



**Facultad de Ingeniería Mecánica.
Colectivo de Mecánica Aplicada.
Refinería de Petróleo “Camilo Cienfuegos”**

TRABAJO DE DIPLOMA

MÉTODO DE CÁLCULO DE ÁRBOLES DE BOMBAS CENTRÍFUGAS VERTICALES DE LA REFINERÍA DE PETRÓLEO “CAMILO CIENFUEGOS” CONSIDERANDO LA ELASTICIDAD DE LOS APOYOS

Autor: Javier Hondal Rizo

Tutores: Dr. Rafael A. Goytisoló Espinosa (UCf)

Ing. Giory A. Alemán González (PDV-CUPET S.A.)

Consultante: Dr. Eduardo Concepción Morales (UCf)

Junio 2010

“Año 52 de la Revolución”



Cienfuegos, 1 de febrero del 2010.

“Año 52 de la Revolución”.

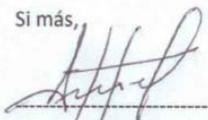
A: Director de Mantenimiento.

De: Jefe de Área Sector Energético.

Compañero:

Nuestra área desde hace algún tiempo venía presentando problemas con la bomba sumergible modelo AXP *(P-52-166)*. En reiteradas ocasiones se intentó su recuperación siendo las mismas infructuosas, logrando como máximo en una ocasión que esta pudiera trabajar solamente 15 días. Debido a la necesidad de este elemento para el sector energético, se procedió a restablecer su capacidad de operación. El Ingeniero Giory Alemán González, encargado de la misma., desde los primeros momentos demostró un gran interés por la recuperación desplegando en todo momento un gran profesionalismo, tanto en el estudio de los fenómenos que causaban su pronto deterioro como todos los elementos necesarios para lograr una larga vida al equipo después de su recuperación. Fruto de ello, la bomba se puso en marcha el día 7 de Septiembre del 2009 sin que presentará problemas nuevamente, por lo que nuestro colectivo quiere reconocer el buen trabajo desarrollado en el restablecimiento de una bomba que se usa para bombear solución salina del tanque D-52-163 a la bahía y cuesta alrededor de unos **75 690.08** EUROS.

Un colectivo de profesores y estudiantes de la Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez” participó en la evaluación de la resistencia y rigidez de los árboles, desarrollando un Nuevo Esquema de Análisis para su cálculo.

Si más,

Israel Martínez Mendoza
Jefe Sector Energético.


Leonel Pérez Marrero
Tecnólogo Sector Energético.

**DECLARACION DE AUTORIDAD
UNIVERSIDAD DE CIENFUEGOS**



Sistema de Documentación y Proyecto.

Hago constar que el presente trabajo constituye la culminación de los estudios en la especialidad de Ingeniería Mecánica en la Universidad de Cienfuegos, autorizando a que el mismo sea utilizado por el Centro de Estudio Superior para los fines que estime conveniente, ya sea parcial o totalmente, que además no podrá ser presentado sin la aprobación de dicha institución.

Firma del autor.

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido según acuerdo de la dirección del centro y el mismo cumple los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura, referido a la temática señalada.

Información Científico Técnico
Nombre y Apellidos. Firma.

Vice Decano.

Firma del Tutor

Nombre y Apellidos. Firma.

Sistema de Documentación y Proyecto.
Nombre y Apellido. Firma.

Pensamiento

“Todos y cada uno de nosotros paga puntualmente su cuota de sacrificio consciente de recibir el premio en la satisfacción del deber cumplido, conscientes de avanzar con todos hacia el Hombre Nuevo que se vislumbra en el horizonte.”

Ernesto Che Guevara

Agradecimientos

A mis padres:

A ustedes, mis padres queridos, que tantas veces me han apoyado en mis decisiones, en mis estudios, en mi vida.

A mi novia:

A ti, Mayren, por permitirme conocer el mundo de un modo distinto y enseñarme que el mismo está lleno de colores y matices.

A mis familiares:

Por estar siempre cuando los necesité y permitirme ser miembro de una familia tan unida.

A mis profes:

Por enseñarme tantas cosas que a lo largo de mi vida me han formado para ser un profesional comprometido con su profesión, sobre todo a mi tutor Goytisoló, Ing. Geory Alemán y a mi padrastro, por apoyarme tanto en mi tesis.

A mis amigos:

Por permitirme conocer que es la amistad, sobre todo en los momentos difíciles.

A la UCF:

Por permitirme aprovechar estos cinco años para formarme como un profesional comprometido con la Revolución.

A todos ellos muchas Gracias.

Dedicatoria

A mi madre:

Por ser la flor que me trajo al mundo, por cobijarme bajo su sombra y darme su abrigo toda mi vida.

A mi padre:

Por ser mi amigo desde siempre, por caminar a mi lado cuando era pequeño, por guiarme y quererme tanto.

A mi padrastro:

A mi padrastro que también ha sabido guiarme a lo largo de mi vida.

A mi novia Mayren:

Por ser parte de mis sueños y apoyarme siempre en todo lo que me propongo hacer.

A mi hermano y hermana, a mis abuelos y en especial a mi abuela Osilia por darme todo el amor del mundo desde que nací.

Resumen

Resumen

En el presente trabajo de diploma se describe un método de cálculo de Bombas Centrífugas Verticales. Se desarrolló una metodología de cálculo de los árboles hiperestáticos de las bombas verticales con un empotramiento parcialmente elástico en la posición de la caja de bolas radial de simple hilera superior y apoyos linealmente elásticos en la posición de los cojinetes de deslizamiento.

La metodología desarrollada se utilizó para analizar el árbol de la bomba Vertical AXP (P - 52- 166) del Sector Energético de la Refinería de Petróleo "Camilo Cienfuegos", tanto para condiciones normales, como considerando una joroba inicial lo que permitió evaluar la resistencia del árbol en las condiciones más críticas.

Se analizó la resistencia a la fatiga bajo las condiciones iniciales (acero 40 XHMA y cojinetes de deslizamiento considerados como apoyos elásticos de bronce) y para el árbol modificado con cojinetes fabricados de plástico y el árbol hecho de acero inoxidable al cromo níquel-molibdeno similar al X15H9HO de la Norma GOST. Esta variante arrojó un factor de seguridad a la fatiga de casi 2 la cual es satisfactoria y superior al caso original.

Finalmente, se analizó qué sucede si se sustituye la caja de bolas radial de simple hilera superior por una radial de doble hilera autoalineante de coeficiente de rigidez $\varphi = 0$. Los resultados indican que esto sería una solución excelente de diseño, ya que el momento flector máximo se desplaza a otra posición y se reduce sensiblemente.

Índice

INTRODUCCIÓN.....	1
--------------------------	----------

CAPÍTULO I GENERALIDADES DE LAS BOMBAS CENTRÍFUGAS Y PARTICULARIDADES DE LAS BOMBAS CENTRÍFUGAS VERTICALES. 6

1.1	GENERALIDADES DE LAS BOMBAS CENTRÍFUGAS.	6
1.1.1	<i>Principio de funcionamiento de las bombas centrífugas</i>	6
1.1.2	<i>Curvas características de la bomba centrífuga</i>	10
1.1.3	<i>Clasificación de bombas</i>	12
1.1.4	<i>Ventajas principales de las bombas centrífugas</i>	13
1.1.5	<i>Campos fundamentales de aplicaciones de las bombas centrífugas</i>	14
1.1.6	<i>Clasificación de los impelentes de las bombas centrífugas</i>	15
1.2	PARTICULARIDADES DE LAS BOMBAS CENTRÍFUGAS VERTICALES.....	18
1.2.1	<i>Clasificación general de las bombas verticales</i>	18
1.2.2	<i>Bombas verticales de funcionamiento en seco</i>	20
1.2.3	<i>Bombas verticales sumergibles</i>	20
1.2.3.1	Bombas centrífugas verticales de foso lleno	21
1.2.3.2	Aplicación de las bombas centrífugas verticales de foso lleno.....	23
1.3	FUERZAS AXIALES Y RADIALES SOBRE LOS IMPELENTES DE LAS BOMBAS CENTRÍFUGAS.	24
1.3.1	<i>Fuerzas axiales</i>	24
1.4	GENERALIDADES DE LOS COJINETES PLÁSTICOS (TENMAT).....	34
1.4.1	<i>Las actividades de TENMAT se desarrollan en cuatro áreas:</i>	35
1.4.2	<i>Compuestos resistentes al desgaste para cojinetes</i>	35
1.4.3	<i>Compuestos resistentes a temperaturas elevadas</i>	35
1.4.4	<i>Beneficios del empleo de los compuestos FEROFORM</i>	36
1.4.5	<i>Las resistencias a la rotura por compresión del material envuelto en tubo son normalmente:</i> 40	
1.5	PARTICULARIDADES DE LOS ÁRBOLES DE LAS BOMBAS VERTICALES QUE SERÁN OBJETO DE ANÁLISIS EN EL PRESENTE TRABAJO.	41
1.6	CONCLUSIONES PARCIALES DEL CAPÍTULO I.	42

CAPÍTULO II. INFLUENCIA DE LA PRESENCIA DE UNA DEFLEXIÓN BAJO CARGA (DEFLEXIÓN) O UNA DEFORMACIÓN INICIAL EN EL ÁRBOL (DOBLADO), EN SU RESISTENCIA MECÁNICA Y EN LA DE SUS COJINETES. 43

2.1	PROBLEMÁTICA FUNDAMENTAL DE LOS ÁRBOLES DE LAS BOMBAS CENTRÍFUGAS VERTICALES. ...	43
2.2	CRITERIOS VERTIDOS EN LA LITERATURA SOBRE LA DEFORMACIÓN PREVIA DE LOS ÁRBOLES DE LAS BOMBAS CENTRÍFUGAS.	44
2.2.1	<i>Evidencias de la presencia de una deformación previa en los árboles de las bombas centrífugas</i>	44
2.2.2	<i>Evidencias presentes en las bombas centrífugas de voluta</i>	44
2.2.3	<i>Diferencias entre un árbol deflectado a un árbol doblado</i>	51
2.2.4	<i>Recomendaciones de la literatura para Interpretar las evidencias</i>	54
2.3	INFLUENCIA DE LA PRESENCIA DE UNA DEFLEXIÓN INICIAL (DOBLADO) EN UN ÁRBOL HIPERESTÁTICO DE UNA BOMBA CENTRÍFUGA VERTICAL SUMERGIBLE DE TRES APOYOS Y DE GRAN LONGITUD.....	55
2.3.1	<i>Situación Objeto de Estudio. Esquema de Análisis</i>	55
2.3.2	<i>Método de los Parámetros de Origen para el cálculo de los desplazamientos. Método de la Viga Equivalente</i>	57
2.4	APLICACIÓN DEL MÉTODO DE LA VIGA EQUIVALENTE Y DEL MÉTODO DE LOS PARÁMETROS DE ORIGEN EN LA DETERMINACIÓN DE LAS FUERZAS INTERNAS EN UN ÁRBOL HIPERESTÁTICO DE UNA BOMBA CENTRÍFUGA VERTICAL SUMERGIBLE QUE POSEE UNA DEFLEXIÓN INICIAL (JROBA) DE MAGNITUD y_B	68
2.4.1	<i>Esquema de Análisis del árbol de la bomba objeto de estudio</i>	68
2.4.2	<i>Evaluación da la influencia de la joroba inicial y_B y del tramo rigidizado central</i>	74
2.5	CONCLUSIONES PARCIALES DEL CAPÍTULO II.	77

CAPÍTULO III DESARROLLO DE MÉTODO DE CÁLCULO DE LOS ÁRBOLES HIPERESTÁTICOS DE LAS BOMBAS CENTRÍFUGAS VERTICALES, CONSIDERANDO LA

ELASTICIDAD LINEAL Y ANGULAR DE LOS APOYOS Y LA RIGIDEZ DE LOS TRAMOS ENTRE APOYOS.....	78
3.1 ESQUEMA DE ANÁLISIS DE LOS ÁRBOLES CONSIDERANDO LA ELASTICIDAD ANGULAR DE LOS COJINETES DE RODAMIENTOS.	78
3.2 CÁLCULO DEL ÁRBOL HIPERESTÁTICO DE LA BOMBA VERTICAL CON UN EMPOTRAMIENTO PARCIALMENTE ELÁSTICO EN LA POSICIÓN DE LA CAJA DE BOLAS RADIAL DE SIMPLE HILERA SUPERIOR Y APOYOS LINEALMENTE ELÁSTICOS EN LA POSICIÓN DE LOS COJINETES DE DESLIZAMIENTO.	81
3.2.1 <i>Esquema de Análisis para el árbol hiperestático de la bomba vertical con apoyos elásticos..</i> 81	
3.2.2 <i>Esquema de Análisis para el árbol hiperestático de la bomba vertical considerando el empotramiento rígido. Sistema Equivalente.</i>	83
3.2.3 <i>Ecuaciones Canónicas del Método de las Fuerzas. Solución.</i>	84
3.2.3.1 Calculando $C_{coj.}$ para la variante inicial de diseño de la Bomba Vertical Sumergible.....	87
3.2.3.2 Calculando la fuerza radial que ejerce el impelente (P_R), por Cherkasski.....	88
3.3 PLANTEAMIENTO DE CUATRO TIPOS DE CASOS PARA VER COMO SE COMPORTAN LAS REACCIONES EN LOS TRES APOYOS DEL ÁRBOL DE LA BOMBA CENTRÍFUGA VERTICAL P-52-166.	89
3.3.1 <i>Diagrama de cortante y momento flector para el caso I:</i>	94
3.3.2 <i>Diagrama Resultante para el caso I:</i>	94
3.3.3 <i>Diagrama de cortante y momento flector para el caso II:</i>	101
3.3.4 <i>Diagrama resultante para el caso II:</i>	102
3.3.5 <i>Diagrama de cortante y momento flector para el caso III:</i>	107
3.3.6 <i>Diagrama resultante para el caso III:</i>	108
3.3.7 <i>Diagrama de cortante y momento flector para el caso III:</i>	113
3.3.8 <i>Diagrama resultante para el caso IV:</i>	114
3.4 CÁLCULO DEL FACTOR DE SEGURIDAD A LA FATIGA PARA EL ÁRBOL ORIGINAL.....	114
3.4.1 <i>Cálculo del factor de seguridad a la flexión.</i>	114
3.4.2 <i>Cálculo del factor de seguridad a la torsión</i>	116
3.4.3 <i>Cálculo del factor de seguridad resultante a la fatiga</i>	117
3.5 CÁLCULO DEL FACTOR DE SEGURIDAD A LA FATIGA PARA EL ÁRBOL MODIFICADO.....	117
3.5.1 <i>Cálculo del factor de seguridad a la flexión.</i>	117
3.5.2 <i>Cálculo del factor de seguridad a la torsión</i>	120
3.5.3 <i>Cálculo del factor de seguridad resultante a la fatiga</i>	120
3.6 EVALUACIÓN DE LA RESISTENCIA CONSIDERANDO QUE LA CAJA DE BOLAS SUPERIOR ES UNA CAJA DE BOLAS DE DOBLE HILERA AUTOALINEANTE.	120
3.6.1 <i>Efecto desfavorable del empleo de una caja de bolas rígida en el cojinete superior.</i>	120
3.7 CONSTRUCCIÓN DE LOS DIAGRAMAS DE FUERZAS DE CORTANTE Y MOMENTOS FLECTORES PARA LA NUEVA CONDICIÓN.	121
3.7.1 <i>Caso I.</i>	121
3.7.2 <i>Caso II:</i>	126
3.7.3 <i>Caso III:</i>	130
3.7.4 <i>Caso IV:</i>	134
3.7.5 <i>Análisis de los Resultados.</i>	137
3.8 CÁLCULOS DE LOS COJINETES DE MATERIAL PLÁSTICO FEROFORM.....	138
3.8.1 <i>Dimensionando del cojinete.</i>	138
3.8.2 <i>Ensanchamiento del cojinete.</i>	138
3.8.3 <i>Expansión Térmica.</i>	139
3.8.4 <i>Ranuras de lubricación.</i>	139
3.8.4.1 <i>Calculo de los diámetros exterior máximo y mínimo del cojinete.</i>	139
3.8.5 <i>Relación longitud diámetro (L/D)</i>	140
3.8.5.1 <i>Configuración y dimensiones de la ranura con lubricación por agua.</i>	140
3.9 CONCLUSIONES PARCIALES DEL CAPÍTULO III.....	142
CONCLUSIONES.....	145
RECOMENDACIONES	148
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	150
ANEXOS	152

LISTA DE FIGURAS

FIG. 1.1 ESQUEMA DE UNA BOMBA CENTRÍFUGA CON SUS PARTES ESENCIALES.....	7
FIG. 1.2 A) CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LOS DISTINTOS TIPOS DE BOMBAS (VOLUMÉTRICA, PERISTÁLTICA, CENTRÍFUGA. B) RELACIÓN ENTRE LAS CURVAS DE LA BOMBA Y LA CURVA DEL SISTEMA O RED.....	11
FIG. 1.3 TIPOS DE IMPULSORES.....	16
FIG. 1.4 IMPULSOR DE UNA BOMBA DE TORBELLINO CON ÁLABES RADIALES A AMBOS LADOS DEL DISCO....	17
FIG. 1.5 BOMBA CENTRÍFUGA VERTICAL SIMILAR A LA BOMBA VERTICAL AXP (P-52-166).....	19
FIG. 1.6 VISTA DE UNA BOMBA VERTICAL SUMERGIDA.....	21
FIG. 1.7 DISTRIBUCIÓN DE LAS PRESIONES AXIALES POR LAS SUPERFICIES EXTERIORES DE LA RUEDA DE UNA MÁQUINA CENTRÍFUGA.....	25
FIG. 1.8 RUEDA DE UNA MÁQUINA CON DOBLE ENTRADA.....	29
FIG. 1.9 MÁQUINA MULTITAPA CON ENTRADA BILATERAL SIMÉTRICA.....	29
FIG. 1.10 EQUILIBRADO DE LA FUERZA AXIAL CON AYUDA DE ORIFICIOS EN EL DISCO PRINCIPAL DE LA RUEDA DE TRABAJO.....	31
FIG. 1.11 EQUILIBRADO DE LA FUERZA AXIAL CON AYUDA DEL DISCO DE DESCARGA.....	31
FIG. 1.12 DIFERENTES TIPOS DE COJINETES.....	36
FIG. 2.1 IMPELENTE DE UNA BOMBA CENTRÍFUGA MONTADO EXCÉNTRICAMENTE EN UNA BOMBA DE VOLUTA.	45
FIG. 2.2 ARMONÍA ALREDEDOR DEL CANAL DE LA VOLUTA.....	45
FIG. 2.3 ESTADO DE LAS PRESIONES ALREDEDOR DE LA VOLUTA CON VÁLVULA CERRADA.....	46
FIG. 2.4 COMPORTAMIENTO DE LA BOMBA CON DESCARGA CERRADA.....	47
FIG. 2.5 PUNTOS DONDE PUEDEN APARECER HUELLAS DE FRICCIÓN Y DESGASTE CON LA BOMBA OPERANDO CON LA VÁLVULA CERRADA.....	48
FIG. 2.6 A) DIRECCIÓN Y POSICIÓN DONDE PUEDE APARECER MARCAS EN LAS PARTES ESTACIONARIAS DE LA BOMBA CON VÁLVULA CERRADA. B) ZONA DE LOS BUJES DONDE APARECEN LAS MARCAS.....	49
FIG. 2.7 SITUACIÓN ALREDEDOR DEL IMPELENTE CON LA BOMBA OPERANDO MUCHO FLUJO.....	49
FIG. 2.8 COMPORTAMIENTO DE UN ÁRBOL DOBLADO CUANDO SE GIRA 1800.....	51
FIG. 2.9 COMPORTAMIENTO DE UN ÁRBOL DEFLECTADO CUANDO SE GIRA 180.....	52
FIG. 2.10 ESQUEMA DEL ÁRBOL.....	56
FIG. 2.11 VIGA HIPERESTÁTICA DE EJEMPLO.....	58
FIG. 2.12 MÉTODO DE LAS SECCIONES PARA EL TRAMO CD.....	58
FIG. 2.13 MÉTODO DE LAS SECCIONES PARA EL TRAMO ABC.....	59
FIG. 2.14 DIAGRAMAS DE FUERZAS DE CORTANTE Y MOMENTOS FLECTORES DE LA VIGA.....	61
FIG. 2.15 VIGA ISOSTÁTICA DE RIGIDEZ VARIABLE Y FUERZAS INTERNAS EN LAS TRANSICIONES ENTRE LOS DIFERENTES TRAMOS DE RIGIDEZ VARIABLE PARA SU REDUCCIÓN A UNA VIGA EQUIVALENTE.....	62
FIG. 2.16 VIGA HIPERESTÁTICA DE SECCIÓN VARIABLE.....	64
FIG. 2.17 REDUCCIÓN A UNA VIGA EQUIVALENTE.....	64
FIG. 2.18 VIGA EQUIVALENTE OBTENIDA.....	66
FIG. 2.19 REACCIONES Y DIAGRAMAS DE FUERZAS DE CORTANTE Y MOMENTOS FLECTORES DE LA VIGA.....	67
FIG. 2.20 ESQUEMA DE ANÁLISIS DEL ÁRBOL.....	68
FIG. 2.21 DIVISIÓN EN TRAMOS DEL ÁRBOL PARA REDUCIRLO A UNO DE SECCIÓN CONSTANTE.....	69
FIG. 2.22 DIVISIÓN EN TRAMOS DEL ÁRBOL PARA REDUCIRLO A UNO DE SECCIÓN CONSTANTE.....	70
FIG. 2.23 SUMATORIA DE LAS CARGAS ENTRE TRAMOS.....	70
FIG. 2.24 ÁRBOL EQUIVALENTE DE SECCIÓN CONSTANTE.....	70
FIG. 2.25 ESQUEMA DEL ÁRBOL ORIGINAL.....	74
FIG. 2.26 COMPORTAMIENTO DE LAS REACCIONES Y DE LA FLECHA, PARA EL ÁRBOL ORIGINAL.....	75
FIG. 2.27 ESQUEMA DEL ÁRBOL MODIFICADO.....	76
FIG. 2.28 COMPORTAMIENTO DE LAS REACCIONES Y DE LA FLECHA, PARA EL ÁRBOL MODIFICADO CON RIGIDEZ CONSTANTE.....	76
FIG. 3.1 ESQUEMAS DE ANÁLISIS CLÁSICOS.....	79
FIG. 3.2 ESQUEMA DE ANÁLISIS DE LOS APOYOS ARTICULADOS ELÁSTICOS.....	79
FIG. 3.3 EMPOTRAMIENTOS ELÁSTICOS.....	81
FIG. 3.4 ESQUEMA DE ANÁLISIS A EMPLEAR EN EL ÁRBOL.....	82
FIG. 3.5 ESQUEMA DE ANÁLISIS DEL ÁRBOL CON EMPOTRAMIENTO RÍGIDO.....	83
FIG. 3.6 SISTEMA EQUIVALENTE.....	83
FIG. 3.7 GRÁFICOS UNITARIOS DE LAS INCÓGNITAS X1 Y X2 Y DE LA CARGA RADIAL PR.....	85

FIG. 3.8 ESQUEMA DEL COJINETE DEL ÁRBOL	87
FIG. 3.9 GRÁFICA DEL CASO I	90
FIG. 3.10 DIAGRAMA DE CORTANTE Y MOMENTO FLECTOR	94
FIG. 3.11 DIAGRAMA RESULTANTE	95
FIG. 3.12 GRAFICA DEL CASO II	96
FIG. 3.13 DIAGRAMA DE CORTANTE Y MOMENTO FLECTOR	101
FIG. 3.14 DIAGRAMA RESULTANTE	102
FIG. 3.15 GRAFICA DEL CASO III	103
FIG. 3.16 DIAGRAMA DE CORTANTE Y MOMENTO FLECTOR	107
FIG. 3.17 DIAGRAMA RESULTANTE	108
FIG. 3.18 GRAFICA DEL CASO IV	109
FIG. 3.19 DIAGRAMA DE CORTANTE Y MOMENTO FLECTOR	113
FIG. 3.20 DIAGRAMA RESULTANTE	114
FIG. 3.21 REACCIONES EN LOS APOYOS DEL ÁRBOL EN LA NUEVA CONDICIÓN.	122
FIG. 3.22 ESQUEMA DEL ÁRBOL CON DOS APOYOS ELÁSTICOS.....	122
FIG. 3.23 SISTEMA EQUIVALENTE	122
FIG. 3.24 REACCIONES A_y Y C_y	123
FIG. 3.25 DIAGRAMA DE FUERZAS DE CORTANTE Y MOMENTOS FLECTORES PARA EL CASO I REACCIONES A_y Y C_y	125
FIG. 3.26 DIAGRAMAS RESULTANTES PARA EL CASO I DIAGRAMA DE FUERZAS DE CORTANTE Y MOMENTOS FLECTORES PARA EL CASO I REACCIONES A_y Y C_y	125
FIG. 3.27 DIAGRAMA DE FUERZAS DE CORTANTE Y MOMENTOS FLECTORES PARA EL CASO II	128
FIG. 3.28 DIAGRAMAS RESULTANTES PARA EL CASO II	129
FIG. 3.29 DIAGRAMA DE FUERZAS DE CORTANTE Y MOMENTOS FLECTORES PARA EL CASO III	132
FIG. 3.30 DIAGRAMAS RESULTANTES PARA EL CASO III	133
FIG. 3.31 DIAGRAMA DE FUERZAS DE CORTANTE Y MOMENTOS FLECTORES PARA EL CASO IV.	136
FIG. 3.32 DIAGRAMAS RESULTANTES PARA EL CASO IV.	137
FIG. 3.33 ESQUEMA DEL COJINETE.....	141

LISTA DE TABLAS

TABLA 1-1 DATOS TÉCNICOS DEL MATERIAL	39
TABLA 2-1 PRESIÓN, LA VELOCIDAD Y EL ÁREA EN LOS DIFERENTES PUNTOS ALREDEDOR DE LA VOLUTA..	46
TABLA 2-2 REACCIONES EN LOS APOYOS ORIGINADAS POR UNA JOROBA INICIAL CON EL TRAMO CENTRAL ENTRE COJINETES RIGIDIZADO.	75
TABLA 2-3 REACCIONES EN LOS APOYOS ORIGINADAS POR UNA JOROBA INICIAL PARA EL ÁRBOL DE RIGIDEZ UNIFORME.	76
TABLA 3-1 DIMENSIONES DE LAS RANURAS DE LUBRICACIÓN.....	140

Introducción

INTRODUCCIÓN

En la Refinería de Petróleo “Camilo Cienfuegos” se emplean en las distintas áreas del proceso industrial bombas centrífugas del tipo verticales. Las bombas con eje de giro en posición vertical tienen como regla el motor a un nivel superior a la bomba, por lo que es posible, al contrario que en las horizontales, que la bomba trabaje rodeada por el líquido a bombear, estando, sin embargo, el motor por encima de éste. El árbol, del que van provistas estas bombas, va guiado normalmente por cojinetes de deslizamiento separados a intervalos regulares (de 1,5 a 3 metros) y lubricados por aceite, grasa, o el mismo líquido bombeado; en este último caso, el árbol se puede disponer en el interior de la tubería de impulsión vertical de la cual el fluido se desvía horizontalmente mediante un codo adecuado o paralelo a ella pero siempre protegido en el interior de un cuerpo metálico. Las fuerzas axiales sobre el impelente y el propio peso del árbol y del impelente se descargan en un cojinete radial de bolas rígido colocado en la posición superior, o sea desde el punto de vista de las fuerzas radiales que actúan sobre el mismo el árbol es hiperestático, lo que lo hace muy sensible a las deformaciones iniciales del mismo que provocan tensiones de montaje. En los casos de lubricación por grasa o aceite, el árbol va dentro de un tubo portador de los cojinetes, siendo este conjunto, a su vez, exterior o interior a la tubería de impulsión, siendo en ambos casos innecesaria la empaquetadura, lo que constituye también una circunstancia muy favorable, dados los inconvenientes que éstas llevan a veces consigo. Las bombas verticales tienen la ventaja de ocupar un espacio horizontal mínimo, sólo el necesario para acomodar el motor vertical y la impulsión, siendo incluso ésta a veces subterránea. Las ventajas hidráulicas son evidentes al desaparecer todos los problemas de aspiración que constituyen el principal inconveniente en el funcionamiento de las bombas centrífugas. Desde un punto de vista mecánico, esta disposición presenta grandes inconvenientes con respecto a la horizontal. Las bombas son inicialmente más caras y su costo de

mantenimiento mucho más elevado, ya que cualquier reparación exige el desmontaje de la bomba para izarla a la superficie. El inconveniente constructivo fundamental es su árbol muy largo, lo que introduce dificultades en la fabricación y manipulación, existiendo un alto riesgo de deformación (doblado) previo a su montaje. La deformación inicial (doblado), como se expresó, someten a los cojinetes a un trabajo duro sobre todo, si están lubricados por agua o líquidos sin grandes propiedades lubricantes, lo que hace que su vida sea corta e impredecible. Estas particularidades de las bombas verticales son precisamente las causas de algunos de los problemas que presentan diversas bombas verticales en la Refinería de Petróleo “Camilo Cienfuegos”, pues se han operado bombas con los árboles doblados, lo que se ha manifestado en una vida muy reducida de los cojinetes de deslizamiento. Las bombas verticales poseen como regla el tramo entre los dos cojinetes de deslizamiento de un mayor diámetro (zona rigidizada) con relación al resto del árbol, lo cual se desconoce realmente su influencia en las reacciones en los cojinetes y ha representado un inconveniente adicional durante las reparaciones de estas bombas en la Refinería de Petróleo “Camilo Cienfuegos”. En el Sector Energético de la Refinería se presentaba, por ejemplo, la situación de que la Bomba Vertical AXP (P - 52- 166) estuvo fuera de servicio durante tres años, la misma se emplea para bombear solución salina del tanque D-52-163 a la bahía y al estar fuera de servicio provocaba que se inundara todo el patio del Área de Tratamiento de Agua y se estancaba en dicho lugar provocando una situación insegura de insalubridad ya que el lodo de calcio y magnesio se regaba por todo el área. Esta bomba fue reparada por un colectivo de técnicos y obreros del Taller Central de la Refinería, durante la reparación se eliminó la parte rigidizada del tramo del árbol entre cojinetes, los cálculos del árbol se realizaron por una metodología muy simplificada sin considerar la condición de árbol hiperestático y sin considerar la influencia que tendría en la resistencia del árbol el empleo de un novedoso material plástico autolubricado idóneo para cojinetes con deficiente suministro de lubricante pero del cual se conoce realmente poco. La reparación fue exitosa pero dejó un número grande de interrogantes a resolver por

métodos científicos. Situaciones similares a la descrita se presentan en otras Bombas Verticales de la Planta de Tratamiento de Residuales.

Uno de estos problemas, además de la influencia de la hiperestaticidad del árbol, que no fue considerada durante los cálculos, es esclarecer que influencia tendrá la parte rigidizada eliminada en las reacciones en los cojinetes y en los momentos flectores, otro problema es que influencia tendrá el hecho de que los cojinetes de deslizamiento se fabriquen de un material plástico mucho mas elástico que el bronce. Otro problema a esclarecer es precisamente que influencia tienen estos dos aspectos, rigidez del árbol y elasticidad de los cojinetes, en las reacciones de apoyo y en los momentos flectores que surgen en el árbol cuando la bomba opera con el árbol deflectado inicialmente (doblado) y esclarecer hasta qué punto puede permitirse una deformación inicial de cierta magnitud.

Para enfrentar la solución hay que decir en primer lugar que los soportes de los árboles de las máquinas históricamente se han idealizado a través de tres esquemas de análisis típicos: el apoyo articulado móvil, el apoyo articulado fijo y el apoyo empotrado, sin embargo, estos esquemas idealizados se alejan en cierta medida de la realidad. Los apoyos articulados provocan en los mismos: fuerzas internas, tensiones, flechas y pendientes mucho mayores que los reales y los apoyos empotrados: fuerzas internas, tensiones, flechas y pendientes mucho menores que las que existen en la realidad. Estas insuficiencias de los esquemas de análisis se han asimilado históricamente a través del controvertido factor de seguridad, encargado de llevar sobre su espalda todas las imprecisiones e incertidumbres de los cálculos. En el presente trabajo se desarrolla una nueva metodología para el cálculo de árboles de bombas centrífugas verticales utilizando un esquema de análisis para el cojinete de rodamiento modelado como un empotramiento parcialmente elástico (Goytisoló, Hidalgo, Nodal, & Noa, 2006; Meizoso, 2008) y en el cual se consideran las cojinetes de deslizamiento como apoyos elásticos y se tomará en cuenta la diferencia de rigideces entre los distintos tramos del árbol. La metodología desarrollada se aplicó en la evaluación

de la resistencia de los árboles de la Bomba Vertical P-52-166 y en la evaluación de la resistencia de los cojinetes plásticos utilizados.

Ante toda esta **Situación Problemática** se formuló la **Hipótesis** que era posible, aplicando los nuevos conceptos sobre elasticidad angular de los cojinetes de rodamientos (Goytisoló et al., 2006; Meizoso, 2008) y considerando además, por primera vez en la práctica, los cojinetes de deslizamiento como apoyos elásticos complementarios (Goytisoló, 2010) y la diferencia de rigidez de los distintos tramos de los árboles, desarrollar un procedimiento general de cálculo más exacto para árboles de bombas centrífugas verticales, considerando los efectos antes mencionados.

El **Objetivo General** del presente trabajo es por lo tanto:

Desarrollar un procedimiento general de cálculo de las reacciones de apoyo y del diagrama de momentos flectores en los árboles hiperestáticos de las bombas centrífugas verticales contemplando la rigidez angular del cojinete de rodamientos, la rigidez lineal de los cojinetes de deslizamiento y la diferencia de rigideces de los diferentes tramos del árbol.

Los **Objetivos Específicos** son:

1. Desarrollar un procedimiento general de cálculo de las reacciones de apoyo y del diagrama de momentos flectores en los árboles hiperestáticos de las bombas centrífugas verticales contemplando la rigidez del árbol y de los apoyos.
2. Aplicar el procedimiento de cálculo desarrollado al árbol de la Bomba Vertical P-52-166, con el objetivo de esclarecer la influencia de la rigidez del árbol en la resistencia y la de la elasticidad de los cojinetes.

3. Evaluar, basando los cálculos en el esquema de análisis más exacto propuesto, la resistencia a la fatiga del árbol de dicha bomba y la resistencia de los cojinetes.

Las **Tareas de Investigación** se pueden sintetizar como sigue:

1. Profundizar en los aspectos constructivos y de funcionamiento de las bombas centrífugas verticales, en particular en los aspectos relacionados con las fuerzas radiales y axiales en los impelentes y en las propiedades del material plástico empleado en los cojinetes.
2. Profundizar en las características específicas constructivas de la bomba P-52-166, en los cambios realizados durante su reparación y en los cálculos realizados.
3. Aplicar el Método de las Fuerzas para resolver las ecuaciones canónicas que se crean al considerar el cojinete de rodamiento como un empotramiento parcialmente elástico, los cojinetes de deslizamiento como apoyos elásticos suplementarios y la rigidez de cada tramo del árbol.
4. Determinar analíticamente la constante de rigidez lineal de los cojinetes de deslizamiento plásticos en función de sus dimensiones, su módulo de elasticidad y las condiciones de carga.
5. Aplicar el Método de los Parámetros de Origen y el Método de la Viga Equivalente para resolver las ecuaciones canónicas que se crean al considerar la influencia de una deformación inicial del árbol en las reacciones que surgen en los apoyos.

Capítulo I Generalidades de las bombas centrífugas y particularidades de las bombas centrífugas verticales.

1.1 Generalidades de las bombas centrífugas.

La característica principal de la bomba centrífuga es la de convertir la energía de una fuente de movimiento primero en velocidad y después en energía de presión. Su papel fundamental consiste en el aporte de energía al líquido bombeado (energía transformada luego en caudal y altura de elevación), según las características constructivas de la bomba misma y en relación con las necesidades específicas de la instalación (Martínez & Jaureguí, 2007).

1.1.1 Principio de funcionamiento de las bombas centrífugas

Las bombas centrífugas mueven un cierto volumen de líquido entre dos niveles y transforman un trabajo mecánico en otro de tipo hidráulico. La energía se comunica al líquido por medio de álabes en movimiento de rotación, a diferencia de las bombas de desplazamiento volumétrico o positivo alternativas de pistones que lo logran a través de un movimiento rectilíneo, o de las bombas de desplazamiento volumétrico rotativas que no lo logran con álabes, sino a través de engranajes, tornillos, lóbulos, levas (Diez, 2000).

Los elementos que forman una instalación con una bomba centrífuga son:

- Una tubería de aspiración, que termina en la brida de aspiración.
- Dentro de una cámara hermética dotada de entrada y salida gira una rueda (rodete), el verdadero corazón de la bomba.

- La voluta es una parte fija que está dispuesta en forma de caracol alrededor del rodete a su salida, aunque existen bombas que no poseen voluta sino difusores.
- Una tubería de descarga conectada con la bomba, el líquido se encanalará fácilmente, llegando fuera de la bomba.

En la Fig. 1.1 se muestra un esquema con las partes esenciales de una bomba centrífuga.

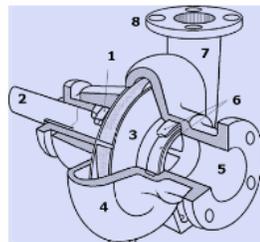


Fig. 1.1 Esquema de una bomba centrífuga con sus partes esenciales.

1. Empaquetaduras. 2. Árbol. 3. Rodete o impelente. 4. Voluta. 5. Brida de succión o de aspiración. 6. Anillos de desgaste. 7. Difusor. 8. Brida de descarga.

Los elementos constructivos de que constan son:

- a) Una tubería de aspiración, que concluye prácticamente en la brida de aspiración.
- b) El impulsor o rodete, formado por una serie de álabes de diversas formas que giran dentro de una carcasa circular. El rodete va unido solidariamente al árbol y es la parte móvil de la bomba. El líquido penetra axialmente por la tubería de aspiración hasta el centro del rodete, que es accionado por un motor, experimentando un cambio de dirección más o menos brusco, pasando a radial, (en las centrífugas), o permaneciendo axial, (en las axiales), adquiriendo una aceleración y absorbiendo un trabajo.

Los álabes del rodete someten a las partículas de líquido a un movimiento de rotación muy rápido, siendo proyectadas hacia el exterior por la fuerza centrífuga,

de forma que abandonan el rodete hacia la voluta a gran velocidad, aumentando su presión en el impulsor según la distancia al eje de giro. La elevación del líquido se produce por la reacción entre éste y el rodete sometido al movimiento de rotación; en la voluta se transforma parte de la energía dinámica adquirida en el rodete, en energía de presión, siendo lanzados los filetes líquidos contra las paredes del cuerpo de bomba y evacuados por la tubería de impulsión. La carcasa está dispuesta en forma de caracol, de tal manera, que la separación entre ella y el rodete es mínima en la parte superior; la separación va aumentando hasta que las partículas líquidas se encuentran frente a la abertura de impulsión; en algunas bombas existe, a la salida del rodete, una directriz de álabes que guían el líquido a la salida del impulsor antes de introducirlo en la voluta.

c) Una tubería de impulsión. La finalidad de la voluta es la de recoger el líquido a gran velocidad, cambiar la dirección de su movimiento y encaminarle hacia la brida de descarga de la bomba. La voluta es también un transformador de energía, ya que disminuye la velocidad (transforma parte de la energía dinámica creada en el rodete en energía de presión), aumentando la presión del líquido a medida que el espacio entre el rodete y la carcasa aumenta. El eje de rotación de una bomba puede ser horizontal o vertical, (rara vez inclinado).

De esta disposición se derivan diferencias estructurales en la construcción de la bomba que a veces son importantes, por lo que también las aplicaciones de los dos tipos de construcción suelen ser, a menudo, distintas y bien definidas (Karassik, Messina, Cooper, & Heald, 2001).

Como se aprecia, el funcionamiento de una bomba centrífuga es muy simple, estas bombas usan el efecto centrífugo para mover el líquido y aumentar su presión. Dentro de una cámara hermética dotada de entrada y salida gira una rueda con paleta: el rodete o impulsor, el cual es el elemento giratorio de la bomba que convierte la energía del motor en energía cinética (la parte estática de la

bomba, o sea la voluta, convierte, en cambio, la energía cinética del líquido en energía de presión). El rodete está, a su vez, fijado al árbol de la bomba mediante chaveta y ensamblado, como regla, directamente al eje de transmisión del motor, acoplado a él por medio de acoplado rígido o rígido de compensación. Cuando entra líquido dentro del cuerpo de la bomba, el rodete (alimentado por el motor) proyecta el fluido a la zona externa del cuerpo-bomba debido a la fuerza centrífuga producida por la velocidad del rodete: el líquido, de ésta manera, almacena una energía (potencial) que se transformará en caudal y altura de elevación (o energía cinética). Este movimiento centrífugo provoca, al mismo tiempo, una depresión capaz de aspirar el fluido que se debe bombear. Conectando después la bomba con la tubería de descarga, el líquido se encañalará fácilmente, llegando fuera de la bomba al lugar deseado producto de la energía de presión que este posee. El funcionamiento de una bomba centrífuga depende en el momento inicial del cebado o modo mediante el cual se asegura la aspiración del mismo líquido: Si la bomba se coloca a un nivel inferior al de la vena de la que se extrae el líquido, éste entra espontáneamente por gravedad en la bomba (de esta manera se obtiene una instalación bajo nivel). Mientras que si la bomba se coloca sobre el surgente del cual se desea bombear, el líquido será necesario aspirarlo: la bomba, así como la tubería de aspiración, tendrá que cebarse previamente, o sea, llenarlas de líquido.

El sistema centrífugo presenta infinidad de ventajas con respecto a los otros tipos de bombeo: aseguran un tamaño reducido, un servicio relativamente silencioso y un fácil accionamiento con todos los tipos de motores eléctricos que se encuentran en el mercado. Además presenta una fácil adecuación a todos los problemas del tratamiento de líquidos ya que, por medio de adaptaciones a las determinadas condiciones de uso, es capaz de responder a las exigencias de las instalaciones industriales o de servicios en general.

1.1.2 Curvas características de la bomba centrífuga.

Las prestaciones de una bomba centrífuga se pueden evidenciar gráficamente por medio de las curvas características de la bomba que, normalmente, tienen datos relativos a la altura geodésica total, a la potencia efectiva del motor (BHP), a la eficiencia, al NPSH y a la carga, con en relación con la capacidad (flujo) de la bomba. Cada bomba centrífuga se caracteriza fundamentalmente por su curva característica, carga contra caudal, pero se puede referencial al caudal otros parámetros de trabajo. Esta representación gráfica, es la mejor manera para conocer qué caudal se puede obtener a una determinada altura de elevación y viceversa (Diez, 2000; "Teoría de las Bombas," 2004).

La curva de prestaciones de cada bomba cambia en el momento que cambia la velocidad y se explica con las siguientes leyes:

1. La cantidad del líquido bombeado cambia linealmente proporcional con la velocidad.
2. La altura de elevación varía en relación con el cuadrado de la velocidad.
3. La potencia consumida varía en relación con el cubo de la velocidad.

La descarga de una bomba centrífuga con velocidad constante puede variar desde cero caudal (todo cerrado o válvula cerrada), hasta un máximo que depende del proyecto y de las condiciones de trabajo. La potencia absorbida por la bomba se localiza en el punto donde la curva del sistema (red) se encuentra con la curva de la bomba, y se denomina punto de trabajo. Existen distintas maneras para determinar la potencia de los motores de alimentación de la bomba:

- Se puede elegir el motor adecuado a la velocidad de accionamiento o al margen de funcionamiento (el mejor método y el menos costoso cuando las condiciones de trabajo de la bomba no cambian tanto).

- Se puede elegir la potencia al final de la curva (la solución más frecuente que garantiza una potencia adecuada en casi todas las condiciones de ejercicio).
- Se puede elegir la potencia que corresponde al punto de trabajo sumando el 10% (sistema usado generalmente sólo en las refinerías o en otras aplicaciones donde no hay variaciones en las características de la instalación).
- Usando las curvas, todas las condiciones operativas pueden ser consideradas (el mejor método donde están presentes efectos sifones, grandes variaciones en altura geodésica, largas tuberías para llenar, etc.)

Las curvas referidas a los distintos tipos de bombas tienen características muy diferentes. Una regla general para comprender las fuerzas desarrolladas por una bomba centrífuga es la siguiente: una bomba no crea presión, sino que aporta sólo caudal. La presión es nada más que la medida de la resistencia del caudal (ver Fig. 1.2).

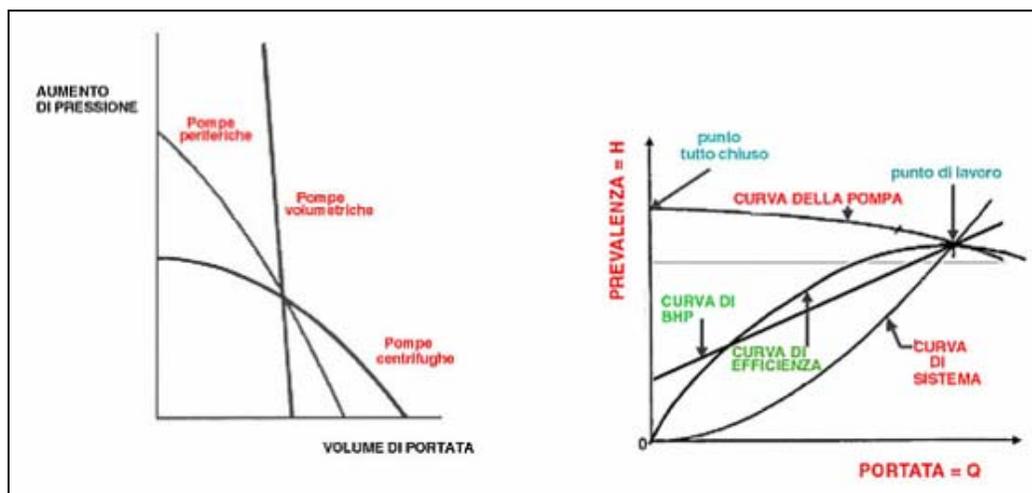


Fig. 1.2 a) Curvas Características de los distintos tipos de bombas (volumétrica, peristáltica, centrífuga. b) Relación entre las curvas de la bomba y la curva del sistema o red.

1.1.3 Clasificación de bombas

Existe una diversidad de clasificaciones de las bombas que ocasionalmente puede causar confusión al intentar ubicarlas dentro de un cierto tipo, clave u otra distinción.

En la variedad de bombas centrífugas se encuentran los siguientes tipos:

- Radiales, axiales y diagonales.
- De impulsor abierto, semiabierto y cerrado.
- Horizontales y verticales.

Para los propósitos de este trabajo la más adecuada es la proporcionada por el instituto de Hidráulica de los E.E.U.U ("Bombas Centrífugas," 2003).

Esta clasificación toma en cuenta la forma cómo el fluido se desplaza dentro de los elementos de la bomba, así para aquellos en los que el fluido se desplaza a presión dentro de una carcasa cerrada, como resultados del movimiento suavizada de un pistón o embolo, se le denomina "bombas de desplazamiento positivo", mientras que las bombas en las cuales el fluido es desplazado por el movimiento circular de uno o varios impulsores provistos de alabes, se les denomina "Bombas Centrífugas" y es en el presente trabajo a estas últimas a las que se hará referencia. La clasificación anterior parece ser la más adecuada sin embargo, puede ser útil conocer, dentro de esta clasificación, algunas características o situaciones que ayudarán a seleccionar la bomba más adecuada. Así por ejemplo éstas pueden ser clasificadas de la siguiente manera: según el sistema donde funcionarán o la forma física de ella. Para la primera clasificación que es conocer el sistema donde la bomba tendrá su funcionamiento. Consiste en saber si la bomba succionara del recipiente y con alturas variables o si la bomba se instalará en un sumidero o en una fosa. Así mismo en necesario el líquido que

la bomba manejará: si con volátiles, viscosos, calientes o pastas aguadas, que así se manejará el concepto de densidad y partículas que la bomba pueda impulsar.

Respecto a la forma física de la bomba se debe tener en cuenta que existen bombas de eje horizontal o vertical, ambas de empujes centros o de desplazamiento positivo, baja o alta velocidad, también la especificación de los materiales deben ser compatibles con los líquidos que se bombearán.

Una práctica común es definir la capacidad de una bomba con el número adimensional llamado velocidad específica, que se describe posteriormente que es función del número de revoluciones a las que giren sus participantes rotatorias, de la siguiente forma pueden ser de alta o baja velocidad.

1.1.4 Ventajas principales de las bombas centrífugas.

Las bombas centrífugas, debido a sus características, se aplican en la industria mucho más que las de émbolo o de pistones. Las razones de estas preferencias son las siguientes ("Usos y Aplicaciones de las Bombas Centrífugas," 2005):

- Son aparatos giratorios.
- No tienen órganos articulados y los mecanismos de acoplamiento son muy sencillos.
- La impulsión eléctrica del motor que la mueve es bastante sencilla.
- Para una operación definida, el gasto es constante y no se requiere dispositivo regulador.
- Se adaptan con facilidad a muchas circunstancias.

Aparte de las ventajas ya enumeradas, se unen las siguientes ventajas económicas:

- El precio de una bomba centrífuga es aproximadamente $\frac{1}{4}$ del precio de la bomba de émbolo equivalente.
- El espacio requerido es aproximadamente $\frac{1}{8}$ del de la bomba de émbolo equivalente.
- El peso es muy pequeño y por lo tanto las cimentaciones también lo son.
- El mantenimiento de una bomba centrífuga sólo se reduce a renovar el aceite de las chumaceras, las empaquetaduras de los prensa-estopas y el número de elementos a cambiar es muy pequeño.

Otros autores ("Usos y Aplicaciones de las Bombas Centrífugas," 2005) señalan las siguientes ventajas generales:

- Caudal constante.
- Presión uniforme.
- Son más económicas que las bombas de émbolo equivalente. Las bombas centrífugas son muy versátiles en sus capacidades y presiones.
- Sencillez de construcción.
- Tamaño reducido.
- Bajo mantenimiento.
- Flexibilidad de regulación.
- Vida útil prolongada.
- No tienen movimientos alternativos.

1.1.5 Campos fundamentales de aplicaciones de las bombas centrífugas.

Las bombas centrífugas son las bombas que más se aplican en diversas industrias, en las que destacan:

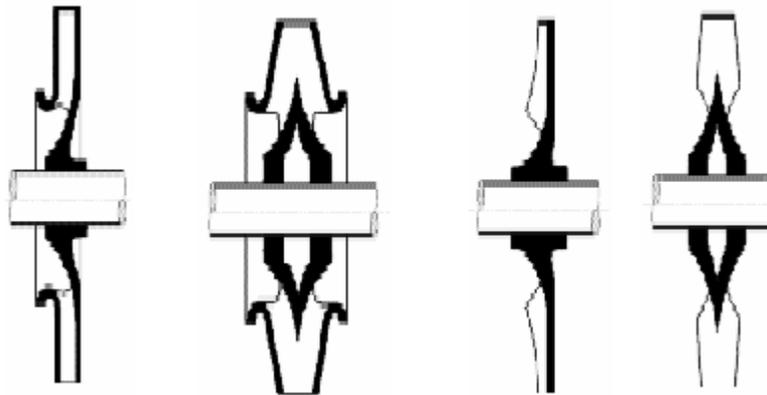
1. Industria alimenticia: Saborizantes, aceites, grasas, pasta de tomate, cremas, vegetales trozados, mermeladas, mayonesa, chocolate, levadura, guarapo, etc.
2. Industria de cosméticos: Cremas y lociones, tintes y alcoholes, aceites, etc.
3. Industria farmacéutica: Pastas, jarabes, extractos, emulsiones. Bebidas: leche, cerveza, aguardientes, concentrados de fruta, jugos, etc.
4. Industria química en general: Solventes, combustibles y lubricantes, jabones, detergentes, pinturas, gases licuados, etc.

1.1.6 Clasificación de los impelentes de las bombas centrífugas.

Teniendo en cuenta su diseño mecánico o estructural, se pueden distinguir en forma general tres tipos de impulsores o impelentes:

- a) De álabes aislados (abiertos)
- b) Con una pared o disco lateral de apoyo (semiabiertos)
- c) Con ambas paredes laterales (cerrados).

Existe otra clasificación, hasta cierto punto independiente de la más general, que se refiere al tipo de diseño hidráulico, por lo que según esta clasificación puede haber impulsores centrífugos y de flujo mixto, abierto, semiabierto o cerrado (ver Fig. 1.3).



Cerrado de doble aspiración Semiabierto Abierto

Fig. 1.3 Tipos de impulsores.

Los impulsores abiertos requieren un ajuste vertical más cuidadoso durante el montaje. El conjunto de difusores de la bomba y la tubería de impulsión, cuelgan del cabezal sobre el que va montado el motor. Los difusores tienen a veces un recubrimiento de un esmalte especial para minimizar las pérdidas hidráulicas y así mejorar el rendimiento.

Los impulsores axiales, por su misma estructura, sólo pueden ser semiabiertos o cerrados, ya que sus álabes se pueden considerar como apoyados lateralmente en el eje de rotación, que hace las veces de cubo del impulsor, como si fuese la pared posterior de los radiales y diagonales.

Impulsores semiabiertos. Los impulsores con una sola pared lateral, que siempre es la posterior, se emplean con cierta frecuencia, destacando las bombas de flujo mixto y todas las axiales. Al igual que en los abiertos, su buen rendimiento está basado en una tolerancia lateral muy estrecha, del orden de 0,3 mm, que evita fugas de la periferia al centro y en los canales del impulsor entre sí. Estas fugas son tanto mayores cuanto menos viscoso es el líquido por lo que con líquidos algo viscosos el caudal y la altura pueden aumentar, a pesar de las mayores pérdidas

por rozamiento, lo que les hace más apropiados que los abiertos para trabajar con líquidos a altas temperaturas.

Cuando el juego lateral se hace grande por el desgaste, hay que cambiar el impulsor. El desgaste del impulsor es proporcional a la velocidad relativa del líquido y no es radialmente uniforme, sino algo mayor en la periferia. Para el servicio con líquidos abrasivos algunas veces se disponen placas laterales de desgaste de fácil intercambio, construidas con materiales especiales como el acero inoxidable que tiene mayor dureza, que no resulta costoso, ya que el cuerpo de la bomba sigue siendo de fundición.

La escasa tolerancia lateral del impulsor hace que una posible desviación del eje pueda tener graves consecuencias, al igual que las dilataciones o contracciones anormales, que en esta situación tienen mucha mayor importancia que en los impulsores cerrados.

El empuje axial en los impulsores abiertos es mayor que en los cerrados, pues la parte anterior está sometida a una presión media menor; para limitar este defecto se les provee de álabes posteriores que disminuyen en gran manera la presión media en la cara posterior.

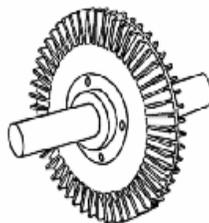


Fig. 1.4 Impulsor de una bomba de torbellino con álabes radiales a ambos lados del disco.

También sirven para evitar que el líquido quede estancado cerca del eje y empaquetaduras, ya que si aquel fuese abrasivo podría resultar muy perjudicial.

El flujo a través de los agujeros de equilibrio en los impulsores abiertos provistos de álabes posteriores es, a menudo, de sentido contrario al normal en los cerrados, es decir, el líquido entra en ellos del lado de la aspiración.

Las ventajas del impulsor abierto sobre el cerrado son:

- La menor tendencia a obstruirse que le hace adecuado para líquidos sucios
- El menor roce hidráulico del disco, al tener sólo una pared girando, de lo que se deduce un buen rendimiento
- Una mayor accesibilidad de los álabes para el mecanizado, lo que permite conseguir mejores acabados
- Una mayor facilidad de construcción, con modelos más sencillos, por lo que se puede utilizar una mayor variedad de materiales constructivos con un coste menor de fabricación.

Aunque al principio los impulsores se hacían abiertos, de doble aspiración, hoy en día han caído en desuso por dificultades de ajuste y sólo se fabrican los de aspiración simple.

1.2 Particularidades de las bombas centrífugas verticales.

1.2.1 Clasificación general de las bombas verticales.

Las bombas con eje de giro en posición vertical tienen, casi siempre, el motor a un nivel superior al de la bomba, por lo que es posible, al contrario que en las horizontales, que la bomba trabaje rodeada por el líquido a bombear, estando, sin embargo, el motor por encima de éste. Las bombas verticales pueden ser de funcionamiento en seco o sumergible. En la Fig. 1.5 se muestra una bomba con

eje vertical similar a la Bomba Vertical AXP (P - 52- 166) que será objeto de particular estudio del presente trabajo. Desde un punto de vista mecánico, esta disposición presenta grandes inconvenientes con respecto a la horizontal. Las bombas son inicialmente más caras y su mantenimiento mucho más elevados, ya que cualquier reparación exige el desmontaje de la bomba para izarla a la superficie ("Bombas Centrífugas Verticales," 2007).

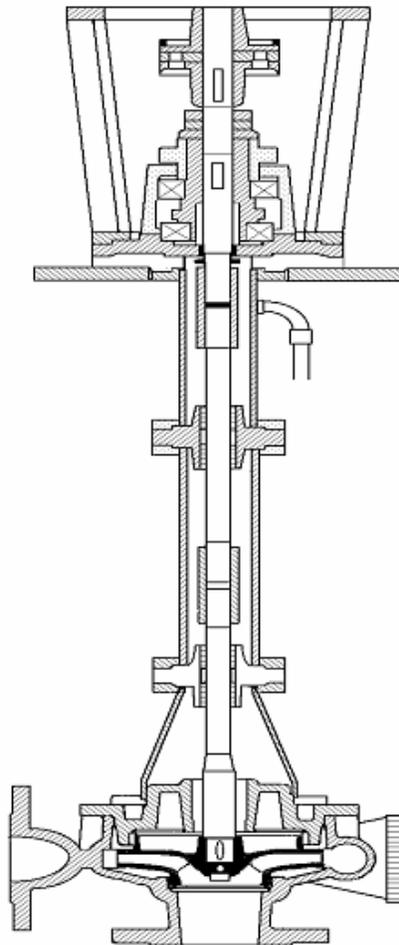


Fig. 1.5 Bomba centrífuga vertical similar a la Bomba Vertical AXP (P-52-166)

1.2.2 Bombas verticales de funcionamiento en seco.

En las bombas verticales no sumergidas, el motor puede estar inmediatamente sobre la bomba, o muy por encima de ésta. El elevarlo responde a la necesidad de protegerlo de una posible inundación o para hacerlo más accesible si, por ejemplo, la bomba trabaja en un pozo, que es el caso de la Bomba Vertical AXP (P - 52-166) El eje alargado puede ser rígido o flexible por medio de juntas universales (cardanes), lo que simplifica el siempre difícil problema del alineamiento. Se emplean muy a menudo las mismas bombas horizontales modificadas únicamente en sus cojinetes. La aspiración es lateral (horizontal); en las bombas grandes, frecuentemente es por debajo, aunque a veces se transforma en lateral mediante un simple codo. La ventaja de las bombas verticales, es que requieren muy poco espacio horizontal que las hace insustituibles en barcos, pozos, etc.; sin embargo se necesita un espacio vertical superior suficiente para permitir su cómodo montaje y desmontaje. Para bombas de gran caudal, la construcción vertical resulta en general más barata que la horizontal. Las bombas verticales se emplean normalmente en aplicaciones marinas, para aguas sucias, drenajes, irrigación, circulación de condensadores, etc.

1.2.3 Bombas verticales sumergibles

El funcionamiento sumergido de las bombas centrífugas elimina el inconveniente del cebado, por lo que el impulsor se halla continuamente, aún parado, rodeado por el líquido a impulsar y, por lo tanto, la bomba está en disposición de funcionar en cualquier momento. El control de la unidad requiere únicamente la puesta en marcha del motor de accionamiento, sin necesidad de dispositivos adicionales de cebado previo: válvulas, cheques, etc. La aspiración, que es siempre por debajo, se hace a una cierta profundidad con respecto al nivel libre del líquido. Si esta profundidad es menor de lo debido, 2 ó 3 veces el diámetro del orificio de aspiración, se pueden crear en la superficie vórtices o remolinos por cuyo centro

se introduce aire en la bomba, con la consiguiente pérdida de caudal y deficiente funcionamiento.

Las bombas sumergidas tienen la ventaja de ocupar un espacio horizontal mínimo, sólo el necesario para acomodar el motor vertical y la impulsión, siendo incluso ésta a veces subterránea. Las ventajas hidráulicas son evidentes al desaparecer todos los problemas de aspiración que constituyen el principal inconveniente en el funcionamiento de las bombas centrífugas. Los tipos más importantes de bombas verticales sumergidas son, las bombas de turbinas verticales o de pozo profundo, las bombas de hélice y las bombas de voluta sumergidas.

En la Fig. 1.6 se muestra una vista de una bomba vertical sumergida en condiciones de experimentación, colocada en una vasija transparente para poder observar todos los fenómenos de turbulencia o torbellinos que ocurren durante su funcionamiento.



Fig. 1.6 Vista de una bomba vertical sumergida.

1.2.3.1 Bombas centrífugas verticales de foso lleno

Para bombas centrífugas verticales que deban operar sumergidas existe una gran variedad de diseños que son fabricados teniendo en cuenta el tipo de servicio que deben prestar. En este sentido el diseño de cada una de las partes de la bomba

centrífuga deben ser capaces de soportar la carga que implica el servicio que debe prestar la bomba.

Teniendo en cuenta el servicio que debe prestar la bomba centrífuga, ya sea una bomba vertical o una bomba centrífuga horizontal, las bombas centrífugas de foso lleno, podrían responder a la siguiente clasificación ("Bombas Centrífugas de Foso Lleno," 2007):.

1. bombas centrífugas de turbina.
2. bombas centrífugas de hélice o hélice modificada.
3. bombas centrífugas para agua de albañal.
4. bombas centrífugas de voluta.
5. bombas centrífugas de colector.

Existen una gran cantidad de catálogos con la información técnica pertinente. Estos catálogos permiten conocer los diferentes parámetros de la bomba centrífuga para un cálculo acertado del funcionamiento de la misma.

Bombas centrífugas Verticales de turbina. El propósito original de las bombas centrífugas verticales de turbina fue el de bombear agua de pozos por lo que se les había denominado en algunos casos "bombas centrífugas de pozo profundo" y en otros casos "bombas centrífugas de agujero".

Sin embargo, este tipo de bombas centrífugas ha resultado ser sumamente versátil, ya que tiene diversas aplicaciones en una gran cantidad de campos, por lo que los fabricantes decidieron diseñarlas como "bombas centrífugas de turbina".

1.2.3.2 Aplicación de las bombas centrífugas verticales de foso lleno

Como todas las bombas centrífugas, las bombas centrífugas verticales de foso lleno tienen ventajas y desventajas.

Las ventajas de las bombas centrífugas verticales son en su mayor parte hidráulicas y las desventajas de las bombas centrífugas verticales son principalmente mecánicas. Si el impulsor (el del primer paso en bombas centrífugas de varias etapas) se encuentra sumergido no habrá problemas de cebado, y la bomba centrífuga podrá controlarse automáticamente sin temor de que la bomba centrífuga llegue a trabajar en algún momento en seco.

Por otro lado, la NPSH disponible es mayor (excepto en tanques cerrados) y en ocasiones permite una velocidad giratoria más alta para las mismas condiciones de servicio de la bomba. La única ventaja mecánica es de que el motor o impulsor de la bomba centrífuga puede ser colocada a cualquier altura que se desee arriba de cualquier nivel de inundación.

Las desventajas mecánicas son las siguientes:

- Posibilidad de pegarse cuando la bomba centrífuga está inactiva.
- Posibilidad de dañarse con objetos flotantes si la bomba centrífuga está instalada en una zanja abierta o una instalación similar.
- Problemas para sacar y desarmar la bomba centrífuga para inspección y reparación, no importa que tan pequeñas sean.
- El tiempo de vida relativamente corto de los cojinetes de la bomba centrífuga a no ser que el agua y el diseño de los cojinetes sea el ideal para la bomba centrífuga.

La bomba centrífuga vertical de foso lleno es la mejor bomba centrífuga disponible para ciertas aplicaciones, no es la bomba centrífuga ideal pero si es la más económica para otras instalaciones, una mala selección para otras instalaciones e, inclusive, hasta indeseable para otras instalaciones.

La ventaja de las bombas verticales, es que requieren muy poco espacio horizontal que las hace insustituibles en barcos, pozos, etc.; sin embargo se necesita un espacio vertical superior suficiente para permitir su cómodo montaje y desmontaje.

Para bombas de gran caudal, la construcción vertical resulta en general más barata que la horizontal. Las bombas verticales se emplean normalmente en aplicaciones marinas, para aguas sucias, drenajes, irrigación, circulación de condensadores, etc.

1.3 Fuerzas axiales y radiales sobre los impelentes de las bombas centrífugas.

1.3.1 Fuerzas axiales.

Estas fuerzas surgen en las máquinas centrífugas como resultado de las presiones, de igual valor y dirección, que actúan sobre las ruedas de trabajo por los lados delantero (dirigido hacia la admisión) y trasero, además, la fuerza axial surge como resultado de la acción dinámica del flujo que entra entre las ruedas de trabajo. En las grandes máquinas centrífugas multietápicas las fuerzas axiales pueden alcanzar varias decenas de toneladas.

Durante el cálculo de las fuerzas centrífugas que actúan sobre las superficies curvilíneas de la rueda de trabajo se deben examinar las proyecciones de estas superficies sobre un plano perpendicular al eje geométrico de la máquina.

Supongamos que en la cavidad de entrada a la rueda de trabajo la presión es igual a p_1 (ver Fig. 1.7). Si existe la empaquetadura a en el diámetro de entrada de la rueda la presión final p_2 se propaga a través de las holguras a las cavidades b y c delante y detrás de la rueda. La presión axial real p en cualquier punto de

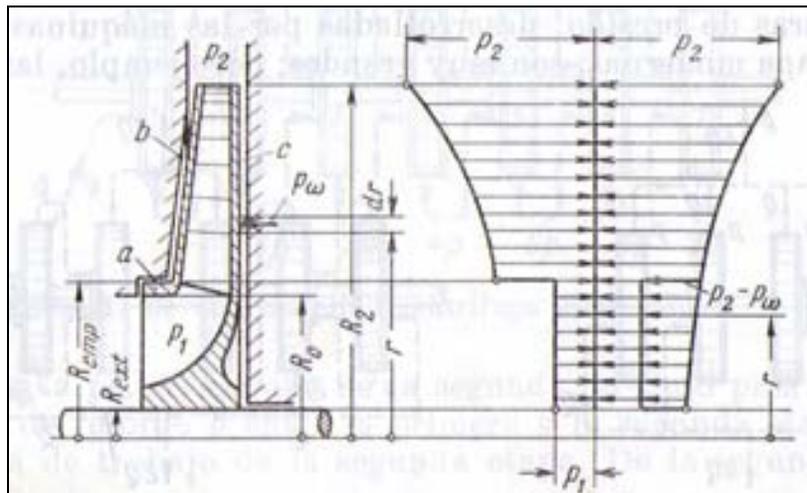


Fig. 1.7 Distribución de las presiones axiales por las superficies exteriores de la rueda de una máquina centrífuga.

La superficie exterior de las rueda, que se encuentra a una distancia arbitraria del centro, es el resultado de la acción de los presiones: P_1 y P_w , creada por la acción de la fuerzas centrífuga del líquido que gira en la cavidad entre la superficie exterior de la rueda y el cuerpo, es decir,

$$P = P_2 * P_w \tag{1.1}$$

Por vía experimental se ha demostrado que en ausencia de gasto a través de las holguras la velocidad angular de la rueda del trabajo. A base de este razonamiento se puede calcular P_w .

Separemos en la cavidad c volumen angular del líquido con una anchura igual a la unidad, y los radios r y $r + d_r$. Al girar este volumen anular con una velocidad

angular $w/2$ en su superficie cilíndrica interior actúa la fuerza centrífuga del líquido.

$$dP_c = \rho * 2\pi r * dr * \frac{w^2}{4} r \quad (1.2)$$

La presión, condicionada por esta fuerza centrífuga, es:

$$dP_w = -\frac{dP_c}{2\pi r l} = -\rho \frac{w^2}{4} r * \quad (1.3)$$

El signo negativo de dP_w indica que bajo la influencia de la fuerza centrífuga del líquido en las secciones cilíndricas de la cavidad (c) (disminuye la presión):

$$P_w = -\int_t^{R_2} \rho \frac{w^2}{4} r dr = -\rho \frac{w^2}{8} (R_2^2 - r^2) \quad (1.4)$$

De la presión (1.1) y (1.3) se desprende que:

$$P = P_2 - P \frac{w^2}{8} (R_2^2 - r^2) \quad (1.5)$$

La empaquetadura hidráulica a la entrada en la rueda en la circunferencia de radio R_2 condiciona el equilibrio de las presiones exteriores sobre las ruedas de trabajo por los lados delantero y trasero. Entre los límites de R_{ext} a E_{emp} las presiones sobre las rueda no están equilibradas, puestos que por el lado posterior, la presión p , distribuida según la ley expresada por la fórmula (1.4). Evidentemente, la fuerza condicionada por estas presiones, que actúan sobre la rueda, es igual a:

$$P_p = \int_{R_{ext}}^{R_{emp}} 2\pi r dr \left[P_2 - \rho \frac{w^2}{8} (R_2^2 - r^2) - \pi (R_{emp}^2 - R_{ext}^2) * P_1 \right] \quad (1.6)$$

La integración y la transformación algebraica llevan a esta última ecuación a la forma:

$$P_p = \pi(R_{emp}^2 - R_{ext}^2) * (P_2 - P_1) - \frac{\pi\rho w^2}{8} (R_{emp}^2 - R_{ext}^2) [R_2^2 - 0.5(R_{emp}^2 + R_{ext}^2)] \quad (1.7)$$

El flujo en la rueda de una máquina centrífuga radial cambia la dirección de movimiento. Al entrar en la dirección axial él abandona la rueda, moviéndose en los planos, perpendiculares al eje de la máquina, gracias a lo cual surge presión dinámica sobre la rueda. La fuerza condicionada por esta presión se puede determinar aplicando la ecuación de la cantidad de movimiento,

$$P_{din} \Delta t = \left(m_s c_o - m_s c_2 \cos \frac{\pi}{2} \right) \Delta t \quad (1.8)$$

Donde $\Delta t = 1$ s. Entonces:

$$P_{din} = \rho Q c_o \quad (1.9)$$

La dirección de acción de las fuerzas P_{din} corresponde a la dirección de la velocidad c_o a la entrada de la rueda de la máquina. La fuerza axial que actúa sobre una rueda de trabajo de la máquina centrífuga se obtiene por adicción algebraica de las fuerzas P_p y P_{din} :

$$P'_{ax} = \pi(R_{emp}^2 - R_{ext}^2) * (P_2 - P_1) - \frac{\pi\rho w^2}{8} (R_{emp}^2 - R_{ext}^2) [R_2^2 - 0.5(R_{emp}^2 + R_{ext}^2)] - \rho Q c_o \quad (1.10)$$

Como se ven en la presión (1.10), la fuerza axial depende de distintos factores los principales de estos son: las dimensiones radiales de la rueda R_2 y R_{emp} , la frecuencia de rotación y la presión a la salida de la rueda. La fuerza axial es tanto mayor, cuanto menos cargada está la máquina, es decir, cuanto menor es la alimentación de la máquina, que se alcanza por estrangulación. El valor máximo de la fuerza axial es en marcha en vacío de la máquina (cierre total del estrangulador de regulación). Este se explica por la ausencia de la fuerza dinámica axial y la elevación de P_2 al disminuir la alimentación de la máquina.

La fórmula (1.10) se refiere a una etapa de la máquina centrífuga. Si la máquina centrífuga consta de i etapas iguales de presión, entonces la fuerza axial en el rotor será igual a:

$$P_{ax} = iP'_{ax} \quad (1.11)$$

En las condiciones reales, merced a los capaces a través de las empaquetaduras, los valores de la fuerza axial se diferencian algo de los calculados por las expresiones (1.10) y (1.11).

La fuerza axial en las máquinas y multietapa puede alcanzar altos valores, y siendo alta la frecuencia de rotación se soporta con dificultad por los cojinetes de empuje. Solamente en las máquinas de pequeñas dimensiones y con pequeño número de etapas se puede admitir que la fuerza axial sea soportada por los cojinetes de empuje.

Suministro bilateral (doble) del flujo de líquido a la rueda de trabajo. La rueda de trabajo con suministro del flujo de líquido por ambos lados (ver Fig. 1.8) no transmite la fuerza axial al árbol debido a su simetría. Las ruedas de este tipo se emplean ampliamente en las máquinas centrífugas monoetápicas. En las máquinas y multietapa y multiflujo con número par de ruedas de trabajo se pueden colocar las ruedas en grupos iguales con el único del flujo de líquido por distintos lados, así como se muestra en la (ver Fig. 1.9). En estos casos las fuerzas axiales, creadas por ambos grupos de ruedas, tienen igual valor, pero están orientadas en distinta dirección, por lo cual se equilibran mutuamente. Este procedimiento de equilibrio de la fuerza axial es uno de los mejores, puesto que asegura la compensación fiable sin reducir el rendimiento de la máquina. Para fijar el rotor de la máquina en dirección axial y soportada fuerzas axiales insignificantes, ambicionadas por la simetría insuficientemente estricta del rotor (la influencia de inexactitudes de montaje y tecnológicas), en las máquinas de este

tipo se instala una quicionera axial con rodamientos de bolas.

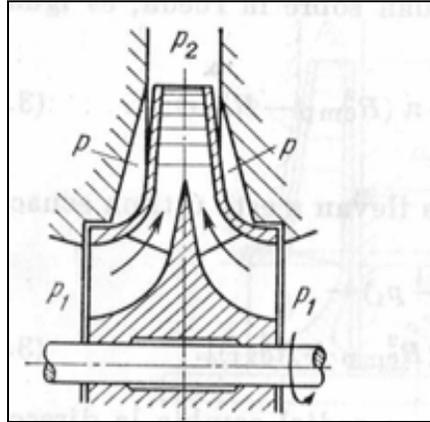


Fig. 1.8 Rueda de una máquina con doble entrada.

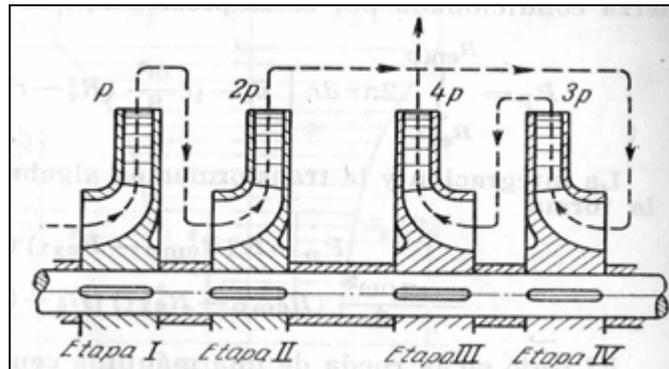


Fig. 1.9 Máquina multietapa con entrada bilateral simétrica.

Igualación de la presión por ambos lados de la rueda de trabajo. Del diagrama de distribución de las presiones exteriores sobre la rueda de la máquina se desprende que la fuerza axial es resultado de la desigualdad de las presiones axiales delante de la rueda y detrás de ella dentro de los límites de los radios R_{emp} y R_{ext} . Si en el disco posterior, cerca del cubo de la rueda, se perforan varios agujeros, entonces las presiones delante de la rueda (a la entrada) y detrás de esta se equilibrarán (ver Fig. 1.10) y la fuerza axial será originada sólo por la componente dinámica de la misma. El esfuerzo dinámico a entrada es

relativamente pequeño y puede ser soportado por la quicionera axial con rodamiento de bolas.

Los agujeros en el disco, que comunican las cavidades delante de la rueda y detrás de esta a veces se sustituyen por un tubo de unión, que comunica dichas cavidades. Este procedimiento de compensación es cómodo, simple y por eso está ampliamente divulgado.

A los defectos de este procedimiento de descarga descrito se puede referir cierta reducción del rendimiento volumétrico de la máquina (a cuenta del escape del medio a través de los agujeros) y el empeoramiento de la estructura del flujo a la entrada de las paletas de trabajo a causa de los flujos locales a través de los agujeros de descarga.

Disco de descarga (pivote hidráulico). En las estructuras de las máquinas centrífugas multietapa la fuerza centrífuga puede ser equilibrada con ayuda de un disco especial llamado *de descarga* (o pivote hidráulico) (P en la Fig. 1.11), el cual se fija rígidamente en el árbol de la última rueda de la máquina. La presión P_2 detrás de la última ruedas de la máquina se propaga a través del juego radial δ_r y actúa sobre el disco, así como se muestra con las flechas. En la cavidad detrás del disco se mantiene una presión aproximadamente igual a presión P_1 en el tubo de aspiración de la bomba. Esto se consigue comunicando la cavidad A con el tubo de aspiración de la máquina con ayuda del tubo de evacuación B . Está claro que la presión, próxima a la P_1 , puede mantener en la cavidad A sólo a condición de que el juego axial δ_a entre el disco y la superficie del resalte circular del cuerpo, sea lo suficiente pequeño en comparación con el diámetro del tubo de evacuación B .

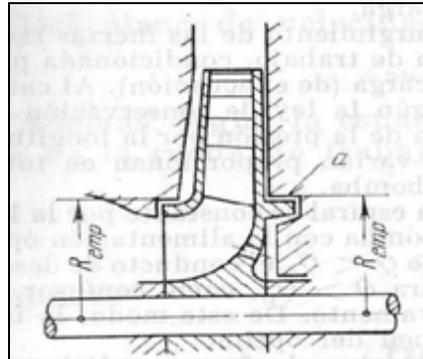


Fig. 1.10 Equilibrado de la fuerza axial con ayuda de orificios en el disco principal de la rueda de trabajo.

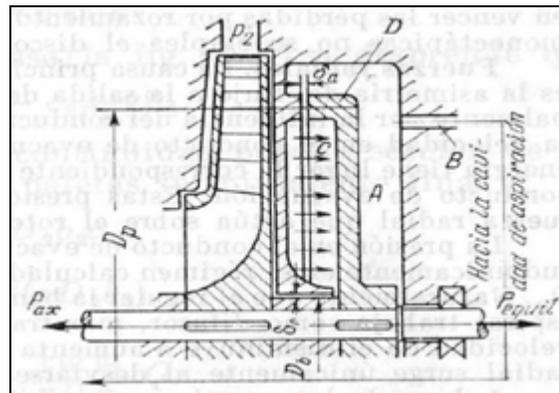


Fig. 1.11 Equilibrado de la fuerza axial con ayuda del disco de descarga.

En el caso contrario, es decir, cuando la dimensión δ_a se ha aumentado y la ranura de anchura δ_a tiene pequeña licencia hidráulica, la presión en la cavidad A aumenta y el disco, que se encuentran bajo la acción de la diferencia de presiones $P_2 \leftrightarrow P_1$, creará la fuerza axial que falta. Para las relaciones normales entre las dimensiones δ_a , δ_r y el diámetro del tubo de evacuación B el disco de descarga crea una fuerza axial, aplicada al árbol y dirigida a la derecha, igual a fuerza axial creada por las ruedas de trabajo. Para ello el disco de descarga P debe tener un diámetro D_p , que satisfaga la condición:

$$P_{ax} \approx \frac{\pi}{4} (D_p^2 - D_b^2) [(P_2 - \gamma h_r) - (P_1 + \gamma h_B)] \quad (1.12)$$

donde D_b es el diámetro del buje que la rueda de trabajo; h_r , la resistencia hidráulica del juego radial δ_r ; h_b , la resistencia del tubo de paso B .

Semejante dispositivo de equilibrado posee la capacidad de autorregulación. Efectivamente, si por cualquier causa el rotor de la máquina junto con el disco sea desviado de la visión normal hacia la derecha, entonces el juego δ_a aumentará, su resistencia hidráulica disminuirá, la presión en la cavidad B se reducirá, y en la cavidad A aumentará. La fuerza axial, creada por la rueda de trabajo, y la fuerza compensadora, creada por el disco, se altera a favor de la primera y el rotor se desvía hacia la izquierda, restableciendo el valor normal del juego δ_a . En la dirección contraria transcurre el proceso al desviarse el rotor de la posición normal hacia la izquierda. Así pues, el disco correctamente calculado se autoajustará automáticamente, asegurando la correspondencia entre las fuerzas axiales y compensadoras. La ejecución constructiva del disco de descargas en las máquinas centrífugas neumáticas se diferencia del examinado, a pesar de que el principio de acción del disco de descarga en todos los casos sigue siendo el mismo.

El equilibrado con auxilio del disco de descarga ha hallado amplia aplicación en las máquinas multietapa merced a la simpleza y fiabilidad de acción. Un gran defecto de este procedimiento de equilibrado es el aumento de las fugas de líquido, que provoca la reducción del rendimiento de la máquina. En las máquinas monoetápicas se manifiesta también la influencia del gasto de potencia en vencer las pérdidas por rozamiento del disco. Por esta razón, en las máquinas monoetápicas no se emplea el disco de descarga.

Fuerzas radiales: la causa principal del surgimiento de las fuerzas radiales es la asimetría del flujo a la salida de la rueda de trabajo, condicionada principalmente por la influencia del conducto de descarga (de evacuación). Al cambiar la

velocidad en el conducto de evacuación según la ley de conservación de la energía tiene lugar la correspondiente variación de la presión proporcionan en total la fuerza radial que actúa sobre el rotor de la bomba.

La presión en el conducto de evacuación en espiral es constante por la longitud únicamente en el régimen calculado de la bomba con la alimentación óptima Q_o . Naturalmente que regular la bomba siendo $Q \leq Q_o$ el conducto de descarga espiral trabaja como difusor, mientras que para $Q \geq Q_o$, como confusor, y la velocidad en el disminuye o aumenta respectivamente. De este modo, la fuerza radial surge únicamente al desviarse el régimen del óptimo.

A base de las premisas y experimentos teóricos la fuerza radial en una bomba con conducto de descarga espiral se calcula valiéndose de la fórmula:

$$P_r = k_r \left(1 - \frac{Q}{Q_o} \right) \rho g H D_2 b_2$$

De la fórmula se desprende que el valor máximo de la fuerza radial $(P_r)_{\max} = k_r \rho g H D_2 b_2$ se alcanza siendo $Q = 0$, y el mínimo, cuando $Q = Q_o$.

Para las bombas con conducto de descarga anular se emplea la fórmula:

$$P_r = k_r \frac{Q}{Q_o} \rho g H D_2 b_2$$

En los cálculos aproximados se toma $k_r = 0.36$.

Las fuerzas radiales son originadas también por el desequilibrio estático y dinámico del rotor a causa de la inexactitud de la tecnología y el montaje de la bomba.

Un procedimiento radical de disminución de la fuerza radial consiste en emplear una espiral de los dos pasos en los dispositivos guías de canales. Las fuerzas

radiales se soportan por los cojinetes de la bomba e influyen esencialmente en su fiabilidad y duración.

1.4 Generalidades de los cojinetes plásticos (TENMAT).

Durante la reparación de la Bomba Vertical AXP (P - 52- 166) se sustituirán los cojinetes de deslizamiento originales de bronce por cojinetes plásticos fabricados por TENMAT. Este es un importante fabricante, especializado en materiales y componentes industriales no metálicos de alto rendimiento, suministrados en un amplio rango de aplicaciones industriales en todo el mundo. TENMAT tiene su sede central en Trafford Park, Manchester, con filiales en el Reino Unido (Rugby y Cradley Heath), Francia, Alemania, Italia y los Estados Unidos.

Durante muchos años TENMAT se ha dedicado a la fabricación de productos excelentes técnicamente utilizados en aplicaciones tan diversas como el aislamiento de hornos y componentes esenciales para la industria aeroespacial. Esto ha exigido una gran inversión en investigación y desarrollo tanto para ampliar las características de rendimiento de las gamas de productos existentes como para promover la labor de la empresa en áreas de crecimiento totalmente nueva y apasionante tales como los compuestos y productos cerámicos avanzados (*Tenmat, Cojinetes Autolubricados, Ingeniería Productos Aplicados, 2008*).

TENMAT es un importante fabricante, especializado en materiales y componentes industriales no metálicos de alto rendimiento, suministrados en un amplio rango de aplicaciones industriales en todo el mundo.

1.4.1 Las actividades de TENMAT se desarrollan en cuatros áreas:

Productos cerámicos industriales

La gama de productos incluyen carburo de silicio REEL y nitruro de silicio NITRASIL. Estos materiales avanzados están respaldados por una gran capacidad de fabricación y mecanización, un equipo de investigación y desarrollo con una amplia variedad de instalaciones.

1.4.2 Compuestos resistentes al desgaste para cojinetes

Las aplicaciones donde el deslizamiento y la resistencia al desgaste son cualidades importantes como en los cojinetes representan áreas comerciales importantes para TENMAT, en las que plásticos industriales tales como FEROFORM y FEROGlide son líneas mundiales en su campo. La gama de FERFORM ofrece a los proyectistas la oportunidad de sustituir materiales con base de amianto por singulares compuestos sin amianto capaces de igualar, y en algunos casos superar, el rendimiento de los compuestos de amianto.

1.4.3 Compuestos resistentes a temperaturas elevadas

Los compuestos industriales de TENMAT SINDANYO, PRODUCTOS y FILTOS FIREEL, ARCLEX y REFRAVER proporcionan un servicio notable en aplicaciones en las que las temperaturas elevadas a la transferencia de calor representan en problema allí donde se requiere aislamiento de larga duración a temperaturas elevadas.

Compuestos para la industria Hidroeléctrica FEROFORM

La gama de materiales FEROFORM ha sido desarrollada por TENMAT para ofrecer a los proyectistas la oportunidad de sustituir los materiales con base de

caucho, amianto y metal, por singulares compuestos sin amianto capaces de igualar, y en algunos casos superar, el rendimiento de los compuestos de amianto.

Los materiales FEROFORM poseen características de resistencia y durabilidad, estabilidad dimensional y excelente resistencia al desgaste, así como una buena resistencia al ataque por muchos productos químicos.

Las resinas utilizadas han sido seleccionadas por sus buenas propiedades mecánicas y su gran estabilidad térmica y dimensional. Las fibras sintéticas u orgánicas seleccionadas se han elegido de entre los muchos tipos disponibles por su elevada estabilidad en agua y en diversos medios químicos agresivos (ver Fig. 1.12).



Fig. 1.12 Diferentes tipos de cojinetes.

1.4.4 Beneficios del empleo de los compuestos FEROFORM.

Ventajas

Los compuestos FEROFORM son materiales extremadamente versátiles con las siguientes ventajas respecto de los materiales convencionales que se usan en aplicaciones donde la resistencia al desgaste es importante o en aplicaciones donde se usan cojinetes.

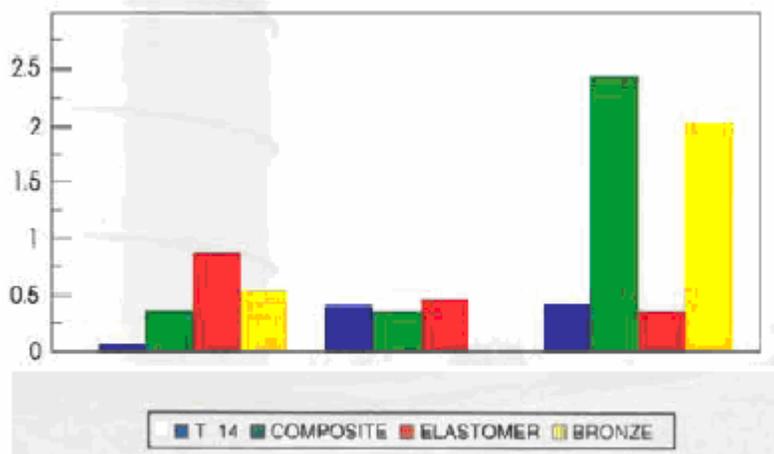
Excelente resistencia a la abrasión

Los materiales FEROFORM pueden ser utilizados en entornos donde hay presente partículas abrasivas.

Excelente resistencia al desgaste

Los materiales FEROFORM presentan tasas de desgaste muy bajas en todas las áreas de aplicación.

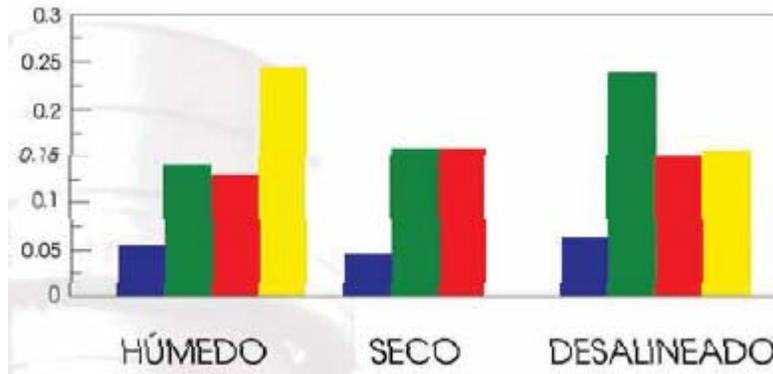
**FEROFORM T14 RENDIMIENTO – RESISTENCIA AL DESGASTE
(TASA DE DESGASTE MILESIMAS/ 100 HORAS)**



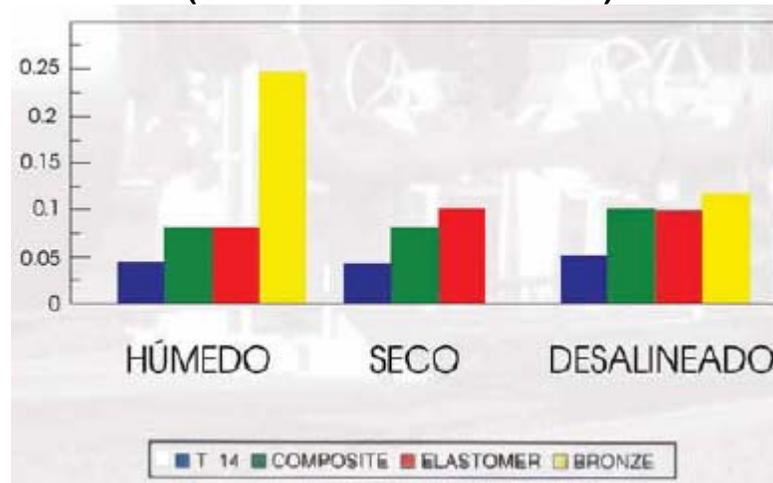
Bajo coeficiente de fricción

Permite que se utilicen velocidades más altas y se soporten cargas útiles mas elevadas. Esto reduce al mínimo los problemas inerciales (oscilaciones de relajación) y permite que la energía requerida sea mucho menor. FEROFORM presenta tasas de fricción uniformemente mas bajas que otros materiales de la competencia.

FEROFORM T14 RENDIMIENTO – FRICCIÓN ESTÁTICO (COEFICIENTE DE FRICCIÓN)



FEROFORM T14 RENDIMIENTO – FRICCIÓN DINÁMICA (COEFICIENTE DE FRICCIÓN)



Grado de elasticidad

Permite desalineaciones en el eje sin daños ni fracturas.

Fácil de utilizar

El lubricante se extiende uniformemente en toda la matriz. Los cojinetes pueden ser mecanizados o modificados sin pérdida de las propiedades de lubricación.

Excelente resiliencia

FEROFORM tiene la capacidad de absorber grandes cargas de choque e impactos que deformaría otros materiales.

Ligero

Aproximadamente entre 1/5 y 1/8 del peso del bronce fosforoso, lo que facilita el trabajo de renovación.

Buena resistencia a los agentes químicos

FEROFORM rinden satisfactoriamente en la presencia de la mayoría de los ácidos minerales y orgánicos, disolventes, bases orgánicas y álcalis no cáusticos.

Fácil instalación

Pueden ser instalados mediante prensa, con barra de tracción o ajuste por congelación (nieve carbónica o nitrógeno líquido).

Tabla 1-1 Datos Técnicos del Material.

Propiedades	Unidades	T14
Resistencia a la Rotura por Compresión	$MP_a (psi)$	300 (43.500)
Presión de Trabajo Máxima Normal	$MP_a (psi)$	65 (9.425)
Límite de Resistencia a la Compresión a 68.9 MPa (a 10.000 psi)	%	2.2
Resistencia a la Flexión	$MP_a (psi)$	*
Resistencia al Choque (Energía específica Charpy)	kJ / m^2	50
Resistencia de Corte	$MP_a (psi)$	80 (11.600)
Resistencia a la Adherencia Interlaminar	kN	3 (672)

Densidad	g/cm	1.35
Dureza Brinell		25
% de hinchamiento en Agua (Perpendicular a las láminas)	a $20^{\circ}C$ $20^{\circ}C(70^{\circ}F)$	0.35
	a $20^{\circ}C$ $20^{\circ}C(175^{\circ}F)$	1
Coeficiente de fricción	en seco	0.13 – 0.18
	en Húmedo	0.16 – 0.22
Coeficiente de Dilatación Lineal		50 (25)
(Perpendicular a las láminas)* 10^6	por $^{\circ}C$ (por $^{\circ}F$)	
(Paralelo a las láminas)* 10^6	por $^{\circ}C$ (por $^{\circ}F$)	45 (25)
Temperatura de Trabajo Máxima	$^{\circ}C$ ($^{\circ}F$)	100 (212)
Capacidad de Temperatura Intermitente	$^{\circ}C$ ($^{\circ}F$)	120 (250)

Debido a la flexibilidad de las cualidades T, no es posible medir la resistencia a la deflexión, pero no se produjo ninguna fractura.

1.4.5 Las resistencias a la rotura por compresión del material envuelto en tubo son normalmente:

$$T14 = 250 MP_a$$

Los niveles de fricción en condiciones hidrodinámicos se han registrado como 0.01 con agua y 0.016 con aceite. Los ensayos mencionados se realizaron en general de conformidad con los métodos de ensayo de BS2782 y ASTM. Los valores que figuran arriba son resueltos de ensayos típicos en material de chapas y no deberán interpretarse como valores garantizados para especificaciones o para la selección primaria de materiales. La información contenida en el presente documento se presenta de buena fe, pero TENMAT no garantiza la conformidad de sus materiales con las propiedades indicadas ni la idoneidad de sus materiales para cualquier fin particular (*Tenmat, Cojinetes Autolubricados, Ingeniería Productos Aplicados*, 2008).

1.5 Particularidades de los árboles de las bombas verticales que serán objeto de análisis en el presente trabajo.

El árbol, en particular los de las bombas verticales de funcionamiento en seco, va guiado normalmente por cojinetes de fricción separados a intervalos regulares (de 1,5 a 3 metros) y lubricados por aceite, grasa, o el mismo líquido bombeado; en este último caso, el eje se suele disponer en el interior de la tubería de impulsión vertical, cerca del motor, en que ésta se desvía horizontalmente mediante un codo adecuado. Al ser los árboles tan largos se introducen en el sistema dificultades con su fabricación y exigencias particulares con su rigidez.

En los casos de lubricación por grasa o aceite, el eje va dentro de un tubo portador de los cojinetes, siendo este conjunto, a su vez, exterior o interior a la tubería de impulsión, siendo en ambos casos innecesaria la empaquetadura, lo que constituye también una circunstancia muy favorable, dados los inconvenientes que ésta lleva a veces consigo. El eje alargado, sometido a los cojinetes a un trabajo duro que sobre todo, si están lubricados por agua o líquidos sin grandes propiedades lubricantes, hace que su vida sea corta e imprevisible.

Estas particularidades que caracterizan a los árboles y cojinetes de las bombas verticales serán objeto específico de estudio del presente trabajo.

1.6 Conclusiones Parciales del Capítulo I.

1. Se profundizó en los aspectos constructivos y de funcionamiento de las bombas centrífugas en general y en específico de las bombas centrífugas verticales, en particular en los aspectos relacionados con las fuerzas radiales y axiales en los impelentes.
2. Se profundizar en las características específicas constructivas de la bomba P-52-166 y en los cambios que serían realizados durante su reparación con vistas a investigar la influencia de estos aspectos en el trabajo.
3. Profundizar en las propiedades fundamentales de los productos fabricados por TENMAT, en particular del material plástico que será empleado en los cojinetes.

Capítulo II. Influencia de la presencia de una deflexión bajo carga (deflexión) o una deformación inicial en el árbol (doblado), en su resistencia mecánica y en la de sus cojinetes.

2.1 Problemática fundamental de los árboles de las Bombas Centrifugas Verticales.

Como se señaló en la Introducción, el inconveniente constructivo fundamental de una bomba vertical es su árbol muy largo, lo que introduce dificultades en la fabricación y manipulación, existiendo un alto riesgo de deformación (doblado) previo a su montaje. La deformación inicial (doblado), como se expresó, someten a los cojinetes a un trabajo duro sobre todo, si están lubricados por agua o líquidos sin grandes propiedades lubricantes, lo que hace que su vida sea corta e impredecible.

Estas particularidades de las bombas verticales son precisamente las causas de algunos de los problemas que presentan diversas bombas verticales en la Refinería de Petróleo “Camilo Cienfuegos”, pues se han operado bombas con los árboles doblados, lo que se ha manifestado en una vida muy reducida de los cojinetes de deslizamiento. Las bombas verticales poseen como regla el tramo entre los dos cojinetes de deslizamiento de un mayor diámetro (zona rigidizada) con relación al resto del árbol, lo cual se desconoce realmente su influencia en las reacciones en los cojinetes y ha representado un inconveniente adicional durante las reparaciones de estas bombas en la Refinería de Petróleo “Camilo Cienfuegos”. Primero se abordará qué criterios se manifiestan en la literatura sobre esta problemática.

2.2 Criterios vertidos en la literatura sobre la deformación previa de los árboles de las bombas centrífugas.

2.2.1 Evidencias de la presencia de una deformación previa en los árboles de las bombas centrífugas.

Unido a los sonidos, a la evidencia y signos de cavitación, existe, una amplia gama de información y señales disponibles que dan evidencias de la presencia de una deformación previa en el árbol (Custodio, 2003). Casi todos los mecánicos han visto marcas de arañazos e hendiduras y señales de elevación de la temperatura en alguna zona de la bomba cuando se desarman en el taller. Desgraciadamente muchos mecánicos no están entrenados para interpretar estas marcas. En lugar de desechar las partes de una bomba rota es necesario examinarlas antes que se destruya la evidencia, para poder reparar y resolver los problemas de las bombas. Existen muchos mecánicos capaces de cambiar partes de las bombas y realmente no reparan nada, pues no buscan las causas.

2.2.2 Evidencias presentes en las bombas centrífugas de voluta.

Se verá primero como funciona una bomba centrífuga de voluta. Una bomba de voluta tiene su impelente montado excéntricamente dentro de la voluta. El grado de excentricidad regula la presión que la bomba puede regular. Si el impelente estuviera concéntrico dentro de la voluta o equidistante, la bomba generará flujo pero no mucha presión (ver Fig. 2.1).

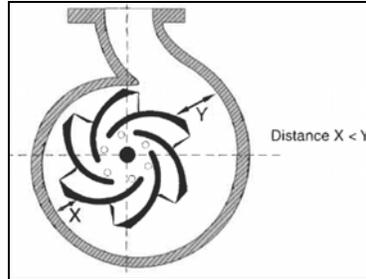


Fig. 2.1 Impelente de una bomba centrífuga montado excéntricamente en una bomba de voluta.

El impelente lanza el líquido contra la pared de la voluta a una velocidad constante que depende de la velocidad de giro del motor eléctrico. El diámetro interior de la voluta convierte la velocidad en presión. Con la bomba corriendo en su Punto de Mejor Eficiencia (PME), y todas las válvulas del sistema abiertas, todos los factores de presión, velocidad y área están en armonía (ver Fig. 2.2) en todos los puntos alrededor de la voluta. Todas las cargas radiales están en equilibrio.

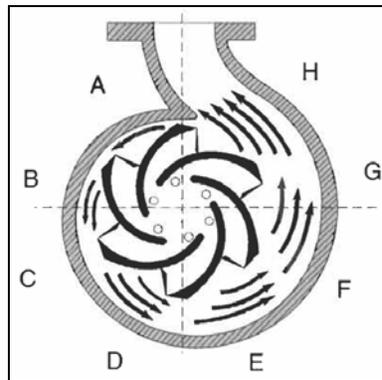


Fig. 2.2 Armonía alrededor del canal de la voluta.

En la tabla se muestra lo que ocurre dentro de la bomba alrededor de la pared interna de la voluta.

Tabla 2-1 Presión, la velocidad y el área en los diferentes puntos alrededor de la voluta.

AT POINT	PRESSURE	VELOCITY	AREA
A	LOW	HIGH	LITTLE
B	HIGHER	LOWER	MORE
C	HIGHER	LOWER	MORE
D	HIGHER	LOWER	MORE
E	HIGHER	LOWER	MORE
F	HIGHER	LOWER	MORE
G	HIGHER	LOWER	MORE
H	THE MOST PRESSURE	THE LAST VELOCITY	THE MOST AREA

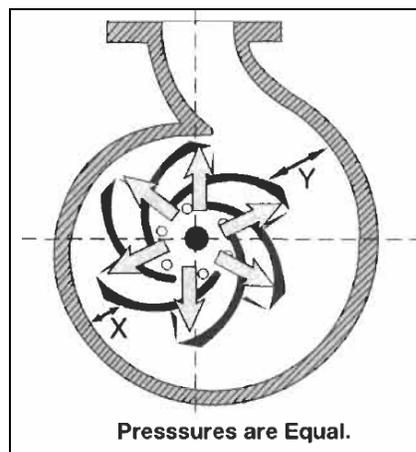


Fig. 2.3 Estado de las presiones alrededor de la voluta con válvula cerrada.

Si la válvula de descarga se estrangula (incrementando la resistencia), los gradientes de presión alrededor de la voluta tenderían a igualarse a la presión de descarga. En el peor caso si la válvula se cierra completamente las presiones alrededor de la voluta se igualarían a la de descarga. La bomba se movería a la izquierda de su **PME** (Punto de Máxima Eficiencia) en la curva. La velocidad llegaría a cero ya que no existe flujo

moviéndose a través de la bomba. La única variable que queda es el área que es mayor en el arco E – F – G - H del círculo de la voluta, y en esa dirección se genera la fuerza radial máxima.

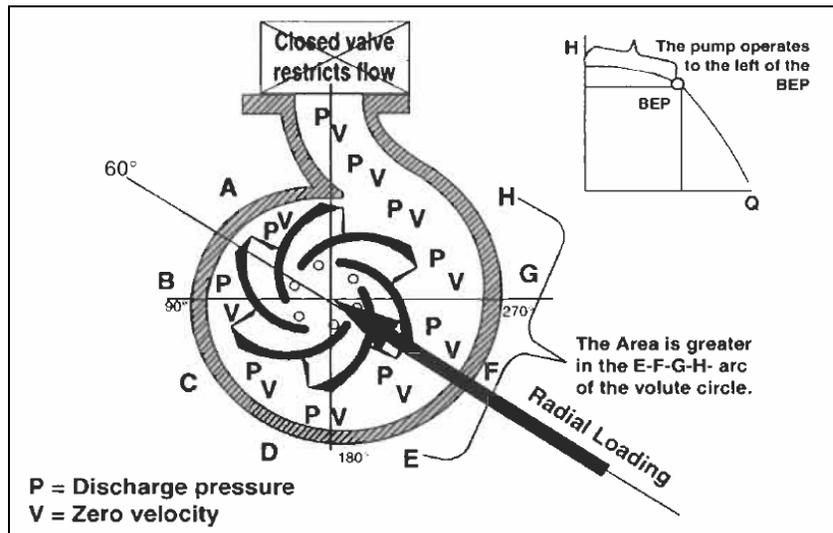


Fig. 2.4 Comportamiento de la bomba con descarga cerrada.

Con las presiones igualadas y mayor área en el arco E – F – G - H del circo de la voluta, se crea un tremenda fuerza radial que distorsionará y deflejará el árbol hacia un punto aproximadamente a 60° (ver Fig. 2.4) (Custodio, 2003). Esta fuerza radial puede destruir los sellos mecánicos o anillos de empaquetadura, rodamientos o incluso deformar plásticamente el propio árbol. La evidencia sería marcar de fricción o arañazos alrededor de las circunferencias de los elementos rotatorios de tolerancias cerradas, tales como el diámetro externo en impelentes cerrados o semicerrados (ver el punto A de la Fig. 2.5), anillos de desgaste en impelentes cerrados (ver el punto B de la Fig. 2.5), el árbol o las camisas en el buje o cojinetes de restricción en el fondo de la cámara de sello (ver el punto C de la Fig. 2.5), o en la parte posterior del sello mecánico (ver el punto D de la Fig. 2.5 y Fig. 2.6 b).

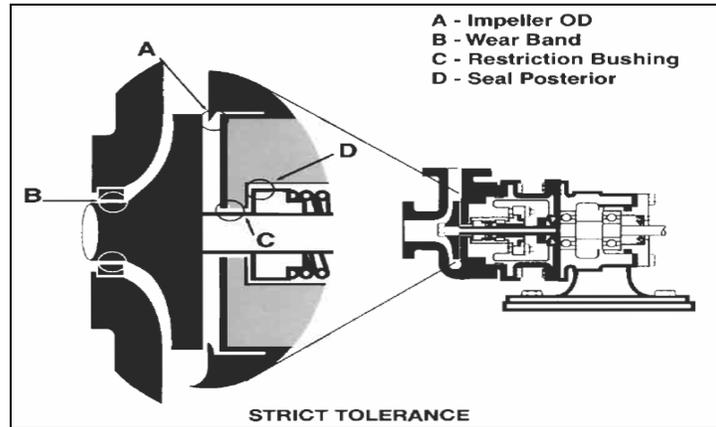


Fig. 2.5 Puntos donde pueden aparecer huellas de fricción y desgaste con la bomba operando con la válvula cerrada.

Las marcas o ralladuras en la circunferencia de estas partes rotatorias se corresponderán con marcas o ralladuras en las partes estacionarias de tolerancias cercanas aproximadamente a los 60° . Estas marcas serán visibles en la chapa trasera con impelentes abiertos o en los anillos de desgaste en bombas con impelentes cerrados o en el agujero interior del buje de restricción en el fondo de la cámara del sello donde el árbol pasa o el buje de la cámara de la parte trasera del sello mecánico (ver Fig. 2.6 a y b).

Estas marcas ante todo son una evidencia clara de que las empaquetaduras y los sellos actúan como apoyos elásticos y se hace necesario así considerarlos. Lo que sucede que en la literatura de bombas centrífugas no se alerta sobre esto y no se aclara como considerarlas.

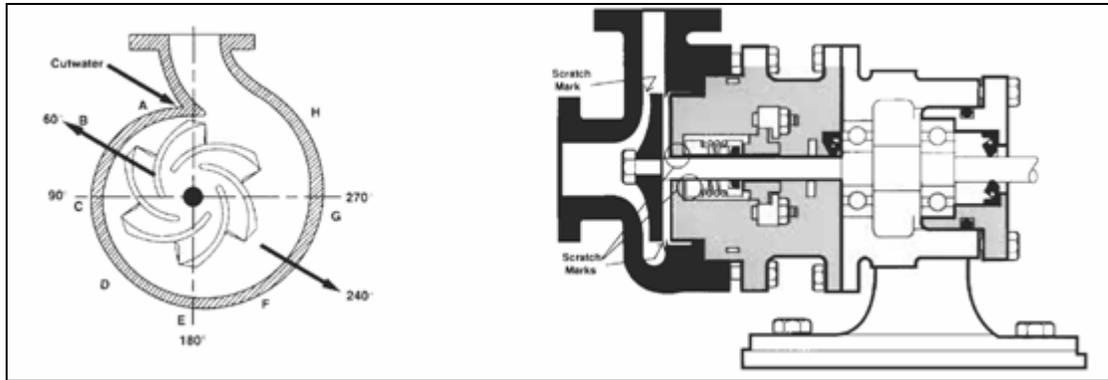


Fig. 2.6 a) Dirección y posición donde puede aparecer marcas en las partes estacionarias de la bomba con válvula cerrada. B) Zona de los bujes donde aparecen las marcas.

El caso contrario es cuando la bomba manipula mucho flujo. La bomba estará operando en esas condiciones a la derecha de su PME (Punto de Máxima Eficiencia) de su curva característica.

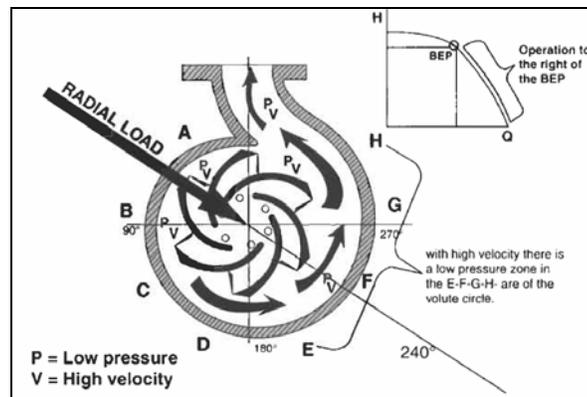


Fig. 2.7 Situación alrededor del impelente con la bomba operando mucho flujo.

En este caso ocurre un problema similar, pero en otra dirección. Con el incremento severo de la velocidad del fluido a través de la bomba las presiones caen dramáticamente en el arco EFGH del circo de la voluta (Principio de Bernoulli). Ahora el árbol se deflexa en la

dirección opuesta aproximadamente a 240° alrededor de la salida de la voluta (Custodio, 2003). No se pueden comenzar a entender los problemas de averías de las bombas centrífugas, sus rodamientos, empaquetaduras, anillos de desgaste, sellos mecánicos, etc. hasta que no se comprenda bien lo que significan estos números 60° y 240° . Con intervención de los problemas explicados pueden ocasionar en las bombas:

- Árboles doblados o fracturados.
- Fallos prematuros de rodamientos.
- Fallos prematuros de sellos mecánicos.
- Fallos prematuros de las empaquetaduras.
- Camisas del árbol desgastadas o dañadas.
- Altos costos de mantenimientos.

Si la bomba opera en su PME (Punto de Máxima Eficiencia) una vez más, todas las fuerzas dentro de la voluta están en equilibrio y armonía. La única carga sobre los rodamientos es el peso del árbol y del impelente. La bomba, el sello mecánico y los rodamientos pueden trabajar así sin problemas. Cuando ocurren problemas que ocasionan altos costos de mantenimientos de la bomba (recordemos que los sellos y los rodamientos son las principales razones por las cuales las bombas van al taller) estos problemas se originan por una de las siguientes fuentes:

- Problemas inducidos por operaciones incorrectas.
- Problemas inducidos por deficiencias de diseño.
- Problemas inducidos por mantenimiento incorrecto.

2.2.3 Diferencias entre un árbol deflectado a un árbol doblado.

Un árbol doblado está físicamente doblado y distorsionado. Al poner el árbol en un torno o en un balanceador dinámico y rotarlo se releva la deflexión inicial. Si un árbol doblado se instala en una bomba y se pone a trabajar, la misma fallará prematuramente dejando evidencias y signos específicos en la circunferencia de las partes estacionarias de tolerancias cerradas alrededor del círculo de la voluta de la bomba. El árbol exhibirá una marca de desgaste en su superficie donde rozan las partes de tolerancias cerradas.

Un árbol deflectado es inicialmente absolutamente recto cuando se rota en un torno o balanceador dinámico. La deflexión es el resultado de un problema inducido o por la operación o por el diseño del sistema (insuficiente rigidez). El árbol deflectado también provocará el fallo prematuro de la bomba dejando evidencias similares pero diferentes en las partes que rozan de tolerancias cerradas. Las siguientes dos imágenes muestran como se ve un árbol doblado cuando gira 180° (Custodio, 2003).

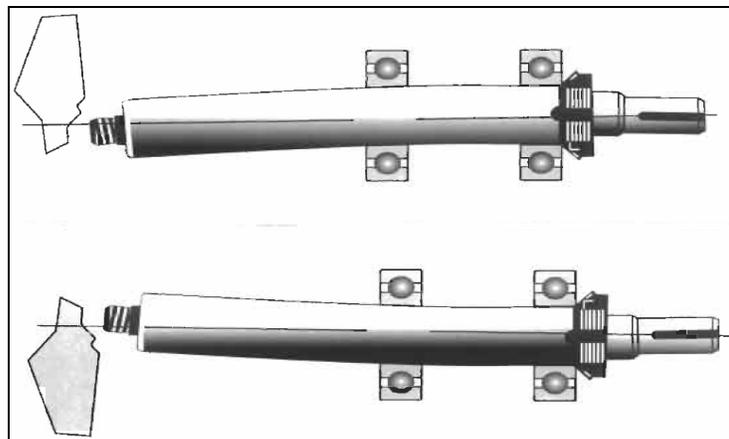


Fig. 2.8 Comportamiento de un árbol doblado cuando se gira 180°.

En las Fig. 2.8 y Fig. 2.9 se esquematiza la diferencia entre un árbol doblado y uno deflectado. La diferencia esencial entre un árbol doblado y uno deflectado está en lo

siguiente. Un árbol doblado que gira dentro de tolerancias cerradas deja rasguños alrededor de la circunferencia de los elementos estacionarios correspondientes a la marca dañada en el árbol. Un árbol deflectado que gira dentro de tolerancias cerradas deja rasguños o círculos rasurados alrededor del elemento rotatorio y una marca ranurada o dañada en los elementos estacionarios. Es necesario distinguir o reconocer estas diferencias significativas. Si la bomba es puesta en funcionamiento con un árbol doblado o desbalanceado su fallo prematuro se puede asociar a prácticas inadecuadas de mantenimiento. La evidencia no miente. Sin embargo si la falla prematura deja evidencia de un árbol deflectado esto sería fallo de operación o de diseño. Las siguientes dos figuras muestran como se ve un árbol deflectado al girarlo 180°.

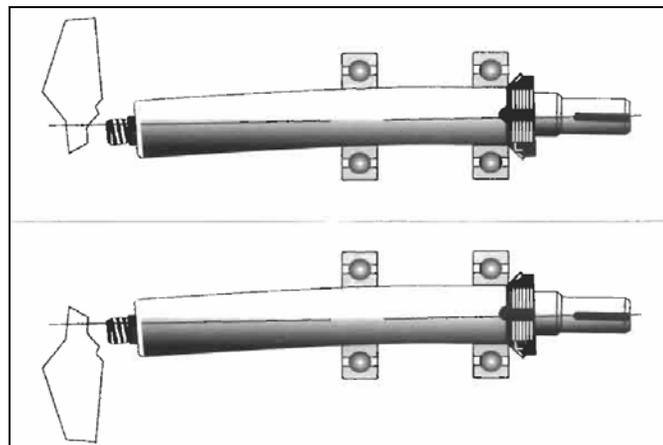


Fig. 2.9 Comportamiento de un árbol deflectado cuando se gira 180.

La deflexión de un árbol es el resultado de la combinación de la carga radial externa y de su propia rigidez a la flexión. Las cargas radiales externas se originan cuando la bomba trabaja fuera de su punto de mejor eficiencia. La resistencia a la deflexión es una función de la longitud saliente del árbol, de su diámetro y del módulo de elasticidad del acero del árbol (realmente este parámetro varía poco de un acero a otro). La resistencia a la

deflexión, también llamada constante de rigidez es $C = E \cdot I / L$. El término $I = 0.05 \cdot D^4$ se caracteriza en algunas Normas simplemente por el factor L/D . Las bombas se fabrican según ciertos estándares de dimensión (ANSI, API, DIN e ISO), el factor L/D puede y debe ser especificado al caracterizar la bomba. El ingeniero diseñador podría solicitar una bomba especificando su flujo, presión, características metalúrgicas y el factor L/D , dando alta valoración a valores bajos del factor L/D lo que indica una alta rigidez del árbol. Esto último será un indicador de cuanto se puede desplazar la bomba de su PME sin dañar su sello mecánico o sus rodamientos. Raramente los ingenieros diseñadores especifican el factor L/D dentro de los requerimientos de la bomba, algunos ingenieros no saben que tienen esta opción, y en general se puede afirmar que no está absolutamente clara su incidencia en el comportamiento de la bomba, pues por ejemplo en las bombas verticales, que por su gran longitud los árboles poseen tres apoyos y por lo tanto constituyen un sistema hiperestático, la influencia que puede tener la rigidez en las reacciones en los apoyos es hasta cierto punto impredecible. Precisamente uno de los objetivos del presente trabajo es contribuir a esclarecer este particular. Muchas bombas se compran basándose en el precio y como una alta resistencia a la deflexión (bajo factor L/D), pero esto es equivalente a un diámetro mayor del árbol y con los rodamientos sobredimensionados, estas bombas, en consecuencia, resultan más caras.

Si se sospecha o se sabe que se tiene un árbol que durante la operación se puede deflectar bajo carga, o se conoce de inicio que el procedimiento estándar de operación requiere controlar el flujo en las tuberías mediante la apertura y cierre de válvulas entonces en la literatura se recomiendan tres opciones para reducir la deflexión del árbol (Custodio, 2003).

- Usar un diámetro mayor del árbol.
- Usar un árbol más corto (puede afectar el montaje del motor y de las tuberías).
- Cambiar el material del árbol (esto pudiera traer otras consecuencias).

2.2.4 Recomendaciones de la literatura para Interpretar las evidencias.

En la literatura se dan las siguientes recomendaciones (Custodio, 2003):

1. Marcas de desgaste o ranuras en la circunferencia de las tolerancias cerradas en elementos rotatorios, y una correspondiente marca de desgaste aproximadamente a 60° en los elementos estacionarios.
 - Esto puede ser causado por la operación, si se estrangulan válvulas para controlar el flujo de operación. Cualquier otra variación del flujo de descarga producirá la misma evidencia.
 - Esto también puede ser dado por el diseño del sistema si las bombas están sobredimensionadas, o por alta velocidad o por fricción de presión en tuberías de descarga de diámetro pequeño.
 - Si la condición es ocasional la solución puede ser instalar un motor de velocidad variable. Si la condición es permanente la solución pudiera ser reducir el diámetro del impelente remplazar la bomba o incrementar el diámetro de la tubería de descarga. Si la operaciones normales requieren que se mantengan las condiciones entonces se debe incrementar el diámetro de la bomba para mejorar el factor L/D.
2. Marcas de desgaste o ranuras en la circunferencia de las tolerancias cerradas en elementos rotatorios, y una correspondiente marca de desgaste aproximadamente a 240° en los elementos estacionarios.
 - Esto puede ser causado por insuficiencias en la la operación o por diseño. Esta evidencia se revela cuando la operación de la bomba está muy a la derecha del PME. Posiblemente la bomba es inadecuada par los requerimientos de flujo y

presión. Pudiera ser también debido a que existe una pérdida por resistencia en la tubería de descarga. Grandes fugas de líquido por un orificio o hueco, también en la tubería de descarga pudiera dar la misma evidencia.

- Si se deben mantener las condiciones entonces es necesario incrementar el diámetro del árbol para mejorar el factor L/D y por lo tanto su rigidez.

3. Marcas de desgaste o ranuras en la circunferencia de las tolerancias cerradas en elementos rotatorios, y una correspondiente marca de desgaste aproximadamente a 180° en los elementos estacionarios.

- Esto sería un problema inducido por insuficiencias de diseño causado por una tubería sometida a altas temperaturas. La voluta de la bomba y los elementos estacionarios se dilatan desde la parte inferior debido a la expansión térmica, contra los elementos rotatorios. Una posible solución es cambiar la bomba estándar ANSI a uno de “altas temperaturas” o diseño API.

2.3 Influencia de la presencia de una deflexión inicial (doblado) en un árbol hiperestático de una bomba centrífuga vertical sumergible de tres apoyos y de gran longitud.

2.3.1 Situación Objeto de Estudio. Esquema de Análisis.

La influencia que puede tener una deflexión inicial (doblado) en un árbol de máquina, hiperestático o no, en su resistencia mecánica no aparece abordada en la literatura especializada de bombas centrífugas (Cherkasski, 1986) ni en la literatura especializada de Diseño y de Elementos de Máquinas (Dobrovolski, 1970; Reshetov, 1985). Es cierto que existen especificaciones técnicas que limitan la deformación inicial límite admisible en un árbol y esta puede ser colocada entre las exigencias técnicas para su fabricación, sin

embargo, esta problemática en la práctica industrial es mucho más compleja y pueden existir ciertas limitaciones durante la fabricación o descuidos durante la transportación o manipulación de los árboles que impidan tener una gran exactitud en este sentido.

Esta es precisamente la situación objeto de análisis. En el caso particular de las bombas centrífugas verticales sumergibles los árboles son muy largos, lo que impone exigencias excepcionales durante su maquinado para no deformarlos durante su fabricación, que en ocasiones son difíciles de satisfacer en la práctica industrial y en otras ocasiones se producen errores de transporte o de manipulación que provocan deflexiones en el árbol que no siempre pueden ser corregidos totalmente. En el presente análisis se pretende crear un procedimiento de cálculo que permite evaluar que influencia puede tener una deflexión inicial (doblado) en un árbol hiperestático (muy sensible a los errores de fabricación) de gran longitud y cómo influyen precisamente las relaciones de longitud y diámetro de los diferentes tramos del árbol. Para solucionar este problema se utilizará el Método de los Parámetros de Origen para resolver el sistema hiperestático que será abordado correspondiente al árbol hiperestático de una bomba vertical con tres apoyos, una caja de bolas radial rígida en su parte superior y dos cojinetes de deslizamiento en el tramo central con el tramo éntrelos cojinetes con un diámetro engrosado, o sea, una relación L/D menor (ver Fig. 2.10). Para reducir el árbol a uno de sección constante se utilizará el Método de la Viga Equivalente.

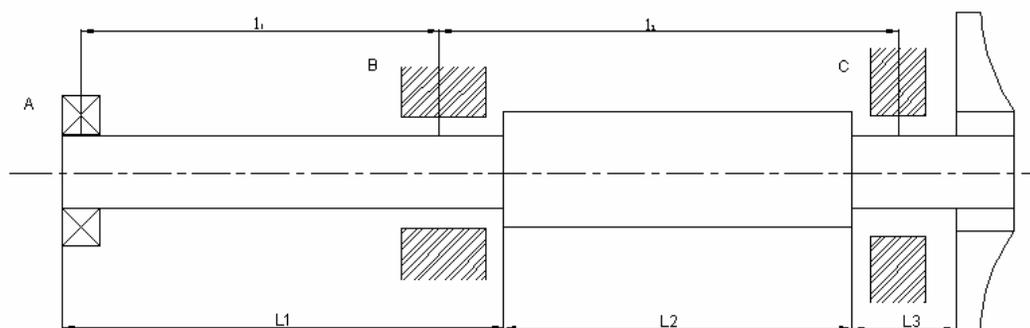


Fig. 2.10 Esquema del árbol.

Se considerará primero que el árbol está jorobado producto de un error de fabricación o producto de insuficiencias durante la conservación o transportación del mismo. La flecha inicial del árbol en la posición del apoyo central B es y_B y producto de este defecto al montar el árbol hiperestático (con tres apoyos) se producirán cargas suplementarias en los apoyos producto de que el árbol se verá forzado a tratar de ocupar la posición rectilínea ABC.

2.3.2 Método de los Parámetros de Origen para el cálculo de los desplazamientos. Método de la Viga Equivalente.

El Método de los Parámetros de Origen (Feodosiev, 1985; Pisarenko, 1979) es un método de cálculo de desplazamientos. Su aplicación se ilustrará para la solución de las vigas hiperestáticas, o sea, utilizando lo que se conoce como Ecuaciones Universales de la Curva Elástica de una viga se pueden calcular los desplazamientos tanto lineales como angulares en cualquier punto de una viga, según las ecuaciones (2.1) y (2.2).

$$E \cdot I_x \cdot \theta_z = E \cdot I_x \cdot \theta_o + \sum_{i=1}^{n1} M_i \cdot (z - a_i) + \sum_{i=1}^{n2} \frac{P_i \cdot (z - b_i)^2}{2} + \sum_{i=1}^{n3} \frac{q_i \cdot (z - c_i)^3}{6} \quad (2.1)$$

$$E \cdot I_x \cdot y_z = E \cdot I_x \cdot y_o + E \cdot I_x \cdot \theta_o \cdot z + \sum_{i=1}^{n1} \frac{M_i \cdot (z - a_i)^2}{2} + \sum_{i=1}^{n2} \frac{P_i \cdot (z - b_i)^3}{6} + \sum_{i=1}^{n3} \frac{q_i \cdot (z - c_i)^4}{24} \quad (2.2)$$

Plateando las ecuaciones universales de la curva elástica de la viga para calcular los desplazamientos en algunos puntos cuyos desplazamientos son cero, o poseen valores conocidos, es posible obtener las ecuaciones suplementarias requeridas para resolver las vigas hiperestáticas. Veamos la aplicación con un ejemplo concreto. Se desea calcular las reacciones en los apoyos y construir los diagramas de fuerza de cortante y momentos flectores para la viga hiperestática mostrada en la Fig. 2.11.

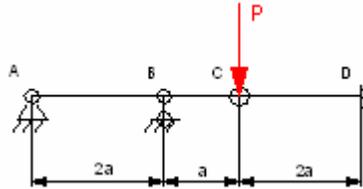


Fig. 2.11 Viga hiperestática de ejemplo.

La viga posee dos grados de hiperestaticidad. En el esquema de análisis se considera que la carga P está aplicada en el punto C del tramo ABC de la viga, y sobre el tramo CD solo actúa la acción R_c que el tramo ABC le transmite a través de la articulación C .

Vamos a analizar primero el tramo CD (ver Fig. 2.11).

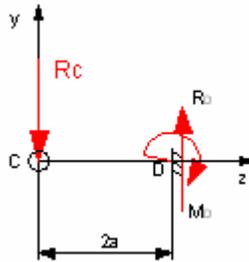


Fig. 2.12 Método de las secciones para el Tramo CD .

De las ecuaciones de equilibrio para el tramo se tiene que:

$$\sum F_y = R_D - R_C = 0 \quad \rightarrow \quad R_D = R_C \tag{2.3}$$

$$\sum M_D = M_D - R_C \cdot (2a) = 0 \quad \rightarrow \quad M_D = R_C \cdot (2a) \tag{2.4}$$

Partiendo de que tanto la pendiente como la flecha en D son iguales a cero se puede hallar la flecha en C en función de R_c . Se verá lo anterior colocando el origen de coordenadas en el extremo izquierdo de la viga.

$$E \cdot I_x \cdot \theta_D = E \cdot I_x \cdot \theta_C - \frac{R_C \cdot (2 \cdot a - 0)^2}{2} = 0 \quad (2.5)$$

$$E \cdot I_x \cdot \theta_C = 2 \cdot R_C \cdot a^2$$

$$E \cdot I_x \cdot y_D = E \cdot I_x \cdot y_C + E \cdot I_x \cdot \theta_C \cdot (2a) - \frac{R_C \cdot (2 \cdot a - 0)^3}{6} = 0$$

$$E \cdot I_x \cdot y_C = \frac{8}{6} \cdot R_C \cdot a^3 - 2 \cdot R_C \cdot a^2 \cdot (2a) = -\frac{8}{3} \cdot R_C \cdot a^3 \quad (2.6)$$

Analicemos ahora el tramo ABC, Fig. 2.13.

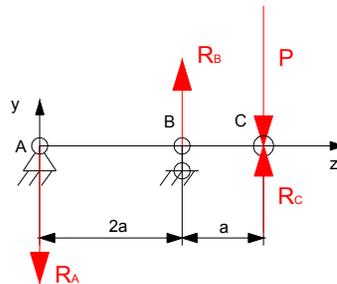


Fig. 2.13 Método de las Secciones para el Tramo ABC.

De las ecuaciones de equilibrio del tramo se tiene:

$$\sum F_y = R_B + R_C - R_A - P = 0 \quad (2.7)$$

$$\sum M_C = R_B \cdot a - R_A \cdot (3a) = 0 \quad (2.8)$$

$$R_B = 3 \cdot R_A$$

Se han planteado cuatro ecuaciones de equilibrio, es necesario encontrar una ecuación complementaria. En este caso conocemos, por ejemplo, que la flecha en el punto B para el tramo ABC es igual a cero. Plantearemos la ecuación de la flecha en B y la igualaremos a cero.

$$E \cdot I_x \cdot y_B = E \cdot I_x \cdot y_A + E \cdot I_x \cdot \theta_A \cdot (2a) - \frac{R_A \cdot (2a - 0)^3}{6} = 0 \quad \text{Como: } y_A = 0 \text{ entonces:}$$

$$E \cdot I_x \cdot \theta_A = \frac{R_A \cdot (2a)^3}{6 \cdot (2a)} = \frac{2}{3} \cdot R_A \cdot a^2 \quad (2.9)$$

Esta condición no constituye aun una ecuación complementaria, pero ahora podemos plantear la ecuación para obtener la flecha en C e igualarla con la expresión (2.6) obtenida para el tramo CD:

$$E \cdot I_x \cdot y_C = E \cdot I_x \cdot y_A + E \cdot I_x \cdot \theta_A \cdot (3a) - \frac{R_A \cdot (3a - 0)^3}{6} + \frac{R_B \cdot (3a - 2a)^3}{6} \quad (2.10)$$

Sustituyendo en (2.10) la ecuación (2.9) e igualando el resultado con (2.6) se obtiene:

$$\frac{3}{2} \cdot R_A \cdot a^2 \cdot (3a) - \frac{R_A \cdot 27 \cdot a^3}{6} + \frac{R_B \cdot a^3}{6} = -\frac{8}{3} \cdot R_C \cdot a^3$$

Simplificando:

$$15 \cdot R_A - R_B = 16 \cdot R_C \quad (2.11)$$

Y esta constituye la ecuación complementaria necesaria. Sustituyendo en ella la expresión (2.8) se obtiene que:

$$15 \cdot R_A - 3 \cdot R_A = 16 \cdot R_C \quad \rightarrow \quad R_C = \frac{3}{4} \cdot R_A \quad (2.12)$$

Y ahora sustituyendo (2.8) y (2.12) en (2.7):

$$3 \cdot R_A + \frac{3}{4} \cdot R_A - R_A = P \quad \rightarrow \quad R_A = \frac{4}{11} \cdot P \quad (2.13)$$

$$R_B = 3 \cdot R_A = \frac{12}{11} \cdot P \quad (2.14)$$

$$R_C = \frac{3}{4} \cdot R_A = \frac{3}{11} \cdot P \quad (2.15)$$

Como $R_D = R_C = \frac{3}{11} \cdot P$ y $M_D = 2 \cdot R_C \cdot a = \frac{6}{11} \cdot P \cdot a$

Conocidas todas las reacciones ya se pueden hallar los diagramas de fuerzas de cortante y momentos flectores (ver Fig. 2.14).

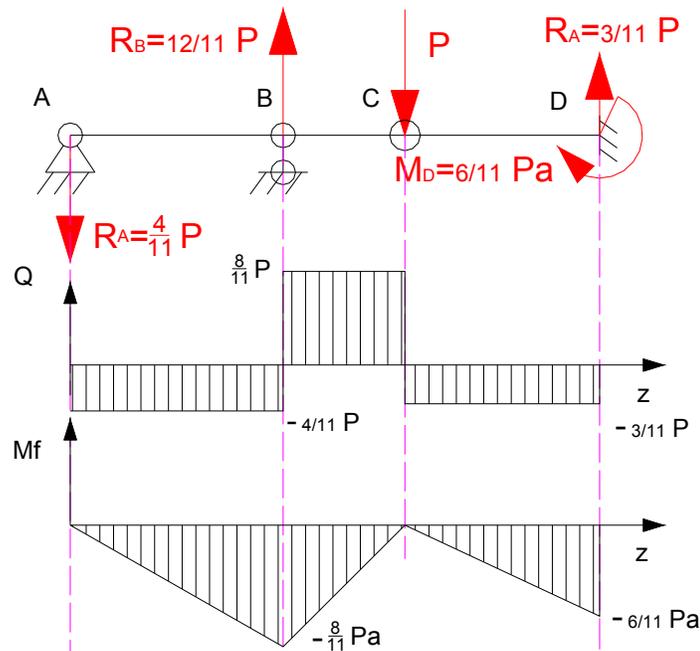


Fig. 2.14 Diagramas de Fuerzas de Cortante y Momentos Flectores de la Viga.

Cuando se trata de una viga de rigidez variable se puede aplicar también el Método de los Parámetros de Origen (Pisarenko, 1979) pero es necesario hallar primero lo que se conoce como “Viga Equivalente”. Se verá a continuación este método. Se ilustrará la aplicación del método con una viga isostática como la mostrada en la Fig. 2.15 a). Se trata de una viga de rigidez variable de tres momentos de inercia I_1 , I_2 e I_3

respectivamente y aparecen construidos los diagramas de fuerzas de cortante y momentos flectores.

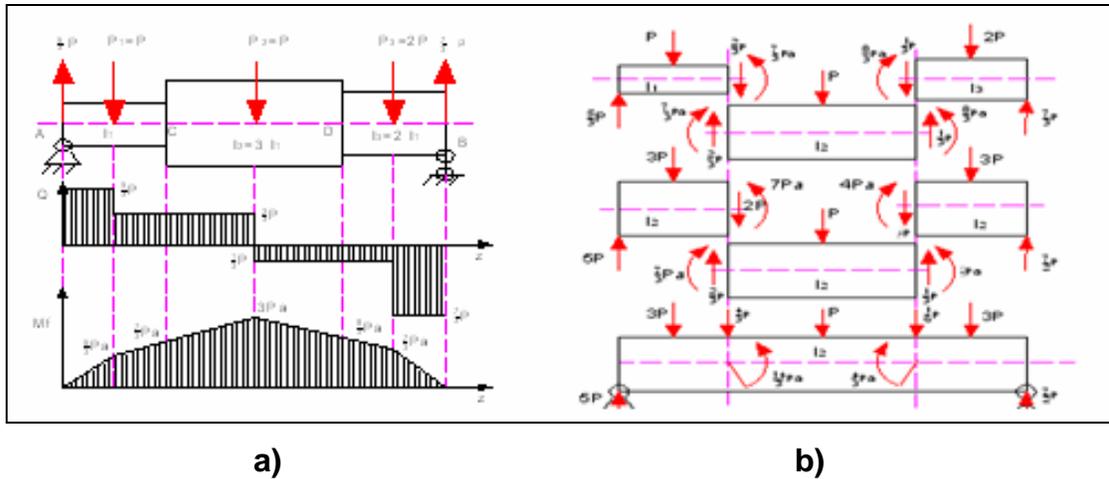


Fig. 2.15 Viga isostática de rigidez variable y fuerzas internas en las transiciones entre los diferentes tramos de rigidez variable para su reducción a una viga equivalente.

Para calcular los desplazamientos en una viga de rigidez variable es necesario plantear la ecuación diferencial aproximada de la curva elástica de la viga para cada tramo, o sea:

$$E \cdot I_{x1} \cdot y'' = M_{fz1}$$

$$E \cdot I_{x2} \cdot y'' = M_{fz2} \quad y$$

(2.16)

$$E \cdot I_{x3} \cdot y'' = M_{fz3}$$

Se va a sustituir la viga de rigidez variable por una equivalente de rigidez constante, digamos de rigidez igual a la del segundo tramo, o sea, I_2 . Multiplicando y dividiendo por I_2 el miembro derecho de las expresiones (2.16) no se altera el resultado y se obtiene:

$$E \cdot I_{x2} \cdot y'' = M_{fz1} \cdot \beta_1$$

$$E \cdot I_{x2} \cdot y'' = M_{fz2} \cdot \beta_2 \quad (2.17)$$

$$E \cdot I_{x2} \cdot y'' = M_{fz3} \cdot \beta_3$$

Donde:

$$\beta_1 = \frac{I_2}{I_1} = 3, \quad \beta_2 = \frac{I_2}{I_2} = 1, \quad \beta_3 = \frac{I_2}{I_3} = \frac{3}{2} \quad (2.18)$$

$$\text{En general } \beta_i = \frac{I_{eq}}{I_i} \quad (2.19)$$

Y se denomina coeficiente de reducción, donde:

I_{eq} → Momento de inercia que se elige para la viga equivalente.

I_i → Momento de inercia de cada tramo en particular.

Las expresiones (2.17) corresponden ya a una viga de rigidez constante de momento de inercia I_2 donde el momento flector de cada tramo queda multiplicado por el correspondiente coeficiente de reducción. Puesto que los momentos flectores son una función lineal de las cargas, se puede, para cada tramo de la viga, en vez de multiplicar el momento flector por el coeficiente de reducción, multiplicar por ese coeficiente todas las cargas exteriores de ese tramo junto con las fuerzas interiores Q y M en los lugares de transición entre los diferentes tramos. Uniendo los diferentes tramos unos con otros y sumando las fuerzas internas en las uniones de éstos se obtiene como se muestra en la Fig. 2.16 b) una viga de sección constante solicitada por cargas exteriores reducidas, es decir, multiplicadas β_i veces. En las uniones de los diferentes tramos quedarán aplicadas nuevas cargas exteriores, fuerzas concentradas o momentos concentrados iguales a las diferencias de las fuerzas interiores en la respectiva unión. La viga equivalente (ver Fig. 2.18 b) tendrá una curva elástica que coincide completamente con la curva elástica de la viga escalonada dada.

Se analizará, a modo de ejemplo ilustrativo, la aplicación de este método a la solución de una viga hiperestática escalonada utilizando el Método de los Parámetros de Origen. Se calcularán las reacciones en los apoyos y se construirán los diagramas de fuerza de cortante y momentos flectores de la viga hiperestática escalonada mostrada en la Fig. 2.16. De la misma forma se aplicaría para una viga o árbol isostático que son más simples.

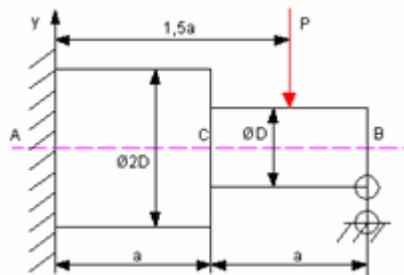


Fig. 2.16 Viga hiperestática de Sección Variable.

El diagrama de sólido rígido de la viga se muestra en la Fig. 2.17

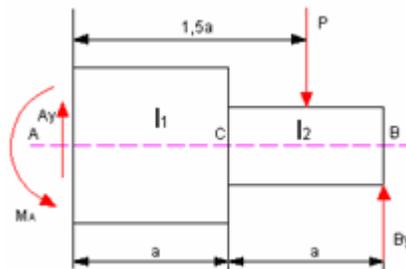


Fig. 2.17 Reducción a una Viga equivalente.

Las ecuaciones de equilibrio son:

$$\sum F_y = A_y + B_y - P = 0$$

$$A_y + B_y = P \tag{2.20}$$

$$\begin{aligned}\sum M_A &= M_A + B_y \cdot (2a) - P \cdot (1,5a) = 0 \\ M_A + B_y \cdot (2a) &= P \cdot (1,5a)\end{aligned}\tag{2.21}$$

La viga es hiperestática con un grado de hiperestaticidad. Reduzcámoslas a una viga equivalente de momento de inercia I_1 .

$$\beta_1 = \frac{I_1}{I_1} = 1, \quad \beta_2 = \frac{I_1}{I_2} = \frac{0,05 \cdot (2 \cdot D)^4}{0,05 \cdot (D)^4} = 16\tag{2.22}$$

Expresemos Q_C y M_C en función de A_y y M_A . Para el tramo de la izquierda:

$$\begin{aligned}\sum F_y &= Q_C - A_y = 0 \\ Q_C &= A_y\end{aligned}\tag{2.23}$$

$$\begin{aligned}\sum M_C &= M_C - A_y \cdot a + M_A = 0 \\ M_C &= A_y \cdot a - M_A\end{aligned}\tag{2.24}$$

Multiplicando las cargas y fuerzas internas de cada tramo por los respectivos coeficientes de reducción y sumando las cargas se obtiene la viga equivalente (ver Fig. 2.18).

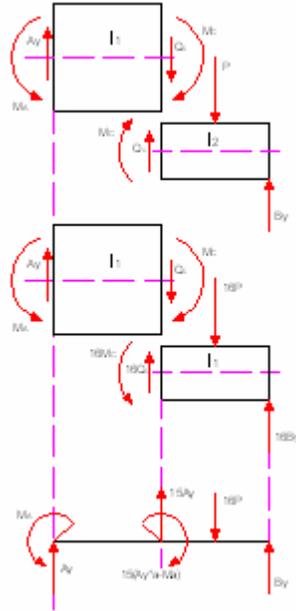


Fig. 2.18 Viga Equivalente obtenida.

Situando el origen de coordenadas en el empotramiento se tiene que:

$$y_o = y_A = 0 \quad y \quad \theta_o = \theta_A = 0$$

Planteando la ecuación universal de la elástica para el cálculo de la flecha en B donde

$v_B = 0$, se tiene:

$$E \cdot I_1 \cdot y_B = -\frac{M_A \cdot (2a - 0)^2}{2} + \frac{A_y \cdot (2a - 0)^3}{6} + \frac{15 \cdot A_y \cdot (2a - 0)^3}{6} + \frac{15 \cdot (A_y \cdot a - M_1) \cdot (2a - a)^2}{2} - \frac{16 \cdot P \cdot (2a - 1,5a)^3}{6} = 0$$

Resolviendo se obtiene:

$$67 \cdot A_y \cdot a - 57 \cdot M_A = 2 \cdot P \cdot a \quad (2.25)$$

Simultaneando las ecuaciones (2.20), (2.21) y (2.25) se obtiene:

$$A_y = 0,564 \cdot P, \quad B_y = 0,436 \cdot P \quad \text{y} \quad M_A = 0,628 \cdot P \cdot a$$

Teniendo las reacciones ya se pueden construir los diagramas de Q_y y M_f .

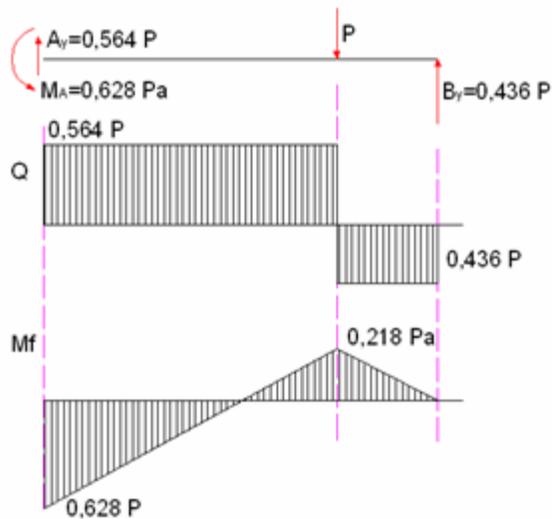


Fig. 2.19 Reacciones y Diagramas de Fuerzas de Cortante y Momentos Flectores de la viga.

2.4 Aplicación del Método de la Viga Equivalente y del Método de los Parámetros de Origen en la determinación de las fuerzas internas en un árbol hiperestático de una bomba centrífuga vertical sumergible que posee una deflexión inicial (joroba) de magnitud y_B .

2.4.1 Esquema de Análisis del árbol de la bomba objeto de estudio.

Se despreciará para este análisis inicial la influencia de la rigidez angular del apoyo A (caja de bolas radial de simple hilera) y la de los cojinetes de deslizamiento B y C. Todos los apoyos se considerarán articulaciones rígidas. El árbol es hiperestático con un grado de hiperestaticidad. El esquema de análisis se muestra en la Fig. 2.20.

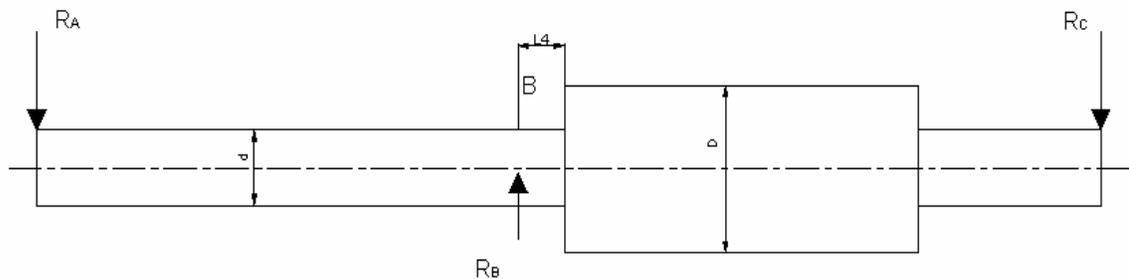


Fig. 2.20 Esquema de Análisis del Árbol.

Las ecuaciones de equilibrio son:

$$\sum F_y = R_B - R_A - R_C = 0 \quad (2.26)$$

$$\sum M_A = R_B * l_1 - R_C \left(\frac{l_1 + l_2}{l_1} \right) = 0$$

$$R_B = R_C \cdot \left(\frac{l_1 + l_2}{l_1} \right) \quad (2.27)$$

El árbol está colocado verticalmente por lo que su peso propio no provoca momentos flectores importantes (solo por la presencia de la excentricidad inicial muy pequeña y no se considerará). El árbol es escalonado por lo que se hace necesario reducirlo a un árbol de sección constante aplicando el Método de la Viga Equivalente. Para ello se divide el árbol en tramos de rigidez constante.

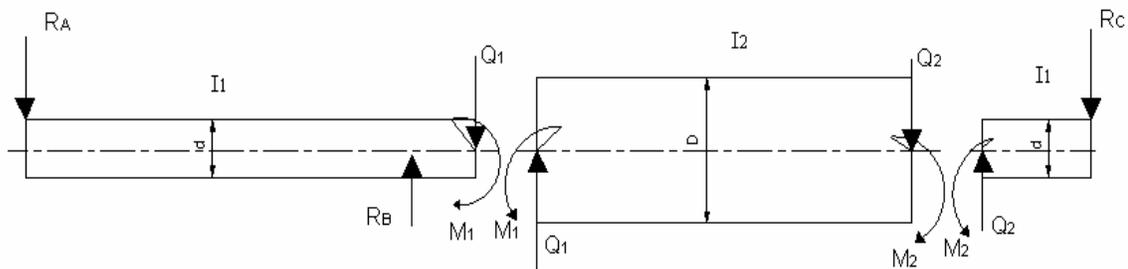


Fig. 2.21 División en tramos del árbol para reducirlo a uno de sección constante.

Se reducirá el árbol a uno de rigidez constante de momento de inercia $I_2 = 0.05 \cdot D^4$. El coeficiente de reducción para los tramos de rigidez I_1 será:

$$\beta_1 = \frac{I_2}{I_1} = \frac{0.05 \cdot D^4}{0.05 \cdot d^4} = \left(\frac{D}{d}\right)^4$$

Se multiplican ahora las cargas de los tramos de rigidez I_1 por el coeficiente de reducción β_1 para reducirlo a un tramo de rigidez I_2 .

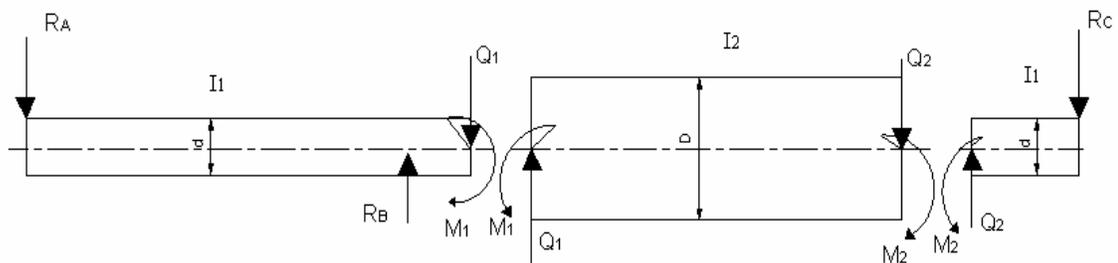


Fig. 2.22 División en tramos del árbol para reducirlo a uno de sección constante.

Y ahora se unen los tramos y se suman las cargas.

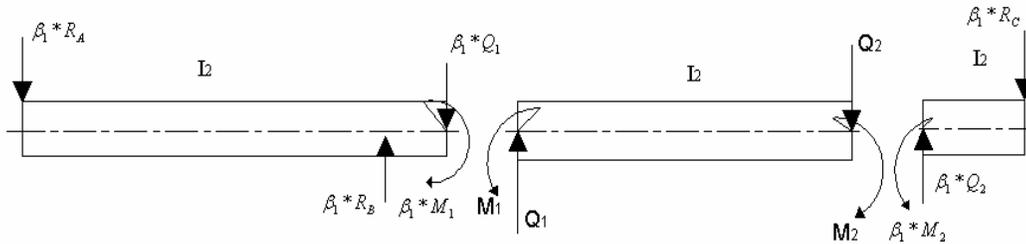


Fig. 2.23 Sumatoria de las cargas entre tramos.

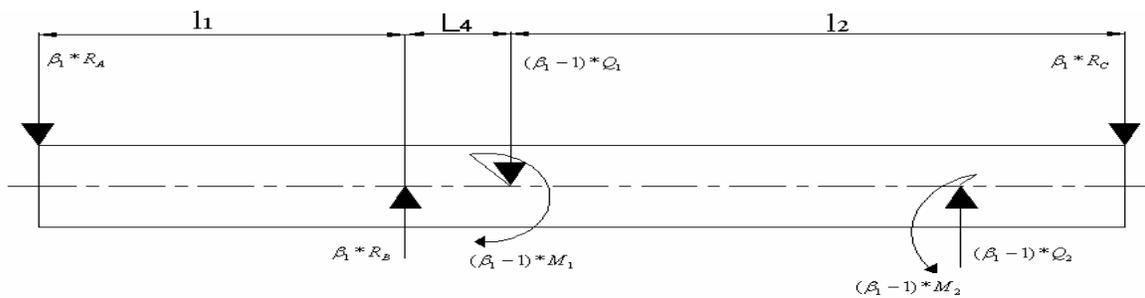


Fig. 2.24 Árbol Equivalente de Sección Constante.

Este árbol es ahora de rigidez constante y equivalente por las cargas al árbol original. Al ser de rigidez constante se puede aplicar ahora el Método de los Parámetros de Origen para hallar la ecuación complementaria necesaria en función del problema que queremos resolver. Para eso se hace necesario hallar los parámetros de origen y_0 y θ_0 de acuerdo a las condiciones de contorno del problema planteado. El parámetro y_0 flecha del árbol en el origen $y_0 = 0$ ya que en el origen de coordenadas, extremo izquierdo del árbol (Punto A), existe un apoyo (caja de bolas radial de simple hilera). La pendiente en el origen θ_0 se hallará de la condición de que el apoyo C la flecha $y_c = 0$.

$$EI_x y_c = EI_x y_0 + EI_x \theta_0 * (l_1 + l_2) - \frac{\beta_1 \cdot R_A (l_1 + l_2 - 0)^3}{6} + \frac{\beta_1 \cdot R_B (l_1 + l_2 - l_1)^3}{6} - \frac{(\beta_1 - 1) \cdot Q_1 (l_1 + l_2 - l_1 - L_4)^3}{6} + \frac{(\beta_1 - 1) \cdot M_1 (l_1 + l_2 - l_1 - L_4)^2}{2} = 0 \quad (2.28)$$

$EI_x y_0 = 0 \rightarrow$ Porque el parámetro y_0 flecha del árbol en el origen $y_0 = 0$ ya que en el origen de coordenadas extremo izquierdo del árbol (Punto A), existe un apoyo (caja de bolas radial de simple hilera).

Para eliminar Q_1 y M_1 de esta ecuación es necesario expresar estas fuerzas poniéndolas en función de R_A y R_B partiendo del equilibrio del tramo de la izquierda separado.

$$\sum F_y = \beta_1 \cdot Q_1 + \beta_1 \cdot R_A - \beta_1 \cdot R_B = 0 \rightarrow Q_1 = R_B - R_A \quad (2.29)$$

$$\sum M_0 = \beta_1 \cdot M_1 + \beta_1 R_B \cdot L_4 - \beta_1 \cdot R_A \cdot (l_1 + L_4) = 0$$

$$M_1 = R_A \cdot (l_1 - L_4) - R_B \cdot L_4 \quad (2.30)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.29) y (2.30) en (2.28) se despeja el producto $EI_x \theta_0$ y ahora se puede hallar la ecuación suplementaria necesaria para resolver las reacciones en los apoyos del árbol hiperestático. Esta ecuación se hallará partiendo del supuesto de que el árbol está jorobado y su flecha (joroba) en la posición del apoyo B es conocida y vale y_B .

Hallando el sistema de ecuaciones de tres con tres para poder resolver las tres incógnitas antes expresadas (R_A ; R_B ; R_C ; θ_o).

$$R_B - R_A - R_C = 0$$

$$R_C = R_B - R_A$$

Sustituimos R_C en la ecuación:

$$\begin{aligned}
 R_B &= R_C \cdot \left(\frac{l_1 + l_2}{l_1} \right) \\
 R_B &= (R_B - R_A) \cdot \left(\frac{l_1 + l_2}{l_1} \right) \\
 R_B &= R_B \cdot \left(\frac{l_1 + l_2}{l_1} \right) - R_A \cdot \left(\frac{l_1 + l_2}{l_1} \right) \\
 R_A &= R_B \cdot \left(\frac{l_1 + l_2 - l_1}{l_1} \right) \cdot \frac{l_1}{l_1 + l_2} \\
 R_A &= R_B \cdot \frac{l_2}{(l_1 + l_2)} \tag{1'}
 \end{aligned}$$

$$EI_x y_B = EI_x y_0 + EI_x \theta_0 \cdot l_1 - \frac{\beta_1 \cdot R_A \cdot (l_1 - 0)^3}{6}$$

$EI_x y_0 = 0 \rightarrow$ Porque el parámetro y_0 flecha del árbol en el origen $y_0 = 0$ ya que en el origen de coordenadas extremo izquierdo del árbol (Punto A), existe un apoyo (caja de bolas radial de simple hilera).

De esta ecuación se despeja el valor de la reacción R_A .

$$R_A = \frac{6 \cdot (EI_x \theta_0 \cdot l_1 - EI_x y_B)}{\beta_1 \cdot l_1^3} \tag{2'}$$

$EI_x y_0 = 0 \rightarrow$ Porque el parámetro y_0 flecha del árbol en el origen $y_0 = 0$ ya que en el origen de coordenadas extremo izquierdo del árbol (Punto A), existe un apoyo (caja de bolas radial de simple hilera).

$EI_x y_C = 0 \rightarrow$ Porque la pendiente en el origen θ_0 se hallará de la condición de que en el apoyo C la flecha $y_C = 0$.

$$EI_x \theta_0 \cdot (l_1 + l_2) - \frac{\beta_1 \cdot R_A (l_1 + l_2 - 0)^3}{6} + \frac{\beta_1 \cdot R_B (l_1 + l_2 - l_1)^3}{6} - \frac{(\beta_1 - 1) \cdot (R_B - R_A) \cdot (l_1 + l_2 - l_1 - L_4)^3}{6} + \frac{(\beta_1 - 1) \cdot [R_A (l_1 - L_4) - R_B \cdot L_4] \cdot (l_2 - L_4)^2}{2} = 0$$

$$EI_x \theta_0 \cdot (l_1 + l_2) - \frac{\beta_1 R_A \cdot (l_1 + l_2)^3}{6} + \frac{\beta_1 R_B l_2^3}{6} - \frac{(\beta_1 - 1) \cdot (R_B - R_A) \cdot (l_2 - L_4)^3}{6} - \frac{(\beta_1 - 1) \cdot [R_A (l_1 - L_4) - R_B \cdot L_4] \cdot (l_2 - L_4)^2}{2} = 0$$

$$EI_x \theta_0 \cdot (l_1 + l_2) - \frac{\beta_1 R_A \cdot (l_1 + l_2)^3}{6} + \frac{\beta_1 R_B l_2^3}{6} - \frac{(\beta_1 - 1) \cdot R_B (l_2 - L_4)^3}{6} + \frac{(\beta_1 - 1) \cdot R_A (l_2 - L_4)^3}{6} - \frac{(\beta_1 - 1) \cdot R_A (l_1 - L_4) \cdot (l_2 - L_4)^2}{2} + \frac{(\beta_1 - 1) \cdot R_B \cdot L_4 (l_2 - L_4)^2}{2} = 0$$

$$EI_x \theta_0 \cdot (l_1 + l_2) + R_A \left[\frac{(\beta_1 - 1) \cdot (l_2 - L_4)^3}{6} - \frac{\beta_1 \cdot (l_1 + l_2)^3}{6} - \frac{(\beta_1 - 1) \cdot (l_1 - L_4) \cdot (l_2 - L_4)^2}{2} \right] + R_B \left[\frac{\beta_1 l_2^3}{6} - \frac{(\beta_1 - 1) \cdot (l_2 - L_4)^3}{6} + \frac{(\beta_1 - 1) \cdot L_4 (l_2 - L_4)^2}{2} \right] = 0 \quad (3')$$

Conocido R_A se hallará R_B y R_C de las ecuaciones (2.26) y (2.27).

2.4.2 Evaluación de la influencia de la joroba inicial y_B y del tramo rigidizado central.

El árbol objeto de estudio poseía inicialmente los dos cojinetes de deslizamiento de bronce y durante la reparación realizada en la Refinería de Petróleo “Camilo Cienfuegos” se le colocaron cojinetes de deslizamiento de plástico, menos rígidos, lo que indudablemente repercutirá en el comportamiento del árbol. En el próximo capítulo se analizará la influencia del material del cojinete, en este se tratará de esclarecer que influencia tiene la magnitud de la deformación inicial (joroba) y_B y la diferencia de diámetros del tramo central. Las ecuaciones (2.29), (2.30) y 82.32), se procesaron con el software MatLab (“MatLab, The Language of Technical Computing,” 2009), obteniéndose los valores de las reacciones R_A , R_B y R_C y la pendiente en el apoyo A , θ_A . En la Fig. 2.25 se muestra el esquema del árbol analizado con el tramo central rigidizado y en la Tabla 2-2. Los resultados del cálculo.

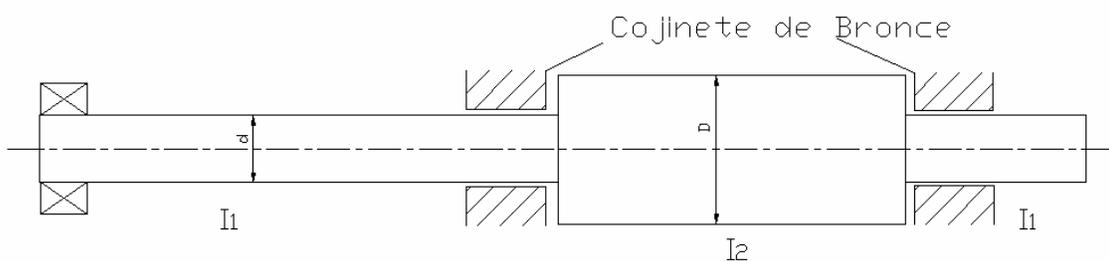


Fig. 2.25 Esquema del árbol original.

Tabla 2-2 Reacciones en los Apoyos originadas por una joroba inicial con el tramo central entre cojinetes rigidizado.

y_B (cm)	R_A (kN)	R_B (kN)	R_C (kN)	θ_o (rad)	M_f (kN-cm)
0	0	0	0	0	0
0.1	0.0285264	0.0521919	0.0236654	0.0008364	4.22
0.2	0.0570529	0.1043837	0.0473309	0.0016728	8.44
0.3	0.0855793	0.1565756	0.0709963	0.0025092	12.66
0.4	0.1141058	0.2087675	0.0946617	0.0033455	16.88
0.5	0.1426322	0.2609594	0.1183272	0.0041819	21.10

En la Fig. 2.25 Esquema del árbol original. se graficaron estos resultados.

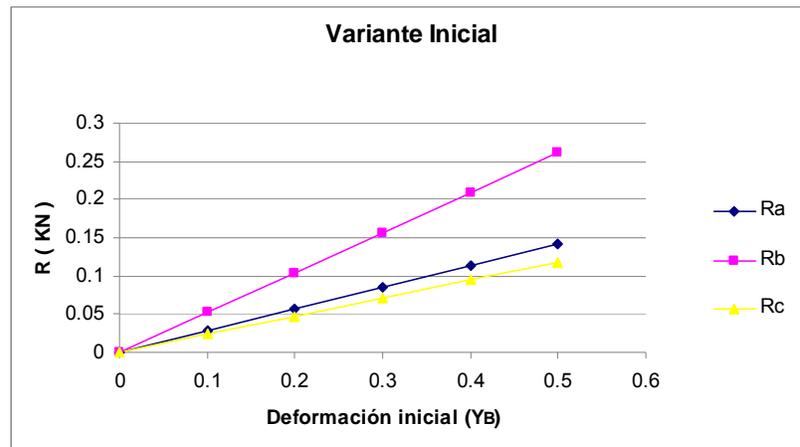


Fig. 2.26 Comportamiento de las reacciones y de la flecha, para el árbol original.

Se evaluó también que sucede si se elimina el tramo central rigidizado, o sea, si el árbol se hace menos rígido. En los sistemas hiperestáticos la rigidez de los elementos influye sensiblemente en la magnitud de las fuerzas que intervienen en el sistema. En la Fig. 2.27 Esquema del árbol modificado. se muestra el esquema del árbol en estas nuevas condiciones con rigidez uniforme y en la

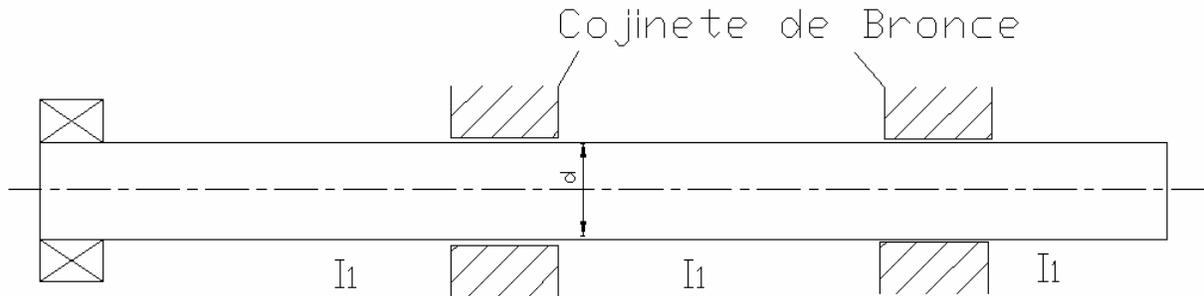


Fig. 2.27 Esquema del árbol modificado.

Tabla 2-3 Reacciones en los Apoyos originadas por una joroba inicial para el árbol de rigidez uniforme.

y_B (cm)	R_A (kN)	R_B (kN)	R_C (kN)	θ_o (rad)	M_f (kN-cm)
0	0	0	0	0	0
0.1	0.0011940	0.0021845	0.0009905	0.0009559	0.17
0.2	0.0023879	0.0043689	0.0019810	0.0019119	0.35
0.3	0.0035819	0.0065534	0.0029715	0.0028678	0.53
0.4	0.0047758	0.0087378	0.0039620	0.0038238	0.71
0.5	0.0059698	0.0109223	0.0049525	0.0047797	0.88

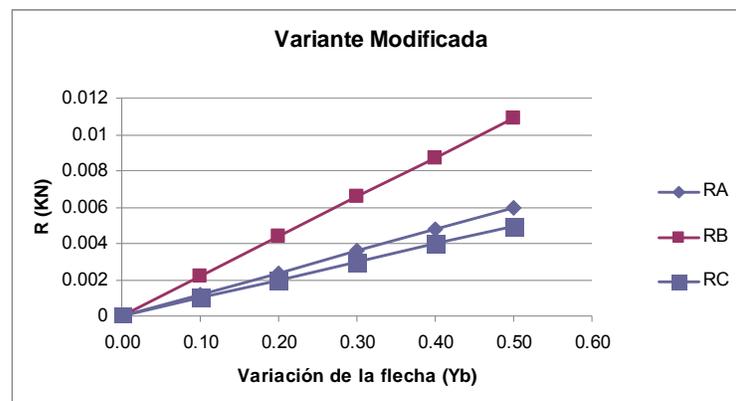


Fig. 2.28 Comportamiento de las reacciones y de la flecha, para el árbol modificado con rigidez constante.

2.5 Conclusiones Parciales del Capítulo II.

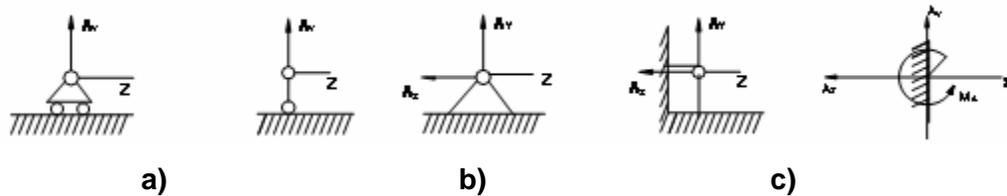
1. Se profundizó en la utilización del Método de los Parámetros de Origen, en el cálculo de desplazamientos y en su posible aplicación en la solución de árboles o vigas hiperestáticas.
2. Se profundizó en la aplicación del Método de la Viga Equivalente, para el cálculo de desplazamientos en árboles y vigas de sección variable e incluso en su utilización también en la solución de árboles hiperestáticos.
3. Se aplicaron estos métodos en la obtención de las reacciones de apoyo y de las fuerzas internas que surgen en un árbol de una bomba vertical hiperestático con rigidez variable.
4. De los resultados de la aplicación se concluye que el incremento de la deformación inicial del árbol (joroba) eleva como era de esperar las reacciones en los apoyos proporcionalmente con la magnitud de la deformación inicial y por lo tanto evidentemente se perjudica el trabajo de los cojinetes y del árbol.
5. La presencia del tramo intermedio entre los cojinetes de deslizamiento rigidizado, disminuye la magnitud de las reacciones de apoyo que surgen en el árbol para una joroba inicial determinada, siendo esta evidentemente la causa por la cual los fabricantes introducen ese tramo rigidizado.

Capítulo III Desarrollo de método de cálculo de los árboles hiperestáticos de las bombas centrífugas verticales, considerando la elasticidad lineal y angular de los apoyos y la rigidez de los tramos entre apoyos.

3.1 Esquema de análisis de los árboles considerando la elasticidad angular de los cojinetes de rodamientos.

En el análisis de la resistencia de los árboles de las bombas centrífugas verticales se empleará un esquema de análisis más exacto que el esquema clásico, en el cual se considera la rigidez al giro propia de los cojinetes de rodamientos. Los soportes de los árboles de las máquinas históricamente se han idealizado a través de tres esquemas de análisis típicos: el apoyo articulado móvil, el apoyo articulado fijo y el apoyo empotrado, sin embargo, estos esquemas idealizados se alejan en cierta medida de la realidad. Los apoyos articulados provocan en los mismos: fuerzas internas, tensiones, flechas y pendientes mucho mayores que los reales y los apoyos empotrados: fuerzas internas, tensiones, flechas y pendientes mucho menores que las que existen en la realidad. Estas insuficiencias de los esquemas de análisis se han asimilado históricamente a través del controvertido factor de seguridad, encargado de llevar sobre su espalda todas las imprecisiones e incertidumbres de los cálculos. En el presente trabajo se describe una nueva metodología para el cálculo de árboles del reductor utilizando un esquema de análisis con empotramientos parcialmente elásticos, al considerar la rigidez angular de los cojinetes de rodamientos. Los esquemas de análisis de los apoyos rígidos clásicos utilizados en los sistemas planos en la literatura de Mecánica Teórica se muestran en las Fig. 3.1. En la literatura técnica se utilizan otros apoyos articulados que consideran las propiedades elásticas de los apoyos. Estos modelos se muestran en las Fig. 3.2. En la literatura de Mecánica Teórica (Bedford, 2002; Beer, 1984; Merian, 2003) sólo se hace

referencia a los apoyos rígidos clásicos, ningún autor hace referencia a otro tipo de apoyo que tenga rigidez intermedia entre los apoyos articulados y los empotrados.



a) Apoyo Articulado Rígido Móvil. b) Apoyo Articulado Rígido Fijo. c) Empotramiento Rígido

Fig. 3.1 Esquemas de Análisis Clásicos.

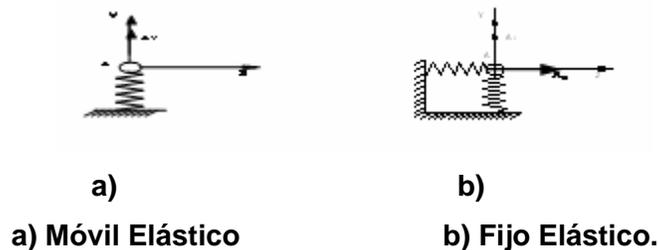


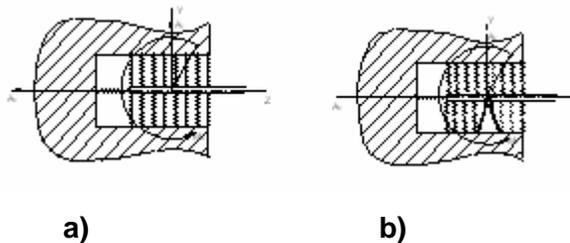
Fig. 3.2 Esquema de Análisis de los Apoyos Articulados Elásticos.

En la literatura de Mecánica de Materiales, la mayoría de los autores se refieren también exclusivamente a los apoyos rígidos clásicos, sin contemplar en ningún caso la elasticidad de los apoyos (Fitzgerald, 1996; Fogiel, 1988; Mott, 1996; Spiegel, 1999). Otro grupo de autores trata de alguna manera los apoyos elásticos mencionados anteriormente (Birger, 1966; Feodosiev, 1985; Olsen, 1962; Pisarenko, 1979) se menciona la posibilidad de que los empotramientos no sean perfectamente rígidos, pero sin profundizar en las cualidades ni en el modelo físico – matemático de este tipo de Esquema de Análisis y mucho menos en los procedimientos de cálculo. En la literatura de Diseño de Elementos de Máquinas los autores se refieren en mayor medida a los aspectos vinculados con la rigidez de los apoyos y a los diferentes posibles Esquemas de Análisis al situar las reacciones en los mismos, así por ejemplo, (Wilson, 1997) al referirse a las reacciones en los elementos

sometidos a flexión, señala que los soportes son usualmente idealizados con el objetivo de simplificar el análisis y añade que el soporte simple consiste en una fuerza concentrada resultante como reacción. Este tipo de soporte es utilizado para representar: cajas de bolas, rolletes, cojinetes de deslizamiento y otros soportes que permiten alguna rotación o pendiente en el plano durante la deformación por flexión. Más adelante expresa: “Si el soporte de la viga no permite movimiento relativo a lo largo del eje de la misma, entonces surgirá una restricción adicional que provocara una fuerza axial como resultado de dicha restricción”. Este efecto axial se desprecia siempre en los problemas de Diseño de Máquinas y continua diciendo: “El apoyo empotrado, proporciona cómo reacciones una fuerza y un momento que no permiten rotación alguna en el plano de la deflexión del elemento. La pendiente de la curva elástica del elemento es cero en el apoyo empotrado, los que son utilizados para representar soportes muy rígidos”. Cuando se refiere a las reacciones en los cojinetes en el diseño de árboles, explica que: “generalmente los mismos están soportados por dos cojinetes, como regla, los cuales son considerados como soportes simples o simple apoyos”.

Al construir diagramas de momentos flectores, tanto en elementos sometidos a flexión como en el diseño de árboles, sólo se refiere a los apoyos clásicos y sus reacciones correspondientes. Los autores que abordan el Diseño por el Método de los Elementos Finitos (MEF) (Hawkes, 1989; Volmir, 1986; Wilson, 1997) emplean diferentes tipos de elementos que se diferencian por su forma, a través de las posiciones relativas de sus nodos y por los grados de libertad, es decir por las posibles direcciones del movimiento de cada nodo. Eligiendo adecuadamente estos elementos en las zonas de apoyo es posible modelar apoyos con diferente rigideces y lograr una mayor aproximación a la realidad que en los clásicos apoyos articulados y empotrados. Esta cualidad del Método de los Elementos Finitos puede ser utilizada en la práctica para lograr aproximaciones más exactas. El Colectivo de Mecánica Aplicada de la Universidad de Cienfuegos ha definido un Nuevo Tipo de Apoyo Elástico: El Empotramiento Elástico (Fig. 3.3 a) y el

Empotramiento Parcialmente Elástico (Fig. 3.3 b) y ha determinado experimentalmente (Goytisolo et al., 2006; Meizoso, 2008) el coeficiente de rigidez de los cojinetes de rodamientos más comunes al ser utilizados como apoyos en árboles. Una caja de bolas radial de doble hilera autoalineante se comporta a la flexión como una articulación rígida, sin embargo, una caja de bolas radial rígida de simple hilera se comporta como un empotramiento parcialmente elástico con un coeficiente de rigidez $\varphi = 0.346$.



a) Empotramiento Elástico b) Empotramiento Parcialmente Elástico.

Fig. 3.3 Empotramientos Elásticos.

En el apartado siguiente se calculará el árbol de la bomba objeto de estudio considerando la elasticidad angular de los cojinetes de rodamiento y la elasticidad lineal de los cojinetes de deslizamiento.

3.2 Cálculo del árbol hiperestático de la bomba vertical con un empotramiento parcialmente elástico en la posición de la caja de bolas radial de simple hilera superior y apoyos linealmente elásticos en la posición de los cojinetes de deslizamiento.

3.2.1 Esquema de Análisis para el árbol hiperestático de la bomba vertical con apoyos elásticos.

El Esquema de Análisis que será empleado en el árbol considerará la caja de bolas radial rígida de simple hilera superior del árbol como un empotramiento parcialmente elástico

pues este tipo de cojinetes ofrece determinada resistencia al giro transversal y apoyos linealmente elásticos en la posición de los cojinetes de deslizamiento.

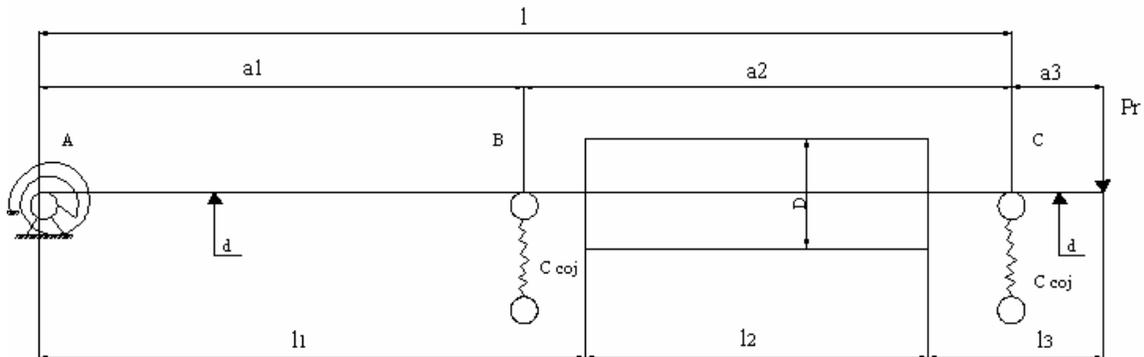


Fig. 3.4 Esquema de Análisis a emplear en el árbol.

En la Fig. 3.4 se muestra el Esquema de Análisis que se considerará para el árbol hiperestático con tres apoyos: una caja de bola radial de simple hilera en el apoyo A, la cual se considerará como un empotramiento parcialmente elástico con coeficiente de rigidez al giro $\varphi_A = 0.346$ (Goytisolo et al., 2006; Meizoso, 2008). Los cojinetes de deslizamiento B y C serán fabricados de un material no metálico auto lubricado a base de resina fabricados por la Firma FEROFORM e identificado como FEROFORM T14 (Tenmat, Cojinetes Autolubricados, Ingeniería Productos Aplicados, 2008). Debido a que este material tiene un compartimento elástico estos apoyos serán considerados como apoyos elásticos con una constante de rigidez al desplazamiento lineal C_{coj} . Para resolver las reacciones que surgen en estos apoyos provocados por la fuerza radial en el impelente P_R se hace necesario considerar primero el apoyo A como un empotramiento rígido y resolver el sistema para hallar fundamentalmente el momento en este empotramiento, en el esquema de análisis con el momento real en el empotramiento parcialmente elástico

$$M_a = \varphi_A \cdot M_{emp} .$$

3.2.2 Esquema de Análisis para el árbol hiperestático de la bomba vertical considerando el empotramiento rígido. Sistema Equivalente.

En la Fig. 3.5 se muestra el Esquema de Análisis del árbol considerando primero el empotramiento parcialmente elástico como si fuera rígido, con vistas a hallar el momento que surge en el empotramiento.

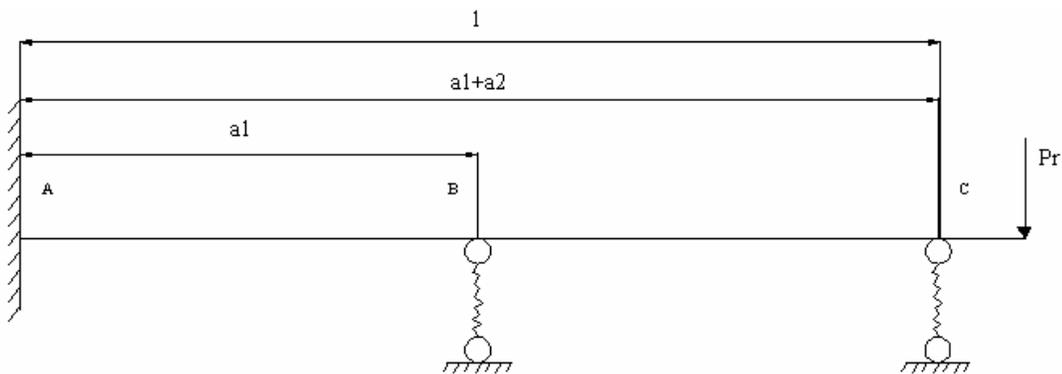


Fig. 3.5 Esquema de Análisis del árbol con empotramiento rígido.

El Sistema Equivalente de este sistema hiperestático es:

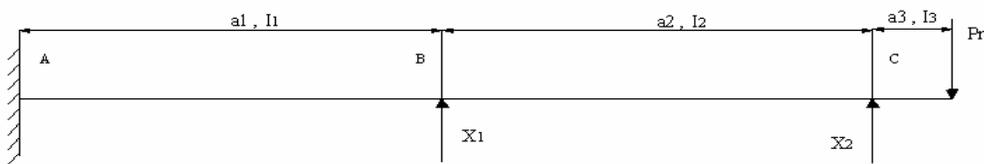


Fig. 3.6 Sistema Equivalente.

El árbol es escalonado, para simplificar el análisis se considerará que los tramos de longitud a_1 y a_3 tienen diámetro d , lo que es exacto y que el tramo a_2 tiene un diámetro mayor D , lo que no es completamente exacto ya que la zona de diámetro D es solo en la

longitud l_2 que es un poco menor que a_2 . Esto se hace para simplificar las expresiones obtenidas pues en caso contrario se complicarían excesivamente y el error no es significativo.

3.2.3 Ecuaciones Canónicas del Método de las Fuerzas. Solución.

Para resolver el sistema hiperestático planteado se aplicará el método de las fuerzas, las incógnitas son X_1 y X_2 , por la particularidad del sistema es que los desplazamientos en B y C no son cero ya que estos apoyos no son rígidos, sino que poseen una constante de rigidez (C).

Las ecuaciones canónicas quedan entonces planteadas como sigue:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12} + \delta_{1p} = -\frac{X_1}{C}$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22} + \delta_{2p} = -\frac{X_2}{C}$$

De donde:

$$\left(\delta_{11} + \frac{1}{C}\right)X_1 + \delta_{12} + \delta_{1p} = 0 \quad (3.1)$$

$$\delta_{21}X_1 + \left(\delta_{22} + \frac{1}{C}\right)X_2 + \delta_{2p} = 0 \quad (3.2)$$

Para hallar los coeficientes de las incógnitas es necesario construir los gráficos unitarios de las mismas y el gráfico de la carga externa P_R .

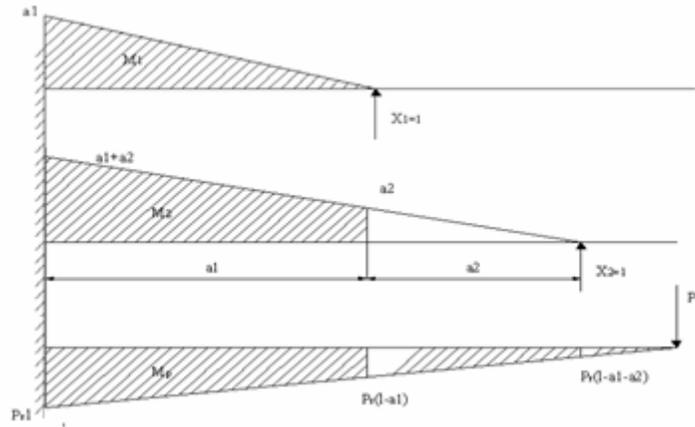


Fig. 3.7 Gráficos unitarios de las incógnitas X1 y X2 y de la carga radial PR.

Según la Tabla de Vereschiaguin (Pisarenko, 1979), los coeficientes se calculan por las siguientes expresiones:

$$\delta_{11} = \frac{a_1 \cdot a_1 \cdot a_1}{3 \cdot E \cdot I_1}$$

$$\delta_{12} = \frac{a_1 (a_2 + 2 \cdot (a_1 + a_2)) \cdot a_1}{6 \cdot E \cdot I_1} = \delta_{21}$$

$$\delta_{22} = \frac{\{a_1 (2a_2 + a_1 + a_2) + (a_1 + a_2) [2(a_1 + a_2) + a_2]\} a_1}{6 \cdot E \cdot I_1} + \frac{a_2 + a_2 + a_2}{3 \cdot E \cdot I_2}$$

$$\delta_{1p} = - \frac{a_1 [P_R (l - a_1) + 2 \cdot P_R \cdot l] \cdot a_1}{6EI_1}$$

$$\delta_{2p} = - \frac{\{P_R (l - a_1) (2a_2 + a_1 + a_2) + P_R \cdot l [2(a_1 + a_2) + a_2]\} a_1}{6EI_2}$$

Procesando las expresiones de los coeficientes:

$$\delta_{11} = \frac{a_1^3}{3EI_1}$$

$$\delta_{12} = \frac{a_1^2 a_2 + 2a_1^3 + 2a_1^2 a_2}{6EI_1} = \frac{3a_1^2 a_2 + 2a_1^3}{6EI_1}$$

$$\delta_{22} = \frac{2a_2^2 a_1 + a_1^2 a_2 + a_2^2 a_1 + 2a_1^3 + 5a_2 a_1^2 + a_2^2 a_1}{6EI_1} + \frac{a_2^3}{3EI_2} = \frac{2a_1^3 + 6a_1^2 a_2 + 6a_1 a_2^2}{6EI_1} + \frac{a_2^3}{3EI_2}$$

$$\delta_{22} = \frac{a_1^3 + 3a_1^2 a_2 + 3a_1 a_2^2}{3EI_1} + \frac{a_2^3}{3EI_2}$$

$$\delta_{1p} = -\frac{P_R (3la_1^2 - a_1^3)}{6EI_1}$$

$$\delta_{2p} = -\frac{6la_1 a_2 + 3la_1^2 - 2a_1^3}{6EI_1} - \frac{3la_2^2 - 3a_1 a_2^2 - a_2^3}{6EI_2}$$

Sustituyendo estos coeficientes en las ecuaciones (3.1) y (3.2) se obtiene:

$$\left(\frac{a_1^3}{3EI_1} + \frac{1}{C_{coj.}} \right) X_1 + \left(\frac{3a_1^2 a_2 + 2a_1^3}{6EI_1} \right) X_2 - \frac{P_R (3la_1^2 - 2a_1^3)}{6EI_1} = 0$$

$$\left(2a_1^3 + \frac{6EI_1}{C_{coj.}} \right) X_1 + (3a_1^2 a_2 + 2a_1^3) X_2 = P_R (3la_1^2 - a_1^3) \quad (3.3)$$

$$\frac{3a_1^2 a_2 + 2a_1^3}{6EI_1} * X_1 + \left(\frac{a_1^3 + 3a_1^2 a_2 + 3a_1 a_2^2}{3EI_1} + \frac{a_2^3}{3EI_2} + \frac{1}{C_{coj.}} \right) X_2 - \frac{6la_1 a_2 + 3la_1^2 - 2a_1^3}{6EI_1} - \frac{3la_2^2 - 3a_1 a_2^2 - a_2^3}{6EI_2} = 0$$

$$(3a_1^2 a_2 + 2a_1^3) I_2 X_1 + \left[2(a_1^3 + 3a_1^2 a_2 + 3a_1 a_2^2) I_2 + 2a_2^3 I_1 + \frac{6EI_2}{C_{coj.}} \right] X_2 =$$

$$= (6la_1 a_2 + 3la_1^2 - 2a_1^3) I_2 + (3la_2^2 - 3a_1 a_2^2 - a_2^3) I_1 \quad (3.4)$$

Donde:

$$E = 1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$$

$$I_1 = 0.05 \cdot d^4 = 64.8 \text{ cm}^4$$

$$I_2 = 0.05 \cdot D^4 = 185 \text{ cm}^4$$

$$a_1 = 148 \text{ cm}$$

$$a_2 = 178.4 \text{ cm}$$

$$l = 345.5 \text{ cm}$$

$$P_{R_{\max}} = 1.11 \text{ kN}$$

$$C_{\text{coj.inicial}} = 543461 \text{ kN/cm}$$

3.2.3.1 Calculando $C_{\text{coj.}}$ para la variante inicial de diseño de la Bomba Vertical Sumergible.

En la Fig. 3.8:

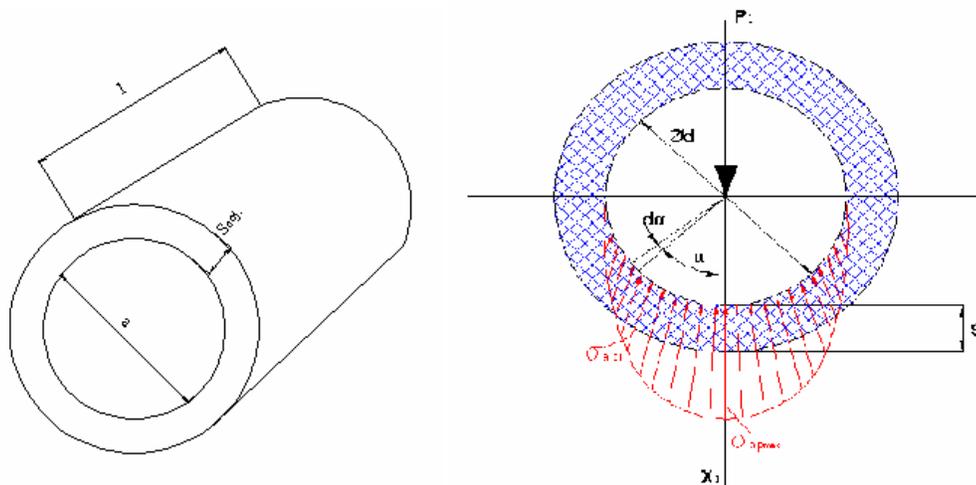


Fig. 3.8 Esquema del cojinete del árbol.

$$C_{coj.} = \frac{\pi \cdot d \cdot l_{coj.} \cdot E_{coj.}}{4 \cdot S_{coj.}}$$

$$C_{coj.} = \frac{\pi \cdot 6cm \cdot 15cm \cdot 1 \cdot 10^4}{4 \cdot 1.3cm}$$

$$C_{coj.} = \frac{2826000}{5.2} = 543461 \text{ kN/cm}$$

Donde:

d → Diámetro menor del árbol

$l_{coj.}$ → Longitud del cojinete

$E_{coj.}$ → Módulo de elasticidad del cojinete

$S_{coj.}$ → Ancho del cojinete

$E_{coj.}$ → Bronce – $E = 1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$

a → Diámetro interior del cojinete.

3.2.3.2 Calculando la fuerza radial que ejerce el impelente (P_R), por Cherkasski.

$$P_R = k_r \left(1 - \frac{Q}{Q_o} \right) \cdot \rho \cdot g \cdot H \cdot D_2 \cdot b_2$$

$$P_{R_{\max}} = \frac{k_r \cdot \rho \cdot g \cdot H \cdot D_2 \cdot b_2}{1000} \text{ KN}$$

$$P_{R_{\max}} = \frac{0.36 \cdot 1000 \cdot 9.81 \cdot 31 \cdot 0.33 \cdot 0.031}{1000}$$

$$P_{R_{\max}} = 1.11 \text{ kN}$$

Donde:

$$k_r = 0.36$$

$\rho \rightarrow$ Densidad del agua.

$g \rightarrow$ Gravedad.

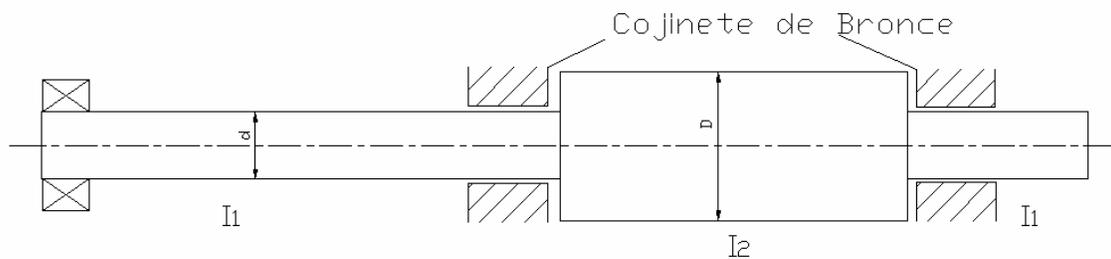
$H \rightarrow$ Carga de la máquina.

$D_2 \rightarrow$ Diámetro exterior del impelente.

$b_2 \rightarrow$ Ancho del impelente.

3.3 Planteamiento de cuatro tipos de casos para ver como se comportan las reacciones en los tres apoyos del árbol de la bomba centrífuga vertical P-52-166.

Caso I:



y_B (cm)	R_A (kN)	R_B (kN)	R_C (kN)	θ_o (rad)
0	0	0	0	0
0.1	0.0285264	0.0521919	0.0236654	0.0008364
0.2	0.0570529	0.1043837	0.0473309	0.0016728
0.3	0.0855793	0.1565756	0.0709963	0.0025092
0.4	0.1141058	0.2087675	0.0946617	0.0033455
0.5	0.1426322	0.2609594	0.1183272	0.0041819

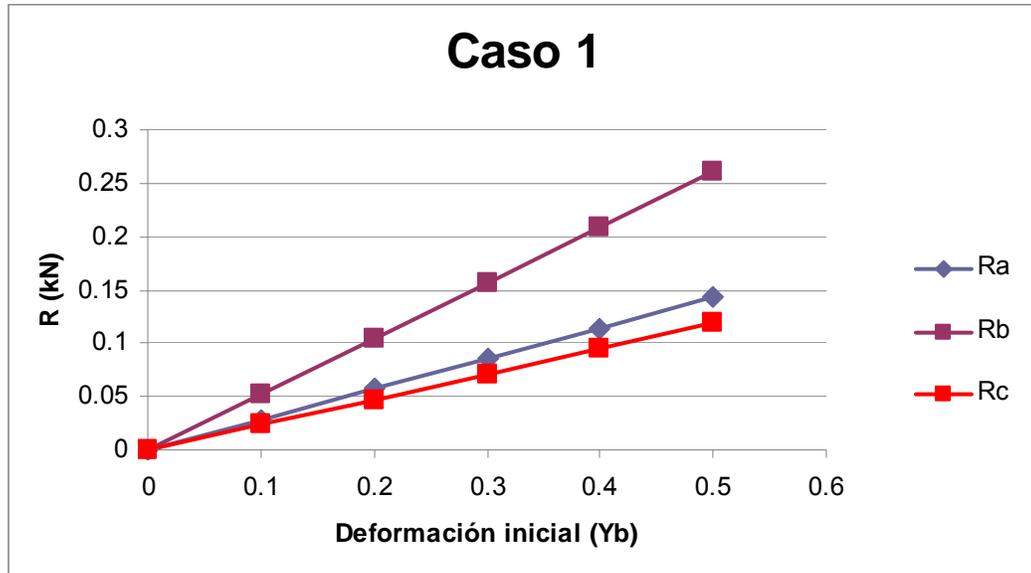
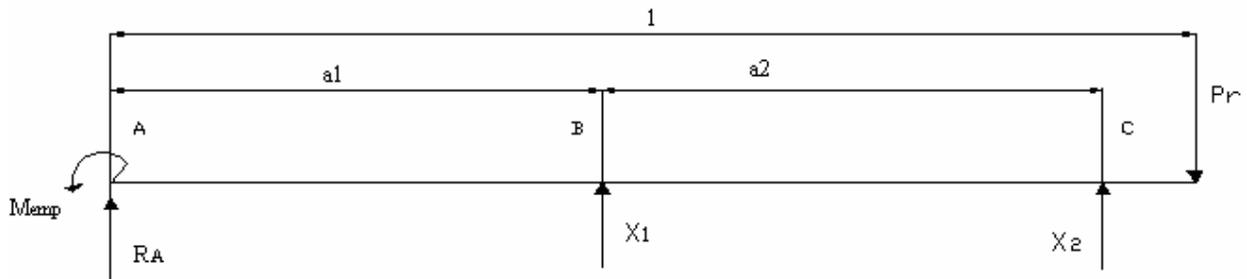


Fig. 3.9 Gráfica del caso I.

Después de haber introducido el sistema de ecuaciones en el Matlab ("MatLab, The Language of Technical Computing," 2009), se llega al resultado requerido, hallar las variables X_1 y X_2 con el objetivo de poder calcular el momento torsor en el punto A.

$$X_1 = -3.58 \text{ kN}$$

$$X_2 = 2.26 \text{ kN}$$



$$\sum_{emp.} = M_{emp.} + X_1 \cdot a_1 + X_2 (a_1 + a_2) - P_R \cdot l$$

$$M_{emp.} = P_R \cdot l - X_1 \cdot a_1 - X_2 (a_1 + a_2) \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$M_{emp.} = 1.11 \cdot 345.5 - 3.58 \cdot 148 - (2.26) \cdot (148 + 178.4)$$

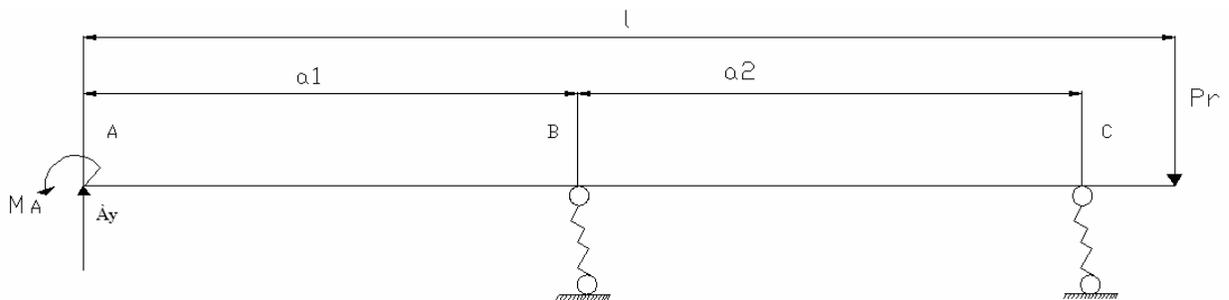
$$M_{emp.} = 383.50 - 524.84 - 737.664$$

$$M_{emp.} = -879 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$M_A = \varphi_A \cdot M_{emp.}$$

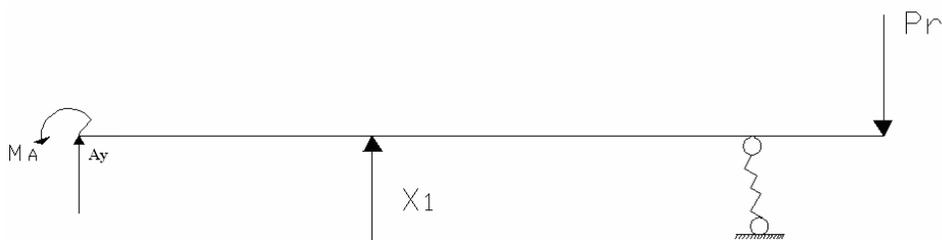
$$M_A = 0.346 \cdot -879$$

$$M_A = -304.13 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$



En el siguiente sistema equivalente eliminamos la ligadura X_1 :

Sistema equivalente:



$$\delta_{11} X_1 + \delta_{1p} = -\frac{X_1}{C_{coj.}} = \left(\delta_{11} + \frac{1}{C_{coj.}} \right) X_1 = -\delta_{1p}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3}(A_y \cdot a_1)(A_y \cdot a_1) \cdot l$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3}(0.54 \cdot 148)(0.54 \cdot 148) \cdot 345.5$$

$$\delta_{11} = 728237 \text{ cm}^2$$

$$\sum M_A = A_y(148 + 178.4) - 1 \cdot 178.4 = 0$$

$$A_y = \frac{178.4}{148 + 178.4}$$

$$A_y = 0.54 \text{ kN}$$

$$\delta_{1p} = \left[\frac{1}{6 \cdot E \cdot I_1} \cdot (A_y \cdot a_1) \left(2 \frac{M_A \cdot a_2}{a_1 + a_2} + M_A \right) \cdot a_1 + \frac{1}{3EI_2} (A_y \cdot a_1) \cdot \frac{M_A \cdot a_2}{a_1 + a_2} \cdot a_2 \right] +$$

$$+ \left[\frac{1}{3EI_1} (A_y \cdot a_1) \cdot \frac{P_R \cdot a_3 \cdot a_1}{a_1 + a_2} + \frac{1}{6EI_2} (A_y \cdot a_1) \left(2 \cdot \frac{P_R \cdot a_3 \cdot a_1}{a_1 + a_2} + p_R \cdot a_3 \right) \cdot a_2 \right]$$

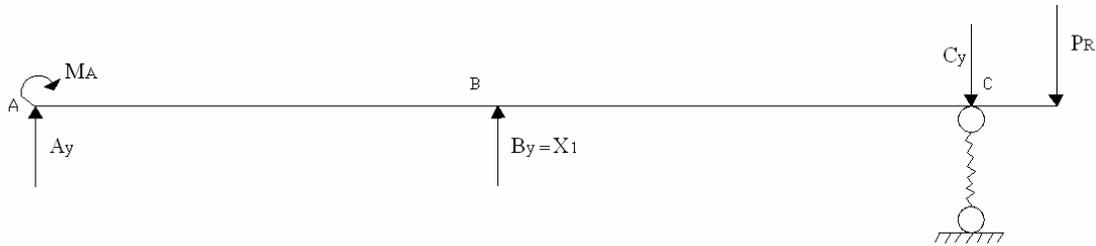
$$\delta_{1p} = 2.4154 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

Hallando X_1 de la ecuación (I):

$$X_1 = - \frac{\delta_{1p}}{\left(\delta_{11} + \frac{1}{C_{coj.}} \right)}$$

$$X_1 = - \frac{2.4154}{\left(728237 + \frac{1}{543461} \right)} = - \frac{2.4154}{728237}$$

$$X_1 = -3.31 \cdot 10^{-6} \text{ kN}$$



$$\sum M_A = C_y(a_1 + a_2) - X_1 \cdot a_1 + P_R(a_1 + a_2 + a_3) + M_A = 0$$

$$C_y = \frac{-M_A + X_1 \cdot a_1 - P_R(a_1 + a_2 + a_3)}{a_1 + a_2}$$

$$C_y = \frac{-304.13 + (3.31 \cdot 10^{-6}) \cdot 148 - 1.11 \cdot (148 + 178.4 + 18.9)}{148 + 178.4}$$

$$C_y = \frac{-304.13 - 383.283}{326.4}$$

$$C_y = -2.10 \text{ kN}$$

$$\sum M_C = A_y \cdot (a_1 + a_2) + X_1 \cdot a_2 + P_R \cdot a_3 + M_A$$

$$A_y = \frac{-M_A - X_1 \cdot a_2 - P_R \cdot a_3}{a_1 + a_2}$$

$$A_y = \frac{-304.13 - (3.31 \cdot 10^{-6}) \cdot 178.4 - 1.11 \cdot 18.9}{148 + 178.4}$$

$$A_y = \frac{-304.13 - 20.979}{326.4}$$

$$A_y = -0.996 \text{ kN}$$

$$\sum F = A_y + X_1 - C_y - P_R = 0$$

$$\sum F = -0.996 + (3.31 \cdot 10^{-6}) - (-2.10) - 1.11$$

$$\sum F = 1.10 - 1.11$$

$$\sum F = -0.01 \text{ kN}$$

3.3.1 Diagrama de cortante y momento flector para el caso I:

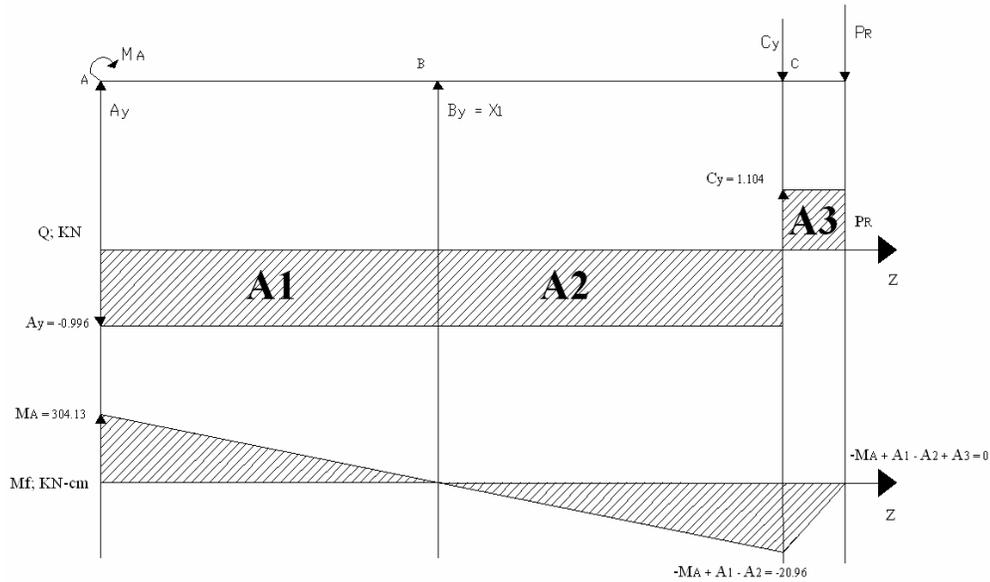


Fig. 3.10 Diagrama de cortante y momento flector.

3.3.2 Diagrama Resultante para el caso I:

y_B (cm)	$R_A + A_y$ (kN)	$R_B + B_y$ (kN)	$R_C + C_y$ (kN)
0.3	1.0816	0.925	1.104

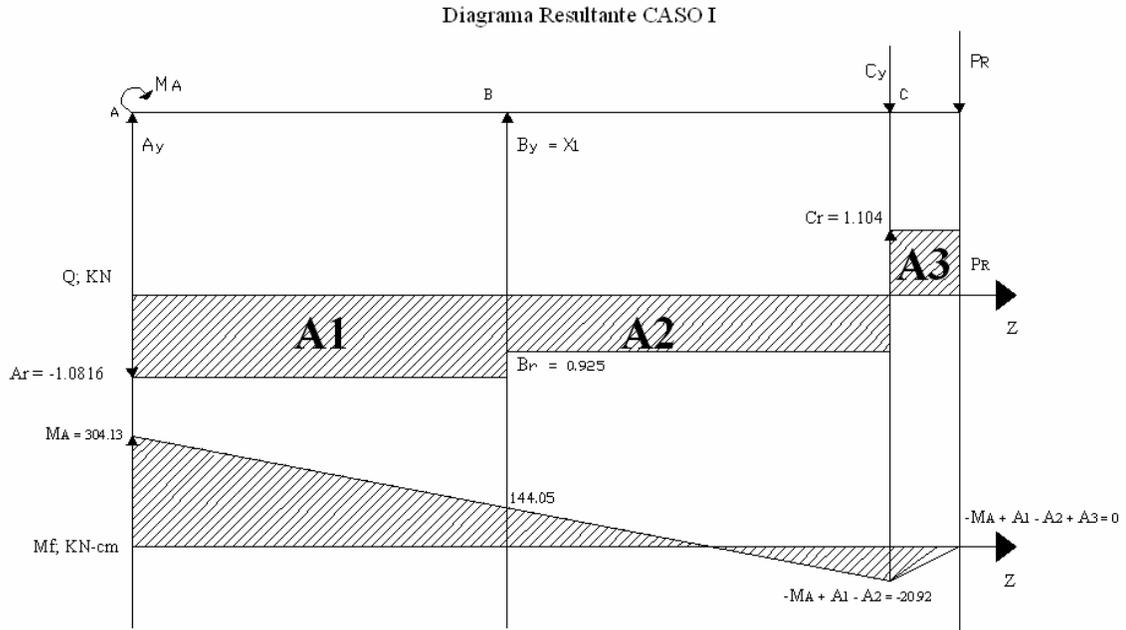
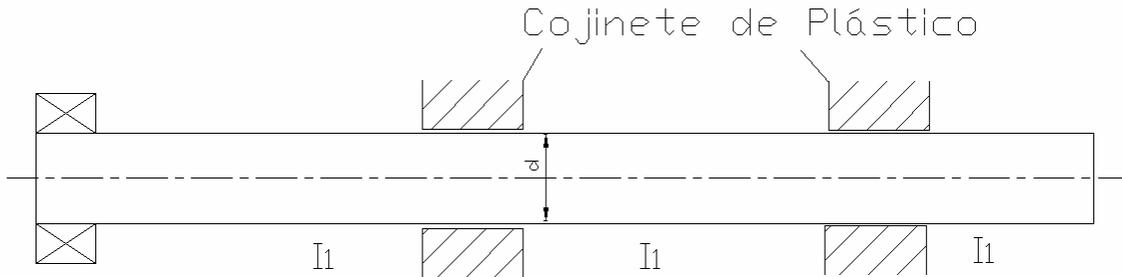


Fig. 3.11 Diagrama resultante.

Caso II:



y_B (cm)	R_A (kN)	R_B (kN)	R_C (kN)	θ_o (rad)
0	0	0	0	0
0.1	0.0011940	0.0021845	0.0009905	0.0009559
0.2	0.0023879	0.0043689	0.0019810	0.0019119
0.3	0.0035819	0.0065534	0.0029715	0.0028678
0.4	0.0047758	0.0087378	0.0039620	0.0038238
0.5	0.0059698	0.0109223	0.0049525	0.0047797

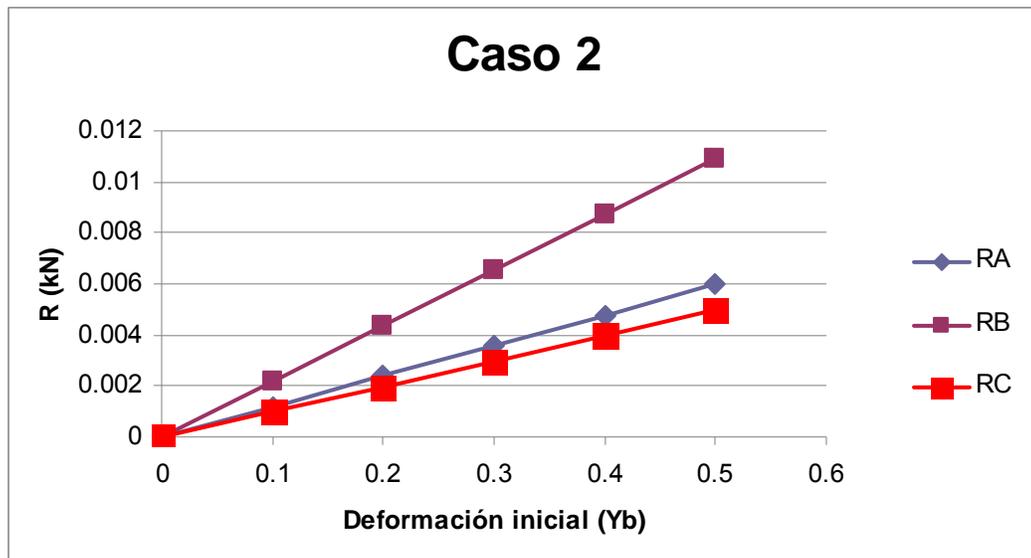
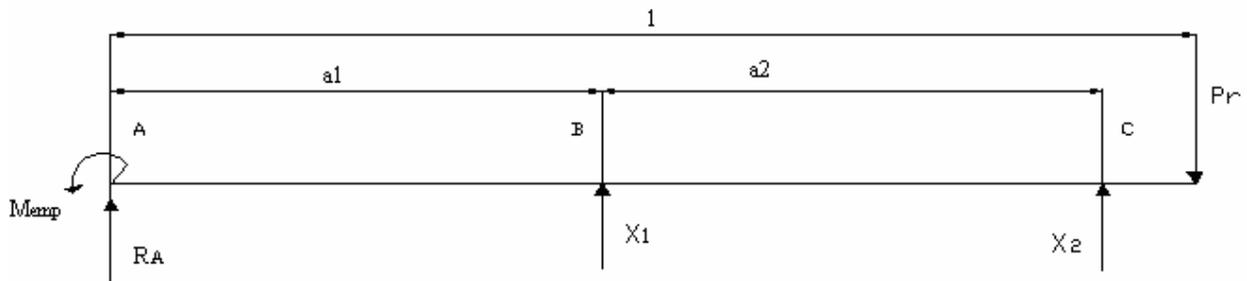


Fig. 3.12 Grafica del caso II

Después de haber introducido el sistema de ecuaciones en Matlab, se llega al resultado requerido, hallar las variables X_1 y X_2 con el objetivo de poder calcular el momento torsor en el punto A.

$$X_1 = -2.36 \text{ kN}$$

$$X_2 = 1.83 \text{ kN}$$



$$\sum_{emp.} = M_{emp.} + X_1 \cdot a_1 + X_2 (a_1 + a_2) - P_R \cdot l$$

$$M_{emp.} = P_R \cdot l - X_1 \cdot a_1 - X_2 (a_1 + a_2) \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$M_{emp.} = 1.11 \cdot 346.3 - (2.36) \cdot 149 - (1.83) \cdot (149 + 178)$$

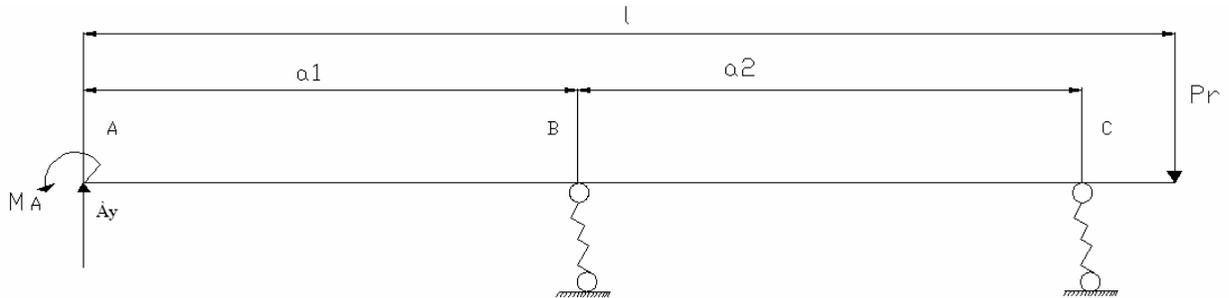
$$M_{emp.} = 384.39 - 351.64 - 598.41$$

$$M_{emp.} = -565.56 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$M_A = \varphi_A \cdot M_{emp.}$$

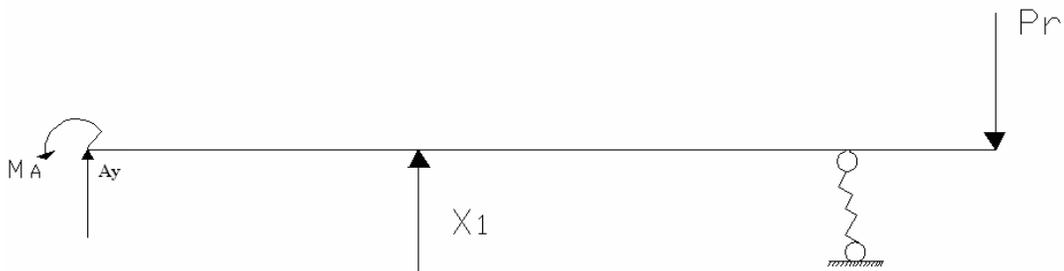
$$M_A = 0.346 \cdot -565.66$$

$$M_A = -195.71 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$



En el siguiente sistema equivalente eliminamos la ligadura X_1 :

Sistema equivalente:



$$\delta_{11}X_1 + \delta_{1p} = -\frac{X_1}{C_{coj.}} = \left(\delta_{11} + \frac{1}{C_{coj.}} \right) X_1 = -\delta_{1p}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3}(A_y \cdot a_1)(A_y \cdot a_1) \cdot l$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3}(0.547 \cdot 149)(0.547 \cdot 149) \cdot 346.3$$

$$\delta_{11} = 759125 \text{ cm}^2$$

$$\sum M_A = A_y(149 + 178) - 1 \cdot 178 = 0$$

$$A_y = \frac{178}{149 + 178}$$

$$A_y = 0.547 \text{ kN}$$

$$\delta_{1p} = \left[\frac{1}{6 \cdot E \cdot I_1} \cdot (A_y \cdot a_1) \left(2 \frac{M_A \cdot a_2}{a_1 + a_2} + M_A \right) \cdot a_1 + \frac{1}{3EI_2} (A_y \cdot a_1) \cdot \frac{M_A \cdot a_2}{a_1 + a_2} \cdot a_2 \right] + \left[\frac{1}{3EI_1} (A_y \cdot a_1) \cdot \frac{P_R \cdot a_3 \cdot a_1}{a_1 + a_2} + \frac{1}{6EI_2} (A_y \cdot a_1) \left(2 \cdot \frac{P_R \cdot a_3 \cdot a_1}{a_1 + a_2} + P_R \cdot a_3 \right) \cdot a_2 \right]$$

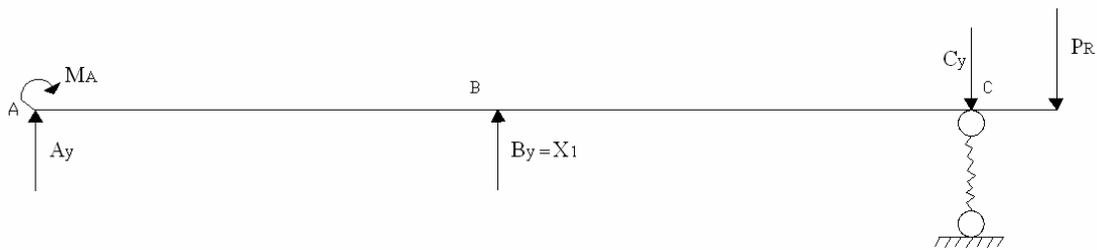
$$\delta_{1p} = 92.94 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

Hallando X_1 de la ecuación (I):

$$X_1 = - \frac{\delta_{1p}}{\left(\delta_{11} + \frac{1}{C_{coj.}} \right)}$$

$$X_1 = - \frac{92.94}{\left(759125 + \frac{1}{29713} \right)} = - \frac{92.94}{759125}$$

$$X_1 = -1.22 \cdot 10^{-4} \text{ kN}$$



$$\sum M_A = C_y (a_1 + a_2) - X_1 \cdot a_1 + P_R (a_1 + a_2 + a_3) + M_A = 0$$

$$C_y = \frac{-M_A + X_1 \cdot a_1 - P_R (a_1 + a_2 + a_3)}{a_1 + a_2}$$

$$C_y = \frac{-195.71 + (1.22 \cdot 10^{-4}) \cdot 149 - 1.11 \cdot (149 + 178 + 20)}{149 + 178}$$

$$C_y = \frac{-195.72 - 385.17}{327}$$

$$C_y = -1.77 \text{ kN}$$

$$\sum M_C = A_y \cdot (a_1 + a_2) + X_1 \cdot a_2 + P_R \cdot a_3 + M_A$$

$$A_y = \frac{-M_A - X_1 \cdot a_2 - P_R \cdot a_3}{a_1 + a_2}$$

$$A_y = \frac{-195.71 - (1.22 \cdot 10^{-4}) \cdot 178 - 1.11 \cdot 20}{149 + 178}$$

$$A_y = \frac{-195.68 - 22.2}{327}$$

$$A_y = -0.666 \text{ kN}$$

$$\sum F = A_y + X_1 - C_y - P_R = 0$$

$$\sum F = -0.666 + (1.22 \cdot 10^{-4}) - (-1.77) - 1.11$$

$$\sum F = 1.10 - 1.11$$

$$\sum F = -0.01 \text{ kN}$$

3.3.3 Diagrama de cortante y momento flector para el caso II:

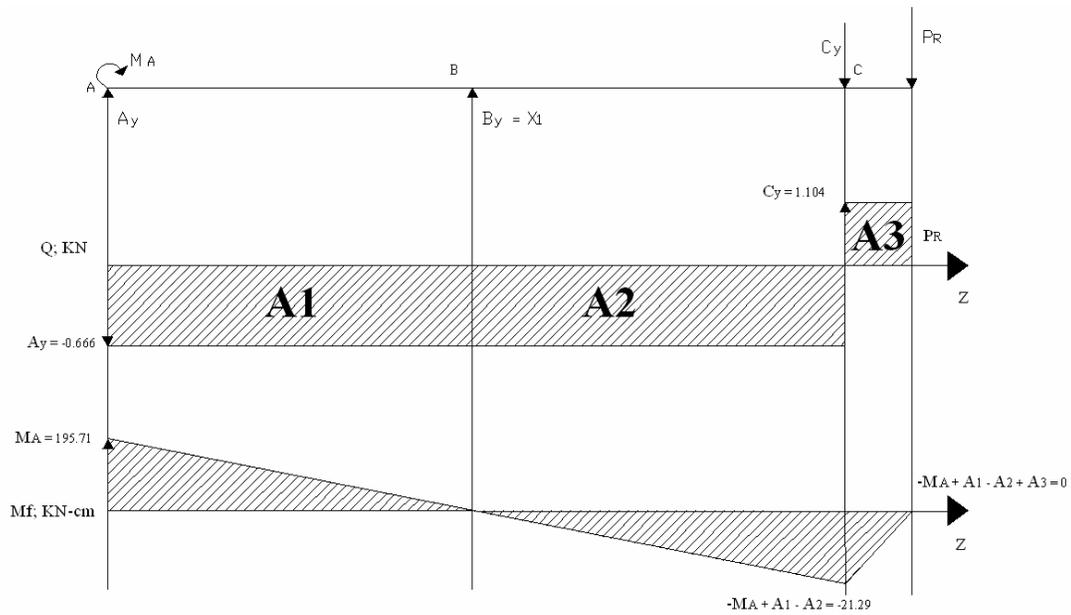


Fig. 3.13 Diagrama de cortante y momento flector

3.3.4 Diagrama resultante para el caso II:

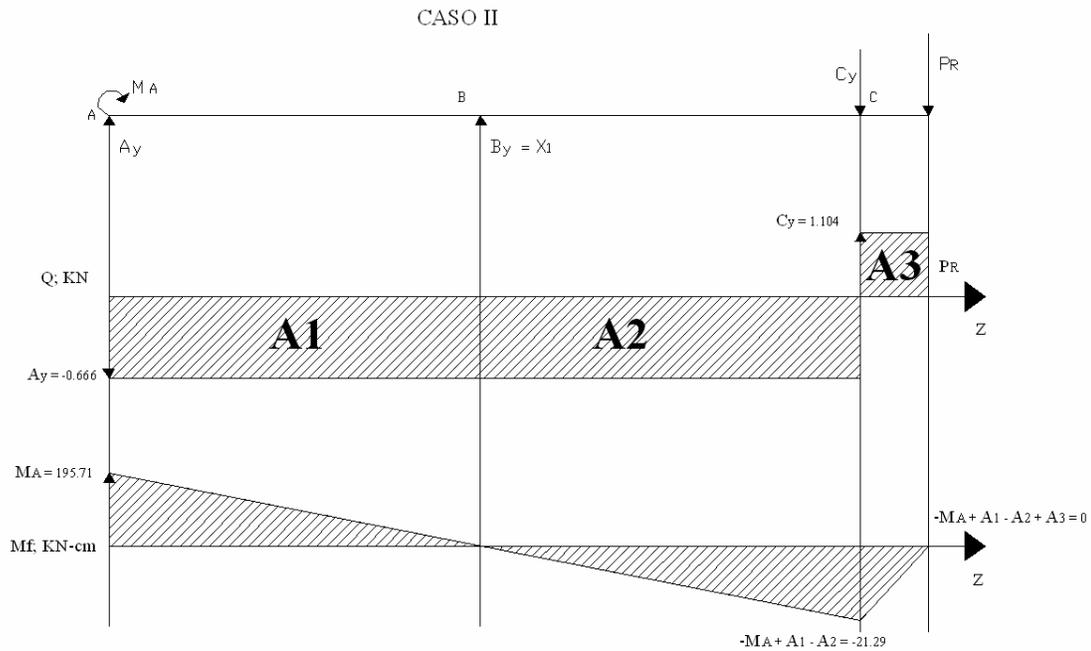
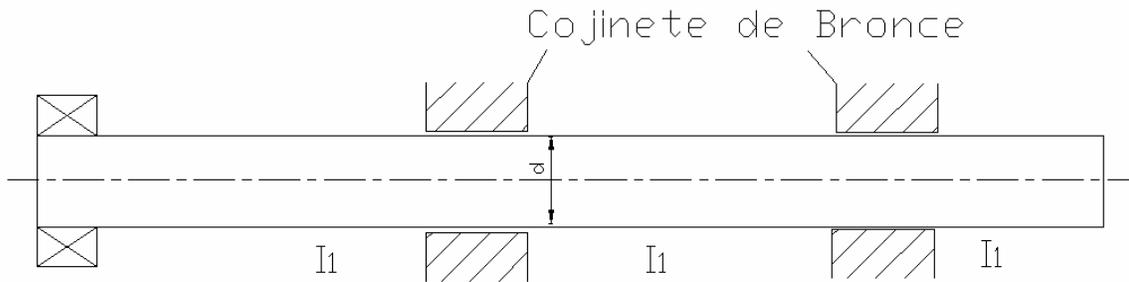


Fig. 3.14 Diagrama resultante.

Caso III:



y_B (cm)	R_A (kN)	R_B (kN)	R_C (kN)	θ_o (rad)
0	0	0	0	0
0.1	0.0497483	0.0910193	0.0412710	0.0009559
0.2	0.0994965	0.1820385	0.0825420	0.0019119
0.3	0.1492448	0.2730578	0.1238130	0.0028678
0.4	0.1989931	0.3640770	0.1650839	0.0038238
0.5	0.2487413	0.4550963	0.2063549	0.0047797

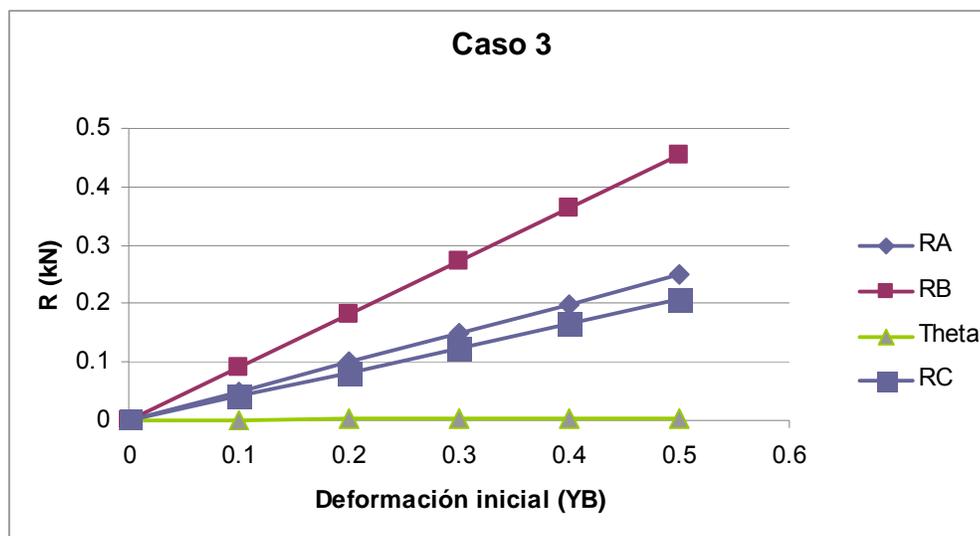
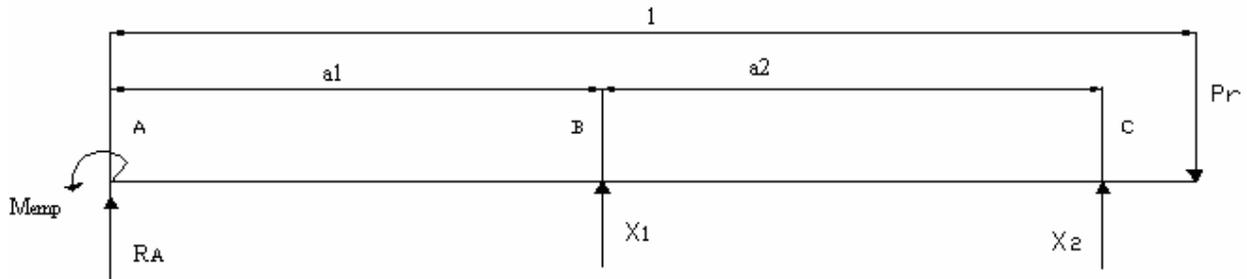


Fig. 3.15 Grafica del caso III

Después de haber introducido el sistema de ecuaciones en Matlab, se llega al resultado requerido, hallar las variables X_1 y X_2 con el objetivo de poder calcular el momento torsor en el punto A.

$$X_1 = -2.36 \text{ kN}$$

$$X_2 = 1.83 \text{ kN}$$



$$\sum_{emp.} = M_{emp.} + X_1 \cdot a_1 + X_2 (a_1 + a_2) - P_R \cdot l$$

$$M_{emp.} = P_R \cdot l - X_1 \cdot a_1 - X_2 (a_1 + a_2) \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$M_{emp.} = 1.11 \cdot 346.3 - (2.36) \cdot 149 - (1.83) \cdot (149 + 178)$$

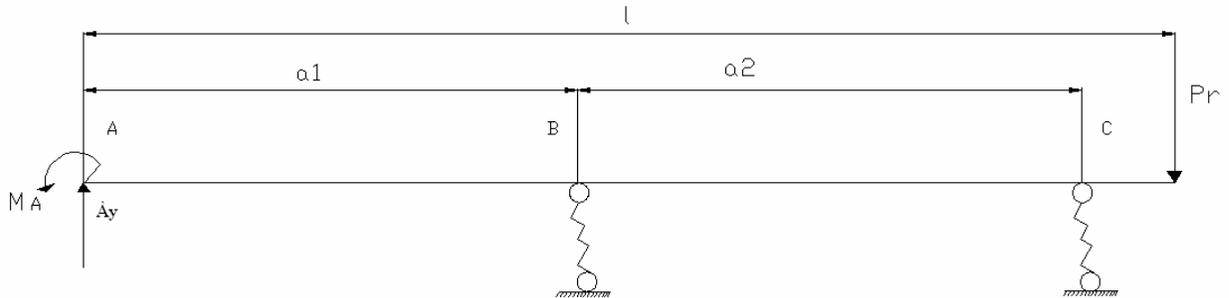
$$M_{emp.} = 384.39 - 351.64 - 598.41$$

$$M_{emp.} = -565.56 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$M_A = \varphi_A \cdot M_{emp.}$$

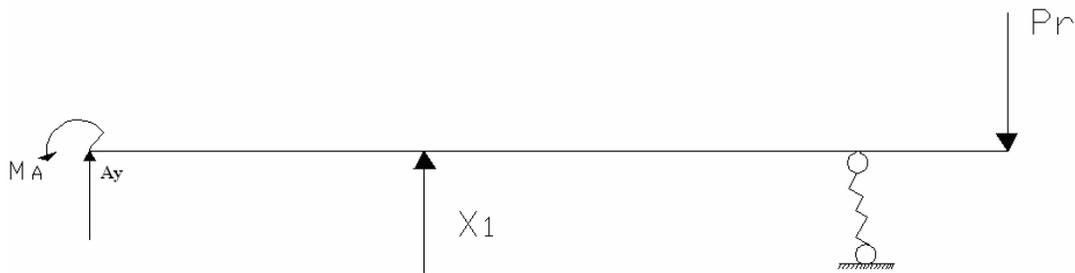
$$M_A = 0.346 \cdot -565.66$$

$$M_A = -195.71 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$



En el siguiente sistema equivalente eliminamos la ligadura X_1 :

Sistema equivalente:



$$\delta_{11}X_1 + \delta_{1p} = -\frac{X_1}{C_{coj.}} = \left(\delta_{11} + \frac{1}{C_{coj.}} \right) X_1 = -\delta_{1p}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3}(A_y \cdot a_1)(A_y \cdot a_1) \cdot l$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3}(0.547 \cdot 149)(0.547 \cdot 149) \cdot 346.3$$

$$\delta_{11} = 759125 \text{ cm}^2$$

$$\sum M_A = A_y(149 + 178) - 1 \cdot 178 = 0$$

$$A_y = \frac{178}{149 + 178}$$

$$A_y = 0.547 \text{ kN}$$

$$\delta_{1p} = \left[\frac{1}{6 \cdot E \cdot I_1} \cdot (A_y \cdot a_1) \left(2 \frac{M_A \cdot a_2}{a_1 + a_2} + M_A \right) \cdot a_1 + \frac{1}{3EI_2} (A_y \cdot a_1) \cdot \frac{M_A \cdot a_2}{a_1 + a_2} \cdot a_2 \right] + \left[\frac{1}{3EI_1} (A_y \cdot a_1) \cdot \frac{P_R \cdot a_3 \cdot a_1}{a_1 + a_2} + \frac{1}{6EI_2} (A_y \cdot a_1) \left(2 \cdot \frac{P_R \cdot a_3 \cdot a_1}{a_1 + a_2} + P_R \cdot a_3 \right) \cdot a_2 \right]$$

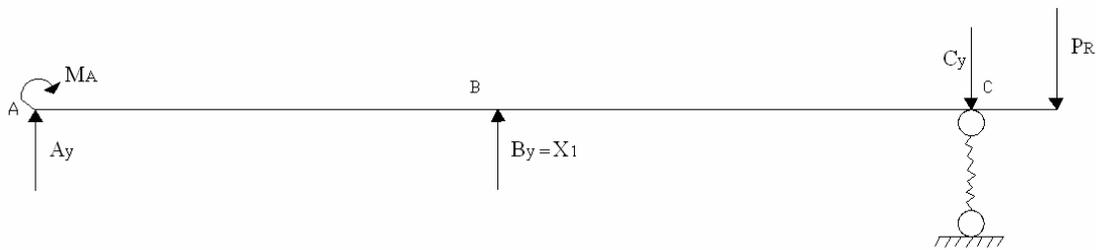
$$\delta_{1p} = 2.23 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

Hallando X_1 de la ecuación (I):

$$X_1 = - \frac{\delta_{1p}}{\left(\delta_{11} + \frac{1}{C_{coj.}} \right)}$$

$$X_1 = - \frac{2.23}{\left(759125 + \frac{1}{29713} \right)} = - \frac{2.23}{759125}$$

$$X_1 = -2.93 \cdot 10^{-6} \text{ kN}$$



$$\sum M_A = C_y (a_1 + a_2) - X_1 \cdot a_1 + P_R (a_1 + a_2 + a_3) + M_A = 0$$

$$C_y = \frac{-M_A + X_1 \cdot a_1 - P_R (a_1 + a_2 + a_3)}{a_1 + a_2}$$

$$C_y = \frac{-195.71 + (2.23 \cdot 10^{-6}) \cdot 149 - 1.11 \cdot (149 + 178 + 20)}{149 + 178}$$

$$C_y = \frac{-195.72 - 385.17}{327}$$

$$C_y = -1.77 \text{ kN}$$

$$\sum M_C = A_y \cdot (a_1 + a_2) + X_1 \cdot a_2 + P_R \cdot a_3 + M_A$$

$$A_y = \frac{-M_A - X_1 \cdot a_2 - P_R \cdot a_3}{a_1 + a_2}$$

$$A_y = \frac{-195.71 - (2.23 \cdot 10^{-6}) \cdot 178 - 1.11 \cdot 20}{149 + 178}$$

$$A_y = \frac{-195.68 - 22.2}{327}$$

$$A_y = -0.666 \text{ kN}$$

$$\sum F = A_y + X_1 - C_y - P_R = 0$$

$$\sum F = -0.666 + (1.22 \cdot 10^{-4}) - (-1.77) - 1.11$$

$$\sum F = 1.10 - 1.11$$

$$\sum F = -0.01 \text{ kN}$$

3.3.5 Diagrama de cortante y momento flector para el caso III:

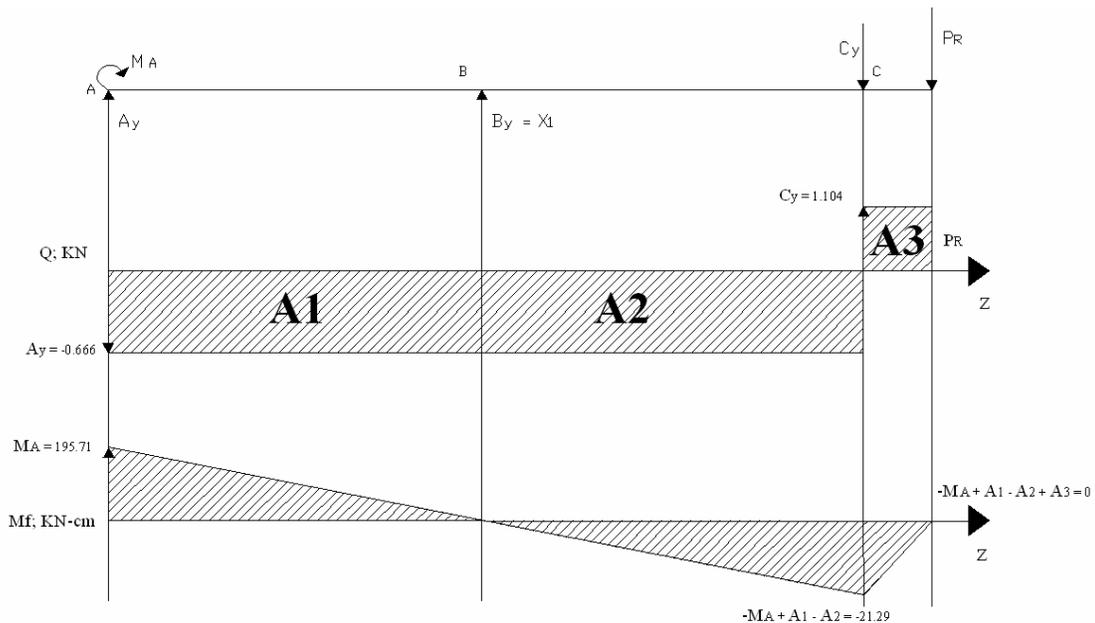


Fig. 3.16 Diagrama de cortante y momento flector.

3.3.6 Diagrama resultante para el caso III:

y_B (cm)	$R_A + A_y$ (kN)	$R_B + B_y$ (kN)	$R_C + C_y$ (kN)
0.3	0.8152	0.5422	1.6462

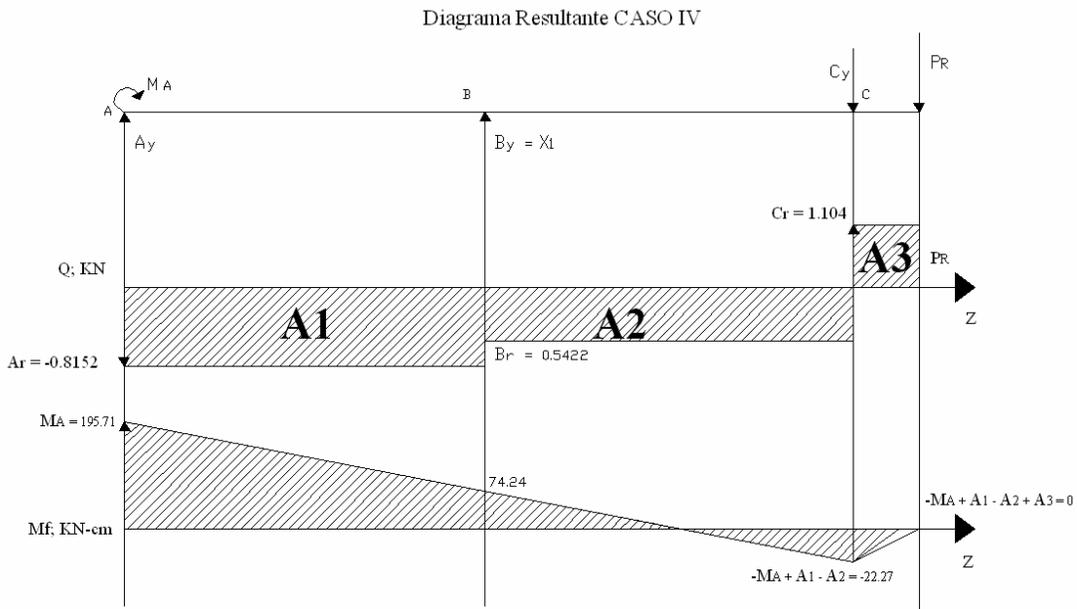
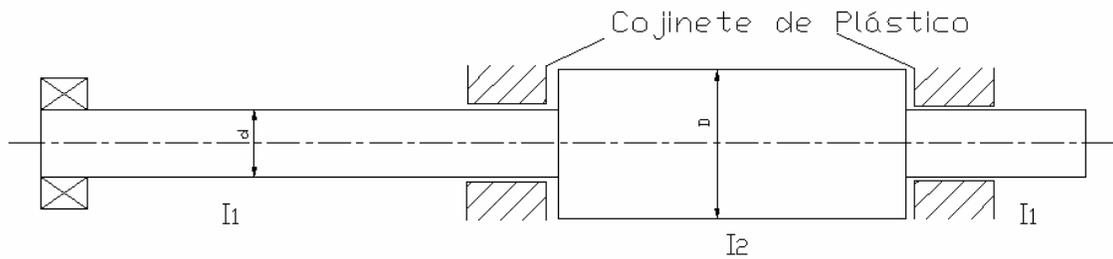


Fig. 3.17 Diagrama resultante.

Caso IV:



y_B (cm)	R_A (kN)	R_B (kN)	R_C (kN)	θ_o (rad)
0	0	0	0	0
0.1	0.0006846	0.0012526	0.0005680	0.0008364
0.2	0.0013693	0.0025052	0.0011359	0.0016728
0.3	0.0020539	0.0037578	0.0017039	0.0025092
0.4	0.0027385	0.0050104	0.0022719	0.0033455
0.5	0.0034232	0.0062630	0.0028399	0.0041819

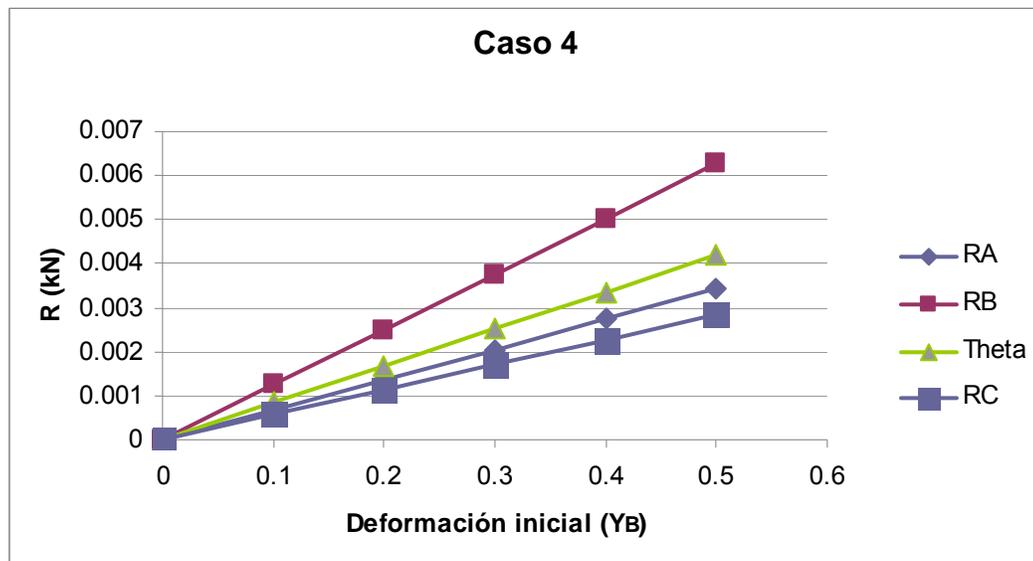
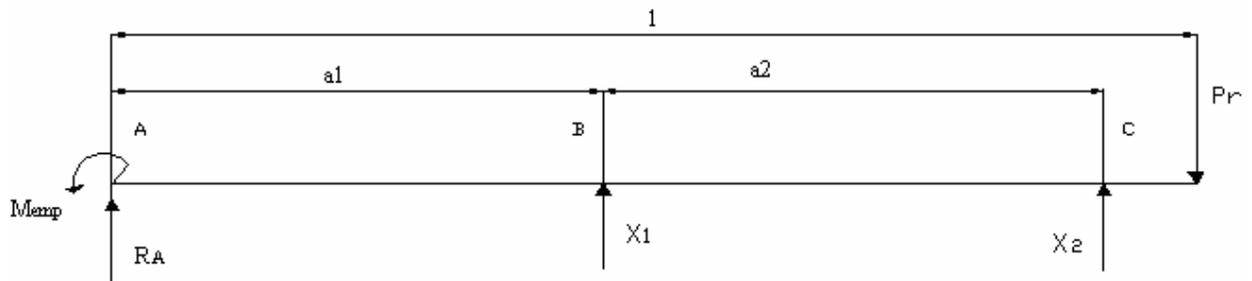


Fig. 3.18 Grafica del caso IV.

Después de haber introducido el sistema de ecuaciones en Matlab, se llega al resultado requerido, hallar las variables X_1 y X_2 con el objetivo de poder calcular el momento torsor en el punto A.

$$X_1 = -3.61 \text{ kN}$$

$$X_2 = 2.28 \text{ kN}$$



$$\sum_{emp.} = M_{emp.} + X_1 \cdot a_1 + X_2 (a_1 + a_2) - P_R \cdot l$$

$$M_{emp.} = P_R \cdot l - X_1 \cdot a_1 - X_2 (a_1 + a_2) \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$M_{emp.} = 1.11 \cdot 345.5 - 3.61 \cdot 148 - (2.28) \cdot (148 + 178.4)$$

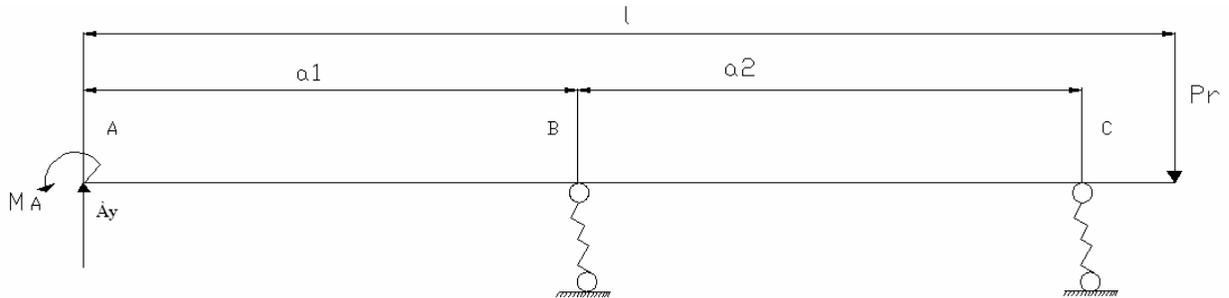
$$M_{emp.} = 383.50 - 534.28 - 744.19$$

$$M_{emp.} = -894.97 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$M_A = \varphi_A \cdot M_{emp.}$$

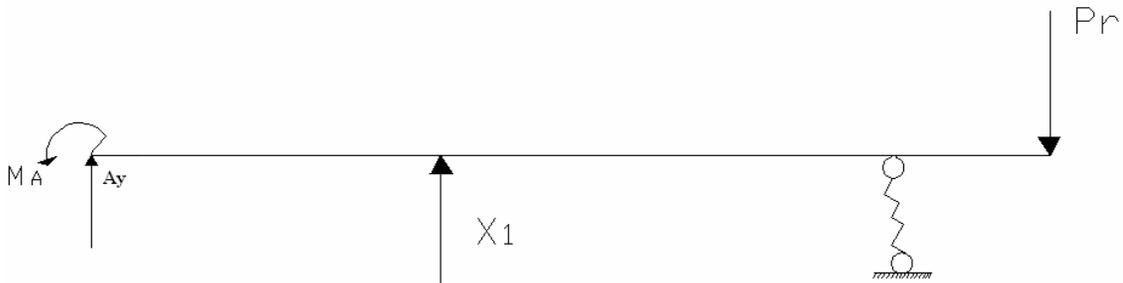
$$M_A = 0.346 \cdot -894.97$$

$$M_A = -309.65 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$



En el siguiente sistema equivalente eliminamos la ligadura X_1 :

Sistema equivalente:



$$\delta_{11}X_1 + \delta_{1p} = -\frac{X_1}{C_{coj.}} = \left(\delta_{11} + \frac{1}{C_{coj.}} \right) X_1 = -\delta_{1p}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3}(A_y \cdot a_1)(A_y \cdot a_1) \cdot l$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3}(0.54 \cdot 148)(0.54 \cdot 148) \cdot 345.5$$

$$\delta_{11} = 728237 \text{ cm}^2$$

$$\sum M_A = A_y(148 + 178.4) - 1 \cdot 178.4 = 0$$

$$A_y = \frac{178.4}{148 + 178.4}$$

$$A_y = 0.54 \text{ kN}$$

$$\delta_{1p} = \left[\frac{1}{6 \cdot E \cdot I_1} \cdot (A_y \cdot a_1) \left(2 \frac{M_A \cdot a_2}{a_1 + a_2} + M_A \right) \cdot a_1 + \frac{1}{3EI_2} (A_y \cdot a_1) \cdot \frac{M_A \cdot a_2}{a_1 + a_2} \cdot a_2 \right] +$$

$$+ \left[\frac{1}{3EI_1} (A_y \cdot a_1) \cdot \frac{P_R \cdot a_3 \cdot a_1}{a_1 + a_2} + \frac{1}{6EI_2} (A_y \cdot a_1) \left(2 \cdot \frac{P_R \cdot a_3 \cdot a_1}{a_1 + a_2} + p_R \cdot a_3 \right) \cdot a_2 \right]$$

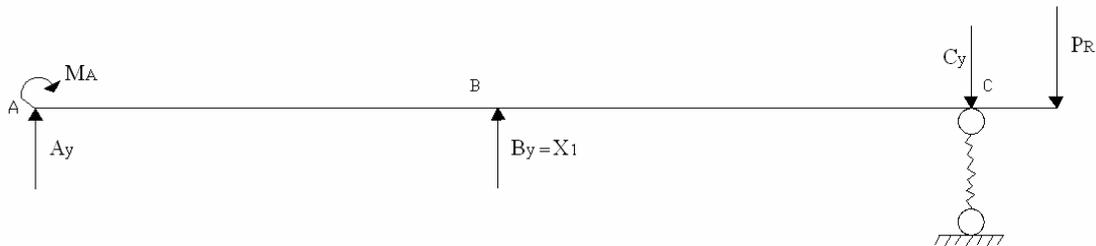
$$\delta_{1p} = 102.43 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

Hallando X_1 de la ecuación (I):

$$X_1 = - \frac{\delta_{1p}}{\left(\delta_{11} + \frac{1}{C_{coj.}} \right)}$$

$$X_1 = - \frac{102.43}{\left(728237 + \frac{1}{29713} \right)} = - \frac{102.43}{728237}$$

$$X_1 = -1.40 \cdot 10^{-4} \text{ kN}$$



$$\sum M_A = C_y(a_1 + a_2) - X_1 \cdot a_1 + P_R(a_1 + a_2 + a_3) + M_A = 0$$

$$C_y = \frac{-M_A + X_1 \cdot a_1 - P_R(a_1 + a_2 + a_3)}{a_1 + a_2}$$

$$C_y = \frac{-309.65 + (1.40 \cdot 10^{-4}) \cdot 148 - 1.11 \cdot (148 + 178.4 + 18.9)}{148 + 178.4}$$

$$C_y = \frac{-309.67 - 383.283}{326.4}$$

$$C_y = -2.12 \text{ kN}$$

$$\sum M_C = A_y \cdot (a_1 + a_2) + X_1 \cdot a_2 + P_R \cdot a_3 + M_A$$

$$A_y = \frac{-M_A - X_1 \cdot a_2 - P_R \cdot a_3}{a_1 + a_2}$$

$$A_y = \frac{-309.65 - (1.40 \cdot 10^{-4}) \cdot 178.4 - 1.11 \cdot 18.9}{148 + 178.4}$$

$$A_y = \frac{-309.62 - 20.97}{326.4}$$

$$A_y = -1.01 \text{ kN}$$

$$\sum F = A_y + X_1 - C_y - P_R = 0$$

$$\sum F = -1.01 + (1.40 \cdot 10^{-4}) - (-2.12) - 1.11$$

$$\sum F = 1.11 - 1.11$$

$$\sum F = 0 \text{ kN}$$

3.3.7 Diagrama de cortante y momento flector para el caso III:

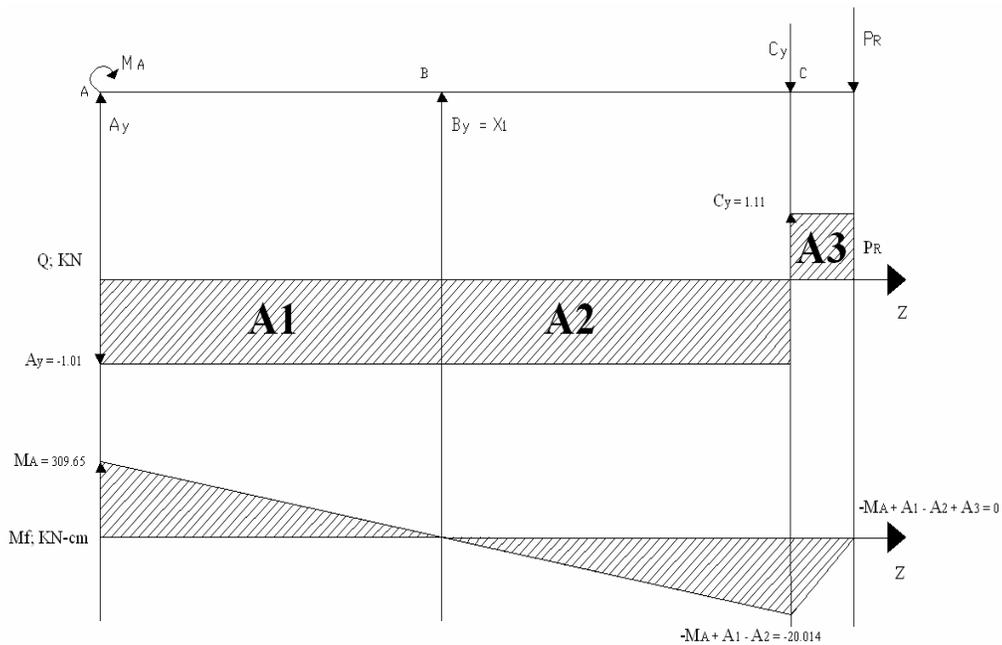


Fig. 3.19 Diagrama de cortante y momento flector.

3.3.8 Diagrama resultante para el caso IV:

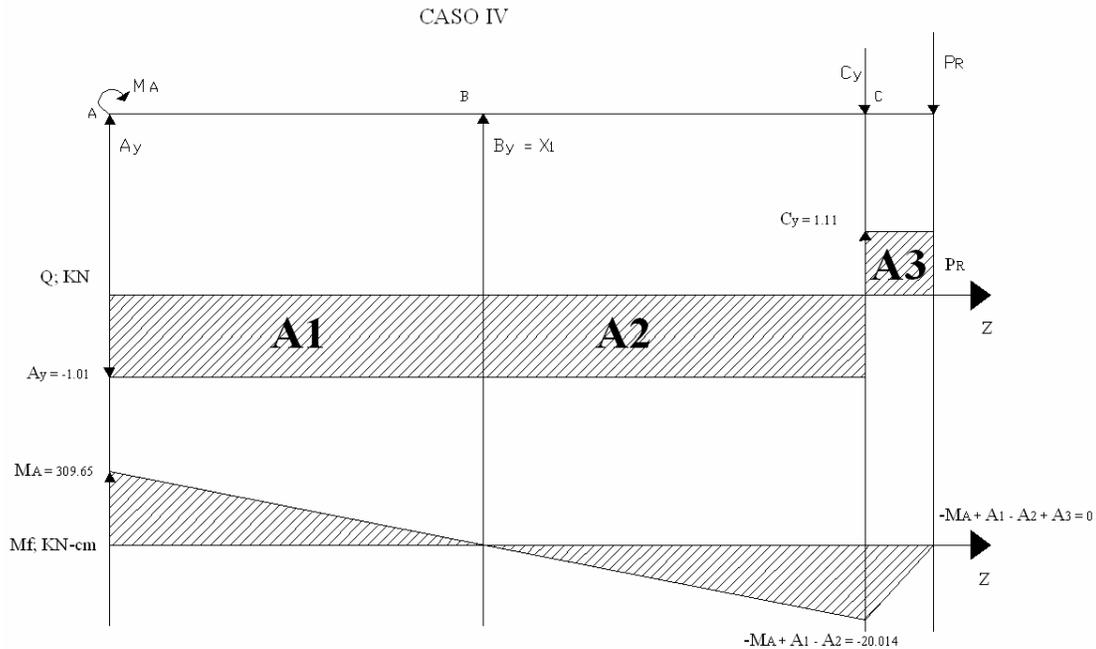


Fig. 3.20 Diagrama resultante.

3.4 Cálculo del factor de seguridad a la fatiga para el árbol original.

3.4.1 Cálculo del factor de seguridad a la flexión.

Desde el punto de vista de la flexión la sección más crítica es la sección del apoyo superior donde está ubicada la caja de bolas radial de simple hilera de $d = 50mm$, donde existe un cambio en diámetro desde este diámetro a $D = 55mm$ con un radio de redondeo $r = 2mm$.

El momento flector en esa sección en la versión original es $M_f = 304.13$ kN - cm. La tensión de flexión máxima en esa sección será:

$$\sigma_{fmax} = \frac{Mf}{W} = \frac{Mf}{0.1 \cdot d^3} = \frac{304.13}{0.1 \cdot (5)^3} = 24.33 \text{ kN / cm}^2$$

El ciclo de la flexión es simétrico con $r = -1$, de donde $\sigma_a = \sigma_{max} = 24.33 \text{ kN / cm}^2$ y $\sigma_m = 0$.

El factor de seguridad a la fatiga a la flexión se calcula por la expresión:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1} \cdot \varepsilon \cdot \beta}{k_\sigma \cdot \sigma_a}$$

El acero al cromo del árbol original era aleado al cromo níquel-molibdeno similar al 40XHMA de la norma GOST (*Metallurgist's Handbook, Part I, 1965*), para el cual:

$$\sigma_u = 14000 \text{ kgf / cm}^2 = 137 \text{ kN / cm}^2$$

$$\sigma_f = 12000 \text{ kgf / cm}^2 = 117 \text{ kN / cm}^2$$

El límite de fatiga para ciclo simétrico se puede estimar como:

$$\sigma_{-1} = 0.43 \cdot \sigma_u = 0.43 \cdot 137 = 58.9 \text{ kN / cm}^2$$

El factor teórico de concentración de tensiones para

$D/d = 55/50 = 1.1$ y $r/d = 2/50 = 0.04$ de la gráfica dada por (Roylance, 1966) es: $\alpha_\sigma = 2$.

El factor real de concentración de tensiones es:

$$k_\sigma = 1 + q_\sigma (\alpha_\sigma - 1)$$

El factor de sensibilidad del acero según (Fernández & S, 1983) es $q_\sigma = 1$, es un acero muy sensible o sea $k_\sigma = \alpha_\sigma = 2$ según (Feodosiev, 1985) el factor de tamaño $\varepsilon = 0.6$ y el

factor de estado de la superficie según (Fernández & S, 1983) para $\sigma_u = 140 \text{ kgf} / \text{mm}^2$ y torneado fino, $\beta = 0.75$.

El factor de seguridad a la flexión será:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1} \cdot \varepsilon \cdot \beta}{k_\sigma \cdot \sigma_a} = \frac{58.9 \cdot 0.6 \cdot 0.75}{2 \cdot 24.33} = 0.54$$

Aparentemente el árbol original no soportaba las tensiones de trabajo para la carga radial máxima calculada para flujo igual a cero. La carga radial para flujo máximo (Cherkasski, 1986) es igual a cero. Si la bomba trabaja para el flujo máximo el factor de seguridad a la fatiga crece considerablemente. Suponiendo que el flujo es la mitad del máximo, según (Cherkasski, 1986) la fuerza radial se redujo a la mitad y el factor de seguridad se duplicaría $n_\sigma \approx 1.08$.

3.4.2 Cálculo del factor de seguridad a la torsión

La torsión trabaja en un ciclo que se puede considerar constante $r = 1$, para el cual

$$n_\tau = \frac{\tau_t}{\tau_{\max}}$$

La tensión de fluencia a cortante se puede estimar como:

$$\tau_f = 0.6 \cdot \sigma_f = 0.6 \cdot 117 = 70.2 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

La tensión tangencial de trabajo depende, en la situación más crítica de la potencia máxima del motor, $N = 10 \text{ Kw}$ y la velocidad de giro $n = 1165 \text{ rpm}$. De donde.

$$M_t = 955 \frac{N(kw)}{n(rpm)} = 955 \frac{10}{1165} = 8.2 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

La tensión tangencial será:

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_p} = \frac{M_t}{0.2 \cdot d^3} = \frac{8.2}{0.2 \cdot (5)^3} = 0.32 \text{ kN} / \text{cm}^2 \text{ y el factor de seguridad a la torsión.}$$

$$n_\tau = \frac{\tau_f}{\tau_{\max}} = \frac{70.2}{0.32} = 220$$

3.4.3 Cálculo del factor de seguridad resultante a la fatiga

$$n = \frac{n_\sigma \cdot n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} = \frac{1.08 \cdot 220}{\sqrt{(1.08)^2 + (220)^2}} \approx 1.08$$

Resiste a la fatiga pero la reserva de resistencia es extremadamente baja.

3.5 Cálculo del factor de seguridad a la fatiga para el árbol modificado

3.5.1 Cálculo del factor de seguridad a la flexión.

Desde el punto de vista de la flexión, igual que para el árbol original, la sección más crítica es la sección del apoyo superior donde está ubicada la caja de bolas radial de

simple hilera de $d = 50\text{mm}$, donde existe un cambio en diámetro desde este diámetro a $D = 60\text{mm}$ con un radio de redondeo $r = 2\text{mm}$.

El momento flector en esa sección en la versión original es $M_f = 195.71\text{ kN} \cdot \text{cm}$. La tensión de flexión máxima en esa sección será:

$$\sigma_{fmax} = \frac{M_f}{W} = \frac{M_f}{0.1 \cdot d^3} = \frac{195.71}{0.1 \cdot (6)^3} = 9.06\text{ kN} / \text{cm}^2$$

El ciclo de la flexión es simétrico con $r = -1$, de donde $\sigma_a = \sigma_{max} = 9.06\text{ kN/cm}^2$ y $\sigma_m = 0$.

El factor de seguridad a la fatiga a la flexión se calcula por la expresión:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1} \cdot \varepsilon \cdot \beta}{k_\sigma \cdot \sigma_a}$$

El acero al cromo del árbol modificado es el acero aleado inoxidable al cromo níquel-molibdeno X15H9HO en forma de barras laminadas en frío y en estado normalizado según la norma GOST (*Metallurgist's Handbook, Part I, 1965*), para el cual:

$$\sigma_u = 12000\text{ kgf} / \text{cm}^2 = 117\text{ kN} / \text{cm}^2$$

$$\sigma_f = 9000\text{ kgf} / \text{cm}^2 = 88\text{ kN} / \text{cm}^2$$

El límite de fatiga para ciclo simétrico se puede estimar como:

$$\sigma_{-1} = 0.43 \cdot \sigma_u = 0.43 \cdot 117 = 50.31\text{ kN} / \text{cm}^2$$

El factor teórico de concentración de tensiones para

$D/d = 60/50 = 1.2$ y $r/d = 2/60 = 0.033$ de la gráfica dada por (Roylance, 1966) es: $\alpha_\sigma = 2$.

El factor real de concentración de tensiones es:

$$k_\sigma = 1 + q_\sigma (\alpha_\sigma - 1)$$

El factor de sensibilidad del acero según (Fernández & S, 1983) es $q_\sigma = 1$, es un acero muy sensible o sea $k_\sigma = \alpha_\sigma = 2$ según (Feodosiev, 1985) el factor de tamaño $\varepsilon = 0.6$ y el factor de estado de la superficie según (Fernández, 1983) para $\sigma_u = 117 \text{ kgf/mm}^2$ y torneado fino, $\beta = 0.60$.

El factor de seguridad a la flexión será:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1} \cdot \varepsilon \cdot \beta}{k_\sigma \cdot \sigma_a} = \frac{50.31 \cdot 0.6 \cdot 0.60}{2 \cdot 9.06} = 0.99$$

Igual el árbol original aparentemente el árbol modificado no soportaba las tensiones de trabajo para la carga radial máxima calculada para flujo igual a cero. La carga radial para flujo máximo (Cherkasski, 1986) es igual a cero. Si la bomba trabaja para el flujo máximo el factor de seguridad a la fatiga crece considerablemente, pues la tensión se reduce a un valor muy pequeño. Suponiendo que el flujo es la mitad del máximo, según (Cherkasski, 1986) la fuerza radial se redujo a la mitad y el factor de seguridad se duplicaría $n_\sigma \approx 1.98$.

3.5.2 Cálculo del factor de seguridad a la torsión

La tensión tangencial será igual que para el árbol original:

$$\tau_{\max} = \frac{M_t}{W_p} = \frac{M_t}{0.2 \cdot d^3} = \frac{8.2}{0.2 \cdot (6)^3} = 0.18 \text{ kN / cm}^2 \text{ y el factor de seguridad a la torsión.}$$

$$n_{\tau} = \frac{\tau_f}{\tau_{\max}} = \frac{52.8}{0.18} = 293$$

3.5.3 Cálculo del factor de seguridad resultante a la fatiga

$$n = \frac{n_{\sigma} \cdot n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}} = \frac{1.98 \cdot 293}{\sqrt{(1.98)^2 + (293)^2}} \approx 1.98$$

La reserva de resistencia es satisfactoria.

3.6 Evaluación de la resistencia considerando que la caja de bolas superior es una caja de bolas de doble hilera autoalineante.

3.6.1 Efecto desfavorable del empleo de una caja de bolas rígida en el cojinete superior.

Como se pudo apreciar en los cálculos anteriores, desde el punto de vista de la flexión, tanto para el árbol original como para el modificado, la sección más crítica es la sección del apoyo superior donde está ubicada la caja de bolas radial de simple hilera de $d = 50\text{mm}$, donde existe un cambio en diámetro desde este diámetro a $D = 60\text{mm}$ con un

radio de redondeo $r = 2\text{mm}$. Esa sección posee un elevado momento flector debido precisamente al comportamiento de una caja de bolas rígida como un empotramiento parcialmente elástico. El momento flector en esa sección para las condiciones originales es $M_f = 304.13 \text{ kN} \cdot \text{cm}$. Para el árbol modificada el momento flector en esa sección disminuye a $M_f = 195.71 \text{ kN} \cdot \text{cm}$, gracias a la influencia favorable que tiene el empleo de los cojinetes de deslizamiento de material plástico que hace que estos se comporten como materiales apoyos elásticos pero de una menor rigidez que como se aprecia hace que el momento flector se vea reducido en un 36 %. Sin embargo se debe analizar lo siguiente ese cojinete tiene fundamentalmente la función de soportar las cargas axiales, que no la pueden soportar los otros dos cojinetes de deslizamiento, si se coloca una caja de bolas radial de doble hilera autoalineante se tendría que como este tipo de cojinete no tiene prácticamente ninguna rigidez angular su coeficiente $\phi \approx 0$, y el momento flector en esa zona se reduciría a cero. La capacidad de carga axial de un cojinete de este tipo es sólo un 20 % de la capacidad de carga axial de una caja de bolas rígida, pero siempre será posible seleccionar la serie del rodamiento adecuada para soportar las cargas. A continuación se repetirán todos los cálculos realizados para el árbol hasta obtener los diagramas de fuerzas de cortante y momentos flectores con una caja de bolas radial de doble hilera autoalineante.

3.7 Construcción de los diagramas de fuerzas de cortante y momentos flectores para la nueva condición.

3.7.1 Caso I.

El esquema del árbol es el mismo pero ahora en A no existe un momento concentrado. Repitiendo el proceso para esta nueva situación se obtiene: Después de haber introducido

las ecuaciones para hallar X_1 y X_2 en el software ("MatLab, The Language of Technical Computing," 2009) se da como resultado.

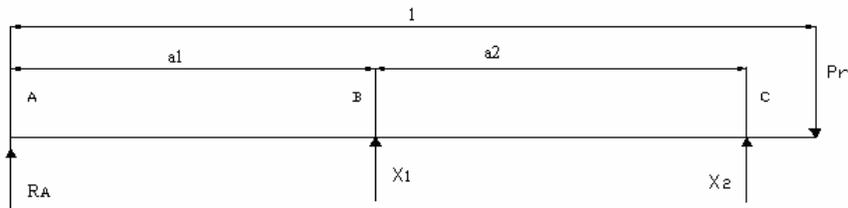


Fig. 3.21 Reacciones en los apoyos del árbol en la nueva condición.

$$X_1 = -3.58 \text{ kN} \quad \text{y} \quad X_2 = 2.26 \text{ kN}$$

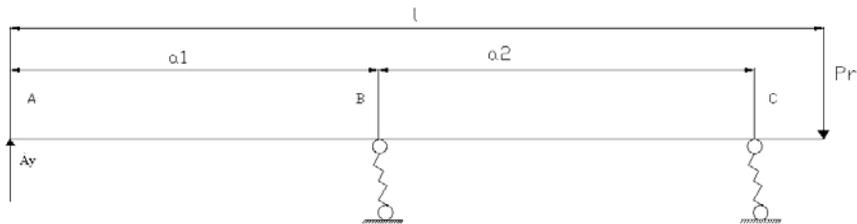


Fig. 3.22 Esquema del árbol con dos apoyos elásticos

En el siguiente sistema equivalente sustituimos el apoyo elástico izquierdo por la fuerza X_1 :

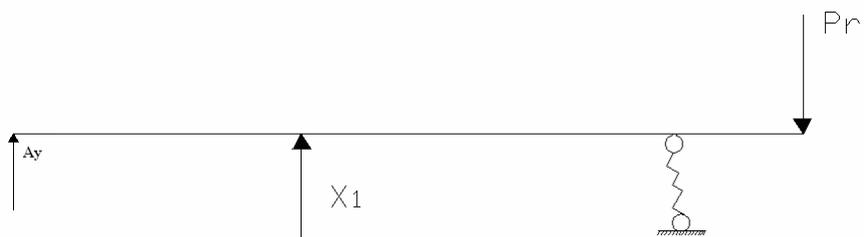


Fig. 3.23 Sistema Equivalente

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{1p} = -\frac{X_1}{C_{coj.}} = \left(\delta_{11} + \frac{1}{C_{coj.}} \right) X_1 = -\delta_{1p}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3}(A_y \cdot a_1)(A_y \cdot a_1) \cdot l$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3}(0.54 \cdot 148)(0.54 \cdot 148) \cdot 345.5$$

$$\delta_{11} = 728237 \text{ cm}^2$$

$$\sum M_A = A_y(148 + 178.4) - 1 \cdot 178.4 = 0$$

$$A_y = \frac{178.4}{148 + 178.4}$$

$$A_y = 0.54 \text{ kN}$$

$$\delta_{1p} = \left[\frac{1}{3EI_1}(A_y \cdot a_1) \cdot \frac{P_R \cdot a_3 \cdot a_1}{a_1 + a_2} + \frac{1}{6EI_2}(A_y \cdot a_1) \left(2 \cdot \frac{P_R \cdot a_3 \cdot a_1}{a_1 + a_2} + p_R \cdot a_3 \right) \cdot a_2 \right]$$

$$\delta_{1p} = 0.1518 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

Hallando X_1 :

$$X_1 = -\frac{\delta_{1p}}{\left(\delta_{11} + \frac{1}{C_{coj.}} \right)}$$

$$X_1 = -\frac{0.1518}{\left(728237 + \frac{1}{543461} \right)} = -\frac{0.1518}{728237}$$

$$X_1 = -2.08 \cdot 10^{-7} \text{ kN}$$

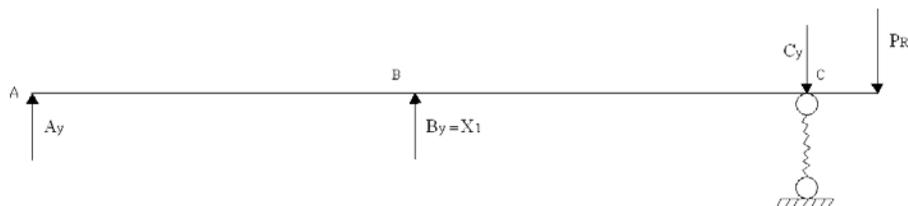


Fig. 3.24 Reacciones A_y y C_y .

$$\sum M_A = C_y(a_1 + a_2) - X_1 \cdot a_1 + P_R(a_1 + a_2 + a_3) = 0$$

$$C_y = \frac{X_1 \cdot a_1 - P_R(a_1 + a_2 + a_3)}{a_1 + a_2}$$

$$C_y = \frac{(2.08 \cdot 10^{-7}) \cdot 148 - 1.11 \cdot (148 + 178.4 + 18.9)}{148 + 178.4}$$

$$C_y = \frac{2.05 \cdot 10^{-5} - 383.283}{326.4}$$

$$C_y = -1.17 \text{ kN}$$

$$\sum M_C = A_y \cdot (a_1 + a_2) + X_1 \cdot a_2 + P_R \cdot a_3$$

$$A_y = \frac{-X_1 \cdot a_2 - P_R \cdot a_3}{a_1 + a_2}$$

$$A_y = \frac{-(2.08 \cdot 10^{-7}) \cdot 178.4 - 1.11 \cdot 18.9}{148 + 178.4}$$

$$A_y = \frac{3.71 \cdot 10^{-7} - 20.979}{326.4}$$

$$A_y = -0.064 \text{ kN}$$

Comprobación:

$$\sum F = A_y + X_1 - C_y - P_R = 0$$

$$\sum F = 0.064 - (2.08 \cdot 10^{-7}) - (1.17) + 1.11$$

$$\sum F = 1.10 - 1.11$$

$$\sum F = -0.003 \text{ kN}$$

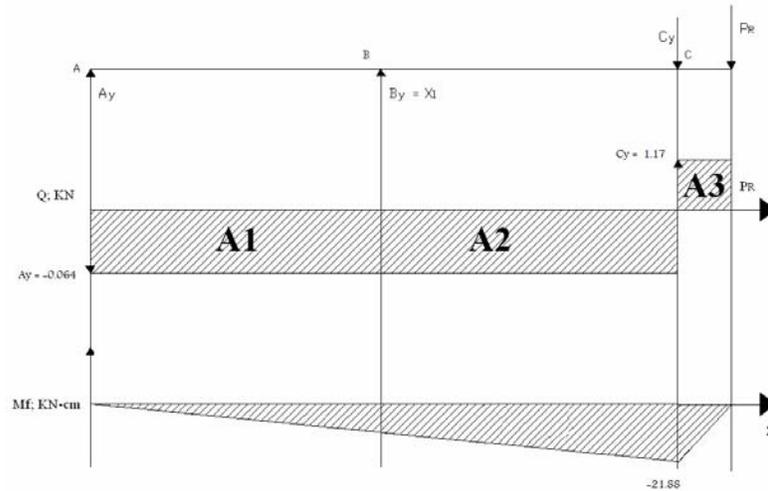


Fig. 3.25 Diagrama de fuerzas de cortante y momentos flectores para el Caso I Reacciones A_y y C_y .

y_B (cm)	$R_A + A_y$ (kN)	$R_B + B_y$ (kN)	$R_C + C_y$ (kN)
0.3	0.1495	0.1565	1.40

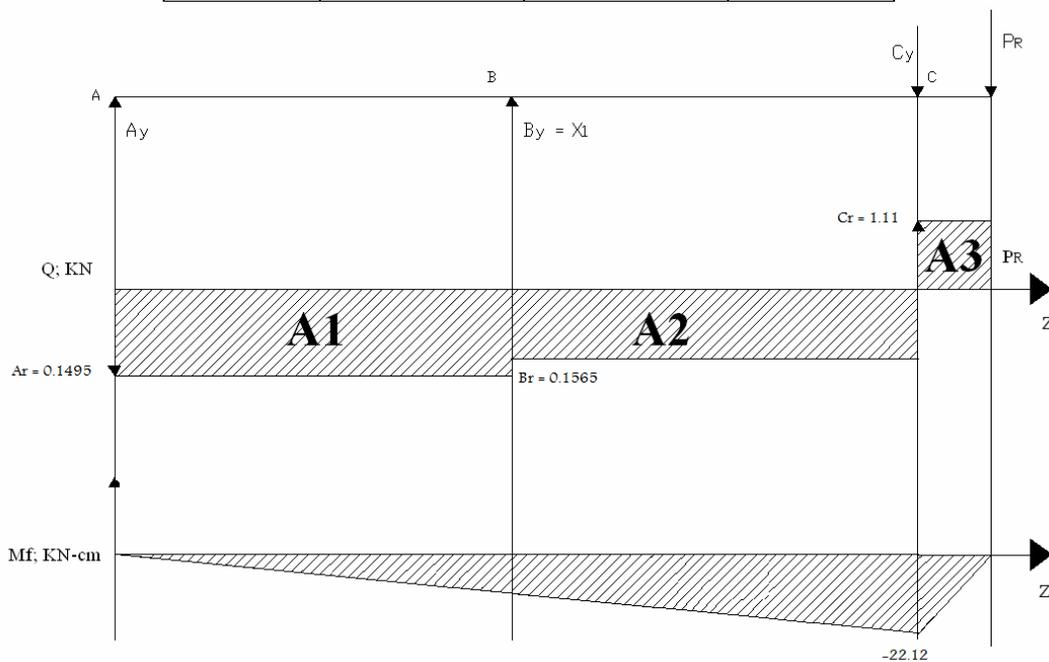


Fig. 3.26 Diagramas resultantes para el Caso I Diagrama de fuerzas de cortante y momentos flectores para el Caso I Reacciones A_y y C_y .

3.7.2 Caso II:

Después de haber introducido las ecuaciones para hallar X_1 y X_2 en el software ("MatLab, The Language of Technical Computing," 2009) se da como resultado para este caso:

$$X_1 = -2.36 \text{ kN}$$

$$X_2 = 1.83 \text{ kN}$$

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{1p} = -\frac{X_1}{C_{coj.}} = \left(\delta_{11} + \frac{1}{C_{coj.}} \right) X_1 = -\delta_{1p}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3} (A_y \cdot a_1) (A_y \cdot a_1) \cdot l$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3} (0.547 \cdot 149) (0.547 \cdot 149) \cdot 346.3$$

$$\delta_{11} = 759125 \text{ cm}^2$$

$$\sum M_A = A_y (149 + 178) - 1 \cdot 178 = 0$$

$$A_y = \frac{178}{149 + 178}$$

$$A_y = 0.547 \text{ kN}$$

Como se hace el $M_A = 0$ la fórmula para hallar δ_{1p} que de esta manera:

$$\delta_{1p} = \left[\frac{1}{3EI_1} (A_y \cdot a_1) \cdot \frac{P_R \cdot a_3 \cdot a_1}{a_1 + a_2} + \frac{1}{6EI_2} (A_y \cdot a_1) \left(2 \cdot \frac{P_R \cdot a_3 \cdot a_1}{a_1 + a_2} + p_R \cdot a_3 \right) \cdot a_2 \right]$$

$$\delta_{1p} = 6.61 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

Hallando X_1 .

$$X_1 = -\frac{\delta_{1p}}{\left(\delta_{11} + \frac{1}{C_{coj.}}\right)}$$

$$X_1 = -\frac{6.61}{\left(759125 + \frac{1}{29713}\right)} = -\frac{6.61}{759125}$$

$$X_1 = -8.70 \cdot 10^{-6} \text{ kN}$$

Las reacciones A_y y C_y .

$$\sum M_A = C_y(a_1 + a_2) - X_1 \cdot a_1 + P_R(a_1 + a_2 + a_3) = 0$$

$$C_y = \frac{X_1 \cdot a_1 - P_R(a_1 + a_2 + a_3)}{a_1 + a_2}$$

$$C_y = \frac{(8.70 \cdot 10^{-6}) \cdot 149 - 1.11 \cdot (149 + 178 + 20)}{149 + 178}$$

$$C_y = \frac{1.2963 \cdot 10^{-3} - 385.17}{327}$$

$$C_y = -1.17 \text{ kN}$$

$$\sum M_C = A_y \cdot (a_1 + a_2) + X_1 \cdot a_2 + P_R \cdot a_3$$

$$A_y = \frac{-X_1 \cdot a_2 - P_R \cdot a_3}{a_1 + a_2}$$

$$A_y = \frac{-(8.70 \cdot 10^{-6}) \cdot 178 - 1.11 \cdot 20}{149 + 178}$$

$$A_y = \frac{-1.5486 \cdot 10^{-3} - 22.2}{327}$$

$$A_y = -0.067 \text{ kN}$$

Comprobación:

$$\sum F = A_y + X_1 - C_y - P_R = 0$$

$$\sum F = 0.067 - (8.70 \cdot 10^{-6}) - (1.17) + 1.11$$

$$\sum F = 1.10 - 1.11$$

$$\sum F = -0.006 \text{ kN}$$

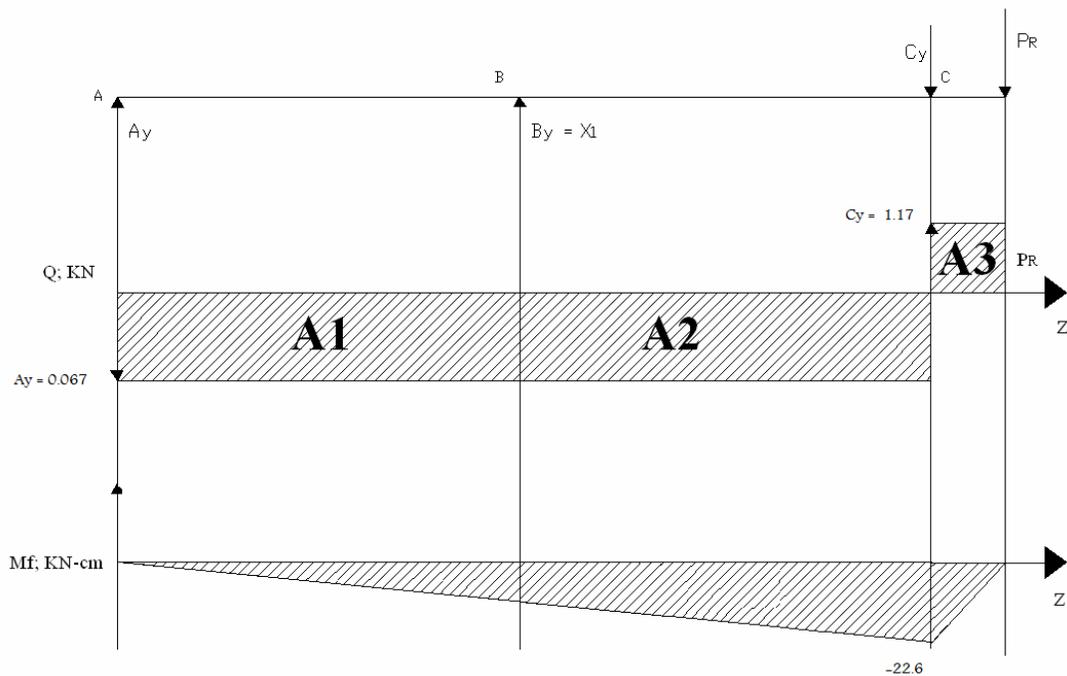


Fig. 3.27 Diagrama de fuerzas de cortante y momentos flectores para el Caso II.

y_B (cm)	$R_A + A_y$ (kN)	$R_B + B_y$ (kN)	$R_C + C_y$ (kN)
0.3	0.070	0.0065	1.1729

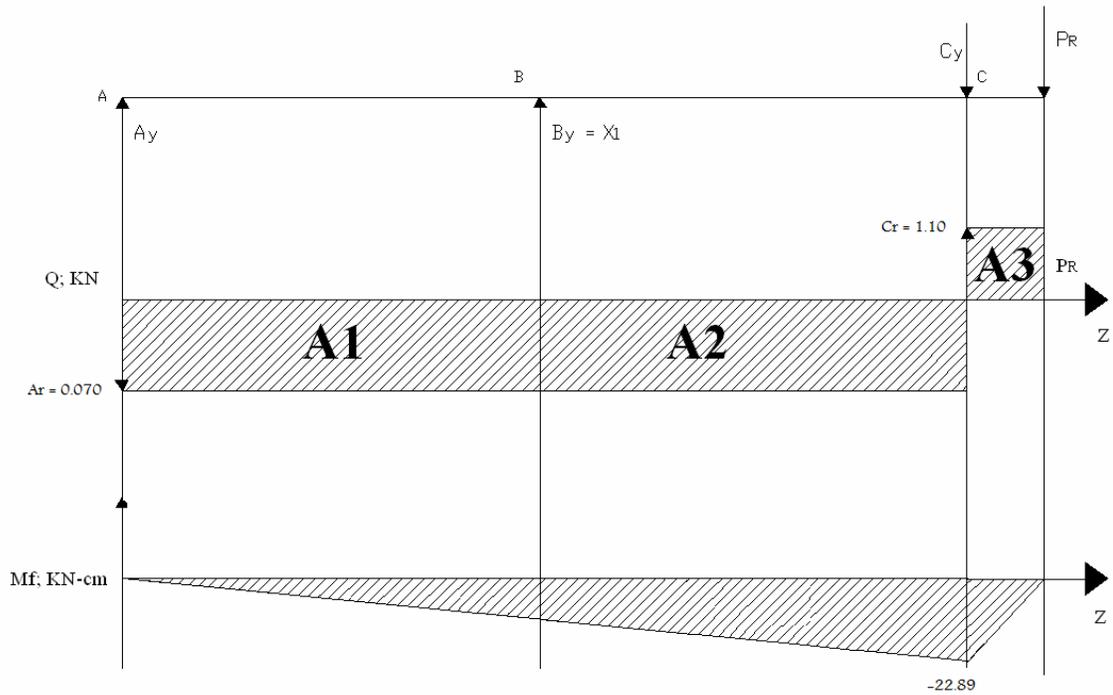


Fig. 3.28 Diagramas resultantes para el Caso II.

3.7.3 Caso III:

Para este caso:

$$X_1 = -2.36 \text{ kN}$$

$$X_2 = 1.83 \text{ kN}$$

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{1p} = -\frac{X_1}{C_{coj.}} = \left(\delta_{11} + \frac{1}{C_{coj.}} \right) X_1 = -\delta_{1p}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3}(A_y \cdot a_1)(A_y \cdot a_1) \cdot l$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3}(0.547 \cdot 149)(0.547 \cdot 149) \cdot 346.3$$

$$\delta_{11} = 759125 \text{ cm}^2$$

$$\sum M_A = A_y(149 + 178) - 1 \cdot 178 = 0$$

$$A_y = \frac{178}{149 + 178}$$

$$A_y = 0.547 \text{ kN}$$

$$\delta_{1p} = \left[\frac{1}{3EI_1}(A_y \cdot a_1) \cdot \frac{P_R \cdot a_3 \cdot a_1}{a_1 + a_2} + \frac{1}{6EI_2}(A_y \cdot a_1) \left(2 \cdot \frac{P_R \cdot a_3 \cdot a_1}{a_1 + a_2} + p_R \cdot a_3 \right) \cdot a_2 \right]$$

$$\delta_{1p} = 0.16 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

Hallando X_1 .

$$X_1 = -\frac{\delta_{1p}}{\left(\delta_{11} + \frac{1}{C_{coj.}}\right)}$$

$$X_1 = -\frac{0.16}{\left(759125 + \frac{1}{29713}\right)} = -\frac{0.16}{759125}$$

$$X_1 = -2.10 \cdot 10^{-7} \text{ kN}$$

$$\sum M_A = C_y(a_1 + a_2) - X_1 \cdot a_1 + P_R(a_1 + a_2 + a_3) = 0$$

$$C_y = \frac{X_1 \cdot a_1 - P_R(a_1 + a_2 + a_3)}{a_1 + a_2}$$

$$C_y = \frac{(2.10 \cdot 10^{-7}) \cdot 149 - 1.11 \cdot (149 + 178 + 20)}{149 + 178}$$

$$C_y = \frac{3.129 \cdot 10^{-7} - 385.17}{327}$$

$$C_y = -1.17 \text{ kN}$$

$$\sum M_C = A_y \cdot (a_1 + a_2) + X_1 \cdot a_2 + P_R \cdot a_3$$

$$A_y = \frac{-X_1 \cdot a_2 - P_R \cdot a_3}{a_1 + a_2}$$

$$A_y = \frac{-(2.10 \cdot 10^{-7}) \cdot 178 - 1.11 \cdot 20}{149 + 178}$$

$$A_y = \frac{-3.73 \cdot 10^{-5} - 22.2}{327}$$

$$A_y = -0.067 \text{ kN}$$

Comprobando:

$$\sum F = A_y + X_1 - C_y - P_R = 0$$

$$\sum F = 0.067 - (2.10 \cdot 10^{-5}) - (1.17) + 1.11$$

$$\sum F = 1.10 - 1.11$$

$$\sum F = -0.006 \text{ kN}$$

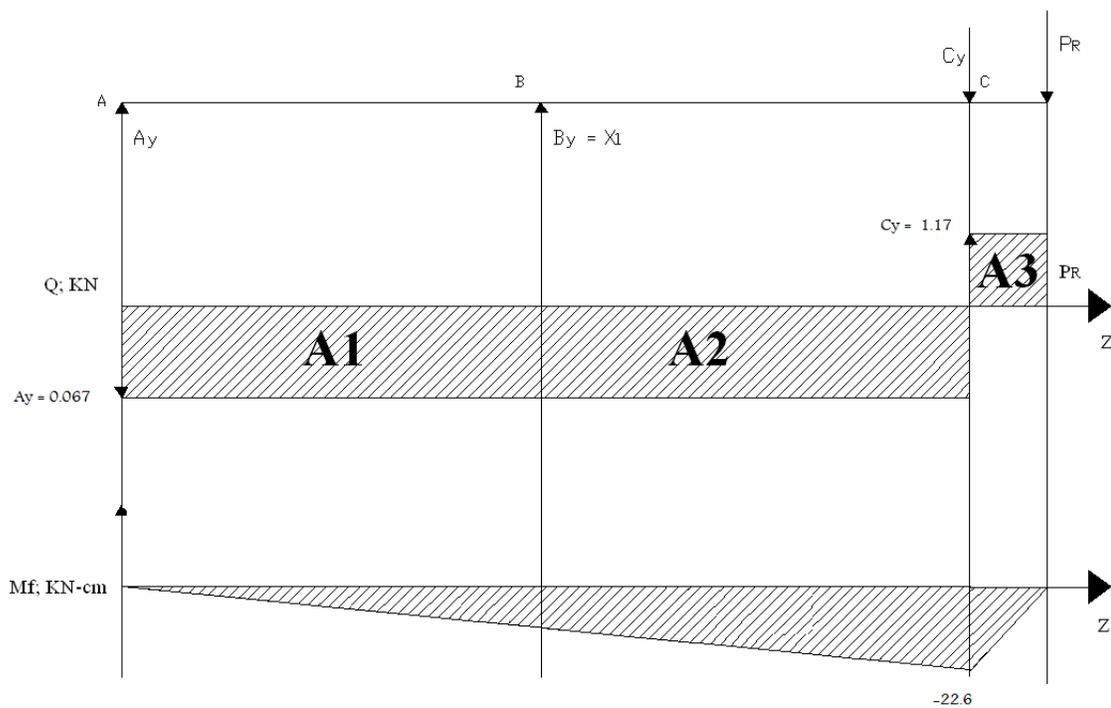


Fig. 3.29 Diagrama de fuerzas de cortante y momentos flectores para el Caso III.

y_B (cm)	$R_A + A_y$ (kN)	$R_B + B_y$ (kN)	$R_C + C_y$ (kN)
0.3	0.2162	0.2730	1.60

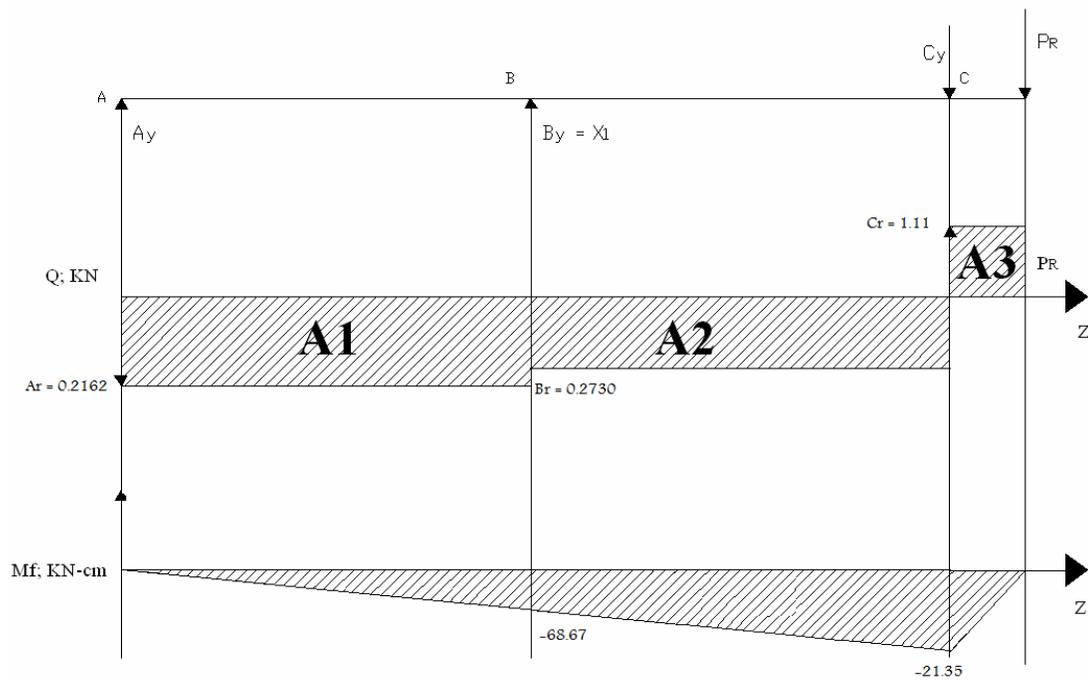


Fig. 3.30 Diagramas resultantes para el Caso III.

3.7.4 Caso IV:

En este caso:

$$X_1 = -3.61 \text{ kN}$$

$$X_2 = 2.28 \text{ kN}$$

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{1p} = -\frac{X_1}{C_{coj.}} = \left(\delta_{11} + \frac{1}{C_{coj.}} \right) X_1 = -\delta_{1p}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3}(A_y \cdot a_1)(A_y \cdot a_1) \cdot l$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{3}(0.54 \cdot 148)(0.54 \cdot 148) \cdot 345.5$$

$$\delta_{11} = 728237 \text{ cm}^2$$

$$\sum M_A = A_y(148 + 178.4) - 1 \cdot 178.4 = 0$$

$$A_y = \frac{178.4}{148 + 178.4}$$

$$A_y = 0.54 \text{ kN}$$

$$\delta_{1p} = \left[\frac{1}{3EI_1}(A_y \cdot a_1) \cdot \frac{P_R \cdot a_3 \cdot a_1}{a_1 + a_2} + \frac{1}{6EI_2}(A_y \cdot a_1) \left(2 \cdot \frac{P_R \cdot a_3 \cdot a_1}{a_1 + a_2} + p_R \cdot a_3 \right) \cdot a_2 \right]$$

$$\delta_{1p} = 2.15 \text{ kN} / \text{cm}^2$$

Hallando X_1 .

$$X_1 = -\frac{\delta_{1p}}{\left(\delta_{11} + \frac{1}{C_{coj.}}\right)}$$

$$X_1 = -\frac{2.15}{\left(728237 + \frac{1}{29713}\right)} = -\frac{2.15}{728237}$$

$$X_1 = -2.95 \cdot 10^{-6} \text{ kN}$$

$$\sum M_A = C_y(a_1 + a_2) - X_1 \cdot a_1 + P_R(a_1 + a_2 + a_3) = 0$$

$$C_y = \frac{X_1 \cdot a_1 - P_R(a_1 + a_2 + a_3)}{a_1 + a_2}$$

$$C_y = \frac{(2.95 \cdot 10^{-6}) \cdot 148 - 1.11 \cdot (148 + 178.4 + 18.9)}{148 + 178.4}$$

$$C_y = \frac{4.36 \cdot 10^{-3} - 383.283}{326.4}$$

$$C_y = -1.17 \text{ kN}$$

$$\sum M_C = A_y \cdot (a_1 + a_2) + X_1 \cdot a_2 + P_R \cdot a_3$$

$$A_y = \frac{-X_1 \cdot a_2 - P_R \cdot a_3}{a_1 + a_2}$$

$$A_y = \frac{-(2.95 \cdot 10^{-6}) \cdot 178.4 - 1.11 \cdot 18.9}{148 + 178.4}$$

$$A_y = \frac{-5.26 \cdot 10^{-6} - 20.97}{326.4}$$

$$A_y = -0.064 \text{ kN}$$

Comprobando:

$$\sum F = A_y + X_1 - C_y - P_R = 0$$

$$\sum F = 0.064 - (2.95 \cdot 10^{-6}) - (1.17) + 1.11$$

$$\sum F = 1.106 - 1.11$$

$$\sum F = -0.004 \text{ kN}$$

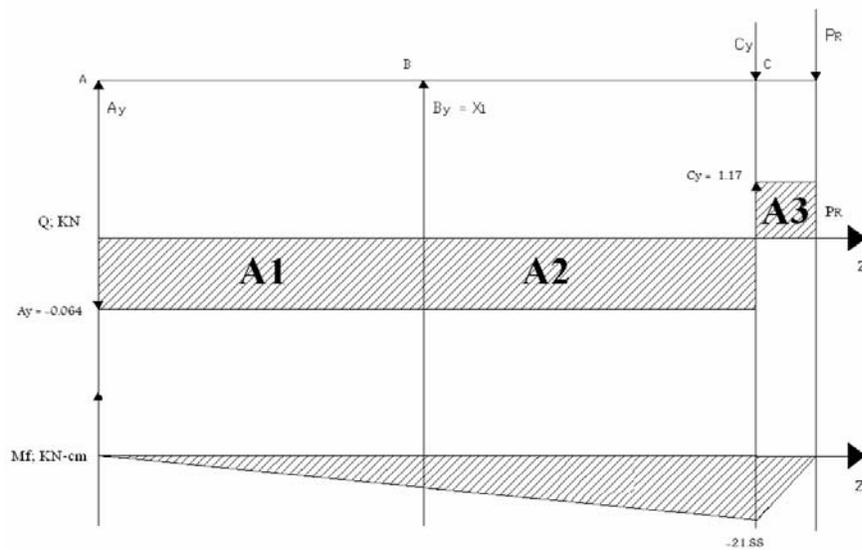


Fig. 3.31 Diagrama de fuerzas de cortante y momentos flectores para el Caso IV.

y_B (cm)	$R_A + A_y$ (kN)	$R_B + B_y$ (kN)	$R_C + C_y$ (kN)
0.3	0.066	0.0037	1.171

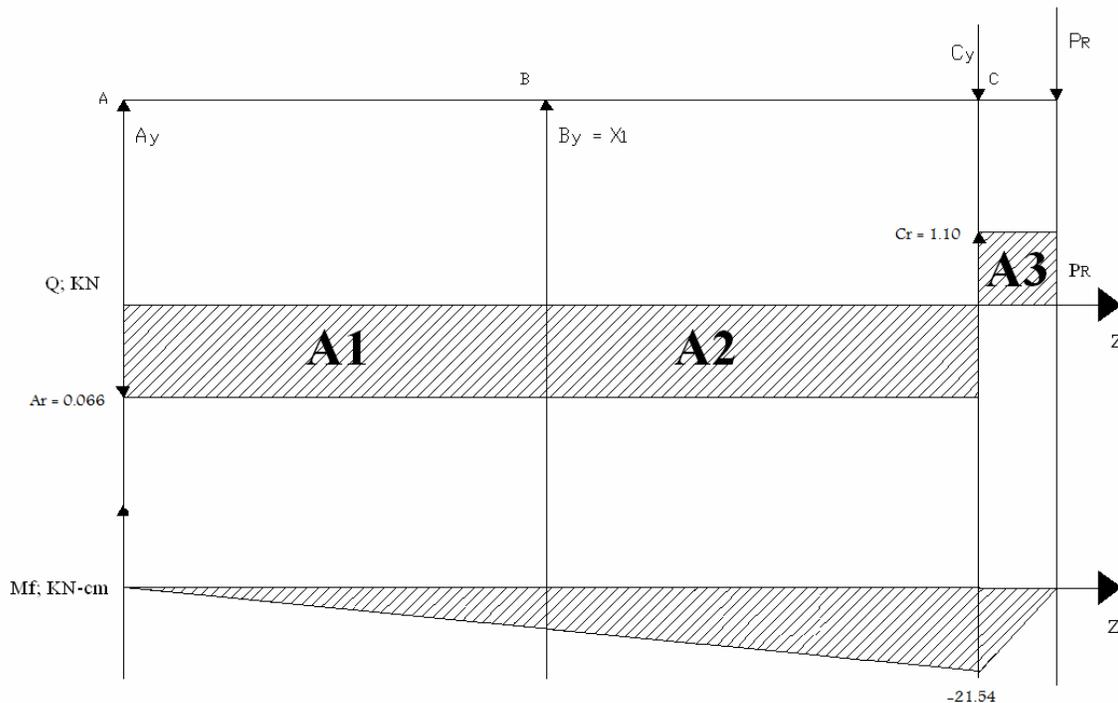


Fig. 3.32 Diagramas resultantes para el Caso IV.

3.7.5 Análisis de los Resultados.

Como se aprecia, el momento flector se reduce sensiblemente con relación al momento flector máximo del árbol con la caja de bolas radial de simple hilera, el factor de seguridad a la fatiga crecerá en consecuencia sensiblemente.

3.8 Cálculos de los cojinetes de material plástico FEROFORM.

3.8.1 Dimensionando del cojinete.

Los cojinetes del material FEROFORM están usualmente unidos a su cuerpo usando un ajuste de interferencia. El valor mínimo de la interferencia recomendado se dan en (*Tenmat, Cojinetes Autolubricados, Ingeniería Productos Aplicados, 2008*), junto a las tolerancias de maquinado sugeridas y la holgura de operación.

- Interferencia mínima recomendada = 0.15mm
- Tolerancia de maquinado recomendada = 0.1mm
- Holgura de operación = 0.4mm

3.8.2 Ensanchamiento del cojinete.

Por efecto de la dilatación lineal, el cojinete se hincha, la holgura se calcula $0.5\% * (D_{ext} - D_{int})$. En el agua, el ensanchamiento longitudinal para materiales del grado del material T es el 0.2%.

En el mismo documento se indica el espesor de óptimo de la pared y la tolerancia del cierre del diámetro interior que hay que lograr cuando el espesor de la pared es mayor que el diámetro óptimo. La pared se comprimirá en un cierto porcentaje (mostrado en el gráfico) en dependencia de en cuanto se pasa el espesor de la pared del óptimo.

$$Min\ esp = 0.05 * d$$

$$Min\ esp = 0.05 * 60$$

$$Min\ esp = 3mm$$

3.8.3 Expansión Térmica.

Grado del material	Normal a la lamina * $10^{-6} / ^\circ c$	Paralelo a la lamina * $10^{-6} / ^\circ c$
T14	50	95

Los datos anteriores son típicos para materiales hasta sus temperaturas de operación máxima normales. Los T11, T12, T14 tienen o poseen una contracción de $20 \cdot 10^{-6} / ^\circ c$ en la dirección del diámetro (normal a la lamina) desde más $20^\circ c$ hasta menos $70^\circ c$.

3.8.4 Ranuras de lubricación.

Para el caso de lubricación por agua que es el caso analizado se utiliza la configuración de múltiples ranuras.

3.8.4.1 Calculo de los diámetros exterior máximo y mínimo del cojinete.

Agregando el ajuste por interferencia mínima al diámetro máximo de la casquillo

$$D_{e \max} = 66.25 \text{ mm (Diámetro exterior mínimo).}$$

Agregando la tolerancia de maquinado y ese es el diámetro exterior máximo

$$D_{e \max} = 66.25 \text{ mm .}$$

3.8.5 Relación longitud diámetro (L/D)

Para usos industriales L/D varía típicamente 1/1 a 1.5/1. En el presente trabajo se utilizó 1.5/1 la cual cumple con el diseño que se quiere realizar.

3.8.5.1 Configuración y dimensiones de la ranura con lubricación por agua.

Las ranuras de lubricación longitudinal se recomiendan en correspondencia con la Tabla 3.1.

Tabla 3-1 Dimensiones de las ranuras de lubricación.

Diámetro del árbol (mm)	Cantidad de ranuras	Ángulo de aproximado entre ranura	Ancho de las ranuras (mm)	Profundidad de la ranuras (mm)
60	4	72	6	$0.33 * w / T$

Espesor óptimo de la pared:

$$\text{espesor opt} = 0.0625 * d + 2.5 \text{mm}$$

$$\text{espesor opt} = 0.0625 * 60 + 2.5$$

$$\text{espesor opt} = 6 \text{mm}$$

Donde:

$d \rightarrow$ Diámetro del árbol.

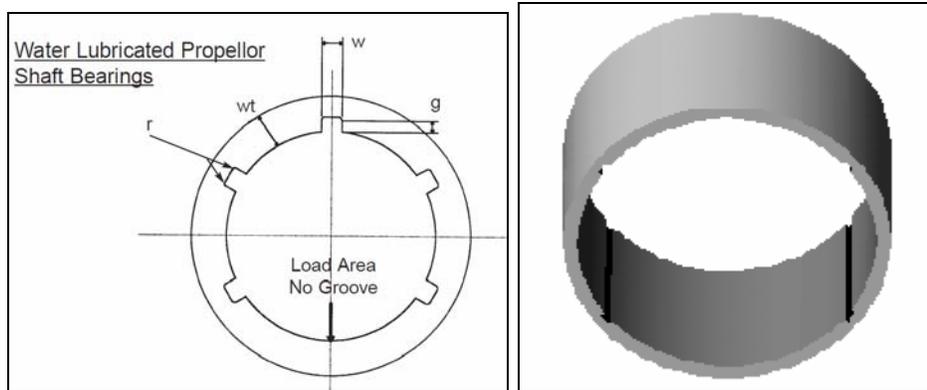


Fig. 3.33 Esquema del Cojinete.

Profundidad máxima de las ranuras:

$$g = 0.33 * w / T$$

$$g = 0.33 * 6$$

$$g = 1.98 \text{ mm}$$

Radio del fondo de la ranura:

$$r = 0.33 * g$$

$$r = 0.33 * 1.98$$

$$r = 0.65 \text{ mm}$$

Ancho de la ranura:

$$w = 2.5 * g$$

$$w = 2.5 * 1.98$$

$$w = 4.95 \text{ mm} \approx 5 \text{ mm}$$

$N =$ Cantidad de ranuras. 5.

3.9 Conclusiones Parciales del Capítulo III

1. Se desarrolló una metodología de cálculo de los árboles hiperestáticos de las bombas verticales con un empotramiento parcialmente elástico en la posición de la caja de bolas radial de simple hilera superior y apoyos linealmente elásticos en la posición de los cojinetes de deslizamiento.
2. Los resultados obtenidos de la aplicación al árbol de la Bomba Vertical AXP (P - 52-166) del Sector Energético de la Refinería de Petróleo “Camilo Cienfuegos” se superpusieron con los resultados obtenidos de considerar en el árbol una joroba inicial para obtener los diagramas de fuerzas de cortante y de momentos flectores resultantes de ambos efectos y evaluar la resistencia del árbol en las condiciones más críticas.
3. La evaluación de la resistencia a la fatiga del árbol original fabricado de acero 40 XHMA y con cojinetes de deslizamiento considerados como apoyos elásticos pero de bronce arrojó un factor de seguridad a la fatiga ligeramente superior a 1, por lo que la reserva de resistencia era muy baja.
4. La evaluación de la resistencia a la fatiga del árbol modificado con cojinetes fabricado de plástico lo que equivale a cojinetes de deslizamiento elásticos con una constante de rigidez mucho menor y árbol hecho de acero inoxidable al cromo níquel-molibdeno similar al X15H9HO de la Norma GOST, arrojó un factor de seguridad a la fatiga de casi 2 la cual es satisfactoria.
5. Hay que señalar que el árbol original tenía en su parte superior una caja de bolas axial radial, de menor coeficiente de rigidez a la flexión, por esta razón se analizó qué sucede si se sustituye la caja de bolas radial de simple hilera superior por una radial de doble hilera autoalineante de coeficiente de rigidez $\varphi = 0$, o sea no se genera en ese apoyo ningún momento flector, los resultados confirman que esto sería una solución excelente de diseño, ya que el momento flector máximo se desplaza a otra posición y se reduce sensiblemente.

6. Finalmente se calcularon las dimensiones de los cojinetes de deslizamiento plásticos de material FEROFORM.

Conclusiones

Conclusiones

1. En el trabajo se profundizó en los aspectos constructivos y de funcionamiento de las bombas centrífugas en general y en específico de las bombas centrífugas verticales, en particular en los aspectos relacionados con las fuerzas radiales y axiales en los impelentes. Se profundizó además en las características específicas constructivas de la bomba P-52-166 y en los cambios que serían realizados durante su reparación con vistas a investigar la influencia de estos aspectos en el trabajo y se profundizó en las propiedades fundamentales de los productos fabricados por TENMAT, en particular del material plástico que será empleado en los cojinetes.
2. Se aplicó el Método de la Viga Equivalente y del Método de los Parámetros de Origen en la determinación de las fuerzas internas en un árbol hiperestático de una bomba centrífuga vertical sumergible que posee una deflexión inicial (joroba) de magnitud Δ . De los resultados de la aplicación se concluye que el incremento de la deformación inicial del árbol (joroba) eleva como era de esperar las reacciones en los apoyos proporcionalmente con la magnitud de la deformación inicial y por lo tanto evidentemente se perjudica el trabajo de los cojinetes y del árbol. La presencia del tramo intermedio entre los cojinetes de deslizamiento rigidizado, disminuye la magnitud de las reacciones de apoyo que surgen en el árbol para una joroba inicial determinada, siendo esta evidentemente la causa por la cual los fabricantes introducen ese tramo rigidizado.
3. En el trabajo se desarrolló un Nuevo Esquema de Análisis y una Nueva Metodología de Cálculo de árboles hiperestáticos de las bombas centrífugas verticales de simple etapa que considera la influencia favorable de la rigidez angular del cojinete de rodamientos superior y la elasticidad de los cojinetes de deslizamiento, así como la diferencia de rigidez de los diferentes tramos del árbol de estas bombas. Los resultados obtenidos de la aplicación al árbol de la Bomba Vertical AXP (P - 52- 166) el Sector Energético de la Refinería de Petróleo "Camilo

Cienfuegos” se superpusieron con los resultados obtenidos al considerar en el árbol una joroba inicial para obtener los diagramas de fuerzas de cortante y de momentos flectores resultantes de ambos efectos y evaluar la resistencia del árbol en las condiciones más críticas.

4. La evaluación de la resistencia a la fatiga del árbol original fabricado de acero 40XHMA y con cojinetes de deslizamiento considerados como apoyos elásticos pero de bronce arrojó un factor de seguridad a la fatiga ligeramente superior a 1, por lo que la reserva de resistencia era muy baja. Sin embargo, la evaluación de la resistencia a la fatiga del árbol modificado con cojinetes fabricados de plástico, lo que equivale a cojinetes de deslizamiento elásticos con una constante de rigidez mucho menor y árbol hecho de aleado inoxidable al cromo níquel-molibdeno similar al X15H9HO de la Norma GOST, arrojó un factor de seguridad a la fatiga de casi 2 la cual es satisfactoria.
5. En el trabajo se demuestra que una buena solución de diseño sería la de sustituir la caja de bolas radial de simple hilera superior por una radial de doble hilera autoalineante de coeficiente de rigidez $\varphi = 0$, o sea no se genera en ese apoyo ningún momento flector y el factor de seguridad a la fatiga crece sensiblemente.

Recomendaciones

Recomendaciones

1. Se recomienda aplicar las metodologías de cálculo desarrolladas para el cálculo de árboles de otras bombas verticales existentes en la Planta de Tratamiento de Residuales de la Refinería de Petróleo “Camilo Cienfuegos”.
2. Realizar los cálculos necesarios para evaluar la vida de la caja de bolas superior, utilizando caja de bolas radial de simple hilera y de doble hilera autoalineante para poder valorar la posibilidad de que en las nuevas reparaciones pueda ser realizada la sustitución de esta por una caja de bolas radial de doble hilera autoalineante.

Referencias Bibliográficas

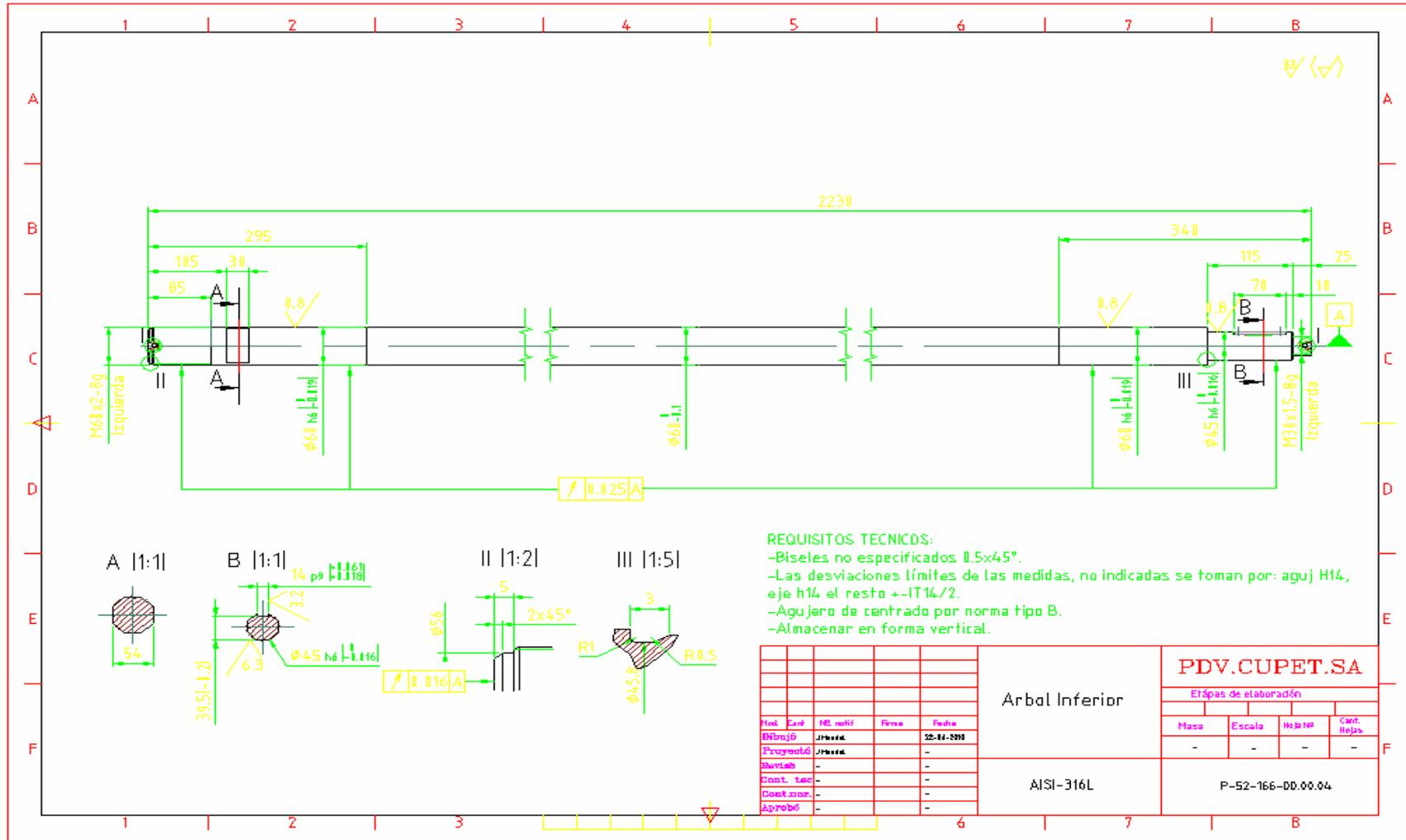
Referencias Bibliográficas

- Bedford, A. (2002). *Engineering Mechanics. Statics*. New Jersey: Prentice Hall.
- Beer, F. P., Johnston, E.R. (1984). *Mecánica Vectorial para Ingenieros*. México: Mc Graw, Hill.
- Birger, I. A., Shorr, B.F., Shneiderovich, R.M. (1966). *Cálculo de Resistencia de Piezas de Máquinas*. Moscú: Editorial Mashinostroenie.
- Bombas Centrifugas. (2003). Retrieved enero, 2010, from <http://bombascentrifugas.info-tecnica.org/funcionamiento-de-la-bomba>
- Bombas Centrifugas de Foso Lleno. (2007). Retrieved enero, 2010, from <http://bombascentrifugas.info-tecnica.org/category/bombas-verticales-de-foso-lleno>
- Bombas Centrifugas Verticales. (2007). Retrieved enero, 2010, from <http://www.quiminet.com.mx/pr3/bombas%2Bcentrifugas%2Bverticales.htm>
- Cherkasski, V. M. (1986). *Bombas Ventiladores y Compresores*. Moscú: Editorial MIR.
- Custodio, L. B. a. A. (2003). *Know and Understand Centrifugal Pump*. New York: Elsevier Ltd.
- Diez, P. F. (2000). *Bombas Centrifugas y Volumétricas*. Universidad de Cantabria: Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética.
- Dobrovolski, V. (1970). *Elementos de Máquinas*. Moscú: Editorial MIR.
- Feodosiev, V. I. (1985). *Resistencia de Materiales*. Moscú: Editorial MIR.
- Fernández, L., & S, G. (1983). *Resistencia de Materiales*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Fitzgerald, F. (1996). *Mecánica de Materiales*. México: Editorial Alfaomega S.A.
- Fogiel, M. (1988). *Problem Solver in Strength of Materials and Mechanics of Solids*. New Jersey: Editorial REA.
- Goytisolo, R. (2010). Nuevo esquema de análisis y método de cálculo para racionalizar el consumo de metal en árboles de bombas centrifugas. In *Memorias del VI Taller Internacional de Energía y Medio Ambiente*. Cienfuegos.
- Goytisolo, R., Hidalgo, C., Nodal, F., & Noa, J. G. (2006). Estudio teórico y experimental del coeficiente de rigidez de los apoyos en árboles con diferentes cojinetes de rodamientos. In *Memorias del Tercer Congreso Internacional de Ingeniería Mecánica y Primero de Mecatrónica*. Bogotá, Colombia.
- Hawkes, B. (1989). *Cadcam*. Madrid: Paraninfo S.A.
- Karassik, I. J., Messina, J. P., Cooper, P., & Heald, C. C. (Eds.). (2001). *Pump Handbook*. New York: McGRAW-HILL.

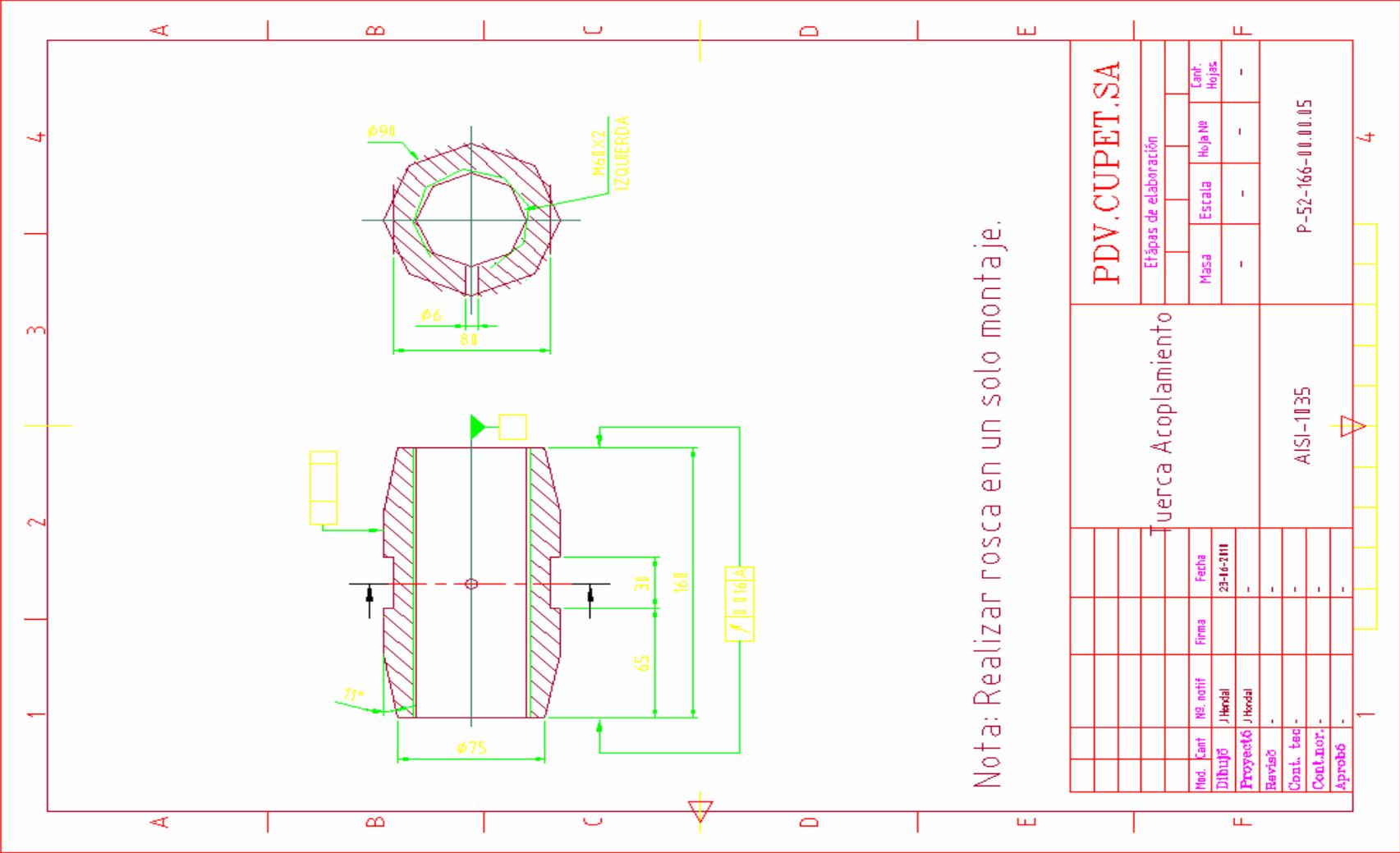
- Martínez, L., & Jaureguí, J. (2007). *Mecánica de los Fluidos y Máquinas de Flujo*. Dpto de Ingeniería Mecánica: Universidad de Cienfuegos.
- MatLab, The Language of Technical Computing. (2009). from www.mathworks.com
- Meizoso, C. H. (2008). *Estudio teórico y experimental del coeficiente de rigidez de los apoyos en árboles con diferentes tipos de cojinetes de rodamientos*. Unpublished Tesis de Doctorado, Universidad de Cienfuegos, Cienfuegos.
- Merian, J. L. (2003). *Mecánica*. La Habana: E.R.
- Metallurgist's Handbook, Part I*. (1965). Moscow: Promsyrimport.
- Mott, R. L. (1996). *Resistencia de Materiales Aplicada* (3ª ed.). México: Editorial Prentice, Hall, Hispanoamericana S.A.
- Olsen, G. A. (1962). *Elements of Mechanics of Materials*. La Habana: Editora de la Asociación de Estudiantes de Ingeniería.
- Pisarenko, G. S. (1979). *Manual de Resistencia de Materiales*. Moscú: Editorial MIR.
- Reshetov, D. (1985). *Elementos de Máquina*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación.
- Roylance, T. F. (1966). *Engineering Desing*. London: Great Britain.
- Spiegel, L., Limbrunner, G.F. (1999). *Applied Statics and Strength of Materials* (Third ed.). New Jersey: Prentice Hall.
- Tenmat, Cojinetes Autolubricados, Ingeniería Productos Aplicados*. (2008). Erandio Vizcaya: Edificio Udondo Ribera de Axpe, 50 48950.
- Teoría de las Bombas. (2004). Retrieved enero, 2010, from <http://www.savinobarbera.com/espanol/teoria.html>
- Usos y Aplicaciones de las Bombas Centrífugas. (2005). Retrieved enero, 2010, from http://www.quiminet.com/ar4/ar_vcdaddsaadvcadv-c-usos-y-aplicaciones-de-las-bombas-centrifugas.htm
- Volmir, A. (1986). *Problemas de Resistencia de Materiales*. Moscú: Editorial MIR.
- Wilson, C. (1997). *Computer Integred Machine Design*. New Jersey: Prentice Hall.

Anexos

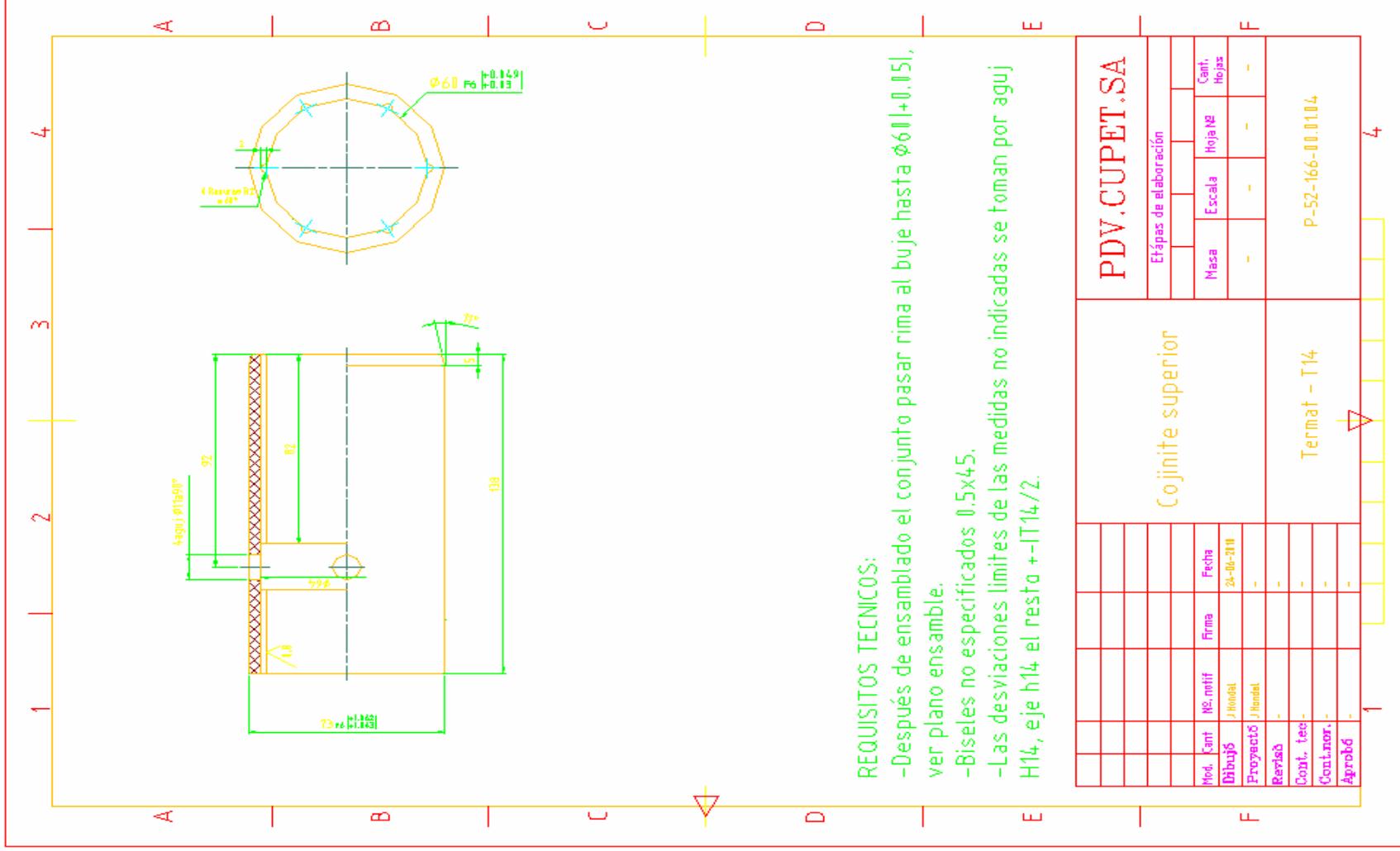
Anexo 3: Árbol inferior



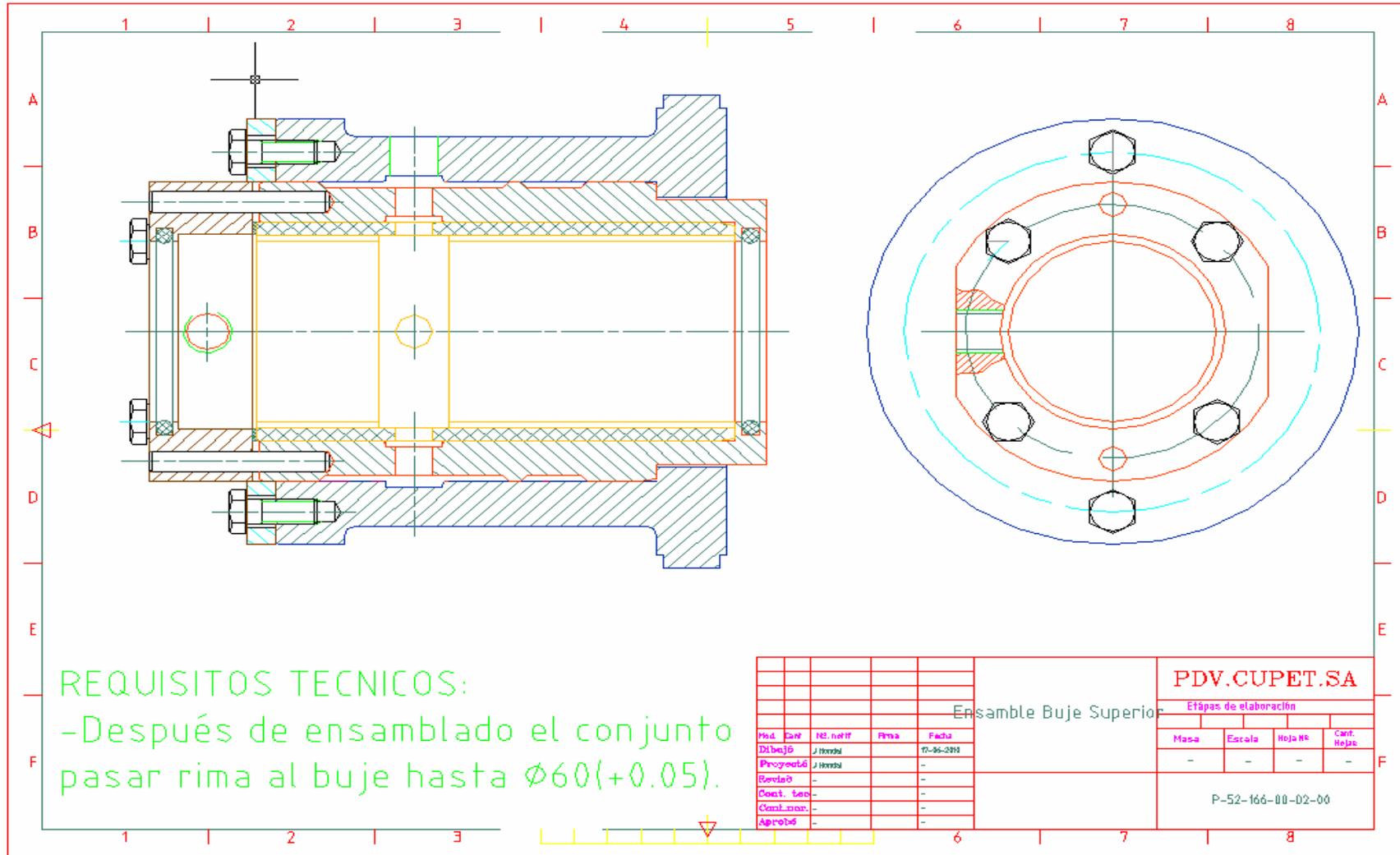
Anexo 4: Tuerca del acoplamiento



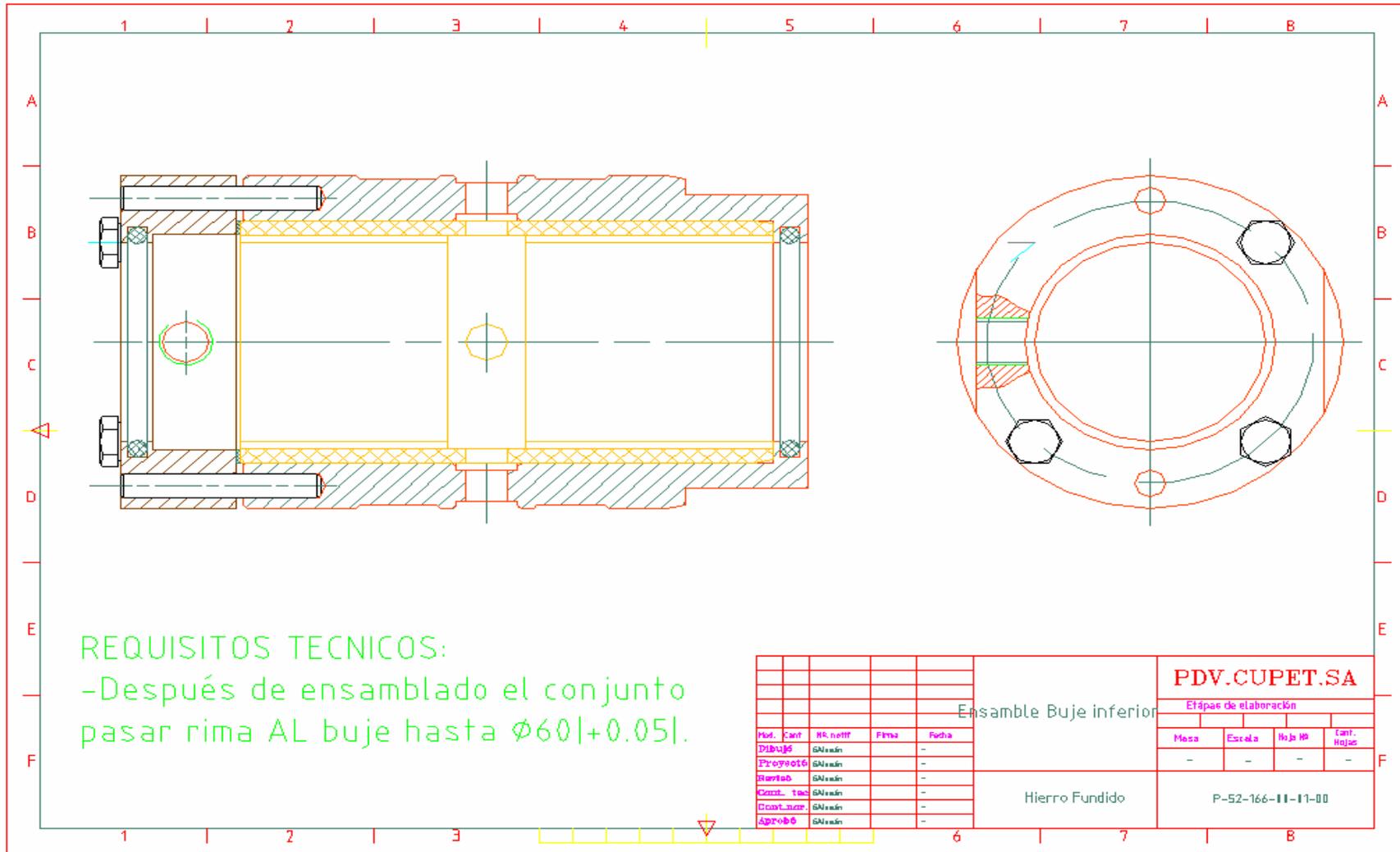
Anexo 6: Cojinete superior



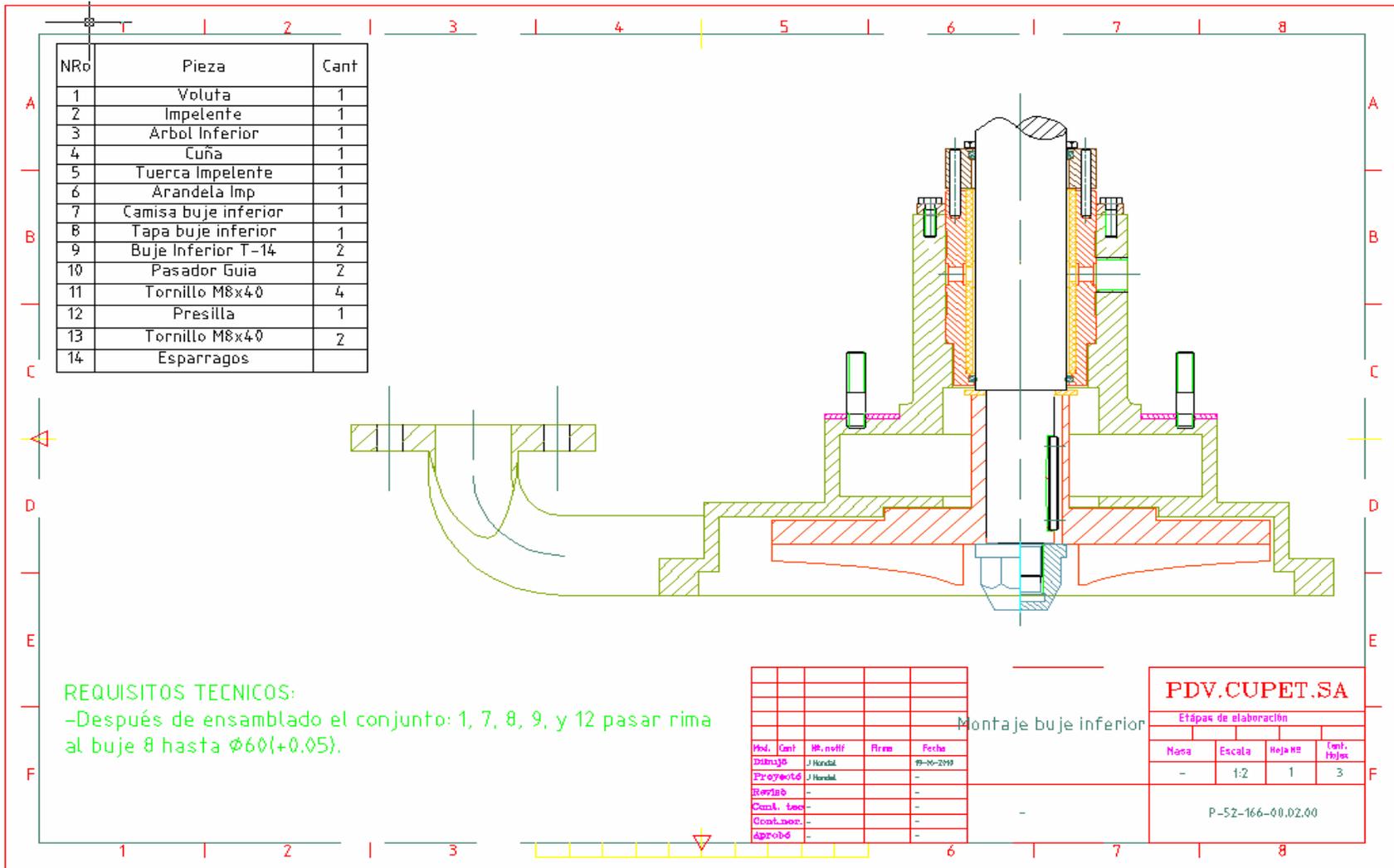
Anexo 7: Ensamble del Buje superior



Anexo 10: Ensamble del Buje inferior



Anexo 11: Montaje del Bije inferior



Anexo 12: Plano de ensamble del árbol original

