \cdot I_{x1} \cdot y'' &= M_{fz1} \\ E \cdot I_{x2} \cdot y'' &= M_{fz2} \\ E \cdot I_{x3} \cdot y'' &= M_{fz3} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Se va a sustituir la viga de rigidez variable por una equivalente de rigidez constante, digamos de rigidez igual a la del segundo tramo, o sea, I_2 . Multiplicando y dividiendo por I_2 el miembro derecho de las expresiones (2.22) no se altera el resultado y se obtiene:

$$\begin{aligned} E \cdot I_{x2} \cdot y'' &= M_{fz1} \cdot \beta_1 \\ E \cdot I_{x2} \cdot y'' &= M_{fz2} \cdot \beta_2 \\ E \cdot I_{x2} \cdot y'' &= M_{fz3} \cdot \beta_3 \end{aligned} \quad (2.23)$$

Donde:

$$\beta_1 = \frac{I_2}{I_1} = 3, \quad \beta_2 = \frac{I_2}{I_2} = 1, \quad \beta_3 = \frac{I_2}{I_3} = \frac{3}{2} \quad (2.24)$$

$$\text{En general } \beta_i = \frac{I_{eq}}{I_i} \quad (2.25)$$

Y se denomina coeficiente de reducción, donde:

$I_{eq} \rightarrow$ Momento de inercia que se elige para la viga equivalente.

$I_i \rightarrow$ Momento de inercia de cada tramo en particular.

Las expresiones (2.23) corresponden ya a una viga de rigidez constante de momento de inercia I_2 donde el momento flector de cada tramo queda multiplicado por el correspondiente coeficiente de reducción. Puesto que los momentos flectores son una función lineal de las cargas, se puede, para cada tramo de la viga, en vez de multiplicar el momento flector por el coeficiente de reducción, multiplicar por ese coeficiente todas las cargas exteriores de ese tramo junto con las fuerzas interiores Q y M en los lugares de transición entre los diferentes tramos. Uniendo los diferentes tramos unos con otros y sumando las fuerzas internas en las uniones de éstos se obtiene como se muestra en la Fig. 2.5 b) una viga de sección constante solicitada por cargas exteriores reducidas, es decir, multiplicadas β_i veces. En las uniones de los diferentes tramos quedarán aplicadas nuevas cargas exteriores, fuerzas concentradas o momentos concentrados iguales a las diferencias de las fuerzas interiores en la respectiva unión. La viga equivalente (Fig. 2.5 b)) tendrá una curva elástica que coincide completamente con la curva elástica de la viga escalonada dada.

Se analizará, a modo de ejemplo ilustrativo, la aplicación de este método a la solución de una viga hiperestática escalonada utilizando el Método de los Parámetros de Origen. Se calcularán las reacciones en los apoyos y se construirán los diagramas de fuerza de cortante y momentos flectores de la viga hiperestática escalonada mostrada en la Fig.

2.6. De la misma forma se aplicaría para una viga o árbol isostático que son más simples.

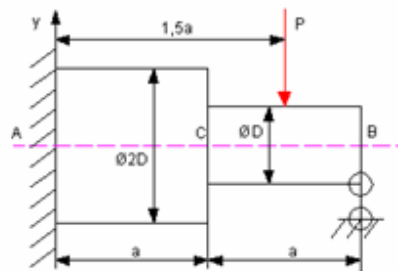


Fig. 2.6 Viga Hiperestática de Sección Variable.

El diagrama de sólido rígido de la viga se muestra en la Fig. 2.7

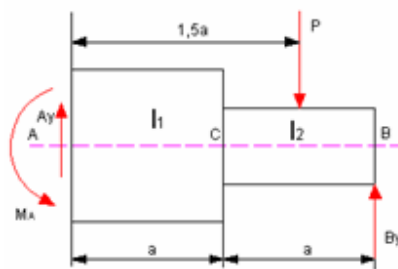


Fig. 2.7 Reducción a una Viga equivalente.

Las ecuaciones de equilibrio son:

$$\sum F_y = A_y + B_y - P = 0$$

$$A_y + B_y = P \quad (2.26)$$

$$\sum M_A = M_A + B_y \cdot (2a) - P \cdot (1,5a) = 0$$

$$M_A + B_y \cdot (2a) = P \cdot (1,5a) \quad (2.27)$$

La viga es hiperestática con un grado de hiperestaticidad. Reduzcámoslas a una viga equivalente de momento de inercia I_1 .

$$\beta_1 = \frac{I_1}{I_1} = 1, \quad \beta_2 = \frac{I_1}{I_2} = \frac{0,05 \cdot (2 \cdot D)^4}{0,05 \cdot (D)^4} = 16 \quad (2.28)$$

Capítulo II: Empleo del Método de la Fuerza y cálculo de rigidez en apoyos elásticos.

Expresemos Q_C y M_C en función de A_y y M_A . Para el tramo de la izquierda:

$$\sum F_y = Q_C - A_y = 0$$

$$Q_C = A_y \quad (2.29)$$

$$\sum M_C = M_C - A_y \cdot a + M_A = 0$$

$$M_C = A_y \cdot a - M_A \quad (2.30)$$

Multiplicando las cargas y fuerzas internas de cada tramo por los respectivos coeficientes de reducción y sumando las cargas se obtiene la viga equivalente (Fig. 2.8).

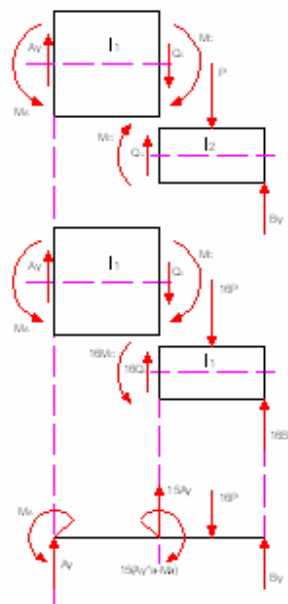


Fig. 2.8 viga Equivalente obtenida.

Situando el origen de coordenadas en el empotramiento se tiene que:

$$y_o = y_A = 0 \quad y \quad \theta_o = \theta_A = 0$$

Planteando la ecuación universal de la elástica para el cálculo de la flecha en B donde

$y_B = 0$, se tiene:

$$E \cdot I_1 \cdot y_B = -\frac{M_A \cdot (2a - 0)^2}{2} + \frac{A_y \cdot (2a - 0)^3}{6} + \frac{15 \cdot A_y \cdot (2a - 0)^3}{6} + \frac{15 \cdot (A_y \cdot a - M_1) \cdot (2a - a)^2}{2} - \frac{16 \cdot P \cdot (2a - 1,5a)^3}{6} = 0$$

Resolviendo se obtiene:

$$67 \cdot A_y \cdot a - 57 \cdot M_A = 2 \cdot P \cdot a \quad (2.31)$$

Simultaneando las ecuaciones (2.26), (2.27) y (2.31) se obtiene:

$$A_y = 0,564 \cdot P, \quad B_y = 0,436 \cdot P \text{ y } M_A = 0,628 \cdot P \cdot a$$

Teniendo las reacciones ya se pueden construir los diagramas de Q_y y M_f .

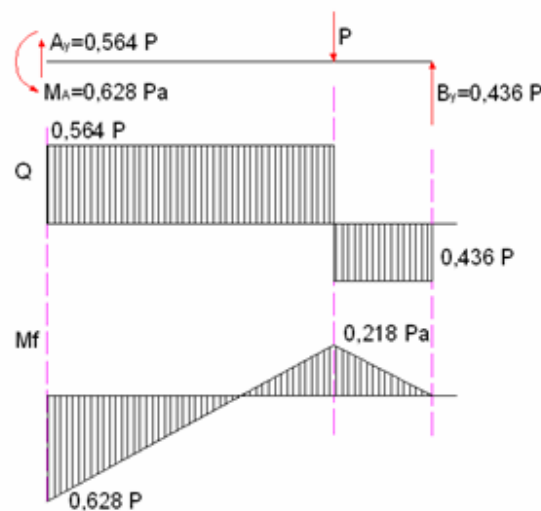


Fig. 2.17 Reacciones y Diagramas de Fuerzas de Cortante y Momentos Flectores de la viga.

2.5 Conclusiones del Capítulo.

1. Para el caso de la viga superior es necesario el empleo del método de las fuerzas para determinar todas las cargas que actúan sobre el sistema.
2. El empleo del método de la viga equivalente es el más adecuado para determinar las reacciones que surgen en los apoyos elásticos de la barra superior

Capítulo III

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

3.1 Cálculo de la fuerza sobre la Guía:

Para calcular las fuerzas que actúa sobre la barra superior, Fig. 3.1, se asumió que las fuerzas P actuaban hacia abajo.

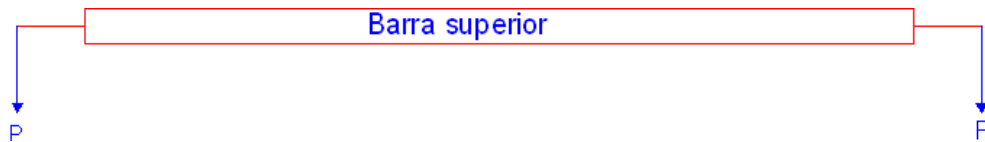


Fig. 3.1. Fuerza P sobre la barra superior.

Partiendo de los datos de chapa del motor, mostrado en el Epígrafe 1.2.3, se calculó el Torque en el motor, ecuación (3.1).

$$M_t = 955 \frac{N(kW)}{n(rpm)} \quad (3.1)$$

$N =$ Potencia del motor: $N = 4.4 \text{ kW}$

$n =$ Velocidad del motor: $n = 1500 \text{ rpm}$

$$M_t = 955 * \frac{4.4}{1500}$$

$$M_t = 2.80 \text{ kN} - \text{cm}$$

Para calcular la relación de transmisión se midió la velocidad del eje, con el motor a su velocidad de trabajo, así con la ecuación (3.2) se puede hallar [i].

$$i = \frac{n_{mot}}{n_{eje}} \quad (3.2)$$

$n_{eje} =$ Velocidad del eje principal: $n_{eje} = 180 \text{ rpm}$

$n_{mot} =$ Velocidad del motor: $n_{mot} = 1500 \text{ rpm}$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

$$i = \frac{1500}{180}$$

$$i = 8.33$$

Con la relación de transmisión [i] y el momento torsor en el motor [M_t], se calcula el torque en el eje, ecuación (3.3).

$$M_{teje} = M_t * i \quad (3.3)$$

$$M_{teje} = 2.80 * 8.33$$

$$M_{teje} = 23.34 \text{ kN} - \text{cm}$$

De la Fig. 3.2, se puede deducir la ecuación (3.4), partiendo de que:

$$M_{teje} = P_t * R$$

Despejando [P_t] de esta ecuación obtenemos:

$$P_t = \frac{M_{teje}}{R} \quad (3.4)$$

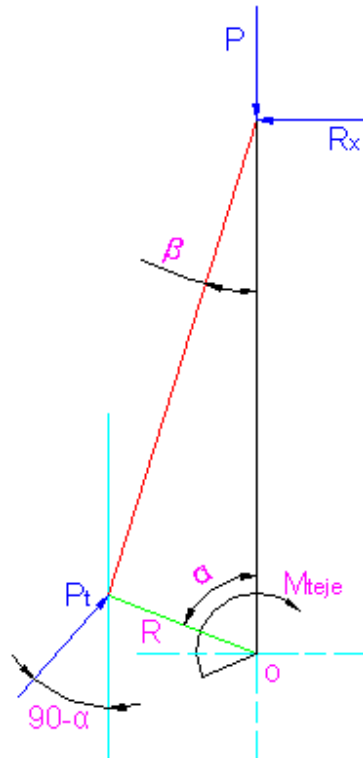


Fig. 3.2. Diagrama de fuerzas y momentos del mecanismo.

Finalmente para calcular la fuerza que actúa sobre la barra se tomó el esquema representado en la figura anterior, planteando la sumatoria de las fuerzas que actúan en el eje de las abscisas se puede obtener la fuerza $[P]$, ecuación (3.5)

$$\sum F_y = P - Pt * \cos(90 - \alpha) = 0$$

$$P = Pt * \cos(90 - \alpha) \quad (3.5)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.4), (3.3) y (3.2) en (3.5) se obtiene la ecuación (3.6).

$$P = \frac{M_t * n_{mot}}{n_{eje} * R} * \cos(90 - \alpha) \quad (3.6)$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

Como la fuerza $[P]$ varía en cada ciclo del sistema de corte, se realizó el cálculo, variando el ángulo $[\alpha]$ de 0 a 360 grados con un espacio de 45 grados, como se muestra en la Tabla 3.1.

Tabla. 3.1. Resultado de $[P]$, para diferentes $[\alpha]$.

α	$\alpha(\text{rad})$	P
0	0	2,75004E-15
45	0,78539816	31,74425956
90	1,57079633	44,89316239
135	2,35619449	31,74425956
180	3,14159265	2,75004E-15
225	3,92699082	-31,74425956
270	4,71238898	-44,89316239
315	5,49778714	-31,74425956
360	6,28318531	-8,25012E-15

3.2- Esquema de Análisis de la barra superior de la confeccionadora ELBA SU94_ES.

En la Fig. 3.3 se muestran las dos barras fracturadas, la superior y la inferior soportando la cuchilla, junto al cilindro de silicona, el conjunto de apoyos elásticos y las guías que transmiten su movimiento.

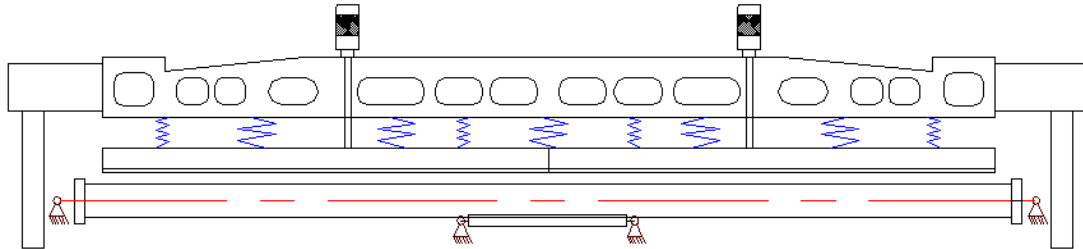


Fig. 3.3. Conjunto de barras, apoyos elásticos y guías.

A continuación se presenta la Fig. 3.4, la cual nos muestra el esquema de análisis de la barra superior, considerando como apoyos articulados a los apoyos elásticos situados en los extremos de la barra.

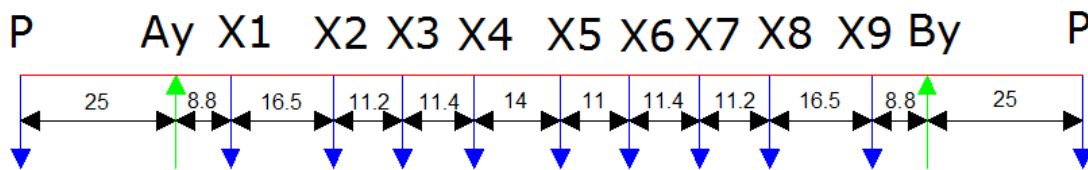


Fig. 3.4. Esquema de análisis de la barra superior.

3.3- Solución por el Método de las Fuerzas.

La solución se llevará a cabo por el Método de las Fuerzas. El Sistema de Ecuaciones Canónicas para dicho Sistema Equivalente será:

$$\frac{\delta_{11}X_1}{E * I} + \frac{\delta_{12}X_2}{E * I} + \frac{\delta_{13}X_3}{E * I} + \frac{\delta_{14}X_4}{E * I} + \frac{\delta_{15}X_5}{E * I} + \frac{\delta_{16}X_6}{E * I} + \frac{\delta_{17}X_7}{E * I} + \frac{\delta_{18}X_8}{E * I} + \frac{\delta_{19}X_9}{E * I} + \frac{\delta_{1P}}{E * I} = -\frac{X_1}{C_1}$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

$$\frac{\delta_{21}X_1}{E * I} + \frac{\delta_{22}X_2}{E * I} + \frac{\delta_{23}X_3}{E * I} + \frac{\delta_{24}X_4}{E * I} + \frac{\delta_{25}X_5}{E * I} + \frac{\delta_{26}X_6}{E * I} + \frac{\delta_{27}X_7}{E * I} + \frac{\delta_{28}X_8}{E * I} + \frac{\delta_{29}X_9}{E * I} + \frac{\delta_{2P}}{E * I} = -\frac{X_2}{C_2}$$

$$\frac{\delta_{31}X_1}{E * I} + \frac{\delta_{32}X_2}{E * I} + \frac{\delta_{33}X_3}{E * I} + \frac{\delta_{34}X_4}{E * I} + \frac{\delta_{35}X_5}{E * I} + \frac{\delta_{36}X_6}{E * I} + \frac{\delta_{37}X_7}{E * I} + \frac{\delta_{38}X_8}{E * I} + \frac{\delta_{39}X_9}{E * I} + \frac{\delta_{3P}}{E * I} = -\frac{X_3}{C_3}$$

$$\frac{\delta_{41}X_1}{E * I} + \frac{\delta_{42}X_2}{E * I} + \frac{\delta_{43}X_3}{E * I} + \frac{\delta_{44}X_4}{E * I} + \frac{\delta_{45}X_5}{E * I} + \frac{\delta_{46}X_6}{E * I} + \frac{\delta_{47}X_7}{E * I} + \frac{\delta_{48}X_8}{E * I} + \frac{\delta_{49}X_9}{E * I} + \frac{\delta_{4P}}{E * I} = -\frac{X_4}{C_4}$$

$$\frac{\delta_{51}X_1}{E * I} + \frac{\delta_{52}X_2}{E * I} + \frac{\delta_{53}X_3}{E * I} + \frac{\delta_{54}X_4}{E * I} + \frac{\delta_{55}X_5}{E * I} + \frac{\delta_{56}X_6}{E * I} + \frac{\delta_{57}X_7}{E * I} + \frac{\delta_{58}X_8}{E * I} + \frac{\delta_{59}X_9}{E * I} + \frac{\delta_{5P}}{E * I} = -\frac{X_5}{C_5}$$

$$\frac{\delta_{61}X_1}{E * I} + \frac{\delta_{62}X_2}{E * I} + \frac{\delta_{63}X_3}{E * I} + \frac{\delta_{64}X_4}{E * I} + \frac{\delta_{65}X_5}{E * I} + \frac{\delta_{66}X_6}{E * I} + \frac{\delta_{67}X_7}{E * I} + \frac{\delta_{68}X_8}{E * I} + \frac{\delta_{69}X_9}{E * I} + \frac{\delta_{6P}}{E * I} = -\frac{X_6}{C_6}$$

$$\frac{\delta_{71}X_1}{E * I} + \frac{\delta_{72}X_2}{E * I} + \frac{\delta_{73}X_3}{E * I} + \frac{\delta_{74}X_4}{E * I} + \frac{\delta_{75}X_5}{E * I} + \frac{\delta_{76}X_6}{E * I} + \frac{\delta_{77}X_7}{E * I} + \frac{\delta_{78}X_8}{E * I} + \frac{\delta_{79}X_9}{E * I} + \frac{\delta_{7P}}{E * I} = -\frac{X_7}{C_7}$$

$$\frac{\delta_{81}X_1}{E * I} + \frac{\delta_{82}X_2}{E * I} + \frac{\delta_{83}X_3}{E * I} + \frac{\delta_{84}X_4}{E * I} + \frac{\delta_{85}X_5}{E * I} + \frac{\delta_{86}X_6}{E * I} + \frac{\delta_{87}X_7}{E * I} + \frac{\delta_{88}X_8}{E * I} + \frac{\delta_{89}X_9}{E * I} + \frac{X_8P}{E * I} = -\frac{X_8}{C_8}$$

$$\frac{\delta_{91}X_1}{E * I} + \frac{\delta_{92}X_2}{E * I} + \frac{\delta_{93}X_3}{E * I} + \frac{\delta_{94}X_4}{E * I} + \frac{\delta_{95}X_5}{E * I} + \frac{\delta_{96}X_6}{E * I} + \frac{\delta_{97}X_7}{E * I} + \frac{\delta_{98}X_8}{E * I} + \frac{\delta_{99}X_9}{E * I} + \frac{\delta_{9P}}{E * I} = -\frac{X_9}{C_9}$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

Se construyeron los diagramas unitarios para cada una de las fuerzas que actúan en la barra y posteriormente se procedió a multiplicar cada uno de los diagramas unitarios para resolver las ecuaciones canónicas.

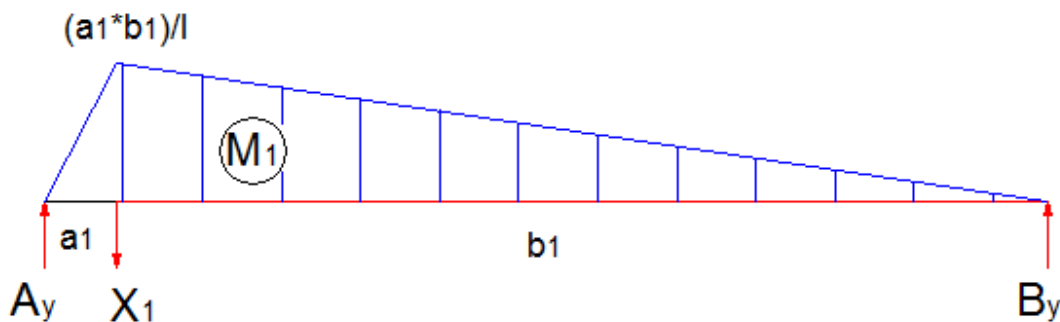


Fig. 3.5. Diagrama unitario de la fuerza X1.

$$a_1 = 8.8\text{cm} ; b_1 = 112\text{cm}; l = 120.8\text{cm}$$

$$\delta_{11} = \frac{a_1^2 * b_1^2}{3 * l}$$

$$\delta_{11} = 2680.48\text{cm}^3$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

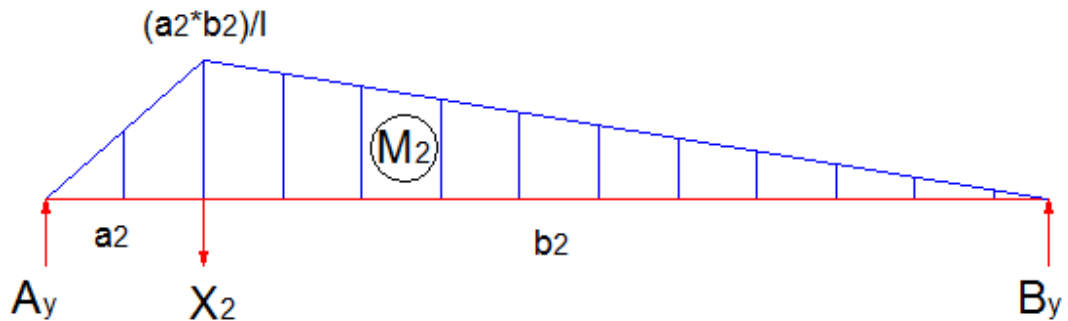


Fig. 3.6. Diagrama unitario de la fuerza X2.

$$a_2 = 25.3\text{cm}; b_2 = 95.5\text{cm}$$

$$\delta_{22} = \frac{a_2^2 * b_2^2}{3 * l}$$

$$\delta_{22} = 16108.66\text{cm}^3$$

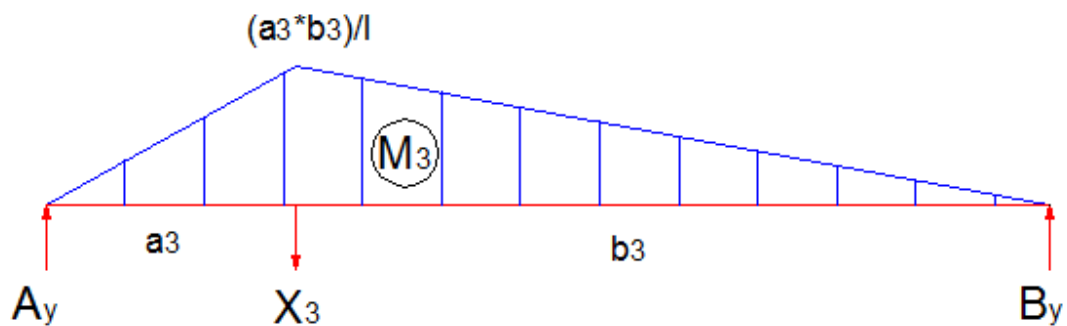


Fig. 3.7. Diagrama unitario de la fuerza X3.

$$a_3 = 36.5\text{cm}; b_3 = 84.3\text{cm}$$

$$\delta_{33} = \frac{a_3^2 * b_3^2}{3 * l}$$

$$\delta_{33} = 26124.78\text{cm}^3$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

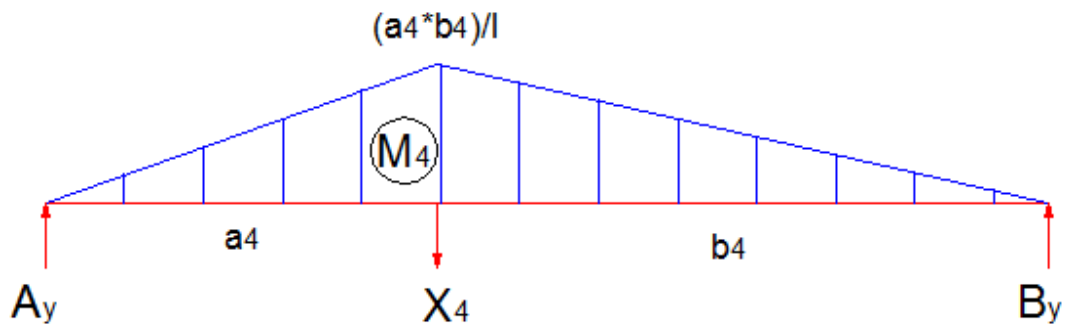


Fig. 3.8. Diagrama unitario de la fuerza X4.

$$a_4 = 47.9\text{cm}; b_4 = 72.9\text{cm}$$

$$\delta_{44} = \frac{a_4^2 * b_4^2}{3 * l}$$

$$\delta_{44} = 33646.34\text{cm}^3$$

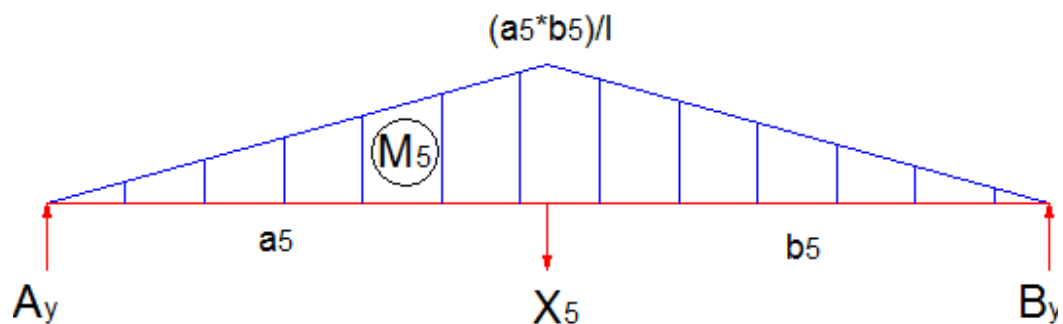


Fig. 3.9. Diagrama unitario de la fuerza X5.

$$a_5 = 61.9\text{cm}; b_5 = 58.9\text{cm}$$

$$\delta_{55} = \frac{a_5^2 * b_5^2}{3 * l}$$

$$\delta_{55} = 36679.52\text{cm}^3$$

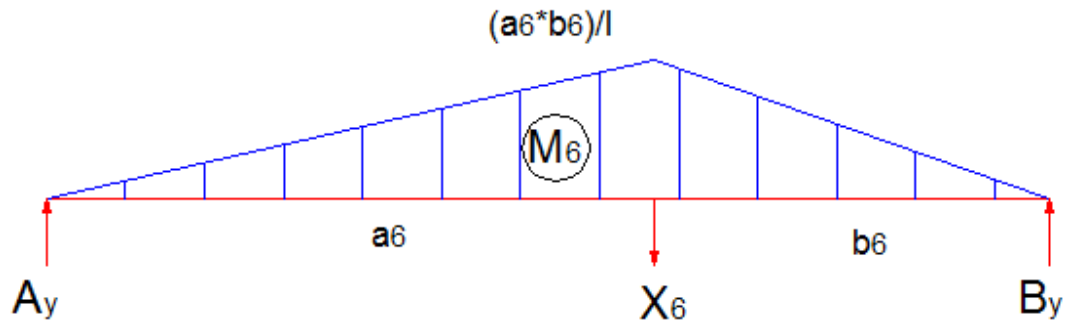


Fig. 3.10. Diagrama unitario de la fuerza X_6 .

$$a_6 = 72.9\text{cm}; b_6 = 47.9\text{cm}$$

$$\delta_{66} = \frac{a_6^2 \cdot b_6^2}{3 \cdot l}$$

$$\delta_{66} = 33646.34\text{cm}^3$$

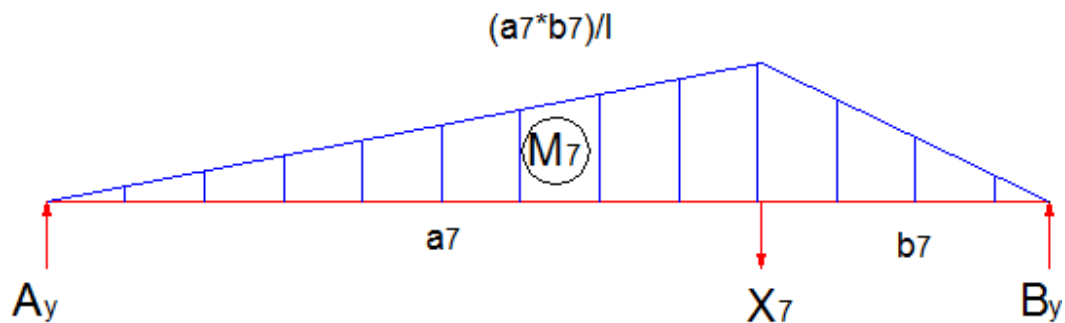


Fig. 3.11. Diagrama unitario de la fuerza X_7 .

$$a_7 = 84.3\text{cm}; b_7 = 36.5\text{cm}$$

$$\delta_{77} = \frac{a_7^2 \cdot b_7^2}{3 \cdot l}$$

$$\delta_{77} = 26124.78\text{cm}^3$$

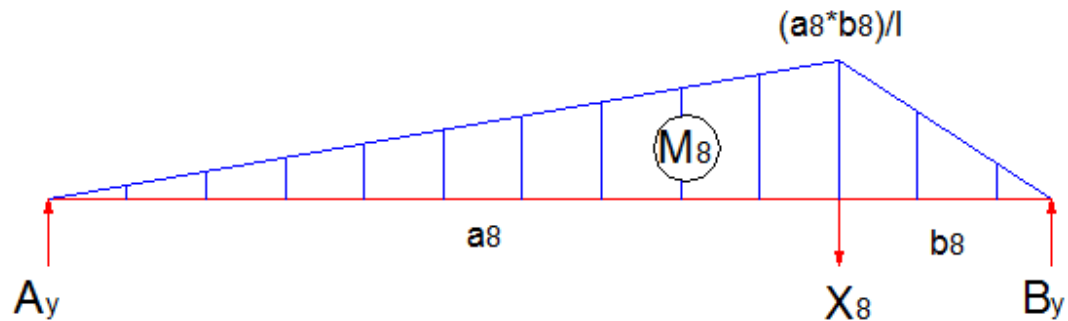


Fig. 3.12. Diagrama unitario de la fuerza X8.

$$a_8 = 95.5\text{cm}; b_8 = 25.3\text{cm}$$

$$\delta_{88} = \frac{a_8^2 * b_8^2}{3 * l}$$

$$\delta_{88} = 16108.66\text{cm}^3$$

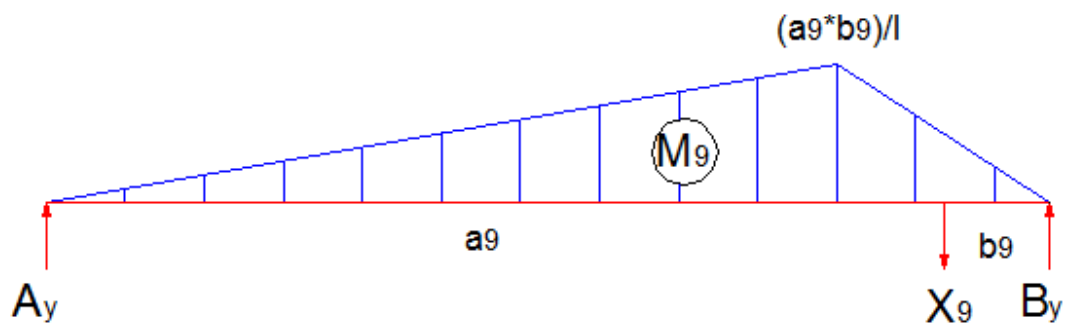


Fig. 3.13. Diagrama unitario de la fuerza X9.

$$a_9 = 112\text{cm}; b_9 = 8.8\text{cm}$$

$$\delta_{99} = \frac{a_9^2 * b_9^2}{3 * l}$$

$$\delta_{99} = 2680.48\text{cm}^3$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

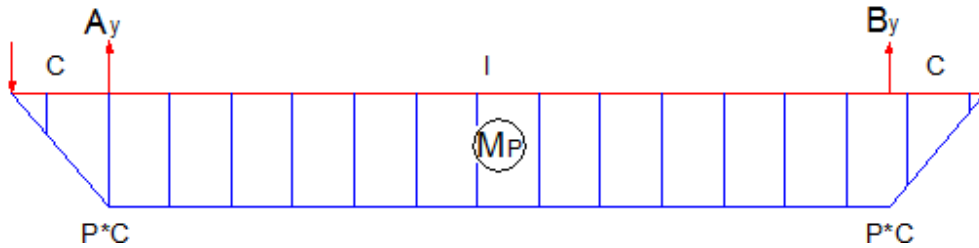


Fig. 3.14. Diagrama unitario de las fuerzas XP.

$$C = 25\text{cm}$$

$$P = 44.89\text{kN}$$

$$l = 120.8\text{cm}$$

$$\delta_{12} = \frac{a_1 \cdot b_2}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_1^2 \cdot b_1 + 2 \cdot a_2 \cdot b_2^2 + 2 \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot C_{12} + a_1 \cdot b_2 \cdot C_{12} + a_2 \cdot b_1 \cdot C_{12} + 2 \cdot a_2 \cdot b_2 \cdot C_{12})$$

$$C_{12} = 16.5\text{cm} \rightarrow \text{Distancia a la que se encuentran las fuerzas.}$$

$$\delta_{12} = 6255.40\text{cm}^3$$

$$\delta_{13} = \frac{a_1 \cdot b_3}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_1^2 \cdot b_1 + 2 \cdot a_3 \cdot b_3^2 + 2 \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot C_{13} + a_1 \cdot b_3 \cdot C_{13} + a_3 \cdot b_1 \cdot C_{13} + 2 \cdot a_3 \cdot b_3 \cdot C_{13})$$

$$C_{13} = 27.7\text{cm} \rightarrow \text{Distancia a la que se encuentran las fuerzas.}$$

$$\delta_{13} = 7582.89\text{cm}^3$$

$$\delta_{14} = \frac{a_1 \cdot b_4}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_1^2 \cdot b_1 + 2 \cdot a_4 \cdot b_4^2 + 2 \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot C_{14} + a_1 \cdot b_4 \cdot C_{14} + a_4 \cdot b_1 \cdot C_{14} + 2 \cdot a_4 \cdot b_4 \cdot C_{14})$$

$$C_{14} = 39.1\text{cm} \rightarrow \text{Distancia a la que se encuentran las fuerzas.}$$

$$\delta_{14} = 8143.61\text{cm}^3$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

$$\delta_{15} = \frac{a_1 \cdot b_5}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_1^2 \cdot b_1 + 2 \cdot a_5 \cdot b_5^2 + 2 \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot C_{15} + a_1 \cdot b_5 \cdot C_{15} + a_5 \cdot b_1 \cdot C_{15} + 2 \cdot a_5 \cdot b_5 \cdot C_{15})$$

$C_{15} = 53.1cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{15} = \mathbf{8119.99cm^3}$$

$$\delta_{16} = \frac{a_1 \cdot b_6}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_1^2 \cdot b_1 + 2 \cdot a_6 \cdot b_6^2 + 2 \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot C_{16} + a_1 \cdot b_6 \cdot C_{16} + a_6 \cdot b_1 \cdot C_{16} + 2 \cdot a_6 \cdot b_6 \cdot C_{16})$$

$C_{16} = 64.1cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{16} = \mathbf{7107.21cm^3}$$

$$\delta_{17} = \frac{a_1 \cdot b_7}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_1^2 \cdot b_1 + 2 \cdot a_7 \cdot b_7^2 + 2 \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot C_{17} + a_1 \cdot b_7 \cdot C_{17} + a_7 \cdot b_1 \cdot C_{17} + 2 \cdot a_7 \cdot b_7 \cdot C_{17})$$

$C_{17} = 75.5cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{17} = \mathbf{5842.11cm^3}$$

$$\delta_{18} = \frac{a_1 \cdot b_8}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_1^2 \cdot b_1 + 2 \cdot a_8 \cdot b_8^2 + 2 \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot C_{18} + a_1 \cdot b_8 \cdot C_{18} + a_8 \cdot b_1 \cdot C_{18} + 2 \cdot a_8 \cdot b_8 \cdot C_{18})$$

$C_{18} = 86.7cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{18} = \mathbf{4262.08cm^3}$$

$$\delta_{19} = \frac{a_1 \cdot b_9}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_1^2 \cdot b_1 + 2 \cdot a_9 \cdot b_9^2 + 2 \cdot a_1 \cdot b_1 \cdot C_{19} + a_1 \cdot b_9 \cdot C_{19} + a_9 \cdot b_1 \cdot C_{19} + 2 \cdot a_9 \cdot b_9 \cdot C_{19})$$

$C_{19} = 103.2cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{19} = \mathbf{1542.58cm^3}$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

$$\delta_{1P} = -\frac{1}{2} * \frac{a_1 * b_1}{l} * P * C * l$$

$$\delta_{1P} = -553083.76 \text{ cm}^3$$

$$\delta_{23} = \frac{a_2 \cdot b_2}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_2^2 \cdot b_2 + 2 \cdot a_3 \cdot b_3^2 + 2 \cdot a_2 \cdot b_2 \cdot C_{23} + a_2 \cdot b_3 \cdot C_{23} + a_3 \cdot b_2 \cdot C_{23} + 2 \cdot a_3 \cdot b_3 \cdot C_{23})$$

$$C_{23} = 11.2 \text{ cm} \rightarrow \text{Distancia a la que se encuentran las fuerzas.}$$

$$\delta_{23} = 20145.15 \text{ cm}^3$$

$$\delta_{24} = \frac{a_2 \cdot b_4}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_2^2 \cdot b_2 + 2 \cdot a_4 \cdot b_4^2 + 2 \cdot a_2 \cdot b_2 \cdot C_{24} + a_2 \cdot b_4 \cdot C_{24} + a_4 \cdot b_2 \cdot C_{24} + 2 \cdot a_4 \cdot b_4 \cdot C_{24})$$

$$C_{24} = 22.6 \text{ cm} \rightarrow \text{Distancia a la que se encuentran las fuerzas.}$$

$$\delta_{24} = 21981.13 \text{ cm}^3$$

$$\delta_{25} = \frac{a_2 \cdot b_5}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_2^2 \cdot b_2 + 2 \cdot a_5 \cdot b_5^2 + 2 \cdot a_2 \cdot b_2 \cdot C_{25} + a_2 \cdot b_5 \cdot C_{25} + a_5 \cdot b_2 \cdot C_{25} + 2 \cdot a_5 \cdot b_5 \cdot C_{25})$$

$$C_{25} = 36.6 \text{ cm} \rightarrow \text{Distancia a la que se encuentran las fuerzas.}$$

$$\delta_{25} = 22233.63 \text{ cm}^3$$

$$\delta_{26} = \frac{a_2 \cdot b_6}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_2^2 \cdot b_2 + 2 \cdot a_6 \cdot b_6^2 + 2 \cdot a_2 \cdot b_2 \cdot C_{26} + a_2 \cdot b_6 \cdot C_{26} + a_6 \cdot b_2 \cdot C_{26} + 2 \cdot a_6 \cdot b_6 \cdot C_{26})$$

$$C_{26} = 47.6 \text{ cm} \rightarrow \text{Distancia a la que se encuentran las fuerzas.}$$

$$\delta_{26} = 19492.48 \text{ cm}^3$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

$$\delta_{27} = \frac{a_2 \cdot b_7}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_2^2 \cdot b_2 + 2 \cdot a_7 \cdot b_7^2 + 2 \cdot a_2 \cdot b_2 \cdot C_{27} + a_2 \cdot b_7 \cdot C_{27} + a_7 \cdot b_2 \cdot C_{27} + 2 \cdot a_7 \cdot b_7 \cdot C_{27})$$

$C_{27} = 59cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{27} = \mathbf{16079.22cm^3}$$

$$\delta_{28} = \frac{a_2 \cdot b_8}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_2^2 \cdot b_2 + 2 \cdot a_8 \cdot b_8^2 + 2 \cdot a_2 \cdot b_2 \cdot C_{28} + a_2 \cdot b_8 \cdot C_{28} + a_8 \cdot b_2 \cdot C_{28} + 2 \cdot a_8 \cdot b_8 \cdot C_{28})$$

$C_{28} = 70.2cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{28} = \mathbf{11756.58cm^3}$$

$$\delta_{29} = \frac{a_2 \cdot b_9}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_2^2 \cdot b_2 + 2 \cdot a_9 \cdot b_9^2 + 2 \cdot a_2 \cdot b_2 \cdot C_{29} + a_2 \cdot b_9 \cdot C_{29} + a_9 \cdot b_2 \cdot C_{29} + 2 \cdot a_9 \cdot b_9 \cdot C_{29})$$

$C_{29} = 86.7cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{29} = \mathbf{2089.28cm^3}$$

$$\delta_{2P} = -\frac{1}{2} * \frac{a_2 * b_2}{l} * P * C * l$$

$$\delta_{2P} = \mathbf{-1355857.68cm^3}$$

$$\delta_{34} = \frac{a_3 \cdot b_4}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_3^2 \cdot b_3 + 2 \cdot a_4 \cdot b_4^2 + 2 \cdot a_3 \cdot b_3 \cdot C_{34} + a_3 \cdot b_4 \cdot C_{34} + a_4 \cdot b_3 \cdot C_{34} + 2 \cdot a_4 \cdot b_4 \cdot C_{34})$$

$C_{34} = 11.4cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{34} = \mathbf{29170.89cm^3}$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

$$\delta_{35} = \frac{a_3 \cdot b_5}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_3^2 \cdot b_3 + 2 \cdot a_5 \cdot b_5^2 + 2 \cdot a_3 \cdot b_3 \cdot C_{35} + a_3 \cdot b_5 \cdot C_{35} + a_4 \cdot b_3 \cdot C_{35} + 2 \cdot a_5 \cdot b_5 \cdot C_{35})$$

$C_{35} = 25.4cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{35} = \mathbf{30020.78cm^3}$$

$$\delta_{36} = \frac{a_3 \cdot b_6}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_3^2 \cdot b_3 + 2 \cdot a_6 \cdot b_6^2 + 2 \cdot a_3 \cdot b_3 \cdot C_{36} + a_3 \cdot b_6 \cdot C_{36} + a_6 \cdot b_3 \cdot C_{36} + 2 \cdot a_6 \cdot b_6 \cdot C_{36})$$

$C_{36} = 36.4cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{36} = \mathbf{25579.15cm^3}$$

$$\delta_{37} = \frac{a_3 \cdot b_7}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_3^2 \cdot b_3 + 2 \cdot a_7 \cdot b_7^2 + 2 \cdot a_3 \cdot b_3 \cdot C_{37} + a_3 \cdot b_7 \cdot C_{37} + a_7 \cdot b_3 \cdot C_{37} + 2 \cdot a_7 \cdot b_7 \cdot C_{37})$$

$C_{37} = 47.8cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{37} = \mathbf{21925.03cm^3}$$

$$\delta_{38} = \frac{a_3 \cdot b_8}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_3^2 \cdot b_3 + 2 \cdot a_8 \cdot b_8^2 + 2 \cdot a_3 \cdot b_3 \cdot C_{38} + a_3 \cdot b_8 \cdot C_{38} + a_8 \cdot b_3 \cdot C_{38} + 2 \cdot a_8 \cdot b_8 \cdot C_{38})$$

$C_{38} = 59cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{38} = \mathbf{16079.22cm^3}$$

$$\delta_{39} = \frac{a_3 \cdot b_9}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_3^2 \cdot b_3 + 2 \cdot a_9 \cdot b_9^2 + 2 \cdot a_3 \cdot b_3 \cdot C_{39} + a_3 \cdot b_9 \cdot C_{39} + a_9 \cdot b_3 \cdot C_{39} + 2 \cdot a_9 \cdot b_9 \cdot C_{39})$$

$C_{39} = 75.5cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{39} = \mathbf{5842.11cm^3}$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

$$\delta_{3P} = -\frac{1}{2} * \frac{a_3 * b_3}{l} * P * C * l$$

$$\delta_{3P} = -1726675.2 \text{ cm}^3$$

$$\delta_{45} = \frac{a_4 \cdot b_5}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_4^2 \cdot b_4 + 2 \cdot a_5 \cdot b_5^2 + 2 \cdot a_4 \cdot b_4 \cdot C_{45} + a_4 \cdot b_5 \cdot C_{45} + a_5 \cdot b_4 \cdot C_{45} + 2 \cdot a_5 \cdot b_5 \cdot C_{45})$$

$C_{45} = 14 \text{ cm} \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{45} = 42536.07 \text{ cm}^3$$

$$\delta_{46} = \frac{a_4 \cdot b_6}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_4^2 \cdot b_4 + 2 \cdot a_6 \cdot b_6^2 + 2 \cdot a_4 \cdot b_4 \cdot C_{46} + a_4 \cdot b_6 \cdot C_{46} + a_6 \cdot b_4 \cdot C_{46} + 2 \cdot a_6 \cdot b_6 \cdot C_{46})$$

$C_{46} = 25 \text{ cm} \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{46} = 31667.86 \text{ cm}^3$$

$$\delta_{47} = \frac{a_4 \cdot b_7}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_4^2 \cdot b_4 + 2 \cdot a_7 \cdot b_7^2 + 2 \cdot a_4 \cdot b_4 \cdot C_{47} + a_4 \cdot b_7 \cdot C_{47} + a_7 \cdot b_4 \cdot C_{47} + 2 \cdot a_7 \cdot b_7 \cdot C_{47})$$

$C_{47} = 36.4 \text{ cm} \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{47} = 26451.95 \text{ cm}^3$$

$$\delta_{48} = \frac{a_4 \cdot b_8}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_4^2 \cdot b_4 + 2 \cdot a_8 \cdot b_8^2 + 2 \cdot a_4 \cdot b_4 \cdot C_{48} + a_4 \cdot b_8 \cdot C_{48} + a_8 \cdot b_4 \cdot C_{48} + 2 \cdot a_8 \cdot b_8 \cdot C_{48})$$

$C_{48} = 47.6 \text{ cm} \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{48} = 19492.48 \text{ cm}^3$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

$$\delta_{49} = \frac{a_4 \cdot b_9}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_4^2 \cdot b_4 + 2 \cdot a_9 \cdot b_9^2 + 2 \cdot a_4 \cdot b_4 \cdot C_{49} + a_4 \cdot b_9 \cdot C_{49} + a_9 \cdot b_4 \cdot C_{49} + 2 \cdot a_9 \cdot b_9 \cdot C_{49})$$

$C_{49} = 64.1\text{cm} \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{49} = 7005.54\text{cm}^3$$

$$\delta_{4P} = -\frac{1}{2} * \frac{a_4 * b_4}{l} * P * C * l$$

$$\delta_{4P} = -1959536.03\text{cm}^3$$

$$\delta_{56} = \frac{a_5 \cdot b_6}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_5^2 \cdot b_5 + 2 \cdot a_6 \cdot b_6^2 + 2 \cdot a_5 \cdot b_5 \cdot C_{56} + a_5 \cdot b_6 \cdot C_{56} + a_6 \cdot b_5 \cdot C_{56} + 2 \cdot a_6 \cdot b_6 \cdot C_{56})$$

$C_{56} = 11\text{cm} \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{56} = 33458.75\text{cm}^3$$

$$\delta_{57} = \frac{a_5 \cdot b_7}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_5^2 \cdot b_5 + 2 \cdot a_7 \cdot b_7^2 + 2 \cdot a_5 \cdot b_5 \cdot C_{57} + a_5 \cdot b_7 \cdot C_{57} + a_7 \cdot b_5 \cdot C_{57} + 2 \cdot a_7 \cdot b_7 \cdot C_{57})$$

$C_{57} = 22.4\text{cm} \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{57} = 28453.62\text{cm}^3$$

$$\delta_{58} = \frac{a_5 \cdot b_8}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_5^2 \cdot b_5 + 2 \cdot a_8 \cdot b_8^2 + 2 \cdot a_5 \cdot b_5 \cdot C_{58} + a_5 \cdot b_8 \cdot C_{58} + a_8 \cdot b_5 \cdot C_{58} + 2 \cdot a_8 \cdot b_8 \cdot C_{58})$$

$C_{58} = 33.6\text{cm} \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{58} = 21216.55\text{cm}^3$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

$$\delta_{59} = \frac{a_5 \cdot b_9}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_5^2 \cdot b_5 + 2 \cdot a_9 \cdot b_9^2 + 2 \cdot a_5 \cdot b_5 \cdot C_{59} + a_5 \cdot b_9 \cdot C_{59} + a_9 \cdot b_5 \cdot C_{59} + 2 \cdot a_9 \cdot b_9 \cdot C_{59})$$

$C_{59} = 50.1cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{59} = 7818.33cm^3$$

$$\delta_{5P} = -\frac{1}{2} * \frac{a_5 * b_5}{l} * P * C * l$$

$$\delta_{5P} = -2045955.37cm^3$$

$$\delta_{67} = \frac{a_6 \cdot b_7}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_6^2 \cdot b_6 + 2 \cdot a_7 \cdot b_7^2 + 2 \cdot a_6 \cdot b_6 \cdot C_{67} + a_6 \cdot b_7 \cdot C_{67} + a_7 \cdot b_6 \cdot C_{67} + 2 \cdot a_7 \cdot b_7 \cdot C_{67})$$

$C_{67} = 11.4cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{67} = 29170.89cm^3$$

$$\delta_{68} = \frac{a_6 \cdot b_8}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_6^2 \cdot b_6 + 2 \cdot a_8 \cdot b_8^2 + 2 \cdot a_6 \cdot b_6 \cdot C_{68} + a_6 \cdot b_8 \cdot C_{68} + a_8 \cdot b_6 \cdot C_{68} + 2 \cdot a_8 \cdot b_8 \cdot C_{68})$$

$C_{68} = 22.6cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{68} = 21223.79cm^3$$

$$\delta_{69} = \frac{a_6 \cdot b_9}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_6^2 \cdot b_6 + 2 \cdot a_9 \cdot b_9^2 + 2 \cdot a_6 \cdot b_6 \cdot C_{69} + a_6 \cdot b_9 \cdot C_{69} + a_9 \cdot b_6 \cdot C_{69} + 2 \cdot a_9 \cdot b_9 \cdot C_{69})$$

$C_{69} = 39.1cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{69} = 8143.61cm^3$$

$$\delta_{6P} = -\frac{1}{2} * \frac{a_6 * b_6}{l} * P * C * l$$

$$\delta_{6P} = -1959536.03cm^3$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

$$\delta_{78} = \frac{a_7 \cdot b_8}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_7^2 \cdot b_7 + 2 \cdot a_8 \cdot b_8^2 + 2 \cdot a_7 \cdot b_7 \cdot C_{78} + a_7 \cdot b_8 \cdot C_{78} + a_8 \cdot b_7 \cdot C_{78} + 2 \cdot a_8 \cdot b_8 \cdot C_{78})$$

$C_{78} = 11.2cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{78} = 20145.15cm^3$$

$$\delta_{79} = \frac{a_7 \cdot b_9}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_7^2 \cdot b_7 + 2 \cdot a_9 \cdot b_9^2 + 2 \cdot a_7 \cdot b_7 \cdot C_{79} + a_7 \cdot b_9 \cdot C_{79} + a_9 \cdot b_7 \cdot C_{79} + 2 \cdot a_9 \cdot b_9 \cdot C_{79})$$

$C_{79} = 27.7cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{79} = 7582.89cm^3$$

$$\delta_{7P} = -\frac{1}{2} * \frac{a_7 * b_7}{l} * P * C * l$$

$$\delta_{7P} = -1726675.2cm^3$$

$$\delta_{89} = \frac{a_8 \cdot b_9}{6 \cdot l^2} (2 \cdot a_8^2 \cdot b_8 + 2 \cdot a_9 \cdot b_9^2 + 2 \cdot a_8 \cdot b_8 \cdot C_{89} + a_8 \cdot b_9 \cdot C_{89} + a_9 \cdot b_8 \cdot C_{89} + 2 \cdot a_9 \cdot b_9 \cdot C_{89})$$

$C_{89} = 16.5cm \rightarrow$ Distancia a la que se encuentran las fuerzas.

$$\delta_{89} = 6255.40cm^3$$

$$\delta_{8P} = -\frac{1}{2} * \frac{a_8 * b_8}{l} * P * C * l$$

$$\delta_{8P} = -1355857.68cm^3$$

$$\delta_{9P} = -\frac{1}{2} * \frac{a_9 * b_9}{l} * P * C * l$$

$$\delta_{9P} = -553083.76cm^3$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

3.3.1 Cálculo de la constante de rigidez de los muelles.

$$C_i = \frac{d * 10^5}{i * c^3}$$

Donde:

d- Diámetro del alambre (mm).

i- Número de espiras activas.

c = D/d

D- Diámetro medio del muelle (mm).

A continuación en la tabla 3.2 se muestran los valores de los datos necesarios para el cálculo de la constante de rigidez.

Tabla 3.2. Valores de los datos necesarios para el cálculo de la constante de rigidez.

i1	4	i2	8	i4	5	D1(mm)	4,6
d1(mm)	0,5	d2(mm)	0,25	d4(mm)	0,25	D2(mm)	1,95
c1(mm)	9,2	c2(mm)	7,8	c4(mm)	7,4	D3(mm)	1,85

Resultados de las constante de rigidez para los distintos muelles.

$C_1 = C_3 = C_5 = C_7 = C_9 = 16.0526 \text{ mm} \Rightarrow \text{Constante de Rigidez.}$

$C_2 = C_8 = 6.5851 \text{ mm} \Rightarrow \text{Constante de Rigidez.}$

$C_4 = C_6 = 12.3388 \text{ mm} \Rightarrow \text{Constante de Rigidez.}$

3.3.2 Determinación del Módulo de Elasticidad Longitudinal para los muelles.

“E” es un coeficiente cuyo valor depende de las propiedades del material y se denomina **módulo de elasticidad longitudinal o módulo de elasticidad de primer género**. Este coeficiente caracteriza la rigidez del material, es decir, su capacidad de resistir las deformaciones (Stiopin, 1979).

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

El módulo de elasticidad se puede ver en el Anexo A tabla 1.

3.3.3 Determinación del Momento de Inercia de la barra superior.

Se llama **Momento de Inercia Axial o Ecuatorial** del área de una figura la integral de los productos de los planos elementales por los cuadrados de su distancia al eje examinado (Pisarenko, 1979).

Mediante el Software mechanical desktop se determinaron los momentos de inercia de cada sección donde están ubicados cada uno de los apoyos elásticos.

Siendo:

La sección 1 donde actúan las fuerzas P.

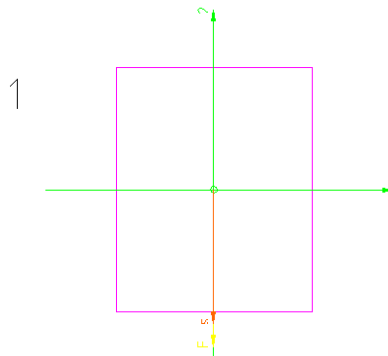


Fig. 3.15. Sección 1.

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

La sección 2 donde actúan las reacciones A_y y B_y y las fuerzas X_4 y X_6 .

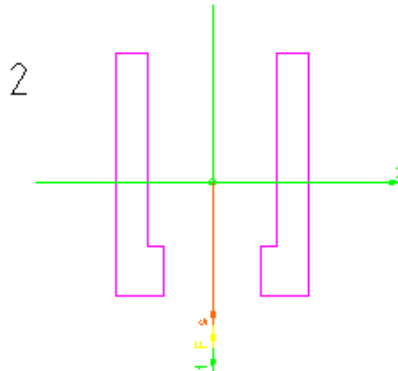


Fig. 3.16. Sección 2.

$$I = 996200 \text{ mm}^4 \quad W_x = 49810 \text{ mm}^3$$

La sección 3 donde actúan las fuerzas X_1 , X_3 , X_7 y X_9 .

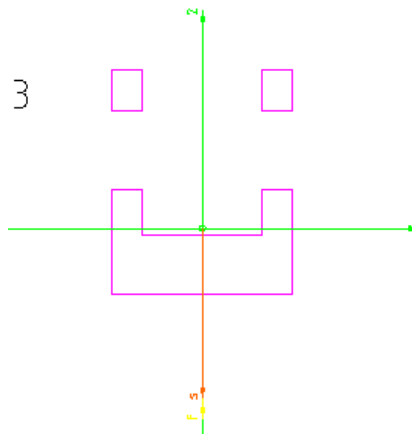


Fig. 3.17. Sección 3.

$$I = 824500 \text{ mm}^4 \quad W_x = 51225 \text{ mm}^3$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

La sección 4 donde actúan las fuerzas X2 y X8.

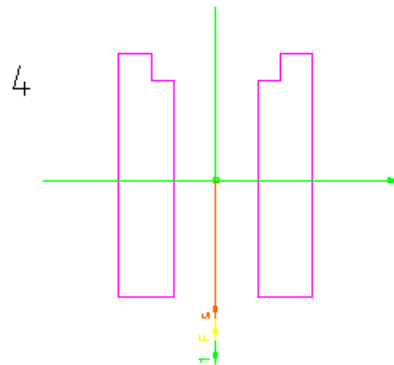


Fig. 3.18. Sección 4.

$$I = 1209200 \text{ mm}^4 \quad W_x = 48368 \text{ mm}^3$$

La sección 5 donde actúa la fuerza X4 y X6.

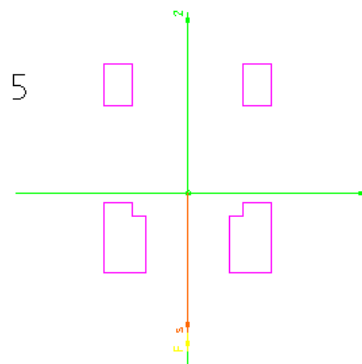


Fig. 3.19. Sección 5.

$$I = 691000 \text{ mm}^4 \quad W_x = 27640 \text{ mm}^3$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

La sección 6 donde actúa la fuerza X5.

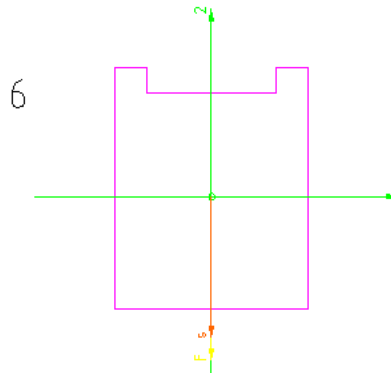


Fig. 3.20. Sección 6.

$$I = 1721000 \text{ mm}^4 \quad W_x = 68840 \text{ mm}^3$$

Para dar solución al sistema de ecuaciones y obtener los valores desde X1 hasta X9 se utilizó el software matlab-R2008, ver Anexo A tabla 2. En la tabla 3.3 se muestran los valores de las fuerzas que actúan en cada una de las secciones analizadas

Tabla 3.3. Valores de las fuerzas.

X1(kN)	X2(kN)	X3(kN)	X4(kN)	X5(kN)	X6(kN)	X7(kN)	X8(kN)	X9(kN)
5.74	4.43	11.04	6.12	8.91	8.82	10.99	4.36	6.12

3.4 Construcción de diagramas de Fuerzas de Cortante y Momentos Flectores.

En la Fig.3.21 se muestra el esquema de análisis que se utilizará para la determinación de los diagramas de cortante y momentos flector para la barra superior en condiciones normales de trabajo.

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

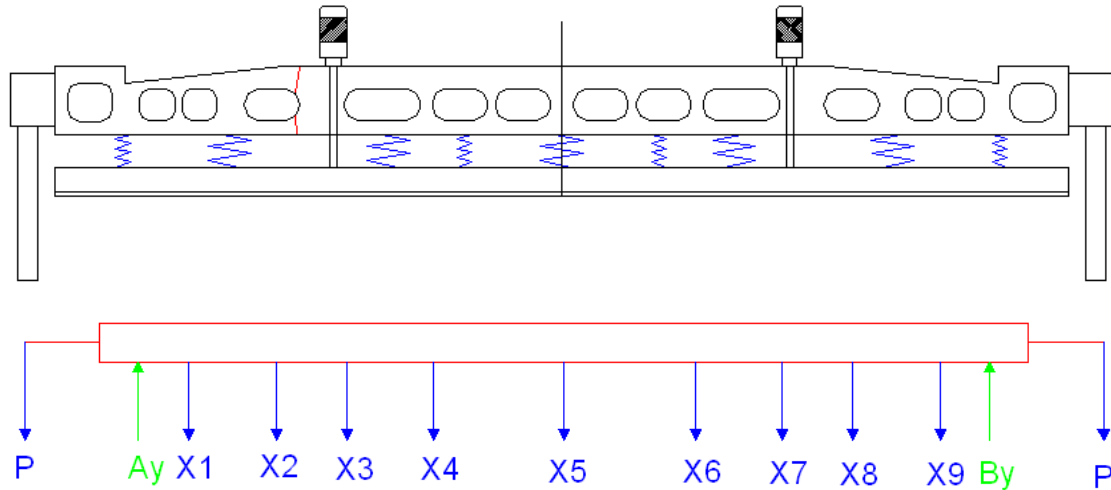


Fig. 3.21. Esquema de análisis del sentido de las fuerzas en la barra superior.

El esquema posibilita el cálculo de las reacciones A_y y B_y .

$$\sum F_y = 0$$

$$A_y + B_y - X_1 - X_2 - X_3 - X_4 - X_5 - X_6 - X_7 - X_8 - X_9 - (2 * P) = 0$$

$$A_y = -B_y + X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + (2 * P)$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-X_1 * 8.8 - X_2 * 25.3 - X_3 * 36.5 - X_4 * 47.9 - X_5 * 61.9 - X_6 * 72.9 - X_7 * 84.3 - X_8 * 95.5 - X_9 * 112 + B_y * 120.8 + P * 25 - P * 145.8 = 0$$

$$B_y = (X_1 * 8.8 + X_2 * 25.3 + X_3 * 36.5 + X_4 * 47.9 + X_5 * 61.9 + X_6 * 72.9 + X_7 * 84.3 + X_8 * 95.5 + X_9 * 112 - P * 25 + P * 145.8) / 120.8$$

$$B_y = (50.512 + 112.079 + 402.96 + 293.148 + 551.529 + 642.978 + 926.457 + 416.38 + 685.44 + 6544.96 - 1122.25) / 120.8$$

$$B_y = 78.67kN$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

$$A_y = -78.67 + 5.74 + 4.43 + 11.04 + 6.12 + 8.91 + 8.82 + 10.99 + 4.36 + 6.12 + 89.78$$

$$A_y = 77.63 \text{ kN}$$

En la Fig.3.22 muestra el diagrama de Fuerzas Cortantes y Momentos Flectores de la barra superior.

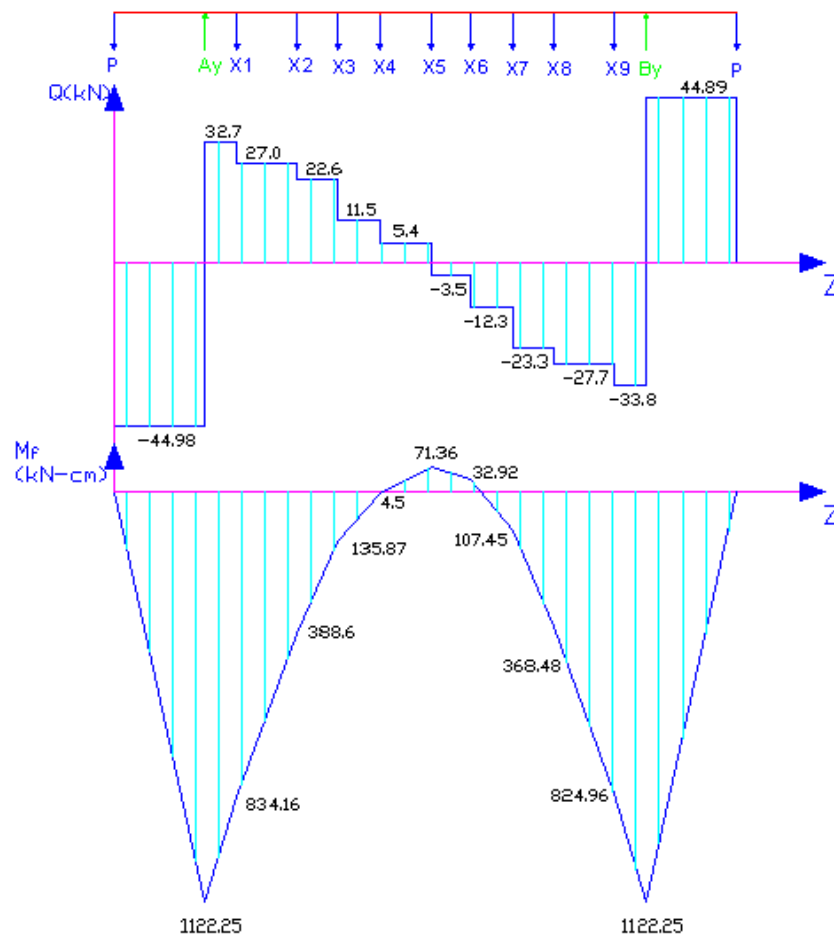


Fig. 3.22. Diagrama de Fuerzas de Cortante y Momentos Flectores de la barra superior.

Posteriormente se realizó el mismo análisis considerando que la barra inferior de hierro fundido estaba fracturada, donde nuevamente el software matlab-R2008, ver Anexo A tabla 3, dio solución al sistema de ecuaciones, obteniéndose los valores desde X1 hasta X7 dados en la tabla 3.4.

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

Tabla 3.4. Valores de las fuerzas.

$X_1(kN)$	$X_2(kN)$	$X_3(kN)$	$X_4(kN)$	$X_5(kN)$	$X_6(kN)$	$X_7(kN)$
49.40	-5.43	0.49	-86.29	20.12	-45.52	187.79

En la Fig.3.23 se muestra el esquema de análisis de la barra superior considerando la inferior fracturada.

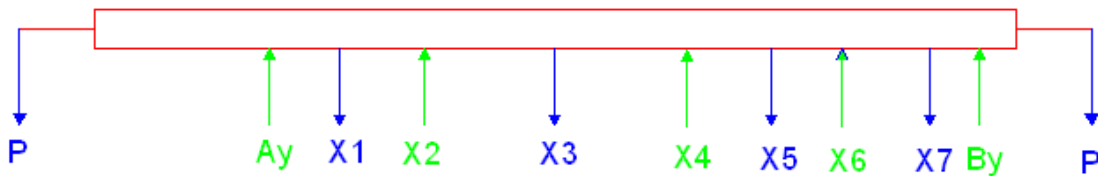


Fig. 3.23. Esquema de análisis del sentido de las fuerzas en la barra superior considerando la barra inferior fracturada.

La Fig. 3.23 posibilita la determinación de las reacciones Ay y By.

$$\sum F_y = 0$$

$$A_y + B_y - X_1 + X_2 - X_3 + X_4 - X_5 + X_6 - X_7 - (2 * P) = 0$$

$$A_y = -B_y + X_1 - X_2 + X_3 - X_4 + X_5 - X_6 + X_7 + (2 * P)$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-X_1 * 11.2 + X_2 * 22.6 - X_3 * 36.6 + X_4 * 47.6 - X_5 * 59 + X_6 * 70.2 - X_7 * 86.7 + B_y * 95.5 + P * 50.3 - P * 120.5 = 0$$

$$B_y = (X_1 * 11.2 - X_2 * 22.6 + X_3 * 36.6 - X_4 * 47.6 + X_5 * 59 - X_6 * 70.2 + X_7 * 86.7 - P * 50.3 + P * 120.5) / 95.5$$

$$B_y = 143.23kN$$

$$A_y = -143.23 + 49.40 - 5.43 + 0.49 - 86.29 + 20.12 - 45.52 - 187.79 + 89.78$$

$$A_y = 66.11kN$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

El diagrama de cortante y momento flector se muestran en la Fig. 3.24.

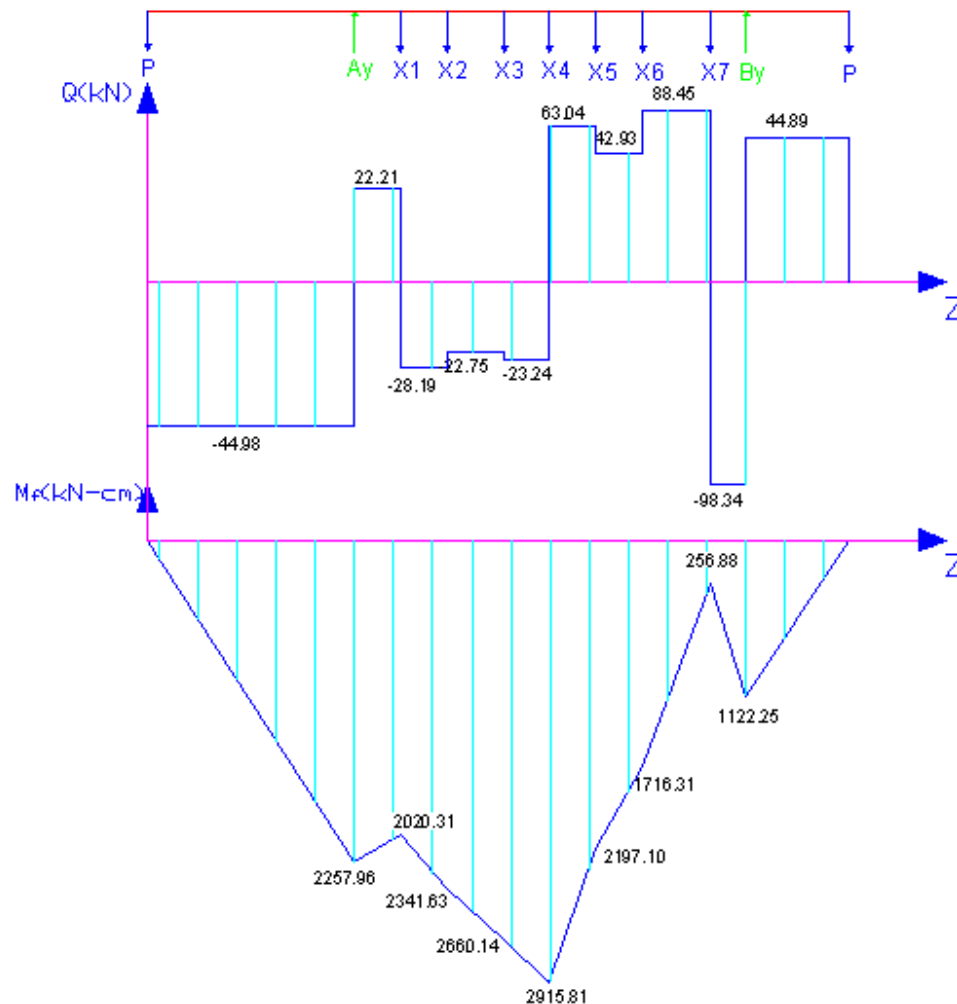


Fig. 3.24. Diagrama de Fuerzas de Cortante y Momentos Flectores de la barra superior considerando la barra inferior fracturada.

3.5 Determinación de las tensiones que surgen en la barra superior

Con los valores de momentos flectores y con los módulos de la sección en cada una de las zonas analizadas se calcularon y graficaron las tensiones como se muestra en la Fig.3.25.

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

Para la determinación de las tensiones provocadas por la flexión se utilizará la siguiente ecuación.

$$\sigma = \frac{m_f}{w_x} \leq [\sigma_t]$$

$$[\sigma_t] = 255 \text{ N/mm}^2$$

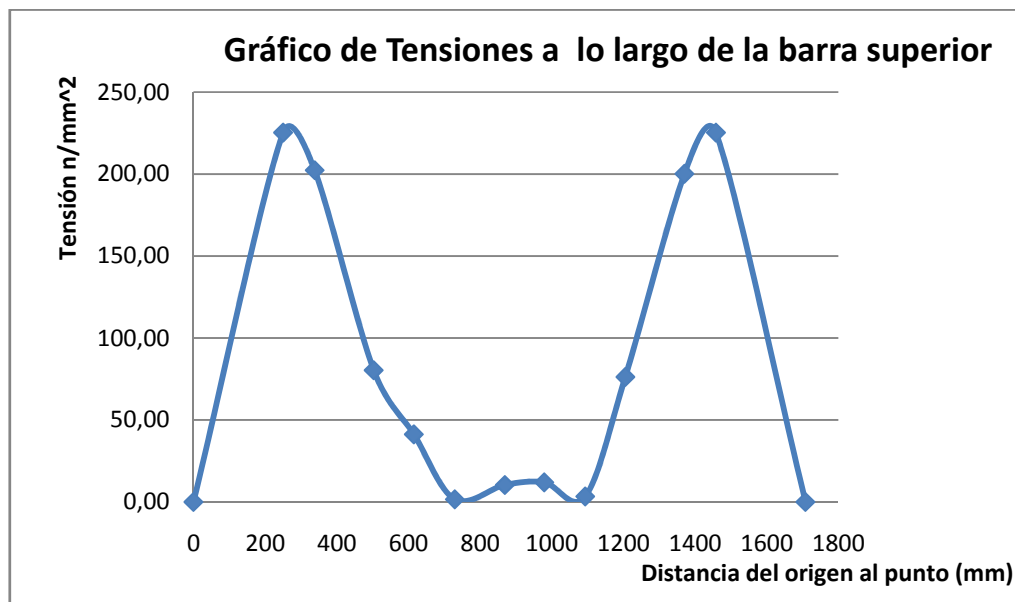


Fig. 3.25. Gráfico de tensiones producidas a lo largo de la barra superior.

Se realizó un análisis de los momentos flectores y de tensiones en la barra superior considerando que la barra inferior de hierro fundido estaba fracturada por la propia zona donde se fracturó posteriormente la barra superior como se muestra en la Fig.3.26.

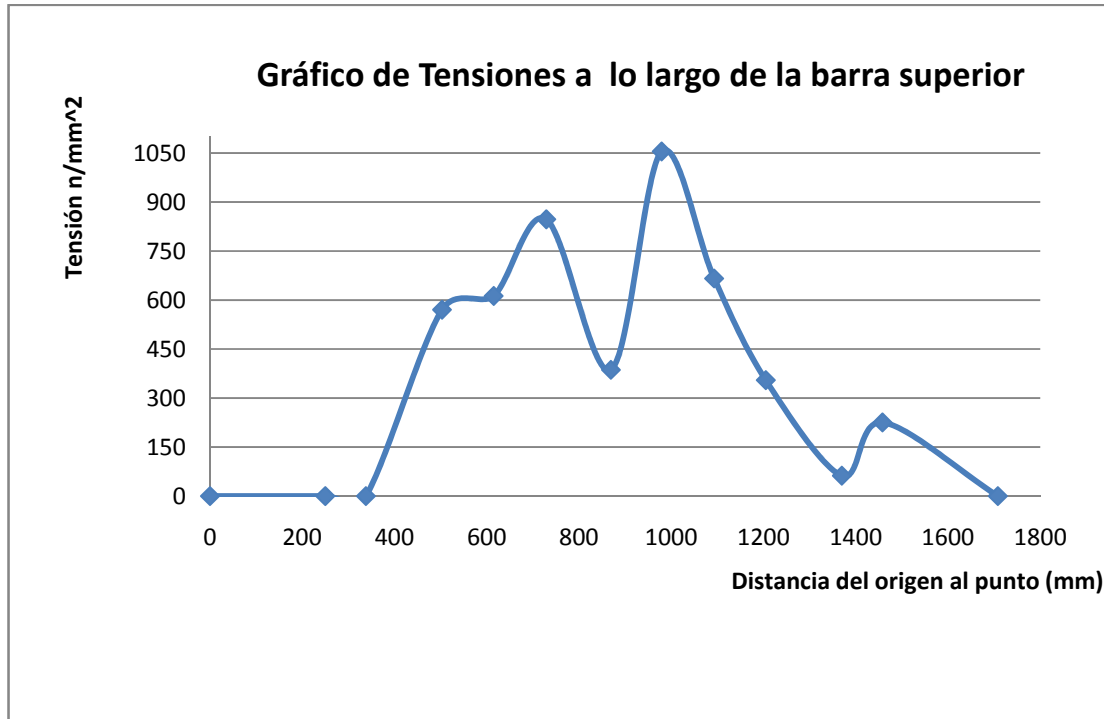


Fig. 3.24. Gráfico de tensiones producidas a lo largo de la barra superior considerando la barra inferior partida.

3.6 Cálculo de la Flecha en la barra superior.

Para el cálculo de la flecha se empleará la ecuación (3.7)

$$EI_X y_A = EI_X y_0 + EI_X \theta_0 Z_1 - \frac{P(Z_1)^3}{6} \quad (3.7)$$

$$EI_X y_A = 0$$

Despejando y_0 en la ecuación (3.8) se obtiene la (3.9)

$$y_0 = \frac{\frac{P(Z_1)^3}{6} - EI_X \theta_0 Z_1}{EI_X} \quad (3.9)$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

$$EI_X y_B = EI_X y_0 + EI_X \theta_0 Z_2 - \frac{P(Z_2)^3}{6} + \frac{A_y(Z_2-a_1)^3}{6} - \frac{X_1(Z_2-a_2)^3}{6} - \frac{X_2(Z_2-a_3)^3}{6} - \frac{X_3(Z_2-a_4)^3}{6} - \frac{X_4(Z_2-a_5)^3}{6} - \frac{X_5(Z_2-a_5)^3}{6} - \frac{X_6(Z_2-a_7)^3}{6} - \frac{X_7(Z_2-a_8)^3}{6} - \frac{X_8(Z_2-a_9)^3}{6} - \frac{X_9(Z_2-a_{10})^3}{6}$$

(3.10)

$$EI_X y_B = 0$$

Sustituyendo (3.9) en (3.10.) se obtiene (3.11)

$$EI_X \frac{\frac{P(Z_1)^3}{6} - EI_X \theta_0 Z_1}{EI_X} + EI_X \theta_0 Z_2 - \frac{P(Z_2)^3}{6} + \frac{A_y(Z_2-a_1)^3}{6} - \frac{X_1(Z_2-a_2)^3}{6} - \frac{X_2(Z_2-a_3)^3}{6} - \frac{X_3(Z_2-a_4)^3}{6} - \frac{X_4(Z_2-a_5)^3}{6} - \frac{X_5(Z_2-a_5)^3}{6} - \frac{X_6(Z_2-a_7)^3}{6} - \frac{X_7(Z_2-a_8)^3}{6} - \frac{X_8(Z_2-a_9)^3}{6} - \frac{X_9(Z_2-a_{10})^3}{6} = 0$$

(3.11)

Despejando θ_0 en (3.11) da lugar a la ecuación (3.12).

$$\theta_0 = \left(-\frac{P(Z_1)^3}{6} + \frac{P(Z_2)^3}{6} - \frac{A_y(Z_2-a_1)^3}{6} + \frac{X_1(Z_2-a_2)^3}{6} + \frac{X_2(Z_2-a_3)^3}{6} + \frac{X_3(Z_2-a_4)^3}{6} + \frac{X_4(Z_2-a_5)^3}{6} + \frac{X_5(Z_2-a_5)^3}{6} + \frac{X_6(Z_2-a_7)^3}{6} + \frac{X_7(Z_2-a_8)^3}{6} + \frac{X_8(Z_2-a_9)^3}{6} + \frac{X_9(Z_2-a_{10})^3}{6} \right) / (EI_X \theta_0 Z_2 - EI_X Z_1)$$

(3.12)

La tabla 3.5 muestra los valores de las distancias a utilizar en el cálculo de la flecha.

Tabla 3.5. Valores de las distancias.

Valores de las distancias en cm												
a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a10	Z1	Z2	Z3
25	33.8	50.3	61.5	72.9	86.9	97.9	109.3	120.5	137	25	145.8	64.5

$$\theta_0 = 0.002$$

Sustituyendo el valor de θ_0 en (3.9) se obtiene el siguiente valor de y_0

$$y_0 = 0.1 \text{ cm}$$

Capítulo III: Determinación de las fuerzas, momentos flectores y tensiones que surgen en la barra superior.

A continuación se realiza el cálculo de la flecha para $Z_3 = 64.5\text{cm}$ en la ecuación (3.13.)

$$EI_X y_{Z_3} = EI_X y_0 + EI_X \theta_0 Z_3 - \frac{P(Z_3)^3}{6} + \frac{A_y(Z_3 - a_1)^3}{6} - \frac{X_1(Z_3 - a_2)^3}{6} - \frac{X_2(Z_3 - a_3)^3}{6}$$

$$y_{Z_3} = (EI_X y_0 + EI_X \theta_0 Z_3 - \frac{P(Z_3)^3}{6} + \frac{A_y(Z_3 - a_1)^3}{6} - \frac{X_1(Z_3 - a_2)^3}{6} - \frac{X_2(Z_3 - a_3)^3}{6}) / EI_X$$

(3.13)

$$y_{Z_3} = -0.66\text{cm}$$

3.7 Conclusiones del Capítulo.

1. Con la ayuda del software Mechanical Desktop fue posible obtener los valores del modulo de la sección a la flexión para cada uno de los tramos de la barra que es de sección variable, posibilitando la construcción del diagrama de tensiones a lo largo de la barra.
2. De la construcción del diagrama de momento flector y cortante para la barra superior se pudo constatar que la sección más peligrosa está muy próxima a la zona fracturada, siendo coincidente con la realidad. Las tensiones calculadas en esa zona próxima al segundo muelle alcanzan valores próximos a la tensión de rotura del material
3. Al realizar el análisis de tensiones a lo largo de la barra, considerando que la barra inferior se había fracturado, estas crecen aproximadamente en 3 veces superando el límite de rotura en el punto analizado, por lo que la barra superior fallará bajo estas condiciones de forma inminente.

Conclusiones

A decorative border consisting of two parallel dark blue lines. It starts as a horizontal line at the bottom left, then turns 90 degrees counter-clockwise to become a vertical line extending upwards towards the top right corner of the page.

Conclusiones

1. En las pruebas de alineamiento realizadas se comprobó que el sistema de corte se encontraba dentro de los parámetros que solicita el fabricante. Y de los ensayos no destructivos, aplicando líquidos penetrantes a la barra superior se detectaron algunos poros pequeños en la superficie interior y exterior en la zona donde ocurrió la fractura y en otros puntos de la barra ocasionados por errores en la fundición, constituyendo concentradores de tensiones considerables.
2. El empleo del método de la viga equivalente es el más adecuado para determinar las reacciones que surgen en los apoyos elásticos de la barra superior, así como el empleo del método de las fuerzas para determinar todas las cargas que actúan sobre el sistema. Con la ayuda del software Mechanical Desktop fue posible obtener los valores del módulo de la sección a la flexión para cada uno de los tramos de la barra, posibilitando la construcción del diagrama de tensiones a lo largo de la misma, constatándose que la sección más peligrosa está muy próxima a la zona fracturada, siendo coincidente con la realidad. Las tensiones calculadas en esa zona, aproximadamente 200 N/mm^2 , próxima al segundo muelle alcanzan valores próximos a la tensión de rotura del material, 255 N/mm^2 . Esto sumado a concentradores de tensiones por cambio de sección e imperfecciones hace peligrosa esta zona.
3. Al realizar el análisis de tensiones a lo largo de la barra, considerando que la barra inferior se había fracturado, estas crecen aproximadamente en 3 veces superando el límite de rotura en el punto analizado, por lo que la barra superior fallará bajo estas condiciones de forma inminente.

Recomendaciones

Recomendaciones

Recomendaciones

1. Continuar el análisis en la barra inferior teniendo en cuenta que la barra está sometida a altas temperaturas producidas por las resistencias acopladas a ella.
2. Emplear una barra de aluminio con una buena terminación o aumentando su momento de inercia colocando refuerzos laterales.

Bibliografía

Bibliografía

Bibliografía

- Birger I.A. (1966). *Cálculo de Resistencia de Piezas de Máquinas*. Moscú: Mashinostroenie.
- Bolsa Plásticas. (s.d.). . Recuperado a partir de <http://www.scribd.com/doc/14292565/tesis-bolsas-plasticas>.
- Dobrovolski ,V. (1970). *Elementos de Máquinas*. Moscú: MIR.
- ELBA. (s.d.). Manual de la Confeccionadora.
- Feodosiev, V.I. (1985). *Resistencia de Materiales*. Moscú: MIR.
- Goytisoló, R. (2007). Folleto de resistencia de materiales avanzada. Universidad de Cienfuegos.
- Gulíáev, A.P. (1978). *Metalografía*. Moscú: MIR.
- Ivanov, M.N. (1991). *Elementos de Máquinas*. Vischaya Schkola.
- Jorochailov, V. (1988). *Teoría y tecnología del tratamiento térmico de los aceros*. La Habana: Enpes.
- Lajtin, Y. (1973). *Metalografía y tratamiento térmico de los metales*. Moscú.
- Malishev, A. (1987). *Tecnología de los metales*. Moscú: MIR.
- Olsen, G. (1965). *Elements of Mechanics of materials*. La Habana: Asociación de estudiantes de Ingeniería.
- Pisarenko ,G.S. (1989). *Manual de Resistencia de Materiales*. Moscú: MIR.
- Shannley, F. (1971). *Mecánica de materiales*. USA: McGranw-Hill.
- Shigley, J.E, & Mischke, Ch. R. (1997). *Diseño en Ingeniería Mecánica*. España: Mc Graw Hill.
- Stiopin, P. (1979). *Resistencia de materiales*. Moscú: MIR.

Anexos

Anexos

Anexos

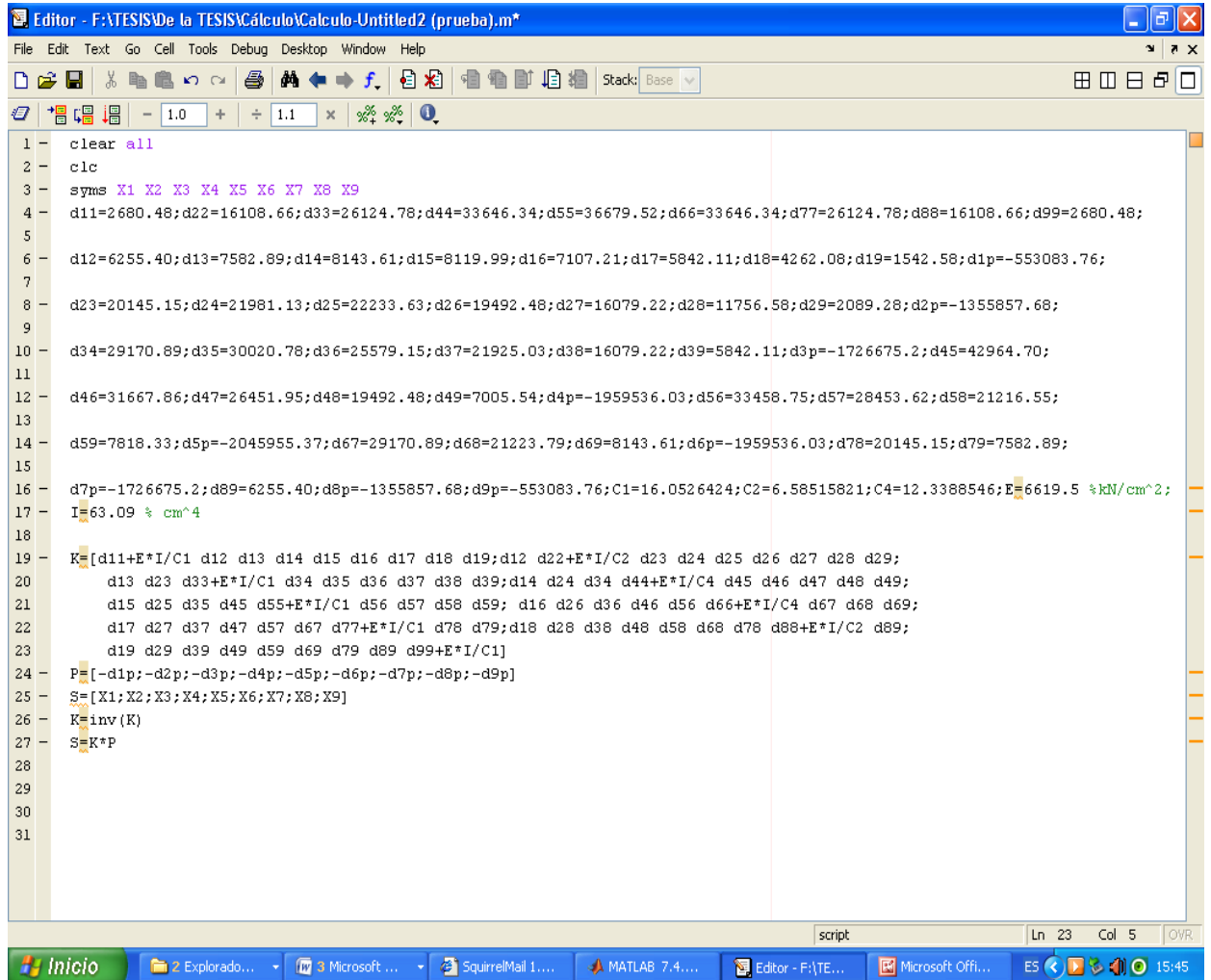
Anexos A: Tablas.

Tabla 1. Valor del Módulo de Elasticidad Longitudinal

Módulo de Elasticidad Longitudinal	
<i>Material</i>	<i>E, Kgf/ cm²</i>
Acero	$2 \cdot 10^6 - 2.2 \cdot 10^6$
Cobre	$1 \cdot 10^6$
Madera	$1 \cdot 10^5$
Aluminio	$0.675 \cdot 10^6$
Hierro fundido	$0.75 \cdot 10^6 - 1.6 \cdot 10^6$
Plástico de fibras de vidrio	$0.18 \cdot 10^6 - 0.40 \cdot 10^6$

Anexos

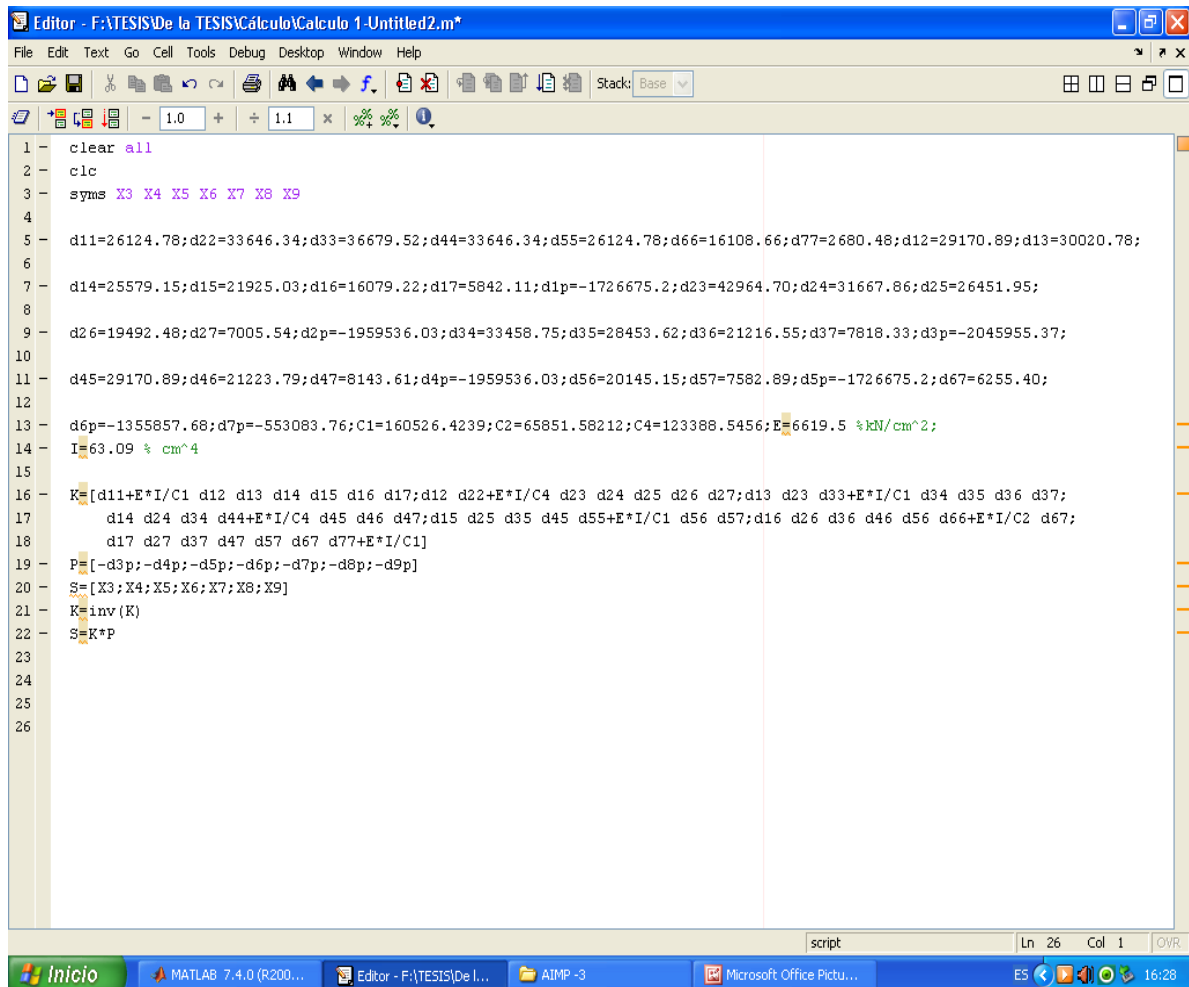
Tabla 2. Ecuaciones canónicas empleadas en el MATLAB para la barra superior



```
1 - clear all
2 - clc
3 - syms X1 X2 X3 X4 X5 X6 X7 X8 X9
4 - d11=2680.48;d22=16108.66;d33=26124.78;d44=33646.34;d55=36679.52;d66=33646.34;d77=26124.78;d88=16108.66;d99=2680.48;
5
6 - d12=6255.40;d13=7582.89;d14=8143.61;d15=8119.99;d16=7107.21;d17=5842.11;d18=4262.08;d19=1542.58;d1p=-553083.76;
7
8 - d23=20145.15;d24=21981.13;d25=22233.63;d26=19492.48;d27=16079.22;d28=11756.58;d29=2089.28;d2p=-1355857.68;
9
10 - d34=29170.89;d35=30020.78;d36=25579.15;d37=21925.03;d38=16079.22;d39=5842.11;d3p=-1726675.2;d45=42964.70;
11
12 - d46=31667.86;d47=26451.95;d48=19492.48;d49=7005.54;d4p=-1959536.03;d56=33458.75;d57=28453.62;d58=21216.55;
13
14 - d59=7818.33;d5p=-2045955.37;d67=29170.89;d68=21223.79;d69=8143.61;d6p=-1959536.03;d78=20145.15;d79=7582.89;
15
16 - d7p=-1726675.2;d89=6255.40;d8p=-1355857.68;d9p=-553083.76;C1=16.0526424;C2=6.58515821;C4=12.3388546;E=6619.5 %kN/cm^2;
17 - I=63.09 % cm^4
18
19 - K=[d11+E*I/C1 d12 d13 d14 d15 d16 d17 d18 d19;d12 d22+E*I/C2 d23 d24 d25 d26 d27 d28 d29;
20 -     d13 d23 d33+E*I/C1 d34 d35 d36 d37 d38 d39;d14 d24 d34 d44+E*I/C4 d45 d46 d47 d48 d49;
21 -     d15 d25 d35 d45 d55+E*I/C1 d56 d57 d58 d59; d16 d26 d36 d46 d56 d66+E*I/C4 d67 d68 d69;
22 -     d17 d27 d37 d47 d57 d67 d77+E*I/C1 d78 d79;d18 d28 d38 d48 d58 d68 d78 d88+E*I/C2 d89;
23 -     d19 d29 d39 d49 d59 d69 d79 d89 d99+E*I/C1]
24 - P=[-d1p;-d2p;-d3p;-d4p;-d5p;-d6p;-d7p;-d8p;-d9p]
25 - S=[X1;X2;X3;X4;X5;X6;X7;X8;X9]
26 - K=inv(K)
27 - S=K*P
28
29
30
31
```

Anexos

Tabla 3. Ecuaciones canónicas empleadas en el MATLAB para la barra superior considerando la inferior fracturada



```
Editor - F:\TESIS\De la TESIS\Calculo\Calculo 1-Untitled2.m*
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
1 - clear all
2 - clc
3 - syms X3 X4 X5 X6 X7 X8 X9
4
5 - d11=26124.78;d22=33646.34;d33=36679.52;d44=33646.34;d55=26124.78;d66=16108.66;d77=2680.48;d12=29170.89;d13=30020.78;
6
7 - d14=25579.15;d15=21925.03;d16=16079.22;d17=5842.11;d1p=-1726675.2;d23=42964.70;d24=31667.86;d25=26451.95;
8
9 - d26=19492.48;d27=7005.54;d2p=-1959536.03;d34=33458.75;d35=28453.62;d36=21216.55;d37=7818.33;d3p=-2045955.37;
10
11 - d45=29170.89;d46=21223.79;d47=8143.61;d4p=-1959536.03;d56=20145.15;d57=7582.89;d5p=-1726675.2;d67=6255.40;
12
13 - d6p=-1355857.68;d7p=-553083.76;C1=160526.4239;C2=65851.58212;C4=123388.5456;E=6619.5 %kN/cm^2;
14 - I=63.09 % cm^4
15
16 - K=[d11+E*I/C1 d12 d13 d14 d15 d16 d17;d12 d22+E*I/C4 d23 d24 d25 d26 d27;d13 d23 d33+E*I/C1 d34 d35 d36 d37;
17 - d14 d24 d34 d44+E*I/C4 d45 d46 d47;d15 d25 d35 d45 d55+E*I/C1 d56 d57;d16 d26 d36 d46 d56 d66+E*I/C2 d67;
18 - d17 d27 d37 d47 d57 d67 d77+E*I/C1]
19 - P=[-d3p;-d4p;-d5p;-d6p;-d7p;-d8p;-d9p]
20 - S=[X3;X4;X5;X6;X7;X8;X9]
21 - K=inv(K)
22 - S=K*P
23
24
25
26
script Ln 26 Col 1 OVR
Inicio MATLAB 7.4.0 (R200... Editor - F:\TESIS\De l... AIMP -3 Microsoft Office Pictu... E5 16:28
```

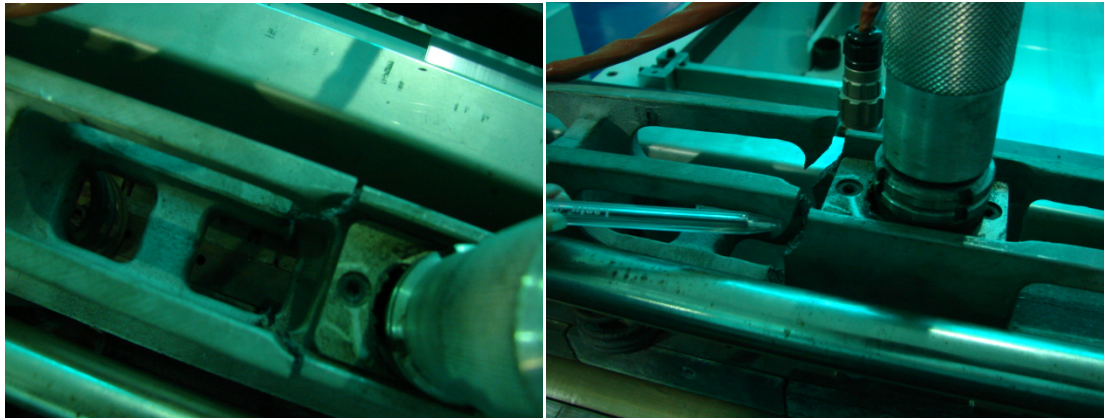
Anexos

Anexos B: Fotos de la máquina y de la fractura.

Foto 1. Barra superior e inferior junto al conjunto de de apoyos elásticos.



Foto 2. Fractura de la barra superior.



Anexos

Foto 3. Fractura de la barra superior.



Foto 4. Fractura de la barra superior.



Anexos

Foto 5. Prueba de líquido penetrante a la barra superior.



Foto 6. Fractura de la barra inferior.



Anexos

Foto 7. Fractura de la barra inferior.

