EL DESARROLLO DE LAS HABILIDADES ESPACIALES, DESDE LA MATEMÁTICA SUPERIOR, EN LOS ESTUDIANTES DE INGENIERÍA MECÁNICA.

Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas

Yohanna de la Caridad Morales Díaz

Cienfuegos

2014

EL DESARROLLO DE LAS HABILIDADES ESPACIALES, DESDE LA MATEMÁTICA SUPERIOR, EN LOS ESTUDIANTES DE INGENIERÍA MECÁNICA.

Tesis Presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas

Autor (a): MSc. Yohanna de la Caridad Morales Díaz

Tutor (a): Dra.C María de Lourdes Bravo Estévez.

Cienfuegos

2014

A mis padres, Marta e Ignacio por darme la semilla para cultivar mi vida.

A mi hermano por estar siempre orgulloso de mis actos.

A mi niña y mi esposo por su apoyo y comprensión.

A mis amigos Domingo y Teté por estar conmigo a pesar de todo.

A mi tutora Lourdes por acompañarme en cada paso de esta obra.

A la Universidad Carlos Rafael Rodríguez por ayudarme a escalar cada peldaño de mi vida profesional.

Al CEDDES, por aceptarme, conducirme, apoyarme y formarme.

A la Escuela de Doctores por existir, y mantener su misión bajo cualquier circunstancia.

A mis eternos profesores Nancy Hermida, Jorge L. Quintana, Teresita Sánchez, Roberto Suárez, Eloy Arteaga y Longino Muñoz por hacer de mí un profesional de la Educación.

A las personas que a diario han ofrecido la mano amiga, el abrazo y aliento necesarios, la respuesta oportuna, el hombro como sostén para no permitirme caer.

*A todos, GRACIAS***.**

A Juan Castellanos Álvarez…

SÍNTESIS

Dado el alcance y el ritmo de las transformaciones de la Educación Superior, la investigación forma hoy en día parte fundamental del desarrollo cultural, socioeconómico y ecológicamente sostenible de los individuos, las comunidades y las naciones. Desde esta perspectiva se diseña una estrategia didáctica encaminada al desarrollo de las habilidades espaciales desde la relación que se establece entre los componentes de estas habilidades y las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos de la disciplina Matemática Superior. En la tesis se aportan los fundamentos teóricos para el desarrollo de las habilidades espaciales: visualización y relaciones espaciales y la formación de las imágenes mentales; además las acciones y operaciones de la estrategia didáctica, así como las indicaciones metodológicas para su aplicación. La investigación se desarrolló con un enfoque dialéctico materialista, asumiéndose un paradigma cuantitativo expresado en el conjunto de métodos, técnicas y procedimientos empleados. La aplicación de los diferentes instrumentos permitió la validación tanto de los fundamentos teóricos expuestos como la viabilidad de la aplicación de la estrategia didáctica para los estudiantes de primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica de la Universidad "Carlos Rafael Rodríguez" de Cienfuegos. Dicha estrategia facilitó, al profesor, herramientas para dirigir el proceso de desarrollo de habilidades espaciales desde la concepción del vínculo de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos y los componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales; y al alumno le proporcionó las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos identificados. Todo en aras de la formación del profesional que necesita la empresa contemporánea.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN……...…1

CAPITULO I. FUNDAMENTOS DEL DESARROLLO DE LAS HABILIDADES ESPACIALES EN LOS ESTUDIANTES DE INGENIERÍA MECÁNICA 12

1.1 La enseñanza de la ingeniería y su expresión en la formación del ingeniero mecánico en Cuba..... 12

1.1.1 Características de la formación de los ingenieros mecánicos en Cuba 15

1.1.2 La enseñanza de la Matemática en la formación de los ingenieros mecánicos..... 17

1.2 Formación y desarrollo de habilidades..... 20

1.2.1 La teoría de la actividad..... 23

1.2.2 La teoría de la formación por etapas de las acciones mentales 25

1.2.3 Los procedimientos de la actividad cognoscitiva..... 29

1.3 Las habilidades espaciales..... 33

1.3.1 Los componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales..... 37

1.3.2 Las habilidades espaciales y el razonamiento mecánico en los estudiantes de Ingeniería Mecánica..... 43

1.4 Conclusiones del Capítulo I..... 46

CAPITULO II. ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE LAS HABILIDADES ESPACIALES EN LOS ESTUDIANTES DE INGENIERÍA MECÁNICA..... 48

2.1 El proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina Matemática Superior en la carrera de Ingeniería Mecánica 48

2.1.1 Los procedimientos geométricos desde la disciplina Matemática Superior en el primer año de Ingeniería Mecánica..... 49

2.1.2 Acciones y operaciones de los procedimientos geométricos..... 52

2.2 Estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes de Ingeniería Mecánica 56

2.2.1 Fundamentos filosóficos, psicológicos y didácticos de la estrategia didáctica, en el marco de la enseñanza de la Matemática..... 58

2.3 Diseño de la estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes de Ingeniería Mecánica 62

2.3.1 Etapas que conforman la estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades espaciales 65

2.3.1.1 Etapa de Diagnóstico 65

2.3.1.2 Etapa de Planeación 68

2.3.1.3 Etapa de Ejecución 72

2.3.1.4 Etapa de Evaluación 81

2.4 Indicaciones metodológicas para la aplicación de la estrategia didáctica 82

2.5 Conclusiones del Capítulo II 85

CAPÍTULO III. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS DEL DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE LA ESTRATEGIA DIDÁCTICA EN LOS ESTUDIANTES DE PRIMER AÑO DE LA CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA 86

3.1 Criterios de rigor y calidad de la investigación 87

3.2 Descripción de los individuos que intervienen en la investigación 89

3.3 Validación de los sustentos teóricos de la estrategia didáctica por la aplicación del Método Analítico Jerárquico 92

3.4 Discusión de los resultados de los instrumentos aplicados desde la disciplina Matemática Superior en el primer año de la carrera 99

3.4.1 Regularidades de la observación a clases 100

3.4.2 Análisis de los resultados obtenidos en la aplicación de los procedimientos geométricos…. 101

3.4.2.1 Resultados de la aplicación del cuasiexperimento para las acciones del procedimiento geométrico, “representar un sólido dada su expresión analítica” 104

3.4.2.2 Análisis descriptivo de la aplicación del procedimiento geométrico, “determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica” 108

3.4.3 Criterios de los alumnos sobre la implementación de la estrategia 109

3.5 Conclusiones del Capítulo III 115

CONCLUSIONES 117

RECOMENDACIONES 118

BIBLIOGRAFÍA… 119

INTRODUCCIÓN

"*Cuanto más tiempo se dediquen al estudio de lo concreto,*
cuanto más tiempo empleen en la observación,
tanto mejor pasarán entonces,
a la comprensión de las formas abstractas".
Jean Piaget

La sociedad de hoy requiere de una universidad nueva que permita la formación de un profesional con una alta capacidad y con vastos conocimientos que lo ubiquen ventajosamente ante ella, revirtiéndose en los modos de actuación más generales de su profesión. Deben ser profesionales "…que pongan en práctica todos los conocimientos y habilidades adquiridos y desarrollados durante todos los años en que fueron estudiantes universitarios. Sean portadores de los avances de la ciencia dondequiera que estén…", (Vecino, 2000:3). Esta formación debe sustentarse en programas de perfil amplio y en estrecha relación con las demandas que impone la sociedad. Precisamente a la creación de esta universidad se han dedicado no pocos esfuerzos por parte de la Revolución. Martí, uno de los más relevantes pensadores cubanos, planteó que se necesitaba "… un programa nuevo de educación, que empiece en la escuela de primeras letras y acabe en la Universidad brillante, útil en acuerdo con los tiempos, estado y aspiraciones en países en que se enseña…" (Martí, 1883: 298).

El desarrollo alcanzado por la humanidad exige de la formación cada vez más efectiva de los graduados universitarios y en particular de los ingenieros. Estos, según Cañedo (2004:6), "... investigan, proyectan, construyen, mantienen y controlan el funcionamiento de las máquinas, equipos e instalaciones de diversas esferas de la industria…", poniendo al servicio de la sociedad el desarrollo de la ciencia y la tecnología, teniendo en cuenta la racionalidad económica, la optimización de los recursos de todo tipo y preservando el medio ambiente. Para tales empeños:

"*...los ingenieros están destinados a evolucionar en un mundo de complejidad creciente y cada vez más incierto; sin embargo deben llevar a cabo sus proyectos con la mayor eficacia,…no solo tienen que demostrar que son capaces de adaptarse a la sociedad en la cual van a*

trabajar, sino que también deben poder usar con gran maestría las nuevas herramientas tecnológicas puestas a su disposición... ", (Dujet, 2007:2).

Las herramientas tecnológicas, según el autor anterior, se basan en nuevas y emergentes teorías matemáticas demostrando su aplicabilidad, para producir herramientas (programas de simulación), o métodos (de apoyo en la decisión) apropiados y fructíferos, para proporcionar respuestas, en un determinado nivel de complejidad e incertidumbre en el cual se vive actualmente.

El rápido desarrollo de la ciencia y la tecnología, los actuales métodos y procedimientos de enseñanza basados en la resolución de problemas, en hacer del estudiante el centro de la actividad cognoscitiva y el uso de estrategias de interacción grupal, exigen cambios en la concepción del proceso de enseñanza-aprendizaje de la ingeniería, con vistas a que los egresados estén preparados para competir y tengan éxito en su desempeño profesional. De aquí que el aprendizaje basado en la formación de habilidades constituye un paradigma a emplear para tal empeño.

En un informe presentado por la Asociación Colombiana de Facultades de Ingeniería (ACOFI), se realiza un análisis sobre los programas de pregrado en ingeniería de diversos países. En particular para Mecánica, declaran como fundamental el estudio de los materiales de ingeniería, temas que se complementan con el estudio de otras ciencias básicas como la electricidad, la informática, las ciencias naturales y las matemáticas. (ACOFI, 2005)

La Asociación Americana de Ingenieros Mecánicos (ASME), ha publicado un documento que contiene una visión del futuro de la enseñanza de la Ingeniería Mecánica. En él, se reafirman las bases de esta carrera: la mecánica y termodinámica; pero se reconoce que la Ingeniería Mecánica del futuro se dirige a las preocupaciones de la sociedad a través del análisis, el diseño y la manufactura de sistemas. Y que la misma debe abordar las nuevas tecnologías (ciencias de la vida y aplicaciones a escala nano y micro) desde sus principios clásicos. (ASME, 2004)

Ambas asociaciones reconocen la existencia de un núcleo común en la formación de los ingenieros mecánicos a nivel internacional, el cual se basa en formar profesionales capaces de utilizar la mecánica, la termodinámica y los fluidos en el diseño y construcción de máquinas que permitan aprovechar la energía para ejecutar movimientos, manejar cargas, transferir potencia y fabricar toda clase de productos. Además se propone que la enseñanza de la ingeniería debe enfocarse en el logro de cursos más eficientes, interesantes y atractivos, manteniendo un rigor adecuado.

La carrera de Ingeniería Mecánica en Cuba, establece la formación de ingenieros identificados con el proyecto social cubano, garantiza la superación continua de profesionales de esta rama, desarrolla

investigaciones y presta servicios científico-técnicos con la calidad de primer nivel en la Educación Superior Cubana, contribuyendo al desarrollo científico y tecnológico, así como a la transformación y perfeccionamiento de la sociedad.

En cuanto al Modelo del Profesional (Ministerio de Educación Superior, 2007), se analiza que para dar respuesta al encargo social del ingeniero mecánico, se define un sistema de objetivos entre los cuales están:

- *Participar en los procesos de transferencia de tecnología e insertarse en el desarrollo de la ciencia y la tecnología, a partir de una amplia formación en las ciencias naturales, las matemáticas, la informática, las ciencias sociales, las ciencias de la ingeniería y su auto superación.*
- *Diseñar partes y piezas de máquinas, redes técnicas, procesos tecnológicos para dar respuesta a las necesidades del mantenimiento, que le permitan la utilización adecuada de las máquinas, equipos e instalaciones a su cargo.* (Ministerio de Educación Superior, 2007:7)

En el referido documento se observa que el ingeniero mecánico en el desarrollo de su actividad profesional y según las esferas de actuación desempeña, entre otras, las siguientes funciones:

- *Diseñar elementos de máquinas, redes técnicas y procesos tecnológicos para la producción y el reacondicionamiento de piezas en pequeña escala.*
- *Diseñar sistemas afines con la profesión, a partir de la selección de los componentes comerciales apropiados y una adecuada integración sistémica, entre otras.*

En los objetivos y funciones citadas, se puede apreciar que es muy importante para el egresado de la carrera de Ingeniería Mecánica, diseñar partes y piezas de máquinas y es desde la disciplina Matemática Superior, las asignaturas Geometría Descriptiva y Dibujo Mecánico, entre otras del currículo, que lograrán este propósito.

La disciplina Matemática Superior permite la utilización de distintos métodos analíticos, desarrollando un pensamiento lógico y algorítmico, así como la solución de problemas que reflejan relaciones cuantitativas y espaciales. Las asignaturas Geometría Descriptiva y Dibujo Mecánico por su parte, contribuyen la formación de la expresión gráfica en el futuro ingeniero. Todas contribuyen a fomentar el razonamiento mecánico para entender principios mecánicos básicos con los que operan las máquinas, herramientas y otros objetos, permitiendo posteriormente la operación y reparación de instrumentos y mecanismos complejos.

Tanto en la Matemática Superior como en el Dibujo Mecánico y la Geometría Descriptiva, está presente el desarrollo de habilidades, entre ellas las espaciales, muy importantes para el diseño posterior de una pieza o partes de ella; aunque se debe apuntar que es desde las enseñanzas, primaria, media y media superior, que comienza el proceso de formación de dichas habilidades.

Al respecto, en directrices elaboradas por el National Council of Teacher of Mathematics, los principios y estándares recomiendan que los programas de enseñanza de la Matemática deben capacitar a todos los estudiantes para: analizar las características y propiedades de figuras geométricas de dos y tres dimensiones y desarrollar razonamientos matemáticos sobre relaciones geométricas, localizar y describir relaciones espaciales mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación. Y utilizar la visualización, el razonamiento matemático y la modelización geométrica para resolver problemas (NCTM, 2000).

Numerosos son los estudios realizados sobre el tema de las habilidades. En lo que respecta a su formación y desarrollo, cabe mencionar a Savin (1976), Petrovski (1976), Danilov y Skatkin (1978), Müller (1984), Brito (1990), Talízina (1992,1988), Carroll (1993), Álvarez (1999), Portuondo y otros (2005) y Mulet (2006), quienes se enfocan en el estudio de las habilidades generales a partir de la teoría de la actividad y la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales. En el campo de la Matemática se destacan, entre otros Krutetskii (1976,1969), Jungk (1988), Ferrer (2000), Bravo (2002), Montes de Oca (2002), Rebollar y Ferrer (2009) y León (2011).

Según la bibliografía revisada, existen varias opiniones cuando se establece la definición y los componentes de las habilidades espaciales, entre las más importantes se destacan las realizadas por McGee (1979), Linn y Petersen (1985), Del Grande (1990), Clements y Battista (1992), Carroll (1993), Gorgorió (1995), Hegarty y Kozhevnikov (1999), Alias y Gray (2002), Olkun (2003), Lara (2004), Vélez y otros (2005), Presmeg (2006), Tang (2006), Yilmaz (2009), Guzel y Sener (2009), Guillén (2010,2004), Fernández (2011), Metz y otros (2012) y Gonzato (2013).

Se observa de manera reiterada, cuando de las habilidades espaciales y sus componentes se trata, la presencia de las imágenes mentales, en lo que respecta a su formación y clasificación. Diversas son las investigaciones que así lo corroboran, como las de Gutiérrez (1996,1992), Plasencia (2000), Kayhan (2005), Rey (2005), Fernández (2011), Ramírez (2012), Gonzato (2013) y Sánchez (2013).

En cuanto a la relación de las habilidades espaciales con el razonamiento mecánico, pueden citarse a Hegarty (2004), Sorby (2007,2006), Nagy-Kondor (2007), Williams y otros (2008), Swarlis (2008), Tseng (2009), Martín (2009) y Martín (2010). A pesar de que en estas investigaciones las

habilidades espaciales se abordan desde las asignaturas de expresión gráfica para ingenieros, los fundamentos teóricos de estas habilidades han sido de gran utilidad para el marco teórico de esta investigación.

En la comunidad internacional diferentes autores, que tienen como fundamento teórico el Modelo de Van Hiele en el campo de la Didáctica de la Matemática, le han otorgado importancia al proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría. Desde la tesis doctoral de Van Hiele (1957), sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría en planimetría, hasta los aportes y adaptaciones a la geometría de sólidos vistos por, Burger y Shaughnessy (1986), Gutiérrez y otros (1991) y Guillén (2004). Al respecto, es de destacar el estudio realizado por Rodríguez y Ricardo (2007) sobre un modelo holístico para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría en arquitectos con un sustento sistémico donde enriquece el Modelo de Van Hiele, al aportarle la integración de los contenidos geométricos y los indicadores con sus correspondientes acciones y operaciones.

También fueron objeto de revisión, algunas investigaciones basadas en modelos, propuestas y estrategias sobre el desarrollo de las habilidades espaciales en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Entre ellas, las estrategias visuales y no visuales para la solución de problemas de rotación de Gorgorió (1998), un modelo holístico para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría en arquitectos, de Rodríguez y Ricardo (2007); una estrategia para el desarrollo de habilidades geométricas en la Enseñanza Primaria a partir de la influencia que ejerce el dominio de los conceptos y procedimientos geométricos en el pensamiento geométrico de León (2011),un modelo didáctico para la Geometría en las carreras de ingeniería de Lizarazo (2012) y las estrategias de resolución geométrica para la Enseñanza Secundaria, de Sánchez (2013).

Además, las estrategias didácticas para el desarrollo de otras habilidades, como la habilidad demostrar y argumentar en estudiantes de la carrera Licenciatura en Educación, Especialidad Matemática-Computación de Bravo (2002) y Montes de Oca (2002), respectivamente; una habilidad profesional esencial para estudiantes de Ingeniería Mecánica, de Cañedo (2004), la habilidad confeccionar la secuencia tecnológica de maquinado en estudiantes de Ingeniería Mecánica, de Alfonso (2008) y para la formación de habilidades profesionales en ingeniería, de Curbeira (2013), todas realizadas en Cuba.

Teniendo en cuenta las diferentes investigaciones anteriormente expuestas, puede observarse que algunas se enmarcan en estrategias y entrenamientos para la mejora de las habilidades espaciales en las asignaturas de expresión gráfica. Otras han estudiado dichas habilidades en la Geometría de

sólidos en la enseñanza de la Matemática, pero no en la Enseñanza Superior, en lo que respecta al tratamiento de las superficies cuádricas y la representación gráfica en un sistema de coordenadas de la porción del espacio limitada por una o más superficies; en otros casos se trata el desarrollo de habilidades espaciales pero no en los futuros ingenieros mecánicos.

Según la revisión del plan de estudio del ingeniero mecánico, el Modelo del Profesional, (Ministerio de Educación Superior, 2007), sus habilidades profesionales y el programa de la disciplina Matemática Superior, se constata que existen pocas referencias sobre un sistema de acciones, desde esta disciplina, que permita el desarrollo de las habilidades espaciales en los ingenieros mecánicos en correspondencia con el sistema de habilidades de la profesión para potenciar en estos el razonamiento mecánico. Unido a esto no se establecen relaciones entre las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos de las asignaturas de la disciplina Matemática Superior y los componentes de las habilidades espaciales.

Según el Test de Relaciones Espaciales y el diagnóstico de Matemática, aplicados por la carrera a los estudiantes a su ingreso a la Educación Superior, se puede constatar que:

- De 64 estudiantes de primer año (Cursos 08-09, 09-10) a los cuales les fue aplicado el test, entre el 30 y el 35 % muestra algún desarrollo de las habilidades espaciales.
- En el diagnóstico realizado, se pudo comprobar que los estudiantes no identifican los lugares geométricos dados, así como su representación gráfica, lo que demuestra un deficiente desarrollo en cuanto a la visión y relación espacial.

Al profundizar en el estudio de las dificultades que presentan los estudiantes en lo que respecta al desarrollo de las habilidades espaciales, a través del intercambio con docentes y de la experiencia que como profesora posee la autora de esta investigación en asignaturas de la disciplina Matemática Superior en la carrera de Ingeniería Mecánica, se pudo constatar que existe la situación problemática siguiente:

Ante el planteamiento de una tarea que implique la representación gráfica de lugares geométricos, los estudiantes no determinan todos los elementos necesarios para la representación, mecanizan procedimientos sin dominarlos completamente. Persisten problemas tanto, al elegir el espacio de identificación de las superficies dadas, provocando la no diferenciación evidente entre cuerpo geométrico y figura, como en la percepción de relaciones espaciales. Los profesores por su parte no determinan las acciones necesarias y suficientes para solucionar una tarea de este tipo, lo que provoca que el estudiante no la termine. No se tienen en cuenta en estas tareas, la formación de las

imágenes mentales y lo que aportan al desarrollo de estas habilidades. Todo esto permite plantear que existen insuficiencias en la concepción del desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes de Ingeniería Mecánica, desde la disciplina Matemática Superior.

Teniendo en cuenta lo anterior, se plantea el siguiente problema científico: ¿Cómo contribuir, desde la disciplina Matemática Superior, al desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes de la carrera de Ingeniería Mecánica?

Se define como objeto de investigación el proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina Matemática Superior en el primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica y como campo de acción el desarrollo de las habilidades espaciales.

Teniendo como objetivo de la investigación:

Proponer una estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes de primer año de Ingeniería Mecánica, desde la disciplina Matemática Superior.

Lo planteado hasta aquí permite formular la siguiente hipótesis:

Si se aplica una estrategia didáctica donde se relacionen las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos y los componentes de las habilidades espaciales con énfasis en la formación de las imágenes mentales, en la disciplina Matemática Superior, entonces se propicia el desarrollo de estas habilidades en los estudiantes de Ingeniería Mecánica.

Las variables en este caso son:

- Variable independiente: la relación de los procedimientos geométricos con los componentes de las habilidades espaciales con énfasis en la formación de las imágenes mentales en la estrategia didáctica.
- Variable dependiente: desarrollo de las habilidades espaciales.

Con el objetivo de hacer operativas y medibles dichas variables, cuya determinación permita valorar estados y tendencias de las mismas, según Arnal y otros (1992), Hernández y otros (2006), se hace necesaria la operativización de las variables. Con lo cual, a partir del comportamiento de los indicadores se puede hacer una mejor valoración de las mismas.

Para el caso de la variable independiente: las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos de las asignaturas de la disciplina Matemática Superior.

Y para la dependiente: los resultados docentes de los estudiantes seleccionados ante las pruebas pedagógicas realizadas. Se escogerán 4 niveles: 5: Excelente 4: Bien 3: Regular 2: Mal

Para el logro del objetivo se proponen las siguientes tareas científicas:

1. Establecimiento de los sustentos teóricos relacionados con la formación y desarrollo de las habilidades, desde el punto de vista psicológico y pedagógico, en particular sobre las habilidades espaciales.
2. Diagnóstico sobre el desarrollo de las habilidades espaciales, que poseen los estudiantes en el primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica, desde el proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina Matemática Superior.
3. Determinación de la relación entre las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos con los componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales.
4. Elaboración de una estrategia didáctica para contribuir al desarrollo de las habilidades espaciales desde la relación entre las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos de la disciplina Matemática Superior y los componentes de dichas habilidades en los estudiantes de Ingeniería Mecánica.
5. Validación de los sustentos teóricos de la estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades espaciales, utilizando el Método Analítico Jerárquico.
6. Implementación de la estrategia didáctica para el desarrollo de habilidades espaciales en los estudiantes de primer año de Ingeniería Mecánica.

Se asume, en la investigación, una metodología desde lo dialéctico materialista (Nocedo y otros, 2002), sobre la base del principio de la unidad entre la teoría, el método y la práctica educativa; sustentada por el empleo de los métodos del nivel teórico, empírico así como las técnicas y procedimientos de la estadística matemática. La tesis se adscribe al paradigma cuantitativo con carácter ontológico, epistemológico y metodológico, expresado en la comprensión de las características de la realidad, la toma de posición en cuanto a su esencia y para determinar las vías, procedimientos y estrategias para el estudio del objeto de la investigación.

En esta investigación se emplean los métodos, procedimientos y técnicas siguientes:

Del nivel teórico.

- El método histórico-lógico posibilita la profundización de los antecedentes de la evolución del objeto de estudio en el contexto internacional y nacional para determinar el estado actual de la temática, enfatizando en los conceptos, nexos y leyes generales del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y sus concepciones teórico-metodológicas. También en el transcurso histórico del desarrollo de la ingeniería en particular de la carrera de Ingeniería Mecánica.

- El método analítico-sintético permite el estudio de la génesis y evolución de la temática, determinar los fundamentos de la formación y desarrollo de habilidades sobre algunas teorías psicológicas y pedagógicas relacionadas con el desarrollo de las mismas, especialmente las relacionadas con el espacio. Además resumir, sintetizar y procesar la información recopilada para llegar a conclusiones sobre las distintas concepciones existentes acerca del desarrollo de las habilidades espaciales.
- El inductivo-deductivo permite el estudio de casos particulares para establecer las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos y su relación con los componentes de las habilidades espaciales para inferir proporciones que posteriormente se deduzcan, generalicen y se particularicen nuevamente.
- La modelación se emplea al determinar, representar y explicar las etapas de la estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades espaciales, así como los fundamentos en que se sustenta como un reflejo de lo que debe hacerse en la impartición de la disciplina Matemática Superior.
- El método sistémico permite consolidar y establecer las relaciones y nexos entre las etapas y acciones de la estrategia didáctica. Así como entre las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos y los componentes de las habilidades espaciales con énfasis en las imágenes mentales.
- El método hipotético-deductivo se emplea en la observación del fenómeno a estudiar, para luego elaborar la hipótesis que explique dicho fenómeno, en la deducción de consecuencias o proposiciones y verificación o comprobación de la verdad de los enunciados deducidos comparándolos con la experiencia.

Del nivel Empírico.

- El análisis de documentos, en función de la precisión de las concepciones teórico-metodológicas de la enseñanza de la Matemática en los estudiantes de primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica, para lograr un conocimiento profundo del objeto y campo de investigación. Se consultan el Plan de Estudio y el programa de la disciplina Matemática Superior, en dicha carrera.
- Las pruebas pedagógicas para evaluar tanto el nivel de desarrollo inicial de las habilidades espaciales a través de los distintos procedimientos geométricos y proyectar el trabajo en función de los resultados, como su desarrollo paulatino luego de aplicada la estrategia didáctica.

- La encuesta para determinar el estado de satisfacción de los estudiantes una vez aplicada la estrategia didáctica.
- La observación para comprobar cómo se aplica en la práctica la concepción del desarrollo de las habilidades espaciales a partir de la relación entre las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos con los componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales.
- El Método Analítico Jerárquico para obtener toda la información posible acerca de la pertinencia de los fundamentos teóricos que sustentan la estrategia didáctica elaborada.
- La experimentación para confirmar la viabilidad de la estrategia didáctica, al comparar los resultados que existían y los alcanzados, a partir de un diseño cuasiexperimental del tipo pretest-postest y grupos intactos, en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina Matemática Superior en el primer año la carrera de Ingeniería Mecánica.

Métodos, técnicas y procedimientos de la estadística matemática.

Se emplean para el procesamiento y comparación de la información recogida: de la estadística descriptiva, la distribución de frecuencias y el cálculo de medidas descriptivas con el fin de comparar los resultados. Las pruebas no paramétricas, Kruskal Wallis para el análisis de la homogeneidad de los conglomerados al inicio de la investigación; la de rangos con signos de Wilcoxon en la comparación de los resultados de los estudiantes en las pruebas pedagógicas, antes y después de aplicada la estrategia didáctica y la determinación del coeficiente de concordancia W de Kendall, a través de la prueba del mismo nombre, para analizar la consistencia de los juicios emitidos por los individuos que participan en la investigación.

En el caso de la encuesta de satisfacción aplicada, se utiliza la prueba Alpha de Cronbach para el análisis de fiabilidad de la misma y los métodos y técnicas del análisis factorial, en particular la medida de adecuación muestral Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) y la prueba de esfericidad de Bartlett para validar dicha encuesta. Para el procesamiento se emplea el Paquete Estadístico para las Ciencias Sociales (SPSS), en su versión 18.0.

El aporte teórico radica en la concepción del desarrollo de las habilidades espaciales, desde la identificación de los procedimientos geométricos con sus acciones y operaciones y la relación que se establece entre estas y los componentes de visualización y relaciones espaciales, con énfasis en la formación de las imágenes mentales, desde la disciplina Matemática Superior en el primer año de Ingeniería Mecánica.

El aporte práctico está dado por la estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades espaciales desde la disciplina Matemática Superior en el primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica, así como las indicaciones metodológicas para su implementación.

La novedad científica de esta investigación está dada, por la contribución que se realiza desde la disciplina Matemática Superior, al desarrollo de las habilidades espaciales, al tomar como referente la relación que se establece entre las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos y los componentes de dichas habilidades, como una de las vías para favorecer el razonamiento mecánico en los estudiantes de primer año de la carrera Ingeniería Mecánica.

La tesis está estructurada en introducción, tres capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos. El contenido de los capítulos se resume a continuación.

En el capítulo I, Fundamentos del desarrollo de habilidades espaciales en los estudiantes de Ingeniería Mecánica, aparecen las tendencias principales en la formación de los ingenieros, el papel de la matemática en la ingeniería, la formación y desarrollo de habilidades dentro del contexto de la enseñanza de la matemática, especialmente las espaciales desde la relación de sus componentes y las imágenes mentales con las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos.

El capítulo II, Estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes de Ingeniería Mecánica, presenta la estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes del primer año de esta carrera; se establecen las etapas de diagnóstico, planeación, ejecución y evaluación de la estrategia didáctica, fundamentada en las leyes, principios didácticos y los componentes del proceso; se describen las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos y su relación con las imágenes mentales y los componentes de las habilidades espaciales. Además se ofrecen recomendaciones para la implementación de la estrategia propuesta.

En el capítulo III, Análisis de los resultados del diseño e implementación de la estrategia didáctica en los estudiantes de primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica, se expresan los resultados obtenidos en la investigación a partir del empleo de los distintos métodos y técnicas que permiten validar e implementar la estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes de primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica.

Por último se formulan las conclusiones generales, recomendaciones, bibliografía y un conjunto de anexos para una mejor comprensión del informe.

CAPITULO I. FUNDAMENTOS DEL DESARROLLO DE LAS HABILIDADES ESPACIALES EN LOS ESTUDIANTES DE INGENIERÍA MECÁNICA

"*Mediante el método mecánico logré entender ciertos resultados,*
aunque posteriormente tuviesen que ser demostrados geométricamente
ya que la investigación mediante el método mecánico no proveía las demostraciones.
Pero es mucho más fácil poder dar una demostración de una situación,
después de haberla comprendido mediante el mencionado método
que intentar demostrarla sin ningún conocimiento previo".

Arquímedes (287-212 a.C.)

El papel principal de la carrera de Ingeniería Mecánica está en formar un profesional técnico capaz de asimilar todos los cambios en cada una de las esferas de la vida, principalmente en la ciencia y la tecnología. El desarrollo, en el futuro ingeniero, de una base de conocimientos esenciales, sólida formación básica, adquisición de habilidades y modos de actuación profesional, posibilita dotar al graduado universitario de una mayor capacidad para asimilar nuevos conocimientos y desarrollar nuevas técnicas.

En el presente capítulo se analizan diversos enfoques de la enseñanza de la ingeniería y de cómo la Matemática Superior puede contribuir al desarrollo de diversas habilidades, entre ellas las espaciales, tan necesarias para entender principios mecánicos básicos con los que operan las máquinas, herramientas y otros objetos. Esto posibilita la operación y la reparación de instrumentos y mecanismos complejos, en el alcance de habilidades profesionales como ingeniero mecánico.

1.1 La enseñanza de la ingeniería y su expresión en la formación del ingeniero mecánico en Cuba

La especialidad de los hombres dedicados a crear los dispositivos y estructuras que la sociedad consideraba necesarias para su subsistencia y ulterior desarrollo aparece cuando ocurrieron las primeras divisiones sociales del trabajo, al tiempo en que comenzaron a surgir los sacerdotes, médicos y maestros. Estos pioneros, que algunos denominaron practitioners, fueron responsables de la creación de armamentos, fortalezas, caminos, puentes, instrumentos de medición, máquinas y otras invenciones. De esta forma se fue perfilando el "ingeniero moderno". (Castellanos, 2004)

Se coincide plenamente con el autor citado, que el siglo XX le ha dado a su sucesor un paradigma ya moldeado: el ingeniero. Por lo que el siglo XXI deberá legar a la posteridad todo el saber científico necesario para que la enseñanza de la ingeniería no sea solo arte, sino conocimiento vivo y aplicado que redunde en un mejor profesional con ciertas habilidades básicas, una formación básica profunda y unos valores humanos que le permitan la aplicación de los conocimientos a la satisfacción de las necesidades de la humanidad.

Numerosas son las definiciones que se han dado en la historia al término ingeniería. Valencia (1999) lo define como, el arte de dirigir las fuerzas de la naturaleza y usarlas en beneficio de la humanidad; para Barrera (1999) es el conjunto de conocimientos teóricos, empíricos y prácticos que se aplican para disponer de esas fuerzas, recursos y objetos materiales y los sistemas que han sido diseñados, construidos por el bien de la sociedad (Álvarez, 2005).

Según Castellanos (1999), la Accreditation Board for Engineering and Technology (ABET), la define como, "la profesión en la que el conocimiento de las ciencias matemáticas y materiales adquiridas mediante el estudio, la experiencia y la práctica, se aplican con buen juicio a fin de desarrollar las formas en que se pueden utilizar, de manera económica, los materiales y las fuerzas de la naturaleza en beneficio de la humanidad".

Todas las definiciones mencionadas proclaman a la ingeniería como un proceso, no como un fin, proceso en el cual convergen una serie de factores que en continuo perfeccionamiento, hacen de ella una profesión donde el ingeniero demuestre, como todo profesional, lo que es capaz de hacer con lo aprendido.

La ingeniería se encuentra frente a grandes retos ante el siglo XXI y tiene extraordinaria responsabilidad, pues el destino de cualquier país depende de la solución de problemas esenciales, muchos de ellos relacionados con distintas especialidades de la ingeniería. Sin embargo, su óptima materialización será más factible mediante el logro de la calidad de la enseñanza de estas carreras en los diferentes centros de Educación Superior (Tavera, 2000).

Lo anterior se corresponde con el planteamiento de Dujet (2007), cuando expresa:

> "*… el ingeniero no es ni un sabio ni tampoco un inventor; es un hombre de proyectos y debe llevar a cabo sus proyectos con la mayor eficacia y los mejores resultados posibles, todo esto dentro de un contexto socio-económico determinado. Para realizarlos, utilizará y pondrá en práctica sus conocimientos y competencias científicas y tecnológicas, desarrollados en base a los saberes (saber, saber hacer y saber ser) adquiridos durante su*

formación como ingeniero, incluyendo la indispensable enseñanza de las matemáticas... ", (Dujet, 2007:3)

El ingeniero que desarrolla su actividad en una de las ramas o especialización de la ingeniería ha de tener conocimientos básicos de otras áreas afines, ya que muchos problemas que se presentan en ingeniería son complejos y están interrelacionados (Barajas, 2003). Además, ingeniería es investigación y desarrollo tecnológico, es junto a otras ramas, poner sus diversas especialidades con el fin de elevar la calidad de vida de los individuos en la sociedad; al decir de Tavera (2000), no se podrá hablar de una verdadera ingeniería si no se recibe una enseñanza de máxima calidad, que responda a los nuevos tiempos, acorde con los problemas actuales y futuros.

La enseñanza de la ingeniería en la actualidad juega un papel fundamental. De ahí la necesidad de las transformaciones necesarias para una enseñanza innovadora, más eficiente, de un aprendizaje más profundo y responsable para producir un egresado más integral. Enseñanza que debe proyectarse, según Rizo (2007), con adecuadas bases teóricas y prácticas, con modelos educativos que aporten los fundamentos epistemológicos, metodológicos y prácticos para alcanzar el aprendizaje desarrollador que se requiere en la época actual.

Basado en el planteamiento anterior, el proceso de gestión curricular del ingeniero tiene que apoyarse en las ideas y concepciones científicas más actualizadas y progresistas existentes. Además debe tomar en cuenta de forma holística el pensamiento más avanzado y los estudios más importantes realizados acerca del diseño curricular y del papel que en el mismo desempeña la interdisciplinariedad (Castellanos, 2004).

Entre los rasgos esenciales que deben caracterizar al ingeniero como profesional, tomando como base el estudio de las tendencias internacionales de la ingeniería y la experiencia nacional e internacional recogidas en múltiples documentos y eventos se encuentran entre otros, los siguientes:

- Poseer un conocimiento profundo de las ciencias básicas, específicas y del ejercicio de la profesión y una sólida formación teórica y científica general.
- Un profesional en estrecha vinculación con la industria y que adquiera durante su preparación en la universidad, las habilidades profesionales básicas que le permitan resolver los problemas más generales y frecuentes de su entorno social.
- Un profesional más integral, versátil y flexible cuya virtud fundamental sea su capacidad de autopreparación y adaptación a los cambios (Castañeda, 1998), (Cañedo, 2004); (Gómez, y otros,

2007,2005), (Rizo, 2007).

La ingeniería, en cualquiera de sus especialidades, requiere de una didáctica específica, fundamentada en los principios de la didáctica general y en dependencia del enfoque o tendencia pedagógica asumida por la institución formadora del profesional y en mayor medida por el docente. Todo en aras de eliminar el empirismo y la intuición que solo impiden u obstaculizan la formación integral de los profesionales de ingeniería (Molina, 2000).

Al decir de Tavera (2000), la ingeniería, como la identificación de necesidades sociales y la generación de ideas para la satisfacción de la sociedad y una mayor calidad de vida, juega un papel sumamente importante, a través de la planeación, la construcción, la operación, el mantenimiento y la modernización de proyectos de infraestructura, así como la generación de bienes y productos y la prestación de servicios, que requiere el desarrollo del país, lo cual exige que los profesionales de la ingeniería cada día tengan una mejor preparación.

De todas las opiniones expuestas se deduce la necesidad de una enseñanza de la ingeniería basada en primer lugar, en los requerimientos de una sociedad cada vez más automatizada con incontables avances científico-tecnológicos. En segundo lugar, la correspondencia necesaria entre el conjunto de saberes y el encargo social de este ingeniero, desde el diseño, la fabricación, la operación, el mantenimiento y la enseñanza. Teniendo en cuenta el nivel de formación del ingeniero a nivel mundial.

Solo así este profesional podrá enfrentarse a un mundo laboral competitivo, lleno de proyectos emprendedores, servicios de calidad y eficiencia, con una gran demanda de un personal bien preparado, con una formación integral, con valores, habilidades y actitudes para contribuir al desarrollo de la sociedad en que vive.

1.1.1 Características de la formación de los ingenieros mecánicos en Cuba

La Educación Superior ha adquirido nuevas y urgentes dimensiones debido al avance impetuoso que tiene en estos tiempos la ciencia y la tecnología, teniendo en cuenta que el ingeniero como todo profesional responde a las necesidades que plantean el desarrollo social, técnico y económico del país en el contexto histórico de la época en que se enmarca.

En Cuba la formación de los ingenieros mecánicos comienza en la Universidad de Oriente. Luego del triunfo de la Revolución se inicia la carrera en la Universidad Central de las Villas y muy pronto en la Universidad de La Habana. El inicio de la carrera se caracterizó por la existencia de planes de estudio diferentes en cada universidad y en etapa posterior a un proceso de unificación de los planes

de estudio. Desde la creación del Ministerio de Educación Superior (MES), se atendió con gran prioridad el proceso de desarrollo de los planes de estudio y surgieron los planes A, B, C, su perfeccionamiento y el actual Plan D; demostrando así la forma en que las instituciones han comprendido la pertinencia de la Educación Superior.

El Plan de Estudio D, se caracteriza por el empleo de nuevos métodos en el proceso de enseñanza aprendizaje, que centran la atención en el autoaprendizaje con una consecuente racionalización de los contenidos que se imparten y el empleo de técnicas informáticas tanto para impartir la docencia como en el apoyo del auto aprendizaje (Ministerio de Educación Superior, 2007). A la luz de este plan de estudio el ingeniero mecánico cubano es un profesional con conocimientos, habilidades y valores, que le permiten poner al servicio de la humanidad y en particular de la sociedad cubana, el desarrollo de la ciencia y la tecnología vinculadas a la carrera, con racionalidad económica, adecuado uso de los recursos humanos y materiales, minimizando el consumo de recursos naturales, el deterioro del medio ambiente y preservando los principios éticos de su sociedad.

El objeto de estudio de la carrera Ingeniería Mecánica son las máquinas, equipos e instalaciones mecánicas, tanto en la industria como en los servicios, teniendo como campo de acción el diseño, construcción, operación, mantenimiento, reciclado y la enseñanza. Su actividad profesional la desarrolla fundamentalmente en las esferas de actuación de los procesos mecánicos en los centros de producción industrial y de servicios, los procesos de diseño y fabricación de piezas, partes y máquinas, los procesos de transformación y uso de la energía, las máquinas automotrices y las instituciones de educación y científicas.

Los aspectos anteriormente mencionados están en congruencia con lo planteado por ACOFI (2005) y ASME (2004) en el Marco de Fundamentación Conceptual para la carrera de Ingeniería Mecánica, donde se precisa que se debe preparar a los estudiantes desde la formación curricular para realizar tareas que estén relacionadas con las habilidades del profesional que se pretende formar. De manera específica para el ingeniero mecánico, entre otras, desagregan las siguientes:

- Resolución de problemas, mediante la aplicación de las ciencias naturales y las matemáticas utilizando un lenguaje lógico y simbólico.
- Comunicación efectiva y eficaz en forma escrita, gráfica y simbólica.
- Diseño de sistemas, componentes o procesos que cumplan con especificaciones deseadas.
- Planeación, diseño, evaluación del impacto (social, económico, tecnológico y ambiental) y

gestión de proyectos de ingeniería.

Existen puntos de contacto entre estas asociaciones y lo planteado por el Ministerio de Educación Superior, en lo que respecta al modelo de este profesional y hacia dónde debe estar enfocada la enseñanza de la Ingeniería Mecánica: a la formación de profesionales competentes con una sólida preparación matemática y en ciencias básicas en general y al diseño, como forma de expresión de estos profesionales, de máquinas, equipos e instalaciones que les permitan la construcción, la reparación y el mantenimiento. Aspectos bien identificados en el referido plan de estudio.

Entre las principales características del Plan de Estudio D, para la carrera de Ingeniería Mecánica está, que se han asumido asignaturas comunes con otras carreras, fundamentalmente en el ciclo de las ciencias básicas. En los últimos años de la carrera se ha dado la flexibilidad necesaria para que los graduados se perfilen en algunos de sus campos de acción en función de sus intereses personales, las necesidades y posibilidades del entorno así como el momento histórico, lo cual se manifiesta en la división del currículo en base, propio y optativo electivo.

Puede observarse en el plan de estudio (Ministerio de Educación Superior, 2007), la distribución de asignaturas así como una comparación con respecto al plan anterior. También puede analizarse cómo las asignaturas correspondientes al currículo base representan el 77,36% del total de las asignaturas de la carrera. Es significativo apreciar que, de 784 horas que el estudiante debe recibir en primer año de asignaturas correspondientes a dicho currículo, el 30,61% se dedica a la Matemática distribuida en tres asignaturas, por lo que a continuación se aborda la enseñanza de esta disciplina en la formación de este ingeniero.

1.1.2 La enseñanza de la Matemática en la formación de los ingenieros mecánicos

Todas las investigaciones sobre la enseñanza en ingeniería, conducen a plantear que los principales conocimientos y destrezas que los estudiantes deben poseer al finalizar sus estudios se refieren en el ámbito intelectual a la capacidad para plantear y resolver problemas típicos de la ingeniería, la capacidad de análisis y síntesis y el razonamiento crítico, todo ello apoyado por una sólida formación en ciencias básicas.

Para el caso de la Enseñanza Universitaria, específicamente para las carreras de ingeniería, las ciencias básicas se incorporan a las disciplinas principales integradoras aportando elementos esenciales que posibilitan el análisis en la solución de los problemas propios del objeto de trabajo del egresado. El papel de las ciencias básicas en los currículos universitarios es medular. Estas, "sin ser propias de la actividad del egresado, aportan habilidades que se convierten en herramientas o

medios imprescindibles para su modo de actuar futuro" (Álvarez, 1999), (Nieto, 2004), (Gil, 2006), (Mena J. L. y Mena J. A., 2011).

Dentro de las ciencias básicas se encuentra la Matemática, que permite, entre otras cuestiones, identificar y resolver situaciones, razonar de manera lógica, comunicar sus ideas, tomar decisiones e iniciativas; aprender nuevas tecnologías, trabajar en equipo e interpretar situaciones de forma analítica y gráfica (Pedroso, 2010).

La Matemática es una ciencia cuyo objetivo fundamental es el estudio de las estructuras de razonamiento lógico y matemático, es tanto una ciencia especializada como un método general que no tiene objetos propios concretos y es un instrumento aplicable más o menos directamente a todas las restantes ciencias; algunos autores subdividen las ciencias matemáticas en abstractas y concretas. El carácter de la Matemática abstracta es puramente lógico racional y el de la concreta es filosófico de manera particular, experimental físico (Castillo, y otros, 2006).

Al decir de Castillo y otros (2006), existen tres principios básicos que orientan la actividad matemática: la abstracción, la generalización y el rigor lógico, los cuales llevan a la definición de objetos matemáticos, conducen a establecer resultados generales y permiten asegurar que un nuevo resultado no genera una contradicción a la teoría existente.

Por lo que corresponde a la relación de la matemática con la ingeniería, esta resulta evidente. Para el modelado de los sistemas, el establecimiento de los procedimientos, la representación de los fenómenos, la respuesta de los sistemas a determinados valores en las entradas, entre otros, resulta indispensable el manejo de conceptos matemáticos. En este sentido, la matemática en ingeniería tiene amplia contribución al desarrollo tecnológico y científico debido a que es la herramienta fundamental del ingeniero. Así, la matemática es el lenguaje de las ciencias y de las ingenierías, resultando vitales para su desarrollo y aplicación (Zaldívar, 2003).

Dujet (2007), reseña que las nuevas habilidades que se requieren descansan necesariamente en el aprendizaje de las herramientas y en el conocimiento de las teorías matemáticas que les dieron vida. Dichas habilidades son adquiridas de tal modo que el ingeniero pueda elegir, con todo conocimiento de causa, el modelo matemático que mejor se adapte al nivel de complejidad con el que se va a enfrentar; determinar los parámetros concurrentes y sus ajustes según el problema estudiado, tomar en cuenta, cualquiera que sea su naturaleza, las incertidumbres relacionadas con el contexto y ser capaz de justificar la gestión y el tratamiento de dichas incertidumbres.

Entre los objetivos que debe contener un programa de matemáticas para la formación del ingeniero, se encuentran los siguientes:

- Las matemáticas, « lenguaje de todas las ciencias » "…*son necesarias para que el estudiante-ingeniero pueda llegar a comprender las otras ciencias, así como para ayudarle a adquirir las técnicas y los métodos que constituyen las herramientas que le son imprescindibles (análisis, previsión del comportamiento de un sistema: mecánico, eléctrico, informático, etc.)…* "
- Desarrollar « el espíritu de geometría y de sutileza» "… *saber identificar lo que se presenta como evidencia (tangible y contingente), procurando tener al mismo tiempo la apertura de espíritu y la flexibilidad que permitan ir más allá de las apariencias (en el análisis de un problema). Esta dualidad eminentemente* "*desarrollable" por las matemáticas tomará su eficiencia en la transferencia a la tecnología del ingeniero…*" (Dujet, 2007:3)

El programa de la disciplina Matemática Superior para el ingeniero mecánico en Cuba, según el plan de estudio (Ministerio de Educación Superior, 2007), establece que como objeto de la Matemática son consideradas todas las formas y relaciones del mundo real que posean tal grado de independencia respecto al contenido, que puedan ser totalmente abstraídas de este último. Además, no solo las formas abstraídas de la realidad son objeto de estudio de la matemática, sino también aquellas posibles de manera lógica, determinadas sobre la base de formas y relaciones ya conocidas.

La disciplina Matemática Superior contribuye al desarrollo del pensamiento lógico y algorítmico y aporta los fundamentos básicos de un especialista en ciencias técnicas, dado que todo ingeniero considera representaciones técnicas y científicas en términos matemáticos, con los cuales refleja los rasgos cuantitativos y cualitativos de los fenómenos que estudia. En particular, como aspectos específicos de la contribución de esta disciplina a la formación del futuro ingeniero mecánico, se distinguen los siguientes:

- Ampliar la madurez matemática y la capacidad de trabajo con la abstracción.
- Desarrollar habilidades para la comunicación y comprensión de propiedades y características matemáticas de magnitudes y formas en las variantes formal, gráfica, numérica y verbal.
- Contribuir a la conformación de una cultura científica general e integral actualizada.
- Identificar, interpretar y analizar modelos matemáticos de procesos técnicos, económicos, productivos y científicos vinculados a la carrera, así como resolver los problemas de índole matemático a los que estos conducen, utilizando para ello los contenidos matemáticos que se

estudian en la disciplina, haciendo un uso eficiente de las técnicas modernas de cómputo y de los asistentes matemáticos.

- Contribuir con la construcción de una base sólida de conocimientos, integrada y sistémica, que deje huella en su proceso de aprendizaje y le permita resolver problemas con los recursos y estrategias estudiadas.
- Aprender a pensar y actuar de forma creadora.

El fin último de la enseñanza de la matemática, en cualquier nivel, es sin duda, dar al estudiante una preparación sólida en los objetos y conceptos matemáticos que maneja (Zaldívar, 2003). Solo así, la Matemática habrá aportado al futuro ingeniero las herramientas necesarias para afrontar las ciencias de la ingeniería, las que después, con todo el conjunto de habilidades propias darán al traste con un profesional competente, abierto y sólido en aras de enfrentar los avances tecnológicos futuros.

1.2 Formación y desarrollo de habilidades

Desde el punto de vista semántico el término habilidad es definido como la capacidad y disposición para algo o cada una de las cosas que una persona ejecuta con gracia y destreza. Se parte de considerar que las habilidades constituyen elementos psicológicos estructurales de la personalidad, vinculados a su función reguladora y en especial, a la esfera de la acción ejecutora y se forman, desarrollan y manifiestan en la actividad.

Estudios realizados sobre el tema de las habilidades refieren varias definiciones del término. Según Petrovski (1976), la utilización de los conocimientos y hábitos que se posean para seleccionar y realizar los modos de acción en correspondencia con el objetivo propuesto, presupone la exteriorización o materialización de los conocimientos en una acción física, donde se parte de la elaboración de la información a nivel de lo ideal y cuya consecuencia es la regulación de las acciones prácticas por los resultados de esta actividad ideal. Este autor define que habilidad, "…es el dominio de un complejo sistema de acciones psíquicas y prácticas necesarias para la regulación racional de la actividad con la ayuda de los conocimientos y hábitos que la persona posee" (Petrovski 1976:159).

Para Savin (1976) y Danilov y Skatkin (1978), la habilidad constituye la capacidad adquirida por el hombre para utilizar sus conocimientos en el proceso de la actividad. Brito y otros (1987) la definen como el dominio de acciones (psíquicas y prácticas) que permiten la regulación racional de la actividad con ayuda de los conocimientos y hábitos que el sujeto posee.

Como formaciones psicológicas las define Márquez (1995), mediante las cuales el sujeto manifiesta en forma concreta la dinámica de la actividad con el objetivo de elaborar, transformar, crear objetos, resolver situaciones y problemas, actuar sobre sí mismo: auto regularse.

La idea general que trasmiten estas definiciones, además de centrarse en el campo psicológico, es que las habilidades por sí solas no determinan el éxito en la resolución de la tarea, sino que es necesario tener presente los conocimientos y hábitos que el sujeto posee.

Entonces, la formación de la habilidad representa el dominio de un sistema de operaciones de elaboración de la información contenida en los conocimientos, de la recibida del objeto y de las operaciones para revelar la información, confrontarla y relacionarla con las acciones. Al respecto, Álvarez (1999:71), considera desde el punto de vista psicológico a la habilidad como, "el sistema de acciones y operaciones dominado por el sujeto que responde a un objetivo. Y desde el punto de vista didáctico, (...) la dimensión del contenido que muestra el comportamiento del hombre en una rama del saber propia de la cultura de la humanidad".

El concepto dado por Álvarez (1999), es el que se asume en la investigación, en él se vinculan aspectos psicológicos y didácticos indisolublemente unidos. Desde el punto de vista psicológico se precisa de las acciones y operaciones como componentes de la actividad y desde el punto de vista didáctico el cómo dirigir el proceso de asimilación de esas acciones y operaciones.

Según el citado autor, las habilidades de cada disciplina se clasifican, de acuerdo con su nivel de sistematicidad de la siguiente forma: las propias de la ciencia específica; las habilidades lógicas, también llamadas intelectuales o teóricas, que se aplican en cualquier ciencia, tales como: la inducción-deducción, el análisis-síntesis, la generalización, la abstracción, la concreción, la clasificación y definición; y las habilidades propias del proceso docente que son imprescindibles para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Talízina (1988) plantea que las habilidades tienen una estructura integrada por tres aspectos:

- ✓ El conocimiento específico de la asignatura.
- ✓ Sistema operacional específico (acciones).
- ✓ Conocimiento y operaciones lógicas.

Además esta autora expresa que para garantizar de manera adecuada la asimilación de los conocimientos de toda asignatura, se requiere la definición y delimitación de aquellas habilidades que respondan a tres criterios básicos:

- ✓ Adecuación de las habilidades a los objetivos de la enseñanza.

- ✓ Las habilidades seleccionadas deben revelar o profundizar en la esencia de los conocimientos.
- ✓ El proceso de formación de las habilidades debe apoyarse en las leyes de la asimilación.

El profesor, al seleccionar los contenidos de la enseñanza, debe tener presente no solo el sistema de conocimientos de la asignatura que en correspondencia con los objetivos deben ser asimilados por los estudiantes, sino también los tipos de acciones generales y específicas o particulares, el sistema de habilidades de la asignatura, ya que los conocimientos solo pueden ser asimilados cuando los estudiantes realizan algunas acciones con los mismos. El proceso de aprendizaje se puede conducir mediante la dirección de las acciones que los estudiantes deben realizar para apropiarse de los conocimientos, para la asimilación de cualquier contenido.

Otra cuestión teórica general de importancia en el tema de la adquisición de habilidades radica en las fases para dicha adquisición; una primera, en la cual la habilidad se forma y una segunda, en la que la habilidad se desarrolla (Álvarez y Ríos, 2005), (Corona, 2009,2008). Las habilidades solo se pueden formar y desarrollar, como plantea Álvarez (1999) "...sobre la base de la experiencia del sujeto, de sus conocimientos y de los hábitos que él ya posee."

Se identifica la etapa de la formación de una habilidad como aquella que comprende la adquisición de conocimientos de los modos de actuar, cuando, bajo la dirección del profesor el estudiante recibe la Base Orientadora para la Acción (BOA) sobre la forma de proceder. La formación de las habilidades depende de las acciones, de los conocimientos, hábitos y valores, conformando todo un sistema que contiene la habilidad.

Se puede precisar que el proceso de formación de las habilidades consiste en apropiarse de la estructura del objeto y convertirlo en un modo de actuar, en un método para el estudio del objeto, donde juega un papel preponderante la asimilación del conocimiento.

Desde el punto de vista didáctico se han establecido los siguientes requisitos para contribuir a la formación de las habilidades: planificar el proceso de forma que ocurra una sistematización con la consecuente consolidación de las acciones, garantizar el carácter plenamente activo y consciente del alumno y realizar el proceso garantizando el aumento progresivo del grado de complejidad y dificultad de las tareas en correspondencia con las diferencias individuales de los estudiantes (Brito y otros, 1987).

Se plantea por Corona (2008), que la habilidad se ha formado cuando el estudiante consigue apropiarse conscientemente de las operaciones, luego de haber tenido una adecuada orientación sobre la forma de proceder, bajo la dirección oportuna del docente para garantizar la corrección en la

ejecución, así como el orden adecuado de esas operaciones.

El desarrollo de la habilidad se alcanza mediante la repetición de los modos de operar, lo que significa que una vez formada la habilidad se hace necesario comenzar a ejercitarla (Barrera, 1997) es decir, utilizarla con una frecuencia y periodicidad; solo así se podrán eliminar los errores y hacer cada vez más fácil la realización de las operaciones hasta llegar a la perfección de algunos componentes operacionales.

Para desarrollar una habilidad se necesita entrenamiento, proceso que debe llevarse de manera gradual y armónica, transitando por distintas etapas que permitan el cumplimiento de las acciones de la habilidad, con un alto nivel de asimilación y generalización; teniendo en cuenta los requisitos de: frecuencia, periodicidad, flexibilidad y complejidad.

En síntesis, se declara la etapa de desarrollo de la habilidad cuando una vez adquiridos los modos de acción se inicia el proceso de ejercitación, es decir, el uso de la habilidad en cantidad y frecuencia adecuadas, de modo que el proceso de reproducir o usar sea cada vez más fácil, de manera que se eliminen errores. Cuando la ejercitación es suficiente y diversificada se dice que la habilidad se desarrolla, siendo indicadores de ello la rapidez y la corrección con que la acción se ejecuta.

Lo expuesto permite concluir que las habilidades constituyen elementos psicológicos estructurales de la personalidad, vinculados a su función reguladora-ejecutora; estas se forman cuando el estudiante se apropia de sus acciones y operaciones y se desarrollan con la ejercitación consciente; proceso que ocurre durante la actividad. Por la importancia de la teoría de la actividad como fundamento para la comprensión de los aspectos pedagógicos relacionados con la adquisición de habilidades, se desarrolla el siguiente apartado.

1.2.1 La teoría de la actividad

Se conoce que el término actividad no es exclusivo de la psicología, pero en este apartado se analiza desde este punto de vista. Leontiev (1981) fundamenta la teoría de la actividad en la tesis de que todas las cualidades psíquicas del hombre se desarrollan a partir de la interacción del sujeto con objetos y fenómenos de la realidad. Para Talízina, (1987), es un proceso de solución por el hombre, de tareas vitales motivado por el objetivo a cuya consecución está orientado. Según Brito y otros (1987) y González y otros (2001), se denomina actividad a aquellos procesos mediante los cuales el individuo, bajo sus necesidades, se relaciona con la realidad, adoptando determinada actitud ante la misma.

La actividad es un proceso donde ocurren transiciones entre los polos sujeto-objeto en función de las

necesidades del sujeto. Lo que posibilita que pueda formarse en el individuo la imagen o representación ideal y subjetiva del objeto y a su vez pueda producirse la objetivación de la regulación psíquica en un resultado de la actividad. La actividad atendiendo a su estructura, se divide en los componentes siguientes: el sujeto que realiza la actividad, el objeto de la actividad, el objetivo, el motivo y las acciones y operaciones.

El motivo constituye el aspecto más importante que distingue psicológicamente a las actividades humanas entre sí. En su evolución, los motivos se convierten en convicciones, aspiraciones, ideales, intereses, entre otros aspectos y constituyen la base que regula la conducta del hombre (Barrera, 1997).

Se coincide con Leontiev (1981), cuando plantea que "... la actividad humana no puede existir de otra manera que en forma de acciones o grupos de acciones". Y con Galperin (1982) al plantear que "… las acciones son los componentes fundamentales de la actividad; la estructura funcional de la acción humana está constituida por una parte orientadora, una parte ejecutora y otra del control".

Según el punto de vista de Leontiev, la actividad orienta a los participantes y les proporciona el significado y la motivación inicial. Los significados están socialmente centrados, mientras que el sentido es la perspectiva del individuo. Las acciones de los individuos dentro de la actividad están siempre motivadas por el sentido, que incorpora cognición, cultura y afecto. Además, existen las operaciones o los movimientos específicos que hacen los individuos en respuesta a fenómenos específicos (Díaz, 2010).

La acción es una unidad de análisis, aparece solo cuando el individuo actúa. La cual, según Rubistein, citado por Talízina (1988:33) es la célula "...en la que pueden descubrirse los embriones de todos los elementos de la psicología en su unidad", para la comprensión de los fenómenos psíquicos. Esta célula es cualquier acción como unidad de su actividad, que tomada en su contenido psicológico es un acto que dimana de determinados motivos, es dirigido a un objetivo determinado e interviene como solución de la tarea que se plantea ante el individuo; en fin la acción ocupa un lugar central, es la piedra angular de toda actividad humana.

Toda acción se descompone en varias operaciones con determinada lógica y consecutividad. Las operaciones son pequeñas acciones, son procedimientos, las formas de realización de la acción atendiendo a las condiciones, o sea las circunstancias reales en las cuales se realiza la habilidad le dan a la acción esa forma de proceso continuo.

Las acciones son aquellas ejecuciones de la actuación que se llevan a cabo con un carácter

consciente, determinadas por la representación anticipada del resultado a alcanzar. Las operaciones se llevan a cabo como componentes de una acción sin que por sí mismas posean un fin consciente, son producto de la transformación de una acción anterior en operación, debido al dominio alcanzado en la misma, lo cual permite una mayor participación de la conciencia (Portuondo y otros, 2005) .

Los conceptos de acción y operación son relativos y no absolutos, lo que en una etapa de la formación de la habilidad interviene como acción, en otra etapa se hace como operación, al proceso donde no existe coincidencia entre motivo (móvil) y el objetivo (representación del resultado) se denomina acción y cuando existe coincidencia se refiere a la actividad.

A criterio de Izquierdo y Corona (2012), la actividad no es solamente la vía por la que se puede determinar la existencia de una habilidad, sino también la condición de su perfeccionamiento. De ahí que el profesor, al dirigir el proceso de formación y desarrollo de las habilidades, deba estructurar de manera adecuada la actividad de sus estudiantes teniendo en cuenta tanto las condiciones psicopedagógicas generales como las específicas de su asignatura, además las diferencias individuales del grupo, la carrera y el año.

Es a través de la actividad que el sujeto se transforma a sí mismo y al objeto, teniendo en cuenta un objetivo determinado y el grado de motivación que presente por la actividad a realizar. La misma constituye un modo de que el individuo interactúe con lo que le rodea con un fin consciente. De esta manera, la actividad se realiza a través de acciones y operaciones que constituyen sus componentes ejecutores.

Una de las vías para el proceso de formación de la acción, desde el punto de vista psicológico, la constituye la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales, desarrollada por Galperin (1986) y enriquecida por Talízina (1988).

1.2.2 La teoría de la formación por etapas de las acciones mentales

En la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales de Galperin, se destaca a la acción como el centro de cualquier actividad humana. La acción incluye un conjunto de operaciones cuyo cumplimiento consecutivo forma el proceso de adquisición o desarrollo de la acción; siendo el conocimiento de la estructura, de las funciones y de las características fundamentales de la misma el que permite modelar los tipos más racionales de la actividad cognoscitiva.

Galperin (1986), plantea que, "la formación por etapas de las acciones ideales, en particular mentales, relaciona a la actividad psíquica con la actividad externa, de objeto, material. Representa la clave no solo para comprender los fenómenos psíquicos, sino para dominarlos en la práctica",

(Galperin citado por Talízina, 1988:113)

La teoría de la formación por etapas de las acciones mentales transita desde las acciones materiales externas hasta las que se realizan en el plano mental. Estas etapas son: elaboración del esquema de la BOA, formación de la acción en forma material o materializada, formación de la acción como forma verbal externa, formación de la acción en el lenguaje externo "para sí" y en el lenguaje interno. Por la relevancia de estas etapas y su influencia en la propuesta que realiza la autora de la investigación, se describe el contenido de las mismas a continuación.

En la elaboración del esquema de la BOA se introduce el objeto de estudio y se construye la BOA como un conjunto de indicaciones en conjunto con los estudiantes. Para la formación de la acción en forma material o materializada, se manipulan y confeccionan objetos, modelos, esquemas, entre otros. En esta etapa el estudiante asimila el contenido de la acción, en su forma desplegada y el profesor controla el cumplimiento de cada una de las operaciones.

En la etapa de formación de la acción como verbal externa, el profesor controla a través del lenguaje externo el proceso y el resultado de la acción. Mientras que el estudiante actúa de forma consciente y formula cada paso verbalmente y con precisión. La solución es comentada con eliminación gradual de materiales de orientación. En esta etapa la acción verbal se asimila en forma desplegada.

Para la etapa de formación de la acción en el lenguaje externo para sí, la acción se realiza en silencio, sin escribirla, como interpretación para sus adentros. Aquí tiene lugar la reducción del transcurso de la acción. El lenguaje se utiliza como medio de pensamiento. El estudiante habla en voz baja acerca del proceso y el profesor formula en voz alta algunos componentes importantes de la acción, con el fin de garantizar el transcurso correcto de la misma. Es esta etapa existe un alto grado de dominio del procedimiento de solución.

En la última etapa, formación de la acción en el lenguaje interno, se termina la interiorización de la acción; el lenguaje externo se transforma en interno. Toda acción se realiza en el plano interno y se automatiza. El alumno comunica solo el resultado final de la acción. Predomina en esta etapa el trabajo independiente sin ayuda de ninguna indicación y solo se realiza el control del resultado.

Como puede observarse en las etapas anteriores se destaca el papel del lenguaje y su relación con el pensamiento. Al respecto Vigotsky (1982:129) expresa, "…el lenguaje externo es la conversión del pensamiento en palabra, su materialización y objetivación"; mientras que en el lenguaje interior el habla se transforma en pensamientos internos. Según este mismo autor, "el lenguaje escrito es la forma más elaborada del lenguaje" (Vigotsky, 1982:140), puesto que facilita organizar mejor las

ideas de lo que se transmite y se puede revisar en múltiples ocasiones.

Como aportes importantes de los trabajos de Galperin se destacan, los parámetros que funcionan como indicadores de la calidad y las etapas del proceso de formación de las acciones mentales; aspectos de obligada revisión en la concepción y diseño de la estrategia didáctica que se presenta en el Capítulo II, asumiendo que en la transición de una etapa a otra hay que tener en consideración las características de cada estudiante y del contenido objeto de asimilación.

A criterio de Galperin (1986), toda acción comprende tres componentes: orientación, ejecución y control. La orientación es el componente fundamental, considerada como el mecanismo psicológico de formación de la acción de donde depende la calidad de la ejecución. Comprende la formación por el sujeto de la imagen de la situación (modelo del objeto), el establecimiento del plano de las acciones (modelo de la acción) y la regulación de la acción en el proceso de su ejecución.

Por su parte la ejecución es la realización real de la acción por el sujeto. La calidad de las acciones formadas (atención, memoria, razonamiento y pensamiento, entre otras) depende de cómo se estructure la enseñanza, del tipo de orientación que se ofrezca al sujeto y del sistema de condiciones que garantice la formación de la acción; el cual comprende la representación del producto final de la acción y de sus productos particulares, el carácter y el orden de las operaciones que forman parte de la acción, así como de los instrumentos de su realización.

El control, permite la regulación del proceso de enseñanza por el docente y la autorregulación por el propio sujeto que aprende y, por tanto, la realización de las correcciones necesarias. Es decir, este componente está presente en todo el proceso de formación de la acción.

La importancia de dirigir el proceso de aprendizaje, de manera adecuada, es destacada por Galperin (1986) cuando refiere que es necesario seleccionar las acciones y organizar su ejecución, de forma que se garantice la formación de conocimientos y habilidades con la calidad requerida. Establece además, un conjunto de características que constituyen indicadores de la calidad de la acción formada, estas son:

- La forma en que se realiza la acción (externa, verbal o interna).
- El grado de generalización: las posibilidades de su aplicación a diferentes tipos de situaciones.
- La concienciación o capacidad del sujeto de poder explicar lo que ha hecho y por qué lo ha hecho.
- La solidez o grado de permanencia de la acción en el tiempo.

Estos indicadores son necesarios en todo el proceso de formación y desarrollo de habilidades a partir de acciones y operaciones, tanto en el análisis de las condiciones previas como después de formadas. El chequeo constante de los mismos propicia un mejor control de las acciones, un mayor progreso en el aprendizaje según el análisis de las individualidades de los estudiantes.

Para ello el proceso de aprendizaje comienza con el descubrimiento de las condiciones necesarias para el desarrollo exitoso de la acción mental, tales condiciones son: el objeto de acción y sus propiedades, el objetivo de la acción, los medios necesarios para la realización del objetivo y el desarrollo concreto de la acción. Con la comprensión de estas condiciones, el hombre se construye una base de orientación. Para Galperin (1986) esta base está constituida por todas las condiciones con las cuales el hombre se orienta realmente, consciente o inconscientemente, en la realización y proceso de formación de la acción mental.

Esa base de orientación constituye la BOA, que según Talízina (1988) es el sistema de condiciones en el que se apoya el individuo al cumplir la acción, se presenta atendiendo a tres características fundamentales, por el grado de generalización de los conocimientos que forman parte de ella, según la plenitud del reflejo de las condiciones que determinan el éxito de la acción y según el modo de obtención, o sea, de cómo el alumno recibe la base orientadora.

Por vía teórica pueden obtenerse ocho tipos de base orientadora para la acción, de los cuales, cuatro se establecen por vía experimental. En este último grupo se destaca la de tercer tipo, que "…se caracteriza por tener una composición completa, los orientadores están representados en su forma generalizada, (...) la elabora el sujeto independientemente por medio del método de generalización (...) y le son inherentes no solo la rapidez y el proceso carente de faltas, con una gran estabilidad y amplitud del traslado." (Talízina 1988:90)

La BOA de tipo tres es más productiva pues responde a las exigencias modernas que se le presentan a la actividad humana, exige una revisión más profunda de las asignaturas de estudio; la misma posibilita que el estudiante, que ha asimilado los modos de la actividad por esta vía, sea capaz de construir independientemente no solo las variantes conocidas del sistema, sino también las nuevas.

Este es el tipo de base orientadora para la acción que se asume en esta investigación porque incentiva en los estudiantes el pensamiento creador y se enfoca en la esencia de los fenómenos hacia la formación del pensamiento teórico. Se desarrollan las habilidades por la vía de la ejercitación de las acciones mentales, proceso que ocurre en el marco de la actividad cognoscitiva, donde los procedimientos sirven de apoyo al profesor en la enseñanza y son útiles al estudiante en su

aprendizaje.

1.2.3 Los procedimientos de la actividad cognoscitiva

Según Talízina (1988), en el proceso de solución de las tareas el individuo, por lo general, no utiliza acciones aisladas, sino sistemas enteros de ellas. Habitualmente, a tal conjunto de acciones que conducen a la solución de tareas de una determinada clase se les denomina modo, procedimiento o método de solución. Dicha autora también refiere que como el proceso de solución de la tarea es desde la actividad cognoscitiva realizada por el hombre, se le llama a ese conjunto de acciones, procedimientos de la actividad cognoscitiva.

Se coincide con Talízina (1988) cuando plantea que para modelar los procedimientos de la actividad cognoscitiva es necesario separar las acciones que los componen, las relaciones entre ellas, para elaborar una prescripción general que asegure la utilización de ese procedimiento en la solución de las tareas propuestas. Además, según la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales, propone dos modos de modelar la actividad cognoscitiva; el procedimiento teórico-experimental y el análisis de los tipos formados de actividad. Y caracteriza a los procedimientos, según sus funciones, su contenido y las vías de formación.

Cuando se modela la actividad cognoscitiva, a partir del procedimiento teórico-experimental, se estructura en cuatro etapas. En la primera, el modelo se basa en el análisis teórico de la solución de los problemas de un tipo determinado y en las dificultades que presentan los estudiantes en la práctica de la enseñanza. La modelación de esta acción indica el objetivo final y los medios para su logro; es decir, se debe incluir el objeto en el concepto y establecer la existencia en los objetos dados de las características (propiedades) necesarias y suficientes.

En la segunda etapa se realiza una verificación experimental del modelo obtenido. Aquí se constata: si todos los elementos del método aplicado fueron esclarecidos, si fue establecido correctamente el orden de su estudio y si el modelo inicial es incompleto o incorrecto. Todo se realiza sobre la base del análisis de los resultados obtenidos en la aplicación de dicho modelo.

Luego en la tercera, se realiza una elaboración complementaria del modelo según la base de datos experimentales de la etapa anterior. Ya en la cuarta, se realiza la verificación experimental del modelo perfeccionado, lo que se repite hasta lograr el modelo deseado.

En el caso del procedimiento modelado por el modo análisis de los tipos formados de actividad, se caracteriza por ser una actividad mental, generalizada, reducida y automatizada. A través de este modo el estudiante crea la zona de búsqueda en la proposición de problemas para la mediatización

de diferentes conceptos actualizando de inmediato, al final del proceso, el sistema de propiedades que puede utilizarse en las condiciones dadas.

Puede verse en la Figura 1 la clasificación de los procedimientos, según sus funciones, el contenido y vías de formación.

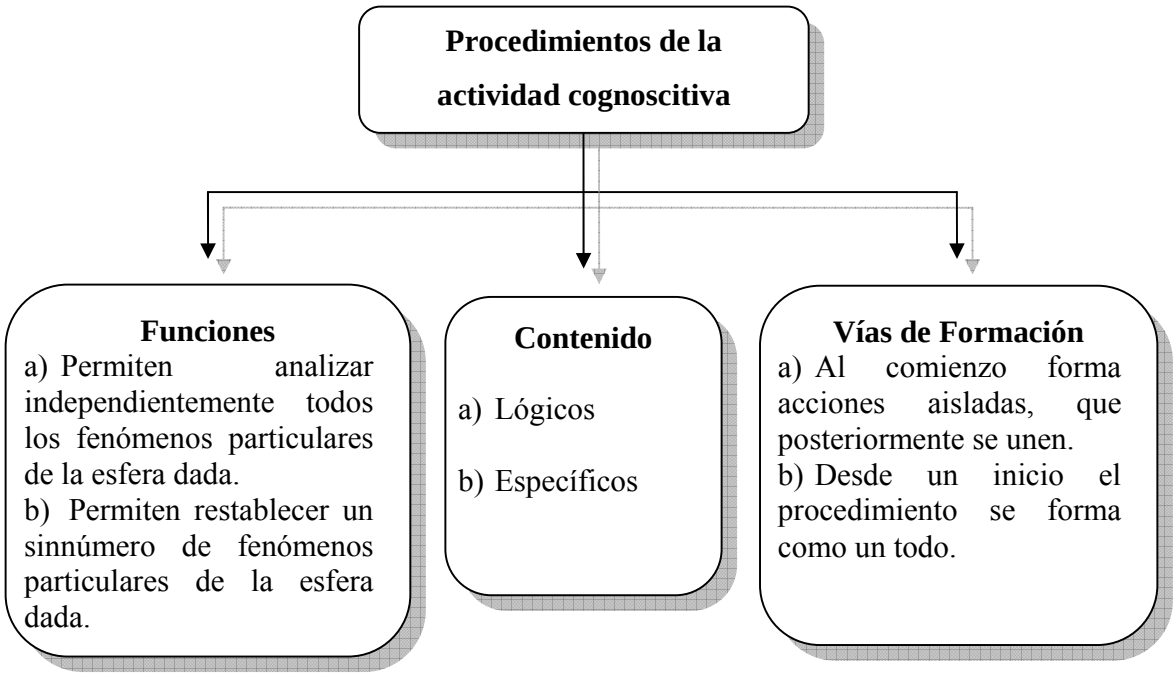


Figura 1. Clasificación de los procedimientos de la actividad cognoscitiva. (Talízina, 1988)

Fuente : elaboración propia.

Los procedimientos, que permiten analizar independientemente todos los fenómenos particulares de la esfera dada y que como vía, al comienzo forma acciones aisladas que luego se unen, son aplicables en todas las esferas de la actividad cognoscitiva (Talízina, 1988), pues en ellos se asocian las operaciones del pensamiento lógico (comparación, clasificación, identificación); puede ser independiente de una materia determinada, a pesar de que se realiza con la utilización de los conocimientos específicos. A los procedimientos específicos se asocian las habilidades que se utilizan solo en un área determinada del saber.

El procedimiento, al principio se aplica de manera materializada o verbal externa y luego se traslada de manera paulatina al plano mental. De aquí que las tareas encomendadas, se ejecutan teniendo en cuenta no algunas de las acciones sino el procedimiento en su conjunto. El profesor por su parte debe mostrar cómo se ejecuta dicho procedimiento y a su vez dar las explicaciones necesarias para su correcta asimilación, pues al decir de Talízina (1988), la formación de los procedimientos de la

actividad cognoscitiva, al igual que la formación de algunas acciones mentales, está relacionada indisolublemente con la asimilación de los conocimientos.

Cuando se analiza el estado de desarrollo de la enseñanza de la Matemática, según Blanco (2005) se observa la existencia de algunas discrepancias sobre determinados temas. Entre las analizadas por este autor está, la de, si el aprendizaje de la Matemática es conceptual o procedimental. Blanco (2005) basa su opinión en los diversos criterios sobre el tema, desde el hecho de que la Matemática se aprende haciéndola y la no existencia de unidad en lo que respecta hacia donde dirigir la enseñanza de la Matemática, hacia los objetos o hacia los procesos.

En la enseñanza de la Geometría, una de las ramas de la Matemática, puede verse de manera reiterada la presencia de los procedimientos de la actividad cognoscitiva. A juicio de León (2011), los procedimientos geométricos son los procedimientos típicos del tratamiento de la geometría que guardan relación con los propios del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, los que se clasifican en algorítmicos y heurísticos.

Los procedimientos geométricos de tipo algorítmico están dados por una secuencia finita de pasos, los cuales permiten la solución del problema geométrico dado. Para algunos autores como Lizarazo (2012), los procedimientos algorítmicos son una sucesión de acciones prefijadas que hay que realizar, donde una cuidadosa y correcta ejecución siempre lleva a una solución segura del problema.

Los procedimientos geométricos heurísticos, según León (2011), son aquellos que orientan hacia la búsqueda y descubrimiento de vías de solución a partir de la analogía, la inducción, la reducción de un problema a otro ya resuelto y la generalización, entre otros. Aquí la sucesión de acciones según Lizarazo (2012) tienen un cierto grado de variabilidad y su ejecución no necesariamente tiene un resultado satisfactorio, aunque luego se procede a la elaboración y organización de las actividades a desarrollar para lograr el fin deseado, en correspondencia con los errores cometidos en dicha ejecución.

En consecuencia con lo anterior, en la formación de los procedimientos de la actividad cognoscitiva, es necesario,"...modelar los procedimientos..., separar las acciones que los componen, las relaciones entre ellas..., elaborar sobre esta base una prescripción general que asegure la aplicación del procedimiento dado a la solución de tareas de la clase correspondiente." (Talízina, 1988:204). Por lo que, "...este procedimiento permite no solo resolver todos los problemas específicos [...], sino igualmente confeccionarlos." (Talízina, 1988:223)

De esta manera en la presente investigación se asume que los procedimientos geométricos identificados son modelados a partir del modo teórico-experimental. De acuerdo con sus funciones, se toman los que permiten analizar independientemente todos los fenómenos particulares de la esfera dada; según el contenido, se trabaja con los lógicos; y se utiliza como vía para su formación, la que al comienzo forma acciones aisladas y que luego se unen. Además son procedimientos heurísticos por estar orientados a la búsqueda de vías de solución. Todo esto se implementa con la utilización de una BOA del tercer tipo por las ventajas de la misma, según lo abordado en este capítulo.

Los conocimientos no se pueden separar de las acciones. El grado de asimilación de los conocimientos se determina por "...la variedad y el carácter de los tipos de actividad en los cuales los conocimientos pueden funcionar." (Talízina, 1988:44). Es decir, en el proceso de asimilación de los conocimientos se produce la adquisición de procedimientos, de estrategias, que en su unidad conforman las habilidades generales, como son las relacionadas con los procesos del pensamiento (análisis, síntesis, abstracción, generalización) y las específicas de las asignaturas, en particular las de la Matemática.

En la literatura consultada no se aprecia la utilización de procedimientos geométricos como modos de la actividad cognoscitiva, son escasas las investigaciones que se dedican a la identificación de estos procedimientos y las que lo hacen no parten de la concepción teórica de la materia de estudio, en este caso la Geometría Analítica.

Los procedimientos son tratados como una secuencia de pasos que el estudiante debe cumplimentar para la realización de una tarea, pero no se realiza un análisis de la necesidad y suficiencia de los pasos, que por la complejidad de algunos, se hacen en ocasiones irrealizables. Los procedimientos no son modelados empleando los modos de la actividad cognoscitiva para convertir esos supuestos pasos en verdaderas acciones y operaciones. Además en el tratamiento de estos no se tiene en cuenta la teoría de la formación por etapas de las acciones mentales para la formación y desarrollo de dichas acciones y operaciones, ni los indicadores de calidad de la acción formada.

En el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, cada contenido por su naturaleza, exige un modo de actuar con características específicas. Para la disciplina Matemática Superior en el primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica, a partir de los problemas fundamentales de la Geometría Analítica, según su concepción teórica y los núcleos de conocimientos de la disciplina, se

identifican los procedimientos geométricos: representar un sólido dada su expresión analítica y determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica.

En el Capítulo 2 se analizan el conjunto de acciones y operaciones para cada uno de los procedimientos geométricos seleccionados, así como la relación que se establece entre dichas acciones y operaciones con las habilidades espaciales.

Por el valor que revisten dichas habilidades tan necesarias para el estudio de la Geometría, tanto Analítica como Descriptiva y el Dibujo Mecánico y de otras asignaturas para el futuro ingeniero mecánico, se desarrolla el próximo epígrafe.

1.3 Las habilidades espaciales

El espacio en el sentido filosófico expresa la coexistencia entre las cosas, mientras que el tiempo manifiesta la sucesión entre unos procesos y otros, como forma de concatenación de los fenómenos. Es imposible concebir un objeto existente en el espacio y fuera del tiempo, o la manifestación de su existencia en el tiempo sin una determinación espacial.

El espacio real existe en tres dimensiones en tanto las cosas existen en forma tridimensional. El problema de la tridimensionalidad del espacio adquiere sentido filosófico a través de la consideración del reflejo inexacto, ideal, de la existencia en el espacio de los fenómenos de la realidad.

Al respecto, Freudenthal (1983), citado por Guillén (2010), ha defendido en múltiples ocasiones la iniciación en la geometría a partir de los sólidos. Y fundamenta su idea primeramente, en la concepción que se tiene de la enseñanza de la Geometría en el nivel elemental. En segundo lugar, lo que el autor denomina “el encaje”, o sea que el espacio con sus sólidos es más concreto que el plano con sus figuras.

En el espacio hay multitud de relaciones y en el plano el camino hacia el análisis lógico es más corto; el espacio es más intuitivo y facilita más las actividades creativas. Como tercera consideración propone a los sólidos como una de las aproximaciones para las figuras planas o las líneas, pues los objetos del entorno y los sólidos figuran como contextos a partir de los cuales se pueden constituir objetos mentales iniciales sobre estos conceptos y sus relaciones (Guillén, 2010).

Múltiples han sido los estudios alrededor del tema del espacio y sus fenómenos. Sobre la habilidad que tienen los niños para representar el espacio, se basan las investigaciones de Jean Piaget. Este científico llevó a cabo diversos experimentos, en muchos de los cuales proponía a los niños tareas geométricas y observó que los mismos desarrollaban una percepción del espacio circundante desde

muy pequeños, lo que no significaba que tuvieran una conceptualización del mismo, que les permitiera construir una representación mental de él. A su criterio, la percepción del espacio está condicionada por las características del pensamiento del individuo.

Tras años de estudio, Piaget saca a la luz su teoría sobre las etapas del desarrollo cognitivo. En la cual, se descubren los estadios del desarrollo cognitivo desde la infancia a la adolescencia, donde enfatiza que las estructuras psicológicas se desarrollan a partir de los reflejos innatos, luego se organizan en esquemas de conducta y se internalizan como modelos del pensamiento, para por último desarrollarse en estructuras intelectuales complejas; lo que constituye su concepción del aprendizaje desde la teoría constructivista. En estos estadios se ha visto reflejada la relevancia que tienen las habilidades espaciales para una adecuada contextualización del espacio. Además, de lo que se lograría, con su desarrollo en determinadas profesiones, entre ellas la ingeniería.

Esta teoría, al decir de Camargo (2011), ha servido de punto de partida para la identificación y caracterización de procesos matemáticos propios de la actividad geométrica, estrechamente relacionados unos con otros, tales como: la visualización, la representación, la conceptualización y la demostración. Aunque en un inicio las habilidades de visualización se veían como algo innato y propio de la manera de pensar de algunos estudiantes (Krutetstkii, 1976), poco a poco el desarrollo de las habilidades de visualización se introducen como una responsabilidad curricular y ha constituido el objeto de análisis de diversos investigadores en la didáctica de la Geometría como son los trabajos de Van Hiele (1957), Hoffer (1990), Del Grande (1990), Presmeg (2006), Gal y Linchevski (2010), entre otros.

En la enseñanza de la Geometría, existe un modelo, desde el punto de vista pedagógico, que muchos investigadores como Burger y Shaughnessy (1986), Jaime (1993), Galindo (1996), Gutiérrez (1998,1991), Bravo (2002), Guillén (2004), Fouz y Donosti (2005), Rodríguez y Ricardo (2007), Chang y otros (2007) León (2011) y Barboza (2013), entre otros, le asignan un gran importancia, el Modelo de Van Hiele. A diferencia de la teoría para la formación por etapas de las acciones mentales, que es psicológica, este modelo es una concepción propiamente didáctica, que contribuye al desarrollo de habilidades básicas para la comprensión de la Geometría y permite un desarrollo sistemático y eficiente de la capacidad de razonamiento. (Bravo, 2002)

El modelo de Van Hiele abarca dos aspectos: el descriptivo, donde se identifican diferentes formas de razonamiento geométrico y el instructivo, el cual conduce a los profesores para favorecer el avance de sus estudiantes por los niveles de razonamiento.

En el descriptivo, el eje central del modelo radica en que, en el proceso de aprendizaje de la Geometría, el razonamiento de los estudiantes pasa por una serie de niveles, secuenciales y ordenados. Cada nivel supone la comprensión y utilización de los conceptos geométricos de una manera distinta, lo cual se refleja en cómo se interpretan, definen, clasifican y demuestran.

La parte instructiva la constituyen cinco fases de aprendizaje que son: información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre e integración. Estas se caracterizan por ser directrices que mediante el desarrollo de actividades permiten el paso de un nivel de razonamiento a otro, por lo que no están asociadas a ningún nivel, sino que en cada nivel se transita por las cinco fases.

En función de todo lo visto hasta el momento, se asumen las ideas sobre las fases de aprendizaje, por contemplar importantes momentos del proceso de enseñanza-aprendizaje tales como: el diagnóstico de las condiciones previas de los estudiantes, la creación del nivel de partida, la elaboración o construcción del nuevo saber, la ejercitación y la sistematización del conocimiento adquirido, destacando el papel de la actividad en el desarrollo de la capacidad de razonamiento y el control o autocontrol de lo aprendido. Cuestiones presentes en cada una de las actividades a realizar para el desarrollo de las habilidades espaciales en los futuros ingenieros mecánicos.

Cuando se trata el tema de las habilidades, se ha puesto de manifiesto, que el proceso de adquisición de las mismas está muy relacionado con el desarrollo de capacidades humanas que, a su vez, son un resultado del desarrollo histórico social. Alrededor del término capacidad se encuentran las acepciones que la componen: aptitud, destreza y habilidad. Lo cierto es que si se consultan estos términos, se origina el problema denominado "de circularidad", (Montes de Oca, 2002), (Martín, 2010) y (Curbeira, 2013), ya que son definidos recurriendo a los otros y es difícil lograr establecer una clara diferenciación entre ellos, o explicitar la forma en que se vinculan y/o complementan.

Sin embargo, el diccionario de la Real Academia Española, define el término capacidad como, aptitud, talento, cualidad que dispone a alguien para el buen ejercicio de algo (Real Academia Española, 2001); Rubinstein por su parte, refiere que, "las capacidades son una formación compleja, un conjunto de propiedades psíquicas que hacen idóneo al hombre para cierta actividad profesional socialmente útil". (Rubinstein, 1979:50)

Basándose en sus investigaciones pedagógicas, Rubinstein coincide con Petrovski (1976), en que al igual que las habilidades y los hábitos, las capacidades no son innatas en las personas, estas pueden formarse. Sin embargo, una capacidad por sí sola no garantiza la correcta ejecución de una actividad, ello requiere todo un complejo de ellas.

Lo mismo ocurre con los términos de capacidad espacial y habilidad espacial, ambos son usados intercambiablemente, Sorby (1999), Canturk-Gunhan y otros (2009) y se plantea, que en este campo no existe un acuerdo en el uso de la terminología.

Capacidad espacial se define como, la capacidad para visualizar, que una persona posee antes de ser entrenada, según Spearman (1927), citado por (Martín, 2009:35) es "la capacidad de obtener y crear información nueva, útil y aplicable a partir de informaciones sensoriales ya existentes, que se manifiestan en el comportamiento o la actividad mental del sujeto", mientras que la habilidad espacial puede ser aprendida y adquirida a través del entrenamiento, Sorby (1999). Se puede contribuir a su desarrollo de varias maneras según: el proceso de trasmitir el conocimiento, las técnicas para llevar a cabo el aprendizaje, cómo se utilicen los recursos didácticos o la calidad de los materiales, entre otras (Martín, 2010).

Para Martín (2009), la habilidad espacial es la parte de la capacidad espacial que puede adiestrarse con el entrenamiento. Sorby (1999) es del criterio que en los estudiantes del nivel universitario es prácticamente imposible distinguir entre una u otra. El criterio que aporta en este sentido, es el desconocimiento que se tiene de la enseñanza anterior recibida por el estudiante, razón por la cual algunos investigadores asumen ambos términos como uno solo.

En cuanto al planteamiento anterior, no se comparte el criterio de que el desconocimiento de la enseñanza anterior recibida por el estudiante justifique la circularidad alrededor de estos términos. Sus definiciones están bien claras en diccionarios e investigaciones del tema, las cuales existen independientemente del nivel que curse el estudiante. Además, en la Enseñanza Superior hay diferentes formas de conocer las habilidades con las cuales arriban los estudiantes en determinada rama del saber. Se aplican instrumentos, test y pruebas pedagógicas con estos fines. A partir de un diagnóstico inicial en el primer año de la carrera se puede conocer si son suficientes o no los conocimientos y habilidades que tienen los estudiantes y en función de ello, trabajar en los contenidos propios del nivel universitario.

Para esta investigación se asume que a pesar de la circularidad existente a la hora de definir ambos conceptos, se coincide con Martín (2010), en que la capacidad espacial supone la integración de aptitudes, habilidades y destrezas en lo que respecta al espacio.

En cuanto a la definición y clasificación de las habilidades espaciales, existen varios criterios que demuestran la no existencia de consenso al respecto. Entre los que se destacan los dados por Saorín (2006), Martín (2009), Canturk-Gunhan y otros (2009), Martín (2010), Metz y otros (2012) y

Ramírez (2012).

Puede verse en Morales y Bravo (2014) como numerosos autores han definido de una manera o de otra lo que son las habilidades espaciales. Rhoades (1981) por ejemplo, las define como la capacidad de crear una imagen mental de un objeto después de manipularla mentalmente. Para Tartre (1990) son habilidades mentales concernientes con la comprensión, manipulación, reorganización e interpretación de relaciones, de manera visual. Lohman (1993), la define como la habilidad para generar, retener, recuperar y transformar imágenes visuales bien estructuradas; o la habilidad para mentalmente, rotar, manipular y girar objetos dibujados en dos y tres dimensiones, según Saorín (2006).

La autora de esta tesis se adscribe a esta última definición, pues la misma contiene todos los elementos, que de una forma u otra recogen las demás definiciones encontradas, además:

- Es una definición que no presenta el problema de circularidad.
- Presenta términos empleados en la enseñanza precedente como: rotar, manipular y girar.
- Tiene en cuenta el espacio vectorial de trabajo.
- Los términos empleados se corresponden con los utilizados en las asignaturas de Geometría Descriptiva y Dibujo Mecánico.
- La terminología se relaciona fácilmente con las manifestaciones de los componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales.

Tener desarrolladas estas habilidades posibilita tener una buena conceptualización del espacio, lo que constituye una necesidad para la ingeniería, así como para otras disciplinas de las ciencias y las matemáticas, pues la capacidad de imaginar y de razonar acerca de las relaciones entre los objetos y su distribución espacial es primordial tanto para la vida cotidiana como para el razonamiento en ámbitos técnicos. En el siguiente apartado se analizan las diferentes clasificaciones existentes de las habilidades espaciales y la influencia de las imágenes mentales en el desarrollo de las mismas.

1.3.1 Los componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales

Existen varias líneas a la hora de establecer la clasificación de las habilidades espaciales, al no existir consenso en cuanto al número de componentes, categorías o factores de las mismas. Aquí cabe mencionar las realizadas por McGee (1979), Linn y Petersen (1985), Carroll (1993), Maier (1998), Olkun (2003), Cladellas (2008), Williams y otros (2008), Romo y otros (2013), entre otras. Se señalan algunas de las contradicciones encontradas, con respecto a las clasificaciones existentes, (Yilmaz, 2009):

- Existen varias clasificaciones bajo diferentes nombres, e idénticos nombres para diferentes componentes de la habilidad espacial.
- La cantidad de componentes o factores varían según el autor, entre dos y hasta diez tipos de habilidades espaciales, aunque la mayoría coincide en dar la clasificación en solo dos categorías.

Se explicitan a continuación, algunas de las clasificaciones existentes, así como la presencia de los elementos antes expuestos. Entre las más significativas se destaca la realizada por Linn y Petersen (1985) que las divide en:

- Percepción espacial, es la capacidad de determinar las relaciones espaciales de los objetos aun existiendo información que puede distraer al individuo.
- Orientación espacial o rotación mental es la capacidad de rotar mentalmente, de forma rápida y acertada las figuras bidimensionales u objetos tridimensionales.
- Visualización espacial se refiere a la capacidad de manipular la información espacial compleja cuando son necesarias varias operaciones para obtener la solución correcta.

Carroll (1993) clasifica las habilidades espaciales en:

- Rotación mental es definida como la velocidad mental para girar formas simples y reconocerlas en otra posición.
- Visualización espacial es la capacidad de manejar mentalmente formas complejas.

McGee (1979), Maier (1998), y Martín (2010), proponen cinco componentes. Los cuales son:

- Relaciones espaciales se refiere a la percepción de la posición de un objeto en relación a una posición anterior, considerando tamaño, distancias, volumen o cualquier otro signo distintivo.
- Percepción espacial es la capacidad para determinar las relaciones espaciales entre objetos, teniendo en cuenta la existencia de información no necesaria.
- Visualización espacial es la capacidad de manipular mentalmente, las imágenes visuales.
- Rotación mental se refiere a la capacidad de rotar mentalmente imágenes visuales. Estas imágenes pueden ser bidimensionales o tridimensionales.
- Orientación espacial es la capacidad de orientarse física o mentalmente en el espacio.

Olkun (2003) y Tseng (2009), refieren que el concepto de habilidad espacial es usado para las habilidades relativas al uso del espacio, o sea es la manipulación mental de objetos y sus partes en dos y tres dimensiones y centran su clasificación en:

- Relaciones espaciales: rotación mental de imágenes visuales bidimensionales y tridimensionales.

- Visualización espacial: es la habilidad para representar, transformar, generalizar, comunicar, documentar y reflexionar sobre información visual.

Los estudios realizados por los investigadores antes mencionados, sobre los análisis estructurales de la habilidad espacial son muy convergentes. Puede verse en Martín (2010), Morales y otros (2012), como la cantidad de componentes varían según el autor. Al menos dos factores coinciden de manera consistente: "Relaciones espaciales" y "Visualización", producto del solapamiento de estas con las demás.

Lara (2004), refiere que la teoría de la inteligencia humana comprende una serie de factores. En particular, señala la presencia de un factor general espacial y que este a su vez comprende dos grandes subfactores, el factor de visualización espacial y el de relaciones espaciales.

El primero de ellos lo describe como la aptitud para el manejo mental de imágenes o figuras y el segundo como un factor complejo pues involucra lo topológico, lo ciberbético, la orientación espacial y lo cinestético. O sea, refiere que este subfactor incluye actitudes para percibir e interpretar patrones y controlar las respuestas psicomotoras, ordenadas de forma espacial y aptitudes para orientarse en el espacio y para sentir o imaginar el movimiento del propio cuerpo.

Todos estos elementos hacen que la autora de esta invetigación se adscriba a la última clasificación de las habilidades espaciales dada por Olkun (2003) y Tseng (2009), donde las subdividen en los componentes relaciones espaciales y visualización, así como las definiciones dadas a dichos componentes por estos autores.

Para Olkun (2003) y Vázquez y Noriega (2010), una diferencia entre estos componentes es la velocidad de respuesta. La visualización implica complejidad de procesamiento, de ahí que las respuestas lleven más tiempo que en el caso de la captación de relaciones espaciales, que se da por insight. Entendiendo por insight, según Bravo (2002), cuando el estudiante es capaz de ejecutar una situación no familiar para él, si realiza de manera correcta y adecuada los actos requeridos por la situación y si desarrolla deliberada y de forma consciente un método que resuelva tal situación.

Para el caso del componente visualización, suele encontrarse en varios artículos como visión espacial, imaginación espacial y percepción espacial. Al respecto, Gutiérrez y otros (1991) y Gutiérrez y Jaime (2012) refieren que el término escogido suele dar idea de la posición que ha adoptado el investigador y el significado que le da al mismo. En la enseñanza de la Matemática, cuando se estudia la geometría tridimensional, como es el caso de esta tesis, se emplea el término

visualización o visualización espacial, términos que asume la autora de esta investigación.

Según Del Grande (1990), en visualización se deben tener en cuenta los aspectos siguientes:

1. Coordinación motriz de los ojos: la habilidad para seguir con los ojos el movimiento de objetos de forma ágil y eficaz.
2. Identificación Visual: reconocer una figura aislándola de su contexto.
3. Conservación de la percepción: reconocer que un objeto mantiene su forma a pesar de que este deje de verse total o parcialmente.
4. Reconocimiento de posiciones en el espacio: relacionar la posición de un objeto con respecto al observador o a otro objeto.
5. Reconocimiento de las relaciones espaciales: permite identificar correctamente las características de relaciones entre diversos objetos en el espacio.
6. Discriminación visual: permite comparar varios objetos identificando sus semejanzas y diferencias visuales.
7. Memoria visual: recordar las características visuales y de posición que tenían en un momento dado un conjunto de objetos.

Un elemento básico en las distintas concepciones de la enseñanza de la Matemática, que se encuentra presente en ambos componentes de las habilidades espaciales son las imágenes mentales, o sea las representaciones mentales que los sujetos pueden hacer de objetos físicos, relaciones, conceptos, etc.

Imagen mental, según Presmeg (1986), Plasencia (2000) es un constructo que la mente crea y que constituye un formato representacional de nuestro sistema cognitivo. La naturaleza de la imagen depende de construcciones mentales previas y de la motivación y propósitos de la persona que construye la imagen, además de la situación para la que se necesita la construcción. Las imágenes visuales, imágenes mentales que tienen un fuerte componente visual, son las que se consideran en esta investigación.

Según plantea Presmeg (1986), se han encontrado distintos tipos de imágenes mentales. En este estudio la autora también refleja lo que carateriza cada tipo de imagen. Figura 2

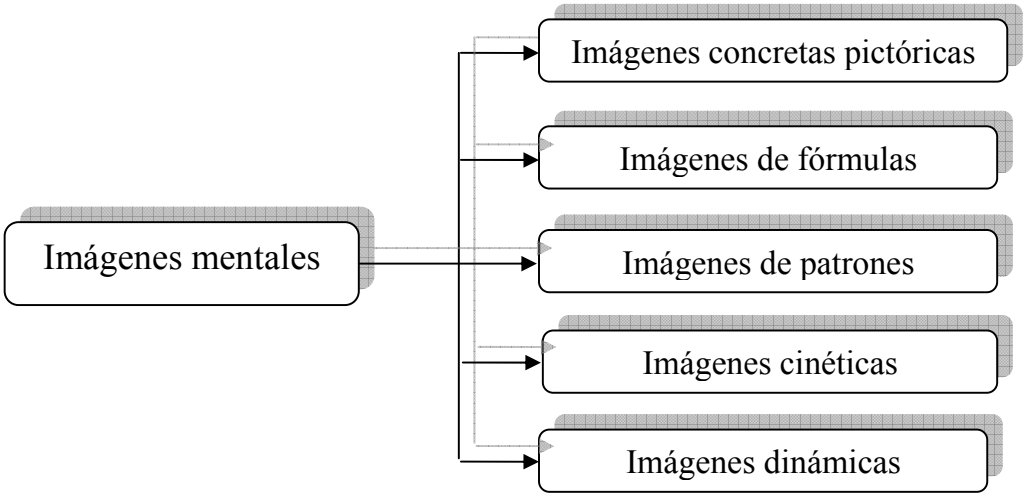


Figura 2. Tipos de imágenes mentales. Presmeg (1986)

Fuente: elaboración propia.

Las concretas pictóricas son aquellas imágenes figurativas de objetos físicos, las de fórmulas consisten en la visualización mental de fórmulas o relaciones esquemáticas de la misma manera como se les vería. Las de patrones, son imágenes de esquemas visuales correspondientes a relaciones abstractas; no se visualiza la relación propiamente dicha (una fórmula) sino alguna representación gráfica de su significado.

Para el caso de las cinéticas, son imágenes en parte físicas y en parte mentales, pues en ellas tiene un papel significativo el movimiento de manos y cabeza. Sin embargo, las dinámicas son imágenes mentales en las que los objetos o algunos de sus elementos se desplazan. No hay ningún tipo de actividad física como en la anterior.

Se comparte la idea de Plasencia (2000), de que la construcción de una imagen no es un proceso simple, pues muchas personas muestran incapacidad para visualizar objetos en tres dimensiones, lo que les lleva a fracasar en la solución de determinados problemas. Además, mantener y transformar son aquellos procesos que conducen a la interpretación de la imagen, manteniéndola en la conciencia durante el tiempo necesario y realizando en determinados casos transformaciones como: rotación, acercamiento o alejamiento de la imagen, exploración y análisis de un aspecto particular sobre el que basar la observación.

Las construcciones mentales que una persona realiza están mediatizadas por las imágenes mentales formadas en experiencias anteriores; lo que constituye, si no están bien formuladas, un serio obstáculo en el aprendizaje.

En las investigaciones analizadas se detecta que el desarrollo de las habilidades espaciales no se realiza a partir de la identificación y modelación de procedimientos geométricos para determinar así sus acciones y operaciones. Y aunque algunos autores, parten de los componentes de estas habilidades para lograr su desarrollo, no todos tienen en cuenta la relación de esas acciones y operaciones con las imágenes mentales. Pues la formación de estas últimas se realiza de manera implícita a través de dichos componentes, sin analizar cómo ellas se manifiestan en cada una de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos.

En consecuencia con lo anterior y los procedimientos geométricos identificados en el epígrafe 1.2, se analiza en el Capítulo 2 cómo se manifiestan los componentes de las habilidades espaciales, relaciones espaciales y visualización y los diferentes tipos de imagen mental en cada una de las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos, como se ilustra en la figura 3.

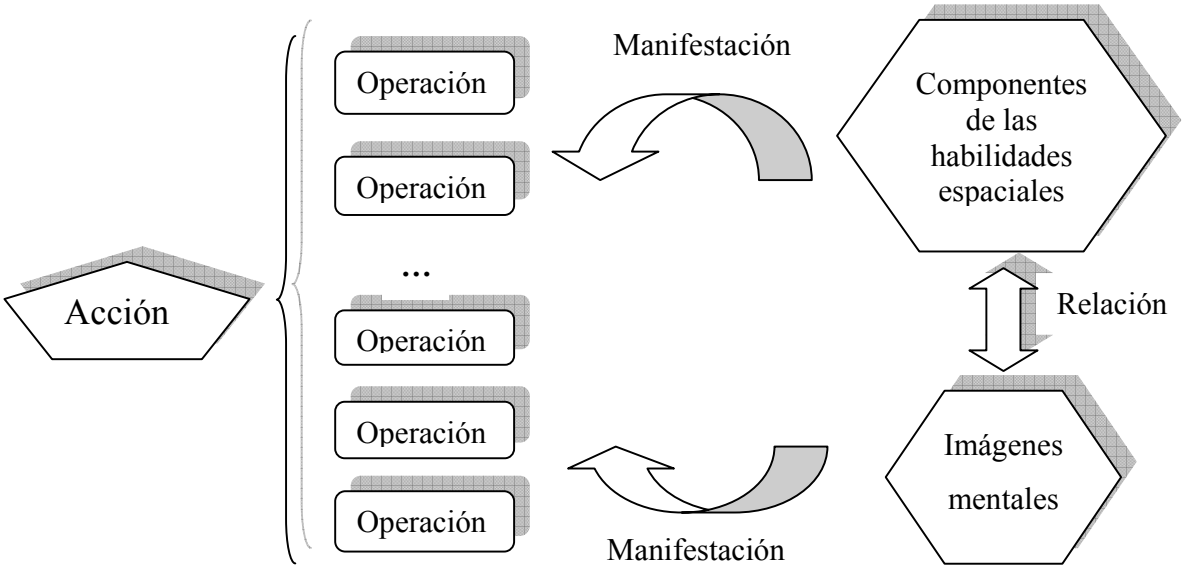


Figura 3. Manifestación de la relación de los componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales en las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos.

Fuente: elaboración propia.

La manipulación de las imágenes mentales se lleva a cabo mediante determinados procesos, según (Bishop, 1983), estos son de dos tipos:

1) Procesamiento visual: proceso de conversión de información abstracta o figurativa en imágenes visuales. Permite la transformación de imágenes ya formadas en otras.

2) Interpretación de información figurativa: proceso de lectura, comprensión e interpretación de las representaciones visuales usadas en Matemática (figuras geométricas, gráficas y diagramas de todo tipo) para extraer la información que contienen. Es un proceso inverso al anterior.

Debe tenerse en cuenta cuando se habla de visualización, las habilidades utilizadas por los individuos para la creación y procesamiento de imágenes visuales, o sea aquellas imágenes ya sean físicas o mentales que se crean, utilizan y transforman en una actividad de visualización espacial.

Para desarrollar las habilidades espaciales sobre la base de la formación de las imágenes mentales en los futuros ingenieros mecánicos, se presenta en el Capítulo 2 una estrategia didáctica, que bajo la concepción propuesta, permite que el estudiante sea capaz de orientarse en el espacio y establecer relaciones en él, a partir de un cuerpo dibujado en el plano, representárselo en el espacio y viceversa para crear una sólida base en el logro de una cultura espacial.

Ese es uno de los retos de esta propuesta, la cual está encaminada al desarrollo de las habilidades espaciales desde la relación de las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos y los componentes de estas habilidades haciendo énfasis en la formación de las imágenes mentales, para contribuir con el razonamiento mecánico a través de la disciplina Matemática Superior en los estudiantes de primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica.

1.3.2 Las habilidades espaciales y el razonamiento mecánico en los estudiantes de Ingeniería Mecánica

Visualizar objetos o sus partes en la mente, constituye una habilidad cognitiva vital para muchos campos y carreras, en especial para aquellas que requieren del trabajo con imágenes gráficas, por ejemplo, la ingeniería.

Expresar con un gráfico una idea o concepto de diseño y las habilidades de visión espacial se destacan como dos elementos fundamentales en la actividad profesional del ingeniero, (Saorín y otros, 2005). Un boceto puede ser fundamental para tener una primera idea de solución de un problema; este, en muchos casos es realizado en la mente y luego llevado al papel.

En una búsqueda del origen de la relación entre las habilidades espaciales e ingeniería, se llega a la Armada Americana o a las oficinas de empleo de Estados Unidos o Gran Bretaña, donde utilizaban test o encuestas que, en la búsqueda de algo, que en aquel momento llamaron factor mecánico práctico y hoy "visión espacial", era necesario para la profesión de ingeniero, (Saorín, 2006). Este autor refiere, cómo ha evolucionado y manifestado la relación de estas habilidades con la profesión del ingeniero. Además, cómo han cambiado los términos utilizados, hasta llegar a los que se

conocen hoy en día.

Numerosos investigadores, refieren sobre la existencia de una fuerte correlación entre las habilidades espaciales y la ingeniería, entre ellos se destacan, Hegarty (2004), Kayhan (2005), Chun-Heng (2006), Saorín (2006), Sorby (2007,2006), Nagy-Kondor (2007), Swarlis (2008), Williams y otros (2008), Martín (2009), Tseng (2009), Martín (2010), Torner (2010), Veurink y Sorby (2012), Vergara y Rubio (2013), Valiente y Galdeano (2014), entre otros. Algunos de ellos proponen entrenamientos, estrategias de mejora, entre otras propuestas, para fomentar el desarrollo de estas habilidades, desde las asignaturas de expresión gráfica, o sea la Geometría Descriptiva, el Dibujo y otras similares. En algunos de estos estudios se escoge a la carrera de Ingeniería Mecánica como el medio para la aplicación de dichas estrategias.

Al ingeniero mecánico estas habilidades le permiten, el análisis y la creación de sistemas mecánicos para entender e inferir el movimiento de un determinado mecanismo sin estar planteadas las ecuaciones que describen su comportamiento, generar abstracciones del movimiento de los cuerpos en el espacio, percibir los cambios y las relaciones espaciales que presenta un elemento o un conjunto de ellos, algunos resumen este conjunto de ideas en el término, razonamiento mecánico.

El razonamiento mecánico es la habilidad para comprender los principios mecánicos y físicos en situaciones conocidas, para utilizarlos en ocupaciones relacionadas con la mecánica y que es significativo para aprender los principios de operación y reparación de instrumentos y mecanismos complejos y mantenimiento de maquinarias.

El razonamiento espacial, concepto muy relacionado para lograr el anterior, permite discriminar las relaciones de los elementos en diferentes espacios, predecir su dinámica, plantear su evolución e imaginar los objetos de forma completa y correcta aunque solo se tenga una visión parcial de los mismos, o se vean desde una perspectiva que los distorsiona.

Hegarty (2004), plantea al respecto, que en razonamiento mecánico el modo de representar es en esencia espacial, porque la Mecánica es la ciencia del movimiento y este a su vez una propiedad espacial. Apunta además, que el razonamiento mecánico depende de la información espacial visible como: localización de objetos, sus formas y relaciones, esto también involucra las propiedades no visibles, como la fuerza por ejemplo, pero que está distribuida de manera espacial.

En los artículos, ensayos y diversas propuestas consultadas sobre el tema, se explícita, cómo entrenar y evaluar el desarrollo del razonamiento mecánico y por lo general el instrumento utilizado va acompañado de uno similar para medir las relaciones espaciales.

En el caso particular de la carrera de Ingeniería Mecánica de la Universidad Carlos Rafael Rodríguez de Cienfuegos, se implementa un proyecto dedicado al desarrollo de la formación holística del ingeniero. Entre los aportes del mismo está, la aplicación del Test de Aptitudes Diferenciales (TAD) para conocer el nivel de entrada de los estudiantes al primer año de la carrera.

De las ocho pruebas que componen el cuestionario del referido test, o sea, razonamiento verbal, habilidades numéricas, razonamiento mecánico, relaciones espaciales, razonamiento abstracto, velocidad y exactitud perceptual, ortografía y uso del lenguaje, (Bennet, y otros, 1982), se aplican las cuatro primeras por las características del perfil profesional del ingeniero mecánico.

En el caso particular del test de relaciones espaciales, se observa que consta de numerosos ítems, donde el estudiante debe seleccionar el o los objetos tridimensionales correctos entre cinco patrones bidimensionales. Este test mide la habilidad del estudiante en la percepción visual de objetos en forma tridimensional, así como la habilidad para crear una estructura tridimensional con base en un plano bidimensional, también mide la habilidad para manipular mentalmente dichos objetos.

Los resultados de los referidos test sirven de punto de partida para la planificación y diseño de las asignaturas en función del grupo de estudiantes que las recibe. Lo que se obtiene de la aplicación del Test de Relaciones Espaciales, siempre se relaciona con las asignaturas de expresión gráfica, es decir, dichos resultados constituyen un diagnóstico solo para las asignaturas, Geometría Descriptiva y el Dibujo Mecánico, al menos así se interpreta. La autora de este trabajo es del criterio que la relevancia de esos resultados va mucho más allá y la significación que tienen para el desarrollo de la Matemática es evidente, cuando de la Geometría Analítica se trata.

Las respuestas de dicho test aportan elementos de consideración sobre el desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes y si se analizan de manera coordinada y no aislada con lo que se obtiene de la aplicación del tets para el razonamiento mecánico, la efectividad en las propuestas y estrategias de mejora, será mayor.

En cuanto a la relación habilidades espaciales-razonamiento mecánico, se pudo constatar que el ingeniero mecánico debe saber orientarse en el espacio, en particular, con el equipo o máquina herramienta que está operando. Si este sufre una rotura y no se observa a simple vista, poder ubicarla según el reflejo mental que pueda hacerse del equipo en la mente.

La autora de esta tesis asume, que no solo las asignaturas de expresión gráfica contribuyen al razonamiento mecánico, desarrollando en los estudiantes sus habilidades espaciales; la Matemática como la ciencia que fomenta el razonamiento lógico y espacial, también aporta elementos

significativos para que el futuro ingeniero pueda estudiar el comportamiento de las máquinas, equipos e instalaciones y realizar análisis de sus principios de funcionamiento y características de operación. Además, para el análisis dinámico por técnicas tan asociadas a la representación gráfica como los elementos finitos, la modelación matemática de procesos, en los que se pone de manifiesto el vínculo de las habilidades espaciales-razonamiento mecánico.

Por tal razón, la autora considera, que es posible y viable, el desarrollo de las habilidades espaciales desde el vínculo de la Matemática y las demás asignaturas propias de la ingeniería, para potenciar el razonamiento mecánico a través de la disciplina Matemática Superior en los estudiantes de primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica.

Lo que se concretará en el diseño, organización y ejecución de una estrategia didáctica, que le brinda al profesor, herramientas para dirigir el proceso de desarrollo de las habilidades espaciales desde la concepción del vínculo de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos con los componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales. Y al estudiante le proporciona las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos identificados, con los cuales puede resolver diferentes ejercicios de la esfera dada. Además de controlar su aprendizaje según las acciones que puede completar o no, autorregulando el proceso.

1.4 Conclusiones del Capítulo I

Se asume la Matemática Superior en la formación del ingeniero mecánico, como una de las disciplinas del ciclo básico, al proveer de sólidos conocimientos y herramientas necesarias para el posterior enfrentamiento de las ciencias de ingeniería y redundando de manera eficaz en los modos de actuación de este profesional.

Los modos y procedimientos de la actividad cognoscitiva permiten, identificar el modo teórico-experimental para modelar los procedimientos geométricos y clasificarlos, según las funciones en aquellos que permitan analizar independientemente todos los fenómenos particulares de la esfera dada, según el contenido en lógicos y los que al comienzo forman acciones aisladas que posteriormente se unen, según la vía de formación.

El estudio de las habilidades espaciales y sus clasificaciones permite la identificación y toma de posición sobre la relación de los componentes visualización y relaciones espaciales con las imágenes mentales.

La formación por etapas de las acciones mentales constituye la base teórica para el proceso de interiorización de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos y concebir el

desarrollo de las habilidades espaciales desde la manifestación de sus componentes con las imágenes mentales.

La relación entre los procedimientos geométricos y las habilidades espaciales con la formación de las imágenes mentales permite el establecimiento de los nexos entre el razonamiento espacial y el razonamiento mecánico para un mejor aporte, desde el ciclo básico, al modelo de este profesional.

CAPITULO II. ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA EL DESARROLLO DE LAS HABILIDADES ESPACIALES EN LOS ESTUDIANTES DE INGENIERÍA MECÁNICA

"*Visualizo las cosas en mi mente*
Antes de que las tenga que hacer.
Es como tener un taller mental".
Jack Youngblood, 1950 -

En el presente capítulo se presenta la estrategia didáctica con etapas y acciones para el desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes de la carrera de Ingeniería Mecánica desde la disciplina Matemática Superior en el primer año y se explica el diagnóstico realizado a la muestra objeto de estudio. Se establecen las etapas de diagnóstico, planeación, ejecución y evaluación para la puesta en práctica de esta estrategia a partir de la relación que se establece entre las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos con los componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales. La estrategia mencionada se fundamenta en las leyes y principios didácticos, así como los componentes del proceso; se ofrecen además, indicaciones metodológicas para la aplicación de la misma.

2.1 El proceso de enseñanza-aprendizaje de la disciplina Matemática Superior en la carrera de Ingeniería Mecánica

La disciplina Matemática Superior para la carrera de Ingeniería Mecánica, la componen cinco asignaturas, Álgebra Lineal y Geometría Analítica, Matemática I, Matemática II, Matemática III y Probabilidades y Estadísticas. Entre los núcleos de conocimientos que posee esta disciplina y que constituyen la fuente de esta investigación, se encuentran:

- Rectas y cónicas. Representación gráfica.
- Planos y rectas en el espacio. Superficies cuádricas. Representación gráfica.
- Interpretaciones geométricas y físicas de la derivada en un punto de una función real de una variable y varias variables reales.
- Aplicaciones de la derivada. Trazado de curvas.
- Sistemas de coordenadas cartesianas, polares, cilíndricas y esféricas.
- Representación de sólidos o cuerpos geométricos en $\Re^3$ y sus proyecciones.

- Aplicaciones geométricas y físicas de las integrales definidas, dobles y triples.
- Aplicaciones geométricas y físicas de las funciones vectoriales. Integrales de línea y de superficie.

Estos núcleos de conocimientos, cuyas habilidades a desarrollar pueden verse en el Anexo #1, se distribuyen en las asignaturas, Álgebra Lineal y Geometría Analítica, Matemática I y Matemática II, las cuales se desarrollan en el primer año de la Carrera y constituyen la base para la aplicación de la propuesta que se presenta en esta tesis, para el desarrollo de las habilidades espaciales.

Como se refleja en el Epígrafe 1.3, las habilidades espaciales son aquellas que le permiten, mentalmente al sujeto, rotar, manipular y girar objetos dibujados en dos y tres dimensiones. Y dada la clasificación que se asume por la autora, las mismas se dividen en los componentes, relaciones espaciales y visualización.

En el contexto de la Matemática el término visualización espacial se refiere a ciertas destrezas mentales que tienen que ver con el aprendizaje de esta ciencia y que controlan la creación, transformación, trasmisión y utilización de las diferentes formas de representación de conceptos matemáticos en las aulas, en particular los relativos a la Geometría. Para el caso de las relaciones espaciales, son las que permiten el reconocimiento bidimensional y tridimensional desde diferentes ángulos; si se varía el ángulo de rotación a uno muy complejo, ambos componentes estarían presentes en un problema con estas características. En cada uno de los componentes de las habilidades espaciales están involucrados disímiles procedimientos geométricos entre los que se encuentran los que se describen a continuación.

2.1.1 Los procedimientos geométricos desde la disciplina Matemática Superior en el primer año de Ingeniería Mecánica

Según los núcleos de conocimientos abordados anteriormente, se determinan los procedimientos geométricos que de acuerdo con los objetivos propuestos en cada una de las asignaturas puedan contribuir con el desarrollo de los componentes visualización y relaciones espaciales con un interés marcado en la formación de las imágenes mentales.

La elección de estos procedimientos se sustenta en los criterios planteados por Lehman (1968), Kudriávtsev y Demidovich (1989) y Swokowski (2003), los cuales confluyen al partir de que, la Geometría Analítica estudia la relación entre los elementos geométricos y algebraicos, es decir, el análisis de las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos así como la resolución de problemas de esta índole mediante la aplicación del Álgebra y el Análisis Matemático; bajo este

análisis se pueden enunciar dos problemas fundamentales de la Geometría Analítica, estos son:

1. Dada una ecuación interpretarla geométricamente, es decir, construir su gráfica correspondiente.
2. Dada una figura geométrica o la condición que deben cumplir los puntos de la misma, determinar su ecuación. (Lehman, 1968)

Como se aprecia, dichos problemas son esencialmente inversos entre sí. Sin embargo, en opinión de Lehman (1968), ambos están tan estrechamente relacionados que constituyen juntos el problema fundamental de la Geometría Analítica.

Según lo anterior se identifican en el proceso de enseñanza de la disciplina Matemática Superior en el primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica los siguientes procedimientos geométricos:

- Representar un sólido dada su expresión analítica.
- Determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica.

Dichos procedimientos, como se aborda en el epígrafe 1.2.3, fueron modelados a partir del modo teórico-experimental. Para ello se debe separar las acciones que componen el procedimiento, separar las relaciones entre ellas y elaborar una prescripción general que asegure la aplicación del procedimiento a la solución de tareas de la clase correspondiente. Además, tener en cuenta las cuatro etapas para modelar el procedimiento, vistas en el propio epígrafe 1.2.3. Se describen a continuación cada una de las etapas para modelar el procedimiento geométrico, representar un sólido dado su expresión analítica.

Etapa 1. Análisis teórico de la solución de los problemas del tipo seleccionado y las dificultades que presentan los alumnos en la práctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

En esta etapa se realiza un análisis, según la Geometría Analítica, de la solución del procedimiento geométrico.

Para representar un lugar geométrico se debe:

- Identificar la dimensión de representación.
- Calcular los elementos que permitan la representación del lugar geométrico, según la expresión analítica dada.
- Analizar si se necesita resaltar u ocultar elementos que posibiliten una mejor comprensión de lo representado.

Las dificultades que de manera reiterada presentan los estudiantes en la solución de este procedimiento son:

- Determinar las superficies que permitan la ubicación del sólido en el primer octante.

- Representar todas las superficies en el mismo sistema de coordenadas.
- Determinar todas las intersecciones.
- Aplicar las desigualdades, para la obtención final del sólido.

El procedimiento que se aplica en esta primera etapa es el que sugiere el libro de texto de los estudiantes, que es el siguiente:

- Trazar cada una de las superficies limitantes.
- Determinar las curvas de intersección de las superficies tomadas dos a dos.
- Reforzar el contorno del sólido por medio de líneas gruesas; continuas las porciones visibles y de trazos las invisibles. (Calderón y otros 1973)

Etapa 2. Verificación experimental del modelo obtenido.

Se analiza sobre la base de los resultados obtenidos en la aplicación del modelo anterior si:

- Todos los elementos del método aplicado fueron esclarecidos.
- Si fue correcto el orden de su estudio.
- Si el modelo inicial es incorrecto o incompleto.

Los resultados obtenidos de la aplicación del modelo, fueron los siguientes:

- Los estudiantes necesitan varios impulsos para concretar cada uno de los pasos.
- No llegan a completar el procedimiento.
- En general no son satisfactorios los resultados, para la generalidad del grupo de estudiantes.

Etapa 3. Elaboración complementaria del modelo según la base de datos experimentales de la etapa anterior.

En esta etapa se transforma el modelo inicial, aumentando el número de acciones.

- Determinar las superficies que limitan el sólido.
- Identificar las superficies que limitan el sólido.
- Trazar cada una de las superficies limitantes.
- Determinar las curvas de intersección de las superficies tomadas dos a dos.
- Reforzar el contorno del sólido por medio de líneas gruesas; continuas las porciones visibles y de trazos las invisibles.

Etapa 4. Verificación experimental del modelo perfeccionado.

Se aplica el modelo perfeccionado y se detectan mejores resultados, aunque no los esperados, por lo que se repite todo el proceso hasta la obtención del modelo deseado. De manera similar es modelado

el procedimiento determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica, con la peculiaridad, de que se parte de unas acciones que no están en el libro de texto. En el siguiente apartado se relacionan los modelos finales obtenidos de ambos procedimientos geométricos con sus respectivas acciones y operaciones.

2.1.2 Acciones y operaciones de los procedimientos geométricos

Como se ha tratado en el subepígrafe anterior, los procedimientos geométricos fueron modelados mediante el modo teórico-experimental, el cual permite de manera experimental la obtención de las acciones y operaciones de los procedimientos, mediante su puesta en práctica con los estudiantes hasta la obtención del modelo deseado, lo que favorece la efectividad del proceso en virtud de los objetivos propuestos. Se hace necesario entonces mostrar los resultados de la modelación realizada para los procedimientos, representar un sólido dada su expresión analítica y determinar la expresión analítica dada su representación gráfica.

Procedimiento geométrico: representar un sólido dada su expresión analítica.

Acción: identificar los lugares geométricos que limitan al sólido, dada su expresión analítica.

Operaciones:

1. Analizar la dimensión de representación (2D o 3D).
2. Identificar las ecuaciones de los lugares geométricos según las desigualdades, en caso necesario.
3. Analizar si la ecuación es cuadrática o lineal.

Esta acción puede verse más concretamente en el Anexo #2. En la subdivisión de cuádricas centradas y no centradas, son necesarios los aspectos señalados en Calderón y otros (1973), teniendo en cuenta el signo de los coeficientes de la ecuación.

Acción: trazar una superficie plana dada su expresión analítica.

Operaciones:

1. Calcular los interceptos con los ejes coordenados.
2. Determinar las trazas sobre los planos coordenados.
3. Representar gráficamente lo obtenido, en el primer octante, en un sistema de coordenadas en el espacio.

Acción: trazar una superficie cuádrica dada su expresión analítica.

Operaciones:

1. Calcular los interceptos con los ejes coordenados.
2. Determinar las trazas sobre los planos coordenados.

3. Analizar la simetría respecto a los planos coordenados, ejes de coordenadas y origen.
4. Determinar las secciones planas paralelas a los planos coordenados.
5. Representar gráficamente lo obtenido, en el primer octante, en un sistema de coordenadas en el espacio.

Acción: representar gráficamente las rectas y curvas de intersección.

Operaciones:

1. Analizar los puntos comunes entre todas las superficies limitantes tomadas dos a dos.
2. Trazar la recta o curva que contenga esos puntos comunes.

Acción: representar gráficamente el sólido.

Operaciones:

1. Analizar los puntos del espacio que cumplen con la intersección de cada una de las desigualdades.
2. Reforzar el contorno del sólido, por medio de líneas gruesas; continuas las visibles y de trazos las invisibles.
3. Rotar la figura plana, en caso de sólidos de revolución, que lo genera para posibles aplicaciones.

Acción: representar las proyecciones en los planos coordenados.

Operaciones:

1. Relacionar la posición del sólido en el espacio con respecto a cada uno de los planos coordenados. (vistas: superior, frontal y lateral)
2. Trazar rectas proyectantes paralelas entre sí y perpendiculares al plano de proyección (planos coordenados) por los vértices o varios de los puntos de las curvas que limitan las superficies que forman el sólido.
3. Unir los puntos obtenidos, como la intersección de las rectas proyectantes con los planos de proyección.
4. Identificar las curvas planas resultado de la proyección en el plano correspondiente.

Procedimiento geométrico: determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica.

Acción: identificar las ecuaciones de las superficies que limitan el sólido a partir de la representación gráfica.

Operaciones:

1. Identificar si las superficies limitantes son planas o curvas.
2. Determinar interceptos y trazas de cada una de las superficies, con los ejes y planos coordenados respectivamente.
3. Analizar las rectas y curvas de intersección entre las superficies.
4. Identificar si las ecuaciones, de las superficies que limitan el sólido, son lineales o cuadráticas.
5. Escribir la expresión analítica de cada una de las superficies que limitan el sólido.

Acción: determinar las desigualdades.

Operaciones:

1. Analizar la relación entre los puntos que pertenecen al sólido y cada una de las superficies que lo limitan.
2. Expresar esa relación utilizando desigualdades.
3. Rotar la figura plana, en caso de sólidos de revolución, que lo genera para determinar algunas de las desigualdades.

Acción: escribir la expresión analítica del sólido.

Operaciones:

1. Integrar las desigualdades para expresarlas lo más racional posible.
2. Expresar con la notación y simbología matemática adecuada la expresión analítica del sólido.

Estos procedimientos se modelan durante los cursos anteriores a los tomados en cuenta para la implementación. Además se escogen aquellos procedimientos que según sus funciones, permiten analizar independientemente todos los fenómenos particulares de la esfera dada. Cada una de las acciones se forma al principio independientemente, teniendo en cuenta que cada acción se despliega en un conjunto de operaciones con un orden de cumplimiento determinado. Son procedimientos que al principio forman acciones aisladas que luego se unen en una actividad única, según la vía de formación. Esta vía se elige cuando el procedimiento es complicado y las acciones que forman parte de él son nuevas.

En este caso, dicho procedimiento se conforma en la actividad 7 del tema, o sea en la conferencia #11 de la asignatura Álgebra Lineal y Geometría Analítica, cuando el estudiante conoce la mayor parte de sus acciones. En la figura 4 puede observarse la presencia de algunas de las acciones, según las formas de organización de la docencia, en el Tema III de esta asignatura.

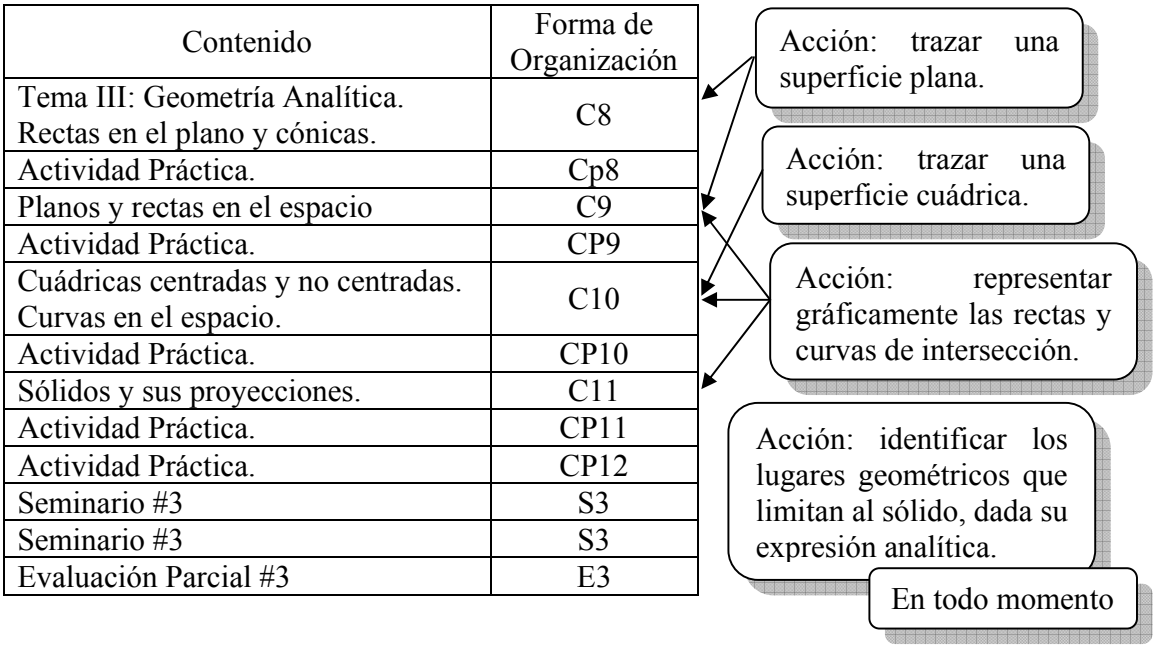


Figura 4. Presencia de las acciones, según las formas de organización de la docencia, en el Tema III Geometría Analítica de la asignatura Álgebra Lineal y Geometría Analítica.

Fuente: elaboración propia

Los procedimientos antes mencionados son implementados según una base orientadora para la acción del tipo III, como se explicita en el epígrafe 1.2.3, que se caracteriza por ser generalizada, completa y es elaborada independientemente según los aspectos siguientes:

- Generalizada: puede ser aplicada a procedimientos de representación de superficies, que necesiten la identificación de expresiones analíticas, determinación de elementos de las mismas, establecimientos de relaciones entre las superficies de manera gráfica y analítica.
- Completa: están presentes todas las acciones y operaciones necesarias para el tratamiento del procedimiento geométrico.
- Elaborada independientemente: es elaborada en un principio con la guía del profesor con la participación directa de los estudiantes hasta lograr su independencia.

Como se ha reflejado anteriormente, cada uno de los procedimientos geométricos son puestos en práctica, por primera vez, en la asignatura Álgebra Lineal y Geometría Analítica. Aunque es importante apuntar que desde las enseñanzas anteriores el estudiante conoce, que para obtener la representación gráfica de cualquier lugar geométrico debe determinar ciertos elementos que le permitan realizar el gráfico solicitado. También conocen la representación de cuerpos geométricos a partir de la ubicación de puntos que denotan sus vértices. En el nivel universitario la representación

de lugares geométricos en el espacio dada su expresión analítica y viceversa son procedimientos nuevos para el estudiante, de ahí que la mayoría de las acciones de los mismos, también lo sean.

Al respecto, la operación, determinar interceptos con los ejes coordenados, puede ser dominada por la gran mayoría de los estudiantes; aunque puede estar o no, en el plano mental. De ahí que el dominio del proceso de formación de las acciones y las operaciones de estos procedimientos, a partir de la teoría de formación por etapas de las acciones mentales, por parte del docente, sea un referente importante para el aprendizaje de dichos procedimientos. Lo anterior permite conocer de manera diferenciada, la etapa en la cual se encuentran dentro del proceso de formación de estas acciones y operaciones y cómo trabajar en función de completar ese proceso de formación y trabajar entonces en su desarrollo.

Luego del tratamiento de dichos procedimientos en la asignatura Álgebra Lineal y Geometría Analítica, se procede a la aplicación de los mismos en la asignatura Matemática II, donde constituyen un medio para la realización de otros procedimientos, específicamente aquellos concernientes al cálculo integral.

¿Cómo debe organizarse el proceso de enseñanza, en estas asignaturas, para que los procedimientos geométricos anteriores contribuyan con el desarrollo de las habilidades espaciales?

El desarrollo de las habilidades espaciales es posible a partir de la aplicación de una estrategia didáctica, basada en la relación de los procedimientos geométricos con los componentes de las habilidades espaciales.

2.2 Estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes de Ingeniería Mecánica

Desde el punto de vista psicopedagógico el aprendizaje constituye el cambio que se produce en el individuo, en su conducta y conocimiento. En un acercamiento a los diferentes modelos psicológicos, Vázquez (2007) observa que, el mismo puede orientarse desde el enfoque histórico-cultural pues ofrece una concepción integral que permite la comprensión de la enseñanza como sistema de ayudas pedagógicas, que estimulan la formación y desarrollo de la personalidad del alumno con una activa participación como sujeto autorregulado y autónomo, siendo agente activo de su proceso de aprendizaje.

Partiendo de la teoría del aprendizaje constructivista se llega a aceptar que, bajo estos preceptos, el estudiante requiere de una experiencia novedosa para conocer, que él aprende intencionalmente a partir de sus conocimientos previos que modifica o adecua con el fin de incluir coherentemente la

nueva experiencia. Además puede valorar su propio aprendizaje y compartirlo (Waldegg, 1998).

El docente tiene, ante este enfoque, la responsabilidad de respetar el ritmo natural de la actividad cognitiva de sus estudiantes y cubrir los contenidos conceptuales que la sociedad ha determinado como los mínimos necesarios para la formación del futuro ciudadano. De ahí que el empleo de estrategias que tengan presente al que aprende, constituirá un arma poderosa en estos casos.

El significado del término estrategia, proviene de la palabra griega strategos, que significa "don de mando" en el lenguaje militar. Es vista como el arte de proyectar y dirigir grandes movimientos militares, donde la actividad del estratega consistía en proyectar, ordenar y dirigir las operaciones militares de tal manera que se consiguiera la victoria (Monereo, y otros 1999).

El concepto de estrategia en el año 1944 es introducido en el campo económico y académico por Von Newman y Morgerstern con la teoría de los juegos, en ambos casos la idea básica es la competición. Este concepto ha evolucionado con los años para ampliar su área de utilización en el campo de la Educación, pero siempre ha surgido de la práctica donde se pone de manifiesto estudiar, cómo se van a lograr determinados objetivos a partir de ciertas condiciones.

De todas las definiciones dadas por Pozo (1998), Martínez (2001), Sierra, (2002), Reinoso (2005), Pérez (2007) y Valle (2007), se puede inferir que las estrategias son siempre conscientes e intencionales, dirigidas a un objetivo relacionado con el aprendizaje. Se considera una guía de acciones que hay que seguir.

Según el criterio de De Armas (2009), la concepción de una estrategia debe ser un proceso organizado, coherente, unificado e integrado, direccional, transformador y sistémico. Y que debe contener elementos como: la existencia de insatisfacciones respecto a los fenómenos, objetos o procesos educativos en un contexto o ámbito determinado, el diagnóstico de la situación actual, el planteamiento, objetivos y metas a alcanzar en determinados plazos de tiempo, la definición de actividades y acciones que respondan a los objetivos trazados y entidades responsables, así como la planificación de recursos y métodos para viabilizar la ejecución y la evaluación de los resultados.

Términos como, estrategias didáctico-metodológicas, estrategias de enseñanza, estrategias didácticas, estrategias de enseñanza-aprendizaje, son utilizados. Sin embargo, se coincide con Cueto (2010) en que existe consenso en considerar que cualquiera de los anteriores criterios se encamina a denominar diferentes maneras de enseñanza a las cuales les corresponde también distintas formas de aprender.

Para la escuela histórico-cultural, las estrategias didácticas son mediadores externos que se modelan

en el marco de las interacciones entre los que aprenden y los que enseñan. Según De Armas (2009), la estrategia didáctica es la proyección de un sistema de acciones a corto, mediano y largo plazo que permite la transformación del proceso de enseñanza-aprendizaje en una asignatura, nivel o institución, tomando como base los componentes del mismo y que permite el logro de los objetivos propuestos en un tiempo concreto.

Las estrategias didácticas para Verrier (2007), citado por Parets y otros (2009), son orientaciones conscientes e intencionales, estructuradas didácticamente, como un sistema de conocimientos, habilidades, hábitos y procedimientos, así como valores, a través de los cuales, el profesor sigue las direcciones planificadas y articuladas en acciones y operaciones flexibles, en el desarrollo de sus actividades, de acuerdo con el nivel y contenido pertinente, con la posibilidad de reflexionar y tomar las decisiones en su transcurso.

En cuanto a los componentes, elementos o etapas de las estrategias didácticas, se tiene en cuenta los criterios de Bravo (2002), Pardo (2007), Alfonso (2008), De Armas (2009). Cueto (2010), García (2010), entre otros. Estos autores coinciden al respecto, que una estrategia didáctica puede estar compuesta por las etapas de: diagnóstico, planeación, ejecución y evaluación.

La estrategia didáctica que se asume en esta investigación constará precisamente de estas cuatro etapas, que trabajadas armónicamente, permiten contribuir, desde el tratamiento de los procedimientos geométricos en las asignaturas de la disciplina Matemática Superior, al desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes de primer año de Ingeniería Mecánica, mediante la relación de los componentes de estas habilidades y las imágenes mentales con las acciones y operaciones de estos procedimientos. Esto último constituye el objetivo de dicha estrategia, luego de comprobar los conocimientos de los estudiantes en lo que respecta a las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos analizados.

Se puede concluir que estrategia didáctica, es un sistema de acciones y operaciones seleccionado y organizado, bajo el cumplimiento de leyes y principios didácticos, fundamentados filosófica y psicológicamente y que se implementan, con una orientación metodológica adecuada, a través de los componentes del proceso, enfocados en su operatividad, hasta llegar al estado deseado.

2.2.1 Fundamentos filosóficos, psicológicos y didácticos de la estrategia didáctica, en el marco de la enseñanza de la Matemática

La estrategia didáctica que se propone sustenta la relación de la matemática con el mundo real, según la visión dialéctica de Engels. Para Engels (1973), la ciencia matemática tiene como objeto de

estudio las formas espaciales y las relaciones cuantitativas del mundo real, aunque en general no representan la realidad dada directamente, sino que es el fruto de la abstracción de todas las cualidades particulares de los objetos o fenómenos y señala además que es en el mundo real donde se marca el origen de los conceptos de número y figura geométrica.

Constituye además una base para la estrategia, la teoría marxista del conocimiento científico, al considerar la práctica social como principio y fin de la realidad, la representación de la relación entre el hombre y el medio social en un proceso histórico-concreto a partir de la formación de la personalidad como forma individual de existencia de las relaciones sociales, donde se considera al conocimiento como resultado de la interacción dialéctica del sujeto y los objetos de la realidad.

Ese proceso se visualiza en la estrategia a partir de la interacción que se produce entre los estudiantes, los profesores, los componentes didácticos y el propio proceso de formación curricular, que ocurre en las diferentes formas de organización de la docencia. Donde se tienen en cuenta la relación de la teoría con la práctica, el mejoramiento del sujeto en su actividad cognoscitiva, desde la relación dialéctica entre el desarrollo de la conciencia, el papel activo del sujeto y el rol del otro y/o los otros, la relación entre lo afectivo y lo cognitivo, cuando el contenido se convierte en un componente significativo para el sujeto que aprende y donde la relación necesidad-motivo constituye fuente generadora y direccional del comportamiento humano.

Dicha concepción entendida como el análisis filosófico de la educación según Ramos (2005) y en particular del proceso de enseñanza-aprendizaje que allí tiene lugar, ofrece un conjunto de instrumentos teórico-prácticos que permiten desenvolver la actividad educacional de un modo más consciente, óptimo, eficiente, eficaz y pertinente.

Según Tapiero y otros (2007), el componente epistemológico dentro de la filosofía de la educación aborda problemáticas en relación con la naturaleza del conocimiento y la relación entre el investigador educativo y el objeto de conocimiento pedagógico. Se hace necesario replantear el tipo de conocimiento y de aprendizaje que se construye en la escuela, así como los objetivos y funciones que tanto el profesor como el estudiante desempeñan en dicho proceso.

Se está de acuerdo con Castillo y otros (2006), cuando refieren, que es necesario reconocer que en la enseñanza de la Matemática se plantean asuntos y problemas que aún cuando tengan una fuerte relación con la psicología y la sociología por ejemplo, adquieren una nueva faceta y requieren de un sistema particular de representación para interpretarlos, comprenderlos e incluso comunicarlos.

En cuanto a los fundamentos psicológicos, estos están sustentados en la selección y organización de las acciones y operaciones en el proceso de desarrollo de las habilidades espaciales en estudiantes de Ingeniería Mecánica, a partir de los procedimientos geométricos de las asignaturas de la disciplina Matemática Superior en el primer año de la carrera. Para ello se asumen los aportes del enfoque histórico cultural desarrollado por Vigotsky y sus seguidores, específicamente los principios que precisan el papel de la educación como anticipación y estímulo del desarrollo de la personalidad demostrado a través del concepto de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). Los postulados de la teoría de la actividad de Leontiev (1981), que refleja el marco donde ocurre el aprendizaje, las relaciones de los estudiantes con sus profesores y con la realidad socio-histórico-cultural, además de que las acciones y las operaciones de los procedimientos geométricos solo pueden ponerse en práctica en la actividad.

Por lo que se coincide con D'Amore (2005), cuando dice que el conocimiento matemático no es más que una simple representación de la realidad externa; es el resultado de la interacción entre el sujeto que aprende y sus experiencias sensoriales. Se trata de una transformación: un objeto de conocimiento, entrando en contacto con un sujeto que aprende, viene transformado, reconstruido, gracias a los procesos cognitivos que este sujeto posee.

Constituyen también presupuestos psicológicos de la estrategia la teoría de formación por etapas de las acciones mentales formulada por Galperin (1986), destacando el proceso de interiorización de cada una de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos, donde ocurre la transformación de la acción (externa, verbal, mental). Así como los indicadores de la calidad de la acción formada, partiendo de las condiciones reales de los estudiantes y de sus potencialidades. De la misma forma, se tiene en cuenta los modos y procedimientos para modelar la actividad cognoscitiva de Talízina (1988), en particular el modo teórico-experimental mediante el cual se modelan los procedimientos geométricos identificados y la caracterización de los mismos según sus funciones, contenido y vías de formación.

Los fundamentos didácticos están sustentados en garantizar el carácter plenamente activo y consciente del estudiante, con una sistematización y consolidación de las acciones y operaciones seleccionadas y organizadas de acuerdo con los niveles de asimilación del conocimiento, el reproductivo, el productivo y el creativo en correspondencia con las diferencias individuales de los estudiantes.

La estrategia didáctica que se propone está sustentada por el cumplimiento de los principios

didácticos, por constituir elementos para la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje. Estos principios se manifiestan a través de su generalidad y su carácter de sistema. Además permiten la estructuración de los núcleos de conocimientos, su organización para la puesta en práctica de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos, así como los métodos para el desarrollo del proceso en la formación y desarrollo de las habilidades espaciales.

Se considera a los objetivos como la categoría rectora del proceso y su función educativa, instructiva y desarrolladora. Según Álvarez (1999), son uno de los componentes de estado que posee el proceso docente-educativo sobre la base de la relación proceso-contexto social y marca el estado deseado que se debe alcanzar con el desarrollo de dicho proceso, lo que permite la solución del problema planteado. Se formulan y dimensionan en cada uno de los temas y formas de organización de las asignaturas involucradas en este estudio.

Los objetivos educativos, instructivos y desarrolladores se refieren a la formación de convicciones y rasgos de la personalidad, a la asimilación de los conocimientos y a la formación de habilidades en los estudiantes, logrando su cumplimiento mediante la realización de acciones y operaciones.

En cuanto al contenido se analiza, el sistema de conocimientos, habilidades y valores de la disciplina Matemática Superior y su distribución en cada una de las asignaturas del primer año de la carrera, lo que permite la selección de los núcleos de conocimientos para la identificación de los procedimientos geométricos, además de ser el medio utilizado para: modelar por el modo teórico-experimental dichos procedimientos geométricos, la puesta en práctica de sus acciones y operaciones y establecer el vínculo de los componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales con dichas acciones y operaciones.

El método facilita la construcción de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos mediante la acción conjunta profesor-alumno y se emplea para estimular la actividad productiva de los estudiantes, por ejemplo con el uso del método de búsqueda parcial heurística.

Las relaciones internas entre los objetivos, contenidos y métodos se manifiestan en la estrategia al seleccionar y estructurar el contenido de la enseñanza partiendo del sistema de conocimientos, habilidades y valores en cada una de las asignaturas de la disciplina Matemática Superior en el primer año de la carrera, en correspondencia con los objetivos de cada uno de los temas.

Se trabaja con los procedimientos geométricos en todas las formas de organización, potenciando las clases prácticas y seminarios, con la utilización, como medios de enseñanza, el libro de texto, el pizarrón, láminas, esquemas, objetos reales con formas similares a las superficies estudiadas, los

manipulables construidos por los estudiantes, asistentes matemáticos y materiales en formato electrónico.

La evaluación del cumplimiento de las acciones y operaciones que contribuyen a resolver los diferentes procedimientos geométricos, así como el desarrollo de las habilidades espaciales, está basada en un alto componente de autoevaluación, de intercambio entre el profesor y el estudiante, como muestra de resultados parciales en el seno del grupo realzando el carácter educativo, sistemático y de autorregulación del proceso.

El control y evaluación de las acciones y operaciones se realiza en cada una de la formas de organización de la docencia empleadas, lo que posibilita conocer los resultados que de manera periódica van teniendo los estudiantes en el uso de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos y permite retroalimentar el proceso y corregir errores en cuanto a la enseñanza y el aprendizaje.

También desde el punto de vista didáctico se toman en cuenta, los niveles de asimilación de Álvarez (1999) por permitir la graduación de cada una de las actividades a las cuales se enfrenta el estudiante y posibilitar desde su adecuado uso, la transición de la acción de externa a mental. Las fases de aprendizaje del Modelo de Van Hiele (1957), donde se hace una propuesta para la graduación y organización de las actividades, las cuales constituyen un referente para la organización didáctica de las acciones y operaciones de cada uno de los procedimientos geométricos, de manera que faciliten la transición de los tipos de acciones hasta lograr la interiorización de las mismas.

Estos fundamentos teóricos permiten diseñar la estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes de Ingeniería Mecánica.

2.3 Diseño de la estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes de Ingeniería Mecánica

Para el diseño de la estrategia didáctica que se propone en esta investigación se asume la posición de De Armas (2009) e Izquierdo y Corona (2012), que coinciden en que la presentación de una estrategia en el marco de un trabajo científico, debe organizarse de la siguiente manera:

I. Introducción- Fundamentación. Se establece el contexto y ubicación de la problemática a resolver. Ideas y puntos de partida que fundamentan la estrategia.

II. Diagnóstico- Indica el estado real del objeto y evidencia el problema en torno al cual gira y se desarrolla la estrategia.

III. Planteamiento del objetivo general.

IV. Planeación estratégica- Se definen metas u objetivos a corto y mediano plazo que permitan la transformación del objeto desde su estado real hasta el estado deseado. Planificación por etapas de las acciones, recursos, medios y métodos que correspondan a estos objetivos.

V. Instrumentación- Explicar cómo se aplicará, bajo qué condiciones, durante qué tiempo, responsables, participantes.

VI. Evaluación- Definición de los logros que se han ido venciendo, valoración de la aproximación lograda al estado deseado.

La autora de esta investigación propone el esquema de la Figura 5, a través de la vinculación y organización de los ítems, anteriormente señalados. Es decir, se concuerda con De Armas (2009) e Izquierdo y Corona (2012) en la forma en que se organiza una estrategia. En este caso la autora de la investigación, propone disponer las seis etapas dadas por los autores mecionados en solo cuatro; pero que incluyen todos los momentos que los mismos plantean.

Se enuncia la etapa de diagnóstico, que a su vez incluye la I, II y III dada por De Armas (2009) e Izquierdo y Corona (2012), la de planeación que coincide con la planeación estratégica, aunque se le añade la validación de los sustentos teóricos de la estrategia, pues la autora considera que antes de la aplicación de la estrategia se deben validar las bases sobre las cuales esta se erige. También se ofrece una tercera etapa de ejecución que coincide con la de instrumentación, planteada por los autores antes mencionados y por último una etapa de evaluación.

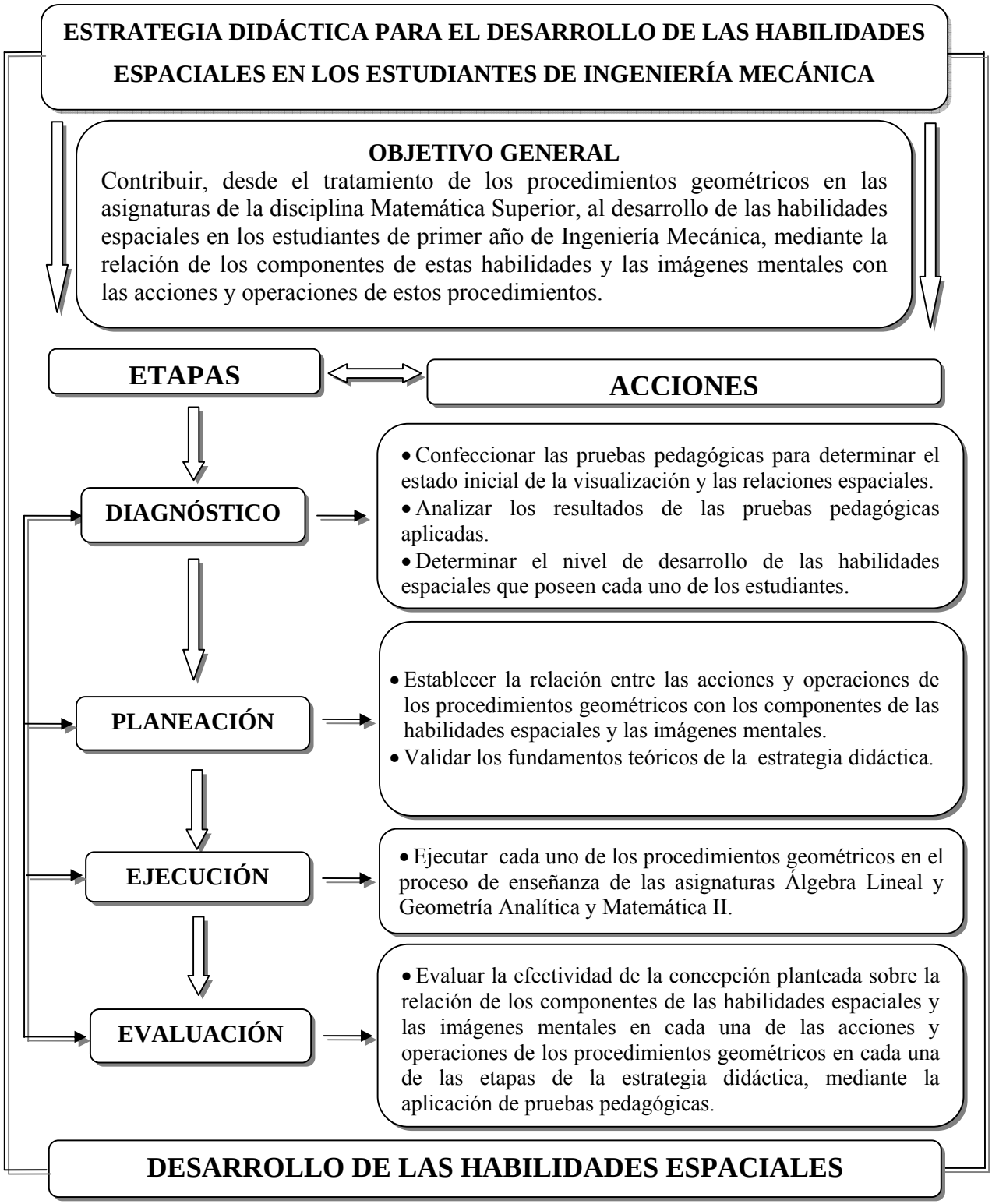


Figura 5. Estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades espaciales.

Fuente: elaboración propia.

En el apartado siguiente se detallan cada una de las etapas propuestas. Se analiza lo realizado en cada una de ellas en función de su aplicación, demostrando la vinculación entre las mismas en la estrategia didáctica diseñada.

2.3.1 Etapas que conforman la estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades espaciales

Toda estrategia debe transitar, en su aplicación, por diferentes etapas. Se parte de conocer las dificultades que presentan sus estudiantes y en función de ello fijar el objetivo a cumplir con la estrategia que se propone, esto facilita realizar la planificación de cómo proceder para actuar sobre la deficiencia encontrada. La efectividad de dicha planificación posibilita una correcta puesta en práctica de las acciones y las operaciones diseñadas y luego analizar si lo aplicado fue efectivo en la solución de la problemática encontrada al inicio.

Lo anterior se traduce en la consecución de las etapas previstas al comienzo del epígrafe, diagnóstico, planeación, ejecución y evaluación. Dichas etapas están en un proceso de evaluación continua, se retroalimentan a medida que se ejecutan, para lograr ir del estado real al deseado. Se analiza a continuación la puesta en práctica de dichas etapas para el desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes de primer año de Ingeniería Mecánica.

2.3.1.1 Etapa de Diagnóstico

Dado que una estrategia pretende la transformación de un objeto desde el estado real hasta un estado deseado. Es menester partir de un diagnóstico en el que se evidencie una situación problemática para luego, en función de sus resultados, proyectar y ejecutar acciones y operaciones coherentes que permitan alcanzar de forma paulatina los objetivos propuestos.

La estrategia se origina al determinar la existencia de una situación problemática, la cual está dada por las insuficiencias que presentan los estudiantes de primer año de la carrera Ingeniería Mecánica al enfrentarse a distintos procedimientos geométricos que requieren del desarrollo de las habilidades espaciales.

En este acápite se pretende analizar las deficiencias encontradas en el desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes de primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica de la Universidad "Carlos Rafael Rodríguez" de Cienfuegos. Las mismas fueron detectadas a través de la aplicación de un instrumento al inicio del curso. Dicho instrumento puede verse en el Anexo #3, el cual fue aplicado en tres momentos diferentes, con varios objetivos, por ejemplo, conocer si los estudiantes podían determinar: los lugares geométricos dada su expresión analítica, las vistas frontal, lateral y

superior de un cuerpo geométrico o sólido, el cuerpo de revolución que se forma al rotar una figura plana por uno de sus lados, entre otros.

Se aplica el instrumento antes mencionado a 25, 23 y 26 estudiantes de primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica de los cursos escolares 2010-2011, 2011-2012 y 2012-2013 respectivamente, de los cuales se puede decir que su edad oscila entre los 18 y 20 años; solo cinco, cuatro y tres respectivamente, procedían de la Enseñanza Técnica y Profesional y el resto de algunos de los tipos de enseñanza preuniversitaria que existe en el territorio. Además el 93,2%, 91,3% y 92,3%, respectivamente se encuentra motivado o muy motivado por la futura profesión (Anexo #4). Sobre esta caracterización se realizaron los análisis siguientes:

Curso 2010-2011.

Ante las preguntas de reconocimiento de qué cuerpos se formarían al rotar una figura plana, utilizando como eje uno de sus lados, (pregunta 7 a) y b, Anexo #6) solo el 30% y 25% respectivamente, respondieron de manera acertada, lo que demuestra la existencia de dificultades en cuanto a las relaciones espaciales, en lo que respecta a la rotación. En el caso del inciso c), la pregunta cambia su sentido y complejidad, pues se le da el cuerpo geométrico y ellos deben inferir qué figura plana es la que debe rotarse, en este sentido el 20% acierta con la respuesta correcta.

Se observa de manera general en la aplicación de este instrumento que los estudiantes no eligen correctamente el espacio de identificación, lo cual se evidenciaba en dar por respuesta figuras planas por cuerpos geométricos y viceversa.

En cuanto a la identificación y representación gráfica de los lugares geométricos, dada su expresión analítica, se constata que las mayores dificultades estuvieron en la circunferencia, elipse e hipérbola y en el caso de la recta y la parábola solo cinco y cuatro estudiantes respectivamente, pudieron identificarlas. Un aspecto significativo es que más del 50% de los estudiantes logra representar dichos lugares geométricos, esto evidencia el gran poder que demuestran las representaciones gráficas, cuya imagen mental permanece, por un período de tiempo más prolongado en la mente, que una fórmula o expresión analítica. Se evidencia entonces problemas en el componente visualización, en la conservación de la percepción y el tipo de imagen de fórmula y de patrones.

Curso 2011-2012.

Según las respuestas de la pregunta 7 a) y b) en cuanto a detectar qué cuerpo geométrico puede formarse si se rota una figura plana determinada, teniendo como eje uno de sus lados, hubo una gran variedad en las respuestas, incluso algunos estudiantes daban por respuesta una figura plana. En este

caso se aprecia que ellos no fueron capaces de detectar la formación de un sólido o cuerpo geométrico. Aquí se obtuvo un 26,1% y un 20% de aciertos para los incisos a) y b), en el c), el 30% coincide con la opción correcta.

Para identificación y representación de los lugares geométricos los resultados fueron muy similares a los del curso analizado anteriormente. Se mantiene la elipse y la hipérbola con las mayores dificultades y los estudiantes representan más de lo que identifican. Sigue estando la presencia bien marcada, de lo tridimensional, cuando debe ser bidimensional y viceversa.

Curso 2012-2013.

En este caso, en la pregunta 7 hubo una gran cantidad de aciertos. Los resultados son superiores a los anteriores, las respuestas correctas, en los tres incisos, alcanzan el 75%, aunque todavía visualizan figuras planas donde se deben obtener cuerpos geométricos. Para el caso de los lugares geométricos a identificar y representar, las dificultades se mantienen en la circunferencia, elipse e hipérbola. En este caso los estudiantes no asocian a esa expresión analítica, sus propiedades o características, pues de obtenerlas, al menos pudieran representarlas. Se reiteran serios problemas con la formación de imágenes de fórmula y de patrones, así como la identificación y memoria visual y la conservación de la percepción.

Del total de estudiantes, según los tres cursos analizados, en la pregunta 6 del diagnóstico, el 96%, logra identificar la recta y para el segmento un 94,5%. Para el caso del punto un 98,6% logra acertar. Esta pregunta, según su apariencia, puede ser elemental para el nivel universitario, pero su inclusión en el diagnóstico se justifica en la necesidad del dominio de las figuras más elementales de la Geometría para la construcción de otras no tan elementales. Lo significativo en este ítem es que todos los estudiantes del curso 2012-2013 logran identificar todas las figuras dadas.

En la pregunta 8 los resultados son similares, los estudiantes manifiestan conocimientos asequibles con respecto a las vistas del cuerpo geométrico representado. En el momento en que es realizado el diagnóstico el estudiante ya ha recibido este contenido en Geometría Descriptiva, asignatura que se cursa de manera paralela con el Álgebra Lineal y Geometría Analítica. Esta pregunta es necesaria para cuando el estudiante tenga que representar las proyecciones de un sólido en los planos coordenados. En ambos se pone de manifiesto el desarrollo de las mismas habilidades.

De manera general, según este diagnóstico aplicado, existen dificultades para:

- Analizar la dimensión (2D o 3D).
- Mantener la percepción del espacio.

- Reconocer las relaciones espaciales.
- Rotar mentalmente figuras planas.
- Identificar sólidos de revolución.
- Formación de las imágenes mentales de fórmula, de patrones, cinéticas y dinámicas.

Todos los aspectos, anteriormente analizados, permitieron tomar posiciones sobre, cómo revertir estos resultados en aras de desarrollar las habilidades espaciales en los estudiantes de esta carrera, lo que permite que se diseñe, planifique e implemente una estrategia didáctica para cumplir con tan necesario objetivo.

A partir de las diferentes dificultades, encontradas en el diagnóstico, ante el desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes del primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica y de los fundamentos teóricos sobre cómo las mismas pueden incidir en la formación de este profesional, se formula el objetivo general de la estrategia didáctica. Dicho objetivo contribuye a la concreción de la etapa de planeación de la estrategia didáctica, que se describe en el siguiente apartado.

2.3.1.2 Etapa de Planeación

En esta etapa se pretende, determinar la relación entre los componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales con las acciones y las operaciones de los distintos procedimientos geométricos, vistos en el subepígrafe 2.1.2, de manera que contribuya, en el proceso de enseñanza de la disciplina Matemática Superior en el primer año de la carrera, al desarrollo de las habilidades. Además se pretende validar la concepción teórica antes mencionada, para la cual se construye esta estrategia didáctica.

Para determinar su estructura se tienen en cuenta los objetivos por su carácter rector del proceso de enseñanza-aprendizaje, el contenido, formado por conocimientos, habilidades generales y específicas; los métodos y los valores a formar en los alumnos, para finalmente establecer la relación entre los componentes de las habilidades espaciales y las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos que deben asimilar los estudiantes de Ingeniería Mecánica.

El empleo de los métodos y procedimientos, los cuales son concretados en el desarrollo de la actividad cognoscitiva, se basan en su carácter productivo, participativo y creativo. Se utilizan, en esta estrategia, el de búsqueda parcial o heurística, donde el docente participa conjuntamente con el estudiante en la solución de las tareas y el investigativo, donde el alumno las realiza de manera independiente y llega a socializar sus conocimientos con el resto del grupo. Para su concreción se emplea el marco de la clase con el uso de diferentes medios de enseñanza, que en este caso son

fundamentales. Para ello se utilizan las conferencias, las clases prácticas y los seminarios. Y por último y no menos importante, la evaluación, la que permite retroalimentar el proceso de manera que pueda controlarse desde el diseño hasta la implementación de la propuesta.

A continuación se expone cómo se manifiestan los componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales en las acciones y operaciones de cada procedimiento geométrico.

Procedimiento geométrico: representar un sólido dada su expresión analítica. Tabla 1

Tabla 1. Manifestación de los componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales en las acciones y operaciones del procedimiento geométrico.

Acción	**Operación**	**Manifestación**	
		Componentes de las habilidades espaciales	**Tipo de Imagen mental**
Identificar los lugares geométricos que limitan al sólido, dada su expresión analítica.	1. Analizar la dimensión de representación (2D o 3D). 2. Identificar las ecuaciones de los lugares geométricos según las desigualdades, en caso necesario. 3. Analizar si la ecuación es cuadrática o lineal.	Visualización: reconocimiento de posiciones en el espacio	Fórmula Patrón
Trazar una superficie plana dada su expresión analítica.	1. Calcular los interceptos con los ejes coordenados. 2. Determinar las trazas sobre los planos coordenados. 3. Representar gráficamente lo obtenido, en el primer octante, en un sistema de coordenadas en el espacio.	Visualización: identificación visual, conservación de la percepción.	Patrón
Trazar de una superficie cuádrica dada su expresión analítica.	1. Calcular los interceptos con los ejes coordenados. 2. Determinar las trazas sobre los planos coordenados. 3. Analizar la simetría respecto a los planos coordenados, ejes de coordenadas y origen. 4. Determinar las secciones planas paralelas a los planos coordenados. 5. Representar gráficamente lo obtenido, en el primer octante, en un sistema de coordenadas en el espacio.	Visualización: identificación visual, conservación de la percepción.	Patrón
Representar gráficamente las rectas y	1. Analizar los puntos comunes entre todas las superficies limitantes tomadas dos a dos. 2. Trazar la recta o curva que contenga esos	Visualización: identificación visual,	Fórmula Patrón

curvas de intersección.	puntos comunes.	conservación de la percepción, reconocimiento de posiciones en el espacio y discriminación visual. Relaciones espaciales	Cinética
Representar gráficamente el sólido.	1. Analizar los puntos del espacio que cumplen con la intersección de cada una de las desigualdades. 2. Reforzar el contorno del sólido, por medio de líneas gruesas; continuas las visibles y de trazos las invisibles. 3. Rotar la figura plana, en caso de sólidos de revolución, que lo genera para posibles aplicaciones.	Visualización: identificación visual, conservación de la percepción y reconocimiento de posiciones en el espacio. Relaciones espaciales	Fórmula Patrón
Representar las proyecciones en los planos coordenados.	1. Relacionar la posición del sólido en el espacio con respecto a cada uno de los planos coordenados (vistas: superior, frontal y lateral). 2. Trazar rectas proyectantes paralelas entre sí y perpendiculares al plano de proyección (planos coordenados) por los vértices o varios de los puntos de las curvas que limitan las superficies que forman el sólido. 3. Unir los puntos obtenidos, como la intersección de las rectas proyectantes con los planos de proyección. 4. Identificar las curvas planas resultado de la proyección en el plano correspondiente.	Visualización. identificación visual, conservación de la percepción, reconocimiento de posiciones en el espacio y discriminación visual. Relaciones espaciales.	Cinética

Fuente: elaboración propia.

Procedimiento geométrico: determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica. Tabla 2

Tabla 2. Manifestación de los componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales en las acciones y operaciones del procedimiento geométrico.

Acción	**Operación**	**Manifestación**	
		Componentes de las habilidades espaciales	**Tipo de Imagen mental**
Identificar las ecuaciones de las superficies que limitan el sólido a partir de la representacíon gráfica.	1. Identificar si las superficies limitantes son planas o curvas. 2. Determinar interceptos y trazas de cada una de las superficies, con los ejes y planos coordenados respectivamente. 3. Analizar las rectas y curvas de intersección entre las superficies. 4. Identificar si las ecuaciones, de las superficies que limitan el sólido, son lineales o cuadráticas. 5. Escribir la expresión analítica de cada una de las superficies que limitan el sólido.	Visualización: Identificación visual, conservación de la percepción, reconocimiento de posiciones en el espacio. Relaciones espaciales.	Fórmula Patrón
Determinar las desigualdades.	1. Analizar la relación entre los puntos que pertenecen al sólido y cada una de las superficies que lo limitan. 2. Expresar esa relación utilizando desigualdades. 3. Rotar la figura plana, en caso de sólidos de revolución, que lo genera para determinar algunas de las desigualdades.	Visualización:. Identificación visual, conservación de la percepción, reconocimiento de posiciones en el espacio. Relaciones Espaciales	Dinámicas Cinéticas
Escribir la expresión analítica del sólido.	1. Integrar las desigualdades para expresarlas lo más racional posible. 2. Expresar con la notación y simbología matemática adecuada la expresión analítica del sólido.	Visualización: Identificación visual, conservación de la percepción, reconocimiento de posiciones en el espacio. Relaciones Espaciales	Fórmula

Fuente: elaboración propia.

En esta etapa también se pretende validar la concepción teórica de la estrategia, que parte del desarrollo de las habilidades espaciales, desde la relación entre las acciones y las operaciones de los

procedimientos geométricos con los componentes de dichas habilidades y las imágenes mentales, para, en un proceso de mejora constante, obtener un instrumento fiable para contribuir al desarrollo de estas habilidades en los estudiantes del primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica.

Dicha validación se realiza utilizando el Método Analítico Jerárquico. Se trata de un procedimiento de comparación por pares de criterios en cuanto a la importancia de cada uno de ellos con los demás. Se realiza una asignación de pesos y se otorga una medida de consistencia de la comparación anterior, que permite valorar la relación de los criterios entre sí determinando su coherencia y pertinencia.

El proceso requiere, que quien tome las decisiones, proporcione una evaluación subjetiva respecto a la importancia relativa de cada uno de los criterios y que después especifique su preferencia con respecto a cada una de las alternativas de decisión.

Esta validación se compensa con los resultados de las pruebas pedagógicas que se apliquen a los estudiantes durante todo el proceso.

2.3.1.3 Etapa de Ejecución

Se coincide con Verrier (2007) cuando refiere que la estrategia didáctica para el desarrollo de aprendizajes, es un conjunto de elementos relacionados, con un ordenamiento lógico y coherente, que van a mediar las relaciones entre el docente y los estudiantes en formación (sujetos), durante la solución de los problemas que se manifiestan en la enseñanza de los contenidos de las asignaturas pedagógicas (el objeto), con el fin de formar las habilidades específicas y básicas.

Ninguna estrategia es, en sí misma, más eficiente que otra. Según Castellanos (2005), la eficiencia de la estrategia descansa en una adecuada conjunción entre, las características del estudiante (por ejemplo, sus conocimientos y experiencia previa, sus estilos de aprendizaje y sus motivaciones, sus expectativas como aprendiz y su disposición a aprender de forma estratégica), la naturaleza de los contenidos a aprender, las particularidades y demandas de la tarea en cuestión y las características de la situación de aprendizaje y enseñanza.

La autora de la tesis es del criterio que la clase constituye un marco excelente donde deben confluir una serie de elementos para llevar a vías de hecho la formación y desarrollo de habilidades, marco en el cual se ejecutan cada una de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos desde la relación de estos con las habilidades espaciales y las imágenes mentales, en las asignaturas Álgebra Lineal y Geometría Analítica y Matemática II.

Es necesario aclarar que a pesar de que la Matemática I se imparte también en el primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica, el tratamiento de estos procedimientos se realiza a partir de algunas acciones y operaciones de los mismos. En esta asignatura se trabaja solo con la representación gráfica de lugares geométricos en el plano, donde intervienen elementos de la Enseñanza Media y otros son incorporados a partir de los contenidos propios del cálculo, como el límite y la derivada. Además, la Matemática I se cursa de manera simultánea con el Álgebra Lineal y Geometría Analítica.

Para que los docentes puedan poner en práctica las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos se realizan reuniones metodológicas con el fin de adiestrarlos para lograr en los estudiantes el desarrollo de las habilidades espaciales a partir de la relación de sus componentes y las imágenes mentales con dichas acciones y operaciones.

Los procedimientos geométricos se ponen en práctica a medida que avanza el tema III de Geometría Analítica de la Asignatura Álgebra Lineal y Geometría Analítica. Por ejemplo para el caso del procedimiento geométrico, representar un sólido dada su expresión analítica, se analiza a continuación cómo se debe hacer el tratamiento de una de sus acciones con sus correspondientes operaciones, teniendo en cuenta lo diseñado en la etapa anterior.

Se elige para ello la acción representar una superficie cuádrica. Durante la conferencia se introducen las cuádricas a partir de su ecuación general y mediante transformaciones se obtiene la expresión específicamente para las cuádricas con centro o centradas, aspecto que puede verse en la Figura 4 del epígrafe 2.1.2. Se le imponen condiciones a los coeficientes de la ecuación general de manera que se puedan obtener las cuádricas a estudiar entre ellas el hiperboloide de una hoja. Se realiza la discusión de dicha ecuación para proceder con su representación gráfica de manera general. En la clase práctica posterior se retoma esta cuádrica y se propone el siguiente ejercicio:

Represente gráficamente la superficie dada por la ecuación $x^2 + y^2 - z^2 = 16$.

Para ello, se aplica la acción, trazar una superficie cuádrica dada su expresión analítica. Según la teoría de formación por etapas de las acciones mentales el proceso se realiza como sigue.

Etapa 1. Elaboración del esquema de la BOA.

El alumno y el profesor determinan conjuntamente los elementos necesarios para la representación y se completa la base orientadora.

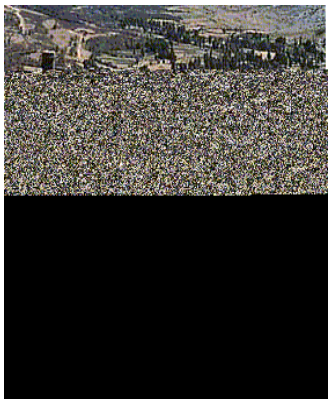
Acción: trazar una superficie cuádrica dada su expresión analítica.

Operaciones:

1. Determinar interceptos con los ejes coordenados.
2. Determinar las trazas sobre los planos coordenados.
3. Analizar la simetría respecto a los planos coordenados, ejes de coordenadas y origen.
4. Determinar las secciones planas paralelas a los planos coordenados.
5. Representar gráficamente lo obtenido, en el primer octante, en un sistema de coordenadas en el espacio.

Etapa 2. Formación de la acción en forma material o materializada.

Se le presenta la superficie a través de algún ejemplo de la vida real y ejemplos de figuras, esquemas del L/T, entre otros. Figura 6



a b c

Figura 6. Hiperboloide de una hoja.

Fuente: a) y b), Tomada de internet. c), Elaboración propia.

En esta etapa el profesor puede utilizar manipulables construidos por estudiantes de cursos anteriores. Estos modelos facilitan a través del tacto la comprobación de características y propiedades, que posteriormente pueden obtenerse analíticamente. O sea se pasa de la representación real al esquema gráfico-analítico.

Etapa 3. Formación de la acción como verbal externa.

El estudiante formula mediante el habla lo que realiza en la práctica. Explica cómo determina analíticamente los elementos necesarios del hiperboloide de una hoja y lo representa.

Etapa 4. Formación de la acción en el lenguaje externo para sí y Etapa 5. Formación de la acción en el lenguaje interno.

El estudiante abandona la BOA, existe una reducción de la acción y la misma se automatiza. Puede representar sin determinar analíticamente los interceptos y trazas del hiperboloide, ya que realiza la

Anexo # 7

Ejemplos de cuerpos en revolución, tomados de la vida real.

Cauchos

Embudo

Pistón

Luminaria

Bombillo

Barril

Anexo # 8

Encuesta para la selección de expertos.

Instrumento aplicado con el objetivo de analizar el nivel de competencia de los expertos que intervienen en la investigación.
En la Universidad Carlos R. Rodríguez de Cienfuegos, específicamente en el Departamento de Matemáticas de la Facultad Ingeniería, se lleva a cabo un proceso de investigación producto del desarrollo de una tesis doctoral cuyo tema es el desarrollo de las habilidades espaciales en los estudiantes de Ingeniería Mecánica.
Se pretende en dicho estudio diseñar, implementar y evaluar una estrategia didáctica para el desarrollo de dichas habilidades por la importancia que estas reportan a este futuro profesional, en particular por su contribución en lo que respecta al razonamiento mecánico.
Por ello necesitamos que usted, muestre su conformidad, si está en condiciones de ofrecer sus criterios en calidad de experto para la validación de este estudio.
Marque con x: SI _____ NO ____
Si su respuesta es afirmativa, por favor, complete los ítems señalados a continuación:

1. Años de Experiencia:		2. Años de experiencia docente para las carreras de ingeniería:
3. Cargo que desempeña:		
4. Máster :	Doctor :	5. Categoría Docente: T__ Aux__ A__ I__
6. Graduado de:		
7. Profesor de:		

Autovaloración de la competencia profesional
1- Marque con una cruz (x) en la casilla que corresponda con el grado de conocimiento que usted posea acerca del tema que se investiga, en una escala creciente de 0 a 10. La evaluación 0: indica absoluto desconocimiento del tema, y la evaluación 10: el pleno conocimiento sobre el tema.

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**

2- Realice una valoración personalizada del conocimiento que usted posee sobre este tema en particular, teniendo en cuanta las distintas fuentes que se relacionan en la tabla siguiente para realizar dicha valoración, marque con una X según corresponda en: alto, medio, bajo.

Fuentes de Argumentación	ALTO	MEDIO	BAJO
Experiencia teórica vinculada a la temática que se aborda.			
Experiencia práctica obtenida como profesor.			
Bibliografía nacional consultada por usted sobre el proceso de desarrollo de habilidades desde la impartición de las asignaturas para las carreras de ingeniería.			
Bibliografía internacional consultada por usted sobre el proceso de desarrollo de habilidades desde la impartición las asignaturas para las carreras de ingeniería.			
Estudios e investigaciones realizadas en relación con el desarrollo de habilidades.			
Su intuición			

Anexo # 9

Resultados de la autoevaluación por experto en el análisis del coeficiente de competencia.

Expertos	n									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										x
2								x		
3									x	
4										x
5								x		
6										x
7								x		
8					x					
9							x			
10										x
11										x
12								x		
13									x	
14			x							
15										x
16					x					
17				x						
18									x	

Nivel de Competencia por experto

Experto	K	Competencia
1	1	Alto
2	0.85	Alto
3	0.85	Alto
4	0.95	Alto
5	0.85	Alto
6	1	Alto
7	0.85	Alto
8	0.6	Medio
9	0.8	Alto
10	1	Alto
11	1	Alto
12	0.95	Alto
13	0.9	Alto
14	0.55	Medio
15	1	Alto
16	0.75	Medio
17	0.6	Medio
18	0.9	Alto

Anexo 10

Proceso Analítico Jerárquico de Thomas Saaty.

Se tiene la matriz de comparación de criterios K x K

		Criterios (B)		
A_{kxk} (A)	K (k número de criterios)	C_1	C_2	C_k
	C_1	A_{ij} Matriz de comparación por (kxk)		
	C_2			
	C_k			

		C_1	C_2	.....	C_k
A_{kk}	C_1	A_{11}	A_{12}	.....	A_{1k}
	C_2	A_{21}	A_{22}	.....	A_{2k}
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	C_n	A_{k1}	A_{k2}	.....	A_{kk}
	Suma de las columnas	$\sum_{i=1}^{k} a_{i1}$	$\sum_{i=1}^{k} a_{i2}$	.....	$\sum_{i=1}^{k} a_{in}$

Se normaliza la matriz de criterios dividiendo cada elemento de la columna por la suma de la misma columna.

$$a_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^{k} a_{ij}} \quad j=1,k \quad N_{kxk} = \begin{bmatrix} \frac{a_{11}}{\sum a_{i1}} & \frac{a_{12}}{\sum a_{i2}} & \cdots\cdots\frac{a_{1k}}{\sum a_{ik}} \\ \frac{a_{k1}}{\sum a_{i1}} & \frac{a_{k2}}{\sum a_{i2}} & \cdots\cdots\frac{a_{kk}}{\sum a_{ik}} \end{bmatrix}$$

	C_1	C_2	.....	C_k
C_1	a_{11}	a_{12}	.....	a_{1k}
C_2	a_{21}	a_{22}	.....	a_{2k}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
C_k	a_{k1}	a_{k2}	.....	a_{kk}
Suma de las columnas	$\sum_{i=1}^{k} a_{i1}$	$\sum_{i=1}^{k} a_{i2}$	.....	$\sum_{i=1}^{k} a_{kk}$

Se calcula el promedio de cada fila con los valores normalizados $\sum_{j=1}^{k} \frac{a_{ij}}{k} = w_i \quad j = \overline{1,k}$ Promedios de los criterios $k = 1,\overline{k}$ (pesos de los criterios)

Ahora se calculan las matrices de las alternativas por cada criterio de igual forma que antes, con los criterios de comparación ya estudiados.

Matriz de las alternativas para cada criterio k ($j = 1,\overline{k}$) b_{ij} idéntico a a_{ij}, pero, bajo el criterio k se dan los valores

	A_1	A_2	.....	A_m
A_1	b_{11}	b_{12}	.....	b_{1m}
A_2	b_{21}	b_{22}	.....	b_{2m}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
A_m	b_{m1}	b_{m2}	.....	b_{mm}
Suma de las columnas	$\sum_{i=1}^{m} b_{i1}$	$\sum_{i=2}^{m} b_{i2}$	.....	$\sum_{i=1}^{m} b_{im}$

Se normaliza la matriz de alternativa para el criterio k_j dividiendo cada elemento entre la suma de su columna respectiva.

$$b_{ij} = \frac{b_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} b_{ij}} \quad i = 1,\overline{m} \quad N^{k}_{mxm} = \begin{bmatrix} \frac{b_{11}}{\sum b_{i1}} & \frac{a_{12}}{\sum a_{i2}} & \cdots\cdots\frac{b_{1m}}{\sum b_{im}} \\ \frac{b_{m1}}{\sum b_{i1}} & \frac{b_{m2}}{\sum b_{i2}} & \cdots\cdots\frac{b_{mm}}{\sum b_{im}} \end{bmatrix}$$ Matriz normalizada

Se calcula el promedio de cada fila de valores normados.

$w_i^k = \sum_{j=1}^{m} \frac{b_{ij}}{m}$ Promedio de la fila de la alternativa i para el criterio k (promedio de las alternativas (i) según el criterio k en la matriz normalizada), o sea, peso de las alternativas según el criterio k

Ahora se calcula para cada alternativa un valor promedio por cada criterio.

Alternativa $i = 1,\overline{m}$

$\sum_{k=1}^{k} w_i^k \; w_i = v(A_i)$ Este valor será el peso de la alternativa i ($i = 1,\overline{m}$) según los criterios k= 1,k

Con estos valores se ordenan ascendentemente y nos da el orden de importancia de las alternativas según los criterios utilizados.

Consistencia de una matriz

Una matriz B_{lxl} es consistente si $b_{ij}\, b_{jk} = b_{ik}$ para todo i,j y k, lo que implica que las filas y columnas de la matriz A son LD.

Nota: existen muchos métodos para calcular si una, matriz es LD o no en el Álgebra Lineal, en este caso se probara otro método. Se dice que la matriz B_{lxl} es consistente si la decisión de los valores (b_{ij}), muestran un juicio coherente o si el nivel de incoherencia es racional y aceptable. Una matriz

es consistente si al calcular sus matrices normalizadas sus columnas son iguales.
Se puede probar la consistencia de una matriz de comparación según los criterios A_{kxk}, N_{kk}, o las matrices de las alternativas para el criterio k, A^k_{mxm}, N^k_{mxm}.

Método propio para la consistencia de las matrices: MJA
Sea A^k_{mxm} la matriz a la que se le quiere probar la consistencia.

$A^k_{nxn}\, W^k = N_{max}\, W^k$ donde $N\max = \sum_{i=1}^{n}\left[\sum_{j=1}^{n} a_{ij} * W_j^k\right]$ suma de los elementos de la columna resultante de A_w^k si $N\max \to N$ más consistente será la matriz A^k
Sumando los elementos de la columna resultante de A^k W

$$A^k_{m*m} = \begin{bmatrix} b_{11} \ldots\ldots\ldots b_{1n} \\ b_{n1} \ldots\ldots\ldots b_{nn} \end{bmatrix} \quad W^k = \begin{bmatrix} w_1^k \\ w_2^k \\ w_n^k \end{bmatrix}_{nx1}$$

En su formulación inicial, el Proceso Analítico Jerárquico (AHP) obtiene las prioridades locales mediante el método del autovector principal por la derecha, solucionando la expresión $A^k * w^k = \lambda_{\max}$ con $\sum w^k{}_i = 1$, siendo $\lambda_{\max}$ el máximo valor propio de la matriz de comparaciones pareadas $A^k = (a_{ij})$.

Se prueba que entre más cercana sea $N\max a\, N$ más consistente será la matriz de comparación A^k.
Como resultado del método analítico jerárquico (MJA) se calcula la razón de consistencia como RC=IC/IA
n-orden de la matriz A

IC índice de consistencia de $A^k = \dfrac{\lambda_{\max} - n}{n-1}$

IA índice de consistencia aleatoria de $A^k = \dfrac{1.98-(n-2)}{n}$

$RC \leq 0.1$ el nivel de consistencia de A^k es aceptable
En caso contrario la inconsistencia de A^k es alta y se aconseja al decisor comprobar los valores a_i de A nuevamente.

Anexo #11

Guía para la observación de clases de la concepción teórica de la estrategia didáctica para el desarrollo de las habilidades espaciales.

Cursos escolares: 2010-2011, 2011-2012 y 2012-2013

Curso: _____Fecha: _____ Asignatura: _____

Objetivo:

Observar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las asignaturas de la Disciplina Matemática Superior para la Carrera de Ingeniería Mecánica cómo se realiza el tratamiento de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos, a partir de la relación de los componentes de las habilidades espaciales y la formación de las imágenes mentales, teniendo en cuenta los principales momentos de la clase (introducción, desarrollo y conclusiones), a partir de los siguientes aspectos:

No	Elementos a observar	Calificación			
		5	4	3	2
I	Generales				
a	Aseguramiento del nivel de partida				
b	Orientación hacia el objetivo				
c	Orientación de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos dados.				
d	Uso de los medios de enseñanza para la asimilación de los procedimientos geométricos.				
e	Calidad de ejercicios propuestos para el desarrollo de las habilidades espaciales teniendo en cuenta los niveles de asimilación.				
f	Utilización del diagnóstico y su seguimiento en las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos.				

No	Elementos a observar	Calificación			
		5	4	3	2
II	Identificar una superficie dada la expresión analítica				
a	Identifican				
b	Determinan características y luego identifican				
c	Determinan características, la representan y luego identifican				
d	Analizan si la ecuación es lineal o cuadrática				
e	Ubican la dimensión donde identifican				

No	Elementos a observar	Calificación			
		5	4	3	2
III	Determinar la expresión analítica de una superficie dadas sus características				
a	Determinan la expresión analítica				
b	Determinan la superficie, a partir de la ecuación general y las características dadas				
c	Representan las características dadas y luego determinan la expresión analítica				
d	Primero clasifican en plano y cuádrica				
e	Ubican la dimensión donde identifican				

No	Elementos a observar	Calificación			
		5	4	3	2
IV	Representar una superficie				
a	Realizan la discusión (interceptos y trazas) de manera íntegra				
b	Realizan la discusión parcialmente				
c	Representan				

En la representación gráfica de un sólido.

No	Elementos a observar	Calificación			
		5	4	3	2
V	Determinar las intersecciones entre las superficies				
a	Primero representan todas las superficies y luego determinan las intersecciones sin un orden definido.				
b	A medida que representan las superficies, determinan las intersecciones de las mismas tomadas dos a dos				
c	Realizan representaciones gráficas auxiliares cada dos superficies para determinar las intersecciones y luego las representan en el sistema de coordenadas original				
d	Durante la actividad el estudiante realiza algún movimiento de las manos o cabeza				
e	Durante la actividad el estudiante realiza algún movimiento de la libreta o cuaderno				

No	Elementos a observar	Calificación			
		5	4	3	2
VI	Determinar el sólido				
a	Determinan los puntos del espacio que cumplen con la intersección entre las superficies teniendo en cuenta las relaciones ≤ y ≥.				
b	Se tiene presente aquellos elementos visibles y no visibles.				
c	Obtienen un cuerpo geométrico o sólido.				
d	Durante la actividad el estudiante realiza algún movimiento de las manos o cabeza.				
e	Durante la actividad el estudiante realiza algún movimiento de la libreta o cuaderno				

La calificación para los indicadores ha de realizarse atendiendo la siguiente escala:

5: Existe alta presencia del indicador.

3: Se aprecia mediana presencia del indicador.

4: Se aprecia poca presencia del indicador.

2: No se observa presencia del indicador.

Anexo #12

Preguntas escritas aplicadas en clases prácticas, que corresponden con el procedimiento geométrico, "representar un sólido dada su expresión analítica".

Para evaluar la **<u>Representación de plano y recta</u>**.

De los siguientes planos: $1)\ x+y=3$ $2)\ z=3$ $3)\ x+z=0$

a) Determine las características de cada uno de ellos.

b) Realice la discusión (interceptos y trazas) de uno de ellos.

c) Represente gráficamente el plano escogido en el inciso anterior.

Para evaluar la **<u>Representación de cuádricas y curvas.</u>**

1.- Identifique y caracterice las siguientes cuádricas.

a) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ b) $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ c) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

2.- Represente, en el primer octante, la siguiente curva dada su expresión analítica.

$$\begin{cases}\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1\\ z=3\end{cases}$$

1.- Dada la expresión analítica de la siguiente curva:

$$\begin{cases}x^2+z^2=4\\ y=2\end{cases}$$

a) Identifique y caracterice las superficies que la componen.

b) Discuta la superficie cuádrica.

c) Represente la curva gráficamente.

1.-Dadas las expresiones analíticas de las siguientes cuádricas:

a) $x^2+y^2-z^2=4$

b) $x^2+y^2+z^2=16$

c) $y^2+z^2=25$

a) Identifique cada una de ellas.

b) Realice la discusión de la cuádrica del inciso c).

2.- Represente, en el primer octante, la siguiente curva dada su expresión analítica.

$$\begin{cases} x^2 + z^2 = 9 \\ y = 2 \end{cases}$$

Para evaluar la **Representación de sólidos.**

1.- Represente el siguiente sólido y una de sus proyecciones.

$$V = \left\{ (x, y, z) \in \mathrm{R}^3 : 1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 4, z \ge 0, 0 \le x \le y \right\}$$

1.- Represente el siguiente sólido y una de sus proyecciones:

$$V = \left\{ (x, y, z) \in \mathrm{R}^3 : 1 \le x^2 + y^2 \le 4, x \ge 0, 0 \le z \le y \right\}$$

1.-Dado el siguiente sólido:

$$S = \left\{ (x, y, z) \in IR^3 : x^2 + y^2 + z^2 \le 16,\ 0 \le z \le 3, 0 \le x \le y, y \ge 0 \right\}$$

a) Determine e identifique las superficies limitantes.
b) Represente gráficamente dicho sólido.
c) Represente una de sus proyecciones.

1.- Dado el siguiente sólido:

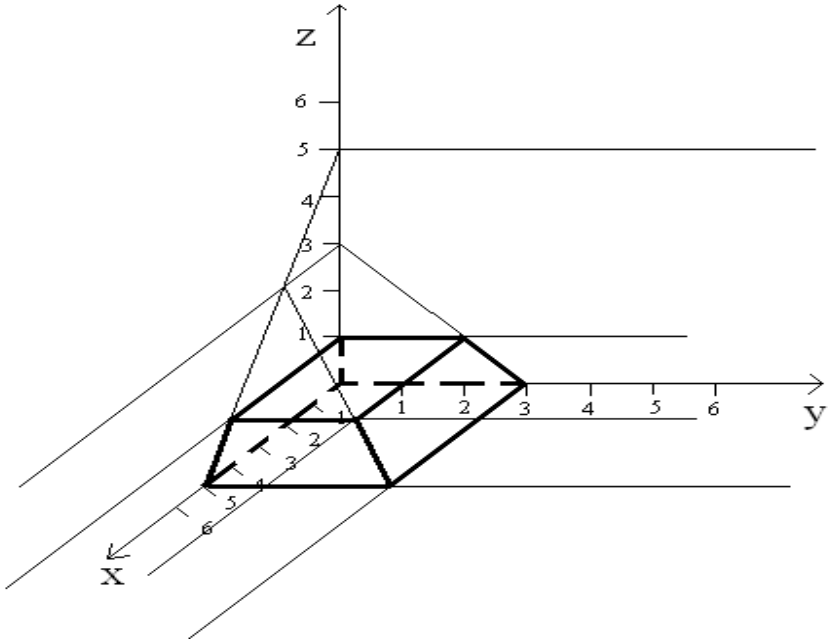
$$S = \left\{ (x, y, z) \in IR^3 : x^2 + y^2 \le 4,\ \ 0 \le z \le 3, 0 \le x \le y, y \ge 0 \right\}$$

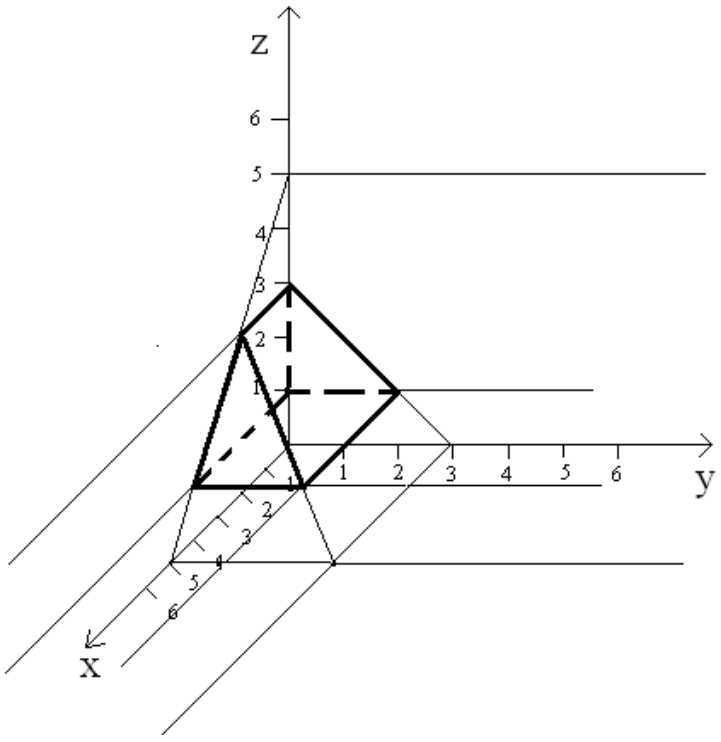
a) Determine e identifique las superficies limitantes.
b) Represente gráficamente dicho sólido.
c) Represente una de sus proyecciones.

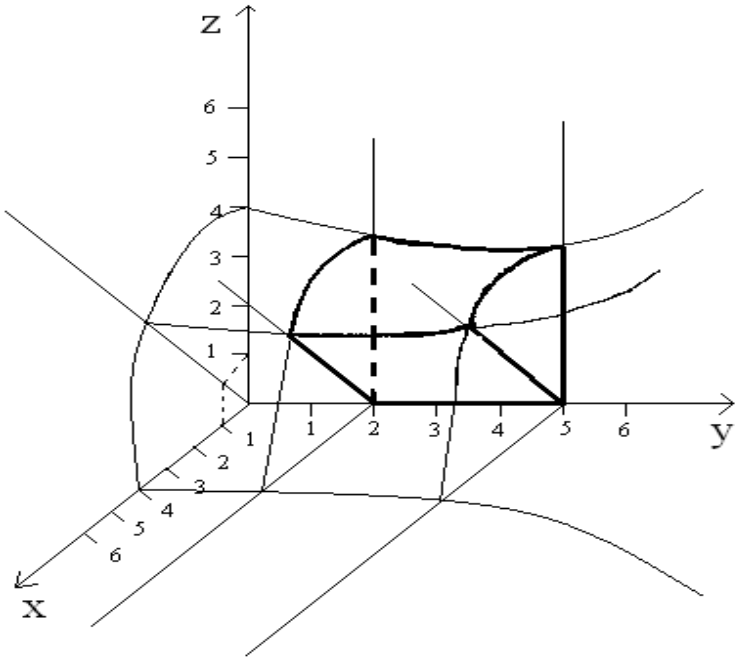
Anexo #13

Actividades correspondientes al procedimiento geométrico, "determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica".

Escriba la expresión analítica correspondiente al siguiente sólido.






z
6
5
4
3
2
1
1
2
3
4
5
6
y
1
2
3
4
5
6
x

Anexo #14

Evaluaciones aplicadas a los estudiantes para comprobar cómo se comporta el desarrollo de las habilidades espaciales a partir de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos.

EXAMEN ORDINARIO. ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA CURSO 10-11

1.1- Coloque en cada guion de la columna derecha la letra del inciso de la superficie de la columna izquierda, según corresponda:

a) Hiperboloide de una hoja.	____ $x+z=5$
b) Plano perpendicular al plano coordenado XZ y paralelo al eje y.	____ $x^2+y^2-z^2=16$
c) Cilindro circular recto.	____ $x^2+z^2=1$
d) Paraboloide elíptico.	____ $y^2+z^2=10x$
e) Plano paralelo al plano coordenado YZ.	____ $x^2+y^2+z^2=4$
	____ $x=5$

1.2- Determine interceptos y trazas de la superficie $x^2+y^2=16+z^2$.

1.3- Represente gráficamente el siguiente sólido y la proyección en el plano coordenado YZ.

$$V=\left\{(x,y,z)\in IR^3 : y^2+z^2\geq 1;\ 0\leq y\leq 3-z\ ;\ 2\leq x\leq 3; z\geq 0\right\}$$

EXAMEN ORDINARIO. ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA CURSO 11-12

1.1- Coloque en cada guion de la columna derecha la letra del inciso de la superficie de la columna izquierda, según corresponda:

a) Cilindro circular recto.	____ $x^2-y^2+z^2=1$
b) Plano perpendicular al plano coordenado YZ y paralelo al eje x.	____ $x^2+y^2=9$
c) Elipsoide.	____ $x^2+y^2+z^2=16$
d) Paraboloide elíptico.	____ $x^2+y^2=10z$
e) Plano paralelo al plano coordenado YZ.	____ $x=3$
	____ $y+z=5$

1.2- Determine interceptos y trazas de la superficie $x^2+y^2=9$.

1.3- Represente gráficamente el siguiente sólido y la proyección en el plano coordenado XY.

$$V = \left\{ (x, y, z) \in IR^3 : y^2 + z^2 \leq 9 + x^2 \ ; \ 0 \leq z \leq 2 \ ; \ 0 \leq x \leq y \right\}$$

EXAMEN ORDINARIO. ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA ANALÍTICA CURSO 12-13

5.1- Coloque en cada guion de la columna derecha la letra del inciso de la superficie de la columna izquierda, según corresponda:

a) Paraboloide elíptico.	____ $y + z = 5$
b) Cilindro circular recto.	____ $x^2 + y^2 + z^2 = 25$
c) Plano perpendicular al plano coordenado YZ y paralelo al eje x.	____ $x^2 + y^2 = 4$
d) Hiperboloide de una hoja.	____ $x^2 + z^2 = 10y$
e) Plano paralelo al plano coordenado XZ.	____ $y = 5$
	____ $x^2 - y^2 + z^2 = 9$

5.2- Determine interceptos y trazas de la superficie $x^2 + z^2 = 9 + y^2$.

5.3- Represente gráficamente el siguiente sólido y la proyección en el plano coordenado XZ.

$$V = \left\{ (x, y, z) \in IR^3 : x^2 + z^2 \geq 1 \, ; \ 0 \leq x \leq 3 - z \ ; \ 2 \leq y \leq 3; z \geq 0 \right\}$$

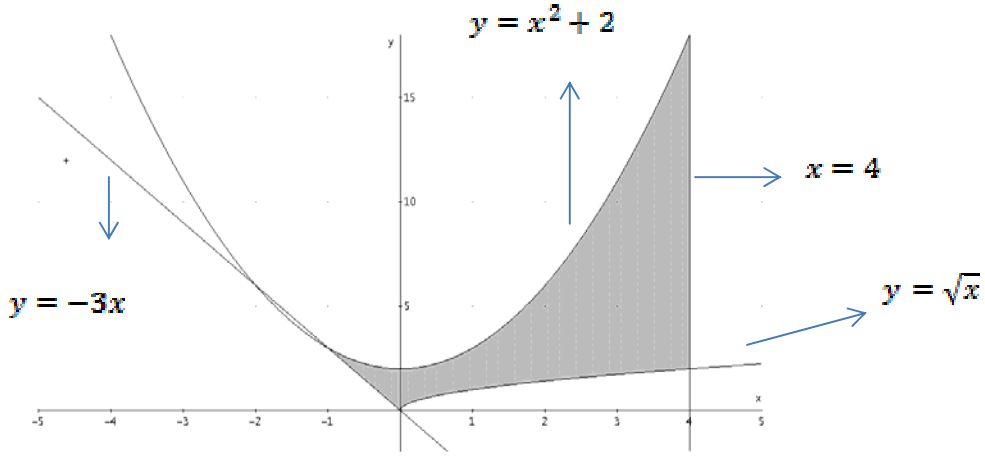
Anexo #15

Evaluaciones aplicadas a los estudiantes para comprobar cómo se comporta el desarrollo de las habilidades espaciales a partir de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos.

PRUEBA FINAL ORDINARIA. MATEMÁTICA II. CURSO 12-13

2.- Plantear cómo puede ser calculada el área:

a) De la siguiente región sombreada:



b) De la parte de la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ que se encuentra arriba del cono $z = \sqrt{y^2 + z^2}$

3.- Calcular el volumen del cuerpo limitado por las superficies definidas por las ecuaciones siguientes: $z = x^2 + y^2 + 1$; $x = 4$; $y = 4$; $x = 0$; $y = 0$; $z = 0$

PRUEBA FINAL ORDINARIA. MATEMÁTICA II. CURSO 11-12

1- Dado el sólido $W = \left\{(x, y, z) \in \Re^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 4;\ \ x^2 + y^2 + z^2 \geq 16\right\}$. Plantee las integrales iteradas correspondientes a la integral triple que le permita calcular:

a) La masa del sólido W conocida la función densidad $\delta(x, y, z) = 3z$ en el sistema más conveniente·

b) La $\oiint_S \vec{F}.\vec{n}\ ds$ si $\vec{F} = \frac{x^3}{3}\vec{i} + (\ln x + \frac{y^3}{3})\vec{j} + (\sqrt{y} + \frac{z^3}{3})\vec{k}$ tomando como superficie la que limita al sólido W.

5- Obtenga las integrales iteradas correspondientes a la integral que le permita calcular el flujo del campo vectorial $\vec{F} = 2x\vec{i} + yz\vec{k}$ a través de la porción de la superficie cilíndrica $y^2 + z^2 = 4$, limitada por el plano $x + y = 4$ en el primer octante. Tome la normal alejándose del origen.

PRUEBA FINAL ORDINARIA. MATEMÁTICA II. CURSO 10-11

4.- Dado el sólido

$W = \left\{(x, y, z) \in \Re^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \le z \le 4;\ x^2 + y^2 + z^2 \ge 16; 0 \le y \le x\right\}$ y la función de densidad $\delta(x, y, z) = z$. Plantee las integrales iteradas correspondientes a la integral triple que le permita calcular la masa del sólido.

a) Plantéelas utilizando otro sistema de coordenadas o el mismo, pero con otro orden de integración.

5.- Calcule el flujo del campo vectorial $\vec{F} = z\vec{i} + x\vec{j} + y\vec{k}$ a través de la porción de la superficie cilíndrica $x^2 + z^2 = a^2$, limitada por los planos coordenados XY, YZ y XZ y el plano $x + y = b\ (b > a)$. Tome la normal alejándose del origen.

Anexo #16

Resultados de la aplicación del procedimiento geométrico, "determinar la expresión analítica de un sólido dada su representación gráfica"

A

V1		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	2	6	8,1	8,1	8,1
	3	6	8,1	8,1	16,2
	4	13	17,6	17,6	33,8
	5	49	66,2	66,2	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

V2		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	2	14	18,9	18,9	18,9
	3	12	16,2	16,2	35,1
	4	9	12,2	12,2	47,3
	5	39	52,7	52,7	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

V3		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	2	34	45,9	45,9	45,9
	3	8	10,8	10,8	56,8
	4	7	9,5	9,5	66,2
	5	25	33,8	33,8	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

B

V2		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	4	2	9,5	9,5	9,5
	5	19	90,5	90,5	100,0
	Total	21	100,0	100,0	

V3		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	2	6	28,6	28,6	28,6
	3	3	14,3	14,3	42,9
	4	2	9,5	9,5	52,4
	5	10	47,6	47,6	100,0
	Total	21	100,0	100,0	

V3 casos seleccionados

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid	2	17	35,4	35,4	35,4
	3	5	10,4	10,4	45,8
	4	4	8,3	8,3	54,2
	5	22	45,8	45,8	100,0
	Total	48	100,0	100,0	

Anexo #17

Encuesta de satisfacción.

Encuesta a los estudiantes para determinar el nivel se satisfacción de estos, con respecto a la puesta en práctica de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las asignaturas Álgebra Lineal y Geometría Analítica y Matemática II, de la disciplina Matemática Superior en el primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica.

Usted debe otorgar una puntuación de uno (1) al cinco (5) de manera ascendente a cada uno de los aspectos señalados, para conocer su opinión en cuanto al aporte de dichas acciones y operaciones a su aprendizaje.

Su criterio es muy importante para el futuro desarrollo de la investigación. Lea detenidamente cada afirmación y responda cuidadosamente.

Muchas gracias

Ítems					
	1	2	3	4	5
1. Se realizó una correcta orientación, en la asignatura Álgebra Lineal y Geometría Analítica, como asignatura gestora, sobre la aplicación de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos.					
2. Las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos han tenido continuidad durante todo el primer año de la carrera en las asignaturas de la disciplina.					
3. Las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos involucrados son de fácil comprensión.					
4. El orden lógico de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos contribuye a la obtención de manera eficaz de la solución de los diferentes ejercicios propuestos.					
5. Las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos posibilitan el desarrollo de las habilidades espaciales.					
6. Los manipulables construidos y empleados para las clases, fueron útiles para el aprendizaje.					
7. Se observa un estrecho vínculo entre los procedimientos geométricos tratados y los contenidos de las asignaturas Geometría Descriptiva y Dibujo Mecánico.					

Anexo #18

Validación de la encuesta a aplicar a los estudiantes

El siguiente instrumento es utilizado con el objetivo de que sea analizada por los expertos la validez de contenido de la encuesta de satisfacción.

La encuesta de satisfacción para los estudiantes contiene siete afirmaciones a las cuales se le otorga una puntuación en el rango de uno a cinco, para conocer su opinión en cuanto al aporte de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos a su aprendizaje.

Para cada uno de los ítems de la encuesta indique su nivel de adecuación con el objetivo para cual está diseñada, marcando con una x, según el grado de pertinencia de los ítems colocando un valor entre 1 y 5 según las escalas siguientes:

1: No pertinente, 2: poco pertinente, 3: medianamente pertinente, 4: pertinente, 5: muy pertinente.

Ítems	Pertinencia				
	1	2	3	4	5
1. Se realizó una correcta orientación, en la asignatura Álgebra Lineal y Geometría Analítica, como asignatura gestora, sobre la aplicación de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos.					
2. Las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos han tenido continuidad durante todo el primer año de la carrera en las asignaturas de la disciplina.					
3. Las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos involucrados son de fácil comprensión.					
4. El orden lógico de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos contribuye a la obtención de manera eficaz de la solución de los diferentes ejercicios propuestos.					
5. Las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos posibilitan el desarrollo de las habilidades espaciales.					
6. Los manipulables construidos y empleados para las clases, fueron útiles para el aprendizaje.					
7. Se observa un estrecho vínculo entre los procedimientos geométricos tratados y los contenidos de las asignaturas Geometría Descriptiva y Dibujo Mecánico.					

Se anexa a este documento un material con las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos y además las manifestaciones en estas de los componentes de las habilidades espaciales y las imágenes mentales.

Anexo #19

Análisis descriptivo de los juicios de los expertos respecto a la validez de contenido de la encuesta de satisfacción.

Item_1

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	4	6	33,3	33,3	33,3
	5	12	66,7	66,7	100,0
	Total	18	100,0	100,0	

Item_2

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	4	4	22,2	22,2	22,2
	5	14	77,8	77,8	100,0
	Total	18	100,0	100,0	

Item_3

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	4	2	11,1	11,1	11,1
	5	16	88,9	88,9	100,0
	Total	18	100,0	100,0	

Item_4

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	3	5	27,8	27,8	27,8
	4	9	50,0	50,0	77,8
	5	4	22,2	22,2	100,0
	Total	18	100,0	100,0	

Item_5

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	4	3	16,7	16,7	16,7
	5	15	83,3	83,3	100,0
	Total	18	100,0	100,0	

Item_6

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	4	3	16,7	16,7	16,7
	5	15	83,3	83,3	100,0
	Total	18	100,0	100,0	

Item_7

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	4	3	16,7	16,7	16,7
	5	15	83,3	83,3	100,0
	Total	18	100,0	100,0	

Anexo #20

Encuesta de satisfacción, teniendo en cuenta los criterios emitidos por los expertos.

El siguiente instrumento es utilizado con el objetivo de conocer el nivel de satisfacción de los estudiantes ante la aplicación de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos identificados.

Encuesta de satisfacción.

Encuesta para determinar su nivel de satisfacción, con respecto a la puesta en práctica de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las asignaturas Álgebra Lineal y Geometría Analítica y Matemática II, de la disciplina Matemática Superior en el primer año de la carrera de Ingeniería Mecánica.

Usted debe otorgar una puntuación de uno (1) al cinco (5) de manera ascendente a cada uno de los aspectos señalados, para conocer su opinión en cuanto al aporte de dicha estrategia a su aprendizaje.

Su criterio es muy importante para el futuro desarrollo de la investigación. Lea detenidamente cada afirmación y responda cuidadosamente.

Muchas gracias

Ítems					
	1	2	3	4	5
1. Se realizó una correcta orientación, en la asignatura Álgebra Lineal y Geometría Analítica, como asignatura gestora, sobre la aplicación de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos.					
2. Las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos han tenido continuidad durante todo el primer año de la carrera en las asignaturas de la disciplina.					
3. Las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos involucrados son de fácil comprensión.					
4. El orden lógico de las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos contribuye a la obtención de manera rápida de la solución de los diferentes ejercicios propuestos.					
5. Las acciones y operaciones de los procedimientos geométricos posibilitan el desarrollo de las habilidades espaciales.					
6. Los manipulables construidos y empleados para las clases, fueron útiles para el aprendizaje.					
7. Se observa un estrecho vínculo entre los procedimientos geométricos tratados y los contenidos de las asignaturas Geometría Descriptiva y Dibujo Mecánico.					

Anexo #21

Resultados de la encuesta de satisfacción aplicada a los estudiantes.

	Ítem 1	Ítem 2	Ítem 3	Ítem 4	Ítem 5	Ítem 6	Ítem 7
1	5	5	5	5	5	5	5
2	5	5	5	4	5	5	5
3	5	5	5	5	5	5	5
4	5	5	4	3	4	3	4
5	5	5	5	5	5	4	5
6	5	4	5	5	5	5	5
7	4	4	3	4	5	4	5
8	4	5	5	5	5	5	5
9	5	5	5	4	5	5	5
10	5	5	5	5	5	4	5
11	4	3	5	4	4	5	4
12	4	5	5	4	5	5	5
13	5	3	4	3	5	5	3
14	5	4	5	4	5	4	5
15	5	4	5	5	5	5	4
16	4	5	5	4	5	4	4
17	4	5	5	5	5	5	5
18	5	5	5	4	5	5	5
19	4	5	5	4	5	5	5
20	5	5	5	5	5	5	5
21	5	5	5	4	5	5	5
22	4	3	4	4	4	5	4
23	5	5	5	5	4	5	5
24	5	5	5	5	5	5	5
25	5	5	5	5	5	5	4
26	5	5	3	4	4	5	5
27	5	5	5	4	5	5	5
28	4	5	5	5	5	5	5
29	5	3	5	4	5	5	5
30	4	5	5	5	5	5	5
31	5	5	5	4	5	5	5
32	4	5	5	5	5	5	4
33	5	5	5	5	5	5	5
34	4	5	5	5	5	5	5
35	5	5	5	5	5	5	5
36	4	5	5	5	5	5	5
37	4	5	5	5	5	5	5
38	5	5	5	5	5	5	5
39	4	3	5	5	5	5	5
40	3	4	4	5	5	5	5
41	5	3	4	5	4	5	5

42	5	5	5	5	5	5	5
43	5	5	4	5	4	5	4
44	5	4	4	4	4	5	3
45	5	3	4	4	4	5	4
46	5	5	4	3	4	5	3
47	5	5	3	4	4	5	4
48	5	5	5	4	4	5	5
49	4	5	5	5	5	5	5
50	4	5	5	5	5	5	5
51	4	4	5	5	5	5	5
52	5	5	5	4	5	5	5
53	5	4	5	5	5	5	5
54	5	5	5	4	5	5	5
55	5	5	5	5	4	5	5
56	5	4	5	4	4	4	4
57	4	4	5	5	4	4	4
58	5	4	5	4	4	4	5
59	5	5	5	5	4	5	5
60	4	5	5	4	5	4	5
61	5	5	5	5	5	4	4
62	4	5	5	4	5	5	5
63	3	4	3	5	5	5	4
64	5	5	4	5	5	5	5
65	4	5	4	4	4	5	4
66	5	5	4	5	5	5	5
67	5	5	5	5	4	5	4
68	5	4	4	5	4	5	4
69	4	5	5	5	4	5	5
70	5	5	5	5	4	5	4
71	4	5	5	5	5	5	5
72	4	5	5	5	5	5	5
73	5	5	5	5	5	5	5
74	5	5	5	5	5	5	5

Anexo #22

Resultados del análisis factorial en el estudio de la validez de constructo.

Comunalidades

	Inicial	Extracción
Item_1	1,000	,844
Item_2	1,000	,677
Item_3	1,000	,764
Item_4	1,000	,884
Item_5	1,000	,632
Item_6	1,000	,828
Item_7	1,000	,729

Método de extracción: análisis de componentes principales.

Varianza total explicada

Componente		Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción		
		Total	% de la varianza	% acumulado	Total	% de la varianza	% acumulado
dimensión0	1	2,346	33,516	33,516	2,346	33,516	33,516
	2	1,199	17,131	50,647	1,199	17,131	50,647
	3	1,012	14,463	65,110	1,012	14,463	65,110
	4	1,044	11,622	76,732	1,044	11,622	**76,732**
	5	,696	8,937	85,669			
	6	,551	7,876	93,545			
	7	,452	6,455	100,000			

Método de extracción: análisis de componentes principales.

Anexo #23

Resultados del procesamiento de los criterios dados por los estudiantes en la encuesta de satisfacción.

Item_1

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	3	2	2,7	2,7	2,7
	4	25	33,8	33,8	36,5
	5	47	63,5	63,5	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

Item_2

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	3	7	9,5	9,5	9,5
	4	13	17,6	17,6	27,0
	5	54	73,0	73,0	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

Item_3

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	3	4	5,4	5,4	5,4
	4	13	17,6	17,6	23,0
	5	57	77,0	77,0	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

Item_4

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	3	3	4,1	4,1	4,1
	4	26	35,1	35,1	39,2
	5	45	60,8	60,8	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

Item_5

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	4	22	29,7	29,7	29,7
	5	52	70,3	70,3	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

Item_6

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	3	1	1,4	1,4	1,4
	4	10	13,5	13,5	14,9
	5	63	85,1	85,1	100,0
	Total	74	100,0	100,0	

Item_7

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	3	3	4,1	4,1	4,1
	4	18	24,3	24,3	28,4
	5	53	71,6	71,6	100,0
	Total	74	100,0	100,0	