Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez”
Facultad de Informática
Carrera de Ingeniería Informática

Aplicación de los Operadores OWA en Recomendación de Computadoras a Usuarios

Trabajo de diploma para optar por el título de Ingeniero Informático

Autora:
Greneter Cordoves Delgado

Tutores:

Dr.C. Eduardo R. Concepción Morales

MSc. Yuniol Alvarez Betancourt

Cienfuegos, Cuba

Curso 2010 – 2011

Año 53 de la Revolución

Declaración de autoría

Yo, Greneter Cordoves Delgado declaro que soy la única autora del Trabajo de Diploma titulado “Aplicación de los Operadores OWA en Recomendación de Computadoras a Usuarios”, y autorizo a la Facultad de Informática de la Universidad de Cienfuegos “Carlos Rafael Rodríguez”, para que hagan el uso que estimen pertinente del presente trabajo de diploma.

Para que así conste firmo la presente a los ____ días del mes de ____ del ____

_____

Firma Autor

Greneter Cordoves Delgado

Los abajo firmantes certificamos que el presente trabajo ha sido revisado según acuerdo de la dirección de nuestro centro y el mismo cumple los requisitos que debe tener un trabajo de esta envergadura referente a la temática señalada.

_____ _____

Firma Tutor Firma Tutor

Dr.C. Eduardo R. Concepción Morales MSc. Yuniol Alvarez Betancourt

_____ _____

Firma ICT Firma Vicedecano

Agradecimientos

A mis tutores por su paciencia e incondicional ayuda,

A mi esposo por su comprensión y apoyo,

A mi familia por su apoyo y la confianza depositada en mi,

A mi amiga Silvia por compartir conmigo sus

conocimientos, apoyarme y soportarme,

A todos los profesores de la carrera por las enseñanzas dadas,

A mis compañeros de estudio por las experiencias compartidas,

A todas las personas que han contribuido a mi formación

desde mis primeros añitos de vida,

A la Revolución Cubana, que me ha permitido esta posibilidad…

Dedicatoria

A mis padres, por ser los mejores padres del mundo,

A mis hermanitas Anne y Gretter,

A mi hermanito Cristhian,

A mi sobrinito Brandon,

A mi esposo,

A mis cuñados Carli y Yovy,

A mis amigos, en especial a Silvia por

brindarme una amistad sincera,

A mis tutores,

A todas las personas que me aprecian…

Resumen

El presente trabajo de investigación se enmarca en el área de los sistemas de recomendación y los operadores de agregación OWA. Surge a partir de la necesidad de disponer de un mecanismo para determinar, con algún criterio, las computadoras que mejor se adecuan a las preferencias de los usuarios en los laboratorios de computación de la Facultad de Informática de la Universidad de Cienfuegos. El objetivo de este trabajo es evaluar la aplicabilidad de los operadores OWA en el proceso de recomendación de computadoras a usuarios, a partir de las características del software instalado en las mismas.

En el trabajo se presenta un análisis sobre los sistemas de recomendación y se identifican las técnicas basadas en contenidos, colaborativas y basadas en conocimientos, como las básicas para generar recomendaciones. Se presenta, además, un análisis crítico sobre los operadores de agregación OWA y se seleccionan los operadores OWA difusos (FOWA) atendiendo a la flexibilidad que brindan para modelar diferentes problemas decisionales.

Se propone un procedimiento de pre procesamiento de los datos para ser aplicado en aquellas situaciones donde se desea asignar mayor preferencia a la presencia de software con grados de importancia más relevantes para los usuarios. Se establece que los operadores Gaussian FOWA y Filev Yager 2 FOWA son los más adecuados debido a que establecen un ordenamiento de las computadoras similar al que realizan los usuarios, con la aplicación o no del procedimiento propuesto.

Abstract

This research focuses on the area of recommendation systems and OWA aggregation operators. Its motivation comes from the lack of a mechanism to determine, with some criterion, the computers that better suit the users' preferences at the computer laboratories of the Faculty of Informatics at University of Cienfuegos. The goal of this work is to evaluate the applicability of OWA operator sin the process of recommendation of computers to users, according to the characteristics of the installed software.

The work presents an analysis of the recommendation systems and identifies the techniques based on content, collaborative and based in knowledge, as the basic ones to generate recommendations. A critical analysis on the OWA aggregation operators is given. Fuzzy OWA operators (FOWA) are chosen taking into account its flexibility for modeling different decision making problems.

A data preprocessing procedure is proposed for those situations where higher degrees of preference are assigned to the presence of software with high degrees of relevance for users. It is established that Gaussian FOWA and Filev Yager 2 FOWA operators, with or without the application the proposed procedure, give the best ranking results in comparison to the users' ranking.

Índice

Introducción 1

Capítulo I. Sistemas de Recomendación 7

1.1 – Introducción 7

1.2 – Sistemas de Recomendación 7

1.2.1 – Sistemas de Recomendación Basados en Contenido 9

1.2.2 – Sistemas de Recomendación Colaborativos 10

1.2.3 – Sistemas de Recomendación Basados en Conocimiento 12

1.3 – Modelado lingüístico difuso de la información 13

1.3.1 – Ordenamiento de números borrosos 17

1.4 – Conclusiones 21

Capítulo II. Los Operadores OWA 22

2.1 – Introducción 22

2.2 – Introducción a los operadores OWA 22

2.3 – Definición formal del operador OWA 24

2.4 – Tipos de operadores OWA 25

2.4.1 – Máximo OWA 25

2.4.2 – Mínimo OWA 26

2.4.3 – Media aritmética OWA 26

2.4.4 – Arrow Hurwicz OWA 26

2.4.5 – Mediana OWA 27

2.4.6 – BUM OWA 28

2.4.7– S OWA.....29

2.4.8 – Step OWA.....30

2.4.9 – Olympic OWA.....30

2.4.10 – Window OWA.....31

2.4.11 –E-Z OWA.....32

2.4.12 – Gaussian OWA.....33

2.4.13 – Filev Yager OWA.....33

2.5 – Extensiones a los operadores OWA.....34

2.5.1 – Operadores FOWA.....35

2.5.2 – Procedimiento para el pre procesamiento de los datos.....37

2.6 – Conclusiones.....43

Capítulo III. Diseño de Experimentos y Análisis de los Resultados..... 44

3.1 – Introducción.....44

3.2 – Recursos utilizados.....44

3.2.1 – MATLAB.....44

3.2.2 – SPSS.....45

3.3 – Diseño del experimento.....46

3.3.1 – Etapa 1: Obtención de la base de datos.....46

3.3.2 – Experimentación con los operadores FOWA.....48

3.3.3 – Experimentación con los operadores FOWA aplicando el procedimiento de pre procesamiento de los datos.....51

3.4 – Análisis de los resultados.....52

3.4.2 – Experimentación con los operadores FOWA.....52

3.4.3 – Experimentación con los operadores FOWA aplicando el procedimiento de pre procesamiento de los datos.....60

3.5 – Conclusiones.....63

Conclusiones..... 64

Recomendaciones..... 65

Referencias Bibliográficas..... 66

Bibliografía 69

Anexos 74

Índice de Figuras

Figura 1.1 – Representación gráfica de las funciones de pertenencia del conjunto S 15
Figura 1.2 – Representación gráfica de un número borroso triangular 16
Figura 2.1 – Definición del cuantificador lingüístico “muchos” 28
Figura 3.1 – Representación gráfica del conjunto de etiquetas 48
Figura 3.2 – Prueba de concordancia de Kendall para la situación 1 ($\propto = 0.05$) 53
Figura 3.3 – Resultados de la prueba de concordancia de Kendall ($\rho < 0.05$) 54
Figura 3.4 – Prueba de Wilcoxon para el Máximo FOWA y el criterio unificado de usuarios ($\propto = 0.05$) 57
Figura 3.5 – Significación Asintótica de Wilcoxon para el criterio unificado de usuarios y los operadores FOWA ($\propto = 0.05$) 58
Figura 3.6 – Cantidad de situaciones que los FOWA presentan similitud al criterio unificado de usuarios 59
Figura 3.7 – Cantidad de situaciones que los operadores FOWA establecen un ranking equivalente al ordenamiento lexicográfico 62

Índice de Tablas

Tabla 2.1 – Esquema de decisión propuesto 38
Tabla 3.1 – Rankings establecidos por los usuarios en la situación 1 52
Tabla 3.2 – Rankings unificado de usuario a partir de los rangos promedios 55
Tabla 3.3 – Rankings establecidos por los operadores FOWA en la situación 1 55
Tabla 3.4 – Rankings establecidos por los operadores FOWA en la situación 1 aplicando el procedimiento de pre procesamiento 60
Tabla 3.5 – Distancia de Manhattan entre los operadores FOWA y el ordenamiento lexicográfico para la situación 1 61

Introducción

En la vida cotidiana se presentan situaciones en las que se deben tomar decisiones que a simple vista pueden resultar sencillas: elegir un libro para leer, una película para ver, un restaurante para cenar, etc. Pero, ¿qué libro, película o restaurante seleccionar entre tantas opciones existentes?

Hoy en día Internet se caracteriza por el amplio volumen de información que se pone a disposición de los usuarios. En algunos ámbitos, sobre todo en el comercio electrónico, los usuarios pueden recibir en sus búsquedas cientos de productos, aunque esta esté enfocada a uno en concreto. Muchos de los productos presentados pueden no corresponderse con las necesidades reales del usuario. Esto dificulta encontrar datos precisos teniendo en cuenta que no siempre se dispone de tiempo. A su vez provoca que los usuarios se sientan abrumados con tantas alternativas a considerar.

Para ayudar a reducir la sobrecarga de información que enfrentan los usuarios en los procesos de búsqueda de información se deben proporcionar herramientas que los asistan, mostrando solo aquellas alternativas que puedan ser de su interés.

“Los sistemas de recomendación son herramientas útiles que ayudan a difundir la información exclusivamente a quiénes la necesitan, distinguiendo entre información relevante e irrelevante” [1]. Son un tipo específico de filtrado de información que presentan al usuario datos personalizados en función de sus preferencias.

En la actualidad los sistemas de recomendación han evolucionado y es posible encontrarlos en diversos ámbitos de aplicación como son el comercio electrónico, ocio, el campo de la medicina, en entornos educacionales para recomendar recursos de investigación y perfiles académicos, para la ayuda en la toma de decisiones, para recomendar música, restaurantes y libros, etc. “Estos se han convertido en una herramienta fundamental para los proveedores en línea o en los servicios de

información científica” [2]. Se pueden realizar recomendaciones en infinidad de procesos de la actividad social, empresarial, educacional, etc.

Un proceso que presenta dificultades en la actualidad, donde puede resultar interesante realizar recomendaciones, es el proceso de asignación de computadoras a usuarios en los laboratorios de computación de la Facultad de Informática de la Universidad de Cienfuegos. Este proceso tiene como objetivo asignar una computadora de las disponibles al usuario que la solicita teniendo en cuenta sus necesidades. Estas necesidades están asociadas con las características del hardware y el software instalado en las computadoras. Cada computadora tiene diferentes características de software y hardware. Esto provoca que satisfagan en diferente medida los intereses de los usuarios.

La determinación de un orden que refleje en qué medida las computadoras se adecuan mejor a las necesidades de los usuarios resultaría útil en el proceso de asignación.

Actualmente no se dispone de ningún mecanismo para determinar con algún criterio que computadora se adecua mejor a los usuarios, teniendo en cuenta sus necesidades. Otro problema que se observa es que el personal encargado de realizar la asignación presenta dificultades con el dominio de las características propias de cada computadora. Lo que provoca insatisfacción a los usuarios en el proceso de asignación.

Se debe tener en cuenta que realizar el ordenamiento de las computadoras no es una tarea sencilla, mucho menos si se realiza de forma manual. Para realizarla se necesita conocer con exactitud las características reales de cada computadora. Sin embargo, aun teniendo dominio de las mismas durante el ordenamiento pueden surgir las siguientes interrogantes: ¿qué computadora se adecua más al usuario?, ¿la que contenga mayor cantidad del software especificado?, o, ¿la que contenga el software de mayor interés para el usuario? Estas, entre otras muchas, pueden ser las interrogantes a enfrentar en el proceso de decisión, que pueden influir en una solución buena o mala del problema.

Una posible solución para realizar la recomendación de las computadoras puede ser exigir a los usuarios una evaluación de sus preferencias utilizando una escala única y precisa de información definida con anterioridad, numérica o cualitativa. Posteriormente, teniendo en cuenta los datos proporcionados por el usuario y las características propias de las computadoras, sería posible realizar un proceso de agregación de la información para obtener un valor representativo de la misma, que puede ser usado para determinar el orden en que éstas se adecuan mejor a las preferencias del usuario y de esta manera realizar la recomendación.

“La agregación es la operación que transforma un conjunto de elementos (conjuntos difusos, opiniones individuales sobre un conjunto de alternativas, etc.) en un único elemento que es representativo del conjunto al completo” [3].

Los procesos de agregación de información aparecen en muchas aplicaciones relacionadas con el desarrollo de sistemas inteligentes. Se pueden encontrar agregaciones en redes neuronales, controladores basados en lógica borrosa, sistemas de visión, sistemas expertos, toma de decisión multicriterio.

“Los operadores de agregación son objetos matemáticos que tienen la función de reducir un conjunto de números a un único número representativo o significativo” [4].

La familia de operadores de agregación más extendida en la actualidad son los operadores de agregación OWA (Ordered Weighted Averaging o traducido al español Media Ponderada Ordenada).

“Los operadores OWA son un tipo de media que proporciona una familia parametrizada de operadores de agregación que fluctúan entre el máximo y el mínimo” [5]. Estos aportan una definición general que engloba a los operadores de agregación más comunes, entre los que se encuentran el Mínimo, el Máximo y la Media Aritmética (promedio clásico). Son capaces de modelar una amplia variedad de agregadores, pues su naturaleza es definida por un vector de ponderaciones y no por un único parámetro. Una de las características fundamentales de estos operadores es el reordenamiento de los elementos a agregar. Esto provoca que no estén asociados

con un valor específico del vector de ponderaciones, mientras que los valores de este vector si están asociados con una posición ordenada en la agregación.

Teniendo en cuenta la situación descrita se define como **problema a resolver:** ¿Cómo agregar la información relacionada con las características de las computadoras y las preferencias de los usuarios, para establecer un ordenamiento de las mismas según la medida en que éstas se adecuan mejor a las preferencias del usuario?

Se identifica como **objeto de estudio** de este trabajo: Los mecanismos de agregación en los procesos de generación de recomendaciones. Se define como **campo de acción:** Los operadores OWA para agregar la información disponible en el proceso de recomendación de computadoras a usuarios.

A partir del problema planteado se define como **idea a defender:** La aplicación de los operadores OWA en el proceso de recomendación de computadoras a usuarios permitirá establecer un ordenamiento de las computadoras según la medida en que estas se adecuan mejor a las necesidades del usuario.

De este modo se define como **objetivo general:** Evaluar la aplicabilidad de los operadores OWA en el proceso de recomendación de computadoras a usuarios, según la medida en que éstos se adecuan mejor a las necesidades del usuario.

Se han trazado además, los siguientes **objetivos específicos:**

- Analizar los procesos de generación de recomendaciones.
- Realizar una revisión crítica sobre los operadores OWA.
- Aplicar los operadores OWA al proceso de recomendación de computadoras.
- Identificar los operadores OWA que se adecuan mejor a las preferencias de los usuarios.

Las **tareas** a realizar para cumplir los objetivos propuestos son las siguientes:

- Análisis de tendencias y metodologías actuales para realizar recomendaciones.

- Revisión bibliográfica sobre los operadores OWA.
- Obtención de la base de datos para los experimentos con los operadores OWA y los criterios de expertos.
- Análisis comparativo de los resultados obtenidos.

La presente investigación se encuentra estructurada como se describe a continuación:

Capítulo I. Sistemas de Recomendación: En este capítulo se presenta una descripción sobre los Sistemas de Recomendación. En una primera parte se exponen diferentes aspectos relacionados con este campo, como son definiciones, ámbitos de aplicación, principales estructuras de información que emplean, así como los tipos existentes y sus limitaciones. En una segunda parte se exponen diferentes elementos relacionados con el modelado lingüístico difuso de la información, como alternativa en este tipo de sistemas para reducir la pérdida de precisión en las recomendaciones, cuando la información es vaga e imprecisa.

Capítulo 2. Los Operadores OWA: En este capítulo se presenta una descripción sobre los operadores de agregación OWA. En una primera parte se realiza una introducción a los conceptos básicos sobre estos operadores, así como su aplicación en diversas áreas de la ciencia. Se presenta la definición, las principales propiedades, las medidas que caracterizan el vector de ponderaciones y los diferentes métodos para su obtención. Además se presenta la extensión FOWA para tratar con información cualitativa representada mediante números borrosos. Finalmente se propone un procedimiento de pre procesamiento de los datos que considera la importancia que tiene cada argumento en la agregación.

Capítulo 3. Diseño de experimentos y Análisis de los Resultados: En este capítulo se desarrollan varias experimentaciones con el objetivo de evaluar la aplicabilidad de los operadores de agregación OWA en el proceso de recomendación de computadoras a usuarios. Se presenta una modelación borrosa para representar las importancias de los software. En una primera parte se realiza la experimentación con los operadores FOWA tomando como base de análisis los órdenes de

preferencias que establecen los usuarios a las computadoras. En una segunda parte se realiza la experimentación con los operadores FOWA aplicando el procedimiento para el pre procesamiento de los datos propuesto. Finalmente se presentan los operadores FOWA que mostraron los mejores resultados en cada etapa y el análisis del sistema de pesos de estas variantes.

Capítulo I. Sistemas de Recomendación

1.1 – Introducción

En este capítulo se presenta una descripción sobre los Sistemas de Recomendación. En una primera parte se exponen diferentes aspectos relacionados con este campo como son definiciones, ámbitos de aplicación, principales estructuras de información que emplean, así como los tipos existentes y sus limitaciones. En una segunda parte se exponen diferentes elementos relacionados con el modelado lingüístico difuso de la información, como alternativa en este tipo de sistemas para reducir la pérdida de precisión en las recomendaciones, cuando la información es vaga e imprecisa.

1.2 – Sistemas de Recomendación

Un sistema de recomendación (SR) es una herramienta que presenta a los usuarios información personalizada teniendo en cuenta sus preferencias y las características de los datos almacenados. “Ayuda a difundir la información exclusivamente a quiénes la necesitan, distinguiendo entre información relevante e irrelevante” [1]. De esta forma contribuyen a reducir la sobrecarga de información que enfrentan los usuarios en sus procesos de búsqueda. Las recomendaciones se realizan usando diversas técnicas para identificar aquellos objetos o ítems (películas, música, libros, etc.) que más se adecuan a las necesidades de los usuarios. En este sentido, un SR puede ser visto como un tipo de proceso de toma de decisión que determina la información más adecuada para cada usuario en aquellas situaciones que se dispone de un volumen significativo de datos.

Los SR constituyen una herramienta de inestimable ayuda en el ámbito del comercio electrónico y ocio. Estos exploran las fuentes de información para sugerir productos y proporcionar a los usuarios información personalizada en función de sus preferencias. Por ejemplo, cuando la oferta de productos de una tienda electrónica es muy grande, los usuarios pueden sentirse abrumados al tener que elegir entre una gran diversidad

de alternativas. Los SR tienen la capacidad de restringir este conjunto de alternativas y de proporcionar al usuario solamente aquellas que están relacionadas con sus necesidades y gustos.

Los SR se encuentran en diversos ámbitos de aplicación como son en sistemas de asistencia para el tratamiento y prevención de enfermedades [1], en sistemas de ayuda en toma de decisiones [6], en entornos educacionales para recomendar recursos de investigación [7] [8], para recomendar música, videos y sitios web [9] [10] [11], restaurantes [12], contenidos televisivos [13], etc.

En los SR las principales estructuras de información que se emplean para la formación de recomendaciones son los perfiles de usuario y las representaciones de los objetos. “El propósito de los perfiles de usuario es almacenar información relativa sobre los usuarios como pueden ser sus necesidades, gustos o áreas de interés y el propósito de las representaciones de los objetos es almacenar las descripciones de los productos que se pueden recomendar” [14].

Las preferencias de los usuarios se pueden obtener de forma explícita (mediante formularios o cuestionarios) o de forma implícita (mediante el análisis de su comportamiento con el paso del tiempo, o sea, análisis de los registros de enlaces, número de veces que escucha un tema musical, artículos vistos o evaluados, etc.).

La información almacenada sobre los usuarios suele tener un carácter subjetivo debido a que se encuentra relacionada con sus percepciones, opiniones y gustos. Por lo tanto, una representación inadecuada provoca una pérdida de expresividad y por consiguiente una pérdida de precisión en las recomendaciones. En estos casos es más apropiado utilizar expresiones lingüísticas en lugar de valores numéricos.

Las técnicas utilizadas para realizar el filtrado de la información difieren unas de otras significativamente, tanto en la información requerida como en los procesos necesarios para efectuar estas recomendaciones. Sobre la base de estos procesos, los SR se clasifican en diferentes tipos, distinguiéndose los siguientes:

- Sistemas de Recomendación Basados en Contenido [15]: los usuarios reciben información similar a la que han mostrado interés en el pasado.
- Sistemas de Recomendación Colaborativos [15]: los usuarios reciben información similar a la preferida por otros usuarios con intereses similares a los suyos.
- Sistemas de Recomendación Basados en Conocimiento [16]: los usuarios reciben información similar a los datos que proporcionan en el momento sobre sus necesidades. Este tipo de técnica no tiene en cuenta las preferencias de los usuarios en el pasado, para generar las recomendaciones.

1.2.1 – Sistemas de Recomendación Basados en Contenido

Los SR Basados en Contenido recomiendan objetos con características similares a otros que han sido valorados positivamente por el usuario. Básicamente, un SR que emplee un mecanismo basado en contenido para generar las recomendaciones tiene como objetivo recomendar a un usuario aquellos objetos que más se aproximen a sus preferencias (su perfil de usuario). En [17] se define SR como un "… sistema en el que las recomendaciones son realizadas basándose solamente en un perfil creado a partir del análisis del contenido de los objetos, que el usuario ha evaluado en el pasado".

El proceso basado en contenido se puede resumir en tres partes:

- Obtención de un perfil de usuario con las evaluaciones realizadas a los objetos que han sido de su interés.
- Filtrado de los objetos que presentan similitud con los evaluados positivamente por el usuario.
- Recomendación de los objetos que presentan mayor similitud a sus preferencias.

Este tipo de sistemas debe ser capaz de modelar y representar los objetos que han sido de utilidad o agrado al usuario. Por ejemplo, para realizar las recomendaciones a

un usuario en una aplicación de recomendación de álbumes musicales, el sistema basado en contenido trata de encontrar los elementos que tienen en común (género, artista o agrupación, idioma, etc.) los álbumes evaluados altamente en el pasado por el usuario. Luego solo los álbumes que tienen un grado alto de similitud a las preferencias del usuario son recomendados.

Las técnicas basadas en contenidos presentan las siguientes limitaciones:

- Sobre – especialización: las técnicas basadas en contenido solamente recomiendan objetos similares a otros evaluados por el usuario en el pasado, esto reduce notablemente la posibilidad de explorar objetos que presenten disimilitud a los vistos con anterioridad por el usuario. En algunos contextos, los objetos no deberían ser recomendados si presentan una alta similitud a los vistos por el usuario con anterioridad. Este tipo de inconvenientes suele aparecer, por ejemplo, cuando los objetos a recomendar son noticias.
- Usuario nuevo en el sistema: las técnicas basadas en contenido presentan como inconveniente la recomendación de objetos a usuarios que no poseen historial en el sistema. En estos casos el usuario debe evaluar un número de objetos previamente para que el sistema basado en contenidos pueda ser capaz de realizar recomendaciones precisas en correspondencia con sus preferencias.
- Análisis de contenidos limitado: las técnicas basadas en contenidos generan sus recomendaciones a partir de las características que son asociadas a los objetos. Por consiguiente, estas se deben poder analizar automáticamente por una computadora o asignarse manualmente. Existen dominios en los cuales la extracción de rasgos se encuentra afectada por el tipo de objetos (imágenes, gráficos, audio, video, etc.) y asignar manualmente los atributos puede no resultar práctico.

1.2.2 – Sistemas de Recomendación Colaborativos

Los SR Colaborativos recomiendan objetos que han gustado a otros usuarios con preferencias similares a las del usuario activo. Básicamente, un SR que emplee un

filtrado colaborativo no analiza los objetos evaluados sino que basa sus recomendaciones en términos de similitud con otros usuarios. Mapea usuarios con intereses similares, luego crea recomendaciones sobre esa base y finalmente sugiere nuevos ítems basado en los gustos previos del usuario y en las opiniones de otros usuarios con iguales intereses. Por consiguiente, esta técnica requiere cierta información histórica referente a las preferencias de los usuarios.

El proceso que sigue el filtrado colaborativo se puede resumir en tres etapas:

- Obtención para cada usuario de un perfil con las evaluaciones realizadas a los objetos que han sido de su interés.
- Obtención del grado de similitud existente entre los usuarios del sistema teniendo en cuenta sus perfiles y creación de grupos de usuarios con características afines.
- Recomendación de los objetos evaluados positivamente por el grupo de usuario con características afines, que no han sido evaluados aún por el usuario activo.

A diferencia de la técnica basada en contenidos, el filtrado colaborativo obtiene la utilidad de un objeto para un usuario particular, basado en las evaluaciones realizadas previamente por otros usuarios. Por ejemplo, en una aplicación de recomendación de álbumes musicales, para realizar las recomendaciones a un usuario, el sistema colaborativo trata de encontrar los usuarios que tienen gustos en común (género, artista o agrupación, idioma, etc.), o sea, evalúan de forma semejante los mismos álbumes. Luego, solamente los álbumes que gustan más al grupo de usuarios con gustos similares son recomendados.

Las técnicas basadas en filtrado colaborativo eliminan limitaciones que presentan las técnicas basadas en contenido. En particular, los sistemas colaborativos pueden emplear cualquier tipo de contenidos debido a que sus recomendaciones se realizan sobre la base de las evaluaciones que proporcionan otros usuarios a los objetos. Sin embargo, al igual que los SR Basados en Contenido presentan como limitación la

imposibilidad de realizar recomendaciones precisas a usuarios nuevos para el sistema. Adicionalmente presentan las siguientes limitaciones:

- Nuevo items en el sistema: las técnicas basadas en contenido presentan como inconveniente la recomendación de objetos que no poseen evaluaciones en el sistema. Por consiguiente, hasta que no sea evaluado por un número de usuarios no podrá ser recomendado.
- Preferencias aisladas: esta limitación se debe a situaciones en las que los gustos de los usuarios son poco comunes. En estos casos puede resultar una tarea complicada encontrar elementos que puedan relacionar sus gustos con los de otros usuarios.
- Problema de dispersión: cuando el número de usuarios es pequeño en relación al volumen de información en el sistema, es posible que el cubrimiento de las evaluaciones de los objetos sea muy disperso, reduciéndose de esta forma la colección de ítems recomendables.
- Problema de escalabilidad: a medida que incrementa la cantidad de usuarios y de ítems en el sistema, aumentan los cómputos para determinarlos usuarios con gustos similares, y como los cálculos se realizan en tiempo real, el sistema puede colapsar.

Existen situaciones en las cuales se utiliza un enfoque híbrido de las técnicas basadas en contenido y colaborativas. Este enfoque es utilizado para reducir las desventajas y aprovechar las ventajas que presenta cada técnica por separado. Los sistemas híbridos explotan características de estos tipos de sistemas debido a la naturaleza complementaria de ambos.

1.2.3 – Sistemas de Recomendación Basados en Conocimiento

En la actualidad los SR más difundidos son los que utilizan técnicas basadas en contenido o filtrado colaborativo. En determinadas situaciones del mundo real estos modelos no son aplicables debido a que la información histórica sobre los usuarios no existe o estos no quieren que se emplee debido a que no está relacionada con sus

necesidades actuales. Para este tipo de situaciones se presentan varias alternativas, entre ellas destacan los SR Basados en Conocimiento. Esta técnica utiliza el conocimiento que proporciona el usuario sobre sus necesidades y el conocimiento que tiene el sistema sobre los objetos, para recomendar los objetos que mejor se adecuan a las necesidades de los usuarios. Este tipo de técnica no tiene en cuenta las preferencias de los usuarios en el pasado.

El proceso que sigue la técnica basada en conocimiento se puede resumir en tres etapas:

- Obtención de un perfil de usuario a partir de las necesidades reales que posee.
- Filtrado de los items que no satisfacen mínimamente las necesidades del usuario.
- Recomendación de los productos que mejor se adecuan a las necesidades, gustos o preferencias de los usuarios.

Las técnicas basadas en conocimiento presentan varios inconvenientes relacionados con el modelo de representación de la información que los usuarios utilizan para expresar sus preferencias, debido a que este modelo puede no reflejar de forma precisa las necesidades de los usuarios. La información proporcionada por el usuario puede tener un carácter subjetivo al encontrarse relacionada con sus preferencias. Sin embargo, a estos se les puede exigir que expresen sus preferencias de forma numérica aun cuando un modelado lingüístico sea más adecuado para representar este tipo de información.

1.3 – Modelado lingüístico difuso de la información

Los problemas en el mundo real presentan atributos que pueden ser de distinta naturaleza. Existen aspectos que pueden ser fácilmente descritos con valores numéricos, debido a su naturaleza cuantitativa, y otros, difícilmente evaluables con números debido a que los atributos son de naturaleza cualitativa o su evaluación está relacionada con percepciones de los seres humanos. En estos casos es más apropiado utilizar palabras del lenguaje natural en lugar de valores numéricos. Esto

provoca que la evaluación de los atributos se encuentre afectada por problemas de incertidumbre o vaguedad.

“El modelado lingüístico difuso es una herramienta que permite representar aspectos cualitativos y que está basada en el concepto de variables lingüísticas, cuyos valores no son números, sino palabras o sentencias expresadas en lenguaje natural o artificial” [18]. “Una variable lingüística se caracteriza por un valor sintáctico o etiqueta y por un valor semántico o significado. La etiqueta es una palabra o frase perteneciente a un conjunto de términos lingüísticos” [18].

Para seleccionar los descriptores lingüísticos adecuados y su semántica se debe considerar la granularidad de la incertidumbre, o sea, la capacidad de discriminación entre distintos valores de información. Comúnmente se emplean los valores típicos de cardinalidad impares, tales como 7 ó 9, donde el término medio representa una valoración de *aproximadamente 0.5* y el resto de los términos se distribuyen simétricamente alrededor de este punto medio. Cardinalidad en este contexto hace referencia a la cantidad de términos que se emplearan para describir un atributo. Un ejemplo de un conjunto de 7 términos es el siguiente:

$$
\begin{aligned}
S = \{\, & S_1 : Nulo\ (N), \\
& S_2 : Muy\ bajo\ (MB), \\
& S_3 : Bajo\ (B), \\
& S_4 : Medio\ (M), \\
& S_5 : Alto\ (A), \\
& S_6 : Muy\ alto\ (MA), \\
& S_7 : Perfecto\ (P)\ \}
\end{aligned}
$$

En estos casos es necesario que lo términos lingüísticos cumplan las siguientes condiciones:

- Un operador de negación: $Neg\,(S_i) = S_j$ tal que $j = g - i$ ($g - 1$ es la cardinalidad).
- Un operador de máximo y mínimo en el conjunto de términos lingüísticos: $S_i \leq S_j \iff i \leq j$.

El significado de las etiquetas lingüísticas se expresa a través de números borrosos (o difusos), definidos en el intervalo de $[0, 1]$. Un número borroso es un conjunto borroso en el eje real que satisface las condiciones de normalidad y convexidad [19]. Estos son descritos mediante las funciones de pertenencias. Debido a que los términos lingüísticos no son más que aproximaciones dadas por individuos, "una función de pertenencia trapezoidal es suficientemente buena para capturar la vaguedad de los términos lingüísticos" [16]. Esta función es lineal y se puede describir paramétricamente por medio de una 4 – tupla $(a,\ b,\ c,\ d)$, donde a y d son los limites izquierdo y derecho del dominio de definición, b y c indican el intervalo donde la función de pertenencia alcanza el máximo valor de presunción. Un caso particular de esta representación es la función de pertenencia triangular. En estos casos existe un único valor en el máximo de presunción, $b = c$. De esta forma las funciones triangulares se pueden representar como una 3 - tupla $(a,\ b,\ c)$. En la siguiente figura se puede observar un ejemplo de representación de este tipo de funciones, para el conjunto de términos lingüísticos S visto con anterioridad:

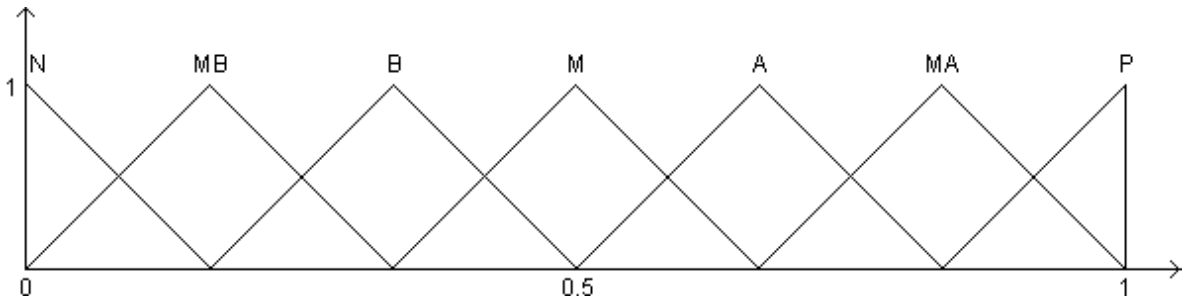


Figura 1.1 – Representación gráfica de las funciones de pertenencia del conjunto S

Teniendo en cuenta los tipos de funciones de pertenencia anteriores, los números borrosos pueden ser trapezoidales o triangulares.

Un número borroso triangular (NBT) se representa gráficamente de la siguiente forma:

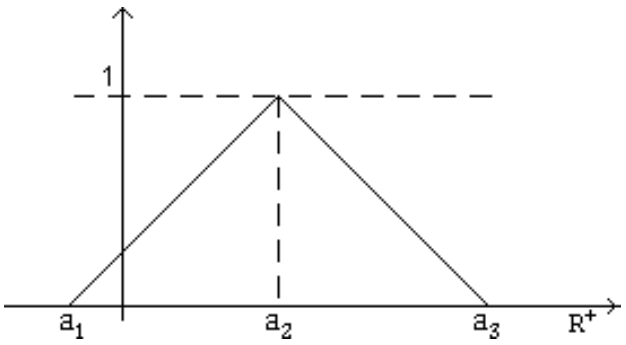


Figura 1.2 – Representación gráfica de un número borroso triangular

donde a_1 y a_3 son los límites del número, siendo a_1 el mínimo y a_3 el máximo, a_2 es el máximo de presunción, o sea, donde la función toma valor uno.

Numéricamente un NBT se puede expresar de diferentes formas:

- Mediante la forma ternaria

$$A = (a_1, a_2, a_3)$$

- Mediante la función de pertenencia

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a_1 \\ \dfrac{x - a_1}{a_2 - a_1}, & a_1 < x \leq a_2 \\ \dfrac{a_3 - x}{a_3 - a_2}, & a_2 < x < a_3 \\ 0, & x \geq a_3 \end{cases}$$

- Mediante la forma α – corte

A partir de la función de pertenencia los $\alpha - \text{cortes}$ se obtienen de la forma siguiente:

$$\alpha = \frac{x - a_1}{a_2 - a_1} \qquad y \qquad \alpha = \frac{a_3 - x}{a_3 - a_2}$$

Una representación ternaria de los $\alpha - \text{cortes}$ es la siguiente:

$$A_\alpha = [a_1 + \alpha(a_2 - a_1), a_3 - \alpha(a_3 - a_2)]$$

Con los NBT se pueden realizar diversas operaciones aritméticas, en este trabajo se destacan las siguientes:

Sean 2 NBT: $A = (a_1, a_2, a_3)$ y $B = (b_1, b_2, b_3)$:

- Suma de dos números borrosos

$$A\,(+)\,B = (a_1 + b_1,\ a_2 + b_2,\ a_3 + b_3)$$

- Resta de dos números borrosos

$$A\,(-)\,B = (a_1 - b_3,\ a_2 - b_2,\ a_3 - b_1)$$

- Multiplicación por $\boldsymbol{k} \in \mathbb{R}$

$$k \cdot A = (k \cdot a_1,\ k \cdot a_2,\ k \cdot a_3)$$

1.3.1 – Ordenamiento de números borrosos

El ordenamiento de números borrosos se basa en la aplicación de tres criterios de forma sucesiva. Cada criterio tiene como objetivo eliminar los posibles empates que pueden producirse con la aplicación del criterio que le antecede.

A continuación se explica en qué consiste cada criterio (para una mejor comprensión se puede consultar [20]).

Suponga usted que A es un NBT: $A = (a_1, a_2, a_3)$.

- Criterio de Desplazamiento

Este criterio consiste en obtener el desplazamiento de cada número mediante la siguiente expresión:

$$A_{desp} = \left(\frac{a_1 + 2\,a_2 + a_3}{4}\right)$$

Con este criterio se obtienen las clases de desplazamiento existentes. Cada clase se encuentra formada por los números borrosos que presentan el mismo valor de desplazamiento. Por consiguiente, se formarán tantas clases como valores diferentes de desplazamiento se obtengan. Finalmente el ordenamiento de los números borrosos se consigue ordenando las clases (de forma ascendente o descendente) por el valor de desplazamiento. En caso de existir clases formadas por más de un número borroso (empates) se aplica el criterio de la moda.

- Criterio de la Moda

Este criterio se aplica a las clases que se obtienen con el criterio de desplazamiento que se encuentran formadas por más de un número borroso. Básicamente, este criterio consiste en encontrar el valor central del número mediante la siguiente expresión:

$$A_{moda} = a_2$$

En cada clase donde se aplique el criterio de la moda se obtienen subclases. Cada subclase se encuentra formada por los números borrosos que tienen igual moda. Por consiguiente, se formaran tantas clases como valores diferentes de modas se obtengan. Finalmente el ordenamiento de los números borrosos que pertenecen a una clase se consigue ordenando las subclases (de forma ascendente o descendente) por el valor de moda. En caso de existir subclases formadas por más de un número borroso (empates) se aplica el criterio de la divergencia.

- Criterio de Divergencia

Este criterio se aplica a las subclases que se obtienen con el criterio de la moda que se encuentran formadas por más de un número borroso. Básicamente, este criterio consiste en obtener la divergencia del número borroso a través de la siguiente expresión:

$$A_{div} = a_3 - a_1$$

En cada subclase donde se aplique el criterio de la divergencia el ordenamiento de los números borrosos se consigue mediante el ordenamiento (de forma ascendente o descendente) de estos por el valor de divergencia correspondiente. Finalmente los posibles empates que se produzcan con el criterio de la divergencia pueden estar dados por la posibilidad de números borrosos iguales.

A continuación se ilustra mediante un ejemplo el procedimiento expuesto anteriormente. Los números borrosos que se emplean en el ejemplo son tomados de [20].

Ejemplo: Suponga usted que se desea ordenar ascendentemente los siguientes NBT:

$$A_1 = (-3, 5, 11), \quad A_2 = (-5, 10, 11), \quad A_3 = (-3, 5, 6), \quad A_4 = (-2, 6, 8)$$

$$A_5 = (0, 7, 12), \quad A_6 = (-1, 6, 7), \quad A_7 = (0, 6, 7), \quad A_8 = (-5, -2, 16)$$

Criterio de desplazamiento

Los desplazamientos que se obtienen para los números borrosos son los siguientes:

$$A_{1_{desp}} = 4.5, \quad A_{2_{desp}} = 6.5, \quad A_{3_{desp}} = 3.25, \quad A_{4_{desp}} = 4.5,$$

$$A_{5_{desp}} = 6.5, \quad A_{6_{desp}} = 4.5, \quad A_{7_{desp}} = 4.75, \quad A_{8_{desp}} = 1.75$$

Las clases (C) que se forman a partir de los resultados anteriores son las siguientes:

$$C_1(A_8) = 1.75$$
$$C_2(A_3) = 3.25$$

$$C_3(A_1, A_4, A_6) = 4.5$$
$$C_4(A_7) = 4.75$$
$$C_5(A_2, A_5) = 6.5$$

Como se observa, se obtienen 5 clases que reflejan el ordenamiento de los números borrosos ascendentemente. Las clases que se encuentran formadas por más de un número borroso son C_3 y C_5. Por consiguiente, solamente a estas dos clases se les aplica el criterio de la moda.

Criterio de la moda

Las modas que se obtienen para los números borrosos son las siguientes:

- Clase C_3

$$A_{1_{moda}} = 5, \quad A_{4_{moda}} = 6, \quad A_{6_{moda}} = 6$$

- Clase C_5

$$\mathrm{A}_{2_{\mathrm{moda}}} = 10, \qquad \mathrm{A}_{5_{\mathrm{moda}}} = 7$$

Las subclases (SC) que se forman a partir de los resultados anteriores son las siguientes:

- Para la clase C_3 se forman las subclases:

$$SC_{3.1}(A_1) = 5$$
$$SC_{3.2}(A_4, A_6) = 6$$

- Para la clase C_5 se forman las subclases:

$$SC_{5.1}(A_5) = 7$$
$$SC_{5.2}(A_2) = 10$$

Como se observa, se obtiene una subclase formada por más de un elemento $SC_{3.2}$, por consiguiente, se debe aplicar a esta subclase el criterio de la divergencia.

Criterio de divergencia

La divergencia que se obtiene para los números borrosos pertenecientes a la subclase $SC_{3.2}$ es la siguiente:

$$A6_{div} = 8$$
$$A4_{div} = 10$$

El ordenamiento de los números borrosos que se obtiene con el procedimiento desarrollado es el siguiente:

$$A_8 < A_3 < A_1 < A_6 < A_4 < A_7 < A_5 < A_2$$

1.4 – Conclusiones

En este capítulo se presentaron los principales aspectos teóricos relacionados con los SR. Se comentaron diferentes técnicas que se pueden emplear para generar recomendaciones. Se presentó el modelado lingüístico difuso de la información, como alternativa en este tipo de sistemas para reducir la pérdida de precisión en las recomendaciones. En este sentido se hizo énfasis en los números borrosos asociados a los términos lingüísticos debido a que permiten realizar un análisis más completo de los datos. Además se expuso un procedimiento para ordenar números borrosos.

Capítulo II. Los Operadores OWA

2.1 – Introducción

En este capítulo se presenta una descripción sobre los operadores de agregación OWA. En una primera parte se realiza una introducción a los conceptos básicos sobre estos operadores, así como su aplicación en diversas áreas de la ciencia. Se presenta la definición, las principales propiedades, las medidas que caracterizan el vector de ponderaciones y los diferentes métodos para su obtención. Además se presenta la extensión FOWA para tratar con información cualitativa representada mediante números borrosos. Finalmente se propone un procedimiento de pre procesamiento de los datos que considera la importancia que tiene cada argumento en la agregación.

2.2 – Introducción a los operadores OWA

Los operadores OWA "son un tipo de media que proporciona una familia parametrizada de operadores de agregación que fluctúan entre el máximo y el mínimo" [21]. El concepto OWA proviene de las siglas del inglés Ordered Weighted Averaging (traducido al español Media Ponderada Ordenada).

Los operadores OWA fueron propuestos por Ronald R. Yager en 1988. "Surgen como un método que trata de ofrecer una visión más completa sobre la adopción de decisiones en un entorno de incertidumbre" [21]. Presentan una definición general que engloba a los operadores de agregación más comunes, entre los que se encuentran el Mínimo, el Máximo y la Media Aritmética (promedio clásico). Son capaces de modelar diversos tipos de agregaciones, debido a que en su definición están formados por un vector de ponderaciones y no por un único parámetro. Entre las grandes aportaciones que ofrecen, es un modelo generalizado que unifica los criterios de decisión clásicos: Optimista, Pesimista, Laplace y Hurwicz, en un único modelo. Esto facilita que la información sea agregada de acuerdo al grado de

optimismo o pesimismo de cada decisor. Estas características brindan gran flexibilidad a la hora de elegir el tipo de reglas de agregación a utilizar en cada problema.

Una característica adicional a estos operadores es que son capaces de tratar con información imprecisa, representada mediante variables lingüísticas, números borrosos o intervalos de confianza. Esto permite que puedan ser utilizados en situaciones con elevados grados de incertidumbre.

Los operadores OWA “son unas técnicas modernas de decisión” [21] debido a que pueden implementarse en diferentes contextos decisionales y destacan como una de las opciones más eficaces para su uso en los problemas de toma de decisión en grupo teniendo en cuenta que añaden la flexibilidad de utilizar conceptos borrosos a través de su combinación con cuantificadores lingüísticos y la posibilidad de representar distintas semánticas de agregación. En este sentido, la mayoría de sus aplicaciones se encuentran en esta área, aunque de forma general, son aplicables a cualquier problema que utilice medias aritméticas o ponderadas.

En la actualidad se desarrollan continuamente multitud de trabajos de investigación en diversas áreas de la ciencia que exponen la importancia de estos operadores, a través de su aplicación en la resolución de disímiles problemas. El número de aplicaciones que se pueden encontrar es incalculable, por citar algunos ejemplos, su aplicabilidad se puede ver reflejada en los siguientes trabajos:

- [22]: Se utilizan para agregar las opiniones proporcionadas por los usuarios en la evaluación de la calidad de bibliotecas universitarias digitales, para obtener una evaluación final de cada biblioteca sobre la base de estas opiniones.
- [23]: Se usan en un Sistema de Recuperación de Información (SRI) Lingüístico Difuso para evaluar las consultas booleanas.
- [18]: Se emplean en un SRI Documental Basado en Información Lingüística Difusa para modelar los conectores lógicos AND y OR.
- [24]: Demuestran su utilidad como filtros para la eliminación de ruido en imágenes digitales y en la imputación de datos.

- [25]**:** Se emplean para determinar el rendimiento laboral de individuos a partir de sus atributos.
- [26]**:** Se utilizan para el cálculo de la valoración de calidad de Sitios Web Sanitarios, a partir de la satisfacción de los pacientes.
- [27]**:** Se aplican en los problemas de satisfacción de restricciones difusas.
- [28]**:** Se emplean en problemas de decisión con múltiples expertos e información lingüística multigranular para calcular valores de preferencia colectivos.
- [29]: Se aplican a los procesos de decisión en grupo con preferencias lingüísticas para obtener una relación de preferencia lingüística colectiva.
- [30]: Se usan para la toma de decisión financiera.
- [31]: Demuestran su utilidad en la toma de decisión en grupo para representar opinión de mayoría.

2.3 – Definición formal del operador OWA

Definición: Un operador OWA de dimensión n es una función $F: R^n \rightarrow R$ que tiene asociado un vector de pesos de longitud n, $W = [w_1,\ w_2,\ \dots,\ w_n]$, tal que:

$$W_i \in [0,1] \qquad 1 \leq i \leq n$$

$$\sum_{i=1}^{n} W_i = 1$$

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^{n} b_j\, W_j$$

donde b_j es el $j-$ésimo más grande de los a_i

Un aspecto fundamental de este operador es el paso de reordenamiento, en particular un peso W_j no está asociado con un argumento a_i específico, sino que un peso está asociado con una posición ordenada j particular de los argumentos.

Estos operadores tienen asociado un conjunto de propiedades básicas [24] entre las que destacan: conmutatividad, monotonía, limitado por el mínimo y el máximo e idempotente. Estas propiedades implican que el operador OWA sea un operador promedio.

Existen diferentes medidas de importancias [32] para caracterizar los operadores OWA de acuerdo al tipo de agregación que realizan, entre las que se encuentran: la medida de dispersión (o entropía), que aporta una medida del grado con el que se están agregando todos los elementos de igual forma y la medida orness (medida de tipo or y medida de tipo and) que permite clasificar los operadores OWA de acuerdo a su localización entre el mínimo y el máximo.

2.4 – Tipos de operadores OWA

Existe una amplia gama de casos particulares de operadores OWA a través de seleccionar una manifestación diferente del vector de pesos W. A continuación se muestran diversas técnicas para obtener los pesos asociados a un operador OWA.

2.4.1 – Máximo OWA

Esta forma de determinar el vector de pesos corresponde al criterio de decisión clásico optimista. Como resultado de la agregación se obtiene el máximo de los valores que se están agregando. El máximo se consigue fijando el vector de pesos como sigue:

$$W_j = \begin{cases} 1, & j = 1 \\ 0, & j \neq 1 \end{cases} \qquad 1 \leq j \leq n$$

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = Max(a_j) = b_1$$

2.4.2 – Mínimo OWA

Esta forma de determinar el vector de pesos corresponde al criterio de decisión clásico pesimista. Como resultado de la agregación se obtiene el mínimo de los valores que se están agregando. El Mínimo se consigue fijando el vector de pesos como sigue:

$$W_j = \begin{cases} 1, & j = n \\ & 1 \leq j \leq n \\ 0, & j \neq n \end{cases}$$

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = Min(a_j) = b_n$$

2.4.3 – Media aritmética OWA

La media aritmética corresponde al criterio de decisión de Laplace. Esta forma de determinar el vector de pesos brinda una agregación equivalente al promedio de los valores que se van a agregar.

$$W_j = \frac{1}{n} \qquad \forall\, j$$

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} a_j$$

Una característica a señalar es que con este sistema de pesos los argumentos a_i no necesitan ser ordenados debido a que W es fijo, esto implica que para este sistema de pesos la formulación del operador OWA opere directamente sobre los argumentos a_i.

2.4.4 – Arrow Hurwicz OWA

Esta forma de determinar el vector de pesos corresponde al criterio de decisión de Hurwicz. El procedimiento desarrollado para el cálculo de sus pesos es el siguiente:

$$W_j = \begin{cases} \alpha, & j = 1 \\ 1-\alpha, & j = n \\ 0, & j \neq 1,\ j \neq n \end{cases} \qquad 1 \leq j \leq n, \quad \propto \in [0,1]$$

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \propto Max(a_j) + (1-\propto)\, Min(a_j) = \propto b_1 + (1-\propto)\, b_n$$

Se puede observar que para valores altos de $\propto$ ($\propto > 0.5$) se hace más evidente el carácter optimista en la agregación. Se debe destacar que para $\propto = 1$ se obtiene el Máximo OWA y para $\propto = 0$ se obtiene el Mínimo OWA.

2.4.5 – Mediana OWA

En este caso para el cálculo de los pesos se tiene que distinguir entre situaciones con un número de argumentos (n) par e impar. Para n impar el vector de pesos se define de la forma siguiente:

$$W_j = \begin{cases} 1, & j = \dfrac{n+1}{2} \\ 0, & j \neq \dfrac{n+1}{2} \end{cases} \qquad 1 \leq j \leq n$$

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = b_{\frac{n+1}{2}}$$

Para n par el vector de pesos se obtiene como sigue:

$$W_j = \begin{cases} 0.5, & j = \dfrac{n}{2},\quad j = \dfrac{n}{2}+1 \\ 0, & j \neq \dfrac{n}{2},\quad j \neq \dfrac{n}{2}+1 \end{cases} \qquad 1 \leq j \leq n$$

$$F(a_1,\ a_2, \dots, a_n) = 0.5\, b_{\frac{n}{2}} + 0.5\, b_{\frac{n}{2}+1}$$

Se puede observar que la agregación con el sistema de pesos de la mediana está determinada por los valores centrales de los argumentos ordenados.

2.4.6 – BUM OWA

Otro método de gran utilidad para obtener el vector de pesos es el uso de cuantificadores lingüísticos (Q). Un cuantificador lingüístico es una función que se conoce como Basic Unit Interval Monotonic Function (BUM). Para $x \in [0,1]$, $Q(x)$ es el grado en el que x satisface el concepto borroso representado por el cuantificador. Esta interpretación se puede ver como un concepto borroso que hace referencia a la cantidad de elementos a considerar dentro del conjunto de referencia. Basándose en esta función Q, el vector de pesos se determina a través de Qcomo sigue:

$$W_j = Q\left(\frac{j}{n}\right) - Q(\frac{j-1}{n})$$

A través de la definición matemática de la función del cuantificador se indicará la cantidad de elementos a considerar en la agregación. Para la toma de decisión en grupo destaca el cuantificador lingüístico *muchos*:

$$Q_m(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 9 \\ 2x - 0.8, & 0.4 < x < 0.9 \\ 0, & x \leq 0.4 \end{cases}$$

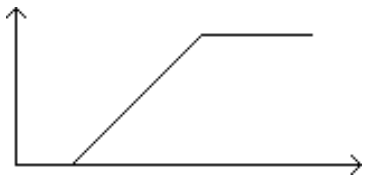


Figura 2.1 – Definición del cuantificador lingüístico “muchos”

$$F(a_1, a_2, \ldots, a_n) = \sum_{j=1}^{n} b_j W_j$$

2.4.7– S OWA

Este operador S OWA se subdivide en 3 tipos distintos: Orlike S OWA, Andlike S OWA, Generalized S OWA.

2.4.7.1 – Orlike S OWA

El vector de pesos para este tipo de operador se obtiene de la siguiente manera:

$$W_j = \begin{cases} \frac{1}{n}(1-\alpha) + \alpha, & j = 1 \\ \frac{1}{n}(1-\alpha), & j \neq 1 \end{cases} \qquad \propto \in [0,1]$$

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \propto Max(a_i) + \frac{1}{n}(1-\alpha)\sum_{i=1}^{n} a_i$$

Este operador puede ser visto como una medida del tipo or. Se debe destacar que si $\propto = 0$ se obtiene la Media Aritmética OWA y si $\propto = 1$ se obtiene el Máximo OWA.

2.4.7.2 – Andlike S OWA

El vector de pesos para este tipo de operador se obtiene de la siguiente manera:

$$W_j = \begin{cases} \frac{1}{n}(1-\beta) + \beta, & j = n \\ \frac{1}{n}(1-\beta), & j \neq n \end{cases} \qquad \beta \in [0,1]$$

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \beta Min(a_i) + \frac{1}{n}(1-\beta)\sum_{i=1}^{n} a_i$$

Este operador puede ser visto como una medida del tipo and. Cabe destacar que si $\beta = 0$ se obtiene la Media Aritmética OWA y si $\beta = 1$ se obtiene el Mínimo OWA.

2.3.7.3 – Generalized S – OWA

El vector de pesos para este tipo de operador se obtiene de la siguiente manera:

$$W_j = \begin{cases} \frac{1}{n}(1-(\alpha+\beta)) + \alpha, & j = 1 \\ \frac{1}{n}(1-(\alpha+\beta)) + \beta, & j = n \\ \frac{1}{n}(1-(\alpha+\beta)), & j \neq 1,\ j \neq n \end{cases} \qquad \propto, \beta \in [0,1],\ \propto + \beta \leq 1$$

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \propto Max(a_i) + \beta Min(a_i) + \frac{1}{n}(1-(\alpha+\beta)) \sum_{i=1}^{n} a_i$$

Este operador presenta la ventaja que permite combinar los dos operadores anteriores. En este caso, si $\alpha = 0$, el Generalized S – OWA se convierte en el Andlike S – OWA y si $\beta = 0$, el Generalized S – OWA se convierte en el Orlike S – OWA.

2.4.8 – Step OWA

El operador Step OWA u operador del tipo escalón define el vector de pesos como sigue:

$$W_j = \begin{cases} 1, & j = k \\ & 1 \leq j \leq n, \quad 1 \leq k \leq n \\ 0, & j \neq k \end{cases}$$

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = b_k$$

donde b_k es el $k - ésimo$ más grande de los argumentos a_i.

Se debe destacar que si $k = 1$ se obtiene el Máximo OWA y si $k = n$ se obtiene el Mínimo OWA.

2.4.9 – Olympic OWA

El operador Olympic OWA define el vector de pesos como sigue:

$$W_j = \begin{cases} 0, & j = 1, \quad j = n \\ \dfrac{1}{n-2}, & j \neq 1, \; j \neq n \end{cases} \qquad 1 \leq j \leq n$$

$$F(a_1, a_2, \ldots, a_n) = \frac{1}{n-2} \sum_{j=2}^{n-1} b_j$$

Se puede observar que con este sistema de pesos se obtiene un promedio de los argumentos ordenados sin incluir el mínimo y el máximo de estos valores. Este operador se transforma en Mediana OWA si $n = 3$ o $n = 4$.

2.4.10 – Window OWA

El operador Windows OWA se caracteriza por usar dos parámetros, k y m para poder determinar los pesos de la agregación. Este operador establece una *"ventana"* para los argumentos ordenados comenzando desde la posición k, a partir de la cual se realiza un promedio de los próximos m argumentos. El procedimiento desarrollado para el cálculo de sus pesos es el siguiente:

$$W_j = \begin{cases} \dfrac{1}{m}, & k \leq j \leq k + m - 1 \\ 0, & j \geq k + m, \quad j < k \end{cases} \qquad 1 \leq j, k, m \leq n, \qquad k + m - 1 \leq n$$

$$F(a_1, a_2, \ldots, a_n) = \frac{1}{m} \sum_{j=k}^{k+m-1} b_j$$

Se puede observar que el vector de pesos está formado por un total de m pesos distintos de cero y todos con el idéntico valor $\frac{1}{m}$, siendo k la posición donde comienza el vector no nulo. Para este caso, se obtiene el Máximo OWA si $m = k = 1$, el Mínimo OWA si $m = 1$ y $k = n$ y la Media Aritmética OWA si $m = n$ y $k = 1$. También es posible obtener el Olympic OWA si $m = n - 2$ y $k = 2$.

2.4.11 – E-Z OWA

Este operador E-Z OWA se subdivide en 2 clases diferentes: E-Z OWA 1[ra] clase y E-Z OWA 2[da] clase.

2.4.11.1 – E-Z OWA 1[ra] clase

El vector de pesos para este tipo de operador se obtiene de la siguiente manera:

$$W_j = \begin{cases} \frac{1}{k}, & 1 \le j \le k \\ 0, & j > k \end{cases} \qquad 1 \le j, k \le n$$

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^{k} b_j$$

Este operador es un promedio de los k primeros argumentos ordenados con mayor valor. Este operador se transforma en el Máximo OWA si $k = 1$ y la Media Aritmética OWA si $k = n$.

2.4.11.2 – E-Z OWA 2[da] clase

El vector de pesos para este tipo de operador se obtiene de la siguiente manera:

$$W_j = \begin{cases} 0, & 1 \le j \le n-k \\ \frac{1}{k}, & n-k+1 \le j \le n \end{cases} \qquad 1 \le j, \quad k \le n$$

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \frac{1}{k} \sum_{j=n-k+1}^{n} b_j$$

Este operador es un promedio de los $k - ésimos$ argumentos con mayor valor a partir de la posición $j = n - k + 1$. Este operador se transforma en el Mínimo OWA si $k = 1$ y la Media Aritmética OWA si $k = n$.

2.4.12 – Gaussian OWA

El operador Gaussian OWA es un tipo de operador centrado. Como casos particulares de operadores centrados se encuentran la Media Aritmética OWA y la Mediana OWA. Para definir como se obtiene el vector de pesos se debe considerar una distribución Gaussiana: $\eta(\mu, \sigma)$ donde:

$$\mu_n = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} j = \frac{n+1}{2}$$

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(j-\mu_n)^2}$$

Asumiendo que:

$$\eta(j) = \frac{1}{\sqrt{2\,\Pi\,\sigma_n}} e^{-\frac{(j-\mu_n)^2}{2\,\sigma_n{}^2}}$$

El vector de pesos se obtiene de la forma siguiente:

$$W_j = \frac{\eta(j)}{\sum_{j=1}^{n}\eta(j)} = \frac{e^{-(j-\mu_n)^2/2\,\sigma_n{}^2}}{\sum_{j=1}^{n} e^{-(j-\mu_n)^2/2\,\sigma_n{}^2}}$$

$$F(a_1, a_2, \ldots, a_n) = \sum_{j=1}^{n} b_j\, W_j$$

2.4.13 – Filev Yager OWA

Existen otros dos métodos definidos para determinar el vector de pesos. En este trabajo se hace referencia a estos dos métodos de la siguiente forma: Filev Yager 1 OWA y Filev Yager 2 OWA, teniendo en cuenta que en la bibliografía consultada no definen un nombre para referenciarlos.

2.4.13.1 – Filev Yager 1 OWA

El vector de pesos se define como sigue a continuación:

$$W_j = \begin{cases} \alpha, & j = 1 \\ \dfrac{W_{n-1}(1 - W_1)}{W_1}, & j = n \\ W_{j-1}(1 - W_1), & 2 \leq j \leq n-1 \end{cases} \qquad 1 \leq j \leq n, \ \ \alpha \ \epsilon [0,1]$$

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^{n} b_j \, W_j$$

2.4.13.2 – Filev Yager 2 OWA

El vector de pesos se define como sigue a continuación:

$$W_j = \begin{cases} 1 - \alpha, & j = n \\ \dfrac{W_2(1 - W_n)}{W_n}, & j = 1 \\ W_{j+1}(1 - W_1), & 2 \leq j \leq n-1 \end{cases} \qquad 1 \leq j \leq n, \ \ \alpha \ \epsilon [0,1]$$

$$F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^{n} b_j \, W_j$$

2.5 – Extensiones a los operadores OWA

Los operadores OWA han sido fuente de numerosas extensiones. Estas añaden características nuevas sobre distintos aspectos teóricos que amplían su campo de aplicación. Generalmente estas características se encuentran relacionadas con el paso de reordenamiento de los argumentos o con la información que se va a agregar.

Estos ofrecen una amplia gama de extensiones que permiten tratar con información en un contexto lingüístico. Estas extensiones se dividen en dos grupos: las que

operan directamente sobre las etiquetas lingüísticas y las que utilizan los números borrosos asociados.

Las extensiones que utilizan etiquetas lingüísticas siempre brindan como resultado una etiqueta de las conocidas. Esto no sucede con las extensiones que utilizan números borrosos, en este caso, el conjunto borroso resultante normalmente no se corresponde con ninguna de las etiquetas del conjunto original. Sin embargo, las extensiones de este tipo brindan un análisis más completo de los resultados. Esto se debe a la posibilidad de realizar un proceso de aproximación lingüística [33] para obtener una etiqueta de las conocidas, que presente un significado próximo al reflejado por el conjunto borroso no etiquetado generado, así como conocer el valor de proximidad a dicha etiqueta.

Las extensiones que utilizan números borrosos, en los procesos de toma de decisión, brindan un ordenamiento más consistente de las alternativas, debido a que es posible ordenar las alternativas que pertenecen a un mismo significado, teniendo en cuenta el concepto de proximidad a dicha etiqueta.

Considerando los elementos expuestos con anterioridad en este trabajo se estudian las extensiones que utilizan números borrosos.

2.5.1 – Operadores FOWA

Los operadores de la familia FOWA utilizan información numérica representada mediante números borrosos, siendo esta la única característica que los diferencia del operador OWA base. FOWA proviene de las siglas del inglés Fuzzy Ordered Weighted Averaging (traducido al español Media Ponderada Ordenada Difusa).

Definición: Un operador FOWA de dimensión n es una función $F: R^n \rightarrow R$ que tiene asociado un vector de pesos de longitud n, $W = [w_1,\ w_2,\ \ldots,\ w_n]$, tal que:

$$W_i \in [0, 1] \qquad 1 \leq i \leq n$$

$$\sum_{i=1}^{n} W_i = 1$$

$$F(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \ldots, \tilde{a}_n) = \sum_{j=1}^{n} b_j W_j$$

donde b_j es el $j - ésimo$ más grande de los $\tilde{a}_i$, y los $\tilde{a}_i$ son números borrosos. Se pueden utilizar diversos tipos de números borrosos, de forma general, el que mejor se adapte a la situación particular que se esté tratando.

El operador FOWA presenta una dificultad adicional en el paso de reordenamiento de los argumentos debido a que se tienen que comparar números borrosos. En algunos casos, la comparación puede ser compleja teniendo en cuenta que un número borroso puede no ser claramente superior a otro, en estos casos no es posible realizar una comparación inmediata y se necesita recurrir a criterios subjetivos. Entre la gran variedad de criterios existentes para comparar números borrosos en este trabajo se seguirá la metodología desarrollada en el capítulo anterior.

Los operadores de la familia FOWA cumplen las propiedades básicas asociadas a los operadores OWA. También es posible utilizar las diferentes medidas para caracterizar el vector de ponderaciones mencionadas anteriormente, debido a que estas medidas afectan a las ponderaciones y no a los argumentos inciertos.

Existe una amplia gama de casos particulares de operadores FOWA a través de seleccionar una manifestación diferente del vector de pesos W. Con estos operadores es posible utilizar los mismos procedimientos desarrollados para el cálculo de los pesos expuestos anteriormente. Por consiguiente, se puede obtener: Mínimo FOWA, Máximo FOWA, Media Aritmética FOWA, Hurwicz FOWA, Mediana FOWA, BUM FOWA, Orlike S – FOWA, Andlike S – FOWA, Generalized S – FOWA, Step FOWA, Olympic FOWA, Window FOWA, E-Z FOWA 1ra clase, E-Z FOWA 2da clase, Gaussian FOWA, Filev Yager 1 FOWA y Filev Yager 2 FOWA.

Otro tipo de extensiones existentes de los operadores OWA son aquellas que introducen en su formulación el concepto de importancia de los argumentos. En este sentido se encuentran las extensiones Hybrid Averaging (HA) [21], Ordered Weighted Averaging Weighted Averaging (OWAWA) [21] y Weighted Ordered Weighted Averaging (WOWA) [34]. Básicamente, estas extensiones utilizan un sistema de pesos que es el resultado de combinar el vector de ponderaciones (W) y las importancias asociadas a los argumentos. Estas extensiones permiten considerar en la agregación las variables o las fuentes de los datos, según su grado de importancia. De esta forma se pueden sobrevalorar e infravalorar los diferentes elementos de la agregación. Este tipo de operadores cumple las propiedades básicas asociadas a los operadores OWA conmutatividad, monotonía, limitado por el mínimo y el máximo e idempotente.

2.5.2 – Procedimiento para el pre procesamiento de los datos

Existen diferentes problemas decisionales en los que, para modelar una semántica de agregación adecuada de los datos, se debe considerar la importancia que representa la presencia (o no) de una determinada característica en las alternativas. Este tipo de situaciones se presenta en aquellos problemas decisionales en los cuales las alternativas que presentan evaluaciones superiores (en al menos unas de sus características) tienen mayor preferencia, que otras mejor evaluadas de forma general, pero con evaluaciones menores de la escala empleada.

Estas situaciones no es posible modelarlas de forma directa con el uso de los operadores OWA presentados con anterioridad. Lo mismo sucede con las extensiones que introducen el concepto de importancia de los argumentos. Esto se debe a que estos operadores brindan un resultado compensatorio de los datos.

En esta sección se propone un procedimiento de pre procesamiento de las evaluaciones dadas a las alternativas para modelar la semántica expuesta anteriormente.

A continuación se propone el siguiente esquema de decisión para delimitar las diferentes características con las diferentes alternativas que se pueden presentar en la toma de decisión.

	e_1	e_2	. . .	e_j	. . .	e_n
	C_1	C_2	. . .	C_j	. . .	C_n
A_1	v_{11}	v_{12}	. . .	v_{1j}	. . .	v_{1n}
A_2	v_{21}	v_{22}	. . .	v_{2j}	. . .	v_{2n}
. . .	. . .	. . .		. . .		. . .
A_i	v_{i1}	v_{i2}	. . .	v_{ij}	. . .	v_{in}
. . .						
A_m	v_{m1}	v_{m2}	. . .	v_{mj}	. . .	v_{mn}

Tabla 2.1 – Esquema de decisión propuesto

En el esquema de decisión presentado los $A_i,\ i = 1, \ldots, m$ son las alternativas y $C_j,\ j = 1, \ldots,\ n;\ n > 1,$ son las diferentes características que pueden presentar estas alternativas. Los valores $e_j,\ j = 1, \ldots, n$ son las evaluaciones que reciben las características, es decir, a la característica C_j le corresponde la evaluación e_j. El caso $n = 1$ se corresponde con la situación trivial en la que se tiene una única característica. En este caso las alternativas recibirán solamente la evaluación correspondiente a la presencia o no de la característica, como se explica más adelante. Estos valores serán utilizados para obtener el ranking de las alternativas de forma directa. Se debe notar, que las alternativas quedan clasificadas en dos grupos: el de las alternativas donde se encuentra presente la característica y el grupo donde no se encuentra presente.

Para evaluar las características se empleará la escala $S = \{S_1, S_2, \ \ldots, \ S_k, \ \ldots, \ S_l\}$. S es un conjunto ordenado de dimensión l $(l \geq 2)$, tal que $S_1 < S_2 < \ldots < S_k < \ldots < S_l$. Para las evaluaciones de las características no se utilizará el valor mínimo de la escala, por consiguiente e_j puede tomar cualquier valor de S excluyendo S_1 ($e_j \in S \setminus \{S_1\}$). El valor de escala S_1 será empleado para evaluar la no presencia de una característica en las alternativas. La escala puede ser de valores exactos o imprecisos según la información disponible en el problema.

Los valores $v_{ij},\ i = 1,\dots,m,\ j = 1,\dots,n$ son evaluaciones que surgen de combinar una alternativa con las diferentes características. Básicamente, los v_{ij} evalúan la presencia o no de las características en las alternativas, de modo que aquellas alternativas que presenten la característica C_j recibirán la misma evaluación dada a esta característica ($v_{ij} = e_j$). En caso contrario, serán evaluadas con el valor mínimo de la escala S ($v_{ij} = S_1$). En este sentido, v_{ij} se define de la siguiente manera:

$$v_{ij} = \begin{cases} e_j, & si\ C_j\ se\ encuentra\ presente\ en\ A_i \\ S_1, & si\ C_j\ no\ se\ encuentra\ presente\ en\ A_i \end{cases}$$

El procedimiento para el pre procesamiento de las evaluaciones consiste en asociar a cada valor $S_k,\ k = 1,\dots,l$ de la escala de evaluación, una importancia ω_k. Se debe notar la diferencia con las variantes que introducen el concepto de importancia de los argumentos. En este caso, las importancias se asignan a los valores de la escala de evaluación. Básicamente, la idea consiste en alterar en cierto sentido la relación de orden de la escala. Las importancias asignadas tienen en cuenta tanto la relación de orden como la cantidad de elementos del conjunto de características. Los valores de importancia se asignan de manera que satisfagan las siguientes condiciones:

$$S_k\omega_k > (n-1)S_p\omega_p, \qquad \forall\ S_k > S_p,\quad k > p$$

Los valores del vector de importancias ω se obtienen según la siguiente expresión:

$$\omega_k(n) = \frac{(n-1)^{(k-1)}}{(n-1)^{(l-1)}} = (n-1)^{(k-l)} \qquad 1 \le k \le l \qquad \omega \in [0,1]$$

Para el conjunto de valores de importancias se cumple:

$$\omega_k \ge \omega_p \qquad \forall\ k > p,\quad 1 \le k,p \le l$$

La igualdad de los pesos se obtiene para el caso $n = 2$.

Una vez definidas las importancias, el procedimiento para el pre procesamiento de las evaluaciones concluye con la multiplicación de cada v_{ij} por la importancia

correspondiente de la siguiente manera $a_{ij} = v_{ij}\,\omega_k$. En esta expresión ω_k es la importancia del valor de escala S_k con el cual se valora la característica C_j en la alternativa A_i. Finalmente los a_{ij} son las nuevas evaluaciones de las alternativas.

Para determinar el conjunto de alternativas más adecuadas es posible obtener un valor agregado representativo de las nuevas evaluaciones que reciben las alternativas. Este valor agregado se puede obtener aplicando los operadores OWA descritos anteriormente.

A continuación se ilustra mediante un ejemplo el procedimiento de pre procesamiento de las evaluaciones descrito anteriormente.

Ejemplo: Suponga usted que se tienen 2 alternativas en las que se evalúan 6 características empleando la escala presentada con anterioridad en el capítulo I:

$$
\begin{aligned}
S = \{\, & S_1 : Nulo\ (N) && (0, 0, 0.1667),\\
& S_2 : Muy\ bajo\ (MB) && (0, 0.1667, 0.3333),\\
& S_3 : Bajo\ (B) && (0.1667, 0.3333, 0.5),\\
& S_4 : Medio\ (M) && (0.3333, 0.5, 0.6667),\\
& S_5 : Alto\ (A) && (0.5, 0.6667, 0.8333),\\
& S_6 : Muy\ alto\ (MA) && (0.6667, 0.8333, 1),\\
& S_7 : Perfecto\ (P) && (0.8333, 1, 1)\ \}
\end{aligned}
$$

Las evaluaciones realizadas a las alternativas se muestran a continuación:

	$\boldsymbol{P}$	$\boldsymbol{MA}$	$\boldsymbol{MA}$	$\boldsymbol{MA}$	$\boldsymbol{MA}$	$\boldsymbol{MA}$
	$\boldsymbol{C_1}$	$\boldsymbol{C_2}$	$\boldsymbol{C_3}$	$\boldsymbol{C_4}$	$\boldsymbol{C_5}$	$\boldsymbol{C_6}$
$\boldsymbol{A_1}$	P	N	N	N	N	N
$\boldsymbol{A_2}$	N	MA	MA	MA	MA	MA

En este caso, la presencia de la característica C_1 en una alternativa se evalúa con el máximo valor de la escala (P). La presencia del resto de las características se evalúan con el segundo valor más alto de la escala (MA).

El vector de importancias ω $(n = 6)$ es el siguiente:

$$\omega_1 = \frac{5^0}{5^6} = 6.4\,e-5, \quad \omega_2 = \frac{5^1}{5^6} = 3.2\,e-4, \quad \omega_3 = \frac{5^2}{5^6} = 0.0016,$$

$$\omega_4 = \frac{5^3}{5^6} = 0.008, \quad \omega_5 = \frac{5^4}{5^6} = 0.04, \quad \omega_6 = \frac{5^5}{5^6} = 0.2, \quad \omega_7 = \frac{5^6}{5^6} = 1$$

Finalmente la matriz resultante con los nuevos valores de evaluación es la siguiente:

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
A_1	$a_{11} = P\omega_7$	$a_{12} = N\omega_1$	$a_{13} = N\omega_1$	$a_{14} = N\omega_1$	$a_{15} = N\omega_1$	$a_{16} = N\omega_1$
A_2	$a_{21} = N\omega_1$	$a_{22} = MA\omega_6$	$a_{23} = MA\omega_6$	$a_{24} = MA\omega_6$	$a_{25} = MA\omega_6$	$a_{25} = MA\omega_6$

La representación se realiza a través de las etiquetas lingüísticas pero se empleará para la agregación los números borrosos asociados. En este sentido, se puede emplear los operadores de la familia FOWA.

A partir de la etapa de pre procesamiento y diferentes manifestaciones del vector de ponderaciones se obtienen diversos tipos de agregaciones. Se debe destacar que la semántica de agregación planteada anteriormente no es posible modelarla empleando cualquier sistema de pesos. Para seleccionar los pesos adecuados se debe considerar que las nuevas evaluaciones que se obtienen en la etapa de pre procesamiento reflejan en si esta semántica. Sobre este aspecto se abunda en el siguiente capítulo.

A modo de ilustración se muestran los resultados que se obtienen para el ejemplo anterior a través del operador Media Aritmética FOWA ($FOWA_{MA}$):

$$FOWA_{MA}(a_{11},\, a_{12},\, a_{13},\, a_{14},\, a_{15},\, a_{16}) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{6} a_{1j} = (0.0056, 0.0067, 0.0067)$$

$$FOWA_{MA}(a_{21},\, a_{22},\, a_{23},\, a_{24},\, a_{25},\, a_{26}) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{6} a_{2j} = (0.0044, 0.0056, 0.0067)$$

Aplicando el procedimiento para ordenar números borrosos descrito en la sección 2.5.2 se obtiene que $FOWA_{MA}\ A_1 > FOWA_{MA}A_2$. En este caso, la presencia de la característica C_1 en la alternativa A_1 sobrevalora esta alternativa con respecto a A_2. Esto se debe a que las características presentes en A_2 tienen un valor de evaluación inferior de la escala. De esta forma se consigue, mediante una etapa de pre procesamiento de las evaluaciones y el operador Media Aritmética FOWA, modelar agregaciones que se encuentren determinadas por las evaluaciones dadas a las características. Específicamente, aquellas alternativas que presenten evaluaciones de las características superiores, alcanzarán los valores agregados más altos, a diferencia del resto de las alternativas que sean mejor evaluadas de forma general pero con valores menores de la escala.

La esencia de este criterio es equivalente a realizar un ordenamiento lexicográfico de las alternativas con sus valores originales (sin pre procesamiento) ordenados descendentemente según la relación de orden de la escala empleada. Por ejemplo, suponga usted que se tienen 2 alternativas en las que se evalúan 3 características, empleando la misma escala del ejemplo, con los siguientes datos:

	$\boldsymbol{C_1}$	$\boldsymbol{C_2}$	$\boldsymbol{C_3}$
$\boldsymbol{A_1}$	P	MA	N
$\boldsymbol{A_2}$	P	N	MA

Si se realiza una comparación par a par de los valores de las características en cada alternativa se puede observar que en la primera columna se produce un empate, mientras que en las columnas 2 y 3 los valores se alternan. La ubicación de las evaluaciones pudiera conducir entonces a ofrecerle preponderancia a la alternativa A_1 sobre la alternativa A_2. Sin embargo, las alternativas son equivalentes desde un punto de vista lexicográfico. Esto se aprecia fácilmente si se ordenan los valores originales de cada alternativa según la relación de orden de la escala. El ordenamiento que se obtiene de los valores de las alternativas es el siguiente:

$\boldsymbol{A_1}$	P	MA	N
$\boldsymbol{A_2}$	P	MA	N

2.6 – Conclusiones

En este capítulo se abordaron los principales aspectos teóricos relacionados con los operadores de agregación OWA. Se presentaron los tipos de OWA que pueden obtenerse a partir de diferentes manifestaciones del vector de ponderaciones. Además se presentó la extensión FOWA, que permite trabajar con los números borrosos asociados a los términos lingüísticos. Este tipo de operadores se seleccionó debido a que brindan mayor flexibilidad en los problemas de decisión para tratar con información cualitativa. Además se propuso un procedimiento para el pre procesamiento de los datos que permite modelar agregaciones que estén determinadas por la presencia de evaluaciones superiores de la escala empleada. La esencia de este criterio es equivalente a un ordenamiento lexicográfico de las alternativas con sus valores originales ordenados descendentemente según la relación de orden de la escala empleada para las evaluaciones.

Capítulo III. Diseño de Experimentos y Análisis de los Resultados

3.1 – Introducción

En este capítulo se desarrollan varias experimentaciones con el objetivo de evaluar la aplicabilidad de los operadores de agregación OWA en el proceso de recomendación de computadoras a usuarios. Se presenta una modelación borrosa para representar las importancias de los software. En una primera parte se realiza la experimentación con los operadores FOWA tomando como base de análisis los órdenes de preferencias que establecen los usuarios a las computadoras. En una segunda parte se realiza la experimentación con los operadores FOWA aplicando el procedimiento para el pre procesamiento de los datos propuesto. Finalmente se presentan los operadores FOWA que mostraron los mejores resultados en cada etapa y el análisis del sistema de pesos de estas variantes.

3.2 – Recursos utilizados

En esta sección se describen los recursos informáticos que fueron utilizados para realizar la experimentación. Se describe la herramienta MATLAB, empleada en la implementación de los operadores OWA. También se describe la herramienta utilizada para el procesamiento estadístico de los datos y obtención de gráficos SPSS.

3.2.1 – MATLAB

MATLAB es una herramienta que posee un ambiente interactivo basado en matrices para el procesamiento numérico y visualización de resultados. Es un lenguaje de alta potencia para el análisis numérico, cálculo matricial, procesamiento de señales, creación de gráficos, visualización de resultados y programación en un entorno de

fácil utilización, donde los problemas y las soluciones son expresados en una notación matemática familiar.

MATLAB es la abreviatura de *Matrix Laboratory* (laboratorio de matrices). Es un entorno de computación y desarrollo de aplicaciones totalmente integrado, que facilita producir resultados prácticos fácilmente. Permite resolver problemas en una fracción de tiempo, del que tardaría en resolverse en los lenguajes de programación tradicionales.

Actualmente se ha convertido en una herramienta básica para los profesionales e investigadores de centros docentes. Es utilizado como herramienta de investigación para la resolución de problemas complejos y el desarrollo de proyectos que requieren elevados cálculos matemáticos. Es empleado para la simulación de sistemas dinámicos, visión artificial, análisis estadístico, análisis y diseño de controladores automáticos, etc.

MATLAB incluye un conjunto de herramientas para aplicaciones específicas, denominados “toolboxes”, que extienden las funcionalidades del programa principal. Estos toolboxes no son más que un conjunto de funciones que pueden ser utilizadas en diversos campos de aplicación de la ciencia. Entre los toolboxes que se encuentran disponibles destaca: el toolbox de proceso de imágenes, señales, control robusto, estadística, análisis financiero, matemáticas simbólicas, redes neurales, lógica difusa, identificación de sistemas, simulación de sistemas dinámicos, etc.

3.2.2 – SPSS

SPSS es un paquete de análisis de información general y procesamiento estadístico. Sus siglas (SPSS) significan Statistical Package for the Social Sciences. Este paquete incluye un conjunto de métodos de procesamiento estadístico general, especialmente de análisis multivariado.

Entre los análisis estadísticos que se pueden realizar con esta herramienta se encuentran: análisis descriptivo de datos, tablas de contingencia, test paramétricos y no paramétricos, análisis de varianza paramétricos y no paramétricos, análisis de

varianza paramétrico multifactorial y multivariado, análisis de regresión simple y múltiple, análisis de correlación, análisis discriminante, análisis de factor, análisis de clusters, series de tiempo, etc.

En la actualidad el SPSS se encuentra valorado como uno de los paquetes más rigurosos y completo para el procesamiento estadístico.

3.3 – Diseño del experimento

La experimentación se encuentra dividida en tres etapas. La primera está dedicada a la obtención de la base de datos para los experimentos. La segunda está relacionada con la realización y valoración de agregaciones promediadas tomando como base de análisis los órdenes de preferencias que establecen los usuarios a las computadoras. La tercera está dedicada a la realización de agregaciones que le brinden mayor (menor) preferencia a la presencia (no presencia) de software con grados de importancia más (menos) relevantes para los usuarios, en el ordenamiento de las computadoras. Dentro de la gran variedad de operadores OWA existentes se seleccionaron los operadores de la familia FOWA. En la tercera etapa de experimentación estos operadores son utilizados aplicando el procedimiento de pre procesamiento de los datos propuesto en el capítulo anterior.

La experimentación se enfoca solamente en los software que se encuentran instalados en las computadoras, teniendo en cuenta la homogeneidad del hardware de las computadoras existentes en los laboratorios de computación de la Facultad de Informática.

En este trabajo para realizar la recomendación de computadoras a usuarios se emplea el esquema de decisión presentado en el capítulo anterior. En este caso, las alternativas son las diferentes computadoras y las características son los software.

3.3.1 – Etapa 1: Obtención de la base de datos

La obtención de la base de datos para los experimentos consiste en definir los software que se encuentran instalados en cada computadora y los grados de

importancia asociados. Con el objetivo de representar mayor variabilidad en esta información, no se utilizan datos reales sino que se crean datos artificiales que reflejan situaciones típicas que se presentan.

Cada juego de datos está formado por un conjunto de software a los que se le asignan grados de importancia y la presencia, o no, en una computadora. Como generalidad en los juegos de datos se incluye un total de 12 computadoras y 7 software considerando dos aspectos fundamentales: representar una variabilidad adecuada de software en las computadoras y que el usuario no se sienta abrumado con muchas alternativas a considerar para establecer un ranking de las mismas. Considerando estos aspectos se diseñó un total de 14 juegos de datos.

En cada juego de datos los software que se encuentran instalados en las computadoras y la importancia dada a cada uno se asignan, en unos casos de forma aleatoria, y en otros de manera directa, para reflejar situaciones concretas.

Teniendo en cuenta que a los usuarios les resulta más difícil estimar en valores exactos numéricos el grado de sus preferencias en relación a los software, se decidió utilizar expresiones lingüísticas para representar de una forma más adecuada y directa las importancias de los software. En este sentido se realizó una modelación borrosa considerando los diversos grados que pueden ser concedidos a cada software para expresar su importancia. En la modelación se definió el siguiente conjunto ordenado de 5 etiquetas lingüísticas: S = {*No Presente (NP), Secundario (S)*, *Auxiliar (A)*, *Importante (I)*, *Muy importante (MI)*}. Para expresar la importancia de cada software solo se utilizan las etiquetas: *MI*, *I*, *A*, *S*, donde MI es utilizada para expresar la máxima importancia y S la mínima. La etiqueta NP es utilizada solamente en el proceso de agregación para indicar que un software no se encuentra presente en una computadora.

La semántica de las etiquetas definidas es expresada mediante los siguientes números borrosos:

$$NP \qquad (0, 0, 0.25)$$

$$S \quad (0, 0.25, 0.5)$$

$$A \quad (0.25, 0.5, 0.75)$$

$$I \quad (0.5, 0.75, 1)$$

$$MI \quad (0.75, 1, 1)$$

y gráficamente como:

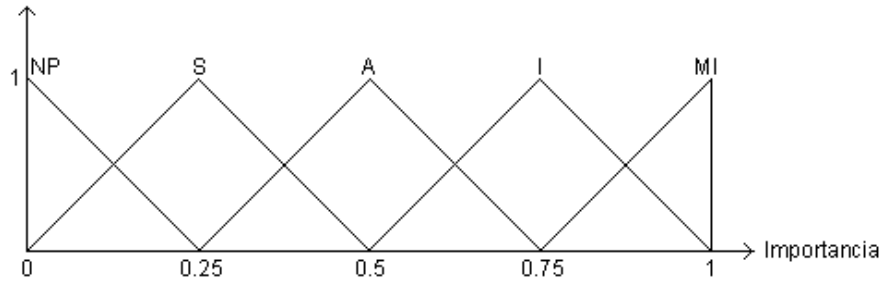


Figura 3.1 – Representación gráfica del conjunto de etiquetas

Los juegos de datos diseñados se pueden consultar en el anexo 1

3.3.2 – Experimentación con los operadores FOWA

Esta etapa de la experimentación tiene como objetivo la realización de agregaciones con los operadores de la familia FOWA para evaluar su aplicabilidad, tomando como base de análisis el ordenamiento que establecen los usuarios a las computadoras. Esta etapa se encuentra dividida en dos fases. La primera está relacionada con la obtención y análisis del ranking que establecen los usuarios a las computadoras y la segunda con el que establecen las agregaciones con los operadores FOWA.

3.3.2.1 – Ranking de las computadoras por parte de los usuarios

Como expresión de las preferencias de los usuarios, se le solicita a estos establecer un ranking de las computadoras según la medida que se adecuan más a sus necesidades, asignando un 1 a la computadora que considera más adecuada, y así sucesivamente hasta asociar un número de orden a cada una. En caso que resulte

difícil para el usuario discernir entre 2 o más computadoras puede asignar el mismo número de orden (empates) y luego continuar consecutivamente la asignación.

Para la selección de los usuarios se siguen las recomendaciones que brinda el método Delphi [35] [36] para la determinación de los expertos. Según esta metodología no existe una forma para determinar el número óptimo de expertos, pero se recomienda un mínimo de siete expertos sin recurrir a más de 30, debido a que la mejora que se obtiene es muy pequeña y normalmente el incremento en coste y trabajo de investigación no compensa esta mejora. Se debe señalar que los usuarios no son expertos en el sentido que se considera en este método, por tanto no se realiza un análisis sobre la competencia de los expertos, solamente se tienen en cuenta sus preferencias.

Considerando los aspectos anteriores se considera realizar el experimento con una cantidad de 17 usuarios. Estos se seleccionan al azar entre los estudiantes de los años superiores de la carrera Ingeniería Informática, debido a que se encuentran más relacionados con la problemática.

Con los rankings establecidos por los usuarios en cada juego de datos se realiza una prueba no paramétrica de Concordancia de Kendall para determinar si existe concordancia entre las opiniones dadas por los usuarios.

En esta prueba se define la hipótesis nula H_0 y la alternativa H_1 de la siguiente forma:

H_0: No existe concordancia de criterios preferenciales entre los usuarios.

H_1: Existe concordancia de criterios preferenciales entre los usuarios.

La prueba se realiza con un nivel de significación de 0.05 ($\alpha = 0.05$). Como resultado se obtiene el coeficiente de Kendall (W), el estadígrafo Chi – cuadrado (x^2) y el nivel de significación asintótica (ρ). Los valores del coeficiente W oscilan entre $0\ y\ 1$ ($0 < W < 1$), si W alcanza el valor uno ($W = 1$) entonces existe una concordancia total de criterios, mientras mayor sea el valor de W, mayor será la concordancia entre los usuarios. La verificación se realiza a través de x^2 o ρ. En este trabajo se utiliza el ρ.

Este valor se compara con el α fijado para la prueba, si se obtiene que $\rho < \alpha = 0.05$ entonces se rechaza H_0 y se infiere que existe concordancia de criterios preferenciales entre los usuarios al considerar la hipótesis alternativa H_1.

En los casos en donde se concluya que existe concordancia entre los usuarios se obtiene un ranking único representativo del grupo de usuarios que se utilizará posteriormente para el análisis con los resultados del operador FOWA. En caso contrario se obtienen los grupos de usuarios según el grado de concordancia de sus opiniones, para el análisis de forma individual con los operadores FOWA.

3.3.2.2 – Ranking de las computadoras con los operadores FOWA

En esta etapa se realizan varias agregaciones con la aplicación de los operadores FOWA a cada juego de datos, para obtener el ranking que establecen a las computadoras. En este sentido se seleccionaron varias manifestaciones del vector de ponderaciones como son: *Máximo*, *Media Aritmética*, *Mediana* ($k = 1,\ m = 3$), *Arrow Hurwicz* ($\alpha = 0.9$), *BUM*, *Orlike S* ($\alpha = 0.8$), *Andlike S* ($\beta = 0.1$), *Generalized S* ($\alpha = 0.9,\ \beta = 0.1$), Step ($k = 2$), *Olympic*, *Window* ($k = 1,\ m = 3$), *Gaussian*, *EZ 1raclase* ($k = 2$), *EZ 2da clase* ($k = n - 1$), *Filev Yager 1* ($\alpha = 0.5$), *Filev Yager 2* ($\alpha = 0.8$). Cada uno de estos casos particulares establece un ranking de las computadoras que depende de las características propias de cada sistema de pesos. Para cada tipo de operador FOWA el ranking se obtiene ordenando las computadoras descendentemente por el valor agregado resultante en cada computadora.

Con los resultados alcanzados en esta etapa se realiza un análisis que consiste en determinar los operadores FOWA que establecen un ranking de las computadoras similar al ranking unificado de usuarios, o los grupos de usuarios. Finalmente se recomiendan los operadores FOWA que se adecuan mejor a este contexto de aplicación.

3.3.3 – Experimentación con los operadores FOWA aplicando el procedimiento de pre procesamiento de los datos

Esta etapa tiene como objetivo identificar los operadores de la familia FOWA que, utilizando el procedimiento de pre procesamiento de los datos propuesto en el capítulo anterior, permiten obtener un ordenamiento equivalente al lexicográfico descrito en la sección 2.5.2.

Para la agregación de los datos pre procesados se emplean los operadores de la familia FOWA. Entre las variantes existentes se seleccionaron para la experimentación los siguientes tipos: Máximo, Media Aritmética, Mediana ($k = 1,\ m = 3$), Arrow Hurwicz ($\alpha = 0.9$), BUM, Orlike S ($\alpha = 0.8$), Andlike S ($\beta = 0.1$), Generalized S ($\alpha = 0.9,\ \beta = 0.1$), Step ($k = 2$), Olympic, Window ($k = 1,\ m = 3$), Gaussian, EZ 1raclase ($k = 2$), EZ 2da clase ($k = n - 1$), Filev Yager 1 ($\alpha = 0.5$), Filev Yager 2 ($\alpha = 0.8$). Cada uno de estos casos particulares establece un ranking de las computadoras que depende de las características propias de cada sistema de pesos.

Los rankings obtenidos se comparan (par a par) con el ordenamiento lexicográfico de las computadoras según sus características, que como se mencionó es el ordenamiento que caracteriza el criterio abordado en la sección 2.5.2.

Para comparar los rankings se seleccionó la distancia de Manhattan definida como:

$$d(A,B) = \sum_{i=1}^{n} |x_{i_A} - x_{i_B}|$$

Si se obtiene que $d(A,B) = 0$ se concluye que los rankings son iguales. Se debe observar que si $\left|x_{i_A} - x_{i_B}\right| \neq 0$ para algún valor de i la $d(A,B) \neq 0$ y por consiguiente los rankings se consideran diferentes.

3.4 – Análisis de los resultados

3.4.2 – Experimentación con los operadores FOWA

3.4.2.1 – Ranking de las computadoras por parte de los usuarios

El experimento se realizó con una cantidad de 17 estudiantes de los años 4to y 5to. Los rankings que establecieron los usuarios a las computadoras, en cada una de las situaciones presentadas, se pueden consultar en el anexo 2.

En la tabla 3.1 se presentan los rankings que establecieron los usuarios a las computadoras en la situación 1. Estos datos se emplearan para ilustrar el procedimiento desarrollado en esta fase para las 14 situaciones existentes.

	COMPUTADORAS											
USUARIOS	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
U1	11	5	3	10	8	7	6	9	12	1	2	4
U2	8	9	2	11	7	8	3	5	10	1	4	6
U3	9	5	2	12	7	8	6	11	10	1	3	4
U4	4	2	1	5	3	4	3	4	4	1	2	1
U5	9	6	4	12	7	8	3	11	10	2	5	1
U6	4	1	3	7	3	6	5	7	4	2	5	1
U7	4	2	3	8	1	4	6	7	1	2	5	1
U8	11	4	3	12	9	10	5	8	7	1	6	2
U9	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
U10	8	3	4	10	7	8	5	6	9	2	5	1
U11	7	4	2	8	6	7	2	5	9	1	2	3
U12	6	3	2	8	4	6	5	7	7	1	5	1
U13	11	4	5	12	7	8	6	10	9	1	3	2
U14	8	3	4	11	5	7	6	10	9	2	6	1
U15	5	2	6	10	3	5	7	9	4	6	8	1
U16	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
U17	7	3	4	10	9	11	2	4	8	6	5	1

Tabla 3.1 – Rankings establecidos por los usuarios en la situación 1

A partir de estos rankings se realiza la prueba no paramétrica de Concordancia de Kendall para determinar si existe concordancia entre los rankings que establecen los usuarios a las computadoras. Los resultados de esta prueba son los siguientes:

Prueba W de Kendall

Rangos

	Rango promedio
C1	8,82
C2	4,21
C3	3,85
C4	11,74
C5	6,29
C6	8,62
C7	5,85
C8	9,35
C9	9,03
C10	2,44
C11	5,62
C12	2,18

Estadísticos de contraste

N	17
W de Kendall[a]	,710
Chi-cuadrado	132,713
gl	11
Sig. asintót.	,000

a. Coeficiente de concordancia de Kendall

Figura 3.2 – Prueba de concordancia de Kendall para la situación 1 ($\propto = 0.05$)

Como se observa en la figura anterior el valor del coeficiente de Kendall para la situación 1 muestra que existe concordancia de criterios preferenciales entre los usuarios ($W\ de\ Kendall^{a} = 0{,}710$). Esto se corrobora a través del nivel de significación asintótica ($Sig.asintót = 0$), como este valor es menor que el $\propto$ fijado para la prueba se concluye finalmente que existe una alta concordancia entre los rankings que establecen los usuarios a las computadoras en la situación 1.

Teniendo en cuenta que existe concordancia entre las opiniones de los usuarios se obtiene un ranking único representativo del grupo de usuarios a partir de los rangos promedios obtenidos en la prueba de concordancia de Kendall. Estos rangos promedios son una media de los valores asignados por los usuarios a cada computadora. El procedimiento que se sigue para obtener el ranking único de usuario a partir de estos rangos consiste en ordenar las computadoras ascendentemente en correspondencia con este valor. En este sentido el ranking unificado de usuarios que se obtiene para la situación 1 es el siguiente:

	COMPUTADORA											
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
USUARIOS	9	4	3	12	7	8	6	11	10	2	5	1

El procedimiento desarrollado en la situación 1 se realiza de igual forma para cada una de las 14 situaciones existentes. Los resultados alcanzados en la prueba de concordancia de Kendall se muestran en la siguiente figura:

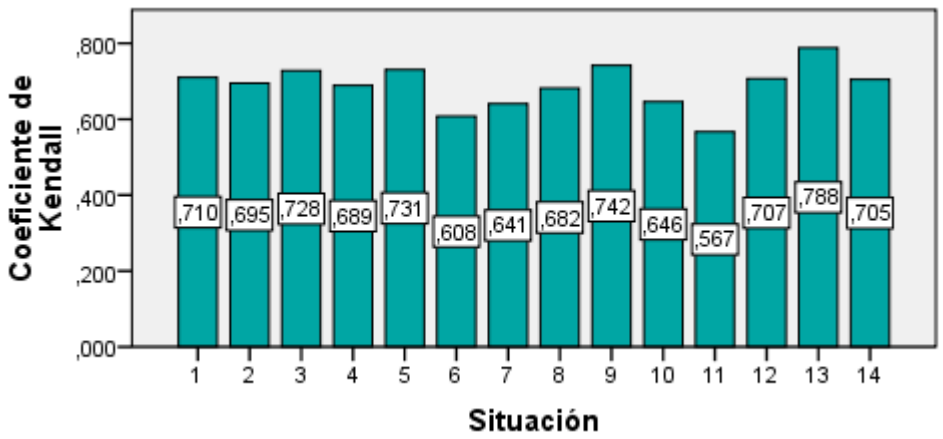


Figura 3.3 – Resultados de la prueba de concordancia de Kendall ($\rho < 0.05$)

Como se puede observar en la figura 3.3, el valor del coeficiente de Kendall es aceptable y significativo ($\rho < 0.05$). En cada una de las situaciones se concluye que existe concordancia entre las opiniones de los usuarios. Los rangos promedios obtenidos en cada una de las situaciones se pueden consultar en el anexo 3.

El ordenamiento que se obtiene a partir de los rangos promedios en cada situación es el siguiente:

	COMPUTADORA											
SITUACIÓN	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
1	9	4	3	12	7	8	6	11	10	2	5	1
2	4	3	1	2								
3	8	4	6	1	12	7	2	9	11	3	5	10
4	4	5	2	10	3	1	11	6	12	8	7	9
5	2	6	3	8	4	1	9	5	10	12	7	11
6	7	8	9	1	12	6	11	10	3	5	4	2
7	5	1	9	3	12	6	10	2	11	8	4	7
8	11	4	9	2	12	3	10	7	1	5	6	8
9	1	3	11	5	4	12	10	2	8	7	9	6

10	11	3	12	5	1	9	2	6	8	7	4	10
11	4	9	11	5	1	7	8	2	3	12	6	10
12	1	7	4	11	3	2	6	9	12	10	8	5
13	1	5	8	3	2	12	8	11	7	4	10	6
14	7	6	4	2	3	8	9	1	5	11	12	10

Tabla 3.2 – Rankings unificado de usuario a partir de los rangos promedios

3.4.2.2 – Ranking de las computadoras con los operadores FOWA

En esta fase se aplicaron los operadores de la familia FOWA a cada una de las situaciones. En el anexo 4 se pueden consultar los valores agregados resultantes de los operadores FOWA para la situación 1, como se puede apreciar estos valores son números borrosos ternarios. Los rankings establecidos a las computadoras en cada una de las situaciones se pueden consultar en el anexo 5. Estos rankings se obtienen siguiendo el procedimiento descrito en el Capítulo II para ordenar números borrosos.

En la tabla 3.3 se presentan los rankings que establecieron estos operadores a las computadoras en la situación 1. Estos datos se emplearan para ilustrar el procedimiento desarrollado en esta fase para las 14 situaciones existentes.

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	1	1	3	1	1	1	2	1	1	1	1
Media Aritmética	8	4	3	10	6	8	5	7	9	1	5	2
Mediana	2	2	1	1	2	2	1	1	2	1	1	2
Arrow Hurwicz	1	1	1	3	1	1	1	2	1	1	1	1
BUM	5	5	1	3	5	5	2	2	5	1	2	4
Orlike	7	4	3	10	6	7	5	9	8	1	5	2
Andlike	8	4	3	10	6	8	5	7	9	1	5	2
Generalized	7	4	3	10	6	7	5	9	8	1	5	2
Step	3	1	2	3	2	3	3	3	4	1	3	1
Windows	6	3	3	8	4	6	5	6	7	2	5	1
Olympic	8	4	3	7	6	8	5	5	9	1	5	2
Gaussian	8	4	3	10	5	8	6	7	9	1	6	2
EZ1raClase	3	1	2	5	2	3	3	4	4	1	3	1
EZ2daClase	8	4	3	7	6	8	5	5	9	1	5	2
FilevYager1	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
FilevYager2	8	5	2	10	6	8	4	7	9	1	4	3

Tabla 3.3 – Rankings establecidos por los operadores FOWA en la situación 1

A partir de estos rankings y el ranking unificado de usuarios obtenido en la fase anterior para la situación 1, se realiza un análisis para determinar el conjunto de operadores de la familia FOWA que establecen un ordenamiento de las computadoras similar al ranking unificado de usuarios. Este análisis se realiza a través de la prueba no paramétrica de Wilcoxon, comparando el ranking unificado de usuarios con cada operador FOWA de forma independiente (par a par).

En esta prueba se define la hipótesis nula H_0 y la alternativa H_1 de la siguiente forma:

H_0: El ranking del operador FOWA presenta similitud al ranking unificado de usuarios.
H_1: Existen diferencias significativas entre el ranking del operador FOWA y el ranking unificado de usuarios.

La prueba se realiza con un nivel de significación de 0.05 ($\alpha = 0.05$). Como resultado se obtiene el nivel de significación asintótica (ρ). Este valor se compara con el α fijado para la prueba, si se obtiene que $\rho \leq \alpha$ entonces se rechaza H_0 y se infiere que no existe similitud entre el operador FOWA y el criterio unificado de usuarios al considerar la hipótesis alternativa H_1.

Con la aplicación de esta prueba a la situación 1 se obtienen los siguientes resultados para el Máximo FOWA y el criterio unificado de usuarios:

Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

Rangos

		N	Rango promedio	Suma de rangos
Usuarios - Máximo FOWA	Rangos negativos	0[a]	,00	,00
	Rangos positivos	11[b]	6,00	66,00
	Empates	1[c]		
	Total	12		

a. Usuarios < Máximo FOWA

b. Usuarios > Máximo FOWA

c. Usuarios = Máximo FOWA

Estadísticos de contraste[b]

	Usuarios - Máximo FOWA
Z	-2,940[a]
Sig. asintót. (bilateral)	,003

a. Basado en los rangos negativos.

b. Prueba de los rangos con signo de Wilcoxon

Figura 3.4 – Prueba de Wilcoxon para el Máximo FOWA y el criterio unificado de usuarios ($\propto = 0.05$)

Para este caso en particular se concluye que el ranking que establece el Máximo FOWA y el criterio unificado de usuarios no son similares debido a que $Sig.asintót = 0{,}03 < \alpha = 0.05$.

Este análisis se realiza par a par entre el criterio unificado de usuarios y cada uno de los operadores FOWA, los valores de significación asintótica que se obtienen son los siguientes:

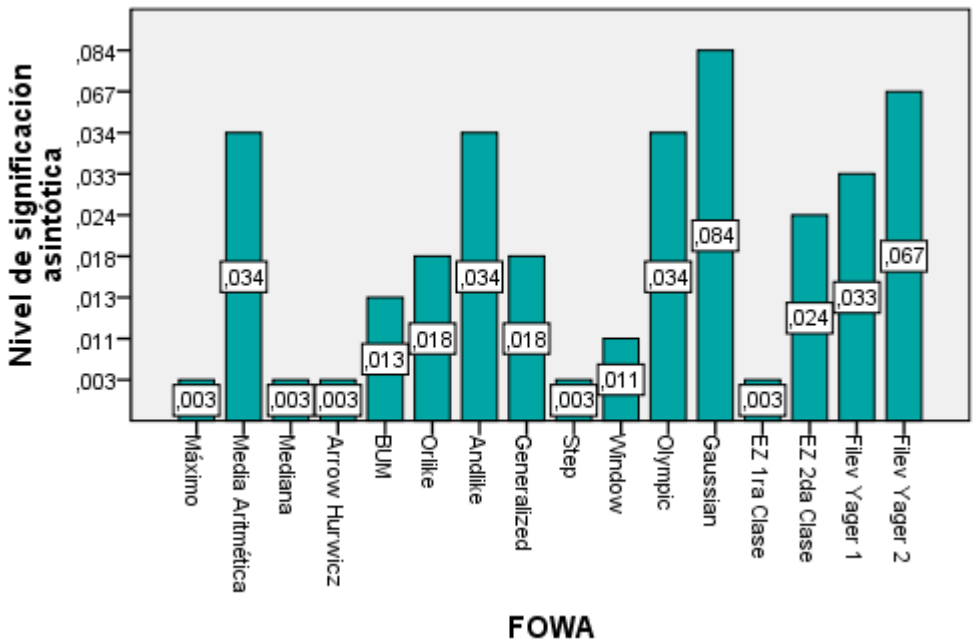


Figura 3.5 – Significación Asintótica de Wilcoxon para el criterio unificado de usuarios y los operadores FOWA ($\propto = 0.05$)

Como se observa en la figura 3.5 los operadores FOWA que presentan similitud con el ranking de usuarios son Gaussian FOWA y Filev Yager 2 FOWA debido a que son los operadores que alcanzan un valor de significación asintótica superior a $\propto = 0.05$.

La prueba no paramétrica de Wilcoxon se realiza para cada una de las situaciones, los valores de significación asintótica que se obtienen se pueden consultar en el anexo 6.

Los operadores FOWA que presentaron similitud al criterio unificado de usuarios en cada una de las situaciones se pueden consultar en el anexo 7.

La siguiente figura resume la cantidad de situaciones en la que los operadores FOWA presentaron similitud al criterio unificado de usuarios:

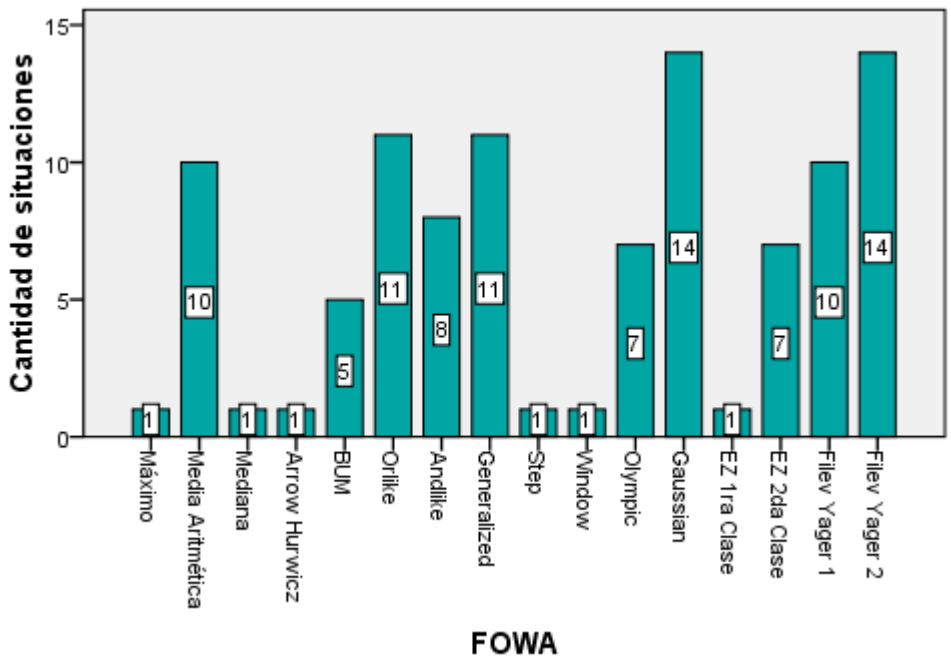


Figura 3.6 – Cantidad de situaciones que los FOWA presentan similitud al criterio unificado de usuarios

Como se observa en la figura 3.6, los operadores FOWA que presentaron similitud al criterio unificado de usuarios en mayor cantidad de situaciones son Gaussian FOWA y Filev Yager 2. Estos presentaron similitud en el $100\,\%$ de las situaciones. Los segundos mejores operadores son Orlike FOWA y Generalized FOWA, seguidos de Media Aritmética FOWA y Filev Yager 1 FOWA.

Analizando el sistema de pesos de las variantes que alcanzan los mejores resultados se puede concluir que estos pesos tienen un comportamiento aproximado a la media aritmética. Los operadores que presentan similitud en mayor cantidad de situaciones son aquellos que manteniendo este comportamiento promedio brindan cierta preferencia a los valores extremos. Estos resultados nos permiten inferir que los usuarios aplican un tipo de criterio promedio o compensatorio de las características, influyendo en cierta medida en la decisión final los valores extremos.

3.4.3 – Experimentación con los operadores FOWA aplicando el procedimiento de pre procesamiento de los datos

En esta sección se realizó una transformación de los datos a través de la etapa de pre procesamiento propuesta en el capítulo anterior. Posteriormente se aplicaron los operadores de la familia FOWA a los datos transformados. Los rankings establecidos por estos operadores se pueden consultar en el anexo 8.

En la tabla 3.4 se presentan los rankings que establecieron estos operadores a las computadoras en la situación 1. Estos datos se emplearan para ilustrar el procedimiento desarrollado en esta etapa para las 14 situaciones.

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	1	1	3	1	1	1	2	1	1	1	1
Media Aritmética	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
Mediana	2	2	1	1	2	2	1	1	2	1	1	2
Arrow Hurwicz	1	1	1	3	1	1	1	2	1	1	1	1
BUM	5	5	2	4	5	5	3	3	5	2	3	1
Orlike	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
Andlike	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
Generalized	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
Step	3	1	2	3	2	3	3	3	4	1	3	1
Windows	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
Olympic	8	3	4	7	5	8	6	6	9	2	6	1
Gaussian	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
EZ1raClase	3	1	2	6	2	3	3	5	4	1	3	1
EZ2daClase	8	3	4	7	5	8	6	6	9	2	6	1
FilevYager1	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
FilevYager2	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1

Tabla 3.4 – Rankings establecidos por los operadores FOWA en la situación 1 aplicando el procedimiento de pre procesamiento

A partir de los rankings obtenidos en cada situación se realizó un análisis comparativo (par a par) entre los rankings establecidos por los operadores FOWA y el ordenamiento lexicográfico.

La comparación de los rankings se realizó mediante la distancia de Manhattan. En la situación 1 se obtuvieron los siguientes resultados:

OPERADORES	DISTANCIA DE MANHATTAN
Máximo FOWA	0.9167
Media Aritmética FOWA	0
Mediana FOWA	1.0000
Arrow Hurwicz	0.9167
BUM	0.7500
Orlike S FOWA	0
Andlike S FOWA	0
Generalized S FOWA	0
Step FOWA	0.9167
Window FOWA	0
Olympic FOWA	0.4167
Gaussian FOWA	0
EZ 1ra Clase FOWA	0.9167
EZ 2da Clase FOWA	0.4167
Filev Yager 1 FOWA	0
Filev Yager 2 FOWA	0

Tabla 3.5 – Distancia de Manhattan entre los operadores FOWA y el ordenamiento lexicográfico para la situación 1

Como se observa, los operadores que establecen un ranking de las computadoras equivalente al ordenamiento lexicográfico en la situación 1 son: Media Aritmética FOWA, Orlike S FOWA, Andlike S FOWA, Generalized S FOWA, Window FOWA, Gaussian FOWA, Filev Yager 1 FOWA y Filev Yager 2 FOWA ($Distancia\ de\ Manhattan\ = 0$).

La figura 3.7 muestra la cantidad de situaciones en las cuales los operadores FOWA establecieron un ranking de las computadoras equivalente al ordenamiento lexicográfico.

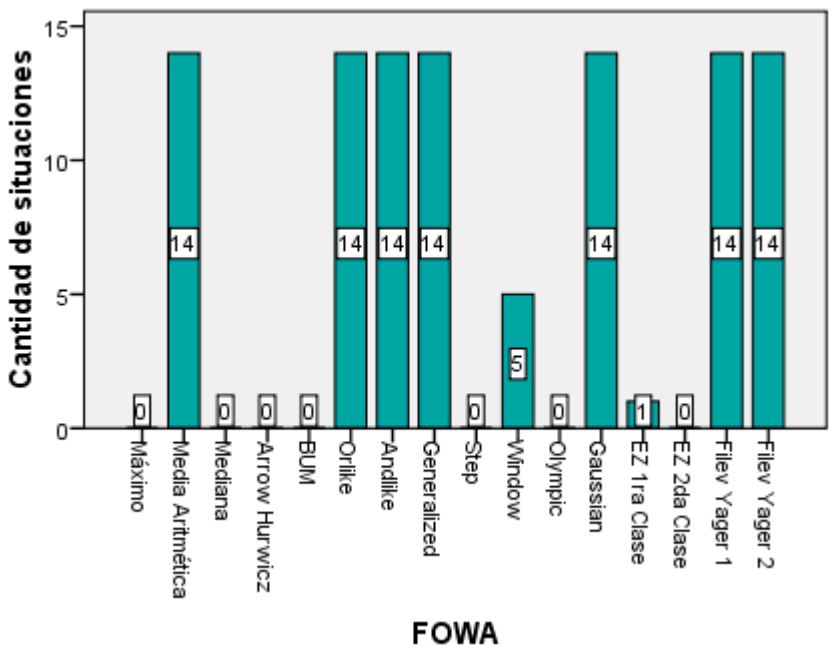


Figura 3.7 – Cantidad de situaciones que los operadores FOWA establecen un ranking equivalente al ordenamiento lexicográfico

Como se observa en la figura 3.7, los operadores FOWA que presentaron un ordenamiento equivalente al lexicográfico en las 14 situaciones son Media Aritmética FOWA, Orlike S FOWA, Andlike S FOWA, Generalized S FOWA, Gaussian FOWA, Filev Yager 1 FOWA y Filev Yager 2 FOWA. Estos representan casi el $50\,\%$ de los operadores analizados.

Analizando el sistema de pesos de las variantes que alcanzan los mejores resultados se puede concluir que estos pesos tienen un comportamiento aproximado a la media aritmética.

Se debe destacar que el mayor peso para la obtención del ordenamiento lexicográfico a partir de los operadores FOWA está dado por el procedimiento de pre procesamiento realizado a los datos.

3.5 – Conclusiones

En este capítulo se aplicaron los operadores OWA a la recomendación de computadoras a usuarios. En una primera parte se identificaron los operadores FOWA que establecen un ordenamiento de las computadoras similar al de los usuarios. En una segunda parte se realizó el procedimiento de pre procesamiento a los datos. A partir de estos datos transformados se identificaron los operadores FOWA que establecen un ordenamiento de las computadoras equivalente al lexicográfico. En ambas etapas los sistemas de pesos de las variantes que alcanzan los mejores resultados tienen un comportamiento aproximado a la media aritmética. En la primera etapa los mejores resultados se obtienen con aquellos que manteniendo este comportamiento promedio brindan cierta preferencia a los valores extremos. Los operadores FOWA que alcanzan los mejores resultados en esta etapa son Gaussian FOWA y Filev Yager 2. Estos presentaron similitud al criterio unificado de usuarios en el $100\ \%$ de las situaciones. Atendiendo a estas pruebas realizadas se puede plantear que esta es la manera en que los usuarios realizan sus valoraciones en el contexto de aplicación descrito. En la segunda etapa el mayor peso para la obtención de los resultados está dado por el procedimiento de pre procesamiento realizado a los datos. Los operadores FOWA que alcanzan los mejores resultados en esta etapa son Media Aritmética FOWA, Orlike S FOWA, Andlike S FOWA, Generalized S FOWA, Gaussian FOWA, Filev Yager 1 FOWA y Filev Yager 2 FOWA. Estos establecen un ordenamiento equivalente al lexicográfico en el 100% de las situaciones.

Conclusiones

- Se analizaron los Sistemas de Recomendación y se identificaron las técnicas basadas en contenidos, colaborativas y basadas en conocimiento como las técnicas básicas para generar recomendaciones.
- Como resultado del estudio realizado, en el contexto de aplicación descrito, se seleccionaron los operadores OWA difusos (FOWA) atendiendo a la flexibilidad que brindan para modelar los diferentes problemas que se presentan en la toma de decisiones.
- Se identificaron los operadores Gaussian FOWA y Filev Yager 2 FOWA como los más adecuados debido a que establecen un ordenamiento de las computadoras similar al que realizan los usuarios.
- Para el criterio que brinda preponderancia a evaluaciones superiores de las características, se obtiene que aproximadamente el 50% de los operadores analizados establecen un ordenamiento que concuerda con este criterio, cuando se aplican a los datos pre procesados según el procedimiento propuesto.
- Los operadores que alcanzaron los mejores resultados son aquellos que, manteniendo un comportamiento similar a la media aritmética, le asignan cierta preferencia a los valores extremos.

Recomendaciones

- Implementar un sistema de recomendación de computadoras a usuarios que tenga en cuenta los resultados obtenidos en el presente trabajo y la posible inclusión de otras características que puedan influir en la toma de decisiones.

Referencias Bibliográficas

[1] C. Porcel, B. Esteban, y E.H. Viedma, “Un Sistema de Recomendaciones para Tratamientos de Lumbalgias Crónicas Vía WEB,” Nov. 2008.

[2] E. Peis, J.M.M.D. Castillo, y J.A.D. López, *Sistemas de Recomendación Semánticos*.

[3] S.A. Burgos, “Group Decision Making with Incomplete Fuzzy Preference Relations,” Doctorado, Granada, 2006.

[4] M. DETYNIECKI, “Mathematical Aggregation Operators and their Application to Video Querying,” Paris, 2000.

[5] J.M.M. Lindahl, “Nuevas Extensiones a los Operadores OWA y su Aplicación en los Métodos de Decisión,” Doctorado, Barcelona, 2008.

[6] Emilio J. Castellano, Luís Martínez, Manuel Barranco, y Luis G. Pérez Cordón, “Recomendación de Perfiles Académicos Mediante Algoritmos Colaborativos Basados en el Expediente,” 2007.

[7] C.Porcel, M.J.Lizarte, y E.Herrera-Viedma, “Un Sistema de Recomendaciones Lingüístico Difuso para el Filtrado de Material Docente,” 2009.

[8] Carlos Porcel y José M. Morales del Castillo, “Mejorando el Sistema de Recomendaciones SIRE2IN: Un Enfoque Interdisciplinar,” 2007.

[9] Katty Mizhquero Cañar y Jorge Barrera Heredia, “Análisis, Diseño e Implementación de un Sistema Adaptivo de Recomendación de Información Basado en Mashups,” 2009.

[10] Pedro Cano, “Music Recommendation Systems: A Complex Networks Perspective,” 2006.

[11] Anita Krishnakumar, “Recoo*: A Recommendation System for Youtube RSS Feeds,” 2007.

[12] M.J. Barranco, L.G. Pérez, F. Mata, y L. Martínez, “REJA: Un sistema de Recomendación de Restaurantes Basado en Técnicas Difusas,” 2008.

[13] “AVATAR: Un Sistema de Recomendación Personalizada de Contenidos Televisivos Basado en Información Semántica,” Sep. 2005.

[14] L.G. Pérez, L. Martínez, F. Mata, y M. Barranco, “Un Modelo de Recomendación con Perfiles de Usuario Lingüísticos.”

[15] Gediminas Adomavicius y Alexander Tuzhilin, “Towards the Next Generation of Recommender Systems: A Survey of the State-of-the-Art and Possible Extensions.”

[16] M. J. Barranco, L.G. Pérez, y L. Martínez, “Un Sistema de Recomendación Basado en Conocimiento con Información Lingüística Multigranular,” Dic. 2006.

[17] M Ramírez Vargas, “Capítulo 2. Sistemas de Recomendación.”

[18] A.G.L. Herrera, “Modelos de Sistemas de Recuperación de Información Documental Basados en Información Lingüística Difusa,” Doctorado, Granada, 2006.

[19] P.J.S. Sánchez, “Modelos para la Combinación de Preferencias en Toma de Decisiones: Herramientas y Aplicaciones,” Doctorado, Granada.

[20] Antonio Morillas Raya, “Introducción al Análisis de Datos Difusos.”

[21] J.M.M. Lindahl, “Nuevas Extensiones a los Operadores OWA y su Aplicación en los Métodos de Decisión,” Doctorado, Barcelona, 2008.

[22] E.H. Viedma, J.L. Gijón, F.H. Navarra, J.V. Pardo, A.F. Porcel, y S.A. Burgos, *Una Herramienta para la Evaluación de la Calidad de las Bibliotecas Universitarias*, Universidad de Granada.

[23] E.H. Viedma y J. Domínguez, *Un SRI Lingüístico Difuso Basado en el Operador LOWA*, Universidad de Granada.

[24] J.M.D. Fernández, “Modelado de los Procesos de Toma de Decisión en Entornos Sociales Mediante Operadores de Agregación OWA,” Málaga, 2008.

[25] F.C. Gajardo, “Modelos Difusos para Cuantificación del Rendimiento Laboral: aportes para la Construcción de un Sistema Inteligente de Gestión de Recursos Humanos. ,” Granada, 2006.

[26] J. Moreno y J. Cadenas, “Evaluación de Calidad de Sitios Web Sanitarios Usando Técnicas Lingüísticas Difusas.”

[27] V.T.I. Reventós, “Restricciones de diferente importancia en problemas de satisfacción de restricciones difusas.”

[28] F.H. Triguero, E.H. Viedma, y L.M. López, “Un Modelo de Selección para Problemas de Decisión con Múltiples Expertos e Información Lingüística Multi-Granular.”

[29] F. Herrera, E.H. Viedma, y J.L. Verdegay, “Un Proceso de Decisión en Grupo con Preferencias Lingüísticas y Selección Secuencial.”

[30] J.M.M. Lindahl y M.C. Ramón, “The Induced Generalized Hybrid Averaging Operator and its Application in Financial Decision Making.”

[31] P. J.I., D. J.M., y M. A., “Opinión de Mayoría en Toma de Decisión en Grupo Mediante el Operador QMA-OWA.”

[32] R. Fullér, “OWA Operators in Decision Making.”

[33] L.A Zadeh, “The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-I,” 1975, págs. 199-249.

[34] V Torra, “The WOWA Operator and The Interpolation Function W*: Chen and Otto’s Interpolation Method Revisited.”

[35] Eneko Astigarraga, “El Método Delphi.”

[36] María de Lourdes Bravo Estévez y José Joaquín Arrieta Gallastegui, “El Método Delphi. Su Implementación en una Estrategia Didáctica para la Enseñanza de las Demostraciones Geométricas.”

Bibliografía

[1] E. Herrera Viedma y S. Alonso, “Un Modelo de Evaluación de la Calidad de las Bibliotecas Universitarias Digitales Basado en Técnicas Difusas,” 2006.

[2] Katty Mizhquero Cañar y Jorge Barrera Heredia, “Análisis, Diseño e Implementación de un Sistema Adaptivo de Recomendación de Información Basado en Mashups,” 2009.

[3] “AVATAR: Un Sistema de Recomendación Personalizada de Contenidos Televisivos Basado en Información Semántica,” Sep. 2005.

[4] M Ramírez Vargas, “Capítulo 2. Sistemas de Recomendación.”

[5] Anne Yun-An Chen y Dennis McLeod, “Collaborative Filtering for Information Recommendation Systems.”

[6] Irene Moral Peláez, “Comparación de medias.”

[7] Juan Manuel Llopis Marín, “Correlación y Regresión Lineal Simple,” 2009.

[8] Haifeng Yu, Chenwei Shi, Michael Kaminsky, Phillip B. Gibbons, y Feng Xiao, “DSybil: Optimal Sybil-Resistance for Recommendation Systems.”

[9] Eneko Astigarraga, “El Método Delphi.”

[10] María de Lourdes Bravo Estévez y José Joaquín Arrieta Gallastegui, “El Método Delphi. Su Implementación en una Estrategia Didáctica para la Enseñanza de las Demostraciones Geométricas.”

[11] J. Moreno y J. Cadenas, “Evaluación de Calidad de Sitios Web Sanitarios Usando Técnicas Lingüísticas Difusas.”

[12] Sergio Manuel Galán Nieto, “Filtrado Colaborativo y Sistemas de Recomendación,” 2007.

[13] Marcin DETYNIECKI, “Fundamentals on Aggregation Operators.”

[14] S.A. Burgos, “Group Decision Making with Incomplete Fuzzy Preference Relations,” Doctorado, Granada, 2006.

[15] A.M. Rayas, “Introducción al análisis de datos difusos.”

[16] Lourdes Canós Darós y Vicente Liern Carrión, “La Agregación de Información para la Toma de Decisiones en la Empresa.”

[17] José M. Merigó, Montserrat Casanovas, y Luis Martínez, “Linguistic Decision Making Using Dempster-Shafer Theory Of Evidence.”

[18] M. DETYNIECKI, “Mathematical Aggregation Operators and their Application to Video Querying,” Paris, 2000.

[19] Carlos Porcel y José M. Morales del Castillo, “Mejorando el Sistema de Recomendaciones SIRE2IN: Un Enfoque Interdisciplinar,” 2007.

[20] J.M.D. Fernández, “Modelado de los Procesos de Toma de Decisión en Entornos Sociales Mediante Operadores de Agregación OWA,” Málaga, 2008.

[21] J.M. Morales del Castillo, Enrique Herrera Viedma, y Eduardo Peis, “Modelo Semántico - Difuso de un Sistema de Recomendaciones de Información para Bibliotecas Digitales Universitarias,” 2007.

[22] A.G.L. Herrera, “Modelos de Sistemas de Recuperación de Información Documental Basados en Información Lingüística Difusa,” Doctorado, Granada, 2006.

[23] F.C. Gajardo, “Modelos Difusos para Cuantificación del Rendimiento Laboral:

Aportes para la Construcción de un Sistema Inteligente de Gestión de Recursos Humanos. ," Granada, 2006.

[24] P.J.S. Sánchez, "Modelos para la Combinación de Preferencias en Toma de Decisiones: Herramientas y Aplicaciones," Doctorado, Granada.

[25] Pedro Cano, "Music Recommendation Systems: A Complex Networks Perspective," 2006.

[26] J.M.M. Lindahl, "Nuevas Extensiones a los Operadores OWA y su Aplicación en los Métodos de Decisión," Doctorado, Barcelona, 2008.

[27] P. J.I., D. J.M., y M. A., "Opinión de Mayoría en Toma de Decisión en Grupo Mediante el Operador QMA-OWA."

[28] R. Fullér, "OWA Operators in Decision Making."

[29] Francisco J. García y Ana B. Gil, "Personalización de Sistemas de Recomendación."

[30] Josefa Marín Fernández, "Prácticas de Ordenador con SPSS para Windows," 2002.

[31] Alexandrin Popescul, Lyle H. Ungar, David M. Pennock, y Steve Lawrence, "Probabilistic Models for Unified Collaborative and Content-Based Recommendation in Sparse-Data Environments," 2001.

[32] Emilio J. Castellano, Luís Martínez, Manuel Barranco, y Luis G. Pérez Cordón, "Recomendación de Perfiles Académicos Mediante Algoritmos Colaborativos Basados en el Expediente," 2007.

[33] Borja Monsalve Piqueras, "Recomendaciones Basadas en Confianza para Medios Sociales."

[34] Anita Krishnakumar, "Recoo*: A Recommendation System for Youtube RSS

Feeds," 2007.

[35] M.J. Barranco, L.G. Pérez, F. Mata, y L. Martínez, "REJA: Un sistema de Recomendación de Restaurantes Basado en Técnicas Difusas," 2008.

[36] V.T.I. Reventós, "Restricciones de diferente importancia en problemas de satisfacción de restricciones difusas."

[37] E. Peis, J.M.M.D. Castillo, y J.A.D. López, *Sistemas de Recomendación Semánticos*.

[38] L.A Zadeh, "The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning-I," 1975, págs. 199-249.

[39] J.M.M. Lindahl y M.C. Ramón, "The Induced Generalized Hybrid Averaging Operator and its Application in Financial Decision Making."

[40] V Torra, "The WOWA Operator and The Interpolation Function W*: Chen and Otto's Interpolation Method Revisited."

[41] Gediminas Adomavicius y Alexander Tuzhilin, "Towards the Next Generation of Recommender Systems: A Survey of the State-of-the-Art and Possible Extensions."

[42] L.G. Pérez, L. Martínez, F. Mata, y M. Barranco, "Un Modelo de Recomendación con Perfiles de Usuario Lingüísticos."

[43] F.H. Triguero, E.H. Viedma, y L.M. López, "Un Modelo de Selección para Problemas de Decisión con Múltiples Expertos e Información Lingüística Multi-Granular."

[44] F. Herrera, E.H. Viedma, y J.L. Verdegay, "Un Proceso de Decisión en Grupo con Preferencias Lingüísticas y Selección Secuencial."

[45] M. J. Barranco, L.G. Pérez, y L. Martínez, "Un Sistema de Recomendación

Basado en Conocimiento con Información Lingüística Multigranular," Dic. 2006.

[46] C.Porcel, M.J.Lizarte, y E.Herrera-Viedma, "Un Sistema de Recomendaciones Lingüístico Difuso para el Filtrado de Material Docente," 2009.

[47] C. Porcel, B. Esteban, y E.H. Viedma, "Un Sistema de Recomendaciones para Tratamientos de Lumbalgias Crónicas Vía WEB," Nov. 2008.

[48] E.H. Viedma y J. Domínguez, *Un SRI Lingüístico Difuso Basado en el Operador LOWA*, Universidad de Granada.

[49] E.H. Viedma, J.L. Gijón, F.H. Navarra, J.V. Pardo, A.F. Porcel, y S.A. Burgos, *Una Herramienta para la Evaluación de la Calidad de las Bibliotecas Universitarias*, Universidad de Granada.

[50] Carlos Eduardo Barbosa, Jonice Oliveira, Luciano Maia, y Jano M. de Souza, "Using Recommendation Systems for Explicit Knowledge Dissemination and Profiling Identification for Scientific and Engineering Contexts."

[51] Luis M. de Campos, Juan M. Fernández-Luna, Juan F. Huete, y Miguel A. Rueda-Morales, "Uso de Conocimiento Estructurado en un Sistema de Recomendación Basado en Contenido."

Anexos

Anexo 1 – Juegos de datos

Suponga que usted le solicita al técnico de los laboratorios de computación de la facultad una computadora con determinados requerimientos de software. Puede presentarse el caso que ninguna computadora, de las disponibles, posea instalado todos los software que necesitas. Por esta razón se concede una importancia a cada uno haciendo uso de la siguiente escala: *Muy importante (MI)*, *Importante (I)*, *Auxiliar (A)*, *Secundario (S)*, donde MI es utilizado para asignar la máxima importancia y S la mínima. Como resultado de este proceso, puede que la computadora asignada no sea, de las disponibles, la que mejor se adecue a las necesidades reales de software requeridas.

Asuma que se tiene el conjunto de software con sus importancias que aparece en cada una de las situaciones que se presentan a continuación y que el software marcado con equis (X) significa que se encuentra instalado en la computadora correspondiente.

A usted se le pide que ordene las computadoras según la medida, que a su consideración, se adecuan mejor a sus necesidades, teniendo en cuenta que software de los especificados se encuentran instalados en cada computadora y la importancia dada a cada uno. Considere que pueden presentarse empates entre las computadoras.

Situación 1

Software requeridos con sus respectivas importancias:

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
MI	MI	I	S	S	S	S

Presencia de los software en las computadoras:

		SOFTWARE							
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	Ordenamiento
COMPUTADORA	C1	X				X			
	C2	X	X						
	C3		X	X	X	X	X	X	
	C4				X	X	X	X	
	C5	X		X					
	C6	X			X				
	C7	X			X	X	X	X	
	C8			X	X	X	X	X	
	C9	X							
	C10	X	X		X	X	X	X	
	C11		X		X	X	X	X	
	C12	X	X	X					

Situación 2

Software requeridos con sus respectivas importancias:

S1	S2	S3	S4
A	S	S	S

Presencia de los software en las computadoras:

		SOFTWARE				
		S1	S2	S3	S4	Ordenamiento
COMPUTADORA	C1		X	X	X	
	C2	X				
	C3	X	X			
	C4	X			X	

Situación 3

Software requeridos con sus respectivas importancias:

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
S	S	S	S	I	MI	MI

Presencia de los software en las computadoras:

		SOFTWARE							
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	Ordenamiento
COMPUTADORA	C1				X			X	
	C2						X	X	
	C3					X		X	
	C4					X	X	X	
	C5	X	X	X	X				
	C6	X	X	X	X			X	
	C7	X	X	X	X		X	X	
	C8			X				X	
	C9	X	X	X	X	X			
	C10	X	X	X	X	X	X		
	C11	X	X	X	X		X		
	C12							X	

Situación 4

Software requeridos con sus respectivas importancias:

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
MI	I	I	I	I	I	I

Presencia de los software en las computadoras:

		SOFTWARE							
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	Ordenamiento
COMPUTADORA	C1	X		X		X		X	
	C2		X	X	X	X	X	X	
	C3	X	X	X	X	X			
	C4				X	X	X	X	
	C5	X		X		X	X	X	
	C6	X	X		X	X	X	X	
	C7		X	X	X				
	C8	X		X	X				
	C9		X	X					
	C10			X	X	X	X	X	
	C11	X						X	
	C12	X							

Situación 5

Software requeridos con sus respectivas importancias:

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
MI	I	I	A	A	A	S

Presencia de los software en las computadoras:

		SOFTWARE							
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	Ordenamiento
COMPUTADORA	C1	X	X	X					
	C2	X						X	
	C3	X		X			X	X	
	C4	X							
	C5		X	X	X	X	X	X	
	C6	X	X		X	X	X	X	
	C7		X	X					
	C8	X	X						
	C9			X					
	C10		X						
	C11		X	X	X				
	C12				X	X	X		

Situación 6

Software requeridos con sus respectivas importancias:

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
S	S	S	S	A	I	I

Presencia de los software en las computadoras:

		SOFTWARE							
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	Ordenamiento
COMPUTADORA	C1	X	X	X	X	X			
	C2	X					X		
	C3							X	
	C4					X	X	X	
	C5					X			
	C6		X					X	
	C7	X	X	X	X				
	C8		X	X		X			
	C9						X	X	
	C10					X		X	
	C11	X	X	X	X	X		X	
	C12			X	X		X	X	

Situación 7

Software requeridos con sus respectivas importancias:

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
MI	A	S	S	S	S	S

Presencia de los software en las computadoras:

		SOFTWARE							
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	Ordenamiento
COMPUTADORA	C1		X	X	X	X	X	X	
	C2	X	X	X					
	C3			X	X	X	X	X	
	C4	X		X					
	C5		X						
	C6	X							
	C7		X	X					
	C8	X	X						
	C9				X	X	X		
	C10		X				X	X	
	C11	X					X	X	
	C12		X	X		X		X	

Situación 8

Software requeridos con sus respectivas importancias:

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
MI	MI	I	A	A	A	A

Presencia de los software en las computadoras:

		SOFTWARE							
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	Ordenamiento
COMPUTADORA	C1				X	X	X	X	
	C2	X			X	X	X	X	
	C3			X	X	X			
	C4	X		X	X	X	X	X	
	C5			X					
	C6	X	X						
	C7		X						
	C8			X	X	X	X	X	
	C9	X	X	X					
	C10	X		X					
	C11		X	X					
	C12	X							

Situación 9

Software requeridos con sus respectivas importancias:

S1	S2	S3	S4
MI	I	A	S

Presencia de los software en las computadoras:

		SOFTWARE				
		S1	S2	S3	S4	Ordenamiento
COMPUTADORA	C1	X	X	X	X	
	C2	X		X	X	
	C3			X	X	
	C4	X			X	
	C5	X		X		
	C6			X	X	
	C7		X			
	C8	X	X			
	C9		X	X		
	C10	X				
	C11		X		X	
	C12		X	X	X	

Situación 10

Software requeridos con sus respectivas importancias:

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
I	I	A	S	S	S	S

Presencia de los software en las computadoras:

		SOFTWARE							
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	Ordenamiento
COMPUTADORA	C1			X					
	C2	X	X						
	C3				X	X	X	X	
	C4	X		X					
	C5	X	X	X					
	C6			X	X	X	X	X	
	C7	X		X	X	X	X	X	
	C8	X					X		
	C9		X					X	
	C10	X							
	C11		X	X		X		X	
	C12			X		X	X		

Situación 11

Software requeridos con sus respectivas importancias:

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
MI	I	I	A	A	S	S

Presencia de los software en las computadoras:

		SOFTWARE							
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	Ordenamiento
COMPUTADORA	C1	X			X	X			
	C2	X					X	X	
	C3				X	X	X	X	
	C4		X	X	X	X			
	C5	X	X	X					
	C6		X		X	X	X	X	
	C7		X	X			X	X	
	C8	X		X		X		X	
	C9	X	X						
	C10			X		X	X		
	C11	X				X			
	C12	X					X		

Situación 12

Software requeridos con sus respectivas importancias:

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
MI	I	A	A	A	S	S

Presencia de los software en las computadoras:

		SOFTWARE							
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	Ordenamiento
COMPUTADORA	C1	X	X			X	X		
	C2		X	X	X	X			
	C3	X	X						
	C4		X				X	X	
	C5	X		X	X	X			
	C6	X	X		X			X	
	C7	X		X		X			
	C8		X			X	X		
	C9					X	X	X	
	C10		X				X	X	
	C11		X		X	X			
	C12	X					X	X	

Situación 13

Software requeridos con sus respectivas importancias:

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
MI	MI	A	S	S	S	S

Presencia de los software en las computadoras:

		SOFTWARE							
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	Ordenamiento
COMPUTADORA	C1	X	X		X	X	X	X	
	C2		X	X				X	
	C3			X	X	X	X	X	
	C4		X	X	X	X	X	X	
	C5	X	X	X					
	C6								
	C7	X				X			
	C8			X		X	X		
	C9		X		X	X			
	C10	X		X		X	X	X	
	C11			X	X	X			
	C12		X		X	X	X	X	

Situación 14

Software requeridos con sus respectivas importancias:

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
MI	I	I	I	S	S	S

Presencia de los software en las computadoras:

		SOFTWARE							
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	Ordenamiento
COMPUTADORA	C1	X							
	C2		X	X		X	X		
	C3	X			X			X	
	C4	X		X		X			
	C5		X	X	X	X	X	X	
	C6	X							
	C7		X			X	X	X	
	C8	X	X	X	X				
	C9	X				X	X	X	
	C10		X						
	C11					X	X	X	
	C12				X	X	X		

Anexo 2 – Rankings establecidos por los usuarios

Anexo 2.1 – Situación 1

	COMPUTADORA											
USUARIOS	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
U1	11	5	3	10	8	7	6	9	12	1	2	4
U2	8	9	2	11	7	8	3	5	10	1	4	6
U3	9	5	2	12	7	8	6	11	10	1	3	4
U4	4	2	1	5	3	4	3	4	4	1	2	1
U5	9	6	4	12	7	8	3	11	10	2	5	1
U6	4	1	3	7	3	6	5	7	4	2	5	1
U7	4	2	3	8	1	4	6	7	1	2	5	1
U8	11	4	3	12	9	10	5	8	7	1	6	2
U9	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
U10	8	3	4	10	7	8	5	6	9	2	5	1
U11	7	4	2	8	6	7	2	5	9	1	2	3
U12	6	3	2	8	4	6	5	7	7	1	5	1
U13	11	4	5	12	7	8	6	10	9	1	3	2
U14	8	3	4	11	5	7	6	10	9	2	6	1
U15	5	2	6	10	3	5	7	9	4	6	8	1
U16	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
U17	7	3	4	10	9	11	2	4	8	6	5	1

Anexo 2.2 – Situación 2

	COMPUTADORA			
USUARIOS	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**
U1	3	4	1	2
U2	2	3	1	1
U3	4	3	1	2
U4	2	2	1	1
U5	4	3	1	2
U6	3	2	1	1
U7	3	2	1	1
U8	3	2	1	1
U9	3	2	1	1
U10	4	3	1	2
U11	1	3	2	2
U12	2	2	1	1
U13	4	3	1	2
U14	4	3	1	2
U15	4	1	2	3
U16	3	2	1	1
U17	2	1	1	1

Anexo 2.3 – Situación 3

	COMPUTADORA											
USUARIOS	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
U1	8	7	8	3	9	2	1	6	10	4	5	11
U2	7	5	6	4	8	2	1	7	3	1	2	9
U3	7	6	8	2	12	3	1	9	11	4	5	10
U4	4	2	3	1	5	3	1	4	3	2	3	4
U5	7	3	4	1	12	9	2	10	11	5	6	8
U6	4	2	3	1	7	4	2	4	6	3	4	5
U7	4	2	4	1	6	3	2	4	5	2	4	4
U8	9	7	6	4	10	8	1	9	5	2	3	11
U9	7	3	5	1	10	6	2	7	9	4	6	8
U10	6	3	4	1	10	7	2	8	9	2	5	7
U11	8	6	7	4	9	3	1	8	5	2	3	10
U12	6	3	4	1	8	5	1	6	7	2	5	7
U13	5	4	6	3	9	7	1	12	11	2	8	10
U14	7	3	5	1	10	6	2	7	9	4	6	8
U15	8	2	4	1	10	8	6	5	9	7	7	3
U16	8	3	5	1	11	7	2	8	10	4	6	9
U17	2	2	3	2	4	3	3	2	4	1	1	3

Anexo 2.4 – Situación 4

	COMPUTADORA											
USUARIOS	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
U1	4	12	1	11	2	3	10	6	8	7	5	9
U2	4	2	1	6	3	3	7	5	9	7	8	10
U3	2	3	1	12	5	4	7	6	11	10	8	9
U4	2	1	1	3	2	1	3	4	5	4	5	6
U5	3	5	2	6	4	1	11	7	12	10	8	9
U6	1	3	1	5	1	1	6	2	7	4	2	2
U7	3	7	2	8	2	1	8	4	9	7	5	6
U8	3	6	2	7	2	1	9	4	11	5	8	10
U9	3	7	2	8	2	1	9	4	10	7	5	6
U10	4	2	2	4	2	1	5	5	6	3	6	7
U11	5	1	4	9	4	2	8	7	11	6	10	12
U12	3	4	2	9	2	1	10	6	11	5	7	8
U13	6	1	7	10	5	8	9	11	12	4	2	3
U14	3	7	2	9	2	1	10	4	11	8	5	6
U15	3	6	1	7	3	2	9	4	10	8	5	11
U16	3	7	2	9	2	1	10	4	11	8	5	6
U17	6	1	2	7	4	3	8	9	10	2	5	6

Anexo 2.5 – Situación 5

	COMPUTADORA											
USUARIOS	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
U1	2	4	3	5	6	1	7	11	10	12	9	8
U2	1	4	3	7	2	1	8	5	10	10	6	9
U3	2	6	3	5	7	1	9	4	10	11	8	12
U4	1	2	2	3	1	1	4	3	5	5	3	4
U5	1	7	3	5	6	2	8	5	4	10	8	9
U6	1	2	1	2	3	2	4	2	5	5	3	6
U7	3	4	2	5	4	1	7	3	8	8	4	6
U8	2	10	4	9	3	1	7	6	12	8	5	11
U9	1	5	3	6	7	2	9	4	10	10	8	11
U10	1	7	4	7	3	2	6	5	8	8	4	9
U11	7	9	3	10	2	1	6	5	7	11	4	8
U12	1	7	2	8	3	1	6	4	8	8	5	9
U13	3	7	6	8	2	1	12	5	9	10	4	11
U14	1	5	3	6	7	2	9	4	10	10	8	11
U15	1	5	5	4	4	2	2	1	6	6	3	3
U16	1	5	3	6	6	2	8	4	9	9	7	10
U17	1	4	3	5	6	2	9	10	11	9	7	8

Anexo 2.6 – Situación 6

	COMPUTADORA											
USUARIOS	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
U1	1	12	11	10	8	9	4	3	7	6	2	5
U2	6	7	8	3	9	4	5	5	3	4	1	2
U3	9	8	7	2	12	6	11	10	3	5	4	6
U4	5	3	3	1	6	3	4	4	1	2	1	1
U5	9	10	5	1	8	6	7	7	4	5	3	2
U6	4	3	3	1	5	3	6	4	1	2	2	1
U7	4	3	3	1	7	3	6	3	2	1	1	2
U8	4	10	11	1	12	9	8	7	5	6	3	2
U9	7	6	7	1	9	6	10	8	3	5	4	2
U10	6	5	5	1	8	5	9	7	2	4	3	1
U11	3	10	11	5	12	9	4	7	8	6	1	2
U12	7	5	6	1	9	5	10	8	2	4	3	1
U13	5	9	12	6	10	11	4	7	3	8	1	2
U14	8	6	7	1	10	6	11	9	3	5	4	2
U15	8	4	2	1	6	4	10	9	1	3	7	5
U16	8	6	7	1	10	6	11	9	3	5	4	2
U17	6	4	7	2	8	5	10	11	3	9	12	1

Anexo 2.7 – Situación 7

	COMPUTADORA											
USUARIOS	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
U1	2	1	5	4	10	11	9	3	5	7	8	6
U2	5	1	6	4	11	10	8	2	9	7	3	9
U3	6	1	11	3	10	4	9	2	12	7	5	8
U4	3	1	4	2	5	2	5	1	6	5	2	4
U5	3	1	4	6	8	5	9	2	5	7	2	6
U6	6	1	11	4	10	5	9	2	12	8	3	7
U7	5	1	7	3	6	3	5	2	7	5	4	5
U8	2	1	7	6	12	11	9	3	10	8	5	4
U9	6	1	11	4	10	5	9	2	12	8	3	7
U10	5	1	6	3	5	4	5	2	6	5	3	5
U11	2	1	3	7	11	8	12	5	10	9	6	4
U12	6	1	9	3	10	5	9	2	1	8	4	7
U13	1	4	3	5	12	10	6	11	7	8	9	2
U14	6	1	11	4	10	5	9	2	12	8	3	7
U15	7	1	8	2	4	2	9	1	10	5	3	6
U16	6	1	11	4	10	5	9	2	12	8	3	7
U17	8	1	7	3	9	5	11	2	10	6	4	7

Anexo 2.8 – Situación 8

	COMPUTADORA											
USUARIOS	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
U1	3	2	5	4	10	9	11	8	1	7	6	12
U2	5	2	7	1	11	6	10	4	3	8	12	9
U3	9	3	10	4	11	2	7	12	1	5	8	6
U4	6	1	5	2	4	2	4	3	1	1	1	3
U5	6	3	7	4	8	2	9	6	1	2	2	5
U6	12	4	10	3	11	2	8	9	1	5	7	6
U7	9	5	6	1	8	3	7	3	2	2	4	7
U8	9	3	8	2	12	5	11	7	1	4	6	10
U9	8	4	9	3	10	2	6	7	1	5	5	6
U10	8	4	7	3	7	2	6	5	1	3	3	6
U11	11	2	5	1	10	7	9	3	4	6	6	8
U12	10	5	8	2	9	3	7	6	1	4	4	7
U13	12	4	5	3	11	6	10	2	1	8	9	7
U14	10	5	8	3	9	2	6	7	1	4	4	6
U15	10	6	7	2	8	1	3	9	1	4	5	3
U16	10	5	8	3	9	2	6	7	1	4	4	6
U17	7	3	10	2	11	8	9	6	1	4	5	5

Anexo 2.9 – Situación 9

	COMPUTADORA											
USUARIOS	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
U1	1	2	3	5	6	12	7	10	8	11	9	4
U2	1	3	11	5	4	11	10	2	9	6	8	7
U3	1	3	10	9	6	12	8	2	7	5	11	4
U4	1	2	7	5	3	7	4	1	3	4	6	4
U5	1	2	4	5	3	6	7	2	8	2	2	3
U6	1	3	11	5	4	11	10	2	8	6	9	7
U7	1	1	7	4	3	7	5	1	6	2	5	2
U8	1	3	12	4	5	11	10	2	7	8	9	6
U9	1	3	11	5	4	11	10	2	8	6	9	7
U10	1	3	9	6	5	9	7	2	7	6	8	4
U11	1	4	11	6	9	11	10	5	2	8	7	3
U12	1	3	10	5	4	10	9	2	7	7	8	6
U13	1	6	7	4	5	8	3	2	9	10	11	12
U14	1	2	10	5	4	10	9	2	7	6	8	7
U15	2	4	9	5	3	10	10	1	8	3	7	6
U16	1	3	9	5	4	9	8	2	7	5	8	6
U17	1	2	5	3	2	6	7	2	8	2	4	3

Anexo 2.10 – Situación 10

	COMPUTADORA											
USUARIOS	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
U1	9	8	7	6	5	1	2	10	11	12	3	4
U2	10	3	10	5	2	7	1	4	5	6	8	9
U3	11	3	10	4	1	9	2	6	7	8	5	12
U4	6	3	5	4	1	3	3	5	6	4	4	2
U5	4	6	7	2	2	4	1	3	7	2	3	8
U6	1	2	12	4	1	9	3	6	8	5	7	10
U7	4	1	5	1	1	3	1	2	2	2	1	3
U8	12	5	10	7	1	4	2	8	9	11	3	6
U9	10	2	11	4	1	8	3	5	8	6	7	9
U10	7	2	8	5	1	7	3	6	6	6	4	7
U11	11	4	7	6	3	8	1	5	5	9	2	10
U12	10	2	10	5	1	8	3	6	6	7	4	9
U13	12	2	11	3	1	10	4	5	8	7	6	9
U14	9	2	10	5	1	7	3	6	6	6	4	8
U15	6	2	9	6	1	7	3	8	5	5	4	7
U16	9	2	9	5	1	7	3	6	6	7	4	8
U17	7	2	9	5	1	9	9	3	4	6	3	8

Anexo 2.11 – Situación 11

	COMPUTADORA											
USUARIOS	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
U1	1	6	5	4	12	3	11	2	7	10	8	9
U2	4	8	6	4	1	5	6	3	2	7	5	6
U3	6	7	12	3	1	4	5	2	8	11	9	10
U4	3	3	4	3	1	2	5	2	2	6	3	5
U5	4	4	5	6	1	4	3	2	2	7	3	3
U6	3	7	11	4	1	9	10	4	2	12	5	6
U7	3	5	7	6	2	6	6	1	2	6	4	5
U8	7	8	9	3	1	4	2	5	6	11	10	12
U9	4	6	12	8	1	10	9	2	3	11	5	7
U10	3	7	8	2	1	7	4	5	2	7	6	7
U11	9	5	10	4	1	2	6	3	7	11	8	8
U12	4	6	9	4	1	7	6	2	3	8	5	7
U13	6	7	9	10	1	4	5	2	8	11	3	12
U14	4	6	12	8	1	10	9	2	3	11	5	7
U15	2	8	9	1	1	3	6	5	4	10	7	11
U16	4	6	12	8	1	10	9	2	3	11	5	7
U17	2	4	7	5	1	6	3	4	3	3	2	2

Anexo 2.12 – Situación 12

	COMPUTADORA											
USUARIOS	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
U1	2	3	11	12	1	10	9	4	8	5	6	7
U2	1	6	4	7	3	2	5	7	7	7	7	4
U3	2	8	4	10	3	1	7	11	12	9	5	6
U4	1	4	3	4	2	2	3	5	6	4	6	3
U5	1	2	2	5	3	1	4	3	6	4	4	3
U6	1	7	3	10	4	2	5	9	11	12	8	6
U7	1	6	2	7	3	1	4	6	8	7	6	5
U8	4	2	7	10	5	1	3	8	12	11	6	9
U9	2	7	3	11	4	1	5	9	12	10	8	6
U10	1	4	1	6	2	1	3	6	8	7	5	3
U11	3	4	11	5	2	1	10	8	12	7	9	6
U12	1	5	2	8	3	1	4	7	9	8	6	5
U13	1	9	8	10	7	2	6	12	11	5	4	3
U14	1	6	2	10	3	1	4	8	11	9	7	5
U15	1	5	2	9	3	1	4	6	10	7	6	8
U16	2	7	3	10	4	1	5	9	11	10	8	6
U17	1	2	1	2	1	2	3	2	3	2	2	1

Anexo 2.13 – Situación 13

	COMPUTADORA											
USUARIOS	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
U1	1	2	9	3	4	12	6	11	8	5	10	7
U2	1	5	6	2	3	8	4	7	5	2	7	4
U3	1	7	8	2	3	12	9	10	6	4	11	5
U4	1	5	4	2	4	6	5	2	3	3	2	3
U5	1	3	4	2	2	6	4	4	5	3	5	3
U6	1	6	9	5	2	12	4	11	8	3	10	7
U7	3	2	4	2	1	7	4	6	5	6	6	5
U8	1	4	7	3	2	12	8	11	9	5	10	6
U9	2	6	9	5	1	11	4	10	8	3	10	7
U10	2	3	6	3	1	7	5	6	4	3	6	4
U11	1	7	8	2	5	12	10	11	6	3	9	4
U12	1	4	8	2	1	11	7	10	6	3	9	5
U13	1	4	5	3	2	12	11	10	9	8	6	7
U14	2	5	9	3	1	12	8	11	7	4	10	6
U15	1	2	8	3	1	10	6	5	5	4	9	7
U16	2	6	9	3	1	11	8	10	7	4	10	5
U17	1	2	3	2	1	5	4	4	3	1	3	2

Anexo 2.14 – Situación 14

	COMPUTADORA											
USUARIOS	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
U1	11	5	3	2	6	8	7	1	4	12	9	10
U2	9	3	6	5	2	9	4	1	3	10	8	7
U3	8	4	7	5	2	8	6	1	3	9	10	11
U4	4	3	2	3	1	4	3	1	2	6	5	4
U5	3	2	2	3	2	4	4	1	4	5	6	5
U6	5	7	3	2	6	5	8	1	4	9	11	10
U7	3	4	2	2	4	3	5	1	3	4	7	6
U8	10	3	7	4	2	10	6	1	5	11	9	8
U9	4	6	2	2	5	4	7	1	3	8	10	9
U10	5	7	3	4	2	6	8	1	5	8	9	8
U11	9	5	8	6	1	9	3	2	4	10	11	7
U12	6	4	3	3	2	6	7	1	5	9	10	8
U13	7	3	6	5	2	8	9	1	4	10	11	12
U14	4	6	2	2	5	4	7	1	3	9	10	8
U15	6	7	2	3	4	5	8	1	7	5	9	10
U16	4	5	2	2	3	4	6	1	3	8	9	7
U17	1	2	2	2	3	3	4	2	1	2	4	3

Anexo 3 – Rangos promedios de la prueba de Kendall

	COMPUTADORA											
SITUACIÓN	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
1	8.82	4.21	3.85	11.74	6.29	8.62	5.85	9.35	9.03	2.44	5.62	2.18
2	3.65	3.06	1.44	1.85								
3	8.03	4.32	6.18	2.26	11.50	6.35	2.35	8.50	9.74	3.41	5.68	9.68
4	4.32	5.29	2.44	9.03	3.32	2.29	9.65	6.71	11.35	7.44	7.24	8.91
5	2.00	6.47	3.71	7.09	5.09	1.82	3.35	5.47	10.18	10.76	6.71	10.35
6	7.82	7.94	8.21	2.56	10.71	7.12	9.50	8.74	3.59	5.32	3.76	2.74
7	5.44	1.26	8.41	4.41	10.29	6.44	9.47	2.85	9.88	8.03	4.59	6.91
8	10.15	4.32	8.85	2.97	10.94	4.26	8.94	7.32	1.50	4.97	5.97	7.79
9	1.15	3.26	10.24	6.03	4.94	11.15	9.12	2.76	8.06	6.32	8.74	6.24
10	9.97	3.41	10.79	5.18	1.68	8.09	3.12	6.71	7.65	7.47	4.82	9.12
11	4.85	7.44	10.53	6.03	1.76	6.88	7.38	3.32	4.32	10.71	6.26	8.50
12	1.82	6.32	4.68	9.85	3.76	2.38	6.29	8.62	11.47	9.12	7.74	5.94
13	1.53	5.26	8.29	3.26	2.53	12.0	7.76	9.74	7.50	4.56	9.41	6.15
14	7.12	5.82	4.18	3.94	4.12	7.59	8.03	1.32	4.59	10.06	11.21	10.03

Anexo 4 – Resultados de los operadores FOWA para la situación 1

	COMPUTADORA					
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**
Máximo	(0.75, 1, 1)	(0.75, 1, 1)	(0.75, 1, 1)	(0, 0.25, 0.5)	(0.75, 1, 1)	(0.75, 1, 1)
Media Aritmética	(0.11, 0.18, 0.39)	(0.21, 0.29, 0.46)	(0.18, 0.39, 0.61)	(0, 0.14, 0.39)	(0.18, 0.25, 0.46)	(0.11, 0.18, 0.39)
Mediana	(0, 0, 0.25)	(0, 0, 0.25)	(0, 0.25, 0.5)	(0, 0.25, 0.5)	(0, 0, 0.25)	(0, 0, 0.25)
Arrow Hurwicz	(0.68, 0.9, 0.93)	(0.68, 0.9, 0.93)	(0.68, 0.9, 0.93)	(0, 0.23, 0.47)	(0.68, 0.9, 0.93)	(0.68, 0.9, 0.93)
BUM	(0, 0, 0.25)	(0, 0, 0.25)	(0, 0.23, 0.48)	(0, 0.086, 0.34)	(0, 0, 0.25)	(0, 0, 0.25)
Orlike	(0.62, 0.84, 0.88)	(0.64, 0.86, 0.89)	(0.64, 0.88, 0.92)	(0, 0.23, 0.48)	(0.64, 0.85, 0.89)	(0.62, 0.84, 0.88)
Andlike	(0.096, 0.16, 0.38)	(0.19, 0.26, 0.44)	(0.16, 0.35, 0.57)	(0, 0.13, 0.38)	(0.16, 0.22, 0.44)	(0.096, 0.16, 0.38)
Generalized	(0.61, 0.82, 0.86)	(0.62, 0.83, 0.87)	(0.62, 0.84, 0.89)	(0, 0.21, 0.46)	(0.62, 0.82, 0.87)	(0.61, 0.82, 0.86)
Step	(0, 0.25, 0.5)	(0.75, 1, 1)	(0.5, 0.75, 1)	(0, 0.25, 0.5)	(0.5, 0.75, 1)	(0, 0.25, 0.5)
Windows	(0.25, 0.42, 0.58)	(0.5, 0.67, 0.75)	(0.42, 0.67, 0.83)	(0, 0.25, 0.5)	(0.42, 0.58, 0.75)	(0.25, 0.42, 0.58)
Olympic	(0, 0.05, 0.3)	(0.15, 0.2, 0.4)	(0.1, 0.35, 0.6)	(0, 0.15, 0.4)	(0.1, 0.15, 0.4)	(0, 0.05, 0.3)
Gaussian	(0.15, 0.23, 0.43)	(0.25, 0.33, 0.5)	(0.22, 0.42, 0.62)	(0, 0.14, 0.39)	(0.22, 0.3, 0.5)	(0.15, 0.23, 0.43)
EZ1raClase	(0.38, 0.63, 0.75)	(0.75, 1, 1)	(0.63, 0.88, 1)	(0, 0.25, 0.5)	(0.63, 0.88, 1)	(0.38, 0.63, 0.75)
EZ2daClase	(0, 0.042, 0.29)	(0.13, 0.17, 0.38)	(0.083, 0.29, 0.54)	(0, 0.13, 0.38)	(0.083, 0.13, 0.38)	(0, 0.042, 0.29)
FilevYager1	(0.38, 0.56, 0.69)	(0.56, 0.75, 0.81)	(0.5, 0.75, 0.87)	(0, 0.23, 0.48)	(0.5, 0.69, 0.81)	(0.38, 0.56, 0.69)
FilevYager2	(0.2, 0.28, 0.46)	(0.25, 0.33, 0.5)	(0.23, 0.43, 0.61)	(0, 0.13, 0.38)	(0.23, 0.31, 0.5)	(0.2, 0.28, 0.46)

	COMPUTADORA					
FOWA	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	(0.75, 1, 1)	(0.75, 1, 1)	(0.5, 0.75, 1)	(0.75, 1, 1)	(0.75, 1, 1)	(0.75, 1, 1)
Media Aritmética	(0.11, 0.29, 0.5)	(0.071, 0.25, 0.5)	(0.11, 0.14, 0.36)	(0.21, 0.43, 0.61)	(0.11, 0.29, 0.5)	(0.29, 0.39, 0.57)
Mediana	(0, 0.25, 0.5)	(0, 0.25, 0.5)	(0, 0, 0.25)	(0, 0.25, 0.5)	(0, 0.25, 0.5)	(0, 0, 0.25)
Arrow Hurwicz	(0.68, 0.9, 0.93)	(0.45, 0.68, 0.93)	(0.68, 0.9, 0.93)	(0.68, 0.9, 0.93)	(0.68, 0.9, 0.93)	(0.68, 0.9, 0.93)
BUM	(0, 0.16, 0.41)	(0, 0.16, 0.41)	(0, 0, 0.25)	(0, 0.23, 0.48)	(0, 0.16, 0.41)	(0.029, 0.043, 0.29)
Orlike	(0.62, 0.86, 0.9)	(0.41, 0.65, 0.9)	(0.62, 0.83, 0.87)	(0.64, 0.89, 0.92)	(0.62, 0.86, 0.9)	(0.66, 0.88, 0.91)
Andlike	(0.096, 0.26, 0.47)	(0.064, 0.22, 0.47)	(0.096, 0.13, 0.35)	(0.19, 0.39, 0.57)	(0.096, 0.26, 0.47)	(0.26, 0.35, 0.54)
Generalized	(0.61, 0.83, 0.87)	(0.41, 0.63, 0.87)	(0.61, 0.81, 0.86)	(0.62, 0.84, 0.89)	(0.61, 0.83, 0.87)	(0.63, 0.84, 0.88)
Step	(0, 0.25, 0.5)	(0, 0.25, 0.5)	(0, 0, 0.25)	(0.75, 1, 1)	(0, 0.25, 0.5)	(0.75, 1, 1)
Windows	(0.25, 0.5, 0.67)	(0.17, 0.42, 0.67)	(0.25, 0.33, 0.5)	(0.5, 0.75, 0.83)	(0.25, 0.5, 0.67)	(0.67, 0.92, 1)
Olympic	(0, 0.2, 0.45)	(0, 0.2, 0.45)	(0, 0, 0.25)	(0.15, 0.4, 0.6)	(0, 0.2, 0.45)	(0.25, 0.35, 0.55)
Gaussian	(0.15, 0.31, 0.51)	(0.098, 0.26, 0.51)	(0.15, 0.2, 0.4)	(0.25, 0.45, 0.62)	(0.15, 0.31, 0.51)	(0.31, 0.42, 0.59)
EZ1raClase	(0.38, 0.63, 0.75)	(0.25, 0.5, 0.75)	(0.38, 0.5, 0.63)	(0.75, 1, 1)	(0.38, 0.63, 0.75)	(0.75, 1, 1)
EZ2daClase	(0, 0.17, 0.42)	(0, 0.17, 0.42)	(0, 0, 0.25)	(0.13, 0.33, 0.54)	(0, 0.17, 0.42)	(0.21, 0.29, 0.5)
FilevYager1	(0.38, 0.62, 0.74)	(0.25, 0.49, 0.74)	(0.38, 0.5, 0.63)	(0.56, 0.81, 0.87)	(0.38, 0.62, 0.74)	(0.63, 0.84, 0.91)
FilevYager2	(0.2, 0.36, 0.54)	(0.13, 0.29, 0.54)	(0.2, 0.26, 0.45)	(0.25, 0.45, 0.61)	(0.2, 0.36, 0.54)	(0.29, 0.39, 0.56)

Anexo 5 – Rankings establecidos por los operadores FOWA

Anexo 5.1 – Situación 1

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	1	1	3	1	1	1	2	1	1	1	1
Media Aritmética	8	4	3	10	6	8	5	7	9	1	5	2
Mediana	2	2	1	1	2	2	1	1	2	1	1	2
Arrow Hurwicz	1	1	1	3	1	1	1	2	1	1	1	1
BUM	5	5	1	3	5	5	2	2	5	1	2	4
Orlike	7	4	3	10	6	7	5	9	8	1	5	2
Andlike	8	4	3	10	6	8	5	7	9	1	5	2
Generalized	7	4	3	10	6	7	5	9	8	1	5	2
Step	3	1	2	3	2	3	3	3	4	1	3	1
Windows	6	3	3	8	4	6	5	6	7	2	5	1
Olympic	8	4	3	7	6	8	5	5	9	1	5	2
Gaussian	8	4	3	10	5	8	6	7	9	1	6	2
EZ1raClase	3	1	2	5	2	3	3	4	4	1	3	1
EZ2daClase	8	4	3	7	6	8	5	5	9	1	5	2
FilevYager1	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
FilevYager2	8	5	2	10	6	8	4	7	9	1	4	3

Anexo 5.2 – Situación 2

	COMPUTADORA			
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**
Máximo	2	1	1	1
Media Aritmética	2	3	1	1
Mediana	1	3	2	2
Arrow Hurwicz	2	1	1	1
BUM	1	3	2	2
Orlike	3	2	1	1
Andlike	2	3	1	1
Generalized	3	2	1	1
Step	1	2	1	1
Windows	2	3	1	1
Olympic	1	3	2	2
Gaussian	3	2	1	1
EZ1raClase	3	2	1	1
EZ2daClase	1	3	2	2
FilevYager1	3	2	1	1
FilevYager2	**3**	**2**	**1**	**1**

Anexo 5.3 – Situación 3

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	1	1	1	3	1	1	1	2	1	1	1
Media Aritmética	8	4	6	2	10	5	1	8	7	3	5	9
Mediana	2	2	2	2	1	1	1	2	1	1	1	2
Arrow Hurwicz	1	1	1	1	3	1	1	1	2	1	1	1
BUM	5	5	5	4	3	2	1	5	2	1	2	5
Orlike	7	4	6	2	10	5	1	7	9	3	5	8
Andlike	8	4	6	2	10	5	1	8	7	3	5	9
Generalized	7	4	6	2	10	5	1	7	9	3	5	8
Step	3	1	2	1	3	3	1	3	3	2	3	4
Windows	6	3	4	1	8	5	2	6	6	3	5	7
Olympic	8	4	6	2	7	5	1	8	5	3	5	9
Gaussian	8	4	5	2	10	6	1	8	7	3	6	9
EZ1raClase	3	1	2	1	5	3	1	3	4	2	3	4
EZ2daClase	8	4	6	2	7	5	1	8	5	3	5	9
FilevYager1	7	3	5	1	10	6	2	7	9	4	6	8
FilevYager2	8	5	6	3	10	4	1	8	7	2	4	9

Anexo 5.4 – Situación 4

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	1
Media Aritmética	5	2	3	6	3	1	8	7	10	4	9	11
Mediana	1	1	1	1	1	1	2	2	2	1	2	2
Arrow Hurwicz	1	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	1
BUM	3	1	2	3	2	1	4	4	5	2	5	5
Orlike	3	7	2	9	2	1	10	4	11	8	5	6
Andlike	5	2	3	6	3	1	8	7	10	4	9	11
Generalized	3	7	2	9	2	1	10	4	11	8	5	6
Step	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
Windows	1	2	1	2	1	1	2	1	4	2	3	5
Olympic	3	1	2	3	2	1	4	4	5	2	5	6
Gaussian	5	2	3	6	3	1	8	7	10	4	9	11
EZ1raClase	1	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	3
EZ2daClase	3	1	2	3	2	1	4	4	5	2	5	6
FilevYager1	3	5	2	7	2	1	9	4	10	6	8	11
FilevYager2	5	2	3	6	3	1	8	7	11	4	9	10

Anexo 5.5 – Situación 5

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	3
Media Aritmética	3	9	4	10	2	1	7	6	11	11	5	8
Mediana	3	3	2	3	1	1	3	3	3	3	3	3
Arrow Hurwicz	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	3
BUM	3	5	2	5	1	1	5	5	5	5	4	4
Orlike	2	5	3	6	7	1	9	4	10	10	8	11
Andlike	3	9	4	10	2	1	7	6	11	11	5	8
Generalized	2	5	3	6	7	1	9	4	10	10	8	11
Step	1	3	1	4	1	1	1	1	4	4	1	2
Windows	1	7	2	8	3	2	5	4	9	9	3	6
Olympic	2	7	3	8	1	1	6	6	8	8	4	5
Gaussian	3	8	4	10	2	1	7	6	11	11	5	9
EZ1raClase	1	3	1	4	2	1	2	1	5	5	2	4
EZ2daClase	2	7	3	8	1	1	6	6	8	8	4	5
FilevYager1	2	8	3	9	4	1	7	5	11	11	6	10
FilevYager2	3	7	4	8	2	1	9	5	10	10	6	11

Anexo 5.6 – Situación 6

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	2	1	1	1	2	1	3	2	1	1	1	1
Media Aritmética	5	7	10	2	11	7	9	8	4	6	1	3
Mediana	1	2	2	2	2	2	1	2	2	2	1	1
Arrow Hurwicz	2	1	1	1	2	1	3	2	1	1	1	1
BUM	2	6	6	4	6	6	3	5	6	6	1	3
Orlike	8	6	7	2	10	6	11	9	4	5	1	3
Andlike	5	7	10	2	11	7	9	8	4	6	1	3
Generalized	8	6	7	2	10	6	11	9	4	5	1	3
Step	3	3	4	1	4	3	3	3	1	2	2	1
Windows	7	6	8	1	10	6	9	7	3	5	4	2
Olympic	4	9	10	2	10	9	6	8	5	7	1	3
Gaussian	6	7	8	2	11	7	10	9	4	5	1	3
EZ1raClase	5	3	4	1	6	3	7	5	1	2	2	1
EZ2daClase	4	9	10	2	10	9	6	8	5	7	1	3
FilevYager1	8	6	7	1	10	6	11	9	3	5	4	2
FilevYager2	7	6	8	2	10	6	11	9	4	5	1	3

Anexo 5.7 – Situación 7

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	2	1	3	1	2	1	2	1	3	2	2	2
Media Aritmética	2	1	6	5	11	7	9	3	10	8	8	4
Mediana	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1
Arrow Hurwicz	2	1	3	1	2	1	2	1	3	2	2	2
BUM	1	4	2	5	5	5	5	5	4	4	4	3
Orlike	5	1	10	3	9	4	8	2	11	7	7	6
Andlike	2	1	6	5	11	7	9	3	10	8	8	4
Generalized	5	1	10	3	9	4	8	2	11	7	7	6
Step	2	1	2	2	3	3	2	1	2	2	2	1
Windows	5	1	7	3	8	4	6	2	7	5	5	3
Olympic	1	4	3	7	8	8	7	5	6	6	6	2
Gaussian	3	1	8	4	10	6	9	2	11	7	7	5
EZ1raClase	4	1	6	2	5	3	4	1	6	4	4	3
EZ2daClase	1	4	3	7	8	8	7	5	6	6	6	2
FilevYager1	6	1	10	3	9	4	8	2	11	7	7	5
FilevYager2	5	1	9	3	10	4	8	2	11	7	7	6

Anexo 5.8 – Situación 8

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	3	1	2	1	2	1	1	2	1	1	1	1
Media Aritmética	5	2	6	1	8	5	7	4	3	6	6	7
Mediana	1	1	2	1	2	2	2	1	2	2	2	2
Arrow Hurwicz	3	1	2	1	2	1	1	2	1	1	1	1
BUM	3	2	5	1	6	6	6	2	4	6	6	6
Orlike	10	2	8	1	9	4	6	7	3	5	5	6
Andlike	4	2	5	1	7	4	6	3	3	5	5	6
Generalized	10	2	8	1	9	4	6	7	3	5	5	6
Step	3	3	3	2	4	1	4	3	1	2	2	4
Windows	5	3	4	2	7	3	6	4	1	4	4	6
Olympic	4	2	5	1	7	5	7	2	3	6	6	7
Gaussian	8	2	7	1	10	5	9	4	3	6	6	9
EZ1raClase	5	3	4	2	6	1	5	4	1	2	2	5
EZ2daClase	4	2	5	1	8	6	8	2	3	7	7	8
FilevYager1	9	4	7	2	10	3	8	6	1	5	5	8
FilevYager2	9	2	7	1	10	5	8	3	4	6	6	8

Anexo 5.9 – Situación 9

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	1	3	1	1	3	2	1	2	1	2	2
Media Aritmética	1	3	9	6	4	9	8	2	5	7	7	4
Mediana	1	3	5	5	4	5	6	2	4	6	5	3
Arrow Hurwicz	1	2	4	2	2	4	3	2	3	2	3	3
BUM	1	2	5	5	4	5	6	3	4	6	5	2
Orlike	1	3	11	5	4	11	10	2	8	6	9	7
Andlike	1	3	9	6	4	9	8	2	5	7	7	4
Generalized	1	3	11	5	4	11	10	2	8	6	9	7
Step	1	2	3	3	2	3	4	1	2	4	3	2
Windows	1	3	9	6	4	9	8	2	5	7	7	4
Olympic	1	3	5	5	4	5	6	2	4	6	5	3
Gaussian	1	3	11	6	4	11	10	2	7	8	9	5
EZ1raClase	1	2	7	4	2	7	6	1	3	5	5	3
EZ2daClase	1	3	5	5	4	5	6	2	4	6	5	3
FilevYager1	1	3	11	5	4	11	10	2	7	8	9	6
FilevYager2	1	3	11	5	4	11	10	2	8	6	9	7

Anexo 5.10 – Situación 10

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	2	1	3	1	1	2	1	1	1	1	1	2
Media Aritmética	11	4	9	6	2	5	1	7	7	10	3	8
Mediana	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2
Arrow Hurwicz	2	1	3	1	1	2	1	1	1	1	1	2
BUM	6	6	3	6	4	2	1	6	6	6	3	5
Orlike	10	4	11	5	2	8	1	6	6	7	3	9
Andlike	11	4	9	6	2	5	1	7	7	10	3	8
Generalized	10	4	11	5	2	8	1	6	6	7	3	9
Step	4	1	3	2	1	3	2	3	3	4	2	3
Windows	9	2	8	4	1	6	3	5	5	7	3	6
Olympic	10	5	6	7	2	4	1	9	9	10	3	8
Gaussian	11	4	10	5	2	6	1	7	7	8	3	9
EZ1raClase	6	1	7	2	1	5	2	3	3	4	2	5
EZ2daClase	10	5	6	7	2	4	1	9	9	10	3	8
FilevYager1	10	2	11	5	1	8	3	6	6	7	4	9
FilevYager2	10	4	11	5	2	7	1	6	6	8	3	9

Anexo 5.11 – Situación 11

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	1	3	2	1	2	2	1	1	2	1	1
Media Aritmética	4	9	9	1	1	3	5	2	6	8	7	10
Mediana	3	3	2	1	3	2	2	2	3	3	3	3
Arrow Hurwicz	1	1	3	2	1	2	2	1	1	2	1	1
BUM	6	7	4	1	5	2	4	3	8	7	8	8
Orlike	3	6	12	8	1	9	10	2	4	11	5	7
Andlike	4	7	7	1	1	3	4	2	5	6	6	8
Generalized	3	6	12	8	1	9	10	2	4	11	5	7
Step	2	3	2	1	1	2	1	1	1	2	2	3
Windows	4	7	8	3	1	5	5	2	5	6	6	8
Olympic	6	11	7	1	2	4	5	3	8	9	10	12
Gaussian	5	9	12	3	1	4	6	2	7	10	8	11
EZ1raClase	3	5	6	2	1	4	2	1	1	4	3	5
EZ2daClase	6	11	7	1	2	4	5	3	8	9	10	12
FilevYager1	4	9	12	5	1	8	6	2	3	11	7	10
FilevYager2	4	9	12	3	1	5	7	2	6	11	8	10

Anexo 5.12 – Situación 12

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Mínimo	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Máximo	1	2	1	2	1	1	1	2	3	2	2	1
Media Aritmética	1	2	4	7	1	1	3	5	8	7	4	6
Mediana	2	1	3	3	1	2	3	3	3	3	3	3
Arrow Hurwicz	1	2	1	2	1	1	1	2	3	2	2	1
BUM	2	1	5	4	1	2	3	4	4	4	3	4
Orlike	1	5	3	8	1	1	2	7	9	8	6	4
Andlike	1	2	4	7	1	1	3	5	8	7	4	6
Generalized	1	5	3	8	1	1	2	7	9	8	6	4
Step	1	2	1	3	2	1	2	2	3	3	2	3
Windows	1	3	3	6	2	1	2	4	7	6	3	5
Olympic	1	1	3	5	1	1	2	4	5	5	2	5
Gaussian	1	3	5	9	2	1	4	8	10	9	6	7
EZ1raClase	1	3	1	5	2	1	2	3	6	5	3	4
EZ2daClase	1	1	3	5	1	1	2	4	5	5	2	5
FilevYager1	1	5	3	8	2	1	4	7	9	8	6	6
FilevYager2	2	4	5	9	1	2	3	8	10	9	7	6

Anexo 5.13 – Situación 13

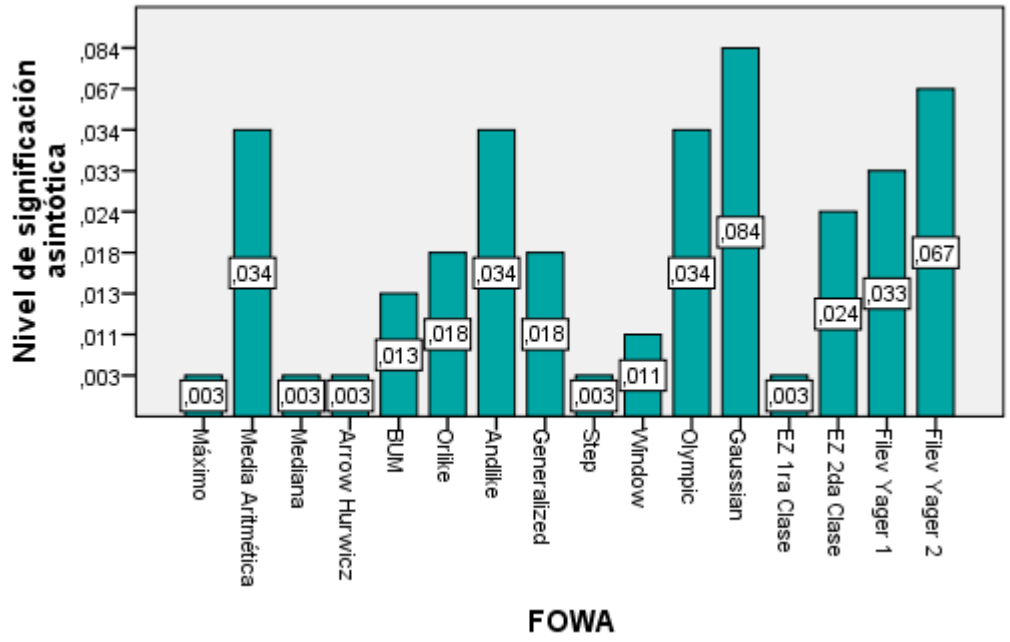
	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	1	2	1	1	3	1	2	1	1	2	1
Media Aritmética	1	6	8	3	2	11	9	10	7	4	10	5
Mediana	1	2	1	1	2	2	2	2	2	1	2	1
Arrow Hurwicz	1	1	2	1	1	3	1	2	1	1	2	1
BUM	1	4	2	1	3	5	5	4	4	2	4	2
Orlike	1	6	9	3	2	11	8	10	7	4	10	5
Andlike	1	6	8	3	2	11	9	10	7	4	10	5
Generalized	1	6	9	3	2	11	8	10	7	4	10	5
Step	1	2	3	2	1	4	3	3	3	2	3	3
Windows	2	3	6	3	1	7	5	6	4	3	6	4
Olympic	1	6	5	3	2	9	8	7	7	4	7	5
Gaussian	1	6	9	3	2	11	8	10	7	4	10	5
EZ1raClase	1	2	4	2	1	5	3	4	3	2	4	3
EZ2daClase	1	6	5	3	2	9	8	7	7	4	7	5
FilevYager1	2	5	9	3	1	11	8	10	7	4	10	6
FilevYager2	1	6	9	2	3	11	8	10	7	4	10	5

Anexo 5.14 – Situación 14

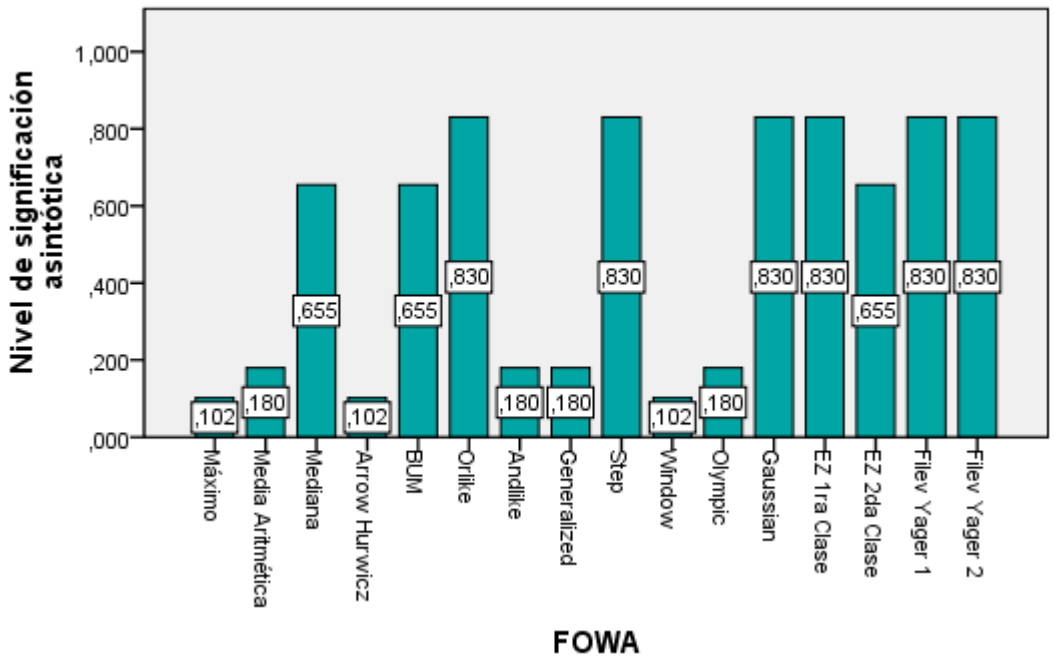
	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	2	1	1	2	1	2	1	1	2	3	3
Media Aritmética	4	7	3	3	2	8	6	1	5	9	10	11
Mediana	3	3	3	3	2	3	2	1	2	3	3	3
Arrow Hurwicz	1	2	1	1	2	1	2	1	1	2	3	3
BUM	5	4	4	4	2	5	3	1	3	5	4	5
Orlike	3	8	2	2	6	5	7	1	4	9	10	11
Andlike	4	7	3	3	2	8	6	1	5	9	10	11
Generalized	3	8	2	2	6	5	7	1	4	9	10	11
Step	1	2	1	1	1	3	2	1	2	3	2	2
Windows	4	6	3	3	2	7	6	1	5	8	9	10
Olympic	4	6	3	3	2	8	5	1	5	8	6	7
Gaussian	4	7	3	3	2	8	6	1	5	9	10	11
EZ1raClase	1	4	1	1	2	4	4	1	3	5	6	6
EZ2daClase	4	6	3	3	2	8	5	1	5	8	6	7
FilevYager1	4	8	2	2	3	6	7	1	5	9	10	11
FilevYager2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Anexo 6 – Prueba de Wilcoxon

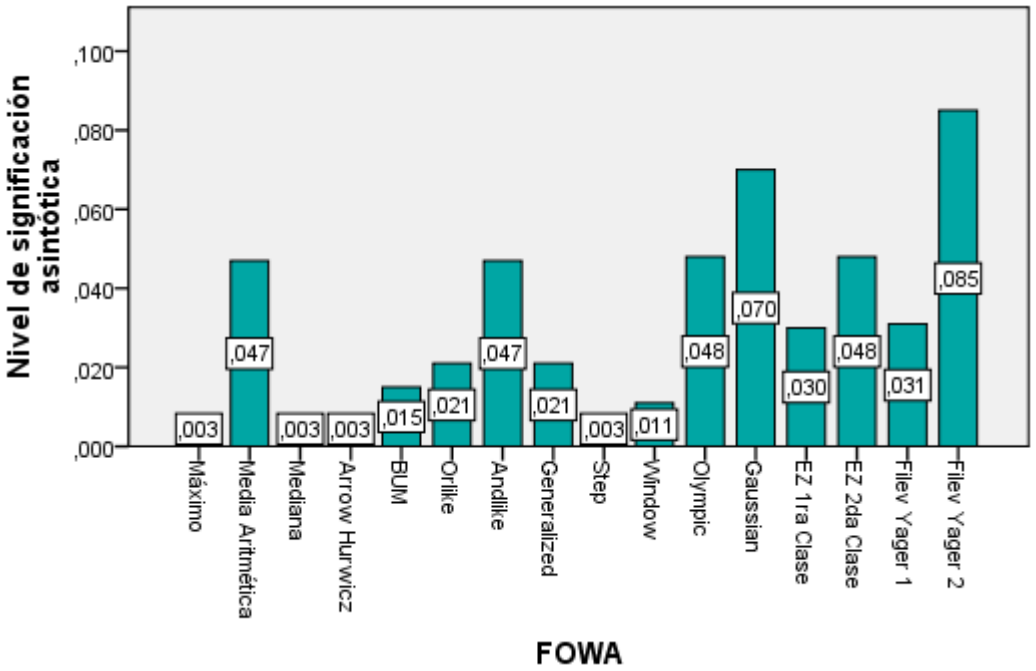
Anexo 6.1 – Situación 1



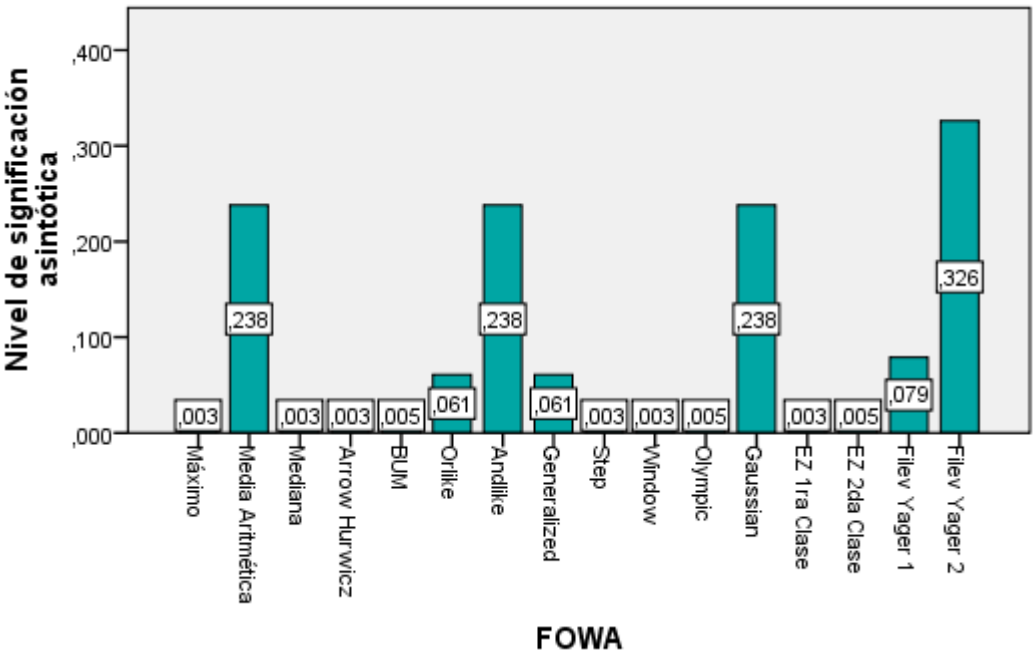
Anexo 6.2 – Situación 2



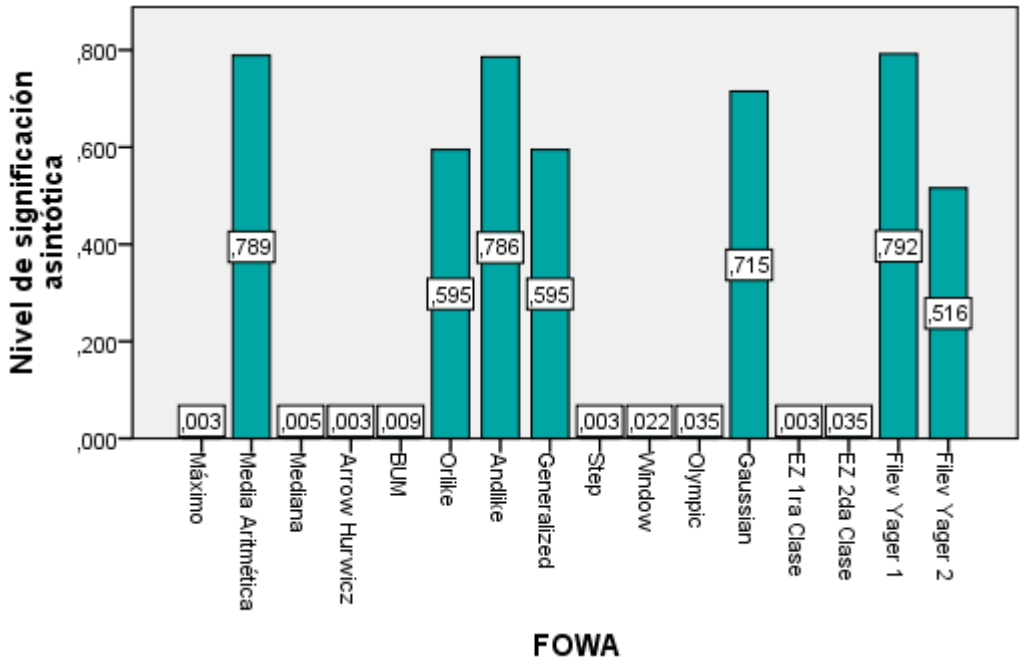
Anexo 6.3 – Situación 3



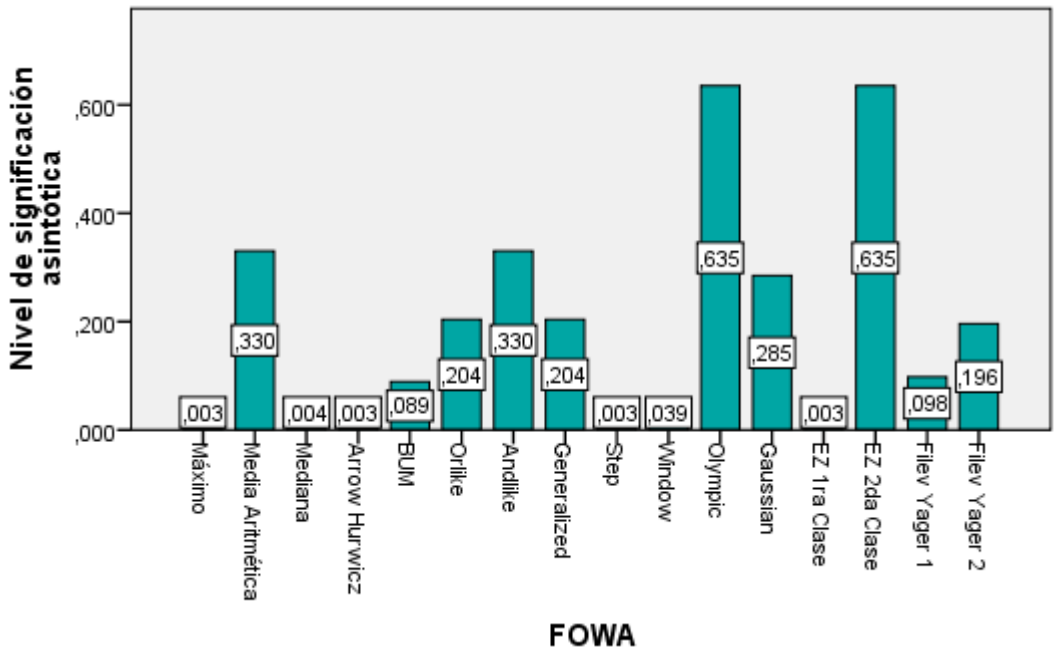
Anexo 6.4 – Situación 4



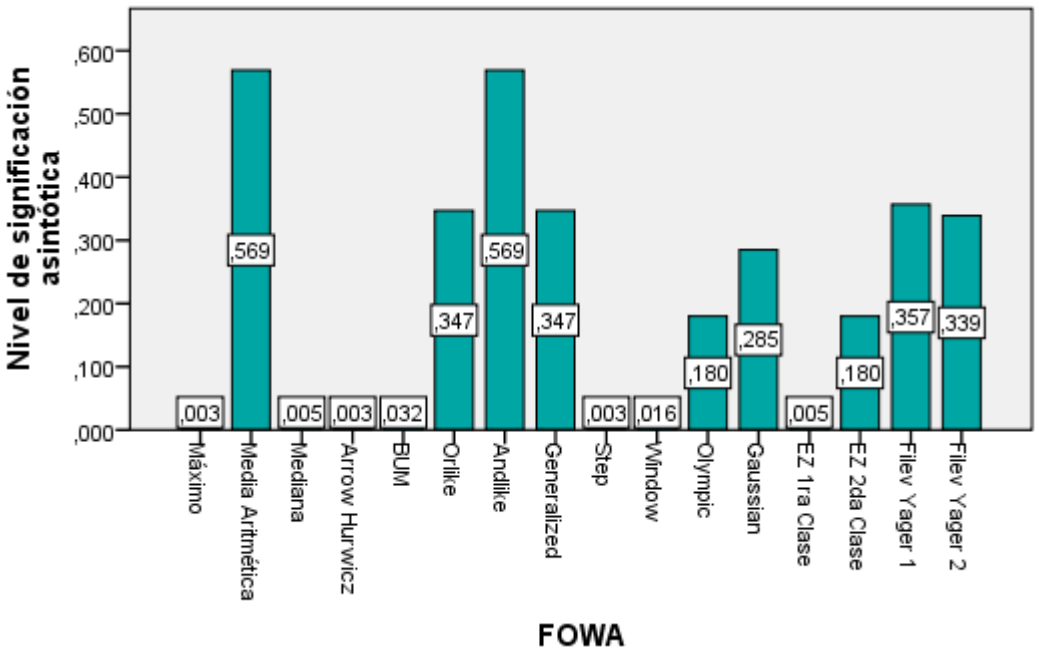
Anexo 6.5 – Situación 5



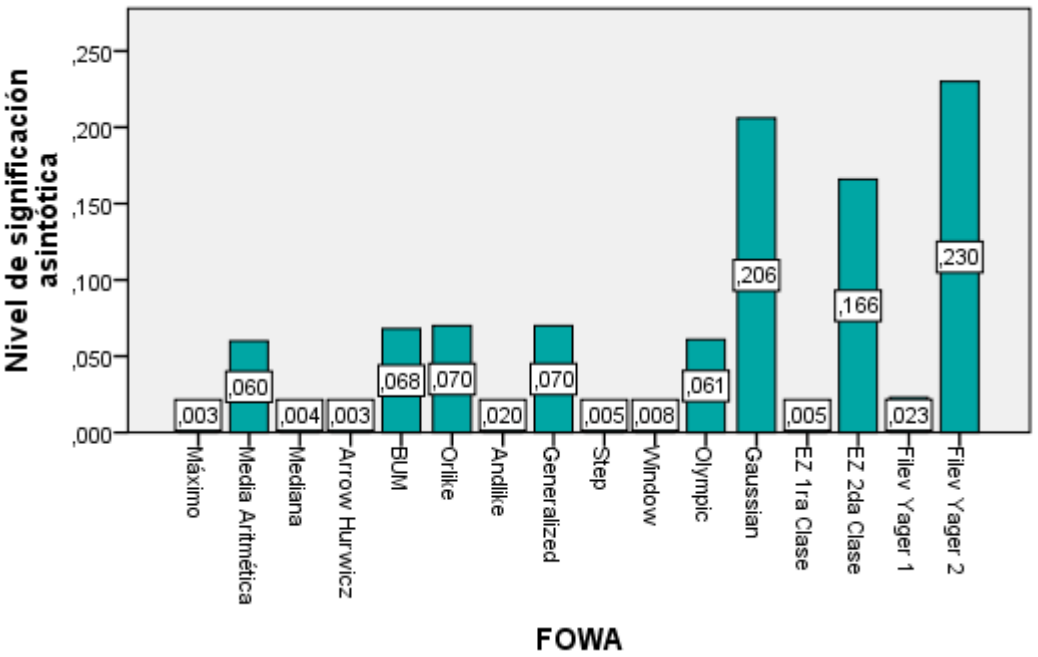
Anexo 6.6 – Situación 6



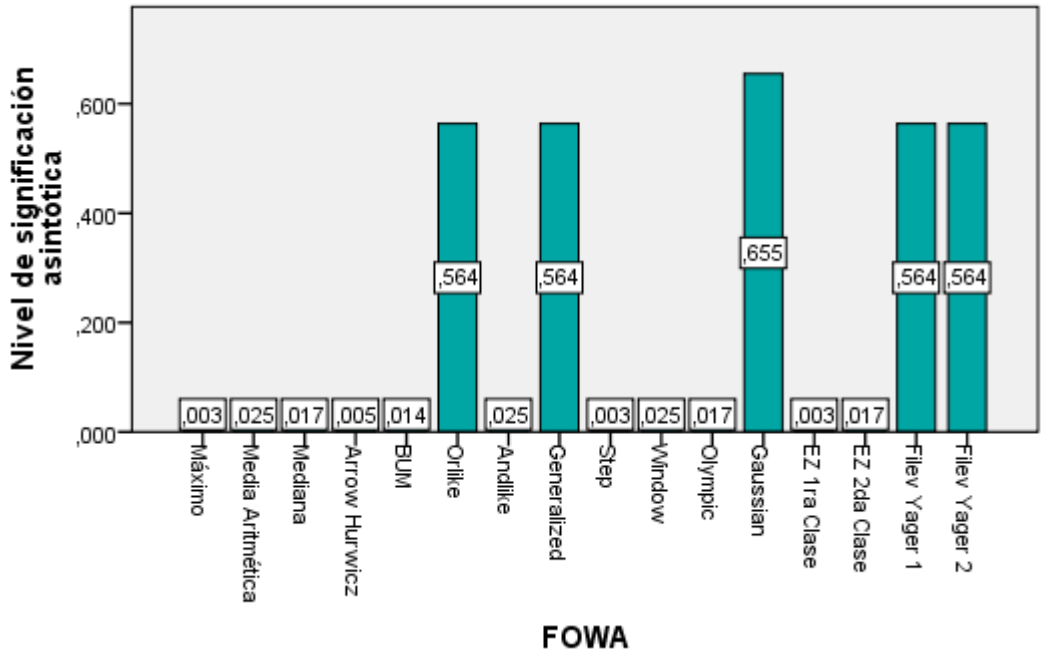
Anexo 6.7 – Situación 7



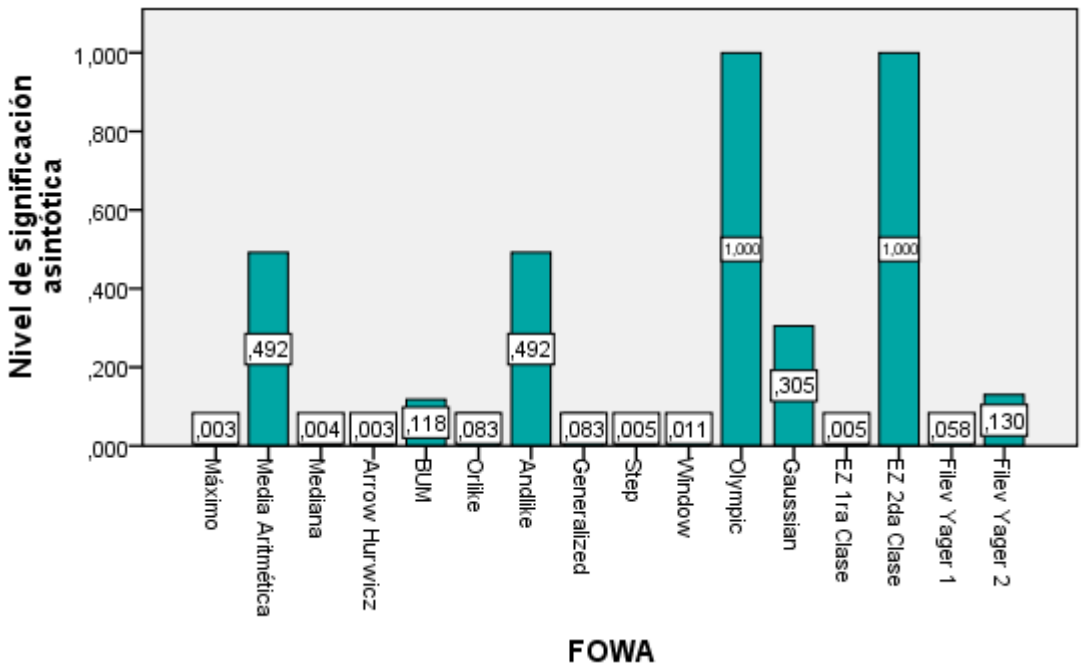
Anexo 6.8 – Situación 8



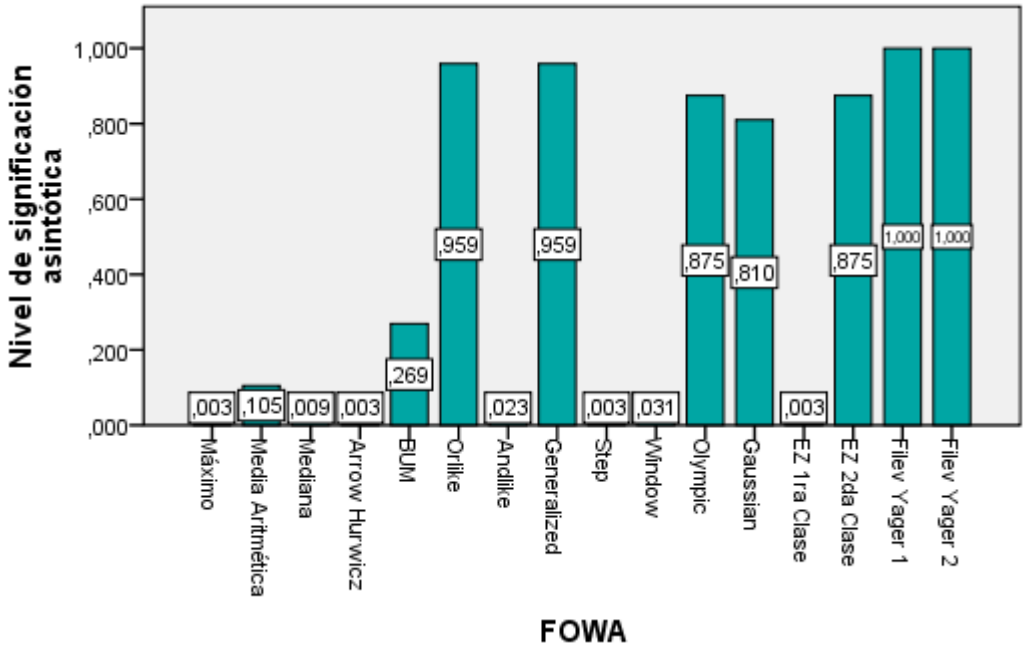
Anexo 6.9 – Situación 9



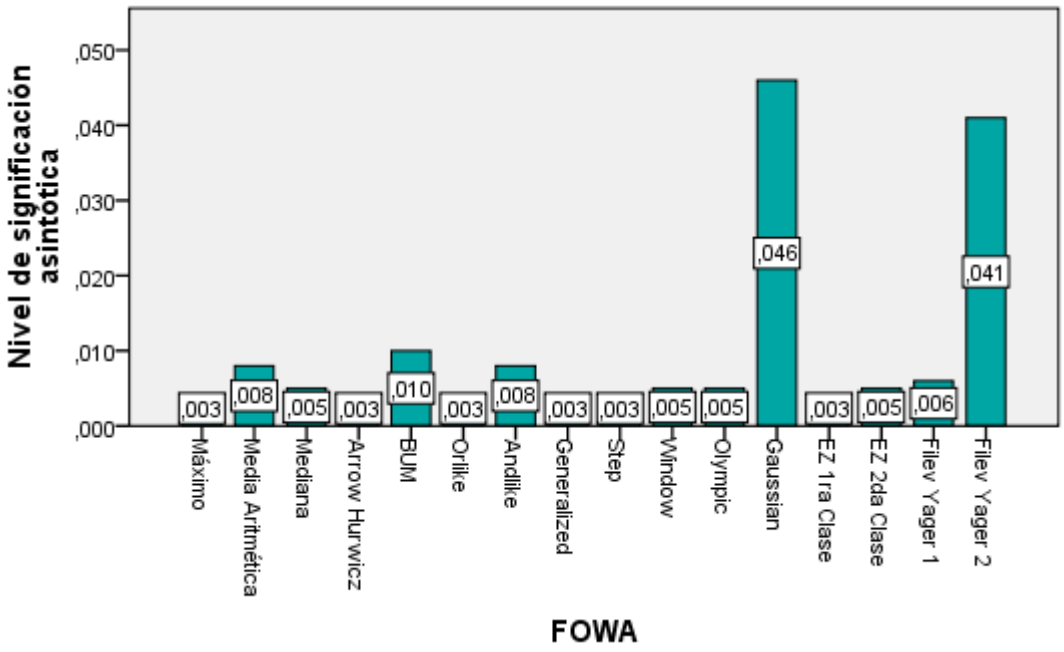
Anexo 6.10 – Situación 10



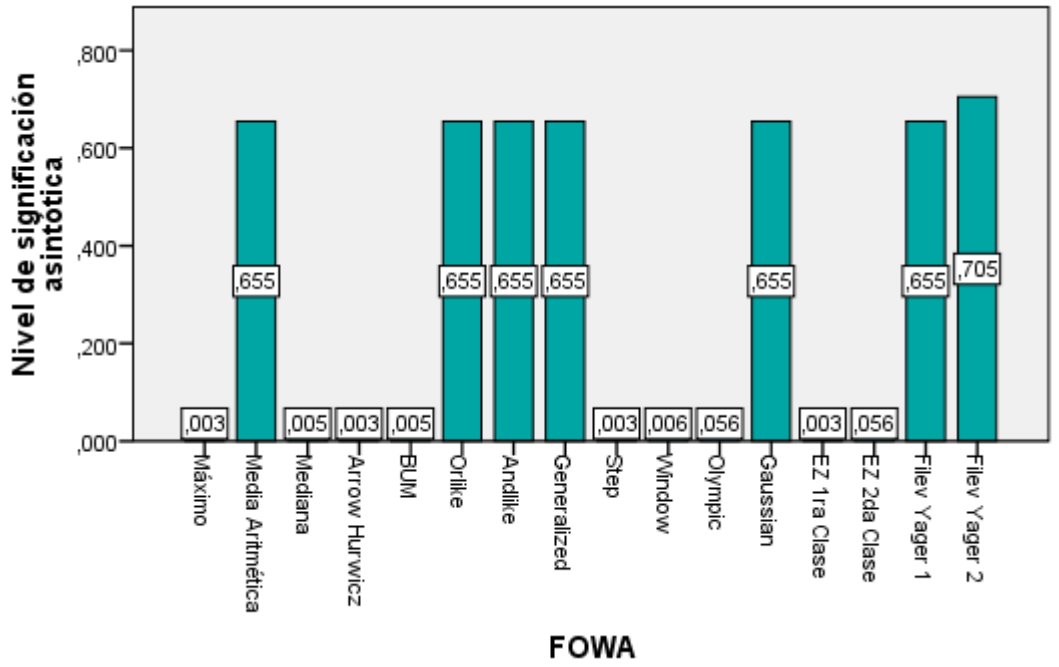
Anexo 6.11 – Situación 11



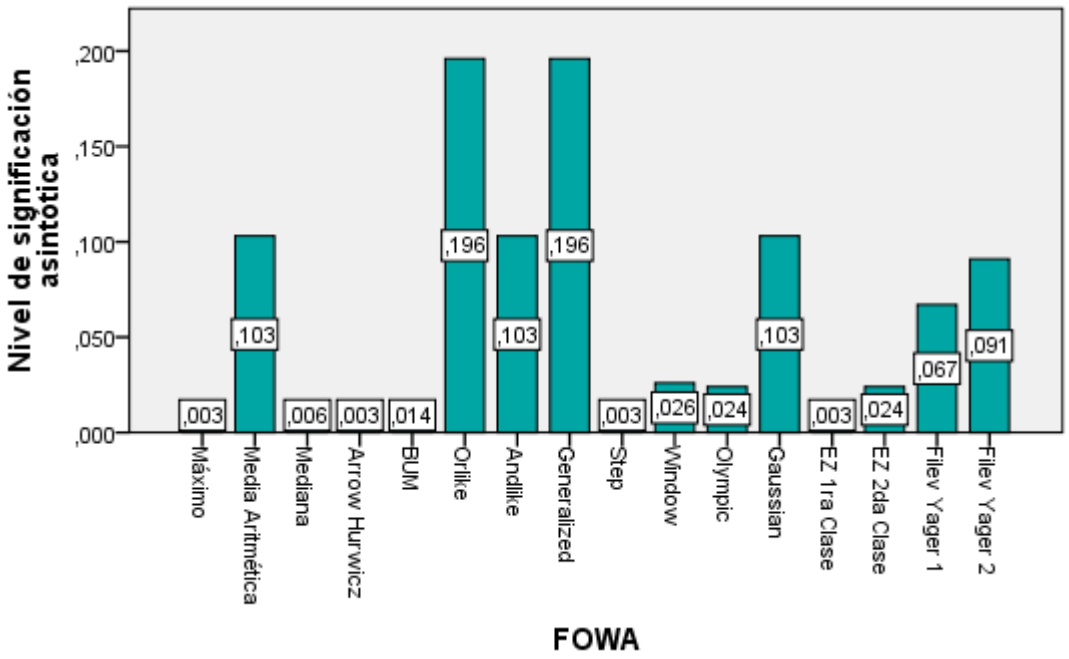
Anexo 6.12 – Situación 12



Anexo 6.13 – Situación 13



Anexo 6.14 – Situación 14



Anexo 7 – Operadores FOWA que presentaron similitud

	SITUACIÓN											
FOWA	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Máximo		X										
Media Aritmética		X		X	X	X	X	X		X	X	
Mediana		X										
Arrow Hurwicz		X										
BUM		X				X		X		X	X	
Orlike		X		X	X	X	X	X	X	X	X	
Andlike		X		X	X	X	X			X		
Generalized		X		X	X	X	X	X	X	X	X	
Step		X										
Windows		X										
Olympic		X				X	X	X		X	X	
Gaussian	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
EZXraClase		X										
EZ2daClase		X				X	X	X		X	X	
FilevYagerX		X		X	X	X	X		X	X	X	
FilevYager2	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Los operadores FOWA que se encuentran marcados con equis (X) significan que presentaron similitud al criterio unificado de usuarios en la situación correspondiente.

Anexo 8 – Rankings establecidos por los operadores FOWA aplicando la etapa de pre procesamiento

Anexo 8.1 – Situación 1

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	1	1	3	1	1	1	2	1	1	1	1
Media Aritmética	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
Mediana	2	2	1	1	2	2	1	1	2	1	1	2
Arrow Hurwicz	1	1	1	3	1	1	1	2	1	1	1	1
BUM	5	5	2	4	5	5	3	3	5	2	3	1
Orlike	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
Andlike	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
Generalized	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
Step	3	1	2	3	2	3	3	3	4	1	3	1
Windows	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
Olympic	8	3	4	7	5	8	6	6	9	2	6	1
Gaussian	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
EZ1raClase	3	1	2	6	2	3	3	5	4	1	3	1
EZ2daClase	8	3	4	7	5	8	6	6	9	2	6	1
FilevYager1	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1
FilevYager2	7	3	4	10	5	7	6	9	8	2	6	1

Anexo 8.2 – Situación 2

	COMPUTADORA			
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**
Máximo	2	1	1	1
Media Aritmética	3	2	1	1
Mediana	1	3	2	2
Arrow Hurwicz	2	1	1	1
BUM	1	3	2	2
Orlike	3	2	1	1
Andlike	3	2	1	1
Generalized	3	2	1	1
Step	1	2	1	1
Windows	3	2	1	1
Olympic	1	3	2	2
Gaussian	3	2	1	1
EZ1raClase	3	2	1	1
EZ2daClase	1	3	2	2
FilevYager1	3	2	1	1
FilevYager2	3	2	1	1

Anexo 8.3 – Situación 3

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	1	1	1	3	1	1	1	2	1	1	1
Media Aritmética	7	3	5	1	10	6	2	7	9	4	6	8
Mediana	2	2	2	2	1	1	1	2	1	1	1	2
Arrow Hurwicz	1	1	1	1	3	1	1	1	2	1	1	1
BUM	5	5	5	1	4	3	2	5	3	2	3	5
Orlike	7	3	5	1	10	6	2	7	9	4	6	8
Andlike	7	3	5	1	10	6	2	7	9	4	6	8
Generalized	7	3	5	1	10	6	2	7	9	4	6	8
Step	3	1	2	1	3	3	1	3	3	2	3	4
Windows	7	3	5	1	10	6	2	7	9	4	6	8
Olympic	8	3	5	1	7	6	2	8	6	4	6	9
Gaussian	7	3	5	1	10	6	2	7	9	4	6	8
EZ1raClase	3	1	2	1	6	3	1	3	5	2	3	4
EZ2daClase	8	3	5	1	7	6	2	8	6	4	6	9
FilevYager1	7	3	5	1	10	6	2	7	9	4	6	8
FilevYager2	7	3	5	1	10	6	2	7	9	4	6	8

Anexo 8.4 – Situación 4

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	1
Media Aritmética	3	7	2	9	2	1	10	4	11	8	5	6
Mediana	1	1	1	1	1	1	2	2	2	1	2	2
Arrow Hurwicz	1	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	1
BUM	3	1	2	3	2	1	4	4	5	2	5	5
Orlike	3	7	2	9	2	1	10	4	11	8	5	6
Andlike	3	7	2	9	2	1	10	4	11	8	5	6
Generalized	3	7	2	9	2	1	10	4	11	8	5	6
Step	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2
Windows	1	4	1	4	1	1	4	1	5	4	2	3
Olympic	3	1	2	3	2	1	4	4	5	2	5	6
Gaussian	3	7	2	9	2	1	10	4	11	8	5	6
EZ1raClase	1	3	1	3	1	1	3	1	3	3	1	2
EZ2daClase	3	1	2	3	2	1	4	4	5	2	5	6
FilevYager1	3	7	2	9	2	1	10	4	11	8	5	6
FilevYager2	3	7	2	9	2	1	10	4	11	8	5	6

Anexo 8.5 – Situación 5

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	3
Media Aritmética	1	5	3	6	7	2	9	4	10	10	8	11
Mediana	3	3	2	3	1	1	3	3	3	3	3	3
Arrow Hurwicz	1	1	1	1	2	1	2	1	2	2	2	3
BUM	2	5	3	5	1	1	5	5	5	5	4	4
Orlike	1	5	3	6	7	2	9	4	10	10	8	11
Andlike	1	5	3	6	7	2	9	4	10	10	8	11
Generalized	1	5	3	6	7	2	9	4	10	10	8	11
Step	1	3	1	4	1	1	1	1	4	4	1	2
Windows	1	4	2	5	6	2	7	3	8	8	6	9
Olympic	1	7	3	8	2	2	5	5	8	8	4	6
Gaussian	1	5	3	6	7	2	9	4	10	10	8	11
EZ1raClase	1	2	1	3	4	1	4	1	5	5	4	6
EZ2daClase	1	7	3	8	2	2	5	5	8	8	4	6
FilevYager1	1	5	3	6	7	2	9	4	10	10	8	11
FilevYager2	1	5	3	6	7	2	9	4	10	10	8	11

Anexo 8.6 – Situación 6

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	2	1	1	1	2	1	3	2	1	1	1	1
Media Aritmética	8	6	7	1	10	6	11	9	3	5	4	2
Mediana	1	2	2	2	2	2	1	2	2	2	1	1
Arrow Hurwicz	2	1	1	1	2	1	3	2	1	1	1	1
BUM	3	6	6	2	6	6	4	5	6	6	1	4
Orlike	8	6	7	1	10	6	11	9	3	5	4	2
Andlike	8	6	7	1	10	6	11	9	3	5	4	2
Generalized	8	6	7	1	10	6	11	9	3	5	4	2
Step	3	3	4	1	4	3	3	3	1	2	2	1
Windows	8	6	7	1	9	6	10	8	3	5	4	2
Olympic	6	9	10	1	10	9	7	8	3	5	4	2
Gaussian	8	6	7	1	10	6	11	9	3	5	4	2
EZ1raClase	5	3	4	1	6	3	7	5	1	2	2	1
EZ2daClase	6	9	10	1	10	9	7	8	3	5	4	2
FilevYager1	8	6	7	1	10	6	11	9	3	5	4	2
FilevYager2	8	6	7	1	10	6	11	9	3	5	4	2

Anexo 8.7 – Situación 7

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	2	1	3	1	2	1	2	1	3	2	2	2
Media Aritmética	6	1	10	3	9	4	8	2	11	7	7	5
Mediana	1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1
Arrow Hurwicz	2	1	3	1	2	1	2	1	3	2	2	2
BUM	1	4	2	5	5	5	5	5	4	4	4	3
Orlike	6	1	10	3	9	4	8	2	11	7	7	5
Andlike	6	1	10	3	9	4	8	2	11	7	7	5
Generalized	6	1	10	3	9	4	8	2	11	7	7	5
Step	2	1	2	2	3	3	2	1	2	2	2	1
Windows	6	1	9	3	8	4	7	2	9	6	6	5
Olympic	4	2	5	7	8	8	7	3	6	6	6	1
Gaussian	6	1	10	3	9	4	8	2	11	7	7	5
EZ1raClase	5	1	7	2	6	3	5	1	7	5	5	4
EZ2daClase	4	2	5	7	8	8	7	3	6	6	6	1
FilevYager1	6	1	10	3	9	4	8	2	11	7	7	5
FilevYager2	6	1	10	3	9	4	8	2	11	7	7	5

Anexo 8.8 – Situación 8

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	3	1	2	1	2	1	1	2	1	1	1	1
Media Aritmética	10	5	8	3	9	2	6	7	1	4	4	6
Mediana	1	1	2	1	2	2	2	1	2	2	2	2
Arrow Hurwicz	3	1	2	1	2	1	1	2	1	1	1	1
BUM	4	2	5	1	6	6	6	2	3	6	6	6
Orlike	10	5	8	3	9	2	6	7	1	4	4	6
Andlike	10	5	8	3	9	2	6	7	1	4	4	6
Generalized	10	5	8	3	9	2	6	7	1	4	4	6
Step	3	3	3	2	4	1	4	3	1	2	2	4
Windows	9	5	7	3	8	2	6	7	1	4	4	6
Olympic	6	5	7	3	8	2	8	5	1	4	4	8
Gaussian	10	5	8	3	9	2	6	7	1	4	4	6
EZ1raClase	7	3	5	2	6	1	4	5	1	2	2	4
EZ2daClase	6	5	7	3	8	2	8	5	1	4	4	8
FilevYager1	10	5	8	3	9	2	6	7	1	4	4	6
FilevYager2	10	5	8	3	9	2	6	7	1	4	4	6

Anexo 8.9 – Situación 9

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	1	3	1	1	3	2	1	2	1	2	2
Media Aritmética	1	3	11	5	4	11	10	2	8	6	9	7
Mediana	1	3	5	5	4	5	6	2	4	6	5	3
Arrow Hurwicz	1	2	4	2	2	4	3	2	3	2	3	3
BUM	1	3	5	5	4	5	6	2	4	6	5	3
Orlike	1	3	11	5	4	11	10	2	8	6	9	7
Andlike	1	3	11	5	4	11	10	2	8	6	9	7
Generalized	1	3	11	5	4	11	10	2	8	6	9	7
Step	1	2	3	3	2	3	4	1	2	4	3	2
Windows	1	3	11	5	4	11	10	2	8	6	9	7
Olympic	1	3	5	5	4	5	6	2	4	6	5	3
Gaussian	1	3	11	5	4	11	10	2	8	6	9	7
EZ1raClase	1	2	8	3	2	8	7	1	5	4	6	5
EZ2daClase	1	3	5	5	4	5	6	2	4	6	5	3
FilevYager1	1	3	11	5	4	11	10	2	8	6	9	7
FilevYager2	1	3	11	5	4	11	10	2	8	6	9	7

Anexo 8.10 – Situación 10

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	2	1	3	1	1	2	1	1	1	1	1	2
Media Aritmética	10	2	11	5	1	8	3	6	6	7	4	9
Mediana	2	2	1	2	2	1	1	2	2	2	1	2
Arrow Hurwicz	2	1	3	1	1	2	1	1	1	1	1	2
BUM	6	6	4	6	2	3	1	6	6	6	4	5
Orlike	10	2	11	5	1	8	3	6	6	7	4	9
Andlike	10	2	11	5	1	8	3	6	6	7	4	9
Generalized	10	2	11	5	1	8	3	6	6	7	4	9
Step	4	1	3	2	1	3	2	3	3	4	2	3
Windows	8	2	9	4	1	7	3	5	5	6	3	7
Olympic	10	2	7	5	1	6	3	9	9	10	4	8
Gaussian	10	2	11	5	1	8	3	6	6	7	4	9
EZ1raClase	6	1	7	2	1	5	2	3	3	4	2	5
EZ2daClase	10	2	7	5	1	6	3	9	9	10	4	8
FilevYager1	10	2	11	5	1	8	3	6	6	7	4	9
FilevYager2	10	2	11	5	1	8	3	6	6	7	4	9

Anexo 8.11 – Situación 11

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	1	3	2	1	2	2	1	1	2	1	1
Media Aritmética	4	6	12	8	1	10	9	2	3	11	5	7
Mediana	3	3	2	1	3	2	2	2	3	3	3	3
Arrow Hurwicz	1	1	3	2	1	2	2	1	1	2	1	1
BUM	5	7	6	2	1	3	6	4	8	7	8	8
Orlike	4	6	12	8	1	10	9	2	3	11	5	7
Andlike	4	6	12	8	1	10	9	2	3	11	5	7
Generalized	4	6	12	8	1	10	9	2	3	11	5	7
Step	2	3	2	1	1	2	1	1	1	2	2	3
Windows	4	6	12	8	1	10	9	2	3	11	5	7
Olympic	7	11	8	2	1	6	4	3	5	9	10	12
Gaussian	4	6	12	8	1	10	9	2	3	11	5	7
EZ1raClase	2	3	6	4	1	5	4	1	1	5	2	3
EZ2daClase	7	11	8	2	1	6	4	3	5	9	10	12
FilevYager1	4	6	12	8	1	10	9	2	3	11	5	7
FilevYager2	4	6	12	8	1	10	9	2	3	11	5	7

Anexo 8.12 – Situación 12

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Mínimo	1	2	1	2	1	1	1	2	3	2	2	1
Máximo	1	6	2	9	3	1	4	8	10	9	7	5
Media Aritmética	2	1	3	3	1	2	3	3	3	3	3	3
Mediana	1	2	1	2	1	1	1	2	3	2	2	1
Arrow Hurwicz	2	1	5	4	1	2	3	4	4	4	3	4
BUM	1	6	2	9	3	1	4	8	10	9	7	5
Orlike	1	6	2	9	3	1	4	8	10	9	7	5
Andlike	1	6	2	9	3	1	4	8	10	9	7	5
Generalized	1	2	1	3	2	1	2	2	3	3	2	3
Step	1	5	2	7	3	1	3	6	8	7	5	4
Windows	1	3	2	6	3	1	4	5	6	6	4	6
Olympic	1	6	2	9	3	1	4	8	10	9	7	5
Gaussian	1	4	1	5	2	1	2	4	6	5	4	3
EZ1raClase	1	3	2	6	3	1	4	5	6	6	4	6
EZ2daClase	1	6	2	9	3	1	4	8	10	9	7	5
FilevYager1	1	6	2	9	3	1	4	8	10	9	7	5
FilevYager2	1	2	1	2	1	1	1	2	3	2	2	1

Anexo 8.13 – Situación 13

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	1	2	1	1	3	1	2	1	1	2	1
Media Aritmética	2	5	9	3	1	11	8	10	7	4	10	6
Mediana	1	2	1	1	2	2	2	2	2	1	2	1
Arrow Hurwicz	1	1	2	1	1	3	1	2	1	1	2	1
BUM	1	4	3	1	2	5	5	4	4	3	4	3
Orlike	2	5	9	3	1	11	8	10	7	4	10	6
Andlike	2	5	9	3	1	11	8	10	7	4	10	6
Generalized	2	5	9	3	1	11	8	10	7	4	10	6
Step	1	2	3	2	1	4	3	3	3	2	3	3
Windows	2	3	6	3	1	7	5	6	4	3	6	4
Olympic	2	5	6	3	1	9	8	7	7	4	7	6
Gaussian	2	5	9	3	1	11	8	10	7	4	10	6
EZ1raClase	1	2	4	2	1	5	3	4	3	2	4	3
EZ2daClase	2	5	6	3	1	9	8	7	7	4	7	6
FilevYager1	2	5	9	3	1	11	8	10	7	4	10	6
FilevYager2	2	5	9	3	1	11	8	10	7	4	10	6

Anexo 8.14 – Situación 14

	COMPUTADORA											
FOWA	**C1**	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**	**C8**	**C9**	**C10**	**C11**	**C12**
Máximo	1	2	1	1	2	1	2	1	1	2	3	3
Media Aritmética	3	8	2	2	6	5	7	1	4	9	10	11
Mediana	3	3	3	3	2	3	2	1	2	3	3	3
Arrow Hurwicz	1	2	1	1	2	1	2	1	1	2	3	3
BUM	5	4	4	4	2	5	3	1	3	5	4	5
Orlike	3	8	2	2	6	5	7	1	4	9	10	11
Andlike	3	8	2	2	6	5	7	1	4	9	10	11
Generalized	3	8	2	2	6	5	7	1	4	9	10	11
Step	1	2	1	1	1	3	2	1	2	3	2	2
Windows	3	7	2	2	6	5	7	1	4	8	9	10
Olympic	4	6	3	3	2	8	5	1	5	8	6	7
Gaussian	3	8	2	2	6	5	7	1	4	9	10	11
EZ1raClase	1	5	1	1	4	3	5	1	2	6	7	7
EZ2daClase	4	6	3	3	2	8	5	1	5	8	6	7
FilevYager1	3	8	2	2	6	5	7	1	4	9	10	11
FilevYager2	3	8	2	2	6	5	7	1	4	9	10	11