

**INSTITUTO CENTRAL DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS**

**MINED**

**INFLUENCIAS DE LA COMPUTACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE  
LA MATEMÁTICA**

**TESIS EN OPCIÓN AL GRADO CIENTÍFICO DE DOCTOR EN CIENCIAS PEDAGÓGICAS**

**AUTOR: LIC. PASTOR GREGORIO TORRES LIMA**

**TUTOR: DR. LUIS CAMPISTROUS PÉREZ**

**SANCTI SPIRITUS**

**1997**

Agradecemos la valiosa colaboración prestada, para la realización de esta investigación de las siguientes personalidades e instituciones:

Dr. Luis Campistrous Pérez

Dra. Celia Rizo Cabrera

Dr. Justo A. Chávez Rodríguez

Dra. Lourdes Valverde Ramírez

Dra. Silvia Lima Montenegro

Dr. Orlando Valera Alfonso

Dr. Ariel Ruíz Aguilera

Dr. Gustavo Achiong Caballero

Lic. Juan Fábregas Tejeda

Lic. Tania Toledo Martín

Instituto Central de Ciencias Pedagógicas

Centro de Documentación e Información Científico Técnica. MINED

Dpto Matemática. ISP Enrique José Varona

Instituto Pedagógico Latinoamericano Y Caribeño (IPLAC)

ISP Félix Varela Morales

Dirección Provincial de Educación Sancti Spiritus

Direcciones Municipales de Educación de Cabaiguán, Yaguajay, Sancti Spiritus y Placetas

Colectivo de estudiantes y profesores de los centros ESBU Juan Santander, ESBU Camilo Cienfuegos, ESBU

Orlando Nieto, ESBU Rodolfo León Perlacia

Y muy especialmente a las profesoras Maritza, Fe y Ritzi; a mis alumnos Juan Ramón, Rafael, Karel, Yaniris y Veimery. A mis compañeros de trabajo, amigos y familiares que sin su apoyo y estímulo, no hubiera podido emprender tan gran empresa. A todos, muchas gracias.

A mis padres,

A mi esposa,

A mis hijos

#### SÍNTESIS:

En Cuba no existe una concepción que permita integrar el uso de la computación en la clase de Matemática, ni prever los cambios que hay que realizar para lograrlo. En un lenguaje más poderoso, o más esquemático, podría decirse que no se ha previsto el efecto de la computación sobre la enseñanza de la matemática, ni se ha derivado una concepción que incorpore este poderoso instrumento a la matemática escolar, lo antes planteado constituye un problema importante de investigación del que se derivó el presente tema.

Mediante la combinación de métodos de investigación del nivel teórico y del nivel empírico se logró arribar a resultados que sintetizan la influencia que tiene la computación en la enseñanza de la Matemática, en la secundaria básica cubana, revelando una concepción didáctica que integra la computación al sistema fundamental de categorías de la Didáctica: objetivos - contenidos - métodos, analizándose las influencias mutuas que se ponen de manifiesto. Lo que constituye un importante aporte teórico a la Didáctica de la Matemática.

El efecto se refleja especialmente en la posibilidad de realizar un tratamiento didáctico que permite profundizar la comprensión de conceptos esenciales de la matemática como son: variable, función y ecuación; se hace posible ampliar los contenidos que se trabajan en este nivel de enseñanza en particular las nociones elementales de Estadística, lo que contribuye a la eliminación de uno de los déficits fundamentales de la actual concepción y se evidenció que es posible realizar una importante contribución al desarrollo del pensamiento matemático de los escolares, poniéndose de manifiesto como se hace posible la resolución de problemas de una forma en que lo fundamental pasa a ser la modelación matemática y como estos modelos pueden ser trabajados por los alumnos independientemente con lo que están haciendo su propia matemática.

Las estrategias didácticas implementadas para el tratamiento de los algoritmos y los procedimientos algorítmicos, con un enfoque computacional, posibilitó elevar el trabajo que se realiza en la enseñanza de esta asignatura para el desarrollo del pensamiento algorítmico de los escolares, como parte del desarrollo de su pensamiento lógico.

Las posibilidades que aportan la computación a la enseñanza de la Matemática inciden en la activación de la clase, de manera que los alumnos pueden participar de la búsqueda del conocimiento, lo que unido a la atracción propia de la computación, permite aumentar la motivación de los alumnos por la esta asignatura.

La instrumentación metodológica elaborada para el tratamiento de algunas líneas directrices de la Matemática fueron validadas mediante la realización escalonada de cuatro intervenciones en la práctica escolar, los resultados satisfactorios obtenidos, permiten su implementación en nuestras aulas, lo que constituye el principal aporte práctico de la investigación.

## ÍNDICE:

|                                                                                                                                          |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Pág.                                                                                                                                     |     |
| INTRODUCCIÓN .....                                                                                                                       | 8   |
| CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS METODOLÓGICOS PARA EL ESTUDIO DE LA INFLUENCIA DE LA COMPUTACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA ..... | 18  |
| 1.1. Algunas consideraciones teóricas generales .....                                                                                    | 18  |
| 1.1.1. La activación en la enseñanza .....                                                                                               | 18  |
| 1.1.2. La motivación en la enseñanza .....                                                                                               | 25  |
| 1.1.3. El desarrollo del pensamiento algorítmico en los escolares .....                                                                  | 28  |
| 1.2. El uso de la computación en la enseñanza .....                                                                                      | 30  |
| Concepción metodológica actual para la enseñanza de la matemática en Cuba, su análisis desde un enfoque computacional .....              | 42  |
| Conclusiones del capítulo .....                                                                                                          | 52  |
| CAPÍTULO 2. INFLUENCIAS DE LA COMPUTACION EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA .....                                                         | 54  |
| 2.1. La resolución de ecuaciones, inecuaciones y sistemas .....                                                                          | 56  |
| 2.2. El estudio de las funciones .....                                                                                                   | 62  |
| 2.3. El tratamiento de teoremas y el establecimiento de relaciones matemáticas ...                                                       | 70  |
| 2.4. El trabajo algorítmico .....                                                                                                        | 72  |
| 2.4.1. Los algoritmos .....                                                                                                              | 72  |
| 2.4.2. Los procedimientos algorítmicos .....                                                                                             | 80  |
| 2.5. El pensamiento estadístico .....                                                                                                    | 86  |
| Conclusiones del capítulo .....                                                                                                          | 88  |
| CAPITULO 3. RESULTADOS DE LA INTERVENCION EN LA PRÁCTICA ESCOLAR .....                                                                   | 91  |
| Conclusiones del capítulo .....                                                                                                          | 108 |
| CONCLUSIONES .....                                                                                                                       | 109 |
| RECOMENDACIONES .....                                                                                                                    | 112 |
| BIBLIOGRAFÍA .....                                                                                                                       | 113 |
| ANEXOS                                                                                                                                   |     |
| Anexo 1 Tablas y gráficos seleccionados de los diseños curriculares de Matemática para el nivel medio en algunos países de Iberoamérica  |     |
| Anexo 2. Programa, Orientaciones Metodológicas y Texto de la subunidad Estadística Descriptiva                                           |     |
| Anexo 3. Etapa C: muestra, variables, indicadores, escalas, metodología, instrumentos, tablas y gráficos                                 |     |
| Anexo 4. Etapa D: muestra, variables, indicadores, escalas, instrumentos, tablas y gráficos                                              |     |
| Anexo 5. Descripción de las actividades docentes                                                                                         |     |

## INTRODUCCIÓN:

La época actual, llamada de la revolución científico técnica, necesita de hombres capaces de consultar un gran volumen de información en poco tiempo y utilizar ese caudal de conocimientos en la solución adecuada de los problemas que se plantean de forma creadora, la creatividad del hombre contemporáneo está a prueba cada día cuando debe enfrentar disímiles problemas sociales, científico-técnicos, económicos, ideológicos, entre otros.

La educación tiene el encargo de transmitir a las futuras generaciones las experiencias acumuladas en el proceso de desarrollo de la sociedad, es por ello que tiene un carácter eminentemente social. La eficiencia del sistema educacional se traduce en la preparación del hombre para la vida laboral y social. Mediante los sistemas de enseñanza se pretende la educación integral de los individuos, de ahí que constituya una constante el perfeccionamiento de la educación.

En Cuba se cuenta con una política educacional aprobada en el Primer Congreso del Partido Comunista y ratificada en los congresos celebrados posteriormente, donde se establece que la educación intelectual:

"...tiene por objeto desarrollar las potencialidades del pensamiento del individuo para la adquisición de conocimientos, interpretar con criterio objetivo los fenómenos de la naturaleza y la sociedad, consecuente con los principios del materialismo histórico y dialéctico. Ello lo hará, además, apto para asimilar los logros de la Revolución Científico-Técnica contemporánea."

Para el cumplimiento de este objetivo la Matemática juega un papel fundamental.

Mediante la realización exitosa de los cursos de Matemática escolar se facilita la interpretación, fundamentalmente del aspecto cuantitativo y geométrico espacial de los fenómenos de la naturaleza y la sociedad, sirviendo de base al proceso de transformación de la realidad objetiva, lo que constituye la actividad fundamental del hombre como ser social.

El estudio de esta disciplina comienza en la etapa preescolar y concluye en el último grado de la Enseñanza General Politécnica y Laboral, y en muchas profesiones, se extiende a la enseñanza superior; el estudio de la Matemática va dirigido fundamentalmente al desarrollo del pensamiento lógico, del algorítmico, del probabilístico y de los aspectos lógico - lingüísticos, y a reforzar rasgos positivos de la personalidad como son la perseverancia, la tenacidad y la laboriosidad, entre otros.

La Metodología de la Enseñanza de la Matemática (MEM) en Cuba se presenta como una ciencia con un marcado carácter científico-experimental, apoyada sobre todo en las condiciones concretas de las escuelas, en las experiencias propias acumuladas, y en las influencias recibidas durante las décadas del 70 y el 80, de países, como las hoy extintas República Democrática Alemana (RDA) y la Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS) que aportaron algunas de las bases teóricas sobre las cuales se ha edificado la didáctica de la Matemática cubana. La realización de investigaciones científicas, las experiencias obtenidas en la labor docente y la validación permanente de los planes y programas que se han ido introduciendo han permitido la elaboración paulatina de una concepción metodológica para la enseñanza de la Matemática, en correspondencia con el desarrollo de las ciencias pedagógicas y las nuevas necesidades sociales impuestas por las profundas transformaciones ocurridas en el país con el triunfo revolucionario.

Si se puede hablar hoy de una didáctica de la Matemática en Cuba ello se debe, además, a que ha sido posible la estructuración de una Didáctica General para la enseñanza básica y media que constituye la base de las didácticas específicas de las diferentes asignaturas, fundamentada en la profundización de las ideas pedagógicas, tanto en la Teoría de la educación como de la enseñanza que fueron replanteándose según fundamentos verdaderamente científicos.

La MEM como disciplina científica se plantea el estudio sistemático de las particularidades en que transcurre el proceso y la constante modernización de la clase de Matemática a la luz de los avances científico-técnicos, y las ideas pedagógicas de avanzada.

Una de las tendencias en la modernización de la clase en la actualidad lo constituye la utilización de los más variados métodos y medios de enseñanza lo que contribuye, además, a resolver la contradicción entre el volumen siempre creciente de información que se debe transmitir y el constante tiempo escolar para la educación de los individuos. En este contexto la computación tiene un significado especial, su introducción en la escuela determina modificaciones en la forma de enseñar, en los procedimientos que pueden utilizar los estudiantes para aprender, en los contenidos que se estudian, en las habilidades que se deben desarrollar y por ende en los efectos que se pretenden lograr en la formación de los escolares; lo que presupone la necesidad de que dicha introducción sea rigurosamente estudiada en sus múltiples aspectos.

Para la introducción de la computación en la enseñanza se hace necesario, entre otras condiciones, que se pueda contar con el equipamiento adecuado en los centros, con el personal docente preparado en las técnicas propias del trabajo con ordenadores y con una concepción didáctica que permita orientar a los profesores en este sentido. En Cuba se ha logrado la introducción de los ordenadores en la mayoría de los centros de nivel medio, se garantiza la preparación del personal docente en Computación tanto por la formación pedagógica de pregrado como la postgraduada y se realizan investigaciones científicas que deben aportar los elementos esenciales que fundamenten y orienten las estrategias didácticas que se deben asumir en las diferentes asignaturas de la cual la presente investigación es una expresión.

La base teórica necesaria para emprender investigaciones en el campo de la informática educativa se puede encontrar en los múltiples proyectos realizados en el mundo en este sentido, la enseñanza asistida por computadoras tiene su historia como resultado del desarrollo paulatino de las ideas psicológicas acerca del aprendizaje, la evolución de las concepciones pedagógicas para la enseñanza y el desarrollo de la electrónica y la cibernética que han determinado en cada etapa la formulación de diversas concepciones teóricas que posibilitan hoy, en correspondencia con el desarrollo de estas ciencias, la continuidad de las investigaciones en este sentido.

Son múltiples los proyectos que se han realizado en el mundo y se realizan en la actualidad acerca del uso de la computación en la enseñanza de la Matemática, la introducción de los medios de cálculos en la enseñanza de esta asignatura han sido muy discutidos, desde el ábaco hasta la calculadora electrónica muchas han sido las investigaciones que se han realizado, los resultados obtenidos en su mayoría apuntan a la conveniencia de su utilización.

La computadora electrónica ha suscitado más expectativas aún, pues no se trata sólo de un medio de cálculo, se trata de un valioso medio para la transmisión interactiva de la información que posibilita elevar a planos superiores el cumplimiento de los objetivos y funciones que tiene la Matemática en el currículo escolar, pues permite poner el énfasis en la comprensión teórica y en el desarrollo de capacidades y habilidades, sobre todo en la resolución de problemas., a la vez que facilita nuevas formas de relación con el contenido y permite modificar la forma de enfrentar la enseñanza de esta ciencia. Sin embargo, no existe una concepción metodológica en el país que permita integrar el uso de la computación en la clase de Matemática, ni prever los cambios que hay que realizar para lograrlo.

En un lenguaje más poderoso, o más esquemático, podría decirse que no se ha previsto el efecto de la computación sobre la enseñanza de la Matemática, ni se ha derivado una concepción que incorpore este poderoso instrumento a la Matemática escolar.

Lo antes planteado constituye un problema importante de investigación del cual se derivó el siguiente tema:

"Influencias de la computación en la enseñanza de la Matemática "

El objetivo de esta investigación es:

Elaborar una concepción didáctica que fundamente la integración de la computación a la clase de Matemática, en las condiciones actuales de la escuela secundaria cubana, a partir de revelar la influencia que ejerce la computación en la enseñanza de esta disciplina.

El objeto de esta investigación es el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, pero teniendo en cuenta que la enseñanza se organiza por niveles en correspondencia con grupos etáreos que la psicopedagogía ha logrado determinar, el estudio de este problema no puede realizarse en su generalidad y se hace imprescindible limitar su campo de acción a la dirección del proceso de enseñanza aprendizaje en el nivel medio básico (12-14 años).

Para el estudio se partió de un sistema de preguntas científicas que se fueron perfeccionando y depurando durante el proceso de investigación y que constituyeron la guía para la realización del trabajo, finalmente el informe responde a las siguientes interrogantes:

¿Cuáles son los aportes esenciales que puede significar para la enseñanza de la Matemática el uso de la computación, en el nivel medio básico de acuerdo con las vías determinadas.?

¿Propiciará la computación una mayor participación del alumno en la adquisición del conocimiento, mejorando su actitud hacia el aprendizaje de esta signatura e influyendo en el desarrollo del pensamiento algorítmico como parte del pensamiento lógico matemático?

¿Qué modificaciones curriculares y conceptuales generales serán necesario realizar a partir de que se cuente con el ordenador para el desarrollo de las clases de Matemática?

En la investigación se utilizaron métodos del nivel teórico. Dentro de ellos se destaca el análisis bibliográfico que permitió hacer el estudio inicial y mantener la actualización de la información durante el desarrollo del trabajo.

El análisis y la síntesis: para el estudio de las principales tendencias en el uso de la computación en la enseñanza. En efecto, se consultó una amplia bibliografía, se consultaron expertos y se revisaron algunos informes emanados de reuniones internacionales en esta temática, esto permitió realizar una división de todas las vías utilizadas y después se agruparlas de acuerdo con dos criterios fundamentales, lo que posibilitó sintetizar dos enfoques analizar sus ventajas y desventajas, ver sus insuficiencias y determinar las vías más adecuadas de integración de la computación a la clase de Matemática, en correspondencia, principalmente, con nuestro nivel de desarrollo educacional y al equipamiento de que se dispone en los centros.

Se estudió la concepción actual para la enseñanza de la Matemática en Cuba, se buscó información acerca de los problemas didácticos fundamentales que se plantean en la asignatura, se profundizó en el significado de la computación para la enseñanza de la Matemática, lo que permitió definir las variables dependientes que serían objeto de evaluación durante la etapa experimental.

El método histórico-lógico posibilitó establecer la relación entre la forma de utilización de la computación en la enseñanza y el desarrollo de la electrónica y las teorías pedagógicas y psicológicas, que fundamentan cada proyecto, de ahí que las consideraciones que se realizan están en correspondencia con el estado actual de la Informática, pero sin ceñirse a él, dejando el campo abierto a las innovaciones tecnológicas y pedagógicas que de seguro se darán en los próximos años.

En general, la investigación se caracterizó por el empleo de la vía deductiva-inductiva, pues se partió de una premisa general sobre lo efectivo que debe resultar el uso de la computación para la enseñanza y se estudió el significado de la computación para la enseñanza de la Matemática, analizando las experiencias nacionales e internacionales. A partir de estos preceptos se precisaron las influencias fundamentales de la introducción de la computación sobre la enseñanza de la Matemática, las que se particularizaron en la ejecución práctica de las actividades docentes (vía deductiva) y a partir de estos análisis teóricos y de los resultados de la ejecución práctica se concibieron cambios en los objetivos, los contenidos y los métodos de enseñanza de la Matemática, lo que de hecho constituye una concepción didáctica para la introducción de la computación en la enseñanza de esta disciplina. Esta concepción a su vez resultó enriquecida como consecuencia de la intervención en la práctica y se arribaron a conclusiones teóricas esenciales (vía inductiva).

Se utilizaron métodos del nivel empírico del conocimiento científico, mediante el diseño y ejecución de cuatro intervenciones en la práctica escolar, donde se combinaron los métodos experimentales con la observación y las pruebas psicológicas y pedagógicas como vía para la evaluación de las variables cualitativas seleccionadas.

Las tareas fundamentales fueron:

Realización permanente del estudio teórico y bibliográfico.

Determinación de las formas más adecuadas para el uso de la computación en la enseñanza de la Matemática.

Determinación de las principales transformaciones a producir en la enseñanza de la Matemática con la introducción de la computación.

Elaboración de la instrumentación metodológica, teóricamente fundamentada, de algunas de esas transformaciones.

Validación del modelo teórico en la práctica escolar.

Perfeccionamiento de la propuesta metodológica.

El informe se presenta en tres capítulos, en el primero se dan los elementos que condicionan la determinación y conceptualización del problema científico a modo de fundamentación teórica. De esta manera se presentan algunas consideraciones teóricas generales que resultan esenciales para fundamentar la propuesta que se realiza.

En el capítulo dos se expone la contribución didáctica que puede significar el uso de la computación para la enseñanza de la Matemática en el nivel medio en Cuba. Ofreciéndose orientaciones metodológicas y ejemplos para el tratamiento de las líneas directrices estudiadas.

El capítulo tres se destina a la presentación, análisis y discusión de los resultados cualitativos y cuantitativos de la intervención escolar realizada, además se anexan:

Tablas y gráficos que permite realizar un análisis coparado del currículo de Matemática en algunos países de Iberoamérica.

El programa, las orientaciones metodológicas y el folleto que se utilizó como libro de texto para la introducción de los contenidos de Estadística Descriptiva que fueron validados.

El diseño estadístico experimental que incluye la determinación de las muestras, la declaración de las variables, indicadores, escalas, la metodología y los instrumentos para la evaluación de las variables dependientes, así como, las tablas y gráficos contentivos de los resultados de la evaluación.

Una recopilación de todas las actividades docentes desarrolladas y validadas, lo que complementa la instrumentación metodológica elaborada y facilita su introducción en la práctica escolar, se incluyen los ejemplos, ejercicios, programas utilizados y las orientaciones metodológicas para su utilización en las clases. La idea central a defender es que la introducción de la computación en la enseñanza de la Matemática no puede hacerse como si fuera un instrumento externo desligado del sistema didáctico de esta asignatura. Defendemos que al introducir la computación en la enseñanza de la Matemática se deben producir cambios en las categorías principales del sistema didáctico: objetivos-contenidos-métodos y que, en este caso, la computadora como medio se integra al sistema didáctico con lo que resulta un sistema más complejo: objetivos-contenidos-métodos-medios. En este sistema las relaciones son mutuas ya que las categorías fundamentales, a su vez, actúan sobre la utilización de la computación modificando las formas y alcances de la misma.

Es por estas razones que hablamos de concepción didáctica de la computación en la enseñanza de la Matemática, pues elaboramos una concepción para introducir la computación teniendo en cuenta las relaciones y componentes fundamentales del sistema didáctico de la Matemática. Vale aclarar que no se trata de una concepción metodológica para la que se necesitan fases o etapas y la precisión de formas de actuación, esto es un trabajo posterior (al cual realizamos algunas contribuciones también), sino de concebir cómo actúa la computación sobre las categorías didácticas fundamentales de la Matemática y cómo estas actúan sobre la computación.

En otras palabras, podemos decir que al hablar de concepción didáctica nos estamos refiriendo a una concepción de la introducción de la computación desde posiciones didácticas y considerando las diferentes categorías no de forma aislada sino en sistema.

Esta idea central a defender constituye un aporte teórico a la Didáctica de la Matemática y, por tanto, recoge el aporte teórico de esta investigación. Este aporte se realiza en un campo donde se ha trabajado muy poco, la incorporación de la computación como un componente de la concepción misma de la enseñanza de la Matemática y no como un instrumento externo desligado del sistema de categorías fundamentales de la Didácticas. En efecto en nuestro análisis de la literatura no hemos encontrado ninguna concepción con estas características, en todos los casos se trabaja como si la introducción de la computación fuera independiente de los objetivos, contenidos y métodos de la enseñanza de la Matemática.

Se reveló la influencia de la computación en la enseñanza de la Matemática y se precisaron las líneas directrices donde más se puede reflejar este efecto, lo que se complementa con la instrumentación metodológica que guía el tratamiento de algunos complejos de materias, a la vez que ilustran las vías fundamentales para la integración de la computación a la asignatura y su orientación para el logro de clase de Matemática más motivada, activa y desarrolladora de las potencialidades de los alumnos, en particular las relacionadas con el desarrollo del pensamiento algorítmico de los escolares.

Desde el punto de vista práctico se aporta:

Una instrumentación metodológica para el uso de la computación en la enseñanza de la Matemática acorde con el equipamiento de que se dispone, el nivel de preparación de nuestros profesores, sus posibilidades de superación y el nivel alcanzado en la enseñanza de esta asignatura en el país que permite enfrentar el problema actual con proyección de futuro.

Una propuesta de programa, texto y orientaciones metodológicas para la introducción de contenidos de Estadística Descriptiva en el noveno grado.

Algunos ejemplos de programas computacionales que pueden ser confeccionados para estos fines.

La determinación de las habilidades computacionales que deben poseer los profesores de Matemática para realizar un uso eficiente de la computación en sus clases, lo que se materializa en estos momentos mediante el desarrollo de un programa de capacitación de docentes del nivel medio en ejercicio y el enriquecimiento del plan de estudio para la formación de profesores de Matemática en la provincia de Sancti Spiritus.

## CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS METODOLÓGICOS PARA EL ESTUDIO DE LA INFLUENCIA DE LA COMPUTACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

El propósito de este capítulo es profundizar en los elementos que fundamentan desde el punto de vista teórico el problema científico que se aborda, de ahí que se estudie la concepción metodológica para la enseñanza de la Matemática en Cuba, analizando algunos problemas o insatisfacciones en la formación de los escolares que pudieran tener una respuesta a partir de un enfoque computacional de la enseñanza de esta disciplina, se profundice en las principales tendencias que se manifiestan en la utilización de la computación en la enseñanza, analizando este fenómeno a nivel nacional e internacional, para establecer las vías más adecuadas en correspondencia con el nivel educacional alcanzado en el país, el equipamiento existente y las perspectivas futuras en este sentido.

Además, se fundamenta la importancia de la realización de una clase de Matemática más activa, motivadora y desarrolladora. En particular lo relacionado con el desarrollo del pensamiento algoritmo de los escolares.

### 1.1.- Algunas consideraciones teóricas generales.

#### 1.1.1.-La activación en la enseñanza

El proceso de enseñanza-aprendizaje tiene un carácter bilateral, no obstante, de acuerdo con los estudios efectuados, se puede advertir que durante años los pedagogos han centrado su atención más en la enseñanza, perfeccionando los métodos, procedimientos y medios para su realización. En la actualidad hay una tendencia a atender con más interés el otro integrante del binomio, el aprendizaje, por lo que la actividad del propio estudiante, su esfuerzo en la búsqueda del conocimiento adquiere una relevancia especial.

Este proceso tiene un carácter dialéctico, regido por leyes y principios. La participación activa y consciente del alumno en la elaboración del conocimiento está considerado un principio didáctico esencial dentro del sistema (Arjanquelski, S.I.).

En la búsqueda y perfeccionamiento de vías de trabajo docente basadas en la actividad del propio sujeto que aprende, hemos suscrito la teoría de la actividad, para fundamentar las concepciones didácticas a las que hemos arribado.

Los fundamentos psicológicos de la teoría de la actividad en la enseñanza se formaron en el enfoque histórico cultural de la escuela soviética de L. S. Vigotski, A. R. Luria y A. N. Leontiev. Se considera que el concepto de actividad obtuvo su expresión más desarrollada y acabada en los trabajos de Leontiev en 1977.

Leontiev considera que la actividad es un proceso que relaciona una actitud vital, activa del sujeto hacia la realidad y afirma que uno de los rasgos distintivos de la actividad es la coincidencia del motivo con el objetivo, es decir la actividad está motivada por el objetivo a cuyo logro está dirigida.

El hombre en su relación con el medio desempeña múltiples formas de actividad, una de ellas es la actividad cognoscitiva y una forma particular de ella es la actividad docente.

La actividad docente tal y como la entiende Davidov es la actividad del alumno que asimila los conocimientos que garantizan el desarrollo intelectual: se trata además de aquellos métodos de trabajo del maestro con los alumnos con los cuales estos dominan las habilidades peculiares para llevar a cabo esta actividad docente (Davidov. V. V., 1987).

No obstante, no se puede hiperbolizar la actividad docente como única vía de adquisición de conocimientos, pues en otros tipos de actividades (lúdica, laboral, social), el hombre aprende. Lo que se trata es de profundizar en la actividad docente como vía no sólo para la formación de los conocimientos, habilidades y hábitos en los escolares, sino, para la formación de un sentido personal del propio estudio, hacia el desarrollo de la actitud adecuada en los niños ante el estudio y su motivación, y hacia la formación de su personalidad en general (Davidov. V. V. 1987).

Davidov y Elkonin señalan como componentes de la actividad docente la comprensión por parte del escolar de la tarea docente, la realización de las acciones docentes y el cumplimiento por parte de él mismo de las acciones de control y evaluación.

La calidad del proceso de enseñanza aprendizaje se determina por el análisis y formulación de las exigencias que se plantean a la actividad docente. Lomspischer es del criterio que se debe considerar, por lo menos, los elementos siguientes:

1.-Las exigencias que se plantean a la actividad docente deben estar encaminadas a aquellos cambios que se ha previsto realizar en el desarrollo psíquico de los alumnos, y deben contemplar la posibilidad de determinar el grado de los cambios logrados.

Los indicadores de la efectividad de la asimilación del material y del desarrollo de las capacidades de los alumnos se obtienen de la observación exterior de los resultados de la actividad docente que se ejecuta, de ahí que se debe trabajar por el perfeccionamiento de los métodos e instrumentos que permitan revelar las cualidades que distinguen la personalidad del sujeto. La calidad de los métodos e instrumentos que utilicemos se determinará por el grado de correspondencia de la caracterización docente realizada, con los modos de actuación del sujeto ante determinadas situaciones.

2.-Para formular las exigencias que se plantean a la actividad docente hay que partir del reconocimiento de su relación con los aspectos concretos del desarrollo de la personalidad de los alumnos.

3.-Las premisas subjetivas de la realización de la actividad docente son específicas de cada nivel de desarrollo de la personalidad de los alumnos.

Si bien es importante considerar el desarrollo psíquico de los alumnos para el estudio de exigencias que se le plantean a la actividad docente, es necesario destacar el análisis que debe realizarse acerca de qué desarrollo psíquico impondrá la ejecución exitosa de este tipo de actividad, de ahí que el desarrollo de la personalidad del escolar sea principio y fin de la realización de la actividad docente.

De este mismo modo el autor considera que las exigencias que se plantean a la actividad docente se subordinan a los objetivos, que determinan a su vez los contenidos y permiten la selección de los métodos, los medios y los procedimientos específicos para el desarrollo de la actividad.

La teoría de la actividad fue desarrollada posteriormente por P. Y. Galperin que distinguió la formación por etapas de las acciones mentales. Este autor considera el estudio como un sistema de determinados tipos de actividad (actividad docente), cuyo cumplimiento conduce al alumno a los nuevos conocimientos y hábitos. Cada tipo de actividad de estudio es, a su vez, un sistema de acciones unidas por un motivo que, en un conjunto, asegura el logro del objetivo de la actividad de la que forma parte.

De esta manera se debe descomponer la actividad docente en acciones y pasar al estudio de cada una de estas acciones, las que tendrán una estructura y funciones determinadas. La célula básica de la actividad docente lo constituye la acción.

La acción puede estar dividida de acuerdo con sus funciones en tres partes: orientadora, de ejecución y control" (Galperin, 1958). La parte orientadora es la portadora de toda la información inicial y debe servir de guía al sujeto para el logro del objetivo para el cual se realiza la acción, así como garantizar las premisas o condiciones concretas necesarias para el exitoso cumplimiento de la acción dada. La parte ejecutora asegura las transformaciones dadas en el sujeto de la acción, que pueden ser ideales o materiales. La parte de control de la acción está dirigida a seguir la marcha de la acción, a confrontar los resultados con los modelos dados. Con su ayuda se hace la corrección necesaria tanto en la parte orientadora como en la ejecutora de la acción.

Le corresponde al maestro determinar que tipo de base orientadora de la acción proporcionará a los alumnos, así como su contenido en función de la ejecución que se pretende que el alumno realice. Los mecanismos de control deben estar disponibles tanto para el profesor como para los alumnos, los que ejercerá una función de autocontrol de su acción.

Una continuadora de los trabajos de Galperin fue N.F. Talizina, esta autora distingue tres formas fundamentales de la acción: la material, la verbal externa y la mental. Además se desatacan la forma materializada, afín a la material, y la perceptiva, que es, en cierto grado, intermedia entre la material (o materializada) y la verbal externa. (Talizina N. F., 1988).

Las formas material y materializada de la acción son las de partida. Su peculiaridad consiste en que el objeto de la acción se da al estudiante en forma de objetos reales (material) o en forma de modelos, esquemas, dibujos lineales (forma materializada). Son muy útiles en la etapa inicial del conocimiento como puente entre el pensamiento concreto y el abstracto.

Las acciones perceptivas involucran la capacidad de ver y oír, las acciones de este tipo no provocan modificaciones físicas en los objetos, se opera con la representación de ellos a nivel mental. Están relacionadas con la etapa sensorial del razonamiento.

La forma verbal externa de la acción, como su nombre lo indica, se caracteriza por el hecho de que el objeto de la acción está representado en forma verbal externa-oral o escrita, el proceso de transformación de este objeto transcurre también en forma verbal externa: en forma de razonamiento en voz alta o descubriendo su marcha, están relacionadas con la capacidad de expresión del escolar y el desarrollo de la relación lógico-lingüística del pensamiento.

La forma mental de la acción significa que la acción se realiza para sí, sus elementos estructurales son las representaciones, los conceptos y son expresión de un pensamiento teórico.

Para el diseño de la actividad docente deben preverse acciones de las tres formas para garantizar un aprendizaje activo y efectivo. El camino que es necesario transitar desde las acciones externas debe ser cuidadosamente proyectado, en correspondencia con las características personales de los escolares, de manera que la ejecución de las acciones propicien el cumplimiento de una tarea docente tanto en el plano operacional como en el mental, lo que se garantiza con las acciones mentales.

Galperin logró distinguir seis etapas fundamentales en la formación de las acciones mentales. Jungk reconoce que estas fases o etapas tiene una importancia especial para la enseñanza de la Matemática, pues esta asignatura presupone la realización de un gran número de acciones mentales, por parte de los alumnos, se definen conceptos, se elaboran teoremas, se realizan demostraciones, se resuelven problemas, se elaboran procedimientos. Jungk las resume en el siguiente cuadro:

|                      |                                                            |
|----------------------|------------------------------------------------------------|
| Fase de estimulación | - motivación                                               |
|                      | - orientación hacia el objetivo                            |
| Fase de orientación  | - modelo de la base orientadora de la acción               |
| Fase de realización  | - etapa de la acción en forma material o materializada     |
|                      | - etapa de acción en forma verbal                          |
|                      | - etapa de acción en forma mental                          |
| Fase de control      | - proceso de transformación del control externo al interno |

En la actual concepción metodológica para la enseñanza de la Matemática en Cuba, se destaca el papel que debe desempeñar en la enseñanza los métodos activos de trabajo que faciliten que los alumnos puedan descubrir por sí mismo proposiciones y métodos de trabajo matemático, así como que estimulen la resolución independiente de problemas y desarrollen su independencia creadora .

La independencia cognoscitiva "...se manifiesta ante todo como aspiración al pensamiento independiente, como capacidad de pensamiento, como capacidad de orientarse en situaciones nuevas, como capacidad de hallar un camino propio para nuevas tareas, como necesidad de comprender no sólo el conocimiento asimilado, sino también de dominar las experiencias del logro de ese conocimiento; se manifiesta en la independencia del criterio personal".

Luego la activación del proceso de enseñanza-aprendizaje no es sólo una condición para la adquisición del conocimiento. La concepción de la actividad docente a partir de la estructuración y orientación del trabajo independiente de los escolares durante el desarrollo de la clase, posibilita el desarrollo de habilidades encaminadas al logro de la independencia cognoscitiva en los alumnos.

En el diseño de las estrategias didácticas, que presuponen el uso de la computación en la enseñanza de la Matemática se tuvo en cuenta la contribución que esta puede significar para el desarrollo de la independencia cognoscitiva en los alumnos, a partir de dotarlos de herramientas efectivas para el trabajo independiente dentro de la asignatura , constituyendo la teoría de la actividad aquí esbozada , su fundamento. En particular lo relacionado con la fase de la orientación, pues frecuentemente se deja de hacer cuando se trabaja con computadoras y el aporte notable que la computadora puede significar durante las fases de estimulación , realización y control; lo que se explicita en el capítulo dos.

#### 1.1.2.-La motivación en la enseñanza:

Para analizar el papel de la motivación en la enseñanza es necesario partir de la formación de motivos para el estudio.

La presencia y la formación de adecuados motivos para el estudio garantizan que el alumno desarrolle esta actividad con placer, y manifieste una actitud positiva ante el cumplimiento de las tareas docentes que deben desarrollar.

Se denomina motivo a los objetos, las ideas, los sentimientos que impulsan y dirigen la actividad del hombre.

Los motivos para el estudio se van desarrollando durante la vida escolar, en sus inicios la actividad de estudio es motivada en los escolares por circunstancias externas: movido por los padres, el maestro y la exigencia escolar que determina que el niño tiene que ir a la escuela y ejecutar las tareas docentes que se le asignan, la mayoría de los alumnos se esfuerzan por cumplir la tarea con la mayor rapidez posible, pues la ven como una meta que debe ser cumplida o alcanzada, sin detenerse a pensar en el por qué de su realización, ya en la enseñanza media el alumno va comprendiendo la actividad de estudio como una necesidad y comienzan a manifestarse razones internas o impulsos para asumir el estudio.

De acuerdo con la teoría que hemos seguido un rasgo distintivo de la actividad es la coincidencia del motivo con el objetivo. De ahí que la actividad docente se de como acciones motivadas.

El autor considera que establecer los recursos didácticos necesarios que permitan el logro de la unidad de coincidencia entre el motivo y el objetivo en la actividad docente es motivar la enseñanza.

De ahí que consideremos que las motivaciones pueden estar relacionadas con el contenido de la enseñanza y las características personales de los escolares, a estas le llamaremos intrínsecas; o pueden estar relacionadas con los medios o recursos didácticos que el maestro pone en funcionamiento para motivar el aprendizaje a las que le llamaremos extrínsecas.

En nuestro criterio una asignatura puede resultar más o menos motivante para diferentes estudiantes en dependencia de: las aptitudes personales de los educandos para cumplir con las exigencias de las actividades docentes correspondientes, el grado de relación que guarde el contenido de la enseñanza con el mundo físico en que se desenvuelve el escolar o de la sencillez de la estructuración lógica de la ciencia de la cual la asignatura es expresión.

Dentro de las motivaciones extrínsecas hemos considerado las siguientes:

Revelar la importancia práctica del conocimiento, o sea, un motivo para el aprendizaje es la utilidad que el conocimiento representa para la actividad laboral o social posterior.

El planteamiento de la tarea docente como un reto, o sea, el establecimiento de un problema o situación problemática que debe ser resuelto.

Facilitar la labor del alumno en el cumplimiento de las diferentes acciones que conforman la actividad docente, mediante la utilización de instrumentos adecuados.

Garantizar una anticipación del logro efectivo de la tarea, este recurso está relacionado con la teoría de "motivo de logro", que plantea que los motivos tienen un carácter doble que incluyen por un lado una tendencia de aproximación al éxito y por otro una tendencia de evitación del fracaso (Murray, 1936), (D. Mc Clelland y J. Atkinson, 1948).

En la enseñanza de la Matemática es posible la realización de motivaciones extrínsecas e intrínsecas. Jungk denomina a estas últimas intraMatemáticas y distingue los siguientes aspectos:

necesidad, utilidad, facilidad

completitud y sistemática

analogía

generalización

reversibilidad del planteamiento de un problema

búsqueda de relaciones y dependencias

Las motivaciones que responden a estos aspectos requieren de un mayor nivel de abstracción del sujeto y de un adecuado dominio del contenido matemático.

No obstante, en el tránsito hacia las formas abstractas que conforman el conocimiento matemático, las motivaciones extrínsecas resultan de gran utilidad, pues la utilización de recursos didácticos y medios de enseñanza posibilitan que el alumno no pierda el interés durante el proceso de construcción del conocimiento, facilitando el tránsito de lo concreto a lo abstracto y viceversa, tanto en la etapa sensorial como en la racional de la adquisición del conocimiento.

Los instrumentos o medios que se utilizan para la motivación del aprendizaje pueden actuar en un plano externo o interno durante el desempeño de la actividad docente.

El uso de la computadora constituye una fuente de motivación para los estudiantes, pues el ordenador es portador de una novedad técnica para los escolares cubanos, posibilitando movilizar la atención del alumno durante el desarrollo de la actividad docente, aumentando su nivel de concentración, de esta manera actúa en un plano motivacional externo. Ahora bien, cuando se utiliza la computación como instrumento para cumplir con algunos de los recursos didácticos señalados, se está actuando en el plano interno de la motivación y es en este sentido que diseñamos las estrategias didácticas.

La influencia de la computación en la activación y motivación del aprendizaje la hemos separado para su análisis, no obstante, en la práctica están íntimamente unidos, pues la participación activa del alumno en la elaboración del conocimiento además de ser un principio esencial, propicia el interés y el gusto por aprender, (Villalón, 1984), luego todo lo que se realice en función de una clase más activa redundará en un aprendizaje más motivado; siendo a la vez lo motivacional una fase indispensable en la formación de la acción mental.

1.1.3.-El desarrollo del pensamiento algorítmico en los escolares:

Uno de los encargos de la Matemática escolar es la formación del pensamiento lógico-matemático, en Cuba no se pretende la enseñanza de la lógica Matemática ni de las estructuras lógicas, sino de las aplicaciones correspondientes en la resolución de problemas concretos, por lo cual en la realización de las actividades docentes debe tenerse en cuenta este importante elemento.

"El pensamiento lógico adopta dos formas esenciales que son las formas algorítmicas y las formas heurísticas que no son mas que dos manifestaciones distintas del mismo proceso de pensamiento.

Se entiende que el pensamiento algorítmico está determinado por la estructura lógica necesaria de una teoría que posee los elementos que le permitan la solución de un problema dentro de la misma teoría, vista esta en su concepto más amplio.

Por otra parte se entiende que el pensamiento heurístico es el orientado a la búsqueda y aplicación de nuevos conocimientos, el cual está determinado por principios generales de carácter lógicos y filosóficos.

Cuando ambas formas se integran como proceso en un mismo tipo de pensamiento se contribuye a la racionalización del trabajo mental la cual se manifiesta tanto en el manejo rápido y seguro de operaciones mentales cualitativamente diferentes así como en la estructuración rápida y segura de un conjunto de pasos que deben conducirlo a la solución exitosa del problema planteado."

En el trabajo con algoritmos que se realiza en la escuela deben conjugarse las dos formas esenciales, pues la búsqueda del algoritmo debe realizarse siguiendo una vía heurística, los algoritmos no deben ser presentados como recetas, lo que fomentaría una actitud mecanicista en el escolar. El profesor debe posibilitar la identificación de la situación, revelar la necesidad de su implementación, el reconocimiento de los datos que se poseen, la estructuración de la solución en pasos que permitan transformar lo conocido para llegar a lo desconocido, el análisis y utilización de las condiciones necesarias que presuponen la resolución del problema, el análisis de diferentes vías para solucionar el problema y el establecimiento de la vía más óptima. La programación procedural exige la algoritmización del problema a resolver como premisa, reforzando la necesidad de establecer algoritmos de solución ante los problemas que se plantean, proporcionando una vía adecuada para la expresión precisa y la comprobación de la solución, de ahí que la hayamos considerado como una vía adecuada para incidir en el desarrollo del pensamiento algorítmico de los escolares.

#### 1.2.-El uso de la computación en la enseñanza:

Mucho antes de aparecer las computadoras, ya la enseñanza programada constituía una teoría de enseñanza con muchos adeptos, así surgen los textos programados y el modo de enseñar mediante la división del material a estudiar en pequeños bloques con un control y un reforzamiento constante, lo que se adaptaba perfectamente a las posibilidades que brindaban los ordenadores para la ejecución del proceso de enseñanza-aprendizaje.

La estrategia tutorial ha pasado por diferentes momentos: los programas lineales, (Skinner, 1938) se manifestaron en tutoriales diseñados sobre la base de secuencias de pantallas de textos o gráficos que se ejecutaban secuencialmente. Para llegar a una información era necesario estudiar las anteriores y vencer los controles que de cada paso se realizaban.

Los programas ramificados (Crowder, 1959), posibilitaban que en dependencia de la respuesta del alumno el control fuera dirigido a uno u otro módulo de información, incluso se daba la posibilidad de que el alumno pudiera elegir que parte del contenido deseaba estudiar, ir a una sección de ejercicios, de uno u otro nivel, o regresar a estudiar otro concepto, relación o procedimiento, o sea, se daban varias vías para "navegar" dentro del programa a elección de sus usuarios.

En la enseñanza generativa (Palmer y Oldehoeft, 1975), la filosofía educativa se refería a que en ciertas situaciones los alumnos aprenden mejor enfrentándose a problemas de dificultad apropiada que atendiendo a explicaciones sistemáticas, el alumno se enfrentaba a un problema si no lo podía resolver, se le planteaba otro más sencillo que de su solución se obtenía la información para la resolución del más complejo, cuando acertaba se desplegaba el procedimiento completo de resolución, ofreciendo la información necesaria.

Cada proyecto se ha realizado sobre la base de una teoría psicológica que lo sustenta y que ha posibilitado su desarrollo. La psicóloga N. F. Talízina (1988) criticó la forma en que ha sido abordado el problema de la enseñanza programada, la vía unilateralmente psicológica promulgada por Skinner, la unilateralmente cibernética y la vía empírica, pues aunque en todos los casos se lograron automatizar algunas funciones del profesor, esto no condujo a elevar la asimilación de los conocimientos.

"...la enseñanza programada puede ser exitosa únicamente observándose las siguientes condiciones: en primer lugar teniendo en cuenta las regularidades específicas del proceso de estudio, conocidas de la psicología y la pedagogía moderna; en segundo lugar, realizando consecuentemente las exigencias señaladas por la teoría general de la dirección, en tercer lugar, utilizando los medios automatizados, ya que la dirección del proceso de asimilación con la enseñanza de masas es imposible sin su aplicación. Dicho con otras palabras, la elaboración de la idea de la enseñanza programada incluye los siguientes aspectos: a) la elección de la teoría psicológica de estudio que responda de las maneras más completa a las particularidades específicas de la enseñanza del hombre; b) la formulación y la realización de las exigencias a la dirección del proceso de estudio presentadas por la teoría general de la dirección, c) la creación del complejo de los medios técnicos de enseñanza orientados al modelo elegido de enseñanza que satisfacen las exigencias de la teoría general de la dirección"

De esta manera se recomienda armonizar Psicología-Cibernética-Medios de enseñanza, lo que no se ha logrado eficientemente aún, pues a pesar del desarrollo de la cibernética y los medios técnicos, no se ha

logrado una teoría psicológica que fundamente inobjetablemente la realización del aprendizaje en el hombre, "el cómo y el por qué aprendemos, sigue siendo una interrogante que deja por resolver el problema de cómo se debe enseñar" (Vaquero y Fernández 1987).

Luego subordinar el uso de la computación en la enseñanza, al desarrollo de una óptima y segura teoría de aprendizaje, conduce a un problema sin solución a corto plazo, e impide la realización de experiencias que permitan modificar las condiciones actuales en que transcurre el proceso de enseñanza-aprendizaje en correspondencia con el mundo cibernético en que transcurre la vida de los escolares y para el que deben prepararse.

La tendencia a considerar el ordenador como un profesor ha sido muy difundida en el mundo, en nuestro país se reportan resultados importantes en la Universidad de la Habana y la Universidad Central de las Villas fundamentalmente.

La confección de las lecciones de los tutoriales o programas instructores han pasado por diferentes etapas, en sus inicios se utilizaron lenguajes de alto nivel, después se confeccionaron lenguajes y sistemas de autor para la programación de las lecciones, con facilidades para la confección de las pantallas gráficas, la inclusión de textos y diferentes tipos de preguntas para ir realizando el control del aprendizaje.

En la actualidad los tutoriales inteligentes se confeccionan haciendo uso de los lenguajes de programación lógica que permiten la implementación de máquinas de inferencias que manejan grandes bases de conocimientos. A diferencia de los tutoriales anteriores, los sistemas inteligentes pueden manejar conocimiento estructurado y empírico, no procesan datos, sino conocimientos y son capaces de mostrar la línea de razonamiento que se utilizó para arribar a una conclusión.

Un sistema tutor inteligente está conformado generalmente por un módulo denominado experto contentivo de todas las reglas relacionadas con el conocimiento objeto de estudio, tiene la función además de resolver los problemas y ejercicios que se presenten en forma simbólica o numérica; el tutor o el pedagogo es el encargado de dirigir al componente experto siguiendo una estrategia pedagógica sobre la base de la determinación de lo que sabe el estudiante y cual es la próxima tarea a plantear. Cuando se producen errores, el tutor no sólo debe detectarlos sino establecer un diagnóstico que le permita al estudiante tomar una actuación adecuada para corregirlos.

El módulo del estudiante representa el estado actual del conocimiento y las habilidades del alumno. Se emplea para realizar predicciones sobre el trabajo futuro; estas bases de datos sobre los estudiantes incluyen sus datos personales, así como otros relativos a la capacidad del estudiante, sus generalizaciones, abstracciones y habilidades acerca del campo concreto de la enseñanza.

El módulo de explicaciones, que se encarga de ofrecer una explicación cuando el estudiante arriba a cierta conclusión o cuando el sistema es interrogado.

El módulo de adquisición automática de conocimientos, es el encargado de "aprender" e incorporar nuevas reglas al tutor sobre la base de las sesiones de interacción con el usuario y un interfaz para comunicar al estudiante con el sistema, mediante el uso de un lenguaje cercano al natural, gráficos y notaciones especializadas."

Los autores de sistemas tutoriales expertos hacen énfasis en la necesidad de confeccionarlos de manera tal que, que puedan ser utilizados para diferentes contenidos, cambiando la base de conocimientos, lo que se ha dado en llamar la filosofía shell (concha), o sea, una estructura vacía donde se pueda incorporar el conocimiento de diferentes materias, según las necesidades de los docentes, pero esto no se ha logrado eficientemente, pues siempre lleva implícito cambios en los restantes módulos, sobre todo el tutor y esta labor no puede ser realizada por simple profesores que no poseen una alta preparación informática.

Las simulaciones como el término lo indica tienen como objetivo la sustitución del fenómeno o proceso real por su representación en la pantalla del ordenador. En la literatura consultada se presentan cuatro tipos de simulaciones: físicas, de procedimiento, de situación y de proceso.

En la simulación física se trata de reproducir el equipo real, con el que el alumno debe trabajar de manera que lo pueda manipular tal y como lo haría si este estuviese presente, introduciendo datos, evaluando resultados, interactuando a través de las teclas de control, tal si fueran reales. De esta manera se han creado simuladores de vuelo, de conducción de autos, de montaje de prácticas de laboratorios, etc.

Los simuladores de procedimientos son pantallas especialmente diseñadas para que el alumno siga el proceso de solución de un problema, o de elaboración de una pieza o artículo, de la manera interactiva, o sea, en dependencia de los datos de entrada se genera el proceso lo que permite su perfeccionamiento antes de ser realmente ejecutado.

La simulación de situación consiste en poner al escolar ante diferentes situaciones, de esta manera se evaluará la toma de decisiones, generalmente se pone al alumno en un rol determinado y en correspondencia con este rol deberá actuar.

La simulación de proceso se ejecuta sin la acción directa del escolar, el proceso transcurre ante sus ojos tal y como ocurriría en condiciones reales, es muy útil cuando se trata de mostrar una secuencia que permita establecer un procedimiento de trabajo o representar procesos o fenómenos que no son perceptibles a simple vista, porque constituyen el resultado de rigurosos estudios teóricos realizados o porque no se disponen de los equipos adecuados para ser percibidos o porque su montaje requiere de grandes inversiones en laboratorios o equipos.

Hay simulaciones que han sido concebidas para la adquisición independiente de conocimientos, tal como se plantean los tutoriales, en estos casos se consideran superiores a estos últimos, por poder recorrer las fases que comprenden la adquisición del conocimiento, de acuerdo con la teoría pedagógica sustentada por los autores de referencia, estas son: conducir al estudiante a la adquisición de la información o la habilidad, proveerlo de la práctica para favorecer la retención y fijar lo aprendido.

Consideramos que las simulaciones resultan muy útiles durante el desarrollo de la actividad docente para apoyar la labor del profesor y de los alumnos, se reconoce el aumento del nivel científico de la clase, a partir de disponer de un modelo del objeto de estudio que pueda ser percibido, manipulado, comprobado. La utilización sistemática de simulaciones van desarrollando en el escolar la seguridad en la ejecución de procesos, pues ha tenido un entrenamiento previo.

Las herramientas computacionales tienen como fin facilitar la labor del alumno en la clase, de esta manera aparecen variados software los más importantes son las hojas de cálculo y los editores de textos que se utilizan en la enseñanza con buenos resultados, liberando al alumno de tareas rutinarias y engorrosas que pueden ser asumidas por las máquinas.

Las herramientas permiten centrar la atención del alumno en la parte más racional del conocimiento: en la interpretación del problema, el establecimiento de nexos entre los conceptos, relaciones o procedimientos estudiados ; proporcionando, además , tiempo para la realización de una mayor cantidad de ejercicios.

Los juegos computacionales han sido utilizados en la enseñanza de esta manera se han diseñado juegos instructivos, estos juegos posibilitan la transmisión de una información o el desarrollo de una habilidad de forma amena y divertida, se confeccionan para el trabajo individual, por parejas y colectivos; se caracterizan por su carácter competitivo lo que le imprime mayor emotividad.

Los juegos concebidos para el entretenimiento, han sido utilizado con fines educativos, para el desarrollo de ciertas habilidades generales como son, entre otras, el adiestramiento mecanográfico, la capacidad de reacción ante la presentación de un estímulo, la ejercitación de la memoria visual, el análisis lógico de situaciones y la valoración de alternativas posibles. Estos juegos permiten, además, familiarizar a los escolares con el manejo del ordenador y sus periféricos.

Los lenguajes de programación también son utilizados en la enseñanza, mediante una modalidad denominada solución de problemas por computadoras. Esta consiste en proponer al alumno la resolución de un problema haciendo uso del ordenador lo que lleva implícito el aprendizaje de dicho procedimiento en cuestión. La programación proporciona un entorno para comprobar la efectividad de algoritmos elaborados por los propios estudiantes.

Papert desarrolló su teoría de enseñanza a partir del uso de la programación, creó un lenguaje computacional el LOGO, para dotar a los estudiantes de un entorno de programación adecuado que le permitiera la programación en diferentes contextos y de esta manera enriquecer la educación de los niños. Sin embargo, esta corriente se orienta más a promover el desarrollo intelectual del niño, que al problema de dotarlo de un cuerpo específico de conocimientos (Quintero y Ursini 1988).

En la actualidad se continúan los estudios en esta línea y se desarrolla la teoría de los micromundos de Papert. La idea de micromundos, es un intento de llevar a la práctica educativa el modelo Piagetiano del niño constructor de sus propias estructuras intelectuales, mediante la creación de ambientes computacionales, que proporcionan marcos de referencias y elementos de expresión para identificar y explorar partes de la Matemática (Quintero y Ursini 1988). Esta es una vía de estudio que promete resultados alentadores en los próximos años.

Este estudio permite apreciar dos enfoques fundamentales en la utilización de la computación en la enseñanza:

La automatización del proceso enseñanza-aprendizaje mediante la implementación de estrategias tutoriales.

El uso de la computación para apoyar la labor de alumnos y profesores en los marcos de la actividad docente planificada.

Desde el punto de vista pedagógico se advierte una diferencia, en el primer enfoque se presupone el ordenador como el profesor, imponiéndose el modo tutorial, o sea, la computadora es portadora de la información y siguiendo un "procedimiento óptimo de enseñanza" se trata de proporcionar al usuario (alumno) del conocimiento deseado y en el segundo prevalece la idea pedagógica de la computación para apoyar el desarrollo del proceso pedagógico, donde se debe tener en cuenta para su utilización, los objetivos de la clase, el contenido a tratar, los métodos más adecuados y los restantes medios de enseñanza, todo dentro de los marcos de la actividad docente planificada.

Dentro de las ventajas que más se le reconocen a los sistemas para automatizar la enseñanza están:

Grandes posibilidades para la enseñanza de masas, pues se puede contar con lecciones preparadas por especialistas para una gran cantidad de personas.

Cada alumno aprende a su propio ritmo, pues el programa se va ejecutando en dependencia del avance del estudiante por el mismo.

Se puede llegar tan lejos como las posibilidades del alumno lo permitan, eliminando el problema que representa la "clase promedio" para todos los escolares, aunque posean un mayor rendimiento e interés cognoscitivo en determinado campo del saber.

Como principales deficiencias se le señalan:

Imposibilidad de tener en cuenta todos los tipos de alumnos y situaciones de aprendizaje, a pesar de poseer los sistemas expertos módulo para el reconocimiento del alumno.

Alto costo del desarrollo del software y el equipamiento requerido para su uso generalizado (Rosemberg, 1987); (Webb, 1988)

Como se ha explicado no se ha encontrado, a pesar de los esfuerzos realizados, una teoría psicológica que sustente inobjetablemente, el proceso de enseñanza-aprendizaje automatizado.

Individualiza la enseñanza, alejando a los escolares de sus coetáneos, privándolos de las relaciones sociales necesarias, para la formación de su personalidad.

La mayoría de los sistemas incluyen evaluadores y estos en particular han encontrado mucho rechazo, pues el alumno se ve impotente, ante las valoraciones y juicios que emite sobre él una máquina.

En muchos casos los diseños son pobres y carecen del atractivo necesario para los gustos y características psicológicas de los escolares en las diferentes edades y niveles de enseñanza.

La utilización de la computación para apoyar la labor de alumnos y profesores durante la actividad docente, ha tenido como objetivo fundamental hacer más asequible, científico, motivante, objetivo, consciente, activo y ameno la adquisición de conocimientos, preservando la labor educativa del maestro dentro del proceso.

Los esfuerzos fundamentales se han centrado en el perfeccionamiento de los software, más que en la búsqueda de una teoría psicológica y/o cibernética que los fundamente, pues esta característica de medio de enseñanza le permite insertarse en las diferentes tendencias pedagógicas y fundamentaciones psicológicas que se ha ido desarrollando sin entrar en contradicción con ellas.

Los especialistas que se dedican a la producción de software educativo centran sus estudios en las características que deben poseer los programas para cumplir con las funciones señaladas; en cuanto al uso del color, disposición de la información en pantalla, tiempo de exposición de cada cuadro, entre otras. Además, se ocupan de la realización de estudios de carácter fisiológicos y morfológicos para determinar de acuerdo con la edad del escolar la duración de los programas en correspondencia con sus posibilidades para mantener la atención y el tiempo que pueda permanecer concentrado el escolar en una actividad, el tiempo que pueda estar frente a un monitor sin que aparezca la fatiga visual, la cantidad de radiaciones que recibe durante el trabajo con el ordenador, la distancia adecuada entre el alumno y el monitor cuando se trabaja de forma individual y de manera colectiva, el tamaño de los teclados y la distancia entre las teclas de acuerdo con la morfología de la mano, el tamaño de los caracteres utilizados para que puedan ser visualizados por todos los escolares, el diseño de la pantalla usando elementos gráfico en forma de mascotas que llaman la atención sobre todo en los escolares menores.

Como ventajas más reconocidas tenemos:

Disminución del tiempo de aprendizaje.

Mayor objetivación y asequibilidad del conocimiento que se desea formar en el escolar.

Mayor activación del proceso de enseñanza-aprendizaje a partir de proporcionar recursos que le permitan al alumno arribar por sí solo a determinadas conclusiones expresión de la interpretación acertada de los conceptos relaciones o procedimientos que se tratan.

Permite mantener una mayor atención y concentración del sujeto durante el desarrollo de la actividad docente.

Se logra una mayor motivación de los escolares, ante el estudio del contenido, está demostrado que el trabajo con computadoras es altamente motivante para la mayoría de los escolares, además el liberarlo de tareas rutinarias mediante el uso de herramientas mejora la disposición del alumno para resolver las tareas docentes encomendadas.

Como principales limitaciones del uso de la computación como apoyo al proceso docente educativo se señalan:

No se ha logrado un empaste eficiente entre máquina-profesor-alumno, en los marcos de la actividad docente, solapándose generalmente las funciones que a cada uno le corresponden.

Las simulaciones no siempre ofrecen la suficiente confianza al escolar, en su correspondencia real con la práctica, por lo que en ocasiones los estudiantes piensan que está siendo manipulado por el ordenador, y se pierde el efecto deseado de transmitir objetividad y seguridad en lo que se enseña.

Las dificultades de diseño señaladas a los tutoriales también lastran los software confeccionados con estos fines.

No siempre el salón escolar reúne las condiciones necesarias para la visibilidad adecuada de los programas que se deben mostrar a los estudiantes.

Los juegos didácticos que generalmente se emplean en esta modalidad no tienen en cuenta los recursos necesarios para mantener interesado al estudiante durante su ejecución, sobre todo cuando la intención cognoscitiva es muy evidente, si el alumno percibe que se le está tratando de enseñar algo, su interés decae notablemente, resultando más interesante y atrayentes los juegos donde la estrategia de enseñanza está más oculta.

El profesor pasa a jugar un papel fundamental, por lo que su preparación en el dominio de las técnicas de computación se hace imprescindible, por lo que se debe invertir en su capacitación; además hay que enfrentar la resistencia natural que oponen los maestros y profesores al cambio, pues no se trata sólo de introducir un nuevo medio, sino que el uso de la computación en la enseñanza presupone una nueva forma de enfocarla.

Como se puede observar las dificultades pueden ser superadas pues dependen de la calidad de los materiales que se confeccionan, las condiciones de aulas y laboratorios y de la capacitación de los profesores fundamentalmente.

Por otra parte, los tutoriales en la actualidad, como ya se ha apuntado, han evolucionado y para su confección se utilizan los recursos de la inteligencia artificial y esto no puede ser asumido en el nivel medio en Cuba por las limitaciones de los equipos instalados en los centros docentes, lo que obligaría a diseñar estrategias tutoriales de comprobada ineficiencia, además, la automatización del proceso presupone una enseñanza más individualizada, lo que entra en contradicción con el carácter colectivo de la educación en el país.

El estudio realizado permitió examinar determinadas ventajas y desventajas de la introducción de la computación en la enseñanza, siguiendo uno u otro enfoque. Pero en ninguno de los dos, se ha considerado la computación actuando sobre la didáctica misma, o sea, se presenta la computadora como un instrumento externo y no como un componente integrado al sistema de categorías fundamentales de la Didáctica: objetivos - contenidos - métodos; y es en este sentido que pretendemos su integración al proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, luego partiendo de esta concepción, asumimos las vías orientadas al apoyo de la labor del profesor y los alumnos, dentro de los marcos de la actividad docente planificada, estudiando la influencia recíproca que existe entre la computadora y el sistema de categorías didácticas.

Lo que se fundamenta además, en :

La necesidad de que la educación siga teniendo en este nivel de enseñanza un carácter colectivo, por la importancia que tiene el desarrollo psicosocial que las relaciones interpersonales propician durante la realización colectiva de la educación lo que posibilitará cumplir con los objetivos que se persiguen con la enseñanza en el país, acerca de la formación multifacética y armónica de la personalidad del individuo en correspondencia con los principios de construcción de la sociedad socialista. Alejándonos así de las posiciones de los cognitivistas cibernéticos que ponen su énfasis en la optimización del proceso docente, a partir de considerarlo un proceso cibernético donde se centra más el interés en el resultado, que en el proceso mismo.

Las reconocidas ventajas y contribución notable que puede significar el uso de la computación en la enseñanza, en el sentido aquí expuesto.

Su nivel de flexibilidad y adaptabilidad a las más modernas tendencias psico-pedagógicas que fundamentan el aprendizaje.

El nivel de preparación computacional de algunos profesores y las posibilidades de capacitación que el sistema permite al resto.

Las posibilidades reales de la técnica computacional que tenemos difundida en el país en el nivel medio, y las perspectivas de desarrollo de la tecnología educativa, con la creciente utilización de la multimedia y las posibilidades que esta ofrece para el perfeccionamiento de las simulaciones, las herramientas y la creación de ambientes de programación de más fácil utilización.

1.3.-Concepción metodológica actual para la enseñanza de la Matemática en Cuba, su análisis desde un enfoque computacional

En 1987 se elaboró en el Ministerio de Educación una concepción metodológica general de la asignatura Matemática en el subsistema de la educación general politécnica y laboral, como una necesidad para realizar el perfeccionamiento de los programas escolares que se acometería a partir de ese año. Esta concepción se basa en el objetivo fundamental de la educación en Cuba, referido a la formación multilateral y armónica de la personalidad comunista en los estudiantes, y logra sobre esta base establecer las funciones de la asignatura en el currículo escolar, los objetivos por grados, los contenidos y la vía metodológica fundamental para su ejecución.

Los programas de estudios elaborados, los libros de textos y las orientaciones metodológicas, que tienen carácter únicos para todo el país, constituyen el soporte material de la concepción metodológica, que a su vez la complementan; lo que no impide que los profesores puedan realizar las adecuaciones pertinentes, en correspondencia con las características individuales de sus alumnos.

"... el curso de Matemática escolar debe enriquecer las representaciones y capacidades prácticas de los alumnos para aplicar los conocimientos matemáticos en la actividad posterior, formar el pensamiento lógico-matemático y la capacidad de representación espacial, y despertar el interés hacia la Matemática y sus aplicaciones."

Este constituye el encargo fundamental de la asignatura y desde aquí se advierte una posibilidad de elevar a planos superiores el cumplimiento de este supraobjetivo, a partir de imprimirle un enfoque computacional, al trabajo que en este sentido se realiza.

El uso de la computación para la enseñanza de la Matemática puede extender la aplicación de los conocimientos matemáticos a problemas que no se tratan en la actualidad en el nivel medio por la complejidad de los cálculos, al mismo tiempo que posibilita centrar más la atención en los problemas conceptuales, que en los operacionales, con el consiguiente desarrollo del pensamiento lógico-matemático del escolar; hacer más objetiva y científica la clase a partir de la utilización de programas especialmente diseñados para la elaboración de conceptos, relaciones y procedimientos, a la vez que el uso del ordenador en las clases constituye una fuente de motivación implícita para el aprendizaje de la asignatura.

Son funciones de la Matemática, entre otras, la necesidad de proveer a los alumnos de sólidos conocimientos acerca de aquellos conceptos, teoremas, reglas, relaciones y procedimientos que son fundamentales, que poseen una importancia relativamente general y que desde el punto de vista histórico, son relativamente estables. Estos conocimientos deben garantizar la comprensión de las relaciones internas elementales de la Matemática, la posibilidad de realizar aplicaciones elementales de esta ciencia y facilitar la interpretación fundamentalmente, del aspecto cuantitativo y geométrico-espacial de los fenómenos de la naturaleza y la sociedad así como servir de base al proceso de transformación de la realidad objetiva, que constituye la actividad fundamental del hombre como ser social. Desarrollar en los alumnos habilidades sólidas en el trabajo con algoritmos o cálculos elementales, así como con métodos y procedimientos para llevar a la práctica las tareas anteriormente señaladas.

La enseñanza primaria y la media general, constituyen la base y punto de partida de todo el sistema nacional de Educación, estos niveles tienen la función social de proporcionar los conocimientos básicos, desarrollar las capacidades, actitudes, hábitos y habilidades necesarias para la vida social y productiva que demanda el país, lo que condiciona la determinación de los objetivos y contenidos que serán desarrollados en los mismos. Para la selección de los contenidos se establecieron líneas directrices que permitieron mantener una estructuración vertical de la asignatura en correspondencia con la lógica interna de la ciencias Matemáticas y cumplir con las funciones que la asignatura tiene en la enseñanza. De esta manera las directrices posibilitaron incorporar sólo lo necesario, evitando atiborrar a los estudiantes de elementos conceptuales que no resultan esenciales para una formación Matemática básica.

Las líneas directrices recogen los elementos relacionados con los contenidos matemáticos esenciales que deben ser tratados y las capacidades mentales específicas y las generales que deben ser desarrolladas.

La posibilidad de utilizar la computación para la enseñanza de la Matemática, abrirá nuevas perspectivas al trabajo que tradicionalmente se realiza en función del cumplimiento de las líneas directrices. Además, como se logra reducir el tiempo para el tratamiento de los contenidos actuales, posibilita la entrada de nuevos conocimientos que no fueron previstos, pero que resultan esenciales para la formación básica.

Para el estudio se seleccionaron las siguientes líneas directrices:

Ecuaciones e incubaciones. Sistema. Optimización lineal.

Correspondencia, transformación, función.

Fundamentar, demostrar.

Trabajo con variables

Matematizar problemas extramatemáticos.

Trabajo algorítmico.

Trabajo combinatorio, pensamiento probabilístico.

Las ecuaciones, inecuaciones y sistemas se estudian en la actualidad por la vía analítica, fundamentalmente, viéndose de esta manera limitado su tratamiento. El uso de la programación posibilita la utilización adecuada de otras vías como la gráfica, que permitiría ampliar el trabajo que en este sentido se realiza, sin detrimento del desarrollo de las capacidades cognoscitivas de los escolares y su formación Matemática.

El concepto de función en el nivel básico se da como correspondencia y se parte del ploteo de puntos para representar gráficamente las funciones, evitando el establecimiento de procedimientos particulares para cada tipo de función. En este sentido la computación tiene una importancia especial, pues posibilita evaluar las más complejas expresiones algebraicas con facilidad, confeccionar así las tablas de valores necesarias para el análisis de las propiedades y su representación gráfica.

El concepto de variable en la concepción actual resulta elemental, y se va formando en el alumno a través de toda su vida escolar, no obstante el tratamiento de los diferentes significados que el concepto de variable tiene, en cada contexto matemático específico, resulta insuficiente. La computación facilita un entorno y una vía para lograr una interpretación adecuada de la importancia y utilidad de las variables.

Una de las líneas más difíciles de trabajar en la actualidad es la relacionada con la fundamentación y la demostración de proposiciones Matemáticas. La demostración presupone un alto nivel de abstracción y aplicación del conocimiento matemático de que se dispone, así como, haber desarrollado habilidades en los métodos generales de demostración.

En esta línea resulta esencial el tratamiento de los teoremas, el trabajo que en la escuela se realiza con la elaboración y demostración de teoremas debe constituir una de las vías para garantizar el dominio fundamental de esta actividad Matemática, este trabajo encuentra en la práctica muchas limitaciones, una de ellas está relacionada con la imposibilidad, en muchos casos, de "llegar al teorema", como fase inicial de su tratamiento.

Muchos teoremas pueden ser planteados como proposiciones que se obtienen de ensayos sucesivos de cálculo, con diferentes valores, mediante una vía inductiva, la computación se revela como un fuerte instrumento para el logro de este propósito.

A la resolución de ejercicios de aplicación y de ejercicios con textos relacionados con la práctica (problemas) se le brinda una especial atención en la metodología actual, en correspondencia con el carácter politécnico y laboral de la enseñanza.

En la actualidad el trabajo con problemas presenta múltiples dificultades en la escuela, no lográndose los niveles de independencia necesario en los escolares para su solución. Para dar respuesta a esta situación se trabaja en diferentes metodologías que parten de reforzar la parte analítica, o sea, la interpretación del problema y el planteo de la vía de solución, no obstante la realización de cálculos aritméticos, la resolución de ecuaciones, inecuaciones o sistemas a los que generalmente estos conllevan en el nivel medio, dificulta el trabajo de los estudiantes, teniendo que dedicar gran tiempo y esfuerzos a esto último.

La computación constituye una vía importante para agilizar el trabajo, el uso de herramientas computacionales posibilita la resolución de problemas reales, que manualmente no se resuelven por la complejidad de los cálculos, facilita la comprobación de los resultados obtenidos, mejora la disposición del alumno para elaborar un nuevo modelo algebraico de resolución, si el utilizado no fuera adecuado, pues con ayuda de la máquina se puede dar solución a la ecuación, inecuación o sistema correspondiente; de esta manera la máquina se encarga de la tarea más engorrosa y rutinaria, pudiendo los estudiantes concentrarse en la parte más racional de la resolución del problema. Además, permite realizar la resolución del problema a partir de otros datos iniciales, lo que refuerza el trabajo que se realiza en favor del pensamiento lógico,

mediante la capacidad de transformar un ejercicio, aplicar nuevos medios para resolver un mismo ejercicio, a la vez que permite la resolución de una mayor cantidad de problemas en la clase.

Respecto al desarrollo de habilidades en el trabajo con algoritmos, un enfoque cibernético en este sentido posibilitará darle un tratamiento diferenciado a los algoritmos presentes en este nivel, fortaleciendo el desarrollo del pensamiento algorítmico de los escolares, aspecto en el que no se incide suficientemente en la actualidad, la salida de la teoría de los algoritmos de la enseñanza de la Matemática, ha provocado un vacío que deja sin respuesta la articulación necesaria entre la Matemática y la informática, nexo que se necesita rescatar, de acuerdo con las exigencias que impone poseer un conocimiento computacional debidamente fundamentado, impidiendo así que el hombre se convierta en un simple usuario de la computadora en detrimento de su desarrollo intelectual.

En la secundaria básica no está contemplado el estudio de la informática como una asignatura curricular, ante esta situación, una posible respuesta puede ser tratar de dotar a los alumnos de los conocimientos y las habilidades computacionales necesarias a través del uso de la computación de manera sistemática por el resto de las asignaturas ya existentes, con el apoyo de profesores entrenadores que atienden los laboratorios de máquinas computadoras. La Matemática pasa a jugar un papel fundamental, en este empeño, por sus grandes posibilidades para estructurar la enseñanza de un lenguaje de programación a partir del tratamiento de los contenidos matemáticos, sin tener que dedicar clases exclusivas a la enseñanza de la programación.

La línea relacionada con el pensamiento probabilístico se desarrolla en el nivel medio básico mediante la resolución de ejercicios de conteo y reparto proporcional, la computadora puede ser utilizada como herramienta, en los problemas de este tipo, además se han reportado aplicaciones interesantes en este sentido, como es el programa "Introducción a la probabilidad" (Quintero y Ursini, 1988).

El estudio realizado revela que no se contemplan los elementos estadísticos dentro de esta línea directriz, el desarrollo de un pensamiento estadístico es una necesidad de la vida moderna. Cada día se utiliza con mayor frecuencia la inclusión de tablas y gráficos estadísticos en las publicaciones periódicas, y los alumnos deben prepararse para que puedan realizar una interpretación adecuada de esa información.

La colección, comparación y representación de los datos, forma parte de la cultura informática del hombre moderno, constituyendo una necesidad para el desempeño profesional actual en cualquier esfera de la producción y los servicios.

Los contenidos de estadística descriptiva, forman parte de los currículos escolares de Matemática, durante la formación básica de los estudiantes, en la mayoría de los países de Iberoamérica y en Cuba estos están excluidos (Ver anexo uno).

La enseñanza de estos contenidos puede facilitarse mediante la utilización o elaboración de programas computacionales sencillos que permitan un rápido acceso a la información y la realización de cálculos de medidas, proporcionando a los alumnos la posibilidad de emitir juicios y valoraciones a partir de los resultados obtenidos.

Hasta aquí el análisis, respecto a los contenidos, ahora bien, en el documento contentivo de la concepción metodológica para la enseñanza de la Matemática, se declara que:

"La vía metodológica fundamental para lograr una organización adecuada del contenido matemático que conduzca al logro de los fines propuestos, se debe fundamentalmente al trabajo con ejercicios correctamente organizados, debido a que los ejercicios matemáticos resumen las exigencias que deben plantearse a los alumnos, de modo que su personalidad se desarrolle en la dirección adecuada. Este trabajo con ejercicios debe ser realizado de forma tal, que la participación del alumno en el mismo sea efectiva y desarrolle sus capacidades de trabajo independiente."

Lo anterior significa, que no debe verse el trabajo con ejercicios como una actividad del maestro, sino como una actividad conjunta, en la que el alumno participa en una medida cada vez más independiente en la que aplica y fija las habilidades adquiridas, mediante la utilización de la Matemática como un instrumento para el trabajo con problemas teóricos y prácticos elementales."

El trabajo con ejercicios como vía metodológica fundamental para la enseñanza de la Matemática, presupone su utilización para formar en los alumnos el sistema de conocimientos, capacidades, habilidades y hábitos que se le han encomendado a la asignatura; a través de la elaboración de sistemas de ejercicios se pretende lograr la motivación, la preparación del nivel de partida, la orientación hacia el objetivo, el tratamiento de la nueva materia, la consolidación, la sistematización y el control del conocimiento. Es por ello que la introducción de la computación para la enseñanza de la Matemática deba imbricarse orgánicamente a la elaboración y utilización de sistemas de ejercicios, de ahí que las vías computacionales que se seleccionaron para realizar

este trabajo tengan como punto de partida y meta máxima el fortalecimiento de la ejercitación, como vía fundamental, para la formación Matemática de los escolares.

En esta concepción, regida por la ejercitación, se le imprime una importancia especial al desarrollo de habilidades. El conocimiento en Matemática no se mide por la reproducción del concepto, sino por la capacidad que demuestre el alumno para aplicarlo a la resolución de un problema determinado y para ello es necesario desarrollar en los escolares habilidades específicas.

"En particular, cuando se dice que un escolar posee determinadas habilidades Matemáticas se entiende que él puede ante todo establecer el tipo de problema que debe resolver, determinar las relaciones implicadas, las condiciones del problema, los datos, lo que es necesario hallar, así como la vía de solución del problema..."

La secuencia anterior se corresponde con la estrategia metodológica fundamental que hemos diseñado para la resolución de problemas por computadoras.

En la actual metodología las habilidades básicas se dan mediante acciones generalizadas, que permiten una concepción general del problema a resolver, evitando así la parcelación del conocimiento a través de diferentes procedimientos específicos. Son habilidades básicas entre otras: calcular, evaluar, simplificar, descomponer en factores, relacionar gráfico y propiedades.

Un análisis con enfoque computacional, del desarrollo de la habilidad de calcular, permite apreciar que desde el punto de vista conceptual el cálculo constituye un núcleo fundamental, que presupone el conocimiento y significado de las operaciones básicas en los diversos dominios numéricos, pero desde el punto de vista operacional, en la actualidad resulta obsoleta, pues ya no se dedica tiempo ni esfuerzos a resolver mentalmente o mediante lápiz y papel complejos o voluminosos cálculos; sin embargo la escuela invierte mucho tiempo en crear mecanismos de cálculo, que pudieran ser simplificados al disponer de un ordenador, lo que no debe impedir, que sin la presencia de este, el alumno recurra a sus conocimientos y habilidades básicas desarrolladas durante los primeros cursos de Matemática, para dar solución al problema planteado.

La habilidad de evaluar expresiones algebraicas, por ejemplo, no pierde su significado conceptual, consistente en sustituir las variables de una expresión algebraica, por sus valores correspondientes, porque esta acción se realice, con ayuda de un ordenador que se encargará de los cálculos aritméticos. Además la evaluación de términos se refuerza durante la resolución de problemas con el uso del ordenador utilizando un lenguaje procedural y se ilustra además esta evaluación, durante la ejecución del programa para diferentes juegos de datos

La habilidad de relacionar gráficos y propiedades de las funciones recibe un notable impulso con el uso de la computación, pues se puede partir de la búsqueda de los valores funcionales, analizar que propiedades se cumplen y relacionarlas con la representación gráfica, siguiendo este procedimiento se hace más comprensible el concepto de función, tanto desde el punto de vista de relación entre conjuntos, como el de conjunto de puntos que posteriormente se introduce, además el ordenador permite comprobar las predicciones que el alumno realiza acerca del comportamiento de la función en otros intervalos no visibles. Las simulaciones de procesos tienen en este contexto una importancia especial.

Con la entrada de la computación necesariamente se adicionarán otras habilidades específicas relacionadas con la programación y el manejo de los recursos computacionales, las que serán de utilidad para la posterior actividad laboral de los estudiantes y se propiciará el desarrollo de habilidades generales, una de ellas en la habilidad de relacionar.

Saber relacionar adecuadamente los conocimientos que se poseen en función de la solución de un problema es la base de la creatividad. En la solución de un nuevo problema generalmente es necesario incorporar algoritmos ya conocidos, y que deben ser dispuestos convenientemente. La programación impone una estrategia modular de resolución de los problemas, cuando se logra establecer un algoritmo, este constituye un módulo que podrá ser posteriormente utilizado para la resolución de otro problema más complejo, consideramos que una habilidad fundamental que se precisará en el futuro está relacionada con la capacidad que se tenga para identificar a partir del enunciado del problema que algoritmos deberán ser concatenados para lograr la solución deseada.

En el análisis realizado se advierte que la computadora se revela como una poderosa herramienta para apoyar el desarrollo de estrategias didácticas en el tratamiento de temas específicos de la Matemática escolar que da posibilidades para un trabajo más intenso en función del desarrollo del pensamiento matemático de los escolares en la actualidad.

Conclusiones del capítulo:

Este capítulo es expresión de las consideraciones teóricas que pueden ser utilizadas para fundamentar el aporte que puede significar la computación para la enseñanza de la Matemática en Cuba. En ese sentido se concluye que:

La fundamentación psicopedagógica de la propuesta se establece en la Teoría de la actividad, en la importancia de la motivación en el proceso de enseñanza aprendizaje y el reconocimiento de la interrelación del pensamiento algorítmico y el heurístico como formas del pensamiento lógico .

De acuerdo con los objetivos que se persiguen con la educación en Cuba, las condiciones concretas del país, las perspectivas tecnológicas futuras, la concepción actual para la enseñanza de la Matemática y su análisis desde un enfoque computacional; consideramos que es posible integrar la computación al proceso de enseñanza - aprendizaje de esta asignatura. Partimos del criterio de que la computación debe integrarse al sistema fundamental de categorías de la Didáctica : objetivos contenidos métodos; de ahí que asumamos las vías orientadas al apoyo de la labor del profesor y los alumnos, dentro de los marcos de la actividad docente planificada, Y dentro de esta concepción seleccionar como vías fundamentales:

El uso de la programación para el tratamiento de los algoritmos presentes en este nivel de enseñanza.

El uso de herramientas computacionales para facilitar la labor del alumno en la clase de Matemática, propiciando la activación del proceso pedagógico.

El uso de simulaciones para el tratamiento y la elaboración individual o colectiva de conceptos, relaciones o procedimientos.

Enmarcados en el contexto de una investigación pedagógica fue necesario precisar las exigencias que se le plantearían a la actividad docente, encaminadas a qué cambios podían ser estudiados a partir de la implementación de la instrumentación metodológica elaborada para el tratamiento de determinadas líneas directrices. Estos son:

La contribución al desarrollo del pensamiento algorítmico de los escolares como parte del desarrollo del pensamiento lógico-matemático.

EL aumento de la motivación de los escolares por el estudio de esta disciplina.

Las posibilidades para la realización de una actividad docente, donde los alumnos puedan participar activamente de la adquisición del nuevo conocimiento.

## CAPÍTULO 2. INFLUENCIAS DE LA COMPUTACIÓN EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA.

En este capítulo se destacan algunos de los aspectos fundamentales en los que la computación puede transformar la enseñanza de la Matemática en la escuela de nivel medio básico en Cuba. La determinación de los aspectos que reflejan las influencias y las estrategias didácticas que se elaboraron para su tratamiento constituyen el aporte teórico fundamental de esta tesis.

"...la enseñanza de la Matemática no puede ser un reflejo de la ciencias Matemáticas, ya que ambas son ciencias de naturaleza diferente, regidas por leyes diferentes y que se diferencian en sus objetos, objetivos y tareas. Con lo dicho resulta claro que el contenido y las funciones de la enseñanza de la Matemática no están determinados solamente por la ciencia Matemática, sino que dependen fundamentalmente, del encargo social de la educación y el lugar que corresponde ocupar a los alumnos en la sociedad."

Esto ha determinado que en la actualidad la Matemática en su desarrollo se haya alejado de su enseñanza, la Matemática escolar no puede sustraerse de enseñar en el nivel medio los contenidos que datan de la antigüedad, lo que no debe impedir la formación en los escolares de un pensamiento matemático moderno en correspondencia con las exigencias actuales del desarrollo de esta ciencia.

Modernizar la enseñanza de la Matemática no significa en modo alguno, incorporar los últimos conocimientos matemáticos al currículo escolar, se hace necesario modificar la concepción que se tiene de la clase de Matemática en sí.

"... es correcto tratar los conocimientos clásicos desde un punto de vista moderno, con nuevos enfoques metodológicos que permitan sistematizar aun más los conocimientos básicos y posibiliten que los alumnos se apropien de nuevos métodos de trabajo, de frecuente utilización en la Matemática de la actualidad. También se deben simplificar aquellos procedimientos que están destinados a resolver problemas para los cuales el desarrollo de las ciencias Matemáticas han puesto de manifiesto que es más correcto y sencillo un enfoque diferente, basado en los aportes matemáticos de las últimas décadas."

En un reporte nacional sobre el futuro de la enseñanza de la Matemática en los Estados Unidos, difundido por la National Academic Press, se revela que entre las principales dificultades que se afrontan en la asignatura, están dadas por el hecho que las calculadoras y computadoras no han significado un impacto efectivo, pues se han introducido sin modificar los objetivos, contenidos y métodos tradicionales de enseñar y de evaluar, de esta manera se evalúan habilidades básicas en detrimento de la evaluación de habilidades intelectuales de mayor orden en correspondencia con las potencialidades que estas técnicas tienen para facilitar y desarrollar el aprendizaje en los estudiantes.

Luego se puede inferir que Introducir la computación en la enseñanza de la Matemática no significa de hecho un aporte modernizador, se hace necesario modificar la concepción de la clase de Matemática, para enfrentar el reto que significa lograr un mayor aporte de estas técnicas al conocimiento matemático, al desarrollo de habilidades generales y específicas, a las capacidades y a la formación de un pensamiento matemático acorde con las necesidades actuales.

Modernizar la enseñanza de la Matemática significa, entre otros aspectos, destacar su enfoque funcional, su papel de modelo de la realidad, fortalecer las formas del pensamiento matemático, e introducir algunas contemporáneas, que no han estado representadas en la escuela: el pensamiento algorítmico, el probabilístico, el estadístico y los procedimientos de optimización; en este sentido las computadoras pueden significar un aporte importante.

En lo adelante se exponen en síntesis las estrategias didácticas para abordar algunos complejos de materias lo que revela la contribución didáctica que puede significar el uso de la computación en la enseñanza de la Matemática en el nivel medio básico en Cuba.

### 2.1.-La resolución de ecuaciones, inecuaciones y sistemas.

El estudio de las ecuaciones en la escuela se realiza, generalmente, mediante la vía analítica con procedimientos de solución exactos, viéndose la resolución de ecuaciones reducida al estudio de dos algoritmos fundamentales a utilizar de forma mecánica y se pierde el componente de pensamiento matemático de búsqueda de investigación; además, se asume como algo terminado, ya hecho, en lo que no puede aportarse nada nuevo.

El uso de herramientas computacionales permite sobrepasar las limitaciones impuestas por el uso exclusivo, en la práctica escolar, del método analítico; se puede formar una idea más general de la resolución de ecuaciones como búsqueda, como una actividad desarrolladora y con mayores posibilidades de aplicación y se eliminan las restricciones a ecuaciones de primer y segundo grado.

Al mismo tiempo se contribuye a formar un pensamiento matemático más adecuado ya que las ecuaciones que se resuelven algorítmicamente constituyen en realidad una excepción.

Las herramientas para la resolución de ecuaciones, inecuaciones y sistemas pueden concebirse a partir de los métodos numéricos, o a partir del método gráfico.

Una dificultad en la introducción de los métodos numéricos en este nivel de enseñanza, está relacionada con la comprensión y programación de los algoritmos correspondientes, esto obliga a la confección de herramientas a nivel de "caja negra", o sea, el alumno proporciona los datos y la máquina devuelve las soluciones aproximadas de la ecuación, con lo que se pierde la posibilidad de utilizar la búsqueda del algoritmo como una forma de desarrollar el pensamiento en este sentido.

La introducción de medios de cómputos en la enseñanza de la Matemática posibilita la resolución de ecuaciones mediante el "rastreo" de sus soluciones.

La estrategia didáctica consiste en plantearle al alumno la tarea de encontrar las soluciones de una ecuación mediante la confección de un algoritmo para evaluar el polinomio, utilizando el concepto de conjunto solución. De esta manera la búsqueda está en la elaboración del algoritmo a partir de esta orientación inicial, tal y como se expresa en la teoría de referencia, respecto a la orientación de las acciones y en la selección de los valores para evaluar la expresión algebraica, que de ningún modo deberá ser por prueba y error, sino siguiendo una estrategia también orientada, tal y como se precisa posteriormente.

Los alumnos deben ser orientados, mediante la utilización de gráficos y la observación de los datos que se obtienen al evaluar el polinomio, para que aprecien el cambio de signo de dichos valores, antes y después de aparecer el valor cero, de manera tal que puedan establecer como premisa que si se produce un cambio de signo entre dos valores dados, entonces en ese intervalo hay una solución de la ecuación, aprovechando el significado intuitivo que la continuidad tienen para ellos.

La búsqueda del algoritmo, su expresión en un lenguaje de programación, su edición, ejecución en el ordenador y el establecimiento de una estrategia de búsqueda de los números en que debe ser evaluado el polinomio, constituyen acciones que los alumnos deben emprender, garantizándose la actividad independiente del escolar durante la realización del ejercicio.

Hay que notar que este tratamiento de los algoritmos hace que la introducción de la computación, en lugar de mecanizar las acciones y sustituir al pensamiento, permita reforzar los conceptos, propiciando el trabajo de búsqueda activa e independiente por parte de los alumnos y los coloque en situación de utilizar formas Matemáticas de la comprensión y representación de la realidad, lo que significa una contribución importante al desarrollo de su pensamiento matemático.

Un ejemplo de lo dicho se presenta en la unidad de sistematización del noveno grado, donde se dedica tiempo a sistematizar los contenidos referidos a resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas que han sido trabajadas en este nivel. En una clase de ejercitación se les puede solicitar a los alumnos que elaboraren un programa que permita resolver la ecuación:

$$4x^3 + 8x^2 - 5x = 0$$

Se debe señalar que no existe una fórmula que relacione los coeficientes de la ecuación con sus soluciones, pero ¿qué significa resolver una ecuación?, buscar el valor o los valores que satisfacen la igualdad. Cero, evidentemente es una solución, pero no necesariamente debe ser la única pues el polinomio es de tercer grado, luego si se evalúa el polinomio para una cantidad considerable de números, quizás podamos encontrar otros valores que lo anulen. La curva que representa a la función correspondiente pasa por cero, luego resulta correcto rastrear antes y después de cero (fase orientadora).

Se convida a los alumnos a trazar curvas hipotéticas que representen la ecuación, (figura 1).

Con estos elementos se puede pasar a confeccionar el programa, el que se irá perfeccionando con la discusión colectiva de las respuestas que se vayan aportando, de esta manera podrán aparecer soluciones como las siguientes:

A) 10 REM EVALUACIÓN DEL POLINOMIO

```
20 INPUT " VALOR DE X "; X
30 PRINT 4*X^3+8*X^2-5*X
40 END
```

B) 10 REM EVALUACION DEL POLINOMIO

```
20 FOR X=-3 TO 3 STEP 0.1
30 PRINT X , 4*X^3+8*X^2-5*X
40 NEXT X
50 END
```

Fijar el paso en 0.1 permite apreciar el cambio del signo antes y después de aparecer el valor cero, lo que posibilita como se ha apuntado familiarizar a los alumnos con una de las premisas de la solución numérica de este tipo de ecuaciones: si se produce un cambio de signo en la evaluación de un polinomio, en ese intervalo hay una solución.

Se debe hacer énfasis en que no necesariamente las soluciones tienen que estar a ambos lados de cero, o sea, puede que estén a la derecha o a la izquierda de este valor, incluso que es posible que la curva no intersecte al eje x en el punto (0; 0), de ahí que un gráfico hipotético se realice sin señalar el eje y como se muestra en la figura 2

Este esquema es importante porque apoya otros procedimientos posteriores que se utilizan para evaluar polinomios o fracciones algebraicas.

Para el trabajo independiente se puede orientar la resolución de varias ecuaciones de tercer grado, utilizando el programa, tales como:

1)  $10x^3 + 6x^2 - 4x = 0$

2)  $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$

3)  $x^3 + 1 = 0$

La resolución de estos ejercicios debe conducir a la transformación del programa obteniéndose uno optimizado, donde se pueda apreciar un significado adecuado del concepto de variable, pues esta solución presupone la sustitución por variables de los coeficientes de la ecuación, los extremos del intervalo y el paso en el ciclo, quedando finalmente como sigue:

```
C) 10 REM EVALUACION DE POLINOMIOS
    20 INPUT "COEFICIENTES A, B, C, D"; A, B, C, D
    30 INPUT " EXTREMOS DEL INTERVALO X1,X2";X1,X2
    40 INPUT "VALOR DEL INCREMENTO I "; I
    50 FOR X= X1 TO X2 STEP I
    60 PRINT X, A*X^3+B*X^2+C*X+D
    70 A$=INPUT$(1)
    80 NEXT X
    90 END
```

Este ejercicio también puede resolverse utilizando la calculadora, si se cuenta con este recurso, en tal caso se debe confeccionar una hoja de trabajo que propicie el establecimiento de un algoritmo para la resolución del problema y no pierda los resultados que va obteniendo, para que pueda posteriormente arribar a las conclusiones deseadas.

De esta manera la computación contribuye a:

comprender el significado del concepto conjunto solución,

usar el significado (idea de búsqueda),

comprender que los algoritmos aportan soluciones en casos especiales,

reforzar el concepto de variable,

reforzar la idea de la resolución de un problema a través de un proceso de aproximación.

La utilización del método gráfico, resulta sumamente útil cuando se dispone del ordenador o de la calculadora gráfica. El método gráfico realiza un aporte notable al desarrollo matemático de los escolares, pues la computadora o calculadora gráfica sólo se encarga de representar las funciones asociadas y el alumno resuelve sobre esta base la inecuación, ecuación o sistema para lo cual debe manejar un procedimiento general.

La introducción del método gráfico puede realizarse en el octavo grado después del estudio de las funciones lineales para la resolución de inecuaciones lineales y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, una vez introducido el método gráfico en general, resulta muy fácil resolver cualquier otro tipo de ecuación inecuación o sistema.

En el noveno grado puede completarse el estudio de las ecuaciones cuadráticas con el tratamiento de las inecuaciones del tipo  $ax^2 + bx + c > 0$  y  $ax^2 + bx + c < 0$ , los sistemas compuestos por una ecuación lineal y una cuadrática y los sistemas de dos ecuaciones cuadráticas.

Es importante que el programa que se confeccione permita a los alumnos buscar la intersección del gráfico con el eje de las abscisas o de los gráficos entre sí en el caso de los sistemas, de manera que se logre una mayor actividad mental del escolar.

2.2.-El estudio de las funciones.

Es un encargo de la enseñanza de la Matemática moderna que el alumno comprenda el concepto de función, la dependencia funcional y la importancia que esta tiene para la aplicación de la Matemática a múltiples procesos biológicos y técnicos en general, así como, al desarrollo de las Matemáticas superiores.

En la práctica se ha impuesto un tratamiento de las funciones con un carácter esquemático, determinado por la definición de funciones a partir de la ecuación que la define, la memorización de sus propiedades y el establecimiento de procedimientos específicos para la representación gráfica de los diferentes tipos.

Los alumnos asocian incorrectamente la idea de función a la de una fórmula constituyendo esto expresión de una comprensión limitada del concepto. Los alumnos no llegan a comprender que una función definida por trozos es una función, pues se pone en primer plano la manipulación algebraica.

Con la ayuda de la computación se puede hacer comprender que basta una ley que puede asignar a cada valor del dominio uno del conjunto de llegada para tener definida una función, además posibilita el tratamiento de disímiles funciones desde edades tempranas, pues el ordenador se encarga de la evaluación de la expresión e incluso de la representación gráfica si fuese necesario, aspectos de mayor dificultad, pudiéndose ejercitar a los alumnos en el análisis de las propiedades y el estudio de su comportamiento en diferentes intervalos, lo que resulta de una gran utilidad práctica posteriormente.

Por ejemplo para el estudio de las funciones cuadráticas se puede disponer de la utilización combinada de herramientas y simuladores. Las herramientas posibilitan evaluar las funciones para el análisis de las propiedades y los simuladores apoyan la elaboración de ciertos procedimientos necesarios.

De esta manera se pueden concebir simulaciones para:

representar gráficamente la función  $y = x^2$ , reforzando la idea que mientras más puntos representemos, más nos acercamos al verdadero gráfico de la función, (ver anexo cinco)

el análisis de la influencia del coeficiente  $a$  en el gráfico de las funciones  $y = ax^2$  ( $a < 0$ ,  $0 < a < 1$ ,  $a > 1$ ), como vía para establecer un procedimiento general,

la elaboración de un procedimiento para la representación gráfica de las funciones cuadráticas escritas en la forma  $y = (x - d)^2 + e$ , a partir de la transformación del plano que significa trasladar la parábola  $y = x^2$ . Esta simulación permite invertir el orden operacional que tradicionalmente se sigue, o sea, el alumno tiene la posibilidad de trasladar la parábola primero y observar la ecuación correspondiente después, pudiendo establecer una relación entre el vértice y los coeficientes de la ecuación.

Las actividades docentes así concebidas permiten el paso de las acciones materializadas a las mentales posibilitando la manipulación inicial de una representación del objeto, la expresión oral del procedimiento una vez que lo han logrado establecer y la generalización del mismo mediante el empleo de variables, lo que es expresión de su acción mental.

Estas simulaciones constituyen elementos motivadores del aprendizaje pues sirven de puente entre las percepciones concretas y el proceso lógico del pensamiento, manteniendo el interés de los escolares durante el proceso de construcción del conocimiento y permitiendo que se puedan llevar al nivel de abstracción necesarios.

Las simulaciones además, son portadoras de un elemento motivador cuando dan la posibilidad de modificar las condiciones iniciales en que transcurre un proceso o fenómeno y apreciar sus efectos, reforzando lo perceptual como fase inicial del aprendizaje. Por ejemplo el simulador que permita modificar el valor de  $a$  en la función  $y = ax^2$  resulta esencial para la comprensión del efecto gráfico que causa la modificación de este coeficiente, así como destacar la importancia de la información que este valor aporta a la elaboración del esbozo gráfico de la función.

En cuanto a las herramientas, el evaluador de funciones resulta de mucha utilidad, pues permite confeccionar tablas de valores de la función cuadrática que se desee en el intervalo y con el incremento que el usuario seleccione, permitiendo estudiar las principales propiedades de la función a partir del análisis de los valores funcionales.

Otra herramienta muy útil es la concebida para facilitar la representación gráfica manual de funciones cuadráticas y consiste en una pantalla donde el alumno puede suministrar como datos los coeficientes de la ecuación que define la función  $y = ax^2 + bx + c$  y se calculan automáticamente los ceros, el vértice y se da la posibilidad de buscar la imagen de cualquier otro valor de  $x$  que el alumno necesite, de esta manera se pretende desarrollar habilidades en la elaboración del esbozo gráfico de la función y reforzar el procedimiento general para ello.

Es posible utilizar como herramienta un graficador de funciones, donde sólo sea necesario introducir la función a graficar y el intervalo que se desea, pero resulta desde el punto de vista didáctico menos

provechoso en este momento, pues no posibilita que el alumno observe el procedimiento que después deberá desarrollar para representar las funciones de este tipo.

La utilización de evaluadores y simuladores nos permiten poner en primer plano el concepto de función como correspondencia y después la obtención del gráfico mediante las diferentes aproximaciones que ilustran los programas.

La descripción detallada de los programas y las actividades docentes desarrolladas se exponen en el anexo cinco.

Aunque el estudio de las funciones en la escuela se realiza de forma sistemática por tipos: lineales, cuadráticas, potenciales, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas; esto no impide que se puedan desarrollar ciertos ejercicios en el nivel básico que entrenen al alumno en el trabajo con funciones, sin que ello obligue a un tratamiento conceptual específico.

En noveno grado después de estudiar las funciones cuadráticas es posible reforzar el concepto de cero, monotonía, e introducir los extremos locales de una forma sencilla, mediante la evaluación de funciones cúbicas para sucesivos valores, analizando el comportamiento de la función en algunos intervalos.

Por ejemplo, si se selecciona la función  $y = 4x^3 + 8x^2 - 5x$  y se evalúa en el intervalo  $[-3 ; 1]$  con un diferencia entre dos valores sucesivos de  $x$  de 0.01 se pueden encontrar :

ceros: -2,5; 0; 0.5

valor máximo 12,096084

valor mínimo -0,68

monótona decreciente para  $x \in \mathbb{R} ; -1.5 < x < 0,28$  en el resto del dominio es creciente.

El evaluador como ya se ejemplificó (programa C) puede ser programado por los propios estudiantes.

Las calculadoras gráficas también están siendo utilizadas con éxito en el estudio de las funciones y los conceptos asociados a ellas (Balderas, Patricia 1995), (Leal, Sandra 1995), (Ramírez, Betty 1995), (Valverde, Luis 1995), (Solís, Miguel 1995). En estos trabajos las calculadoras se utilizan como herramientas, pues tienen la posibilidad de asignar lista de datos a variables, presentar en pantalla una representación gráfica de la relación, analizar si constituye o no una función y hacer dado el caso el análisis de sus principales propiedades.

Desde el punto de vista de la programación y del uso del lenguaje MSX-BASIC podemos apoyar también, el trabajo que se realiza para la formación del concepto de función . La resolución de ejercicios que impliquen la programación de algoritmos donde intervienen funciones suministradas por el lenguaje, refuerzan el concepto de función que el alumno posee, pues generalmente se debe asignar a una variable la expresión que contiene la función, de esta manera se reafirma la idea de que este valor es único, la variable computaciones, sólo acepta un valor de cada vez y al ser evaluada la expresión correspondiente no puede dar dos valores diferentes.

Otro ejercicio interesante es la definición de funciones por el usuario, un procedimiento constituye una función computacional, si el valor de una variable depende directamente de los valores que le asignemos a las variables dependientes de ellas, lo que se corresponde con el concepto del función que el alumno posee, además para definir una función se debe tener en cuenta que en el argumento deben aparecer tantas variables como en la expresión algebraica, que el resultado que se obtendrá es único y que debe coincidir con el tipo de la variable que lo recibe, este trabajo permite familiarizar a los estudiantes con las funciones de varias variables, contenido no contemplado actualmente en el nivel medio.

El concepto de variable resulta esencial, tanto en el álgebra como en el estudio de las funciones. Diferentes interpretaciones que se dan de este concepto, sin un tratamiento adecuado en cada caso, provoca que al finalizar el nivel básico el alumno no pueda decidir si una variable es una incógnita, un valor que depende de otro, o un valor en general (Ursini 1993). Los escolares se muestran generalmente confundidos cuando tienen que explicar el significado de la variable en las siguientes expresiones:

$$2 + x = 3$$

$$2 + x = y$$

$$2 + x = x + 2$$

La computación permite organizar un trabajo dirigido a formar en el escolar un concepto adecuado de variable.

El uso de las variables en los lenguajes lógicos y procedurales tiene sutiles diferencias, no obstante en el sentido que se propone trabajar pueden ser útiles tanto uno como el otro.

El alumno debe comprender que la variable es necesaria como símbolo, que representa en general un número cualquiera, pues fue con este sentido que se introdujo en la Matemática y en ello va su utilidad en el

formalismo matemático. Una vía metodológica adecuada debe ser plantear un problema de programación y resolverlo para un caso particular, de esta manera es más fácil implementar el algoritmo y posteriormente se cambian los valores fijos por variables, se le da una mayor generalidad al problema resuelto y se justifica la importancia y significado que tiene las variables. (Ursini 1993). Como ejemplo puede consultarse los programas A, B, C descritos en el primer epígrafe de este capítulo.

Una vez afianzado el significado fundamental de la variable, se puede trabajar en los restantes significados, la variable como incógnita resulta útil para el trabajo con ecuaciones y puede apoyarse desde la programación. Para la resolución de un problema es necesario separar lo dado de lo buscado, ambos elementos son denotados por variables, la variable que representa lo buscado tiene el significado de incógnita, lo que se reconoce fácilmente.

La interpretación de dependencia funcional es de suma importancia en la formación del pensamiento matemático, la programación presupone la evaluación del término y la asignación de ese valor a una variable. Cuando se realizan varias corridas del programa, es fácil hacer comprender que el valor de la variable sobre la cual se ha hecho la asignación cambia, en dependencia del valor de las variables que conforman la expresión.

Dos nuevos significados se aprecian cuando se trabaja con variables en la programación procedural el de receptáculo y el de identificador.

Al definir una variable, se prepara una localización de memoria, que acepta un valor para ser conservado, para colocar el valor en tal localización, basta con asignar el valor a la variable, o sea la variable para el alumno es un receptáculo que contiene, que conserva un valor hasta que sea necesario utilizarlo. Cuando se necesite hacer uso de él basta con referenciarlo por el nombre de la variable que lo contiene, luego la variable identifica un valor determinado.

La programación además adiestra al escolar en la definición de las variables por tipos y los familiariza con la idea de que las variables pueden contener valores numéricos o símbolos, imprimiéndole una mayor generalidad al concepto.

Es frecuente cuando se resuelve un problema por computadoras analizar qué valores pueden tomar las variables y realizar validaciones de las entradas para evitar errores, esto apoya el concepto de dominio de la variable. Durante el estudio de las variables numéricas se les define el dominio en dependencia del dato que recibirán (entero, real simple o real doble precisión).

La computación enriquece el trabajo que se realiza en función del concepto de variable que se precisa formar en el alumno y permite que los alumnos interioricen algunos elementos fundamentales relacionados con este concepto, tales como:

El uso de variables le imprime generalidad a la solución del problema.

Cuando una variable toma un valor vale por él, en cualquier expresión donde se encuentre, dentro de un contexto específico.

Es necesario controlar los valores que deben tomar las variables (dominio) para evitar la ocurrencia de errores.

Cuando se le asigna una expresión a una variable, el valor de esta dependerá, de los valores de las variables que conforman la expresión.

El estudio de la programación en secundaria básica se realiza de forma limitada lo que impide se puedan aprovechar todos los elementos aquí expuestos, no obstante mediante el uso de la computación en las clases de Matemática se pretende dar una respuesta satisfactoria a este problema.

Los lenguajes procedurales no ofrecen muchas posibilidades para el desarrollo del tecnicismo algebraico, no obstante, se pueden hacer algunas aplicaciones o programas para apoyar el trabajo que en este sentido se realiza en el nivel medio. Un ejemplo de ello es el uso de una herramienta que puede confeccionarse para la descomposición factorial de polinomios de la forma  $mx^2 + px + q$ .

La herramienta consiste en una pantalla donde el alumno puede ubicar los valores enteros que desee para las variables a, b, c, d, y el ordenador se encarga de realizar la operación  $bc + ad$ , el estudiante compara este resultado con p, si no le satisface el resultado obtenido modifica los valores necesarios en la cuadrícula figura 3.

El diseño de la pantalla ayuda a fijar el procedimiento que se debe seguir y posibilita la realización de una mayor cantidad de ejercicios de este tipo permitiendo un entrenamiento en el escolar en la selección de los valores adecuados, pues le permite mediante la repetición llegar a establecer estrategias de búsqueda que puede utilizar posteriormente, además permite al profesor evaluar la comprensión del procedimiento a partir

de la observación de los valores que se eligen para la prueba, la búsqueda de los números debe responder a una estrategia coherente siempre y cuando se haya interiorizado el procedimiento.

Luego se puede apreciar como el uso de la herramienta propicia el trabajo independiente del alumno, de esta manera, el medio, permite la utilización de métodos activos de trabajo que posibilitan que los alumnos apliquen de manera independiente métodos de trabajo matemático, que contribuyen al desarrollo de su independencia creadora. Lo que se corresponde con la fundamentación teórica donde establecemos la relación de los métodos activos con el desarrollo de la independencia cognoscitiva y la contribución que la computación puede realizar en este sentido.

Además, se aprecia como la computadora (medio) queda insertada adecuadamente dentro del sistema de categorías didácticas: objetivo, contenido, método

### 2.3.-El tratamiento de teoremas y el establecimiento de relaciones Matemáticas.

Como ya se ha señalado, un paso metodológico importante en el tratamiento de los teoremas es "la búsqueda del teorema", pero este paso no siempre es posible, pues en ocasiones los alumnos no poseen los conocimientos precedentes o no cuentan con los recursos necesarios.

La búsqueda del teorema con la participación de los estudiantes contribuye a fijar su contenido, para su posterior utilización en la resolución de los ejercicios, permite apoyar el trabajo que se realiza en función de los elementos lógicos lingüísticos, pues implica que el estudiante se entrene en expresarse con corrección y exactitud para la formulación de la proposición, además realiza una contribución notable al pensamiento matemático del escolar, pues le permite ver la Matemática como algo vivo en cuya construcción él participa y no como algo muerto que los demás han hecho y le transmiten

A un teorema podemos llegar utilizando el método reductivo, que incluye la vía inductiva y la no inductiva. La implementación de la vía inductiva resulta más fácil desde el punto de vista didáctico, pues a partir de la realización de ciertos cálculos, se puede establecer una conjetura inicial o proposición que deberá ser posteriormente demostrada. La computadora y la calculadora como instrumentos de cálculo pueden ser muy útiles en este empeño.

La estrategia didáctica consiste en que el alumno trace, mida, calcule, compare y formule una proposición. Para la realización de los cálculos se dispondrá de una herramienta, la cual puede programarse por los propios estudiantes con antelación o simplemente utilizar el ordenador en modo inmediato o la calculadora, si es de este medio del que se dispone.

Esta estrategia didáctica posibilita la activación del aprendizaje, de acuerdo con la teoría de referencia, pues se propician la transición hacia las acciones mentales pasando por las materiales y las verbales; son acciones materiales (medir, calcular), verbales (expresar las proposiciones o conjeturas), ahora bien, la formulación del teorema, la interpretación de la demostración y la aplicación constituyen expresiones de las acciones mentales internas, para sí.

Un ejemplo de ello es la búsqueda del teorema de las transversales que se estudia en el noveno grado y que se describe en el anexo cinco.

Una de las funciones de la enseñanza de la Matemática es el proveer a los alumnos de sólidos conocimientos acerca de aquellas relaciones que son fundamentales, que poseen una importancia relativamente general y que, desde el punto de vista histórico, son relativamente estables. Las relaciones trigonométricas en el triángulo rectángulo resultan desde este punto de vista esenciales para la formación Matemática de los escolares.

En el anexo cinco se describe el uso de la estrategia de trazar, medir, calcular, comparar y enunciar la relación, para el estudio de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo.

Esta estrategia puede ser simplificada, con la elaboración de un simulador que sustituya las acciones de trazar, medir y calcular por una acción perceptiva, donde a partir de "mover" una recta a lo largo de un segmento se ejecuten de manera automática la medición y el cálculo, de esta manera el alumno se concentra en la comparación de los resultados y el establecimiento de la relación. Esto constituye un ejemplo que ilustra como pueden ser implementadas las acciones material y verbal hasta llegar a la mental con ayuda de una simulación. En este caso la actividad docente se estructura a partir de una acción materializada inicial, pues el simulador permite que el alumno opere directamente con la representación de un triángulo rectángulo elástico, o sea, un triángulo al que se le puede aumentar o disminuir la longitud de sus lados y puede apreciar (acción perceptiva) el cálculo de la razón entre el cateto y la hipotenusa. Posteriormente los estudiantes se forman el criterio que la razón no depende de la longitud de los lados, sino, de la amplitud del ángulo, que para cada ángulo agudo es posible determinar una razón (acción verbal externa) y que estos elementos conceptuales permiten calcular longitudes inaccesibles, si conocemos la amplitud del ángulo y uno de los

lados adecuados, al arribar a estas conclusiones y utilizarlas en la resolución de problemas prácticos, se están operando acciones mentales fundamentales para la formación de conocimiento matemático que se pretende.

#### 2.4.- El trabajo algorítmico.

##### 2.4.1.- Los algoritmos:

Los algoritmos pueden ser considerados uno de los núcleos fundamentales del conocimiento matemático. El estudio de la Matemática puede estructurarse a partir del estudio de los algoritmos que permiten la resolución de los problemas de cálculo aritmético y una buena parte del cálculo algebraico y del geométrico.

El nivel primario y secundario se caracteriza por el estudio y fijación de los principales procedimientos algorítmicos-matemáticos; que constituyen la base del resto de los conocimientos que se estudiarán durante toda la vida escolar, es por ello que los algoritmos una vez elaborados deben ser fijados y pasar a formar parte, de lo que se ha dado en llamar "sistemas personalizados de información", o sea la información individualizada en cada sujeto, que representa un conocimiento personal, las operaciones que configuran las capacidades cognoscitivas son personalizadas, luego un algoritmo se considera incorporado, cuando el individuo en presencia de un problema de ese tipo lo tiene disponible para ser efectivamente utilizado y cuando ante una nueva situación, puede hacer uso de él para insertarlo como un subalgoritmo o para modificarlo, dando lugar a uno nuevo. Los algoritmos imprimen confianza en los escolares, pues ellos reconocen que si aprenden un algoritmo y lo aplican correctamente encontrarán la solución adecuada, después de un número finito de pasos.

La programación procedural exige la algoritmización del problema a resolver como premisa, reforzando la necesidad de establecer algoritmos de solución ante los problemas que se plantean, proporcionando como se ha señalado, una vía adecuada para la expresión precisa y la comprobación de la solución.

Definir algoritmo puede parecer una tarea fácil, lo cierto es que las múltiples definiciones dadas siempre dejan insatisfacciones, no obstante resulta adecuado dar una idea intuitiva del concepto, en este nivel de enseñanza, por tanto se puede plantear que algoritmo es una secuencia de pasos ordenados que permiten la resolución exitosa de un problema y que se caracterizan por:

Ser finitos.

Estar desprovisto de ambigüedades.

Siempre que se ejecuten correctamente todos los pasos, debe quedar resuelto correctamente el problema.

Ser aplicable a todos los problemas de un mismo tipo.

Los algoritmos pueden representarse de diversas formas: diagramas, descripciones escritas, tablas, fórmulas, esquemas, ilustraciones gráficas y lenguajes de programación.

No todos los algoritmos pueden ser fácilmente programados, de ahí que hayamos diferenciado los algoritmos de los procedimientos algorítmicos.

Se entiende, en este contexto, por algoritmo la secuencia de pasos que puede ser programada en el lenguaje procedural seleccionado (MSX-BASIC) y como procedimiento algorítmico a la secuencia de pasos que pueden ser utilizados para resolver un cierto tipo de problema, pero que no podemos programar, por lo que se debe utilizar para su representación algunas de las otras formas mencionadas anteriormente.

A continuación se expone la estrategia metodológica general para el tratamiento de los algoritmos y los procedimientos algorítmicos desde un enfoque computacional, constituyendo un aporte teórico de este trabajo. Y consiste en:

Búsqueda del algoritmo.

Describir el algoritmo en un lenguaje de programación.

Ejecutar el programa en la microcomputadora verificando su efectividad.

Ejecutar el programa haciendo uso del Debug.

Generalizar verbalmente los pasos de resolución.

Pasar a la resolución de otros problemas, donde el programa pueda ser utilizado como herramienta computacional.

La búsqueda del algoritmo debe conducirse haciendo uso de los recursos heurísticos, dentro de los cuales recomendamos:

Considerar analogías, o sea, analizar que otro algoritmo de los ya estudiados resulta similar al que se está buscando, de esta manera los alumnos podrán disponer de una referencia.

Reducir el problema a uno ya resuelto, suprimiendo condiciones iniciales o mediante el análisis de un caso particular previo antes de darle solución al problema en general.

Analizar si es necesario realizar una diferenciación de casos, tal y como sucede con la búsqueda del algoritmo para la resolución de ecuaciones de segundo grado.

La estrategia de búsqueda del algoritmo puede ser inductiva o deductiva. La vía inductiva presupone descomponer el problema en sus partes, darle solución a cada tarea específica y posteriormente componer el algoritmo en general que resuelve el problema; la vía deductiva consiste en abordar el problema en su generalidad, dar un nivel de respuesta global y después describir los algoritmos correspondientes a cada tarea o módulo.

Cuando se va a abordar un nuevo algoritmo se debe enfrentar a los escolares ante la situación real, que condiciona la necesidad de elaborar el algoritmo y tratar que sean los propios estudiantes los que formulen el problema correspondiente. Es conveniente que el problema quede planteado en términos de programación, de esta manera el alumno se ve ante el reto que significa elaborar un programa para que el problema sea resuelto por la máquina, lo que resulta altamente motivante para la mayoría de los escolares y posibilita estructurar la actividad docente de manera efectiva.

Para el logro de este propósito el profesor durante la preparación de la clase debe preguntarse:

¿Cómo presentar la situación problemática de manera tal que la búsqueda del algoritmo de resolución se convierte en una necesidad?

¿Posee el alumno todos los conocimientos previos necesarios para enfrentar la resolución del problema?

¿Hemos previsto las condiciones iniciales que presuponen la resolución del problema a fin de debelarla ante nuestros estudiantes?

Si los estudiantes no poseen los conocimientos necesarios que le permitan elaborar el nuevo algoritmo este será presentado por el profesor, pero siempre garantizando la actividad del alumno en todos los pasos que sea posible.

Al comenzar la actividad deben quedar contestadas las preguntas que los alumnos se están realizando en ese momento:

¿Para qué es necesario?

¿Qué problema va a resolver?

Una fase importante en la búsqueda del algoritmo es separar los elementos conocidos de los desconocidos y plantear a los alumnos la problemática consistente en tratar de llegar a lo desconocido a partir de lo que se conoce, para ello debe tratarse de establecer relaciones entre lo conocido y lo desconocido, este proceso se puede apoyar a través de preguntas tales como:

¿Qué se desea obtener?

¿Qué datos o elementos iniciales poseemos?

¿Qué se logró con este paso?

¿Qué nos falta para llegar al resultado final?

¿Cómo proceder en este caso?

Una vez encontrada la vía de resolución, se estructura la misma en pasos y se procede a describirla, primero en un lenguaje más cercano al natural y posteriormente en un lenguaje de programación, que permita su comprobación.

Para la ejecución del programa en la computadora es necesario editarlo y seleccionar los datos de prueba adecuados, se deben ir complejizando los datos de manera tal que se pueda verificar la efectividad del programa confeccionado.

Cuando un algoritmo no resulta general se debe hacer énfasis sobre las condiciones en que resulta útil su implementación y en que casos no es utilizable, esta situación debe quedar clara para los estudiantes.

Una vez que hayamos formulado el algoritmo es recomendable entrenar al alumno en su perfeccionamiento y nivel de optimización para ello lo sometemos a las siguientes consideraciones.

¿Puede suprimirse algún paso de los dados?

¿Existen otras vías?

¿El procedimiento encontrado, es el más general, el que resuelve todos los problemas del mismo tipo?

¿Cuáles no? ¿Qué podemos hacer para que los incluya?

Para lograr la participación mental activa de los alumnos durante la actividad debe garantizarse que:

Conozcan con claridad el objetivo final que se desee alcanzar y la necesidad de realizar cada paso.

Sean conscientes en cada momento de lo que nos proponemos alcanzar.

Dominen los subalgoritmos necesarios para poder comprender el actual, así como los conceptos o teoremas relacionados con el algoritmo que se desea implementar.

Los alumnos deben quedar convencidos que el algoritmo elaborado racionaliza el trabajo y por tanto es conveniente aprenderlo, reproducirlo y aplicarlo.

En las etapas de búsqueda, descripción y prueba del algoritmo se destacan los siguientes pasos:

Enfrentar al escolar ante la situación real que se desea resolver y enunciar el problema.

Si con los conocimientos que posee el alumno no le es posible enunciar el problema, este puede darse formulado y pasar a su interpretación.

Determinar los elementos que se dan como datos y las condiciones iniciales del problema.

Esclarecer los elementos que se desean obtener.

Búsqueda de la vía de resolución y estructuración de la misma en pasos, utilizando el lenguaje de programación.

Selección de datos de prueba adecuados a las condiciones iniciales del problema.

Análisis de otras vías posibles y enjuiciamiento de su nivel de optimización.

Ejecución del programa con diferentes juegos de datos (datos límites) para verificar su total efectividad.

Reconsideración del procedimiento elaborado, si fuera necesario.

La próxima etapa en la estrategia metodológica consiste en la ejecución del programa haciendo uso del Debug, este paso no es imprescindible, no obstante resulta muy útil, pues el alumno puede apreciar los valores que van tomando las variables durante la ejecución del programa, y la secuencia de las operaciones lo que apoya la fijación del algoritmo.

Los alumnos que se inician en el uso del ordenador suelen preocuparse por el cómo, o sea, cómo la máquina puede hacer las operaciones, como puede evaluar las alternativas y seguir una determinada secuencia. La elaboración de software que muestran los procesos internos durante la ejecución de un programa en forma esquematizada, constituye una vía para satisfacer esta necesidad y a la vez contribuye a la mejor comprensión y apropiación del algoritmo por parte del alumno.

La generalización verbal del algoritmo de resolución de un problema ayuda a fijarlo, por lo que debe tenerse en cuenta, sobre todo durante las clases de ejercitación.

Durante las primeras sesiones de trabajo manual con el algoritmo, el alumno puede utilizar el programa como un apoyo visual-escrito, que le permita ir ejecutando cada paso. En esta etapa los ejercicios formales que se elaboren o seleccionen del texto deben tener este propósito, siempre en orden creciente de dificultad que se manifiesta en: formas de presentación del problema, complejidad en los cálculos numéricos, cambio de letras para nombrar las variables, entre otras.

Esta etapa repetitiva en el proceso de adquisición del conocimiento tiene como objetivo fijar los procedimientos o algoritmos, esta repetición debe ir complementada por el pensamiento teórico; "el alumno debe ser capaz de identificar las características y propiedades esenciales de los conocimientos que le sirven de base, comprender la orientación necesaria para realizar la acción y también poseer los conocimientos y operaciones lógicas que enlazan el plan de acción con los conocimientos y su ejecución". A partir de este momento se proporcionan ejercicios que permitan ir del procedimiento específico estudiado a un procedimiento generalizado, que es el que se pretende formar en el alumno.

La sexta etapa relacionada con la utilización del programa como herramienta para la resolución de problemas implica un aporte sustancial de la computación a la enseñanza de la Matemática, pues permite centrar la atención del alumno en la lectura, interpretación y elaboración de un modelo aritmético o algebraico para la resolución del problema, permite resolver problemas reales al no tener restricciones en el cálculo, la algoritmización permite ampliar el rango de problemas a resolver, posibilita la realización de un mayor número de ejercicios con el consiguiente desarrollo de habilidades en este sentido y además, al facilitar la labor del alumno mejora notablemente la actitud de este en el cumplimiento de la tarea docente asignada.

Usar una herramienta para el cálculo hace más seguro y confiables los resultados ayudando a detectar la naturaleza del error. El alumno puede elaborar una ecuación como modelo algebraico de resolución de un determinado problema y resolverla haciendo uso del ordenador. Si las soluciones obtenidas no satisfacen las condiciones del problema, desechará inmediatamente la ecuación, debido a que está seguro que el error no está en el procedimiento de solución, que el algoritmo programado garantiza, sino en la ecuación misma que debe ser replanteada. Además, al contar con la herramienta de cálculo el alumno se anima a plantear nuevamente la ecuación y someterla a prueba; sin la ayuda del ordenador lo más probable es que no se esfuerce en el análisis y trate de obtener la ecuación correcta de otro alumno o del profesor.

En particular el uso de herramientas de cálculo favorecen la resolución de problemas donde se precisa la realización de una construcción geométrica. Cuando se resuelve este tipo de ejercicio es muy útil hacer diferentes construcciones para un mismo ejercicio, o sea variar los datos y comprobar que el resultado no cambia por ello, de manera que el alumno comprenda que la solución no depende de la construcción realizada, contribuyendo así a la formación adecuada del pensamiento matemático. Por ejemplo, en noveno grado se resuelven problemas de cálculo longitudes inaccesibles como aplicación de la semejanza de

triángulos o de las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo, dándose la posibilidad de usar herramientas de cálculo con este propósito.

La algoritmización puede ampliar el rango de problemas a resolver, un ejemplo se recoge en el anexo cinco, donde se orienta la resolución de un problema de optimización por la vía de la Matemática elemental, haciendo uso de la computación.

Los ejercicios de aplicación y con textos matemáticos relacionados con la práctica presentes en esta etapa, permiten que el alumno comprenda la importancia del dominio del algoritmo para la vida y su utilidad práctica.

Un ejemplo de como puede aplicarse la estrategia descrita la puede encontrar en la descripción de las actividades docentes desarrolladas (anexo cinco).

#### 2.4.2.- Los procedimientos algorítmicos.

Como se ha señalado hay algoritmos que no pueden ser programados, en algunos casos por la complejidad de las técnicas de programación a utilizar, o porque se usen otras filosofías de programación como es la programación lógica o por definición como también se le llama, que difieren de la programación procedural aquí abordada. Además, es frecuente encontrar que para resolver un determinado problema es posible seguir ciertas reglas que orientan al alumno en su solución, que no constituyen un algoritmo como tal, pero que deben ser incorporadas por su utilidad para el razonamiento matemático que se desea formar en los escolares.

A estas secuencias de pasos se le ha denominado procedimiento algorítmico

La metodología de la enseñanza de la Matemática ha prestado siempre especial atención a los procedimientos de carácter algorítmico, tal es así que constituye una situación típica en la enseñanza de esta asignatura.

Para la búsqueda o establecimiento de un procedimiento algorítmico es posible seguir las ideas heurísticas expuestas para la búsqueda de los algoritmos, prevaleciendo la idea computacional en su tratamiento, o sea, la estructuración de la solución en pasos, su generalización y aplicación para la resolución de los problemas similares.

La estrategia a seguir se simplifica ante la imposibilidad de utilizar el ordenador para comprobar el procedimiento descrito, luego puede quedar de la siguiente forma:

Enfrentar a los escolares ante la situación real que se desea resolver y enunciar el problema

Determinar lo dado y las condiciones iniciales del problema.

Esclarecer lo que se desea obtener

Búsqueda de la vía de resolución y estructuración de la misma en pasos.

Análisis de otras vías posibles y enjuiciamiento de su nivel de optimización.

Reconsiderar si fuera necesario el procedimiento elaborado.

Representar el procedimiento mediante: diagramas, descripciones escritas, tablas, fórmulas, esquemas o ilustraciones gráficas; que permitan su mejor fijación.

Presentar otros problemas donde el procedimiento pueda ser incorporado como un subprocedimiento.

Estructurar la vía de solución mediante pasos es una forma de apoyar el desarrollo del pensamiento algorítmico de los escolares, es por ello que se propone la representación algorítmica de todos los procedimientos que se estudien en la escuela.

El último paso correspondiente a la incorporación del algoritmo estudiado, como un subalgoritmo de otro problema más complejo y de mayor nivel de razonamiento posibilitará comprobar en qué medida inicialmente el alumno ha logrado "apropiarse" de él e integrarlo al sistema de conocimientos matemáticos que ya posee.

En los libros de texto de la enseñanza media se aprecia una fuerte tendencia a facilitar al alumno el aprendizaje mediante la inclusión de recuadros con los principales procedimientos de carácter algorítmico que deben ser dominados, pero siempre estos aparecen descritos en forma literal obviando las diferentes representaciones algorítmicas que pueden ser utilizadas.

Por ejemplo la sucesión de indicaciones para estudiar la descomposición factorial del trinomio cuadrado perfecto puede representarse mediante un esquema.

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

$$x \quad y$$

$$2 \cdot (x) \cdot (y) = 2xy$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$$

$$x \quad y$$

$$2 \cdot (x) \cdot (-y) = -2xy$$

La relación entre los coeficientes de la ecuación que representa a la función cuadrática del tipo  $y = (x - d)^2 + e$  y el vértice de la parábola, pueden representarse mediante una ilustración gráfica.

Se le puede solicitar al alumno realizar la ilustración para los casos restantes:

- a)  $d > 0$     $e < 0$
- b)  $d < 0$     $e > 0$
- c)  $d < 0$     $e < 0$

Los diagramas como forma de representar los procedimientos con carácter algorítmicos sintetizan el orden lógico que debe seguir el pensamiento en la resolución de un problema determinado por ejemplo: para resolver una ecuación cuadrática o una que mediante transformaciones algebraicas se pueda llevar a esa forma, podemos seguir el esquema de razonamiento que aparece en el anexo cinco.

Las tablas resultan útiles para describir un procedimiento con carácter algorítmico. Ante el problema: dado dos puntos de una recta, calcular la pendiente y escribir la ecuación de la recta, se le puede presentar a los alumnos la siguiente tabla.

Los estudiantes trabajarán de forma independiente en el ejercicio y después formularán con sus palabras el procedimiento. Se debe hacer notar que  $n$  también puede ser calculada mediante la expresión  $n = y^2 - mx^2$ .

Para lograr la fijación de las sucesiones de indicaciones, es muy aconsejable la repetición oral y escrita del procedimiento durante las sesiones de ejercitación, esta repetición no puede de ningún modo ser de manera mecánica, por ejemplo para sumar dos fracciones algebraicas no basta con saber que hay que buscar el m c m de los denominadores, sino es necesario que conozca cómo buscar ese m c m en dependencia de si los denominadores son monomios, binomios o polinomios, pues en estos últimos casos generalmente se hace necesario la descomposición factorial, procedimiento ya estudiado con antelación. La sucesión de indicaciones no puede constituir para los escolares una receta vacía, desprovista del contenido teórico necesario.

Otras vías útiles para fijar los procedimientos algorítmicos son, las herramientas computacionales especialmente diseñadas con este objetivo, siguiendo la idea de la hoja de trabajo que tanto se ha utilizado en la enseñanza de la Matemática, pero con la ventaja que representa el carácter interactivo que posee el ordenador, un ejemplo se describe en el anexo cinco.

El procedimiento algorítmico fundamental en el cálculo geométrico consiste en descomponer la figura o cuerpo que se da en figuras o cuerpos ya establecidas de los que se conocen fórmulas para el cálculo de sus elementos.

Este procedimiento puede ser apoyado por un programa que permita diferentes opciones para descomponer la figura o cuerpo y que presente las fórmulas, de las que el alumno seleccionará las adecuadas para darle solución al problema en general planteado.

Además, debe tenerse en cuenta que las fórmulas constituyen descripciones algorítmicas que pueden ser programadas luego puede ser utilizada la programación como vía para el tratamiento de los algoritmos de cálculo geométrico siguiendo la estrategia que se establece en esta metodología.

En las demostraciones geométricas se utilizan por excelencia procedimientos heurísticos, aunque en ocasiones es posible incluir ciertas reglas que orientan al alumno en su razonamiento. Un ejemplo de este proceder relacionado con las demostraciones de semejanza de triángulos se describe en el anexo 5.

Capacitar a los escolares en la búsqueda, formulación y aplicación de los algoritmos y los procedimientos algorítmicos, es una forma de desarrollar en ellos el poder matemático, ayuda a la formulación de ideas para

la resolución rápida y precisa de los problemas, racionalizando el trabajo mental y contribuyendo a la formación de rasgos tan necesarios como son la seguridad y la persistencia.

#### 2.5.-El pensamiento estadístico.

Al evaluar el impacto de la Computación en la enseñanza de la Matemática se analizó la no existencia en la escuela cubana de un trabajo encaminado a formar un pensamiento estadístico en los escolares, en correspondencia con las necesidades actuales de desarrollo científico técnico.

Se ha analizado la posibilidad de incluir estos contenidos en el noveno grado, pues a partir de que disponga del ordenador para la enseñanza de la Matemática disminuirá el tiempo que se emplea para el tratamiento de los restantes contenidos que conforman el currículo actual.

Los elementos de Estadística Descriptiva que han llegado a los alumnos por diferentes asignaturas y vías debe ser sistematizados, en lo referente al manejo de datos que incluye: la necesidad de coleccionarlos, almacenarlos, ordenarlos, compararlos y buscar un dato que sea representativo de un conjunto de ellos; lo que constituye un elemento importante en la formación básica actual de los escolares.

Los alumnos deben conocer la importancia de confeccionar tablas o modelos para la recogida de la información y su representación gráfica, lo que facilita su observación y comprensión.

Para la comparación de datos resulta esencial consolidar las habilidades para el cálculo del tanto por ciento e introducir las tasas sobre 1000, que con frecuencia se utilizan en algunas ramas de las ciencias, así como la introducción de las medidas de tendencia central que permiten buscar un dato representativo de un conjunto de ellos y establecer comparaciones entre los entes representados. Luego deben desarrollarse habilidades en la selección de la medida que mejor los represente en correspondencia con las características y naturaleza de los datos de que se disponen, de manera tal que se puedan establecer comparaciones entre los entes que los datos representan.

Para cumplimentar estos objetivos se recomienda incluir los siguientes contenidos:

La tabulación y ordenamiento de datos, considerándose el orden numérico, el alfabético y el cronológico fundamentalmente. Desde el punto de vista computacional debe introducirse el algoritmo de los mínimos sucesivos el que se deberá tratar de manera diferenciada, el estudio de este algoritmo posibilita además, el tratamiento de las variables tipo arreglo para almacenar datos en memoria y la lista como una forma de estructurar los datos.

Puede considerarse el tratamiento de los ficheros como una forma de almacenar datos en un soporte magnético, para ser procesados posteriormente, esto permite familiarizar a los estudiantes con técnicas de programación relacionadas con el manejo y conservación de los datos que resultan muy útiles, pero debe considerarse que el equipamiento que se dispone, no facilitaba su implementación, constituyendo esto una limitante en este momento.

El cálculo del tanto por ciento y las tasas sobre 1000, mediante la programación de los algoritmos correspondientes lo que facilita la resolución de los problemas.

Los gráficos estadísticos mas usuales como son el de barras, el poligonal y el circular; para lo cual puede disponerse de un programa sencillo que prepare a los escolares para el uso de un tabulador electrónico en el nivel superior o la enseñanza técnica y profesional.

El estudio de la media, la mediana y la moda como medidas de tendencia central. Para el cálculo puede utilizarse un programa de computación especialmente diseñado de manera tal que el énfasis se haga en la selección de la medida que mejor represente el dato o en las comparaciones y no en el cálculo numérico.

Los ejercicios correspondientes a este contenido deben elaborarse de manera tal que el alumno tenga una amplia participación en la colección de los datos, pues al disponer de la computación se puede poner el énfasis en la solución de problemas reales, propiciando que los estudiantes puedan realizar inferencias a partir de los resultados que obtengan.

#### Conclusiones del capítulo:

En este capítulo se revela la concepción didáctica para la introducción de computación en la enseñanza de la Matemática, en la secundaria básica cubana, porque se pone de manifiesto en primer lugar la influencia de la computación sobre las categorías fundamentales del sistema didáctico: objetivos, contenidos, métodos; en particular esta influencia se manifiesta en:

Los objetivos, especialmente en lo relacionado con el aumento de las exigencias sobre el desarrollo de las habilidades intelectuales ( la búsqueda de teoremas, la búsqueda de algoritmos, la utilización de la heurística, la resolución de problemas) sobre las habilidades de cálculo puramente manipulativas; el fortalecimiento y ampliación de las exigencias acerca del desarrollo del pensamiento matemático, en sus formas algorítmicas y estadística principalmente y dar preferencia a lo relativo al tratamiento conceptual, en particular para

conceptos tan importantes como variable y función . Esto se revela en el capítulo mediante la discusión realizada acerca de los lugares en los cuales se produce la influencia, lo que confirma el carácter de sistema que tienen las categorías fundamentales de la Didáctica.

Los contenidos, fundamentalmente en lo referido a las directrices:

Ecuaciones e inecuaciones. Sistema. Optimización lineal

Correspondencia, transformación, función

Fundamentar, demostrar

Trabajo con variables

Matematizar problemas extramatemáticos

Trabajo algorítmico

Trabajo combinatorio, pensamiento probabilístico

Los métodos, en especial lo referido a la utilización de métodos que propicien la participación de los alumnos en la búsqueda de los conocimientos, lo que se facilita con la utilización de simulaciones y herramientas que contribuyen a aumentar la motivación y el carácter consciente del aprendizaje.

A su vez el sistema fundamental de categorías didácticas ejerce un influencia recíproca sobre las posibilidades de utilización de la computación en la enseñanza pues los objetivos, contenidos y métodos imponen barreras en determinados momentos. . Ejemplo de ello es la resolución de ecuaciones, donde nos vemos imposibilitado de introducir los métodos numéricos de resolución por no ser objetivo de este nivel, no estar contemplados los conocimientos precedentes necesarios y de introducirse tendría que ser mediante métodos de trabajo memorísticos que nada aportan al desarrollo del pensamiento matemático.

Las formas metodológicas básicas de trabajo que contribuyen al logro de los objetivos previstos son:

Concebir la computación como un elemento facilitador del cumplimiento de las acciones que deben ejecutar el alumno y el profesor para el desarrollo exitoso de la actividad docente planificada.

Establecer nuevas vías para la resolución de ecuaciones propiciando que el alumno trabaje en la búsqueda del algoritmo de resolución y que convierta el programa en una herramienta para la resolución de problema matemáticos y extramatemáticos.

Concebir el estudio de las funciones poniendo en primer plano el concepto como correspondencia, lo que se puede lograr analizando sus propiedades a partir de los valores funcionales y obteniendo su gráfico a través de diferentes aproximaciones como lo ilustran los programas computacionales confeccionados.

Propiciar una interpretación adecuada del concepto de variable como ente generalizador, como incógnita o como valor que depende de otro a partir de las posibilidades que la programación procedural permite.

Enfocar el tratamiento de los teoremas y relaciones Matemáticas a partir de la secuencia inductiva: trazar, medir, calcular, comparar, proponer y demostrar, explotando las posibilidades que brinda el ordenador para ello.

Imprimirle un enfoque computacional al estudio de los algoritmos y procedimientos algorítmicos presentes en este nivel de enseñanza, utilizando las diversas formas de su representación en aras de su mejor comprensión y utilización práctica.

Apoyar el desarrollo de una concepción informática en los escolares, familiarizándolos con la necesidad de coleccionar, ordenar, y hacer cálculos que permitan la comparación de los datos y la realización de inferencias a partir de ellos, utilizando los recursos de cómputo de que se dispongan.

Mediante la utilización de la computación se pueden implementar ciertos recursos didácticos que contribuyen a desarrollar el pensamiento matemático de los alumnos y a incrementar la motivación por el estudio de esta asignatura, asignándole un papel protagónico al escolar en la adquisición del conocimiento ya sea mediante la intuición, la construcción o el descubrimiento.

### CAPÍTULO 3. RESULTADOS DE LA INTERVENCIÓN EN LA PRACTICA ESCOLAR.

La evaluación de la contribución que puede significar la computación al proceso de enseñanza-aprendizaje ha confrontado grandes dificultades, la tendencia a comparar el uso contra el no uso de la computadora en la enseñanza no ha reflejado que se obtenga un cambio sustancial a partir de los estudios estadísticos realizados, los que carecen en su mayoría del rigor necesario, no obstante consideramos que los estudios experimentales resultan útiles para ajustar aspectos metodológicos, descubrir nuevos recursos didácticos que pueden ser utilizados, perfeccionar medios, probar métodos, o estilos de trabajo antes de la puesta en práctica generalizada del modelo teórico.

Luego, se diseñó un sistema de intervenciones en la práctica escolar y no un experimento, pues la concepción general no podía ser experimentada. De esta manera nos propusimos comprobar aspectos particulares que nos permitan inferir que la concepción es realizable y produce efectos beneficiosos en aspectos específicos.

Cuando fue necesario se elaboraron hipótesis estadísticas que están bien delimitadas. Las constataciones son indirectas y particulares, o sea, derivaciones o compresiones que pueden ser comprobadas sin buscar una evaluación general.

Con la aplicación práctica de la instrumentación metodológica se pretendió comprobar que con el uso de la computación se pueden garantizar la ejecución de ciertos recursos didácticos que posibilitan transformar algunas formas de trabajo en la escuela, algunos logros en los escolares y la inclusión de nuevos contenidos, sin excluir la utilización de otros medios, métodos y procedimientos que han demostrado su eficacia en la práctica escolar.

De esta manera la intervención se estructuró en cuatro etapas A, B, C y D; que se desarrollaron durante cuatro cursos escolares consecutivos. El diseño de este sistema permitió obtener información de manera escalonada, así cada resultado obtenido posibilitó pasar a la próxima etapa, perfeccionando el trabajo que se realizaba, lo que permite en la actualidad tener criterios sólidos acerca de la instrumentación metodológica elaborada.

El hecho de contar con una concepción metodológica general para la enseñanza de la Matemática en el país, con un programa, un libro de texto, y orientaciones metodológicas únicas, así como el mismo equipamiento en todas las escuelas, permitió seleccionar desde el punto de vista cualitativo una muestra representativa para la realización de la investigación. La muestra se fue ampliando y diversificando y se garantizó que estuvieran representados alumnos del sector urbano y del rural, en poblaciones grandes medianas y pequeñas, con ESBUs típicas y atípicas, con una adecuada composición por sexos y aprovechamiento docente; todo esto condicionado, además, por las difíciles condiciones que ha impuesto la realización de esta investigación durante los años más apremiantes del período especial en que se encuentra el país.

La etapa A se desarrolló durante el curso escolar 91-92 y constituyó un primer ensayo en la ejecución de un grupo de actividades docentes con el uso de la computación de forma grupal, como apoyo al proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el nivel medio. Se realizó con carácter exploratorio, con el objetivo fundamental de comprobar la posibilidad de realización de la clase de Matemática incluyendo el uso de la computación, de acuerdo con las ideas iniciales del modelo teórico que se propone como respuesta al problema científico que se estudia, a partir de los recursos computacionales que se disponen en el país, y la organización escolar actual.

Se seleccionó la unidad Ecuaciones de segundo grado y funciones cuadráticas del noveno grado por considerar que reunía los requisitos para estudiar las vías seleccionadas: el uso de la programación para el tratamiento de los algoritmos presentes en el grado, el uso de simulaciones y herramientas computacionales especialmente diseñadas para la elaboración de conceptos, relaciones, teoremas y procedimientos.

Para su realización se confeccionaron siete programas computacionales correspondientes al estudio de las funciones cuadráticas que incluyen herramientas y simulaciones y se previó la impartición de la resolución de ecuaciones de segundo grado mediante la programación de la fórmula general.

Para el estudio se seleccionó el grupo noveno cuatro, con una matrícula de 37 estudiantes de la ESBUs Juan Santander el municipio de Cabaiguán, por reunir los requisitos expuestos anteriormente. La profesora que trabajó con el grupo experimental tenía cinco años de experiencia impartiendo el grado y se preparó para el perfeccionamiento, programa que impartía por segunda vez.

La nota promedio de los estudiantes en Matemática durante el octavo grado fue de 82,3 puntos y el promedio general de 85,3.

La observación de las clases y las entrevistas grupales con estudiantes e individual con la profesora, permitieron conocer que los textos en pantalla de los programas confeccionados están bien distribuidos, son

fácilmente visibles y la secuencia se ejecuta adecuadamente. La profesora reconoció un aumento del nivel científico de su clase, la que consideró más asequible y amena.

Se advirtió una marcada tendencia de los escolares a centrar la atención en la pantalla, en detrimento del trabajo en el cuaderno escolar, lo que puede afectar el desarrollo de ciertas habilidades necesarias en estos grados, de ahí que se profundizaras en el estudio de la comunicación alumno-ordenador-profesor, en el sentido de esclarecer qué actividades le corresponden ejecutar a cada uno, cuáles acciones se desarrollarían con la computadora y cuáles de manera manual, lo que se precisa en la descripción de las actividades docentes que se anexan (anexo cinco).

Se estudió, además, las formas más adecuadas de organizar la actividad docente, cuando la clase se desarrolla en el aula de Matemática con un sólo ordenador y cuando se realiza en el laboratorio de computación con varias máquinas.

En las clases que se desarrollaron en el aula fue necesario ubicar dos monitores para garantizar la visibilidad, en el laboratorio se trabajó por subgrupos con dos alumnos por máquinas, garantizándose de esta manera la participación de los estudiantes .

Como limitación en esta etapa se puede señalar que no se previó la posibilidad de que los alumnos pudieran realizar actividades individuales en el laboratorio de computación, en horario extradocente, aspecto que fue enmendado a partir de la etapa posterior.

Esta experiencia práctica corroboró que es posible la utilización del ordenador en la clase de Matemática, la utilidad de las vías seleccionadas en el tratamiento de los contenidos correspondientes y permitió pasar a una segunda fase que se desarrolló durante el curso escolar 92-93.

El objetivo fundamental de esta etapa fue realizar un estudio exploratorio del uso de las vías computacionales seleccionadas y las ideas didácticas esenciales para su implementación de manera tal que incluyera otras líneas directrices de la Matemática, debido a que durante la etapa anterior el trabajo se concentró en ecuaciones y funciones.

Durante esta experiencia se pretendió un amplio carácter participativo, se diseñaron actividades docentes y se confeccionaron programas, los que se sometían al criterio y la consideración, tanto de los alumnos como de las profesoras incluidas en el experimento, lo que posibilitó el perfeccionamiento de cada actividad, de los programas elaborados para el tratamiento de los contenidos y la determinación de qué algoritmos podían ser tratados por la vía de la programación en el noveno grado.

Para la realización de la experiencia se aumentó la muestra a 67 estudiantes de noveno grado organizados en dos grupos, del mismo centro de estudio y se incorporaron dos profesoras de manera tal que se pudieran discutir diferentes puntos de vistas y opiniones para la planificación de las actividades docentes, así como, probar más de una variante de clase para la impartición de un contenido específico.

Las dos profesoras tenían experiencia en la impartición del grado tres y nueve años respectivamente.

La nota promedio en Matemática de los alumnos durante el octavo grado fue de 80,2 puntos y el promedio general de notas fue de 84,5 por lo que se consideran grupos balanceados.

Al finalizar esta etapa se logró el montaje "in situ" del curso de Matemática noveno grado con un enfoque computacional, se tuvo, además un criterio favorable de las vías computacionales seleccionadas para el desarrollo de los contenidos de este grado y de ahí se pudo inferir su utilidad para el nivel medio, pues se pudo constatar su implementación en contenidos aritméticos, algebraicos y geométricos.

Durante la observación de las clases se detectó que la preparación computacional de las profesoras dificultaba la realización de algunas actividades, demostrando que el nivel de preparación necesario en este sentido no se había logrado con las orientaciones dadas antes de la experiencia, esto motivó que se precisaran las habilidades computacionales necesarias que deben poseer los profesores para enfrentar el trabajo en el sentido que esta metodología establece.

El profesor de Matemática para hacer un uso eficiente de la computación en las clases de Matemática debe:

Conocer los elementos del lenguaje de programación MSX-BASIC que le permita programar problemas sencillos donde se utilice la estructura lineal, la ramificada y la cíclica; en correspondencia con los algoritmos que deben ser programados o interpretados.

Desarrollar habilidades en la edición, ejecución y puesta a punto de los programas que confeccione en el tablero escolar.

Desarrollar habilidades en cargar, listar y salvar un programa confeccionado.

Familiarizarse con los arreglos de memoria con estructura de datos que le permitan la comprensión del algoritmo de ordenamiento.

Con estos elementos se diseñó un programa de capacitación para profesores orientado a que puedan aplicar la computación en sus clases a partir de las experiencias prácticas obtenidas.

La etapa C se caracterizó por un diseño con carácter secuencial, lo que se ha dado en llamar un pre-experimento con grupo de pretest y postest. Esto determinó la necesidad de elaborar una caracterización inicial y una final que permitió la comparación, así como la aplicación de instrumentos y pruebas sistemáticas que marcaron el desarrollo que iban alcanzando los escolares a la luz de las modificaciones realizadas en el diseño y ejecución de las actividades docentes concebidas.

La descripción de la muestra y la selección de variables, la forma en que fue controlada la variable colateral, así como la metodología elaborada para la evaluación de las variables dependientes se anexan (anexo tres).

Resultados de la evaluación de la variable dependiente pensamiento algorítmico.

Para medir esta variable se siguió la metodología descrita, la caracterización inicial se realizó mediante la aplicación de los instrumentos (anexo tres).

En todos los casos se midió la capacidad del escolar para:

Descomponer la acción en pasos

Relación lógica de los pasos con el problema planteado

Tener en cuenta alternativas

Complejidad de la acción

Mantener el orden en la secuencia.

Para la caracterización final se tuvo en cuenta el desempeño de los alumnos durante la búsqueda y utilización de los algoritmos y procedimientos algorítmicos presentes en el grado, para lo cual, además de la observación de las clases, se revisaron las evaluaciones frecuentes realizadas y el examen final de la asignatura.

Entre la caracterización inicial y final hay una diferencia algo significativa en los niveles tres y cinco y un resultado similar en el nivel cuatro. Se advierte, además, que la mayor cantidad de cambios se producen del nivel cuatro al cinco, de los cinco estudiantes que se caracterizaron en el nivel dos, tres lograron pasar al próximo nivel, esto se puede observar en el gráfico de barras que se anexa. (Anexo tres)

Se compararon, además los resultados iniciales y finales mediante la Prueba de los Signos sometiendo a prueba la hipótesis nula  $H_0$ : No hay desarrollo del pensamiento algorítmico de los escolares contra la alternativa  $H_1$ : Hay un desarrollo del pensamiento algorítmico de los escolares.

Para ver si hay diferencia significativa mediante la aplicación de esta prueba se debe calcular la probabilidad de que se produzcan cambios, supuesta la hipótesis nula, es decir, que no hay desarrollo. Supuesta esta hipótesis es igualmente probable un avance que un retroceso y, por tanto, bajo la hipótesis nula la probabilidad tanto de avance como de retroceso es  $\frac{1}{2}$ ; si la probabilidad muestral es significativamente mayor que  $\frac{1}{2}$  hay más probabilidad de avance que de retroceso y se acepta la hipótesis alternativa. En este caso se produjeron 26 cambios, todos favorables y la probabilidad de que se produzca un número tal de cambios favorables bajo la hipótesis nula (probabilidad =  $\frac{1}{2}$ ) es menor que 0.007 que a su vez es menor que 0.05. Luego con ( $\alpha = 0.05$ ) se puede rechazar la hipótesis nula y se acepta la alternativa; luego los cambios son significativos.

Resultados de la evaluación de la variable dependiente aprovechamiento docente.

Los objetivos en cada centro se adecuaron a las características de los alumnos sobre la base de los objetivos del grado y las exigencias mínimas declaradas en las orientaciones metodológicas, se utilizaron como instrumentos algunas preguntas escritas, trabajos de control y la evaluación final de la asignatura.

En las tablas que se anexan se pueden apreciar los resultados en las diferentes pruebas pedagógicas calificadas en una escala de cinco puntos, la comparación positiva a favor de los resultados del curso de noveno grado respecto al octavo en una escala de 100 puntos. En la tabla de distribución de frecuencia de la calidad de los resultados del examen final, se aprecia que la mayoría de los estudiantes obtuvieron resultados entre 90 y 100 puntos, lo que permite catalogar de alto el aprovechamiento docente, lo cual se ratifica con las opiniones registradas de los profesores, dirigentes docentes y metodológicos que visitaron los grupos durante el curso escolar.

Resultados de la evaluación de la variable dependiente formaciones motivacionales.

Se realizó una caracterización inicial de los estudiantes sobre la base del criterio de expertos, profesor que le impartió la asignatura en el octavo grado y la aplicación de los instrumentos que se anexan.

Para la caracterización final se tuvo en cuenta el criterio del profesor que impartió la asignatura durante el noveno grado y la observación de la actitud de los alumnos para el cumplimiento de las tareas docentes encomendadas y su disposición para autoproponerse la realización independiente de ejercicios de Matemática. Además, una muestra del nivel de motivación logrado fue la elaboración de un trabajo científico estudiantil por dos alumnas, que confeccionaron un software sencillo para el estudio de un contenido de su grado y el interés manifiesto de los escolares por asistir a las actividades prácticas que se desarrollaron en el laboratorio de computación en horario extradocente.

Se dio una calificación a la caracterización inicial y final y se utilizó la Prueba de los Signos para comparar ambas mediciones sometiéndose a prueba la hipótesis nula  $H_0$ : No hay aumento de la motivación del alumno, contra la alternativa  $H_1$ : Hay un aumento de la motivación del alumno; obteniéndose una probabilidad (p) de 10-13 que es menor que 0.05, luego el cambio se considera significativo con un nivel de significación del 5%, por lo que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa.

En cuanto a la intención pedagógica de apoyar la realización de acciones encaminadas a la formación de acciones mentales en los escolares como una forma de lograr un aprendizaje activo se garantizó a través de la preparación de las actividades docentes, antes de cada clase se analizaban qué recursos computacionales debían ser incluidos para el logro de este propósito y una vez concluida la clase se analizaba en qué medida se había logrado este objetivo y se planificaba el perfeccionamiento de la actividad. Se anexa la descripción de todas las actividades docentes planificadas como complemento de la metodología general (anexo cinco).

Al evaluar las influencias de la introducción de la computación en la enseñanza de la Matemática, se estudiaron las modificaciones curriculares, de ahí que se decidiera constatar la introducción de un nuevo contenido en el noveno grado, lo que fue objeto de validación.

Se introdujo en la unidad de sistematización el estudio de algunos elementos de Estadística Descriptiva, pues los fines con que está concebida la unidad se corresponde con los objetivos de introducción de este contenido en el nivel básico, al que se ha hecho referencia en el capítulo dos.

Los contenidos seleccionados se correspondieron con los objetivos propuestos y posibilitaron su tratamiento desde un enfoque computacional.

Para la realización de la constatación se elaboró el programa, las orientaciones metodológicas y el libro de texto (anexo dos), estos materiales que fueron utilizados para el desarrollo de las actividades docentes, en entrevistas realizadas a los alumnos y profesores se recogieron criterios favorables acerca de la determinación de los objetivos para el grado y la correspondencia de los contenidos seleccionados con los mismos, la comprensión de las explicaciones y los ejemplos, los que resultan ilustrativos de los procedimientos que se pretenden estudiar, se manifestaron opiniones favorables acerca de los ejercicios que permiten la participación de los estudiantes en la colección de los datos que serán posteriormente procesados.

La aplicación práctica de la propuesta permitió perfeccionar las ideas metodológicas para la impartición del contenido y la introducción de un nuevo programa para el cálculo de los sectores circulares en los gráficos de pastel que no se había concebido.

Finalmente se tuvo un criterio favorable de la propuesta fundamentada en los resultados de los estudiantes en la prueba pedagógica aplicada y en las observaciones realizadas durante la realización de las actividades docentes.

Una vez concluida esta etapa, no quedamos satisfecho con los resultados cualitativos obtenidos en el análisis de la variable pensamiento algorítmico, a pesar de que la prueba estadística aplicada arrojó resultados satisfactorios. Además, durante el transcurso de las actividades docentes advertimos que se podía realizar un trabajo más intenso en función del desarrollo del pensamiento algorítmico de los escolares, lo que determinó el montaje de una cuarta etapa, que inicialmente no estaba prevista, donde sólo se atendió al comportamiento de esta variable para su mejor estudio.

La etapa D, diseñada metodológicamente similar a la anterior, se realizó durante el curso escolar 94-95, en esta oportunidad la evaluación se centró en determinar en qué medida se podía propiciar el desarrollo del pensamiento algorítmico del escolar a partir de un enfoque computacional del tratamiento de los algoritmos y los procedimientos algorítmicos presentes en el noveno grado de acuerdo con la instrumentación metodológica elaborada y perfeccionada, a partir de los resultados de las etapas anteriores.

La descripción de la muestra y la declaración de las variables y la forma en que fue controlada la variable colateral se anexa (anexo cuatro).

Resultados de la evaluación de las variables dependientes.

Se utilizó la metodología expuesta, la que precisa la aplicación de instrumentos que permitieron caracterizar al estudiante al comenzar la experiencia, en cuanto al nivel de desarrollo de su pensamiento algorítmico y la aplicación, en esta ocasión, de instrumentos sistemáticos durante todo el curso para ir observando el comportamiento de la variable, este procedimiento posibilitó ir introduciendo mejoras metodológicas en función de los resultados que se iban obteniendo.

Algunas dificultades materiales con la reproducción de instrumentos que recomienda la metodología para la realización de la caracterización inicial de los escolares impidió su utilización en esta oportunidad, no obstante se previó la aplicación de pruebas pedagógicas relacionadas con el contenido del grado y algunos instrumentos ya validados anteriormente de más fácil reproducción y que se corresponden con algoritmos esenciales ya tratados con anterioridad.

Durante la etapa inicial de diagnóstico se aplicaron diferentes instrumentos con el objetivo de conocer las dificultades fundamentales que los alumnos arrastraban del octavo grado, los resultados de este diagnóstico inicial revelan que la mayoría de los estudiantes presentan dificultades en la aplicación de algoritmos y procedimientos algorítmicos que fueron tratados en este grado. (anexo cuatro)

El instrumento uno consistió en una prueba pedagógica relacionada con un contenido del octavo grado que permitió constatar la solución por pasos de un problema geométrico y las capacidades generales del desarrollo del pensamiento algorítmico de acuerdo con los ítems descritos en la metodología.

Se recogió además, el criterio individual que el profesor de Matemática del curso anterior tenía de cada estudiante utilizando para ello una escala valorativa de uno a cinco y con todos estos elementos se confeccionó la caracterización inicial que se recoge en la tabla uno anexo cuatro.

A partir de este momento se inició el trabajo desarrollando la metodología propuesta y se aplicaron controles sistemático a los estudiantes que permitieron ir analizando su comportamiento a través de la resolución de ejercicios que presuponen la aplicación de un algoritmo o procedimiento algorítmico.

En la tabla dos anexo cuatro se recoge, de cada instrumento aplicado, la cantidad de estudiantes que ejecutaron correctamente los diferentes pasos componentes del algoritmo o procedimiento algorítmico, mediante el cual se soluciona el problema planteado, en la tabla tres de este mismo anexo, se tiene esta información en por cientos que permiten comparar los resultados que se fueron obteniendo, como se puede observar en dependencia del contenido matemático, varía la efectividad de los escolares en la aplicación del algoritmo correspondiente, no obstante se observa un resultado tendente al ascenso durante todo el curso escolar.

Otro aspecto interesante es la comparación que la tabla tres permite establecer entre los procedimientos para la extracción del factor común y la descomposición factorial cuando el trinomio es cuadrado perfecto, en dos momentos diferentes del desarrollo del contenido, en ambos casos el procedimiento formó parte de uno más general, lo que nos da un criterio más acertado, pues se manifiestan las posibilidades del alumno para aplicarlo como conocimiento personificado; en los gráficos de barra (Gráficos: uno y dos) se aprecia la diferencia significativa en el dominio de ambos algoritmos en el segundo momento de su evaluación.

En las tablas cuatro y cinco se muestran los resultados obtenidos con la aplicación de estos mismos instrumentos, pero el análisis se realiza sobre la base de los ítems generales para el desarrollo del pensamiento algorítmico en los escolares.

Se puede apreciar un ascenso significativo en la capacidad del alumno para descomponer la acción en pasos que permitan a partir de las condiciones iniciales del problema llegar a la solución deseada, en la implementación de pasos lógicos respecto al problema planteado y mantener el orden en la secuencia. En cuanto al requisito de desarrollar la acción de forma completa los resultados también fueron positivos.

En los gráficos poligonales que se anexan, se puede observar la curva que representa el comportamiento de estos indicadores de forma grupal durante el experimento, en todos los casos los resultados son finalmente ascendentes (Gráficos tres, cuatro, cinco, seis y siete).

La posibilidad de valorar alternativas en la resolución de los ejercicios no es posible analizarla generalmente por la respuesta que plasma el alumno en el papel, por lo que se decidió estudiar este aspecto de manera independiente mediante los instrumentos 3, 5,12,17 y 18, para ello se realizaron preguntas a los alumnos durante la revisión de los ejercicios en la pizarra o en el trabajo independiente, acerca de la posibilidad de otra manera de enfrentar el problema, las principales preguntas utilizadas fueron: ¿por qué esa vía y no otra? ¿existe otra posibilidad de solución? ¿qué valores puede tomar la variable? ¿es necesario hacer alguna restricción?

Al inicio los resultados en este sentidos fueron bajos, pero posteriormente mejoraron. En los contenidos donde las alternativas son más evidentes fue más fácil controlar este aspecto, por ejemplo decidir por qué vía se va a realizar la demostración de la semejanza de dos triángulos, seleccionar la razón trigonométrica a aplicar, a partir de los elementos del triángulo dado, seleccionar la vía para realizar la descomposición factorial de binomios y trinomios y seleccionar la vía para la resolución de ecuaciones de segundo grado, entre otros.

En general el resultado final se puede considerar de positivo, aunque se reconoce que de los cinco aspectos considerados, este es el de menor desarrollo logrado en los estudiantes.

Para la caracterización final se utilizó el examen de fin de curso y el criterio de expertos, profesora que desarrolló el experimento, profesores que trabajaron con los alumnos en asignaturas afines y dirigentes docentes que visitaron el grupo durante el curso escolar.

En la tabla uno se puede apreciar la diferencia entre la caracterización inicial y final, como la muestra es pequeña esta diferencia se aprecia directamente, no obstante se aplicó la prueba de signos sometiéndose a prueba la hipótesis nula  $H_0$ : no se observa un desarrollo del pensamiento algorítmico del alumno, contra la alternativa  $H_1$ : hay un desarrollo del pensamiento algorítmico de los escolares; obteniéndose una probabilidad (p) de 10-5 que es a su vez menor que 0.05, luego puede considerarse el cambio significativo con un nivel de significación del 5%, por lo que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la alternativa. Es interesante observar que, en concordancia con las valoraciones cualitativas realizadas, este resultado es mucho más significativo que el de la etapa C.

En el gráfico de barras (Gráfico siete) se representa la comparación entre la caracterización inicial y final por niveles de desarrollo del pensamiento algorítmico correspondientes a la tabla seis, donde se aprecia que de los 33 alumnos 26 presentaron cambios favorables, de los 16 alumnos que se caracterizaron en el nivel dos, 11 lograron avanzar y de ello tres pasaron al nivel cuatro, esto permite tener un criterio favorable respecto al desarrollo del pensamiento algorítmico de los alumnos a partir de la metodología implementada.

En esta ocasión los resultados son notablemente superiores al curso anterior, lo que se pone de manifiesto en el análisis cualitativo y cuantitativo de los resultados, pues incluso son más significativos los cambios, desde el punto vista puramente estadístico, lo que se corresponde con un trabajo más intenso y completo en el tratamiento de los algoritmos y procedimientos algorítmicos y una medición más sistemática de la variable.

Principales resultados obtenidos durante la intervención en la práctica escolar:

Durante las sesiones de trabajo se observó una elevación de los niveles de atención y concentración de los escolares en las clases donde se introdujo la computación, revelándose esta de manera implícita como un elemento motivador del aprendizaje, además del efecto motivador que significa facilitar la labor del alumno durante el cumplimiento de las tareas docentes.

La organización de la actividad docente en clases de 45 minutos de duración se adaptó sin dificultad tanto en el desarrollo de las actividades con el uso grupal del ordenador, como en las que se precisó su uso individual o por parejas en el laboratorio de máquinas computadoras.

Las vías computacionales seleccionadas resultaron adecuadas y apoyaron el trabajo que se desarrolló en función del logro de los principios didácticos, entre los que se destacan el aumento de la científicidad de la clase, la objetividad y asequibilidad del contenido, así la participación activa y consciente del alumno en la elaboración del conocimiento.

Un ejemplo de cómo se logró elevar el nivel científico de la clase es sin dudas el estudio de las propiedades de las funciones cuadráticas donde se utilizó un evaluador de funciones, de esta manera se dispuso de una gran tabla de valores para analizar el dominio, la imagen y el resto de las propiedades de la función, relacionándolas con el gráfico, vía de mayor valor científico que el tradicional que consiste en partir del gráfico para el estudio de las propiedades.

Se pudo constatar que el uso herramienta para la resolución de problemas permite:

Ahorrar tiempo en el desarrollo de las clases, pudiendo resolver una mayor cantidad de ejercicios.

Facilitar las acciones de los escolares en el cumplimiento de las tareas asignadas, constituyendo un recurso didáctico válido para la motivación del aprendizaje.

Resolver ejercicios que precisan de una construcción con diferentes juegos de datos, dando la posibilidad de comprobar que la solución no depende de la construcción realizada, además este proceder apoya la labor que se realiza en función del desarrollo del pensamiento lógico, cuando se propicia que los alumnos puedan transformar el problema dado y crear nuevos problemas.

Se pudo precisar el uso del ordenador de forma inmediata para la realización de algunos cálculos complejos en el tratamiento de diferentes contenidos.

Por ejemplo en una clase fue necesario mostrar que la gráfica de la función  $y=x^2$  sólo corta al eje x en el punto cero, lo que no se observa de forma adecuada en la pantalla por problemas de resolución, se evaluó la función para 0.00001 y -0.00001 comprobándose que las imágenes no son cero, este recurso, además ayuda a relacionar gráfico y evaluación numérica de la función, aspecto importante en este momento, y da la posibilidad de explicar la notación decimal, a partir de los resultados que el ordenador ofrece

En la unidad de sistematización se utilizó el ordenador como herramienta de cálculo en la resolución de problemas aritméticos, de proporcionalidad, de cálculo de figuras planas y cálculo de cuerpos.

Se pudo comprobar la efectividad de las simulaciones para el establecimiento de relaciones y procedimientos, por ejemplo se logró que los alumnos elaboraran de manera independiente el procedimiento específico para representar las funciones de la forma  $y = (x - d)^2 + e$ , mediante un simulador que invierte el sentido tradicional en que se forma el procedimiento, primero se traslada la parábola y después se observa el efecto sobre la ecuación que define la función; se trata de formar una acción mental por la vía de las acciones materializadas.

El uso de simulaciones y herramientas permitió estudiar la relación alumno-máquina-profesor en los marcos de la actividad docente planificada, determinándose que una forma adecuada de combinar el trabajo manual con el computacional es mediante el empleo de hojas de trabajo que el alumno debe ir completando, pues se observó una fuerte tendencia a prestar mucha atención a la pantalla en detrimento del trabajo que debe desarrollarse en el cuaderno escolar y que resulta necesario para el desarrollo de ciertas habilidades.

Se logró esclarecer mediante el desarrollo de las actividades docentes la relación entre las habilidades manuales y las computacionales, de esta manera, la computadora debe encargarse de las acciones que no están directamente relacionadas con la habilidad que se pretende desarrollar; por ejemplo se verificó la efectividad de una herramienta computacional que facilita el cálculo de los elementos necesarios para apoyar el desarrollo de la habilidad de representación gráfica de funciones cuadráticas, dificultad detectada desde la realización de la primera etapa.

Se pudo probar la eficacia del procedimiento general para el tratamiento de los teoremas y las relaciones Matemáticas con el apoyo de la computación por la vía inductiva que presupone trazar, medir, calcular, comparar, establecer la proposición, formular el teorema y realizar su demostración, mediante el estudio el teorema de las transversales y las razones trigonométricas en el triángulo rectángulo.

Se logró precisar y validar la estrategia didáctica para el tratamiento de los algoritmos a partir de su implementación práctica para el estudio de todos los algoritmos del noveno grado, destacándose en ella la efectividad de las vías heurísticas que se utilizan y se describen en el anexo cinco.

Por ejemplo en el caso de la ecuación cuadrática, deben considerarse los coeficientes de la ecuación como los datos de entrada y los valores de x como los de salida. Se aprovechó las posibilidades que brinda el ordenador para verificar la corrección del programa y obtener por "refinos sucesivos" el algoritmo óptimo, lo que permitió fundamentar la importancia del discriminante para determinar la naturaleza de las soluciones de la ecuación y la necesidad de valorar diferentes alternativas, rasgo característico del pensamiento algorítmico.

La secuencia de trabajo establecida: programación - ejecución de prueba - ejecución con debug - ejecución, posibilitó perfeccionar la metodología inicial y reveló su importancia como apoyo visual a la comprensión del algoritmo, esta acción perceptiva y el uso del programa escrito como guía durante la resolución manual de las primeras ecuaciones cuadráticas contribuyó a la fijación del algoritmo en cuestión.

La introducción de la programación posibilitó la elaboración de variadas herramientas computacionales por los propios estudiantes y otras suministradas por el profesor que permitieron contar con programas efectivos para: calcular razones entre longitudes de segmentos, calcular las principales razones trigonométricas seno coseno y tangente, ordenar listas de datos, calcular el tanto por ciento, el número base y el valor porcentual, calcular las tasas sobre 1000, calcular los sectores circulares para los gráficos de pastel, calcular la media aritmética, resolver problemas que conducen a ecuaciones lineales, cuadráticas, y sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas, evaluación de términos, definición y evaluación de nuevas funciones.

Conclusiones del capítulo:

La intervención en la práctica escolar posibilitó comprobar que las vías seleccionadas para la introducción de la computación en la enseñanza de la Matemática son adecuadas pues permiten implementar estrategias didácticas encaminadas al desarrollo del pensamiento algorítmico de los escolares, y a la realización de una clase más motivada y activa elevando el aprovechamiento docente de los alumnos en la asignatura.

Se valida positivamente los objetivos, contenidos y orientaciones metodológicas determinadas para la introducción de la Estadística Descriptiva en la unidad de Sistematización del noveno grado, como una vía para enriquecer la formación básica de los escolares cubanos.

## CONCLUSIONES:

La computadora se revela como un poderoso instrumento para apoyar el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y aunque en el mundo se analizan diferentes vías para su utilización en la enseñanza de esta asignatura, ninguna de las estudiadas, logran una integración al sistema de categorías fundamentales de la Didáctica: objetivos - contenidos - métodos.

La concepción didáctica revelada en las conclusiones del capítulo dos tiene un efecto enriquecedor sobre la enseñanza de la Matemática. Este efecto se refleja:

En la posibilidad de realizar un tratamiento didáctico que permite profundizar la comprensión de conceptos esenciales de la Matemática como son:

- Variable
- Función
- Ecuación

En el cuerpo de la tesis se revela como los recursos computacionales permiten realizar un tratamiento en el que los alumnos centran su atención en el significado de estos conceptos, a diferencia de la situación actual en la que se suplantán estos conceptos por algoritmos de cálculo.

En que se hace posible ampliar los contenidos matemáticos esenciales que se trabajan en la escuela secundaria. Tal y como se ha puesto de manifiesto en el cuerpo de la tesis, al descargar el volumen de trabajo necesario con los algoritmos de cálculo y con el apoyo de la computadora, se dispone de tiempo suficiente para incluir nociones elementales de Estadística, lo que contribuye a la eliminación de uno de los déficits fundamentales de la concepción actual de la enseñanza de la Matemática.

En que una de las contribuciones más importantes de la introducción de la computadora a la enseñanza de la Matemática, está dado en el aporte al desarrollo del pensamiento matemático de los escolares. En efecto, dejando de lado la importante contribución al pensamiento estadístico, en el cuerpo de la tesis se ha puesto de manifiesto como se hace posible la resolución de problemas de una forma en que lo fundamental pasa a ser la modelación Matemática y como estos modelos (incluso ecuaciones de grado mayor al segundo) pueden ser trabajado por los alumnos de manera independiente con lo que están haciendo su propia Matemática.

En las estrategias didácticas implementadas para el tratamiento de los algoritmos y los procedimientos algorítmicos, con un enfoque computacional, que posibilitaron elevar el trabajo que se realiza en la enseñanza de esta asignatura para el desarrollo del pensamiento algorítmico de los escolares, como parte del desarrollo de su pensamiento lógico.

En las posibilidades que aporta la computación para incidir en la activación de la clase de manera que los alumnos pueden participar en la búsqueda del conocimiento, lo que, unido a la atracción propia de la computación, permite aumentar la motivación de los alumnos por la Matemática, tal y como se comprobó en el transcurso de la investigación.

La intervención en la práctica permitió verificar que:

La instrumentación metodológica elaborada es realizable en las condiciones de la escuela cubana, con los recursos computacionales de que se disponen, la preparación computacional de los profesores que estamos formando y las posibilidades que nuestro Sistema de Educación brinda para la capacitación del resto del personal en ejercicio.

Los resultados que se alcanzan son significativos en cuanto al aumento de la motivación de los escolares por el estudio de esta disciplina, y el desarrollo del pensamiento algorítmico de los alumnos.

Los contenidos que se amplían relacionados con los elementos de Estadística Descriptiva pueden ser asimilados por los alumnos de este nivel y los materiales confeccionados pueden utilizados para su inclusión en el currículo actual.

## RECOMENDACIONES:

Los resultados positivos obtenidos durante la intervención en la práctica escolar que corroboran la efectividad de las estrategias didácticas desarrolladas con vista a la integración de la computación a la enseñanza de la Matemática en el nivel medio básico nos permite recomendar la introducción de los resultados obtenidos de forma generalizada en nuestra provincia, para ello se debe:

Confeccionar un material de orientación a los profesores que contenga los elementos conceptuales y resuma las experiencias prácticas, así como la metodología para la caracterización de los escolares en cuanto al desarrollo del pensamiento algorítmico y su seguimiento durante el desarrollo del curso escolar que permita ofrecer un criterio valorativo de los resultados alcanzados por esta vía.

Montar un curso de capacitación para los profesores de Matemática en ejercicio que no poseen las habilidades computacionales necesarias para la ejecución del proyecto.

Reproducir los programas elaborados para que puedan ser utilizados en las clases, así como elaborar otros programas que se diseñaron durante las sesiones experimentales que enriquecen la colección.

Un estudio similar se debe realizar para el nivel preuniversitario de forma tal que sea posible prever el efecto de introducción de la computación en toda la escuela media.

## BIBLIOGRAFÍA:

- Abramovich, M.: Coordinador, Mi primer manual de LOGO. De. Kapeluz, Argentina, 1987.
- Alessis, S. M. y S. R. Trollip: Computer-Based Instruction: Methods and development. Ed. Prince-Hall, USA, 1985.
- Arias Beatón, Guillermo: La motivación para el estudio en escolares cubanos. Tesis para la obtención del grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas, ICCP, La Habana, 1986.
- Avendaño, R. M.: "¿Por qué el trabajo independiente en la escuela primaria?", en Temas de psicología pedagógica para maestros I. Ed. Pueblo y educación, Ciudad de La Habana, 1987
- Avendaño, R. M. y A. F. Labarrere: Sabes enseñar a clasificar y comparar. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1989.
- Babanski, Yu. K.: Optimización del proceso de enseñanza. Editorial Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1982.
- Balderas Cañas, Patricia: "Calculadoras avanzadas en el aprendizaje de la derivada y sus aplicaciones en el nivel medio superior". Trabajo presentado en la novena reunión Centroamericana y del Caribe sobre la formación de profesores e investigación en Matemática educativa. Cuba, 1995.
- Baldor, A.: Aritmética: Teórico práctica. Ed. Imprenta Nacional de Cuba, décimosexta edición, Cuba, (s.f.).
- Baranov, S. P. y otros : Pedagogía. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1989.
- Bim-Band, B. M.: "La enseñanza anticipante: la escuela pasa del presente al futuro", en La educación y la enseñanza una mirada al futuro. Ed. Progreso, Moscú, 1991.
- Bolles, Robert: Teoría de la motivación, investigación experimental y evaluación. Ed. Trillas, México, 1973.
- Borges, E. y otros: "La importancia de la enseñanza de la Matemática", en IV Seminario a dirigentes (...) t, 4, Ciudad de La Habana, 1980.
- \_\_\_\_\_ : "La introducción de la Computación en las tareas de dirección y planificación de la educación en el nivel de municipio y provincia", en V Seminario a dirigentes (...) t, 2, Ciudad de La Habana, 1981.
- Camel, F.: Estadísticas médicas y de salud pública. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1985.
- Campistrous, L.A.: "Lógica y procedimientos lógicos del pensamiento", en Sistemas Educativos. CDIP del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas, Ciudad de La Habana, 1990.
- Campistrous, L.A. y otros: Orientaciones Metodológicas Matemática décimo grado. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1989.
- \_\_\_\_\_ : Orientaciones Metodológicas Matemática undécimo grado. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1990.
- \_\_\_\_\_ : Orientaciones Metodológicas Matemática duodécimo grado. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1991.
- \_\_\_\_\_ : Matemática décimo grado partes 1 y 2. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1989.
- \_\_\_\_\_ : Matemática oncenavo grado. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1990.
- \_\_\_\_\_ : Matemática duodécimo grado. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1991.
- Chávez, J. A. : Del ideario pedagógico de José de la Luz y Caballero (1800 -1862). Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1990.
- \_\_\_\_\_ : Tendencias contemporáneas para transformar la educación en los países Iberoamericanos. Ed. INAES, México, 1996.
- Chávez R. H. y R. García F.: "El concepto de función y el uso de la microcomputadora para el reforzamiento y/o modificación de la imagen conceptual del estudiante", en Memorias del Quinto Simposio Internacional sobre Investigación Matemática; área: Microcomputadora en el aula e investigación en educación Matemática. Dpto. de Matemática Educativa del CINVESTAV, México, 1994.
- Cuba. MINED: Cálculo Porcentual. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1978.
- \_\_\_\_\_ : Matemática. Concepción general de la asignatura en el subsistema de la E.G.P.L.(Proyecto). Ciudad de La Habana, 1987.
- \_\_\_\_\_ : Pedagogía. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1982.
- Davidov, V.: La enseñanza escolar y el desarrollo pedagógico. Ed. Progreso, Moscú, 1988.
- Del Río, S. J. y otros : Análisis comparado del currículo de Matemáticas (nivel medio) en iberoamérica. (OEI). Ed Mare Nostrum Ediciones Didácticas. Madrid, 1992

Fernández, J. J.: "La motivación en el proceso de enseñanza aprendizaje", en Psicología educativa y elementos de la teoría del aprendizaje. Guadalajara: Secretaría de gobierno, Unidad editorial, 1980.

Fernández, L. M. y A. Gómez: Fundamentos Matemáticos de la Computación. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1990.

García, G. J.: "Los medios de enseñanza a la luz de la dialéctica materialista", en revista Varona. N. 11, año V, Ciudad de La Habana, jul.-dic., 1983.

García, M y otros: Matemática Aplicada. Editorial de Libros para la educación, Ciudad de La Habana, 1981.

García R.: "Metodología para la utilización de la calculadora en las clases de Matemática del décimo grado en Cuba". Tesis presentada en opción al grado científico de doctor en ciencias pedagógicas. ICCP, La Habana, 1988.

Gianjo F., J Felisa.: "Sistema inteligente de enseñanza asistida por computador", en revista Mundo Electrónico. Volumen 154, 1985, España.

González, E.: Psicología general: la motivación. Impreso por Universidad Central Martha Abreu. Las Villas, Fac. Humanidades, (s. f.)

González, F.: Motivación moral en adolescentes y jóvenes. Ed. Ciencia y Técnica, 1983.

González R., F. y A. Mitjans M.: La personalidad su educación y desarrollo. Ed. Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana, 1989.

González Serra, Diego: La motivación: una orientación para su estudio. Ed. Científico técnica, La Habana, 1982.

González, V.: Teoría y Práctica de los medios de enseñanza. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1981.

Hernández, R.: El ABC de la Computación Electrónica. Edición Revolucionaria, Ciudad de La Habana, 1986.

Hitt, F.: "Desarrollo de conceptos en la simulación de fenómenos con la microcomputadora", en Cuadernos de investigación. No. 31, Año VII, sep., 1994. Ed. Dpto. de Matemática educativa del CINVESTAV. México.

Hitt, F. y otros: Construcción de conceptos matemáticos. Ed. Dpto. de Matemática educativa CINESTAV-IPN. México, 1995.

Hudson, Keith: Enseñanza Asistida por ordenadores. Ed. Santos Díaz S.A., Madrid, Barcelona, 1984.

Informe a la reunión de grupos de expertos para el problema y aplicación de la técnica de Computación en los centros de Educación Superior. Varona, 1982.

Jungh, W.: Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática 1 y 2. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1979.

\_\_\_\_\_: Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática 2. Primera parte. Ed. de Libros para la educación, Ciudad de La Habana, 1982.

Leal Hause, Sandra: "Uso de la calculadora en educación básica, una experiencia venezolana". Trabajo presentado en la novena reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigación en Matemática educativa. Cuba, 1995.

Lompscher, J. y otros: Formación de la actividad docente en los escolares. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1987.

López H., Josefina: Temas de Psicología Pedagógica para maestros. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1987.

Lorenz, G. y otros : Matemática 10. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1984.

Martínez, M.: "La enseñanza problemática ¿Sistema o principio?", en revista Varona, N.12, Año VI, Ciudad de La Habana, ene.- jun., 1984 --edición especial--

Memorias del 5. simposio internacional sobre investigación en educación Matemática. Area : microcomputadoras en el aula e investigación en educación Matemática. Mérida, Yucatán, nov., 1993.

Minujín, A y G. Mirabent: Cómo estudiar las experiencias positivas de avanzadas. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1989.

Morenza, L. y otros: "La psicología cognitiva contemporánea y el desarrollo de capacidades intelectuales", en Pedagogía 90. Palacio de las Convenciones, Ciudad de La Habana, 1990.

Müller, H.: El trabajo heurístico y la ejercitación en la enseñanza de la Matemática en la EGPL. (material miniografiado) ISP Frank País, Santiago de Cuba, (s. f.).

Muñoz, F. y otros: Orientaciones metodológicas Matemática séptimo grado. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1989.

\_\_\_\_\_: Orientaciones metodológicas Matemática octavo grado. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1990.

\_\_\_\_\_: Orientaciones metodológicas Matemática noveno grado. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1989.

\_\_\_\_\_: Matemática séptimo grado. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1990.

\_\_\_\_\_: Orientaciones metodológicas Matemática octavo grado. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1991.

\_\_\_\_\_: Orientaciones metodológicas Matemática noveno grado. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1992.

Neuner, G. y otros: Pedagogía. Ed. de Libros para la educación, Ciudad de La Habana, 1981.

O'Shea, Tim y J. Self: Enseñanza y aprendizaje con ordenadores: Inteligencia artificial en educación. Editorial Científico-Técnica, Ciudad de La Habana, 1985.

Osorio, L. y Héctor L.: "El concepto de función en algunos estudiantes de los niveles medio superior y superior", en Cuadernos de investigación. No. 31, Año VII, sep., 1994, Ed. Dpto. Matemática educativa del CINVESTAV. México.

Papert S.: "Enseñar a los niños a ser matemáticos versus enseñar Matemática a los niños", en International Journal of Mathematical Education in Science and Technology. New York, 1972 --traducido por Dr. Santiago Pi Sunyer --.

Pardo Merino, Antonio y Jesús Alonso Tapia: Motivar en el aula. Ed. Universidad Autónoma de Madrid, 1990.

Pérez, J. y otros: "La utilización de la Computación en el tratamiento de las secciones cónicas", en revista Pedagogía Cubana. N. 2, Año I, Ciudad de La Habana, jul.-sep., 1989.

Pietzsch, G.: Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática 3. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1982.

Pluinage, F.: "La microcomputadora y la actividad del alumno", en Cuadernos de investigación. No. 31, Año VII, sep., 1994. Ed. Dpto. Matemática educativa del CINVESTAV. México.

Proceedings of the 7th International Congress on Mathematical Education. Québec, 17-23 august, 1992. Canada, Les Presses de l'Université Laval, 1994.

Quintero Z. R y S. Ursini: "Desde el enfoque tutorial hacia el uso constructivista de la computadora en el aula", en Cuadernos de investigación. Año III, No. 1, ene., 1988. México.

Ramírez, A. y L. G. Ulloa: "Algunas consideraciones sobre la enseñanza de la Computación utilizando microcomputadoras", en revista Institutos Superiores Pedagógicos. Trabajos científicos-metodológicos VI. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1987.

Ramírez, Nieves Betty: "Construcción de modelos matemáticos a partir de datos experimentales utilizando la calculadora gráfica y el calculador based laboratory (CBL)". Trabajo presentado en la Novena Reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigación en Matemática educativa. Cuba, 1995.

Ribalta, A. y otros: "Utilización de las técnicas de cómputo en el proceso docente", en revista Varona. N. 10, Año V, Ciudad de La Habana, ene. -jun., 1983.

Romero M. G.: "El paquete Mathematic y la enseñanza de las Matemáticas por computadoras," en Educación Matemática. Vol. 6, No. 3, dic., 1994, Grupo Editorial Iberoamérica. México.

Salgado, J. E. y otros: Principios de Computación y programación BASIC. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1987.

Samarkí, A. A.: Introducción a los métodos numéricos. Editorial MIR, Moscú, 1986.

Sánchez, C.: Conferencias sobre problemas filosóficos y metodológicos de la Matemática. Universidad de La Habana, Ciudad de La Habana, 1987.

Sánchez, M.: Matemática Numérica. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1980.

Segarra, Dolores y Javier Santos: LOGO para maestros, el ordenador en la escuela propuesta de uso. Editorial Gustavo Gil. Barcelona, España, 1985.

Selected Lectures from the 7th International Congress on Mathematical Education. Québec, 17-23 august, 1992. Canada, Les Presses de l'Université Laval, 1994.

Solís Esquinca, Miguel: "El uso de las computadoras en las situaciones de enseñanza del cálculo en las escuelas de ingeniería en México: la noción de función y su campo conceptual asociado", Trabajo presentado en la novena reunión Centroamericana y del Caribe sobre formación de profesores e investigación en Matemática educativa. Cuba, 1995.

Spiegel, M.: Teoría y problemas de estadística. Edición Revolucionaria, Ciudad de La Habana, 1987.

Stresikosin, V.: Sobre la organización del proceso didáctico. Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 1973.

Talízina, N.: "Bases psicológicas del aprendizaje programado", en Psicología del aprendizaje e instrucción programada; un simposio y una encuesta. Santiago de Chile, Oficina Regional de Educación de la UNESCO para América Latina y el Caribe, 1978.

Talízina, N.: La formación de la actividad cognoscitiva de los escolares. Ángeles Editora, México D. F., 1992.

Talízina, N.: Psicología de la enseñanza. Ed. Progreso, Moscú, 1988.

Talízina, N.: "Sociología del aprendizaje y práctica del aprendizaje programado en los países socialistas", en Psicología del aprendizaje e instrucción programada; un simposio y una encuesta. Santiago de Chile, Oficina Regional de Educación de la UNESCO para América Latina y el Caribe, 1978.

Tesis y Resoluciones: Primer Congreso del PCC. Editorial de Ciencias Sociales, Ciudad de La Habana, 1978.

Torres, P. G. y R. Chaviano: "Programa para enseñar a resolver ecuaciones de 2. grado", en ponencias Primer Encuentro Nacional de Especialistas de las Técnicas de Microprocesadores, Ciudad de La Habana, ene., 1985.

Torres, P.G y otros: "Vías para la utilización de la computación en la enseñanza de la Matemática", en ponencia Pedagogía 93. Palacio de las Convenciones, Ciudad de la Habana, 1993.

\_\_\_\_\_: "Contribución de la computación a la didáctica de la Matemática en secundaria básica", en ponencia Pedagogía 95. Palacio de las Convenciones, Ciudad de la Habana, 1995.

\_\_\_\_\_: "La Matemática y la Computación", en revista electrónica del Centro Multisectorial de Información del CITMA, delegación Sancti Spiritus, 1995.

Ursini L. S.: "LOGO: un puente entre la aritmética y el álgebra", en Resumen de la 5. Conferencia internacional Las Computadoras en las instituciones de educación y de investigación. Ciudad México, 1989.

\_\_\_\_\_: "Los niños y las variables", en Educación Matemática. Vol. 6, No. 3, dic., 1994, Grupo Editorial Iberoamérica, México.

\_\_\_\_\_: "Pupil's approaches to different characterizations of variable in LOGO." Tesis para la opción del grado científico de doctor. Universidad de Londres, dic 1993.

\_\_\_\_\_: "Ambiente LOGO como apoyo para trabajar las nociones de variación y correspondencia", en Memorias del 1. Simposio sobre metodología de la enseñanza de la Matemática. Instituto Tecnológico Autónomo de México, 1994.

Vaquero, A. y C. Fernández: La informática aplicada a la enseñanza. Ediciones de la Universidad Complutense, S.A., Madrid, 1987.

Velázquez B., S. R.: Una estructuración de la enseñanza de los dominios numéricos en la escuela secundaria del estado de Guerrero, México. Tesis presentada en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Ciudad de La Habana, 1996.

Vildósola, S. y otros: Fundamentos de Programación. Ed. Pueblo y Educación, Ciudad de La Habana, 1990.

Villalón, M.: "Motivaciones especiales para la enseñanza de la Matemática en la educación primaria", en Educación. Año 14, No. 53, La Habana, abr.-jun., 1984.

Wenzelburger Guttenberger, Elfriede: "Ambientes gráficos en microcomputadoras para la construcción del concepto de función en Matemática", en Educación Matemática, V. 3, No. 2, agosto, 1991, Grupo Editorial Iberoamérica, México.

Yacoliev, Nicolai: Metodología y técnica de la clase. Ed. De Libros para la educación, Ciudad de La Habana, 1979.

Tesis y Resoluciones 1. Congreso del PCC, p.370.

Ministerio de Educación. Matemática: Concepción general de la asignatura en el subsistema de la EGPL. p.8

Véase Torres F. Paúl: "La didáctica de la matemática en la escuela cubana actual: origen, fundamento, estructura y proyección en Educación Matemática. v.16. n.3 diciembre 1994. México. pp.82-89

Véase: Lompscher. J y otros: Formación de la actividad docente en los escolares. Editorial de

Libros para la educación. Ciudad de la Habana, 1987.

Jungk W.: Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la matemática 2 (primera parte) Editorial de Libros para la educación. Ciudad de la Habana, 1982. p.p. 38,39

Ministerio de Educación: Matemática: Concepción general de la asignatura en el subsistema de la EGL. p. 38

Davidov M.A.: Problemas de la educación de la actividad del aprendizaje independiente en los alumnos. Citado por G. Neuner y otros, en Pedagogía, p.288

Ministerio de Educación: Pedagogía (colectivo de autores). Ed Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana, 1981. p.208

Jungk W.: Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la matemática 2 (primera parte) Editorial de Libros para la educación. Ciudad de la Habana, 1982. p.48

García E. R.: Metodología para la utilización de las calculadoras en las clases de matemática del décimo grado en Cuba (tesis en opción del grado científico de doctor en ciencias pedagógicas) ICCP 1988. p.8

Talízina N.F. : Psicología de la enseñanza, pp. 13-14

Véase García V. Z. y otros: Posibilidades del uso de las técnicas de inteligencia artificial en la enseñanza asistida por computadoras.

Véase: Stephen A. y T. Stanley: Computer-based instruction: Methods and development p.p. 161-162.

Ibidem.

Ministerio de Educación. Matemática: Concepción general de la asignatura en el subsistema de la EGL. p. 17

Ibidem p. 8

Del Río Sánchez José y otros : Análisis comparado del currículo de matemáticas (nivel medio) en Iberoamérica. Editorial Mare Nostrum. Madrid 1992, pp. 141,142

Ibidem p. 37

Ibidem p. 37

Campistrous, L. y otros: Orientaciones metodológicas. Matemática: décimo grado. Ed Pueblo y Educación 1989 p.p. 20-21

Ministerio de Educación. Matemática: Concepción general de la asignatura en el subsistema de la EGL. p.33.

Ibidem pp.33,34

Change en "Everybody counts: a report to the nation on the future of mathematics education national research council". National Academic Press Washintong, D.C. 1989 p.6

González F y A. Mitjás: La personalidad su educación y desarrollo. 1989. p. 38

Campistrous, L. y otros: Orientaciones metodológicas. Matemática: décimo grado. Ed Pueblo y Educación 1989 p. 26

PÁGINA 4

PÁGINA

PÁGINA 4

PÁGINA 4

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |    |            |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|------------|----|
| PÁGINA                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | \# | '''Página: | '# |
| '''                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    | Página:    | 3  |
| Mejor decir futuras generaciones                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |            |    |
| PÁGINA                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | \# | '''Página: | '# |
| '''                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    | Página:    | 6  |
| No sólo por la transmisión interactiva de la información, facilita nuevas formas de relación con el contenido de enseñanza y permite modificar la forma de enfrentar la enseñanza de la Matemática. Permite modificar radicalmente los objetivos aumentando el énfasis en la comprensión teórica y el desarrollo de capacidades y habilidades, sobre todo la resolución de problemas.                                                                                                                                                                                                    |    |            |    |
| PÁGINA                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | \# | '''Página: | '# |
| '''                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    | Página:    | 7  |
| Aquí hay que hacer referencia a que el objeto de investigación es el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y después decir que se limita al campo de acción dado.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |    |            |    |
| PÁGINA                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | \# | '''Página: | '# |
| '''                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    | Página:    | 15 |
| Estamos hablando de independencia.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |            |    |
| PÁGINA                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | \# | '''Página: | '# |
| '''                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    | Página:    | 17 |
| Revisa me parece que son etapas no formas y la teoría es de Galperin.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |            |    |
| PÁGINA                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | \# | '''Página: | '# |
| '''                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    | Página:    | 18 |
| Analiza esto con las formas de que hablas antes. De todas formas hay que hacer aquí un comentario sobre la importancia que tiene esta teoría para lo que vamos a hacer puesto que al insertar la computación en el proceso hay que tener en cuenta su contribución al desarrollo de la independencia y, por tanto, se debe tener en cuenta esta teoría, en particular destacar el significado de la orientación y lo frecuentemente que se deja de tener en cuenta al trabajar con la computación en la enseñanza. Decir que este papel se tratará de explicitar en el momento adecuado. |    |            |    |
| PÁGINA                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | \# | '''Página: | '# |
| '''                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    | Página:    | 53 |
| En estos puntos hay que ir destacando: tal y como vimos en la fundamentación teórica, para lograr que el efecto sea el deseado se hace imprescindible una adecuada orientación de las acciones...                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |    |            |    |
| PÁGINA                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | \# | '''Página: | '# |
| '''                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    | Página:    | 54 |
| Destacar de alguna manera que esto está más cerca de los conceptos matemáticos y de un verdadero desarrollo del pensamiento.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |    |            |    |
| PÁGINA                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | \# | '''Página: | '# |
| '''                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    | Página:    | 65 |
| Más que hablar de entrenamiento, destacar su papel en el desarrollo de la independencia y relacionar con la fundamentación teórica y la influencia de la computación en la enseñanza de la Matemática.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |    |            |    |
| PÁGINA                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | \# | '''Página: | '# |
| '''                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |    | Página:    | 93 |
| Se determina la probabilidad de que se produzca un cambio supuesta la hipótesis nula; es decir, que no hay desarrollo, eso significa que es igualmente probable un avance o un retroceso (probabilidad= ½).                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |    |            |    |

|        |    |           |    |
|--------|----|-----------|----|
| PÁGINA | \# | ""Página: | '# |
| ""     |    | Página:   | 96 |

Decir más, decir al menos claramente que no estaba prevista y que aunque los cambios en la etapa anterior fueron significativos, no quedamos satisfechos del análisis cualitativo y decidimos realizar una cuarta etapa ampliando las formas de actuar para provocar el desarrollo del pensamiento algorítmico.

|        |    |           |     |
|--------|----|-----------|-----|
| PÁGINA | \# | ""Página: | '#  |
| ""     |    | Página:   | 100 |

Destacar que, además de los análisis cualitativos realizados, también son mucho más significativos los cambios desde el punto de vista puramente estadístico.

|        |    |           |     |
|--------|----|-----------|-----|
| PÁGINA | \# | ""Página: | '#  |
| ""     |    | Página:   | 105 |

Aquí se puede incluir en la conclusión o como una aparte que en la Tesis se ha elaborado una concepción didáctica por cuanto se ha considerado el sistema objetivos-contenidos-métodos-medios y se ha visto como algo considerado como un medio (la computadora) puede influir en los restantes componentes. Además se ha llegado incluso a la complementación de esta concepción con la elaboración de procedimientos metodológicos que contribuyen a la eficacia de todo el sistema.