



Tesis de Grado



“Determinación de un Coeficiente de Carga Dinámica que permita considerar la dinámica del funcionamiento de las Coronas en el Cálculo de Elementos del Molino de Caña”

Autor: Liber Aragonés Torres

**Tutor: Ing. Mario J. Cabello Ulloa
Dr. Juan J. Cabello Eras**

Curso 2009 - 2010
“Año 52 de la Revolución”

Declaración de autoridad.



Facultad de Ingeniería Mecánica.

Hago constar que el presente trabajo fue realizado en la Universidad de Cienfuegos, como parte de la culminación de los estudios en la especialidad de Ingeniería Mecánica; autorizando a que el mismo sea utilizado para los fines que estime conveniente, tanto de forma parcial como total, y además no podrá ser presentado en eventos ni publicado sin la aprobación de la Universidad de Cienfuegos.

Firma del Autor

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido revisado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple los requisitos que debe tener un trabajo de esa envergadura, referido a la temática señalada.

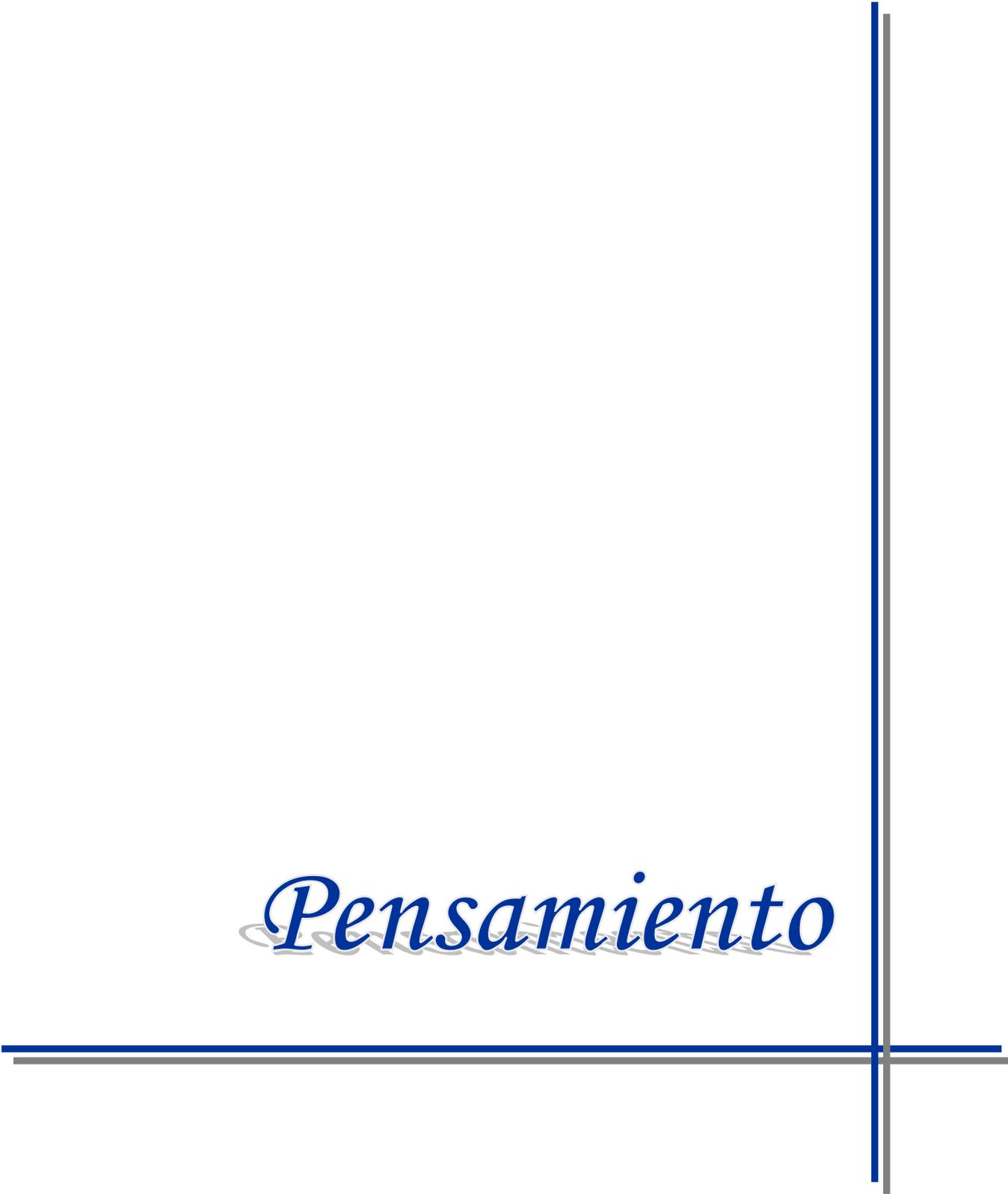
Información Científico – Técnica, Firma

Firma del Vicedecano

Firma del Tutor

Sistema de Documentación y Proyectos

Pensamiento



La ciencia tiene una característica maravillosa, y es que aprende de sus errores, que utiliza sus equivocaciones para reexaminar los problemas y volver a intentar resolverlos, cada vez por nuevos caminos.

Ruy Pérez Tamayo (científico mexicano)

Ninguna ciencia, en cuanto a ciencia, engaña; el engaño está en quien no sabe.

Miguel de Cervantes (escritor español)

Agradecimientos

Agradecimientos

A todos los profesores que de alguna forma, han tenido que ver en mi formación como profesional, brindándome sus conocimientos y experiencias.

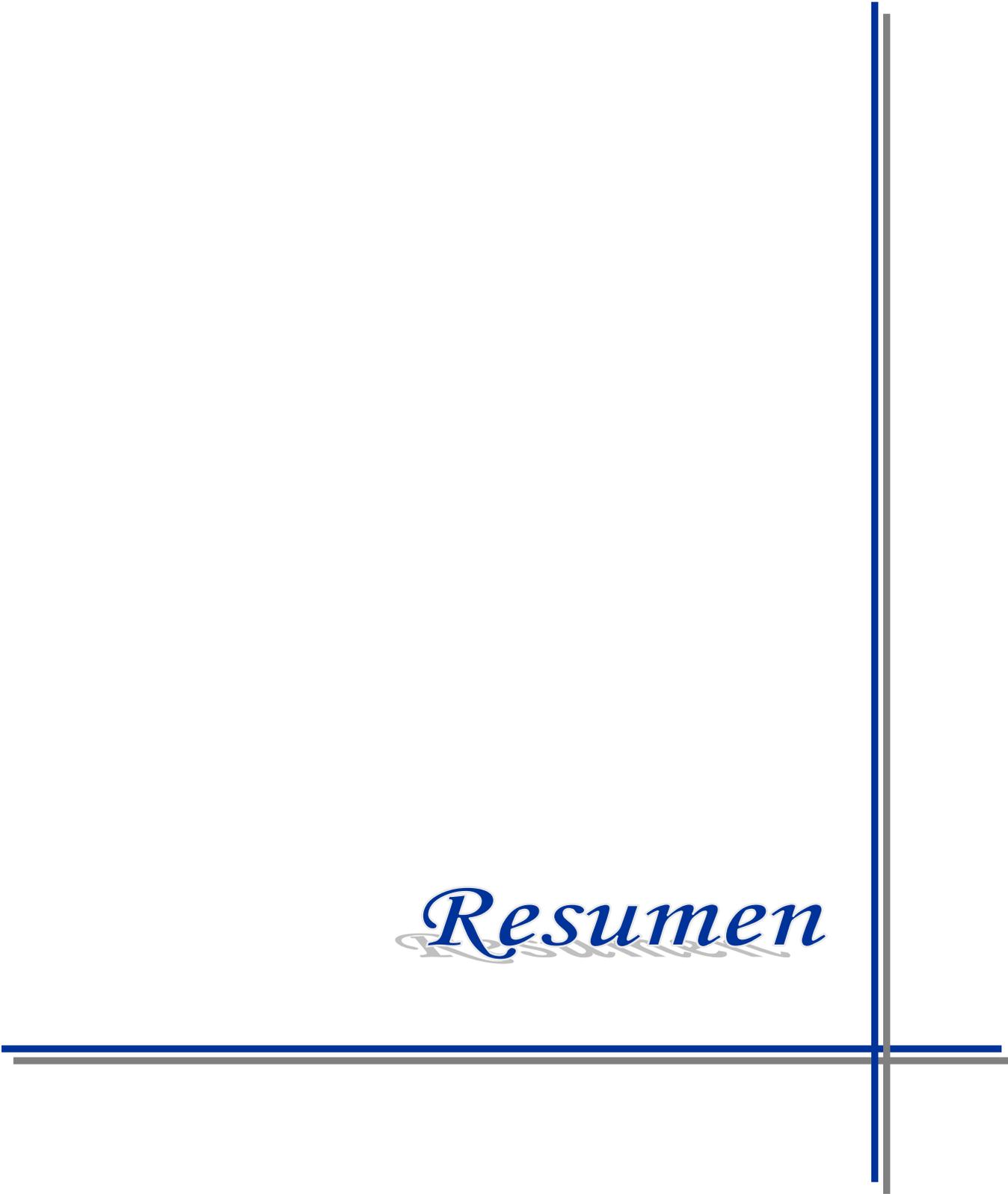
Quisiera agradecer en general a todas las personas, compañeros y amigos que me ayudaron en el desarrollo de esta tesis.

En particular quisiera expresar mi mayor agradecimiento:

A los esfuerzos desarrollados por mi tutor, Ing. Mario Cabello Ulloa, que fue capaz de brindarme su intelecto, para contribuir con el mejoramiento de este trabajo.

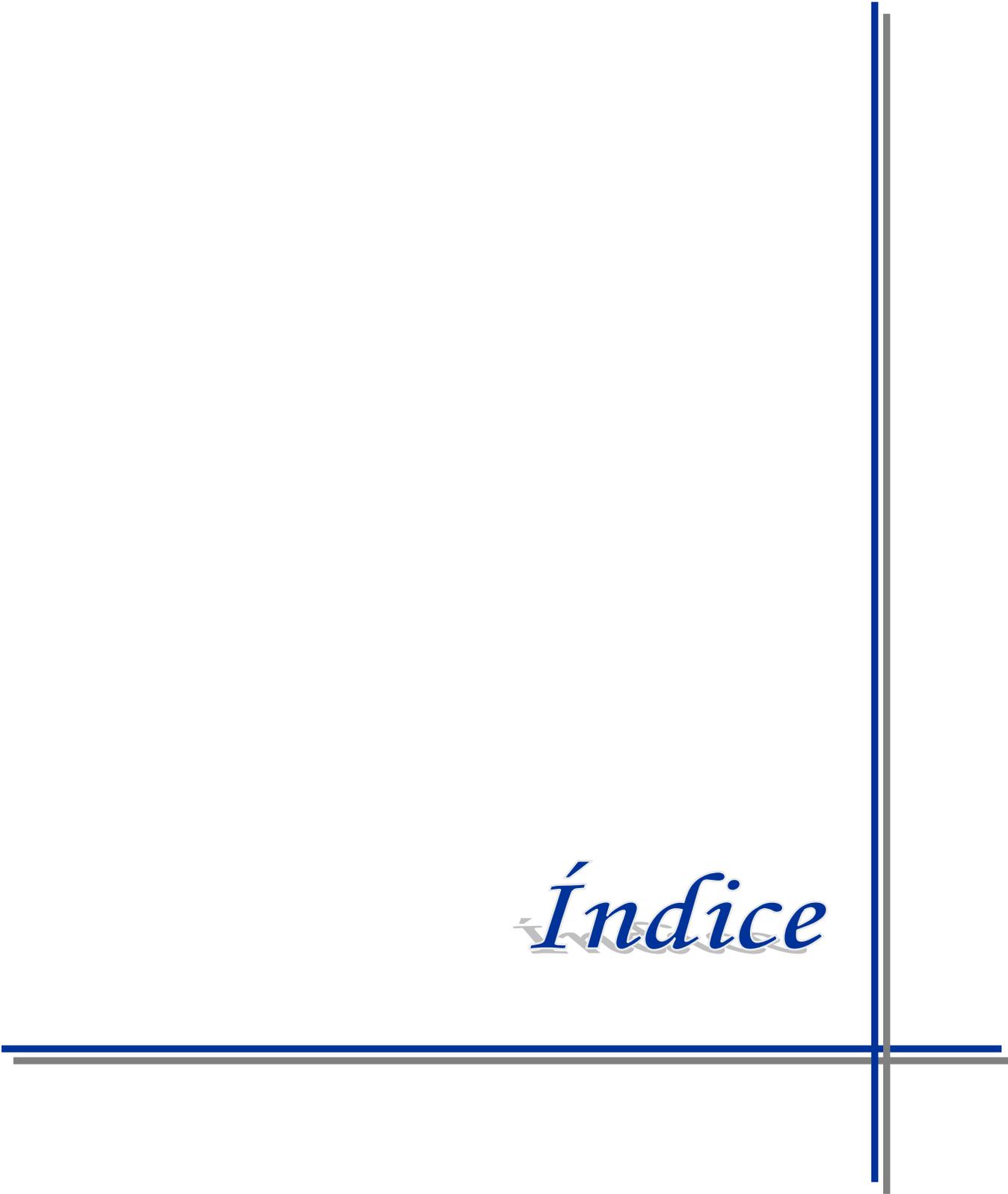
Muchas gracias a todos.

Resumen



Resumen:

En este trabajo se realiza el estudio del funcionamiento dinámico de las coronas de un molino de caña, partiendo de la modelación de un mecanismo de tres barras para determinar las expresiones necesarias del comportamiento cinemático y dinámico durante su funcionamiento. A partir de un estudio de los diferentes métodos que existen en la literatura para determinar los coeficientes de cargas dinámicas en engranajes se obtienen algunos criterios que son considerados para el desarrollo de este trabajo: primeramente se aplica un método que permite considerar las vibraciones producidas por el efecto de la deformación de los dientes durante su funcionamiento, donde resulta no ser muy significativo en la dinámica de estos, debido a que las velocidades de trabajo están muy por debajo de las velocidades críticas de resonancia. También se desarrolla una metodología basada en la aplicación de las leyes de la energía a la consideración de los posibles choques que se producen entre los dientes durante el funcionamiento de las coronas. Este método permite considerar los errores de fabricación y la cinemática de la variación de la distancia entre centros, resultando valores muy significativos para los coeficientes de cargas dinámicas obtenidos. Se validan algunos de los resultados mediante una simulación dinámica del funcionamiento de las coronas realizada con el software Autodesk Inventor. Finalmente del análisis de los resultados obtenidos para los coeficientes de cargas dinámicas en las distintas situaciones de trabajo, se establecen los límites máximos de estos valores para coronas de perfil A.



Índice

Índice:

Resumen

Introducción 1

Capítulo I Estudios Documentales 5

1.1. Coronas de molinos. Funcionamiento y Fallas Fundamentales..... 5

Parámetros geométricos de las coronas de molinos..... 14

1.2. Cargas dinámicas en engranajes. 15

1.3. Consideración de la dinámica del funcionamiento en coronas de molinos. ... 24

1.4. Conclusiones del Capítulo 25

Capítulo II Metodología para la determinación del coeficiente de carga dinámica en coronas de molinos. 26

2.1. Parámetros geométricos y cinemáticas de las coronas que intervienen en la determinación del coeficiente de carga dinámica (k_d). 26

2.2. Consideración de los errores de fabricación en las coronas. 31

2.3. Consideración de la rigidez de las coronas. 33

2.4. Determinación de k_d para coronas aplicando el método Henriot^(Henriot, G. 1987) 38

2.5. Metodología para la determinación del coeficiente de carga dinámica (k_d) para coronas de molinos partiendo del método de Reshetov^(Reshetov, D. 1985) 43

2.6. Conclusiones del Capítulo 51

Capítulo III Determinación y análisis del coeficiente de carga dinámica en coronas de molinos. 52

3.1. Cálculo de k_d para coronas aplicando el método G. Heriot^(Henriot, G. 1987) 56

3.2. Cálculo de k_d aplicando el método propuesto. 66

3.3. Validación de los resultados por simulación del funcionamiento de las coronas mediante el software Autodesk Inventor 2008. 79

3.4. Conclusiones del Capítulo 82

Conclusiones Generales 83

Recomendaciones 84

Referencias Bibliográficas 85

Anexos

Introducción



Introducción

La difícil situación confrontada por la industria azucarera cubana en los últimos años, resultado de los efectos del período especial, provocaron una reducción brusca de la producción, agudizada aún más por la baja de los precios en el mercado mundial y por el déficit de piezas de repuesto. Es por tal motivo que la dirección del país ha trazado planes de desarrollo, para incrementar la misma, y ha exhortado a explotar esta industria al máximo de eficiencia.

La planta moledora juega un papel fundamental, siendo reconocida su importancia por un grupo de personalidades del MINAZ al plantear *“La correcta operación de la planta moledora en su conjunto es decisiva para lograr una buena eficiencia general del central”* (MINAZ 1996). También es reconocido el papel del tandem en la correcta operación de la planta moledora, que tiene como elementos principales las desmenuzadoras y los molinos. *“El tandem es una de las áreas de mayor importancia dentro de la industria, es donde se realiza la molienda, es decir la extracción del guarapo a la caña, por lo que su trabajo es el punto de partida del balance de masa y energía de la fábrica”* (MINAZ 1996).

Dentro de los elementos del tandem un papel importante lo juegan las coronas de los molinos de caña de azúcar. Las mismas constituyen engranajes de gran tamaño, cuya función principal es transmitir el movimiento y la potencia desde la corona superior, la cual es accionada directamente a través de un árbol de acoplamiento, a las mazas bagacera y cañera, garantizando la posición relativa de las tres mazas durante la operación. Estos engranajes tienen un corto período de vida útil que se enmarca entre uno y tres años aproximadamente.

Las coronas de molinos tienen como particularidad que el perfil de sus dientes no es evolvente, sino trazado a partir de arcos de círculos, lo que complica cualquier esfuerzo por analizar su funcionamiento para buscar solución a los problemas que presentan.

Los engranajes que trabajan con variación de la distancia entre centros de operación tienen un carácter especial dentro de la industria mecánica, tal vez por ese motivo son

muy poco tratados en la literatura científica. En los países que desarrollan la industria azucarera a partir de la caña de azúcar, este tipo de engranajes tiene una gran utilización en las coronas de los molinos azucareros. Precisamente sobre las coronas trata la literatura especializada que se encontró sobre el tema.

En nuestro país se han desarrollado varios trabajos encaminados a establecer un método de cálculo para determinar los principales parámetros cinemáticos y dinámicos de estas transmisiones, basándose en aproximar a evolvente el perfil del **diente** (Martínez Escanabelino, J. & Uli Tibau, E. 1976; Martínez Escanabelino, J. 1981; Moya Rodríguez, J. 1994; Moya, J. 1978; Moya, J., Goytizolo, R. et al. 1993; Moya, J., Sánchez, G. et al. 1993; Negrin, L. & Franco, R. 1997)

Otros trabajos posteriores consideran la forma real del perfil de los dientes (Negrin, L. 1999; Cabello Eras, J. J. 1999) al realizar algunos análisis, pero incluso los métodos empleados en ellos no permiten considerar la variación de la distancia entre centros instantánea. En (Cabello Ulloa, M. 2008) se propone un método mediante una modelación matemática que considera la forma real del perfil de los dientes y la variación de la distancia entre centros permitiendo determinar los parámetros cinemáticos del funcionamiento de las coronas.

Pero en ninguno de los casos anteriores los resultados alcanzados pueden utilizarse para dar solución completa al problema del funcionamiento dinámico de las coronas, pues no consideran las cargas de impacto que se producen tanto por los errores de fabricación que son de gran magnitud como por el propio funcionamiento de ellas, como se dice en (Negrin, L. 1999; Cabello Ulloa, M. 2008) las coronas no cumplen el teorema fundamental de engranaje y solo pueden haber un solo par de dientes en contacto, lo que trae consigo que en el comienzo del mismo se produzcan choques dinámicos.

En intentos por considerar la influencia de la dinámica del funcionamiento de las coronas en sus métodos de cálculo se han desarrollado múltiples trabajos entre los que se pueden destacar (Moya J. 1983; Moya J. 1984; Moya R.J. Goytizolo E.R. 1993; Cabello, J. et al. 1999b; Cabello, J. et al. 1999a; Michlin, Y. & Myunster, V. 2002; Moya, J., Goytizolo, R. et al. 1993; Vedma, L. & Andersson, A. 2003; Yeh, T. et al. 2001) pero sin embargo hay que decir que en ningún caso se ha determinado con certeza un coeficiente de carga dinámica que pueda ser empleado para el cálculo de estos elementos, que considere los parámetros reales de operación

como la variación de la distancia entre centro, la forma real de los perfiles y los errores de fabricación presentes en las coronas.

Obtener modelos y metodologías que expliquen y permitan evaluar más certeramente el trabajo de las coronas de molinos no solo tiene la importancia de servir de base para resolver su baja vida útil, sino que permitirá evaluar las implicaciones que para el desempeño de otros elementos del molino como los guijos y chumaceras pueden tener las cargas dinámicas que se generan como resultado de la irregularidad de su funcionamiento.

Situación Problemática

La situación problemática a que se enfoca el presente trabajo es la siguiente: *La inexistencia de coeficientes de cargas dinámicas en la literatura técnica, que caractericen el funcionamiento de las coronas de los molinos de caña y que puedan ser empleados en los métodos de cálculos existentes para los distintos elementos del molino, pues no se tiene idea clara de las implicaciones que esto puede tener.*

Teniendo en cuenta los estudios documentales realizados y la experiencia acumulada en el análisis de esta problemática, en el presente trabajo se ha formulado la siguiente

Hipótesis:

“Es posible desarrollar una metodología para evaluar el proceso de transmisión de la carga dinámica y determinar un coeficiente que caracterice sus magnitudes para las coronas de molinos de caña que permita considerar los errores de fabricación y la variación de la distancia entre centros durante su funcionamiento”

En concordancia con la Hipótesis planteada se ha formulado en el trabajo el siguiente:

Objetivos General:

“Desarrollar una metodología que permita evaluar la influencia de la forma de los perfiles, los errores de fabricación y la variación de la distancia entre centros, en la magnitud de las cargas dinámicas presentes durante el funcionamiento de una corona mediante un coeficiente”.

Como **Objetivos Específicos** se plantean:

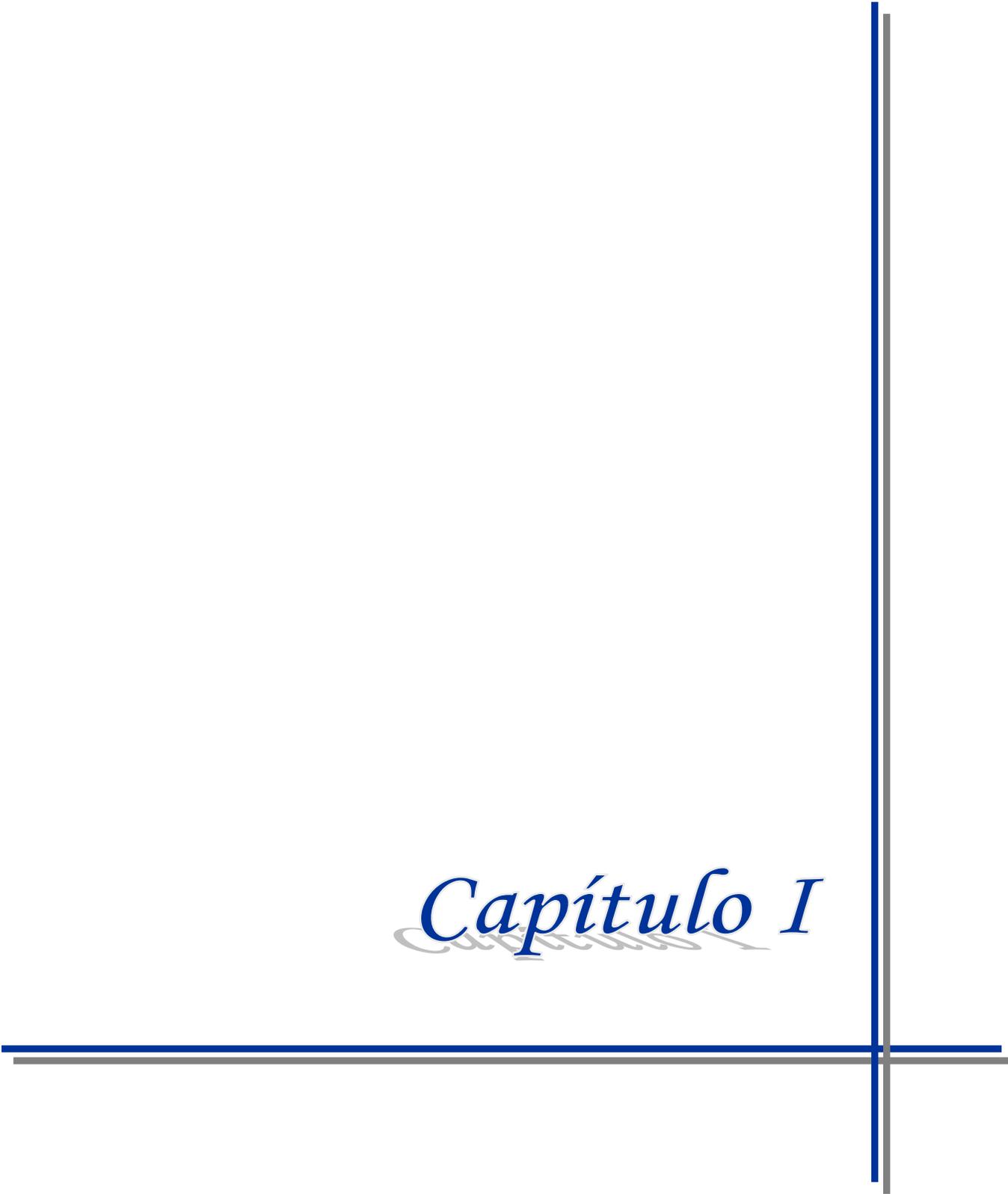
- Profundizar en la Información Científico Técnica con relación a aquellos aspectos de los Molinos de Caña de Azúcar vinculados con los objetivos de la tesis y los métodos que la literatura técnica emplea para determinar coeficientes de carga dinámica en engranajes.
- Aplicar un método especializado de cálculo de cargas dinámicas en engranajes a las coronas de molinos, que considere entre otros aspectos las posibles vibraciones que en ellas se producen.
- Desarrollar un método energético que permita considerar los choques entre los dientes que se producen durante el funcionamiento de las coronas producto de los errores de fabricación, la variación de la distancia entre centros y la propia forma de los perfiles.
- Aplicar el método desarrollado al estudio del comportamiento de las cargas dinámicas existentes en una corona de molino de caña de azúcar.

Como resultado del trabajo realizado se consideran aportes científicos los siguientes:

Aportes Científicos:

1. La aplicación de un modelo matemático para el funcionamiento de los engranajes de perfil de arcos de círculos con distancia entre centros variable en una metodología para determinar los coeficientes de cargas dinámicas en el funcionamiento de una corona de molino de caña.
2. El desarrollo de una metodología para la determinación de los coeficientes de cargas dinámicas en engranajes que permita considerar la variación de la distancia entre centros, la forma real del perfil y los errores de fabricación de los dientes.
3. La determinación de los valores de los coeficientes de cargas dinámicas en una corona de perfil A, para las posibles condiciones de trabajo en que puede encontrarse durante su funcionamiento.

Capítulo I



Capítulo I Estudios Documentales

Los engranajes son uno de los elementos de máquinas más difundidos en la ingeniería, su campo de aplicación es prácticamente ilimitado y sus primeros estudios datan de 1674 cuando el famoso astrónomo danés Olaf Roemer propuso la forma o perfil del diente en epicicloide. Surgió la idea de la intercambiabilidad de las ruedas dentadas por primera vez dada por el profesor Camus y Robert Willis, profesor de Cambridge, fue el que obtuvo la primera aplicación práctica de la epicicloide al emplearla en la construcción de una serie de engranajes intercambiables. De la misma manera, de los primeros matemáticos fue la idea del empleo de la evolvente de círculo en el perfil del diente, pero también se deben a Willis las realizaciones prácticas. La primera aplicación práctica del diente en evolvente fue debida al suizo Leonard Euler (1707). Con el desarrollo de la ciencia y la técnica, muchas han sido las exigencias con vista a alcanzar notables mejorías en el funcionamiento, durabilidad y eficiencia de los engranajes, con este objetivo se han realizado diversos estudios con el fin de disminuir al máximo los efectos no deseados durante su funcionabilidad, dentro de los que se encuentra la consideración de las cargas dinámicas en los engranajes. Muchas pueden ser las razones de su presencia y diferentes las apreciaciones de su magnitud, propuestas por diferentes estudiosos del tema.

1.1. Coronas de molinos. Funcionamiento y Fallas Fundamentales.

El molino de caña es una instalación esencial en las fábricas de azúcar, su configuración actual data de finales del siglo XIX ^(Cabello, J. et al. 2001; Clarke, S. 1981; Castrol Cuba s.a. s.d.; Hugot, E. 1980) y basa su principio de funcionamiento en hacer pasar la caña adecuadamente preparada entre tres rodillos o mazas tal y como se representa en la figura 1, como resultado de la compresión a que es sometida se produce la extracción del jugo de la caña y la maza superior realiza un movimiento de oscilación vertical llamado flotación que permite absorber las variaciones en el grosor del colchón de caña.

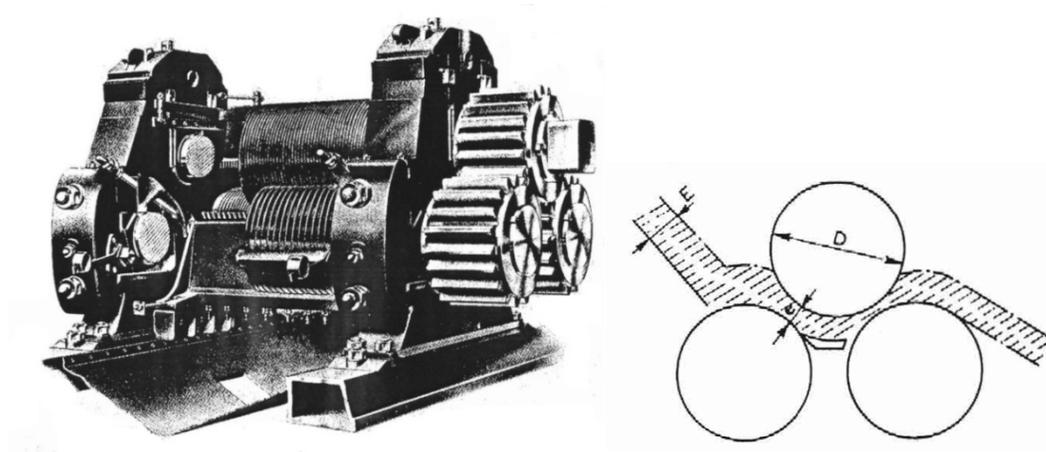


Fig. 1.1 Principio de funcionamiento de un molino de caña. Fuente^(Hugot, E. 1980)

El movimiento a las masas generalmente es transmitido a la superior y desde esta a las inferiores a través de ruedas dentadas de gran tamaño conocidas como coronas de molinos, lo que se puede apreciar también en la figura 1.1, estas ruedas deben tener dientes alargados que les permitan trabajar en un amplio rango de distancias entre centros de las masas y asimilar las variaciones de esta que durante el trabajo del molino se producen como resultado de la flotación, por lo que el perfil de sus dientes no es de evolvente sino que se trazan a partir de arcos de círculo.

Coronas de molinos

Las Coronas de Molinos son engranajes de gran tamaño de dientes rectos, cuya función es transmitir la potencia y el movimiento garantizando la posición relativa de las tres ruedas durante la operación, son utilizados principalmente en los centrales azucareros, se fabrican por el método de fundición. En nuestro país el material más empleado para su conformado es el acero C- 45 fundido. Se caracterizan por transferir grandes cargas a velocidades relativamente pequeñas, también están presentes en ellos los errores de fabricación (son mayores en las coronas de molinos por el método de fabricación) y las deformaciones elásticas en los dientes, por ende también cuentan con la presencia de cargas dinámicas en su funcionamiento, pero presumiblemente en mayor magnitud, que el resto de los engranajes convencionales^(Moya Rodríguez, J. 1994; Cabello Eras, J. J. 1999; Cabello Ulloa, M. 2008; Tibau, U. & Martínez, J. 1979; Martínez Escanabelino, J. & Uli Tibau, E. 1976)

En las coronas de molinos se utilizan engranajes fundidos cuyo perfil no es exactamente de evolvente, y con un espacio entre dientes mayores que el espesor del mismo. El trazado de este perfil se realiza a través de arcos de circunferencia apareciendo parcialmente en la literatura consultada (SKODA s.d.; Wirtz F. 1978). Producto de ser un engranaje especial y de una altura mayor que los engranajes normales en los planos de las ruedas no se habla del módulo del engranaje, y para tener una idea a la hora de comparar dos ruedas haría falta conocer todas sus dimensiones; por tanto es necesario realizar una normalización de este elemento de máquina, y obtener expresiones que permitan calcular todos sus parámetros en base al módulo y al número de dientes.

En el campo de la dinámica de las transmisiones por engranaje se han realizado diversos trabajos en los cuales se pone de manifiesto la importancia del cálculo de las cargas dinámicas que actúan sobre el diente (Abramov. B.M. 1968; Airapetov E. L. 1991; Airapetov. E.L. 1991; Airapetov E.L. 1990a; Airapetov E.L. 1990b; Moya R.J. Goytisolo E.R. 1993; Moya J. 1983; Moya J. 1984; Zaidenberg G.L. 1957), además en los textos clásicos de Elementos de máquinas aparecen métodos para tener en cuenta las cargas dinámicas a través de coeficientes (- Black Paul H. 1955; Dobrovolski, V. 1970; RÉSHETOV, L 1981; Spotts M F 1990; Spotts M.F. 1982). En estos coeficientes influyen generalmente la velocidad de operación, el grado de exactitud, la dureza entre los dientes.

No obstante lo señalado anteriormente existe en el caso particular de las transmisiones por engranajes que trabajan con distancias entre centros variables otros factores que provocan el aumento de las cargas sobre los dientes durante el funcionamiento.

Producto de que la distancia entre centros es variable hay que tener en cuenta no solamente las imprecisiones en el paso y los diámetros, a la hora del maquinado, sino también como se comportan las condiciones del contacto durante la variación de la distancia entre centros, y que efecto tienen sobre las cargas dinámicas.

En sentido general la casi totalidad de los autores realizan el análisis de las cargas dinámicas en los engranajes a través de la Modelación físico-matemática del engranamiento. Para ello es necesario tener en cuenta las ecuaciones fundamentales de la dinámica y de la Modelación matemática (Babakov I.M. 1965; Housner George, 1989; Kamarov M.S.

1969; Siedov L.I. 1969; Venikov V.A. 1972), así como la solución de estas ecuaciones a través de los métodos del cálculo diferencial e integral.

Material empleado en las coronas y sus características.

El material utilizado en la fabricación de las coronas de molinos en nuestro país es el acero C-45 fundido. Para valorar la composición química del mismo se extrajeron muestras del material del proceso, fundiendo probetas de 4 barras en forma de trébol, de 4 coladas diferentes. A las muestras se les cortó la mazarota, se separaron las 4 barras y se les sometió al mismo tratamiento de normalización al que ya habían sido sometidas las coronas introduciéndolas en el horno junto a una partida de éstas; posteriormente las barras se elaboraron mecánicamente hasta obtener las probetas de ensayo de acuerdo a las normas internacionales establecidas y recomendaciones de otros trabajos similares realizados en otras investigaciones. Del análisis estadístico se puede apreciar que el valor medio de la composición química del acero con el que se fabrican actualmente las coronas se muestra en la tabla 1.1

Tabla 1.1 Composición química del material de las coronas cubanas.

Elemento	%
C	0,492
Si	0,201
Mn	0,650
P	0,035
S	0,0284

La composición química de las coronas FULTON importadas se ven en la tabla 1.2.

Tabla 1.2 Composición química del material de las coronas importadas de los E.U.A.

Elemento	%
C	0.45 a 0.50
Si	0.30 a 0.60
Mn	0.60 a 0.90
P	0.05 máximo
S	0.05 máximo

Como se aprecia la composición química del material de las coronas es bastante similar. Algo parecido sucede con la dureza.

Propiedades mecánicas:

A las probetas se le realizaron ensayos mecánicos, obteniéndose los siguientes valores medios (tabla 1.3):

Tabla 1.3. Propiedades mecánicas.

Resistencia a la tracción	550 MPa
Límite de fluencia	320 MPa
% de alargamiento	12 %
% de reducción del área	20 %
Dureza Brinell	166 HB

Fallas en coronas de molinos de caña:

Cuando los engranajes trabajan cierto tiempo, se producen en ellos ciertas "modificaciones" de carácter geométrico o mecánico. Estas modificaciones resultan perjudiciales para el correcto funcionamiento de la transmisión, y es por ello que se les denomina deterioros o fallas (Dobrovolski, V. 1970; Reshetov, D. 1985; - Zirpke K. 1980)

Para conocer cuáles eran las fallas más importantes que se presentaban en las coronas se realizó una encuesta en los principales centrales de la provincia Villa Clara, tomándose una muestra de 210 coronas sacadas de servicio. (Moya Rodríguez, J. 1994)

A continuación se expone brevemente las principales averías de las coronas de molino de caña de azúcar, que aunque tienen características especiales desde el punto de vista de su geometría y aplicación, constituyen también engranajes cilíndricos de dientes rectos.

Fluencia friccional:

Este fenómeno conocido también como arrastre o deformaciones plásticas del material ocurre debido al funcionamiento de este engranaje en un régimen fuertemente cargado y bajo la acción de una poderosa fuerza de rozamiento; a esto también se une la baja velocidad periférica a la cual operan; así como la baja dureza del material utilizado en su fabricación. No obstante lo señalado anteriormente la causa fundamental de esta falla es la interferencia en el flanco de los dientes debido a deficiencias en la geometría (ver figura 1.2).

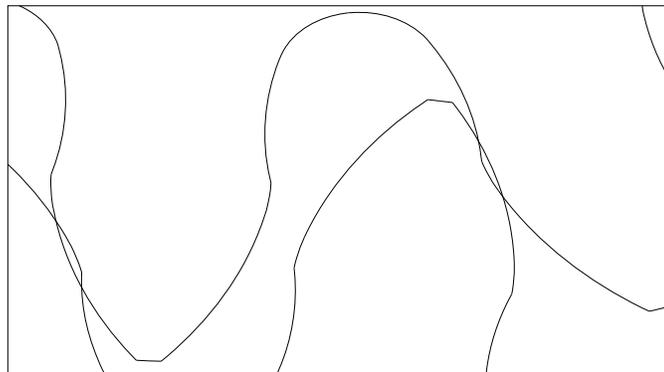


Fig. 1.2 Interferencia del flanco del diente en el perfil H. (Moya Rodríguez, J. 1994)

Las coronas transmiten cargas de un orden mayor de 100 kN en ocasiones en porciones muy pequeñas de superficie debido a una mala selección de la abertura máxima del molino. Por otra parte el proceso de producción es deficiente, presentándose diferentes anomalías en la superficie (poros, rechupe, conicidad, etc.) las cuales provocan una pobre mancha de contacto ^(Hennigs G 1980) y una distribución muy poco uniforme de las cargas.

La escasa lubricación de las coronas así como la suciedad y contaminación del lubricante contribuyen a la aparición de esta falla.

Desgaste de las superficies útiles de trabajo:

Este fenómeno conocido también como desgaste abrasivo, es otra de las causas fundamentales de la inutilización de la transmisión del molino. El mismo no es uniforme a lo largo del perfil debido a la no uniformidad del deslizamiento y las tensiones irregulares originadas por la fuerza de presión. En esto influye el hecho que desde el mismo momento de su instalación, las coronas cuentan con una conicidad en los dientes lo cual hace que el diente se cargue más en una parte que en otra. En el desgaste influye también el deslizamiento específico existente entre la pareja de dientes engranados así como la alta tensión de contacto en los mismos. Un máximo deslizamiento específico tiene lugar en los sitios donde comienza y termina el engranamiento, de esto se desprende entonces un desgaste máximo en las cabezas y en los pies de los dientes, siendo prácticamente nulo en el polo. Sin embargo producto de la variación de la distancia entre centros durante la operación esta situación se modifica algo, aumentando el desgaste en la cabeza con respecto al pie, ya que los dientes mayormente trabajan en esa zona.

Como consecuencia del desgaste el perfil se deforma, desfigurándose el diente, e incrementándose considerablemente las cargas dinámicas ^(Airapetov E.L. 1990c). Los dientes desgastados de las coronas tienen una forma característica agudizándose en sus puntas. Los mismos se van debilitando hasta que se produce la fractura. El desgaste en estas transmisiones alcanza un micrómetro por cada hora de trabajo continuo, la lubricación también en este caso juega un papel decisivo, pues el espesor de la película de lubricante depende de su viscosidad, su cantidad, y de la velocidad periférica de las

coronas. Los arranques y paradas tienen una gran influencia en el proceso de desgaste.
(Drozdov Yu. 1991)

Descabezado:

Este fenómeno no aparece registrado en la literatura, surgiendo debido a la operación del molino con distancias entre centros máximas superiores a las permisibles para la corona en cuestión. El mismo se manifiesta como una disminución del espesor por la circunferencia exterior.

Agarramiento:

Esta falla se presenta poco, y está causada por la transmisión de las altas cargas, provocándose desprendimiento y arrastre de partículas de material en la superficie de contacto. El papel principal en el agarramiento lo constituye la compresión de la película de lubricante, la cual en ocasiones es expulsada totalmente. Producto de la rudeza del régimen el lubricante pierde viscosidad debido al calentamiento, y por tanto disminuye su acción protectora. Si a lo anterior se une la contaminación del mismo con guarapo, partículas de bagazo, etc. tenemos entonces todas las condiciones para este tipo de falla.

Otro lugar importante en el agarramiento lo juega el material. Las coronas se fabrican actualmente de acero 45 sin tratamiento, es decir un material de baja dureza teniendo en cuenta su responsabilidad. Si a esto se une las bajas velocidades de operación y por ello de deslizamiento, las posibilidades de falla aumentan.

Con el aumento de la carga, con la disminución de la velocidad de deslizamiento, la viscosidad, y de la blandura del metal se incrementa el desprendimiento de las partículas de metal.

Un aumento de la carga, puede estar dado por una mayor demanda de potencia en dependencia de un requisito de diámetros de mazas y de presiones hidráulicas más altas. La velocidad no se considera debido a que es precisamente una baja velocidad un factor del agarramiento. La disminución de la velocidad no es preocupante debido a que precisamente la tendencia actual trata de lograr un incremento de la capacidad de las instalaciones en explotación con un aumento de velocidad de operación.

Se debe tener cuidado, pues para transmitir una potencia dada en un perfil más pequeño, la carga o fuerza de presión sobre los dientes aumenta debido a que ésta teóricamente se transmite en un punto medio entre el diámetro primitivo y el exterior, magnitudes que disminuyen al trabajar con perfiles más pequeños.

El agarramiento se presenta fundamentalmente en coronas cuyo perfil ha sido rellenado con soldadura.

Fractura geométrica:

Este fenómeno conocido también como rotura por falta de resistencia a la flexión, se presenta poco en este tipo de engranes, aunque puede producirse por la acción de algún agente externo duro.

Como resultado de una acción periódica de carga variable a cada entrada sucesiva del diente en contacto, surgen en el pie o base, tensiones variables a flexión. Estas tensiones son mayores y por tanto, su concentración aumenta en las curvas de transición de la base de los dientes. En esta zona de máxima concentración de tensiones, a un determinado número de ciclos por encima del número de ciclos equivalentes, existe la posibilidad de que aparezca una grieta, en la zona elongada. Esta grieta a veces no continúa debido a que el molino vuelve a operar bajo un régimen normal, pero si la operación continúa inusualmente, la grieta se propaga, al principio, a todo lo largo del pie del diente y luego sale al extremo, manifestándose entonces transversalmente a la grieta madre y a lo largo de la cara de la corona. En esta zona las tensiones serán mayores.

La rotura puede estar, debida también a una sobrecarga considerable. Esta sobrecarga "rara", es precisamente dada por la presencia en el colchón de bagazo de un objeto duro (piedra, trozo de metal, madera, etc.), esto trae consigo una trabazón y por ello un aumento de la demanda de potencia para vencerla. Ante esto los dientes tratan de "brincar", porque incluso la flotación aumenta y por tanto, el coeficiente de recubrimiento disminuye, esto hace que aumenten las cargas dinámicas por existir menor superficie en contacto.

Una rotura volumétrica puede también estar causada por una concentración de la carga en los extremos de los dientes, a causa del incompleto contacto de los mismos por su

longitud debido a una inexacta elaboración, a la falta de precisión en el montaje y a la deformación de los guijos y otros elementos de la transmisión motriz.

Lograr una precisión en el montaje depende del mecánico, pues "casando" las coronas se logra una mayor uniformidad en la transmisión y un alivio a los errores de fabricación.

Otro tipo de rotura geométrica es la producida en la base del cuñero, debido a la falta de radios de redondeo. Esta situación crea un foco de concentración de tensiones, por tanto, un punto de falla a la fatiga. Un aumento de la carga dinámica producida por una sobrecarga no concebida crea la grieta en el extremo, la cual luego se propaga con el tiempo a todo el ancho de la rueda, hasta comenzar su avance hacia el círculo de fondo. La corona con esto pierde rigidez, pues el torque se transmite al guijo de forma inestable hasta llevar a la fractura del cuerpo, poniendo entonces fuera de servicio la transmisión. El trozo de corona, a veces cae hacia la bandeja, pero en el caso más crítico se aloja en las dos restantes, produciendo también la avería en ellas. (Moya Rodríguez, J. 1994)

Parámetros geométricos de las coronas de molinos.

Estos engranajes deben garantizar la variación de la distancia entre centros durante el funcionamiento y el ajuste del molino al desgastarse las mazas. Esto hace que el perfil del diente sea especial para que garantice las condiciones anteriores. En nuestro país las coronas se obtienen por el método de fundición y el perfil de los dientes se traza a partir de arcos de círculos como se puede apreciar en la figura 1.3.

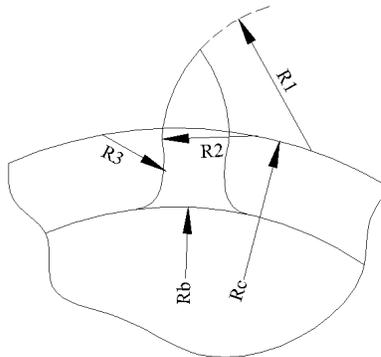


Fig. 1.3 Trazado del perfil de los dientes de las coronas de molinos.

En el trabajo ^(Moya Rodríguez, J. 1994) se realiza un profundo estudio de los perfiles de coronas en uso en el país y se desarrolla y aplica una metodología que permite estandarizarlas y determinar sus parámetros geométricos fundamentales a partir de aproximar los engranajes de evolventes equivalentes, los que se muestran en la figura 1.4, también se diseñaron perfiles perfeccionados en los que no se minimiza la supuesta interferencia entre los dientes.

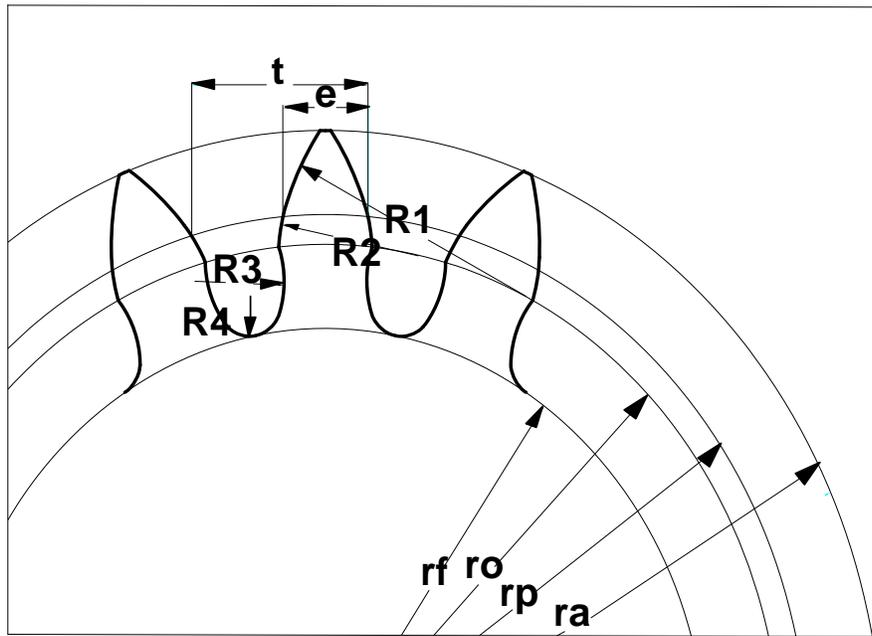


Fig. 1.4 Parámetros geométricos de las coronas de molinos. Fuente ^(Moya Rodríguez, J. 1994)

1.2. Cargas dinámicas en engranajes.

En la literatura especializada ^(Dobrovolski, V. 1970; Faires, V. M. 1985; Iusilievich, G. B. 1988; Ivanov, M. N. 1991; Niemann, G. 1973; Reshetov, D. 1985; Shigley, J. E. & Mischkie, C. 2001; Henriot, G. 1987) referente a la teoría y cálculo de engranajes se argumenta acerca de la existencia de cargas dinámicas en el funcionamiento de dichos elementos y en esta sección se realizará un análisis de la consideración de las mismas en los distintos métodos de cálculo existentes.

La obtención exacta de las ruedas dentadas resulta un tanto imposible, pues hay que tomar en cuenta los errores de fabricación y montaje, condicionados por la precisión de las herramientas y de la máquina en la que se elabora, incluso logrando una fabricación

perfecta del engranaje, tendríamos que tener presente las deformaciones en los dientes, provocadas por los desplazamientos elásticos de los mismos bajo cargas. Estas causas intervienen directamente en el funcionamiento de los engranajes induciendo un comportamiento no rítmico de la transmisión. Aunque la relación de engranaje $i = \frac{Z_{rueda}}{Z_{piñón}} = const$, no obstante los valores instantáneos de la relación de transmisión se diferencian de la magnitud indicada. A consecuencia de ello, incluso a una velocidad de rotación constante de la rueda conductora, la rueda conducida gira irregularmente. Todo esto trae consigo que se produzcan cargas dinámicas en los engranajes, lo cual provoca que en el trabajo del engranaje se manifiesten las vibraciones, el ruido y disminuya la capacidad de las ruedas de transferir carga útil.

Las cargas dinámicas son tanto mayores cuanto inferior sea la exactitud de fabricación de las ruedas, cuanto mayor sea la velocidad y mayores sean las masas que están vinculadas con los árboles de la transmisión.

Causas que provocan los impactos dinámicos en el funcionamiento de los engranajes.

Como quedan expresadas anteriormente todas estas inexactitudes de fabricación y montaje unido al desplazamiento elástico de los dientes, trae consigo que la relación de transmisión instantánea sea variable, pues en la práctica aunque la velocidad de la rueda conductora sea constante la conducida girará inuniformemente. Las aceleraciones angulares que surgen en este caso son la causa de que los dientes entren en engrane con golpes. Esto provoca cargas dinámicas complementarias en los dientes.

Según las literaturas revisadas en los engranajes contamos con dos tipos de impactos dinámicos o golpes en el funcionamiento, los cuales son llamados de diferentes formas. A continuación se describen estos impactos dados por ^(Dobrovolski, V. 1970; Reshetov, D. 1985).

Se distinguen dos clases de golpes en el engranaje: centrales y de los bordes. El golpe de los bordes surge en el momento en que el borde de la cabeza del diente de la rueda conducida entra a destiempo en contacto con el pie de la conductora (fig. 1.5, a). En este caso, el contacto tiene lugar no precisamente en la línea de engrane y, por consiguiente, se altera la debida proporción de las velocidades angulares, es decir, la

velocidad de la rueda 2 crece, surge una carga dinámica complementaria que acelera el movimiento de la rueda 2. El golpe es posible también, incluso si se han fabricado con exactitud las ruedas por el paso dental base, puesto que bajo la carga los dientes se deforman y los pasos dentales base efectivos del par de ruedas resultan distintos: en una rueda el paso dental aumenta y en la otra disminuye.

En el momento de finalizar el engrane de un par de dientes a $t_{02} < t_{01}$ tiene lugar un golpe de otra naturaleza, es decir, en el medio (fig. 1.5, b). Aquí debido a la presencia de la holgura $\Delta = t_{02} - t_{01}$ la rueda conducida 2 será puesta en rotación por el diente de la rueda conductora, como resultado del contacto con el diente A_1 fuera de la línea de engrane. La velocidad de la rueda 2 disminuirá en este período, mientras la holgura Δ no resulte igual a cero y los dientes B_1 y B_2 no entren en contacto. En el momento en que entren los dientes en contacto se producirá el golpe debido a la diferencia de velocidades ($v_2 < v_1$).

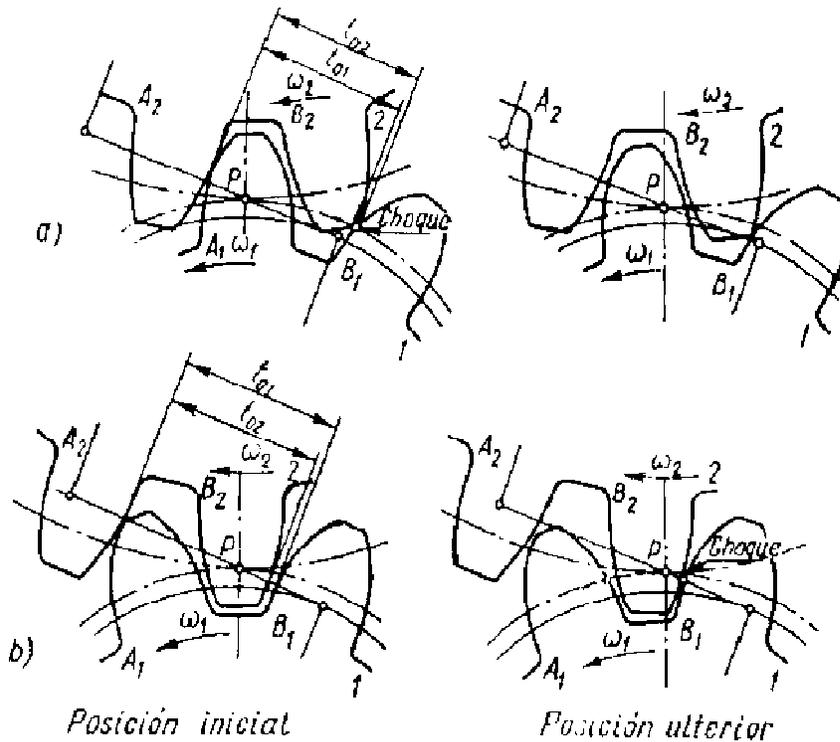


Fig. 1.5 Tipos de choques en los engranajes. Fuente (Dobrovolski, V. 1970)

Con el fin de disminuir la fuerza del golpe, se emplean dientes con los flancos recortados (dientes achaflanados, o sea con la cabeza de menor espesor). Con este recorte se prevé ya tal alteración de la forma de la evolvente en el vértice del diente, hacia el interior de su cuerpo, que compense el cambio del paso dental base por causa de la deformación de los dientes que se encuentran bajo carga. Con esto se asegura una entrada más suave de los dientes en engrane y disminuye la magnitud de la carga dinámica.

Como podemos ver es necesario utilizar factores dinámicos para tomar en cuenta imprecisiones en la manufactura y embone de dientes de engranes en acción. El error de transmisión se define como la desviación respecto a la velocidad angular uniforme en el par de engranes. Algunos de los efectos que produce el error de transmisión son:

- Imprecisiones producidas en la generación del perfil del diente; entre estas se cuentan errores en el espaciado entre dientes, el avance del perfil y acabado.
- Vibración de los dientes durante el embone o conexión debida a rigidez o inflexibilidad de los dientes.
- Magnitud de la velocidad en la línea de paso.
- Desequilibrio dinámico de los elementos giratorios o rotatorios.
- Desgaste y deformación permanente de partes del contacto de los dientes.
- Desalineamiento del eje o árbol engrane, y deflexión lineal y angular en el mismo
- Fricción entre los dientes.

Consideración de las cargas dinámicas de los engranajes por los distintos métodos de cálculo.

Según ^(Dobrovolski, V. 1970) para la determinación del coeficiente de carga dinámica en los engranajes, se plantea la relación de la carga total (P_n+P_d) respecto a la carga normal P_n y se obtiene la ecuación (1.1).

$$K_d = 1 + \frac{P_d}{P_n} \tag{1.1}$$

Donde

K_d – Coeficiente de carga dinámica.

P_d –Carga total.

P_n - Carga normal

Aplicando la ecuación (1.1) para engranajes de dientes rectos según la variación de la dureza de los dientes de las ruedas y la velocidad periférica de funcionamiento de las ruedas se obtienen los resultados expuestos en la tabla 1.4.

La elección de la magnitud K_d se puede hacer por la tabla1, en la cual los valores del coeficiente K_d se dan de acuerdo con la dureza de las superficies de los dientes, debido a que con el aumento de la resistencia mecánica de los dientes es posible aumentar la carga P_n , por consiguiente, el coeficiente K_d resulta menor.

Tabla 1.4 Coeficiente de carga dinámica para las ruedas de dientes rectos.

Grado de exactitud	Dureza de la superficie de los dientes de la rueda	Velocidad periférica v en m/s			
		< 1	1-3	3-8	5-12
6	≤ 350	–	–	1,2	1,3
	> 350			1,2	1,3
7	≤ 350	–	1,25	1,45	1,45
	> 350		1,2	1,3	1,4
8	≤ 350	1	1,35	1,55	–
	> 350	1	1,3	1,4	
9	≤ 350	1,1	1,45	–	–
	> 350	1,1	1,4		

La modificación de la cabeza del perfil permite reducir la carga dinámica aproximadamente en un 30%. Las cargas dinámicas aumentan proporcionalmente a la velocidad, aumentan al aumentar las masas y disminuyen al elevar la precisión de fabricación de las ruedas.

En un intento por controlar hasta cierto punto los efectos provocados por las cargas dinámicas, la AGMA ha definido un conjunto de índices (o números) de control de la calidad. Estos índices definen las tolerancias para engranes de diversos tamaños

manufacturados para una clase de calidad específica. Las clases 3 a 7 incluirán a la mayoría de los engranajes de calidad comercial. Las clases 8 a 12 son los de calidad de precisión. El índice de calidad de precisión Q_n de la AGMA se puede considerar también como índice de calidad. Las ecuaciones que siguen del factor dinámico están basadas en estos números Q_n .

$$C_v = K_v = \left(\frac{A}{A + V^{1/2}} \right)^B \text{ para } V \text{ (ft / min)} \quad (1.2)$$

$$C_v = K_v = \left[\frac{A}{A + (200V)^{1/2}} \right]^B \text{ para } V \text{ (m / s)}$$

Donde

$$A = 50 + 56(1 - B) \quad (1.3)$$

$$B = \frac{(12 - Q_n)^{2/3}}{4} \quad (1.4)$$

Los valores que se obtienen en la ecuación (1.2) se grafican en la figura (1.4) para obtener un intervalo de valores útiles de Q_n . El extremo de cada curva corresponde a la máxima velocidad permitida en la línea de paso para el nivel de exactitud dado por.

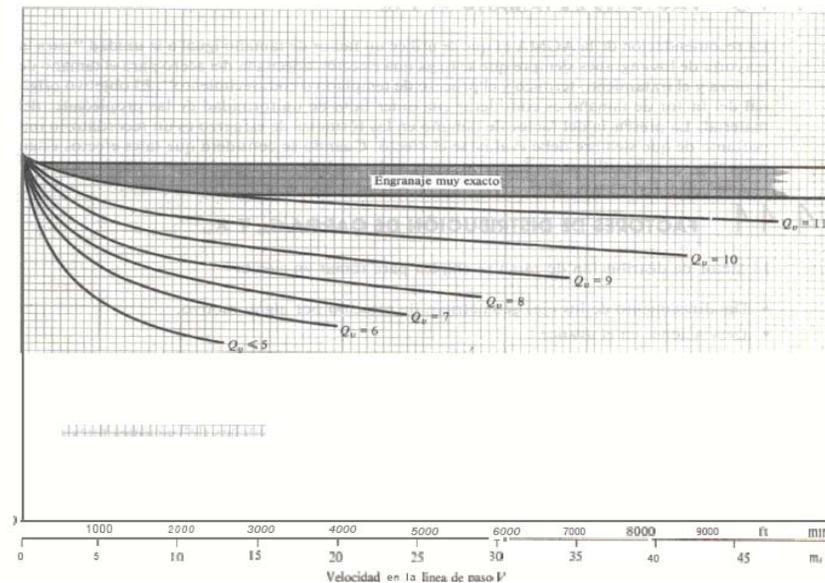


Fig. 1.6 Grafica para la determinación de Q_n .

Según el método del ^(Reshetov, D. 1985) utilizando las leyes físicas de conservación de la cantidad de movimiento y la energía se determina la carga dinámica reducida auxiliar para finalmente poder plantear la carga dinámica teórica total sobre los dientes, teniendo en cuenta la carga útil o nominal y la carga dinámica reducida auxiliar. Esta relación se expresa en la ecuación (1.5).

$$P_n + \mathcal{G}Ub = P_n K_v \quad (1.5)$$

Donde se despeja para calcular K_v

$$K_v = 1 + \frac{\mathcal{G}Ub}{P_n} \quad (1.6)$$

Siendo \mathcal{G} el coeficiente que considera la adaptación y la influencia de la carga dinámica sobre la resistencia a la fatiga; U la fuerza de colisión de los dientes en contacto durante el engrane.

Las cargas dinámicas principales en las ruedas de dientes rectos se producen al engranar los dientes y desengranar el par de dientes precedente. Para conseguir el trabajo sin colisiones, primeramente es necesario que los dientes engranen entre sí y desengranen en la línea de engrane, es decir, que sean iguales los pasos principales de las ruedas sometidas a la carga. Incluso si las ruedas se fabricaran con absoluta exactitud, tendrían lugar las colisiones, por las deformaciones inevitables de los dientes a causa de la carga, influyen en el engrane del mismo modo que los errores del paso. Determinemos las fuerzas de colisión para las ruedas de dientes rectos en las suposiciones más sencillas. La acción de las masas, unidas de modo elástico con las ruedas a engranar entre sí, y la flexibilidad de los árboles se desprecian. Entonces, para el problema planteado las ruedas dentadas pueden ser sustituidas por sus masas reducidas a las circunferencias principales. Vamos a operar con las masas reducidas tomadas como la unidad de anchura de las coronas:

$$m_1 = \frac{\theta_1}{rb_1^2 b} \quad (1.7)$$

$$m_2 = \frac{\theta_2}{rb_2^2 b} \quad (1.8)$$

Donde θ_1 y θ_2 son los momentos de inercia de las masas del piñón y de la rueda, respectivamente; rb_1 y rb_2 son los radios de sus circunferencias principales.

Designemos suplementariamente v_1 y v_2 como las velocidades verdaderas de las ruedas en sentido normal común a los perfiles antes de que se produzca la colisión; v_0 como la velocidad de colisión; ($v_0 = v_1 - v_2$); v_c como la velocidad común de las ruedas en caso de compresión máxima de los dientes.

Entonces, según la ley de conservación de la energía, puede escribirse:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v_c^2}{2} = \frac{U \delta}{2} = \frac{U^2}{2c}$$

Donde U es la fuerza de colisión por unidad de anchura de las ruedas; δ son los desplazamientos elásticos totales de un par de dientes; c es la rigidez de un par de dientes. El primer miembro de la ecuación representa la energía cinética de colisión, y el segundo miembro es la energía potencial de deformación de los dientes.

Según la ley de cantidad de movimiento:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_c$$

La solución conjunta de estas ecuaciones permite hallar la fuerza de colisión:

$$U = v_0 \sqrt{mc}$$

Donde $m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ es la masa específica efectiva de las ruedas dentadas.

Debido a la participación en el trabajo del segundo par de dientes y la flexibilidad de los árboles, en realidad la fuerza de colisión es algo menor que la obtenida por este cálculo, lo que puede determinarse por el coeficiente de alivio de la fuerza de colisión.

La velocidad de colisión v_0 es proporcional a la velocidad relativa angular de las ruedas y al brazo del vector velocidad de colisión respecto al polo de engrane. Este brazo es proporcional al desplazamiento del punto de contacto de los dientes durante la colisión a partir de la línea de engrane (en caso de la colisión media se considera el desplazamiento del punto de contacto del par de dientes precedente), la cual, basándose

en la sustitución ordinaria de las evolventes sobre la longitud pequeña por arcos de parábola cuadrada, es proporcional a la raíz cuadrada del error del paso circular. Estos razonamientos explican la estructura de la fórmula de cálculo que se da a continuación.

Expresando todos los parámetros de la fórmula precedente, por los parámetros más cómodos para los cálculos técnicos, y sustituyendo los valores numéricos de la densidad del material y de la rigidez de los dientes, se obtiene la fórmula de cálculo.

La fórmula aproximada de cálculo para la carga dinámica por unidad de anchura de las ruedas de dientes rectos (en kgf/cm) es la siguiente:

$$U = 0.8v \sqrt{\frac{a_w \Delta_a}{u}}$$

Donde v es la velocidad circunferencial de las ruedas (m/s), a_w es la distancia entre ejes(cm), u es la relación de transmisión ; ($\Delta_a = \Delta_b - \Delta_c$) es el error actuante, μ ; Δ_b es la máxima diferencia probable entre el máximo paso circular de una rueda dentada y el mínimo paso circular de la otra rueda, se toma $\Delta_b = 1.2 \Delta_{pb}$, Δ_{pb} es el máximo error del paso dado en las tablas de tolerancias, μ ; c es el error a compensar por la capa de aceite en el engrane, $\Delta_c = 5\mu$ con $\Delta_b > 10\mu$ y $\Delta_c = 0.5\Delta_b$ con $\Delta_b < 10\mu$.

Tabla 1.5 Valores de $\Delta_b(\mu)$, en función del grado de precisión y módulo m (mm), son los siguientes

Grado de precisión		5	6	7	8
m	3-6	8.5	13	22	34
m	7-10	11	17	26	43
m	12-16	14	23	36	58

Las cargas dinámicas son tanto mayores cuanto inferior sea la exactitud de fabricación de las ruedas, cuanto mayor sea la velocidad y mayores sean las masas que están vinculadas con los árboles de la transmisión.

La carga dinámica en los engranajes de dientes oblicuos y angulares (si no existe peligro de resonancia) puede adoptarse 2.5-3 veces menor que en los engranajes de dientes rectos. Los valores mayores del coeficiente de reducción se toman si son mayores los coeficientes de recubrimiento. Para los cálculos técnicos corrientes, el coeficiente de carga dinámica sobre los dientes puede elegirse en la tabla 3. Una vez modificada la cabeza del perfil, los valores de K_d se deben tomar para el siguiente, más elevado grado de precisión. En los cálculos de la resistencia por contacto de las ruedas mejoradas, el coeficiente de carga dinámica, tomado en la tabla 2, conviene reducirlo en 2 veces, por ejemplo, con $K_d = 1.4$ (tomado en la tabla), tomarlo igual a 1.2.

Tabla 1.6 Coeficiente de K_d para las ruedas cilíndricas (en el numerador de dientes rectos, en el denominador, de dientes oblicuos).

Grado de exactitud	Dureza de la superficie de los dientes de la rueda	Velocidad periférica v en m/s			
		Hasta 3	3-8	8-12.5	12.5-20
6	≤ 350	1/1	1.2/1	1.3/1.1	1.45/1.2
	> 350	1/1	1.15/1	1.25/1	1.35/1.1
7	≤ 350	1.15/1	1.35/1	1.45/1.2	-/1.3
	> 350	1.15/1	1.25/1	1.35/1.1	-/1.1
8	≤ 350	1.25/1.1	1.45/1.3	-/1.4	—
	> 350	1.2/1.1	1.35/1.2	-/1.3	—

1.3. Consideración de la dinámica del funcionamiento en coronas de molinos.

Del estudio realizado a diferentes trabajos que abordan el tema de la dinámica del funcionamiento de las coronas de molinos se considera de diferentes formas siendo alguna de las más importantes el análisis realizado en (Moya Rodríguez, J. 1994), donde se realiza un detallado estudio del tema y se concluye que la dinámica de los molinos

consta de tres etapas. La primera etapa está comprendida en el arranque, es decir que ambas coronas están en reposo y se pone en marcha aplicándole un torque a la rueda conductora hasta llegar al encuentro entre un diente de la rueda conductora y uno de la rueda conducida, luego comienza la segunda etapa en el momento cuando por primera vez después del comienzo del arranque el par de dientes entra en contacto, la velocidad de la primera maza del molino unida a la corona es, ω_1 y la segunda maza se encuentra aún en estado de reposo. Producto de la desigualdad de velocidades de los dientes al entrar en contacto los mismos se producen golpes, los que se denominan golpes medios o centrales. Si los dientes de las ruedas fueran absolutamente rígidos, entonces el fenómeno del choque transcurriría y desaparecería instantáneamente, es decir en un instante las cargas de choque alcanzarían su máximo valor.

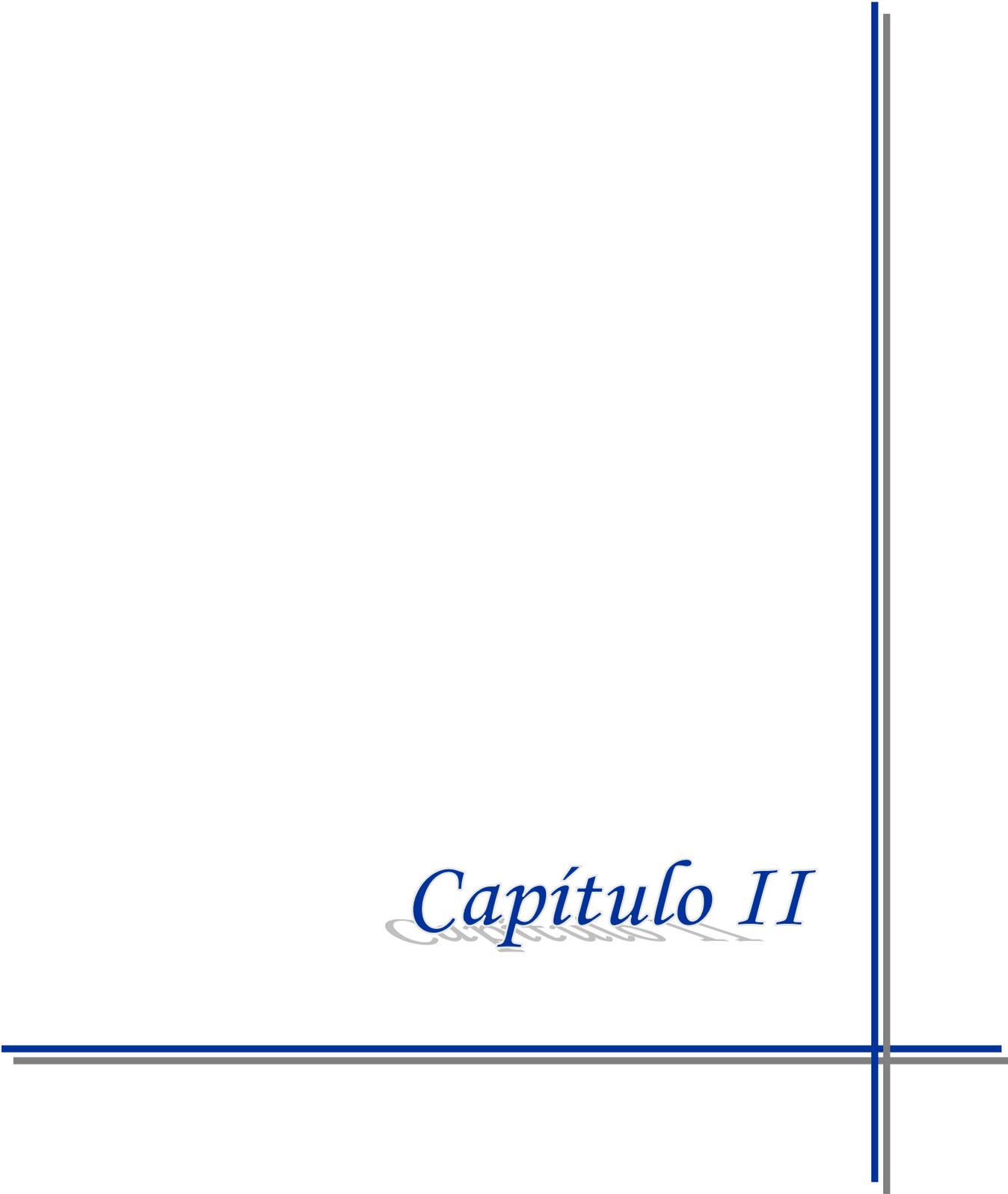
Pero como el diente no es absolutamente rígido, el fenómeno del choque se prolonga con el tiempo, creciendo paulatinamente la carga.

Después del cierre de la unión elástica, es decir, después de la conexión del par de dientes, el primer elemento del esquema de cálculo continua su movimiento, el eslabón elástico comienza a deformarse, permaneciendo en reposo el segundo elemento hasta que el momento M_y de deformación elástica del eslabón de unión sea mayor que el momento de resistencia útil M_e . Luego de las tres etapas de arranque el molino continúa su movimiento funcionando todas las partes del mismo. A esta etapa se le denomina etapa del movimiento establecido del molino.

1.4. Conclusiones del Capítulo

1. No existe una documentación donde se exprese de forma extensa la apreciación de las cargas dinámicas en las coronas de molinos y su influencia sobre los guijos o árboles.
2. No se aprecia una metodología de cálculo que permita obtener el coeficiente de cargas dinámicas en coronas de molinos considerando la variación de la distancia entre centros, los errores de fabricación y la forma real del perfil.

Capítulo II



Capítulo II Metodología para la determinación del coeficiente de carga dinámica en coronas de molinos.

En este capítulo se desarrollaran varias metodologías para el cálculo del coeficiente de carga dinámica partiendo del análisis de la literatura especializada que se realizó anteriormente, de donde se toma lo más apropiado de cada método, que se aplicará adaptándose al modelo propuesto por ^(Cabello Ulloa, M. 2008) para la cinemática de las coronas de molinos.

2.1. Parámetros geométricos y cinemáticos de las coronas que intervienen en la determinación del coeficiente de carga dinámica (kd).

Para la determinación del coeficiente de carga dinámica en un engranaje resulta necesario conocer la cinemática y dinámica de su funcionamiento. Como en este caso lo que se está analizando es una corona de molino, se obtendrán estos parámetros del modelo desarrollado en ^(Cabello Ulloa, M. 2008), que como en el mismo se concluye este modelo permite considerar la forma real del perfil de los dientes y la variación de la distancia entre centros en la determinación de todos los parámetros geométricos y cinemáticos de trabajo durante el contacto de un par de dientes.

Como ya se vio en el capítulo anterior el modelo propuesto en ^(Cabello Ulloa, M. 2008) basa su análisis en la modelación del funcionamiento de las coronas mediante un mecanismo equivalente de cuatro barras como el mostrado en la figura 2.1.

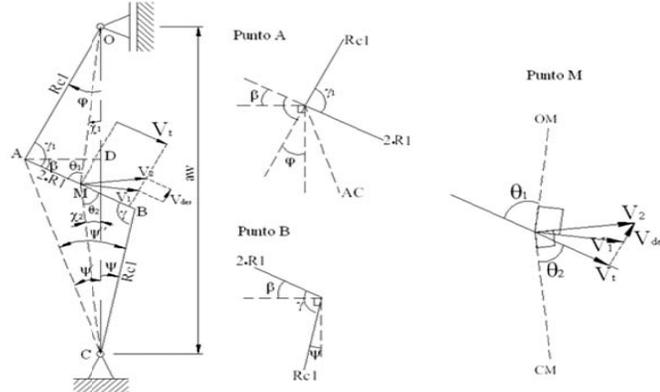


Fig. 2.1. Mecanismo equivalente de cuatro barras. Fuente ^(Cabello Ulloa, M. 2008)

Del análisis de esta modelación matemática se obtienen las ecuaciones para la velocidad angular de la corona conducida en función del ángulo de giro de la contutora, la misma será:

$$W2 = \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \cdot W1 + \frac{\partial \psi}{\partial aw} \cdot V_{aw} \quad (2.1)$$

Donde: W2: Velocidad angular de la rueda conducida

W1: velocidad angular de la rueda conductora

Vaw: velocidad de variación de la distancia entre centros

Ψ : ángulo de giro de la rueda conducida

φ : ángulo de giro de la rueda conductora

aw: distancia entre centros instantánea

Para encontrar la dependencia del ángulo de giro de la rueda conducida como una función del ángulo de giro de la conductora se realiza un análisis geométrico de la figura 2.1 encontrándose para $\psi = f(\varphi, aw)$:

$$\begin{aligned} \psi = & \left(\arccos \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{(aw^2 + 2 \cdot Rc1^2 - 4 \cdot R1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi))}{Rc1 \cdot \sqrt{aw^2 + Rc1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi)}} \right) - \arctan \left(\frac{Rc1 \cdot \sin(\varphi)}{aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi)} \right) \right) \cdot CHI + \dots \\ & + \left(\arccos \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{(aw^2 + 2 \cdot Rc1^2 - (R1 + R2)^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi2))}{Rc1 \cdot \sqrt{aw^2 + Rc1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi2)}} \right) - \arctan \left(\frac{Rc1 \cdot \sin(\varphi2)}{aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi2)} \right) \right) \cdot (1 - CHI) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Dónde: R1 y R2: Radio de trazado del perfil de los dientes.

Rc1: Radio base para el trazado de los perfiles de los dientes.

CHI: función paso unitario que marca el cambio de contactos R1-R1 a R1-R2 y viceversa.

Las derivadas parciales de la función se pueden ver en el anexo1.

Para otros parámetros geométricos del funcionamiento instantáneo de las coronas se realizan algunos análisis de la figura 2.1 de los que se obtienen:

Para los ángulos que forma la línea de contacto con el radio de base de trazado de los perfiles en cada instante y en función de la geometría de las coronas se plantea:

$$\gamma = \arccos\left(\frac{R1}{Rc1} - \frac{aw^2}{4 \cdot R1 \cdot Rc1} + \frac{aw}{2 \cdot R1} \cdot \cos(\varphi)\right) \quad (2.3)$$

Para el ángulo que forma la línea de contacto con la horizontal se plantea:

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{Rc1 \cdot \text{sen}(\varphi)}{aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi)}\right) + \arccos\left(\frac{R1}{Rc1} + \frac{aw \cdot \cos(\varphi)}{2R1} - \frac{aw^2}{4R1 \cdot Rc1}\right) - \arccos(\varphi) \left(\frac{4R1^2 - 2Rc1^2 + 2 \cos(\varphi) \cdot Rc1 \cdot aw - aw^2}{2Rc1 \sqrt{Rc1^2 - 2 \cos(\varphi) \cdot Rc1 \cdot aw + aw^2}}\right) \quad (2.4)$$

Para determinar el ángulo entre la línea de contacto y la línea que forma la distancia entre el centro de las coronas y el punto de contacto para ambas ruedas instantáneamente se plantea:

$$\theta_1 = -\text{arsen}\left(\frac{Rc1 \cdot \text{sen}(\sigma_1)}{\sqrt{R1^2 + Rc1^2 - 2R1 \cdot Rc1 \cdot \cos(\sigma_1)}}\right) \quad (2.5)$$

donde:

$$\sigma_1 = \arccos\left(\frac{R1}{Rc1} + \frac{aw \cdot \cos(\varphi)}{2R1} - \frac{aw^2}{4R1 \cdot Rc1}\right) - \arctan\left(\frac{Rc1 \cdot \text{sen}(\varphi)}{aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi)}\right) - \varphi - \arccos\left(\frac{4R1^2 - 2Rc1^2 + 2 \cos(\varphi) \cdot Rc1 \cdot aw - aw^2}{2Rc1 \sqrt{Rc1^2 - 2 \cos(\varphi) \cdot Rc1 \cdot aw + aw^2}}\right)$$

$$\theta_2 = \text{arsen}\left(\frac{Rc1 \sqrt{1 - \left(\frac{R1}{Rc1} + \frac{aw \cdot \cos(\varphi)}{2R1}\right)}}{\sqrt{R1^2 + Rc1^2 - 2R1 \cdot Rc1 \left(\frac{R1}{Rc1} + \frac{aw \cdot \cos(\varphi)}{2R1} - \frac{aw^2}{4R1 \cdot Rc1}\right)}}\right) \quad (2.6)$$

Para determinar la distancia entre el centro de la corona y el punto de contacto instantáneamente para cada par de diente de coronas engranadas se plantea:

$$MO = \sqrt{R1^2 + Rc1^2 - 2 \cdot R1 \cdot Rc1 \cdot \cos(\gamma_1)} \quad (2.7)$$

$$MC = \sqrt{R1^2 + Rc1^2 - 2 \cdot R1 \cdot Rc1 \cdot \cos(\gamma)} \quad (2.8)$$

Analizando la cinemática del punto de contacto se puede plantear para las velocidades de los dientes en la dirección de la normal común la expresión (2.9) y (2.10):

$$V_{n1} = W1 \cdot MO \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_1\right) \quad (2.9)$$

$$V_{n2} = W2 \cdot MC \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_2\right) \quad (2.10)$$

Sustituyendo y resolviendo queda:

$$V_{n1} = W1 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + ar \cos\left(\frac{Rc1 \cdot \sin\left(\ar \cos\left(\frac{R1}{Rc1} + \frac{aw \cdot \cos(\varphi)}{2R1} - \frac{aw^2}{4R1 \cdot Rc1}\right) - \arctan\left(\frac{Rc1 \cdot \sin(\varphi)}{aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi)}\right) - \varphi - \dots\right)}{\sigma_1}\right)\right) \quad (2.11)$$

$$\sigma_1 = \sqrt{R1^2 + Rc1^2 + 2R1 \cdot Rc1 \cdot \cos\left(\ar \cos\left(\frac{R1}{Rc1} + \frac{aw \cdot \cos(\varphi)}{2R1} - \frac{aw^2}{4R1 \cdot Rc1}\right) \ar \tan\left(\frac{Rc1 \cdot \sin(\varphi)}{aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi)}\right) - \varphi - \dots\right) - ar \cos\left(\frac{4R1^2 - 2Rc1^2 + 2\cos(\varphi) \cdot Rc1 \cdot aw - aw^2}{2Rc1 \sqrt{Rc1^2 - 2\cos(\varphi) \cdot Rc1 \cdot aw + aw^2}}\right)}$$

$$V_{n2} = Rc1 \left(\frac{Vaw \left(\frac{Rc1 \cdot \sin(f)}{\sigma_2} - \frac{(aw - Rc1 \cdot \cos(f))(4R1^2 + aw^2 - Rc1 \cdot \cos(f) \cdot aw)}{2Rc1 \cdot \sigma_1 \cdot \sigma_2^{\frac{3}{2}}} \right)}{+ W1 \left(\frac{Rc1^2 - Rc1 \cdot aw \cdot \cos(f)}{\sigma_2} - \frac{4\sin(f) \cdot R1^2 \cdot aw + \sin(f) \cdot aw^3 - Rc1 \cdot \sin(2f) \cdot aw^2}{2\sigma_1 \cdot \sigma_2^{\frac{3}{2}}} \right)} \right) \cdot \sqrt{1 - \frac{(4R1^2 - aw^2 + 2Rc1 \cdot \cos(f) \cdot aw)^2}{16R1^2 \cdot Rc1^2}} \quad (2.12)$$

Donde :

$$\sigma_1 = \sqrt{1 - \frac{(4R1^2 - 2Rc1^2 + 2\cos(f)Rc1 \cdot aw - aw^2)^2}{4Rc1^2 \cdot \sigma_2}}$$

$$\sigma_2 = Rc1^2 - 2\cos(f)Rc1 \cdot aw + aw^2$$

Para determinar los ángulos de inicio y fin del contacto para un par de dientes se realiza en (Cabello Ulloa, M. 2008) un análisis de la figura 2.2.

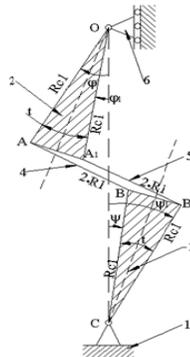


Fig. 2.2. Mecanismo para el análisis del inicio y fin del contacto. Fuente (Cabello Ulloa, M. 2008)

De lo que se plantea considerando el inicio del contacto de un par consecutivo al finalizar el contacto del par saliente, la ecuación (2.13) para las condiciones geométricas en esas posiciones:

$$\psi(\varphi_{inc}) + \varphi_t = \psi(\varphi_{inc} - \varphi_t) \quad (2.13)$$

Dónde: φ_t : ángulo de paso de las coronas

De la solución de la ecuación (2.14) se determina el ángulo de inicio del contacto del par de dientes entrantes φ_{inc} .

Para determinar el ángulo para el que finaliza el contacto del par saliente se plantea:

$$\varphi_{fin} = \varphi_{inc} - \varphi_t \quad (2.14)$$

Nótese que estos ángulos de inicio y fin determinados son para el contacto de dos pares de dientes consecutivos, pero si lo que se quisiera determinar fuera el ángulo que recorre el contacto de un solo par de dientes, entonces esta condición no se cumpliría, ya que no tendría en esos instantes la misma distancia entre centros, pues esta varía en el tiempo.

Para considerar la variación de la distancia entre centros se asume el ajuste de las mediciones reales de la flotación que se realizó en ^(Cabello Ulloa, M. 2008) para lo que se tiene la siguiente ecuación de un polinomio:

$$aw = aw_0 + P_0 + P_1 \cdot \left(\frac{1}{W1} (\varphi_{inc} - \varphi + n_z \cdot \varphi_t) \right) + P_2 \cdot \left(\frac{1}{W1} (\varphi_{inc} - \varphi + n_z \cdot \varphi_t) \right)^2 + P_3 \cdot \left(\frac{1}{W1} (\varphi_{inc} - \varphi + n_z \cdot \varphi_t) \right)^3 + P_4 \cdot \left(\frac{1}{W1} (\varphi_{inc} - \varphi + n_z \cdot \varphi_t) \right)^4 + P_5 \cdot \left(\frac{1}{W1} (\varphi_{inc} - \varphi + n_z \cdot \varphi_t) \right)^5 + P_6 \cdot \left(\frac{1}{W1} (\varphi_{inc} - \varphi + n_z \cdot \varphi_t) \right)^6 \quad (2.15)$$

Dónde: aw_0 : distancia entre centros de setting del molino.

n_z : número del par de diente en contacto ($n_z = \overline{0, n}$)

Los coeficientes del polinomio ajustado P0, P1, P2, P3, P4, P5 y P6 se determinan para los distintos ajustes de duración de seis segundos cada uno por la tabla que se muestra en el anexo2.

2.2. Consideración de los errores de fabricación en las coronas.

La consideración de los errores de fabricación es de vital importancia, pues estos influyen directa y negativamente en el funcionamiento de las coronas, creando el aumento de las cargas dinámicas. Los errores de dientes, principalmente los errores de paso juegan un papel fundamental en ello.

Entre los estudios realizados referentes a los errores de paso en las coronas cubanas se destaca, ^(Moya Rodríguez, J. 1994), en el que se muestra la importancia de su consideración por la magnitud que alcanzan estos. En este trabajo se realiza un procesamiento estadístico de los errores de paso que fueron medidos mediante un trabajo de campo en un total de 90 coronas (5 de cada tipo de perfil en los dientes que a simple vista se veía que estaban muy pegados o muy separados). A cada valor medido 5 veces se le halló la media, haciéndose esta operación para 5 coronas del mismo tipo de perfil. Se halló la diferencia de esa media con respecto al valor que aparece acotado en los planos, calculándose así el error en el paso. Este análisis arrojó los resultados que se muestran en la tabla 2.1.

Tabla 2.1. Errores de paso medidos experimentalmente. Fuente^(Moya Rodríguez, J. 1994)

Errores en el paso	(mm.)
Media	9,81
Mediana	9,78
Desviación standard	1,96
Mínimo	7,62
Máximo	14,3

Estos errores serán utilizados en los cálculos del coeficiente de carga dinámica de un par de dientes engranados, pero hay que tener en cuenta que fueron determinados para una corona independiente. Para considerar el error total se realiza un análisis de la figura 2.3.

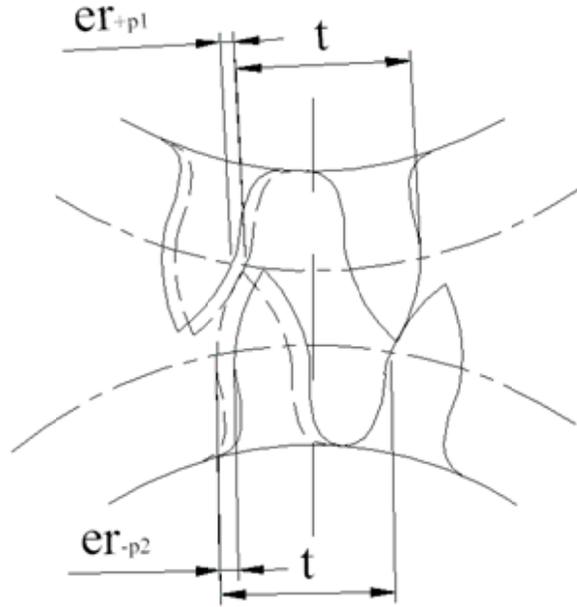


Fig. 2.3. Errores de paso sumarios en el contacto de un par de dientes.

De la figura 2.3 se puede plantear que para determinar el error en el contacto de un par de dientes engranados se debe considerar el error de la rueda conductora y el de la conducida simultáneamente, así como su valor y signo. Para el caso de un error positivo el paso correspondiente entre el par de dientes que comienza y el que finaliza el contacto, se determina como el valor nominal más el error y en el caso de un negativo viceversa. Por lo que para determinar el error sumario del par que comienza el contacto se plantea la ecuación (2.16).

$$\sum er_p = er_{p1} - er_{p2} \quad (2.16)$$

Dónde: $\sum er_p$: error de paso sumario del contacto de un par de dientes.

er_{p1} : error de paso del diente en contacto de la rueda conductora.

er_{p2} : error de paso del diente en contacto de la rueda conducida.

Para el caso donde se hace máximo el error sumario del contacto de un par de dientes, se puede decir de la ecuación (2.16) por el hecho de ser una diferencia de términos, que si se hace máximo positivo el primero y máximo negativo el segundo, entonces el valor sumario será el valor máximo también. Esto se puede plantear por la ecuación (2.17).

$$\sum er_{p_{\max}} = er_{p1_{\max}}^+ - er_{p2_{\max}}^- \quad (2.17)$$

Donde: $\sum er_{p_{\max}}$: error de paso máximo del contacto de un par de dientes

$er_{p1_{\max}}^+$: error de paso máximo que aumenta el valor del paso nominal entre el par de dientes que comienza y el que finaliza el contacto de la rueda conductora.

$er_{p2_{\max}}^-$: error de paso máximo que disminuye el valor del paso nominal entre el par de dientes que comienza y el que finaliza el contacto de la rueda conductora.

Como en el caso de las coronas de molinos se trata de engranajes iguales y de igual fabricación tanto para la rueda conductora como para la conducida, los errores de paso de los dientes pueden coincidir en un instante aleatoriamente y para un par de dientes en contacto entonces podría existir la posibilidad de que en un instante estos valores sean coincidentes y contrarios, por lo que para la ecuación (2.17) quedarían los errores de paso del contacto de la siguiente forma en el caso máximo posible:

$$\sum er_{p_{\max}} = 2 \cdot er_{p_{\max}}$$

2.3. Consideración de la rigidez de las coronas.

Para la consideración de la rigidez de las coronas de molinos en el cálculo del coeficiente de carga dinámica se consideran dos efectos que intervienen en la deformación del punto de contacto:

- Rigidez del diente.
- Rigidez del cuerpo del engranaje y del árbol al que está acoplado.

La rigidez del cuerpo de la corona y del guijo va a ser mucho mayor que la del diente por lo que se despreciará cuando esté sumada a la rigidez del diente ante los análisis de deformaciones y determinación del coeficiente de carga dinámica.

La deformación de una corona con una carga determinada se puede determinar por:

$$y = P \cdot \left(\frac{1}{C_{th}} + \frac{1}{C_{cue}} \right) \quad (2.18)$$

Donde: C_{th} : Rigidez de un diente de una corona

C_{cue} : Rigidez del cuerpo de la corona más la de un árbol

Si se tiene en cuenta que $C_{cue} \gg C_{th}$ la ecuación (2.18) resulta:

$$y = P \cdot \left(\frac{1}{C_{th}} \right) \quad (2.19)$$

Para la consideración de la rigidez de los dientes en la determinación de los coeficientes de cargas dinámica en las coronas después de haber realizado un análisis de los distintos métodos que se proponen en la literatura especializada se asumirá el propuesto por (Cabello Eras, J. J. 1999) debido a que el mismo considera la forma real de los dientes para los distintos perfiles en la determinación de la rigidez.

Este modelo se basa en considerar el diente como una viga empotrada en la base y encontrar la ecuación de la flecha en la dirección tangencial a la línea de centro del diente. La carga también se considera en esa dirección.

En este modelo planteado se realiza la determinación de la deformación de los dientes de coronas de molinos en función de la altura del punto de aplicación de la carga y el mismo trabaja con las variables acotadas en el esquema de análisis mostrado en la figura 2.4.

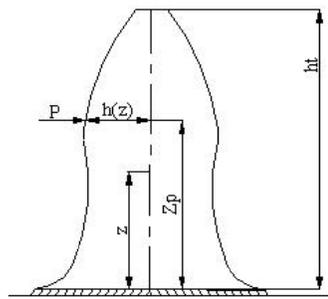


Fig. 2.4 Esquema de análisis para determinar las deformaciones. Fuente (Cabello Eras, J. J. 1999)

Del análisis a través de la ecuación diferencial aproximada de la línea elástica, se llega finalmente a una solución que se define por la ecuación:

$$y(z_p) = \frac{3 \cdot P}{2 \cdot E \cdot b} \cdot IR(z_p) \quad (2.20)$$

Donde: z_p : Altura de la base del diente al punto de aplicación de la carga en mm

$y(z_p)$: Deformación del diente en la dirección perpendicular a la línea de centro del mismo en mm

P : Fuerza aplicada al diente en la dirección perpendicular a la línea de centro del mismo en N.

E : Módulo de elasticidad del material del diente en MPa

b : Ancho de los dientes en mm

$IR(z_p)$: Índice de rigidez

Para determinar el índice de rigidez debido a la complejidad de las ecuaciones se realiza un ajuste a partir de la solución numérica de las ecuaciones diferenciales a un polinomio de cuarto orden con buena aproximación.

$$IR(z_p) = A0 + A1 \cdot z_p + A2 \cdot z_p^2 + A3 \cdot z_p^3 + A4 \cdot z_p^4 \quad (2.21)$$

Los valores de los coeficientes $A0$, $A1$, $A2$, $A3$ y $A4$ se muestran en una tabla para los distintos perfiles. Ver anexo 3.

Conociendo el Índice de Rigidez según la altura del punto de aplicación de la carga podemos determinar la flecha en dicho punto utilizando la ecuación 2.18. Siendo posible entonces determinar la fuerza que se necesita aplicar para que la deformación sea unitaria que no es más que la rigidez del diente.

$$C(z_p) = \frac{2 \cdot E \cdot b}{3 \cdot IR(z_p)} \quad (2.22)$$

Aplicando la ecuación (2.20) o (2.22) se puede determinar la deformación de los dientes o la rigidez en la dirección perpendicular a la línea de centros, pero si se quiere determinar en otra dirección debe realizarse un análisis trigonométrico para encontrar las relaciones existentes.

Del análisis efectuado por (Cabello Ulloa, M. 2008) en la figura (2.5) se determina la altura del punto de contacto en la dirección perpendicular a la línea de centro del diente respecto al ángulo de giro de la rueda conductora.

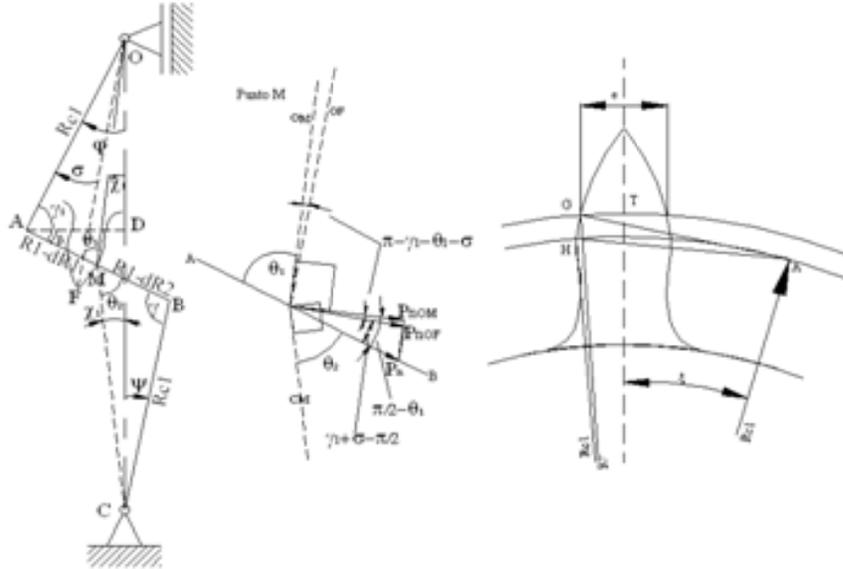


Fig. 2.5. Esquema para el análisis de la consideración de la rigidez de los dientes en el modelo seleccionado para la determinación del coeficiente de carga dinámica. Fuente (Cabello Ulloa, M. 2008)

Esta distancia queda determinada por la ecuación (2.23) para cada una de las ruedas, es decir: la altura del punto de contacto para el diente de la rueda conductora y la conducida en cada instante.

$$\begin{aligned} z_{p1} &= (MO - Ri) \cdot \cos(\pi - \gamma_1 - \theta_1 - \xi) \cdot 1000 \\ z_{p2} &= (MC - Ri) \cdot \cos(\pi - \gamma - \theta_2 - \xi) \cdot 1000 \end{aligned} \quad (2.23)$$

Donde: Ri: Radio de base de las coronas.

$$\xi = \arccos\left(\frac{Rc1^2 + Rp^2 - R1^2}{2 \cdot Rc1 \cdot Rp}\right) - \arcsin\left(\frac{e/2}{Rp}\right)$$

Donde: Rp: Radio de paso de las coronas.

e: ancho del diente en el radio de paso de las coronas.

ξ : ángulo entre la línea de centro de un diente y el radio de base del trazado del perfil del diente correspondiente para una corona.

Con las ecuaciones (2.23) se tienen los valores de la altura del contacto necesaria para sustituirla en las ecuaciones (2.20) y (2.22).

Para determinar la fuerza necesaria para sustituirla en la ecuación (2.20) se realiza también un análisis similar al anterior de donde queda:

$$\begin{aligned} P_{nF1} &= P_n \cdot \cos(\gamma_1 + \xi - \pi/2) \\ P_{nF2} &= P_n \cdot \cos(\gamma + \xi - \pi/2) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Donde: $P_n = \frac{M_t}{MO \cdot \cos(\pi/2 - \theta_1)}$:

M_t : Momento torsor aplicado a la corona conductora.

P_{nf1} : Componente de la fuerza normal del contacto en la dirección perpendicular a la línea de centro del diente de la rueda conductora.

P_{nf2} : Componente de la fuerza normal del contacto en la dirección perpendicular a la línea de centro del diente de la rueda conducida.

Sustituyendo las ecuaciones (2.24), (2.23), (2.21) en la (2.20) se puede encontrar la deformación en la dirección perpendicular a la línea de centro del diente y_1 y y_2 respectivamente, pero como realmente lo que se quiere es la deformación en la dirección de la línea de contacto se plantea:

$$\begin{aligned} dR1_1 &= \frac{y_1}{1000 \cdot \cos(\gamma_1 + \xi - \pi/2)} \\ dR1_2 &= \frac{y_2}{1000 \cdot \cos(\gamma + \xi - \pi/2)} \end{aligned} \quad (m) \quad (2.25)$$

Para la rigidez instantánea de cada diente del par engranado de una corona quedará:

$$C_1(zp_1) = \frac{2 \cdot E \cdot b}{3 \cdot IR(zp_1)} \cdot 1000 \quad (\text{N/m}) \quad (2.26)$$

$$C_2(zp_2) = \frac{2 \cdot E \cdot b}{3 \cdot IR(zp_2)} \cdot 1000$$

De esta forma quedan determinadas las expresiones para los valores de rigidez, fuerzas y deformaciones en los dientes de las coronas de los molinos relacionadas al modelo que se empleará para la determinación de las cargas dinámicas.

2.4. Determinación de k_d para coronas aplicando el método Henriot ^(Henriot, G. 1987)

Este método descansa sobre la hipótesis simplificadora de que el engranaje constituye un conjunto simple (masa –resorte) que comprende las masas combinadas del piñón y la rueda, así como el resorte que está constituido por la rigidez de los pares de dientes engranados. El esquema de análisis que emplea el método se muestra en la figura 2.6.

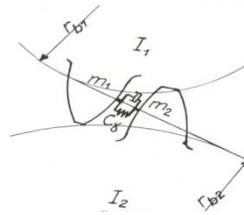


Fig.2.6. Esquema de análisis para el método de G. Henriot. Fuente ^(Henriot, G. 1987)

En este método las fuerzas ocasionadas por las vibraciones de torsión de los árboles y de las masas asociadas no son cubiertas por el coeficiente; ellas deben ser halladas en consideración, por ejemplo por el factor de aplicación.

Primeramente resulta necesario determinar la zona de funcionamiento o zona de resonancia principal, lo que se realiza localizando el funcionamiento del engranaje objeto de estudio en la figura 2.7.

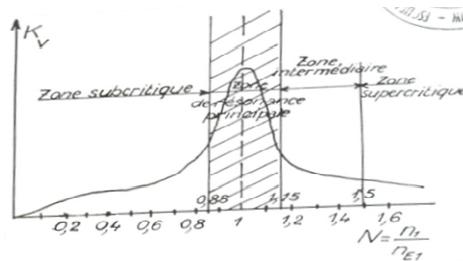


Fig. 2.7. Gráfica por zonas del tipo de vibraciones.

Como se puede ver de la figura 2.7, para determinar la zona de trabajo es necesario calcular primero la relación entre la velocidad angular de trabajo de la rueda y su velocidad crítica.

Para esto es necesario determinar las masas reducidas de ambas ruedas y en este caso hay que tener en cuenta la masa de la propia corona, el guiño y la maza del molino, de lo que se puede plantear:

$$m_1 = m_2 = \frac{I_{cor} + I_{guiño} + I_{maza}}{Rc1^2} \quad (2.27)$$

Donde: I_{cor} : momento de inercia polar de una corona.

$I_{guiño}$: momento de inercia polar del guiño de un molino.

I_{masa} : momento de inercia polar de la maza de un molino.

m_1 y m_2 : masa reducida de los elementos del molino a las coronas superior e inferior respectivamente.

Luego se determina la masa reducida equivalente asociada al par de ruedas engranadas.

$$m = \frac{m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)} \text{ (kg)} \quad (2.28)$$

La frecuencia crítica de resonancia está dada por:

$$fe = \left(\frac{1}{2\pi} \right) \sqrt{C\gamma / m} \text{ (Ciclos/segundos)} \quad (2.29)$$

Donde: $C\gamma$: rigidez media del engrane dada en (N/m).

Para determinar la rigidez media del engrane se emplea la siguiente ecuación:

$$C\gamma = c' \cdot (0.75 \cdot \varepsilon_\alpha + 0.25) \quad (2.30)$$

Donde: c' : Rigidez de un par de dientes engranados (N/m)

ε_α : Coeficiente de recubrimiento en el plano transversal.

Para el caso que se está analizando el plano transversal se mantiene invariable, por lo que el coeficiente de recubrimiento $\varepsilon_\alpha = 1$. De esta forma queda:

$$C\gamma = c'$$

El valor de la rigidez del par de dientes engranados se calculó asumiéndolos como dos elementos unidos por un resorte, quedando:

$$C\gamma = c' = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \quad (2.31)$$

Donde la rigidez de cada diente en contacto será dado por la ecuación (2.26).

Asumiendo que el piñón y la rueda entrarán en resonancia si la frecuencia excitativa coincide con la frecuencia crítica de trabajo del engranaje dado por la ecuación (2.30). La frecuencia excitativa se determina por la ecuación (2.32):

$$fe = \left(\frac{n_{ei}}{60} \right) \cdot z_1 \quad (2.32)$$

Igualando la ecuación (2.39) y (2.32) y despejando la velocidad crítica de trabajo se obtiene:

$$n_{ei} = \left(\frac{30}{\pi} \cdot z_1 \right) \sqrt{C\gamma / m} \quad (2.33)$$

Donde: Z_1 : número de dientes del piñón.

n_{ei} : Velocidad crítica del piñón-frecuencia de engrane o frecuencia excitativa (rad/s) (el conjunto piñón rueda entrará en resonancia si la frecuencia excitativa coincide con la frecuencia crítica).

Para establecer el régimen de trabajo del par de ruedas analizadas, se emplea el factor adimensional N , denominado Razón de Resonancia y el mismo se determina según la ecuación.

$$N = \frac{n_1}{n_{e1}} \quad (2.34)$$

Donde: n_1 : Frecuencia de rotación del piñón (rad/s).

Nótese que $n_1=W1$ del modelo para la cinemática de las coronas es decir la velocidad angular de la rueda conductora.

Con el valor la ecuación (2.34) se puede determinar en cuál de los 4 regímenes de trabajo posibles se encuentra la corona de un molino a partir de lo mostrados en la figura 2.7.

Esto también se puede definir por las condiciones siguientes:

$N < 0.85$ (Zona subcrítica).

$0.85 < N < 1.15$ (Zona de resonancia principal).

$1.15 < N < 1.5$ (Zona intermedia).

$1.5 < N$ (Zona supercrítica).

Las coronas de molinos son engranajes que trabajan con velocidades de rotación muy pequeñas, disminuyendo con ello la posibilidad de que exista resonancia en su funcionamiento. Es por esto que se determinará la carga dinámica en la zona de trabajo subcrítica:

Determinación del coeficiente de carga dinámica (K_v) para la zona subcrítica.

Para determinar el coeficiente de carga dinámica el método propone la ecuación (2.35).

$$K_v = 1 + N \cdot K \quad (2.35)$$

Para determinar el valor de K se plantea:

$$K = C_{v_1} \cdot B_p + C_{v_2} \cdot B_f + C_{v_3} \cdot B_k \quad (2.36)$$

Donde los valores (C_{v_1} , C_{v_2} , C_{v_3}) se encuentran en la tabla 2.2 y están definidos como:

C_{v_1} : factor que tiene en cuenta los errores de paso.

C_{v_2} : factor que tiene en cuenta los errores del perfil.

C_{v_3} : factor que tiene en cuenta la variación cíclica de la rigidez de los dientes engranados.

Tabla 2.2 Coeficientes de factores que influyen en la carga dinámica. Fuente ^(Henriot, G. 1987)

Coeficiente	$1 < \varepsilon_\gamma \leq 2$	$\varepsilon_\gamma > 2$
Cv_1	0.32	0.32
Cv_2	0.34	$\frac{0.57}{(\varepsilon_\gamma - 0.3)}$
Cv_3	0.23	$\frac{0.096}{(\varepsilon_\gamma - 1.56)}$

Como se puede ver en la tabla 2.2, ε_γ es el coeficiente de recubrimiento total.

Para determinar los otros términos que componen la ecuación (2.36) se plantea:

$$Bp = \frac{c' \cdot fpbeff}{Ft \cdot Ka/b} \quad (2.37)$$

$$Bf = \frac{c' \cdot f_f eff}{Ft \cdot Ka/b} \quad (2.38)$$

$$Bk = 1 - \frac{c' \cdot Ca}{Ft \cdot Ka/b} \quad (2.39)$$

Donde:

Bp, Bf, Bk : son parámetros adimensionales que tienen en cuenta los efectos de los errores del diente, de la modificación del perfil y la variación cíclica de la rigidez respectivamente ante la carga dinámica.

b : Ancho de las coronas. (mm)

$fpbeff$: Errores de pasos efectivos (en este caso se trabaja con el máximo error de paso ecuación 2.17 en mm)

$ffeff$: Errores del trazado del perfil en mm.

c' : Rigidez de un par de dientes engranados.

Ka : Coeficiente de aplicación de la carga.

Para determinar el coeficiente que considera las propiedades superficiales del material para el contacto Ca se plantea que para ruedas del mismo material se aplica la fórmula dada en (2.40):

$$Ca = Cay = (1/18) \cdot [(\sigma_{h\lim} / 97) - 18.45]^2 + 1.5 \quad (2.40)$$

Para la tensión límite del material se aplica del ^(Dobrovolski, V. 1970):

$$\sigma_{h\lim} = Hb * Cb * 9.81/100 \text{ (N/mm}^2\text{)} \quad (2.41)$$

Donde: Hb: dureza de la corona.

Cb: coeficiente que considera las propiedades del material y con sus tratamientos térmicos (se pueden determinar de la tabla 35 del ^(Dobrovolski, V. 1970))

Para determinar la rigidez de un par de dientes engranados se plantea.

$$c' = C_{(Zp1)} \cdot C_{(Zp2)} / C_{(Zp1)} + C_{(Zp2)} \quad (\text{N/m}) \quad (2.42)$$

Donde la rigidez instantánea de un diente durante el contacto se determina por la ecuación (2.26).

De esta forma sustituyendo las ecuaciones (2.42), (2.40), (2.39), (2.38), (2.37) en (2.35) y (2.36) se puede hallar un coeficiente de carga dinámica capaz de considerar las vibraciones ocurridas durante el funcionamiento de un engranaje. Hay que decir que este método no considera directamente las fuerzas asociadas a la interacción con los elementos externos, solo toma en consideración el régimen de trabajo mediante un factor de aplicación que en el caso de una corona no se tienen suficientes criterios para determinarlo.

2.5. Metodología para la determinación del coeficiente de carga dinámica (kd) para coronas de molinos partiendo del método de Reshetov^(Reshetov, D. 1985).

En esta ocasión se determinará un coeficiente Kd para las coronas de molinos, proponiendo una metodología, que parte del fundamento de uno de los métodos estudiados en el capítulo anterior planteado por ^(Reshetov, D. 1985) Este consiste en

analizar los choques o golpes que se generan durante el funcionamiento de las coronas, donde se hace necesario determinar la fuerza de colisión entre los dientes en contacto, considerando la forma más exacta posible de determinar las velocidades de ambas ruedas en el instante del choque para un punto de contacto determinado, basado en el análisis energético del funcionamiento. Este método permite considerar los errores de fabricación, principalmente los errores de paso, así como su influencia en la variación de la cinemática y la dinámica del engrane.

Para el cálculo del coeficiente de carga dinámica (K_d) según ^(Reshetov, D. 1985) se puede plantear que la suma de la carga nominal en el contacto con la carga dinámica reducida será igual al coeficiente de carga dinámica multiplicado por la carga nominal, de lo que se puede plantear:

$$P_n + \xi U = P_n K_d \quad (2.43)$$

Despejando el coeficiente de carga dinámica se obtiene la ecuación (2.44).

$$K_d = 1 + \frac{\xi U}{P_n} \quad (2.44)$$

Dónde: ξ : coeficiente que considera la elasticidad del choque.

U: incremento dinámico de la fuerza de colisión para las coronas

P_n : carga nominal de los dientes en la dirección normal al punto de contacto.

La carga nominal (P_n) de los dientes en cualquier instante del contacto se determina por el modelo propuesto y está dada por la ecuación (2.23).

Para determinar el incremento dinámico de la fuerza de colisión de las ruedas es necesario realizar un análisis a partir de las leyes, de trabajo y energía y la ley de conservación de la cantidad de movimiento.

Entonces, para los instantes antes y después del choque según la ley de conservación de la energía, puede escribirse:

$$W_{fnc} = \Delta E_M = E_{Mf} - E_{M0}$$

De donde resulta:

$$-W_{\text{calor choque}} = \left[\frac{(m_1 + m_2) \cdot V_f^2}{2} + \frac{c_1 \cdot \delta_1^2}{2} + \frac{c_2 \cdot \delta_2^2}{2} \right] - \left[\frac{m_1 \cdot V_1^2}{2} + \frac{m_2 \cdot V_2^2}{2} \right] \quad (2.45)$$

Dónde: δ_1 : deformación del diente en contacto de la rueda conductora.

δ_2 : deformación del diente en contacto de la rueda conducida.

V_f : velocidad del punto de contacto después del choque.

V_1 : velocidad del punto de contacto de la rueda conductora en el instante antes del choque.

V_2 : velocidad del punto de contacto de la rueda conducida en el instante antes del choque.

$W_{\text{calor choque}}$: parte de la energía mecánica se transforma en calor por la plasticidad del choque.

Como:

$$U = c_1 \cdot \delta_1 = c_2 \cdot \delta_2 \quad (2.46)$$

Sustituyendo en la ecuación (2.47) en la (2.46) y agrupando convenientemente:

$$2W_{\text{calor choque}} + \frac{U^2}{c'} = m_1 \cdot V_1^2 + m_2 \cdot V_2^2 - (m_1 + m_2) \cdot V_f^2 \quad (2.47)$$

Donde c' está dada por la ecuación (2.31)

Asumiendo el instante de choque muy pequeño se plantea que el impulso de las fuerzas externas es nulo, de lo que se escribe la ley de conservación de la cantidad de movimiento para este caso resultando:

$$P_{\text{final}} = P_0$$

De donde resulta:

$$(m_1 + m_2) \cdot V_f = m_1 \cdot V_1 + m_2 \cdot V_2 \quad (2.48)$$

Despejando V_f de la ecuación (2.48), sustituyéndola en la (2.47) y agrupando convenientemente resulta:

$$2W_{\text{calor choque}} + \frac{U^2}{c'} = m_0 \cdot (V_1 - V_2)^2 \quad (2.49)$$

Donde m_0 es la masa reducida equivalente y se determina por la ecuación (2.28).

Considerando la parte de la energía que se transforma en calor mediante el coeficiente que considera la elasticidad del choque implícito en la ecuación (2.44) se puede asumir que la energía del trabajo transformado en calor de la ecuación (2.49) es cero y considerarlo mediante el coeficiente antes mencionado:

$$\begin{aligned} \xi = 1 &\Rightarrow \text{Choque perfectamente elástico} \\ \xi = 0 &\Rightarrow \text{Choque perfectamente plástico} \end{aligned} \quad (2.50)$$

Aplicando la consideración anterior a la ecuación (2.49) y despejando el incremento de la carga dinámica reducida:

$$U = (V_1 - V_2) \cdot \sqrt{m_0 \cdot c'} \quad (2.51)$$

Resultando la ecuación (2.44) de la siguiente forma:

$$K_d = 1 + \frac{\xi \cdot ((V_1 - V_2) \cdot \sqrt{m_0 \cdot c'})}{P_n} \quad (2.52)$$

Para determinar las velocidades V_1 y V_2 del punto de contacto aparente en el instante antes del choque en la dirección de la normal común, se parte del análisis de la figura 2.6.

En este caso se tendrán en cuenta los errores de paso y las condiciones de trabajo, para poder obtener las velocidades de ambas coronas un instante antes de que se produzca la colisión. Para ello se definen estas velocidades de la rueda conductora y la conducida como (V_1 y V_2) respectivamente. Debido a que el punto de contacto se verá desplazado teniendo en cuenta las consideraciones de los errores que más afectan, se realizará el análisis partiendo del funcionamiento del modelo y de las condiciones reales de operación. En la figura (2.6) podemos ver el efecto de los errores de paso con respecto al instante de fin del contacto del par de dientes saliente e inicio del entrante. La rueda conducida después que finaliza el contacto del par de dientes saliente quedará libre para recorrer el ángulo asociado al error de paso y su

parámetros cinemáticos durante ese periodo lo regirá la aceleración producida por el torque resistivo que ofrecen las condiciones reales de operación.

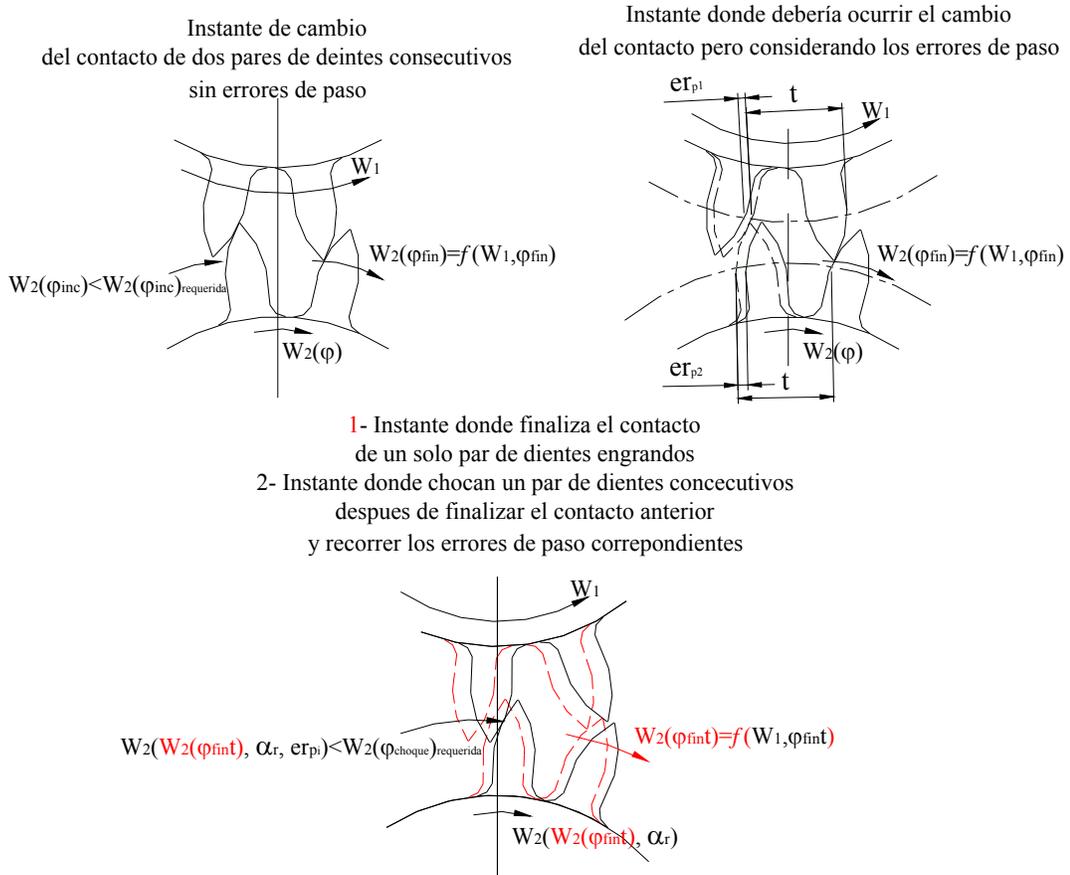


Fig. 2.6 Análisis de la influencia de los errores de paso en la cinemática de dos pares de dientes consecutivos.

Como se puede ver de la figura 2.6 para el caso que no existan errores de paso también ocurrirá un choque entre los dientes en el instante de cambio del contacto debido a que este tipo de engranajes no cumplen el teorema fundamental y su relación de transmisión instantánea es variable, por lo que en el instante de cambio de contacto el diente de la rueda conducida no tendrá la velocidad igual a la de la conducida ocurriendo un choque que equilibre las diferencias. En este caso se puede plantear:

$$\begin{aligned}
 V_{n1}(\varphi_{inc}) &= W1 \cdot MO(\varphi_{inc}) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_1(\varphi_{inc})\right) \\
 V_{n2}(\varphi_{inc}) &= W2(\varphi_{fin}) \cdot MC(\varphi_{inc}) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_2(\varphi_{inc})\right)
 \end{aligned}
 \tag{2.53}$$

Para este caso el coeficiente de carga dinámica se determina sustituyendo la ecuación (2.53) en (2.52). ($V_1 = V_{n1}(\varphi_{inc})$ y $V_2 = V_{n2}(\varphi_{inc})$)

Debe notarse que para el caso de los errores de paso sumarios negativos este efecto de cambio de contacto seguirá ocurriendo, por lo que se podrán seguir utilizando las ecuaciones (2.52), solamente que los instantes de inicio y fin del contacto cambiarán en función de este error lo que se puede determinar por la solución de las ecuaciones (2.13) y (2.14) pero en este caso considerando estos errores. Además hay que decir que mientras más negativo sea el error sumario más pequeño se hace la diferencia de velocidades en el choque ya que el ángulo de contacto se reduciría.

Debe señalarse que para un engranaje tienen que existir errores sumarios positivos y negativos, ya que el error que para dos pares de dientes es positivo, para el par sucesivo este debe ser contrario, de modo que la suma algebraica de todos los errores de los dientes de un engranaje tiene que ser nula.

Por esta razón resulta más significativo para el coeficiente de carga dinámica determinar el caso para el cuál el error sumario de dos pares de dientes es máximo positivo, puesto que en esta condición las velocidades de choque serán las máximas posibles.

Para analizar el caso que considera los errores de paso sumarios máximos se parte del análisis de la figura 2.6.

En el instante donde debería ocurrir el cambio de contacto se puede determinar la velocidad angular de la rueda conducida por las ecuaciones del modelo, que sería evaluar W_2 en el instante final del contacto.

Como los errores de paso máximos son mucho mayores que las variaciones geométricas del funcionamiento que introducen la forma del perfil se puede decir que

el contacto del par de dientes que debería terminar no lo hará, continuando hasta el final del contacto teórico.

Para este caso se puede determinar la velocidad angular de la rueda conducida también por la ecuaciones del modelo pero evaluando en el ángulo final del contacto teórico $W_2(\varphi^t_{fin})$.

Desde el instante donde finaliza el contacto teórico de un par de dientes y todavía no ha entrado en contacto el consecutivo debido a los errores de paso, la corona conducida quedará libre del engrane, es decir el recubrimiento instantáneo es menor que uno.

Este efecto trae como consecuencia el hecho de que el conjunto conducido (maza, guijo, corona) quedará expuesto a las cargas externas que provocan una desaceleración de la velocidad angular de los mismos.

Para determinar la velocidad final del conjunto conducido durante el instante libre hasta que lo alcanza el otro par de dientes entrante en el instante antes del choque se asume que la desaceleración será constante y producida por el torque resistivo, de lo que se puede plantear:

$$\begin{aligned} \sum T &= I \cdot \alpha_r \\ T_r &= I_2 \cdot \alpha_r \\ \mu \cdot N_2 \cdot \left(\frac{D_{maza}}{2} \right) &= I_2 \cdot \alpha_r \\ \alpha_r &= \frac{\mu \cdot N_2 \cdot \left(\frac{D_{maza}}{2} \right)}{I_2} \end{aligned} \quad (2.54)$$

Donde: μ : coeficiente de fricción entre la maza y la caña.

N_2 : fuerza de reacción entre el colchón de bagazo y la maza de la rueda conducida.

D_{maza} : Diámetro exterior de la maza.

I_2 : Momento de inercia equivalente del conjunto maza guijo corona (se determina como $I_2 = I_{cor} + I_{guijo} + I_{maza}$).

α_r : aceleración resistiva del conjunto libre.

Con la aceleración constante, de las ecuaciones de la cinemática angular se puede plantear para la velocidad angular final del conjunto libre la ecuación (2.55).

$$(W_2')^2 = (W_2(\varphi_{fin}^t))^2 - 2\alpha_r \cdot \phi_2 \quad (2.55)$$

Donde: W_2' : Velocidad angular del conjunto libre en el instante antes del choque.

ϕ_2 : ángulo que gira la rueda conducida durante el tiempo que se encuentra libre el conjunto.

Para determinar el ángulo ϕ_2 se considera el hecho de que en el instante donde se producirá el contacto se debe cumplir las ecuaciones del modelo resultando:

$$\psi \left(\varphi_{fin}^t + \varphi_t + \frac{er_{p1}}{MO(\varphi_{fin}^t + \varphi_t)} - \phi_1 \right) = \psi \left(\varphi_{fin}^t + \varphi_t + \frac{er_{p1}}{MO(\varphi_{fin}^t + \varphi_t)} \right) + \phi_2 + \frac{\sum er_p}{MC(\varphi_{fin}^t + \varphi_t)} \quad (2.56)$$

Donde: ϕ_1 : ángulo que gira la rueda conductora durante el tiempo que se encuentra libre el conjunto conducido.

Como la ecuación (2.56) tiene dos incógnitas se hace necesario recurrir a otra ecuación. De las condiciones de ligaduras cinemáticas durante el funcionamiento del conjunto libre se puede plantear:

$$\phi_2 = \frac{W_2(\varphi_{fin}^t)}{W_1} \cdot \phi_1 - \frac{\alpha_r}{2 \cdot W_1^2} \cdot \phi_1^2 \quad (2.57)$$

De la solución conjunta de las ecuaciones (2.57) y (2.56) se determinan los ángulos ϕ_1 y ϕ_2 que girarán las ruedas conductoras y conducidas respectivamente.

Sustituyendo ϕ_2 obtenida, en la ecuación (2.55) se determina la velocidad angular de la rueda conducida en instante antes del choque.

Conociéndose las velocidades angulares de ambas ruedas en el instante de choque (W_1 , W_2') y con la geometría del modelo propuesto se determinarán las velocidades V_1 y V_2 normales del punto de contacto de los dientes que chocan en ese instante.

Las ecuaciones para determinar las velocidades de choque se determinan utilizando las ecuaciones (2.9) y (2.10) en las condiciones planteadas anteriormente y se obtienen por la ecuación (2.58):

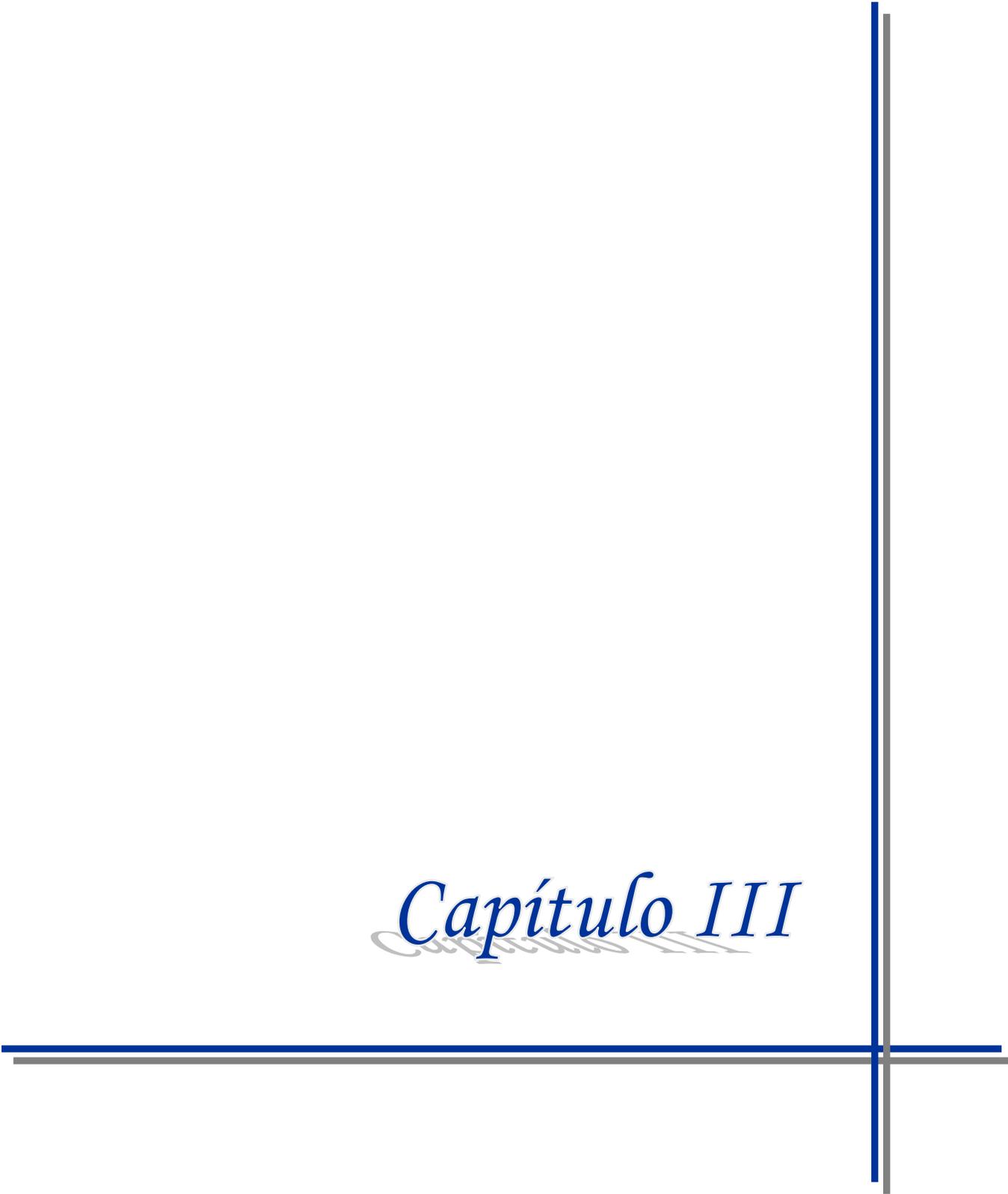
$$\begin{aligned}
 V_1 &= W_1 \cdot MO \left(\varphi'_{fin} + \varphi_t + \frac{er_{p1}}{MO(\varphi'_{fin} + \varphi_t)} - \phi_1 \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta_1 \left(\varphi'_{fin} + \varphi_t + \frac{er_{p1}}{MO(\varphi'_{fin} + \varphi_t)} - \phi_1 \right) \right) \\
 V_2 &= W_2 \cdot MC \left(\varphi'_{fin} + \varphi_t + \frac{er_{p1}}{MO(\varphi'_{fin} + \varphi_t)} - \phi_1 \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta_2 \left(\varphi'_{fin} + \varphi_t + \frac{er_{p1}}{MO(\varphi'_{fin} + \varphi_t)} - \phi_1 \right) \right)
 \end{aligned}
 \tag{2.58}$$

Finalmente sustituyendo la ecuación (2.58) en la (2.52) se determina el coeficiente de carga dinámica producido por los choques de los dientes en las coronas, considerando los errores de paso máximos que producirán los mayores valores de este coeficiente.

2.6. Conclusiones del Capítulo

1. Mediante el modelo de un mecanismo de tres barras, se puede considerar la cinemática del funcionamiento de las coronas para el cálculo del coeficiente de carga dinámica.
2. Se establece un análisis de los errores de paso y de su consideración en los cálculos de la carga dinámica en la situación más crítica, que está dada por el máximo error actuante entre las dos coronas analizadas.
3. Se aplica una metodología de cálculo que permite determinar el coeficiente carga dinámica de las coronas que considera las vibraciones que se producen durante el funcionamiento.
4. Se desarrolla una metodología para el cálculo del coeficiente de carga dinámica en las coronas de molinos que considera los errores de paso máximos reales en ambas coronas, que pueden llegar a ser mayores que 9mm en las colisiones que se producen entre los dientes durante el funcionamiento.

Capítulo III



Capítulo III Determinación y análisis del coeficiente de carga dinámica en coronas de molinos.

En este capítulo se aplica el modelo desarrollado en el capítulo anterior a un molino de caña donde los valores de su geometría y de potencia se describen a continuación:

La potencia total consumida por un molino puede asumirse $N=200 \text{ C.V}$ (Moya Rodríguez, J. 1994), la corona superior es la más crítica, transmitiendo un 50% de la potencia.

Para una velocidad angular media del molino de $n=10 \text{ r.p.m}=1.0472\text{rad/s}$. el torque a transmitir por la corona será:

$$M_t = 7162 \frac{N}{n} = 7162 \frac{0,5 \cdot 200}{10} \quad (3.1)$$

$$M_t = 71620N - m$$

Como se puede apreciar los valores de este momento torsor que se transmite por la maza superior de los molinos dado por la expresión (3.1) son significativamente grandes.

La corona que se analizará en este trabajo tendrá un perfil A cuyos datos geométricos de fabricación se pueden ver en la tabla 3.1.

Tabla 3.1 Parámetros geométricos de las coronas de molinos.

Perfil	R _p	R _i	R ₀	R _e	e	t	R1	R2	R3	R4	Rc1	Rc2	Rc3	z
A	482.6	381.79	467.228	560.0	79.8	178.369	171.45	88.9	133.35	31.75	471.228	467.228	459.228	17

Con los parámetros geométricos de las coronas dados por la tabla 3.1 y los valores del torque de operación dados por la expresión (3.1) se pueden realizar los análisis de los coeficientes de carga dinámica por los distintos métodos expuestos en el capítulo anterior.

También resulta necesario obtener los ángulos de inicio y fin del contacto de un par de dientes engranado, por lo que de la solución de la ecuación (2.13) se determina el ángulo de inicio del contacto. Este despeje analítico no existe, por lo que se desarrolla un método numérico de soluciones cíclicas que permita determinar la curva del

comportamiento de este parámetro así como su valor como función de la distancia entre centros. Es importante señalar que como se trata de un método numérico las soluciones partirán de la sustitución de los valores para un perfil determinado, en este caso el A cuyos datos se toman de la tabla 3.1. El algoritmo de solución desarrollado con el MATLAB se muestra en el anexo4.

Para dar solución a la ecuación (2.13) también se hace necesario determinar los límites de la distancia entre centros en los que se enmarca el contacto R1-R1, que será el caso que se analizará pues en estas condiciones las cargas dinámicas son mayores.

La condición de contacto R1-R1 está dada por:

$$MO = Rc1$$

$$MC = Re$$

Del análisis de estas igualdades se puede resolver un sistema de dos ecuaciones y determinar los valores del ángulo y de la distancia entre centros para los cuales inicia el contacto en el límite del perfil trazado por los radios de arcos de círculos R1-R1.

La solución de este sistema tampoco puede ser resultado analíticamente, por lo que se le aplica un método numérico similar al anterior que también puede ser visto en el anexo4.

De esta forma para una corona de perfil A, el valor de la distancia entre centros para la cual comienza el contacto en el límite de R1-R1 resulta:

$$aw_{\lim R1} = 0.9996 m \quad (3.2)$$

Para estas condiciones el ángulo de inicio del contacto aparente del modelo resulta:

$$\varphi^t_{inc \lim R1} = 0.6370 rad \quad (3.3)$$

Como se puede notar la ecuación (3.2) define la distancia entre centros mínima con la que se realizarán los análisis en este trabajo.

Para determinar el ángulo de inicio y fin del contacto real como función de la distancia entre centros se relazan los cálculos propuestos anteriormente de donde se obtiene la curva que se muestra en la figura 3.1.

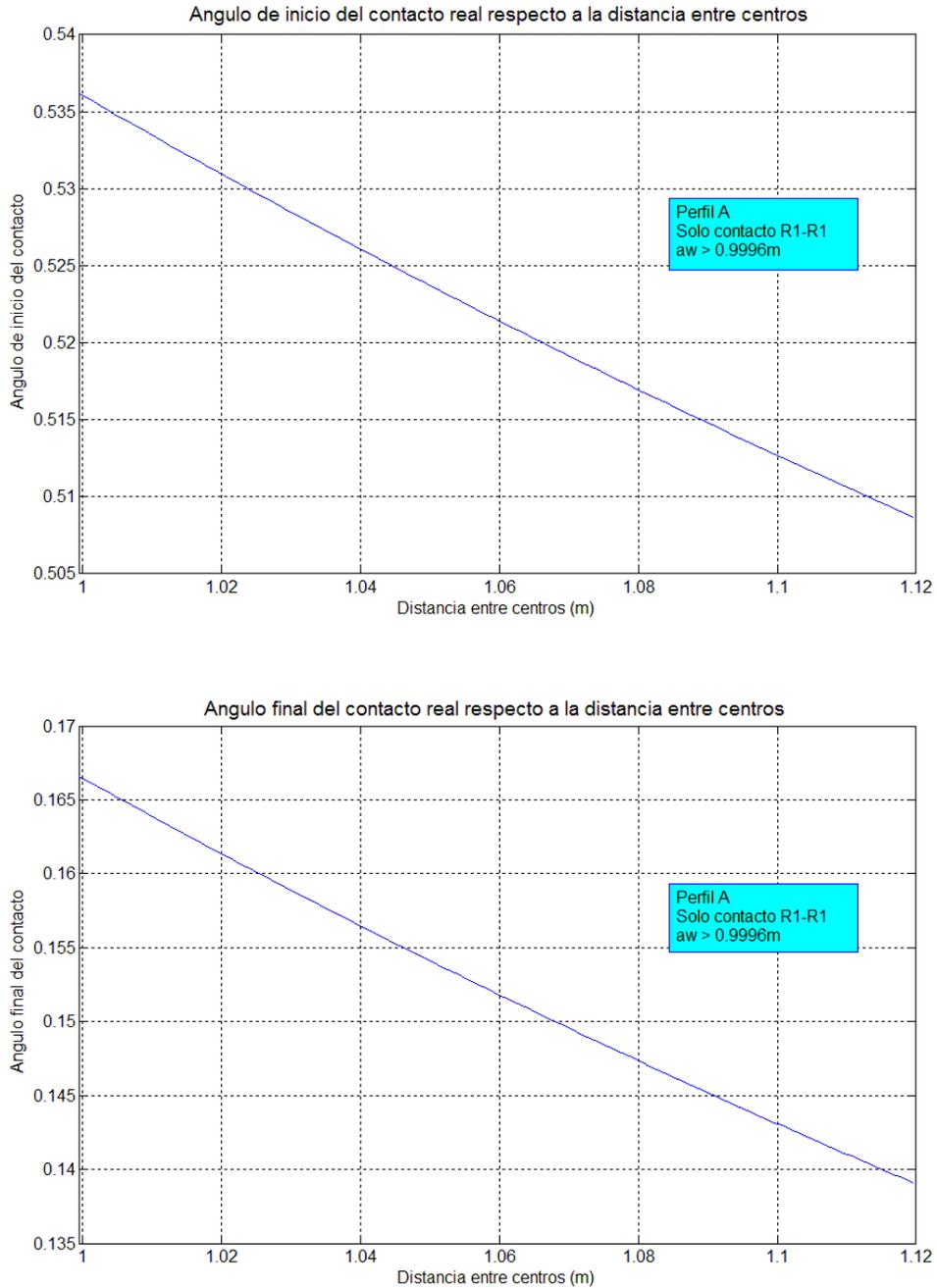


Fig.3.1 ángulo de inicio y fin del contacto real para el modelo respecto a la distancia entre centros para una corona de perfil A en el contacto R1-R1.

Como se puede ver con las curvas de la figura 3.1 se puede conocer el instante donde comienza el contacto para la distancia entre centros correspondiente siempre y cuando se trate del contacto R1-R1.

Para conocer la distancia entre centros se debe proponer una inicial de setting y aplicar la ecuación (2.15).

Debe notarse que esta curva también pierde significado cuando el coeficiente de recubrimiento es menor que uno, siendo para este caso necesario determinar el valor de la distancia entre centros para el cual ocurre este efecto.

Dicha distancia entre centro se determina por la condición de hacer el coeficiente de recubrimiento igual a uno, de lo que se puede plantear en ese instante que el ángulo de contacto real es igual al ángulo de paso resultando e la ecuación:

$$\chi_1(\varphi^{t_{inc}}) - \chi_1(\varphi^{t_{fin}}) = t \quad (3.4)$$

Donde la función χ ángulo de contacto se determina del modelo y resulta:

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \varphi + \gamma_1 + \theta_1 - (\pi) \\ \chi_2 &= \left(\frac{\pi}{2}\right) - \theta_2 - \beta \end{aligned} \quad (3.5)$$

La determinación de los ángulos teóricos del contacto también se toma de los análisis del modelo por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \varphi^{t_{inc}} &= \arccos \left(\frac{2 \cdot R1 \left(\frac{aw^2}{4 \cdot R1 \cdot Rc1} - \frac{R1}{Rc1} + \frac{R1^2 + Rc1^2 - Re^2}{2 \cdot R1 \cdot Rc1} \right)}{aw} \right) \\ \varphi^{t_{fin}} &= \pi - \arccos \left(\frac{4 \cdot R1^2 - 2 \cdot Rc1^2 - aw^2 + 4 \cdot R1 \cdot Rc1 \left(\frac{aw^2}{4 \cdot R1 \cdot Rc1} - \frac{R1}{Rc1} + \frac{R1^2 + Rc1^2 - Re^2}{2 \cdot R1 \cdot Rc1} \right)}{2 \cdot Rc1 \cdot \sqrt{Rc1^2 + aw^2 - 4 \cdot R1 \cdot Rc1 \cdot \left(\frac{aw^2}{4 \cdot R1 \cdot Rc1} - \frac{R1}{Rc1} + \frac{R1^2 + Rc1^2 - Re^2}{2 \cdot R1 \cdot Rc1} \right)}} \right) \\ &\quad - \arctan \left(\frac{Rc1 \cdot \sqrt{1 - \frac{4 \cdot R1^2 \cdot \left(\frac{aw^2}{4 \cdot R1 \cdot Rc1} - \frac{R1}{Rc1} + \frac{R1^2 + Rc1^2 - Re^2}{2 \cdot R1 \cdot Rc1} \right)^2}{aw^2}}}{aw - \frac{2 \cdot R1 \cdot Rc1 \cdot \left(\frac{aw^2}{4 \cdot R1 \cdot Rc1} - \frac{R1}{Rc1} + \frac{R1^2 + Rc1^2 - Re^2}{2 \cdot R1 \cdot Rc1} \right)}{aw}} \right) \end{aligned}$$

Resolviendo la ecuación (3.4) por un método numérico siguiendo un algoritmo

similar a los anteriores desarrollado en el MATLAB y el cual se muestra en el anexo 4 resulta para la distancia entre centros máxima que garantiza el recubrimiento de uno:

$$aw_{\lim E1} = 1.0368 m \quad (3.6)$$

De las ecuaciones (3.6) y (3.2) se puede determinar el dominio de la distancia entre centros que garanticen el contacto entre perfiles de arcos de círculos de radios R1 y que el coeficiente de recubrimiento sea mayor o igual uno.

$$aw_{\lim R1} = 0.9996 m \leq aw \leq 1.0368 m = aw_{\lim E1}$$

Es decir que para un funcionamiento bajo estas condiciones puede variar la distancia entre centros un máximo de 0.0373m=37.2mm y como los valores de flotación en la literatura son del orden de los 12mm se puede decir que perfectamente una corona puede trabajar en este dominio de la distancia entre centros.

Es importante señalar que para los valores de distancia entre centros mayores que los del rango que se definió anteriormente no es recomendable el funcionamiento de las coronas, pues el hecho de hacerse el recubrimiento menor que la unidad puede ocasionar choque bruscos entre los dientes, esto puede incrementar grandemente el coeficiente de carga dinámica.

3.1. Cálculo de kd para coronas aplicando el método G. Heriot^(Henriot, G. 1987)

Como se expone en el capítulo anterior primeramente se debe determinar en qué zona de trabajo se enmarcan las coronas de los molinos.

Para calcular las masas reducidas de ambas ruedas hay que tener en cuenta el momento de inercia de las coronas, el guijo y la maza del molino, pues como se plantea en la ecuación (2.27):

$$m_1 = m_2 = \frac{I_{cor} + I_{guijo} + I_{maza}}{Rc1^2}$$

Para determinar el momento de inercia de la corona se dibuja el perfil A1 en un software CAD y se calcula por un método numérico computacional el valor del mismo resultando:

Propiedades físicas de la Corona

Propiedades generales:

Material: {Acero fundido}

Densidad: 7,850 g/cm³

Volumen: 248181566,263 mm³ (Error relativo = 0,000081%)

Masa: 1948,225 kg (Error relativo = 0,000081%)

Área: 6338055,321 mm² (Error relativo = 0,000000%)

Momentos principales de inercia con respecto al centro de gravedad

I1: 218143797,670 kg mm² (Error relativo = 0,000081%)

I2: 218143797,670 kg mm² (Error relativo = 0,000081%)

I3: 319394077,631 kg mm² (Error relativo = 0,000081%)

Para el caso del momento de inercia polar de la corona se toma I3 quedando:

$$I_{cor} = 319,394 \text{ kg m}^2 \quad (3.7)$$

Par los momentos de inercia polares del guijo y la maza, se plantea la ecuación de los momentos de inercia de área para un círculo macizo y hueco respectivamente y luego se transforman al de masa.

$$I_p = \frac{\pi \cdot D^4}{32} \cdot \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right) \quad (3.8)$$

Donde: D : Diámetro exterior del círculo

d : Diámetro interior del círculo.

I_p : Momento de inercia polar de área.

Aplicando la ecuación (3.8) al guijo y la maza respectivamente y teniendo en cuenta que el momento de inercia de la masa es igual al área multiplicada por la densidad del material y la longitud del elemento resulta:

$$I_{guijo} = \frac{\pi \cdot \bar{D}_{guijo}^4}{32} \cdot \rho \cdot l_{guijo}$$

$$I_{maza} = \frac{\pi \cdot D_{maza}^4}{32} \cdot \left(1 - \frac{d_{maza}^4}{D_{maza}^4}\right) \cdot \rho \cdot l_{maza} \quad (3.9)$$

Donde: \bar{D}_{guijo} : Diámetro medio del guijo.

D_{maza} y d_{maza} :Diámetro exterior e interior de la maza del molino respectivamente.

l_{guijo} y l_{maza} : longitud del guijo y la masa del molino respectivamente.

ρ : densidad del acero.

Para determinar el diámetro medio del guijo se calcula el valor medio de los diámetros de los distintos tramos del árbol resultando:

$$\bar{D}_{guijo} = 546mm = 0.546m$$

El diámetro interior y exterior de la maza resulta:

$$d_{maza} = 650mm = 0.65m$$

$$D_{maza} = 990mm = 0.99m$$

Las longitudes del guijo y la maza resultan:

$$l_{guijo} = 5200mm = 5.2m$$

$$l_{maza} = 2390mm = 2.39m$$

La densidad se asume la del acero convencional $7,850 \text{ g/cm}^3 = 7850 \text{ kg/m}^3$.

Sustituyendo todos estos valores en la ecuación (3.9) se resuelve:

$$I_{guijo} = \frac{\pi \cdot (0.546m)^4}{32} \cdot 7850 \text{ kg/m}^3 \cdot 5.2m = 356.16 \text{ kg} \cdot m^2$$

$$I_{maza} = \frac{\pi \cdot (0.99m)^4}{32} \cdot \left(1 - \frac{(0.65m)^4}{(0.99m)^4}\right) \cdot 7850 \text{ kg/m}^3 \cdot 2.39m = 1440.54 \text{ kg} \cdot m^2 \quad (3.10)$$

Con los momentos de inercia determinándose (3.7) y (3.10) se puede hallar la masa reducida resultando:

$$m_1 = m_2 = \frac{319.39kg \cdot m^2 + 356.16kg \cdot m^2 + 1440.54kg \cdot m^2}{(0.471228m)^2} = 9529.54kg$$

Luego se determina de la ecuación (2.29) la masa reducida equivalente asociada al par de ruedas engranadas resultando.

$$m = \frac{m_1 \cdot m_2}{(m_1 + m_2)} = \frac{m^2}{(2 \cdot m)} = \frac{m}{2} = \frac{9529.54kg}{2} = 4764.77kg \quad (3.11)$$

Como se puede notar la masa reducida es considerablemente de gran magnitud y está en el orden aproximado de 4.7 toneladas.

Donde la rigidez de un par de dientes engranados está dada por la ecuación (2.31).

$$C\gamma = c' = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

Sustituyendo los valores de la tabla 3.1 y la ecuación (3.1) en la ecuación (2.26) para la rigidez de los dientes equivalente se determina la gráfica de la figura 3.2.

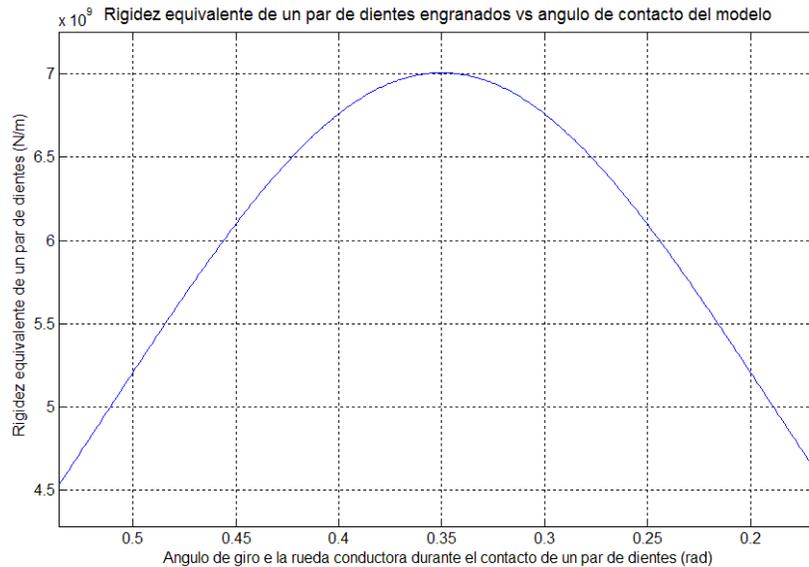


Fig. 3.2 Rigidez equivalente de una corona de perfil A para el ángulo de giro de la rueda conductora durante el contacto de un par de dientes engranados.

Como se puede ver de la figura 3.2 la rigidez equivalente de los dientes de las coronas tiene valores bastante elevados.

Para determinar la rigidez equivalente total de la corona se asume que la del cuerpo de la misma va a ser mucho mayor que la de los dientes y como se explicó en el capítulo anterior por las ecuaciones (2.18) y (2.19) resultará aproximadamente igual a la del diente.

La velocidad crítica de trabajo se obtiene de la ecuación (2.34) de donde se puede graficar los resultados mostrándolos en la figura 3.3.

$$n_{ei} = \left(\frac{30}{\pi} \cdot z_1 \right) \sqrt{C\gamma/m}$$

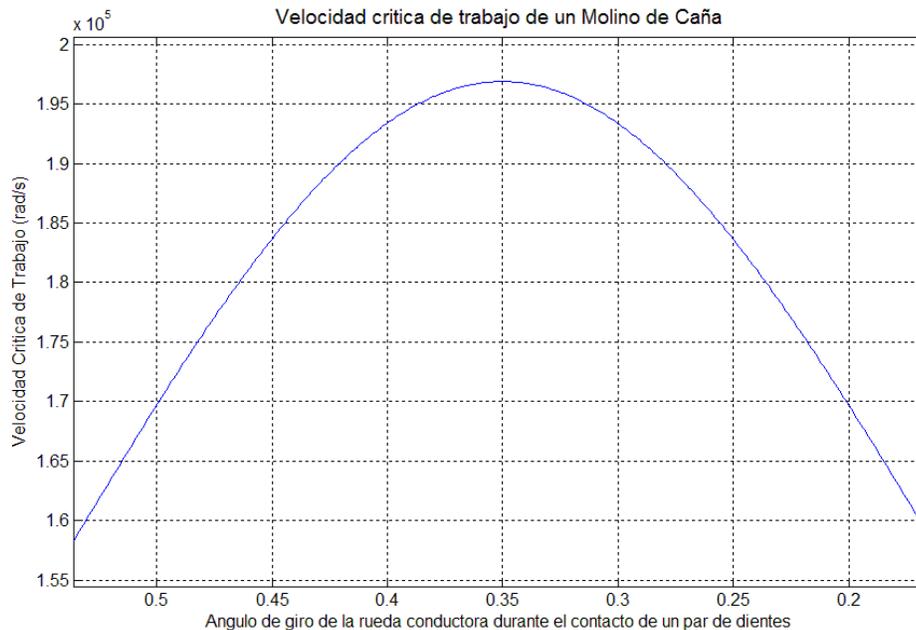


Fig. 3.3 Velocidad Crítica de trabajo de un molino con coronas de perfil A.

Como se puede notar los valores de velocidad crítica para que exista resonancia en los molinos son bastante elevados.

Para establecer el régimen de trabajo del par de ruedas analizadas, se emplea el factor adimensional N, denominado Razón de Resonancia y el mismo se determina según la ecuación (2.32).

$$N = \frac{n_1}{n_{e1}}$$

De la ecuación se puede obtener también la gráfica del comportamiento de este coeficiente y el mismo se muestra en la figura 3.4.

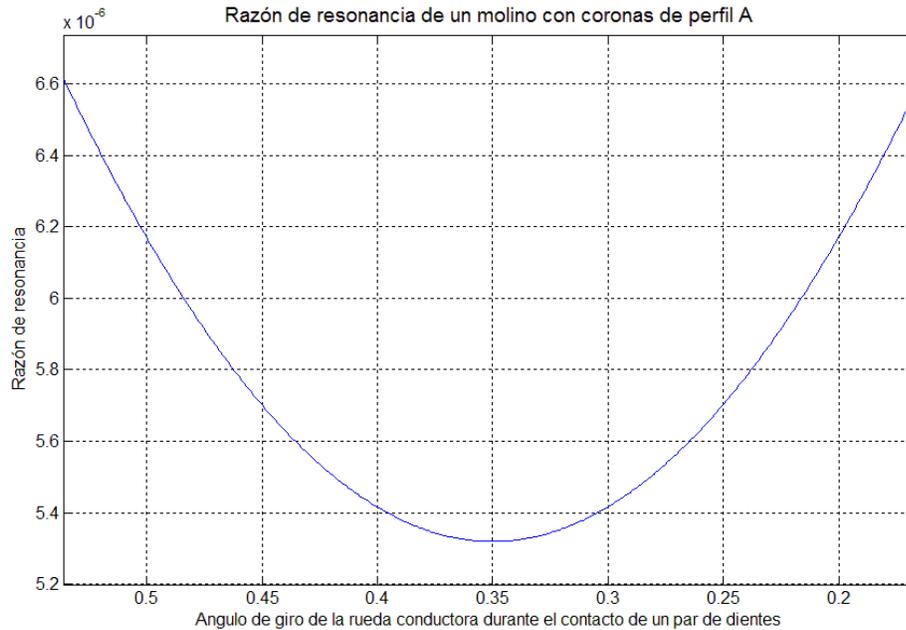


Fig. 3.4. Razón de resonancia de un molino con coronas de perfil A.

Nótese que como $n_1 = \omega_1 = 1.0472 \text{ rad/sy}$ la velocidad crítica de resonancia es excesivamente grande, por lo que la razón de resonancia es muy pequeña, del orden de los 10^{-6} . Se puede concluir que el régimen de trabajo de estos elementos del molino se enmarca en la **zona subcrítica**, pero además se puede decir que se encuentra bastante alejado de los límites de cambio de régimen ya que resulta casi imposible el efecto de la ocurrencia de resonancia en su funcionamiento.

Determinación del coeficiente de carga dinámica (K_v) para la zona subcrítica.

De la ecuación (2.35) y (2.36) se obtiene la (3.12).

$$K_v = 1 + N \cdot (C_{v1} \cdot B_p + C_{v2} \cdot B_f + C_{v3} \cdot B_k) \quad (3.12)$$

Para determinar los valores de C_{v1} , C_{v2} , C_{v3} se considera el recubrimiento en el intervalo entre 1 y 2 por lo que de la tabla 2.2 resulta:

$$\begin{aligned} C_{v_1} &= 0.32 \\ C_{v_2} &= 0.34 \\ C_{v_3} &= 0.23 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Para determinar los coeficientes adimensionales dados por (2.37), (2.38), (2.39) que componen los errores y las propiedades del material se sustituyen los parámetros del modelo en dichos coeficientes.

Para el coeficiente que considera los errores de paso:

$$B_p = \frac{c' \cdot fp_{beff}}{F_t \cdot Ka/b}$$

Se puede sustituir la fuerza F_t por la fuerza normal a la superficie del contacto en la dirección perpendicular a la línea de centro del diente P_{nf1} definida en la ecuación (2.25).

La rigidez se sustituye acorde a lo planteado en la ecuación (2.42) que coincide con los resultados obtenidos y mostrados en la figura 3.2.

Para considerar los errores de paso se parte de la ecuación (2.17) y asumiendo iguales los de ambas ruedas resulta:

$$fp_{beff} = \sum er_{p_{max}} = 2 \cdot er_{p_{max}} = 2 \cdot 0.00981m = 0.01962m \tag{3.14}$$

Para determinar el coeficiente de aplicación de la carga Ka se obtiene de ^(Henriot, G. 1987) y se considera un régimen de trabajo de choques moderados accionado por motor eléctrico que equivale a un accionamiento uniforme, de lo que se puede plantear:

$$Ka = 1.25 \tag{3.15}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación de B_p se puede graficar en función del ángulo de giro de la rueda conductora durante el contacto de un par de dientes para varias distancias entre centros, en este caso se realizará respecto a los límites enmarcados para el dominio de a_w .

De esta forma resulta la gráfica que se muestra en la figura 3.5.

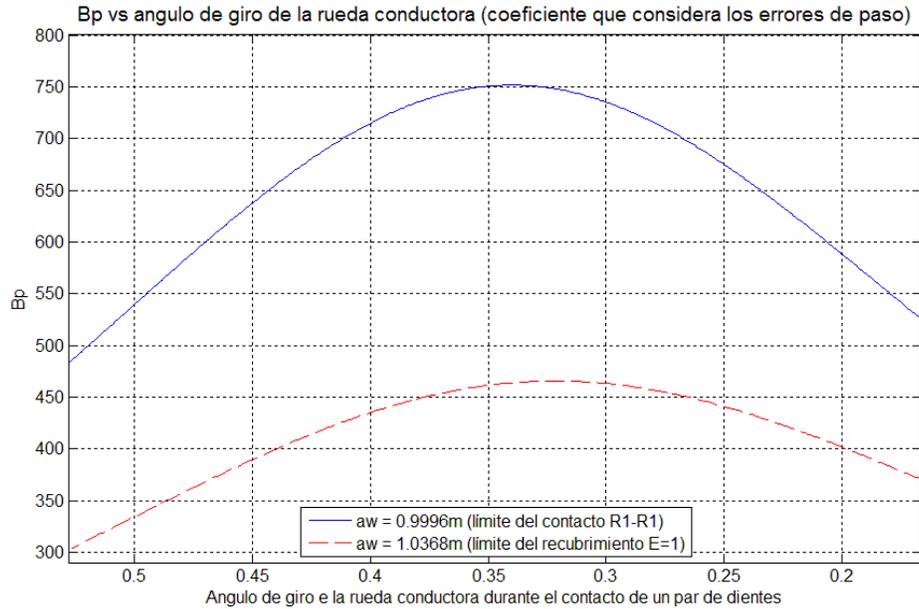


Fig. 3.5 Comportamiento del coeficiente que toma en cuenta los errores de paso durante el contacto de un par de dientes en distintas distancia entre centros.

Como se puede notar de la figura 3.5 el comportamiento del coeficiente que toma en cuenta los errores de paso se hace máximo en el instante en el que el punto de contacto se encuentra en la línea entre centros y además se puede decir que con el aumento de la distancia entre centros disminuye la influencia de los errores de paso en el coeficiente de carga dinámica. Esto último se debe a que el efecto de la variación de la rigidez con la distancia entre centros es mayor que el efecto de la variación de los errores de paso por este concepto.

Los errores de perfil son relativamente pequeños en comparación con los de paso para las coronas de los molinos, por lo que se despreciará la influencia de estos errores en la determinación del coeficiente de carga dinámica y además esto permitirá delimitar mejor la influencia de los errores de paso en dicho coeficiente.

De esta manera quedará:

$$B_f = \frac{c' \cdot f_f^{eff}}{F_t \cdot \frac{Ka}{b}} = 0 \quad (3.16)$$

Para considerar la influencia de la variación cíclica de la rigidez en el coeficiente de carga dinámica se parte de la ecuación (2.39).

$$Bk = 1 - \frac{c' \cdot Ca}{F_t \cdot Ka/b}$$

Para determinar la cantidad de modificación el perfil en la cresta del diente Ca como las ruedas son del mismo material, se plantea que Ca=Cay y esta última se determina por la ecuación (2.40) y (2.41).

$$Ca = Cay = (1/18) \cdot [((Hb \cdot Cb \cdot 9.81/100)/97) - 18.45]^2 + 1.5$$

La dureza del material se toma de ^(Moya Rodríguez, J. 1994) de donde para coronas tratadas térmicamente los valores pueden llegar hasta:

$$HB = 180$$

De la tabla 35 del ^(Dobrovolski, V. 1970) se determina el coeficiente que considera las propiedades del material con sus tratamientos térmicos entonces Cb resulta:

$$Cb = 20$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.24), (2.42) y (3.15) en (2.39) resulta la curva de la figura 3.6.

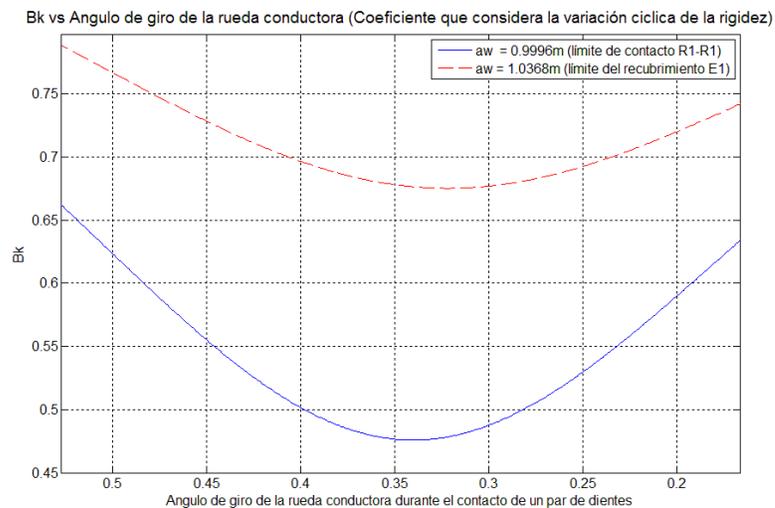


Fig3.6. Comportamiento del coeficiente que toma en cuenta la variación cíclica de la rigidez durante el contacto de un par de dientes en distintas distancia entre centros.

Nótese de la figura 3.6 que en este caso con el aumento de la distancia entre centros si aumenta la influencia de la variación cíclica de la rigidez.

Se puede decir que para las coronas de molinos la influencia de los errores de paso en la carga dinámica son mucho mayores que los otros factores pues a diferencia de un engranaje convencional con errores de paso el orden micrométrico en las coronas los errores son milimétricos lo que quiere decir que son aproximadamente de 10^3 veces más significativos.

Para determinar el coeficiente de carga dinámica se sustituyen los coeficientes obtenidos y los valores de la razón de resonancia en la ecuación (3.12) obteniéndose la curva mostrada en la figura 3.7.

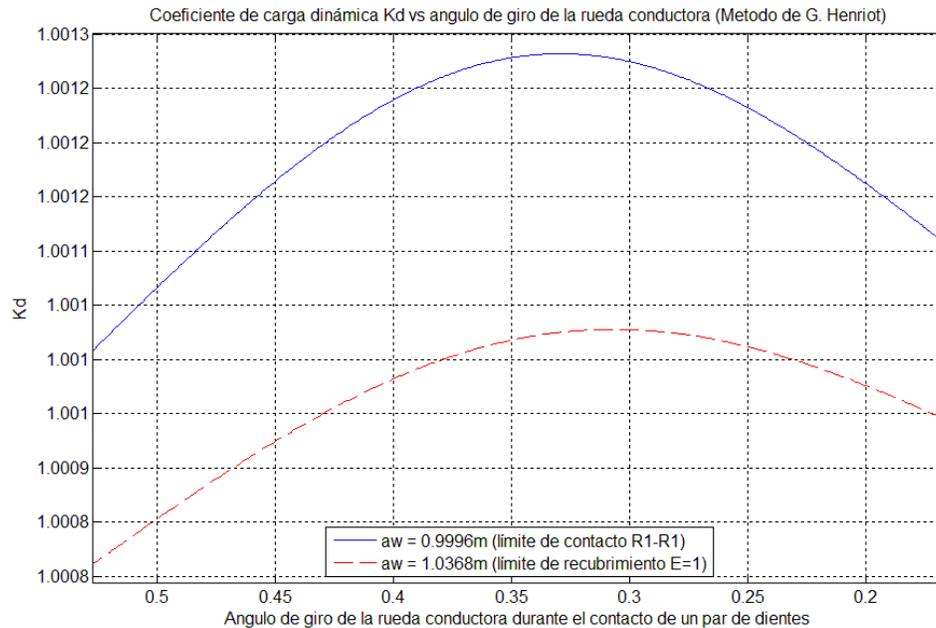


Fig. 3.7 Coeficiente de carga dinámica durante el contacto de un par de dientes en distintas distancias entre centros determinado por el método (Henriot, G. 1987)

Como se puede ver en la figura 3.7 el coeficiente de carga dinámica para el contacto de las coronas de los molinos determinado por el método de (Henriot, G. 1987) resulta bastante pequeño pudiéndose decir que la influencia dinámica como máximo incrementa la carga nominal en un 0.127%. Este resultado se debe a que este método solo considera las vibraciones que pueden ocurrir por la deformación instantánea de

los dientes y no considera las posibles colisiones producto de los errores de paso que instantáneamente podrían hacer el coeficiente de recubrimiento menor que uno, efecto este que podría incidir significativamente en la influencia dinámica del funcionamiento de los engranajes y en especial de las coronas de molinos.

Este método que ha sido utilizado por muchos especialistas e incluso ha sido normalizado por algunas organizaciones líderes en el tema como la ISO 6336-1, pues realmente adquiere gran importancia para los engranajes comúnmente utilizados en la industria, que trabajan con velocidades mucho más elevadas que las coronas, y tamaños más pequeños, lo que podría acercar su funcionamiento a la velocidad crítica de trabajo. Hay que resaltar que para las coronas las velocidades de trabajo están muy por debajo de la velocidad crítica, esto queda demostrado con la determinación de la razón de resonancia que resulto del orden 10^{-6} . También la influencia de los errores de paso para un engranaje convencional son menores que para una corona, pues generalmente constan de un coeficiente de recubrimiento mayor que uno y en ocasiones puede ser mayor que dos, a diferencia de la constancia en uno de una corona en funcionamiento normal, este hecho les permite absorber los posibles choques que pueden ocurrir por el hecho de que los errores de paso pueden hacer instantáneamente el recubrimiento menor que uno. Este efecto de los choques no es considerado por este método, solo plantea un factor de aplicación de la carga que en el caso de las coronas no ha sido estudiado, pero además este no describe con precisión el efecto de los posibles choques antes mencionados.

3.2. Cálculo de kd aplicando el método propuesto.

Como se planteó en el capítulo anterior para la determinación del coeficiente de carga dinámica que considere los choques entre los dientes se emplea la ecuación (2.52)

$$K_d = 1 + \frac{\xi \cdot \left((V_1 - V_2) \cdot \sqrt{m_0 \cdot c'} \right)}{P_n}$$

La rigidez sumaria c' y la masa equivalente m_0 se determinan al igual que en el método anterior para cada instante del contacto por las ecuaciones (3.22) y (3.11)

respectivamente, así como el comportamiento de la rigidez sumaria está dado por la figura (3.2).

Para determinar la fuerza normal en el punto de contacto P_n se emplea la ecuación (2.24). Para analizar el comportamiento de la fuerza en la dirección normal del punto de contacto se muestra la figura 3.8.

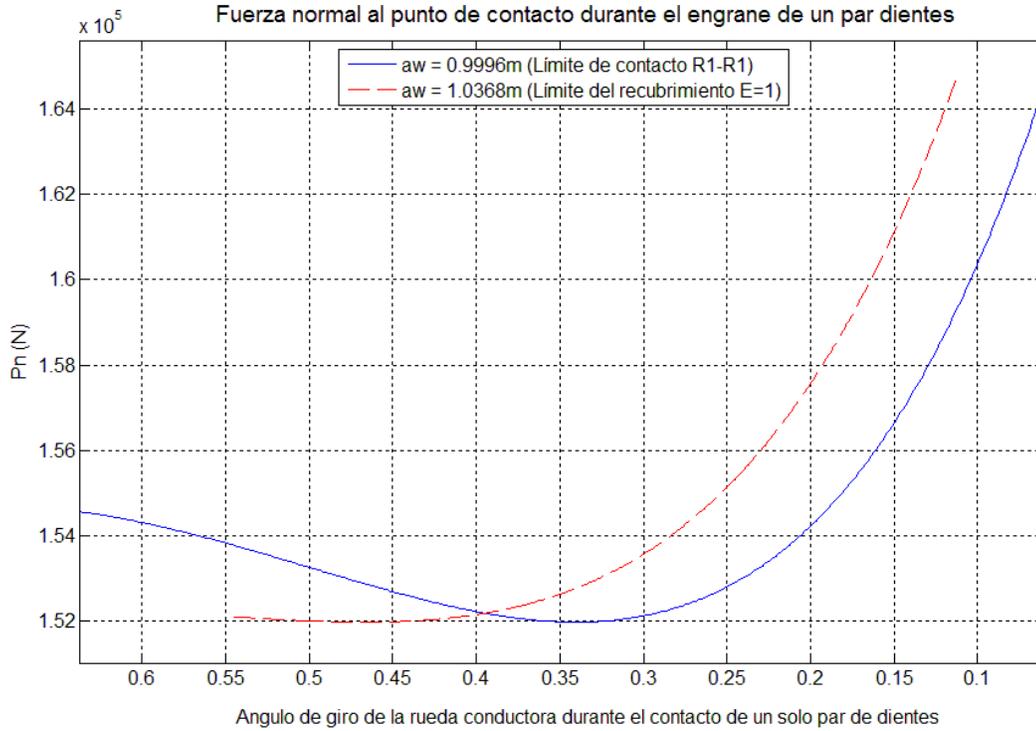


Fig. 3.8 Fuerza normal al punto de contacto para todo el recorrido de un diente en los límites de distancia entre centros.

Como se puede ver las gráficas de la figura 3.8 se obtienen en los límites del dominio de distancia entre centros definido por las ecuaciones (3.2) y (3.6), para los que resulta los límites teóricos del ángulo de contacto lo siguiente:

Para: $aw_{lim R1} = 0.9996 m$

$$\varphi^{t inc}_{lim R1} = 0.6370 rad$$

$$\varphi^{t fin}_{lim R1} = 0.0592 rad$$

$$(3.17)$$

Para: $aw_{\lim E1} = 1.0368 m$

$$\begin{aligned} \varphi^{t_{inc}}_{\lim E1} &= 0.5499 rad \\ \varphi^{t_{fin}}_{\lim E1} &= 0.1134 rad \end{aligned} \tag{3.18}$$

El comportamiento que tiene la curva de la gráfica 3.8 se debe a que para el instante inicial el contacto aparente en las distintas distancias entre centros comienza en puntos diferentes, mientras que el instante final será el mismo para cualquier aw , pues el contacto finaliza cuando llega al extremo del diente, es por esto que la fuerza P_n al finalizar el contacto será siempre la misma.

El coeficiente que considera la elasticidad del choque implícito en la ecuación (2.44) se tomará igual a uno, es decir un choque perfectamente elástico debido a que este es el caso donde la carga dinámica será máxima y aunque no es el valor real, es el valor para el que se obtienen los mayores coeficientes dinámicos, por lo que se tomará como un factor de seguridad en el cálculo.

$$\xi = 1$$

Para determinar las velocidades V_1 y V_2 del punto de contacto en el instante antes del choque en la dirección de la normal común sin considerar los errores de paso, se toma la ecuación (2.53).

$$\begin{aligned} V_1 = V_{n1}(\varphi_{inc}) &= W1 \cdot MO(\varphi_{inc}) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_1(\varphi_{inc})\right) \\ V_2 = V_{n2}(\varphi_{inc}) &= W2(\varphi_{fin}) \cdot MC(\varphi_{inc}) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_2(\varphi_{inc})\right) \end{aligned}$$

Para determinar los ángulos de inicio y fin del contacto de un par de dientes en el engrane φ_{inc} y φ_{fin} se resuelven como en el epígrafe anterior las ecuaciones (2.13) y (2.14), pero en este caso se obtendrán los valores numéricos para los límites del dominio de la distancia entre centros dados por las ecuaciones (3.2) y (3.6), de lo que resulta:

Para: $aw_{\lim R1} = 0.9996 m$

$$\begin{aligned}\varphi_{inc \lim R1} &= 0.5362 \text{ rad} \\ \varphi_{fn \lim R1} &= 0.1666 \text{ rad}\end{aligned}\tag{3.19}$$

Para: $aw_{\lim E1} = 1.0368 \text{ m}$

$$\begin{aligned}\varphi_{inc \lim E1} &= 0.5268 \text{ rad} \\ \varphi_{fn \lim E1} &= 0.1572 \text{ rad}\end{aligned}\tag{3.20}$$

Evaluando las ecuaciones (3.19) y (3.20) en (2.54) se puede obtener las velocidades V_1 y V_2 para las aw límites en este caso sin considerar los errores de paso.

Para: $aw_{\lim R1} = 0.9996 \text{ m}$

$$\begin{aligned}V_{1 \lim R1} &= 0.4880 \text{ m/s} \\ V_{2 \lim R1} &= 0.4747 \text{ m/s} \\ V_{1 \lim R1} - V_{2 \lim R1} &= 0.0133 \text{ m/s}\end{aligned}\tag{3.21}$$

Para: $aw_{\lim E1} = 1.0368 \text{ m}$

$$\begin{aligned}V_{1 \lim E1} &= 0.4932 \text{ m/s} \\ V_{2 \lim E1} &= 0.4380 \text{ m/s} \\ V_{1 \lim E1} - V_{2 \lim E1} &= 0.0552 \text{ m/s}\end{aligned}\tag{3.22}$$

Como se puede ver de los resultados mostrados por las ecuaciones (3.21) y (3.22) las diferencias de las velocidades para las mayores distancias entre centros será también mayor y además puede llegar a ser hasta del 12% de los valores de velocidades.

Con el objetivo de ver el comportamiento de estas velocidades de choque entre los dientes para todo el rango posible de distancias entre centros, se realiza la gráfica mostrada en la figura 3.9.

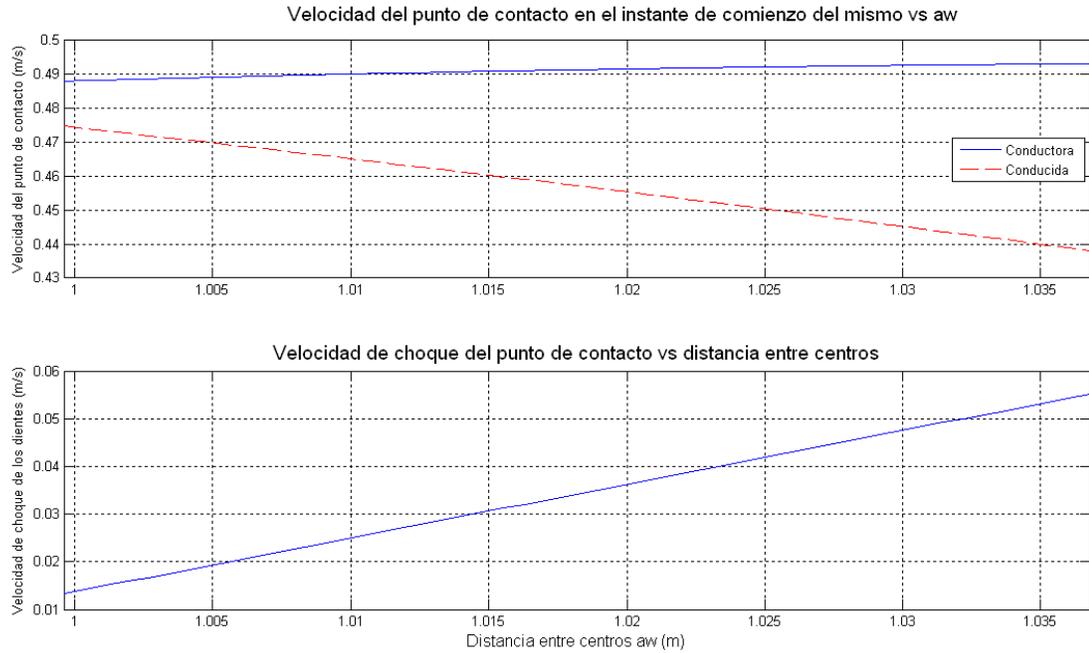


Fig. 3.9 Gráfica del comportamiento de las velocidades de una corona de perfil A para el instante de choque en el comienzo del contacto sin considerar los errores de paso.

Como se puede ver de la figura 3.9 el comportamiento de las velocidades no consta de ninguna brusquedad y con el aumento de la distancia entre centros aumenta la diferencia de velocidades que no es más que la de choque entre los dientes.

Sustituyendo los resultados antes obtenidos en la ecuación (2.52) se determina la finalmente el coeficiente de carga dinámica sin considerar los errores.

$$\text{Para: } aw_{\lim R1} = 0.9996 \text{ m}$$

$$k_{d_{\lim R1}} = 1.4014 \tag{3.23}$$

$$\text{Para: } aw_{\lim E1} = 1.0368 \text{ m}$$

$$k_{d_{\lim E1}} = 2.3382 \tag{3.24}$$

Para analizar el comportamiento del coeficiente de carga dinámica en todo el dominio de distancia entre centros se gráfica lo mostrado en la figura (3.10).

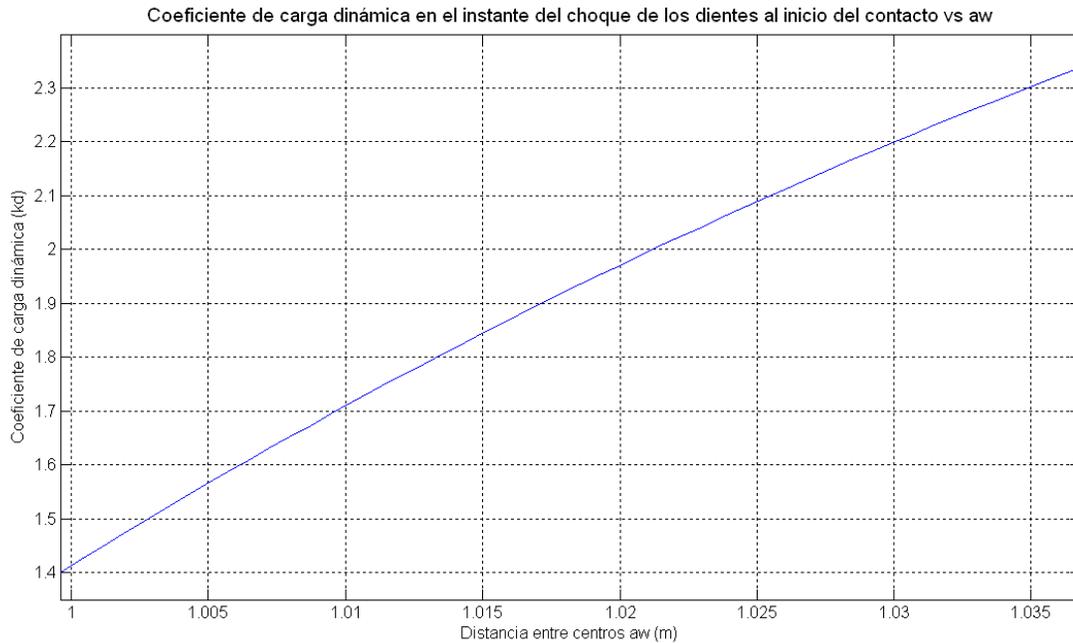


Fig. 3.10 Coeficiente de carga dinámica para el instante del choque entre los dientes que entran en contacto para un perfil A sin considerar los errores de paso.

Como se puede ver los coeficientes de carga dinámica en este caso que no considera los errores de las coronas resultan bastante elevados si se comparan con los de engranajes convencionales empleados de perfiles de evolvente. Este coeficiente aumenta con el aumento de la distancia entre centros y llega a tener para el caso del límite que garantiza que el recubrimiento sea 1 un valor de 2.3382 lo que quiere decir que las cargas nominales aumentan a más del doble en el instante del choque.

Para tomar en cuenta la influencia de los errores de paso, se aplica la metodología expuesta en el capítulo anterior, considerando el caso donde estos errores se hacen máximos, pues la consideración de los mismos traerá consigo un aumento de la influencia dinámica durante el funcionamiento.

Se comenzará por determinar la velocidad de angular de la rueda conducida en el instante donde finaliza el contacto aparente de un solo par de dientes:

$$W_2(\varphi_{fin}^t)$$

De donde para cada distancia entre centros se puede determinar la curva mostrada en la figura 3.11.

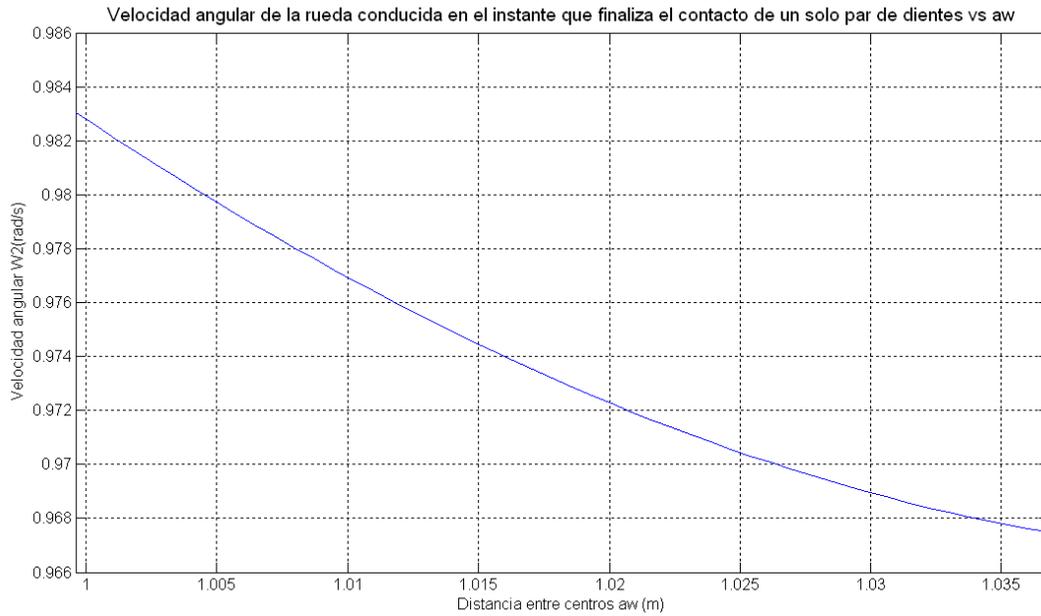


Fig. 3.11 Grafica de velocidad angular en el instante que finaliza el contacto de un solo par de dientes para una corona perfil A.

Para determinar la velocidad final del conjunto conducido durante el instante libre hasta que lo alcanza el otro par de dientes entrante en el instante antes del choque se asume que la desaceleración será constante y producida por el torque resistivo, de lo que se plantea la ecuación (2.54):

$$\alpha_r = \frac{\mu \cdot N_2 \cdot \left(\frac{D_{maza}}{2} \right)}{I_2}$$

Para determinar el coeficiente de fricción entre la maza y la caña μ se realiza una búsqueda bibliográfica hallándose de ^(Noa, J. 2005):

$$\mu \approx 0.4 \tag{3.25}$$

La fuerza de reacción entre el colchón de bagazo y la maza de la rueda conducida N_2 se determina en ^(Noa, J. 2005; Hugot, E. 1980) resultando:

$$N_2 \approx 2000000N \tag{3.26}$$

El diámetro exterior de la maza D_{maza} y el momento de inercia equivalente del conjunto maza guijo corona I_2 se determinaron anteriormente los que resultaron:

$$D_{maza} = 0.99m \quad (3.27)$$

$$I_2 = 1816.09kg \cdot m^2 \quad (3.28)$$

Evaluando y calculando se determina:

$$\alpha_r = \frac{0.4 \cdot 2000000N \cdot \left(\frac{0.99m}{2}\right)}{1816.09kgm^2} = 218.051 rad / s^2 \quad (3.29)$$

Con la aceleración constante, de las ecuaciones de la cinemática angular se puede plantear para la velocidad angular final del conjunto libre la ecuación (2.55).

Para determinar el ángulo que gira la rueda conducida durante el tiempo que se encuentra libre el conjunto, necesaria para la determinación de la velocidad angular del mismo justo antes de choque entre los dientes que entran en contacto, se resuelve por un método numérico el sistema de ecuaciones (2.56) y (2.57) de donde:

$$\psi \left(\varphi_{fin}^t + \varphi_t + \frac{er_{p1}}{MO(\varphi_{fin}^t + \varphi_t)} - \phi_1 \right) = \psi \left(\varphi_{fin}^t + \varphi_t + \frac{er_{p1}}{MO(\varphi_{fin}^t + \varphi_t)} \right) + \phi_2 + \frac{\sum er_p}{MC(\varphi_{fin}^t + \varphi_t)}$$

$$\phi_2 = \frac{W_2(\varphi_{fin}^t)}{W_1} \cdot \phi_1 - \frac{\alpha_r}{2 \cdot W_1^2} \cdot \phi_1^2$$

Resulta de la solución:

$$\text{Para: } aw_{lim R1} = 0.9996 m$$

$$\begin{aligned} \phi_{1 \lim R1} &= 0.1681 \\ \phi_{2 \lim R1} &= 0.1299 \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\text{Para: } aw_{lim E1} = 1.0368 m$$

$$\begin{aligned} \phi_{1 \lim E1} &= 0.1619 \\ \phi_{2 \lim E1} &= 0.1296 \end{aligned} \quad (3.31)$$

Sustituyendo los ángulos de las ecuaciones (3.30) y (3.31) en (2.55) se obtiene la velocidad angular del conjunto en el instante antes del choque.

$$(W_2')^2 = (W_2(\varphi'_{fin}))^2 - 2\alpha_r \cdot \phi_2$$

$$\text{Para: } aW_{\lim R1} = 0.9996 m$$

$$W_{2 \lim R1}' = 0.5030 \quad (3.32)$$

$$\text{Para: } aW_{\lim E1} = 1.0368 m$$

$$W_{2 \lim E1}' = 0.5435 \quad (3.33)$$

Conociéndose las velocidades angulares de ambas ruedas en el instante de choque (W_1, W_2') y con la geometría del modelo propuesto se determinarán las velocidades V_1 y V_2 normales del punto de contacto de los dientes que chocan en ese instante.

$$V_1 = W_1 \cdot MO \left(\varphi'_{fin} + \varphi_t + \frac{er_{p1}}{MO(\varphi'_{fin} + \varphi_t)} - \phi_1 \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta_1 \left(\varphi'_{fin} + \varphi_t + \frac{er_{p1}}{MO(\varphi'_{fin} + \varphi_t)} - \phi_1 \right) \right)$$

$$V_2 = W_2' \cdot MC \left(\varphi'_{fin} + \varphi_t + \frac{er_{p1}}{MO(\varphi'_{fin} + \varphi_t)} - \phi_1 \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta_2 \left(\varphi'_{fin} + \varphi_t + \frac{er_{p1}}{MO(\varphi'_{fin} + \varphi_t)} - \phi_1 \right) \right)$$

Resulta de la solución:

$$\text{Para: } aW_{\lim R1} = 0.9996 m$$

$$V_{1 \lim R1} = 0.4928 \text{ m/s}$$

$$V_{2 \lim R1} = 0.2369 \text{ m/s} \quad (3.34)$$

$$V_{1 \lim R1} - V_{2 \lim R1} = 0.2559 \text{ m/s}$$

$$\text{Para: } aW_{\lim E1} = 1.0368 m$$

$$V_{1 \lim E1} = 0.4934 \text{ m/s}$$

$$V_{2 \lim E1} = 0.2487 \text{ m/s} \quad (3.35)$$

$$V_{1 \lim E1} - V_{2 \lim E1} = 0.2447 \text{ m/s}$$

Finalmente sustituyendo las ecuaciones obtenidas se determina el coeficiente de carga dinámica producido por los choques de los dientes en las coronas, considerando los errores de paso máximos que producirán los mayores valores de este coeficiente, para los límites de distancia entre centros posibles.

$$\text{Para: } aw_{\lim R1} = 0.9996 m$$

$$k_{d \lim R1} = 10.5775 \quad (3.36)$$

$$\text{Para: } aw_{\lim E1} = 1.0368 m$$

$$k_{d \lim E1} = 7.6886 \quad (3.37)$$

Los ángulos del modelo para el cual se producen los choques también se calculan y resultan:

$$\text{Para: } aw_{\lim R1} = 0.9996 m$$

$$\varphi_{choque \lim R1} = 0.3952 \text{ rad} \quad (3.38)$$

$$\text{Para: } aw_{\lim E1} = 1.0368 m$$

$$\varphi_{choque \lim E1} = 0.4489 \text{ rad} \quad (3.39)$$

Como se puede ver en las ecuaciones (3.36) y (3.37) los coeficientes de cargas dinámicas para los errores máximos posibles de las coronas resultan elevados, sobre todo si se comparan con los engranajes convencionales que según la literatura generalmente no sobrepasan de 2 ni en las peores condiciones de trabajo y en este caso llegan a ser 10.5775.

Hay que señalar que en este caso no se ha considerado la variación de la distancia entre centros que la misma se puede obtener utilizando los polinomios de la ecuación (2.15).

$$aw = aw_0 + P_0 + P_1 \cdot \left(\frac{1}{W1} (\varphi_{inc} - \varphi + n_z \cdot \varphi_t) \right) + P_2 \cdot \left(\frac{1}{W1} (\varphi_{inc} - \varphi + n_z \cdot \varphi_t) \right)^2 + P_3 \cdot \left(\frac{1}{W1} (\varphi_{inc} - \varphi + n_z \cdot \varphi_t) \right)^3 + P_4 \cdot \left(\frac{1}{W1} (\varphi_{inc} - \varphi + n_z \cdot \varphi_t) \right)^4 + P_5 \cdot \left(\frac{1}{W1} (\varphi_{inc} - \varphi + n_z \cdot \varphi_t) \right)^5 + P_6 \cdot \left(\frac{1}{W1} (\varphi_{inc} - \varphi + n_z \cdot \varphi_t) \right)^6$$

Sustituyendo en esta ecuación los valores del polinomio 1 dado en el anexo 2, pues el mismo tiene un comportamiento inicial descendente, por lo que se puede decir que disminuye la distancia entre centro, lo que produce una componente más de la velocidad de choque entre los dientes, esto se puede ver en la figura (3.12).

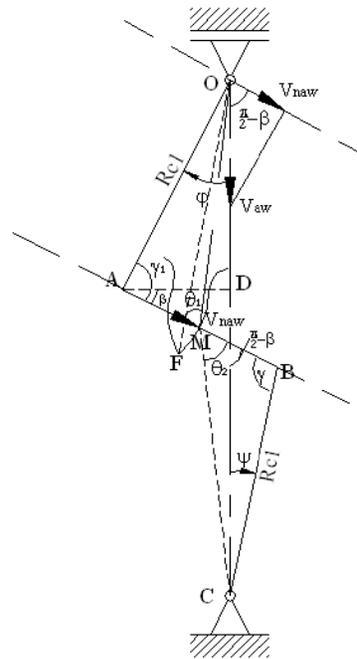


Fig. 3.12 Análisis de la componente de la velocidad de la variación de la distancia entre centros en la dirección del choque.

Para obtener la velocidad de la variación de la distancia entre centros se deriva la ecuación del polinomio ajustado y con el objetivo de garantizar una velocidad en el instante donde se produce el choque se sustituyen los valores que lo garanticen.

Para: $aw = 0.9996 \text{ m}$

$$aw_0 = 0.994 \text{ m}$$

$$\varphi = \varphi_{inc} = 0.3952 \text{ rad} \tag{3.40}$$

Para: $aw = 1.0368 \text{ m}$

$$\begin{aligned} aw_0 &= 1.0312 \text{ m} \\ \varphi &= \varphi_{inc} = 0.4489 \text{ rad} \end{aligned} \quad (3.41)$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación de la derivada del polinomio y calculando se obtiene:

$$V_{aw} \left(\begin{matrix} aw_0 = 0.994 \text{ m} \\ \varphi = 0.3952 \text{ rad} \end{matrix} \right) = V_{aw} \left(\begin{matrix} aw_0 = 1.0312 \text{ m} \\ \varphi = 0.4489 \text{ rad} \end{matrix} \right) = V_{aw_{inc}} = 0.0353 \text{ m/s} \quad (3.42)$$

La velocidad obtenida por la ecuación (3.42) se encuentra en la dirección de la línea entre centros y para obtener su componente en la línea de contacto del análisis de la figura (3.12) se puede plantear:

$$V_{1aw} = V_{aw} \left(\begin{matrix} aw_0 \\ \varphi \end{matrix} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \beta \left(\begin{matrix} aw \\ \varphi \end{matrix} \right) \right) \quad (3.43)$$

Para: $aw = 0.9996 \text{ m}$

$$V_{1aw} = V_{aw} \left(\begin{matrix} aw_0 = 0.994 \text{ m} \\ \varphi = 0.3952 \text{ rad} \end{matrix} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \beta \left(\begin{matrix} aw = 0.9996 \text{ m} \\ \varphi = 0.3952 \text{ rad} \end{matrix} \right) \right) \quad (3.44)$$

$$V_{1aw} = 0.0113 \text{ m/s}$$

Para: $aw = 1.0368 \text{ m}$

$$V_{1aw} = V_{aw} \left(\begin{matrix} aw_0 = 1.0312 \text{ m} \\ \varphi = 0.4489 \text{ rad} \end{matrix} \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} - \beta \left(\begin{matrix} aw = 1.0368 \text{ m} \\ \varphi = 0.4489 \text{ rad} \end{matrix} \right) \right) \quad (3.45)$$

$$V_{1aw} = 0.0157 \text{ m/s}$$

Como en el método desarrollado para la determinación del coeficiente de carga dinámica se aplican las leyes de conservación de la energía y la cantidad de movimiento reduciendo todas las masas al choque en el punto de contacto,

simplemente se puede considerar la velocidad de variación de la distancia entre centros como una componente de la velocidad V_1 en la ecuación (2.52).

Con esta nueva componente el resultado del coeficiente carga dinámica de la ecuación (3.37) resultará:

Considerando la velocidad de variación de la distancia entre centros para: Para:

$$aw_{\lim R1} = 0.9996 m$$
$$k_{d \lim R1} = 11.0446 \quad (3.46)$$

Para: $aw_{\lim E1} = 1.0368 m$

$$k_{d \lim E1} = 8.1819 \quad (3.47)$$

De este resultado se puede decir que la influencia de la variación de la distancia entre centros en el coeficiente de carga dinámica es aproximadamente del 4 al 6%, para este caso de la consideración del error máximo posible y el coeficiente aumenta de 10.5775 a 11.0446.

En el caso donde no se consideran los errores de paso este porcentaje puede incrementarse en gran medida:

Para: $aw_{\lim R1} = 0.9996 m$

$$k_{d \lim R1} = 2.5921 \quad (3.48)$$

Para: $aw_{\lim E1} = 1.0368 m$

$$k_{d \lim E1} = 3.0032 \quad (3.49)$$

Para este caso nótese que los coeficientes de cargas dinámicas considerando el efecto de la variación de la distancia entre centros pueden aumentar del 30 al 80% lo que se puede ver en la figura (3.13).

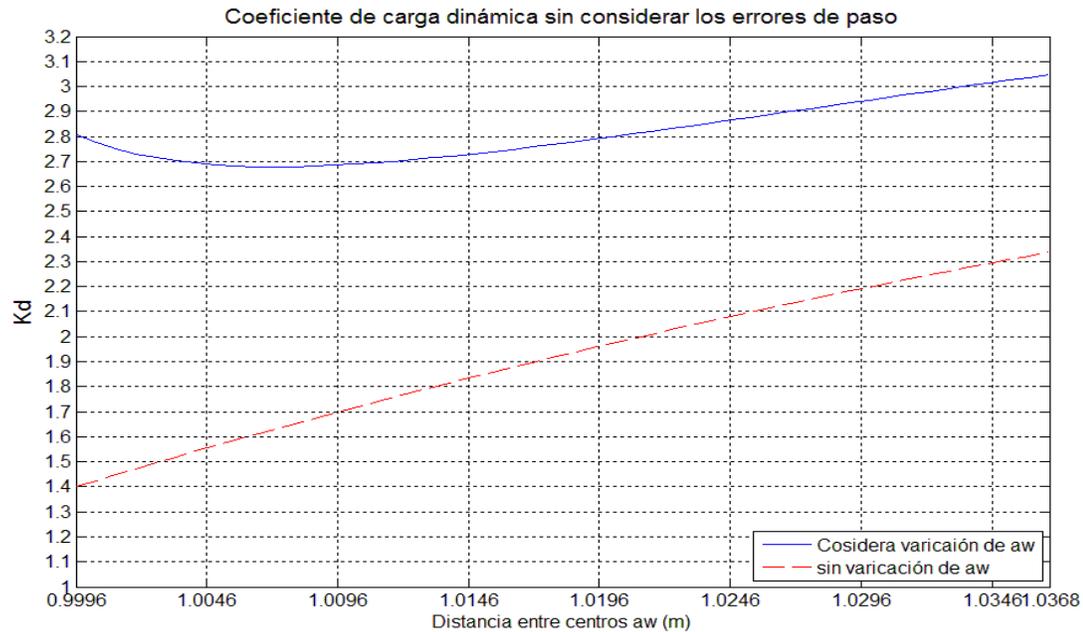


Fig. 3.13 Gráfica del coeficiente de carga dinámica considerando la variación de la distancia entre centros para un perfil A, sin considerar los errores de paso.

De esta forma puede concluirse que la influencia de la variación de la distancia entre centros en el coeficiente de carga dinámica puede llegar a duplicar el valor del mismo, además la influencia de los errores de paso lo incrementa en gran medida, llegando a ser hasta un valor de aproximadamente 11 en el caso de los errores máximos posibles de las coronas de molinos cubanas. Como se puede notar para el funcionamiento de una corona de molino la influencia dinámica resulta muy importante y significativo en cualquier cálculo que se pueda efectuar, puesto que la magnitud de las cargas puede llegar a ser hasta 11 veces mayores.

3.3. Validación de los resultados por simulación del funcionamiento de las coronas mediante el software Autodesk Inventor 2008.

Con el empleo del software Autodesk Inventor 2008 se dibujan dos coronas de molinos de perfil A y se ensamblan a la distancia entre centros fija de 1.0368m lo que se muestra en la figura 3.14.

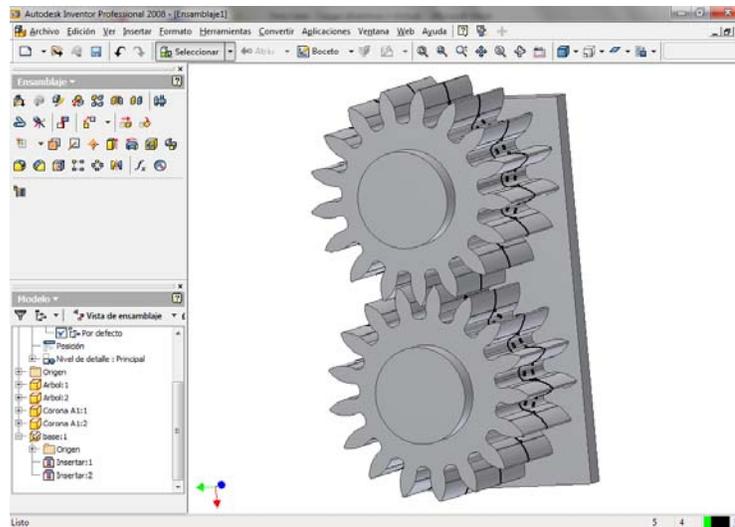


Fig. 3.14 Vista del modelo con Inventor.

Con este mismo software se realiza una simulación dinámica y se obtienen las curvas de velocidades angulares y aceleraciones de las coronas, esto se muestra en la figura 3.15.

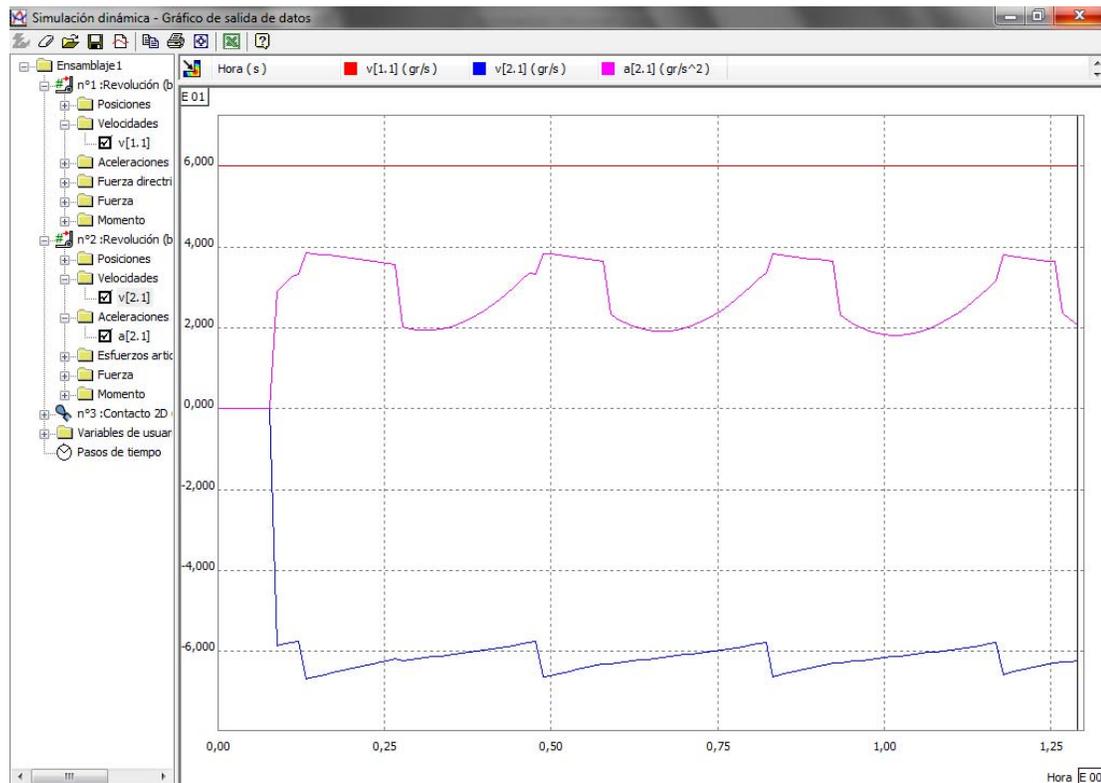


Fig. 3.15 Comportamiento de las velocidades y aceleraciones angulares de las coronas simuladas en el Inventor.

Como se puede ver en la figura 3.15 en los instantes que comienza el contacto de los dientes se produce un choque que incrementa bruscamente la velocidad angular de la rueda conducida y luego comienza a disminuir recorriendo el contacto por el perfil hasta alcanzar valores menores que los de la velocidad angular de la rueda conductora, luego se repite el proceso para cada par de dientes que entra en contacto.

Con el objetivo de analizar el comportamiento de la rigidez en el punto de contacto de un par de dientes engranados y validar la consideración empleada en el trabajo de que la rigidez del cuerpo de la corona es mucho mayor que la del diente se realiza la simulación del contacto con un programa de elementos finitos (ANSYS). Este análisis se muestra para la deformación en la figura 3.16 y el resto en el anexo 5.

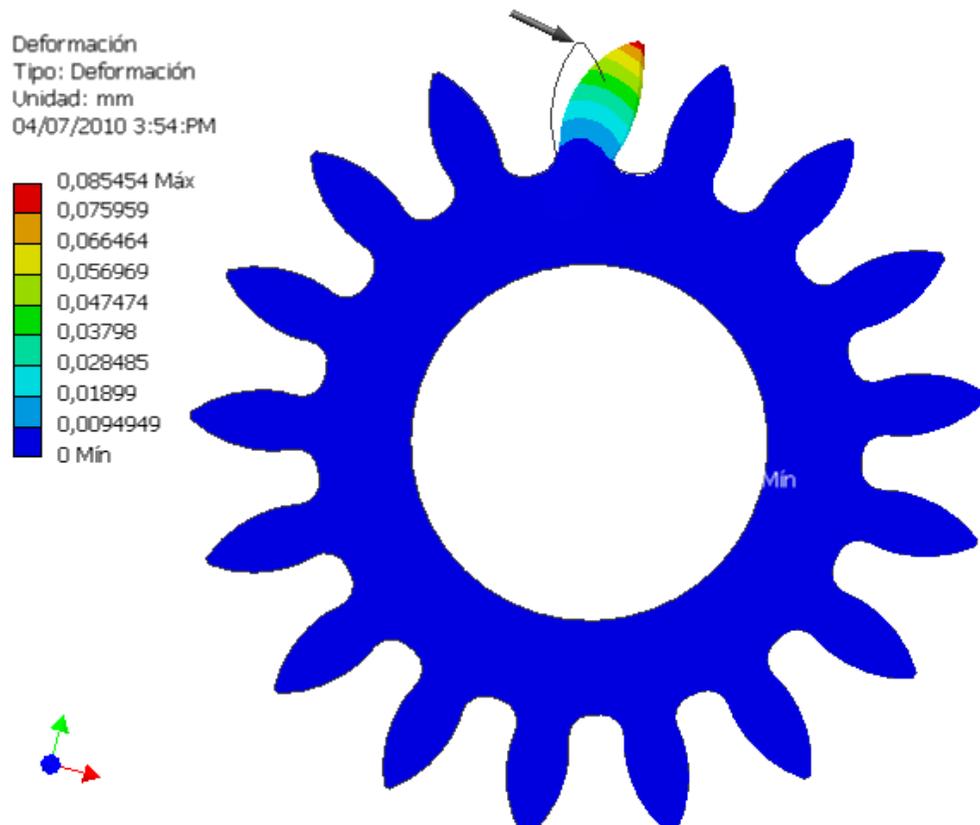


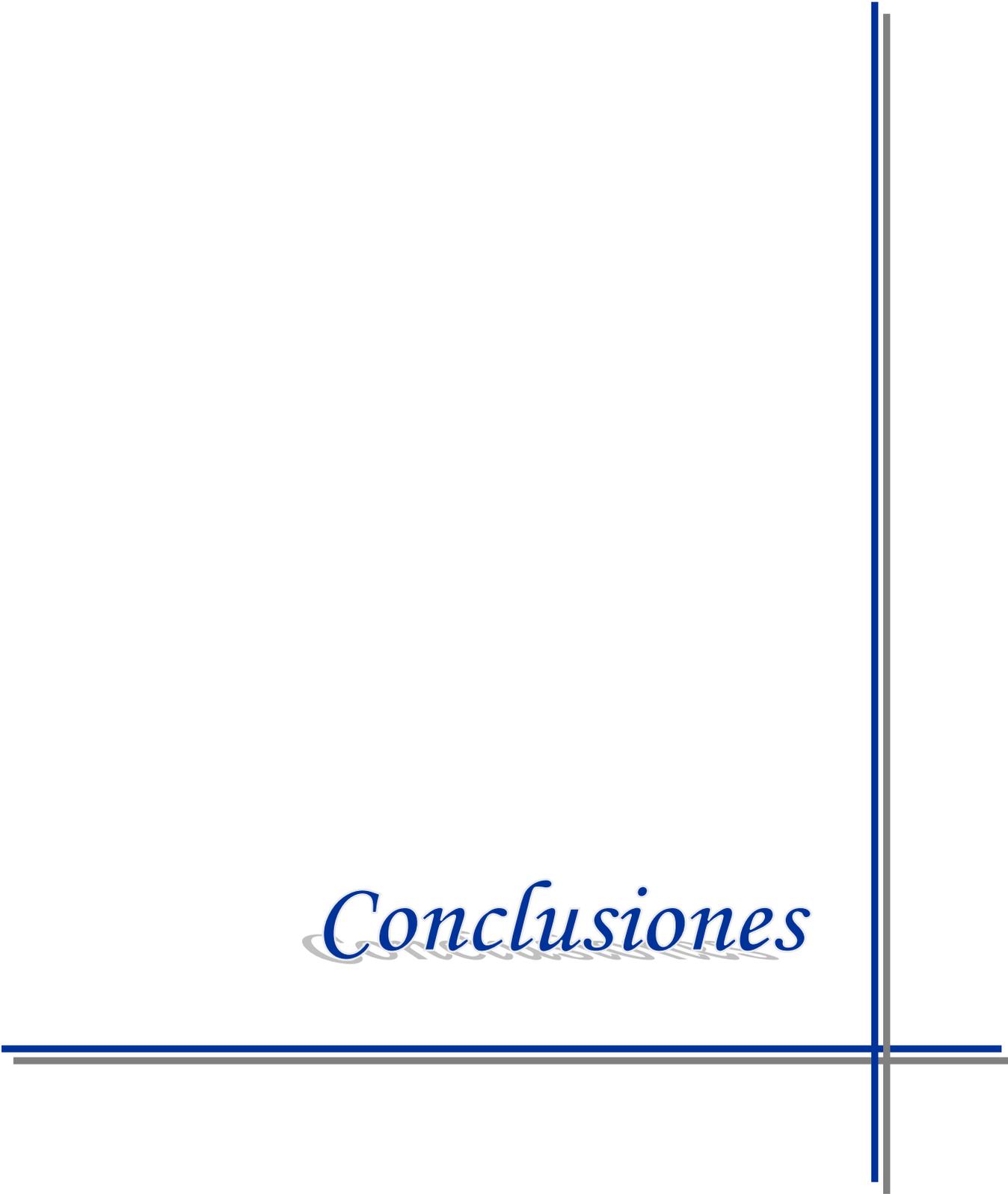
Fig. 3.16. Deformaciones del diente calculado por el método de elementos finitos.

Como se puede ver en la figura 3.16 las deformaciones del cuerpo de la corona son mucho mayores que la de los dientes de las mismas, por lo que se puede considerar que la rigidez total será aproximadamente igual a la del diente.

3.4. Conclusiones del Capítulo

1. El efecto de las vibraciones no es muy significativo en el funcionamiento de una corona de molino, ya que el método aplicado que considera esto, resulta para el coeficiente de carga dinámica valores bastante pequeños.
2. El cálculo del coeficiente de carga dinámica por la metodología propuesta permitió considerar la influencia de la forma real del perfil, resultando valores de hasta 2.33 mientras que al considerar la variación de la distancia entre centros este puede llegar hasta 3.07 y con la introducción de los errores máximos de fabricación aumentan hasta un valor de 11.04.

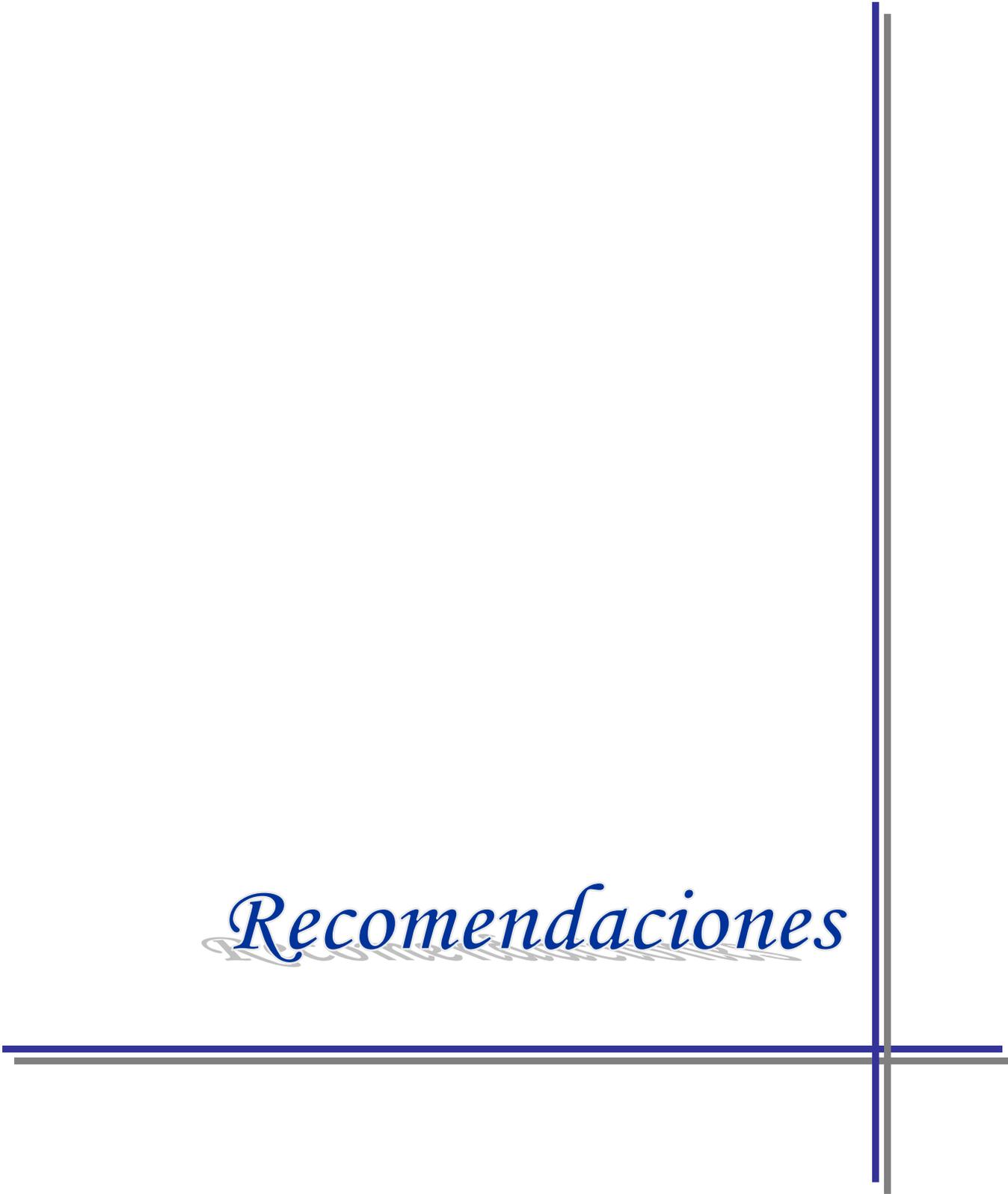
Conclusiones



Conclusiones Generales

1. No existe en la literatura técnica especializada un método que permita determinar la magnitud de las cargas dinámicas considerando la variación de la distancia entre centros y la forma real del perfil en las coronas de molinos de caña de azúcar, que son engranajes trazados por arcos de círculos y no cumplen el teorema fundamental.
2. La determinación del coeficiente de carga dinámica por el método de Henriot para una corona de molino no resulta significativo, pues el mismo basa sus fundamentos en las vibraciones que pueden ocurrir en los dientes de los engranajes, producto de la deformación de los mismos y de las propias irregularidades de la superficie. Este método muy difundido en la actualidad resulta muy conveniente en los engranajes comúnmente utilizados en la industria, pues sus velocidades de trabajo pueden estar cerca de las críticas de resonancia, pero como las coronas trabajan a velocidades muy bajas y son de grandes proporciones por lo que la velocidad crítica es muy elevada, se encuentran muy lejos de las zonas de trabajo crítico, es decir la Razón de Resonancia resulta muy pequeña del orden de 10^{-6} .
3. El método energético desarrollado considerando los choques entre los dientes permite determinar la magnitud de este efecto producido por la forma real del perfil trazado por arcos de círculos, los errores de fabricación y la cinemática de variación de la distancia entre centros. La magnitud de los coeficientes de cargas dinámicas obtenidos por estos conceptos resulta significativamente elevada, en los casos más críticos pueden llegar a tener un valor de aproximadamente 11. La influencia de la variación de la distancia entre centros y la forma real del perfil de los dientes representan aproximadamente entre un 10 y 20 % del total cada uno mientras que la influencia de los errores de fabricación máximos puede representar el otro 80 a 60%.

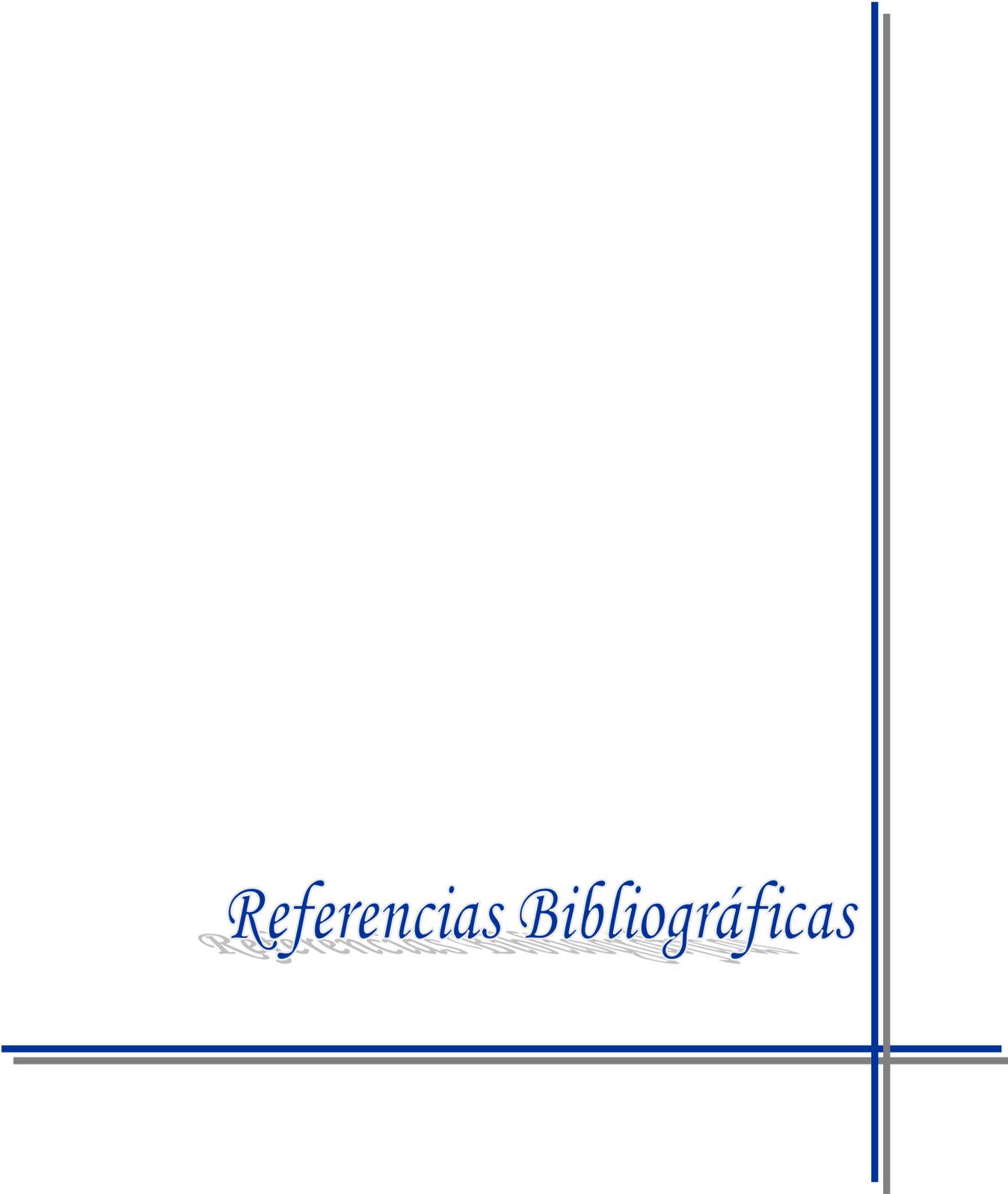
Recomendaciones



Recomendaciones

1. Evaluar los resultados obtenidos en los métodos de cálculo existentes para otros elementos del molino.
2. Obtener los coeficientes de cargas dinámicas mediante el mismo procedimiento aplicado en el método propuesto para todos los perfiles de coronas empleados en cuba.
3. Realizar un estudio de la influencia en el coeficiente de carga dinámica de la irregularidad de la cinemática en la entrada del movimiento de la corona conductora debido a los acoplamientos cuadrados y al resto de la transmisión precedente.

Referencias Bibliográficas



Referencias Bibliográficas

1. Abramov. B.M., 1968. *Kolibanie priemozubix zubchatij koliés*, ". Editorial Jarkobskovo Universitieta Jarkov.
2. Airapetov E. L., 1991. Cargas dinámicas en el contacto simultáneo de varios pares de dientes". , (8).
3. Airapetov E.L., 1990a. "Influencia de las deformaciones elásticas de los dientes en los parámetros de contacto de los dientes en transmisiones cilíndricas de dientes rectos".
4. Airapetov E.L., 1990b. "Influencia de las deformaciones elásticas de los dientes en los parámetros de contacto de los dientes en transmisiones cilíndricas de dientes rectos". , (8).
5. Airapetov E.L., 1990c. "Influencia de las deformaciones elásticas de los dientes en los parámetros de contacto de los dientes en transmisiones cilíndricas de dientes rectos".
6. Airapetov. E.L., 1991. "Cargas dinámicas en el contacto simultaneo de varios pares de dientes". , (9).
7. Babakov I.M., 1965. *Toerie Colibanii*, Kiev: Editorial Vishaya ShKola.
8. - Black Paul H., 1955. *Machine Design*, New York: Editorial Mc Graw Hill.
9. Cabello Eras, J. J., 1999. *Cinemática, transmisión de la carga, lubricación y resistencia superficial de las coronas de molinos de caña de azúcar*. Tesis de Doctorado. UCLV.
10. Cabello Ulloa, M., 2008. *Modelo matemático para el análisis cinemático de las coronas de molinos de caña de azúcar*. Trabajo de Diploma. Cienfuegos: Universidad de Cienfuegos.
11. Cabello, J., Moya, J. & Goytizolo, R., 2001. Análisis de la factibilidad económica de una solución integral a la problemática de las coronas de molinos de caña de azúcar. *International Sugar Journal*, No2.
12. Cabello, J., Moya, J. & Goytizolo, R., 1999a. Análisis detallado del proceso de engranamiento en las coronas de molinos. *Centro Azúcar*, No2.
13. Cabello, J., Moya, J. & Goytizolo, R., 1999b. Funcionamiento de las coronas de molinos. *Ingeniería Mecánica*, Vol II.
14. Castrol Cuba s.a., *Informe parcial sobre los resultados de las pruebas de*

campo del lubricante UNILUBE BG en los molinos de los centrales azucareros en Cuba,

15. Clarke, S., 1981. Mill pinions and their associated problems. En Australia, págs. 249-254.
16. Dobrovolski, V., 1970. *Elementos de Maquina* MIR., Moscú.
17. Drozdov Yu., 1991. Diferentes métodos de cálculo de desgaste en ruedas dentadas. , (11).
18. Faires, V. M., 1985. *Diseño de Elementos de Máquinas*, México: UTEHA.
19. Hennigs G, 1980. Determinación del estudio de deterioro del flanco de los dientes y su superficie a través del método de la mancha de contacto. *Revista Científica de la Universidad Técnica de Magdeburgo.*, Vol 23 # 3.
20. Henriot, G., 1987. *Traité théorique et pratique des engrenages* 6° ed., París: Dunod.
21. Housner George,, 1989. *Mecánica Aplicada Dinámica*, Mexico: Editorial Hudson Donald Continental.
22. Hugot, E., 1980. *Manual para Ingenieros Azucareros*, La Habana: Revolucionaria.
23. Iusilievich, G. B., 1988. *Elementos de Máquinas*, Moscú: Mashinostroenie.
24. Ivanov, M. N., 1991. *Elementos de Máquinas*, Moscú: Vischaya Schkola.
25. Kamarov M.S., 1969. *Dinámica de Mecanismos y Máquinas*, Leningrado: Editorial Masshinostroenie.
26. Martinez Escanabelino, J., 1981. Cinemática de las coronas de molinos. En La Habana.
27. Martinez Escanabelino, J. & Uli Tibau, E., 1976. Análisis del engranaje de coronas. En La Habana, págs. 13-26.
28. Michlin, Y. & Myunster, V., 2002. Determination of power losses in gear transmissions with rolling and sliding friction incorporated. *Mechanism and machine theory*, 167-174.
29. MINAZ, 1996. *Planta moledora, manual de operaciones*, La Habana: Imprenta del MINAZ.
30. Moya J., 1984. "Análisis dinámico de la etapa de arranque de los molinos de

- caña de azúcar". , (4).
31. Moya J., 1983. "Análisis dinámico del movimiento establecido de los molinos de caña de azúcar".
 32. Moya R.J. Goytisoló E.R., 1993. Análisis cinemático y dinámico de transmisiones por engranajes que trabajan con variación de la distancia entre centros.
 33. Moya Rodríguez, J., 1994. *Diseño de Coronas de Molinos de Caña de Azúcar*. Tesis de Doctorado. UCLV.
 34. Moya, J., 1978. Influencia de la geometría de los dientes en la posibilidad de ajuste de las coronas de molinos de caña. *Revista Centro*, Año 3, No1.
 35. Moya, J., Goytizolo, R. & Negrin, L., 1993. Análisis cinemático y dinámico de las transmisiones por engranajes con variación de la distancia entre centros. *Revista Centro*, Año 18, No2.
 36. Moya, J., Sánchez, G. & Moreno, A., 1993. Desgaste en las coronas de molino de caña de azúcar. *Construcción de maquinaria*, (No.2).
 37. Negrin, L. & Franco, R., 1997. Cálculo de engranajes con variación de la distancia entre centros. En *Actas del III Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica*. III Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. La Habana.
 38. Negrin, L., 1999. *Geometría y cinemática de engranajes que trabajan con distancia entre centros variable*. Tesis de Doctorado. Santa Clara: UCLV.
 39. Niemann, G., 1973. *Tratado Teórico Practico de Elementos de Máquinas. Cálculo Diseño y Construcción*, Madrid: Labor S. A.
 40. Noa, J., 2005. *Resistencia a la fatiga y vida residual de los árboles superiores de los molinos de caña de azúcar para las diferentes alternativas de accionamiento hidráulico*. Tesis de Maestría. Cuba: Universidad de Cienfuegos.
 41. Reshetov, D., 1985. *Elementos de Máquinas*, La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
 42. RÉSHETOV, L, 1981. *Elementos de máquinas*, Izdatielstvo Mashinostroenie Maskva.
 43. Shigley, J. E. & Mischkie, C., 2001. *Diseño en Ingeniería Mecánica*, México: Mc Graw Hill Interamericana.

44. Siedov L.I., 1969. *"Metodi padobie y razmernostei ef Mejanikie., Mashinostroenie.*
45. SKODA, "Planos de coronas de molinos de la . FULTON y MACFARLANE".
46. Spotts M F, 1990. *"Design of machine elements "., New Jersey: Englewood Cliffs.*
47. Spotts M.F., 1982. *"Proyecto de Elementos de máquinas" ., Argentina: . Editorial Reverté S.A.*
48. Tibau, U. & Martinez, J., 1979. Análisis del engranaje de coronas. En Memorias de la 42 Conferencia de la ATAC.
49. Vedma, L. & Andersson, A., 2003. A method to determine dynamic load on spur gear teeth and on bearings. *Journal of Sound and Vibration*, 267, 1065-1084.
50. Venikov V.A., 1972. *"Teorie padobie y modelirovania, Kiev: VishayaShkola.*
51. Wirtz F., 1978. *"Tecnología mecánica" ., . Editorial Revolucionaria.*
52. Yeh, T., Yang, D. & Tong, S., 2001. Design of new tooth profiles for high-load capacity gears. *Mechanism and machine theory.*
53. Zaidenberg G.L., 1957. *"Cargas dinámicas en transmisiones cilíndricas de dientes rectos., Editorial Trudi Murmanskovo Vishevo Morejodnoro Uchilitza No.1.*
54. - Zirpke K., 1980. . *"Zahnradler"., Veb Fachbuch Verlag Leipzig.*

Anexos

Anexos

Anexo1 Derivas parciales de la función de los ángulos de giro de las coronas.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_1}{\partial \varphi} &= \left\{ \begin{aligned} & -2 \left(\frac{aw \cdot \sin(\varphi)}{\sqrt{aw^2 + Rc1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi)}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{(aw^2 + 2 \cdot Rc1^2 - 4 \cdot R1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi)) \cdot aw \cdot \sin(\varphi)}{(aw^2 + Rc1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi))^{\frac{3}{2}}} \right) \\ & \frac{1}{\sqrt{4 - \frac{(aw^2 + 2 \cdot Rc1^2 - 4 \cdot R1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi))^2}{Rc1^2 \cdot (aw^2 + Rc1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi))}}} - \left(\frac{Rc1 \cdot \cos(\varphi)}{aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi)} - \frac{Rc1^2 \cdot (\sin(\varphi))^2}{(aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi))^2} \right) \cdot \left(1 + \frac{Rc1^2 \cdot (\sin(\varphi))^2}{(aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi))^2} \right)^{-1} \end{aligned} \right\} \\
 \frac{\partial f_2}{\partial \varphi 2} &= \left\{ \begin{aligned} & -2 \left(\frac{aw \cdot \sin(\varphi 2)}{\sqrt{aw^2 + Rc1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi 2)}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{(aw^2 + 2 \cdot Rc1^2 - (R1 + R2)^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi 2)) \cdot aw \cdot \sin(\varphi 2)}{(aw^2 + Rc1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi 2))^{\frac{3}{2}}} \right) \\ & \frac{1}{\sqrt{4 - \frac{(aw^2 + 2 \cdot Rc1^2 - (R1 + R2)^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi 2))^2}{Rc1^2 \cdot (aw^2 + Rc1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi 2))}}} - \left(\frac{Rc1 \cdot \cos(\varphi 2)}{aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi 2)} - \frac{Rc1^2 \cdot (\sin(\varphi 2))^2}{(aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi 2))^2} \right) \cdot \left(1 + \frac{Rc1^2 \cdot (\sin(\varphi 2))^2}{(aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi 2))^2} \right)^{-1} \end{aligned} \right\} \\
 \frac{\partial f_1}{\partial aw} &= \left\{ \begin{aligned} & -2 \left(\frac{aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi)}{Rc1 \cdot \sqrt{aw^2 + Rc1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi)}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{(aw^2 + 2 \cdot Rc1^2 - 4 \cdot R1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi)) \cdot (aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi))}{Rc1 \cdot (aw^2 + Rc1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi))^{\frac{3}{2}}} \right) \\ & \frac{1}{\sqrt{4 - \frac{(aw^2 + 2 \cdot Rc1^2 - 4 \cdot R1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi))^2}{Rc1^2 \cdot (aw^2 + Rc1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi))}}} + \left(\frac{Rc1 \cdot \sin(\varphi)}{(aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi))^2} \right) \cdot \left(1 + \frac{Rc1^2 \cdot (\sin(\varphi))^2}{(aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi))^2} \right)^{-1} \end{aligned} \right\} \\
 \frac{\partial f_2}{\partial aw} &= \left\{ \begin{aligned} & -2 \left(\frac{aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi 2)}{Rc1 \cdot \sqrt{aw^2 + Rc1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi 2)}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{(aw^2 + 2 \cdot Rc1^2 - (R1 + R2)^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi 2)) \cdot (aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi 2))}{Rc1 \cdot (aw^2 + Rc1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi 2))^{\frac{3}{2}}} \right) \\ & \frac{1}{\sqrt{4 - \frac{(aw^2 + 2 \cdot Rc1^2 - (R1 + R2)^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi 2))^2}{Rc1^2 \cdot (aw^2 + Rc1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi 2))}}} + \left(\frac{Rc1 \cdot \sin(\varphi 2)}{(aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi 2))^2} \right) \cdot \left(1 + \frac{Rc1^2 \cdot (\sin(\varphi 2))^2}{(aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi 2))^2} \right)^{-1} \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

Donde:

$$\varphi 2 = \varphi - \varphi_p$$

$$\varphi_p = a \cos\left(\frac{2 \cdot Rc1^2 - R1^2}{2 \cdot Rc1^2}\right) - a \cos\left(\frac{2 \cdot Rc1^2 - R2^2}{2 \cdot Rc1^2}\right)$$

$$\psi = \psi_1 \cdot CHI + \psi_2 \cdot (1 - CHI)$$

$$\psi_1 = \left(\arccos\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{(aw^2 + 2 \cdot Rc1^2 - 4 \cdot R1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi))}{Rc1 \cdot \sqrt{aw^2 + Rc1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi)}}\right) - \arctan\left(\frac{Rc1 \cdot \sin(\varphi)}{aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi)}\right) \right)$$

$$\psi_2 = \left(\arccos\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{(aw^2 + 2 \cdot Rc1^2 - (R1 + R2)^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi 2))}{Rc1 \cdot \sqrt{aw^2 + Rc1^2 - 2 \cdot aw \cdot Rc1 \cdot \cos(\varphi 2)}}\right) - \arctan\left(\frac{Rc1 \cdot \sin(\varphi 2)}{aw - Rc1 \cdot \cos(\varphi 2)}\right) \right)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \varphi} = \frac{\partial f_2}{\partial \varphi 2} (\varphi - \varphi_p)$$

Anexo2 Coeficientes del ajuste polinomial de la variación de la distancia entre centros.

Subgrupos	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
1	5.638	-35.29	65	-43.27	12.9	-1.783	0.09332
2	-2.819	14.17	-23.14	16.46	-5.475	0.8418	-0.04829
3	1.41	-14.73	38.98	-31.9	11.19	-1.764	0.1025
4	6.585e-014	1.699	3.529	-6.137	2.783	-0.4953	0.03067
5	-4.229	-10.24	13.9	-6.294	1.361	-0.1429	0.005873
6	1.879	27.63	-59.16	43.27	-14.25	2.161	-0.1227
7	1.766	25.97	-55.59	40.66	-13.39	2.031	-0.1153
8	2.819	-0.1488	-0.2362	-1.292	0.9266	-0.2036	0.01436
9	3.289	25.82	-66.38	48.76	-15.48	2.245	-0.122
10	3.289	-2.232	1.849	-0.6069	0.03263	0.01958	-0.00261

Anexo3. Valores de los coeficientes del polinomio de ajuste para el índice de rigidez en los distintos perfiles.

Perfil	A	B	C	D	E
A	0.014366	-0.01304	0.0005028	-3.75319×10^{-6}	3.0261×10^{-8}
A1	0.00764	-0.010518	0.0004350	-3.04186×10^{-6}	3.10809×10^{-8}
B	0.017920	-0.005558	0.0002669	-1.45658×10^{-6}	2.4369^{-8}
C	0.005294	-0.006644	0.0002911	-1.89029×10^{-6}	8.47162×10^{-8}
D	-0.0070755	0.01940	-0.0011458	1.721037×10^{-5}	-3.96811×10^{-8}
E	0.0419081	-0.038827	0.00169104	-1.85254×10^{-5}	8.47162×10^{-8}
F	0.0585896	-0.050926	0.00214635	-2.38167×10^{-5}	1.053782×10^{-7}
G	0.0543716	-0.0497841	0.00216022	-2.457615×10^{-5}	1.1097×10^{-7}
H	0.0679293	-0.0676772	0.00305846	-3.66246×10^{-5}	1.59876×10^{-7}
I	0.0947019	-0.0684759	0.00306977	3.68851×10^{-5}	1.65335×10^{-7}
J	0.130986	-0.0932762	0.0041066	-4.96569×10^{-5}	2.152628×10^{-7}
K	0.0793230	-0.058644	0.0026766	-3.10453×10^{-5}	1.515541×10^{-7}
L	0.0991116	-0.071567	0.0031636	-3.66178×10^{-5}	1.772654×10^{-7}
M	0.10440	-0.072034	0.0030404	-3.43645×10^{-5}	1.70154×10^{-7}
N	0.17213	-0.113191	0.0044093	-4.66095×10^{-5}	2.25372×10^{-7}
N-N	0.057178	-0.06205	0.003210	-3.85341×10^{-5}	2.37679×10^{-7}
O	0.0148429	-0.013389	0.0007969	-1.35441×10^{-5}	1.44926×10^{-7}
P	0.099820	-0.0782188	0.00411719	-6.26805×10^{-5}	3.66492×10^{-7}

Anexo4. Algoritmos de cálculo desarrollados con el MATLAB.

```

%% Modelo geométrico y Cinemático
syms W1 Vaw alfa1 Aaw f aw Rc1 R1 Re z M
si1=atan((Rc1*sin(f))/(aw-(Rc1*cos(f))));
si2=acos((aw^2+2*Rc1^2-4*R1^2-2*Rc1*aw*cos(f))/(2*Rc1*(aw^2+Rc1^2-
2*...
aw*Rc1*cos(f))^(1/2)));
si=si2-si1;
der1f=diff(si,f);
der1aw=diff(si,aw);
der2f=diff(der1f,f);
der2aw=diff(der1aw,aw);
der2faw=diff(der1f,aw);
der2awf=diff(der1aw,f);
W2=W1*der1f+Vaw*der1aw;
alfa2=alfa1*der1f+Aaw*der1aw+W1^2*der2f+Vaw^2*der2aw+W1*Vaw*...
(der2faw+der2awf);
g=acos(R1/Rc1-aw^2/(4*Rc1*R1)+aw/(2*R1)*cos(f));
B=g+si-(pi/2);
g1=g+si-f;
MC=(R1^2+Rc1^2-2*R1*Rc1*cos(g))^(1/2);
MO=(R1^2+Rc1^2-2*R1*Rc1*cos(g1))^(1/2);
a2=asin((Rc1/MC)*sin(g));
a1=asin((Rc1/MO)*sin(g1));
%% EFECTO DE LA RIGIDEZ DE LOS DIENTES
syms e Rp Ri C0 C1 C2 C3 C4 Torque EM b
%corona 1
arcc=acos((Rc1^2+Rp^2-R1^2)/(2*Rc1*Rp))-asin((e/2)/Rp);
hp1=((MO-Ri)*cos((pi()-g1-a1)-arcc))*1000;
IR1=C0+C1*hp1+C2*hp1^2+C3*hp1^3+C4*hp1^4;
Ptmo=Torque/MO;
Pt=Ptmo/cos((pi()/2-a1));
Ptmod=Pt*cos(g1+arcc-pi()/2);
yhp1=(3*Ptmod/(2*EM*b))*IR1;
dR11=yhp1/(1000*cos(g1+arcc-pi()/2));
%corona 2
hp2=((MC-Ri)*cos((pi()-g-a2)-arcc))*1000;
IR2=C0+C1*hp2+C2*hp2^2+C3*hp2^3+C4*hp2^4;
Ptmc=Pt*cos(g+arcc-pi()/2);
yhp2=(3*Ptmc/(2*EM*b))*IR2;
dR12=yhp2/(1000*cos(g+arcc-pi()/2));
%% Determinación de los ángulos de contacto graficado aw
%condiciones para que comience el contacto en el límite de R1-R1
ec1 = MO-Rc1
ec2 = MC-Re
ec1eva=subs(ec1,[Rc1,R1,Re],[0.471228,0.17145,0.56])
ec2eva=subs(ec2,[Rc1,R1,Re],[0.471228,0.17145,0.56])
%x(1)=f el ángulo de inicio el contacto de un diente cuando inicia
con
%una distancia entre centros tal que comience el contacto R1-R1
%x(2)=aw la distancia entre centros para que comience el contacto en
R1-R1
x0 = [0.5; 1]; % Make a starting guess at the solution
options=optimset('Display','iter'); % Option to display output
[x,fval] = fsolve(@sistawlim,x0,options) % Call solver
fincapaR1=x(1)

```

```

awlimR1=x(2)
% Determinación de la distancia entre centros limite del
recubrimiento 1
% chil=f-(pi()-g1-a1)
% chi2=pi()/2-a2-B
ec3= Re^2+2*R1*Rc1*cos(g)-R1^2-Rc1^2
finca=solve(ec3,f)
ffina=subs(si,[f],[finca(2)])
% ec4=subs(chil,[f],[finca(2)])-subs(chil,[f],[ffina])-angp
% awlimE1=solve(ec4,aw)
% ec4eva=subs(ec4,[Rc1,R1,Re,z],[0.471228,0.17145,0.56,17])
aw0 = [1.01];
[awlimE1,fval] = fsolve(@awlime1,aw0)
% graficar ángulos de inicio y fin del contacto respecto a las
distancia aw
%angp=2*pi()/17; %rueda conductora
angp=2*pi()/z;
% ecuflim = si+angp-subs(si,[f],[f-angp]);
% % ecufcr=si-f-angp;
% % %solve(ecufcr,f)
% % ecufcreva=subs(ecufcr,[Rc1,R1,z],[0.471228,0.17145,17]);
% para otro perfil hay que correr nuevamente y modificar la ecuación
% ecuflimeva=subs(ecuflim,[Rc1,R1,z],[0.471228,0.17145,17]);
% para otro perfil hay que correr nuevamente y modificar la ecuación
awn = linspace(awlimR1,awlimE1,50);
finc = solangulo(awn);
ffin = finc-subs(angp,[z],[17]);
figure(2)
plot(awn,ffin)
set(gca,'XLim',[awlimR1,1.12],'YLim',[0.505,0.54],'XDir','normal')
%% Indice Rigidez Cabello
Chp1 = 2*EM*b/(3*IR1); % N/mm (modelo Cabello)
Chp2 = 2*EM*b/(3*IR2);
Chp = Chp1*Chp2/(Chp1+Chp2);% N/mm (modelo Cabello)
%
Neva=subs(N,[aw,Rc1,R1,e,Rp,Ri,C0,C1,C2,C3,C4,Torque,EM,b,m,z,W1],...
.
% [1.01,0.471228,0.17145,0.0798,0.4826,0.38179,0.00764,-0.010518,...
% 0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,71620,2e5,610,4764.77,17,10*2*pi()/60]);
% figure(1)
% ezplot(Neva,[0.1607 0.5303])
%% Carga dinamica G. HENRIOT
%% Determinacion de ZONA de Trabajo
syms m z
%m = 4764.77; % (kg) masa reducida
Cgb = 1000*Chp; % (N/m) Cgb = Cg*b
Cgbeva =
subs(Cgb,[aw,Rc1,R1,e,Rp,Ri,C0,C1,C2,C3,C4,Torque,EM,b,z,W1],...
[awlimR1,0.471228,0.17145,0.0798,0.4826,0.38179,0.00764,-
0.010518,...
0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,71620,2e5,610,17,10*2*pi()/60]);
ezplot(Cgbeva,[real(finc(1)),real(ffin(1))])
set(gca,'XDir','reverse')
nei = (30/pi*z)*(Cgb/m)^(1/2); % (rad/s) velocidad critica de
resonancia

```

```

neieva =
subs(nei, [aw,Rc1,R1,e,Rp,Ri,C0,C1,C2,C3,C4,Torque,EM,b,z,W1,m], ...
    [awlimR1,0.471228,0.17145,0.0798,0.4826,0.38179,0.00764,-
0.010518,...
    0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,71620,2e5,610,17,10*2*pi()/60,4764.77]);
ezplot(neieva,[real(finc(1)),real(ffin(1))])
set(gca,'XDir','reverse')
N = W1/nei;
Neva =
subs(N, [aw,Rc1,R1,e,Rp,Ri,C0,C1,C2,C3,C4,Torque,EM,b,z,W1,m], ...
    [awlimR1,0.471228,0.17145,0.0798,0.4826,0.38179,0.00764,-
0.010518,...
    0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,71620,2e5,610,17,10*2*pi()/60,4764.77]);
ezplot(Neva,[real(finc(1)),real(ffin(1))])
set(gca,'XDir','reverse')
%% determinación de carga dinámica en la zona de trabajo
%zona I Subcrítica
syms Cv1 Cv2 Cv3 Ka Cb HB fpbeff ffeff
% N < 0.85
% Cv1 = 0.32 % factor que toma en cuenta los errores de paso
% Cv2 = 0.34 % factor que toma en cuenta los errores del perfil ()
% Cv3 = 0.23 % factor que toma en cuenta la variación cíclica de la
...
% rigidez de los dientes engranados
cpb = Cgb; % Rigidez instantánea de un solo par de dientes
engranados...
% (es igual a la rigidez del contacto porque el recubrimiento es
1)cp*b
% Ka = 1.25 % coeficiente de aplicación de la carga ver Tabla VII-2
% (para motor eléctrico y salida con choques moderados 1.25)
% Cb = 20 % pág. 320 Dorovoski (valores entre 15 y 25)
% HB =180 % Dureza de la corona
ressup = Cb*HB*9.81/100; %N/mm^2
Ca = ((1/18)*((ressup/97)-18.45)^2+1.5)/1000000; %micrómetro a m
% fpbeff = 0.00981 % m
% ffeff = 0.00988 % m
Bp = cpb*fpbeff/(Ptmod*Ka);
BpevaR=subs(Bp, [aw,Rc1,R1,e,Rp,Ri,C0,C1,C2,C3,C4,Torque,EM,b,z,W1,m,
Ka,...

fpbeff],[awlimR1,0.471228,0.17145,0.0798,0.4826,0.38179,0.00764,...
-0.010518,0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-8,71620,2e5,610,17,...
10*2*pi()/60,4764.77,1.25,0.01962]);
ezplot(BpevaR,[real(finc(1)),real(ffin(1))])
hold on
BpevaE=subs(Bp, [aw,Rc1,R1,e,Rp,Ri,C0,C1,C2,C3,C4,Torque,EM,b,z,W1,m,
Ka,...

fpbeff],[awlimE1,0.471228,0.17145,0.0798,0.4826,0.38179,0.00764,...
-0.010518,0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-8,71620,2e5,610,17,...
10*2*pi()/60,4764.77,1.25,0.01962]);
ezplot(BpevaE,[real(finc(50)),real(ffin(50))])
Bf = cpb*ffeft/(Ptmod*Ka);
Bk = 1 - cpb*Ca/(Ptmod*Ka);

```

```

BkevaR=subs(Bk,[aw,Rc1,R1,e,Rp,Ri,C0,C1,C2,C3,C4,Torque,EM,b,z,W1,m,
Ka,...

fpbeff,Cb,HB],[awlimR1,0.471228,0.17145,0.0798,0.4826,0.38179,...
0.00764,-0.010518,0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,71620,2e5,610,17,...
10*2*pi()/60,4764.77,1.25,0.01962,20,180]);
ezplot(BkevaR,[real(finc(1)),real(ffin(1))])
hold on
BkevaE=subs(Bk,[aw,Rc1,R1,e,Rp,Ri,C0,C1,C2,C3,C4,Torque,EM,b,z,W1,m,
Ka,...

fpbeff,Cb,HB],[awlimE1,0.471228,0.17145,0.0798,0.4826,0.38179,...
0.00764,-0.010518,0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,71620,2e5,610,17,...
10*2*pi()/60,4764.77,1.25,0.01962,20,180]);
ezplot(BkevaE,[real(finc(50)),real(ffin(50))])
k = Cv1*Bp + Cv2*Bf + Cv3*Bk;
kv = 1+N*k;
kvevaR=subs(kv,[aw,Rc1,R1,e,Rp,Ri,C0,C1,C2,C3,C4,Torque,EM,b,z,W1,m,
Ka,...

fpbeff,Cb,HB,ffeff,Cv1,Cv2,Cv3],[awlimR1,0.471228,0.17145,0.0798,...
0.4826,0.38179,0.00764,-0.010518,0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,...

71620,2e5,610,17,10*2*pi()/60,4764.77,1.25,0.01962,20,180,0,0.32,...
0.34,0.23]);
ezplot(kvevaR,[real(finc(1)),real(ffin(1))])
hold on
kvevaE=subs(kv,[aw,Rc1,R1,e,Rp,Ri,C0,C1,C2,C3,C4,Torque,EM,b,z,W1,m,
Ka,...

fpbeff,Cb,HB,ffeff,Cv1,Cv2,Cv3],[awlimE1,0.471228,0.17145,0.0798,...
0.4826,0.38179,0.00764,-0.010518,0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,...

71620,2e5,610,17,10*2*pi()/60,4764.77,1.25,0.01962,20,180,0,0.32,...
0.34,0.23]);
ezplot(kvevaE,[real(finc(50)),real(ffin(50))])
%zona II Resonancia Principal
% 0.85 < N < 1.15
%zona III Resonancia Intermedia
% 1.15 < N < 1.5
%zona IV Supercrítica
% 1.5 < N
%set(gca,'XLim',[0.1580,0.5321],'YLim', [-0.7 0],'XDir','reverse')
%% Método Rechetov
syms I2 N2 miu ep alfr sita1 sita2
% Límite R1
VlsirR=subs(W1*subs(MO,[Rc1,R1,aw,f],[0.471228,0.17145,awlimR1,...
real(finc(1))])*cos(pi/2-
subs(a1,[Rc1,R1,aw,f],[0.471228,0.17145,...
awlimR1,real(finc(1))])),[W1],[10*2*pi()/60])
V2sirR=(-
subs(W2,[W1,Vaw,aw,Rc1,R1,f],[10*2*pi()/60,0,awlimR1,0.471228,...

```

```

0.17145,real(ffin(1))))*subs(MC,[Rc1,R1,aw,f],[0.471228,0.17145,...
    awlimR1,real(finc(1))])*cos(pi/2-
subs(a2,[Rc1,R1,aw,f],[0.471228,...
    0.17145,awlimR1,real(finc(1))]))
% Límite E1
VlsirE=subs(W1*subs(MO,[Rc1,R1,aw,f],[0.471228,0.17145,awlimE1,...
    real(finc(50))])*cos(pi/2-
subs(a1,[Rc1,R1,aw,f],[0.471228,0.17145,...
    awlimE1,real(finc(50))])),[W1],[10*2*pi()/60])
V2sirE=(-
subs(W2,[W1,Vaw,aw,Rc1,R1,f],[10*2*pi()/60,0,awlimE1,0.471228,...
    0.17145,real(ffin(50))]))*subs(MC,[Rc1,R1,aw,f],[0.471228,0.17145,...
    .
    awlimE1,real(finc(50))])*cos(pi/2-
subs(a2,[Rc1,R1,aw,f],[0.471228,...
    0.17145,awlimE1,real(finc(50))]))
Vlsir=subs(W1.*subs(MO,[Rc1,R1,aw,f],[0.471228,0.17145,awn',...
    real(finc)' ]).*cos(pi/2-
subs(a1,[Rc1,R1,aw,f],[0.471228,0.17145,...
    awn',real(finc)' ])),[W1],[10*2*pi()/60])
V2sir=(-
subs(W2,[W1,Vaw,aw,Rc1,R1,f],[10*2*pi()/60,0,awlimR1,0.471228,...
    0.17145,real(ffin(1))]))*subs(MC,[Rc1,R1,aw,f],[0.471228,0.17145,...
    awlimR1,real(finc(1))])*cos(pi/2-
subs(a2,[Rc1,R1,aw,f],[0.471228,...
    0.17145,awlimR1,real(finc(1))]))
% sin error
kdR = subs(1+((VlsirR-
V2sirR)*(M*(subs(Cgb,[Rc1,R1,e,Rp,Ri,C0,C1,C2,C3,...
    C4,Torque,EM,b,z,W1,aw,f],[0.471228,0.17145,0.0798,0.4826,0.38179,..
    .
    0.00764,-0.010518,0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,71620,2e5,610,17,...
    10*2*pi()/60,awlimR1,real(finc(1))]))^(1/2))/subs(Pt,[Rc1,R1,e,Rp,..
    ..
    Ri,C0,C1,C2,C3,C4,Torque,EM,b,z,W1,aw,f],[0.471228,0.17145,0.0798,..
    .
    0.4826,0.38179,0.00764,-0.010518,0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,...
    71620,2e5,610,17,10*2*pi()/60,awlimR1,real(finc(1))]),[M],[4764.77])
;
kdE = subs(1+((VlsirE-
V2sirE)*(M*(subs(Cgb,[Rc1,R1,e,Rp,Ri,C0,C1,C2,C3,...
    C4,Torque,EM,b,z,W1,aw,f],[0.471228,0.17145,0.0798,0.4826,0.38179,..
    .
    0.00764,-0.010518,0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,71620,2e5,610,17,...

```

```

10*2*pi()/60,awlimE1,real(finc(50))))^(1/2))/subs(Pt,[Rc1,R1,e,Rp,
...
Ri,C0,C1,C2,C3,C4,Torque,EM,b,z,W1,aw,f],[0.471228,0.17145,0.0798,..
.
0.4826,0.38179,0.00764,-0.010518,0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,...

71620,2e5,610,17,10*2*pi()/60,awlimE1,real(finc(50))],[M],[4764.77]
);
kd = 1+((V1sir-V2p)*(M*Cgb)^(1/2))/Pt;
V1=W1*MO;
Vmn1=V1*cos((pi()/2)-a1);
sita1=sita2*(MC/MO)-ep/MO;
ecul = W2*sita1/W1-alfr*sita1^2/(2*W1^2)-sita2
[sita2] = solve(ecul);
%[sita2, sita1] = solve('sita2=W2*sita1/W1-
alfr*sita1^2/(2*W1^2)',...
% 'sita1=sita2*(MC/MO)-ep/MO');
%sita2 =
alfr = miu*N2/I2;%desaceleración angular de la rueda conducida
cuando...
% queda libre
W2p = (W2^2-2*alfr*sita2(1))^(1/2);
V2p = W2p*MC*cos((pi()/2)-a2);
M = m;
U = (Vmn1-V2p)*(M*Cgb)^(1/2);
kd = 1+gi*U/Pt;
%.
sita2eva=subs(sita2(1),[aw,Rc1,R1,W1,Vaw,f,ep],[1.01,0.471228,0.1714
5,...
10*2*pi()/60,0,0.1,0.00981]);
vpa(sita2eva)
ezplot(ans,[-2 200])
fincaeval=subs(finca(2),[aw,Rc1,R1,Re],[0.9996,0.471228,0.17145,0.56
])
ffinaeval=subs(ffina,[aw,Rc1,R1,Re],[0.9996,0.471228,0.17145,0.56])
Pteval =
subs(Pt,[aw,Rc1,R1,e,Rp,Ri,C0,C1,C2,C3,C4,Torque,EM,b,z,W1],...
[0.9996,0.471228,0.17145,0.0798,0.4826,0.38179,0.00764,-
0.010518,...
0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,71620,2e5,610,17,10*2*pi()/60]);
ezplot(Pteval,[fincaeval,ffinaeval])
hold on
fincaeva2=subs(finca(2),[aw,Rc1,R1,Re],[1.0368,0.471228,0.17145,0.56
])
ffinaeva2=subs(ffina,[aw,Rc1,R1,Re],[1.0368,0.471228,0.17145,0.56])
Pteva2 =
subs(Pt,[aw,Rc1,R1,e,Rp,Ri,C0,C1,C2,C3,C4,Torque,EM,b,z,W1],...
[1.0368,0.471228,0.17145,0.0798,0.4826,0.38179,0.00764,-
0.010518,...
0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,71620,2e5,610,17,10*2*pi()/60]);
ezplot(Pteva2,[fincaeva2,ffinaeva2])
syms sita1 sita2

```

```

er1=0.00981
ser1=0.01962
ev1R=ffinaeval+subs(angp,[z],[17])+(er1/(subs(MO,[aw,Rc1,R1,f],[0.99
96,...
    0.471228,0.17145,(ffinaeval+subs(angp,[z],[17])))))
eculR=subs(si,[aw,Rc1,R1,f],[0.9996,0.471228,0.17145,ev1R])+...
    sita2+(ser1/(subs(MC,[aw,Rc1,R1,f],[0.9996,0.471228,0.17145,...
    (ffinaeval+subs(angp,[z],[17])))))-
subs(si,[aw,Rc1,R1,f],[0.9996,...
    0.471228,0.17145,ev1R-sita1])
W2ffR = -subs(W2,[aw,Rc1,R1,W1,Vaw,f],[0.9996,0.471228,0.17145,...
    10*2*pi()/60,0,fincaeval])
alr=218.051
ecu2R=subs(W2ffR/W1,[W1],[10*2*pi()/60])*sita1-
subs(alr/(2*W1^2),[W1],...
    [10*2*pi()/60])*sita1^2-sita2
ev1E=ffinaeva2+subs(angp,[z],[17])+(er1/(subs(MO,[aw,Rc1,R1,f],[1.03
68,...
    0.471228,0.17145,(ffinaeva2+subs(angp,[z],[17])))))
eculE=subs(si,[aw,Rc1,R1,f],[1.0368,0.471228,0.17145,ev1E])+sita2+...
.
    (ser1/(subs(MC,[aw,Rc1,R1,f],[1.0368,0.471228,0.17145,...
    (ffinaeva2+subs(angp,[z],[17])))))-
subs(si,[aw,Rc1,R1,f],[1.0368,...
    0.471228,0.17145,ev1E-sita1])
W2ffE = -subs(W2,[aw,Rc1,R1,W1,Vaw,f],[1.0368,0.471228,0.17145,...
    10*2*pi()/60,0,fincaeva2])
ecu2E=subs(W2ffE/W1,[W1],[10*2*pi()/60])*sita1-
subs(alr/(2*W1^2),[W1],...
    [10*2*pi()/60])*sita1^2-sita2
sita0 = [0.1; 0.1];           % Make a starting guess at the
solution
options=optimset('Display','iter'); % Option to display output
[sitaR,fval] = fsolve(@sitasangR,sita0,options) % Call solver
[sitaE,fval] = fsolve(@sitasangE,sita0,options)
W2pR = (W2ffR^2-2*alr*sitaR(2))^(1/2)
W2pE = (W2ffE^2-2*alr*sitaE(2))^(1/2)
V1R = subs(W1,[W1],[10*2*pi()/60])*subs(MO,[aw,Rc1,R1,f],[0.9996,...
    0.471228,0.17145,ev1R-sita(1)])*cos(pi/2-
subs(a1,[aw,Rc1,R1,f],...
    [0.9996,0.471228,0.17145,ev1R-sita(1)]))
V2R = W2pR*subs(MC,[aw,Rc1,R1,f],[0.9996,0.471228,0.17145,...
    ev1R-sita(1)])*cos(pi/2-
subs(a2,[aw,Rc1,R1,f],[0.9996,0.471228,...
    0.17145,ev1R-sita(1)]))
V1E = subs(W1,[W1],[10*2*pi()/60])*subs(MO,[aw,Rc1,R1,f],...
    [1.0368,0.471228,0.17145,ev1E-sita(1)])*cos(pi/2-
subs(a1,[aw,Rc1,R1,...
    f],[1.0368,0.471228,0.17145,ev1E-sita(1)]))
V2E = W2pE*subs(MC,[aw,Rc1,R1,f],[1.0368,0.471228,0.17145,...
    ev1E-sita(1)])*cos(pi/2-
subs(a2,[aw,Rc1,R1,f],[1.0368,0.471228,...
    0.17145,ev1E-sita(1)]))
kdeR = subs(1+(V1R-
V2R)*(M*(subs(Cgb,[Rc1,R1,e,Rp,Ri,C0,C1,C2,C3,C4,...
Torque,EM,b,z,W1,aw,f],[0.471228,0.17145,0.0798,0.4826,0.38179,...

```

```

    0.00764,-0.010518,0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,71620,2e5,610,...
    17,10*2*pi()/60,0.9996,ev1R-
sita(1)))]^(1/2))/subs(Pt,[Rc1,R1,e,Rp,...

Ri,C0,C1,C2,C3,C4,Torque,EM,b,z,W1,aw,f],[0.471228,0.17145,0.0798,..
.
    0.4826,0.38179,0.00764,-0.010518,0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,...
    71620,2e5,610,17,10*2*pi()/60,0.9996,ev1R-
sita(1))],[M],[4764.77]);
kdeE = subs(1+((V1E-
V2E)*(M*(subs(Cgb,[Rc1,R1,e,Rp,Ri,C0,C1,C2,C3,C4,...

Torque,EM,b,z,W1,aw,f],[0.471228,0.17145,0.0798,0.4826,0.38179,...
    0.00764,-0.010518,0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,71620,2e5,610,17,...
    10*2*pi()/60,1.0368,ev1E-
sita(1)))]^(1/2))/subs(Pt,[Rc1,R1,e,Rp,Ri,...

C0,C1,C2,C3,C4,Torque,EM,b,z,W1,aw,f],[0.471228,0.17145,0.0798,...
    0.4826,0.38179,0.00764,-0.010518,0.0004350,-3.04186e-6,3.10809e-
8,...
    71620,2e5,610,17,10*2*pi()/60,1.0368,ev1E-
sita(1))],[M],[4764.77]);
% variación de la distancia entre centros
syms W1 Vaw alfa Aaw f Rc1 R1 Re z aw0 P0 P1 P2 P3 P4 P5 P6 fti
awr=aw0+(P0+P1*(1/W1*(fti-f))+P2*(1/W1*(fti-f))^2+P3*(1/W1*(fti-
f))^3+...
    P4*(1/W1*(fti-f))^4+P5*(1/W1*(fti-f))^5+P6*(1/W1*(fti-
f))^6)/1000;
derlawrf=diff(awr,f);
Vawr=W1*derlawrf;
% der2awrf=diff(derlawrf,f);
% Aawr=W1^2*der2awrf;
awreval=subs(awr,[W1,aw0,P0,P1,P2,P3,P4,P5,P6,fti,f],[10*2*pi()/60,..
..
    0.994,5.638,-35.29,65,-43.27,12.9,-
1.783,0.09332,0.3952,0.3952]);
Vawreval=subs(Vawr,[W1,aw0,P0,P1,P2,P3,P4,P5,P6,fti,f],...
    [10*2*pi()/60,1.0312,5.638,-35.29,65,-43.27,12.9,-
1.783,0.09332,...
    0.4489,0.4489]);
% W2evar1=subs(W2r,[W1,Vaw,aw0,Rc1,R1,P0,P1,P2,P3,P4,P5,P6,fti],...
% [10*2*pi()/60,Vawreval,1.01,0.471228,0.17145,5.638,-35.29,65,...
% -43.27,12.9,-1.783,0.09332,0.5278]);
% ezplot(W2evar1,[0.5278,0.1609])
Vlaw=Vawreval*cos(pi/2-
subs(B,[aw,Rc1,R1,f],[1.0368,0.471228,0.17145,...
    0.4489]))
VawrevalR=subs(Vawr,[W1,aw0,P0,P1,P2,P3,P4,P5,P6,fti,f],[10*2*pi()/6
0,...
    0.994,5.638,-35.29,65,-43.27,12.9,-
1.783,0.09332,0.3952,0.3952]);
% W2evar1=subs(W2r,[W1,Vaw,aw0,Rc1,R1,P0,P1,P2,P3,P4,P5,P6,fti],...
% [10*2*pi()/60,Vawreval,1.01,0.471228,0.17145,5.638,-35.29,65,-
43.27,...

```

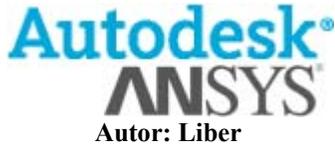
```

% 12.9,-1.783,0.09332,0.5278]);
% ezplot(W2eval1,[0.5278,0.1609])
VlawR=VawrevalR*cos(pi/2-
subs(B,[aw,Rc1,R1,f],[0.994,0.471228,0.17145,...
0.3952]))
Rc1=0.471228
R1=0.17145
Vlawn=0.0353.*cos(pi./2-(pi./2 - atan(Rc1.*sin(f)./(aw -
Rc1.*cos(f))) +...
acos(R1./Rc1 + (aw.*cos(f))./(2.*R1) - aw.^2./(4.*R1.*Rc1)) -...
acos(1./2./Rc1./(Rc1.^2 - 2.*cos(f).*Rc1.*aw +
aw.^2).^(1./2)).*...
(4.*R1.^2 - 2.*Rc1.^2 + 2.*cos(f).*Rc1.*aw - aw.^2))))
kdn=kd.*((V1sir-V2sir)+Vlawn)./(V1sir-V2sir)
plot(aw,kdn)
hold on
plot(aw,kd)

```

Anexo 5. Análisis del comportamiento de un cargado aplicando el método de elementos finitos con el ANSYS.

Análisis de Corona A1



Software: [Autodesk Inventor Professional 2008](#)
[Tecnología ANSYS](#)

Introducción

Análisis de tensión de Autodesk Inventor Professional se ha utilizado para simular el comportamiento de una pieza mecánica en condiciones de carga estructural. La tecnología ANSYS ha generado los resultados que este informe presenta.

No acepte ni rechace un diseño basándose exclusivamente en los datos que presenta este informe. Evalúe los diseños según esta información, los datos de pruebas experimentales y la experiencia práctica de ingenieros y analistas. Normalmente, un enfoque de calidad a la ingeniería exige pruebas físicas como medio definitivo para comprobar la integridad estructural con precisión milimetrada.

Puede encontrar más información sobre el Análisis de tensión AIP y los productos ANSYS para Autodesk Inventor en <http://www.ansys.com/autodesk>.

Geometría y malla

El ajuste Relevancia que aparece más abajo ha controlado la finura de la malla que se ha utilizado en este análisis. Como referencia, un valor de -100 produce una malla gruesa, soluciones y resultados rápidos que puede incluir incertidumbre significativa. Un valor de +100 genera una malla fina, tiempo de solución más largos y una incertidumbre menor en los resultados. El valor de relevancia predeterminado es cero.

Cotas del cuadro delimitador	1111 mm 1116 mm 600,0 mm
Masa de la pieza	2225 kg
Volumen de la pieza	2,835e+008 mm ³
Valor de relevancia de malla	0
Nodos	26722
Elementos	4848

Las cotas del cuadro delimitador representan longitudes en las direcciones globales X, Y y Z.

Datos de material

Las siguientes asunciones sobre el comportamiento de los materiales se aplican a este análisis:

- Lineal: la tensión es directamente proporcional a la presión.
- Constante: la temperatura de todas las propiedades es independiente.
- Homogénea: las propiedades no cambian en todo el volumen de la pieza.
- Isotrópica: las propiedades de los materiales son idénticas en todas las direcciones.

Módulo de Young	2,1e+005 MPa
Coefficiente de Poisson	0,3
Densidad de masa	7,85e-006 kg/mm ³
Límite de elasticidad	207,0 MPa
Resistencia máxima a tracción	345,0 MPa

Cargas y restricciones

Las siguientes cargas y restricciones actúan sobre regiones específicas de la pieza. Las regiones se han definido mediante la selección de superficies, cilindros, aristas y vértices.

Nombre	Tipo	Magnitud	Vector
Fuerza 1	Fuerza de arista	1,64e+005 N	1,613e+005 N -2,95e+004 N 0,0 N
Restricción fija 1	Restricción fija de superficie	0,0 mm	0,0 mm 0,0 mm 0,0 mm

Nombre	Fuerza	Vector	Momento	Pares de vector
Restricción fija 1	1,64e+005 N	-1,613e+005 N 2,95e+004 N 1,922e-005 N	4,871e+009 N·mm	8,763e+008 N·mm 4,791e+009 N·mm 8,199e+007 N·mm

Nota: los datos del vector corresponden a los componentes globales X, Y y Z.

Resultados

La tabla siguiente muestra todos los resultados estructurales que el análisis ha generado. La sección siguiente proporciona cifras que muestran cada resultado sobre la superficie de la pieza.

El coeficiente de seguridad se ha calculado utilizando el equivalente máximo de la teoría de fallo de tensión para materiales dúctiles. El límite de tensión del material se ha especificado a partir del límite de elasticidad de dicho material.

Nombre	Mínima	Máxima
Tensión equivalente	2,652e-006 MPa	41,21 MPa
Tensión principal máxima	-5,134 MPa	39,38 MPa
Tensión principal mínima	-46,84 MPa	4,85 MPa
Deformación	0,0 mm	8,545e-002 mm
Coeficiente de seguridad	5,023	N/A

Figuras

FIGURA 1
Tensión equivalente

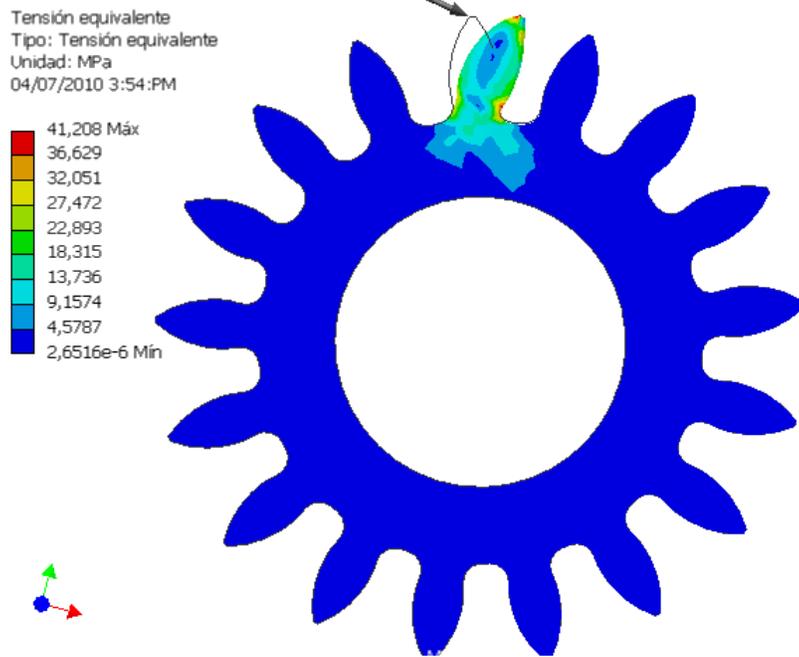


FIGURA 2
Tensión principal máxima

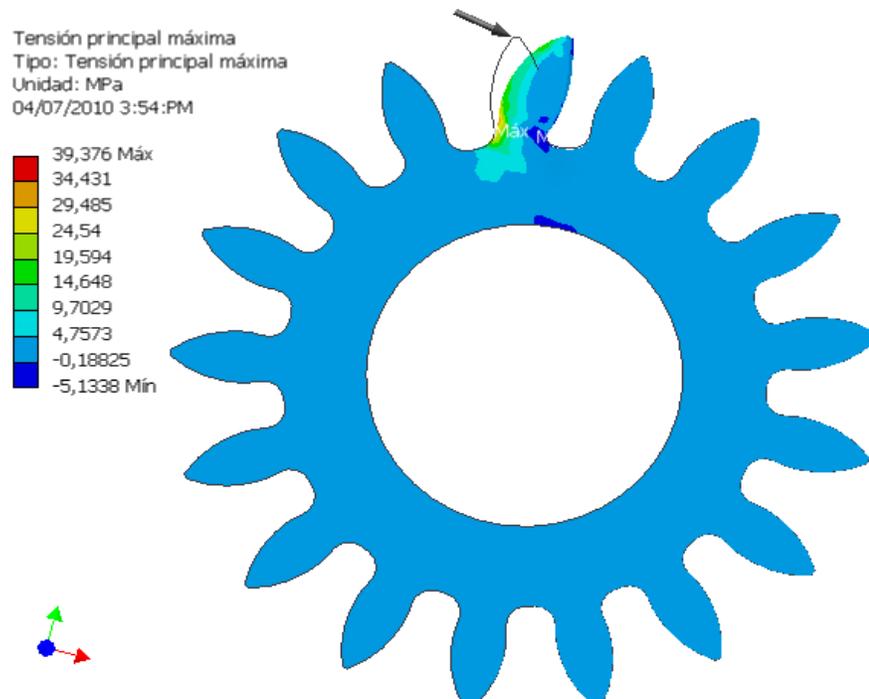


FIGURA 3
Tensión principal mínima

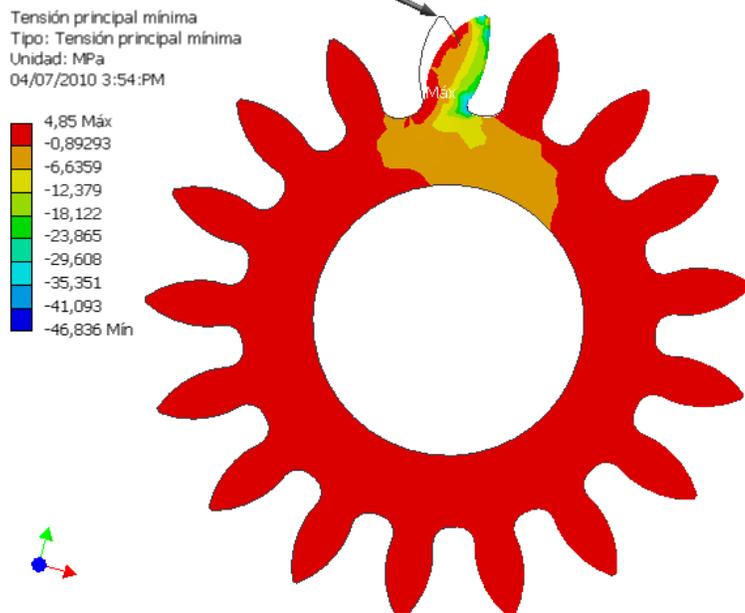


FIGURA 4
Deformación

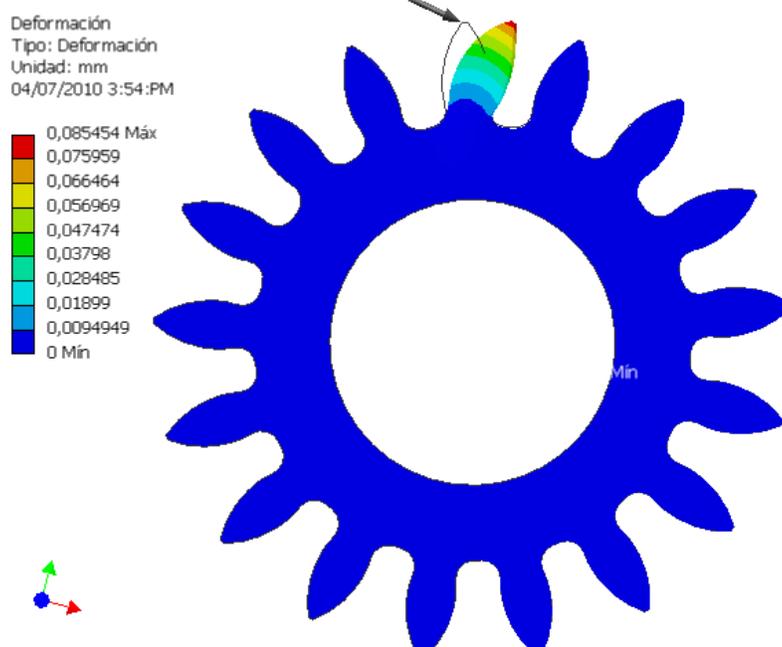


FIGURA 5
Coeficiente de seguridad

Coeficiente de seguridad
Tipo: Coeficiente de seguridad
04/07/2010 3:54:PM

