



MODELO DIDÁCTICO PARA LA APLICABILIDAD MATEMÁTICA EN EL SEGUNDO CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA

Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas

LOURDES MARÍA MARTÍNEZ CASANOVA

Cienfuegos

2010

UNIVERSIDAD CARLOS RAFAEL RODRÍGUEZ

Centro de Estudios de la Didáctica y Dirección de la Educación Superior

Cienfuegos

MODELO DIDÁCTICO PARA LA APLICABILIDAD MATEMÁTICA
EN EL SEGUNDO CICLO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA

Tesis presentada en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas

Autora: Prof. Lourdes María Martínez Casanova, Prof. Aux., MSc.

Tutor: Lic. José Julián García Muñoz, Prof. Aux., Dr. C.

Cienfuegos

2010

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Dr. C. José Julián García Muñoz de la Universidad de Ciencias Pedagógicas ‘Félix Varela’ de Villa Clara, tutor y amigo, quien consintió en acometer la dirección de la tesis.

Gracias a los profesionales que emplearon su tiempo e ingenio, en largas y repetidas sesiones, para mejorar esta obra, en especial al Dr. C. Leonardo Marín Llavert, de la Universidad de Ciencias Pedagógicas ‘Capitán Silverio Blanco’ de Sancti Spíritus. En la Universidad de Ciencias Pedagógicas ‘Conrado Benítez García’ de Cienfuegos a los colegas, Dr. C. Robert Barcia Martínez, Dr. C. Eloy Arteaga Valdés y Dr C. Longino Muñoz del Sol; los demás doctores de la institución y en especial a los del Centro de Estudios Pedagógicos.

A los doctores del Centro de Estudios de la Didáctica y Dirección de la Educación Superior, y de la Cátedra CTS+I de Universidad ‘Carlos Rafael Rodríguez’ de Cienfuegos.

Reconozco, la profesionalidad y las ayudas certeras, de las doctoras Lilia Martín Brito y Sara Julia Castellanos Quintero, así como de la Lic. Ana Chamizo Avello, dignas representantes de sus ciencias.

Fue imprescindible la valiosa información sobre la ciudad, su paisaje y su legado patrimonial, brindada por mi discípulo MsC. Irán Millán Cuétara, Conservador de la Ciudad de Cienfuegos y por las licenciadas Marta Vázquez Villavicencio y Mary Loly Benet León, amiga de siempre.

Gratifico la creatividad y sensibilidad mostradas por Alicia Curbelo Sandar, en la realización del reportaje para NOTISUR en Perlavisión con el tema de la investigación.

Reconozco, la importante colaboración de maestros y directivos de las escuelas primarias ‘José Antonio Saco López’ y ‘Guerrillero Heroico’, fundamental en el alcance de este propósito. Especialmente a la Lic. Gladys Bradley Ballina, mi maestra de quinto grado, ejemplo de la pedagogía cienfueguera.

Recibí apoyo incondicional, material y espiritual para la consecución de esta tesis, de tres amigos entrañables: Don Antonio Escarré Esteve, Dr. C. del Dpto. de Ecología de la Universidad de Alicante España; Dr. C. Rubén de Jesús Chamizo Pérez, del Instituto de Investigaciones Forestales de La Habana; y la Dra. C. Ana Elvira Gómez Reyes, de la Escuela Provincial de Turismo ‘Perla del Sur’.

A Rubén Darío Chamizo Sandar, por su indispensable cariño. A mis queridos Jorge Gómez Gutiérrez, Bertica Monteagudo Bonachea, Otto Calzadilla Valdés, Ana María Nápoles, Nélida Magariño Ortega y Elisa Gómez Alfonso. A Ana Estela, Gustavo, Aris, y Rafaelito, mis padres y sobrinos, imprescindibles en este difícil empeño.

A la memoria de Lilia Valdés Bolaños, maestra cienfueguera.

A Alecsy Calzadilla Solves, colega y amigo.

*A todos los maestros, en particular a los míos, porque generosos, con su ejemplo,
me formaron en la pasión y el orgullo por educar en Cuba.*

A Mayi, quien en la lejanía, no ha dudado de éste, mi tenaz empeño.

*Las matemáticas puras son aplicadas más tarde al mundo, a pesar de tener su origen en él
y de no representar más que una parte de sus formas de conexión: precisamente y solo por
esto, son en general aplicables.*

*F. Engel*¹

¹ ENGELS, F. *Anti Dühring*. 4ª. La Habana : Pueblo y Educación, 1973. pág. 52.

SÍNTESIS

La tesis aborda el desarrollo de la aplicabilidad matemática, al definirse su particular contenido y proponer un modelo con ese objeto, en el proceso de enseñanza–aprendizaje de la asignatura en el segundo ciclo de la Educación Primaria. El estudio inicial evidenció la carencia de precisiones didácticas, y la poca disponibilidad de tareas que favorecen una adecuada visión de la utilidad de la Matemática. Se propone un modelo didáctico cuya esencia es considerar objetos de aplicabilidad mediadores entre los escolares y los objetos matemáticos, así como procedimientos específicos para la aplicabilidad matemática. Se prepararon docentes y se pusieron en práctica un conjunto de actividades para todos los dominios de contenidos, en grupos de sexto grado de dos escuelas, considerando el paisaje urbano de Cienfuegos como objeto de aplicabilidad. El modelo fue evaluado por docentes y expertos. Se describió su efecto en su objeto, el desarrollo de la aplicabilidad matemática, con la observación participante y los datos brindados por los informantes. Los estadísticos de las variables consideradas, mostraron el comportamiento del índice de desarrollo de la aplicabilidad matemática en los escolares. Pudo verificarse una asociación positiva entre los procedimientos valoración del objeto de aplicabilidad y aplicación del objeto matemático.

TABLA DE CONTENIDOS

	Pág.
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I. LA APLICABILIDAD MATEMÁTICA EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA–APRENDIZAJE EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA	12
I.1 La escuela primaria en Cuba, escenario para un aprendizaje desarrollador.....	12
Los escolares y la asignatura Matemática en el segundo ciclo de la Educación Primaria.....	18
I.2 La didáctica en torno a la aplicabilidad de la matemática: Cuba en el contexto internacional	20
Consideraciones sobre la matematización, los problemas matemáticos, la modelación matemática, las aplicaciones matemáticas y la matemática aplicada	25
I.3 La aplicabilidad matemática	33
I.3.1 La matemática y su aplicabilidad	33
I.3.2 Actividad y aplicabilidad matemática.....	39
Objeto matemático y objeto de aplicabilidad matemática	41
Resumen del capítulo I	45
CAPÍTULO II. MODELO DIDÁCTICO PARA LA APLICABILIDAD MATEMÁTICA.....	48
II.1. Caracterización de la aplicabilidad matemática en el segundo ciclo de la Educación Primaria.....	48
II.1.1 Análisis de resultados de la aplicación del cuestionario a docentes–cursistas.....	48
II.1.2 Análisis de materiales docentes de Matemática en el segundo ciclo de la Educación Primaria ...	51
II.2 Consideraciones didácticas para la aplicabilidad matemática	53
Procedimientos específicos para la aplicabilidad matemática	62
II.3 Modelo didáctico para la aplicabilidad matemática	66
II.3.1 Premisas para la construcción teórico–formal del modelo	67
II.3.2 Construcción teórico–formal del modelo	72
Resumen del capítulo II	78

CAPÍTULO III. EVALUACIÓN DEL MODELO DIDÁCTICO PARA LA APLICABILIDAD MATEMÁTICA.....81

III.1 El paisaje urbano como objeto de aplicabilidad matemática..... 81

 Criterios para la selección del paisaje urbano como objeto de aplicabilidad matemática83

 Tareas docentes en el sexto grado con el paisaje urbano de Cienfuegos.....86

III.2 Metodología de la investigación 87

 III.2.1 Informantes, ámbitos, marcos contextuales y muestras88

 III.2.2 Criterios de rigor y diseño de la investigación.....89

III.3 Evaluación del modelo didáctico y sus efectos en el desarrollo de la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje..... 89

 III.3.1 Evaluación externa del modelo didáctico para la aplicabilidad matemática.....90

 III.3.1.1 Entrevista no estructurada colectiva a docentes–cursistas90

 III.3.1.2 Criterio de expertos91

 III.3.2 Evaluación interna del modelo didáctico y sus efectos en el desarrollo de la aplicabilidad matemática.....94

 III.3.2.1 Observación participante y análisis de documentos personales en la preparación de maestras94

 III.3.2.2 Análisis de la fiabilidad del sistema de evaluación.....97

 III.3.2.3 Conocimientos de los escolares de sexto grado acerca del objeto de aplicabilidad ‘Paisaje urbano de Cienfuegos’98

 Entrevista no estructurada colectiva a escolares de sexto grado.....98

 Localizaciones y elaboración de mapas cognitivos99

 III.3.2.4 Resultados de las actividades101

 Observación participante de las actividades102

 Análisis de documentos personales de docentes: registro de sistematización y de evaluación ...103

 Registros de evaluación de las maestras.....104

 Análisis de documentos personales de los escolares: Hojas de trabajo105

 Descripción de las variables evaluadas en las actividades105

Análisis de las variables relacionadas con los procedimientos para la aplicabilidad matemática
 107

 Asociación entre ‘la valoración del objeto de aplicabilidad’ y ‘la aplicación del objeto
 matemático’108

 Entrevista estructurada individual a escolares que realizaron las actividades.....111

 Resumen del capítulo III.....112

CONCLUSIONES 114

RECOMENDACIONES..... 115

BIBLIOGRAFÍA..... 116

ANEXOS 129

INTRODUCCIÓN

El contexto puede ser la vida cotidiana, cultural, científica (...). Los problemas del mundo real serán usados para desarrollar conceptos matemáticos (...) luego habrá ocasión de abstraer, a diferentes niveles, de formalizar y de generalizar (...) y volver a aplicar lo aprendido (...) y reinventar la matemática (...)”.

Jan de Lange²

² DE LANGE, J. 1996. Real Problems with Real World Mathematics. *Proceedings of the 8.th International Congress on Mathematical Education (ICME-8)*, 14-21 de julio. Sevilla : s.n., 1996. págs. 83-109. [Artículo referido por Alsina (2007)]

INTRODUCCIÓN

La Educación en Cuba enfrenta una serie de transformaciones para elevar la calidad del proceso de enseñanza–aprendizaje en la escuela primaria, cuyo fin es “(...) contribuir a la formación integral de la personalidad del escolar, fomentando desde los primeros grados la interiorización de conocimientos y orientaciones valorativas que se reflejan gradualmente en sus sentimientos, formas de pensar y comportamiento, acorde con el sistema de valores e ideales de la revolución socialista cubana (...)” (RICO MONTERO, y otros, 2008 pág. 24).

De acuerdo con lo anterior, el programa de Matemática y sus adecuaciones para el segundo ciclo (CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 2001 págs. 27,30; SUÁREZ, y otros, 2005a), se proyecta en ese nivel con objetivos y contenidos que permiten reflejar aspectos cuantitativos y cualitativos de la realidad objetiva, problemas y contradicciones de la vida y la sociedad, de manera que se distinga la utilidad de la asignatura y su relación con el contexto social.

De acuerdo con la afirmación de Oramas y Leal (2001 pág. 118), apoyar la experiencia de aprendizaje de los contenidos matemáticos en la vida cotidiana, ayuda a convertir la realidad en un escenario de múltiples aprendizajes, acciones y compromisos, a la vez que profundiza en el conocimiento acumulado, articulándolo a los previos. Así, en la medida que se tomen la vida cotidiana y las experiencias previas de los escolares como punto de partida, los procesos de enseñanza–aprendizaje podrán ser más significativos. La falta de progresión desde una situación ligada a un contexto, hacia una situación descontextualizada para operar con ella, provoca que los escolares ignoren el por qué, el dónde y el cómo ha surgido lo que aprenden.

Es de innegable importancia, asumir el principio de vinculación de la enseñanza de la Matemática con la vida, al incluir ejercicios y problemas relacionados con distintos campos de la sociedad (JUNGK, 1982 pág. 68). La contextualización de las motivaciones tiene su lugar en los contenidos, de acuerdo con su tipo, las funciones curriculares, en dependencia de los nexos extramatemáticos que pueden tener significado, sobre todo en los grados escolares, en los cuales el nivel de abstracción es mucho menor que en otros niveles.

En el desarrollo de la ciencia matemática se han considerado diferentes posicionamientos epistemológicos, atribuidos a la construcción de sus conocimientos, a su lógica, a su lenguaje y a su aplicabilidad. Esas posturas han influido en la manera de enseñar la asignatura desde la escuela primaria, al transferir esos

saberes matemáticos, sintetizarlos o ajustarlos metodológicamente según las edades, objetivos de la enseñanza y el modelo pedagógico de referencia.

Gómez Chacón y otros (1998 pág. 449; 2006 pág. 316) afirman que entre las creencias sobre el aprendizaje, está la relevancia del aporte positivo del profesor a la aplicabilidad de la matemática, al considerar esa ciencia como una actividad social. De lo contrario, se manifiesta una concepción platónica en la cual es dominio de excelencia y no producto cultural. Plantean con razón que las valoraciones ligan diferentes formas de conocimiento y son mediadoras en la cognición matemática.

Lo anterior influye en el escolar al recibir continuos mensajes del entorno sobre qué significa conocer la asignatura Matemática, y cuál es el significado social de su aprendizaje. El concepto de aprenderla se relaciona con las actitudes, perspectiva en que se sitúa el mundo matemático junto al de la identidad social. Se acentúa así la necesidad de considerar la influencia de las relaciones simbólicas sociales, mediante las vivencias y necesidades surgidas del ámbito sociocultural.

De esta manera, la actividad que realiza el sujeto con el fin de transformar la realidad, utilizando la matemática puede asumirse inicialmente, partiendo de la acepción elemental del término aplicabilidad (MICROSOFT CORPORATION, 2007; REAL ACADEMIA ESPAÑOLA, 2009), lo cual permite enunciar la siguiente definición nominal: la **aplicabilidad** se evidencia en la **matemática** al poder el sujeto asignar esa ciencia, destinarla y emplearla con un fin u objeto determinado, de manera que la teoría pueda adaptarse y acomodarse a un caso. La definición nominal que según Blanco Pérez (2005 pág. 138), no contiene pronunciamientos específicos sobre las proposiciones que intervienen en el concepto.

Desde el punto de vista dialéctico, es la actividad práctica el ámbito en el cual pueden producirse las relaciones entre los objetos de conocimiento de la matemática y objetos extramatemáticos o fenómenos externos a esa ciencia, distinguiéndose así su utilidad y carácter social, pero particularmente en este caso, la definición anterior, no está condicionada a la Didáctica de la Matemática escolar, como actividad a desarrollar por los escolares y para ser verificada empíricamente en ese contexto.

Varios investigadores de la comunidad internacional de la matemática educativa, abordan la visión didáctica sobre los objetos matemáticos y los patrones temáticos en el contexto del interaccionismo simbólico y el enfoque ontosemiótico de la cognición matemática, sin que se encuentren trabajos en los cuales se particularice el papel de los objetos extramatemáticos que se relacionen con los contenidos de diversos

grados. Entre ellos se encuentran: Juan Díaz Godino (2002a; 2002b; 2007), encabezando trabajos junto a sus colaboradores Batanero (2006), Llinares (2006), Font, Contreras y Rodríguez Wilhelmi (2006). También las investigaciones de Font (2003), Roig y Llinares (2004), Radford (2000; 2006) y Ramos de Pacia (2006).

Un representativo grupo de autores cubanos como Labarrere (1988), Campistrous y otros (1996; 2001), Rizo y otros (1996; 2001; 2002), Llivina (1999), Ballester y otros (2001a; 2001b; 2002), Arteaga (2001), González González (2001; 2006), Torres y otros (2002), Capote (2005), Albarrán (2006), Suárez (2006), Proenza y Leyva (2006), abordan aspectos de importancia incuestionable, de acuerdo con el fin y los objetivos referidos en el modelo de escuela primaria definidos por Rico Montero y otros (2008 pág. 26).

Entre esos aspectos, se encuentran, el desarrollo de habilidades y capacidades asociadas a la resolución de problemas, la utilización de modelos y la modelación, aspectos de reconocida complejidad en el aprendizaje de la Matemática, pero no precisan el contenido y el tratamiento didáctico de la aplicabilidad de la matemática para posibilitar una visión más abarcadora de la utilización de los contenidos de la asignatura.

Resultados aportados por la autora en la tarea ‘Matemática y Arte’ del proyecto EDARTE³, corroboran la manera de relacionar la matemática con el mundo circundante, particularmente con el arte y la arquitectura (MARTÍNEZ CASANOVA, 1999; Educación Matemática y por el Arte: modelos para el estudio de proporciones en edificios del patrimonio cienfueguero, 2000a; El número de oro, un tema para la educación matemática, 2000b; 2001).

Otra de las investigaciones (MARTÍNEZ CASANOVA, 2003), evidenció que la ausencia de actividades de contenido práctico relacionado con el ámbito local o comunitario, atentaba contra la visión de la utilidad de la asignatura Matemática, de manera que se acentuaba el matiz abstracto que tradicionalmente ha tenido. En lugar de aprovechar situaciones ligadas al ámbito local, social, de significación personal y colectiva, se reiteraban situaciones descontextualizadas, de dudosa realidad, ajenas a las vivencias de los escolares.

Por otra parte, ante la innegable disponibilidad de las TIC⁴, su alcance y potencialidad educativa, la actividad se estigmatizaba, ante la carencia de materiales docentes más particulares que propiciaran una adecuada vinculación de la asignatura con la práctica en escenarios más cercanos a los escolares.

Al explorar el **objeto** de investigación, **el proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática en el**

³ Educación por el Arte: Un proyecto para la Educación Primaria, proyecto territorial inscrito y financiado por el CITMA (Ministerio de Ciencia Tecnología y Medio Ambiente de la República de Cuba), ejecutado en el Instituto Superior Pedagógico Conrado Benítez García de Cienfuegos. Desarrollado y generalizado de 2001 a 2007.

⁴ Tecnologías de la información y las comunicaciones.

segundo ciclo de la Educación Primaria, se aproximó inicialmente su caracterización, tanto en la teoría como en la realidad educativa, respecto a la temática planteada.

El estudio de la teoría reveló que las propuestas teóricas al respecto, hasta ahora, fundamentan la importancia de la visión de la utilidad práctica de la asignatura. No obstante, existen inconsistencias teóricas y metodológicas en la concreción de la aplicabilidad matemática como constructo de naturaleza diferente y de mayor amplitud que las aplicaciones matemáticas, los problemas matemáticos y la modelación matemática.

Además, al mantener al margen la distinción de su contenido y esencia, no pueden establecerse, de una manera más eficaz, las vías y las acciones en distintos niveles educativos, para el desarrollo de este importante aspecto relacionado con la producción del conocimiento científico. Todo lo anterior se considera en esta propuesta, un problema asociado a la comprensión conceptual del término, y a lo limitado que resulta la explicación de su tratamiento y de su adecuación didáctica, sobre todo en la Educación Primaria.

Al explorar empíricamente la aplicabilidad matemática, enfocada como las múltiples formas en las cuales puede relacionarse la Matemática de sexto grado con objetos y fenómenos cercanos a los escolares, se analizó la distribución de tipos de ejercicios presentes en actividades y clases de Ecuaciones, Geometría, Proporcionalidad, Magnitudes y Tanto por ciento, impartidas por tres períodos del curso 2006-2007. Se tomó como muestra no probabilística la planificación de clases de dos maestras de la ENU⁵ José Antonio Saco López de Cienfuegos, y las libretas de dos alumnos de las mismas, para determinar la incidencia de ejercicios en los cuales se relacionan los contenidos matemáticos con situaciones de la vida cotidiana.

Pudo comprobarse que de 120 ejercicios en total, la presencia de ejercicios con texto aplicados a la práctica y problemas alcanzó el 18,33%. La incidencia más baja fue de 9 del total de 58 ejercicios en las clases dedicadas a ‘Ecuaciones’ y ‘Geometría’, lo cual representa el 15,5%. En Proporcionalidad y Magnitudes se realizaron 7 de 35, alcanzando el 20%. En el tema de Tanto por ciento, 6 ejercicios de 27 o sea, el 22,2% estaban relacionados con situaciones prácticas. Los ejercicios al resultar tomados de los materiales docentes: Libro de texto para sexto grado (RIZO, y otros, 1996), Cuaderno complementario quinto–sexto grados (SUÁREZ, y otros, 2005b) y Folleto del SECE⁶ ‘Para ti Maestro’ (BERNABÉU, 2005), no se contextualizaron según intereses de los escolares, ni fueron el producto de la creación de las maestras.

En ocho teleclases referidas en el plan de clases, solamente se presentaron dos problemas en el contexto del

⁵ Escuela Nacional Urbana.

⁶ Sistema de Evaluación de la Calidad de la Educación.

tema de ‘Tanto por ciento’. Las tareas propuestas, por su carácter generalizado para todo el país, no consideran situaciones cercanas a los escolares.

Tanto la deducción de las evidencias postuladas en la teoría, como las empíricas antes señaladas, permitieron identificar como **situación problemática** la siguiente: **la carencia de precisiones en la concepción didáctica de la aplicabilidad matemática, así como, la poca disponibilidad de tareas para realizar actividades, vinculadas con el entorno de los escolares, que favorezcan una adecuada visión de la utilidad de la Matemática, en el segundo ciclo de la Educación Primaria.**

De manera que se formula el **problema** de investigación siguiente:

¿Cómo contribuir al desarrollo de la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje en el segundo ciclo de la Educación Primaria?

Para responder esa interrogante deben definirse procedimientos de la acción en el proceso de solución de las tareas, al considerar un conjunto de exigencias para la aplicabilidad matemática en el ámbito de la actividad docente de los escolares, de manera que el **objetivo** de la investigación es: **Proponer un modelo didáctico para el desarrollo de la aplicabilidad matemática en el segundo ciclo de la educación primaria.**

El **campo** investigado es **la aplicabilidad matemática en el segundo ciclo de la Educación Primaria.**

Las **ideas a defender** en la tesis postulan, tanto la esencia del modelo didáctico para la aplicabilidad matemática, como la posibilidad de la verificación de sus relaciones funcionales y su efecto en el proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática escolar en el sexto grado:

1ª. Un objeto de aplicabilidad matemática, además de portar objetos matemáticos relacionados con los contenidos del programa de la asignatura, debe poseer significación para los escolares, y satisfacer necesidades dadas en situaciones prácticas reconocidas socialmente.

2ª. El modelo didáctico permite desarrollar la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje y apreciar su estado, cuando los escolares, ante una tarea, transformen una situación práctica reconocida, y mediante la orientación del maestro identifiquen y valoren el objeto de aplicabilidad, e identifiquen y apliquen el objeto matemático, produciéndose una interacción dependiente entre esos procedimientos específicos.

Se determinaron los indicadores de la **variable independiente** ‘**modelo didáctico para la aplicabilidad matemática**’, y de la **variable dependiente** ‘**desarrollo de la aplicabilidad matemática en el proceso de**

enseñanza–aprendizaje’, en las dimensiones externa e interna. Lo anterior permitió demostrar la veracidad de las ideas a defender, en un proceso investigativo orientado a la evaluación de la propuesta, al ejecutar las **tareas de la investigación** siguientes:

1. Determinación de los presupuestos teóricos metodológicos relacionados con la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje en la Educación Primaria expresados en:
 - La concepción asumida acerca de la aplicabilidad de la matemática, en los fundamentos y las exigencias del modelo de escuela primaria, y los programas de la asignatura en el segundo ciclo.
 - La evolución lógico–histórica de la ciencia matemática respecto a su aplicabilidad en objetos y fenómenos de la práctica, y en la didáctica con ese fin.
 - La determinación de condiciones requeridas por los objetos extramatemáticos para ser presentados como objetos de aplicabilidad y de los rasgos que caracterizan la aplicabilidad matemática.
2. Caracterización de la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje de la asignatura Matemática del segundo ciclo de la Educación Primaria.
3. Construcción teórico–formal del modelo didáctico para la aplicabilidad matemática en el segundo ciclo de la Educación Primaria, al establecer:
 - Consideraciones didácticas, y premisas en torno a la aplicabilidad matemática en el segundo ciclo de la Educación Primaria.
 - Definición del modelo y sus componentes, estructuración y representación esquemática.
 - Estudio del paisaje urbano de la ciudad de Cienfuegos como objeto de aplicabilidad matemática y la elaboración de tareas y materiales docentes para el sexto grado de la Educación Primaria.
4. Evaluación del modelo didáctico para la aplicabilidad matemática en el sexto grado de la Educación Primaria, mediante:
 - La aplicación de métodos, instrumentos y técnicas para evaluar la puesta en práctica del modelo didáctico para la aplicabilidad matemática.
 - El análisis de resultados obtenidos, entre ellos el análisis de la asociación entre los procedimientos valoración del objeto de aplicabilidad matemática y objeto matemático.

Se asumió una **metodología de investigación**, en el contexto del análisis de lo cuantitativo y lo cualitativo, sobre la base del principio de la unidad dialéctica entre la teoría, el método y la práctica educativa., al

ejecutar un diseño mixto en paralelo, otorgarles igual importancia a los dos tipos de datos, y buscar convergencia entre ellos en la evaluación interna y externa del modelo didáctico y sus efectos en las actividades desarrolladas. Se utilizaron métodos de investigación correspondientes a los tres niveles.

Del **nivel teórico**, según el criterio de diversos autores (CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 1984; OMELIANOSVSKY, y otros, 1985; GOETZ, y otros, 1988; RUIZ AGUILERA, 2005; CEREZAL, y otros, 2005; LANUEZ, y otros, 2008; MARIMÓN, y otros, 2009). Para elaborar el sistema de conceptos y formular las principales regularidades, esencias, generalizaciones y cualidades de la aplicabilidad de la matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje y en la interpretación de datos empíricos obtenidos.

-**Analítico–sintético** de la teoría y de la práctica, a partir de la formulación de leyes y supuestos que explican la aplicabilidad de la matemática, y de su tratamiento en el contexto del proceso de enseñanza–aprendizaje en la Educación Primaria y su interpretación en la práctica.

-**Inductivo–deductivo**, para obtener los fundamentos del modelo didáctico, ya que la fijación de fines, así como otras decisiones, están orientadas por la vía deductiva de la teoría examinada, de los sustentos teóricos del modelo de escuela primaria cubana y de la aplicabilidad en el contexto de la ciencia matemática; y la vía inductiva, cuando se recogió el material empírico en todo el proceso investigativo.

-**Histórico–lógico**, al analizar la evolución de la aplicabilidad matemática y su didáctica: su naturaleza cambiante y diversa y los elementos esenciales presentes en la historia de la matemática.

-**Modelación**, para crear la configuración ideal simplificada de la teoría que sustenta la aplicabilidad matemática, que se asume en el modelo didáctico, como el reflejo mediatizado de lo que debe hacerse en una actividad con ese fin en el segundo ciclo de la Educación Primaria.

-**Enfoque de sistema**, empleado al modelar la interacción de cada elemento y el todo de la aplicabilidad matemática con su medio, el proceso de enseñanza aprendizaje, desde un enfoque holístico y dialéctico, al considerarlo para la concepción del modelo didáctico y de los aspectos que integran sus componentes, estructura, jerarquía y relaciones funcionales.

Del **nivel empírico**, según los fundamentan varios autores (TAYLOR, y otros, 1987; ARNAL, y otros, 1992; DEL RINCÓN, y otros, 1995; GUASH, 1997; BATTRO, y otros, 1999; DE VEGA, 2005; CEREZAL, y otros, 2005; CRESPO, 2006). Posibilitaron conocer la realidad respecto a la aplicabilidad matemática en el segundo ciclo de la educación primaria y verificar la validez de las relaciones funcionales

del modelo didáctico y su influencia en el desarrollo de la aplicabilidad matemática en los grupos de escolares seleccionados:

-Observación participante: 1) de la preparación de los docentes, con el fin de obtener datos sobre la realidad de cómo las maestras y directivos, diseñaron las actividades y su control; y 2) del desarrollo de las actividades de aplicabilidad matemática con los escolares.

-Encuesta, a docentes–cursistas, para determinar su estado de conocimiento y criterios acerca de la manera en que se realizan y planifican los ejercicios que relacionan la asignatura con la vida en el proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática en la Educación Primaria.

-Análisis de documentos: 1) **oficiales**, materiales docentes (libro de texto y cuaderno complementario), y teleclases para describir los ejercicios disponibles para el sexto grado; 2) **personales**, diagnóstico de los escolares, registro de evaluación y registros de sistematización de docentes, para evaluar la preparación de los docentes y recolectar sus opiniones en la puesta en práctica del modelo; hojas de trabajo de los escolares, para evaluar los resultados de las actividades realizadas.

-Entrevista: 1) **no estructurada colectiva** a docentes–cursistas para evaluar el modelo didáctico en su primera versión; a escolares, para determinar sus conocimientos e intereses acerca del objeto de aplicabilidad; 2) **estructurada individual** a escolares para conocer sus criterios sobre las actividades.

-Mapas cognitivos, realizados por escolares, para evaluar la percepción del paisaje urbano.

-Criterio de expertos, para evaluar el modelo didáctico propuesto, en su segunda y tercera versiones.

Del nivel **matemático estadístico**, para procesar los datos obtenidos de la realidad e interpretar la cuantificación de la información recopilada, según los expuestos en diferentes textos (SIEGUEL, 1974; CEREZAL, y otros, 2002; GARCÍA FERRANDO, 2004; HERNÁNDEZ SAMPIEIRI, y otros, 2006):

-Estadísticos descriptivos, de los resultados de las variables evaluadas en el modelo y en su evaluación, con el análisis de frecuencias, porcentajes, índices, medidas de tendencia central y variabilidad; gráficas de barras y de líneas, histogramas, análisis de la distribución, diagramas de cajas; tablas de contingencia entre variables; utilización de la distribución normal inversa.

-Estadísticos inferenciales, para la determinación del tamaño de muestra, y en la realización de **pruebas de hipótesis no paramétricas**: 1) Kolmogórov–Smírnov para verificar las distribuciones de los datos; 2) para determinar el coeficiente de concordancia W de Kendall en las respuestas de los maestros encuestados, y en

el análisis del consenso de los expertos; 3) para determinar de los estadígrafos *Chi*-cuadrado, *rho* de Spearman, y *d* de Somers, en el análisis de asociación entre las variables del modelo; **análisis de fiabilidad** del sistema de evaluación del modelo, mediante los coeficientes *Alpha* de Cronbach, y dos mitades de Guttman y confiabilidad intercodificadores.

Se trabajó con una **muestra** teórica, al necesitar entender cómo, según el modelo propuesto y las relaciones entre sus elementos esenciales, se desarrolla la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Se seleccionaron unidades con atributos que contribuyen a verificar la teoría, e **informantes** para la puesta en práctica y evaluación del modelo: una vicedirectora, una jefe de ciclo y cuatro maestras de la ENU ‘José Antonio Saco López’, además de dos de ‘Guerrillero Heroico’, docentes-cursistas de la MCEaa⁷, primera edición, todos del municipio de Cienfuegos, que atienden seis grupos con una matrícula de 113 escolares de sexto grado, con quienes realizaron 12 actividades y sus variantes. De ellos se seleccionaron aleatoriamente 27 escolares evaluados de dos grupos, para verificar la fiabilidad del sistema de variables propuesto en el componente evaluación del modelo, y en cuatro grupos, 52 escolares, utilizando como criterio de selección la asistencia a cuatro de las actividades escogidas por su contenido y complejidad, lo cual posibilitó analizar el sistema de variables en un total de 208 actividades.

Al aplicar técnicas e instrumentos con diversos objetivos, se requirió seleccionar otras muestras. Una muestra representativa de 71 docentes, aleatoria y estratificada proporcionalmente de una población de 267 docentes-cursistas, distribuidos en siete grupos; una muestra teórica de 33 maestras, de las 41 del grupo 15 procedentes de esa misma población, así como 30 expertos, de cuatro centros de la Educación Superior.

La **novedad científica** radica en que la propuesta del modelo didáctico para desarrollar la aplicabilidad matemática en la Educación Primaria constituye una nueva interpretación, al considerar como esencia el papel prioritario de la selección del objeto de aplicabilidad, y la orientación de las acciones y operaciones para los procedimientos a realizar por los escolares, cuando relacionan la Matemática con su vida cotidiana.

El resultado de la sistematización mediante la perspectiva dialéctica de la aplicabilidad matemática y la integración de los principales resultados de este estudio, permitió brindar como **aporte teórico** a la Didáctica de la Matemática, dos **definiciones**: la aplicabilidad matemática y su desarrollo en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Educación Primaria, objeto del modelo didáctico. Los requisitos de los objetos

⁷ Maestría en Ciencias de la Educación de amplio acceso.

de aplicabilidad matemática, así como el conjunto de procedimientos para su interacción con los objetos matemáticos, ambos aspectos esenciales en el modelo didáctico propuesto, determinan las relaciones entre los componentes del proceso de enseñanza–aprendizaje.

El **aporte práctico** radica en el modelo didáctico propuesto, que guía la proyección, ejecución y control del desarrollo de la aplicabilidad matemática, y las relaciones a establecer entre los componentes didácticos, de acuerdo con los criterios de su utilización, las condiciones de aseguramiento de los cuales dependen el proceder de maestros y escolares en el proceso de enseñanza–aprendizaje. También se establecen los criterios para el análisis y adecuación de un objeto de aplicabilidad, en particular del paisaje urbano de Cienfuegos, expresados en un conjunto de actividades para el sexto grado.

Además de la presente introducción, el **informe** de la tesis se estructura en tres capítulos, conclusiones, recomendaciones, notas, bibliografía y anexos.

En el ‘Capítulo I. ‘La aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje en la Educación Primaria’, se aborda su fundamento a partir de la política educacional y de los posicionamientos didácticos; se declaran las características de los objetos de aplicabilidad matemática y se define la misma mediante los rasgos de su contenido como actividad humana.

El ‘Capítulo II. Modelo didáctico para la aplicabilidad matemática’ presenta la caracterización del campo y del objeto en la práctica educativa, las consideraciones didácticas para la aplicabilidad matemática, su definición en el contexto didáctico y los procedimientos para la aplicabilidad, así como la construcción teórico–formal del modelo didáctico.

En el ‘Capítulo III. Evaluación del modelo didáctico para la aplicabilidad matemática’, se argumenta la selección del paisaje urbano de Cienfuegos como objeto de aplicabilidad; se analizan los criterios de docentes y expertos acerca del modelo; se describe cómo se desarrollaron las actividades en el sexto grado vinculadas al paisaje urbano de la ciudad de Cienfuegos, así como sus resultados.

Las citas y asientos bibliográficos, se presentan mediante el método de primer elemento y fecha, según las normas ISO-690 e ISO-690-2, dictadas por la Organización Internacional de Normalización (2005a; 2005b).

CAPÍTULO I

LA APLICABILIDAD MATEMÁTICA EN EL PROCESO DE
ENSEÑANZA–APRENDIZAJE EN EL SEGUNDO CICLO DE LA
EDUCACIÓN PRIMARIA

El remedio está en desenvolver a la vez la inteligencia del niño y sus cualidades de amor y pasión, con la enseñanza ordenada y práctica de los elementos activos de la existencia en que ha de combatir, y la manera de utilizarlas y moverlas.
José Martí⁸

⁸ MARTÍ, J. En los Estados Unidos: Escenas Norteamericanas, 1886, 7 Cartas de Martí. La Nación. Buenos Aires, 14 de noviembre de 1886. *Obras Completas*. 2ª. La Habana : Ciencias Sociales, 1975a, Vol. XI, pág. 86.

CAPÍTULO I. LA APLICABILIDAD MATEMÁTICA EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA–APRENDIZAJE EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA

Con el propósito de determinar cuáles son los presupuestos que ofrece la teoría al tratar la aplicabilidad matemática en la Educación Primaria, se parte de los fundamentos del modelo pedagógico de esa enseñanza en Cuba. Se analiza la didáctica de la visión de la utilidad práctica de la Matemática y se presenta la concepción de la aplicabilidad de la matemática en el contexto de la actividad humana.

I.1 La escuela primaria en Cuba, escenario para un aprendizaje desarrollador

Desde el inicio del tercer milenio se han desarrollado en Cuba los Programas de la Revolución para elevar la cultura integral de todo el pueblo. Todos los subsistemas de educación protagonizan esa tarea masiva en la que conocimientos, sensibilidad y formación de valores, son inseparables.

Entre los preceptos del modelo de escuela primaria cubana está el de la necesidad de enriquecer la formación cultural como opción de reformulación en la transformación, cambio y mejora de la calidad de la enseñanza–aprendizaje. Ese modelo pedagógico revela fundamentos teórico–metodológicos y exigencias de un proceso desarrollador.

Las transformaciones en la política educacional cubana para la Educación Primaria, fundamentadas por investigaciones pedagógicas relevantes de la última década, parten de la relación entre la cultura y los valores éticos y estéticos. Respaldan los procesos identitarios, tanto sociales como políticos, como base de la formación de la personalidad de niñas, niños, adolescentes y jóvenes en un país socialista, lo cual se evidencia en afirmaciones de diferentes autores como las siguientes:

-“(…) Un contenido que no se identifique con la cultura, la historia, la vivencia, el interés, la necesidad, el motivo y los valores, es decir, que no se connote, no se convierte en instrumento de la educación del estudiante (…)”. (ÁLVAREZ DE ZAYAS, 1999 págs. 101-102)

-“(…) El proceso para el perfeccionamiento de la sociedad en Cuba tiene como propósito esencial la formación de valores éticos y estéticos en la personalidad, presentes en la cultura histórica viva, que permite percibir la identidad (...). La conciencia de identidad cultural es resultado de un largo proceso educativo, donde los valores propios de una cultura se acentúan en el entorno físico y social y en las situaciones de

aprendizaje, desde las primeras edades (...)" (TEJEDA DEL PRADO, 2000 pág. 3)

-La cultura general integral, como una de las formas fundamentales de la lucha ideológica, ha sido el objetivo de un amplio programa. Acerca de ello Fidel Castro Ruz⁹: expresó "(...) con ideas verdaderamente justas y una sólida cultura general y política (...) defender su identidad y protegerse de las seudoculturas que emanan de las sociedades de consumo deshumanizadas (...). El arte y la palabra hablada, la cultura artística y el mensaje revolucionario se han unido casi de forma inseparable (...)".

En varias publicaciones que abordan el modelo de escuela primaria cubana y las orientaciones para sus maestros y directivos (RICO MONTERO, 2002; RICO MONTERO, y otros, 2000; 2004; 2005; 2008; 2009), se destaca que los escolares de ese nivel de enseñanza, se encuentran en una etapa de grandes adquisiciones cognoscitivas y desarrollo de potencialidades, a favor de la formación sólida de sus personalidades. Se parte de principios presentes en el modelo pedagógico de la Educación Cubana (PÉREZ CRUZ, y otros, 2005 págs. 13-15), al tener en cuenta la atención a la diversidad, el proceso de formación de valores, la interdisciplinariedad y los problemas del medio ambiente.

El protagonismo escolar, la organización del proceso de enseñanza-aprendizaje y la concepción más acabada del sistema de sus categorías en sus opciones más desarrolladoras, muestran que las transformaciones educativas condicionan espacio-temporalmente a la escuela como institución educativa de función socializadora, escenario de las aspiraciones sociales enunciadas en la política educacional: "(...) Asegurar a todos ... el acceso a la cultura, fortalecer al máximo el desarrollo de sus potencialidades individuales. Ofrecer a niñas y niños diferentes, una oportunidad igual de alcanzar los objetivos, dando posibilidades flexibles para su desarrollo (...)" (RICO MONTERO, y otros, 2008 pág. XI).

Además de los mencionados, otros autores reconocidos en las ciencias pedagógicas cubanas (ZILBERSTEIN, 2002a; 2002b; ZILBERSTEIN, y otros, 2002b; SILVESTRE, 2002a; 2002b; AMADOR, y otros, 2002; CASTELLANOS, 2005; CASTELLANOS, y otros, 2005), han fundamentado el trabajo pedagógico en la escuela primaria. Complementaron las premisas del modelo con estudios de una didáctica que niega dialécticamente la posición tradicionalista, al asumir que el docente incentiva, potencia y promueve la búsqueda de conocimientos por el escolar y, en consecuencia, la formación de su cultura integral. Reconocen enfáticamente y sistematizan en sus investigaciones el conjunto de categorías didácticas,

⁹ Discurso pronunciado en el 47 Aniversario del Asalto al Cuartel Moncada. 26 de julio de 2000 [Fragmento referido por García Batista (2005 pág. 5)]

en función de un concepto fundamental: la actividad, como el ejercicio de apropiación consciente del conocimiento relacionado con la práctica, las valoraciones y la comunicación entre los sujetos implicados.

De acuerdo con lo anterior, se asumen en esta investigación las concepciones expresadas en el modelo de escuela primaria (RICO MONTERO, y otros, 2008 págs. 6-9), que requieren por parte de los docentes, la organización y la dirección pedagógica del proceso de enseñanza–aprendizaje, considerando tanto sus fundamentos teórico–metodológicos, como sus exigencias:

- El aprendizaje concebido como proceso activo, reflexivo y regulado, de apropiación de la cultura, bajo condiciones de orientación e interacción social, mediante el cual se aprende, de forma gradual, acerca de los objetos, los procedimientos, y las formas de actuar: se integra lo cognitivo y lo afectivo, lo instructivo y lo educativo, requisitos psicopedagógicos esenciales.
- La actividad y la comunicación como parte del aprendizaje: agentes mediadores entre el escolar y su experiencia cultural.
- La enseñanza como guía del desarrollo: el docente es el mediador fundamental, quien con la intención educativa del fin y los objetivos del nivel y grado, y las características psicológicas de los escolares, conduce el proceso. Así, la actividad, la interrelación y la comunicación social permiten al alumno apropiarse de la experiencia histórico–social.
- La creación de espacios para una actividad docente variada: se implica al escolar en el análisis de las condiciones de las tareas, las vías de su solución y el control valorativo.
- El aprendizaje como proceso significativo: el escolar relaciona los conocimientos que aprende con sus motivaciones, vivencias afectivas, la vida cotidiana y el contexto sociocultural.
- El diagnóstico de los conocimientos y desarrollo alcanzados por el escolar: el docente determina las zonas de desarrollo actual y potencial, con el propósito de identificar los elementos del conocimiento que posee y las habilidades desarrolladas, y precisar los niveles de ayuda para cada escolar en las actividades de aprendizaje seleccionadas.
- La concepción y formulación de tareas docentes: concreción de las acciones y operaciones a realizar por el escolar, de acuerdo con los objetivos y los tres niveles de asimilación del conocimiento (reproductivo, aplicativo y creativo). Las tareas evidencian la transferencia de los conocimientos adquiridos y la aplicación de procedimientos generalizados y específicos a situaciones diversas.

En resumen, los fundamentos psicopedagógicos del modelo de escuela primaria descansan en la contextualización y actualización de aspectos cruciales de la teoría histórico-cultural de Lev Vigotski y sus seguidores que se presentan a continuación:

- Reconocer, la naturaleza cambiante del desarrollo del sujeto, y la transformación de las funciones psicológicas memoria, atención, percepción y pensamiento, formas primarias del desarrollo ‘natural’, a formas superiores con el desarrollo ‘cultural’ (WERTSCH, 1988 pág. 41). También, el análisis dialéctico de la categoría actividad, considerada como fuente del conocimiento de los objetos y fenómenos de la realidad (RUBINSHTEIM, y otros, 1961 pág. 18).
- Asumir que el desarrollo sólo se produce debido al realizar el sujeto una acción peculiar, construida y organizada, cuya ejecución es lo que da el efecto ‘desarrollante’. Proceso que tiene un componente artificial inevitable, constituido por una acción especial: la reconstrucción o reorganización de los regímenes de trabajo. Se produce con la asimilación de la experiencia externa debido a su carácter social. Se conoce su estado al determinar la zona de desarrollo actual, o las tareas que el escolar realiza de forma autónoma; y, la zona de desarrollo próximo, o las tareas que el escolar pueda realizar en colaboración, bajo la dirección y con la ayuda de otro (el maestro, el adulto, sus condiscípulos...) (TALÍZINA, 1988 pág. 34; PUZIRÉI, 1989 pág. 14; VIGOTSKI, 1989 pág. 219; SHUARE, 1990 pág. 75).
- Considerar la acción mediada para tener en cuenta situaciones de desarrollo, ya que el origen de los procesos psicológicos superiores está en los procesos sociales, mediante la comprensión de los instrumentos y signos, medios entre el sujeto de la operación y el objeto de la actividad; los signos son orientados internamente, en tanto los instrumentos externamente en correspondencia con su dominio o naturaleza (WERTSCH, 1988 pág. 32; PUZIRÉI, 1989 pág. 9; Comentario 7, 2000 pág. 258).

El desarrollo, es un proceso dialéctico de automovimiento que se realiza en espiral, de lo inferior a lo superior, de lo simple a lo complejo, pone de manifiesto las tendencias internas y la esencia del fenómeno que se desarrolla, conduciendo a la aparición de lo nuevo (ROSENTAL, y otros, 1981 pág. 113). Es una categoría psicológica, proceso básico individual y común a todos los sujetos, de carácter histórico-social, da la medida de la subjetividad y la personalidad del sujeto. Se regula consciente e inconscientemente en unidad de lo afectivo con lo cognitivo (GONZÁLEZ MAURA, y otros, 2001 pág. 50; CORRAL, 2003 pág. 4).

La actividad, mediatizada por el reflejo psíquico, representa un sistema, incluido en el sistema de relaciones

de la sociedad. Fuera de esas relaciones, la actividad humana no existe, ya que está determinada por formas y medios de la comunicación material y espiritual (LEÓNTIEV, 1989 págs. 265-266,271; WERTSCH, 1988 pág. 219). Leóntiev afirmó: “(...) tras la palabra (y la comunicación), tras el desarrollo del significado, se encuentra la vida y la actividad del niño, si cambia la actividad que está tras la palabra, cambia la palabra (...)” (PUZIRÉI, 1989 págs. 22,23,25).

La actividad en la cual los escolares relacionan los contenidos de las asignaturas con la vida que les rodea, se dirige a la satisfacción de sus necesidades, produce una transformación del objeto, y un cambio en el propio sujeto, aspectos que un sentido general destacan varios autores cubanos (BRITO, y otros, 1987 pág. 1; GONZÁLEZ MAURA, y otros, 2001 págs. 91,92; PÉREZ MARTÍN, y otros, 2004 pág. 173).

Por otra parte, el referente del aprendizaje significativo, tiene importantes implicaciones psicológicas y pedagógicas. Según Rodríguez Palmero (2004 pág. 9) “(...) se mantiene como constructo de una gran potencia explicativa, tanto en términos psicológicos como pedagógicos. (...) referente obligado, de gran potencialidad y vigencia que da cuenta del desarrollo cognitivo generado en el aula (...)”.

Pero, de acuerdo con el mismo autor se cuestiona el proceder en la práctica, ya que ese tipo de aprendizaje no es posible sin la predisposición para aprender o una actitud ‘significativa’ de aprendizaje, sin un material lógicamente significativo. Lo anterior no puede confundirse con el proceso en sí mismo, ni es sólo el uso de instrumentos facilitadores. Ante eso el propio Rodríguez Palmero (pág. 4), cita el parecer de Gowin: “(...) la enseñanza se consume cuando el significado del material que el alumno capta es el significado que el profesor pretende que ese material tenga para él (...)”.

El llamado aprendizaje relevante es, ante todo, significativo, relacionado con los componentes cognitivos que inciden en aquellos conceptos y pre-concepciones que utiliza el niño en su vida cotidiana y paralela a la escuela, mediante una reconstrucción reflexiva de los conocimientos, sentimientos y modos de actuar, relacionada con el contexto cultural (DE LATORRE, 1994 págs. 314,374; PÉREZ GÓMEZ, 2000-2007).

Al decir de Bermúdez y Pérez Martín (2004 págs. 32,40), el aprendizaje desarrollador implica la diferenciación e integración de los planos cognitivo y afectivo. Lo meramente significativo no es considerado solamente como la relación entre constructos o estructuras cognitivas para que el escolar establezca el vínculo con los nuevos esquemas a asimilar, sino que más allá, se enfatiza el papel activo del escolar en la obtención del conocimiento. Trascender ese alcance requiere relacionar el conocimiento con la

formación integral del sujeto.

En el aprendizaje desarrollador se consideran tres dimensiones (RICO MONTERO, 2004 págs. 25,37-39), las cuales, al establecer relaciones entre la asignatura Matemática y la práctica, se interpretan como:

Dimensión cognitiva, al expresar la relación entre el conjunto de elementos del conocimiento a asimilar en el nivel, en un grado, en una asignatura, correspondientes a los contenidos matemáticos, con otros conocimientos sobre los objetos de la realidad y los procedimientos específicos para esa actividad.

Dimensión reflexivo–reguladora, al proyectarse las acciones concretas para los escolares cuando el maestro orienta y propicia los modos de la acción en los procedimientos específicos para aplicar la Matemática y otros, al permitir dirigidos al análisis reflexivo de las condiciones de las tareas docentes y a la búsqueda de estrategias de solución en la metacognición, y en las acciones que se regulan en relación con las zonas de desarrollo próxima y actual, en correspondencia las ayudas necesarias.

Dimensión afectivo–motivacional, al favorecer el alcance de las relaciones significativas entre los contenidos que el escolar aprende y la vida, en su contexto sociocultural, de acuerdo con el momento de desarrollo en que se encuentra.

Tanto los fundamentos, como las exigencias para el proceso de enseñanza–aprendizaje, según el diagnóstico de la preparación y desarrollo del escolar, su protagonismo en la actividad, y la organización adecuada del proceso, permiten la consecución del fin de la escuela primaria, y el logro de sus objetivos generales hasta el sexto grado (RICO MONTERO, y otros, 2008 págs. 24-28), entre los que se encuentra uno relacionado directamente con la aplicabilidad matemática: ‘Aplicar en distintos tipos de actividades los conocimientos y habilidades intelectuales adquiridas, mediante los cuales pueda conocer e interpretar componentes de la naturaleza, de las relaciones que entre ellos existen, así como de la sociedad y de sí mismo, en vínculo estrecho con su vida cotidiana’.

Ese objetivo puede cumplirse en el marco favorecedor que propician los aspectos metodológicos y organizativos del proceso de enseñanza–aprendizaje, previstos en la Educación Primaria, entre los cuales se encuentran las exigencias educativas para su dirección pedagógica mediante la variedad de actividades; el óptimo aprovechamiento de las condiciones actuales y de recursos disponibles en la escuela; la organización de actividades al requerir algunas mayor tiempo, como en las excursiones docentes, visitas a lugares históricos, a centros de trabajo e intercambio con trabajadores, entre otras (págs. 61,84,112-113,122).

Los escolares y la asignatura Matemática en el segundo ciclo de la Educación Primaria

Las características de las niñas y los niños del segundo ciclo, se describen en los programas de Matemática para quinto y sexto grados (CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 2001 págs. 1-6), y en los estudios de varios investigadores (RICO MONTERO, y otros, 2000 págs. 124-125; 2008 págs. 51-54; GÓMEZ ÁLVAREZ, y otros, 2002 pág. 60; AMADOR, y otros, 2002 págs. 190,194,195; GARCÍA MADRUGA, y otros, 2003 págs. 303-304).

En la escuela primaria se forman las bases del desarrollo multilateral, al tomar como rectora la actividad docente. El segundo ciclo constituye la etapa de culminación de los estudios primarios y un período de tránsito entre el primer ciclo y el inicio de la Secundaria Básica, nivel en el cual se iniciará un estudio más sistemático de las ciencias. En quinto y sexto grados se produce una transformación esencial, dado el énfasis que se hace en la formación de las habilidades intelectuales de carácter general, observar comparar, describir, clasificar, caracterizar, definir, y valorar, además de realizar el control valorativo de su actividad de estudio y aprendizaje. No obstante, es necesario insistir en que la valoración de objetos de conocimiento debe ser incluida como procedimiento en la búsqueda de relaciones entre fenómenos del ámbito cotidiano y el contenido del aprendizaje.

En la concepción y organización del trabajo pedagógico, el modelo de escuela primaria delimita la etapa de 11 a 12 años de edad en quinto y sexto grados, como el momento de desarrollo en el que culmina el nivel de enseñanza. Se trata de alumnos preadolescentes en quienes se han creado las condiciones para un aprendizaje reflexivo, ya que poseen las potencialidades para la asimilación de un aprendizaje científico y para el pensamiento abstracto y procesos lógicos superiores en el plano teórico.

Los procedimientos generales y específicos se pueden desarrollar ante la solución de diferentes ejercicios y problemas, luego del análisis de las condiciones de la tarea docente, que de acuerdo con la asignatura, debe contribuir a elevar el gusto por el estudio y a adquirir una actitud cognoscitiva hacia la realidad.

En lo moral se va a caracterizar por la aparición gradual de un conjunto de juicios y opiniones, los cuales inciden en la regulación del comportamiento y en la formación de la personalidad, en armonía con el desarrollo cognoscitivo, intelectual y afectivo-motivacional.

En la actividad de la asignatura Matemática, los escolares del segundo ciclo deben interpretar la información cuantitativa e identificar y describir las figuras geométricas; mostrar la apropiación de un sistema de

habilidades intelectuales y procedimientos lógicos, mediante los cuales conozcan e interpreten componentes de la naturaleza y la sociedad, se incentiven sus intereses, motivaciones y orientaciones valorativas, con pensamiento crítico, reflexivo y flexible; además, deben ejecutar órdenes buscar soluciones, plantear suposiciones y realizar tareas docentes de forma independiente.

Las reflexiones basadas en conceptos, relaciones y propiedades estudiadas en la Matemática ofrecen la posibilidad a los escolares de enunciar juicios verbalmente o por escrito, argumentarlos o demostrarlos. En la búsqueda y reafirmación de conocimientos, el método reductivo desempeña un papel importante cuando se busca la solución a un problema de aplicación de la matemática. Con la variante inductiva, mediante la investigación de casos particulares se formula una proposición general, y con la variante no inductiva, se infiere por analogía, generalización de proposiciones mediante la eliminación de determinadas condiciones, y la inversión de teoremas. Se determinan valores numéricos experimentalmente, se resuelven muchos ejercicios basados en datos obtenidos por mediciones, para formular una proposición o propiedad general. La utilización de la reducción no inductiva se puede abordar con la utilización de contraejemplos de conceptos y recíprocos de propiedades (JUNGK, 1982 pág. 71; ARANGO, 2001 págs. 85,91).

Por lo general la vía inductiva se emplea en casos particulares relacionados con el plano formal de la Matemática. Lo anterior tiene un alcance meramente operatorio, cuando solamente se limita a contribuir al proceso de diagnóstico y evaluación del desarrollo intelectual de los alumnos.

Sin embargo, en la práctica, el plano afectivo no se amplía lo suficiente mediante la búsqueda de soluciones a problemas de significado social y personal para el escolar, cuando los casos particulares constituyen objetos extramatemáticos y situaciones concretas de la vida cotidiana, tanto en la introducción de nuevos contenidos, como en su sistematización.

En el quinto y sexto grados se eleva a un nivel más alto la actividad docente como incentivo para el desarrollo intelectual y sociocultural de los escolares. Se incrementan las aspiraciones y necesidades respecto a la actividad a desarrollar en el ámbito escolar. La diversificación de aspiraciones culturales y sociales de los escolares se liga a la esfera del aumento de la experiencia personal y a la capacidad para realizar determinada actividad, lo cual se ha considerado al elegir el sexto grado para mostrar los resultados de la presente investigación en el contexto de Matemática de sexto grado, ya que en el plano interno los escolares pueden realizar juicios, formular hipótesis y abstracciones; mientras que en el externo, los contenidos del grado a

sistematizar y a adquirir, permiten establecer mayor cantidad de relaciones para favorecer la visión de su utilidad en la asignatura en función de la formación integral.

I.2 La didáctica en torno a la aplicabilidad de la matemática: Cuba en el contexto internacional

A causa de las modificaciones acometidas por el Gobierno Revolucionario, en la década de 1960 a 1969 la educación cubana comenzó a transformarse en todas sus dimensiones. Paralelamente, la escuela formalista y logicista europea influían en la formación de profesionales en Cuba, quienes pasaron a las aulas en situación emergente. Se realizaron estudios que aproximaron formativamente la didáctica al incluir en los programas de la Educación Media y Educación Superior, rudimentos de lógica matemática y las teorías axiomáticas (VALDÉS, y otros, 1987 págs. 215,216).

Este enfoque en la enseñanza de la matemática se produjo globalmente, como un producto indirecto derivado de la influencia de los trabajos del grupo Bourbaki. Sus miembros ofrecían una descripción sistemática de esa ciencia, reorganizada para destacar sus aspectos estructurales y la utilización de su lenguaje, uniforme y de gran precisión, cuya adecuación para expresar enunciados de manera concisa es indudable (OMELIANOSVSKY, y otros, 1985 pág. 185; ARMEDÁRIZ, y otros, 2007 pág. 85). La importancia atribuida al tratamiento de la abstracción es el contexto en el que se enmarca el derrotero de la aplicabilidad de la matemática en la enseñanza, en aquella etapa.

Jean Dieudonné (1968 págs. 42-43), de la escuela Bourbaki, adherido a la psicología genética y al formalismo en la enseñanza, señaló el papel preponderante de la abstracción en la asignatura, al declarar como grave error el hecho de que en los medios docentes se suele deplorar ese estado de cosas, al enmascarar o atenuar durante el mayor tiempo posible el carácter abstracto de esa ciencia.

Asimismo en Cuba, esas influencias epistemológicas posibilitaron la exigencia formal desde las primeras etapas escolares. Los programas de todos los niveles de enseñanza de Matemática se modificaron en el contenido y en los métodos. Pero no al punto de cuestionar la práctica de la enseñanza que continuó apoyada principalmente en el enfoque pedagógico de la transmisión del contenido con el esquema memorístico y de aprendizaje receptivo. Los planteamientos didácticos no partían de preguntarse acerca de cómo tales conceptos básicos podrían introducirse en un nivel elemental de forma consistente.

La Escuela de Ginebra representada por Piaget (1968 págs. 3,25-28) argumentaba la psicología genética y la

lógica, como las bases del papel de las estructuras mentales en el desarrollo. La esencia es la vía deductiva matemática-psicología, al tratar de encontrar la presencia formal de la matemática en el funcionamiento psicológico. Se establecen isomorfismos de estructuras algebraicas, de orden y topológicas con la organización del funcionamiento de la psiquis y las operaciones intelectuales.

En opinión de Arrieta (Qué fue de la matemática moderna. Análisis didáctico del diseño curricular del área de Matemáticas, 1993 pág. 99), de la teoría de Piaget son útiles sus aspectos funcionales para la caracterización del conocimiento matemático, lo cual era considerado como punto de referencia único para la selección, organización y secuenciación del contenido.

De acuerdo con Howson (1979 pág. 157), en la tendencia del tratamiento estructural de la enseñanza de la matemática, en la clasificación y descripción de los estadios de desarrollo operatorio infantil, el planteamiento epistemológico que subyace en esa teoría de base psicológica no es más que el del estructuralismo matemático, lo cual limita su carácter al quehacer de las bases psicológicas de la Didáctica de la Matemática. Así, las posiciones piagetianas no son confiables por lo que evocan sobre la estructuración, aunque la pretensión sea hundir sus raíces en la capacidad del ser humano para establecer relaciones entre los objetos, a partir de la actividad que ejerce sobre ellos y las situaciones que presentan, según defiende Arrieta. Además, de acuerdo con Davýdov (1981 pág. 276), en tal proceso de interiorización, se omite la propia actividad del sujeto, mediante la cual se deberían efectuar los tránsitos que llevan las acciones y operaciones.

En 1957 Lucienne Félix (1968 págs. 142-143), aun en el controvertido escenario formalista de esa época, alertaba en un análisis pedagógico: “(...) las estructuras abstractas deben ser al principio observadas en la realidad, luego encontradas en esa realidad para las aplicaciones, finalmente en las matemáticas se considerarán por ellas mismas (...)”.

Una década más tarde la enseñanza de la matemática en Cuba se transformaba por la influencia de las pedagogías soviética y alemana. Aunque formal, más nutrida de aplicaciones a la práctica, sobre todo, en el contexto de carreras tecnológicas, en las cuales además de necesarias las aplicaciones se hacían más evidentes. Pero en la enseñanza politécnica general, dadas las tradiciones de enseñanza, los materiales docentes existentes y la prioridad de profundizar en el contenido, resultaba difícil abordar otras aplicaciones que no fueran las intramatemáticas, deprimiendo la visión más amplia de la aplicabilidad.

En correspondencia con la tradición de la enseñanza, influyó un abuso equivocado de la enseñanza directiva, al soslayar en ocasiones toda posibilidad de construcción del conocimiento. La algoritmización es necesaria como contenido para realizar las operaciones y aplicar métodos matemáticos algebraicos, geométricos y analíticos en general, pero su concentración determina un carácter bien reproductivo en la asimilación de contenidos matemáticos. A partir de la década de 1980 a 1989 la didáctica cubana transitó en el plano psicopedagógico hacia el papel que el maestro juega como orientador, y a propuestas más desarrolladoras en los primeros diez años del tercer milenio.

De acuerdo con Arrieta (Qué fue de la matemática moderna. Análisis didáctico del diseño curricular del área de Matemáticas, 1993 pág. 97), los procedimientos del enfoque formativo facilitan la creación de sistemas formales y estructuras mentales formadas para después, de manera subsidiaria, aplicarlas a situaciones cotidianas. Pero, una matemática prioritaria de las necesidades matemáticas en la vida, tiene su lugar en la enseñanza-aprendizaje, como también lo posee la finalidad formativa, tendencia del diseño curricular que se distinguía en la década de 1969 a 1979, llamada ‘tratamiento formativo’, en el cual la matemática es considerada como parte de la educación general, cuyo fin es el desarrollo de la personalidad y de las estructuras cognoscitivas y afectivas (HOWSON, 1979 pág. 157).

Por otra parte, las evidencias de que tanto la enseñanza, como el aprendizaje de la Matemática resultan actividades complejas y engorrosas es preocupación para maestros, padres, escolares y estudiantes en general, tanto en la comunidad educativa cubana, como en la mundial. En ocasiones se produce rechazo o miedo a la asignatura, después de catalogarla como incomprensible.

Se trata de la enculturación de la matemática, tanto en el ámbito académico como en el popular. Enculturación entendida como una postura defensiva adoptada por quienes hacen conciencia crítica, al adoptar estrategias de resistencia a cualquier proceso (DE LATORRE, 1994 pág. 377), y no como la visión antropológica del proceso de enculturación matemática, acuñada por Bishop (1999 pág. 119). Enculturación formal al explicar diversos aspectos de las actividades fundamentales de la educación matemática: contar, y medir, localizar y diseñar, y jugar y explicar; enculturación informal, a cargo de la sociedad para compartir ideas y valores de la cultura matemática.

En la década de 1990 a 1999 la Didáctica de la Matemática en América manifestaba un carácter referativo en la mayoría de los reportes, que comprendían pocos casos de experiencias de campo, e incluso pocos

ejemplos de cómo concretarlas en el aula. Predominaba, casi de manera generalizada, el discurso teórico centrado en la justa crítica de la enseñanza tradicionalista y la falta de transparencia en los presupuestos teóricos generales en los que se apoyan las propuestas, lo cual exige frecuentemente de la lectura entre líneas (TORRES, 2001 pág. 15). Pero, las transformaciones educacionales en Cuba en los últimos años han impuesto diferentes necesidades para dar solución a los problemas del aprendizaje que la asignatura ha manifestado en todas las educaciones.

Afirman Ballester y otros (2001b pág. 5) que la importancia de la Matemática en la escuela cubana está fundamentada en tres elementos básicos: lo instructivo, lo formativo y lo educativo, y en consecuencia, desarrollador. Reconocen el valor de los conocimientos matemáticos para la solución de los problemas de la sociedad; las potencialidades para el desarrollo del pensamiento; y la contribución al desarrollo de la conciencia y la formación en valores de las nuevas generaciones.

Las potencialidades de la educación matemática en el desarrollo del pensamiento lógico, es el aspecto que incide, en general, en el proceder hacia la formación de conceptos y al desarrollo de habilidades. No obstante, en más recientes concepciones (SUÁREZ, y otros, 2005a), se resalta la significación de la asignatura entendida más interdisciplinaria, humanista y aplicada a la práctica.

Al revisar la literatura científica referente a las investigaciones sobre Didáctica de la Matemática, en el ámbito internacional, se percibe que los temas abordados están en el orden de los fundamentos, psicológico, epistemológico, y el carácter clasista que contextualizan esas investigaciones.

De acuerdo con Díaz Godino (2006 págs. 3,15), aunque consolidada desde el punto de vista institucional, esa disciplina, en el marco internacional, se ha manifestado como emergente, por la gran diversidad de problemas investigativos y confusión en los marcos teóricos y metodológicos disponibles; los resultados que se desarrollan en el ámbito académico han tenido una lenta aplicación práctica para mejorar la enseñanza. Para Schoenfeld (2003 pág. 641) hay dos propósitos principales: “(...) uno puro, a fin de entender la naturaleza del pensamiento matemático, la enseñanza y el aprendizaje, y otro aplicado, a fin de usar tales comprensiones para mejorar la instrucción (...)”.

En un estudio cuantitativo de 342 tesis sobre Didáctica de la Matemática, Torralbo y otros (2003 pág. 295) demostraron que sólo el 26,7% de las variables conceptuales se refieren a la ‘Investigación y resolución de problemas’, temas de enfoque socializador de la Matemática escolar, en los cuales se incluyen las

aplicaciones, pero sólo el 3,0%, son los de ‘Modelos matemáticos y Matemáticas aplicadas’.

Bishop (1999 pág. 32) afirma que como la matemática está mediatizada por instituciones sociales y sometida a tendencias políticas e ideológicas, la educación matemática, no debe ser igual en todas las sociedades. De esa manera le da el carácter determinante a esa ciencia, sin considerar que la plataforma educacional de un país es en realidad el referente fundamental para acometer la educación en general, y no la propia ciencia en sí. No obstante, las influencias de su desarrollo pueden tener un arrastre silencioso en la enseñanza cuando se trata de modelos pedagógicos de fundamentación inacabada.

Los proyectos europeos PISA¹⁰ 2003, y OECD¹¹ 2004 y 2005 incluyen como líneas de investigación, las competencias matemáticas relacionadas con la resolución y formulación de problemas, entre otras (TORRALBO, y otros, 2003; RICO ROMERO, 2006; RICO ROMERO, 2007; RECIO, 2006).

Díaz Godino y Batanero (2006), Díaz Godino y Llinares (2006), Roig y Llinares (2004), Font (2003), Díaz Godino (2002a; 2002b; 2007), Díaz Godino, Font, Contreras y Rodríguez Wilhelmi (2006), y Ramos de Pacia (2006), siguen los preceptos del interaccionismo simbólico y proponen perspectivas semiótico–antropológicas en el aprendizaje de la Matemática. En Canadá, Radford (2000; 2006); en Portugal César (Interacções sociais e apreensão de conhecimentos matemáticos: A investigação contextualizada, 2000) y Lacerda (Aprendizagem e prática social: Contributos para a construção de ferramentas de análise da aprendizagem matemática escolar, 2000).

Rodríguez Wilhelmi (2004 pág. 3) alude a una didáctica normativa como saber técnico, como colección de recursos físicos y metodológicos al alcance del maestro que le permitan realizar una ‘instrucción satisfactoria’ con implicaciones en lo que debe entenderse por comprensión y significado de un objeto matemático. De manera que se cuestionan el significado atribuido por los escolares a los objetos matemáticos y esbozan una teoría pragmática, en oposición a la realista, del significado de los objetos matemáticos, condicionados institucional, personal y temporalmente, al mostrar la necesidad de construcción de una semiótica específica que, en primer lugar, permita la descripción e interpretación de los sistemas de signos utilizados en las instituciones escolares, y en segundo, establezcan criterios básicos de actuación dentro del sistema didáctico, con el fin de que los alumnos comprendan ‘significativamente mejor’ los contenidos matemáticos, pero no se enfatiza en objetos relacionados con esos contenidos que resalten el

¹⁰ Programme for International Student Assessment (Programa Internacional de Contribuciones para los Estudiantes).

¹¹ Organization for Economic Cooperation and Development (Organización de Cooperación Económica y Desarrollo).

carácter de la utilidad de la matemática en un sentido más amplio.

Consideraciones sobre la matematización, los problemas matemáticos, la modelación matemática, las aplicaciones matemáticas y la matemática aplicada

Las afirmaciones de Díaz Godino (2002a; 2002b; 2007), Díaz Godino y Batanero (2006), Llinares (2006), y Font, Contreras y Rodríguez Wilhelmi (2006); Font (2003), Roig y Llinares (2004), Ramos de Pacia (2006) y Radford (2000; 2006), descansan en el aprendizaje significativo, el interaccionismo simbólico, y la perspectiva ontosemiótica. Asumen como constructos la competencia y la comprensión matemática, pero no se evidencia como problema puntual la relación que pueda establecerse entre objetos de naturaleza extramatemática y su significado de valor personal y social. No se atienden otros significados que impulsan la comprensión de los que pueden despertar intereses de transición en los educandos en la actividad matemática, los cuales no son precisamente, en ciertas etapas de abordaje de nuevos conocimientos, los significados que entrañan los objetos matemáticos por sí mismos, sobre todo en las edades escolares. Así queda soslayada, de cierta manera, la didáctica ‘para la vida’.

Así, los escolares llegan a conocer de matemática mediante su participación en la práctica social en el aula, más que descubrir la utilidad en estructuras externas que existen independientemente de las académicas y se manifiesten fuera del aula. De manera que carece de sentido en el contexto didáctico, ya que el aprendizaje del contenido formal de la matemática escolar no se restringe a la utilización de métodos matemáticos, sino a la adquisición de conocimientos y a la formación de la personalidad.

En ese contexto, autores como Díaz Godino y Llinares (2006 págs. 74-75) denominan desarrollo de la **matematización** en el aula, a la relación entre aprendizaje y la construcción subjetiva de significados, la constitución interactiva de una práctica social de ese proceso. Los resultados de esa práctica con una perspectiva psicológica son conocimientos matemáticos que aparecen como productos de esa cultura. Sin embargo, la matematización como rasgo de la revolución científico-técnica, en un sentido amplio, significa la utilización de diversos métodos matemáticos en las distintas etapas investigativas de las ciencias particulares, desde la astronomía hasta la sicología (OMELIANOSVSKY, y otros, 1985 págs. 180-181).

En Italia, según comentan Sierra (Comentário 6, 2000) y González Marí (Comentário 7, 2000), Arzarello

(2000) y Bartolini (2000)¹², contribuyen a la producción de modelos para la mejora de la enseñanza en correspondencia con su experimentación en el aula. Un aporte positivo a la enseñanza del Álgebra y sus aplicaciones a la práctica lo presentan Malara e Iaderosa (2004).

La etnomatemática, representada inicialmente por Zaslavsky en 1973 y por el reconocido Urbiratan D'Ambrosio a partir de 1976, es una tendencia en la cual se vincula la enseñanza de la matemática a las prácticas de individuos de diferentes culturas (Las Raíces Históricas del Programa Etnomatemáticas, 2005 pág. 373). Según el criterio de D'Ambrosio es una manera de hacer educación matemática, con ojos que miran distintos ambientes culturales, hacer matemática dentro de las necesidades ambientales, sociales, culturales (...)" (BLANCO ÁLVAREZ, 2004 pág. 1).

La etnomatemática incluye ideas y prácticas matemáticas de individuos de grupos culturales distintos en el desarrollo de las civilizaciones. Esas ideas se manifiestan y transmiten de diversos modos. Se confronta el tabú de que la matemática es un campo de estudio universal, sin tradiciones y sin raíces culturales (Las Raíces Históricas del Programa Etnomatemáticas, 2005 págs. 363,365). Se proponen por lo general, modificaciones curriculares que responden a necesidades y tradiciones étnicas, al considerar la participación comunitaria como eje del desarrollo de la asignatura y, en ocasiones, solamente los objetivos y contenidos relacionados con esas necesidades. Prevalece así la enseñanza por proyectos ajustada a la educación de diferentes etnias, sobre todo en África, y en América Central y del Sur.

En Cuba hay numerosas investigaciones pedagógicas (LABARRERE, 1988; CAMPISTROUS, y otros, 1996; 2001; FRAGA, y otros, 2001; BALLESTER, 2002; CAPOTE, 2005; GONZÁLEZ GONZÁLEZ, 2006; SUÁREZ, 2006; CARRASCO, 2009) que incluyen las aplicaciones a la práctica, con la línea directriz de la resolución de **problemas matemáticos**, abordando la mayor parte de sus proyecciones y objetivos.

Torres y otros (2002 págs. 42-44) han analizado la necesidad de trabajar la línea directriz de la formación ciudadana vinculada a la Matemática. Demandan que la clase se oriente en función de una mayor vinculación del contenido con la vida. La complejidad del cumplimiento de las nuevas exigencias metodológicas está quizás, en acoplar la demanda de elevar la educación ideológica en la clase de Matemática, sin caer en situaciones artificiales e incluso, desafortunadas, con el intento de integrar estas exigencias de una manera muy formal, cuando no se articula coherentemente el contenido matemático, y la

¹² Progetto Ingranaggi e cerchi (Proyecto Engranajes y Círculos), realizado en la escuela elemental italiana, con actividades de observación y descripción de funcionamientos de diversos mecanismos tomados de la vida cotidiana.

utilización de datos para incidir significativamente en la educación ideológica y politécnica.

Labarrere (1988) y Campistrous y Rizo (1996; 2001), investigadores cubanos de grandes aportes a la Didáctica de la Matemática en Cuba, han elaborado un conjunto de técnicas de resolución de problemas aritméticos, así como Capote (2005), aborda la etapa de orientación en la solución de problemas aritméticos en el primer ciclo, según las estructuras semánticas y la acción transformadora con un objetivo determinado que se produce en el conjunto inicial de datos. Particularmente González González (2001; 2006), considera brindar variantes de la situación inicial de los problemas e indica que los datos ofrecidos deben reflejar, siempre que sea posible, aspectos relacionados con el desarrollo económico, político social del país, de la provincia y preferentemente de la comunidad donde esté la escuela, con datos actualizados, lo que utilizará en su labor política ideológica.

Arteaga (2001) destaca la resolución de problemas como recurso didáctico, al dar prioridad, siempre que el contenido lo permita, a situaciones de la vida cotidiana tomadas del entorno del escolar.

El trabajo con los problemas matemáticos tiene dos enfoques que se evidencian en las investigaciones: la enseñanza de la resolución de problemas y la resolución de problemas como método de aprendizaje de la Matemática (La resolución de problemas en el aula de matemáticas, 1996 págs. 5-6; DE GUZMÁN, 1987 pág. 52).

Los problemas se clasifican según diversos criterios como el campo del conocimiento implicado, en los cuales lo importante no es obtener la solución sino, más bien, el proceso para llegar a ella. Otros son los que tienen lugar en la vida cotidiana, en los cuales ocurre lo contrario. El aspecto didáctico más tratado es la estructuración general de la vía de solución y no precisamente las situaciones prácticas que presentan, sobre todo, los que suelen exceder las exigencias de la escuela, que aparecen poco en la práctica escolar o que exigen alguna forma elemental de pensamiento productivo.

Proenza y Leyva (2006 pág. 3) relacionan tres dimensiones o ejes de los dominios cognitivos considerados en la evaluación de la calidad del aprendizaje: reconocimiento de objetos y elementos; solución de problemas simples; y, solución de problemas complejos. Sin embargo, en la práctica nunca pueden reconocerse plenamente todos los tipos de problemas, aunque se hayan presentado en clases muchos de los correspondientes a las clasificaciones estudiadas.

No todo en la vida cotidiana se presenta como problema al que hay que aplicar un algoritmo de solución. Se

puede considerar la aplicabilidad matemática en un sentido más amplio, más bien al acometer la transformación de los objetos, o al interpretar y describir la realidad, aunque no surjan situaciones evidentemente contradictorias contenidas en esas descripciones de la realidad.

Los problemas atienden diferentes situaciones en cuanto al ámbito sociocultural donde se desarrollan o contexto donde surgen, y a los que se les debe dar solución, pero el tema no debe ser extemporáneo, impertinente o innecesario (JIMÉNEZ, y otros, 2001-2003). Cuando se trata de problemas con textos matemáticos aplicados a la práctica, a veces se presentan situaciones prácticas con necesidades incoherentes, fuera de la realidad, inaccesibles para ser verificadas. En consecuencia, poco creíbles por los escolares, lo cual deprime el significado que vaya a tener para ellos, el hecho de resolverlo.

A problemas como esos Pollak (1979 pág. 272) y Lange (ALSINA, 2007) le llaman ‘problemas de fantasía’, aunque como fabulaciones con sus moralejas facilitan la comprensión de lo que sucede en el mundo real. Pero si generan situaciones incoherentes, carecen de valor pedagógico, por resultar contraproducentes.

En ocasiones las demandas son orientadas por el esquema, de manera que es indiferente para qué, y con qué intención, responder a las preguntas, que no sea la intención de cumplir los requisitos del esquema, aunque no le encuentre sentido, sobre todo cuando se le presentan, los esquemas identificados con la teoría de Piaget que Brosseau distingue como máquina estado–operador aludidos por Dienes (BRISSIAUD, 1993 págs. 225,226; Elementos cognoscitivos dependientes del contenido, 1994 págs. 201-206): Un estado inicial del objeto se transforma matemáticamente en un estado final, especie de caja negra para introducir datos y obtener la solución esperada en su salida. Analogía que tiene el peligro de que muchas veces quede en la formulación del esquema. Los ejercicios, sobre todo los formales, se acogen a esa estructuración didáctica bien llamada operatoria. Este esquema, si bien es general, tiene éxito cuando la movilidad del pensamiento y las habilidades cognoscitivas posibilitan la identificación de las situaciones en la esquematización o patrón operatorio, pero no contribuye a la formación de éstas.

De acuerdo con Roig y Llinares (2004 pág. 7) los ejercicios que se presentan a los escolares tienen dos factores fundamentales que los caracterizan: los factores textuales, los cuales se relacionan con su naturaleza estereotipada, y los contextuales que se asocian a la cultura en el aula y fuera del aula.

Los factores textuales están presentes en el contenido matemático de los ejercicios y se proporcionan las herramientas necesarias para encontrar el modelo matemático que encaja en la situación, al convertirlos en

tareas dirigidas. Los factores contextuales se tienen en cuenta en las tareas y ejercicios al proporcionar la posibilidad de valorar, encontrar vínculos de la situación práctica con una necesidad, y tener significación y sentido personal para los escolares.

Asimismo, Alsina (2007) desenmascara y define con detalle aquellas referencias a ‘realidades’ que pueden confundir substrayendo el interés por su conocimiento. Realidades matemáticas que abundan en las explicaciones y forman parte prominente de los libros de texto, convirtiendo lo que debería ser una motivación para unas matemáticas activas en un artificio para consagrar unas matemáticas pasivas.

En los libros de texto en Cuba, se distinguen en los ejercicios formales, así como ejercicios con texto y con texto matemático, sin embargo, las investigaciones didácticas no abordan profundamente el papel de los referidos factores contextuales.

Se localizan algunos trabajos relacionados en ese sentido, aunque no con esos términos, en la Educación Media Superior (MÉNDEZ, 2006) y en la Educación Superior (RAMÍREZ, y otros, 2005), que solucionan el ‘problema de los problemas’ particularizados en determinadas carreras y perfiles profesionales. Treslinski (2004) afirma que en la formación de matemáticos la teoría sobre matemática aplicada y los ejemplos aislados de aplicaciones, no es suficiente para el uso de los conocimientos adquiridos y la comprensión de la matemática relacionada con fenómenos naturales, sociales, económicos y técnicos.

La **modelación** se considera en la didáctica, como contenido de aprendizaje, o como herramienta, cuando se relaciona con la resolución de problemas. Para aprender a solucionar problemas una de las vías emprendidas es la imitación de un modelo y las acciones de acuerdo con un patrón, procedimientos asimilados mediante una gran cantidad de problemas del mismo tipo (FRIDMAN, 1987 pág. 75).

Font (2005 págs. 4-5) refiere que la modelación puede entenderse en diversas vertientes: por una parte la construcción de modelos y por otra parte el uso de modelos para la enseñanza–aprendizaje de la Matemática. La primera es de nivel de competencia superior ya que requiere de suficientes conocimientos tecnológicos y físicos, pero en algunos contextos la construcción de modelos sencillos es útil para el componente creativo y su formación.

Los modelos matemáticos permiten resolver problemas de otros campos científicos. Así, modelar una situación matemáticamente, consiste en representar y describir procesos y relaciones en un objeto que puede ser no matemático. Semióticamente, el modelo constituye un sistema de signos construido con lenguaje

lógico-matemático. Luego se describe la situación, o se resuelven las contradicciones mediante herramientas matemáticas y, por último, se verifica si los resultados obtenidos tienen sentido en la situación inicial. De no ser así, se buscará otro modelo matemático que se adecue mejor a la situación original(TIJONOV, y otros, 1983 pág. 19; OMELIANOSVSKY, y otros, 1985 pág. 193; REPÚBLICA ARGENTINA. GOBIERNO DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES, 2004 pág. 13).

Según afirma Alsina (2007), Pollak¹³ describe que en la modelación matemática y en cada aplicación se usa la matemática para evaluar o entender o predecir algo que pertenece al mundo no matemático. Lo que caracteriza a la modelación es la atención explícita al principio del proceso, al ir desde el problema fuera del mundo matemático a su formulación matemática, y una reconciliación explícita entre las matemáticas y la situación del mundo real al final. A través del proceso se presta atención al mundo externo y al matemático y los resultados han de ser matemáticamente correctos y razonables en el contexto del mundo real.

En fin, como proceso que implica procedimientos, bajo operaciones y acciones, se esquematiza en varios pasos por diversos autores (HEIN, 2006 pág. 9) y Hing¹⁴: 1º. Partir de un problema real, que se plantea en términos de la ciencia y la ingeniería. 2º. Realizar un proceso de simplificación a la luz de las ciencias involucradas (física, química, biología, geografía,...). 3º. Plantear el problema en términos matemáticos que culmina con la formulación de las relaciones y ecuaciones que describen el problema, o sea identificar y proponer el modelo matemático, que no es único. 4º. Resolver el problema matemático, o sea, las ecuaciones o hallar las soluciones mediante el modelo, que por lo general no tienen solución única. 5º. Confrontar las soluciones halladas con el problema real, o sea, interpretarlas y compararlas con la realidad para validar la predicción o prescripción a la que se ha llegado.

Roig y Llinares (2004 pág. 4) presentan una interesante manera de evaluar el desarrollo de la modelación en estudiantes de secundaria, al distinguir los procedimientos de identificación de los objetos matemáticos en la situación que se presenta y los aspectos relevantes de la situación, establecer sus relaciones, al mostrar comprensión estructural de la misma y construir un modelo eficaz para abordar la búsqueda de la respuesta, y tomar decisiones y refleja el sentido dado a la situación.

Los problemas y la modelación son enfoques de la aplicabilidad matemática. El holandés Kindt (1993 págs.

¹³ POLLAK, H.O. Solving Problems in the Real World. [ed.] L. Steen. *Why Numbers Count: Quantitative Literacy for Tomorrow's America*. Nueva York : The College Board, 1997. [Artículo referido por Alsina (2007)]

¹⁴ Comunicación personal de ROSINA HING CORTÓN, Dra. en Ciencias Físico-Matemáticas. Profesora Titular de la Facultad de Matemática y Cibernética. Universidad Central Marta Abréu. Villa Clara. Santa Clara, 10 de septiembre de 2007.

75-77), le llama enfoque realista de la enseñanza de la Matemática, a la materia significativa, en la cual los problemas se toman de la realidad, y los temas están llenos de sentido para (casi) todos. Según el autor, otros enfoques coexistentes son el mecanicista, el estructuralista y el empirista. El realista, parte de la realidad como en el empirismo, pero se da más énfasis a la reconstrucción o reinención por parte de los alumnos, y a los modelos, esquemas y símbolos, o sea, al estructuralismo.

Entiende matematizar, como formalizar, esquematizar, organizar, axiomatizar y transformar, aspectos que denotan ese proceso. Pero, en la matematización horizontal se traducen directamente los problemas del mundo real al lenguaje matemático; se reconocen las esencias matemáticas y datos relevantes de la esquematización o visualización, del descubrimiento de relaciones, actividad importante en el enfoque realista–empirista. La matematización vertical es la consecuente profundización intramatemática, que figura en el enfoque estructuralista–realista. En el enfoque realista se dan ambos procesos.

Las **aplicaciones** de la matemática son correspondencias que se establecen de la matemática a los aspectos específicos de otras ramas del saber, o de la matemática misma. En ellas se evidencian conceptos o procedimientos, y más ampliamente, modelos matemáticos. La caída libre de un cuerpo, fenómeno modelado con la ecuación de segundo grado es una aplicación extramatemática, mientras que la resolución de triángulos mediante la trigonometría es una aplicación intramatemática.

Gimeno Blasco (1985 pág. 11), llama a las aplicaciones modelos interdisciplinarios, conexiones que se establecen entre las cuestiones matemáticas que se estudian en un curso determinado y las materias de otras disciplinas de ciencias con situaciones económico–sociales.

Afirma Pollak (págs. 276-277) que lo que ha estado a favor del punto de vista de la enseñanza de las aplicaciones, es reconocer que la matemática se adapta más al sistema social, aunque también ha surgido como reacción a la matemática formal. La construcción de modelos matemáticos como fin de la enseñanza requiere la comprensión de la situación externa y del proceso de matematización, tanto como de la matemática misma. No se puede matematizar una situación sin comprenderla. Los problemas que se presentan toman prestado vocabulario de otras disciplinas y en muchos trabajos titulados ‘Métodos de la matemática aplicada en la disciplina...’ no alcanzan, ni abarcan la mayor parte de las aplicaciones.

Al identificar la aplicabilidad de la matemática con las aplicaciones, se extrapola la relación con los contenidos curriculares, lo cual no deja de tener importancia, pero no se abordan suficientemente las

potencialidades del entorno y las verdaderas necesidades relacionadas con la asignatura.

Un interesante trabajo en el tema de la **matemática aplicada** en la enseñanza lo constituye el de H. O. Pollak (1979 págs. 265-266), quien parte de la visión de H. G. Steiner, al incursionar en las clasificaciones, procedimientos y sus implicaciones educativas de cuatro maneras diferentes:

- Matemática aplicada en el sentido clásico: ramas del análisis, cálculo, ecuaciones diferenciales e integrales, teoría de funciones, partes que se relacionan con las ciencias exactas.
- Matemática aplicable, toda la matemática que tiene aplicaciones prácticas significativas: los tópicos incluidos en la matemática elemental, media y superior, relacionadas con otras ciencias, que abarcan más allá de las exactas.
- Matemática aplicada como la que surge a partir de alguna situación en algún campo de la vida real: la modelación (investigación matemática de las aplicaciones), cuando se busca un modelo o interpretación matemática, se desarrolla y se verifica su solución en la situación inicial.
- Matemática aplicada como la que las personas usan en su vida diaria: intercambio entre la matemática y el mundo exterior, o sea, matemática práctica.

Con la clasificación anterior Pollak (pág. 272) afirma que la mayor parte de lo considerado como matemática aplicada consiste en la resolución de problemas. Además, la aplicabilidad de la matemática favorecida por la matematización creciente en otros campos, permite encontrar abundantes y variadas aplicaciones, se considera como parte integral de la enseñanza.

De acuerdo con el mismo autor (1979 págs. 277,278), han existido oposiciones, carencias y contradicciones: creencias de que la matemática pura se corrompe con las aplicaciones, al darle mayor importancia a las ideas básicas y generalizables; ignorancia y falta de interés de los maestros y profesores de otras disciplinas y temas, que redundan en un estado de conformidad; la creencia de que lo básico es incompatible con la relación entre la Matemática y el mundo; el tiempo que ocupan en la enseñanza; los profesores de otras disciplinas no usan mucho la Matemática o la usan de manera diferente a como se presenta en la asignatura; las experiencias reales se manejan con números imprecisos y con datos descontextualizados; además del desinterés por los estudios científicos considerados difíciles.

La enseñanza interdisciplinaria propicia las relaciones entre las asignaturas y la vida real. Aunque es difícil de llevar a cabo en cualquier nivel, por la coordinación que debe existir; pero en el nivel primario y

secundario, al menos en Cuba se propicia por la presencia de un solo maestro, cuando puede presentar la materia de estudio en forma integral.

I.3 La aplicabilidad matemática

En este acápite se presentan diferentes criterios acerca del rol que ha desempeñado la aplicabilidad de la matemática en esa ciencia. Se aborda desde la teoría de la actividad y la relación sujeto–objeto en el proceso de conocimiento para fundamentar su conceptualización.

I.3.1 La matemática y su aplicabilidad

El desarrollo de la ciencia tiene una dependencia relativa respecto a la práctica, ya que pueden adelantarse o atrasarse con relación a las condiciones materiales para su aplicación, sirve de estímulo a la práctica social y a las transformaciones existenciales del sujeto. Como en toda ciencia, en la comunidad científica matemática se esgrimen diferentes criterios acerca de su desarrollo, filosofía y epistemología. Por consecuencia, lo anterior redundará en la enseñanza de la asignatura en diferentes niveles.

De acuerdo con Núñez Jover (1999 págs. 67, 68) la enseñanza de la ciencia, regulada y con sus propias técnicas, es un ámbito en donde la actividad científica tiene vigencia. Esa actividad no es exclusivamente individual, sino que está profundamente mediatizada por la sociedad, en la delimitación de los conocimientos y las habilidades que deben ser aprendidos.

Parafraseando la visión del mismo autor (págs. 22,23) y la de Acevedo Díaz (2010), sobre la base de la función de la ciencia como sistema de conocimientos, puede afirmarse que la matemática se comprende como un proceso de investigación para obtener mayores posibilidades de manipulación de los fenómenos; se atienden sus impactos prácticos, al caracterizarla como fuerza productiva que propicia la transformación del mundo y fuente de conocimiento; se presenta como una profesión debidamente institucionalizada, portadora de su propia cultura, y con funciones sociales bien identificadas. Entendida como institución, método, tradición acumulativa de conocimiento, factor principal para desarrollar la producción, y como influencia poderosa en la conformación de las opiniones respecto al universo y al hombre; enfoque social que bien representa una opción radicalmente distinta de la tradición positivista en el campo de la filosofía de la ciencia, que cobró mayor relevancia a partir de la década de 1960-1969.

La matemática evoluciona, no permanece estática; como ciencia es una actividad humana específica, orientada a resolver los problemas que le surgen al hombre en su accionar sobre el medio. De esa forma, los

conocimientos matemáticos no son fijos e invariables, sino que se transforman al ser utilizados por otros hombres, en otros tiempos, en otros grupos sociales, debido a otras necesidades, en condiciones diferentes a aquellas en las que se crearon. Es una producción cultural, diferentes sociedades producen diferentes matemáticas. Es un objeto cultural insertado en un proceso histórico y social determinado. Los cambios sociales, históricos, tecnológicos traen aparejados cambios en sus utilidades. (REPÚBLICA ARGENTINA. GOBIERNO DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES, 2004 págs. 13-14)

Desde el surgimiento de la matemática, existe el debate de su aplicabilidad. Los criterios acerca de cómo se produce este proceso, en el que intervienen, el sujeto, objetos del mundo real y objetos matemáticos, han estado influidos por las corrientes filosóficas que trascendían en cada época, sobre todo en su relación con la física (STEINER, 2007). A las preguntas: ¿Cuál es la razón de la aplicabilidad de la matemática? ¿Cómo se desarrolla la matemática como ciencia, con o sin aplicabilidad? se han dado innumerables respuestas en correspondencias con los puntos de vista filosóficos con los cuales se aborda esa ciencia para su desarrollo. Acerca de ello se expresan diferentes enfoques, que se aproximan a las visiones que dan respuesta a esos cuestionamientos.

“(…) La matemática no nació como ciencia pura, sino como un intento de explicar la realidad que el hombre tenía frente a sí, es decir, con miras a su aplicación a la realidad (…)”, refiere Martínez Miguélez (2003) quien, de acuerdo con Nieto (1999 pág. 2), describe varias posturas de clásicos y exponentes del siglo XX, en el contexto de la relación entre la ciencia y el mundo real: El equilibrio entre el mundo material y la matemática, permite la construcción operativa de la misma por el sujeto, para operar con cosas de la naturaleza, el hecho de que como procede de la experiencia, su sistema axiomático debe contrastarse en ella, y ver en sus estructuras formales sólo el aspecto más superficial de esta ciencia, al colocar en primer plano la cuestión del significado.

En la antigüedad, la matemática tenía un fuerte componente práctico, lo cual evolucionó en la medida que se desarrolló en sí, y para sí. En el renacimiento, con los trascendentales trabajos de Leonardo da Vinci, se manifiesta la producción de un desarrollo secular de las ciencias naturales. Surge la necesidad del fundamento de su metodología. La silogística comienza a ser sometida a crítica, y más tarde, desde una posición racionalista y empirista, surgen los aportes de Descartes (1596-1650) y Bacon (1561-1626) como dos de sus representantes más relevantes.

Immanuel Kant (1724-1804), fundador del idealismo clásico alemán, analizó el papel de la aplicabilidad matemática a las ciencias, específicamente a la física. Utilizó el espacio euclidiano como uno de sus ejemplos para ilustrar la noción de un a priori (BUCHSBAUM, 1995 págs. 15,16), o sea de la conciencia a la realidad. Sus afirmaciones revelan agnosticismo y dualismo, al afirmar que la naturaleza de las cosas, tal como éstas, existen en sí mismas ('cosas en sí') y por el principio inaccesible al conocimiento, sólo es posible conocer los fenómenos por el modo en que las cosas aparecen en la experiencia del sujeto.

Engels (1973 págs. 51-54) expresó en el *Anti Dühring* (1894), su visión dialéctica de la relación de la matemática con el mundo real. Según él, la ciencia matemática tiene como objeto de estudio las formas espaciales y las relaciones cuantitativas del mundo real, aunque en general no representan la realidad dada directamente, sino que es el fruto de la abstracción de todas las cualidades particulares de los objetos o fenómenos, excepto aquellos que caracterizan directamente la cantidad o forma. Señala que los conceptos de número y figura geométrica no tienen otro origen que el mundo real. Lo cual se corrobora, cuando afirmó:

“(…) Las matemáticas, al igual que las demás ciencias, brotaron de las necesidades de los hombres (...). Pero (...), al llegar a una determinada fase de desarrollo, las leyes abstraídas del mundo real se ven separadas de este mundo real, enfrentadas con él como si fuesen algo independiente, como si fuesen leyes venidas de fuera a las que el mundo hubiera que ajustarse (...)”.

Cadenas (2003 págs. 102,226) asevera que la aplicabilidad de la matemática a la naturaleza, o también si se quiere, la interpretación física de un formalismo matemático, puesto que la física no se reduce a la matemática y un modo de tender un puente entre teoría y experiencia consiste en establecer los términos adecuados con los que referirse a ella. Interpretar los experimentos es hallar el modo de correlacionar los símbolos del lenguaje matemático con los términos del lenguaje ordinario, única forma que está a nuestro alcance de decir algo acerca de la naturaleza.

Como en toda ciencia, han surgido resultados del mismo azar, o se ha desarrollado en sí misma por una necesidad interna, aunque en el decurso, al madurar la teoría y surgir otras condiciones histórico-económico-sociales, se encuentra con frecuencia una aplicación práctica que revoluciona la época. Un ejemplo de ello es el surgimiento de las geometrías no euclidianas, a principios del siglo XIX, y más tarde, la síntesis de Riemann (CASANOVA, 1965), al expresarse práctica y válidamente en la teoría de la relatividad en las primeras décadas del siglo XX.

La reflexión filosófica de la matemática se ha centrado en su contenido y construcción, la naturaleza y origen de sus entes, su lógica y lenguaje, y su relación con las demás ciencias y la realidad. Para los intuicionistas o constructivistas la matemática, básicamente finitista, se construye sus propios objetos, de modo que toda demostración debe proceder por el camino positivo de construir el teorema a demostrar; para los logicistas o platónicos, se descubre, puede reducirse a la lógica, los objetos matemáticos tienen alguna forma de existencia, responde a su propia realidad; para los formalistas o nominalistas, se inventa, no es más que un lenguaje formal sin contenido, por lo cual puede recibir distintas interpretaciones, no pretende descubrir la verdad, sino ser una especie de juego autosuficiente que se dicta sus propias reglas y sólo a ellas debe atenerse. Al respecto Ferrer (2006) describe:

-Weyl, un empecinado intuicionista, sostiene que la solidez de las matemáticas sólo puede ser juzgada por la aplicabilidad al mundo físico; sus teoremas, como los de la física moderna, deben tener una correspondencia con la realidad, para asegurar su consistencia.

-Van Orman Quine, un comprometido logicista, basa la tesis de la veracidad de la aplicabilidad matemática, en el mundo físico. Las hipótesis deben ser comprobadas o refutadas no por la vía de la razón pura, sino a la luz de los datos empíricos en las ciencias naturales.

-Heissenberg, positivista, devenido idealista objetivo, introduce el término 'anschaulich' unido a 'inhalt' como aquello que permite la conexión entre teoría y realidad. Gödel, logicista platónico, y Frege, quien concibe el lenguaje como actividad que no crea lo que se conoce sino que ya existe, muestran a la par de Einstein, que el conocimiento sólo se puede dar en una síntesis entre lo objetivo y lo subjetivo, entre lo a priori y lo a posteriori, entre la intuición y el entendimiento. Sólo de esta síntesis es posible hablar de conocimiento, solo de la unión de las dos se da el mundo tal como siempre se ha conocido. Mostowski afirma que la matemática es una ciencia de la naturaleza: Sus conceptos y métodos tienen origen en la experiencia, y cualquier intento de fundamentarla sin su ayuda, estará destinado al fracaso.

-Corry (2002 pág. 31) asevera que la posición de Dieudonné en 1970 muestra que el formalismo tiene la gran desventaja de no poder explicar, entre otras cosas, la gran aplicabilidad de la matemática al estudio de la naturaleza, al tratar sistemas de axiomas faltos de significado y arbitrariamente escogidos, cuidando tan sólo de no caer en inconsistencias.

Lo anterior pone de manifiesto, de una manera muy ambigua, la relatividad de los contextos de los sistemas

axiomáticos de la matemática para su aplicación. Sin embargo, se evidencia que entre esas opiniones hay muchos de los exponentes de esas corrientes que, a merced de ellas, contradicen sus posiciones respecto a la aplicabilidad, quizás no de hecho, pero sí de palabra.

En la teoría del conocimiento de la matemática se involucran sujetos cognoscentes y objetos matemáticos. El lugar que ocupan esos últimos en relación con su aprehensión por el sujeto es un importante aspecto en la construcción de las teorías y prácticas de esa ciencia.

En un análisis referido a la realidad de las postulaciones matemáticas y la abstracción, Díaz Muñoz (1995) expone que el filósofo español Zubiri (1898-1983) antepone el llamado constructivismo ‘sentiente’ al ‘sensible’ de la matemática; lo cual significa ‘hacer sensible’ el contenido de un concepto: proyectar, por postulación constructiva, el sistema de axiomas y postulados libremente creado, en la formalidad de realidad dada por la impresión y la aprehensión primordial. Aunque parte de la matemática como sistema creado libremente, no obstaculiza ni la racionalidad, ni la experiencia puras, sino que conecta deducción racional y contenido de experiencia, creación y descubrimiento, lógica e historia; de esa forma concibe la relación sujeto–objeto de conocimiento matemático.

Sin embargo, el valor de la relación sujeto–objeto en el proceso cognoscitivo, en general, consiste en unir lo racional–sensorial–emocional–afectivo, y por consecuencia los significados, en lo social, unir necesidad–sentido personal–intereses–gustos, mediante constructos que se enlazan en ese proceso.

Según Bonil y otros (2004 págs. 16-18) las ideas asociadas al paradigma de la complejidad¹⁵ tienen su repercusión sobre la educación, y en consecuencia sobre la didáctica de las ciencias como disciplina, la cual responde a las actuales formas de concebir el mundo, de entender las relaciones entre los seres humanos y de articular la relación entre la especie humana y la naturaleza. La complejidad se constituye como un espacio de diálogo entre un conjunto de valores éticos y epistémicos, una forma de pensar sobre el mundo y un modelo de acción. Lo anterior conduce a asumir que enseñar ciencias en el siglo XXI, implica promover la construcción de un conocimiento coherente con los principios de una ciencia compleja y de una acción transformadora de la realidad.

La ciencia tiene la función cognoscitiva, la de dirección social, y la práctica, que actúa como fuerza

¹⁵ En el paradigma complejo puede comprenderse lo humano a la vez en asociación y en oposición con la naturaleza. Con la antigua visión, la simplificante, evidentemente la causalidad es simple; es exterior a los objetos; les es superior; es lineal. La disyunción entre el objeto y el medio ambiente, en el conocimiento simplificante, las nociones de ser y de existencia estaban totalmente eliminadas por la formalización y la cuantificación (MORIN, 2004).

productiva (NÚÑEZ JOVER, 1999 págs. 22-24). Estas funciones han estado presentes en su desarrollo histórico, y en la matemática han sido móviles de la aparición de descubrimientos, pero en ocasiones las necesidades intramatemáticas han determinado el nuevo conocimiento.

Otras funciones de la matemática aplicada, diferenciadas y relacionadas revelan su carácter social. Estas son las de describir, predecir y prescribir los fenómenos que pueden ser matematizados tanto en las aplicaciones externas, como en las internas (DAVIS, y otros, 1988 págs. 125-132):

-Función descriptiva. Los fenómenos naturales y del mundo físico pueden ser resumidos y expresados con una descripción matemática equivalente mediante los objetos matemáticos, con el lenguaje y relaciones que pueden establecerse entre ellos y los modelos. Estas descripciones se basan en entes matemáticos de todo tipo, que por su desarrollo teórico es factible aplicar, como lo son el número, la función, las ecuaciones, las integrales, las derivadas o en otra acepción, los modelos geométricos, algebraicos, funcionales, diferenciales, estadísticos, etcétera. Se complementa con el lenguaje matemático y su lógica interna, el cual permite la expresión adecuada de los objetos matemáticos presentes en el fenómeno analizado.

-Función predictiva. Ligada a la descriptiva. Debido al simbolismo matemático las descripciones condensan una gran cantidad de información. Puede entonces darse respuesta a problemas específicos en los que deben ser determinadas los resultados, dados ciertos valores de los factores que intervienen en el fenómeno; esos valores pueden ser supuestos y se predice la situación o respuesta en el modelo. En el mundo, día a día se predicen muchos fenómenos y la matemática interviene en las predicciones, pero también se predice con la aplicación de la experiencia histórica acumulada por los hombres, su razón e intuición. La predicción llamada 'racional' es hecha mediante el uso de modelos matemáticos y cálculos, se le adjudica un estatus intelectual más elevado que a las que se llega por otros medios.

-La función prescriptiva está presente en aquellas situaciones en las cuales se induce una acción humana, o automáticamente algún tipo de acción tecnológica. Un algoritmo programado, mediante números, funciones, en un simbolismo abstracto puede formular una prescripción. En obediencia a ésta una acción es ejecutada, partiendo de una interpretación matemática. Las máquinas son formas prescriptivas.

De acuerdo con el parecer de Harel y Swoder (2005 págs. 34,47) para el estudio de la Matemática elemental deben vencerse obstáculos didácticos, cuando la mayoría de las veces se identifican fácilmente. Sin embargo, los obstáculos epistemológicos dependen de la historia de la matemática, de un contexto particular

y resisten contradicciones ocasionales, de ahí la importancia de esclarecer las posiciones epistemológicas. Es por eso importante que el enfoque epistemológico en la Didáctica de la Matemática esté en correspondencia con el que tiene la ciencia matemática, y se determinan así las creencias que son transferidas a la enseñanza. En ese sentido, un viraje de la Didáctica de la Matemática debe asumir la elaboración de nuevos marcos teóricos y prácticos que favorezcan la construcción del conocimiento científico y acción en distintos niveles educativos, con un enfoque complejo que arrastra cambios en los principios tradicionalmente asociados a cualquier ciencia. Sobre todo, asumir el diálogo entre disciplinas, al reflexionar sobre la importancia de no aislar los fenómenos u objetos de estudio, al seleccionar los que posibiliten explicarlos con una perspectiva abierta y de intercambio entre disciplinas y su transferencia a diferentes contextos.

I.3.2 Actividad y aplicabilidad matemática

Con el objetivo de definir los elementos fundamentales a considerar en la aplicabilidad matemática, es necesario abordar los elementos filosóficos y axiológicos en que está basada la actividad humana.

Bajo la concepción materialista dialéctica de la categoría actividad, la valoración desempeña un importante rol en relación con la obtención del conocimiento, la actividad caracteriza la función del sujeto en el proceso de interacción con el objeto. La diversidad de tipos de actividad humana se forma en dependencia de la multiplicidad de necesidades del sujeto y la sociedad y a la actividad material concreta de los hombres se le denomina práctica (PUPO, 1986; 1990; CARDENTHEY, y otros, 2005).

La actividad es modo de existencia, cambio, transformación y desarrollo de la realidad social. Deviene como relación sujeto–objeto y está determinada por leyes objetivas. La determinación afectiva de la actividad, su expresión esencial, como práctica, como trabajo, y a manera de proceso, media y sintetiza los aspectos material y espiritual de la realidad social (PUPO, 1986 págs. 20,74; 1990 págs. 27,237).

La actividad cognoscitiva se manifiesta en una relación dialéctica y su resultado se expresa en un determinado conocimiento de la realidad, vinculado con la práctica. Mientras, la actividad valorativa o axiológica es el modo en que las necesidades e intereses del hombre, engendradas por la práctica social adquieren significación socialmente positiva.

Pupo (2008) destaca en la actividad humana un sistema de cuatro atributos cualificadores, concretados en la cultura: el conocimiento, el valor, la praxis y la comunicación. Este enfoque, tanto dialéctico, como cultural es rico en condicionamientos, mediaciones y determinaciones, al asumir al hombre, en relación con la

naturaleza y la sociedad, como un proceso dialéctico–unitario.

De acuerdo con Fabelo (2004 pág. 18) la condición filosófica y dialéctica del pensamiento es que parte de lo concreto sensible y se mueve hacia lo abstracto. Pero no para quedarse ahí definitivamente, sino para ascender después a lo concreto pensado. Razones que justifican la importancia de establecer nexos y relaciones con múltiples objetos en la actividad cognoscitiva.

Un grupo de autores cubanos, consideran los valores como contenidos de la educación (BLANCO PÉREZ, 2003 págs. 58-59; FABELO, 2003 pág. 29; CARDENTY, y otros, 2005 pág. 47; BÁXTER, 2007 pág. 5). En ese caso, los valores, como propiedades funcionales de los objetos, satisfacen determinadas necesidades humanas y sirven a la actividad práctica del sujeto. Como significaciones socialmente positivas en las necesidades objetivas de la sociedad, esos objetos y fenómenos se incluyen en la actividad.

Alfonso (1997 págs. 36,37) de acuerdo con Frondizi, asume con razón la relación indisoluble entre actividad, valor y valoración en la relación sujeto–objeto. Un valor no tiene existencia ni sentido fuera de una valoración real posible. Sin la actividad de los hombres no hay valores. De manera que la valoración es la actividad mediante la cual en la relación sujeto–objeto, el objeto es valorado por el sujeto. El valor posee una cara objetiva y otra subjetiva, y parte del propio acto valorativo (BÁXTER, 2007 pág. 4).

La formación de valores vinculada a la práctica social y a la formación integral de los educandos, constituye el eje central en la educación en Cuba (MENDOZA, 2007 pág. 7; CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 2007 pág. 2), por lo cual es de vital importancia, considerar en el proceso de enseñanza–aprendizaje de cualquier asignatura esa vinculación que propicia la adquisición de conocimientos y desarrollo de habilidades en una amplia concepción que incluye la educación en valores.

Como lo afirman autores cubanos (FABELO, 2003 pág. 29; CARDENTY, y otros, 2005 pág. 47; BÁXTER, 2007 pág. 5), los valores como propiedades funcionales de los objetos, satisfacen determinadas necesidades humanas y sirven a la actividad práctica del sujeto. Como significaciones socialmente positivas en las necesidades objetivas de la sociedad, esos objetos y fenómenos se incluyen en la actividad. Así tienen dimensión objetiva y social, existen en la realidad como parte de la conciencia social, y dependen de las regularidades objetivas del desarrollo social, no de inclinaciones subjetivas de un individuo aislado.

Desde el punto de vista psicológico, como resultado de la interacción de la personalidad y el modelo social propuesto, el valor interviene en la regulación de la actuación con principio ético, hacia el cual existe un

fuerte compromiso emocional (BLANCO PÉREZ, y otros, 2003 págs. 58-59), aspectos que se tienen en cuenta en el modelo de escuela primaria.

De acuerdo con lo anterior, en la actividad se propicia, tanto la formación de conceptos y habilidades, como de valores. En consecuencia la modelación de la actividad docente, objetivo de esta investigación no tiene como fin la formación de valores, pero la actividad valorativa se considera esencial, dada su estrecha relación con el desarrollo de procesos del pensamiento que se producen en la actividad.

El ser humano, como sujeto cognoscente de la realidad, reconoce el carácter objetivo del mundo exterior, e identifica las fuentes, formas y métodos del conocimiento, mientras la teoría es la generalización de la experiencia de la sociedad acerca del conocimiento del mundo objetivo. La actividad práctica asegura la existencia y desarrollo social. Pero, el fin de la corriente idealista del pragmatismo es lo exclusivamente práctico. No entiende por utilidad práctica la confirmación de la verdad objetiva mediante el criterio de la práctica, sino que satisface los intereses subjetivos del individuo, partiendo de la concepción de la verdad como lo prácticamente útil. El pragmatismo está en contraposición con la asunción de la práctica en el proceso del conocimiento como criterio de la verdad (ROSENTAL, y otros, 1981 págs. 144,204,372,459,460; LENNIN pág. 8).

Por otra parte, se reconoce que la relación filosofía-ciencia es determinante en la reflexión sobre el sentido y finalidad de la educación, en la que teoría y práctica aparecen subordinadas a la concepción filosófica del mundo, del sujeto y de su actividad (BLANCO PÉREZ, 2003 págs. 17,18,46-49). Esa relación es fundamento esencial en las concepciones pedagógicas, por ende, didácticas. Constituyen la vía para comprender los modelos educativos, interpretar adecuadamente sus propósitos y expresar, de manera coherente, las necesidades y posibilidades educativas de la sociedad y del individuo.

Objeto matemático y objeto de aplicabilidad matemática

Hasta ahora, se ha destacado cómo la visión dialéctica se opone a todas las que hasta ahora veían de manera unilateral la relación objeto-sujeto. En las últimas versiones del constructivismo, puede reconocerse en lo cognitivo, la subjetividad de los significados culturales del objeto y la comunicación entre sujetos. Lo cual, dialécticamente, se había resuelto. El sentido lineal se modificó con la complejidad, ya que se concibe el análisis causa-efecto en sentidos multilaterales y ramificados.

Con la visión anterior, los objetos de conocimiento de la realidad asumen un papel relevante en la

conformación de la aprehensión de cualquier ciencia y sus métodos, o sea los conocimientos, en correspondencia con necesidades histórico–sociales.

El ser humano construye el saber de forma personalizada, a partir de sus relaciones con el mundo establecidas en la actividad práctica transformadora de la naturaleza y de la sociedad, según fundamentan Castellanos, B. y otros (2005 pág. 25).

En la concepción dialéctica del mundo el conocimiento es, en última instancia, un reflejo del objeto de la realidad, aunque no se pueda entender el reflejo como un isomorfismo de esa realidad, en tanto la realidad es siempre más rica que el conocimiento de ella. El sujeto selecciona el conocimiento, ya que percibe en el objeto aquellos aspectos que se hacen significativos para sí: desde el punto de vista matemático, estético, político, ético, patriótico, histórico, religioso y de otros aspectos, de manera que el conocimiento es un reflejo parcializado del objeto, que puede ser siempre enriquecido en procesos sucesivos de acercamiento a él, en la actividad práctica.

Asumiendo el criterio de Radford (2000), esta manera de distinguir la relación objeto–sujeto en una transferencia a objeto de conocimiento–sujeto, permite tener en cuenta otros de sus aspectos, cuando se ha de reconocer ‘qué percibe el individuo de la ciencia y su relación con el mundo real o no’, ‘cómo la transforma o ignora e implica en el mundo real’, y ‘qué experimenta con o sin ella para ese mundo’.

Cada objeto de conocimiento tiene significación social diferente en su contexto, con lo cual se supone la necesidad de que sea analizado, caracterizado, identificado y valorado. Como fenómeno posee, además del contenido que lo caracteriza e identifica, los contenidos que se manifiestan en otros aspectos: el de una ciencia determinada, el de su valor y significado, y a qué necesidad práctica conlleva.

El objeto matemático como objeto de conocimiento, mantiene un dialogismo entre dos contextos: el social y cotidiano, y el de la matemática. Castellanos, B. y otros (2005 pág. 26) aseveran que cualquier objeto de conocimiento manifiesta el vínculo dialéctico entre dos saberes, el común y el científico, continuidad y ruptura, que como camino empírico–espontáneo, conduce a la adquisición de experiencias y datos dispersos inacabados o unilaterales, efectivos solamente en determinadas situaciones.

La posibilidad de operar con la realidad para transformarla resulta limitada si no se involucran estructuras y procesos cognitivos más complejos y obtener resultados cualitativamente superiores que corresponden al conocimiento científico. Lo anterior evidencia la constante retroalimentación ciencia–sociedad y, en el caso

de la enseñanza, la movilidad de los objetos matemáticos produce intercambio y renovación en la institución escolar, siempre que la asignatura se nutra de esos cambios e inserte en las prácticas sociales.

Según Díaz Godino y otros (2006), Chevallard entiende por objeto matemático aquel emergente de un sistema de prácticas en el cual son manipulados objetos materiales que se desglosan en diferentes registros semióticos, al distinguir entre el dominio personal y de lo institucional. Teorización que parte de explicar los objetos matemáticos en tres aspectos de la matemática: como actividad socialmente compartida en las situaciones prácticas; como lenguaje simbólico; y como sistema conceptual lógicamente organizado. Esos objetos median, se presentan como entes abstractos que emergen del sistema de prácticas socialmente compartidas ligadas a la resolución de ciertos campos de esa ciencia.

Pero esos autores creen necesario, con razón, destacar las prácticas y los objetos que intervienen en ellas, y los que emergen de las mismas, así como las relaciones a estos objetos que están organizados en torno a una finalidad. Según citan a Morin, la emergencia significa que los productos globales de las actividades que forman un sistema, disponen de cualidades propias, las cuales retroalimentan las actividades mismas del sistema del que vuelven a ser inseparables.

El objeto matemático se identifica con las prácticas sociales y personales para pasar a la práctica institucional, personal y social nuevamente. No obstante, arrastra los significados a esos mismos niveles. Al mismo tiempo, reconocido el objeto matemático en muchas prácticas sociales y, por ende, personales, tiene también un significado a nivel institucional. En un sentido más amplio, los **objetos matemáticos** son **aquellos que reúnen un conocimiento cotidiano relacionado con las prácticas personales y sociales de la matemática, así como el conocimiento de las prácticas producto del desarrollo de esa ciencia y sus correspondientes significados en ambos contextos.**

Paralelamente, los objetos de conocimiento extramatemáticos, también se contextualizan en la vida cotidiana y en otra ciencia, pero no en la matemática.

No obstante, en el contexto de los fundamentos filosóficos que se han expuesto, con la visión dialéctica de la relación de la actividad del sujeto con la práctica y los aspectos que intervienen en la formación de su personalidad, los objetos extramatemáticos pueden constituir puentes de significación. Así, el sentido personal permite el paso hacia otros conocimientos, lo cual no se produce de la misma forma para todos los individuos, ya que en cada uno de ellos se encuentra un componente diferente de significados, y una

particular interacción con él en la actividad práctica.

Atendiendo a lo anterior, los **objetos de aplicabilidad matemática**, son objetos de particulares requisitos:

- 1) Reúnen un conocimiento cotidiano relacionado con prácticas personales y sociales, así como de las prácticas producto del desarrollo de otra ciencia, y sus correspondientes significados en ambos contextos.
- 2) Son portadores de objetos matemáticos.
- 3) Tienen significación positiva para el sujeto y los grupos sociales de referencia.
- 4) Manifiestan situaciones prácticas relacionadas con necesidades en el contexto sociocultural y científico.

Al denominar objeto de aplicabilidad matemática a un particular objeto extramatemático, se personaliza su significado y se contextualiza su uso, lo cual implica un cambio cualitativo que lo coloca en un estadio superior. Se le atribuye un carácter diferente, al imponer condiciones adicionales a las de ser portador de objetos matemáticos, o sea, la significación positiva para el sujeto, y que en él se evidencie una situación práctica relacionada con necesidades sociales.

En la actividad para la aplicabilidad matemática, se establecen conscientemente las relaciones sujeto–objeto de aplicabilidad–objeto matemático. Esa interacción resulta ser transición de un objeto a otro, de acuerdo con las necesidades del sujeto, al acentuar ésas sus significados, tanto en la vida cotidiana, como en el sistema de relaciones conceptuales de la matemática, la confrontación con otros sujetos y con la práctica. Esos nexos se representan en la figura 1.

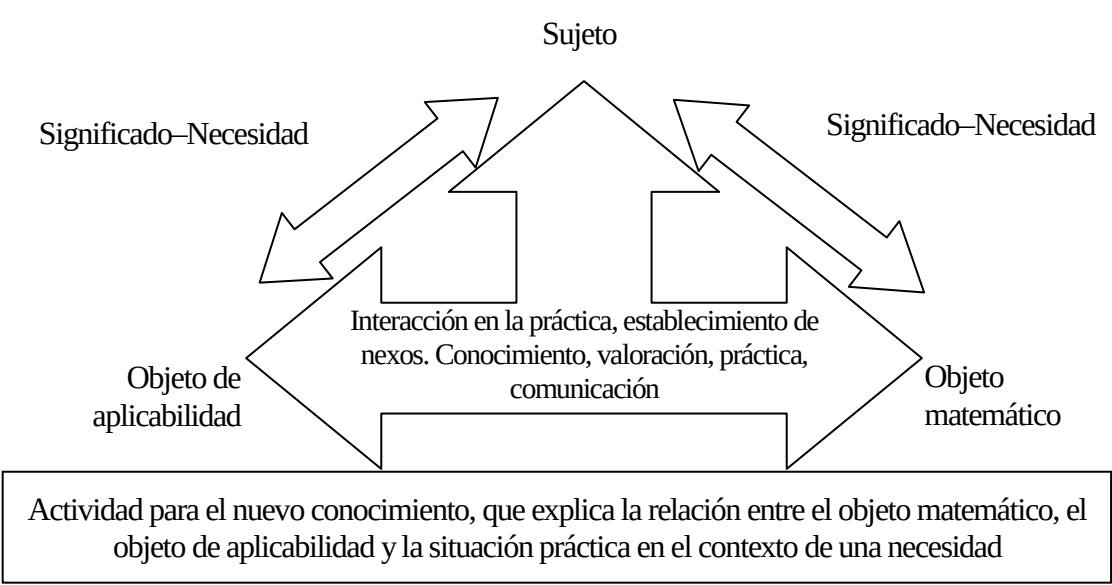


Figura 1. Nexos entre el sujeto y los objetos en la aplicabilidad matemática

Pueden distinguirse entonces dos planos de la actividad del sujeto para la aplicabilidad matemática:

El **plano interno**, en el cual se incluyen la significación personal, lo cognitivo, lo afectivo y los intereses

personales, en el establecimiento de nexos entre el objeto de aplicabilidad y el objeto matemático.

El **plano externo**, en el cual se incluyen la necesidad colectiva, la significación social de la situación práctica, así como el impacto de la solución y la comunicación del proceso.

Los rasgos de la actividad cognoscitiva, práctica, valorativa y comunicativa se distinguen específicamente en la **aplicabilidad matemática** de manera que definen su contenido:

- La **valoración** del objeto de aplicabilidad y de la necesidad individual o social de resolver una situación práctica en un contexto histórico–social determinado.
- El **conocimiento** del objeto matemático relacionado con la situación práctica presente en el objeto de aplicabilidad, que permite describir, predecir, prescribir o transformar la situación práctica de acuerdo con la necesidad social.
- La **comunicación** mediante la formalización matemática que permite la expresión de los resultados del proceso en lenguaje común, al describir, predecir, prescribir o transformar la situación práctica de acuerdo con la necesidad social, en la relación sujeto–sujeto y la socialización de resultados.
- La **práctica** cuando se produce la confrontación en la realidad, de la necesidad y de los resultados obtenidos, se produce el cambio en la situación práctica de acuerdo con la necesidad.

La aplicabilidad matemática se produce en la actividad práctica cognoscitiva que tiene como fin la descripción, predicción, prescripción y transformación de los objetos extramatemáticos mediante la matemática. El papel de la valoración por los sujetos de los objetos implicados es la esencia para que se reconozca que la matemática es aplicable. Se pone en evidencia la función social del sistema de conocimientos de la matemática, al modificar la visión del mundo real, y enriquecer la imaginación y cultura de los hombres.

Resumen del capítulo I

En el modelo de escuela primaria cubana se evidencia la importancia de las relaciones entre las asignaturas, la naturaleza y el entorno social de los escolares, lo cual se viabiliza con el enfoque del aprendizaje desarrollador en la actividad del escolar conducida por el maestro. Las peculiaridades de los escolares del segundo ciclo, permiten de manera particular que en la actividad docente se aborde un contenido que favorezca la integración de lo afectivo y lo cognitivo, como vía fundamental para adquirir los conocimientos,

el desarrollo de habilidades y la formación de valores.

El análisis de la teoría mostró que el tratamiento de la aplicabilidad de la Matemática no responde completamente a las expectativas de la enseñanza. La didáctica que aborda las relaciones de la Matemática con la vida se concentra en la resolución de problemas y su formulación, aspectos de suma importancia, pero no se aborda en los estudios consultados, la naturaleza e importancia de las situaciones prácticas, para garantizar que denoten verdaderas necesidades sociales y significado para los escolares.

En las relaciones entre la Matemática escolar y los objetos del mundo pueden considerarse la descripción de esos fenómenos y procesos, distinguir en ellos los contenidos de la asignatura y descubrir la veracidad de sus conceptos y propiedades. La resolución de problemas y la utilización de modelos son aspectos de esas relaciones, así como el complejo proceso de modelación matemática.

Las necesidades expresan la dependencia del sujeto en relación con el mundo, al reunirse en la actividad práctica transformadora conocimiento, valoración y comunicación. Particularmente, debe pensarse en la actividad en el proceso de enseñanza–aprendizaje, como vehículo análogo para el ajuste adecuado de la aplicabilidad matemática, mediante tareas que revelen su contenido cognoscitivo, valorativo, comunicativo y práctico, y la selección de objetos de aplicabilidad

.

CAPÍTULO II

MODELO DIDÁCTICO PARA LA APLICABILIDAD MATEMÁTICA

Las cualidades morales suben de precio cuando están realizadas por las cualidades inteligentes.
*José Martí*¹⁶

¹⁶ MARTÍ, J. Juicios: Educación popular. *Obras Completas*. 2ª. La Habana : Ciencias Sociales, 1975b, Vol. XIX, pág. 375.

CAPÍTULO II. MODELO DIDÁCTICO PARA LA APLICABILIDAD MATEMÁTICA

En el presente capítulo se caracteriza la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje de la asignatura en el segundo ciclo de la Educación Primaria. En consecuencia, se presentan consideraciones didácticas y premisas que fundamentan los componentes y relaciones que constituyen la construcción teórico–formal del modelo didáctico para la aplicabilidad matemática.

II.1. Caracterización de la aplicabilidad matemática en el segundo ciclo de la Educación Primaria

Luego de la primera aproximación al problema científico desde la práctica, los antecedentes y el análisis teórico de esta temática, se procedió a la aplicación de instrumentos, métodos y técnicas en el nivel de conocimiento empírico, para constatar cómo se desarrolla la aplicabilidad matemática en el sexto grado de la Educación Primaria.

II.1.1 Análisis de resultados de la aplicación del cuestionario a docentes–cursistas

El cuestionario presentado en el anexo 1 fue aplicado en la primera etapa de la investigación con el objetivo de determinar el estado de conocimiento y criterios de los maestros acerca de la manera en que se realizan y planifican los ejercicios que posibilitan la aplicabilidad en la asignatura Matemática.

Al aplicar el instrumento se consideró como población a los 267 docentes–cursistas de los siete grupos de la Mención en Educación Primaria del municipio Cienfuegos. Se calculó el tamaño de muestra, mediante la fórmula con ese fin, que dio por resultado un mínimo de 71 docentes, al asumir una confiabilidad del 95%. La muestra constituye el 26,59% de la población, por lo cual se verificó un sondeo exhaustivo, al resultar el séptuplo de la muestra, mayor que la población de referencia.

Se realizó una elección aleatoria con la proporción de 0,2659. Se agruparon unidades de muestreo homogéneas entre sí en siete estratos, con el objetivo de mejorar la precisión en las estimaciones globales (GARCÍA FERRANDO, 2004 págs. 143,146; AYES, 2008 pág. 43). El anexo 2 presenta el proceso para determinar la muestra representativa y el procesamiento estadístico de los datos.

Mediante el pilotaje del cuestionario, ensayado con el 10% de los docentes de la muestra (siete docentes) se decidió indicar la definición de cada uno de los tipos de ejercicios, según estimaron los encuestados.

La media de los años de experiencia en la Educación Primaria resultó de 19,07 años; y de 14,00 años, en el

ciclo en que trabajaban en el momento de la aplicación del instrumento (Mayo de 2007). El 57,7% de los docentes encuestados trabaja en el segundo ciclo, de ellos el 29,6% en quinto, y el 28,2% en sexto grado.

Según el diseño estadístico 1 presentado en el propio anexo, se realizó la prueba W de Kendall para determinar la concordancia de los criterios de ordenamiento con ligaduras, otorgados en la realización de cada tipo de ejercicios, su grado de dificultad para planificarlos, y los aspectos priorizados al planificar y realizar actividades con ejercicios de aplicación. Se solicitó asignar prioridades a todas las categorías de las variables, de la primera a la cuarta o a la quinta, según el caso. Se interpretó el coeficiente de concordancia, como medida del acuerdo entre los emisores de criterios. Para cada variable, se calculó la suma de rangos. La prueba W de Kendall varía de 0 (sin acuerdo) a 1 (acuerdo completo).

Al señalar en una escala de 1 a 4, cada docente asignó la prioridad a los diferentes tipos de ejercicios que planifica para los escolares. Se obtuvo un alto coeficiente de concordancia de 0,896, verificándose que el valor de la significación asintótica es $0,000 \leq 0,05$ (menor que el valor de α asumido). La diferencia de los rangos permitió constatar que los ejercicios más realizados son los formales, seguidos de los ejercicios con texto matemático, los problemas y por último, los de aplicación. Esto se corresponde con el criterio que aparece en los libros de texto y con las proporciones encontradas en los instrumentos que fundamentan el problema de investigación.

En el ordenamiento de los tipos de ejercicios mencionados, pero por las dificultades que entrañan al planificarlos, se encontró también una alta concordancia del 0,791 también con la significación asumida. La diferencia de rangos indica que los ejercicios de aplicación a la práctica resultan de mayor dificultad para ser planificados. Esto permite inferir que el propio hecho de que no aparezcan los ejercicios de aplicación en los libros de texto y en otros materiales, incide en que no se planifiquen frecuentemente; también inciden los conocimientos para hacerlo en un 54,9%, aunque es superior la incidencia de la falta de tiempo (94,4%) y del acceso a la información (83,1%).

En las tablas de frecuencias se observa que el 100% de los maestros que respondieron al cuestionario, conoce procedimientos para los ejercicios formales, los ejercicios con texto y los problemas. Sin embargo, informan que no es así en el caso de los ejercicios de aplicación a la práctica solamente 12 maestros (16,9% del total), conocen procedimientos para ese fin; ubican como fuentes de obtención de los conocimientos

sobre los procedimientos didácticos las Orientaciones Metodológicas, el Proyecto ARPA¹⁷, y diferentes textos acerca de la resolución de problemas (CAMPISTROUS, y otros, 1996; 2001; DÍAZ GONZÁLEZ, 2004); los materiales sobre la instrumentación de los ajustes curriculares y el Cuaderno complementario (SUÁREZ, y otros, 2005a; 2005b); el folletos Para ti Maestro, libros de texto de la asignatura, software educativos y la Televisión Educativa.

En los ordenamientos de los aspectos priorizados para realizar actividades con ejercicios de aplicación se obtuvieron, concordancias más bajas, aunque todas significativas, según puede observarse en el anexo mencionado. Los maestros declaran que para planificar ejercicios de aplicación y pensar en los escolares, priorizan el diagnóstico y los intereses con un coeficiente significativo de 0,726. Al analizar el programa priorizan los objetivos y contenidos con una concordancia de 0,647. En cuanto a los aspectos referidos a las formas organizativas y de trabajo de los escolares, los maestros prefieren la clase y el trabajo independiente, con el bajo coeficiente de concordancia de 0,416. Lo anterior se atribuye a que esos aspectos son menos desdeñados por el papel relativo que juegan las diferentes formas organizativas y de trabajo de los escolares, al planificar el proceso de enseñanza aprendizaje.

En el caso de los temas que prefieren abordarse hay un acuerdo de 0,687 de los específicos de la matemática y de los programas transversales, quedando en tercer lugar los temas locales. Una diferencia de rangos muy baja (1,52), muestra que los conocimientos matemáticos es el aspecto de más alta prioridad. No se destacan mucho las diferencias de rangos del resto de los indicadores. Como evidencia la gráfica de barras horizontales del anexo 2, el 100% de los docentes declaran que tienen necesidades de información acerca del tema local de paisaje urbano y de los elementos que permiten su vinculación a los dominios de contenido de la asignatura; declaran en segundo orden la necesidad de disponer de tiempo, además de conocer ejemplos sobre el trabajo con la comunidad y los materiales.

Afirman 54 (el 76,1%), que pueden reconocerse figuras geométricas en edificio relevantes; 19, o sea, el 26,7% reconocieron que pueden hacerse tablas y gráficos con datos que provengan de situaciones que se relacionen con este tema, pero que no son accesibles. Ninguno de ellos mencionó la posibilidad de vínculo con el plano de la ciudad, ni con los usos del suelo.

¹⁷ Aprendiendo a Resolver Problemas Aritméticos.

II.1.2 Análisis de materiales docentes de Matemática en el segundo ciclo de la Educación Primaria

Al determinar la disponibilidad y características de los ejercicios para el sexto grado en los materiales docentes, se observaron dos aspectos de los ejercicios relacionados con la práctica: a) los factores contextuales que se asocian a la cultura en el aula y fuera del aula; b) los factores textuales relacionados con la naturaleza estereotipada de los ejercicios en su concepción sistémica, es decir, si son formales, con texto matemático o con texto matemático aplicado a la práctica. En el caso de los ejercicios del SECE, se consideraron los niveles de desempeño cognitivo. Se evaluaron las variables nominales dicotómicas siguientes: 1) tipos de ejercicios; 2) contenido matemático; 3) contenido real del factor contextual (situación práctica que presentan); y 4) contenido de valor del factor contextual (posibilidad de realizar valoraciones).

Se utilizaron las fuentes de información: libros de texto del segundo ciclo (RIZO, y otros, 1996; 2002); cuaderno complementario (SUÁREZ, y otros, 2005b); folleto del SECE Para ti Maestro (BERNABÉU, 2005); y ejercicios de varias teleclases. En el anexo 3 se detallan los resultados del procesamiento estadístico de los datos obtenidos al clasificar los ejercicios en cada material docente.

Como se evidencia en la primera distribución que se presenta en el anexo, los ejercicios formales y los ejercicios con texto matemático acumulan un 67,4%, en los libros de texto y cuaderno; los ejercicios con texto matemático de aplicación a la práctica constituyen el 32,5% del total. Representan con distribución balanceada, el 41,5% de los 106 ejercicios encontrados en el folleto Para ti Maestro.

El 33,2% de los 1552 ejercicios de todos los materiales disponibles, son relacionados con la práctica, lo cual es una cantidad suficiente. No obstante, de acuerdo con los contenidos matemáticos, es insuficiente su cantidad. Precisamente, en contenidos de fundamental relación con la vida cotidiana, como la Geometría, que sólo alcanzan en ella el 4,5%, y el Cálculo variacional, que constituye solamente un 0,6% del total de los presentados en los materiales. Lo anterior es contradictorio ya que la Geometría tiene una gran cantidad de aplicaciones a problemas de la vida cotidiana. Sin embargo, no es el caso del dominio 'Tratamiento de la información', contenido que presenta solamente dos ejercicios formales.

La incidencia entre el contenido real y el contenido de valor en el comportamiento de los factores contextuales es alta (el 42,9%). Sin embargo, hay una prevalencia de 97 ejercicios (18,8%) que carecen de los dos contenidos, y el 38,2% carecen de uno o de otro.

De la misma manera el análisis de los ejercicios del folleto Para ti Maestro (BERNABÉU, 2005) reveló,

como indican las tablas de contingencia en el mismo anexo 3, que hay un 39,6% de ejercicios de aplicación a la práctica y problemas, porcentaje elevado en comparación con los materiales analizados anteriormente. Se repite la situación de la Geometría y el Análisis variacional, ya que solamente se presentan uno y dos ejercicios respectivamente. Respecto a los niveles de desempeño cognitivo la parición de este tipo de ejercicios es normal. El 32,1% son del segundo y tercer nivel. No obstante, en estos no se distinguen los demás niveles en sistema. Existen pocas posibilidades de realizar valoraciones contextualizadas.

Teniendo en cuenta el mismo indicador, o sea, los factores contextuales con contenidos reales y contenidos de valor, se analizaron algunos de los ejercicios y problemas que se presentan en programas de la televisión educativa dirigidos a la enseñanza–aprendizaje de la Matemática (TELEVISIÓN CUBANA. CANAL EDUCATIVO, 2008), manifestando la dificultad de su carencia o falta de coincidencia, ya que en algunos casos puntuales presentan situaciones forzadas por el esquema cognitivo de la tarea docente o problema. Los temas más cercanos a los escolares no se abordan en ese medio, dado el alcance masivo de las teleclases.

Los resultados de la caracterización del proceso de enseñanza–aprendizaje de la matemática en el sexto grado, permitieron distinguir carencias y contradicciones, que comprometen la aplicabilidad de la matemática. Ésas se manifiestan en las actividades y los ejercicios de aplicación que se conciben para favorecer la visión de la utilidad práctica de la asignatura:

1. En el modelo de escuela primaria cubana se asume la importancia de la vinculación de las asignaturas con el entorno social y cultural de los escolares, lo cual no se sistematiza en la práctica, ya que son preponderantes los temas generales que se presentan en planes de clases y en los materiales.
2. Los maestros reconocen la relevancia de la vinculación con temas socioculturales y del entorno de los escolares, pero no los abordan frecuente y adecuadamente por falta de tiempo, información, conocimiento de procedimientos y una didáctica con ese fin.
3. Los materiales docentes y teleclases presentan suficiente cantidad de ejercicios relacionados con la práctica. Persisten algunas contradicciones entre los aspectos textuales y contextuales, ya que en ocasiones se expresan situaciones forzadas por la esquematización didáctica del contenido y la necesidad de reforzar ciertas variantes de la ejercitación. Eso implica profundizar en la búsqueda de ejercicios que aborden temas con objetos y fenómenos de significación socialmente positiva y sentido personal del su entorno de los escolares, que promuevan sus valoraciones.

II.2 Consideraciones didácticas para la aplicabilidad matemática

Chevallard (1998) ha llamado proceso de transposición didáctica y explica que se produce un cambio en el saber objeto de estudio, cuando es transformado con fines didácticos; establece las diferencias entre el ‘saber matemático’ y el ‘saber a enseñar’ o el ‘saber escolar’. Destaca en la transposición la influencia del contexto, pero no distingue así la determinación de un modelo pedagógico como sustento fundamental.

De acuerdo con lo anterior, la actividad docente es el contexto ideal, como categoría didáctica para desarrollar la aplicabilidad en el proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática, al considerar un conjunto de exigencias y modos o procedimientos de la acción en la solución de las tareas al respecto, pero esa adecuación debe sustentarse, en este caso, en las condiciones del modelo de escuela primaria y en premisas determinadas en correspondencia con él.

Freudenthal reemplazó el famoso principio de la didáctica de Comenius de que ‘la mejor manera de enseñar una actividad es mostrarla’, por su propio principio: “(...) La mejor manera de aprender una actividad es realizarla (...)” (D’AMBROSIO, 2006).

La teoría sobre la actividad docente se aborda en tratados de psicología, pedagogía y de didáctica general (CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 1984; DAVIDOV, 1987; LOMPSCHER, 1987; MARKOVA, 1987; ÁLVAREZ DE ZAYAS, 1999; SILVESTRE, 2002b; FERNÁNDEZ DÍAZ, y otros, 2004). Se presenta polisémicamente como actividad de estudio, de enseñanza, de aprendizaje o bilateralmente como de enseñanza–aprendizaje.

Los investigadores del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas en Cuba, la consideran como “(...) la actividad cognoscitiva de los escolares, dirigida mediante el proceso de enseñanza de la escuela (...)” (CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 1984 pág. 200).

Se asume la actividad docente como la expresión concreta de la comunicación, en la cual el contenido, como cultura, como rama del saber, adquiere significación y sentido social, al transformarse en objetivo mediante el método de enseñanza (ÁLVAREZ DE ZAYAS, 1999 págs. 45,58), por resultar una definición que destaca la importancia del contexto sociocultural y se identifica como aspecto del método, a tenor del criterio de Klingberg (1978 pág. 108) y Gómez Álvarez y Rivera (2002 págs. 61-62).

Su relación directa con el método, hace que en su estructura esté presente la actividad del maestro, al intervenir multilateralmente en la dirección de acciones, operaciones y procedimientos de enseñanza, luego

de concebir las tareas, junto con los medios a emplear y materiales docentes; el sujeto principal a quien va dirigida, el escolar, ejecuta la secuencia de procedimientos de aprendizaje, o sea, sus acciones y operaciones en combinación con sus características individuales y sociales, se interrelacionen con su medio, para el desarrollo de sus personalidades, evidenciado en los distintos niveles de madurez al realizar la actividad (DAVIDOV, 1987 pág. 10; MARKOVA, 1987 pág. 28).

Al asumir lo anterior, debe aclararse que no solamente puede reducirse el proceso a la clase, sino también fuera de ella. En ambos casos es imprescindible el accionar del maestro para lograr que los alumnos puedan asimilar los conocimientos, desarrollar hábitos y habilidades, y ejecutar procedimientos que les permitan desarrollar tareas cognoscitivas. Se orienta en la escuela, institución encargada de su organización y dirección; su contenido está determinado por la política educacional, presente en los planes de estudios y programas para cada uno de los niveles y ciclos de los subsistemas de educación.

La actividad con fines instructivo-educativos posee la misma estructura que determina su consecución en la base psicológica: la relación motivo-objetivo-condiciones, correspondiente en el plano didáctico, a la tríada contenido-método-normas. Al interpretarse didácticamente, esos elementos se manifiestan, mediante los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje, la relación sujeto-objeto y entre sujetos, en sus roles externo e interno: maestro-escolares-objeto de conocimiento; relación que depende de condiciones existentes, creadas en el espacio donde se produce.

Autores como Lompscher (1987 pág. 41) y, Fernández Díaz y otros (2004 pág. 198), destacan la organización de las condiciones necesarias y suficientes para el desarrollo del proceso de apropiación y dominio de contenidos de enseñanza y aprendizaje, y el desarrollo de acciones de aprendizaje, con carácter contextualizado, al pensar en la ampliación de la zona de desarrollo próximo.

Davídov (2003 págs. 211,212,213) la denomina actividad de estudio, pero coincide con los autores mencionados en su descripción. Destaca su carácter desarrollador, y la identifica como actividad rectora en la edad escolar, por tener como contenido los conocimientos teóricos.

En la actividad se distingue también la reflexión, rasgo fundamental del pensamiento teórico. Considerada como la habilidad mediante la cual el sujeto analiza y relaciona sus propios procedimientos de actividad con la situación objetual (ZAJAROVA, y otros, 1987 pág. 158). Es decir, en la actividad docente, el pensamiento de los escolares transita de lo abstracto a lo concreto, por medio de abstracciones,

generalizaciones sustanciales y conceptos teóricos.

La actividad docente se despliega mediante esos procedimientos, las acciones y su relación con las situaciones inherentes a la creación y transformación de objetos reales, por lo cual, el procedimiento de su obtención se reproduce en los escolares, en estrecha alianza con la formación de acciones que constituyen su base (DAVÍDOV, 2003 págs. 216-223; FERNÁNDEZ DÍAZ, y otros, 2004 pág. 198). Lo anterior determina la importancia de especificar en la actividad docente sus componentes estructurales, declarados por los autores consultados pero en sistemas conceptuales de estructuración no comunes:

Necesidades, motivos, tareas, acciones–operaciones. La necesidad de la actividad estimula la asimilación de conocimientos; los motivos estimulan la realización de procedimientos, mediante acciones; con las tareas, como unidad del objetivo en la acción, se establecen las condiciones para alcanzarlo; con la especificidad de las tareas, se particularizan los procedimientos acciones–operaciones para transformar los datos objetuales.

Dinámica de interacción de los componentes internos y externos. La finalidad del estudio puede convertirse en motivo, y la acción puede transformarse en operación, en el plano interno; en el externo se recurre a los modelos como formas de pensamiento y procedimientos generalizados de la acción, cuando el maestro orienta, guía y controla la acción; el escolar ejecuta y autocontrola su acción.

Con la actividad docente los escolares primarios se apropian de la experiencia histórico–social de la cultura, material y espiritual, acumulada por generaciones anteriores; se reproduce la estructura de cualquier actividad humana, o sea, los aspectos motivacional, de orientación, ejecución y control, y de evaluación.

Al referirse a ella Rico Montero (2002 pág. 5) expresa que, en la medida en que su realización sea correcta, tiene un carácter especial para los escolares, pues el producto que obtenido en el desarrollo de los procesos psíquicos y cualidades de la personalidad será superior. Además, constituye la actividad principal de los escolares, pues a diferencia de otras, la asimilación de conocimientos científicos y el desarrollo de habilidades, constituyen su objetivo fundamental y el resultado de la propia actividad; determina cambios que se producen en el propio sujeto, cambios en el desarrollo de procesos cognoscitivos, y en la formación de cualidades positivas de su personalidad.

Como pudo constarse en la caracterización del proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática respecto a su aplicabilidad, existe la necesidad de la presencia de procedimientos específicos al modelar didácticamente una actividad docente con ese fin.

En la Didáctica General y en la Didáctica de la Matemática, se ha considerado que la aplicación consiste en una ilustración de la teoría, o en el papel que juegan determinados conocimientos en nuevas situaciones; otros la analizan en el contexto de las habilidades y capacidades. Rizo y otros (2001 pág. 15), plantean que comprender no significa asimilar; sino que en la asimilación de los conocimientos siempre se produce el proceso de su aplicación en forma de habilidades, según citan Talízina¹⁸, afirma que aprovechar los datos, conocimientos o conceptos que se tienen, operar con ellos para dilucidar las propiedades sustanciales de las cosas y la resolución exitosa de determinadas tareas teóricas o prácticas.

Para Jungk (1989 pág. 109) la capacidad de aplicar conocimientos y habilidades matemáticas en la solución de problemas prácticos y la solución de ejercicios de aplicación, desarrolla en los escolares la amplia posibilidad de aplicación de la asignatura, al reconocer que con esos conceptos y procedimientos, pueden ser resueltas situaciones muy diversas de diferentes ámbitos de la vida real.

Klingberg (1978 págs. 373,381-383) afirma que la aplicación de la teoría a la práctica: 1º) Representa el puente hacia la próxima práctica profesional; 2º) Desarrolla las capacidades que deben posibilitar al escolar el poder aprovechar sus conocimientos en el trabajo, según el principio de la unidad entre la teoría y la práctica; 3º) Tiene como función didáctica más importante el desarrollo de la capacidad para trabajar libremente con los conocimientos y capacidades adquiridos; 4º) Reafirma la toma de conciencia de los conocimientos; 5º) Se caracteriza porque los conocimientos y las capacidades tienen que actualizarse y transformarse en nuevas relaciones o situaciones; los conocimientos para ella deben ser manejados independientemente; 6º) Es mediación entre teoría y práctica.

A la aplicación se le atribuye, en general, un gran papel en la enseñanza politécnica, y de las ciencias naturales y exactas. Las aplicaciones teóricas en nuevas circunstancias, motivan a comprobar y aplicar conocimientos y capacidades directamente en la práctica, e impulsan a conocer otras teorías.

Sin embargo, a pesar de que siempre ha existido la necesidad de establecer relaciones directas de la teoría con la práctica, se han establecido tradicionalmente aplicaciones indirectas en las clases de Matemática: 1) cuando se propician sólo ejemplos en los cuales predomina la abstracción de esos aspectos prácticos; al crear situaciones ficticias, en contextos desconocidos y con los cuales los escolares están poco familiarizados, lo cual le imprime un tono de duda e incredulidad; y, 2) cuando no se aprovechan los significados y sentidos

¹⁸ TALÍZINA, N. *Conferencias sobre fundamentos de la Educación Superior*. Universidad de La Habana, 1985. [Texto referido por Rizo y otros (2001)]

que median en las valoraciones de los objetos, al no destacar el valor de los conocimientos matemáticos en la interpretación de los fenómenos naturales y sociales.

El éxito y la calidad de la aplicación de los conocimientos dependen fundamentalmente de la ‘calidad de la actividad docente’, al conducir conscientemente a los escolares hacia verdaderas aplicaciones.

Klingberg (1978 pág. 383) alertó con claridad: “(...) Algunos maestros abrigan la ilusión de que los conocimientos atraen de una forma más o menos automática a las capacidades. Pero la posesión de los conocimientos, dista mucho de significar que se disponga también de la capacidad para aplicarlos. En el proceso (...) se pueden diferenciar dos eslabones, ‘la evolución de las ideas de lo intuitivo a lo abstracto y la evolución de las ideas de lo abstracto a la práctica’. Se puede hablar de un ‘completo proceso de enseñanza’ cuando ambos eslabones están totalmente desarrollados y fuertemente unidos. *El paso de los conocimientos teóricos a su aplicación, requiere análisis didácticos especiales y, metódicamente hay que dirigirlos, con el mismo cuidado que el proceso de formación de las ideas y conceptos (...)*”¹⁹

Razones, para acceder a una didáctica de la actividad con el fin del desarrollo de la aplicabilidad matemática, con procedimientos específicos, complementos del método que la estructuren, dentro del sistema de componentes del proceso de enseñanza–aprendizaje. De manera que se exponen a continuación los criterios asumidos para la construcción del modelo, sobre la base de una determinada concepción de **proceso de enseñanza–aprendizaje** y de los **componentes** que estructuran el modelo.

Concebir la enseñanza–aprendizaje como proceso significa considerarlo como sucesión de estados de un objeto “(...) cuando todo objeto, natural o social, puede estudiarse por la situación de sus características, cualidades y propiedades en un momento determinado (...)” (LÓPEZ PALACIO, 2002 pág. 121).

Se asume el proceso de **enseñanza–aprendizaje desarrollador** como la vía mediatizadora esencial para la apropiación de la cultura, o sea, conocimientos, habilidades, normas de relación emocional, de comportamiento y valores, legados por la humanidad, que se expresan en el contenido de la enseñanza, bajo condiciones de orientación e interacción social. Hacer suya esa cultura requiere de un proceso activo, reflexivo, regulado, mediante el cual aprende, de forma gradual, acerca de los objetos, procedimientos, las formas de actuar, las formas de interacción social, de pensar, del contexto histórico social en el que se desarrolla y de cuyo proceso dependerá su propio desarrollo (ZILBERSTEIN, 2002a pág. 16; RICO

¹⁹ El énfasis es de la autora.

MONTERO, y otros, 2008 pág. 6; 2009 pág. 8).

El **objetivo** es la categoría que jerarquiza la actividad. De acuerdo con los logros que se planteen en la enseñanza (RICO MONTERO, y otros, 2008 pág. 26) se considerarán los que pueden derivarse en objetivos específicos del programa de Matemática del grado, en sexto grado, de unos de los objetivos del nivel, fundamental para este fin: **‘aplicar conocimientos y habilidades intelectuales, mediante los cuales puedan valorar, conocer e interpretar componentes de la naturaleza, de las relaciones que entre ellos existen, así como de la sociedad y de sí mismo, en vínculo estrecho con su vida cotidiana’.**

El **contenido**, asumido según Klingberg (1978 pág. 275), como la materia de enseñanza presente en el plan o programa, seleccionada y dispuesta, al atender lo ideológico-filosófico, lógico y psicológico, en el sistema de referencia pedagógico, que en el presente caso es el modelo de escuela primaria.

Proenza y Leyva (2006 págs. 6-8) los presentan mediante dominios de contenido, temática específica incluida en la actividad, y los dominios cognitivos como los comportamientos esperados de los escolares al ocuparse del contenido, y expresar destrezas y habilidades cognitivas concretas; de forma que cada dominio de contenido se considera una categoría de análisis en correspondencia con los objetivos de evaluación específicos de cada grado: Numeración y Cálculo (calcular); Geometría (identificar figuras, movimientos y sus propiedades, y utilizarlas en problemas rutinarios, descomponer figuras); Magnitudes (Usar instrumentos con escalas, estimar las magnitudes, calcular áreas y perímetros, realizar mediciones y conversiones); Tratamiento de la información (leer, representar, comparar y organizar datos); Análisis variacional (identificar secuencias y patrones de formación).

Gómez Álvarez y Rivera (2002 págs. 61-62) coinciden con Klingberg (1978 págs. 108-110), al hacer notar que el **método** se constituye como aspecto de las categorías objetivo y contenido, y como el componente que estructura el proceso de enseñanza–aprendizaje, ya que se refiere, por una parte, a la enseñanza como actividad del maestro, y por otra, al aprendizaje como actividad del escolar, secuencia de procedimientos, acciones y operaciones; su estrecha relación con las categorías objetivo, contenido, medios y evaluación, se da mediante las condiciones en que se produce la actividad entre los sujetos involucrados, dadas por factores organizativos, el rendimiento de los escolares, su actitud, orden, disciplina, características individuales y sociales, y la calificación del maestro para comprender y transformar la situación didáctica positivamente.

Para las **formas organizativas** se tiene en cuenta el criterio de Álvarez de Zayas (1999 pág. 30), como la

configuración externa de organización del proceso que guarda la relación objetivo–contenido–método, de acuerdo con la ubicación espacio–temporal en la ejecución de la tarea docente, y a cómo se organicen los recursos humanos y materiales en la clase, como forma básica de organización de la enseñanza, en el aula o laboratorio de computación, el trabajo individual o en equipos, de acuerdo al método, y a la situación que presente las demandas de la tarea docente. Se acude también, a formas organizativas propuestas en la didáctica de la Geografía: las excursiones de aplicación, y la caminata docente, que se ajustan al considerar las relaciones con la comunidad (BARRAQUÉ, 1991 pág. 175; CUÉTARA, 2004 pág. 143).

El método se materializa en la actividad y mediante la relación con el **medio de enseñanza** como la forma de expresión de los objetos materiales (ÁLVAREZ DE ZAYAS, 1999 pág. 60) y el **material docente**. Puig (1995 págs. 281-283) declara que lo que define los materiales curriculares o docentes, es que son el último eslabón antes de la práctica escolar. El hecho de que establecen una mediación entre la teoría y la práctica educativa los sitúa como herramienta. Según refiere Ballesta (2003 pág. 26), Gimeno Sacristán los cataloga como: “(...) cualquier instrumento que pueda servir como recurso para el aprendizaje o el desarrollo de alguna función de la enseñanza (...) que proveen al educador de pautas y criterios para la toma de decisiones (...) en el proceso de enseñanza–aprendizaje (...)”.

Sin embargo, Puig (1995 pág. 287) afirma que según sea el diseño que se haga de ellos, pueden llegar a ser un recurso más en la renovación de la educación, y una ayuda importante para la educación moral.

Muchos de los materiales docentes deben ser concebidos por el propio maestro como ayuda e inspiración a su trabajo al llevar a la práctica sus experiencias (Materiales curriculares ¿para qué?, 1994 pág. 15). En Cuba el maestro tiene conciencia de que la utilización de un material inadecuado debe evitarse, independientemente de que la orientación para su uso permita un espacio de crítica y reflexión, en la medida en que estén en función o no de los objetivos formativos.

Por su permanencia, hay una escasa variedad en el tipo de materiales. La presencia del libro de texto como único material, tiene un sentido reduccionista. Si el docente toma una actitud fatalista ante los materiales existentes, no propicia la intervención, creación y modificación de la situación desfavorable, ante la realidad cambiante y condicionada por las transformaciones de la educación.

Tanto el material, como el medio, son eslabones del proceso de enseñanza–aprendizaje y se relacionan dialécticamente con las demás categorías, son inseparables del sistema objetivo–contenido–método–

evaluación, e incluidos forzosamente en la actividad. Están en función de la adquisición de conocimientos, desarrollo de habilidades y formación de valores. Permiten desarrollar la actividad con ese fin, pero los contenidos que se refieren a los valores, no están presentes en los materiales, muchas veces por su complejidad y, en ocasiones, por la falta de visión de las relaciones interdisciplinarias.

El trabajo con los valores requiere una selección adecuada del objeto de aplicabilidad, y el dominio por parte del docente para establecer esa vinculación. Los materiales deben posibilitar, tanto la ilustración, como la información y las alternativas de solución a problemas, o a las diversas percepciones que se tengan del objeto de aplicabilidad matemática.

Los especialistas del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas (CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 1984 pág. 201), distinguen la **tarea docente** en una de las etapas de la actividad, al ser planteada al escolar. Su carácter motivacional para el escolar se corresponde con la necesidad impuesta por las demandas del maestro, al presentar situaciones a los escolares que hacen necesaria la búsqueda de procedimientos generales y específicos para la solución de diferentes problemas.

Destacan Rico Montero y otros (2008 pág. 20) que en el proceso de enseñanza–aprendizaje se precisa de un cambio en la concepción y formulación de la tarea docente, porque en ella se concretan las acciones y operaciones a realizar por el alumno. Además, las tareas se conciben para ser realizadas por el escolar en clase y fuera de ésta, vinculadas con la búsqueda y adquisición de conocimientos y el desarrollo de habilidades. Según Silvestre, (2002b págs. 31-32) deben ser concebidas para establecer relaciones entre las diferentes acciones y operaciones que se promuevan, de forma variada, suficiente y diferenciada.

Majmutov (1983 pág. 127) y Davídov (2003 pág. 219) afirman que el problema se identifica muchas veces con la tarea, o con la pregunta, cuando realmente la pregunta, es la forma de expresión lingüística y simbólica. La tarea es una categoría de la didáctica, pero, según Labarrere (1988 pág. 1), no todas las tareas pueden ser consideradas como problemas, aunque se generaliza que las tareas constituyen problemas.

Sin embargo, un problema depende de la manera en que se presente a los escolares la situación, cuyos datos y exigencias no aparecen de manera formal y rutinaria, sino que se describe con una contradicción, y se resuelve con la utilización de los datos dispuestos o no. Mientras las tareas contendrán órdenes que servirán de guía para realizar la actividad; la orden podrá desencadenar procesos reproductivos o reflexivos, así como acciones dirigidas a la búsqueda de información, como en la estimulación al desarrollo intelectual, en la

formación de juicios y realización de valoraciones por el escolar.

La actividad, no está exenta de la tarea, elemento de ella, pero por abuso del lenguaje se hace ver la actividad como tarea misma. Así, es preferible deslindar en la tarea el aspecto potencial para la actividad, de su aspecto formal. La tarea docente potencia la actividad, la promueve, conjuga las categorías del proceso, y en ella se concretan las acciones, operaciones, procedimientos generales y específicos, se materializan todos esos imprescindibles en torno a ella. Formalmente se estructura en datos y exigencias, que de manera menos evidente, se presentan en una demanda implícita en una situación que entraña una necesidad social o personal, en el espacio escolar o no, de acuerdo con un tema; como franco planteamiento o pregunta, expresada en forma oral o verbal, aparecen las órdenes orientadoras de los procedimientos específicos o las acciones que son parte de ellos.

Díaz Godino y Llinares (2006 págs. 78,81-82,86), tienen en cuenta los llamados **patrones temáticos**, que constituyen relaciones de significado de un tema matemático; con ellos el maestro y los escolares construyen interactivamente relaciones entre significados matemáticos compartidos. La variedad de opciones para continuar el tema se restringe por las convenciones de interpretación específicas de la tarea a realizar. El tema matemático es el significado matemático dado a la tarea por parte de los escolares.

Tabla 1. Diferencia entre patrones temáticos para algunos contenidos de sexto grado

Patrones temáticos matemáticos	Patrones temáticos de aplicabilidad matemática
Se interpretan los signos como representaciones de signos matemáticos	Se interpretan los signos como representaciones de materiales concretos
Sólo significados matemáticos	Significados de valor y con sentido personal, además de los significados matemáticos
I: Representación gráfica	I: Inventario de inmuebles del Centro Histórico de Cienfuegos
Las representaciones se hacen mediante procesos algorítmicos y procedimientos para cada tipo de representación. El tema es la aplicación de procedimientos para la representaciones e interpretaciones	Se incluyen las representaciones algorítmicas y los procedimientos, pero el propósito es representar las relaciones cronológicas y las cantidades de edificios de un material constructivo u otro, sus funciones sociales o sus atributos patrimoniales. Comparan los estadios en las gráficas de barras. El tema es el inventario de los inmuebles del Centro Histórico de Cienfuegos y su significado social y personal para el escolar
II: Cálculo de proporciones	II: Armonía en la proporción de la fachada del Teatro Tomás Terry
Las proporciones que se pueden establecer con pares de magnitudes lineales. El tema es la aplicación de conceptos, definiciones, relaciones y reglas aritméticas para calcular proporciones entre magnitudes dadas	Se intenta hallar cuáles son las relaciones de razón de las magnitudes de la fachada del teatro. El tema es identificar las proporciones presentes en el edificio como característica de un estilo arquitectónico que responde al aspecto formal de su construcción, al mismo tiempo que pueden compararlo con otros y realizar valoraciones de ese elemento del paisaje urbano

En el ejemplo presentado en la tabla 1, el proceso de resolución empleado se infiere de la naturaleza de las interacciones producidas y puede ser diferente, inclusive en el mismo contenido.

Las hojas de trabajo forman parte de la estructura de la actividad desde la perspectiva de un aprendizaje desarrollador (RIONDA CABALLERO, y otros, 2007). Razón por la cual esos materiales docentes y otros más ilustrativos, se complementan, al permitir que el escolar sea parte activa de los procesos de comunicación e interacción entre ellos. De esa forma durante la observación del objeto de aplicabilidad para identificarlo y valorarlo, tiene un medio que se lo permita y otro en el cual pueden realizar las operaciones y acciones de acuerdo con las órdenes para propiciar una sólida conexión entre acciones prácticas e intelectuales y procedimientos que incluyen valoraciones.

Asumir una **evaluación** desarrolladora quiere decir atribuirle, además de su función reguladora, las instructiva y educativa, su sistematicidad y contextualidad. Concebirla en el proceso formativo al servicio de los valores, y permitir la transición por la heteroevaluación, coevaluación y autoevaluación (GONZÁLEZ SOCA, y otros, 2004 pág. 79). Partir de la observación la hace cualitativa al darse en el propio proceso de interacción maestro–escolar, mediante el control de los niveles de ayuda y de la ejecución de acciones, operaciones y los procedimientos inherentes a la actividad.

Para evaluar los resultados puede utilizarse la medición de elementos del conocimiento, niveles de desempeño cognitivo y de otras variables, expresadas numéricamente y a escala ordinal (GARCÍA FERRANDO, 2004 pág. 37; HERNÁNDEZ SAMPIERI, y otros, 2006 págs. 341-351). Los registros cuantitativos pueden mostrar los resultados para cada sujeto o grupo, transversal o longitudinalmente, lo cual permite descubrir cómo los escolares se agrupan o difieren entre sí en las actividades al describir el proceso mediante medidas de tendencia central y tablas de contingencia, así como la interpretación gráfica y el análisis de asociación. Como aparato instrumental corrobora la funcionalidad y eficacia en el desarrollo de los escolares, con fines investigativos.

Procedimientos específicos para la aplicabilidad matemática

Al fundamentar y caracterizar el campo en el objeto de investigación, se constató teórica y empíricamente la necesidad de precisar **procedimientos** para la aplicabilidad matemática.

Talízina (1988 págs. 204,210-211,222-224) ha demostrado la influencia positiva de la modelación de los procedimientos o modos generales de la actividad cognoscitiva, como objetos de especial asimilación y como objetos de dirección del profesor, al basarse en que los modos de pensamiento constituyen la actividad. De acuerdo con esa autora, al separar las acciones que componen los procedimientos, las

relaciones entre ellas, y elaborar sobre esta base una prescripción general, se asegura la aplicación del procedimiento dado a la solución de la tarea. Además, la modelación de procedimientos necesarios en una determinada actividad, ofrece la posibilidad de determinar, no sólo el volumen y el contenido de los conocimientos, sino también las exigencias que se presentan a su calidad.

Propone tipos de procedimientos de la actividad cognoscitiva según sus funciones: los lógicos, aplicables a todas las esferas en la cuales tienen lugar independientemente un fenómeno particular; y los específicos, servibles para su utilización sólo en la esfera dada. Por su contenido, los procedimientos pueden ser lógicos o específicos. En la formación de un procedimiento se pueden seguir dos vías: en un principio formar las acciones aisladas que lo componen, y luego se unen en una actividad única, cuyo orden de cumplimiento se determina por la prescripción; desde el principio el procedimiento se forma como un todo. Al mismo tiempo, la modelación de los procedimientos de la actividad permite descubrir las infracciones en la realización de la sucesión de acciones.

De esa manera los procedimientos para la aplicabilidad matemática, al igual que las acciones aisladas, deberán incluir en su composición determinados conocimientos que se forman previamente, como parte de otras acciones y métodos, o como parte de ese mismo procedimiento. Al estar relacionados con un número mayor de procedimientos de la actividad, se elevan las posibilidades de desarrollar conocimientos en los escolares.

Se trata entonces, de procedimientos específicos al decir de Talízina (1988 págs. 208,210,216), servibles en el caso para su utilización en la esfera dada, precisada como la aplicabilidad matemática, tipo formado de actividad, cuando el éxito de la tarea que ésta impone se toma, de hecho, por el testimonio de que los modos aplicados por los sujetos en esa actividad cognoscitiva, son adecuados a las exigencias de los problemas de la clase dada, cuestión que esa autora no considera sencilla, cuando la actividad mental, generalizada, reducida, automatizada, no tiene esclarecido su verdadero contenido.

No obstante, al procurar establecer demarcaciones que coloquen los procedimientos para la aplicabilidad matemática según su especificidad, el marco de esta concepción, no puede ser ni ajustado, ni cerrado, por las implicaciones que ellos tienen en el desarrollo del pensamiento lógico y su generalización, cuando se trate de la actividad de aplicabilidad en general y no específicamente de la matemática.

Bermúdez y Rodríguez Rebutillo (2009 págs. 34,37), al aplicar el enfoque personológico a la teoría

metodológica que presentan, afirman que en el estudio de la enseñanza y del aprendizaje, como fenómenos relativos al hombre, implica ubicar estos procesos en la estructura y en el funcionamiento de la personalidad, concebida como un sistema conformado por las esferas de regulación motivacional–afectiva y cognitivo–instrumental; constituidos ambos pares por unidades funcionales que poseen una determinada relación estructural interna.

En consecuencia, desde el punto de vista metodológico, en un sistema conceptual abordado más ampliamente en la didáctica, los llamados procedimientos didácticos se encuentran en unidad dialéctica con los métodos, constituyen un sistema, en correspondencia con los objetivos propuestos y atienden el contenido de la enseñanza; no deben utilizarse solamente para desarrollar una habilidad en sí, sino por la necesidad real del proceso de enseñanza–aprendizaje, al velar porque se manifieste la unidad entre la instrucción y la educación; son las vías para la asimilación del contenido de enseñanza; son componentes dinámicos y flexibles del proceso con gran potencialidad educativa; (ZILBERSTEIN, 2002b pág. 25; ZILBERSTEIN, y otros, 2002b págs. 80-84; GÓMEZ ÁLVAREZ, y otros, 2002 págs. 61-62; SILVESTRE, 2002a págs. 30-41,42,51).

Como herramientas didácticas, permiten al docente instrumentar el logro de los objetivos, en correspondencia con las tareas, a partir de las características del contenido y de los escolares, condiciones para realizar la actividad. En función de los procedimientos la actividad del escolar se moviliza cuando se orienta y dirige la actividad del escolar en la clase y el estudio.

En su plano externo los procedimientos, convocan las formas organizativas, medios de enseñanza y materiales docentes; y en lo interno, a la promoción del desarrollo cognoscitivo, los sentimientos, actitudes y valores. Lo anterior está en armonía con el aprendizaje desarrollador, ya que se incluyen exigencias para la integralidad de los escolares, el estímulo de su protagonismo, al tener en cuenta los elementos esenciales del contenido, transferirse a nuevas situaciones, y posibilitar el aprendizaje reflexivo, mediante su utilización y previsión adecuada en la tarea docente.

A partir del condicionamiento de que el objeto de aplicabilidad tiene en su contenido los aspectos referidos al valor, lo práctico y lo matemático, los procedimientos están dirigidos a la relación que el escolar pueda establecer con ese objeto, de manera que al reconocerlo e identificarlo, pueda valorarlo e identificar en él los objetos matemáticos que promuevan la realización de una actividad práctica con el mismo, cuando se

presenta como contenido en el patrón temático de una tarea.

Los programas de Lengua Española, Historia y Geografía para el sexto grado de la Educación Primaria (CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 2001), tienen como objetivos las valoraciones y caracterizaciones. Quiere decir que si en las clases de Matemática se tienen presentes esos procedimientos, se complementarían los objetivos del grado, ya que en esa asignatura no están declarados particularmente.

Los procedimientos son formas de hacer más específica para una actividad determinada y se basan en los generales del pensamiento lógico, que están en el plano del saber hacer. Llamados también habilidades generales y su estructuración en acciones, se han tomado de dos fuentes principales: el material anónimo Habilidades (1980-) y, aunque en el contexto de las habilidades investigativas, un sistema similar pero con algunas diferencias de Martínez Llantada (2007 págs. 90-95).

Según esas fuentes, la aplicación es llevar una teoría a la práctica o a otra teoría, en condiciones concretas, que pueden ser o no diferentes. La secuencia de operaciones o pasos lógicos son: Determinar el objeto de aplicación (en el cual se aplica), confirmar el dominio de los conocimientos que se pretenden aplicar; caracterizar la situación u objeto concreto en que se pretende aplicar los conocimientos; interrelacionar los conocimientos con las características del objeto de aplicación; elaborar conclusiones de los nuevos conocimientos que explican el objeto y que enriquecen los conocimientos anteriores.

No queda esclarecido en las fuentes mencionadas, si el objeto de aplicación es en el que incide la aplicación, o por el cual se produce la aplicación. Por otra parte, no hay un paso en el que se destaque el rol de otros procedimientos específicos de la teoría a aplicar. No se precisan condicionantes, ni conjunciones con otros procedimientos como el de valorar, que aparentemente están en otra esfera del conocimiento, para propiciar un proceso más afectivo.

En el procedimiento valorar, después de identificar y caracterizar el objeto, es esencial el establecimiento de criterios de valor, para poder compararlos con el objeto que se valora y establecer juicios de valor sobre éste. Pero dadas las particularidades de los escolares de la Educación Primaria, y al determinar la zona de desarrollo próximo, los criterios de valor pueden ser establecidos o no por los docentes, ya que en ocasiones no pueden ser identificados por los escolares. Es recomendable establecer los criterios de valor mediante situaciones reconocidas, que produzcan las comparaciones con la situación que se presenta en el objeto de aplicabilidad. Por ejemplo, citas textuales de personalidades de la historia, la política, la cultura, la ciencia, o

situaciones contextuales que denoten una decisión ética.

Dado el contenido de la aplicabilidad matemática, los procedimientos que le corresponden deben constituirse alrededor del conocimiento de los objetos implicados, la valoración, la comunicación y la verificación en la práctica.

Lo anterior bien puede expresarse en dos complejos, que según lo deducido de la teoría, pudieran no resultar independientes: Interacción con el objeto de aplicabilidad, al identificarlo y valorarlo, y determinar la necesidad social; y la interacción con el objeto matemático, al identificarlo y aplicar los conceptos y habilidades matemáticas en la búsqueda de soluciones según lo demandado en la necesidad social.

De hecho, el planteamiento anterior advierte la necesidad de que esa supuesta dependencia se verifique mediante métodos del nivel de conocimiento empírico.

II.3 Modelo didáctico para la aplicabilidad matemática

A partir de lo fundamentado en el acápite I.3, sobre los posicionamientos epistemológicos relacionados con la aplicabilidad de la matemática, sus rasgos, contenido y relaciones dialécticas en la actividad con ese fin, en la ciencia matemática, se presenta su adecuación al establecer las premisas del modelo, estructurarlo, y definir sus componentes y relaciones entre objetos de conocimiento matemático y no matemáticos, de forma que se contextualiza y personaliza el saber matemático y el saber didáctico, en el proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática en el segundo ciclo de la Educación Primaria.

Al tomar como base la concepción de aprendizaje desarrollador de Castellanos, D. (2005 pág. 14), y el modelo de escuela primaria (RICO MONTERO, y otros, 2004; 2005), y la teoría psicopedagógicas del enfoque histórico–cultural, en la aplicabilidad matemática se deben atender como condiciones previas, la zona de desarrollo actual y los procedimientos de guía y apoyo al desarrollo próximo.

El modelo debe propiciar el desarrollo de actividades y materiales que garanticen una situación social de desarrollo como “(...) aquella que por sus exigencias promueva el desarrollo y es propia de cada sujeto concreto (...) que no se producen entre el escolar y su entorno en interacción espontánea, sino a partir de su interrelación con los adultos, quienes les plantean dichas exigencias y ejercen esas influencias, de ahí que sea una situación social (...)” (BERMÚDEZ, y otros, 2004 pág. 58).

Los fundamentos expuestos, prescriben en el núcleo teórico del modelo dos aspectos esenciales de la aplicabilidad matemática:

- En ella se implica la reflexión del escolar ante la interacción entre un objeto matemático y un objeto de aplicabilidad, en el contexto de una situación práctica correspondiente a una necesidad social.
- El escolar realiza operaciones y acciones, mediante niveles de ayuda, identifica, valora, aplica conocimientos y habilidades, al describir, predecir, prescribir, utilizar modelos, modelar, resolver problemas que se manifiesten en ese objeto de aplicabilidad y expresar los resultados del proceso, al transformar la situación práctica.

II.3.1 Premisas para la construcción teórico-formal del modelo

Al caracterizar el objeto de investigación, se determinaron las necesidades en el campo de la aplicabilidad matemática, que dieron lugar a valoraciones a priori de la solución del problema, a proyectar en el modelo:

1) La selección de determinados objetos de aplicabilidad; 2) La inclusión de procedimientos de interacción entre el objeto de aplicabilidad y el objeto matemático; 3) La modelación de la aplicabilidad matemática mediante los componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje en el ámbito de la actividad docente, o sea la actividad cognoscitiva de los escolares, organizada y dirigida en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Para modelar la didácticamente la aplicabilidad matemática es necesario precisar como premisas, tanto metodológicas, y definitorias, como las teóricas.

Premisas metodológicas

La modelación, como método teórico de investigación se combina, en unidad dialéctica, con el enfoque de sistema. Al enfrentar el estudio del objeto, se interpreta su aspecto dinámico, funcionamiento y relaciones, además de su aspecto estático, estructura, componentes: “(...) El modelo es una construcción general dirigida a la representación del funcionamiento de un objeto a partir de una comprensión teórica distinta a las existentes (...)” (MARIMÓN, y otros, 2009 págs. 3,10-11).

A partir de la definición anterior, y de acuerdo con Davýdov (1981 págs. 312,315), se asume que la modelación como medio y procedimiento social e históricamente formado, permite estructurar, operar, idealizar, consolidar y transformar los objetos, sobre la base de sistemas simbólicos y de señales; la expresión gráfico-figurativa y objetivo-concreta; fruto de una actividad cognoscitiva compleja, como lo sensorial más avanzado, se relaciona de original manera con el conocimiento teórico, en combinación dialéctica de lo sensorial-racional, de forma que los modelos resultado de la investigación educativa, presentan dos características: un dominio del conocimiento teórico, definiciones, relaciones esenciales y

enfoques, que parten de presupuestos para indicar las vías y procederes respecto a algún objeto de estudio; un sistema con lo material, estructural o representativo del objeto o proceso idealizado.

La combinación de la modelación y el enfoque de sistema es fundamental en la construcción de un modelo (MARIMÓN, y otros, 2009 págs. 10-11), ya que se da una unidad dialéctica al enfrentar el estudio del objeto. Con la modelación se interpreta su aspecto dinámico (funcionamiento y relaciones); con el enfoque sistémico se interpreta su aspecto estático (estructura, componentes).

Se reconocen diferentes definiciones de modelo didáctico. Fuxá, (2004 pág. 53) parte de la de Gimeno Sacristán: “(...) recurso para el desarrollo técnico de la enseñanza y para su fundamentación científica que pretende la colaboración y el desarrollo de la actividad de enseñanza (...)”; Sierra Salcedo (2004a pág. 317; 2004b pág. 181), lo presenta como: “(...) construcción teórico-formal que, basada en supuestos científicos e ideológicos, pretende interpretar la realidad escolar y dirigirla hacia determinados fines educativos (...)”. Valle (2007) lo define como: “(...) la representación de aquellas características esenciales del proceso de enseñanza-aprendizaje o de alguno de sus componentes con el fin de lograr los objetivos previstos (...)”.

Esas definiciones, aunque tienen en cuenta aspectos insoslayables para concebir un modelo didáctico, no las aluden directamente: 1) Fundamentación científica y correspondencia del modelo con la realidad pedagógica y sus presupuestos ideológicos, con los cuales se decide el papel de la sociedad, de lo histórico concreto, y el fin hacia donde se orienta el modelo. 2) Representación de aquellas características de los componentes estructurales del modelo, de acuerdo con los niveles de concreción de las acciones didácticas en los cuales puede estructurarse el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Se asume el **modelo didáctico para la aplicabilidad matemática**, como una construcción teórico-formal que al atender los presupuestos del modelo de escuela primaria cubana, tiene el fin de establecer acciones didácticas para desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje, de modo que la relación entre los componentes permitan al escolar la aplicación de objetos matemáticos en objetos de aplicabilidad.

El modelo para la aplicabilidad matemática se obtuvo mediante un proceso inductivo-deductivo que parte de adecuar el ciclo de la modelación didáctica de Jaime y Gutiérrez Rodríguez (1990 págs. 302-303)²⁰.

²⁰ Esos autores realizan una analogía entre modelo matemático y modelo didáctico, al asumir un procedimiento general como metamodelo, cuyo objeto es modelar los mecanismos que se ponen a disposición de los diseñadores de procesos para crear un modelo específico según Hilera y Palomar (2006-).

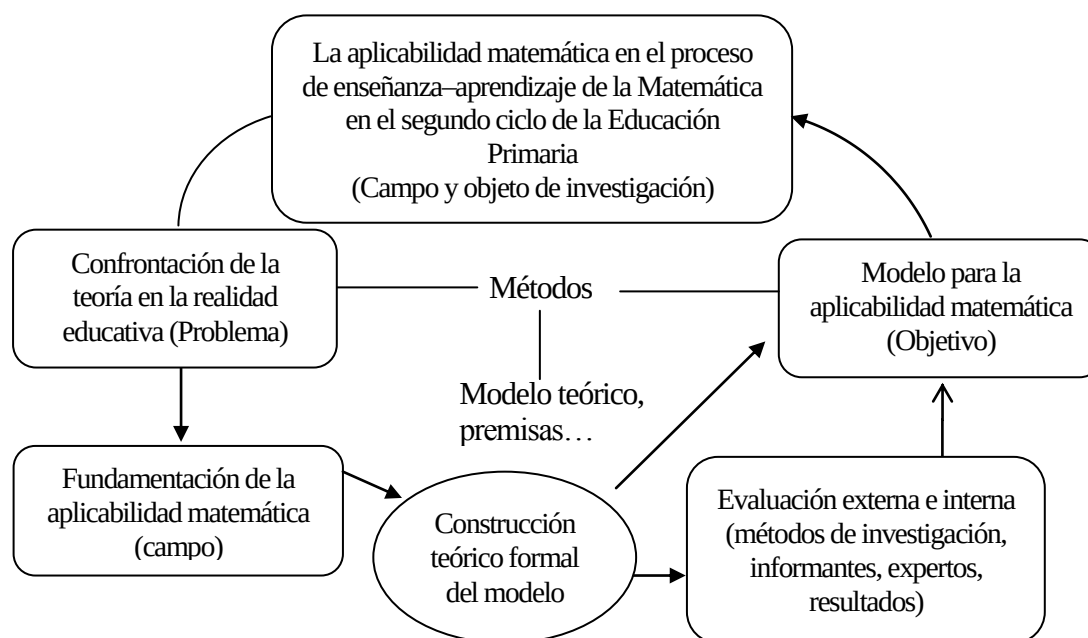


Figura 2. Ciclo para la modelación didáctica de la aplicabilidad matemática (adecuación de la autora del ciclo propuesto por Jaime y Gutiérrez Rodríguez, 1990)

Al pretender interpretar la realidad escolar dirigida hacia el fin de modelar didácticamente la aplicabilidad matemática, se considera el modelo didáctico para la aplicabilidad como variable, la cual se operacionaliza en las dimensiones interna y externa. Los indicadores a evaluar son: objeto del modelo; fundamentos; definiciones; componentes; representación esquemática; relaciones sistémicas; además de la determinación del objeto de aplicabilidad y la elaboración de ejercicios y materiales, indicadores que pueden ser observados e interpretados en el proceso, desde el punto de vista cualitativo y cuantitativo, al permitir controlar y medir los resultados del desarrollo de la aplicabilidad individual o grupal, transversal o longitudinalmente.

Premisas teóricas

Primero. Representar en el modelo la aplicabilidad matemática, como fenómeno, con su esencia, forma y contenido. Fenómeno, al constituir un conjunto de propiedades y de relaciones diversas, externas, y móviles, accesibles a los sentidos; determinado por su esencia que sin un límite tajante, se conoce a través de él, como la aplicabilidad matemática, actividad consciente del sujeto, relacionada con su pensar y conocimiento, al asimilar su esencia en el mundo objetivo, e influir retroactivamente sobre él para su transformación en la práctica. Su contenido se encuentra en el conjunto de los elementos y procesos que constituyen la base de los objetos involucrados, y condicionan su existencia, desarrollo y de la forma, en relación dialéctica con su contenido, expresa el nexo interno y el modo de organización de interacción entre sus elementos y procesos que propician la relación entre matemática y realidad, relación compleja de causas-efectos entre sujeto,

objeto de aplicabilidad y objeto matemático, mediante la valoración, la comunicación, la práctica y el conocimiento, mediante procedimientos, acciones y operaciones, para transformar el fenómeno.

Segundo. Los fundamentos del modelo se corresponderán con el modelo de escuela primaria cubana, sus principios generales, presupuestos teóricos y psicopedagógicos, basados en el aprendizaje desarrollador.

Tercero. Considerar la aplicabilidad matemática en relación indisoluble con la actividad cognoscitiva, la descripción, predicción, prescripción y transformación de los objetos implicados. Reconocer el papel del sujeto y la valoración de los objetos, para poner en evidencia la función social del sistema de conocimientos de la matemática en la modificación de la visión del mundo real. De ahí, que la definición y establecimiento de rasgos internos y externos, estén en función del condicionamiento pedagógico y didáctico.

Cuarto. Al adecuarla el proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática, debe responder a las características del mismo y considerar que se pone de manifiesto la relación entre educación, instrucción, enseñanza y aprendizaje, lo cognitivo y lo afectivo, para desarrollar las personalidades de los escolares.

Quinto. Situar y otorgar el rol a los sujetos sociales que participan en la actividad para la aplicabilidad matemática: el escolar, al participar activa y protagónicamente, en la adquisición de conocimientos, el desarrollo de habilidades y la formación de valores; el maestro, al transferir los conocimientos de la ciencia a la práctica escolar, conduce el proceso conscientemente, al orientarlo y controlarlo.

Sexto. Patentizar la significación, mediación y relaciones objeto–sujeto, condicionando la selección del objeto de aplicabilidad, por el carácter determinante de su significado, atribuido a los valores del mismo, su temporalidad, accesibilidad, y permanencia de significación y valores, mediante las vías que lo permitan, en la complejidad del proceso. La utilización de procedimientos específicos, es primordial al considerar el papel de la individualidad y su tratamiento. Favorecer el trabajo con valores mediante la situación de desarrollo, al vincular lo afectivo y lo cognitivo.

Séptimo. Configurar el modelo según la esencia del proceso de enseñanza–aprendizaje, al conferir la función para la aplicabilidad matemática a los componentes didácticos, objetivo, contenido y método, procedimientos, tarea docente, medios y materiales docentes, formas organizativas, y evaluación; atendiendo a sus relaciones estructurales y su carácter sistémico.

Octavo. En la adecuación didáctica de la concepción de aplicabilidad matemática en el contexto de la ciencia, la **aplicabilidad matemática** se asume como una actividad en la cual los **objetos matemáticos**,

como cultura y como rama del saber, adquieren significación y sentido, tanto personal, como social para los escolares, mediante un **objeto de aplicabilidad**, el cual posibilita al maestro orientarles acciones y operaciones para identificarlo y valorarlo, e identificar y aplicar el objeto matemático, al solucionar una tarea docente y transformar la situación práctica de acuerdo con una necesidad social, comunicar su solución y verificarla en la práctica.

En consecuencia, el **desarrollo de la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje en el segundo ciclo de la Educación Primaria**, se produce al realizar acciones peculiares en una actividad docente especialmente organizada, cuya ejecución es el efecto ‘desarrollante’; como proceso de carácter social, está presente la asimilación de la experiencia externa, que depende de la interacción del escolar con el objeto de aplicabilidad y el objeto matemático, en el contexto de una situación práctica, bajo la dirección del maestro. Su estado se conoce al determinar acciones, procedimientos y tareas para la aplicabilidad matemática, que el escolar realiza de forma autónoma (zona de desarrollo actual), o en colaboración, bajo la dirección y con la ayuda del maestro, el adulto, o de sus condiscípulos (zona de desarrollo próximo).

Como variable que el modelo modifica, se operacionaliza en dos dimensiones, según los sujetos implicados en ese proceso bilateral: el maestro y el escolar.

Los indicadores para el maestro se refieren, tanto a la preparación de la actividad, como a la de su orientación y control en su ejecución: selección de objetos de aplicabilidad adecuados al programa de la asignatura para proyectar tareas docentes; establecimiento de necesidades y motivos mediante la presentación de medios y tareas docentes; orientación de los procedimientos identificar, valorar y aplicar; ejecución de niveles de ayuda, de acuerdo con el diagnóstico realizado; y control de resultados.

Los indicadores para el escolar en la realización de la actividad, según lo que se le orienta: identificación y valoración del objeto de aplicabilidad; identificación del objeto matemático en la situación práctica del objeto de aplicabilidad; aplicación del objeto matemático al realizar acciones y operaciones específicas; evidencia de su independencia, en relación con la ayuda; desarrollo de habilidades matemáticas; desempeño en la resolución de tareas de diferentes niveles de asimilación del conocimiento.

II.3.2 Construcción teórico-formal del modelo

MODELO DIDÁCTICO PARA LA APLICABILIDAD MATEMÁTICA

OBJETO DEL MODELO. Desarrollo de la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza-aprendizaje en el segundo ciclo de la Educación Primaria.

FUNDAMENTOS

- Enfoque dialéctico de la relación sujeto-objeto, sobre la base de la actividad cognoscitiva, valorativa y transformadora. Interacción de conocimientos, praxis, valor y comunicación; la matemática es aplicable si y sólo si el sujeto la hace aplicable en la actividad.
- La aprehensión de conocimientos y métodos matemáticos en correspondencia con la visión de su utilidad en y para y como producto de la actividad social;
- La relación cultura-educación-valores en la formación humanista para contribuir a la formación integral del escolar primario.
- Los procesos sociales como origen de los procesos psicológicos superiores, la acción mediada, el trabajo con la zona de desarrollo actual y potencial, el papel protagónico del escolar, la integración instrucción-educación y cognición-afecto. La relación de los conocimientos con motivaciones, vivencias afectivas, la vida cotidiana y el contexto sociocultural.
- La enseñanza como guía del desarrollo, con la mediación del docente. Quien con la intención educativa e ideológica del fin y los objetivos del nivel y grado, conduce el proceso, para que los escolares se apropien de la experiencia social e histórica, en interrelación y comunicación social.
- El aprendizaje desarrollador. La relación dialéctica en el sistema de componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje, concebido como activo, reflexivo y regulado, con los niveles de ayuda que precisa cada escolar para que se apropie de la cultura, los conocimientos, los procedimientos y las formas de actuar sobre los objetos, con actividades variadas que impliquen el análisis por parte del alumno de las condiciones de las tareas, sus vías de solución y el control valorativo.
- La concepción y formulación de la tarea docente, como concreción de las acciones y operaciones a realizar por el escolar, de acuerdo con los objetivos, los niveles de asimilación del conocimiento, y el diagnóstico de los conocimientos, de manera que se evidencie la transferencia de los conocimientos adquiridos y la aplicación de procedimientos generalizados y específicos a situaciones diversas.

DEFINICIONES

Objeto matemático. Objeto que reúne un conocimiento cotidiano relacionado con prácticas personales y sociales de la matemática, así como de las prácticas producto del desarrollo de esa ciencia, y sus correspondientes significados en ambos contextos.

Objeto de aplicabilidad matemática. Objeto que reúne un conocimiento cotidiano relacionado con prácticas personales y sociales, así como de las prácticas producto del desarrollo de otra ciencia y sus correspondientes significados en ambos contextos, portador de objetos matemáticos, significación positiva para el escolar y una situación práctica relacionada con necesidades sociales.

Aplicabilidad matemática. Actividad en la cual los objetos matemáticos, como cultura y como rama del saber, adquieren significación y sentido, tanto personal, como social para los escolares, mediante un objeto de aplicabilidad, que permite al maestro orientarles acciones y operaciones para identificarlo y valorarlo, e identificar y aplicar el objeto matemático, al solucionar y comunicar la solución de una tarea que presente una situación práctica correspondiente a una necesidad social.

COMPONENTES DIDÁCTICOS DEL MODELO

Objetivo. Aplicar conocimientos y habilidades intelectuales del programa de Matemática del grado, mediante los cuales puedan valorar, conocer e interpretar componentes de la naturaleza, de las relaciones que entre ellos existen, así como de la sociedad, y de sí mismo, en vínculo estrecho con su vida cotidiana.

Contenido. Conocimientos, habilidades y valores, organizados en el programa de Matemática del grado, entre los que se encuentran los objetos matemáticos y las situaciones prácticas que porta el objeto de aplicabilidad matemática.

Método–procedimientos generales. De acuerdo con su estructura externa e interna, se induce la ejecución de procedimientos generales y específicos para el logro de los objetivos, como guía de las acciones mentales o prácticas en la asimilación del contenido; en correspondencia con las fuentes del conocimiento y las características de escolares y maestros, nivel de independencia en la actividad cognoscitiva, lógica del aprendizaje y condiciones en que se desarrolla la aplicabilidad matemática.

Procedimientos para la aplicabilidad matemática. Complementos del método de enseñanza en la aplicabilidad matemática; permiten al docente instrumentar el logro de los objetivos, orientar y dirigir la actividad del escolar en las acciones y operaciones para la aplicabilidad matemática, la adquisición de

conocimientos y habilidades relacionadas con las exigencias para solucionar las demandas de la tarea docente. De acuerdo con lo externo se complementan con la observación y manipulación medios, materiales docentes y formas organizativas, relacionadas con el objeto de aplicabilidad. Respecto a lo interno promueven el aprendizaje en la actividad cognoscitiva, valorativa y transformadora, mediante procedimientos lógicos generales, conocimientos y habilidades matemáticas, y la interacción entre el objeto de aplicabilidad y el objeto matemático:

Interacción con el objeto de aplicabilidad y justificación de su necesidad social

Identificación. Distinguir en un conjunto el objeto de aplicabilidad a partir de determinados rasgos: Determinar los rasgos y datos que los tipifican como único al compararlo con objetos de su clase y otras; establecer la relación con otro objeto, un hecho, concepto o ley conocidos.

Valoración. Establecer juicios de valor en correspondencia con un sentido social positivo, a partir de una determinada concepción: establecer los criterios de valoración o asumirlos desde determinado patrón o situación; comparar las características del objeto de aplicabilidad con los criterios de valor establecidos; elaborar juicios de valor acerca del objeto de aplicabilidad y de la necesidad social.

Interacción con el objeto matemático y transformación de la situación práctica

Identificación. Distinguir en un conjunto el objeto matemático a partir de determinados rasgos: Determinar los rasgos que lo tipifican como único, al compararlo con objetos de su clase y otras, en el sistema de contenidos del grado; establecer la relación con otro objeto, un hecho, concepto o ley conocidos.

Aplicación. Relacionar las condiciones concretas o situación práctica del objeto de aplicabilidad con el objeto matemático identificado: Interrelacionar el objeto matemático con las características del objeto de aplicabilidad, la situación práctica, los datos y rasgos que lo caracterizan; proceder en correspondencia con las habilidades generales y específicas relacionadas con el objeto matemático y la situación práctica del objeto de aplicabilidad; verificar los resultados en el objeto de aplicabilidad y la situación práctica; elaborar conclusiones de los nuevos conocimientos que explican las relaciones entre el objeto matemático, el objeto de aplicabilidad y la situación práctica que presenta.

Tarea docente. Planteamiento o pregunta expresada en forma oral o verbal que presenta un patrón temático o relaciones entre el objeto de aplicabilidad y situación práctica, el cual transfiere el significado de la utilización de la Matemática; presenta las órdenes orientadoras de los procedimientos para la aplicabilidad

matemática y las acciones que son parte de ellos; su contenido se relaciona con citas textuales de personalidades de la historia, la política, la cultura, la ciencia, como criterio de valor, o situaciones contextuales que denoten una decisión ética. Se estructura en datos y exigencias o puede expresar las vías para su obtención, u orientaciones para su búsqueda; de manera menos evidente se presentan en una demanda implícita en una situación, la cual entraña una necesidad social o personal en el espacio escolar u otro; se tienen en cuenta los niveles de asimilación, de acuerdo con el diagnóstico de los escolares, por lo cual debe ser variada, suficiente y diferenciada.

Formas organizativas. Configuración externa de organización del proceso que guarda la relación objetivo–contenido–método, de acuerdo con la ubicación espacio–temporal en la ejecución de la tarea docente para la aplicabilidad matemática: la clase, en el aula o laboratorio de computación, la caminata docente, la excursión, el trabajo individual o en equipos, de acuerdo al método, al objeto de aplicabilidad y la situación práctica y necesidad social que ése manifieste.

Medios y materiales docentes. Representaciones e imágenes en diferentes soportes que contengan información. Hojas de trabajo para la tarea docente, conjuntos de datos, memorias descriptivas, y otras fuentes de información que guardan la relación objetivo–contenido–método, al posibilitar la ejecución de la tarea y el conocimiento del objeto de aplicabilidad; se elaboran a partir de ése, de manera que al planificarlo, organizar su acceso, distribuirlo y comunicarlo, el escolar disponga de él.

Participación del escolar. Acciones y operaciones de autocontrol y autovaloración para ejecutar los procedimientos generales (observación, descripción, determinación de lo esencial, comparación, clasificación,...) y procedimientos de la aplicabilidad, en la adquisición de conocimientos y desarrollo de habilidades y valoraciones; observación y manipulación de los medios que representan el objeto de aplicabilidad o el propio objeto, utilización de los materiales docentes; expresión de los resultados.

Intervención del docente. Estimula la adquisición de conocimientos, desarrollo de habilidades y valoraciones en la ejecución de la tarea; mantiene la comunicación y favorece un clima de confianza, tolerancia y respeto. Presenta los medios u orienta su acceso y el uso de los materiales docentes en las condiciones para el desarrollo del proceso en diversas formas organizativas. Ejecuta acciones y operaciones de orientación, niveles de ayuda y control y la motivación, al inducir los procedimientos generales y para la aplicabilidad en varias etapas:

1. Relación con el objeto de aplicabilidad y la situación práctica relacionada con la necesidad social.
2. Descripción y análisis del objeto para su identificación.
3. Presentación de criterios de valor, o la inducción de su búsqueda para la valoración.
4. Búsqueda de datos útiles que permitan identificar el objeto matemático a aplicar.
5. Ayuda personalizada según el dominio o dificultades de los conceptos y habilidades matemáticas.
6. Acciones para la aplicación del objeto matemático para transformar el objeto de aplicabilidad o encontrar soluciones.
7. Utilización adecuada del lenguaje común y matemático en el proceso de solución y respuesta.
8. Control e inducción del autocontrol al expresar la memoria sobre el objeto de aplicabilidad, las conclusiones y resultados, tanto en lenguaje matemático, como en lenguaje común.

Evaluación. Del **proceso** mediante la observación de los escolares al ejecutar las acciones, operaciones y los procedimientos, así como la asimilación de conocimientos a partir de los niveles de ayuda. Del **resultado** mediante la comunicación de las respuestas del escolar a la tarea docente, sobre la base del sistema de **variables** ordinales que al adicionar el valor otorgado según se presenta en la tabla 2, y promediar se obtiene el índice de cada escolar y grupo. Permite el análisis cuantitativo de frecuencias, porcentajes, medidas de tendencia central, variabilidad y otros estadígrafos.

Tabla 2. Sistema de variables ordinales y sus índices para la evaluación del desarrollo de la aplicabilidad

Procedimiento	Categorías evaluativas y escala	
Identificación del objeto de aplicabilidad	No lo identifica	0
	Identifica algunas de sus características	1
	Identifica sus características sin relacionarlo con un hecho conocido	2
	Lo identifica	3
Valoración del objeto de aplicabilidad	No lo valora	0
	Compara con algunos criterios de valor	1
	Compara con los criterios de valor, pero no elabora juicios	2
	Lo valora	3
Identificación del objeto matemático	No lo identifica	0
	Identifica algunas de sus características	1
	Identifica sus características, pero no lo relaciona con un concepto conocido	2
	Lo identifica	3
Aplicación del objeto matemático	No lo aplica	0
	Relaciona algunos elementos del objeto matemático con el objeto de aplicabilidad	1
	Relaciona todos los elementos entre el objeto matemático, la situación práctica y los rasgos y datos del objeto de aplicabilidad, pero no elabora conclusiones	2
	Lo aplica	3
Desarrollo de habilidades matemáticas	No halla los resultados	0
	Realiza algunas operaciones	1
	Realiza las operaciones sin expresar adecuadamente los resultados	2
	Halla los resultados	3

Tabla 2. Continuación...

Procedimiento	Categorías evaluativas y escala	
Independencia	Dependiente: Exige una gran ayuda y no halla los resultados correctamente	0
	Parcialmente dependiente: Exige una gran ayuda, pero tiene imprecisiones en los resultados	1
	Parcialmente independiente: Exige una pequeña ayuda y halla los resultados	2
	Independiente: No exige ayuda y halla correctamente los resultados	3
Desempeño cognitivo	No responde (0): No responde las órdenes de ningún nivel	0
	Nivel I (1): Responde solamente la orden de un solo nivel de desempeño	1
	Nivel II (2): Responde dos de las órdenes	2
	Nivel III (3): Responde las tres órdenes	3
Complejidad del contenido	Ínfimo: Se implica un dominio de contenido del programa del grado	1
	Medio: Se implican dos dominios de contenido del programa del grado	2
	Supremo: Se implican más de dos dominios de contenido del programa del grado	3

Criterios para la utilización del modelo. Puede considerarse la **derivación** del objetivo del modelo de acuerdo con los objetivos específicos y necesidades de los escolares. La aplicabilidad matemática puede tener diferentes **funciones didácticas** en el sistema de actividades de la asignatura, al diseñarse y planificarse en la introducción de nuevos contenidos, ejercitación o sistematización, y tomar determinado objeto de aplicabilidad o contenido como hilo conductor. Puede asumirse el **carácter de sistema** en la asignatura o unidad, de manera que en la dosificación de los contenidos del curso, se evidencie como tema transversal. La evaluación que se propone permite mostrar los **resultados** del proceso de forma individual y grupal, transversal y longitudinal; pueden evaluarse otras variables según el interés de maestros e investigadores. Las **variantes** para la propuesta de los objetos de aplicabilidad, no son exclusiva de los maestros, sino que es posible, bajo ciertas condiciones, que los escolares detecten situaciones en la búsqueda de problemas del ámbito escolar o comunitario. Después de la detección de posibles objetos de aplicabilidad relacionados con los contenidos del programa del grado, se recopila la mayor parte de información, al orientar a los escolares a obtenerla, y guiar la búsqueda de datos útiles y memorias descriptivas. Por su parte el maestro organizará medios y materiales docentes que contengan esos datos, o posibilitará que los escolares lo hagan.

Aseguramiento de las condiciones. Dependen de la planificación y organización del proceso por parte de maestros y directivos, de acuerdo con las exigencias educativas, al garantizar actividades variadas y diferenciadas, en la clase y fuera de ella, al requerir éstas, acciones particulares por parte de los escolares en la escuela y su entorno, es decir, en la comunidad.

Indicación de su grado de terminación y aplicación. En el modelo se distinguen las acciones de dirección en las actividades de Matemática, pero las definiciones y relaciones estructurales, así como los componentes del proceso pueden adecuarse a otras enseñanzas.

La figura 3 representa el modelo didáctico.

Resumen del capítulo II

Los aspectos externos e internos del problema, tanto en el nivel teórico como en el empírico, han guiado la proyección del objetivo a '**proponer un modelo didáctico para la aplicabilidad matemática en el segundo ciclo de la educación primaria.**', de manera que se atiendan entre los componentes del modelo, el papel de los objetos y situaciones prácticas presentados en los ejercicios y problemas, además de los procedimientos específicos con que el fin de aplicar la Matemática.

La **aplicabilidad matemática** se adecua didácticamente al proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática en la Educación Primaria mediante el modelo didáctico que se presenta, construido teórica y formalmente, sobre la base de las premisas que sustentan el fin y los objetivos de esa educación.

En la construcción teórico–formal del modelo se incluyen los componentes del proceso de enseñanza–aprendizaje en función de dos aspectos fundamentales: el **objeto de aplicabilidad** como mediación en la relación del escolar con el **objeto matemático**; los **procedimientos** concretados en la tarea docente y en la interacción de las acciones maestro–escolar, de manera que mediante el modelo se modifique el campo de investigación la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje, a favor de la visión de la utilidad práctica de la asignatura.

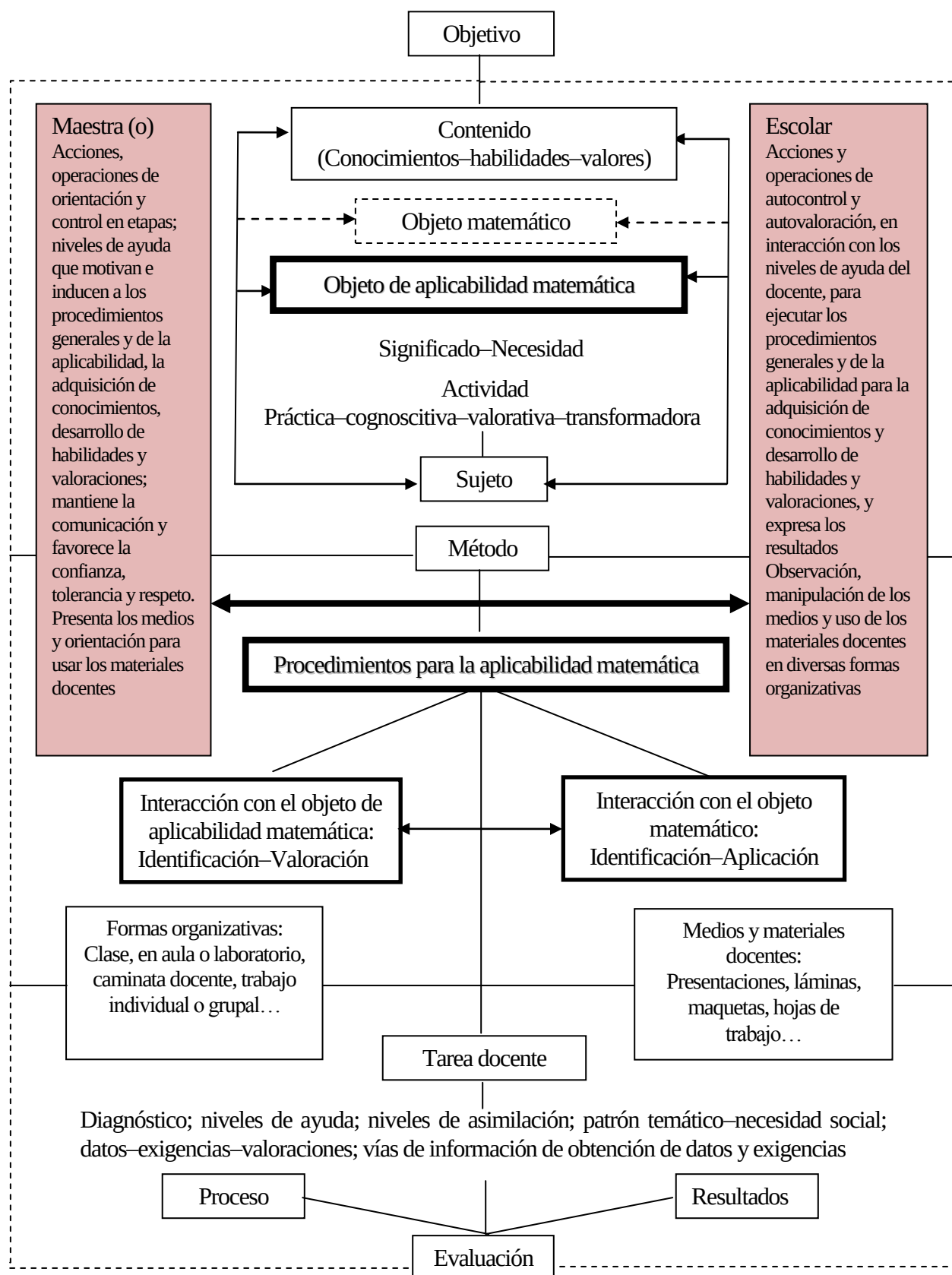


Figura 3. Representación esquemática del modelo didáctico para la aplicabilidad matemática

CAPÍTULO III

EVALUACIÓN DEL MODELO DIDÁCTICO PARA LA

APLICABILIDAD MATEMÁTICA

La ciencia amena se va haciendo amable; como que amenizar la ciencia es generalizarla.
José Martí²¹

²¹ MARTÍ, J. Nuestra América: Guatemala. *Obras Completas*. 2ª. La Habana : Ciencias Sociales, 1975c, Vol. VII, pág. 149.

CAPÍTULO III. EVALUACIÓN DEL MODELO DIDÁCTICO PARA LA APLICABILIDAD MATEMÁTICA

En el presente capítulo se argumenta la selección del paisaje urbano como objeto de aplicabilidad, para desarrollar actividades en el segundo ciclo de la Educación Primaria, según el modelo didáctico propuesto. Se analizan los resultados de la evaluación interna y externa del modelo y de sus efectos en el desarrollo de la aplicabilidad matemática.

III.1 El paisaje urbano como objeto de aplicabilidad matemática

En acápites anteriores se ha fundamentado la importancia que tiene la selección de un objeto de aplicabilidad, conditio sine qua non²² para que los escolares apliquen conocimientos, habilidades y realicen valoraciones en actividades, con el propósito de conocer e interpretar componentes naturales, sociales, y revelar sus relaciones en vínculo estrecho con la vida cotidiana.

La diversidad de objetos adecuados para la aplicabilidad es incontable, a partir de que los educadores precisen la manera de presentarlos. No obstante, hay objetos, fenómenos y hechos, en los cuales se produce la aplicabilidad de manera natural y amena, por tener un contenido que garantiza la movilidad de recursos motivacionales, el interés personal y el significado valioso para el escolar, aspectos imbricados en la intención pedagógica e ideológica del modelo propuesto.

Estudios realizados por la autora (1999; 2008; Paisaje urbano e identidad urbana: enfoques conceptuales y procedimientos para su tratamiento pedagógico, 2008), permitieron decidir la manera de vincular la matemática con el paisaje urbano, según lo fundamentado en obras de diferentes perspectivas, y el criterio de varios autores (BONET, 1989; AGUILERA, y otros, 2002; ACUÑA, 2005; GÓMEZ ALZATE, 2003; CAPEL, 1975; TERRADAS, 2001; MATEO, 1998; VALERA, y otros, 2004; GUERRA, 2001).

El fundamento para estudiar el paisaje urbano se encuentra en la geografía, la ecología, la psicología ambiental, la sociología y el urbanismo, entre otras ciencias; las demarcaciones entre ellas para el tratamiento del paisaje, no están totalmente definidas, pero cada una posibilita un análisis con diversas aristas, que permite decidir cómo vincularlo con la Matemática escolar.

²² Condición indispensable, sin la cual un acontecimiento no puede darse ROSENTAL, M. y IUDIN, P. 1981. *Diccionario Filosófico*. Tomado de Ediciones Universo, Argentina, 1973. La Habana : Editora Política, 1981. pág. 494.

La percepción del paisaje urbano se relaciona con la legibilidad de la ciudad, aspecto subjetivo. Esos preceptos se encuentran en la obra de Kevin Lynch²³, quien consideró un esquema con el cual esa imagen se organiza sobre la base de cinco elementos: sendas, bordes, barrios, nodos e hitos (GARCÍA BALLESTEROS, y otros, 1989 págs. 12-13; BATTRO, y otros, 1999).

No obstante, el conocimiento del paisaje no se reduce a la percepción de esos elementos, sino que se condiciona a las relaciones del sujeto con las funciones urbanas, las vivencias y los procesos sociales que en ellas se producen. La legibilidad, varía en función de la estructura, al distinguirse el plano o trama urbana, los edificios, y los usos de espacios, edificios y suelo. Esa morfología depende de los elementos construidos y el emplazamiento de la ciudad, determinada por el lugar geográfico, condiciones topográficas y accesos. Otros elementos son, el tamaño, las zonificaciones, las funciones urbanas, la densidad poblacional, el perímetro y los ensanches. Los aspectos más relevantes de los estudios sobre paisaje urbano son los siguientes:

- El paisaje urbano define un lugar y también su imagen; es manifestación formal de la realidad social, cultural e histórica que se desarrolla en el espacio urbano. Es un hecho estético y simbólico en la existencia de fenómenos materiales e inmateriales, cambiantes y diversos, asociados al lugar, a su cultura, y a su historia; en consecuencia, a la identidad de los sujetos que habitan las ciudad.

- En él se produce una relación compleja, de intercambio entre los sujetos, la colectividad y su medio ambiente; la ciudad y su paisaje, también pueden entenderse, como un ecosistema urbano.

- No es el resultado de un simple proceso aditivo de sensaciones ambientales y percepciones objetuales, sino un proceso de conocimiento, ya que el sujeto percibe holísticamente su entorno, lo transforma en unidades significativas para sí, en interacción social, de acuerdo con las necesidades individuales y colectivas.

- Las relaciones de intercambio entre los habitantes y la ciudad se tornan particulares, al depender de la percepción de los sujetos que la habitan y las funciones que tiene para ellos.

En los estudios urbanos, se presentan dos enfoques: el subjetivo y el objetivo, los cuales pueden asumirse como dimensiones diferentes. La dimensión subjetiva, aborda el paisaje fundamentalmente, mediante la percepción de los cinco elementos definidos por Lynch. La dimensión objetiva ofrece un análisis, según las consideraciones de la geografía urbana, o la estructuración en tres elementos morfológicos: el plano o trama, los edificios, y el uso del suelo y de los espacios.

²³ Los trabajos de Kevin Lynch, sobre todo 'La imagen de la ciudad' en 1966, abrieron un nuevo camino a la investigación urbana, conjugando las vertientes psicogenética y urbanística en un proceso único.

La interacción sujeto–ciudad favorece el vínculo entre las dos dimensiones: cuando el sujeto relaciona los conocimientos matemáticos, con los elementos y valores del paisaje urbano, de acuerdo con su significación personal y social; cuando con el paisaje, como instrumento y agente mediador, se propician formas de comunicación; al tener consciencia de sus relaciones con otras ciencias y disciplinas; al reconocer las vivencias que en él se producen; y, al aprovechar la accesibilidad a él, para apreciarlo y estudiarlo.

La figura 4 representa las relaciones en el paisaje urbano consideradas en ambas dimensiones.

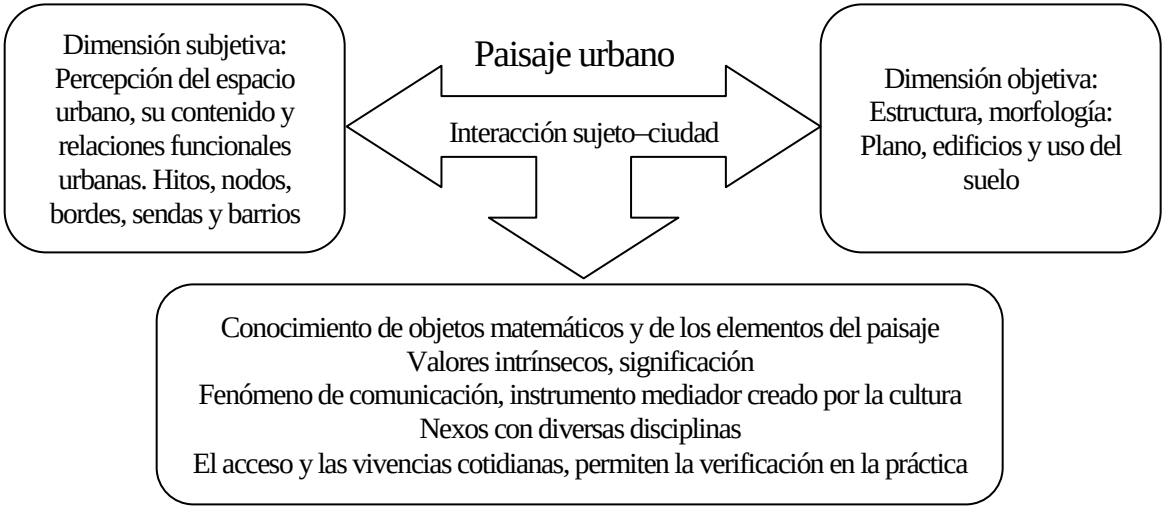


Figura 4. Enfoques subjetivo y objetivo para el estudio del paisaje urbano en función de la aplicabilidad matemática

Criterios para la selección del paisaje urbano como objeto de aplicabilidad matemática

Al seleccionar el paisaje urbano como objeto de aplicabilidad matemática, de acuerdo con el modelo didáctico propuesto, es necesario asumir determinados criterios, tanto teóricos como metodológicos.

Entre los **criterios teóricos** se consideran los siguientes:

- Proponerlo como mediación, al ser un instrumento cultural y comunicar potencialmente su significado y valores históricos, patrióticos, identitarios, patrimoniales, ambientales y estéticos, entre otros.
- Considerar que en un proceso de conocimiento, es aprehendido mediante su imagen cognitiva, configurada por la percepción de las relaciones y elementos de las funciones urbanas en los particulares intercambios entre los espacios, los elementos construidos y los habitantes de la ciudad, tanto como vía para identificar las preferencias y necesidades de los escolares, como para promover su reflexión acerca de esas relaciones.
- Aprovechar en sus elementos morfológicos, plano, edificios, y usos del suelo y espacio, tanto los objetos matemáticos más comunes, como aquellos sobresalientes y de particular singularidad.

Entre los **criterios metodológicos**, de acuerdo a las dos dimensiones para su estudio, considerar:

-Los métodos de trabajo mediante sus elementos morfológicos y perceptivos, y su relación con los procedimientos para la aplicabilidad matemática.

-La organización de los temas y la estructuración de las tareas docentes, según patrones temáticos.

En la **dimensión subjetiva**, considerar, tanto las posibilidades de valoraciones del objeto de aplicabilidad, como las aplicaciones matemáticas que se distinguen en múltiples situaciones relacionadas con la percepción del espacio urbano, su contenido y las relaciones funcionales urbanas, así como el reconocimiento de hitos, nodos, bordes, sendas y barrios.

En la **dimensión objetiva**, considerar la estructura o morfología según el plano, los edificios y el uso del suelo, lo cual se vincula con diversas situaciones prácticas que contienen objetos matemáticos.

Al desarrollar la aplicabilidad matemática en sexto grado, pueden relacionarse todos los contenidos del programa y adecuarse los objetivos de la enseñanza, teniendo en cuenta las relaciones de la asignatura con la geografía urbana y el arte de lo cual da muestras Ticó (2000) en su trabajo sobre la ciudad de Barcelona.

Hay innumerables temas para establecer relaciones prácticas y curiosas con la geografía, en particular con la geografía urbana: el Sistema Métrico Decimal; la determinación de los puntos cardinales; las aplicaciones topológicas, en problemas de fronteras y vértices, y la coloración de mapas; la determinación del Norte geográfico y del verdadero Norte; los problemas de laberintos, que se ajustan a recorridos por puentes, otros objetos civiles, o de recreación; el tratamiento de la información con datos demográficos o del ordenamiento territorial; el análisis variacional, combinatorio y aleatorio, las relaciones de paralelismo y ortogonalidad entre rectas, en el plano y en el espacio; las figuras geométricas; y los coeficientes de proporcionalidad.

Una de las relaciones matemática–arte se produce en el proceso de observación e imitación de la naturaleza, hasta su expresión artística e interpretación, como relación forma–contenido; por ejemplo, los cánones estéticos formales de proporciones utilizados en la arquitectura e ingeniería civil, que pueden encontrarse en puentes, monumentos, plazas, fachadas, arcos y plantas de edificios relevantes de la ciudad (TOSTO, 1958; MARTÍNEZ CASANOVA, 1999), aplicaciones incluidas, tanto en las asignaturas del nivel elemental, como en las del nivel superior, por lo cual, deben adecuarse al grado.

De acuerdo con lo ejemplos mencionados puede afirmarse que las ciudades propician que muchos de los elementos de su morfología puedan ser utilizados para desarrollar la aplicabilidad matemática, ya que

permiten valoraciones que conducen a enriquecer el acervo cultural de los escolares, su desarrollo integral, y a potenciar el estudio de la asignatura desde la visión de su utilidad práctica, con temas amenos y motivantes. En el plan de estudio del sexto grado de la escuela primaria se encuentra la asignatura Geografía de Cuba (CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 2001 págs. 73-74,82-83). Entre sus exigencias básicas está la lectura de mapas de nivel de reproducción, para la ubicación espacial de objetos físico-geográficos, económico-geográficos, y de hechos históricos que han ocurrido y ocurren en Cuba y construcción de significados. El trabajo con la red de coordenadas geográficas, las diferentes escalas y la confección de croquis, son parte de las acciones que contribuyen al desarrollo del pensamiento lógico.

El vínculo de los contenidos con la localidad es un principio en la enseñanza de la Geografía y constituye el espacio idóneo para establecer relaciones físico-económico-geográfico-histórico-socioculturales, así como de la vida práctica; se recomienda aprovechar las condiciones que brinda la localidad para el desarrollo de caminatas docentes y excursiones para su caracterización integral, desde varias perspectivas en los temas de la Unidad 5 ‘El paisaje de la localidad’, y en otros que lo permitan (CUÉTARA, 2004 págs. 57-58).

La actividad docente de Matemática se diversifica con esas formas que permiten la integración de otras asignaturas. En el quinto grado los escolares tienen entre sus logros poder realizar localizaciones relacionadas con los contenidos de la asignatura Historia, lo cual posibilita sistematizarlos con carácter interdisciplinario mediante la aplicabilidad de la matemática al paisaje.

De manera que el paisaje urbano y sus elementos pueden adecuarse al sexto grado como objeto de aplicabilidad matemática, según los criterios para su selección, ya que:

- 1) Es contenido de la identidad urbana, ya que los elementos de su estructura se corresponden con el significado, sentido personal, necesidades e intereses de los escolares.
- 2) Es portador de objetos matemáticos.
- 3) Al ser creado por la cultura, se le puede adjudicar la cualidad de instrumento mediador y fenómeno de comunicación.
- 4) Facilita valoraciones patrióticas, históricas, estéticas, jurídicas, patrimoniales e identitarias entre otras.
- 5) Posibilita nexos con otras disciplinas y asignaturas.
- 6) Los escolares tienen vivencias directas, cotidianas y accesibilidad a sus espacios.

Tareas docentes en el sexto grado con el paisaje urbano de Cienfuegos

Cienfuegos, esa hermosa y rica ciudad que está al sur de la Isla.
José Martí²⁴

La ciudad de Cienfuegos posee desde 1860 las funciones urbanas fundamentales, que en desarrollo creciente, la acreditaron como ciudad en 1881. Su trazado ortogonal, entendido como elemento de modernidad decimonónica, le confiere vigencia actual y es la herencia más genuina y valiosa de la colonización española (MARTÍN, 1998 pág. 15). Sus condiciones excepcionales, propician que muchos de los elementos de su morfología puedan ser utilizados como objetos de aplicabilidad matemática.

En el diseño de actividades según el modelo, se tomaron datos y situaciones prácticas de la morfología del paisaje urbano de Cienfuegos, se obtuvieron datos precisos de levantamientos, descripciones, y planos en el Centro de Información de la Oficina de Monumentos y Sitios Históricos del Patrimonio Provincial de Cienfuegos, y en la Oficina Provincial del Conservador de la Ciudad; otros se encontraron en la obra ‘Memoria Histórica de Cienfuegos y su jurisdicción’ (EDO, 1943)²⁵, en los trabajos de Lilia Martín (1998; Luz y color en la vivienda cienfueguera, 2005), y en los documentos que acreditan al Centro Histórico Urbano de Cienfuegos como Patrimonio Cultural de la Humanidad (CUBA. MINISTERIO DE CULTURA, 2004a; 2004b; 2004c; COMITÉ DE PATRIMONIO MUNDIAL, 2005).

La Decisión 29 COM8B.53 del Comité de Patrimonio Mundial (2005), en su XXIX Sesión el 15 de junio de 2005, en Durban, Sudáfrica, da fe de las razones bajo los criterios de ICOMOS, por los cuales el Centro Histórico Urbano de la ciudad de Cienfuegos fue incluido en la Lista del Patrimonio Mundial²⁶.

Las tareas docentes propuestas en las hojas de trabajo presentadas en el anexo 4, abordan diferentes patrones temáticos en correspondencia con el elemento de la morfología del paisaje. Además, se consideraron temas patrimoniales como el ‘Centro Histórico Urbano’, ‘La Fundación de la Villa’, ‘El Teatro Tomás Terry’, ‘El Colegio San Lorenzo’, ‘Los monumentos nacionales, provinciales y locales’, y el análisis geométrico en edificios relevantes como ‘La Catedral’ y ‘El Palacio de Valle’, además de sitios que constituyen hitos.

Al final del propio anexo se caracterizan en una tabla, cuatro de las actividades seleccionadas mediante sus

²⁴ MARTÍ, J. Periodismo diverso: Sección Constante. –Historias, letras, biografías, curiosidades y ciencia–. La Opinión Nacional de Caracas, 20 de enero de 1882. [aut. libro] J. Martí. *Obras Completas*. 2ª. La Habana : Ciencias Sociales, 1975d, Vol. XXIII, págs. 163.

²⁵ Fuente localizada en el Departamento de Fondos Raros y Valiosos de la Biblioteca Provincial de Cienfuegos.

²⁶ Los criterios fueron: “(...) ii) El Centro Histórico de Cienfuegos muestra un importante intercambio de influencias basadas en la Ilustración Española y es un ejemplo excepcional y adelantado de su implementación en el planeamiento urbano en América Latina en el siglo XIX; (...) iv) Cienfuegos es el primer y excepcional ejemplo de un conjunto arquitectónico representativo de las nuevas ideas de modernidad, higiene y orden, en el planeamiento urbano desarrollado en la América Latina del siglo XIX (...)” (COMITÉ DE PATRIMONIO MUNDIAL, 2005).

patrones temáticos, dominios de contenidos y dominios cognitivos.

Se elaboraron tareas, originales y adecuaciones de los libros de texto Matemática 5 y Matemática 6 (RIZO, y otros, 1996; RIZO, y otros, 2002), de manera que constituyeran aseguramiento del nivel de partida y sistematización, abordándose todos los dominios de contenidos del programa de sexto grado. Los ejercicios y órdenes de las tareas docentes se estructuraron según los procedimientos para la aplicabilidad matemática y los niveles de asimilación, de manera que pudieran evaluarse los desempeños cognitivos, con diez ítems en sistema, según el constructo asumido en el SECE, para la clasificación de los escolares.

Se establecieron criterios de valor de carácter histórico, patriótico, político, estético, identitario, funcional, y patrimonial, entre otros, para que los escolares valoraran y emitieran juicios sobre la ciudad y sus significados, mediante la utilización oportuna de citas.

Las tareas previstas brindan a los escolares conocimientos de otras disciplinas; vinculación con personalidades históricas o políticas; criterios jurídicos de organizaciones internacionales para la declaración de sitios, conjuntos arquitectónicos y centros históricos en la Lista del Patrimonio Cultural de la Humanidad; criterios jurídicos para la declaración de monumentos locales y nacionales; narraciones de hechos acontecidos que posibilitan valoraciones ético-morales.

Otro material docente elaborado con el fin de realizar actividades de aplicabilidad matemática, lo constituyó un conjunto de diapositivas en una presentación en soporte digital, usando planos, fotografías digitales de edificios, sitios y espacios urbanos, levantamiento de fachadas con datos y otras ilustraciones de hechos históricos relacionados con la ciudad de Cienfuegos.

III.2 Metodología de la investigación

Se ha tenido en cuenta la conceptualización que brindan B. Castellanos y otros (2005 págs. 35,37) como un proceso dialéctico de construcción del conocimiento multidisciplinar acerca de la realidad educativa. La finalidad ha sido la de producir determinados resultados que posibilitan describir, explicar, predecir y transformar el campo de la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza-aprendizaje en el contexto histórico concreto de la escuela primaria cubana.

Se asumió el principio rector entre la teoría de la educación y su didáctica, es decir, las posiciones teóricas acerca de la aplicabilidad matemática. La realidad educativa sirvió de orientación a la instrumentación metodológica que permitió establecer los métodos y técnicas adecuados para obtener los resultados en cada

tarea investigativa, y sistematizar los datos, a fin de retornar entonces a la práctica para transformarla y solucionar el problema planteado (CASTELLANOS, y otros, 2005 pág. 37).

Se concilió dialécticamente una valoración más objetiva de la realidad, buscando la unidad entre lo empírico y lo teórico, y entre lo cualitativo y lo cuantitativo (MARTÍNEZ LLANTADA, y otros, 2005), al evaluar el modelo mediante un diseño de investigación con enfoque mixto paralelo, según clasifican Hernández Sampieri y otros (2006 págs. 777-778), recolectar, analizar, y vincular datos cuantitativos y cualitativos, con simultaneidad relativa, atendiendo a los criterios de rigor y validez de cada instrumento (pág. 755).

III.2.1 Informantes, ámbitos, marcos contextuales y muestras

En la evaluación del modelo intervinieron y brindaron datos maestras y directivos de escuelas primarias. Los ámbitos investigativos fueron las escuelas José Antonio Saco López y Guerrillero Heroico, y la Sede Universitaria Pedagógica, todos del municipio de Cienfuegos. Sirvió de marco contextual el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el sexto grado, durante los períodos primero, segundo y tercero del curso escolar 2007-2008, y el Módulo II de la 1ª edición de la MCEaa, Mención en Educación Primaria.

La selección de una muestra teórica (HERNÁNDEZ SAMPIERI, y otros, 2006 pág. 569), fue útil para el diseño del estudio, que requirió no tanto una representatividad de elementos de una población, sino de una cuidadosa y controlada elección de sujetos con ciertas características especificadas previamente.

Para realizar las actividades y observarlas, las docentes fueron seleccionadas sobre la base de su disposición a participar, y de las condiciones siguientes: 1) Docentes-cursistas de la MCEaa del municipio de Cienfuegos, del grupo atendido por la investigadora en ese proceso de formación profesional; 2) Maestras que laboraban en el sexto grado, Vicedirectora y Jefe del segundo ciclo; estas dos últimas y una de las maestras, han realizado investigaciones para su formación académica, relacionadas con propuestas que incluyen ejercicios de Matemática y su didáctica.

En correspondencia con las seis docentes que desarrollaron las actividades, la muestra de escolares para la evaluación de su desarrollo en la aplicabilidad matemática fue determinada de manera aleatoria, en dos grupos para la prueba de fiabilidad del sistema de evaluación del modelo didáctico; e intencionalmente, como muestra no probabilística, en los cuatro grupos formados para describir los resultados de la medición de las variables, la elección de los escolares fue casual, al depender de cuatro actividades seleccionadas, según el contenido y los niveles de desempeño cognitivo.

III.2.2 Criterios de rigor y diseño de la investigación

Los criterios de rigor de la investigación (HERNÁNDEZ SAMPIERI, y otros, 2006 pág. 795; El rigor en la investigación cualitativa, 1999 pág. 297; VASILACHIS DE GIALDINO, 2003 págs. 55-57; LANUEZ, y otros, 2008 pág. 96), según su enfoque mixto, corresponden a cada método, técnica e instrumento empleado. En el enfoque cuantitativo se acudió al análisis de fiabilidad y a la confrontación entre evaluadores; mientras, en el cualitativo, se describieron las condiciones de aplicación y las particularidades de las fuentes de información y de los informantes, en correspondencia con los objetivos de la técnica.

El anexo 5 contiene una descripción detallada de los métodos y las técnicas aplicadas, así como la operacionalización de las variables ‘modelo didáctico para la aplicabilidad matemática’ y ‘desarrollo de la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje’. La figura 5 representa el esquema del diseño de la investigación.

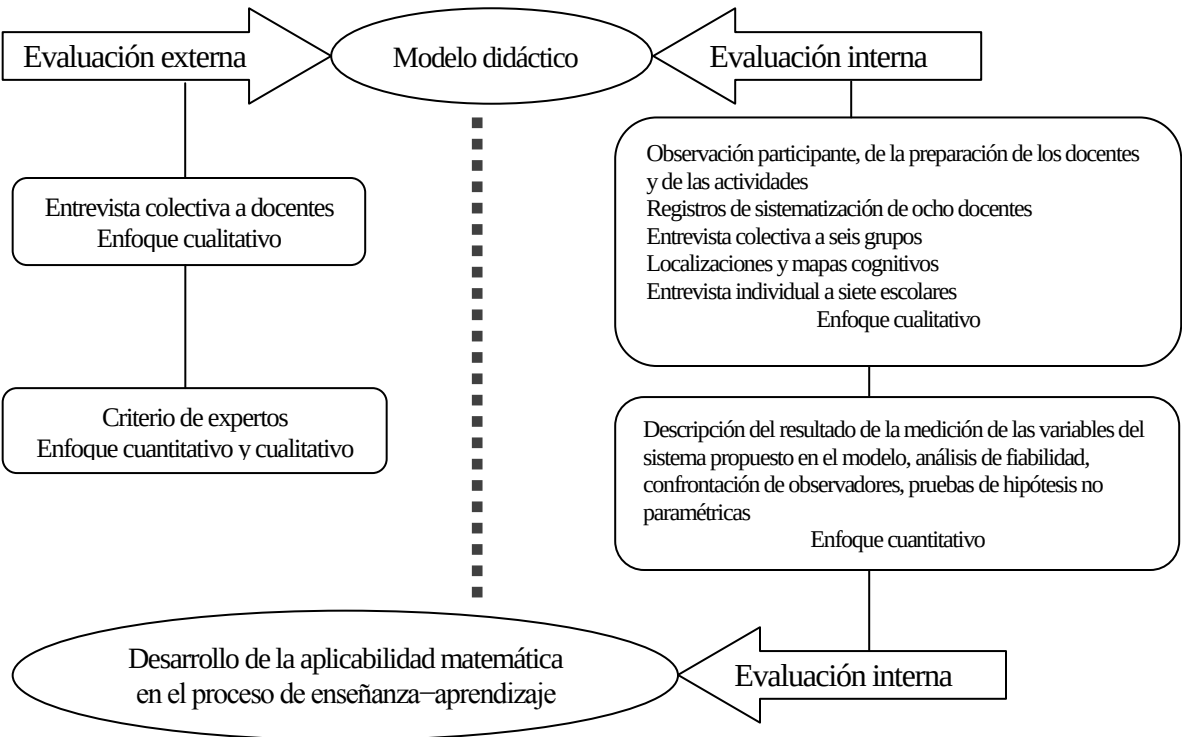


Figura 5. Diseño de la investigación para la evaluación del modelo didáctico y sus efectos

III.3 Evaluación del modelo didáctico y sus efectos en el desarrollo de la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje

Mediante diversos métodos de investigación fueron evaluados, el modelo didáctico presentado en el capítulo II, así como sus efectos en la realización de actividades en las escuelas seleccionadas con la participación de maestras y escolares. Se ha asumido el modelo didáctico como una de las variables a evaluar, tanto en su aspecto interno como en el externo; la segunda variable consiste en ‘el desarrollo de la aplicabilidad

matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje’ con dimensiones basadas en la bilateralidad del proceso: ‘maestros’ y ‘escolares’, lo cual ya se ha expresado en las definiciones operacionales.

III.3.1 Evaluación externa del modelo didáctico para la aplicabilidad matemática

La evaluación externa del modelo se inició con la valoración de su primera versión por docentes seleccionados, y más tarde con el criterio de expertos, lo cual contribuyó al proceso de su construcción.

III.3.1.1 Entrevista no estructurada colectiva a docentes–cursistas

La técnica empleada, según la clasificación de algunos autores (TAYLOR, y otros, 1987 pág. 101; ARNAL, y otros, 1992 pág. 225; LANUEZ, y otros, 2008 pág. 84), fue aplicada a un grupo de docentes–cursistas, y dio lugar a una discusión sobre el modelo, en un encuentro presencial de la MCEaa, en el contexto del Curso ‘Herramientas psicopedagógicas para la dirección del aprendizaje escolar’ Módulo II. Se discutió su material básico (CASTELLANOS, 2005), y en correspondencia se analizaron los fundamentos del modelo didáctico expuestos en su primera versión.

Se tomó como muestra intencional el grupo 15 de la MCEaa, del municipio Cienfuegos. De una matrícula de 41 docentes, asistieron 33 (80,5%) en el segundo encuentro presencial en mayo de 2007.

La investigadora dirigió la entrevista con el tema no estructurado para ser debatido: ‘La concepción de aprendizaje desarrollador. La diversidad del aprendizaje y sus implicaciones didácticas. Dirección del aprendizaje con perspectiva desarrolladora. Análisis de la primera versión del modelo didáctico para la aplicabilidad matemática como expresión del aprendizaje desarrollador’.

El anexo 6 contiene la guía de la entrevista. Como resultado del análisis de la transcripción de la grabación magnetofónica y 90 intervenciones en un espacio de 45 minutos, se destacan los aspectos siguientes:

-Las maestras reconocen los fundamentos psicopedagógicos que se definen en el material orientado en el curso, los principales conceptos que forman parte de la concepción de aprendizaje desarrollador; como las zonas de desarrollo actual y próximo y la manera que éstas se llevan a la práctica, o sea mediante los niveles de ayuda; el papel de los instrumentos transformadores, las TIC (Tecnologías de la Información y las Comunicaciones). Identifican las características del modelo pedagógico de la Educación Cubana y el de la escuela primaria en correspondencia con el aprendizaje desarrollador.

-Identifican los conceptos que se definen en él, como objeto matemático y objeto de aplicabilidad sin dificultad, el carácter relativo de los niveles de complejidad, así como el nivel de partida y los

procedimientos propuestos.

-Manifiestan la dificultad del trabajo con el objeto de aplicabilidad y se debatió la idea, no comprendida, de los procedimientos para la valoración del objeto de aplicabilidad, ya que se nota arraigo por la caracterización, como en el caso de los hechos históricos.

-Por otra parte identifican que el modelo propicia, mediante la estructuración de actividades el trabajo con los niveles de complejidad y desempeño cognitivo.

-En cuanto al trabajo con el objeto de aplicabilidad le dan importancia, pero manifiestan el desconocimiento que pueden tener de esos objetos; indican que deben ser diferentes según el grado y asumen la responsabilidad como maestros, de conocer sus características para no enseñar la Matemática en abstracto; plantean como necesidad la preparación de los maestros en ese sentido, ya que el éxito del modelo depende del conocimiento del objeto de aplicabilidad para diseñara tareas y medios con ese fin.

No obstante, esta versión no acabada formalmente del modelo didáctico, fue modificada en cuanto a su expresión y representación esquemática. Se perfeccionó en la continuidad del proceso de investigación con el criterio de expertos y en la práctica de docentes frente a grupos de escolares.

III.3.1.2 Criterio de expertos

El método heurístico identificado en general como método Delphi es variado, al poder combinarse en él técnicas cuantitativas y cualitativas (KONOW, y otros, 2002; CEREZAL, y otros, 2002; CEREZAL, y otros, 2005 págs. 18-19). El objetivo de su utilización simultáneamente con su aplicación en la práctica educativa, fue el de evaluar la construcción teórico-formal del modelo, con el fin de verificar su aproximación al funcionamiento real, y suministrar su validez externa, además de experimentar con docentes y escolares.

Se aplicó el cuestionario presentado en el anexo 7, en dos rondas, para que los expertos evaluaran la segunda y la tercera versiones del modelo, respectivamente. Primeramente, a una muestra intencional de $N=30$, y en la siguiente, la muestra se redujo a $N=25$; en ambos casos $0 < e \leq 0,2$, o sea, el error 'e' es menor que el 2%, según la representación de la inversa de la normal, procedimiento propuesto por la Academia de Ciencias de la URSS, según Crespo Borges (2006 págs. 22-24).

Para la descripción de la competencia del grupo de 30 expertos, se combinó la autovaloración y la evaluación de su competencia por una serie de indicadores a llenar en el cuestionario. El anexo 8 contiene las

categorías evaluativas de cada uno de los indicadores. El anexo 9 exhibe el procesamiento estadístico de los perfiles de competencia, así como de las evaluaciones de las variables que emitieron los expertos. Puede observarse en los datos presentados que en las muestras de ambas rondas no hay expertos de perfil de competencia bajo, y mayoritariamente son de perfil alto.

Los expertos evaluaron los diferentes aspectos de la construcción teórico-formal del modelo por categorías ordinales. Además, opinaron y sugirieron modificaciones para mejorarlos. Las variables se describieron mediante el análisis de frecuencias absolutas, acumuladas, relativas acumuladas, y sus imágenes en la tabla de la inversa de la función de distribución normal. Se obtuvieron los puntos de corte de las categorías a comparar con de cada uno de los valores promedios de las variables, procedimiento descrito por Cerezal y Fiallo (2002) y Crespo Borges (2006).

Los puntos de corte para la comparación con los promedios de cada variable evaluada, así como las categorías obtenidas y su comportamiento mediante un gráfico, se muestran en el mismo anexo 9.

Se evidencia que los aspectos ‘Actividad–Aplicabilidad’, ‘Objeto de aplicabilidad’, ‘Tarea docente’ y ‘Procedimientos’, se mantienen en categorías altas en ambas rondas, lo cual indica una alta valoración de esos aspectos esenciales en el modelo. Las categorías más debatidas y criticadas son ‘Resultados’, ‘Representación Esquemática’, ‘Contenidos’, y ‘Evaluación’.

Se determinó el grado de acuerdo entre los expertos, con la prueba no paramétrica del coeficiente de concordancia de rangos W de Kendall, cuyo diseño estadístico 2 se presenta en el anexo 9, con N muestras relacionadas, basada en el estadígrafo χ^2 (SIEGUEL, 1974; EGAÑA, 2003 págs. 53-54, 112-114); el cálculo se realizó con el paquete estadístico SPSS para Windows versión 15.0 y el tabulador electrónico Microsoft Office Excel. El coeficiente W–Kendall funciona como medida de relación entre k ordenaciones que pueden ser ligadas de m objetos o individuos, en N muestras relacionadas (SIEGUEL, 1974 pág. 261).

El propio anexo contiene los resultados de la prueba no paramétrica W–Kendall en ambas rondas. Las mismas muestran que la significación asintótica es $0,000 < 0,5$, por lo cual, puede rechazarse la hipótesis nula. Resultado que permite inferir que ‘los expertos concuerdan’, aunque moderadamente, pues el coeficiente W–Kendall obtenido es, en el primer caso 0,458, alto para el que puede esperarse en la primera ronda, con 19 variables a evaluar.

No obstante, en la segunda ronda pudo también rechazarse la hipótesis nula bajo las mismas condiciones,

pero dicho coeficiente resultó 0,542, lo cual quiere decir que la concordancia se elevó en 8,4%.

En consecuencia, se asumió la segunda versión del modelo por un consenso significativo del 54,2%, con un margen del 2% de error. La diferencia de las medias de los rangos, aparece en el anexo mencionado, así como los gráficos de líneas que ilustran los ordenamientos de las variables por el promedio de sus rangos en cada una de las rondas.

Los resultados cuantitativos y las sugerencias de los expertos permitieron identificar las categorías a modificar. Se decidió eliminar la categoría ‘Resultados’ y expresarla como parte del componente ‘Evaluación’. Las variables modificadas para la presentación de la segunda versión del modelo fueron las que obtuvieron las categorías ‘Modificar totalmente’ y ‘Modificar parcialmente’. Se modificaron además, algunas de las que alcanzaron la categoría de ‘No modificar’, sobre la base de oportunas sugerencias emitidas por los expertos. En la segunda ronda el promedio de rangos descendió en general, lo cual se debe a que se ligaron más los valores asignados.

De acuerdo con el comportamiento de las variables expresado en el análisis cuantitativo y las sugerencias de los expertos, se presentan las decisiones que se tomaron para mejorar la construcción teórico-formal del modelo en su segunda versión presentada en el capítulo II.

- Objeto del modelo: identificar el objeto del modelo con la aplicabilidad matemática.
- Fundamentos: diferenciar cada uno de los fundamentos, y añadir algunos.
- Objeto matemático: definirlo, de manera que se diferencie del contenido matemático.
- Objeto de aplicabilidad matemática: esclarecer la definición.
- Actividad-aplicabilidad matemática: denominar como aplicabilidad matemática.
- Objetivo: identificarlo con uno de los del modelo de escuela primaria, y recomendar su derivación.
- Método-procedimientos generales: precisar algunas indicaciones adicionales.
- Procedimientos: especificarlos como procedimientos específicos y su relación con los generales.
- Tarea docente: precisar asumirla como planteamiento, demanda pregunta expresada en diferentes formas y qué es lo que la distingue.
- Formas organizativas: mantener como se presentó inicialmente.
- Medios y materiales docentes: mantener como se presentó inicialmente.
- Resultados: eliminar y asumirlos como dimensión de la evaluación.

- Evaluación: describirla de acuerdo a las dimensiones proceso y resultados.
- Representación esquemática: tener en cuenta el rol de los sujetos implicados y la jerarquía del objeto de aplicabilidad como mediación.
- Relación fundamentos–Componentes: modificar al esclarecer algunas categorías.
- Relaciones estructura–esquema: tener en cuenta lo señalado al modificar el esquema y su jerarquización.
- Observación General: declarar, de acuerdo con cuatro sugerencias, los roles de maestros y escolares; considerar sus procederes y las sugerencias para garantizar el proceso; añadir criterios para la utilización del modelo, recomendaciones para su uso, aseguramiento de las condiciones, e indicación de su grado de terminación y aplicación.

III.3.2 Evaluación interna del modelo didáctico y sus efectos en el desarrollo de la aplicabilidad matemática

La evaluación interna del modelo didáctico se inició con la preparación de las maestras y los directivos implicados directamente en su puesta en práctica. Se analiza la interacción de los docentes con el modelo didáctico y la elaboración de sus actividades y los resultados de una actividad demostrativa con dos grupos de escolares como ensayo previo. Se analiza la fiabilidad de la medición del sistema de variables, previsto en el componente evaluación del modelo.

Las actividades según el modelo, se desarrollaron en seis grupos de escolares: dos en la ENU Guerrillero Heroico (C1 y D1) y cuatro en José Antonio Saco López (A1, B1, C2 y D2). Seis docentes tuvieron participación directa en las actividades, la Jefe de segundo ciclo y la Vicedirectora de la escuela José Antonio Saco López, quienes participaron en el control del proceso.

III.3.2.1 Observación participante y análisis de documentos personales en la preparación de maestras

Del Rincón y otros (1995 pág. 272) y Guasch (1997 págs. 35,42-43), afirman que la observación participante propicia la obtención de datos sobre la realidad con la participación relativa del sujeto investigador: En este caso, la investigadora observó cómo las maestras y directivos, diseñaron las actividades y su control, en el escenario de dos sesiones de preparación, con la presencia y dirección de la investigadora.

La técnica se aplicó durante dos sesiones de preparación realizadas con seis maestrantes seleccionadas intencionalmente del grupo 15 de la Maestría en Ciencias de la Educación, municipio de Cienfuegos en el

mes de septiembre de 2007, en la escuela José Antonio Saco López. El anexo 10 contiene los temas de la preparación, en la cual se profundizó, en la interpretación del modelo didáctico, la determinación y elaboración de materiales respecto al paisaje urbano, como objeto de aplicabilidad paisaje.

La preparación se dirigió a una Vicedirectora, una Jefe del segundo ciclo, dos maestras de los cuatro grupos de sexto grado de la escuela José Antonio Saco López, así como dos maestras de Guerrillero Heroico. En cada una de las sesiones se realizaron las acciones siguientes.

Primera sesión:

Objetivo: Familiarizar a las maestras con el modelo, su estructura y con la teoría del paisaje urbano para considerarlo como objeto de aplicabilidad matemática según el modelo propuesto.

Acciones: Análisis del modelo para la comprensión más profunda de su estructura. Conocimiento de las particularidades del paisaje urbano de Cienfuegos para considerarlo objeto de aplicabilidad. Análisis de actividades propuestas por la investigadora.

Segunda sesión:

Objetivo: Preparar las condiciones con el fin de poner en práctica el modelo para la aplicabilidad matemática en los grupos de sexto grado seleccionados.

Acciones: Análisis de las actividades adecuadas que proponen las maestras; análisis del diagnóstico de los niños de los grupos muestra; coordinación y planificación de las actividades, teniendo en cuenta el laboratorio de computación; preparación del registro de sistematización de cada maestra, según sus funciones, para evaluar el modelo en la práctica; preparación de los listados para evaluar el sistema de variables en cada escolar. Análisis del diagnóstico.

El sistema de actividades propuesto, se modificó en varios aspectos: nivel de complejidad, gradación de los niveles de desempeño cognitivo y formas de presentación que influían en ellos. Se seleccionaron cuatro actividades y sus variantes. Además se analizó el total de actividades concebidas por la investigadora que más tarde realizó una alumna aventajada de la ENU Guerrillero Heroico.

El anexo 10 contiene, además, una tabla resumen brindada por las maestras sobre el diagnóstico de todos los escolares de los grupos seleccionados, en los cuales se desarrollarían las actividades. La distribución es normal y similar en los grupos analizados.

Las maestras determinaron las frecuencias más altas de las dificultades, de acuerdo con los objetivos

vencidos en la etapa de inicio de curso y los elementos del conocimiento con dificultades en cada dominio de contenido, según lo propuesto por Zilberstein y otros (2002a págs. 109-110):

-Numeración y cálculo: Adición y sustracción con sobrepaso; ordenamiento de expresiones decimales; ampliación y simplificación de fracciones; reglas de divisibilidad; potenciación y radicación.

-Magnitudes: Reconocer unidades de magnitud; conversión de unidades de magnitud; estimación; cálculo con diferentes unidades.

-Tratamiento de la Información: Interpretar tablas; hallar media aritmética; representar gráficas.

-Geometría: Descomponer figuras; reconocer teorema de los ángulos interiores de un triángulo; cálculo de áreas y perímetros.

-Análisis variacional: Reconocer patrones; determinar términos de la sucesión dado un patrón.

Lo mostrado en el diagnóstico se tuvo en cuenta en las actividades a diseñar según el modelo, para desarrollarse al final y principio del segundo período del curso escolar 2007-2008.

También, en esa última sesión de trabajo, las maestras elaboraron la primera y la segunda parte de los registros de sistematización para la ejecución y evaluación de las actividades a realizar. Las partes primera y segunda de los registros de sistematización están en el anexo 11, además de la tercera que los docentes colaboradores elaboraron más tarde, durante el desarrollo de actividades.

En correspondencia con lo corroborado en la encuesta a docentes, las maestras manifestaron en la entrevista colectiva analizada en el acápite anterior, que una de las dificultades consistía en la falta de tiempo y conocimiento para abordar objetos de aplicabilidad adecuados.

Sin embargo, quedó demostrado en esa preparación, que eran capaces de conseguirlo, ya que se puso de manifiesto en ellas que fue posible concebir y adecuar actividades según el modelo, con informaciones que se pueden obtener de la comunidad cercana a la escuela.

Una de las maestras que realizó las actividades en la ENU José Antonio Saco López, propuso un conjunto de actividades para el Tratamiento de la Información, según el modelo, al emplear objetos de aplicabilidad vinculados con la salud, la cultura y otros aspectos de la localidad.

Se evidenció que la preparación y la búsqueda de datos que enriquezcan el proceso de enseñanza—aprendizaje de la Matemática es el preámbulo necesario para llevar a cabo actividades que motiven a los escolares y les aporten conocimientos integrados.

III.3.2.2 Análisis de la fiabilidad del sistema de evaluación

Para comprobar la fiabilidad del sistema de variables y sus categorías evaluativas propuesto en el modelo, se desarrolló una actividad docente de pilotaje. Se seleccionaron intencionalmente dos grupos de sexto grado de la ENU José Antonio Saco López de Cienfuegos (A y B). La investigadora realizó una actividad demostrativa con el fin de completar la preparación de la maestra de los grupos C₂ y D₂, quien, en esa misma escuela realizaría las cuatro actividades propuestas en esos grupos.

La actividad se organizó en el horario de Computación, previa coordinación entre las maestras de los grupos y el profesor de esa asignatura; el tema de la actividad fue el de Calles y Avenidas de Cienfuegos, concebida para los dominios de Análisis variacional, Cálculo y Magnitudes, tres dominios de contenido que la catalogan con una complejidad de categoría 3. Se trabajó con el plano de la ciudad y la presentación en PowerPoint. Los escolares reaccionaron favorablemente ante las tareas y el tema que se presentó.

Se localizó la escuela en el plano de Cienfuegos. Se realizó la valoración del objeto de aplicabilidad mediante una cita del Apóstol: “(...) sus calles, tenazmente rectas, sin una desviación, sin un capricho. (...) Sólo en nuestras tierras es animada la simetría (...)” (MARTÍ, 1975c pág. 122).

Los criterios estéticos de valoración fueron la simetría, la ortogonalidad, la limpieza de las calles, la pertenencia de las zonas señaladas en el plano del Centro Histórico de la Ciudad de Cienfuegos; los escolares destacaron y emitieron juicios de valor sobre el hecho de que Cienfuegos es Patrimonio Cultural de la Humanidad, por sus condiciones; describieron recorridos de la escuela al Parque José Martí, como Sitio Histórico declarado Monumento Nacional.

Los resultados cuantitativos se sometieron a la Prueba de Kolmogórov–Smírnov para la bondad del ajuste (SIEGUEL, 1974 pág. 69), para verificar la distribución teórica normal, requisito en la aplicación de pruebas de fiabilidad. En este caso, al tratarse de una muestra pequeña, 12 del grupo A y 15 del grupo B (para un total de 27). Las variables ‘identificación del objeto de aplicabilidad’, ‘valoración del objeto de aplicabilidad’ y ‘nivel de independencia’, están distribuidas normalmente. En el caso de las variables ‘procedimientos matemáticos’, ‘identificación del objeto matemático’ y ‘aplicación del objeto matemático’, no puede ni verificarse, ni refutarse la distribución normal, ya que no poseen diferencias significativas grandes.

No obstante, se trata de diferencias significativas no tan pequeñas, lo cual no compromete en demasía la verificación, sobre la base de los valores del coeficiente calculado, la suposición de que al aumentar la

muestra, se establezca la distribución en todas las variables.

En consecuencia, se realizó el cálculo de los coeficientes Alfa de Cronbach, para las dos mitades por el método de Guttman, cuyo valor es 0,889 para los elementos tipificados. Los resultados de las pruebas se muestran en el anexo 12.

III.3.2.3 Conocimientos de los escolares de sexto grado acerca del objeto de aplicabilidad ‘Paisaje urbano de Cienfuegos’

Con el objetivo de determinar los conocimientos, percepción e influir en la formación de intereses en los escolares acerca del paisaje urbano de Cienfuegos, se aplicaron dos técnicas investigativas en el horario en el cual se programó la actividad independiente: la entrevista no estructurada colectiva y los mapas cognitivos. Éstas fueron realizadas por las maestras, con la observación participante de la investigadora.

Entrevista no estructurada colectiva a escolares de sexto grado

En el anexo 13 se presenta la guía y el resumen de las regularidades detectadas en las entrevistas a los seis grupos en ambas escuelas. La técnica se aplicó por las maestras en horario extraclase en un tiempo aproximado de 15 minutos. El tema presentado fue ‘Lo que quiero conocer de la ciudad de Cienfuegos’. La entrevista constituyó una actividad más en el conjunto de las que se realizaron con los escolares.

El resultado mostró la diversidad de intereses de los escolares, además de la posibilidad de intercambio con los de sus condiscípulos. Por otra parte, la técnica aplicada sirvió de puente motivacional, ya que manifestaron, masivamente, un marcado interés y entusiasmo, en realizar las actividades anunciadas. No se realizó una orientación directa de los elementos de la morfología del paisaje urbano, ya que no era objetivo, sin embargo, los escolares se motivaron hacia éstos, pero también hacia aspectos históricos y políticos de la ciudad en otras épocas y tradiciones.

De lo anterior puede inferirse la necesidad de materiales, sean publicaciones o sitios WEB en los que se muestren fotografías y detalles de la ciudad en otras épocas, aunque existen, pero que estuvieran al alcance de los escolares. Una buena opción fue situar esos materiales en el Centro de Información de la Oficina del Conservador de la Ciudad y la Oficina Provincial de Patrimonio y Sitios Históricos y Monumentos, ya que el hecho de brindar información de este tipo se encuentra entre las funciones urbanas y culturales de las mencionadas instituciones.

Según el criterio de M. de la Calle (2002 pág. 44), instituciones como éstas son parte del equipamiento e

iniciativas de ofertas permanentes o periódicas, al contribuir con la orientación sociocultural local, en centros y ciudades históricas que han sido declarados Patrimonio Cultural de la Humanidad, lo cual se verifica en la ciudad de Cienfuegos. De manera que el protocolo y adecuación de actividades propuestas en esta investigación ha sido un resultado socializado en esas instituciones.

Localizaciones y elaboración de mapas cognitivos

Esta técnica, realizada en sesiones posteriores a la entrevista colectiva, tuvo el objetivo de precisar las necesidades de los escolares en cuanto al conocimiento sobre el paisaje urbano de la ciudad de Cienfuegos, y formar intereses en los escolares por sus elementos. Se les orientó realizar localizaciones en mapas, y elaborar mapas cognitivos, para evaluar el aspecto subjetivo del paisaje, con las variables sugeridas por Battro y Ellis (1999) y De Vega (2005 págs. 248-249).

Los mapas cognitivos se emplearon como preámbulo a las actividades en el segundo período. Se orientaron como tarea extraclase a todos los escolares; se distinguieron las formas en que los escolares organizaron la información sobre los cinco elementos de la estructura del paisaje, según lo propuesto por Kevin Lynch (AGUILERA, y otros, 2002 págs. 506-507): sendas, límites, barrios, nodos e hitos. Las localizaciones se realizaron en la primera actividad (actividad I sobre el plano de la ciudad). A partir de la observación de la investigadora, las informaciones que dieron las maestras y el análisis de los mapas cognitivos, se describen a continuación el comportamiento de esas variables y de los cálculos aproximados de distancias con la referencia de la escuela. El resumen se presenta en el anexo 14.

Primero: Mapas cognitivos relacionados con el paisaje urbano de la ciudad de Cienfuegos

En los seis grupos se orientaron dos temas: el ‘Centro Histórico de Cienfuegos: Patrimonio Cultural de la Humanidad’ y el ‘Parque José Martí: Monumento Nacional’. En ambos se pudo determinar la percepción que tienen de los bordes, distritos, sendas, hitos y nodos del paisaje urbano de Cienfuegos. Mediante esos temas pudo determinarse que los escolares perciben globalmente los sitios mencionados y expresan de manera diversa los detalles y elementos de significado.

En la determinación de sendas se evidenció que la percepción de las distancias se afecta por dificultades en el cálculo con magnitudes lineales, cuestión que se puso de manifiesto en escolares que tenían deficiencias en ese aspecto, de acuerdo con el diagnóstico que informaron las maestras.

Los límites se distinguían mediante los colores del plano, pero no se identificaban en relación con los barrios

que estos demarcaban. Lo sitios catalogados como hitos fueron: el Boulevard, Escultura de Benny Moré, Parque José Martí, Parque de la Aduana, Museo Provincial, Casa del Fundador y la Glorieta del Parque. El nodo de Prado y Boulevard fue distinguido por todos los escolares, además del Parque José Martí, ya que constituyeron puntos referentes para la localización de otros elementos estructurales. Las sendas o recorridos fueron en su mayoría imprecisas, pues representaban caminos que intersecaban manzanas, y en otros casos, se calculaban mal las distancias a recorrer en correspondencia con las cantidades de cuadras y manzanas representadas. No obstante se evidenció que lo más difícil fue la determinación de sendas y límites en el plano del Centro Histórico.

La representación del mapa cognitivo del Parque José Martí mostró el conocimiento e intereses de los escolares por la ciudad y su centro histórico. No obstante, las demarcaciones de sus límites y su orientación respecto a los barrios conexos no muestran un conocimiento aceptable. Los mapas se clasificaron en tres grupos, atendiendo a la orientación geográfica, a la representación de la mayor cantidad de elementos estructurales, y a la determinación de las demarcaciones según la numeración de calles y avenidas:

- Mapas en los que se señalaban con detalles todos los elementos estructurales que componen el parque José Martí; con una orientación en el espacio adecuada; denominación correcta de los elementos y orientación geográfica adecuada.
- Mapas en los que se señalaban algunos elementos estructurales, sobre todo los hitos y nodos representados por las edificaciones en el Parque y su entorno, pero no tenían orientación adecuada algunos y otros no denominaban correctamente otros elementos (fundamentalmente los límites, calles o avenidas, sendas de acceso)
- Mapas que representaban el plano de planta del Parque José Martí y su entorno, pero no indicaban sus elementos estructurales ni orientación en el espacio.

Las sendas fueron señaladas por las formas de acceso al Parque, lo que resultó relativo, ya que en cada caso individual, utilizaban la senda por la Plaza del Mercado o por el Boulevard. En el anexo mencionado se presentan dos ejemplos de mapas cognitivos elaborados en ambos temas.

Segundo: Localización de la escuela en el plano del Centro Histórico y la Zona de Protección de la ciudad de Cienfuegos y su situación respecto a hitos y nodos de la ciudad.

Se utilizaron dos planos, el de la ciudad de Cienfuegos, su trama vial y algunos de sus fragmentos, así como

el plano del Centro Histórico Urbano y Zona de Protección, en los cuales los escolares localizaron diferentes elementos.

La orientación y las ayudas consistieron, en general, en la llamada de atención de las manzanas o hectáreas representadas, de manera que se ubicaran en el espacio en que estaban situados y las distancias que existen desde esos puntos a las escuelas.

Los escolares reconocieron edificios relevantes, itinerarios de desplazamientos o sendas, y distritos o barrios que se distinguen en el plano mencionado. Calcularon distancias en recorridos de uso frecuente.

Los hitos localizados fueron el Boulevard, la Escultura de Benny Moré, el Paseo del Prado (Calle 37), la Heladería Coppelia, el Parque José Martí, el Museo Provincial, la Biblioteca.

Los escolares manifestaron algunas dificultades en la interpretación del plano, fundamentalmente en la determinación de las distancias a los hitos y nodos.

En las 12 actividades observadas, las maestras propiciaron una interacción adecuada con los escolares, a pesar de manifestar un poco de inseguridad en la terminología de paisaje urbano; no obstante, con la intervención de las maestras y la investigadora, se introdujeron algunos términos que no todos conocían sobre la ciudad: nombres de calles y avenidas, correspondientes con la numeración actual y su orientación ascendente Sur–Norte y Oeste–Este; los límites o bordes del Centro Histórico y la Zona de Protección.

III.3.2.4 Resultados de las actividades

Las actividades se realizaron en el segundo y tercer períodos del curso 2007-2008. Las seleccionadas para la evaluación tuvieron la función de sistematización de los contenidos, en las cuales se atendían contenidos del quinto y del propio sexto grado.

En su contexto se orientaron caminatas docentes de manera independiente, para la observación en los recorridos de los elementos estructurales del paisaje que se presentaban como patrones temáticos. La evaluación se realizó mediante varios métodos y técnicas. La observación participante del proceso, se ejecutó en el escenario del desarrollo de las actividades con escolares. Se tuvieron en cuenta las dimensiones de esa modalidad, como lo indican Del Rincón y otros (1995 pág. 272) y Guasch (1997 págs. 35,42-43): la implicación parcial del observador; explicitación abierta, pues maestros y escolares sabían que eran observados y por quién; la plena información del propósito real a los implicados; las múltiples observaciones

en el plazo de un curso escolar y varios ámbitos; asistemática; y el enfoque descriptivo, o focalizado, según su objetivo.

Otra técnica aplicada, de acuerdo con lo que indican Arnal y otros (1992 pág. 202) fue el análisis de documentos personales, en este caso de las hojas de trabajo de los escolares, registros de evaluación de las maestras sobre los datos del sistema de variables, obtenidos en las actividades realizadas y registros de sistematización de los informantes (maestras y directivos). Se aplicaron además, métodos estadísticos descriptivos y el análisis de asociación de variables.

Observación participante de las actividades

Se observaron las doce actividades propuestas y parte de sus variantes, de las que se transcriben seis, en diferentes ocasiones en los grupos de la ENU José Antonio Saco López. El anexo 15 contiene la guía de observación y fragmentos de la transcripción de la grabación magnetofónica obtenida en el desarrollo de las actividades.

Un aspecto relevante en las actividades fue que en la práctica, las maestras asumieron la propuesta de procedimientos del modelo, de manera que orientaron las identificaciones y valoraciones del objeto de aplicabilidad, así como las identificaciones y aplicaciones de los objetos matemáticos, al manifestarse este último procedimiento como expresión del desarrollo de habilidades matemáticas específicas y generales.

Se evidenció que las maestras se apropiaron fácilmente, previa preparación, de la terminología del modelo y del paisaje urbano; las actividades resultaron para ellas útiles y realizables.

El apoyo del material docente consistente en la presentación con diapositivas es efectivo, toda vez que los escolares manifestaban gran interés y entusiasmo por la observación de las diapositivas y la identificación de espacios, edificios, planos y esquemas presentados en las ilustraciones.

Algunas de las actividades debieron ser modificadas en lo que respecta a la claridad de presentación de las órdenes de trabajo por incisos, ya que cuando aparecían en el contexto de la introducción del ejercicio, en el cual, por lo general, se presentan los datos sobre algunas características del objeto de aplicabilidad, los escolares pudieran ignorarlas, si manifestaban problemas con la comprensión de textos que tanto influye en la ejecución de muchos ejercicios.

Las actividades se modificaron entre maestras e investigadora, tanto las tareas docentes expresadas en las hojas de trabajo, como las preguntas por incisos, cerradas o abiertas, así como las ilustraciones. De manera

que se facilitó la ejecución y evaluación del desarrollo de los escolares, según el diagnóstico.

Análisis de documentos personales de docentes: registro de sistematización y de evaluación

A continuación se analiza la tercera parte 'Experiencias y reflexiones', de los registros de sistematización de las maestras de la muestra. El anexo 11, elaborado en la preparación de las maestras, y completado en la observación y el desarrollo de las actividades, contiene la muestra de tres resúmenes representativos, según la función de las informantes: una de las maestras, la Vicedirectora y la Jefe de ciclo, que participaron en la puesta en práctica de las actividades. Los indicadores a observar y reflejar en los registros, dependieron de la función en el proceso de cada informante, que expresaron, en general, los criterios siguientes:

-Se realizaron valoraciones por los escolares acerca del plano de Cienfuegos y el Centro Histórico; se mantuvo la motivación en todo momento de la actividad. La maestra dio suficiente información sobre el Plano de Cienfuegos y los niños participaron con entusiasmo.

-Al insistir en la orientación para las valoraciones de los objetos de aplicabilidad presentados, la maestra visitada diferenció entre la caracterización y la valoración al establecer los criterios de valor, y apoyarse en las citas y criterios que se planificaron. Lo anterior marcó las diferencias y el nuevo aprendizaje en esos docentes sobre la valoración, ya que hasta ahora habían usado frecuentemente la caracterización.

-Se realizaron valoraciones estéticas, históricas, identitarias y patrimoniales en las que se aprecia el significado que tiene para los alumnos, no sólo la belleza de los edificios y lugares, sino también su utilidad y momento histórico en que se construyeron.

-Los impulsos didácticos y niveles de ayuda, fueron necesarios en la búsqueda de los datos útiles, que en el caso de los ejercicios que tenían tablas para interpretar y representar en gráficas, los alumnos presentaban dificultades para hacerlo.

-En el desarrollo de habilidades, se pusieron de manifiesto las dificultades que tienen esos alumnos, en correspondencia con el diagnóstico: las relacionadas con el dominio Magnitudes, estriban en que hay que trabajar aún en las conversiones de unidades de superficie; las relacionadas con el dominio Tratamiento de la información, estriban en que los alumnos aún no realizan correctamente la interpretación de tablas, aunque eso no se manifiesta en la interpretación de gráficas de líneas y barras; en la Geometría no se manifiestan dificultades en la clasificación de triángulos, pero hubo serias dificultades con la aplicación del teorema de los ángulos interiores de un triángulo y la determinación del área dadas la altura y la base; en consecuencia el

problema que se presentó en la actividad del Colegio San Lorenzo, fue resuelto por muy pocos niños.

-Las actividades fueron productivas para los escolares, quienes se sintieron motivados. Mediante ellas y el sistema de variables a evaluar, se desarrolló un proceso consciente en la dirección del aprendizaje, pues los procedimientos y niveles evidencian sus pasos, permitiendo la evaluación de los alumnos, de manera que pueden apreciarse sus dificultades y desarrollar habilidades, al mismo tiempo que se forman valores.

Registros de evaluación de las maestras

A partir de la observación participante de la investigadora, y lo constatado por los controles que realizaran la Vicedirectora y la Jefe de ciclo, se puede señalar que el desempeño de las maestras en el desarrollo de las actividades fue, de aceptable a muy bueno, en la medida que se avanzó y se adquirió mayor experiencia en la aplicación del modelo. Sobre todo en la evaluación de los niveles, que resultaba al principio difícil en cuanto al control de los resultados de las categorías, lo cual mejoró a partir de la creación de un registro más práctico y asequible para ese efecto.

Para el control de cada una de las variables que se propone en el modelo se hicieron algunas anotaciones en la propia actividad, para luego tomar las decisiones de los demás, después de revisar los resultados en las hojas de trabajo y pasarlas al registro de evaluación.

Las evaluaciones de cada nivel se determinaron por un consenso, de manera que pudo analizarse estadísticamente un índice de fiabilidad de los criterios evaluativos determinados por la maestra y la investigadora, al confrontar las categorías otorgadas a cada escolar. En el anexo 12 se presenta el análisis de fiabilidad entre las evaluaciones entre los dos observadores, en el cual se profundiza más adelante.

Las dificultades evidenciadas en la actividad del Colegio San Lorenzo, tienen su origen en que a los escolares no se les aseguró el nivel de partida con los procedimientos heurísticos relacionados con la composición y descomposición de figuras geométricas, para así hallar de una manera más sencilla el área del triángulo, y no depender totalmente de la memorización y el carácter reproductivo de la fórmula al efecto, cuando ese proceso heurístico favorece tanto la identificación de figuras geométricas, como el conocimiento de las relaciones y propiedades en las mismas.

El problema que se presentó en esa actividad fue de tipo complejo, pues en él se relacionaron varios dominios cognitivos como el establecer proporción entre el contenido de pintura en un recipiente, la superficie que cubre, la superficie que se necesita pintar y su precio, así como una conversión de unidades,

por los que fue más allá de un problema simple o rutinario.

En general, no se insistió en la expresión ordenada de los resultados y las conclusiones que se relacionaban con la aplicabilidad, lo cual se detalla en el análisis de los resultados cuantitativos de la variable aplicación del objeto de aplicabilidad que se presenta, entre otros, en el apartado siguiente.

Análisis de documentos personales de los escolares: Hojas de trabajo

El análisis tuvo como objetivo la descripción del desarrollo de la aplicabilidad de cada uno de los escolares evaluados en las cuatro actividades realizadas en cuatro grupos seleccionados de las dos escuelas: grupos C1 y D1 de Guerrillero Heroico y grupos C2 y D2 de José Antonio Saco López. La matrícula de estos grupos era de 20, 20, 19 y 20, pero se tomó una muestra intencional de ellos que resultó ser en número representativa, pero con el criterio de selección de que cada escolar tuviera realizada las cuatro actividades concebidas para la evaluación. La muestra fue de 12, 15, 12 y 13 escolares respectivamente, para un total de 52 escolares y 208 actividades evaluadas.

Descripción de las variables evaluadas en las actividades

Para describir la evaluación de las actividades se consideraron las variables descritas en la tabla 2 incluida en el modelo didáctico. El comportamiento de cada una de las variables y la ilustración mediante gráficas de diferentes tipos se presenta en el anexo 16 que contiene el procesamiento estadístico de los resultados de la evaluación de las variables en los cuatro grupos seleccionados.

Esas variables constituyen los sumandos para calcular el índice general del desarrollo de la aplicabilidad, que depende de un valor máximo a acumular relativo, ya que depende del número de actividades realizadas y sus características, al menos al considerar diferentes niveles de desempeño cognitivo; y del acumulado individual, que depende de los resultados de cada escolar, en el sistema de actividades evaluadas. El índice general de cada escolar es el coeficiente que se calcula como se expresa:

$$\text{Índice general} = \frac{\text{Acumulado individual}}{\text{Acumulado máximo}}, \text{ de manera que, } 0 \leq \text{Índice general} \leq 1$$

En la evaluación de las actividades realizadas en los cuatro grupos, el máximo de puntos acumulados para la actividad II es 19, ya que las variantes utilizadas tenían nivel de desempeño I, y esa variable fue entonces calificada con valor 1. Las demás actividades acumulan 21 puntos.

El acumulado total de las cuatro actividades resultó ser de 82 puntos. El desarrollo en la actividad para la aplicabilidad se expresó en una escala de categoría ordinal definida de la manera siguiente:

$0 \leq \text{Índice general} < 0,6$	Mal (1)
$0,6 \leq \text{Índice general} < 0,8$	Regular (2)
$0,8 \leq \text{Índice general} \leq 1$	Bien (3)

La prueba de Kolmogórov–Smírnov muestra que la variable índice general, a partir de los acumulados en las cuatro actividades tiene una distribución normal. La media fue de 0,72, con una desviación estándar de 0,18. Como puede observarse la mediana con un valor de 0,70 se localiza muy cercana a la media, y la moda de 0,63 es más lejana, pero los tres estadígrafos coinciden con la categoría Regular, para un 51,9%. Las evaluaciones se corresponden con el 15% de escolares en la categoría de Mal, y los calificados de Regular y Bien acumulan el 84,6%. Lo anterior se ilustra mediante el histograma del índice general de aplicabilidad matemática en las actividades realizadas, que se presenta en el anexo 16.

A continuación el diagrama de cajas relaciona el índice de aplicabilidad con cada uno de los grupos evaluados la distribución por categorías. Se muestra que los grupos C1, D1 y C2, sobre todo el D1, concentran los mejores resultados, con medias y medianas por encima de 0,70. Mientras el grupo D2 tiene media y mediana de valores más bajos (0,64 y 0,67 respectivamente), donde se presenta el único caso atípico con un índice muy bajo de 0,22.

Al agrupar el índice por las categorías Mal, Regular y Bien, se pudo distinguir la situación en cada grupo. Las medianas de cada una de las siete variables del sistema alcanzan el valor 2, con excepción de la identificación del objeto de aplicabilidad y la valoración de ése, que tienen medianas de valores 3 y 2,5 respectivamente. La gráfica de barras representa la distribución de cantidad de escolares según las categorías del desarrollo de las 208 actividades de aplicabilidad.

Según los criterios de las maestras, las condiciones del diagnóstico eran similares en los cuatro grupos, pero en el grupo D2 había un antecedente de cambios de maestra en el 5º grado, lo cual provocó desbalances en algunos de los contenidos, sobre todo en los dominios de Geometría y Análisis variacional. Además, en ese grupo se encuentra el caso atípico de la alumna número de orden 6, que es una niña en desventaja social y ha presentado serios problemas de aprendizaje en todas las asignaturas.

El comportamiento de las variables ‘nivel de independencia’ y ‘procedimientos matemático’ muestran

resultados similares. El 52,4% de los escolares se calificó como parcialmente independiente, en la confrontación entre las ayudas recibidas y el resultado alcanzado en la hoja de trabajo; el 48,1% realiza las operaciones relacionadas con los dominios cognitivos, pero no expresa adecuadamente los resultados. Alrededor de eso puede decirse que el mismo problema redunda en la aplicación del objeto de aplicabilidad como se analizará más adelante.

Respecto a los niveles de desempeño cognitivo, puede decirse que para un total de 520 preguntas, las respuestas correctas constituyen el 69,80%, lo cual está sensiblemente bajo en comparación con resultados de operativos en la provincia (CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN, 2007).

Puede apreciarse en las dos gráficas de barras siguientes del propio anexo, que la respuesta correcta a preguntas por niveles de desempeño cognitivo tiene una distribución de 'J' invertida, con asimetría negativa, comportamiento esperado, ya que son cuatro preguntas de primer nivel de desempeño, ante las tres de cada uno de los niveles segundo y tercero.

Sin embargo, la clasificación de los escolares por los niveles de desempeño cognitivo alcanzados, tiene una distribución normal, mesocúrtica, aunque asimétrica negativa, según se distingue en la segunda gráfica de barras. El 5,8% de los escolares no alcanza el primer nivel, 28,8%, sí lo alcanzan, el 44,2% se clasifican en el segundo y el 21,2% están en el tercer nivel.

En esta ocasión, los ítems no se han medido autónomamente, por lo cual la clasificación revela la integración de varios de ellos. A consecuencia de haber considerado diez ítems en un sistema en el cual las preguntas relacionaban los tres niveles, según lo referido por Gómez Iribar y otros (2006), la denominación de los escolares por niveles, ha dependido de la cantidad de ítems respondidos de forma exhaustiva y acumulativa. Lo anterior garantiza la validez del constructo nivel de desempeño cognitivo. Así, el atributo que explica el fenómeno desde el punto de vista teórico se relaciona consistentemente con las mediciones en sistema (HERNÁNDEZ SAMPIERI, y otros, 2006 págs. 278,280,282,285-287), situación que permite interpretar correctamente la evidencia empírica.

Análisis de las variables relacionadas con los procedimientos para la aplicabilidad matemática

El resultado de las variables evaluadas muestra que el comportamiento de la interacción con el objeto de aplicabilidad es favorable, además de evidenciar que el objeto de aplicabilidad 'paisaje urbano de Cienfuegos y sus elementos', tanto en el aspecto objetivo, como en el subjetivo, tienen una alta significación

para los escolares. No obstante, los instrumentos que se aplicaron en esta propia etapa de investigación (entrevista no estructurada colectiva a escolares y mapas cognitivos sobre el paisaje urbano de la ciudad), mostraron que hay detalles que los escolares no conocían, por lo cual fue necesario abundar en ellos en las actividades con el apoyo de la presentación de los materiales diseñados.

El 50% de las valoraciones son de categoría '3', o sea, el objeto de aplicabilidad se llega a valorar completamente. Los escolares pudieron llegar a elaborar juicios sobre el mismo, aunque los criterios de valor que se comparaban con el objeto analizado eran establecidos mediante las citas y aspectos abordados con ese fin en el desarrollo de las cuatro actividades.

Las variables identificación de los objetos matemáticos y su aplicación, como otro de los aspectos relacionados directamente con los procedimientos para la aplicabilidad matemática, muestran un comportamiento similar.

En la identificación del objeto matemático el 39,4% de los escolares alcanzó la categoría 2, lo cual significa que identifican las características, pero no lo relacionan con el concepto conocido, y hay un 39,0% que identifica el objeto matemático.

Sin embargo, la variable aplicación del objeto matemático tiene mucho menos escolares evaluados en la categoría 3, o sea, aplican el objeto matemático el 22,6%. En el caso de los procedimientos matemáticos se comporta de una manera muy similar, ya que hallan los resultados completamente el 23,6% de los escolares.

Asociación entre 'la valoración del objeto de aplicabilidad' y 'la aplicación del objeto matemático'

Para someter un conjunto de variables a un análisis de asociación se deben determinar la naturaleza, existencia, fuerza y dirección de la asociación entre las variables, mediante coeficientes que lo indican, según los tipos de variables a analizar.

No obstante, antes buscar los valores de esos coeficientes se verificó la fiabilidad de los datos mediante una confrontación entre las evaluaciones hechas por dos observadores (las maestras de los grupos y la investigadora) de las variables que se asocian, con el objetivo de verificar la fiabilidad de esas calificaciones, aunque al final se llegó a un consenso después de un análisis profundo de las hojas de trabajo y la indagación de algunos casos de dudas, lo cual se realizó en el momento de realizar las actividades y en el propio día de su realización.

Como puede observarse en el anexo 16 la prueba chi-cuadrado aplicada a los datos cruzados entre observadores en ambas variables, muestra un resultado de ese estadígrafo con significación asintótica $0,000 < 0,05$, con el total de casillas con frecuencias esperadas mayores que cinco, de manera que puede refutarse la hipótesis nula de la inexistencia de asociación entre las dos observaciones. El diseño estadístico 3 para las pruebas de asociación entre las variables se presenta en el mencionado anexo 16.

Los coeficientes rho de Spearman indican una asociación fuerte con 0,872 para la valoración y 0,99 para la aplicación, lo cual indica la mínima diferencia que se produjo en las evaluaciones.

De esa manera pudo abordarse, posteriormente el análisis de la asociación entre las variables cuyo objetivo fue la determinación de la naturaleza, existencia, fuerza y dirección de la asociación entre las variables valoración del objeto da aplicabilidad y aplicación del objeto matemático.

Al explorar la distribución en la tabla de contingencia ‘valoración del objeto de aplicabilidad por aplicación del objeto matemático’ se muestra la distribución que tienen las categorías de ambas variables, lo cual se ilustra en la gráfica de barras agrupadas al efecto; se verificó, como puede apreciarse en dicha tabla, que no se cumplen los requisitos que garantizan que el estadístico chi-cuadrado sea confiable, a causa de una gran cantidad de casillas con frecuencias esperadas menores que cinco.

En consecuencia se recodificaron las categorías 0 y 1 de ambas variables, para que las agrupaciones permitieran un análisis confiable. De esa forma se obtuvo la nueva tabla de contingencia con las variables recodificadas, que cumple los requisitos que permitieron aplicar las pruebas no paramétricas de asociación entre esas variables.

El análisis de asociación entre las categorías ordinales ‘valoración del objeto de aplicabilidad’ y ‘aplicación del objeto matemático’ en las evaluaciones permitió refutar la hipótesis nula, o sea, se infiere que ‘existe una asociación positiva entre esas variables’, según los valores de los coeficientes ‘chi-cuadrado’ (104,928) para la existencia de la asociación, ‘rho de Spearman’ (0,61) para la fuerza y ‘d de Somers’ (0,58) para la dirección, todos con una significación asintótica de $0,000 < 0,05$. La figura 12 representa la gráfica de barras agrupadas según ambas variables.

Los coeficientes hallados muestran una asociación positiva, de forma que a mayor valor de la categoría de la valoración del objeto de aplicabilidad, mayor valor de la categoría de la aplicación del objeto matemático en esa muestra. Por lo tanto, se prueba la influencia de la valoración del objeto de aplicabilidad en la aplicación

del objeto matemático. No obstante, puede decirse que la relación entre esas variables es coexistente en la mayor parte de los casos, o sea ‘si la valoración es alta, entonces la aplicación también’.

La identificación del objeto de aplicabilidad y la del objeto matemático, son aspectos que se integran y forman parte de los dos procedimientos que se discuten. Las gráficas de barras agrupadas al final del anexo mencionado, describen las relaciones entre las variables de estudio y los patrones temáticos de las cuatro actividades evaluadas.

El objeto mejor identificado fue el ‘Colegio San Lorenzo’ seguido por los ‘Edificios y monumentos’, ‘Calles y avenidas’ y por último el ‘Centro Histórico Urbano’ que se encuentra mediado por la interpretación del plano del mismo. Las mejores valoraciones se realizaron en los ‘Edificios y monumentos’, ‘Calles y avenidas’ y ‘Colegio San Lorenzo’.

La identificación de los objetos matemáticos tuvo el resultado más bajo en ‘El Colegio San Lorenzo’, lo cual también se manifiesta consecuentemente en el desarrollo de los procedimientos matemáticos que se refieren a la Geometría, o sea, la aplicación del ‘Teorema de los ángulos interiores de un triángulo’, en ese caso isósceles, cuando eso implicó que se diera un solo dato de los tres triángulos en ambas variantes presentadas. Para resolver el problema había que relacionar proporciones y conversiones de unidades de superficie, lo cual lo califica como un problema complejo.

El mayor porcentaje de escolares, al desarrollar el procedimiento aplicación, relacionan el objeto de aplicabilidad con el objeto matemático, pero no elaboran conclusiones de acuerdo con el contexto práctico y los resultados obtenidos, aunque hallaran los resultados correctamente. La expresión de los resultados no es precisa, en correspondencia con la producción del texto, aspecto que se evidencia en general como una dificultad. Es recomendable abordar en investigaciones futuras la relación entre el lenguaje común y el lenguaje matemático.

Otro de los aspectos con dificultades es el ordenamiento de la expresión de las operaciones realizadas en las hojas de trabajo que también son muestra de las dificultades de lenguaje y orden, además de las conclusiones acorde con la transformación de la situación práctica.

Se destaca que ningún escolar dejó de identificar totalmente los objetos de aplicabilidad presentados, lo cual no sucede con las valoraciones. De éstas, la más difícil en la práctica fue la del Centro Histórico, dada la complejidad de la comparación de criterios de valor expresados en la cita del Apóstol sobre las calles de

Guatemala, y la interpretación de las cuadrículas en el plano presentado.

Entrevista estructurada individual a escolares que realizaron las actividades

Con el objetivo de conocer el criterio de los escolares respecto a las actividades realizadas, se aplicaron entrevistas a siete escolares, según la guía que aparece en el anexo 17 y en el contexto de la realización de actividades en los grupos C1 y D1 de la ENU Guerrillero Heroico. También se tomaron criterios emitidos por los escolares en una video-entrevista realizada como parte de un reportaje para la televisión provincial (TELEVISIÓN CUBANA. CANAL PERLAVISIÓN, 2008).

-Todos los alumnos afirman que las actividades han resultado importantes para ellos y para la asignatura, porque en ellas se aprende más sobre la Matemática y sobre otras cosas en el paisaje urbano, al expresar, por ejemplo:

A1: ...Es muy importante, ya que me da una fuente de sabiduría para las clases de Matemática...

A2: Las actividades tienen un significado muy importante para aplicar los conocimientos en la asignatura diariamente, en la escuela, pues profundizamos lo que ya sabemos y aprendemos algo nuevo.

-En relación con lo que han aprendido sobre la Matemática, identifican los patrones matemáticos y objetos matemáticos en el paisaje urbano, como en los casos siguientes:

A3: ...La Matemática se relaciona mucho con estas actividades que se han hecho de la ciudad de Cienfuegos... se pueden conocer la numeración de las avenidas, los ángulos que tiene cada edificio...

A4: ...Por ejemplo, el triángulo que tiene el Colegio San Lorenzo, es un triángulo isósceles...

A1: ...El proyecto me ha brindado muchísimos conocimientos matemáticos, por ejemplo: nuevas vías para resolver los ejercicios y algunos contenidos nuevos e importantes que aún no conocía...

-En relación con lo que han aprendido sobre el paisaje urbano de Cienfuegos, identifican los patrones temáticos sobre los elementos del paisaje relacionados con los patrones matemáticos, expresan:

A3: ...Se pueden adquirir también conocimientos relacionados con el paisaje urbano, por ejemplo: saber qué monumentos fueron declarados nacionales y cuáles no, en qué años se fundaron, a qué siglo pertenecen; en breves palabras, me ayudó a conocer más el lugar donde vivo.

A4: ... Se pueden vincular de muchas maneras, porque podemos comparar los números de las calles y avenidas con las sucesiones numéricas, los ángulos de cada inmueble histórico;

A5: Podemos calcular los años que se encuentran entre la fundación entre uno y otro edificio; podemos ver

las imágenes; podemos aprender a ubicarnos dentro de nuestra propia ciudad...

-Todos los entrevistados afirmaron que las actividades les resultaron útiles y les agradaron. Lo atribuyeron a las cosas que conocieron y relacionaron con la asignatura, como se evidencia en las afirmaciones siguientes:

A6: Conocí cómo la matemática que estudio en la escuela tiene que ver con muchas cosas que se han hecho en mi ciudad, tanto históricas como de otro tipo...

7: El vínculo establecido con estos contenidos fue, al menos para mí, una fuente de motivación, pues me despertó interés a investigar para saber más y luego, poder compartir esa experiencia con mis compañeros.

Resumen del capítulo III

La selección del paisaje urbano de Cienfuegos se fundamentó en la aplicación de los requisitos del objeto de aplicabilidad, y de los criterios teóricos y metodológicos para su adecuación a actividades de Matemática. Otro objeto requeriría también, al menos un estudio elemental, para reconocer en él sus posibilidades de ser seleccionado y adecuado, con el fin de desarrollar la aplicabilidad matemática.

El diseño metodológico, basado en el enfoque mixto, favoreció realizar la evaluación del modelo, al utilizar técnicas que ofrecieron diversas visiones en el proceso investigativo. Se implicaron colaboradores e informantes, quienes constituyeron referentes para la caracterización del estado del objeto de investigación, transformando sus criterios acerca de la aplicabilidad matemática, al valorar los fundamentos del modelo, prepararse para su puesta en práctica y emitir criterios favorables sobre sus resultados.

El instrumento que constituye el sistema de variables para medir el desarrollo de la aplicabilidad, resultó fiable, así como funcional, toda vez que reflejó, sin contradicciones el estado del comportamiento normal de las variables y el índice, con lo cual se verificó su validez de constructo y de contenido.

Los resultados de la descripción de las actividades, las entrevistas a los escolares y la observación participante de la investigadora, evidenciaron lo favorable que resultó realizar actividades, utilizando un objeto de aplicabilidad y el rol de los procedimientos específicos en la guía del proceso, lo cual constituye el aporte fundamental de esta investigación.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

1. Los presupuestos teórico metodológicos relacionados con la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje en la Educación Primaria, permiten afirmar que:
 - Los fundamentos y exigencias del modelo de escuela primaria cubana, así como las peculiaridades de los escolares y los programas de Matemática del segundo ciclo, permiten una concepción adecuada de la aplicabilidad matemática, mediante el enfoque del aprendizaje desarrollador, pero la teoría de su enseñanza se reduce a la resolución de problemas y la modelación, fundamentalmente.
 - El estudio lógico–histórico de la ciencia matemática respecto a su aplicabilidad a objetos y fenómenos de la práctica, revela que este aspecto epistemológico, redundando en la didáctica con ese fin, por lo cual es necesario establecer sus pautas y perfeccionarla en la Educación Primaria.
 - Los objetos de aplicabilidad matemática al reflejar intereses predeterminados en los escolares, o formados en el proceso de enseñanza–aprendizaje, en el contexto de una actividad desarrollada mediante tareas que permitan distinguir, los rasgos particulares del contenido de la aplicabilidad matemática, en los aspectos cognoscitivo, valorativo, comunicativo y práctico de esos objetos.
2. La caracterización del proceso de enseñanza–aprendizaje de la asignatura Matemática en el segundo ciclo de la Educación Primaria, reveló las necesidades de los docentes y las limitaciones de la aplicabilidad matemática en los ejercicios, tareas y materiales docentes.
3. Al construir el modelo didáctico para la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática del segundo ciclo de la Educación Primaria, se establecieron premisas metodológicas y teóricas, que permitieron estructurar la actividad como un sistema, en armonía con las exigencias del objeto de aplicabilidad y procedimientos específicos, concretados en la tarea docente. El resto de los componentes no se separa de esa esencia, ya que tanto la concepción de formas organizativas, como los medios, materiales docentes, y evaluación, resultan indispensables para ese fin.
4. La evaluación del modelo didáctico para la aplicabilidad matemática, en sus dimensiones externa e interna, permiten declarar:

- La validez de la esencia del modelo didáctico, basada en primer lugar, en el carácter mediador del objeto de aplicabilidad, y en segundo, en su valoración y la aplicación de los objetos matemáticos.
- La asociación positiva de las variables valoración del objeto de aplicabilidad matemática y aplicación de los objetos matemáticos en la muestra observada.
- La funcionalidad de las relaciones sistémicas del resto de los componentes presentes en la estructura del modelo didáctico, basada en la ejecución de los procedimientos y la posibilidad de la observación y la medición de su efecto en el desarrollo de la aplicabilidad matemática en los escolares observados.

RECOMENDACIONES

- I. La implementación del modelo didáctico para la aplicabilidad matemática en el segundo ciclo de la Educación Primaria para la verificación de su validez general, partiendo de las adecuaciones a las características de los escolares y otros objetos de aplicabilidad accesibles en su entorno.
- II. La proyección de investigaciones que aborden, aspectos con dificultades que están al margen del campo de la presente investigación, detectadas en la misma, como lo son: la utilización y creación de modelos; las referidas a los dominios de contenidos Magnitudes y Geometría de la Matemática del segundo ciclo, y la comprensión y utilización adecuada del lenguaje matemático.
- III. Los aspectos esenciales del modelo propuesto, o el modelo mismo, constituyen aristas de análisis y discusión a incluir en el contexto del trabajo docente científico metodológico, en la Educación Primaria y en los cursos de Didáctica de la Matemática, como un aspecto de particular influencia en la formación de docentes, tanto inicial como permanente.
- IV. Socializar y sistematizar los resultados de esta investigación en publicaciones de prestigio internacional, por su novedad y la importancia del tema.

BIBLIOGRAFÍA

- ACEVEDO DÍAZ, J. (12 de marzo de 2010). *Las dimensiones de la ciencia como práctica*. (OEI) Recuperado el 14 de marzo de 2010, de Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación la Ciencia y la Cultura: <http://www.oei.es/cienciayuniversidad/spip.php?article1007>
- ACUÑA, P. (2005). *Análisis formal del espacio urbano: Aspectos Teóricos*. Recuperado el 23 de julio de 2006, de Hatun Llaqta, Urbano Perú: <http://www.urbanoperu.com/system/files/analisis.pdf>
- AGUILERA, M., BORDERÍAS, M., GONZÁLEZ, M., & SANTOS, J. (2002). Geografía Urbana. En M. AGUILERA, M. BORDERÍAS, M. GONZÁLEZ, & J. SANTOS, *Geografía General II: Geografía Humana* (págs. 399-549). Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED).
- ALBARRÁN, J. (2006). Las formas de trabajo heurístico en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática escolar. En C. SUÁREZ, J. ALBARRÁN, D. GONZÁLEZ, M. BERNABÉU, E. VILLEGAS, E. RODRÍGUEZ, y otros, *Didáctica de la Matemática en la escuela primaria* (1ª reimp. ed., págs. 1-56). La Habana: Pueblo y Educación.
- ALFONSO, G. (1997). Axiología para la identidad. En C. PÉREZ CASAL, E. VIAN, & R. FERRER, *La polémica sobre la identidad: colección de ensayos* (págs. 1-39). La Habana: Ciencias Sociales.
- ALSINA, C. (abril de 2007). *Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo Enrique IV? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes*. Recuperado el 12 de abril de 2010, de OEIES. Revista Iberoamericana de Educación. Número 43: Enero-Abril 2007. Enseñanza de la Matemática: <http://www.rieoei.org/rie43.htm>
- ÁLVAREZ DE ZAYAS, C. (1999). *La escuela en la vida* (3ª ed.). La Habana: Félix Varela.
- AMADOR, A., LÓPEZ HURTADO, J., & BURKE, M. (2002). ¿Conoces a tus alumnos? En E. CABALLERO, & G. GARCÍA BATISTA, *Preguntas y respuestas para elevar la calidad del trabajo en la escuela* (págs. 189-217). La Habana: Pueblo y Educación.
- ARANGO, C. (2001). Aspectos didácticos y metodológicos para la estructuración de la asignatura Matemática. En S. BALLESTER, H. SANTANA, S. HERNÁNDEZ, I. CRUZ, M. GARCÍA, A. ÁLVAREZ, y otros, *Metodología de la Enseñanza de la Matemática* (1ª reimp. ed., Vol. I, págs. 72-222). La Habana: Pueblo y Educación.
- ARMEDÁRIZ, M., AZCÁRATE, C., & DEULOFEU, J. (8 de noviembre de 2007). *Didáctica de las Matemáticas y Psicología*. (C. Azcárate, & J. Deulofeu, Edits.) Recuperado el 3 de 2009 de abril, de SERBIULA TÁCHIRA. Fundación Infancia y Aprendizaje. N° 62-63, 1993, págs. 77-99. [ed.] C. AZCÁRATE, J. DEULOFEU: http://servidor-opus.tach.ula.ve/profeso/guerr_o/praticamatema/referencias/compromisos2/Armend%E1riz%20y%20otros.pdf
- ARNAL, J., EL RINCÓN, D., & LATORRE, A. (1992). *Investigación educativa: Fundamentos y metodología*. Barcelona: Labor, S.A.
- ARRIETA, J. (1993). Qué fue de la matemática moderna. Análisis didáctico del diseño curricular del área de Matemáticas. *Signos: Teoría y Práctica de la Educación* (8/9), 94-101.
- ARTEAGA, E. (2001). El sistema de tareas para el trabajo independiente creativo de los alumnos de la enseñanza de la Matemática en el nivel medio superior. *Universidad Carlos Rafael Rodríguez de Cienfuegos. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas*. Tutor S. Ballester. Cienfuegos: Universidad Carlos Rafael Rodríguez.
- ARZARELLO, F. (2000). Linee di tendenza della ricerca per l'innovazione in Italia: Quadro di riferimento teorico. En J. d. Ponte, & L. Serrazina (Ed.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália. Actas da Escola de Verão-1999* (págs. 197-224). Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.
- ATIENZA, J. (1994). Materiales curriculares ¿para qué? *Signos: Teoría y Práctica en Educación* (11), 12-21.
- AYES, G. (2008). *Proyectos de tesis*. La Habana: Pueblo y Educación.
- BALLESTA, J. (2003). *Función didáctica de los materiales curriculares*. Recuperado el 11 de octubre de 2006, de DEWEY.UAB. págs. 22-36: <http://dewey.uab.es/pmarques/EVTE/matcurri.doc>
- BALLESTER, S. (2002). El transcurso de la Línea Directriz: Planteo, formulación y resolución de Problemas. En S. BALLESTER, A. QUINTANA, J. FERNÁNDEZ ÁVILA, L. BÁEZ, H. SANTANA, M. RODRÍGUEZ ARUCA, y otros, *El transcurso de las Líneas Directrices en los programas de matemática y la planificación de la enseñanza* (págs. 3-7). La Habana: Pueblo y Educación.
- BALLESTER, S., & ÁLVAREZ GÓMEZ, A. (2001a). Tratamiento de ejercicios de aplicación y de ejercicios con textos. En S. BALLESTER, H. SANTANA, S. HERNÁNDEZ, I. CRUZ, M. GARCÍA, A. ÁLVAREZ, y otros, *Metodología de la Enseñanza de la Matemática* (1ª reimpresión ed., Vol. I, págs. 406-459). La Habana: Pueblo y

Educación.

- BALLESTER, S., SANTANA, H., HERNÁNDEZ, S., CRUZ, I., GARCÍA, M., ÁLVAREZ, A., y otros. (2001b). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática* (1ª reimp ed., Vol. I). La Habana: Pueblo y Educación.
- BARRAQUÉ, G. (1991). *Metodología de la enseñanza de la geografía*. La Habana: Pueblo y Educación.
- BARTOLINI, M. (2000). Linee di tendenza della ricerca per l'innovazione in Italia: Analisi di un caso paradigmatico. En J. d. Ponte, & L. Serrazina (Ed.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália. Actas da Escola de Verão-1999* (págs. 235-254). Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.
- BATTRO, A., & ELLIS, E. (1999). *La imagen de la ciudad en los niños*. Recuperado el 31 de agosto de 2006, de <http://www.byd.com.ar/ciudad8.htm>
- BÁXTER, E. (2007). *Educación en valores: Tarea y reto de la sociedad*. La Habana: Pueblo y Educación.
- BERMÚDEZ, R., & PÉREZ MARTÍN, L. (2004). *Aprendizaje formativo y crecimiento personal* (Provisional ed.). La Habana: Pueblo y Educación.
- BERMÚDEZ, R., & RODRÍGUEZ REBUSTILLO, M. (2009). *Teoría y metodología del aprendizaje* (2ª reimp ed.). La Habana: Pueblo y Educación.
- BERNABÉU, M. (2005). Folleto de Matemática Sexto Grado. Grupo de Evaluación de la Calidad de la Educación. En C. M. INSTITUTO CENTRAL DE CIENCIAS PEDAGÓGICAS, *Para ti Maestro. Folleto de Ejercicios para Sexto Grado. Asignaturas: Lengua Española, Matemática y Ciencias Naturales* (págs. 52-107). Pueblo y Educación.
- BISHOP, A. (1999). *Enculturación matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural*. (G. SÁNCHEZ BARBERÁN, Trad.) Barcelona: Paidós.
- BLANCO ÁLVAREZ, H. (20 de marzo de 2004). *Entrevista al profesor Urbiratan D'Ambrosio. VI Congreso de Historia de las Ciencias y la Tecnología Buenos Aires, Argentina*. Recuperado el 14 de diciembre de 2006, de Etnomatemática: <http://etnomatematica.univalle.edu.co/articulos/Entrevista.pdf>
- BLANCO PÉREZ, A. (2003). Epistemología de la educación. Una aproximación al tema. En A. BLANCO PÉREZ, *Filosofía de la Educación: Selección de lecturas* (págs. 46-55). La Habana: Pueblo y Educación.
- BLANCO PÉREZ, A. (2005). Hipótesis, variables y dimensiones en la investigación educativa. En M. MARTÍNEZ LLANTADA, & G. BERNAZA, *Metodología de la investigación educacional: Desafíos y polémicas actuales* (págs. 134-143). La Habana: Pueblo y Educación.
- BLANCO PÉREZ, A., & GONZÁLEZ SERRA, D. (2003). Fundamentos metodológicos para el trabajo en la formación de valores. En A. BLANCO PÉREZ, *Filosofía de la Educación* (págs. 56-65). La Habana: Pueblo y Educación.
- BONET, A. (1989). *Las claves del urbanismo: Cómo identificarlo*. Barcelona: Ariel S. A.
- BONIL, J., SANMARTÍ, N., TOMÁS, C., & PUJOL, R. (2004). *Un nuevo marco para orientar respuestas a las dinámicas sociales: El paradigma de la complejidad*. Recuperado el 5 de noviembre de 2007, de Investigación en la escuela. 3, 2004, págs. 1-20: http://www.pepputem.cl/bajar/M12Fernandez_4.pdf
- BRISSIAUD, R. (1993). *El aprendizaje del cálculo: más allá de Piaget y de la teoría de los conjuntos*. (C. GONZÁLEZ, Trad.) Madrid: Visor Distribuciones, S.A.
- BRITO, H., CÓRDOVA, M., MARTÍNEZ CORONA, N., & GONZÁLEZ MAURA, V. (1987). *Psicología General para los Institutos Superiores Pedagógicos* (Vol. 3). La Habana: Pueblo y Educación.
- BUCHSBAUM, D. (1995). *Matemáticas: el arte de las melodías no escuchadas. Asociación Matemática Venezolana. Boletín Vol. II, N°2, Año 1995, (9-24)*. Recuperado el 28 de junio de 2007, de EMIS.DE: <http://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol2/vol2n2p9-24.pdf>
- CADENAS, Y. (2003). *Epistemología, ontología y complementariedad en Niels Bohr. Memoria para optar al grado de doctor. Facultad de Filosofía, 2003*. Recuperado el 27 de septiembre de 2006, de Universidad Complutense de Madrid: <http://www.ucm.es/BUCEM/tesis/fsl/ucm-t27024.pdf>
- CAMPISTROUS, L., & RIZO, C. (1996). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. La Habana: Pueblo y Educación.
- CAMPISTROUS, L., & RIZO, C. (2001). Aprendo a resolver problemas aritméticos. *Seminario Nacional para Educadores. Universidad para Todos*, 13-14. (L. Cánovas, & J. Zilberstein, Edits.) La Habana: Juventud Rebelde.
- CAPEL, H. (1975). *La definición de lo urbano*. Recuperado el 13 de agosto de 2007, de Scripta Vetera Edición Electrónica de trabajos publicados sobre Geografía y Ciencias Sociales. Reproducido de: Estudios Geográficos, nº 138-139 (número especial de "Homenaje al Profesor Manuel de Terán"), febrero-mayo 1975, págs. 265-301: <http://www.ub.es/geocrit/defin.htm>

- CAPOTE, M. (2005). *La etapa de orientación en la solución de problemas aritméticos para la escuela primaria*. La Habana: Pueblo y Educación.
- CARDENTY, J., PUPO, R., FABELO, J., NÚÑEZ, J., & DÍAZ, J. (2005). La teoría marxista-leninista del conocimiento. En J. CARDENTY, R. PUPO, J. FABELO, J. NÚÑEZ, & J. DÍAZ, *Lecciones de Filosofía Marxista-Leninista* (2ª reimp ed., Vol. II, págs. 1-177). La Habana: Félix Varela.
- CARRASCO, A. (2009). Aprender Matemática resolviendo problemas. *Pedagogía 2009. Encuentro por la unidad de los educadores: Memorias*. La Habana.
- CASANOVA, G. (1965). *La matemática y el materialismo dialéctico*. La Habana: Editora del Consejo Nacional de Universidades.
- CASTELLANOS, B., FERNÁNDEZ GONZÁLEZ, A., LLIVINA, M., ARENCIBIA, V., & HERNÁNDEZ HERRERA, R. (2005). *Esquema conceptual, referencial y operativo sobre la investigación educativa*. La Habana: Pueblo y Educación.
- CASTELLANOS, D. (2005). Material Básico: Herramientas psicopedagógicas para la dirección del aprendizaje escolar. *Módulo II. Segunda parte. Maestría en Ciencias de la Educación: Fundamentos de las Ciencias de la Educación*, 12-19. (G. García Batista, Recopilador) Pueblo y Educación.
- CASTELLANOS, D., CASTELLANOS, B., LLIVINA, M., SILVERIO, M., REINOSO, C., & GARCÍA SÁNCHEZ, C. (2005). *Aprender y enseñar en la escuela: Una concepción desarrolladora* (1ª reimp ed.). La Habana: Pueblo y Educación.
- CEREZAL, J., & FIALLO, J. (2002). Anexo 2. El método Delphi. *Los métodos científicos en las investigaciones pedagógicas*. La Habana.
- CEREZAL, J., FIALLO, J., RAMÍREZ, A., VALLEDOR, R., & RUIZ AGUILERA, A. (2005). Material Básico: Metodología de la Investigación y Calidad de la Educación. *Maestría en Ciencias de la Educación, Módulo II, Primera Parte*. (G. García Batista, Recopilador) Pueblo y Educación.
- CÉSAR, M. (2000). Interacções sociais e apreensão de conhecimentos matemáticos: A investigação contextualizada. En J. d. Ponte, & L. Serrazina (Ed.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália. Actas da Escola de Verão-1999* (págs. 5-46). Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.
- CHEVALLARD, Y. (1998). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado* (3ª ed.). (C. GILMAN, Trad.) Buenos Aires: Aique.
- COMITÉ DE PATRIMONIO MUNDIAL. (15 de julio de 2005). Decisión 29 COM8B.53. *Resolución Centro Histórico, Patrimonio Mundial. Criterio del ICOMOS para la Declaración del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos*. Durban, Sudáfrica.
- CORRAL, R. (2003). La Psicología: ciencia y profesión. En R. CASTELLANOS CABRERA, *Psicología: Selección detextos* (págs. 1-6). La Habana: Félix Varela.
- CORRY, L. (2002). *David Hilbert y su Filosofía Empiricista de la Geometría*. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, Vol. IX, No. 1, 2002, págs. 27-43. Recuperado el 27 de septiembre de 2006, de EMIS.DE: <http://www.emis.de/journals/BAMV/conten/vol9/corry.pdf>
- CRESPO, T. (2006). Respuesta a 16 preguntas sobre el empleo del criterio de expertos en la investigación pedagógica.
- CUBA. MINISTERIO DE CULTURA. (2004a). Cienfuegos Urban Historical Center, Cuba. *Oficina de Monumentos y Sitios Históricos del Patrimonio Provincial de Cienfuegos. Expediente de Nominación del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos para su inclusión en la Lista del Patrimonio Mundial*. Cienfuegos.
- CUBA. MINISTERIO DE CULTURA. (2004b). Cienfuegos Urban Historical Center, Cuba. Property Management. *Oficina de Monumentos y Sitios Históricos del Patrimonio Provincial de Cienfuegos. Anexo al Expediente de Nominación del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos para su inclusión en la Lista del*. Cienfuegos.
- CUBA. MINISTERIO DE CULTURA. (2004c). Cienfuegos Urban Historical Center, Cuba: Photographs. *Oficina de Monumentos y Sitios Históricos del Patrimonio Provincial de Cienfuegos. Expediente de Nominación del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos para su inclusión en la Lista del Patrimonio Mundi*. Cienfuegos.
- CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). *Informe Provincial del Operativo Provincial. Mayo de 2007*. Grupo Provincial de la Evaluación de la Calidad de la Educación de Cienfuegos, Cienfuegos.
- CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (1984). *Pedagogía: Trabajo colectivo de especialistas del Ministerio de Educación de Cuba bajo la dirección del Instituto Central de Ciencias Pedagógicas*. La Habana: Pueblo y Educación.
- CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2001). *Programas: Sexto Grado* (2ª ed.). La Habana: Pueblo y Educación.

- CUBA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN. (2007). Sociedad cubana; gran escuela educadora de valores revolucionarios. *VIII Seminario Nacional para Educadores. Primera Parte. Curso 2007-2008*, 2-7. (V. Arencibia, G. García Batista, M. Moreno, E. Escalona, & M. Egea, Recopiladores) Pueblo y Educación.
- CUÉTARA, R. (2004). *Hacia una Didáctica de la Geografía Local*. La Habana: Pueblo y Educación.
- D'AMBROSIO, U. (abril de 2006). *La integración de la matemática con las ciencias*. (Sociedad Matemática Española) Recuperado el 30 de septiembre de 2006, de MATEMATICALIA: Revista digital de divulgación matemática. Vol. 1, nº 1: http://www.matematicalia.net/index.php?option=com_content&task=blogcategory&id=2&Itemid=8
- DAVÍDOV, V. (2003). Contenido y estructura de la actividad de estudio. En A. SEGARTE, G. MARTÍNEZ CAMPO, & M. RODRÍGUEZ PÉREZ, *Psicología del desarrollo del escolar: Selección de lecturas* (Vol. I, págs. 211-229). La Habana: Félix Varela.
- DAVIDOV, V. (1987). El contenido y la estructura de la actividad docente de los escolares. En J. LOMPSCHER, A. MARKOVA, & V. DAVIDOV, *Formación de la actividad docente de los escolares* (A. DURÁN, C. VALMAÑA, & C. RODRÍGUEZ, Trans., Tomada de la edición en ruso de 1982, Academia de Ciencias Pedagógicas de la URSS, Academia de Ciencias Psicológicas de la RDA ed., págs. 10-20). La Habana: Pueblo y Educación.
- DAVIS, P., & HERSH, R. (1988). *O Sonho de Descartes: O Mundo de Acordo com a Matemática*. (M. MOURA, Trad.) Brasil: Francisco Alves.
- DAVÝDOV, V. (1981). *Tipos de generalización en la enseñanza* (1ª reimp ed.). La Habana: Pueblo y Educación.
- DE GUZMÁN, M. (1987). Enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas. En I. D. ZARAGOZA, *Aspectos didácticos de matemáticas*. 2 (págs. 51-75). Zaragoza: Cometa S.A.
- DE LA CALLE, M. (2002). *La Ciudad Histórica como destino turístico*. Barcelona: Ariel S.A.
- DE LATORRE, S. (1994). *Innovación curricular: Procesos, Estrategias y Evaluación*. Madrid: Dykinson, S.L.
- DE VEGA, M. (2005). *Introducción a la Psicología Cognitiva* (Vols. I-II). La Habana: Félix Varela.
- DEL RINCÓN, D., J., A., LATORRE, A., & SANS, A. (1995). Observación participante. En D. DEL RINCÓN, A. J., A. LATORRE, & A. SANS, *Técnicas de investigación en Ciencias Sociales* (págs. 272-281). Madrid: Dykinson.
- DÍAZ GODINO, J. (2002a). *Conferencia: Perspectiva ontosemiótica de la competencia y comprensión matemática*. Recuperado el 28 de agosto de 2007, de XVI Convengo Nazionale: Incontri con la Matematica. Castel San Pietro Terme (Bologna), 8-9 Novembre 2002: <http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/competencia.pdf>
- DÍAZ GODINO, J. (2 de mayo de 2007). *Hacia una teoría de la instrucción matemática significativa*. Recuperado el 21 de julio de 2007, de Curso de doctorado Teoría de la Educación Matemática, 2003: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/05_InstruccionMS.pdf
- DÍAZ GODINO, J. (2006). *Ponencia: Presente y futuro de la investigación en didáctica de las matemáticas*. 29ª Reunión Anual de la Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPEd). Caxambu, Minas Gerais. 15-18 octubre de 2006. *Educação Matemática/n.19*. Recuperado el 20 de octubre de 2007, de Universidad de Granada: http://www.ugr.es/~jgodino/doctorado/programa_curso2007.pdf
- DÍAZ GODINO, J. (2002b). *Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática*. Recuperado el 5 de julio de 2007, de Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 22, nº 2.3, págs. 237-284, 2002: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/04_enfoque_ontosemiotico.pdf
- DÍAZ GODINO, J., & BATANERO, C. (4 de mayo de 2006). *Significado institucional y personal de los objetos matemáticos*. Recuperado el 5 de julio de 2007, de Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol. 14, nº 3, 1994 (325-355): http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03_SignificadosIP_RDM94.pdf
- DÍAZ GODINO, J., & LLINARES, S. (4 de mayo de 2006). *El interaccionismo simbólico en educación matemática*. Recuperado el 10 de octubre de 2007, de Revista Educación Matemática, Vol. 12, nº 1, págs. 70-92, 2000: http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos-teoricos/Godino_Llinares_Interaccionismo.pdf
- DÍAZ GODINO, J., FONT, V., CONTRERAS, A., & RODRÍGUEZ WILHELMI, M. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *RELIME: Revista Latinoamericana de Investigación Matemática*, 9 (1), 117-150.
- DÍAZ GONZÁLEZ, M. (2004). *Problemas de matemática para los entrenamientos de la Educación Primaria I*. La Habana: Pueblo y Educación.
- DÍAZ MUÑOZ, G. (1995). *Zubiri y la matemática: un nuevo constructivismo*. (Fundación Xavier Zubiri) Recuperado el 6 de octubre de 2006, de ZUBIRI.ORG: . Universidad Autónoma de Madrid: Tesis Doctoral. [dir.] A. Ferraz: www.zubiri.org/works/spanishworksabout/munoz/nuevocons.htm
- DIEUDONNÉ, J. (1968). La abstracción en matemáticas y la evolución del álgebra. En *La enseñanza de las matemáticas*

- (A. MAÍLLO, & A. AIZPUN, Trads., 3ª ed., págs. 42-57). Madrid: Aguilar, S. A. de Ediciones.
- EDO, E. (1943). *Memoria histórica de Cienfuegos y su jurisdicción* (3ª (1ª: 1892) ed.). La Habana: Úcar, García y Cía.
- EGAÑA, E. (2003). *La Estadística: herramienta fundamental en la investigación pedagógica*. La Habana: Pueblo y Educación.
- ENGELS, F. (1973). *Anti Dühring* (4ª ed.). La Habana: Pueblo y Educación.
- FABELO, J. (2004). *Aproximación teórica a la especificidad de los valores estéticos (I)*. (Universidad de la Rioja) Recuperado el 29 de Octubre de 2008, de DIALNET.Graffylia: Revista de la Facultad de Filosofía y Letras, 4, 2004, págs. 17-25: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2151083>
- FABELO, J. (2003). *Los valores y sus desafíos actuales*. La Habana: José Martí.
- FÉLIX, L. (1968). *El aspecto moderno de las matemáticas*. La Habana: Ciencia y Técnica.
- FERNÁNDEZ DÍAZ, A., MASSÓN, R., HERRERA CONDE, E., IMBERT, N., MORENO, M. J., ÁLVAREZ ECHAVARRÍA, M. I., y otros. (2004). El proceso de enseñanza-aprendizaje. En M. MARTÍNEZ LLANTADA, F. ADDINE, M. GARCÍA LEYVA, M. MARTÍNEZ ANGULO, M. CRUELLS, M. CHIONG, y otros, *Reflexiones teórico-prácticas desde las Ciencias de la Educación* (Provisional ed., págs. 152-230). La Habana: Pueblo y Educación.
- FERRER, R. (16 de marzo de 2006). *Kant y la crisis de las matemáticas en la actualidad*. Recuperado el 28 de junio de 2007, de MONOGRAFÍA.COM: <http://www.monografias.com/trabajos30/kant-logica/kant-logica.shtml>
- FONT, V. (2005). *La Enseñanza de las Matemáticas en la Universidad*. (Albacete.Org) Recuperado el 14 de marzo de 2007, de XII JAEM (Jornadas sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas), Albacete, 4-7 de julio: http://www.albacete.org/xiijaem/i_grupo1.htm#03
- FONT, V. (2003). *Matemáticas y cosas: Una mirada desde la Educación Matemática*. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, Vol. X, No. 2, 2003, págs. 249-279. Recuperado el 2 de agosto de 2007, de EMIS.AMS.ORG: <http://www.emis.ams.org/journals/BAMV/conten/vol10/vfont.pdf>
- FRAGA, D., & ACOSTA, M. (2001). La enseñanza de la matemática por problemas. En *Tendencias Iberoamericanas en la Educación Matemática* (págs. 67-79). México: Universidad Autónoma de Sinaloa, Dirección General de Escuelas Preparatorias.
- FRIDMAN, L. (1987). La modelación en la actividad docente. En J. LOMPSCHER, A. MARKOVA, & V. DAVIDOV, *Formación de la actividad docente de los escolares* (A. DURÁN, C. VALMAÑA, & C. RODRÍGUEZ, Trads., Tomada de la edición en ruso de 1982, Academia de Ciencias Pedagógicas de la URSS, Academia de Ciencias Psicológicas de la RDA ed., págs. 73-86). La Habana: Pueblo y Educación.
- FUXÁ, M. (2004). Un modelo didáctico curricular para la autopreparación docente de los estudiantes de la Licenciatura en Educación Primaria. *Universidad Hermanos Saíz Montes de Oca, Centro de Estudios de la Didáctica de la Educación Superior: Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas*. [tut.] F. Addine . Pinar del Río.
- GARCÍA BALLESTEROS, A., & BOSQUE, J. (1989). *El espacio subjetivo de Segovia*. Madrid: Universidad Complutense.
- GARCÍA FERRANDO, M. (2004). *Socioestadística: Introducción a la estadística en sociología* (4ª reimp ed.). Madrid: Alianza Editorial S.A.
- GARCÍA MADRUGA, J., & LACASA, P. (2003). Procesos cognitivos básicos. Años escolares. En A. SEGARTE, G. MARTÍNEZ CAMPO, & M. RODRÍGUEZ PÉREZ, *Psicología del desarrollo del escolar: Selección de lecturas* (págs. 290-310). La Habana: Félix Varela.
- GIMENO BLASCO, L. (1985). Estudio de algunos modelos interdisciplinarios basados en matemáticas de 2.º de bachillerato. En I. D. ZARAGOZA, *Aspectos didácticos de matemáticas*. 1 (págs. 11-30). Zaragoza: Cometa, S.A.
- GOETZ, J., & Le'COMPTE, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. (J. TORRES SANTOMÉ, Ed., & A. BALLESTEROS, Trad.) Madrid: Morata.
- GÓMEZ ÁLVAREZ, L., & RIVERA, G. (2002). Métodos generales más utilizados en la escuela primaria. En E. CABALLERO, *Didáctica de la escuela primaria: Selección de lecturas* (págs. 60-79). La Habana: Pueblo y Educación.
- GÓMEZ ALZATE, A. (8 de octubre de 2003). *Desarrollo visual sensible del paisaje urbano: Hacia un entorno educador*. (Universidad de Caldas) Recuperado el 3 de agosto de 2006, de LUNA AZUL: http://lunazul.ucaldas.edu.co/index2.php?option=com_content&task=view&id=66&Itemid
- GÓMEZ CHACÓN, I. (1998). *Una Metodología Cualitativa para el Estudio de las Influencias Afectivas en el*

- Conocimiento de las Matemáticas*. Recuperado el 14 de diciembre de 2006, de DDD.Universidad Autónoma de Barcelona. Enseñanza de las Ciencias, 1998, 16 (3), págs. 431-450.: <http://ddd.uab.es/pub/edlc/02124521v16n3p431.pdf>
- GÓMEZ CHACÓN, I., OPTEYNDE, P., & DE CORTE, E. (2006). *Creencias de los estudiantes de matemáticas. La influencia del contexto de clase*. Recuperado el 18 de julio de 2007, de DDD.Universidad Autónoma de Barcelona. Revista Enseñanza de las Ciencias, 2006, 24 (3), págs. 309–324: <http://ddd.uab.cat/pub/edlc/02124521v24n3p309.pdf>
- GÓMEZ IRIBAR, N., MOYA, D., & RICARDO, A. (junio de 2006). *La evaluación de la calidad en el aprendizaje en la asignatura de Matemática en el preuniversitario*. Recuperado el 2 de agosto de 2006, de ILUSTRADOS.COM: Disponible en: <http://www.ilustrados.com/publicaciones/EEuAkZVZyZNCjHPLqi.php>
- GONZÁLEZ GONZÁLEZ, D. (2001). La superación de los maestros primarios en la formulación de problemas aritméticos. *Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas. Tutor S. Balleste*. La Habana: Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona.
- GONZÁLEZ GONZÁLEZ, D. (2006). Una propuesta didáctica para los maestros primarios sobre la formulación de problemas matemáticos. En C. SUÁREZ, J. ALBARRÁN, D. GONZÁLEZ GONZÁLEZ, M. BERNABÉU, E. VILLEGAS, E. RODRÍGUEZ, y otros, *Didáctica de la Matemática en la escuela primaria* (1ª reimp. ed., págs. 97-144). La Habana: Pueblo y Educación.
- GONZÁLEZ MARÍ, J. (2000). Comentário 7. En J. d. Ponte, & L. Serrazina (Ed.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália. Actas da Escola de Verão-1999* (págs. 263-274). Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.
- GONZÁLEZ MAURA, V., CASTELLANOS, D., CÓRDOVA, M., REBOLLAR, M., MARTÍNEZ, M., FERNÁNDEZ, A., y otros. (2001). *Psicología para Educadores* (3ª reimp. ed.). La Habana: Pueblo y Educación.
- GONZÁLEZ SOCA, A., RECAREY, S., & ADDINE, F. (2004). La dinámica del proceso de enseñanza–aprendizaje mediante sus componentes. En F. ADDINE, *Didáctica: teoría y práctica* (págs. 77-79). La Habana: Pueblo y Educación.
- GUASH, O. (1997). Observación participante. En *Cuadernos metodológicos 20* (págs. 9-46). Madrid: Centro de Investigaciones Sociológicas.
- GUERRA, L. (2001). *La valoración de la imagen urbana en la ciudad de Santa Clara*. Recuperado el 12 de agosto de 2006, de CENIT.CULT.CU. Revista ISLAS, 43(130):134-142; octubre-diciembre, 2001: www.cenit.cult.cu/sites/revista_islas/pdf/130_13_Luly.pdf
- Habilidades. (1980-). *Instituto Superior Pedagógico de Villa Clara*.
- HAREL, G., & SOWDER, L. (2005). *Advanced Mathematical-Thinking at Any Age: Its Nature and Its Development*. Recuperado el 23 de marzo de 2007, de UCSD-Department of Mathematics: MATHEMATICAL THINKING AND LEARNING, 7(1), págs. 27–50 Copyright © 2005, Lawrence Erlbaum Associates, Inc: <http://www.math.ucsd.edu/~harel/downloadablepapers/Advanced%20Mathematical%20Thinking%20at%20Any%20Age.pdf>
- HEIN, N. (marzo de 2006). *Modelaje matemático en la enseñanza: un tratado teórico y un ejemplo didáctico*. Recuperado el 12 de agosto de 2008, de V FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA: De costa a costa. Matemática como lenguaje para interpretar nuestro entorno: [HTTP://SPDECE.UAH.ES/PAPERS/HILERA_FINAL.PDF](http://SPDECE.UAH.ES/PAPERS/HILERA_FINAL.PDF)
- HERNÁNDEZ SAMPIERI, R., FERNÁNDEZ COLLADO, C., & BAPTISTA, P. (2006). *Metodología de la investigación* (4ª ed.). México: Mc Graw–Hill/Interamericana Editores, S.A. de C.V.
- HILERA, J., & PALOMAR, D. (2006-). *Modelado de procesos de enseñanza–aprendizaje reutilizables con XML, UML e IMS–LD*. Recuperado el 12 de agosto de 2008, de [HTTP://SPDECE.UAH.ES/PAPERS/HILERA_FINAL.PDF](http://SPDECE.UAH.ES/PAPERS/HILERA_FINAL.PDF)
- HOWSON, A. (1979). Análisis crítico del desarrollo curricular en Educación Matemática. En UNESCO, & C. I. (ICMI) (Ed.), *Nuevas tendencias en la enseñanza de la matemática* (págs. 181-182). Montevideo: Oficina Regional de Ciencia y Tecnología de la UNESCO para América Latina.
- JAIME, A., & GUTIÉRREZ RODRÍGUEZ, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la Geometría: El modelo de Van Hiele. En S. LLINARES, & M. SÁNCHEZ GARCÍA (Edits.), *Teoría y práctica en Educación Matemática* (págs. 295-384). Sevilla: ALFAR.
- JIMÉNEZ, P., & VILÀ, M. (2001-2003). Curso: De Educación Especial a Educación en la Diversidad. *Programa de Doctorado. Departamento de Pedagogía. Universidad de Girona*. Girona: Universitat de Girona.
- JUNGK, W. (1982). *Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la matemática 1*. (C. RODRÍGUEZ LECUONA, Ed., & J. VENTURA, Trad.) La Habana: Pueblo y Educación.

- JUNGK, W. (1989). *Conferencias sobre metodología de la enseñanza de la Matemática 2: Segunda parte*. (V. ROJAS, & M. NAITO, Edits.) La Habana: Pueblo y Educación.
- KINDT, M. (1993). Enfoque realista de la educación matemática. En I. D. ZARAGOZA, *Aspectos didácticos de matemáticas*. 4 (págs. 67-91). Zaragoza: Cometa, S.A.
- KLINGBERG, L. (1978). *Introducción a la didáctica general* (Tomado de la ed. alemana de 1972 ed.). (J. LÓPEZ, & A. PADRÓN, Trads.) La Habana: Pueblo y Educación.
- KONOW, I., & PÉREZ, G. (2002). *El método Delphi*. [recop] H.E. Acuña. *Métodos y técnicas de investigación prospectiva para la toma de decisiones*. Santiago de Chile : FUNTURO-ODEPLAN-PNUD, 1990. págs. 1-32. Recuperado el 20 de enero de 2006, de GEOCITIES: <http://geocities.com/Pentagon/Quarters/7578/pros01.html/>
- LABARRERE, A. (1988). *Cómo enseñar a los alumnos de primaria a resolver problemas*. La Habana: Pueblo y Educación.
- LACERDA, J. (2000). Aprendizagem e prática social: Contributos para a construção de ferramentas de análise da aprendizagem matemática escolar. En J. d. Ponte, & L. Serrazina (Ed.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália. Actas da Escola de Verão-1999* (págs. 65-92). Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.
- LANUEZ, M., MARTÍNEZ LLANTADA, M., & PÉREZ FERNÁNDEZ, V. (2008). *La investigación educativa en el aula*. La Habana: Pueblo y Educación.
- LENNIN, V. *Materialismo y empiriocriticismo: Notas críticas sobre una filosofía reaccionaria* (Tomada del tomo 18 de la 5ª edición de sus Obras Completas ed.). (E. PROGRESO, Trad.) Moscú: Progreso.
- LEÓNTIEV, A. (1989). Actividad, conciencia, personalidad. En A. PUZIRÉI, & Y. GUIPPENTÉITER (Ed.), *El proceso de formación de la psicología marxista: L. Vigotski, A. Leóntiev, A. Luria* (M. SHUARE, Trad., págs. 265-326). Moscú: Progreso.
- LLIVINA, M. (1999). Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos. Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Pedagógicas. [tut.] L. VALVERDE y M.D. CÓRDOVA. *República de Cuba. Universidad Pedagógica "Enrique José Varona"*. La Habana.
- LOMPSCHER, J. (1987). El análisis y la elaboración de las exigencias que se plantean a la actividad docente. En J. LOMPSCHER, A. MARKOVA, & V. DAVIDOV, *Formación de la actividad docente de los escolares* (A. DURÁN, C. VALMAÑA, & C. RODRÍGUEZ, Trads., Tomada de la edición en ruso de 1982, Academia de Ciencias Pedagógicas de la URSS, Academia de Ciencias Psicológicas de la RDA ed., págs. 28-41). La Habana: Pueblo y Educación.
- LÓPEZ PALACIO, J. (2002). *La educación como un sistema complejo*. Recuperado el 9 de diciembre de 2007, de REVISTA ISLAS, 44 (132): 113-127; abril junio, 2002: http://www.cenit.cult.cu/sites/revista_islas/pdf/132_11_Lopez_Palacio.pdf
- LUELMO, M. (1996). La resolución de problemas en el aula de matemáticas. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas* (8 Año III), 5-6.
- MAJMUTOV, M. (1983). *La enseñanza problemática* (Tomada de la 1ª edición en ruso, Moscú, Editorial Pedagogika, 1975 ed.). La Habana: Pueblo y Educación.
- MALARA, N. A., & IADEROSA, R. (2004). Quadro e finalità del progetto ArAl. *Progetto ArAl*. Modena: Università di Modena e Reggio Emilia. Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata "G. Vitali".
- MARIMÓN, J., & GUELMES, E. (20 de julio de 2009). Aproximación al modelo como resultado científico. *Taller de Centros de Estudios de la Región Central*. Santa Clara: Universidad de Ciencias Pedagógicas Félix Varela.
- MARÍN, N. (1994). Elementos cognoscitivos dependientes del contenido. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado* (20), 201-206.
- MARKOVA, A. (1987). La formación de la actividad docente y el desarrollo de la personalidad del escolar. En J. LOMPSCHER, A. MARKOVA, & V. DAVIDOV, *Formación de la actividad docente de los escolares* (A. DURÁN, C. VALMAÑA, & C. RODRÍGUEZ, Trads., Tomada de la edición en ruso de 1982, Academia de Ciencias Pedagógicas de la URSS, Academia de Ciencias Psicológicas de la RDA ed., págs. 20-28). La Habana: Pueblo y Educación.
- MARTÍ, J. (1975a). En los Estados Unidos: Escenas Norteamericanas, 1886, 7 Cartas de Martí. En J. MARTÍ, *Obras Completas* (2ª ed., Vol. XI, págs. 77-86). La Habana: Ciencias Sociales.
- MARTÍ, J. (1975b). Juicios: Educación popular. En J. MARTÍ, *Obras Completas* (2ª ed., Vol. XIX, págs. 373-376). La Habana: Ciencias Sociales.
- MARTÍ, J. (1989). La historia del hombre, contada por sus casas. En J. MARTÍ, *La edad de oro: Segundo Número*,

- Agosto, 1889* (2ª ed., Vol. 1, págs. 34-45). La Habana: Centro de Estudios Marianos-Letras Cubanas.
- MARTÍ, J. (1975c). Nuestra América: Guatemala. En J. MARTÍ, *Obras Completas* (2ª ed., Vol. VII, págs. 113-158). La Habana: Ciencias Sociales.
- MARTÍ, J. (1975d). Periodismo diverso: Sección Constante. En J. Martí, *Obras Completas* (2ª ed., Vol. XXIII, págs. 55-322). La Habana: Ciencias Sociales.
- MARTÍN, L. (1998). *El desarrollo urbano de Cienfuegos en el siglo XIX*. Oviedo: Universidad de Oviedo. Servicio de Publicaciones.
- MARTÍN, L. (2005). Luz y color en la vivienda cienfueguera. *Ariel: La revista cultural de Cienfuegos* (1, 4ª época, Año VIII), 25-34.
- MARTÍNEZ CASANOVA, L. (2000a). Educación Matemática y por el Arte: modelos para el estudio de proporciones en edificios del patrimonio cienfueguero. *Pedagogía '2001*. Cienfuegos.
- MARTÍNEZ CASANOVA, L. (1999). El número de oro, sus aplicaciones al arte y al estudio de las proporciones en edificaciones de Cienfuegos. *Universidad Carlos Rafael Rodríguez. Facultad de Economía e Ingeniería Industrial: Tesis en opción al grado de Máster en Matemática Aplicada*. [tut.] E. BRAVO . Cienfuegos.
- MARTÍNEZ CASANOVA, L. (2000b). El número de oro, un tema para la educación matemática. *Decimocuarta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME 14)*. Panamá.
- MARTÍNEZ CASANOVA, L. (18 al 20 de noviembre de 2009). El paisaje urbano como objeto de aplicabilidad matemática: Actividades en el sexto grado. *Boletín de la Sociedad Cubana de Matemática y Computación. Compumat 2009. Comisión de Enseñanza de la Matemática Superior #31* . La Habana.
- MARTÍNEZ CASANOVA, L. (2008). El paisaje urbano de Cienfuegos como objeto de aplicabilidad matemática: Estudio referativo. *Instituto Superior Pedagógico Conrado Benítez García* . Cienfuegos.
- MARTÍNEZ CASANOVA, L. (Agosto de 2001). Geografía y Matemática. *ISP Conrado Benítez García* . Cienfuegos.
- MARTÍNEZ CASANOVA, L. (18 al 20 de noviembre de 2009). La aplicabilidad matemática y su transposición didáctica. *Boletín de la Sociedad Cubana de Matemática y Computación. Compumat 2009. Comisión Enseñanza de la Matemática Superior #79* . La Habana.
- MARTÍNEZ CASANOVA, L. (2003). La educación del talento matemático mediante la relación entre la matemática y el arte: Estudio exploratorio en la Educación Primaria. *Universidad de Gerona-Universidad de Cienfuegos-Instituto Superior Pedagógico de Cienfuegos. Trabajo de Suficiencia Investigadora. Doctorado Curricular: Diversidad, Currículum y Educación*. [dtor.] E. Bravo y M^ºL. Pérez Cabaní . Cienfuegos.
- MARTÍNEZ CASANOVA, L. (2008). Paisaje urbano e identidad urbana: enfoques conceptuales y procedimientos para su tratamiento pedagógico. *II Taller Provincial de Arte y Pensamiento. Simposio Provincial de Educación Artística. Asociación Nacional de Pedagogos de Cuba*. Cienfuegos.
- MARTÍNEZ CASANOVA, L., MONTERO, B., BRADLEY, G., MARTÍNEZ GAGO, M., PONCE, M., DÍAZ ADELIT, É., y otros. (26 al 30 de enero de 2009). Aplicabilidad matemática y paisaje urbano: actividades en el sexto grado. *Pedagogía 2009. 11ª edición. Memorias. Simposio 13. Educación Primaria* . La Habana: República de Cuba. Ministerio de Educación.
- MARTÍNEZ LLANTADA, M. (2007). Taller de tesis. *Módulo III. Tercera parte. Maestría en Ciencias de la Educación: Mención en Educación Primaria* , 105-110. (G. GARCÍA BATISTA, & L. GRANADOS, Recopiladores) La Habana: Pueblo y Educación.
- MARTÍNEZ LLANTADA, M., & BERNAZA, G. (2005). *Metodología de la investigación educacional: Desafíos y polémicas actuales* (2ª ed.). La Habana: Pueblo y Educación.
- MARTÍNEZ MIGUÉLEZ, M. (enero de 2003). *Naturaleza y Aplicabilidad de los Modelos Matemáticos*. Recuperado el 3 de noviembre de 2006, de SCIELO.ORG. Cuadernos del Cendes CDC: http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S1012-25082003000100009&script=sci_arttext
- MATEO, J. (Jan/Fev/Mar de 1998). *La ciencia del paisaje a la luz del paradigma ambiental*. Recuperado el 13 de agosto de 2007, de GeoNotas. Departamento de Geografía-Universidade Estadual de Maringá. TRIMESTRAL-VOL.2 N^º 1-Jan/Fev/Mar 1998: <http://www.dge.uem.br/geonotas/vol2-1/geoteoria.htm>
- Material Básico Temas actuales de la política, la ideología, la ciencia, la tecnología y la cultura. (2005). *Módulo I: Primera parte. Maestría en Ciencias de la Educación. Fundamentos de la Investigación Educativa*. Ministerio de Educación. Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño . (G. GARCÍA BATISTA, Recopilador) Pueblo y Educación.
- MÉNDEZ, W. (2006). *El aprendizaje creativo en la asignatura Electrónica Básica teniendo en cuenta los niveles de desempeño*. Recuperado el 2 de agosto de 2006, de Monografías.com:

- <http://www.monografias.com/trabajos33/aprendizaje-creativo-electronica/aprendizaje-creativo-electronica.shtml>
- MENDOZA, L. (2007). Cultura, educación y valores. *VIII Seminario Nacional para educadores. Primera parte. Curso 2007-2008*, 7-10. (C. Ministerio de Educación, Ed., V. ARENCIBIA, G. GARCÍA BATISTA, M. MORENO, E. ESCALONA, & M. EGEA, Recopiladores) Pueblo y Educación.
- MICROSOFT CORPORATION. (2007). Aplicabilidad. Aplicable. Aplicar. *Microsoft® Student 2008*.
- MORIN, E. (febrero de 2004). *La epistemología de la complejidad*. [trad.] J.L. Solana. (Universidad de Granada) Recuperado el 27 de agosto de 2007, de UGR.ES. Gazeta de Antropología N° 20, 2004 Texto 20-02: http://www.ugr.es/~pwlac/G20_02Edgar_Morin.html
- NIETO, J. (1999). *La Matemática y sus relaciones con otros campos del conocimiento*. Recuperado el 27 de septiembre de 2006, de MIPAGINA.CANTV.NET: <http://mipagina.cantv.net/jhnieto/lmyrocc.pdf>
- NÚÑEZ JOVER, J. (1999). *La Ciencia y la Tecnología como procesos sociales: Lo que la educación científica no debería olvidar*. La Habana: Félix Varela.
- OMELIANOSVSKY, M., NOVIK, I., RUZAVIN, G., SACHKOV, Y., UKRAINTZEV, B., URSUL, A., y otros. (1985). *La dialéctica y los métodos científicos generales de investigación*. Instituto de Filosofía, Academia de Ciencias de la URRS. Departamento de Filosofía Academia de Ciencias de Cuba (Vol. Tomo 1). (F. DE LA UZ, Trad.) La Habana: Editorial de Ciencias Sociales.
- ORAMAS, C., & LEAL, M. (2001). El aprendizaje vivencial de la matemática. En *Tendencias Iberoamericanas en la Educación Matemática* (págs. 117-127). México: Universidad Autónoma de Sinaloa, Dirección General de Escuelas Preparatorias.
- ORGANIZACIÓN MUNDIAL DE NORMALIZACIÓN. (19 de diciembre de 2005a). *Norma Internacional. ISO 690. Documentación-Referencias bibliográficas. Contenido, forma y estructura. 12ª. 1987*. (Sistema de Biblioteca-Pontificia Universidad Católica de Valparaíso) Recuperado el 25 de abril de 2008, de BIBLIOTECA.UCV.CL: <http://biblioteca.ucv.cl/herramientas/citasbibliograficas/iso690/iso690.htm>
- ORGANIZACIÓN MUNDIAL DE NORMALIZACIÓN. (19 de diciembre de 2005b). *Norma Internacional. ISO 690-2. Información y documentación-Referencias bibliográficas. Parte 2: Documentos electrónicos y sus partes. 1ª. 1997*. (Sistema de Biblioteca-Pontificia Universidad Católica de Valparaíso) Recuperado el 25 de abril de 2008, de BIBLIOTECA.UCV.CHILE: <http://biblioteca.ucv.cl/herramientas/citaselectronicas/iso690-2/iso690-2.htm>
- PÉREZ CRUZ, F., ARENCIBIA, V., GUERRA IGLESIAS, S., LÓPEZ MACHÍN, R., MENDOZA, L., MARTÍNEZ LLANTADA, M., y otros. (2005). Material Básico: Problemas Actuales de la Educación. *Módulo I: Primera parte. Maestría en Ciencias de la Educación. Fundamentos de la Investigación Educativa*. Ministerio de Educación. Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño, 13-15. (G. GARCÍA BATISTA, Recopilador) Pueblo y Educación.
- PÉREZ GÓMEZ, Á. (2000-2007). *Cultura escolar y aprendizaje relevante*. Recuperado el 2 de mayo de 2008, de REVELE. Publicaciones Científicas Digitales de la Universidad Central de Venezuela. Proyecto P@piro. Extramuros Vol 1 n 5. HUMÁNITAS. Portal temático en Humanidades: <http://www.revele.com.ve/pdf/extramuros/vol1-n5/pag5.pdf>
- PÉREZ MARTÍN, L., BERMÚDEZ MORRIS, R., ACOSTA, R., & BARRERA, L. (2004). *La personalidad: su diagnóstico y su desarrollo* (Provisional ed.). La Habana: Pueblo y Educación.
- PIAGET, J. (1968). Las estructuras matemáticas y las estructuras operatorias de la inteligencia. En *La enseñanza de las matemáticas* (A. MAÍLLO, & A. AIZPUN, Trans., 3ª ed., págs. 3-28). Madrid: Aguilar, S. A. de Ediciones.
- PLA, M. (1999). El rigor en la investigación cualitativa. *Revista de Atención Primaria*, 24 (5), 295-300.
- POLLAK, H. (1979). La interacción entre la matemática y otras disciplinas escolares. En UNESCO, & C. I. (ICMI) (Ed.). Montevideo: Oficina Regional de Ciencia y Tecnología de la UNESCO para América Latina.
- PROENZA, Y., & LEYVA, L. (6-15 de diciembre de 2006). *Reflexiones sobre la calidad del aprendizaje y de las competencias matemáticas*. *Revista Iberoamericana de Educación* n.º 40/6. (Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI)) Recuperado el 22 de agosto de 2007, de DIALNET. Universidad de La Rioja: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2169150&orden=94292&info=link>.
- PUIG, J. (1995). *La educación moral en la enseñanza obligatoria*. Barcelona: Horsori Editorial, S.I.
- PUPO, R. (29 de octubre de 2008). *El hombre, la actividad humana, la cultura y sus mediaciones fundamentales*. (C. Echinope, Editor) Recuperado el 29 de octubre de 2008, de Letras-Uruguay.Espacio.Latino.com: http://letras-uruguay.espaciolatino.com/aaa/pupo_pupo_rigoberto/el_hombre_la_actividad_humana.htm
- PUPO, R. (1990). *La actividad como categoría filosófica*. La Habana: Ciencias Sociales.

- PUPO, R. (1986). *La práctica y la filosofía marxista*. La Habana: Ciencias Sociales.
- PUZIRÉI, A. (1989). *El proceso de formación de la psicología marxista: L. Vigotski, A. Leóntiev, A. Luria*. (Y. Guippenréiter, Ed., & M. Shuare, Trad.) Moscú: Progreso.
- RADFORD, L. (2000). *Sujeto, objeto, cultura y la formación del conocimiento*. (Université Laurentienne. Ontario. Canada) Recuperado el 10 de octubre de 2006, de LAURENTIAN.CA. Revista Educación Matemática, 12 (1), 51-69. Abril 2000: <http://laurentian.ca/educ/lradford/SujetoObjetoCultura.htm/>
- RADFORD, L. (2006). *The Anthropology of Meaning*. Recuperado el 30 de julio de 2007, de LAURENTIAN.CA. Educational Studies in Mathematics, 1, págs. 39–65. DOI: 10.1007/s10649-006-7136-7 _C Springer, 2006: <http://laurentian.ca/educ/lradford/anthropology.pdf>
- RAMÍREZ, E., SANTOS, N., & HING, R. (2005). *Los problemas fundamentales: Elemento básico para un enfoque sistémico en la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior*. (Universidad Central de La Villas) Recuperado el 24 de septiembre de 2006, de Matemática Física y Computación. UCLV: <http://www.mfc.uclv.edu.cu/scmc/Boletin/N2/textos/Ens.Matem.%20Ed%20Sup/ElsaRamirezUCLVComp>
- RAMOS DE PACIA, A. (21 de enero de 2006). *Objetos personales, matemáticos y didácticos, del profesorado y cambios institucionales. El caso de la contextualización de las funciones en una Facultad de Ciencias Económicas y Sociales*. V. Font Moll [Director de la Tesis]. Recuperado el 3 de enero de 2010, de TDX.CESCA.ES. Didáctica de les Ciències Experimentals i la Matemàtica. Universidad de Barcelona: <http://www.tdx.cat/TDX-0330106-090457>
- REAL ACADEMIA ESPAÑOLA. (21 de mayo de 2009). *Diccionario de la Lengua Española. Vigésimo Segunda Edición*. (Real Academia Española) Recuperado el 1 de junio de 2009, de RAE.ES: http://buscon.rae.es/draeI/SrvltConsulta?TIPO_BUS=3&LEMA=aplicaci%C3%B3n
- RECIO, T. (2006). *PISA y la evaluación de las matemáticas*. Recuperado el 22 de agosto de 2007, de Revista de Educación, extraordinario 2006, págs. 263-273: http://www.revistaeducacion.mec.es/re2006/re2006_15.pdf
- REPÚBLICA ARGENTINA. GOBIERNO DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES. (2004). *Aportes para el fortalecimiento de la enseñanza de la matemática en la EGB*. Recuperado el 5 de julio de 2007, de ABC.GOV.AR: http://abc.gov.ar/docentes/capacitaciondocente/plan98/pdf/aportes_matematica_egb.pdf
- RICO MONTERO, P. (2002). ¿Cómo desarrollar en los alumnos las habilidades para el control y la valoración de su trabajo docente? En E. CABALLERO, & G. GARCÍA BATISTA, *Preguntas y respuestas para elevar la calidad del trabajo en la escuela* (págs. 3-22). La Habana: Pueblo y Educación.
- RICO MONTERO, P. (2004). Aprendizaje en condiciones desarrolladoras. En P. RICO MONTERO, E. SANTOS PALMA, & V. MARTÍN-VIAÑA, *Proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador en la escuela primaria: Teoría y práctica* (págs. 12-39). La Habana: Pueblo y Educación.
- RICO MONTERO, P., & SANTOS PALMA, E. (2004). Aspectos orientadores de obligada referencia que sirven de base a la concepción desarrolladora que se presenta. En P. RICO MONTERO, E. SANTOS PALMA, & V. MARTÍN-VIAÑA, *Proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador en la escuela primaria: Teoría y práctica* (págs. 3-11). La Habana: Pueblo y Educación.
- RICO MONTERO, P., BONET, M., CASTILLO SUÁREZ, S., GARCÍA OJEDA, M., MARTÍN-VIAÑA, V., RIZO, C., y otros. (2000). *Hacia el perfeccionamiento de la escuela primaria*. La Habana: Pueblo y Educación.
- RICO MONTERO, P., CASATILLO SUÁREZ, S., SILVA HERNÁNDEZ, R., & GONZÁLEZ NOGUERAS, R. (2009). *Pedagogía 2009. Curso 3. Modelo de escuela primaria; principales transformaciones*. La Habana: Sello Editor Educación Cubana.
- RICO MONTERO, P., SANTOS PALMA, E., & MARTÍN-VIAÑA, V. (2005). *Algunas exigencias para el desarrollo y evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje en la escuela primaria* (2ª ed.). Reino Unido: Save the Children.
- RICO MONTERO, P., SANTOS PALMA, E., MARTÍN-VIAÑA, V., GARCÍA OJEDA, M., & CASTILLO SUÁREZ, S. (2008). *El Modelo de escuela primaria cubana: una propuesta desarrolladora de educación, enseñanza y aprendizaje*. La Habana: Pueblo y Educación.
- RICO ROMERO, L. (Enero de 2007). *La Competencia Matemática en PISA*. Revista de Investigación en Didáctica de las Matemática, Número 2, Volumen 1, Enero 2007, (47-66). Recuperado el 9 de noviembre de 2007, de PNA (Pensamiento Numérico y Algebraico): <http://www.pna.es/Numeros/pdf/Rico2007La.pdf>
- RICO ROMERO, L. (2006). *Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas*. Recuperado el 5 de julio de 2007, de Revista de Educación, 2006 - ince.mec.es. número extraordinario, 2006, págs. 275-294: <http://www.ince.mec.es/revistaeducacion/re2006/reextra2006a16.pdf>
- RIONDA CABALLERO, H., & CABALLERO, C. (diciembre de 2007). *Estructura didáctica de la actividad experimental de la Química desde la perspectiva de un aprendizaje desarrollador*. (Ministerio de Educación) Recuperado el 30 de enero de 2008, de RIMED.CU. Revista IPLAC-Publicación Latinoamericana y Caribeña de

- Educación. No.3/septiembre-diciembre de 2007:
http://revista.iplac.rimed.cu/index.php?option=com_content&task=category§ionid=5&id=37&Itemid=29
- RIZO, C., GARCÍA BARÓ, G., LORENZO, A., GARCÍA FARIÑAS, M., & SUÁREZ, C. (2002). *Matemática 5* (5ª reimp ed.). (C. M. EDUCACIÓN, Ed.) La Habana: Pueblo y Educación.
- RIZO, C., GARCÍA BARÓ, G., LORENZO, A., GARCÍA FARIÑAS, M., SUÁREZ, C., & GARCÍA GARCÍA, M. (1996). *Matemática 6* (2ª reimp ed.). (C. M. EDUCACIÓN, Ed.) La Habana: Pueblo y Educación.
- RIZO, C., LORENZO, A., GARCÍA BARÓ, G., GARCÍA FARIÑAS, M., & SUÁREZ, C. (2001). Matemática. En C. M. EDUCACIÓN (Ed.), *Orientaciones metodológicas: Ciencias, Sexto grado* (págs. 1-167). La Habana: Pueblo y Educación.
- RODRÍGUEZ PALMERO, M. (2004). *La teoría del aprendizaje significativo*. (A. Cañas, J. Novak, & F. González, Edits.) Recuperado el 22 de febrero de 2008, de CONCEPT MAPS: Theory, Methodology, Technology Proc. of the First Int. Conference on Concept Mapping, Pamplona, Spain: <http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-290.pdf>
- RODRÍGUEZ WILHELMI, M. (2004). *Análisis epistemológico y didáctico de nociones, procesos y significados de objetos analíticos*. Universidad Pública de Navarra. Resumen de la Tesis Doctoral Homónima. [dir.] E. LACASTA. Recuperado el 4 de noviembre de 2007, de UNIVERSIDAD DE GRANADA: http://www.ugr.es/~jgodino/siadm/madrid_2004/mrwilhelm_resumen_tesis.pdf
- ROIG, A., & LLINARES, S. (25 de noviembre de 2004). *Dimensiones de la competencia matemática al finalizar la Educación Secundaria Obligatoria: Caracterización y Análisis*. Recuperado el 14 de marzo de 2007, de IBEROMAT. UJI.ES. XVI Simposio Iberoamericano de enseñanza Matemática: Matemáticas para el Siglo XXI Universidad de Jaume I de Castellón. 15,16 y 17 de septiembre de 2004: http://www.iberomat.uji.es/carpeta/comunicaciones/87_anai_roig.doc
- ROSA, M., & CLARK, D. (2005). Las Raíces Históricas del Programa Etnomatemáticas. *Relime: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 8 (3), 363-377.
- ROSENTAL, M., & IUDIN, P. (1981). *Diccionario Filosófico* (Tomado de Ediciones Universo, Argentina, 1973 ed.). La Habana: Editora Política.
- RUBINSHTEIM, S., & SOKOLOV, A. (1961). Objeto, problemas y métodos de la Psicología. En A. SMÍRNOV, A. LEÓNTIEV, S. RUBINSHTEIM, & B. TIEPLOV, *Psicología* (F. VILLA, Trad., págs. 13-36). Cuba: Imprenta Nacional de Cuba.
- RUIZ AGUILERA, A. (2005). Invest-Educación: Introducción a la investigación en la educación (Cursos, Bases de la investigación educativa y sistematización, Materiales Complementarios). *Módulo I. Materiales para el inicio de la Maestría en Ciencias de la Educación. Fundamentos de la Investigación Educativa*. (G. GARCÍA BATISTA, Recopilador) La Habana: IPLAC.
- SCHOENFELD, A. (5 de noviembre de 2003). *Propósitos y métodos de investigación en educación matemática (Purposes and Methods of Research in Mathematics Education)*. [trad.] J. DÍAZ GODINO. (J. Díaz Godino, Trad.) Recuperado el 27 de diciembre de 2006, de CONEDSUP.UNSL.EDU.AR. Notices of the AMS, Volume 47, Number 6; June/July 2000, págs. 641-649: http://conedsup.unsl.edu.ar/Download_trabajos/Trabajos/Eje_5_Investigacion_y_Produccion_Conocimiento/Gatica%20y%20Otros.PDF
- SERRAZINA, M. (2000). Comentario 7. En J. d. Ponte, & L. Serrazina (Ed.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália. Actas da Escola de Verão-1999* (págs. 255-262). Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.
- SHUARE, M. (1990). *La psicología soviética tal como yo la veo*. Moscú: Progreso.
- SIEGUEL, S. (1974). *Diseño experimental no paramétrico aplicado a las ciencias de la conducta* (Tomada de la edición de 1970 ed.). La Habana: Edición Revolucionaria.
- SIERRA SALCEDO, R. (2004a). Modelación y estrategia: Algunas consideraciones desde una perspectiva pedagógica. En G. GARCÍA BATISTA, *Compendio de Pedagogía* (2ª reimp ed., págs. 311-328). La Habana: Pueblo y Educación.
- SIERRA SALCEDO, R. (2004b). Modelo teórico para el diseño de una estrategia pedagógica en la educación primaria y secundaria básica. *Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona: Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Pedagógicas*. [tut.] F. ADDINE. La Habana.
- SIERRA, M. (2000). Comentario 6. En J. d. Ponte, & L. Serrazina (Ed.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália. Actas da Escola de Verão-1999*. Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.
- SILVESTRE, M. (2002a). Concepción didáctica del proceso de enseñanza-aprendizaje. En M. SILVESTRE, & J.

- ZILBERSTEIN, *Hacia una didáctica desarrolladora* (págs. 45-66). La Habana: Pueblo y Educación.
- SILVESTRE, M. (2002b). Exigencias para dirigir un proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador y educativo. En E. CABALLERO, *Didáctica de la escuela primaria: Selección de lecturas* (págs. 29-59). La Habana: Pueblo y Educación.
- STEINER, M. (2007). *The Applicabilities of Mathematics*. Recuperado el 22 de agosto de 2007, de PHILMAT.OXFORDJOURNALS.ORG. *Philosophia Mathematica* 1995 3(2):129-156; doi:10.1093/philmat/3.2.129. Oxford University Press Online: <http://philmat.oxfordjournals.org/cgi/reprint/3/2/129>
- SUÁREZ, C. (2006). Estructuración didáctica para la identificación de problemas matemáticos en la educación primaria. En C. SUÁREZ, J. ALBARRÁN, D. GONZÁLEZ GONZÁLEZ, M. BERNABÉU, E. VILLEGAS, E. RODRÍGUEZ, y otros, *Didáctica de la Matemática en la escuela primaria* (1ª reimp ed., págs. 57-90). La Habana: Pueblo y Educación.
- SUÁREZ, C., RODRÍGUEZ, E., ALBARRÁN, J., VILLEGAS, E., BERMÚDEZ, J., & GONZÁLEZ GONZÁLEZ, D. (2005b). *Cuaderno complementario: Matemática. Quinto grado*. (C. M. EDUCACIÓN, Ed.) La Habana: Pueblo y Educación.
- SUÁREZ, C., RODRÍGUEZ, E., ALBARRÁN, J., VILLEGAS, E., BERMÚDEZ, J., & GONZÁLEZ, D. (2005a). Asignatura Matemática. En C. M. EDUCACIÓN (Ed.), *Orientaciones Metodológicas para instrumentar los ajustes curriculares en la Educación Primaria: Curso escolar 2004-2005* (págs. 1-52). La Habana: Pueblo y Educación.
- TALÍZINA, N. (1988). *Psicología de la enseñanza*. (E. FARÍAS, Ed., & A. CLAVIJO, Trad.) Moscú: Progreso.
- TAYLOR, S., & BOGDAN, R. (1987). La entrevista en profundidad. En S. TAYLOR, & R. BOGDAN, *Introducción a los métodos cualitativos de investigación* (págs. 100-132). Barcelona: Paidós.
- TEJEDA DEL PRADO, L. (2000). Personalidad e identidad cultural. En R. ALFONSO, & M. MURRIETA (Edits.), *Compendio de lecturas acerca de la Cultura y la Educación Estética* (págs. 3-11). La Habana: Editora Política, MINED.
- TELEVISIÓN CUBANA. CANAL EDUCATIVO. (19 de junio de 2008). A dominar la Matemática. *Teleclase*.
- TELEVISIÓN CUBANA. CANAL PERLAVISIÓN. (7 de febrero de 2008). Reportaje de Alicia Curbelo Sandar. *NotiSur*. Cienfuegos.
- TERRADAS, J. (2001). *Ecología urbana (Monografies de medi ambient)*. Catalunya: Generalitat de Catalunya, Departament de Medi Ambient, Rubes.
- TICÒ, T. (2000). *Passeig matemàtic per Catalunya*. Recuperado el 13 de febrero de 2003, de MA2.UPC.ES: <http://www-ma2.upc.es/~vera/passeigMatematic/introd.doc>
- TIJONOV, A., & KOSTOMÁROV, D. (1983). *Algo acerca de la matemática aplicada*. (M. PETROVA, Trad.) Moscú: Mir.
- TORRALBO, M., FERNÁNDEZ CANO, A., RICO ROMERO, L., GUTIÉRREZ, P., & MAZ, A. (2003). *Investigación Didáctica. Tesis doctorales españolas en Educación Matemática*. Recuperado el 2006 de octubre de 2006, de BIB.UAB.ES. ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS, 2003, 21 (2). págs. 295-305: <http://www.bib.uab.es/pub/ensenanzadelasciencias/02124521v21n2p295.pdf>
- TORRES, P. (2001). Prefacio. En *Tendencias Iberoamericanas en la Educación Matemática* (págs. 11-19). México: Universidad Autónoma de Sinaloa, Dirección General de Escuelas Preparatorias.
- TORRES, P., & LÓPEZ FERNÁNDEZ, A. (2002). El transcurso de la Línea Directriz Educación ciudadana, patriótica e internacionalista. En S. BALLESTER, A. QUINTANA, J. FERNÁNDEZ ÁVILA, L. BÁEZ, H. SANATAN, R. A. M., y otros, *El transcurso de las Líneas Directrices en los programas de matemática y la planificación de la enseñanza* (págs. 38-49). La Habana: Pueblo y Educación.
- TOSTO, P. (1958). *La composición áurea en las Artes Plásticas*. Buenos Aires: Librería Hachette S. A.
- TRESLINSKI, G. (9 de noviembre de 2004). *Spontaneus mathematization of situations outside mathematics*. Recuperado el 2 de julio de 2008, de SPRINGERLINK.COM. *Educational Studies in Mathematics*: <http://www.springerlink.com/content/tg9m501107415460/>
- VALDÉS, L., ÁLVAREZ PÉREZ, M., & GARCÍA PUPO, M. (1987). *Tópicos escogidos de fundamentos de la matemática*. Pueblo y Educación.
- VALERA, S., & POL, E. (2004). *El concepto de identidad social urbana: una aproximación entre la Psicología Social y la Psicología Ambiental*. Recuperado el 29 de julio de 2006, de Anuario de Psicología, 1994: <http://www.ub.es/escult/docus2/identidad.doc>
- VALLE, A. (2007). Metamodelos de la investigación pedagógica. Cuba. Ministerio de Educación. Instituto Central de

- VASILACHIS DE GIALDINO, I. (2003). Métodos cualitativos I. Los problemas teórico–epistemológicos. En L. DE URRUTIA, & G. GONZÁLEZ OLNEDO, *Metodología de la investigación social I: Selección de lecturas* (págs. 9-62). La Habana: Félix Varela.
- VIGOTSKI, L. (1989). El problema de la enseñanza y del desarrollo mental en la edad escolar. En A. PUZIRÉI, & Y. GUIPPENREITER (Ed.), *El proceso de formación de la psicología marxista: L. Vigotski, A. Leóntiev, A. Luria* (M. SHUARE, Trad., págs. 210-220). Moscú: Progreso.
- WERTSCH, J. (1988). *Vygotsky y la formación social de la mente*. (J. ZANÓN, & M. CORTÉS, Trans.) Barcelona: Paidós.
- ZAJAROVA, A., & BOTSMANOVA, M. (1987). Las particularidades de la reflexión como neoformación psíquica en la actividad docente. En J. LOMPSCHER, A. MARKOVA, & V. DAVIDOV, *Formación de la actividad docente de los escolares* (A. DURÁN, C. VALMAÑA, & C. RODRÍGUEZ, Trans., Tomada de la edición en ruso de 1982, Academia de Ciencias Pedagógicas de la URSS, Academia de Ciencias Psicológicas de la RDA ed., págs. 158-170). La Habana: Pueblo y Educación.
- ZILBERSTEIN, J. (2002a). Reflexiones acerca de los principios didácticos, para un proceso de enseñanza–aprendizaje desarrollador. En M. SILVESTRE, & J. ZILBERSTEIN, *Hacia una didáctica desarrolladora* (págs. 1-19). La Habana: Pueblo y Educación.
- ZILBERSTEIN, J. (2002b). Tendencias en la didáctica: Sus categorías en una concepción desarrolladora de la escuela primaria. En E. Caballero, *Didáctica de la escuela primaria: Selección de lecturas* (págs. 1-27). La Habana: Pueblo y Educación.
- ZILBERSTEIN, J., & SILVESTRE, M. (2002a). Modelo para el aprendizaje. Procedimientos para el diagnóstico del aprendizaje. En M. SILVESTRE, & J. ZILBERSTEIN, *Hacia una didáctica desarrolladora* (págs. 93-111). La Habana: Pueblo y Educación.
- ZILBERSTEIN, J., & SILVESTRE, M. (2002b). Procedimientos didácticos para un aprendizaje desarrollador en la escuela primaria. En E. CABALLERO, *Didáctica de la escuela primaria: Selección de lecturas* (págs. 80-115). La Habana: Pueblo y Educación.
- ZILLMER, W. (1981). *Complementos de Metodología de la enseñanza de la Matemática*. (A. GORDILLO, Ed.) La Habana: Libros para la Educación.

ANEXOS

- Anexo 1. Cuestionario a docentes–cursistas de la MCEaa
- Anexo 2. Procesamiento estadístico de las respuestas de los docentes al cuestionario
- Anexo 3. Procesamiento estadístico para el análisis de los materiales docentes
- Anexo 4. Hojas de trabajo para actividades vinculadas al paisaje urbano de Cienfuegos
- Anexo 5. Diseño para la evaluación del modelo para la aplicabilidad matemática
- Anexo 6. Entrevista no estructurada colectiva a docentes–cursistas
- Anexo 7. Cuestionario a expertos
- Anexo 8. Categorías para el perfil de competencia de los expertos
- Anexo 9. Procesamiento estadístico del criterio de expertos
- Anexo 10. Plan de preparación de docentes y resultados del diagnóstico de escolares
- Anexo 11. Registros de sistematización de docentes
- Anexo 12. Análisis de fiabilidad de las variables para la evaluación de escolares
- Anexo 13. Entrevista no estructurada colectiva a escolares
- Anexo 14. Conocimientos de los escolares acerca del paisaje urbano de Cienfuegos
- Anexo 15. Observación de actividades
- Anexo 16. Procesamiento estadístico de la evaluación de los escolares
- Anexo 17. Entrevista estructurada individual a escolares

Anexo 1. Cuestionario a docentes–cursistas de la MCEaa

Objetivo: Determinar el estado de conocimiento y criterios de los maestros acerca de la manera en que se realizan y planifican los ejercicios de aplicación y otros en el proceso de enseñanza aprendizaje

Cuestionario

Le agradezco responda las preguntas siguientes acerca de las actividades que se realizan en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática.

I. Datos generales

Año de graduación de la Licenciatura_____ Años en la Educación Primaria_____

Grado en que trabaja actualmente_____ Años de experiencia en ese ciclo_____

II. Señale la prioridad (del 1 al 4) que en general se les da a los diferentes tipos de ejercicios en las actividades que planifica con los escolares:

_____ (ETM) Con texto matemático: el contenido matemático no aparece de forma explícita, sino que los datos sobre operaciones, relaciones entre números o cantidades, se expresan mediante términos propios de la asignatura que se deben dominar para su interpretación y resolución. Aparecen en el libro de texto.

_____ (ETMP) Con texto matemático relacionado con la práctica o problemas: se formulan mediante un texto, la naturaleza de éste no es matemática, sino relacionado con la práctica. Los datos son posibles, pero no necesariamente reales. Aparecen en el libro de texto.

_____ (EA) De aplicación: no se basan en problemas matemáticos, sino en problemas que surgen directamente en la práctica pero en la solución se aplican procedimientos matemáticos. Surgen en actividades de carácter práctico y en relación directa con el medio que rodea a los escolares. No aparecen en el texto.

_____ (EF) Formales: Se dan órdenes directas de lo que se debe hacer, el contenido matemático aparece explícito e incluyen los correspondientes a un procedimiento o algoritmo conocido construidos, elaborados por razones didácticas con el fin de ejercitar, profundizar y aplicar lo aprendido, generalmente. Aparecen en el libro de texto.

III. De los tipos de ejercicios anteriores, señale (del 1 al 4) cuáles son los de mayor dificultad para planificarlos según sus posibilidades. Señale, con una cruz, la naturaleza de las dificultades que presenta para preparar los diferentes tipos de ejercicios.

Tipo de ejercicio	Naturaleza de las dificultades			
	Prioridad de la dificultad (del 1 al 4)	Conocimiento (X)	Tiempo (X)	Acceso a la información (X)
EF				
ETM				
ETMP				
EA				

- Señale otras dificultades que pueda tener para preparar cualquiera de los tipos de ejercicios señalados:

IV. Señale si conoce procedimientos didácticos y la fuente de conocimiento de éstos para realizar actividades con los diferentes tipos de ejercicios:

Tipo de ejercicio	Naturaleza de las dificultades	
	Procedimientos didácticos (Sí o No)	Fuente de obtención del procedimiento didáctico (Escriba qué fuente)
EF		
ETM		
ETMP		
EA		

- Abunde sobre las fuentes de obtención del conocimiento:

V. De cada uno de los aspectos señale la prioridad para realizar actividades con ejercicios de aplicación:

Referidos a	Prioridad (colocar número de orden en cada casilla en dirección horizontal)				
Escolares	Diagnóstico	Evaluaciones	Operativos	Concursos	Intereses
Programa	Objetivos	Contenidos	Horas por unidades	Sistematización con grados anteriores	Vinculación con otras asignaturas
Formas organizativas y de trabajo de escolares	Clase	Trabajo independiente	Trabajo investigativo	Tareas extraclases	Trabajo colectivo
Temas	Programas transversales	Temas específicos de la matemática	Temas locales	Curiosidades	Juegos
Maestra o maestro	Conocimientos matemáticos	Otros conocimientos	Medios	Procedimientos didácticos	Acceso a la información

VI. Necesidades para preparar actividades en las cuales se vinculen los dominios del conocimiento de la asignatura Matemática con temas de la práctica, específicamente temas de la comunidad que tengan relación directa con los escolares.

VII. Sugiera cómo pueden vincularse actividades con el paisaje urbano de Cienfuegos.

Anexo 2. Procesamiento estadístico de las respuestas de los docentes al cuestionario

Población: 267 docentes–cursistas de la Maestría en Ciencias de la Educación, Mención en Educación Primaria. Municipio Cienfuegos, Primera Edición

1. Determinación del tamaño de la muestra de la población de siete grupos de tamaño N=267 docentes–cursistas

Cálculo del tamaño de muestra a partir de la fórmula $n = \frac{k^2 N p q}{(N - 1) d^2 + k^2 p q}$ (García Ferrando, 2004, pág. 143), en la cual: n : tamaño de muestra; N : tamaño de la población; α : nivel de significación (0.01, 0.05, 0.1); $k=Z_{(1-\alpha)}$: valor de la tabla para un nivel de confianza $(1-\alpha)\%$. ($Z_{(1-\alpha)}$); d : precisión o error ($0.01 \leq d \leq 0.15$); p y q : probabilidades.

En este caso se asumieron, $\alpha=0.05$ para $Z_{(1-\alpha)}=1,645$ y $d=0.1$; para los valores óptimos de $p=q=0.5$. El cálculo dio por resultado $n=70,28\dots$, tomando $n=71$ como tamaño de la muestra representativa para el cuestionario.

Estratificación proporcional
Coeficiente de proporcionalidad: 0,2659, en siete unidades o grupos

Grupo	11	12	13	14	15	16	17	Total
Matrícula	45	41	42	40	41	33	25	267
Muestra	12	11	11	10	11	9	7	71

2. Resultados del procesamiento estadístico: Descriptivos y estadígrafos

La selección fue aleatoria y proporcional en los siete grupos del municipio, al tomar aproximadamente el 26,59% en cada uno de ellos, o sea de 10 a 14 maestrantes.

Estadísticos descriptivos

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
Años de Experiencia en la Primaria	71	7	34	19,07	7,932
Años de Experiencia en el Ciclo	71	2	34	14,00	9,795
N válido (según lista)	71				

Prueba W de Kendall acerca de la realización de ejercicios

Rangos

	Rango promedio
Ejercicios Formales	1,00
Ejercicios con Texto Matemático	2,11
Ejercicios con Texto Matemático con Aplicación a la Práctica	3,06
Ejercicios de Aplicación	3,83

Estadísticos de contraste

N	71
W de Kendall ^a	,896
Chi-cuadrado	190,893
gl	3
Sig. asintót.	,000

a. Coeficiente de concordancia de Kendall

Prueba W de Kendall acerca de las dificultades para planificar los diferentes tipos de ejercicios

Rangos	
	Rango promedio
Ejercicios Formales	3,77
Ejercicios con Texto Matemático	3,06
Ejercicios con Texto Matemático con Aplicación a la Práctica	2,00
Ejercicios de Aplicación	1,17

Estadísticos de contraste	
N	71
W de Kendall ^a	,791
Chi-cuadrado	168,515
gl	3
Sig. asintót.	,000

a. Coeficiente de concordancia de Kendall

Tabla de frecuencias

Sobre conocimiento de procedimientos didácticos y la fuente de conocimiento de éstos para realizar actividades con los diferentes tipos de ejercicios	No	%	Sí	%
Conocimiento	32	45,1	39	54,9
Tiempo	4	5,6	67	94,4
Acceso a la información	12	16,9	59	83,1
Sobre conocimiento de procedimientos metodológicos para realizar los diferentes tipos de ejercicios	No	%	Sí	%
Ejercicios formales	0	0	71	100
Ejercicios con texto matemático				
Ejercicios con texto de aplicación a la práctica				
Ejercicios de aplicación	59	83,1	12	16,9

Prioridades referidas a los escolares

Rangos	
	Rango promedio
Diagnóstico	1,11
Evaluaciones	3,21
Operativos	3,45
Concursos	4,77
Intereses	2,45

Estadísticos de contraste	
N	71
W de Kendall ^a	,726
Chi-cuadrado	206,208
gl	4
Sig. asintót.	,000

a. Coeficiente de concordancia de Kendall

Aspectos referidos al Programa de la asignatura

Rangos

	Rango promedio
Objetiv os	1,23
Contenidos	2,30
Dosif icación	3,35
Sistematización	3,61
Vinculación con Asignaturas	4,52

Estadísticos de contraste

N	71
W de Kendall ^a	,647
Chi-cuadrado	183,695
gl	4
Sig. asintót.	,000

a. Coeficiente de concordancia de Kendall

Aspectos referidos a las formas organizativas y de trabajo del escolar

Rangos

	Rango promedio
Clase	1,48
Trabajo Independiente	2,51
Trabajo Investigativ o	3,94
Tatrea Extraclase	3,79
Trabajo Colectiv o	3,28

Estadísticos de contraste

N	71
W de Kendall ^a	,416
Chi-cuadrado	118,158
gl	4
Sig. asintót.	,000

a. Coeficiente de concordancia de Kendall

Aspectos referidos a los temas

Rangos

	Rango promedio
Programas Transversales	2,37
Temas Matemáticos	1,23
Temas Locales	2,86
Curiosidades	4,39
Juegos	4,15

Estadísticos de contraste

N	71
W de Kendall ^a	,687
Chi-cuadrado	195,062
gl	4
Sig. asintót.	,000

a. Coeficiente de concordancia de Kendall

Aspectos referidos a los maestros

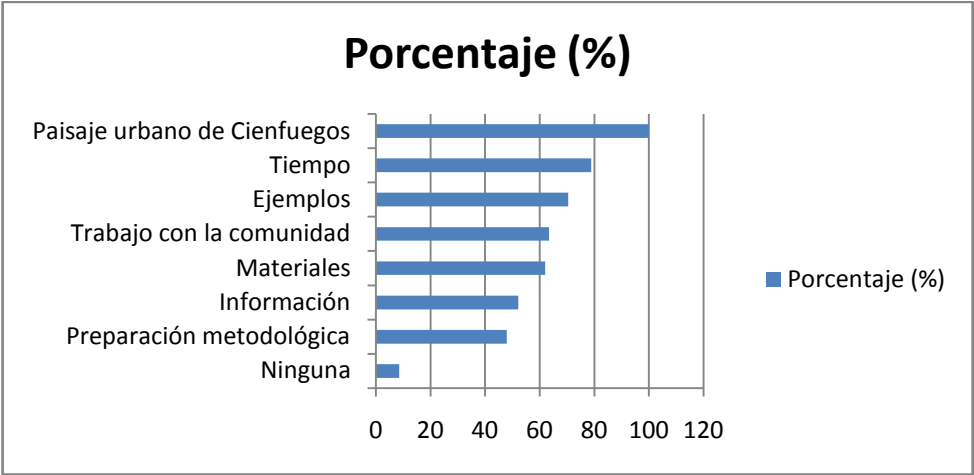
Rangos

	Rango promedio
Conocimientos Matemáticos	1,52
Otros Conocimientos	3,48
Medios	3,32
Procedimientos Metodológicos	3,54
Acceso a la Inf ormación	3,14

Estadísticos de contraste

N	71
W de Kendall ^a	,284
Chi-cuadrado	80,759
gl	4
Sig. asintót.	,000

a. Coeficiente de concordancia de Kendall



Gráfica de barras horizontales de la distribución de las necesidades de los docentes para diseñar actividades de aplicabilidad matemática

Anexo 3. Procesamiento estadístico para el análisis de los materiales docentes

Libro de texto para sexto grado (Rizo, García Baró, Lorenzo, García Fariñas, Suárez Fidalgo, & García García, 1996), Cuaderno complementario quinto–sexto grados (SUÁREZ, y otros, 2005b) y Folleto Para ti Maestro (BERNABÉU, 2005).

Distribución de los tipos de ejercicios en los materiales docentes del segundo ciclo

Materiales docentes del Segundo Ciclo	Tipos de ejercicios	Frecuencia	%
Libros de texto y Cuaderno Complementario	F	548	37,9
	CTM	427	29,5
	CTMAP	471	32,5
	SUBTOTAL 1	1446	
Folleto del SECE	Primer nivel	32	30,2
	Segundo nivel	46	43,4
	Tercer nivel	28	26,4
	SUBTOTAL 2	106	
TOTAL		1552	

Leyenda: ‘Formales’ (F); ‘Con texto matemático’ (CTM); ‘Con texto matemático aplicado a la práctica’ (CTMAP)

Distribución de los ejercicios relacionados con la práctica respecto a los materiales docentes

Material docente		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Libro de texto quinto grado	202	39,1	39,1	39,1
	Libro de texto sexto grado	237	45,9	45,9	85,1
	Cuaderno complementario	33	6,4	6,4	91,5
	Folleto del SECE	44	8,5	8,5	100,0
	Total	516	100,0	100,0	

Distribución de los ejercicios relacionados con la práctica respecto al contenido matemático

Contenidos matemáticos		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Números naturales	53	10,3	10,3	10,3
	Fracciones	209	40,5	40,5	50,8
	Tanto por ciento	43	8,3	8,3	59,1
	Ecuaciones	9	1,7	1,7	60,9
	Proporcionalidad	38	7,4	7,4	68,2
	Geometría	23	4,5	4,5	72,7
	Sucesiones	3	,6	,6	73,3
	Conteo	11	2,1	2,1	75,4
	Potencias y raíces	1	,2	,2	75,6
	Tratamiento de la información	46	8,9	8,9	84,5
	Magnitudes	80	15,5	15,5	100,0
	Total	516	100,0	100,0	

Distribución de los de ejercicios por el contenido de los factores contextuales

Factor contextual con contenido real					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	124	24,0	24,0	24,0
	Sí	392	76,0	76,0	100,0
	Total	516	100,0	100,0	

Factor contextual con contenido de valor					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	269	52,1	52,1	52,1
	Sí	247	47,9	47,9	100,0
	Total	516	100,0	100,0	

Relación de dependencia de los contenidos de los factores contextuales respecto al grado

Tabla de contingencia Factor contextual con contenido real * Factor contextual con contenido de valor

			Factor contextual con contenido de valor		Total
			No	Sí	
Factor contextual con contenido real	No	Recuento	97	26	123
		% del total	18,8%	5,0%	23,9%
	Sí	Recuento	171	221	392
		% del total	33,2%	42,9%	76,1%
Total		Recuento	268	247	515
		% del total	52,0%	48,0%	100,0%

Tabla de contingencia Factor contextual con contenido real * Factor contextual con contenido de valor * Grado

Grado				Factor contextual con contenido de valor		Total
				No	Sí	
Quinto	Factor contextual con contenido real	No	Recuento	22	17	39
			% del total	10,9%	8,5%	19,4%
		Sí	Recuento	78	84	162
			% del total	38,8%	41,8%	80,6%
	Total		Recuento	100	101	201
			% del total	49,8%	50,2%	100,0%
Sexto	Factor contextual con contenido real	No	Recuento	73	6	79
			% del total	26,9%	2,2%	29,2%
		Sí	Recuento	80	112	192
			% del total	29,5%	41,3%	70,8%
	Total		Recuento	153	118	271
			% del total	56,5%	43,5%	100,0%

Anexo 4. Hojas de trabajo para actividades vinculadas al paisaje urbano de Cienfuegos

Hoja de trabajo I. **El Centro Histórico Urbano de Cienfuegos: Patrimonio Cultural de la Humanidad**

El Centro Histórico Urbano de Cienfuegos fue declarado Monumento Nacional en el año 1995 y en el 2005 Patrimonio Cultural de la Humanidad. En el plano en planta de la ciudad de Cienfuegos se señalan las hectáreas de la superficie que ocupa el Centro Histórico Urbano declarado en la Lista del Patrimonio Mundial y la Zona de Protección.



1) ¿Establecer las posibles relaciones entre la cantidad de hectáreas que ocupa el área del Centro Histórico Urbano declarado en la Lista del Patrimonio Mundial y las hectáreas del área de la Zona de Protección.

2) ¿Qué proporción puede establecerse entre la cantidad de hectáreas del área Centro Histórico Urbano declarado en la Lista del Patrimonio Mundial y la cantidad de hectáreas del área de la Zona de Protección?

3) ¿Qué porcentaje representa la cantidad de hectáreas del Centro Histórico Urbano declarado en la Lista del Patrimonio Mundial respecto al total de las hectáreas de ambas zonas?

4) ¿Cuántos km² de superficie abarca el Centro Histórico Urbano declarado en la Lista del Patrimonio Mundial y cuántos el área de la Zona de Protección? ¿Cuántos km² de superficie total abarcan las dos zonas?

5) Si cada manzana señalada tiene 10000 varas castellanas cuadradas ¿cuántos metros cuadrados tiene si la equivalencia de una vara castellana en el sistema métrico decimal es de 0,836m?

Fuente: Oficina de Monumentos y Sitios Históricos de Patrimonio Provincial de Cienfuegos

Variante I.1

- 1) Calcular cuántos metros cuadrados tiene el Centro Histórico Urbano de Cienfuegos
- 2) ¿Cuántos metros cuadrados tiene la Zona de Protección?
- 3) Calcular el total de kilómetros cuadrados que tienen en total el Centro Histórico y la Zona de Protección para expresarlos en un informe que necesitan en la Oficina de Sitios Históricos y Monumentos Provincial de Cienfuegos.

Los inmuebles relevantes del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos

Los datos siguientes se encuentran en el Expediente de Nominación del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos, Cuba para su Inclusión en la Lista del Patrimonio Mundial.

Inventario de las construcciones (inmuebles) de relevante importancia que se encuentran en el Centro Histórico Urbano de Cienfuegos

Inmueble	Fecha	Materiales	Código formal	Función original
Santa Iglesia Catedral La Purísima Concepción	1869	Mampostería, madera, tejas, losa por tabla	Neoclásico	Religiosa
Teatro Tomás Terry	1890	Mampostería, madera y tejas		Civil
Casino Español (Museo Provincial)	1894			
Hotel La Unión	1869	Mampostería, losa por tabla		Doméstica
Casa de los Leones	1870			
Palacio Blanco	1878			
Palacio García de la Noceda (Almacenes y Terminales Mambisas)	1881			
Aduana	1842			
Palacio de Gobierno (Sede del Poder Popular Provincial)	1950	Mampostería, hormigón armado	Ecléctico	Civil
Colegio San Lorenzo (ESBU 5 de Septiembre)	1927			
Liceo (Biblioteca Provincial)	1920			
Casa de Darío Méndez	1920			
Casa de Federico Fernández Cavada (Restaurante La Verja)	1914			
Palacio Ferrer (Casa de la Cultura)	1918			
Palacio Episcopal (Obispado)	1910			Religiosa

- 1) De los inmuebles relevantes del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos, selecciona uno que tenga un significado especial y explica por qué.
- 2) Representa gráficamente los datos de la tabla anterior para que sean expuestos en un informe que debe presentar el Conservador de la ciudad debe presentar a una Comisión del Gobierno Provincial.
- 3) Expresa los datos totales de cada agrupación.
- 4) ¿Cuántos inmuebles se construyeron en el siglo XIX y cuántos en el siglo XX?
- 5) ¿Cuántos inmuebles fueron construidos antes de que comenzara la Guerra de los Diez Años?
- 6) ¿Cuál es el inmueble más viejo y cuál el más reciente?

Los monumentos locales y nacionales

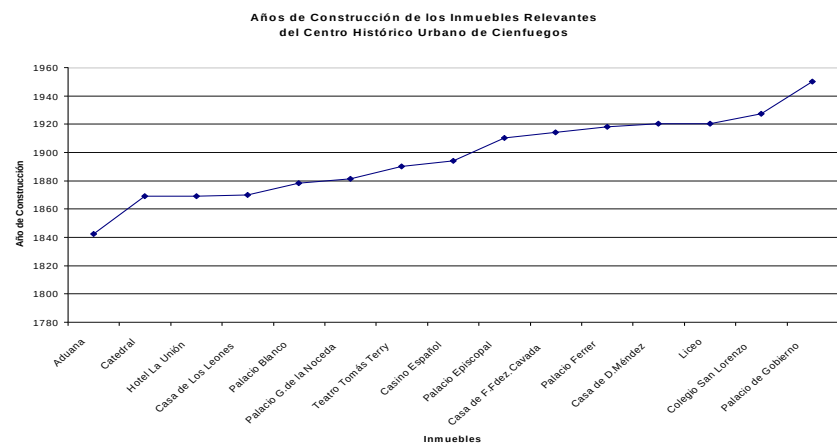
En la provincia de Cienfuegos han sido declarados varios Monumentos Locales y Nacionales, entre ellos el Centro Histórico Urbano de Cienfuegos que es, además, Patrimonio Cultural de La Humanidad.

Nº	Centro Histórico, Construcción, Sitio u Objeto	Clasificación	Municipio	Declarado Monumento
1	Centro Histórico Urbano de Cienfuegos	Centro Histórico	Cienfuegos	Nacional
2	Fortaleza de Nuestra Señora de los Ángeles	Construcción Militar		
3	Distrito Naval del Sur Cayo Loco			
4	Parque José Martí y su Entorno	Sitio Urbano		
5	La Punta	Construcción Civil		
6	Cementerio Tomás Acea			
7	Cementerio de Reina			
8	Jardín Botánico de Cienfuegos	Sitio Natural		
9	Parque Nacional Mal Tiempo	Sitio Histórico	Cruces	Local
10	Sitio de la caída de Henry Reeves (El Inglesito)		Abréus	
11	Cueva Martín Infierno	Sitio Arqueológico	Cumanayagua	
12	Cueva Solapa El Portal		Rodas	
13	Cueva de “Tanteo”			
14	Cueva de Palo Liso (Cartagena)			
15	Ingenio Batey Carolina	Construcción Industrial	Cienfuegos	
16	Casa Almacén García de la Noceda (Almacenes y Terminales Mambisas)	Construcción Civil		
17	Colegio Nuestra Señora de Montserrat (Los Jesuitas)			
18	Palacio de Valle	Construcciones Domésticas		
19	Palacio de Goytizolo (La Catalana)			
20	Palacio Blanco			
21	Casa de Los Leones			
22	Casa Natal de las Hermanas Giral			
23	Casa Sarria Atkin en Pepito Tey			
24	Casa en General Alemán #89 en San Fernando de Camarones		Palmira	

- 1) Representa en gráficas las cantidades de monumentos que corresponden a cada clasificación que aparece en la tabla anterior.
- 2) Qué municipios no tienen monumentos nacionales o provinciales declarados
- 3) ¿Halla los porcentajes del total de monumentos Nacionales. ¿Cuántos de ellos están en el Centro Histórico Urbano de Cienfuegos?

Hoja de trabajo II.1.1

En el siguiente gráfico de puntos y líneas se representan la relación entre los inmuebles relevantes del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos y sus años de construcción.



Hoja de trabajo II.1.2

En el siguiente gráfico de puntos y líneas se representan la relación entre los inmuebles relevantes del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos y sus años de construcción.



- 1) ¿Cuál es el total de inmuebles relevantes en el Centro Histórico Urbano de Cienfuegos?
- 2) ¿Cuántos inmuebles se construyeron en el siglo XIX y cuántos en el siglo XX?
- 3) ¿Cuántos inmuebles fueron construidos antes de que comenzara la Guerra de los Diez Años?
- 4) ¿Cuál el inmueble más viejo y cuál el más reciente?
- 5) ¿Cuál es el promedio de los años de construcción de ese conjunto de edificios?
- 6) De los inmuebles relevantes del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos, selecciona uno que tenga un significado especial y explica por qué

Hoja de trabajo II.1.3

Los materiales de construcción de algunas construcciones son variados y se han utilizado en los inmuebles relevantes del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos de la siguiente forma:

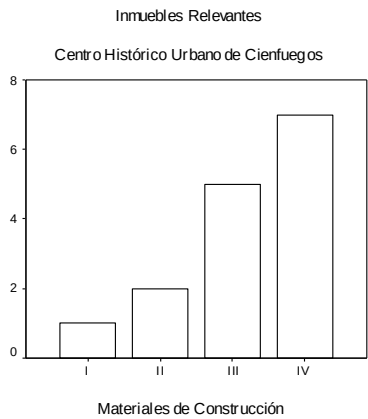
I: Mampostería, madera, tejas y losa por tabla

II: Mampostería, madera y tejas

III: Mampostería y losa por tabla

IV: Mampostería y hormigón armado

En el siguiente gráfico de barras se representan las cantidades de inmuebles por cada grupo de materiales.

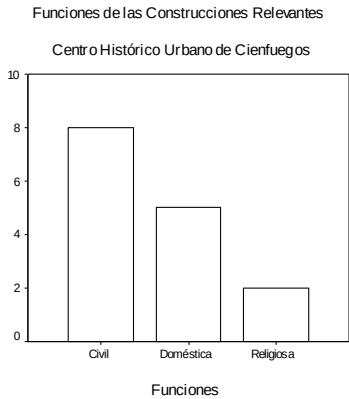


- 1) Determina cuántos inmuebles hay de cada grupo de materiales
- 2) ¿Cuál es el total de los inmuebles relevantes del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos?
- 3) ¿Cuál es la moda?

Hoja de trabajo II.1.4

Los tipos de construcción de acuerdo con el uso y la función original para lo que fueron construidos los inmuebles relevantes del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos pueden ser civil, conmemorativa, doméstica, industrial, militar y religiosa.

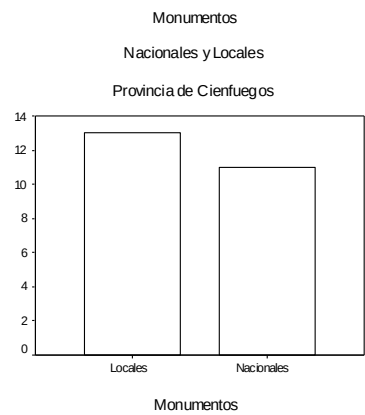
En el siguiente gráfico de barras se representan las cantidades de inmuebles por su función original:



- 1) Determina cuántos inmuebles se construyeron para cada función.
- 2) ¿Cuál es el total de los inmuebles relevantes del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos?
- 3) ¿Cuál es la moda?

Hoja de trabajo II.1.5

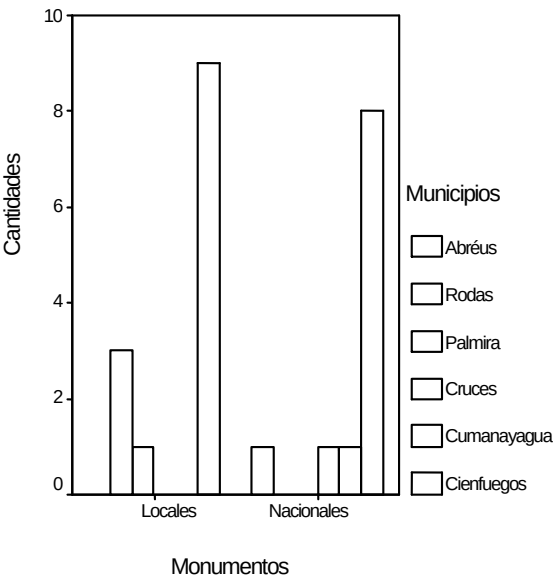
En la provincia de Cienfuegos han sido declarados varios Monumentos Nacionales y Locales. En el siguiente gráfico de barras se representan las cantidades de los mismos. Determina cuántos monumentos hay y cuántos de cada tipo. ¿Cuál es la moda?



Hoja de trabajo II.2.1

En la provincia de Cienfuegos han sido declarados varios Monumentos Nacionales y Locales. En el siguiente gráfico de barras se representan las cantidades de los mismos.

- 1) Determina cuántos monumentos de cada tipo hay, y cuántos en cada municipio.
- 2) Qué municipios de la Provincia de Cienfuegos no tienen declarado algún monumento local o nacional?
- 3) ¿Halla los porcentajes del total de monumentos Nacionales.

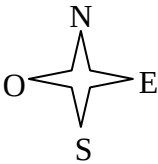


Las avenidas de Cienfuegos

El Centro Histórico de Cienfuegos, se extiende, a través del Paseo del Prado, desde la llamada Calle Línea hasta la hoy Avenida 40, cuyo nombre era Calle de Campomanes. El trazado urbano de la ciudad de Cienfuegos, responde a una regularidad y también sus avenidas que se extienden de Sur a Norte.

Completa las casillas vacías:

Nombres	Numeración actual
Línea	
Hernán Cortés	
Colón	
Castillo	
Santa Elena	60
Santa Cruz	
San Carlos	
San Fernando	
Argüelles	
Santa Clara	
Dorticós	
La Mar	
	44
Cisneros	
Campomanes	40



Los números de las avenidas:

- _____ son pares.
- _____ todos son múltiplos de 4.
- _____ todos son múltiplos de 5.
- _____ son impares.

¿Cómo se forman los números de las avenidas de Sur a Norte?

- _____ adicionando 1
- _____ multiplicando por 2
- _____ restando 2
- _____ adicionando 2

Si cada cuadra, incluyendo las vías, mide aproximadamente 91,4m. ¿Cuántos metros de longitud tiene el tramo del Paseo del Prado incluido en el Centro Histórico, desde Línea hasta Campomanes? _____

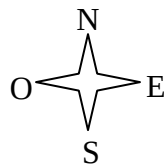
¿Cuántos kilómetros? _____

Las calles de Cienfuegos

El Centro Histórico de Cienfuegos, se extiende desde la llamada Calle Velasco hasta la Calle 39. El trazado urbano de la ciudad de Cienfuegos, responde a una regularidad y también la numeración de sus calles que se extienden de Oeste a Este.

Completa las casillas vacías:

Numeración actual	23						35		39
Nombre	Velasco	Bouyón	San Luis	Santa Isabel	D’Clouet	Hourrutiner	Gacel	Paseo del Prado	



Los números de las calles:

_____ son pares.

_____ todos son múltiplos de 3.

_____ todos son múltiplos de 4.

_____ son impares.

¿Cómo se forman los números de las Calles de Oeste a Este?

_____ adicionando 3

_____ multiplicando por 2

_____ restando 2

_____ adicionando 2

Si cada cuadra, incluyendo las vías, mide aproximadamente 91,4m. ¿Cuántos metros de longitud tiene el Centro Histórico declarado Patrimonio Mundial desde la Calle Velasco a la Calle 39? _____

¿Cuántos kilómetros? _____

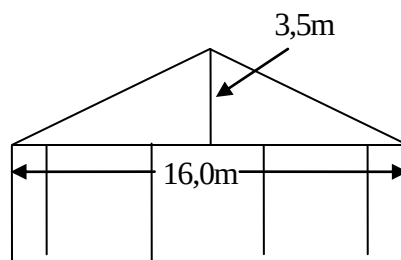
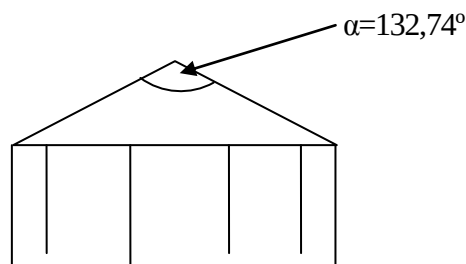
Hoja de trabajo IV

Un frontispicio triangular: El Colegio San Lorenzo, actual Secundaria Básica Urbana “5 de Septiembre”

La Escuela de Artes y Oficios o Colegio San Lorenzo, fundada en 1927, se encuentra en el entorno del Parque José Martí de Cienfuegos. Es una construcción civil muy atractiva de estilo ecléctico. Las medidas que aparecen indicadas en la figura son datos obtenidos en la Oficina de Patrimonio Provincial de Cienfuegos.

En un artículo publicado en 1875 José Martí escribió acerca de otros edificios: “Yo amo más una acción noble que un edificio poderoso”.

- 1) ¿Qué importancia histórica tiene el Colegio San Lorenzo?
- 2) ¿Crees que en ese edificio se manifiesta lo que escribió Martí? ¿Por qué?
- 3) ¿Qué significado tiene para nosotros los cienfuegueros y los cubanos?
- 4) Clasifica el triángulo que le da forma al frontispicio.
- 5) Halla el resto de sus ángulos.
- 6) Calcula su área.
- 7) Para mantener pintados los edificios relevantes del Centro Histórico de Cienfuegos, el Poder Popular Provincial hace costosas inversiones en moneda libremente convertible. Es por eso que hay que hacer cálculos y no hacer gastos innecesarios. ¿Qué cantidad de CUC hay que invertir para pintar el frontispicio de la Secundaria Básica Urbana 5 de Septiembre, si cada galón de pintura de los que están en el mercado tiene 3,8 litros, cuesta 5,40 CUC, y estos cubren aproximadamente 7 metros cuadrados por litro?

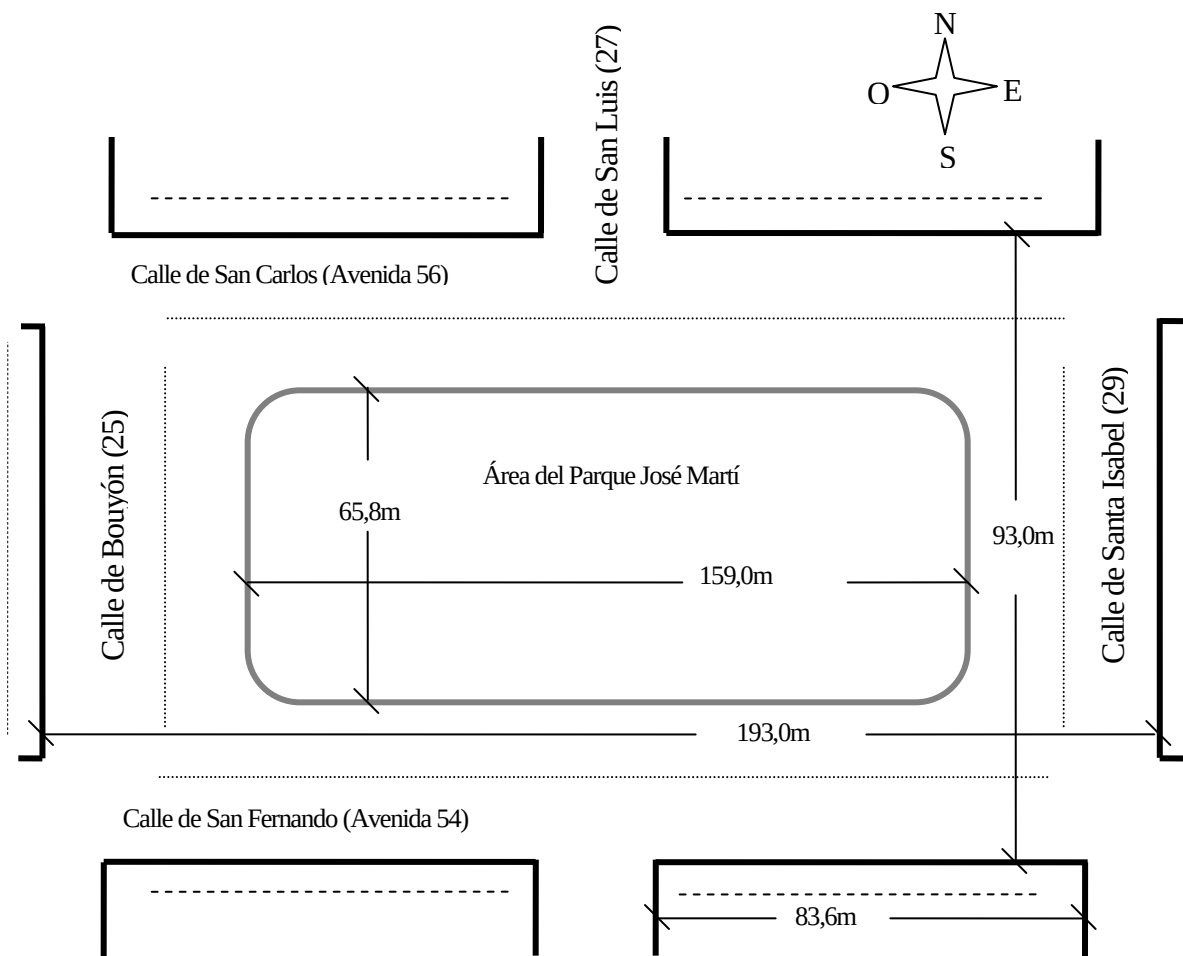


Nota: Un frontispicio es la fachada delantera de un edificio, también llamado frontón: remate triangular o de forma variada de una fachada o pórtico, o de alguna puerta o ventana. Puede ser de diversas formas. Circular, triangular, mixtilíneo, cortado, aguzado, calado, por volutas, rebajado, sin vuelta, doble, sin base.

El Parque José Martí, Monumento Nacional. Sito del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos

La Plaza de Armas y también denominada Plaza Real de San Fernando fue el lugar donde se fundó la ciudad de Cienfuegos en 1819. En 1860 recibió el nombre de Salón Serrano, por un paseo enlosado construido en ese mismo año, en honor del Capitán General de la Isla Francisco Serrano. Fe llamada Plaza José Martí en 1902. Tiene en su centro un monumento al Maestro. Desde sus comienzos había recibido varias transformaciones. La primera fue en 1825 cuando se le adicionó una nueva manzana hacia el Oeste, a la que ya poseía, por lo que su límite por ese lado ya no era la calle de San Luis (calle 27), sino la calle Bouyón (calle 25), sus restantes lados daban a las calles de Santa Isabel (calle 29), San Carlos (avenida 56) y San Fernando (avenida 54), desde el momento de la fundación de la ciudad.

En el plano que se presenta aparecen señalados el largo y el ancho del parque y de algunas de las calles y parqueos de su entorno. Se necesita conocer el área del parque para planificar su limpieza por metro cuadrado; y también para conocer la cantidad de área asfaltada que lo rodea. Halla la relación que puede establecerse entre el área del parque y la superficie total que ocupa en el Centro Histórico.



Fuente: Elaborado por la autora con los datos ofrecidos por la Oficina de Patrimonio Provincial de Cienfuegos

Hoja de trabajo VI

El recorrido de la escuela al Parque José Martí

Representa en un croquis todo lo que recuerdes y te impresione del Centro Histórico de la ciudad de Cienfuegos.

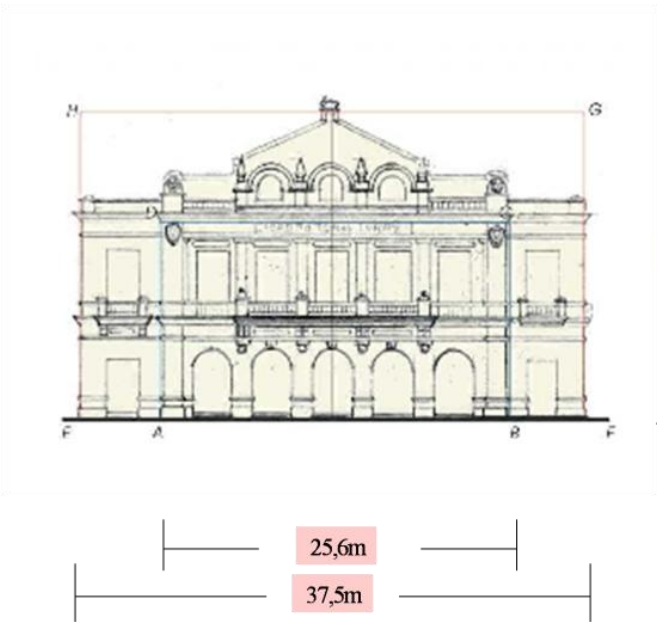
- a) Indica el recorrido que haces de tu escuela al Parque José Martí.
- b) Calcula la distancia recorrida en kilómetros si cada cuadra, incluyendo el ancho de la vía, tiene aproximadamente 91,44m.

Hoja de trabajo VII

El Teatro Tomás Terry, orgullo de la Cultura cienfueguera

“(…) Es una muestra representativa del gusto de una época, es una estructura exterior sobria y un tanto austero, es para el espectador lo que el comerciante burgués, rodeado en su oficina de legajos; estantes y escribientes, y en el hogar de las más delicadas comodidades y de los mejores productos de arte de la época. Así en su interior –el teatro Terry es íntimo y acogedor, su decoración de colores suaves y tonos pasteles dan la sensación de recogimiento que necesita el hombre ‘moderno’ en su acelerado mundo de negocios. (….) se inaugura en 1890. Su estilo es de corte ecléctico sin poseer un excesivo lujo, resulta el edificio cívico más valioso de todos cuantos se construyeron en el siglo XIX en Cienfuegos. Realizado con los rigores y exigencias que reclaman sus funciones, no envidia nada a los mejores del país (….)” (MARTÍN, 1998 págs. 117,118)

- 1) ¿Qué valor atribuyes a este importante edificio en la actualidad? Analiza cuáles son sus funciones en nuestra ciudad. Debate con tus compañeros de aula las experiencias que has tenido en visitas a ese teatro.
- 2) Llena los espacios vacíos en la siguiente sucesión numérica. Halla los coeficientes de proporcionalidad entre los pares de términos consecutivos: 1, 1, 2, 3, __, 8, 13, __, 34, 55, 89, __, ____.
- 3) La figura representa la fachada del Teatro Tomás Terry. Expresa las relaciones que sea posible establecer entre las longitudes y alturas que se dan en la figura. Ten en cuenta que las longitudes son de la fachada del portal y de la fachada posterior respectivamente.
- 4) Calcula el coeficiente de proporcionalidad entre las dos longitudes, las dos alturas, y entre longitudes y alturas.
- 5) ¿Compara la razón que existe entre la longitud y altura de la fachada más sobresaliente del teatro y la longitud y altura de todo el edificio?
- 6) Verifica si los coeficientes que hallaste en el inciso 2 se relacionan con los coeficientes de proporcionalidad de la fachada del Teatro Tomás Terry.

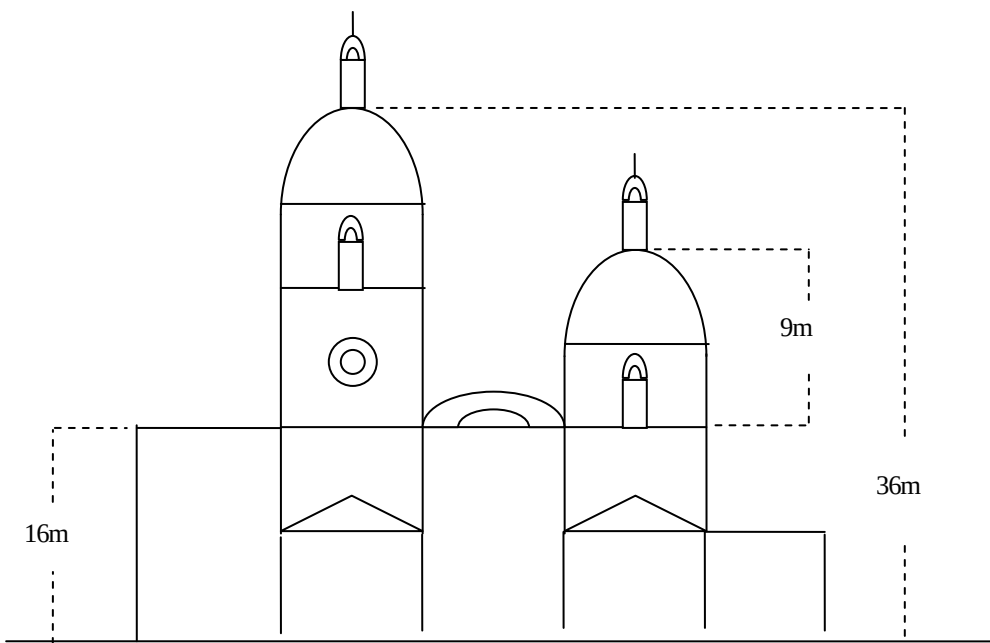


Fuente: Elaborado por la autora

Las torres de la Santa Iglesia Catedral La Purísima Concepción

La Santa Iglesia Catedral La Purísima Concepción forma parte del bello entorno del Parque José Martí. Se distingue por dos torres de diferentes alturas en las cuales se encuentran los campanarios.

Al realizar la restauración en el año 2007 se emplearon 30,8 litros de pintura en la más baja de las torres. Si cada galón de pintura exterior de los que están en el mercado contiene 3,8 litros y cuesta 5,40CUC. ¿Qué cantidad de CUC hay que invertir?



Fuente: Elaborado por la autora con datos de la Oficina de Monumentos y Sitios Históricos de Patrimonio Provincial.

Las vidrieras del Palacio de Valle y de la Catedral

“(…) En España habían mandado también los romanos; pero los moros vinieron luego a conquistar, y fabricaron aquellos templos suyos que llamaron mezquitas, y aquellos palacios que parecen cosa de sueño, como si ya no se viviese en el mundo, sino en otro mundo de encaje y de flores: las puertas eran pequeñas, pero con tantos arcos que parecían grandes: las columnas delgadas sostenían los arcos de herradura, que acababan en pico, como abriéndose para ir al cielo: el techo era de madera fina, pero todo tallado, con sus letras moras y sus cabezas de caballos: las paredes estaban cubiertas de dibujos, lo mismo que una alfombra: en los patios de mármol había laureles y fuentes: parecían como el tejido de un velo aquellos balcones. (...) En nuestra América las casas tienen algo de romano y de moro, porque moro y romano era el pueblo español que mandó en América, y echó abajo las casas de los indios. (...) Ahora todos los pueblos del mundo se conocen mejor y se visitan: y en cada pueblo hay su modo de fabricar, según haya frío o calor, o sean de una raza o de otra; pero lo que parece nuevo en las ciudades no es su manera de hacer casas, sino que en cada ciudad hay casas moras, y griegas, y góticas, y bizantinas, y japonesas, como si empezara el tiempo feliz en que los hombres se tratan como amigos, y se van juntando. (...)”

José Martí, La historia del hombre contada por sus casas, La Edad de Oro, 1889 (MARTÍ, 1989 págs. 82-83,84).

En el extremo Sur de la ciudad, se encuentra el majestuoso Palacio de Valle, construido a principios del siglo XX. Ese edificio ha sido declarado monumento local, como construcción de función doméstica. Se distingue por su estilo ecléctico. Entre sus múltiples atractivos están las vidrieras, variadas y llenas de colorido. Se perciben en las mismas diferentes formas geométricas. También en la Santa Iglesia Catedral La Purísima Concepción se encuentran bonitas vidrieras.

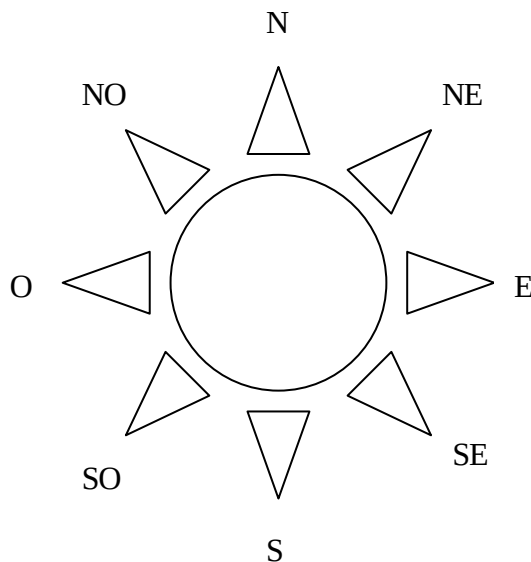
- 1) Valora en el Palacio de Valle los aspectos que describe José Martí en su artículo.
- 2) Identifica las figuras que se encuentran en los motivos geométricos de las vidrieras de arco de herradura del Palacio de Valle.
- 3) Dibuja con regla y compás los motivos de las vidrieras de la Santa Iglesia Catedral y las del Palacio de Valle, según las ilustraciones que se presentan en las diapositivas.

Hoja de trabajo X

La Fundación de la Villa Fernandina de Jagua

El Centro Histórico de Cienfuegos, declarado Monumentos Nacional desde 1995 y Patrimonio Cultural de la Humanidad es el núcleo original de la fundación de la Colonia Fernandina de Jagua por el Fundador Don Luis D'Clouet y Favrot y un grupo de colonos franceses.

El acto de fundación se realizó el 22 de abril de 1819 en lo que luego se llamó Plaza Real de San Fernando convertida actualmente en Parque José Martí. El rosetón que representa una Rosa de los Vientos está situado en el lugar de ese trascendente hecho, y a la vez orienta a los visitantes.



1. En la figura se han situado los cuatro puntos cardinales (N, S, E, O) y a igual distancia de ellos los puntos colaterales (NE, SE, NO, SO). Son ocho divisiones iguales.
 - a) ¿Cuánto mide el ángulo formado por los radios en las direcciones: N y E, N y SE, NE y NO, SE y N, al girar en el sentido de las manecillas del reloj?
 - b) Clasifica los ángulos que se forman según su amplitud.
2. Toma como referencia el Rosetón que se encuentra en el Parque José Martí, señala los puntos cardinales en los que se encuentran los principales edificios y lugares más relevantes de esta plaza.

Distribución de los dominios de contenidos y dominios cognitivos respecto a los patrones temáticos en cuatro de las actividades planificadas

Actividad / elementos morfológicos del paisaje urbano	Patrón temático	Dominios de contenidos				
		Numeración y cálculo	Tratamiento de la información	Análisis variacional	Magnitudes	Geometría
		Dominios cognitivos				
1 / Edificios, usos del suelo y espacios urbanos	Tablas y gráficos en el informe del Conservador de la ciudad y el Expediente de Centro Histórico Urbano de Cienfuegos para incluirlo en la Lista de Patrimonio Cultural de la Humanidad	Conocer procedimientos algorítmicos para +, -, x, : o una combinación de esas operaciones, para aproximar números, estimar medidas, resolver ecuaciones, evaluar expresiones y fórmulas, dividir una cantidad en una razón dada, aumentar o disminuir una cantidad en un porcentaje dado	Leer datos directamente de tablas, pictogramas, gráficos de barras y de sectores; representar datos mediante tablas, pictogramas y gráficos; comparar datos; organizar datos por una característica		Estimar tiempo transcurrido	
2 / Plano, usos del suelo y espacios urbanos	Calles y Avenidas de Cienfuegos			Identificar secuencias y patrones de formación	Usar instrumentos con escalas lineales o circulares para medir la longitud; estimar longitud, área y tiempo en situaciones relacionadas con la práctica; calcular áreas y perímetros de figuras conocidas; realizar mediciones y conversiones	Identificar figuras geométricas y movimientos en el entorno; clasificarlos; reconocer sus propiedades; utilizarlas para resolver problemas rutinarios; descomponer y reordenar partes y todo de figuras
3 / Plano, usos del suelo y espacios urbanos	La superficie del Centro Histórico Urbano y la Zona de Protección					
4 / Edificios	Un frontispicio triangular					

Anexo 5. Diseño para la evaluación del modelo para la aplicabilidad matemática

Objetivos	Indicadores	Fuentes de información, informantes y ámbitos	Instrumentos o técnicas
EVALUACIÓN EXTERNA DEL MODELO			
I. Evaluar el modelo en su primera versión	Fundamentos	Maestras del grupo 15 de la Maestría en Ciencias de la Educación del Municipio Cienfuegos	Entrevista no estructurada colectiva en el contexto del curso de la Maestría en Ciencias de la Educación, ‘Herramientas psicopedagógicas para la dirección del aprendizaje escolar’
	Construcción teórico-formal y presentación del modelo		
	Estructura		
	Procedimientos para la aplicabilidad		
	Evaluación		
	Determinación y elaboración de materiales respecto al objeto de aplicabilidad		
II. Evaluar la presentación y el contenido de la construcción formal del modelo mediante el criterio de expertos en la segunda y tercera versiones	Determinación del perfil de competencia	30 expertos de cuatro centros de la Educación Superior	Cuestionario a expertos Análisis de porcentajes del perfil de competencia Análisis de frecuencia de las categorías otorgadas Utilización de la distribución normal inversa para la comparación con los valores promedio, a partir de los puntos de corte de las evaluaciones otorgadas. Coeficiente W-Kendall de concordancia entre los expertos, diferencias de rangos Análisis de sugerencias de los expertos
	Objeto del modelo		
	Fundamentos		
	Definiciones		
	Componentes		
	Representación esquemática		
	Relaciones sistémicas		
EVALUACIÓN INTERNA DEL MODELO			
Estudio previo a la evaluación del modelo y las actividades en la práctica educativa			
III. Evaluar los resultados de la preparación de las maestras para la utilización del modelo en la concepción de actividades docentes	Procedimientos para la aplicabilidad	Maestras de los grupos de sexto grado de las escuelas seleccionadas, en la preparación para la puesta en práctica del modelo. Información procedente de la Oficina del Conservador de la Ciudad Monumentos y Sitios Históricos del Patrimonio Provincial de Cienfuegos y otras fuentes de información aportadas por la investigadora	Análisis de documentos personales; registros de sistematización, diagnóstico de los escolares Observación participante del proceso de transformación del objeto de aplicabilidad en materiales docentes con sus adecuaciones
	Grado de dificultad de las actividades según el dominio		
	Criterios para las valoraciones del objeto de aplicabilidad		
	Análisis, adecuación y modificación de las actividades para la preparación de las hojas de trabajo y presentación		

Continuación...

Objetivos	Indicadores	Fuentes de información, informantes y ámbitos	Instrumentos o técnicas
IV. Determinar la fiabilidad del sistema de niveles propuesto en el modelo	Ítems de las variables propuestas para la evaluación de resultados en el modelo	Hojas de trabajo de escolares de los grupos A y B de la ENU José Antonio Saco López	Análisis de documentos personales: hojas de trabajo de los escolares. Determinación de distribuciones mediante la Prueba Kolmogórov-Smírnov para una muestra. Análisis de fiabilidad de los resultados de las categorías e índices en el grupo muestra, coeficiente
Evaluación del modelo y las actividades en la práctica educativa			
V. Determinar los conocimientos que tienen los escolares acerca del paisaje urbano de Cienfuegos y sus intereses al respecto	Elementos que conocen o por los que muestran interés	Escolares y maestras de los grupos seleccionados C1, D1, A, B, C2 y D2, escuelas Guerrillero Heroico y José Antonio Saco López respectivamente	Entrevista no estructurada colectiva, localizaciones y mapas cognitivos
	Hitos		
	Nodos		
	Sendas		
	Bordes		
	Barrios		
Evaluación del modelo y las actividades en la práctica educativa			
VI. Describir los resultados de las actividades	Resultados de las evaluaciones de las respuestas en el desarrollo de la actividad y en las hojas de trabajo	Escolares de los grupos seleccionados C1, D1, C2 y D2, escuelas Guerrillero Heroico y José Antonio Saco López respectivamente	Análisis de documentos personales: hojas de trabajo de los escolares Métodos estadísticos descriptivos: Descripción de la aplicabilidad matemática según las categorías y sus índices en ambos grupos de variables en la muestra. Medidas de tendencia central para variables ordinales. Gráficos de barras, histogramas y diagramas de cajas.
	Índice de desarrollo en la aplicabilidad matemática		
VII. Determinar la relación entre los procedimientos para la aplicabilidad matemática	Valoración del objeto de aplicabilidad y aplicación del objeto matemático		Tablas de contingencia entre ambas variables. Prueba χ^2 . Asociación de variables ordinales: coeficientes ‘rho de Spearman’, y ‘d de Somers’
VIII Conocer cómo se desarrolló la aplicabilidad matemática en las actividades	En la orientación, ejecución y control	Maestras de los grupos de sexto grado en las escuelas seleccionadas	Observación del proceso de realización de las actividades Análisis de documentos personales: registro de la evaluación de las variables y registro de sistematización de las maestras
	Procedimientos para la aplicabilidad		
	Uso de los materiales docentes		
	Evaluación de resultados		
IX. Conocer el criterio de los escolares respecto a las actividades realizadas	Identificación de lo aprendido en Matemática	Escolares de los grupos de sexto grado que participaron en las actividades	Entrevistas individuales
	Identificación de lo aprendido sobre el objeto de aplicabilidad		
	Importancia atribuida		

Operacionalización de las variables a evaluar para verificar la validez interna y externa del modelo y sus efectos en el desarrollo de la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje

Dimensiones para la valoración del modelo		
Docentes–Cursistas y maestras seleccionadas (evaluación interna y externa)	Expertos (evaluación externa)	
Indicadores	Indicadores	Índices
Fundamentos Construcción teórico–formal y presentación del modelo Estructura Procedimientos para la aplicabilidad Evaluación Determinación y elaboración de materiales respecto al objeto de aplicabilidad	Objeto del modelo Fundamentos Definiciones Componentes Representación esquemática Relaciones sistémicas	Escala de medición ordinal NM No Modificar MP Modificar parcialmente MT Modificar totalmente ESA Eliminar, sustituir, añadir otro SC Sin criterio

Dimensiones para evaluar el desarrollo de la aplicabilidad matemática en el proceso de enseñanza–aprendizaje (evaluación interna)		
Maestro	Escolar	
Indicadores	Indicadores	Índices
-Selecciona objetos de aplicabilidad adecuados al programa de la asignatura para proyectar tareas docentes. -Establece necesidades y motivos mediante la presentación de medios y tareas docentes. -Orienta los procedimientos identificar, valorar y aplicar -Proporciona niveles de ayuda de acuerdo con el diagnóstico realizado -Controla resultados	-Identifica el objeto de aplicabilidad. -Valora el objeto de aplicabilidad. -Identifica el objeto matemático en la situación práctica del objeto de aplicabilidad. -Aplica el objeto matemático al realizar acciones y operaciones específicas. -Independencia -Desarrollo de habilidades -Desempeño cognitivo	Escala de medición ordinal 0, 1, 2, 3 Índice de desarrollo de la aplicabilidad matemática

Anexo 6. Entrevista no estructurada colectiva a docentes–cursistas

Objetivo: Determinar las condiciones del modelo para la actividad docente de aplicabilidad matemática y su posible aplicación

Ámbito: Encuentro presencial del Curso ‘Herramientas psicopedagógicas para la dirección del aprendizaje escolar’.

Muestra: grupo 15 de la Maestría en Ciencias de la Educación, Municipio Cienfuegos.

Entrevistadora: Lourdes María Martínez Casanova (Investigadora)

Temas: La concepción de aprendizaje desarrollador. La diversidad del aprendizaje y sus implicaciones didácticas.

Dirección del aprendizaje con perspectiva desarrolladora. Análisis del modelo para la aplicabilidad matemática como diseño de un aprendizaje desarrollador.

Guía de la entrevista

- Reconocimiento de los fundamentos psicopedagógicos del modelo.
- Identificación de los conceptos que se definen en él.
- Estructura y procedimientos metodológicos.
- Trabajo con el objeto de aplicabilidad.

Anexo 7. Cuestionario a expertos

Objetivo: Evaluar el modelo para la aplicabilidad matemática.
Ud. ha sido seleccionado como parte de un grupo de expertos para evaluar un modelo para actividad docente de aplicabilidad matemática en la Educación Primaria. Su cooperación contribuirá al perfeccionamiento de las nuevas denominaciones y el modelo propuesto. En caso de ser positiva su disposición, por favor responda este cuestionario.

Nombre y apellidos de la (del) experta (o): _____
Institución: _____

EXPLICACIÓN NECESARIA

Con la aplicación de conocimientos y habilidades intelectuales se conocen e interpretan las relaciones que existen en la naturaleza, la sociedad en vínculo estrecho con su vida cotidiana, y se contribuye a la formación de la personalidad del escolar primario, fomentando la interiorización de conocimientos y orientaciones valorativas. Sin embargo, una problemática que se presenta en el proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática en la Educación Primaria es que no se propicia que los escolares relacionen adecuadamente conocimientos, habilidades y valores con objetos extra–matemáticos, pues las situaciones que se les presentan no tienen, en ocasiones, una significación positiva, y no están en correspondencia con una necesidad social.

Para emitir su criterio como experta (o), tenga en cuenta que las definiciones y el modelo propuesto parten de lo siguiente: la aplicabilidad de la matemática se produce en una actividad en la cual el sujeto relaciona objetos matemáticos con otros objetos de su ámbito social, con el fin de utilizar esa ciencia para comprender y transformar la realidad. Por otra parte, un modelo didáctico es una construcción teórico–formal que, basada en supuestos científicos e ideológicos, determinados en una realidad histórico–social concreta, pretende interpretar la realidad escolar y dirigirla hacia determinados fines del proceso de enseñanza–aprendizaje, al definir sus componentes y establecer las relaciones sistémico–estructurales.

EVALUACIÓN DE SU COMPETENCIA PROFESIONAL

Marque o llene, una o varias casillas, según el caso

Aspectos	Categorías a seleccionar							
Total de años de experiencia en educación ____	Señalar en cada educación							
	Preesc., Esp. ____	Prim. ____	Sec. Bás ____	Preuniv. ____	Adulto s ____	ETP ____	Univers. ____	Posgrad. ____
Especialidad	Primaria ____		Matemática (Educación) ____		Matemática (Ciencias) ____		Otros, ¿Cuáles?	
Título académico	Licenciada (o) ____		Máster 1 ____		Máster 2 ____		Doctora (Doctor) ____	
En qué especialidad								
Categoría docente	Instructor–Asistente ____			Auxiliar ____			Titular ____	
Tutelas a trabajos relacionados con las Ciencias Pedagógicas o Didácticas	Diploma ____			Maestría ____			Doctorado ____	
	Especificar el más representativo en cada caso							

Continuación....

Aspectos	Categorías a seleccionar			
Tutelas a trabajos relacionados con la Didáctica de la Matemática	Diploma ____		Maestría ____	Doctorado ____
	Especificar el más representativo en cada caso			
Producción científica	En Pedagogía ____	En didáctica de la Matemática ____	En otras didácticas: ¿Cuáles?	En otras espec. ¿Cuáles?
Temáticas abordadas afines con este tema				
Conocimiento de producción afín con el tema, de autores cubanos o extranjeros	Cubanos		Extranjeros	
Interés profesional o personal en el tema de la aplicabilidad matemática	Alto ____		Medio ____	Bajo ____
	Fundamentar			
Importancia que le atribuye al tema para el aprendizaje de la Matemática	Alta ____		Media ____	Baja ____
	Fundamentar			

AUTOVALORACIÓN DE LA COMPETENCIA PROFESIONAL

Indique con una X (del valor mínimo cero, al valor máximo diez) en una de las once casillas que se presentan, para valorar su competencia en una escala el conocimiento e información (ya sea teórico o práctico) que Ud. posee, para dar un criterio sobre la aplicabilidad matemática y el modelo que se propone.

[illegible]

EVALUACIÓN DEL MODELO

Valoración de los aspectos que conforman el modelo, según los aspectos que se declaran: Fundamentos, definiciones, relaciones y componentes didácticos del proceso de enseñanza–aprendizaje de la Matemática en la Educación Primaria.

Aspectos a evaluar	Categorías					Observaciones (ampliar si es necesario)
	1	2	3	4	5	
	SC	ESA	MT	MP	NM	
OBJETO DEL MODELO						
FUNDAMENTOS						
DEFINICIONES						
Aplicabilidad matemática						
Objeto matemático						
Objeto de aplicabilidad						
COMPONENTES						
Objetivos						
Contenidos						
Tarea docente						
Formas organizativas						
Medios y materiales docentes						
Métodos						
Procedimientos para la aplicabilidad						
Resultados						
Evaluación						
REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA						
RELACIONES						
Relación fundamentos con los demás aspectos						
Relación definiciones–componentes						
Relaciones estructurales y esquema						
General						

Sugerencia: Valorar en las definiciones, además de su contenido y extensión, las condiciones como definición: relación definiendum–definiens, coherencia, claridad de su expresión y relación con los fundamentos.

NM No Modificar MP Modificar parcialmente MT Modificar totalmente

ESA Eliminar, sustituir, añadir otro SC Sin criterio

OBSERVACIONES Y SUGERENCIAS QUE UD. PROPONE:

CONSTRUCCIÓN TEÓRICO-FORMAL DEL MODELO PARA LA ACTIVIDAD DOCENTE DE APLICABILIDAD MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN PRIMARIA (Primera versión)

OBJETO DEL MODELO: Actividad del escolar para relacionar objetos extra-matemáticos y objetos de conocimientos matemáticos del programa de Matemática del grado, realizar valoraciones y, aplicar conocimientos y habilidades, para conocer, interpretar y transformar la realidad vinculada a su vida cotidiana.

FUNDAMENTOS

Enfoque dialéctico de la relación sujeto-objeto, sobre la base de la actividad práctica, cognoscitiva, valorativa y transformadora, mediante la interacción de sus atributos: conocimientos, praxis, valor y comunicación; la aprehensión de conocimientos y métodos matemáticos en correspondencia con la visión de su utilidad práctica; los procesos sociales como origen de los procesos psicológicos superiores, la acción mediada, la zona de desarrollo actual y potencial; relación cultura-educación-valores en la formación humanista para contribuir a la formación integral del escolar primario; didáctica desarrolladora en el sistema de componentes del proceso de enseñanza-aprendizaje.

DEFINICIONES

Aplicabilidad matemática: Actividad que implica la reflexión del escolar ante la interacción entre un objeto de conocimiento matemático y un objeto extra-matemático, bajo las condiciones de que ése produzca una mediación, al ser portador de los objetivos y contenidos del programa de la asignatura Matemática del grado, significación socialmente positiva para el escolar, y una situación práctica relacionada con una necesidad social, de manera que al concebirse y formularse la tarea para una actividad, el escolar realice operaciones y acciones, atendiendo a los niveles de ayuda, en una situación social de desarrollo, identifique, valore, aplique conocimientos y habilidades, al describir, predecir, prescribir, utilizar modelos, modelar o resolver contradicciones que se manifiesten en ese objeto extra-matemático y exprese los resultados.

Objeto matemático: Objeto de conocimiento matemático determinado por los objetivos y contenidos del programa de Matemática del grado.

Objeto de aplicabilidad: Objeto de conocimiento extra-matemático, portador de objetos matemáticos, significación positiva para el escolar y una situación práctica relacionada con una necesidad social.

COMPONENTES DIDÁCTICOS DEL MODELO

Objetivos: Los relacionados con el programa de Matemática del grado y los objetivos generales del nivel.

Contenidos: Conocimientos, habilidades y valores relacionados con el Programa del Matemática del grado.

Formas organizativas: Configuración externa de organización del proceso para alcanzar el objetivo, de acuerdo con la ubicación espacio-temporal en la ejecución de la tarea docente: la clase, en el aula o laboratorio de computación, la caminata docente, la excursión, el trabajo individual o en equipos.

Medios y materiales docentes: Se elaboran a partir del objeto de aplicabilidad matemática en correspondencia con los objetivos y contenidos, de manera que al comunicarlo, distribuirlo, acceder a él, organizarlo, planificarlo y disponer de él, posibilite la ejecución de la tarea para la aplicabilidad matemática. Consisten en representaciones del objeto en diferentes soportes, como hojas de trabajo relacionadas con la tarea docente, que contengan conjuntos de datos, memorias descriptivas, y otras fuentes de información con los datos para posibilitar la valoración y la aplicación.

Métodos: De acuerdo con su estructura externa e interna, en correspondencia con las formas organizativas y medios y materiales docentes, se inducirá la ejecución de la tarea docente para el logro de los objetivos, guiar las acciones mentales o prácticas para la asimilación del contenido, correspondientes con las fuentes del conocimiento, actividad del escolar y del maestro, nivel de independencia en la actividad cognoscitiva y el proceso lógico del aprendizaje.

Procedimientos metodológicos: Eslabones del método para ejecutar la tarea docente que permiten el logro de los objetivos. De acuerdo con lo externo se corresponden con las formas organizativas, materiales docentes, medios y la interrelación entre acciones y operaciones orientadoras del maestro con las acciones y operaciones de los escolares en la formación de conocimientos, habilidades y valores. Respecto a lo interno los procedimientos para la aplicabilidad matemática promueven el aprendizaje en la actividad cognoscitiva, valorativa y transformadora, mediante la interacción entre el objeto de aplicabilidad y el objeto matemático:

- I. Interacción con el objeto de aplicabilidad
 1. Identificación
Distinguir en un conjunto el objeto de aplicabilidad a partir de determinados rasgos: Determinar los rasgos y datos que los tipifican como único al compararlo con objetos de su clase y otras; establecer la relación con otro objeto, un hecho, concepto o ley conocidos.
 2. Valoración
Establecer juicios de valor en correspondencia con un sentido social positivo, a partir de una determinada concepción: establecer los criterios de valoración o asumirlos desde determinado

patrón o situación; comparar las características del objeto de aplicabilidad con los criterios de valor establecidos; elaborar juicios de valor acerca del objeto de aplicabilidad.

II. Interacción con el objeto matemático

1. Identificación

Distinguir en un conjunto el objeto matemático a partir de determinados rasgos: Determinar los rasgos que lo tipifican como único al compararlo con objetos de su clase y otras; establecer la relación con otro objeto, un hecho, concepto o ley conocidos.

2. Aplicación

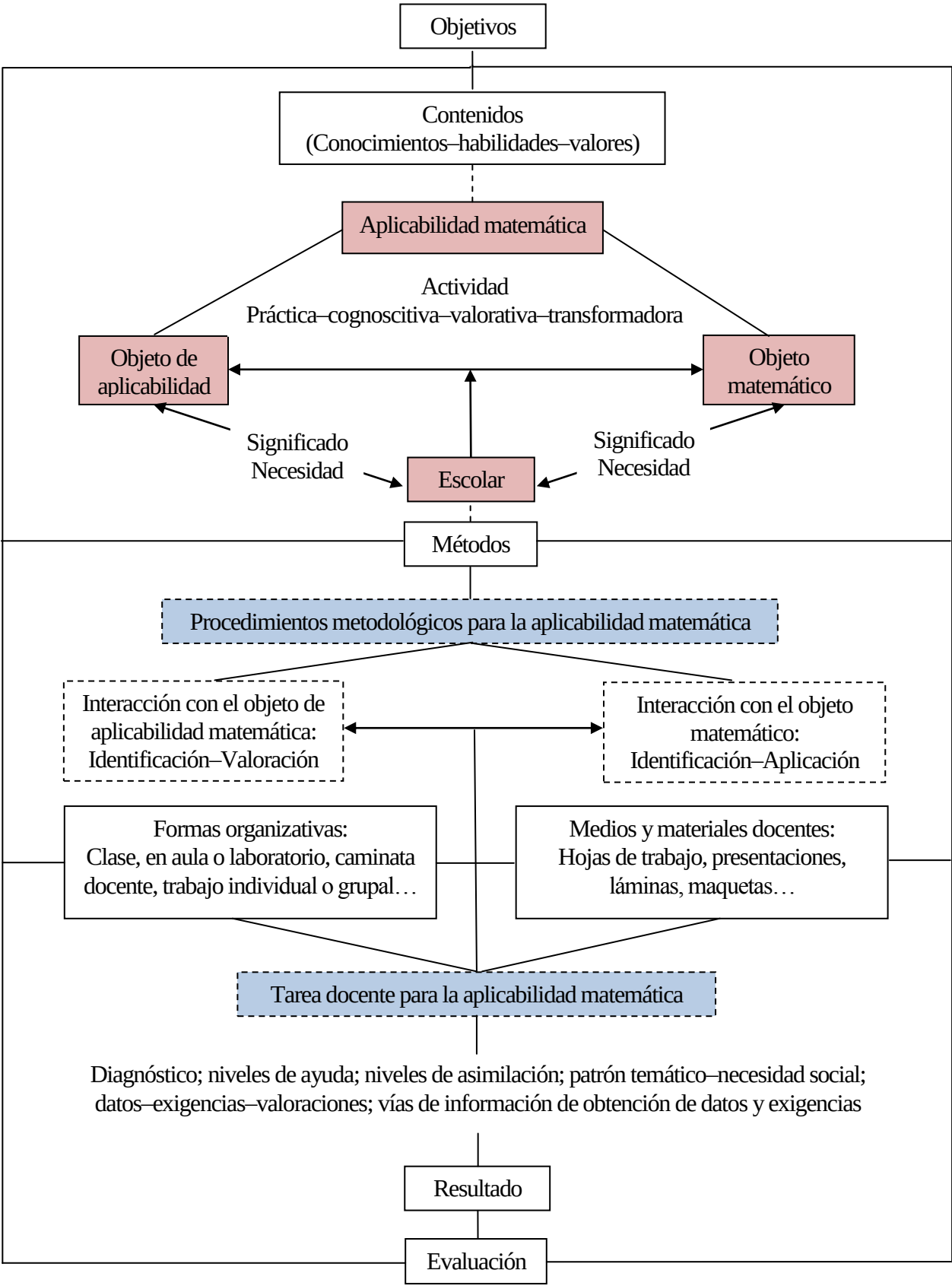
Relacionar las condiciones concretas o situación práctica del objeto de aplicabilidad con el objeto matemático identificado: interrelacionar el objeto matemático con las características del objeto de aplicabilidad, la situación práctica, los datos y rasgos que lo caracterizan; proceder en correspondencia con las habilidades generales y específicas relacionadas con el objeto matemático y la situación práctica del objeto de aplicabilidad; verificar los resultados en el objeto de aplicabilidad y la situación práctica; elaborar conclusiones de los nuevos conocimientos que explican las relaciones entre el objeto matemático, el objeto de aplicabilidad y la situación práctica que presenta.

Tarea docente: Actividad a realizar por los escolares en clase o fuera de ésta, en la cual convergen los componentes didácticos, vinculada a la búsqueda y adquisición de conocimientos, desarrollo de habilidades y realización de valoraciones, en ella se concretan los procedimientos para la aplicabilidad matemática, a través de su estructura, datos, exigencias y relación con los niveles de asimilación, de acuerdo con el diagnóstico de los escolares. Puede contener las vías de obtención de los datos y las exigencias, o las orientaciones para su búsqueda. Presenta un patrón temático o relaciones del objeto de aplicabilidad y situación práctica correspondiente con una necesidad social, que transfiere el significado de la utilización de la Matemática.

Resultado: Estado final de las transformaciones alcanzadas en el escolar durante y al final del proceso, que satisface o no el objetivo; el escolar comunica el resultado de las acciones y operaciones realizadas.

Evaluación: Se evalúa el resultado con la observación del proceso, y mediante la comunicación de las respuestas del escolar a la tarea docente, sobre la base del sistema de variables ordinales que se adicionan y promedian para obtener un índice que muestra la situación de cada escolar y el grupo y que posibilita el análisis porcentual, medidas de tendencia central, variabilidad y otros. Las variables a considerar son: Identificación del objeto de aplicabilidad; valoración del objeto de aplicabilidad; identificación del objeto matemático; aplicación del objeto matemático; desarrollo de habilidades matemáticas; independencia; desempeño cognitivo; y, complejidad del contenido.

REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA DEL MODELO (Primera versión)



Anexo 8. Categorías para el perfil de competencia de los expertos

Aspectos	Categorías		
	Perfil Bajo	Perfil Medio	Perfil Alto
Total de años de experiencia	Menos de 10 años (0,03)	Entre 10 y 25 años (0,04)	Más de 25 años (0,05)
Total de años de experiencia por educación	Educación Media y Media Superior (0,03)	Profesor en nivel superior, Formación de profesores, Postgrado (0,04)	Primaria, Matemática en cualquier nivel, Formación de profesores de Matemática o Primaria, Postgrado para Matemática o Primaria (0,05)
Título académico	Licenciado, Profesor (0,06)	Máster (0,08)	Doctor (0,10)
Especialidad	Otras no pedagógicas (0,06)	Pedagógicas pero no Matemática y no Primaria (0,08)	Pedagógicas Matemática, Primaria, Matemática Pura y Aplicada (0,10)
Categoría docente	Instructor–Asistente (0,06)	Auxiliar (0,08)	Titular (0,10)
Tutelas a trabajos relacionados con las Ciencias Pedagógicas o Didácticas	Sólo Diploma (0,06)	Además Maestría (0,08)	Además Doctorado (0,10)
Tutelas a trabajos relacionados con la didáctica de la Matemática	Sólo Diploma (0,06)	Además Maestría (0,08)	Además Doctorado (0,10)
Producción científica	Otras no pedagógicas (0,06)	Otras pedagógicas o didácticas (0,08)	Didáctica de la Matemática y pedagógica en Primaria (0,10)
Conocimiento de producción científica	Sólo cubanos o sólo extranjeros de temas afines (0,06)	Cubanos o extranjeros del tema (0,08)	Cubanos y extranjeros del tema (0,10)
Interés profesional	Alto (0,06)	Medio (0,08)	Bajo (0,10)
Importancia que le atribuye	Alta (0,06)	Media (0,08)	Baja (0,10)
Intervalos	$0,5 < k_a \leq 0,6$	$0,6 < k_a \leq 0,8$	$0,8 < k_a \leq 1$

Anexo 9. Procesamiento estadístico del criterio de expertos

Análisis de los datos generales de los expertos y su perfil de competencia

Distribución de los expertos por institución de procedencia

Institución	Muestra de la primera ronda		Muestra de la segunda ronda	
	Frecuencia	%	Frecuencia	%
ISP Cienfuegos	23	76,7	19	76,0
Univ. Cienfuegos	1	3,3	1	4,0
Univ. Central de L.V.	5	16,7	4	16,0
MES	1	3,3	1	4,0
Total	30	100	25	100

Distribución de los expertos por título académico

Título académico	Muestra de la primera ronda		Muestra de la segunda ronda	
	Frecuencia	%	Frecuencia	%
Profesoral/Licenciatura	7	23,3	6	24,0
Maestría	8	26,7	7	28,0
Doctorado	15	50,0	12	48,0
Total	30	100	25	100

Distribución de los expertos por categoría docente

Categoría docente	Muestra de la primera ronda		Muestra de la segunda ronda	
	Frecuencia	%	Frecuencia	%
Instructor–Asistente	14	46,7	13	52,0
Profesor Auxiliar	5	16,7	4	16,0
Profesor Titular	11	36,7	8	32,0
Total	30	100	25	100

Distribución del perfil de competencia de las muestras de expertos

Perfil de competencia	Muestra de la primera ronda		Muestra de la segunda ronda	
	Frecuencia	%	Frecuencia	%
Bajo	0	0,0	0	0,0
Medio	11	36,7	9	36,0
Alto	19	63,3	16	64,0
Total	30	100	25	100

Evaluaciones otorgadas por los expertos en la primera y segunda rondas

Variables evaluadas en el modelo	Primera ronda, N=30					Segunda ronda N=25				
	SC	ESA	MT	MP	NM	SC	ESA	MT	MP	NM
Objeto	0	1	3	24	2	0	0	2	4	19
Fundamentos	0	2	8	9	11	0	0	0	2	23
Aplicabilidad matemática	0	2	5	15	8	0	0	0	7	18
Objeto matemático	0	2	4	19	5	0	0	2	9	14
Objeto de aplicabilidad	0	1	2	12	15	0	0	0	5	20
Objetivo	1	2	7	11	9	0	1	1	8	15
Contenido	0	4	11	9	6	0	0	5	10	10
Tarea docente	0	0	1	10	19	0	0	0	5	20
Formas organizativas	0	0	3	12	15	0	0	1	6	18
Medios y materiales docentes	0	0	1	13	16	0	0	1	4	20
Método	0	2	3	10	15	0	0	1	6	18
Procedimientos	0	0	3	11	16	0	0	0	4	21
Resultados	21	3	2	2	2	25	0	0	0	0
Evaluación	0	3	10	11	6	0	0	2	9	14
Representación esquemática	0	2	19	7	2	0	0	2	10	13
Relación fundamentos–otros aspectos	0	1	3	9	17	0	0	0	8	17
Relación definiciones–componentes	0	0	1	13	16	0	0	1	5	19
Relación estructura–esquema	0	1	2	22	5	0	0	3	4	18
General	11	0	0	7	12	0	0	3	5	17

Puntos de corte obtenidos por la inversa de la distribución normal, para cada categoría de las variables evaluadas en el modelo

Categorías evaluativas	Primera ronda (N=30)		Segunda ronda (N=25)	
	Mayor que	Menor o igual que	Mayor que	Menor o igual que
No modificar		-0,4149		0,4687
Modificar parcialmente	-0,4149	0,7105	0,4687	2,1294
Modificar totalmente	0,7105	1,9560	2,1294	3,4592
Eliminar, sustituir, añadir otro	1,9560	3,4359	3,4592	3,5915
Sin criterio	3,4359		3,5915	

Promedios y categorías obtenidas en cada variable evaluada en el modelo

Componentes	Primera ronda(N=30)		Segunda ronda (N=25)	
	N-P	Categoría	N-P	Categoría
Objeto	-0,2140	Modificar parcialmente	-0,5152	No Modificar
Fundamentos	-0,2509	Modificar parcialmente	-1,4048	No Modificar
Aplicabilidad matemática	-0,2546	Modificar parcialmente	-1,1993	No Modificar
Objeto matemático	-0,1969	Modificar parcialmente	-0,3763	No Modificar
Objeto de aplicabilidad	-0,6320	No Modificar	-1,2639	No Modificar
Objetivo	0,4577	Modificar parcialmente	0,2266	No Modificar
Contenido	0,0796	Modificar parcialmente	-0,1344	No Modificar
Tarea docente	-1,4630	No Modificar	-1,2639	No Modificar
Formas organizativas	-1,2397	No Modificar	-0,5707	No Modificar
Medios y materiales docentes	-1,3987	No Modificar	-0,6354	No Modificar
Método	-0,4702	No Modificar	-0,5707	No Modificar
Procedimientos	-1,2606	No Modificar	-1,3022	No Modificar
Resultados	2,2076	Eliminar, sustituir, añadir otro	6,4100	Sin criterio
Evaluación	-0,0051	Modificar parcialmente	-0,3763	No Modificar
Representación esquemática	0,2780	Modificar parcialmente	-0,3511	No Modificar
Relación fundamentos–otros aspectos	-0,6313	No Modificar	-1,1705	No Modificar
Relación definiciones–componentes	-1,3987	No Modificar	-0,6016	No Modificar
Relación estructura–esquema	-0,3901	Modificar parcialmente	-0,4268	No Modificar
General	1,0209	Modificar totalmente	-0,3980	No Modificar

Diseño estadístico 2. Pruebas no paramétricas W–Kendall (primera y segunda rondas)

$k=5$. O sea, cinco categorías evaluativas, ordenaciones ligadas: (1) Sin criterio (SC); (2) Eliminar, sustituir, añadir otro (ESA); (3) Modificar totalmente (MT); (4) Modificar parcialmente (MP); (5) No modificar (NM).	
$m=19$ ($m=18$) objetos, o sea, los aspectos que integran el modelo, en consecuencia $gl = m - 1 = 18$ grados de libertad.	
$N=30$ ($N=25$), o sea, los jueces o expertos.	
Nivel de significación asumido $\alpha = 0.05$, para un 95% de confiabilidad.	
Hipótesis nula	H_0 : Los expertos no concuerdan; no hay correlación de rangos de Kendall. ($R_{30}=0$); ($R_{25}=0$)
Hipótesis alternativa	H_1 : Los expertos concuerdan; hay correlación de rangos de Kendall. ($R_{30}\neq 0$, el valor de R_{30} es significativo); ($R_{25}\neq 0$, el valor de R_{25} es significativo)

Resultados de la prueba W de Kendall

Prueba W de Kendall en la primera ronda

Estadísticos de contraste	
N	30
W de Kendall ^a	,458
Chi-cuadrado	247,220
gl	18
Sig. asintót.	,000

a. Coeficiente de concordancia de Kendall

Prueba W de Kendall en la segunda ronda

Estadísticos de contraste	
N	25
W de Kendall ^a	,542
Chi-cuadrado	244,068
gl	18
Sig. asintót.	,000

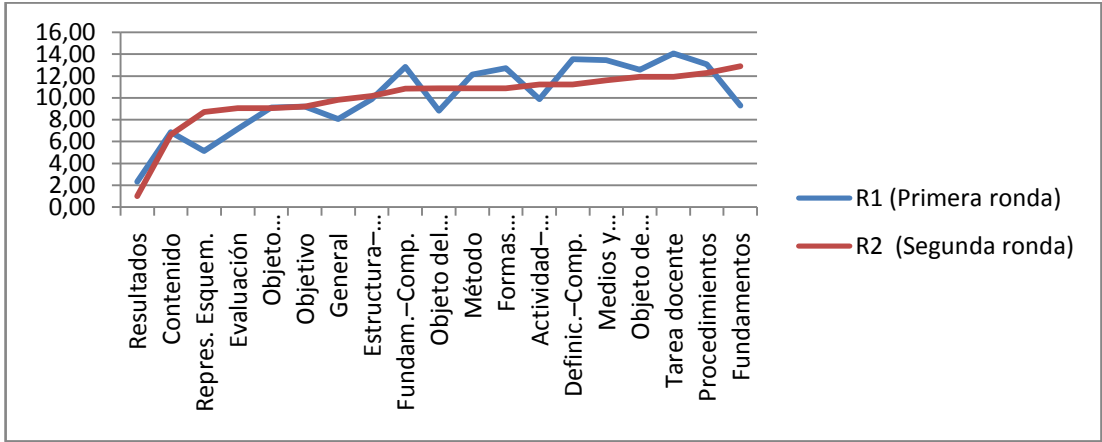
a. Coeficiente de concordancia de Kendall

Rangos

	Rango promedio
Objeto	8,82
Fundamentos	9,30
Actividad para la aplicabilidad matemática	9,87
Objeto matemático	9,12
Objeto de aplicabilidad	12,55
Objetivos	9,20
Contenidos	6,87
Tarea docente	14,05
Formas organizativas	12,72
Medios y materiales docentes	13,45
Métodos	12,12
Procedimientos	13,07
Resultados	2,33
Evaluación	7,15
Representación esquemática	5,13
Relación fundamentos-otros aspectos	12,83
Relación definiciones-componentes	13,52
Relación estructura-esquema	9,87
General	8,05

Rangos

	Rango promedio
Objeto 2	10,86
Fundamentos 2	12,88
Actividad para la aplicabilidad matemática 2	11,20
Objeto matemático 2	9,06
Objeto de aplicabilidad 2	11,92
Objetivo 2	9,20
Contenido 2	6,62
Tarea docente 2	11,92
Formas organizativas 2	10,86
Medios y materiales docentes 2	11,58
Método 2	10,86
Procedimientos 2	12,26
Resultados 2	1,00
Evaluación 2	9,06
Representación esquemática 2	8,70
Relación fundamentos-otros aspectos 2	10,84
Relación definiciones-componentes 2	11,22
Relación estructura-esquema 2	10,16
General 2	9,80



Ordenamientos de los promedios de las diferencias de rangos en cada variable del modelo en la consulta a expertos (N₁=30), (N₂=25)

Anexo 10. Plan de preparación de docentes y resultados del diagnóstico de escolares

Objetivo: Diseñar actividades docentes para escolares de sexto grado según el modelo para la aplicabilidad matemática.

Participantes: La investigadora y las maestras seleccionadas.

Plan de preparación

Primera Parte. El modelo para la aplicabilidad matemática

- Definiciones conceptuales, estructura y aparato instrumental.
- Procedimientos metodológicos. Relación con otros ejercicios de grados anteriores y del sexto grado.
- Importancia de los niveles de ayuda.
- Niveles a considerar. Cómo se evalúan.

Segunda Parte. El objeto de aplicabilidad matemática

- Requisitos para que un objeto lo sea.
- El paisaje urbano de Cienfuegos como objeto de aplicabilidad. Conceptos generales. Paisaje, espacio, lugar urbano, caminos, fronteras, zonas, nodos, hitos, contextualizados en Cienfuegos.
- La Declaración del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos como Patrimonio Cultural de la Humanidad; el conjunto de Monumentos Nacionales y Locales.

Tercera Parte. Análisis y adecuación de actividades y materiales docentes para que sean desarrolladas con su grupo de escolares de sexto grado, según los requisitos del modelo didáctico.

- Estructuración de las actividades según los procedimientos metodológicos.
- Datos y rasgos del objeto de aplicabilidad.
- Valores a considerar y opciones de valoración.
- Nivel de complejidad según el contenido.
- Estructuración según los niveles de desempeño cognitivo.
- Niveles de ayuda o independencia.
- Distribución por contenidos y unidades del programa de Matemática para sexto grado.
- Análisis de las actividades que ya están diseñadas.
- Diagnóstico de los escolares.

Resumen del diagnóstico de los escolares brindado por las maestras en su preparación (N=113)

E.NU	Grupo	Matrícula/ Muestra	Bajo	Medio	Alto	Observaciones	
José Antonio Saco López	A	16/13	5/4	7/6	4/3	1 DS* 1A***	Análisis de fiabilidad (una actividad, 27 escolares, escogidos aleatoriamente)
	B	18/14	6/4	7/6	5/4	1RD**	
	Total ₁	34/27	11/8	14/12	9/7		
	C2	19/12	7/4	7/5	5/3	1 DS*	Evaluación (cuatro actividades, 25 escolares)
	D2	20/13	7/4	9/6	4/3	1 DS* 1A***	
	Total ₂	39/25	14/8	16/11	9/6		
	Total ₃	73/52	25/16	30/23	18/13		
Guerrillero Heroico	C1	20/12	4/2	10/6	6/4	1 DS* 2A***	Evaluación (cuatro actividades, 27 escolares)
	D1	20/15	5/3	9/8	6/4	1 DS* 3A***	
	Total ₄	40/27	9/5	19/14	12/8		
Total ₅		79/52	23/13	35/25	21/14		
Total		113/79	33/21	50/37	30/21		

*Escolar en desventaja social

**Escolar con retardo en el desarrollo

***Escolar aventajado en Matemática

- Adecuaciones según características de los escolares, según operaciones y acciones a realizar.
- Correspondencia de las hojas de trabajo con las diapositivas a presentar.

Anexo 11. Registros de sistematización de docentes

Primera parte: Reflexiones teóricas

Análisis del estudio del Material Básico, Herramientas psicopedagógicas para la dirección del aprendizaje escolar (CASTELLANOS, 2005)

Análisis del modelo didáctico para la aplicabilidad matemática

- Fundamentos
 - Construcción teórico-formal y presentación del modelo
 - Estructura
 - Procedimientos para la aplicabilidad y acciones en la e intervención del docente
- Relación con el objeto de aplicabilidad y la situación práctica relacionada con la necesidad social.
 - Descripción y análisis del objeto para su identificación.
 - Presentación de criterios de valor, o la inducción de su búsqueda para la valoración.
 - Búsqueda de datos útiles que permitan identificar el objeto matemático a aplicar.
 - Ayuda personalizada según el dominio o dificultades de los conceptos y habilidades matemáticas.
 - Acciones para la aplicación del objeto matemático para transformar el objeto de aplicabilidad o encontrar soluciones.
 - Utilización adecuada del lenguaje común y matemático en el proceso de solución y respuesta.
 - Control e inducción del autocontrol al expresar la memoria sobre el objeto de aplicabilidad, las conclusiones y resultados, tanto en lenguaje matemático, como en lenguaje común.
- Evaluación (sistema de variables)
 - Determinación y elaboración de materiales respecto al objeto de aplicabilidad

Segunda parte: ¿Cómo llevar a la práctica el modelo para la aplicabilidad matemática?

Preguntas científicas:

Maestras

1. ¿Cómo estructurar la actividad docente de Matemática con los elementos básicos de la situación social de desarrollo, aprendizaje desarrollador, enfoque integrador personológico y lo que se condiciona en el proceso de enseñanza-aprendizaje?
2. ¿Cómo se desarrolla el proceso de enseñanza-aprendizaje y se evalúan las actividades docentes que incluyan la aplicabilidad matemática y los materiales preparados con ese fin?

Maestra MIPV

3. ¿Cómo corresponde lo anterior con el diseño de actividades docentes del dominio Tratamiento de la Información, el uso de las TIC y las hojas de trabajo, de acuerdo con el modelo para la aplicabilidad matemática?

Maestra ÉADA

3. ¿Cómo corresponde lo anterior con el diseño de actividades docentes del dominio Análisis variacional, el uso de las TIC y las hojas de trabajo, de acuerdo con el modelo para la aplicabilidad matemática?

Jefe de 2º Ciclo MUU

1. ¿Cómo orientar a los maestros el desarrollo de la actividad docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje, de acuerdo con la estructuración de la actividad docente de Matemática y los elementos básicos de la situación social de desarrollo, aprendizaje desarrollador, enfoque integrador personológico y lo que se condiciona en el proceso de enseñanza-aprendizaje?
2. ¿Cómo corresponde lo anterior con la concepción de actividades y su evaluación de acuerdo con el modelo para la aplicabilidad matemática?
3. ¿Cómo corresponde lo anterior con el diseño de actividades docentes del dominio Geometría, el uso de las TIC y las hojas de trabajo, de acuerdo con el modelo para la aplicabilidad matemática?

Vicedirectora MMEA

1. ¿Cómo controlar el proceso de enseñanza-aprendizaje mediante una actividad docente de Matemática?
2. ¿Cómo distinguir en las actividades los elementos básicos de la situación social de desarrollo, aprendizaje desarrollador, enfoque integrador personológico y lo que se condiciona en el proceso de enseñanza-aprendizaje?
3. ¿Cómo se corresponde lo anterior con las dimensiones e indicadores para el desarrollo y evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollador?
4. ¿Cómo se relaciona el modelo didáctico con los aspectos anteriores?
5. ¿Cómo se produce el proceso de enseñanza-aprendizaje del dominio Magnitudes en el 2º Ciclo? ¿qué dificultades existen? ¿dependen del ciclo anterior o tienen que ver con el propio ciclo?

Tercera parte: Experiencias y reflexiones (Fragmentos)

Maestra de los grupos sexto C2 y sexto D2 MIPV

Actividad 2

Grupo C2

Participantes: 12 escolares

15/11/2007

Asunto: Ejercicios

Título: Los inmuebles relevantes del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos (Tratamiento de la Información y Cálculo)

Utilización de los materiales docentes previstos en el modelo:

Las hojas de trabajo contribuyeron a la realización de los ejercicios con efectividad, ya que ellas tenían las condiciones para que el alumno marcara, rellenara o contestase preguntas abiertas y cerradas según los niveles de desempeño cognitivo.

Se me había señalado en la actividad anterior la situación del control y la organización de la disciplina individual y colectiva. Esta vez se tuvo en cuenta presentar solamente las diapositivas que interesaban para los ejercicios propuestos, lo que favoreció y los alumnos estuvieron más concentrados en el asunto relacionado con la actividad.

Actividad 2

Grupo D2

Participantes: 11 escolares

15/11/2007

Asunto: Ejercicios

Título: Los monumentos nacionales y locales de la Provincia Cienfuegos (Tratamiento de la Información y Cálculo)

Fue ventajoso la utilización de los procedimientos propuestos en el modelo acerca de las valoraciones ya sea de un hecho histórico o de un objeto o actitud cualquiera, al considerar establecer o no los criterios de valor, ya que en realidad hasta ahora solamente empleábamos las caracterizaciones de hechos, sobre todo históricos y desconocíamos esta metodología que permite realizar las valoraciones con los pasos adecuados.

Vicedirectora MMEA

Nota: La información que contiene el registro de sistematización de la maestrante consiste en el desarrollo de una observación a una de las actividades realizada en el laboratorio de Computación. Empleó el sistema de indicadores para la evaluación de una clase según lo orientado en el MINED y Rico Montero y otros (2005)

Actividad 1

Grupo D2

Participantes: 11 escolares

Octubre 18/2007

Asunto: Ejercicios

Título El Centro Histórico Urbano de Cienfuegos: Patrimonio Cultural de la Humanidad. (Magnitudes y Cálculo)

Uso de los métodos y procedimientos metodológicos: Bien

Utilizó los procedimientos descritos en el modelo didáctico para la aplicabilidad; de manera que la formulación de sus indicadores está contenida en las acciones metodológicas realizadas:

Fase de orientación:

Relación con el objeto de aplicabilidad. Indica a los escolares que describan el plano y ella les explica cómo. Indica cuáles son los elementos que se tuvieron en cuenta para que Cienfuegos sea Patrimonio Cultural de la Humanidad. Pregunta: ¿Cómo se manifiestan esos elementos? Los escolares justifican que esos criterios se encuentran en la ciudad y su centro histórico, cuando valoran las características de la ciudad; identificación de los objetos matemáticos: Va indagando en cada escolar cuáles la relación con los contenidos del grado que se encuentran en la hoja de trabajo.

Fase de ejecución:

Proporciona niveles de ayuda a los escolares, para que puedan ejecutar exitosamente los ejercicios y den sus respuestas; en algunos momentos da explicaciones generales acerca de la relación entre las magnitudes hectárea y metros cuadrados para su conversión.

Fase de control:

Orienta el autocontrol y permite el intercambio escolar–escolar; indica que los alumnos expresen sus respuestas cada uno; resalta cada uno de los resultados indicando los errores.

Uso de los medios de enseñanza: Regular

Los medios y materiales docentes fueron previstos para la actividad.... La ilustración presentada potenció una asimilación productiva y reflexiva de los escolares; las orientaciones para el uso fueron adecuadas, pero debe señalarse que como la presentación contenía más diapositivas de las necesarias en esa actividad, los alumnos desviaban su atención al visualizar la presentación completa, impidiendo la profundización en la diapositiva correspondiente que era el Plano de Cienfuegos y su Centro Histórico.

Motivación: Bien

Desarrolló la actividad con la motivación adecuada, de acuerdo con el entusiasmo e interés de los alumnos por el tema, junto a la utilización de los materiales docentes (hojas de trabajo y presentación) se propició un marcado interés, al extremo que los alumnos querían continuar descubriendo cosas nuevas que estaban en la presentación, lo cual en cierta medida, desorganizó el proceso al no realizar solamente la observación de la diapositiva de esa clase.

Atención a la formación de normas y valores: Bien

El diseño de la actividad favorece la formación de valores, ya que se han aprovechado las potencialidades que el contenido ofrece para formar en los alumnos valores relacionados con la identidad, amor a la Patria y a la localidad,, lo que contribuye a la formación de la personalidad, con una integración del contenido de forma natural; aunque en la formación de hábitos de comportamiento se aprecian dificultades, ya que la maestra no logra controlar algunas indisciplinas que se producen en el trabajo con las computadoras y las demandas y preguntas de los niños.

La organización de la actividad no contribuyó a un lograr una disciplina estable, lo cual se manifestó en ocasiones a causa de que se dispuso sólo de cuatro computadoras para 11 escolares, y en un caso hubo que cambiar los tríos, para que hubiera más afinidad entre los niños, cuestión que se hubiera previsto desde el principio de la actividad.

.....

Jefe de 2º ciclo MUU

Actividad 4

Grupo C2

Participantes: 10 escolares

24/01/2008

Asunto: Ejercicios

Título: El Colegio San Lorenzo (Geometría y Cálculo)

.....

La cita de José Martí fue adecuada de acuerdo con el contenido tratado. De una manera fácil los alumnos valoraron el Colegio San Lorenzo como un edificio en el que se produjo una acción noble: el Levantamiento del 5 de septiembre de 1957.

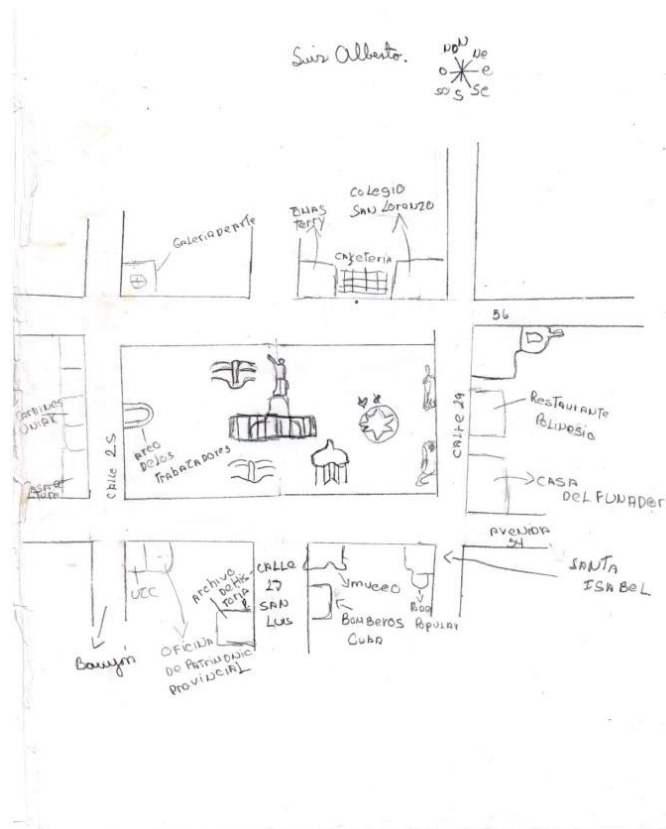
La actividad contiene los tres niveles de desempeño cognitivo. Esos niveles fueron también utilizados en las otras tres actividades, lo cual permitió obtener la tercera tabla de clasificación de alumnos del SECE.

Mediante la actividad pudieron diagnosticarse las dificultades y diferencias individuales de cada uno de los alumnos. Se recomienda hacer un trabajo más profundo en cuanto a la aplicación del teorema de los ángulos interiores de un triángulo; además, partir de sistematizar en los alumnos la determinación del área del cuadrado, rectángulo y triángulo, utilizando las vías heurísticas recomendadas en ‘Para ti maestro’

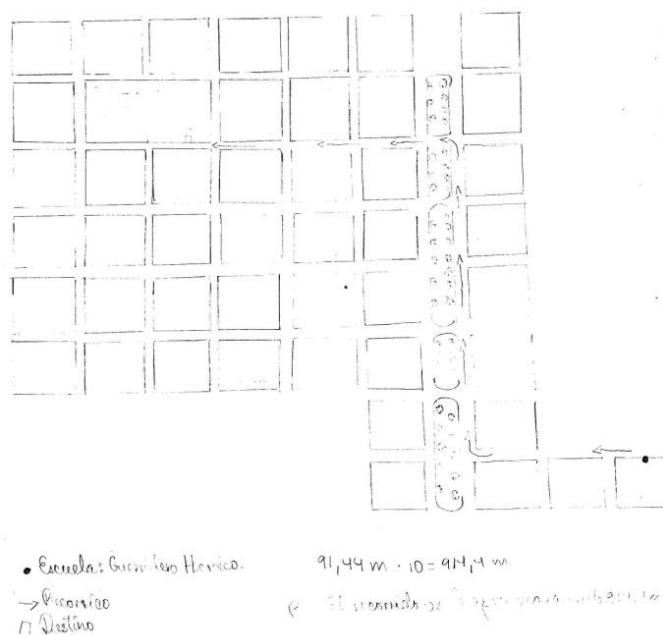
Anexo 14. Conocimientos de los escolares acerca del paisaje urbano de Cienfuegos

Resumen sobre resultados de las localizaciones informadas por los docentes (N=86)

Elemento perceptivo	Escuela						Total	
	Guerrillero Heroico		José Antonio Saco López					
	C1 20/12	D1 20/15	A 16/13	B 18/14	C2 19/17	D2 20/15	113/86	%
Localización precisa de la escuela en el plano	10	11	9	10	16	11	67	77,9
Localización de hitos y nodos	9	10	8	11	13	11	62	72,1
Cálculo de distancias al Paseo del Prado	10	12	11	13	11	8	65	75,6
Cálculo de distancias a Prado y Boulevard	11	9	8	10	12	8	58	67,4
Cálculo de distancias al Parque José Martí	11	7	7	10	11	5	51	59,3
Identificación de barrios	11	13	13	12	13	9	71	82,6
Numeración denominación de calles y avenidas	6	9	9	7	8	9	48	55,8



Mapa cognitivo realizado por Luis Alberto Hernández Medina, ENU José Antonio Saco de Cienfuegos



Mapa cognitivo realizado por Lisetty Méndez Garrido, ENU Guerrillero Heroico

Anexo 15. Observación de actividades

Guía de observación

Objetivo: Conocer cómo se desarrollan las actividades diseñadas por el modelo para la aplicabilidad matemática.

Observación de:

1. Procedimientos metodológicos contenidos en el modelo
2. Uso de los medios y materiales docentes
3. Atención a diferencias individuales
4. Evaluación por el sistema de niveles

Transcripción de fragmentos de la grabación magnetofónica correspondiente a la observación de actividades realizadas con escolares de sexto grado de la ENU José Antonio Saco de Cienfuegos

Ámbito: Clase de Ejercitación de Matemática del grupo de sexto grado en el laboratorio de Computación

Muestra: 6º C de la ENU José Antonio Saco. Matrícula: 20, Asistieron: 16

Maestra: MIPV (Maestra del grupo)

Descripción de las condiciones

Se dispuso de computadoras personales por lo que se distribuyó la cantidad de escolares para realizar las actividades en cuatro subgrupos durante 20 minutos cada uno.

Desarrollo de actividades

La maestra les explica que se realizará una actividad para resolver varios ejercicios de Matemática relacionados con muchos aspectos de Cienfuegos, Patrimonio Cultural de la Humanidad en los que podrán aplicar conocimientos de grados anteriores y de sexto grado. También les dice que elevarán su nivel cultural, porque hay cosas en el Parque Martí y en el Centro Histórico Urbano, que son de interés y todo cienfueguero debe conocer.

Les indica que primero, organizadamente pasarán al laboratorio cuatro niños seleccionados cada vez, en donde van a ver ilustraciones en una presentación en PowerPoint y se les orientó la orden para las valoraciones y la de los ejercicios a realizar en una hoja de trabajo. De manera que de forma independiente trataron de realizarlos con la ayuda que necesitaron.

Actividad 1. La superficie del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos.

Se introduce ésta con el análisis del plano de planta de Cienfuegos, haciendo hincapié en el aspecto a valorar.

La maestra destaca que hay lugares que se declaran en el mundo Patrimonio Cultural de la Humanidad. Eso quiere decir que son lugares que según los criterios de quienes lo determinan en organizaciones internacionales: Son ejemplos excepcionales por su plano, características de sus conjuntos arquitectónicos, y usos de sus espacios, así como por la higiene y orden que reúnen en él, y la conservación de sus edificios y plazas desde su fundación.

¿Qué características reúne Cienfuegos para merecerse ese título?

Indica a los niños que hagan un análisis del significado que eso tiene para Cienfuegos y para Cuba.

A1: Cienfuegos tiene las calles rectas.

A2: Tiene edificios muy bonitos y grandes, el Terry.

A3: El Palacio de Gobierno, el Museo, la Biblioteca.

A4: El Parque, la Glorieta, Los Leones.

A5: El Rosetón, donde hay palomas.

M: ¿Qué otra cosa? Sus calles son limpias. ¿Cómo se contribuye a eso?

A6: Cuidando la limpieza, echando la basura en los basureros que hay en el Boulevard.

En el mapa se indican las hectáreas que ocupan el Centro Histórico Urbano y la Zona de Protección ¿Cuánta corresponden a cada uno de ellos?

Los escolares señalan y reconocen las cantidades en la codificación del mapa.

La maestra pregunta ¿qué es una hectárea? Varios alumnos responden que se trata de una longitud, otros de una unidad de capacidad, de masa.

M: No, ¿con las hectáreas se le mide la masa a las cosas? Según la palabra hect-área, es una magnitud para medir área. ¿Entonces de qué es una medida?

Una alumna responde que es una unidad de superficie.

La maestra les indica que las 70 hectáreas que están en azul constituyen las 70 manzanas del Centro Histórico Urbano. Que cada manzana es aproximadamente una hectárea. Una manzana es un cuadrado de los que está representado en el mapa. Cada uno de esos cuadrados tiene aproximadamente 100m de lado.

Las que están coloreadas de amarillo representan otra zona de Cienfuegos, que aunque no fue declarada Patrimonio cultural de la Humanidad es atendida y se le llama Zona de Protección. ¿Cuántas hectáreas están indicadas en el mapa?

A1: 105ha.

M: Si una manzana tiene como lado una cuadra de 100m ¿cuántos metros cuadrados tiene una manzana?

Los alumnos tienen imprecisiones al responder, ya que no realizan correctamente las operaciones para obtener la cantidad de metros cuadrados que tiene una hectárea.

A1: 1000m².

A2: 400m².

M: Tú sumaste las cuatro cuerdas. Lo que hallaste fue el perímetro de una manzana.

A3: 100m².

M: No, un cuadrado de 100m de lado no tiene 100m² de área ¿Cómo se halla el área de un cuadrado?

A5: Midiendo su lado.

M: Además, después de que se conozca la longitud de su lado, se eleva al cuadrado esa longitud. Si el lado es 100m, el área del cuadrado es 100m al cuadrado. Entonces la hectárea tiene 100 por 100 metros cuadrados, o sea 10 000 metros cuadrados.

Hay que pensar: ¿Cuántos metros cuadrados tiene el Centro Histórico Urbano de Cienfuegos y la Zona de Protección?

Indica la actividad del trabajo con las hectáreas llevadas a metros cuadrados y a kilómetros cuadrados.

Actividad 2. Calles y avenidas del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos.

La maestra les indica que comiencen a pasar las diapositivas hasta llegar a la primera ilustración, que se trata del mapa de planta del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos y la Zona de Protección. Describe el mapa al mismo tiempo que les pregunta sobre cuestiones generales que caracterizan el Centro Histórico Urbano y la Zona de Protección.

Indica en la presentación la diapositiva siguiente que expresa:

En un folleto titulado Guatemala (1878) José Martí valora estéticamente las calles de esa ciudad cuando afirma “(...) tenazmente rectas, sin una desviación, sin un capricho. Sólo en nuestras tierras es animada la simetría (...)”

¿Qué pueden decir respecto a las calles de la ciudad de Cienfuegos y específicamente de su Centro Histórico Urbano?

La maestra indica a los escolares su participación.

En este mapa se destaca en color azul las manzanas o hectáreas que corresponden al Centro Histórico Urbano de Cienfuegos y en amarillo las de la Zona de Protección.

La maestra les indica que señalen en el mapa, tanto en el Centro Histórico como en la Zona de Protección, sus fronteras, caminos, zonas particulares como plazas y paseos, en este caso El Paseo del Prado, La Plaza que ocupa El Parque José Martí, El Parque de La Aduana, así como El Boulevard, que está en la Calle San Fernando, El Malecón, La Punta. Nodos o puntos de interés e hitos o marcos de referencia, como el Palacio de Valle, El Hotel Jagua, El Restaurante Covadonga, La Escultura de Benny Moré, El Teatro Tomás Terry, El Palacio de Gobierno, La Oficina de Patrimonio Provincial, La Catedral y el Colegio San Lorenzo.

Les va dando la oportunidad a los escolares de señalar en el mapa, interviniendo para aclarar detalles que no precisaban bien.

Les va orientando respecto a cómo calcular la numeración de calles y avenidas, utilizando los hitos y nodos importantes de Cienfuegos como referencia para eso.

Señalan con sus números y nombres algunas calles y avenidas importantes, como el Paseo del Prado, El Boulevard, las avenidas que rodean al Parque José Martí y la avenida en la que está situada la escuela.

Al preguntar lo anterior los escolares manifiestan imprecisiones en cuanto a la situación correcta de la escuela: Ave. 58 esquina a 43.

Hay niñas y niños que señalan el lugar donde viven.

Se refuerza esta situación indicando a cada escolar que localice en el plano la ENU José Antonio Saco y también otra cercana, la ENU Eduardo García Delgado.

Señala algo como importante y es que el desplazamiento de las avenidas en Cienfuegos es de Sur a Norte y el de las calles de Este a Oeste. Indica a algunos escolares que digan cuál calle le sigue a la primera que es la calle 23, o sea la calle Velasco. Los escolares responden con imprecisiones, ya que decían que es la 24. Se les aclara que es la calle 25, o sea la calle de Bouyón.

Después de esos aspectos generales realiza algunas preguntas sobre la numeración de las avenidas, para así sugerir cuál es la relación que se manifiesta el plano analizado, así como entre calles y avenidas.

La maestra aclara que cada uno de los lados de las manzanas no mide exactamente 100m, ya que esa parcelación, o sea el diseño de las calles y manzanas se realizó utilizando otras medidas, o sea, las varas castellanas que son de otro sistema de medidas. Indica que cada vara castellana representa 0,836m pero, considerando el espacio que ocupan las vías entre las calles y avenidas ocupan 91,4m.

Se les indica la actividad (calles y avenidas) y se atienden las diferencias individuales

Actividad 3.1. Los edificios relevantes del Centro Histórico Urbano de Cienfuegos.

Se introduce la actividad con el recuento de las actividades anteriores en las que se vieron las relaciones entre calles y avenidas, y cuántos metros cuadrados y kilómetros tiene el Centro Histórico Urbano de Cienfuegos.

La maestra les pide que hagan un recuento de los edificios que más se destacan en el Centro Histórico Urbano de Cienfuegos.

Los escolares mencionan el Teatro Tomás Terry, el Colegio de San Lorenzo, la Catedral.

La maestra menciona el Palacio de Gobierno, que es la actual Sede de la Asamblea Provincial del Poder Popular. Les dice que esos edificios fueron construidos, algunos en el siglo XIX, y otros en el siglo XX. Les recuerda que los años del siglo XIX son los de 1800 al 1899.

Les pregunta: ¿en qué año fue fundada la ciudad de Cienfuegos?

Una alumna responde que en 1895. Se le rectifica que ese año se destaca pero no por ser la fundación de la ciudad, sino por haber sido la muerte en combate de Nuestro Apóstol.

Otra alumna responde que en 1819.

La maestra refiere que sólo 19 años después de haber comenzado el siglo XIX, se funda la Villa Fernandina de Jagua, y así se recuerda con más facilidad. Continúa y pregunta: ¿En qué año comenzó la Guerra de los Diez Años?

Un alumno responde que en 1868.

Les indica que busquen la diapositiva que tiene una tabla con algunos edificios y sus años de construcción, así como los materiales con los cuales fueron construidos.

Al terminar el análisis señala que los edificios del siglo XX tienen diferentes materiales de construcción que los del siglo XIX, ya que en ese último se destaca en las tablas que todos han sido construidos de mampostería y hormigón armado (quiere decir de techos de placa).

Los escolares comentan con entusiasmo de los edificios que identifican y preguntan por los que no reconocen, como por ejemplo El Palacio Blanco y el de García de la Noceda.

Indica que vean las siguientes dispositivas donde se encuentran las fotos de esos edificios que están en la tabla.

Los escolares identifican los edificios. La maestra les indica algunas localizaciones de los edificios que distinguen, y otros elementos de sus entornos.

Les orienta la actividad que consiste en la interpretación de gráficos de puntos y de barras.

Actividad 3.2. Los monumentos nacionales y locales

La maestra introduce la actividad señalando la importancia que tienen muchos bienes del patrimonio cultural. Esos bienes pueden ser centros históricos urbanos, construcciones, sitios, u objeto que por su especial relevancia en relación con la arqueología, la prehistoria, la historia, la literatura, la educación, el arte, la ciencia y la cultura y por su particular significación pueden haber sido declarados monumento nacional o monumento local.

Señala que en la provincia de Cienfuegos hay muchos de estos bienes declarados, en la ciudad de Cienfuegos y en otros municipios.

Señala que de esos monumentos hay algunos situados en el Centro Histórico Urbano y otros en la Zona de Protección, por ejemplo, El Parque José Martí y su entorno, el Palacio Goytizolo (La Catalana), el Palacio Blanco, la Casa de los Leones, la Casa Natal de las Hermanas Giral (Museo Hermanas Giral). Y en la Zona de Protección: La Punta, el Palacio de Valle, La Punta.

Menciona algunos de ellos. Indica a los escolares que en las diapositivas de que disponen tiene las fotografías de muchos de ellos: El Parque José Martí y su entorno, La Punta, el Palacio de Valle, el Palacio Blanco, la Casa Almacén García de la Noceda, el Distrito Naval “Cayo Loco”.

Los escolares identifican y preguntan sobre algunos de los monumentos que se encuentran en la presentación.

Qué hechos ocurrieron en ese distrito.

Los escolares no responden. La maestra les recuerda que ese distrito fue el objetivo ocupado por los rebeldes el 5 de septiembre de 1957 y que de allí partieron los miembros de la Marina que se rebelaron contra la tiranía batistiana.

Señala diferentes edificios y sitios que han sido declarados Monumentos Locales o Monumentos Nacionales.

Se orienta la actividad a realizar con la interpretación de tablas y gráficos que se refieren a los Monumentos Nacionales y Locales de Cienfuegos.

Actividad 4. El Colegio San Lorenzo

La maestra rememora cuáles son los edificios más relevantes que se encuentran en el Parque José Martí y su entorno. Los escolares identifican algunos de ellos:

M: En el entorno del Parque José Martí hay muchos edificios de importancia que ustedes han identificado, todos son grandes y de una construcción muy firme. Observemos la diapositiva:

A1: El Colegio San Lorenzo

M: Observemos lo que escribió José Martí acerca de otros edificios: “Yo amo más una acción noble que un edificio poderoso” en un artículo publicado en 1875.

M: ¿Cómo valoran la importancia histórica del edificio San Lorenzo? ¿Por qué es un edificio poderoso? ¿Por qué se desarrolló en él una acción noble? ¿Qué significado tiene para nosotros los cienfuegueros y los cubanos ese edificio?

Los escolares hicieron las valoraciones expresando los hechos del 5 de septiembre, la maestra les fue facilitando las ayudas en cada caso.

Se indicó analizar en la diapositiva según las variantes de la hoja de trabajo.

Primero la clasificación del triángulo que ocupa el frontón del edificio.

M: Vamos a analizar: ¿Cómo son los lados?

A: Son iguales

M: ¿Los tres son iguales?

A coro: No. Dos son iguales

M: ¿Entonces?

Los alumnos respondieron con facilidad excepto una alumna, que se trata de un triángulo isósceles.

M: ¿Por qué?

A: Porque tiene dos lados iguales

La maestra recordó el teorema de los ángulos interiores de un triángulo.

En las dos variantes se presentaron dificultades en la resolución ya que al tratarse de un triángulo isósceles había que considerar en la ecuación modelo dos ángulos iguales. En la determinación del área del triángulo se presentaron dificultades con la fórmula ya que esos escolares no la recordaban por lo que la maestra empleó niveles de ayuda en todos los casos.

El cálculo de la cantidad de dinero a invertir para restaurar con pintura el frontón tuvo grandes dificultades al tratarse de un problema en los que hubo que hacer tres cálculos.

Actividad 5. El Parque José Martí y su entorno

La maestra inicia la actividad recordando que El Parque José Martí y su entorno está declarado Monumento Nacional.

Les indica que localizan en el mapa de planta el Parque y reconocen que tiene dos manzanas de superficie.

A1: tiene cuatro manzanas.

La maestra indica que tiene una cuadra de Sur a Norte y dos de Oeste a Este.

Les pregunta si recuerdan el número de las calles y avenidas que rodean el Parque.

A1: El Boulevard

A2: La calle del Terry.

La maestra recuerda que son las Avenidas 54 y 56. Y las calles son, la número 25 (Calle de Bouyón) y la 29 (Calle de Santa Isabel).

Se les pidió a algunos escolares que describieran el entorno del Parque José Martí, Monumento Nacional.

A continuación la maestra les indicó individualmente el ejercicio a realizar con el plano de planta del Parque José Martí.

M: ¿Recuerdan cómo se halla el área de un cuadrado?

A4: Lo que mide un lado por el otro.

M: ¿Qué forma tiene el Parque José Martí?

A2: Es un cuadrado

M: No, fíjate bien: ¿Los dos lados son iguales?

A2: No....

M: Recuerden que un lado era de dos cuadras y otro de una cuadra. ¿Cómo se halla el área de un rectángulo?

A3: El lado al cuadrado.

M: No. A ver esa alumna....

A4: Lo que mide un lado por el otro.

M: Bien, quiere decir que si tenemos las dos medidas, podemos hallar la superficie que ocupa un rectángulo. El ejercicio consiste precisamente en eso: en ver qué áreas ocupan el Parque y las calles que están a su alrededor.

Anexo 16. Procesamiento estadístico de la evaluación de los escolares

Muestra: 52 escolares de cuatro grupos de sexto grado de las escuelas Guerrillero Heroico y José Antonio Saco de Cienfuegos

1. Análisis de la variable índice de aplicabilidad matemática

Estadísticos

Índice general		
N	Válidos	52
	Perdidos	0
Media		,7226
Mediana		,7012
Moda		,63

Estadísticos

Índice general		
N	Válidos	52
	Perdidos	0
Error típ. de la media		,02219
Desv. típ.		,16004
Varianza		,026
Asimetría		-,581
Error típ. de asimetría		,330
Curtosis		,829
Error típ. de curtosis		,650
Rango		,78
Mínimo		,22
Máximo		1,00

Prueba de Kolmogorov-Smirnov para una muestra

		Índice general
N		52
	Parámetros normales a,b	
	Media	,7226
	Desviación típica	,16004
Diferencias más extremas	Absoluta	,098
	Positiva	,096
	Negativa	-,098
Z de Kolmogorov-Smirnov		,707
Sig. asintót. (bilateral)		,700

a. La distribución de contraste es la Normal.

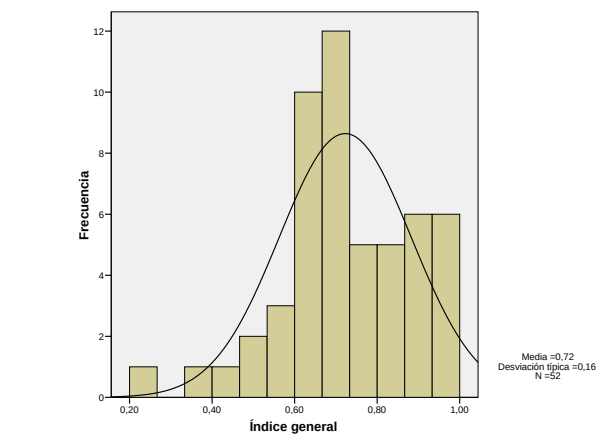
b. Se han calculado a partir de los datos.

Desarrollo de la aplicabilidad

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Mal	8	15,4	15,4	15,4
	Regular	27	51,9	51,9	67,3
	Bien	17	32,7	32,7	100,0
	Total	52	100,0	100,0	

Estadísticos

Desarrollo de la aplicabilidad		
N	Válidos	52
	Perdidos	0
Mediana		2,00



Histograma del comportamiento del ‘índice de aplicabilidad matemática’ en las actividades (N=208)

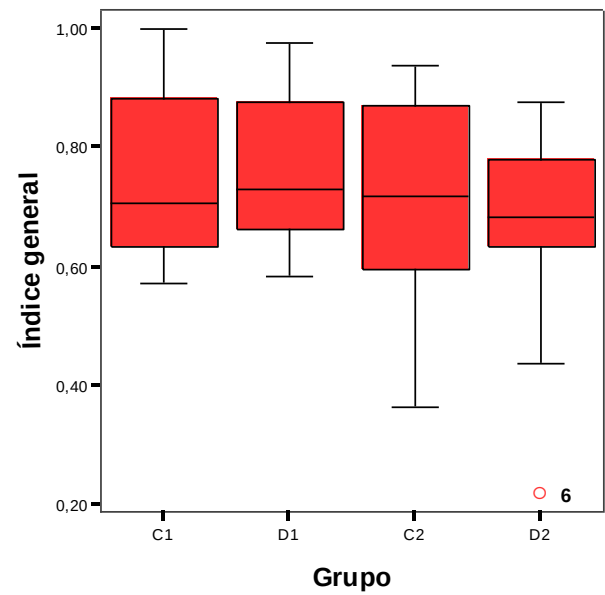
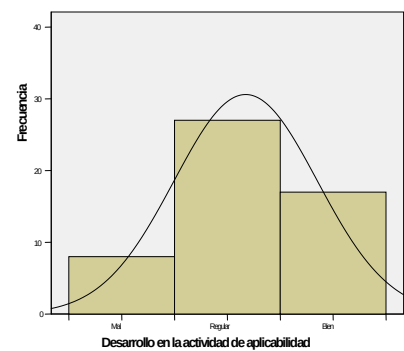


Diagrama de cajas del ‘Índice de aplicabilidad matemática’ por grupos (N=208)



Gráfica de barras que representa la distribución de escolares por las categorías del desarrollo de la aplicabilidad (N=208)

2. Descripción de las variables consideradas en el modelo para la evaluación de los escolares

Estadísticos								
		Nivel de independencia	Identificación del objeto de aplicabilidad	Identificación del objeto matemático	Procedimientos matemáticos	Valoración del objeto de aplicabilidad	Aplicación del objeto matemático	Nivel de desempeño cognitivo
N	Válidos	208	208	208	208	208	208	208
	Perdidos	0	0	0	0	0	0	0
Mediana		2,00	3,00	2,00	2,00	2,50	2,00	2,00

Nivel de independencia					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Dependiente	4	1,9	1,9	1,9
	Parcialmente Dependiente	47	22,6	22,6	24,5
	Parcialmente Independiente	109	52,4	52,4	76,9
	Independiente	48	23,1	23,1	100,0
	Total	208	100,0	100,0	

Procedimientos matemáticos					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No halla resultados	3	1,4	1,4	1,4
	Realiza algunas operaciones	56	26,9	26,9	28,4
	Realiza las operaciones sin expresar adecuadamente los resultados	100	48,1	48,1	76,4
	Halla los resultados	49	23,6	23,6	100,0
	Total	208	100,0	100,0	

Identificación del objeto de aplicabilidad					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Identifica algunas características	12	5,8	5,8	5,8
	Identifica sus características sin relacionarlo con hechos conocidos	72	34,6	34,6	40,4
	Lo identifica	124	59,6	59,6	100,0
	Total	208	100,0	100,0	

Identificación del objeto matemático					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No lo identifica	4	1,9	1,9	1,9
	Identifica algunas características	43	20,7	20,7	22,6
	Identifica sus características sin relacionarlo con conceptos conocidos	82	39,4	39,4	62,0
	Lo identifica	79	38,0	38,0	100,0
	Total	208	100,0	100,0	

Valoración del objeto de aplicabilidad					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No lo valora	1	,5	,5	,5
	Compara con algunos criterios de valor	36	17,3	17,3	17,8
	Compara con los criterios de valor sin elaborar juicios	67	32,2	32,2	50,0
	Lo valora	104	50,0	50,0	100,0
	Total	208	100,0	100,0	

Aplicación del objeto matemático					
		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No lo aplica	3	1,4	1,4	1,4
	Relaciona algunos elementos entre los objetos	57	27,4	27,4	28,8
	Relaciona los elementos pero no elabora conclusiones	101	48,6	48,6	77,4
	Lo aplica	47	22,6	22,6	100,0
	Total	208	100,0	100,0	

3. Análisis de los niveles de desempeño cognitivo según el SECE

Total de preguntas realizadas: 52x10=520

69,80% de respuestas correctas

Estadísticos

Total de respuestas correctas

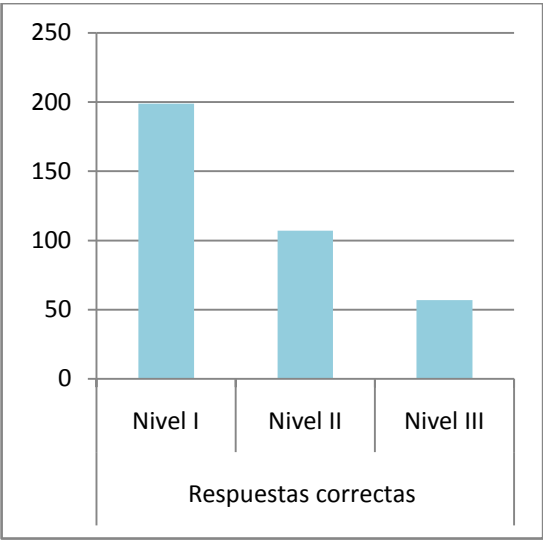
N	Válidos	52
	Perdidos	0
Suma		363

Estadísticos

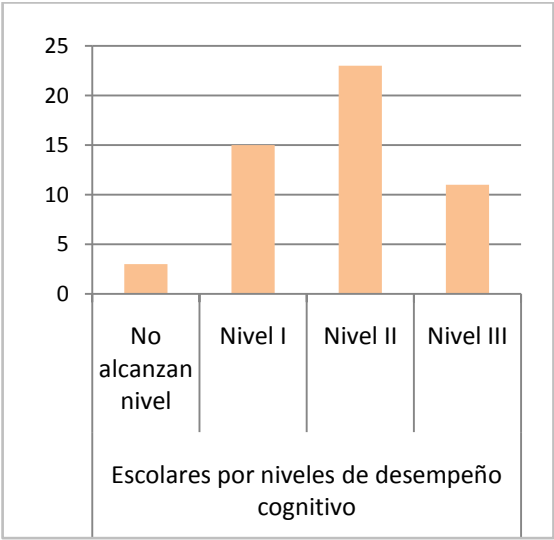
		Respuestas correctas NI	Respuestas correctas NII	Respuestas correctas NIII
N	Válidos	52	52	52
	Perdidos	0	0	0
Suma		199	107	57

Desempeño Cognitivo

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No alcanza nivel I	3	5,8	5,8	5,8
	Nivel I	15	28,8	28,8	34,6
	Nivel II	23	44,2	44,2	78,8
	Nivel III	11	21,2	21,2	100,0
	Total	52	100,0	100,0	



Gráfica de barras de la distribución de las respuestas correctas por niveles de desempeño cognitivo (N=520)



Gráfica de barras de la distribución de escolares por niveles de desempeño cognitivo (N=52)

4. Análisis de asociación entre las variables valoración del objeto de aplicabilidad y la aplicación del objeto matemático

Primero: Análisis de la fiabilidad de las evaluaciones realizadas por dos observadores

Tabla de contingencia Valoración por observador 1 * Valoración por observador 2

Recuento		Valoración por observador 2				Total
		No lo valora	Compara con algunos criterios de valor	Compara con los criterios de valor sin elaborar juicios	Lo valora	
Valoración por observador 1	No lo valora	1	0	0	0	1
	Compara con algunos criterios de valor	0	16	17	3	36
	Compara con los criterios de valor sin elaborar juicios	0	2	56	9	67
	Lo valora	0	0	0	104	104
Total		1	18	73	116	208

Medidas simétricas

	Valor	Error típ. asint. ^a	T aproximada ^b	Sig. aproximada
Intervalo por intervalo R de Pearson	,843	,031	22,511	,000 ^c
Ordinal por ordinal Correlación de Spearman	,872	,029	25,570	,000 ^c
N de casos válidos	208			

- a. Asumiendo la hipótesis alternativa.
- b. Empleando el error típico asintótico basado en la hipótesis nula.
- c. Basada en la aproximación normal.

Tabla de contingencia Aplicación por observador 1 * Aplicación por observador 2

Recuento		Aplicación por observador 2				Total
		No lo aplica	Relaciona algunos elementos entre los objetos	Relaciona los elementos pero no elabora conclusiones	Lo aplica	
Aplicación por observador 1	No lo aplica	3	0	0	0	3
	Relaciona algunos elementos entre los objetos	0	56	1	0	57
	Relaciona los elementos pero no elabora conclusiones	0	0	100	1	101
	Lo aplica	0	0	0	47	47
Total		3	56	101	48	208

Medidas simétricas

	Valor	Error típ. asint. ^a	T aproximada ^b	Sig. aproximada
Intervalo por intervalo R de Pearson	,991	,006	108,618	,000 ^c
Ordinal por ordinal Correlación de Spearman	,991	,006	105,835	,000 ^c
N de casos válidos	208			

- a. Asumiendo la hipótesis alternativa.
- b. Empleando el error típico asintótico basado en la hipótesis nula.
- c. Basada en la aproximación normal.

Estadísticos de contraste

	Valoración por observador 1	Valoración por observador 2
Chi-cuadrado ^a	111,269	159,500
gl	3	3
Sig. asintót.	,000	,000

- a. 0 casillas (,0%) tienen frecuencias esperadas menores que 5. La frecuencia de casilla esperada mínima es 52,0.

Estadísticos de contraste

	Aplicación por observador 1	Aplicación por observador 2
Chi-cuadrado ^a	93,308	92,962
gl	3	3
Sig. asintót.	,000	,000

a. 0 casillas (,0%) tienen frecuencias esperadas menores que 5. La frecuencia de casilla esperada mínima es 52,0.

Segundo: Análisis de asociación entre las variables valoración del objeto de aplicabilidad y aplicación del objeto matemático

Diseño estadístico 3. Pruebas de asociación

Muestra: N₁=52 escolares, N₂= 208 evaluaciones

La variable actividad es nominal, exhaustiva y tiene cuatro categorías y se considerará como variable de agrupación. Las variables objeto de estudio valoración del objeto de aplicabilidad y aplicación del objeto matemático, son variables ordinales con valores de cero a tres.

Variable dependiente: Aplicación del objeto matemático.

Hipótesis estadísticas:

H₀: No existe dependencia entre la valoración del objeto de aplicabilidad y la aplicación del objeto matemático [*rho* de Spearman es nulo, ($\rho=0$) y *d* de Somers es nulo ($d=0$)], significativamente.

H₁: La aplicación del objeto matemático tiene una dependencia directa de la valoración del objeto de aplicabilidad [*rho* de Spearman, no nulo ($\rho\neq0$) y *d* de Somers no nulo ($d\neq0$)] significativamente.

Exploración de la distribución de la frecuencia esperada en la tabla de contingencia

Tabla de contingencia Valoración del objeto de aplicabilidad * Aplicación del objeto matemático

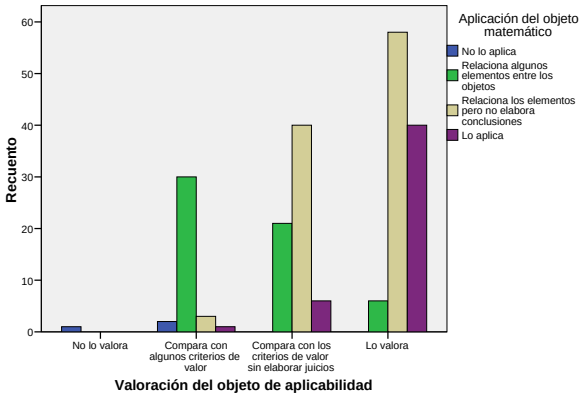
Recuento		Aplicación del objeto matemático				Total
		No lo aplica	Relaciona algunos elementos entre los objetos	Relaciona los elementos pero no elabora conclusiones	Lo aplica	
Valoración del objeto de aplicabilidad	No lo valora	1	0	0	0	1
	Compara con algunos criterios de valor	2	30	3	1	36
	Compara con los criterios de valor sin elaborar juicios	0	21	40	6	67
	Lo valora	0	6	58	40	104
Total		3	57	101	47	208

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	172,442 ^a	9	,000
Razón de verosimilitudes	116,813	9	,000
Asociación lineal por lineal	84,829	1	,000
N de casos válidos	208		

a. 7 casillas (43,8%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es ,01.

Gráfico de barras



Distribución de la valoración del objeto de aplicabilidad respecto a la aplicación del objeto matemático (N=208)

Recodificación de las variables valoración del objeto de aplicabilidad y aplicación del objeto matemático

Tabla de contingencia (R) Valoración del objeto de aplicabilidad * (R) Aplicación del objeto matemático

Recuento		(R) Aplicación del objeto matemático			Total
		Mal	Regular	Bien	
(R) Valoración del objeto de aplicabilidad	Mal	33	3	1	37
	Regular	21	40	6	67
	Bien	6	58	40	104
Total		60	101	47	208

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	104,928 ^a	4	,000
Razón de verosimilitudes	107,722	4	,000
Asociación lineal por lineal	80,417	1	,000
N de casos válidos	208		

a. 0 casillas (,0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 8,36.

Medidas direccionales

			Valor	Error típ. asint. ^a	T aproximada ^b	Sig. aproximada
Ordinal por ordinal	d de Somers	Simétrica	,573	,044	11,643	,000
		(R) Valoración del objeto de aplicabilidad dependiente	,566	,045	11,643	,000
		(R) Aplicación del objeto matemático dependiente	,581	,045	11,643	,000

- a. Asumiendo la hipótesis alternativa.
b. Empleando el error típico asintótico basado en la hipótesis nula.

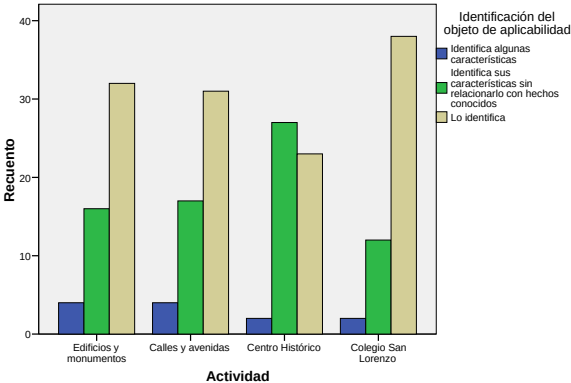
Medidas simétricas

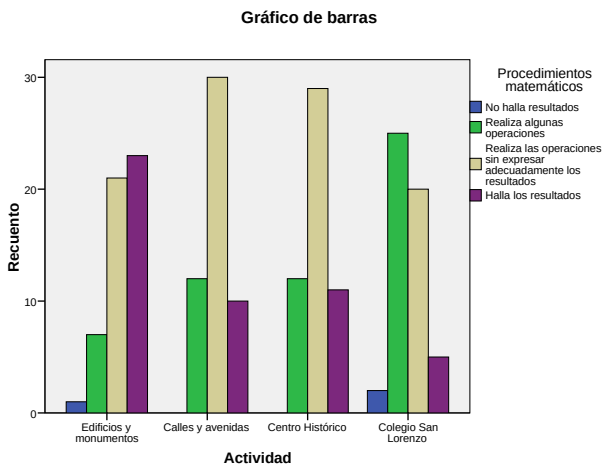
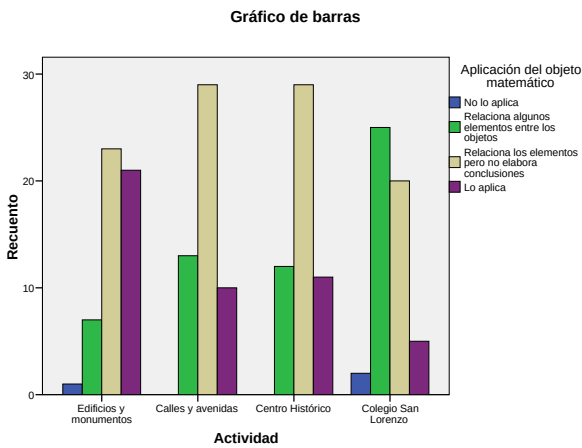
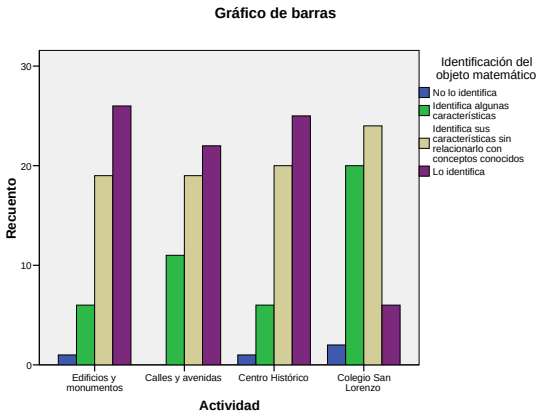
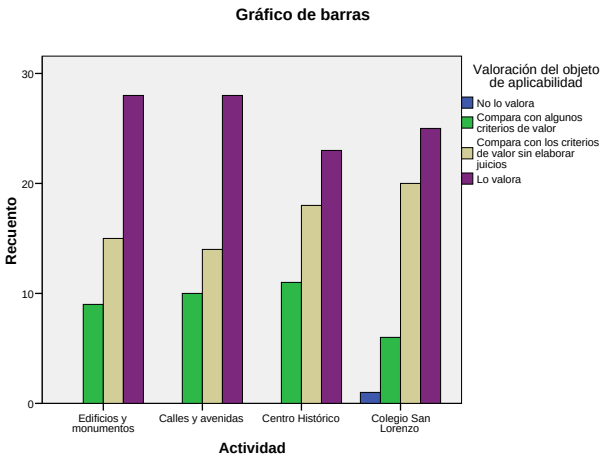
		Valor	Error típ. asint. ^a	T aproximada ^b	Sig. aproximada
Ordinal por ordinal	Tau-b de Kendall	,573	,044	11,643	,000
	Tau-c de Kendall	,535	,046	11,643	,000
	Gamma	,823	,050	11,643	,000
	Correlación de Spearman	,619	,047	11,316	,000 ^c
Intervalo por intervalo	R de Pearson	,623	,044	11,440	,000 ^c
N de casos válidos		208			

- a. Asumiendo la hipótesis alternativa.
b. Empleando el error típico asintótico basado en la hipótesis nula.
c. Basada en la aproximación normal.

5. Relaciones entre las variables de estudio y los patrones temáticos de las actividades

Gráfico de barras





Anexo 17. Entrevista estructurada individual a escolares

Objetivo: Conocer el criterio de los escolares respecto a las actividades realizadas

Muestra: Grupos C1 y D1, ENU Guerrillero Heroico, 7 escolares

Entrevista realizada por la investigadora: Lourdes María Martínez Casanova

Febrero de 2008

Guía de la entrevista

Acerca de las actividades que se han realizado:

1. ¿Qué importancia les atribuyes?
2. ¿Qué has aprendido sobre la Matemática?
3. ¿Qué has aprendido sobre el paisaje urbano de Cienfuegos?
4. ¿Te resultaron útiles y agradables? ¿Por qué?