MECÁNICA

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA.

DEPARTAMENTO DE MECÁNICA.

FIABILIDAD DE MÁQUINAS, EQUIPOS E INSTALACIONES.

AUTOR: MSc. Gabriel Castillo Morales

2006

ÍNDICE.

1.1- INTRODUCCIÓN.

Durante la utilización de un artículo cualquiera sus cualidades iniciales van mermando gradualmente como consecuencia del desgaste natural, del envejecimiento de sus elementos componentes y de la interacción continua con el medio circundante, y es la Teoría de la Fiabilidad la que se ocupa, precisamente, del estudio del comportamiento de los artículos en la explotación, es decir, del cambio de la calidad de estos en el tiempo.

La Teoría de la Fiabilidad es una disciplina científica que se ha formado como consecuencia del estudio teórico y experimental de las regularidades relacionadas con el aseguramiento del trabajo sin fallo de los artículos técnicos. Actualmente la fiabilidad se ha convertido en una ciencia independiente, la cual utiliza varias teorías, apoyándose básicamente en las probabilidades y en la estadística-matemática.

La aplicación de los métodos de la teoría de la fiabilidad a la explotación técnica de los artículos permite resolver importantes problemas de la misma, tales como la determinación de las demandas de reparaciones y consecuentemente, de mano de obra, piezas y materiales para realizarla, la normación de consumo, la corrección de las periodicidades de los mantenimientos, la determinación del tiempo hasta la reparación general y otros importantes problemas que se presentan durante la utilización de dichos artículos. Hoy día fiabilidad es sinónimo de calidad. Puede decirse entonces que la aplicación de los métodos de fiabilidad constituyen un medio eficaz para dirigir eficientemente la explotación técnica de los artículos técnicos.

Es objetivo de este material resumir los aspectos más importantes relacionados con esta teoría y que sirva como bibliografía de consulta durante la impartición del tema de Fiabilidad en la carrera de Ingeniería Mecánica. El mismo ha sido confeccionado a partir de textos, revistas y artículos técnicos que existen sobre el tema, de las normas vigentes hasta la fecha sobre esta materia y de la experiencia de un grupo de profesores que han trabajado en la fiabilidad de las máquinas.

1.2- NOMENCLATURA.

A: Disponibilidad.
D: Dispersión.
E: Valor medio esperado.
f: Función de densidad.
fi: Frecuencia relativa experimental.
F: Función de distribución. Probabilidad de fallo.
Fi: Frecuencia experimental acumulada.
k: Cantidad de intervalos. (*)
n: Cantidad de observaciones. (*)
ni: Frecuencia absoluta experimental.
ni^*: Frecuencia absoluta teórica.
P: Probabilidad.

Pi^*: Probabilidad teórica.
R: Fiabilidad. Probabilidad de trabajo sin fallos.
Rs: Fiabilidad del sistema.
ti: Marca de clase.
V: Coeficiente de variación.
α: Nivel de significación.
χ^2: Chi-Cuadrado.
δ: Error relativo límite.
Δt: Amplitud de los intervalos.
γ: Nivel de confianza.
γ': Probabilidad de confianza.
λ: Intensidad de fallos.
ν: Grados de libertad.
σ: Desviación cuadrática media.

(*): En algunas expresiones este término tiene otro significado, estando debidamente aclarado.

1.3- HOMBRES QUE CREARON LOS FUNDAMENTOS CIENTÍFICOS DE LA TEORÍA DE LA FIABILIDAD.

En este epígrafe expondremos brevemente quienes fueron los autores de la Teoría de las Probabilidades como Ciencia, y por tanto, a quienes les debemos esta herramienta matemática que utilizamos en nuestros días.

PIERRE FERMAT. (1601-1665).
Nació en Beaumont de Lomagne, Francia. Estudió derecho y sólo en sus momentos de ocio se dedicó a las matemáticas, manteniendo correspondencia con los científicos de su época, entre los que gozaba de una elevada reputación como matemático competente. Fermat se destacó en la teoría de los números y se afirma que el cálculo de las probabilidades nace de la correspondencia intercambiada entre él y Pascal. A Fermat se le atribuye la formulación del número de combinaciones que pueden hacerse con (m) elementos de (n) grupos. Esto fue la base para la formulación de la ley de distribución binomial, es decir, que ocurra un suceso (x) veces en (n) observaciones, independientemente del orden en que ocurra el suceso. Hacemos hoy uso de esta ley para calcular la probabilidad de que (x) equipos, de un conjunto de (n), funcionen satisfactoriamente, sabiendo que el funcionamiento regular de los equipos puede caracterizarce por la probabilidad de trabajo sin fallos y la probabilidad de fallos.

JOHN WALLIS. (1616-1703).

Nació en Ashford, Inglaterra. Estudió en Cambridge y fue considerado como el mejor matemático antes que Newton. Trabajó en la cátedra de Geometría de la Universidad de Oxford y fue uno de los fundadores de la Royal Society de Londres. Wallis sustituyó muchos conceptos geométricos por conceptos numéricos y defendió que las demostraciones algebraicas tenían tanta validez como las geométricas. Utilizó por primera vez el símbolo de infinito (∞). Los cálculos de probabilidades realizados por Wallis fueron las bases para que Euler, casi un siglo después, formulará la función Gamma en forma de integral.

BLAISE PASCAL. (1623-1662).

Nació en la ciudad francesa de Clermont - Ferrand. Su padre lo trató de alejar de las matemáticas y que dirigiera sus estudios hacia el latín o las lenguas pero no lo consiguió. Pascal fue un amante de la geometría, la física y la mecánica. Creó la máquina de sumar y restar, construyendo más de 50 modelos. Aún cuando a Pascal se le conoce más por sus estudios sobre las variaciones de la presión con la altitud, y especialmente por su experimento sobre la gravedad, él junto con Fermat están considerados como los padres de la teoría de las probabilidades como ciencia. Pascal fue el primero en formular las sumas en forma de sumatorias (Σ) y con ello la determinación de las funciones de distribución de las variables aleatorias discretas en el cálculo de las probabilidades, siendo la más representativa la probabilidad de que ocurran (x) sucesos o menos en las (n) observaciones realizadas. Hoy esto es aplicado para determinar la probabilidad de que (x) equipos o menos, de un total de (n), funcionen satisfactoriamente, conocida la regularidad del trabajo sin fallos y la de fallo.

CHRISTIAN HUYGENS. (1642-1727).

Nació en La Haya, Holanda y estudió en la Universidad de Leyden. Huygens es más conocido como astrónomo y físico, especialmente por sus estudios sobre la propagación de la luz, que por matemático, destacándose en esto último por la necesidad de utilizarla como herramienta en sus trabajos de física. A Huygens se debe el primer tratado aparecido sobre probabilidades, siendo el primero en hacer estudios sobre la aplicación de escalas logarítmicas a la resolución de problemas analíticos. Sus demostraciones son utilizadas en la actualidad para determinar la probabilidad de fallos para las leyes de distribución Weibull, Normal y Exponencial, determinando el tipo de mantenimiento a ejecutar en cuestión.

ISAAC NEWTON. (1642-1727).

Nació en el pueblo de Woolsthorpe, Inglaterra. Desde niño tuvo especial interés por los juguetes mecánicos. En 1665 se graduó de bachiller en Cambridge y en 1668 obtuvo el grado de maestro. En 1669 obtiene la cátedra de Matemáticas por su talento y logros científicos. Newton ha pasado a la historia básicamente por su formulación de la ley de gravitación universal, por sus razonamientos matemáticos que justifican las tres leyes de Kepler sobre el movimiento de los planetas y por el enunciado de las leyes de la dinámica. Él fijó los fundamentos del cálculo integral introduciendo el término de "integral" al área encerrada entre los límites de las abscisas para una curva definida analíticamente. Fue Newton quien fijó las bases para que ahora consideremos, por ejemplo, en un sistema funcional en redundancia activa parcial para el que es necesario que funcionen al menos (m) componentes de los (n) iniciales, su probabilidad de trabajo sin fallo y la probabilidad de fallo.

GOOT WILHELM LEIBNITZ. (1646-1716).

Nació en la ciudad alemana de Leipzig. A los 14 años concibió la idea de elaborar una combinación de letras del alfabeto, reformando la lógica filosófica. Sobre esto expone su tesis en la Universidad de Altdorf, en la que plantea que todo razonamiento puede expresarse en forma de cálculo. A Leibnitz se le atribuye ser el primer científico en utilizar un método para la resolución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas, que sería la base para la aplicación de los determinantes. Introdujo los términos: diferencial, cálculo diferencial, función, ecuación diferencial y otros más. En 1671 inventó la máquina de hacer sumas, restas, multiplicaciones y divisiones. La aplicación de sus descubrimientos a la fiabilidad permite determinar los máximos, mínimos y puntos de inflexión de la función resultante de dos leyes de distribución definidas por variables aleatorias continuas independientes.

JAKOB BERNOULLI. (1654-1705).

Nació en la ciudad suiza de Basilea en el seno de una familia de excepcionales físicos y matemáticos. Con él comienzan a consolidarse las teorías de las probabilidades de forma científica. En 1713 publica una obra que es considerada como la primera contribución teórica a la teoría de las probabilidades. En esta obra aparece la formulación de la ley del producto de la probabilidad de dos sucesos independientes, primera referencia al análisis de la fiabilidad. Cuando un fallo que corresponde a la probabilidad de ocurrencia (F1) no afecta la ocurrencia de otro (F2) se dice que ambos fallos son independientes entre sí, y la probabilidad de que ocurran al mismo tiempo se define por la multiplicación de ambas probabilidades. Lo anterior puede hacerse extensivo a un número teóricamente infinito de fallos independientes, con lo que esta ley puede aplicarse a funciones de probabilidad de fallos de variables aleatorias discretas y continuas.

ABRAHAM DE MOIVRE. (1667-1754).

Nació en Vitry sur Seine, Francia. A los 21 años fue a vivir a Inglaterra, no volviendo más a Francia. En Inglaterra hizo amistad con el astrónomo Halley y con Newton, además de establecer correspondencia con grandes matemáticos de su época. En 1771 expuso sus ideas acerca de las leyes del azar, y en consecuencia de las leyes de las probabilidades. Estudia la teoría de las permutaciones y combinaciones partiendo de los principios de las probabilidades. Sus análisis fueron de gran interés para Gauss y Laplace casi 100 años después.

JAMES STIRLING. (1692-1770).

Nació en Inglaterra y fue discípulo de Newton. Ha pasado a la historia de las matemáticas por la formulación que lleva su nombre. A partir de sus deducciones Euler formula su función Gamma.

LEONHARD EULER. (1707-1783).

Nació en la ciudad suiza de Basilea. Su padre, que era un buen matemático, indujo a su hijo a que estudiara Teología y Derecho, pero sus aptitudes para las matemáticas atrajeron la atención de Bernoulli, el cual intercedió ante el padre de Euler para que accediera a la formación matemática del hijo. A los 18 años publicó su primera memoria en la que plantea que no es necesario verificar los resultados cuando teóricamente están justificados. Su principal obra, escrita en 1748, presenta en la teoría de las curvas algebraicas la utilización de los símbolos. Euler generalizó la letra (e), inicial de su apellido, como el número para el que su logaritmo neperiano vale la unidad.

PIERRE SIMON LAPLACE. (1749-1827).

Nació en Beaumont en Auge, Francia. A los 16 años comienza sus estudios en la Universidad de Caen y a los 18 fue nombrado profesor de matemáticas de la Escuela Real Militar de París. Además de escribir dos libros importantes (1796 y 1798-1825), recopiló varias memorias sobre probabilidades. Laplace fue el padre de la teoría de las funciones generatrices que dieron el impulso definitivo a la unión de la estadística matemática con las probabilidades. Laplace proporcionó la forma matemática de determinar en las funciones continuas los valores de la media, la desviación típica y el coeficiente de variación, que serviría luego a Gauss para enlazar con las teorías de Laplace. Laplace generalizó en teorema central del límite. Hoy día la resolución de sistemas de ecuaciones se hacen con el uso de la denominada transformada de Laplace, mediante la cual se transforman las ecuaciones diferenciales en ecuaciones algebraicas, caso este que se presenta en la fiabilidad para determinar la probabilidad de trabajo sin fallo de un equipo mantenible, es decir, cuando puede hacerse mantenimiento en tanto sigue el equipo en funcionamiento, sin que incida de forma negativa en su operatividad.

KARL FRIEDRICH GAUSS. (1777-1855).

Nació en la ciudad alemana de Gottingen. Dicen los historiadores que Gauss aprendió a calcular antes de hablar sin ayuda alguna, y que tenía una habilidad especial para los números. Estudió en la Universidad de su ciudad natal donde se interesó por los principios de Newton y de Bernoulli. A los 22 años defendió el doctorado con la demostración de que toda ecuación polinómica tiene al menos una raíz en los coeficientes de la ecuación. Fue el verdadero descubridor de las relaciones entre los valores medios de una variable y sus desviaciones típicas y así formuló la función de densidad que lleva su nombre. Gauss es el iniciador de la representación por el método de los mínimos cuadrados. La aplicación de la distribución de Gauss a estudios de fiabilidad, mantenimiento y mantenibilidad es múltiple, así como al cálculo del número de elementos consumibles y de apoyo logístico al mantenimiento.

SIMEON DENIS POISSON. (1781-1840).

Nació en la ciudad francesa de Pithiviers. En 1798 ingresó en la Escuela Politécnica donde fue el discípulo predilecto de Laplace. Sus principales trabajos fueron el Tratado de Mecánica e Introducción sobre las Probabilidades, en donde incluye la ley de distribución que lleva su nombre, como caso particular de la distribución binomial. Las aplicaciones de la distribución de Poisson a la fiabilidad y al mantenimiento son múltiples.

GEORGE BOOLE. (1815-1864).

Nació en Inglaterra. A los 17 años comenzó sus estudios de matemáticas y en 1849 es nombrado profesor de matemáticas en el Queen's College de Cork, Irlanda. Boole destacó por sus estudios sobre el razonamiento simbólico, punto de partida para otros investigadores. Las matemáticas puras fueron descubiertas por Boole. Los modernos diagramas de decisión sobre qué tipo de mantenimiento es el más idóneo para un equipo en específico están basados en la lógica de Boole.

PAFNUTI LVOVICH CHEBISHEV. (1821-1897).

Al terminar sus estudios en la Universidad de Moscú fue premiado por su obra "Cálculo de las raíces de las ecuaciones" y en 1846 expone su tesis de maestría sobre el análisis elemental de la Teoría de las Probabilidades. Publicó más de 80 trabajos, los cuales están caracterizados por unir problemas científicos con la práctica, con un gran rigor de la exposición sin gran aparato matemático, pero con grandes resultados. Escribió cuatro trabajos sobre la teoría de las probabilidades que han sido reconocidos universalmente y que dieron a esta teoría el rango de ciencia matemática. Las aplicaciones de Chebishev a la fiabilidad están basadas en la teoría de las probabilidades y en la teoría de la integración, en tanto que la utilización de las funciones continuas como funciones de densidad de fallos permiten la determinación de la fiabilidad al alcanzar un equipo industrial un tiempo de funcionamiento dado.

A. A. MARKOV. (1856-1952).
Discípulo de Chebishev, desarrolló la orientación de la teoría de las probabilidades, que son consideradas en todo el mundo como el punto de partida contemporáneo a los problemas de fiabilidad. La aplicación de los procesos o cadenas de Markov se aplican ahora a la gestión del mantenimiento de equipos mantenibles, es decir, que puede hacerse mantenimiento aún cuando estén operando.

KARL PEARSON.
Es el autor de la distribución que denominó "Chi-Cuadrado". La utilización más generalizada de esta distribución es para la determinación de los límites superior e inferior de las desviaciones típicas a partir de la desviación muestral.

W. S. GOSSET.
Este matemático inglés, dedicado a los estudios de la estadística, formuló la función de distribución que denominó "t de Student", seudónimo utilizado en sus trabajos de investigación dedicados al cálculo de probabilidades. Como sabemos, la utilización más idónea de esta distribución es para determinar los límites superior e inferior de las medias poblacionales a partir de la media muestral.

1.4- LA EXPLOTACIÓN TÉCNICA Y EL ESTADO TÉCNICO DE LOS ARTÍCULOS.

La Explotación Técnica se define como la ciencia de ingeniería que estudia las causas y leyes de variación del estado técnico de los artículos en el proceso de su utilización, así como los métodos y medios que aseguren el máximo aprovechamiento de su capacidad de trabajo con los gastos mínimos. Durante su evolución la explotación técnica ha desarrollado sus propios métodos y fundamentos científicos que le permiten desarrollarse como una rama específica del saber y resolver satisfactoriamente los problemas que se presentan en la práctica.

En los últimos años la explotación técnica ha experimentado un avance vertiginoso, motivado fundamentalmente por el desarrollo intensivo de los artículos técnicos y por la necesidad de garantizar una adecuada seguridad y fiabilidad durante su utilización.

Para que cualquier artículo técnico pueda ser utilizado su estado técnico debe corresponder con las normas y especificaciones establecidas por las reglas de la explotación técnica, y es este estado técnico el que define la capacidad de trabajo del artículo, o sea, la aptitud para cumplir las funciones asignadas con los parámetros establecidos.

Aclaremos el concepto de estado técnico. Consideremos a cualquier artículo como una estructura ordenada de elementos vinculados mutuamente y que interactúan de alguna manera entre sí. El vínculo y la interacción de los distintos elementos de esta estructura y entre ellos y el medio circundante pueden ser expresados por sus dimensiones geométricas y por magnitudes físicas, eléctricas, químicas, etc., llamándole a estas magnitudes Parámetros Estructurales o Parámetros de Estado Técnico, identificándose como X_1, X_2, X_3,….X_i. Por tanto, el Estado Técnico de un artículo estará expresado según los valores que tomen, en un momento dado, sus parámetros estructurales.

Cuando se fabrica un artículo se dan a sus parámetros estructurales los valores nominales (Xn) los cuales, durante el proceso de utilización, pueden variar según se muestra en la figura 1.

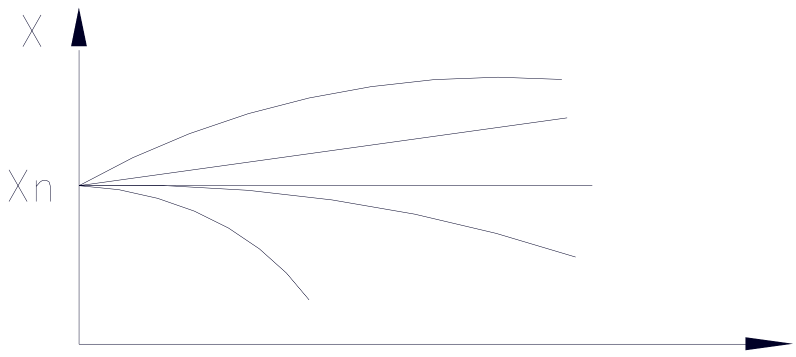


Fig. 1: Ejemplo de variación de los parámetros estructurales.

Esta variación es permitida hasta que el parámetro estructural alcance su valor límite (X_L), determinado este último por aspectos técnico - económicos o por razones de seguridad. La figura 2 muestra lo antes expuesto.

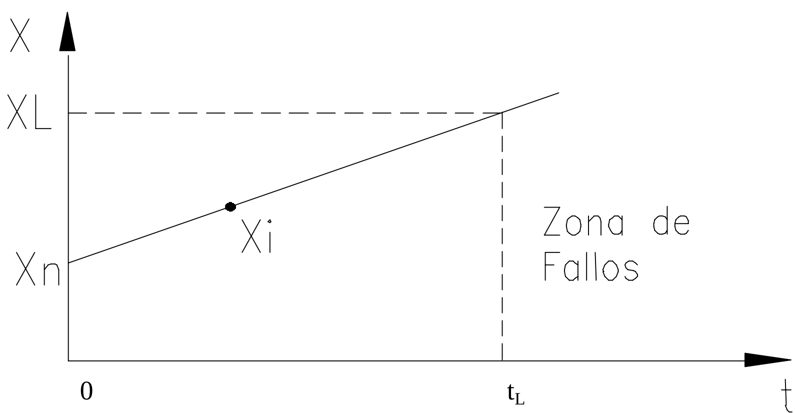


Fig. 2: Variación del parámetro estructural en función del tiempo de explotación.

En cu ructural tendrá un valor instantáneo (Xi) (ver figura 2), de tal forma que al compararlo con su valor nominal (Xn) dará una idea precisa del nivel de capacidad de trabajo, y al compararlo con el valor límite (X_L) informará sobre su recurso residual. De esta manera, podemos denominar ESTADO TÉCNICO al conjunto de desviaciones (ΔX=Xi-Xn) que presentan los parámetros estructurales de sus valores nominales y que determinan el nivel de capacidad de trabajo.

El estado técnico de un artículo se deteriora a lo largo de la etapa de explotación, siendo la causa principal de este cambio el desgaste de sus elementos, caracterizado este por la variación de las formas y dimensiones de las piezas. El desgaste de las superficies de trabajo aumenta las holguras entre las piezas acopladas en movimiento y varía su posición relativa, lo cual altera la regulación de los mecanismos y sistemas y, por consiguiente, los procesos que se desarrollan en los mismos. Asimismo, al variar las dimensiones y formas de las piezas se produce una redistribución de las cargas y un aumento de las presiones específicas en los puntos de contacto, aparecen golpes en las uniones y vibraciones, se acelera el proceso de desgaste y, al aumentar grandemente las holguras puede tener lugar la rotura de las piezas.

Dentro de los factores que más influencia tienen en el cambio del estado técnico de los artículos tenemos:

1. Calidad del diseño y la tecnología de fabricación.
2. Calidad de los materiales de explotación.
3. Condiciones de explotación y regímenes de trabajo.
4. Calidad del servicio técnico.

El análisis de los efectos de estos factores en el cambio del estado técnico de los artículos es siempre interesante, pues posibilita la adopción de medidas eficaces en la explotación, las cuales contribuyen a aumentar la fiabilidad y reducir los costos para el mantenimiento de la capacidad de trabajo de los mismos.

1- <u>Calidad del diseño y la tecnología de fabricación.</u>

La calidad del diseño y la construcción de cualquier artículo se puede valorar a través de su fiabilidad durante el proceso de explotación. Al proyectar un artículo se hace necesario considerar las exigencias futuras de su fiabilidad, influyendo en ella los siguientes factores constructivos:

a) Forma y dimensiones de las piezas, de las cuales dependen las presiones específicas, la concentración de tensiones, la resistencia a la fatiga, a los golpes, etc.
b) Solidez de la construcción, es decir, la capacidad de las piezas (fundamentalmente las básicas) de deformarse insignificantemente bajo las cargas a que están sometidas.
c) Exactitud de la posición relativa de las superficies que trabajan de forma acoplada.
d) Selección correcta de los ajustes, lo cual garantiza la fiabilidad de las uniones fijas y móviles.
e) Estabilidad de las uniones, la cual consiste en la capacidad de las piezas de fijación de conservar los aprietes iniciales durante la explotación. Esto se garantiza empleando materiales de alta calidad en la fabricación de estos elementos, elevando la exactitud en la confección de las mismas, empleando medios de retención, etc.
f) Empleo de materiales de alta calidad en la fabricación de las piezas, factor este muy importante para elevar la fiabilidad de los equipos.
g) Organización racional del control técnico, lo que garantiza que se reduzca considerablemente la posibilidad de que se monten piezas de baja calidad, utilizándose para esto diferentes métodos de defectación.
h) Acabado superficial de las piezas, lo que influye en la resistencia al desgaste de las mismas. El menor desgaste de las superficies de trabajo se obtiene cuando se les da a las mismas la rugosidad óptima para las condiciones específicas de explotación, debido a que la variación de las condiciones de desgaste hacen que varíe esta rugosidad óptima.
i) Tratamiento térmico que se le dé a las superficies de trabajo, influyendo esto en la resistencia al desgaste de las piezas y por ende en su durabilidad.

2- <u>Calidad de los materiales de explotación.</u>

Durante la explotación de los artículos técnicos, sus piezas, mecanismos y sistemas están en contacto permanente con diferentes materiales de explotación, tales como combustibles, lubricantes, líquidos de enfriamiento, etc. Las propiedades de estos materiales y las condiciones en que los mismos son utilizados atenuarán o acelerarán el desgaste y la corrosión de las piezas, por lo que variará el consumo de ellos, así como la productividad de dichos artículos.

3- <u>Condiciones de explotación y regímenes de trabajo.</u>

Las condiciones en las cuales un artículo debe realizar su trabajo están caracterizadas, por lo general, por una gran cantidad de factores, actuando todos ellos de forma simultánea sobre el estado técnico del mismo. Los factores que más influyen son los siguientes:

a- Condiciones viales:

Para el caso del transporte automotor estas condiciones se expresan a través del tipo y estado del revestimiento del camino, su perfil longitudinal, la magnitud y longitud de las pendientes, la intensidad del tránsito, el contenido de polvo en el aire, la visibilidad y otros factores. En dependencia de estos factores varían en amplios rangos las velocidades de rotación del cigüeñal del motor, el aprovechamiento de la potencia desarrollada por éste y el régimen de carga de los agregados de la transmisión, tren de rodaje, suspensión y dirección. Al explotar a los vehículos en condiciones viales difíciles aumentan las cargas sobre sus piezas, lo cual intensifica el desgaste, la fatiga del material y la estabilidad de las uniones y de las regulaciones, lo que provoca la rotura de las piezas en algunos casos.

b- Condiciones climatológicas:

Las condiciones climatológicas están dadas por la temperatura ambiente, la humedad del aire, la presión atmosférica y las precipitaciones. Bajo la acción de las altas temperaturas varían las propiedades físico-químicas de los aceros, aleaciones metálicas, materiales plásticos, etc., y muy particularmente los materiales de explotación, tales como combustibles, lubricantes y líquidos técnicos, cuya durabilidad se reduce considerablemente. La alta humedad relativa del aire favorece el desarrollo de los procesos de la corrosión electroquímica de las piezas, siendo esto más intenso en zonas aledañas a las costas.

c- Regímenes de trabajo:

Los regímenes de trabajo bajo los que se explota un artículo influyen considerablemente en la variación de su estado técnico, entendiéndose por régimen de trabajo a la combinación de los regímenes de velocidad y de carga. El régimen de velocidad influye notablemente en la fiabilidad de los artículos. El desgaste de muchas piezas aumenta de forma exponencial al aumentar la velocidad, siendo más critico para aquellas piezas que trabajen en fricción seca o límite. El régimen de carga influye en la fiabilidad del artículo aunque de forma menos intensa, debido a que el trabajo de fricción es proporcional a la carga cuando el régimen es estable. Durante la explotación deben evitarse al máximo las sobrecargas de los artículos y de sus principales agregados y sistemas, a partir de las reglamentaciones existentes, teniendo especial cuidado en el período de asentamiento. Evidentemente, es deseable que durante el proceso de explotación los artículos trabajen en zonas lo más cercanas posibles a los regímenes más efectivos.

d- Régimen térmico:

El régimen térmico de los agregados y mecanismos del artículo es uno de los factores que más influye en la variación del estado técnico de los mismos y depende directamente de la temperatura ambiente, de los regímenes de carga y de velocidad y de la calidad del servicio técnico. Las piezas de un artículo se recalientan cuando trabajan en regímenes forzados, así como también cuando se alteran las condiciones de fricción de sus elementos debido a alteraciones en las regulaciones o en la lubricación. El recalentamiento en los mecanismos de fricción se produce también como consecuencia de la generación anormal de calor en los mismos al ser sometidos a un trabajo intensivo. Como consecuencia de esto aparecen desperfectos y roturas en las piezas.

4- Calidad del servicio técnico.

La calidad del servicio técnico que se presta a los artículos durante el proceso de explotación influye decisivamente en la conservación de su estado técnico y, por tanto, en la realización efectiva de su fiabilidad y el resto de las cualidades de explotación que posee. El más insignificante desperfecto de un mecanismo o agregado del artículo que no se elimine oportunamente puede traer como consecuencia el aumento gradual del ritmo del desgaste. Por esta razón el sistema de mantenimiento debe organizarce de forma tal que el artículo no salga a trabajar con desperfecto alguno. Para lograr esto es necesario tener establecido el sistema de mantenimiento más efectivo, así como la estrategia de desarrollo para el perfeccionamiento del mismo. La baja calidad en la ejecución de los trabajos de mantenimiento provoca un aumento en la demanda de reparaciones eventuales debido a los fallos que surgen en los diferentes elementos del artículo, lo cual trae como consecuencia la interrupción de la explotación, el aumento de la estadía en taller y, consecuentemente, el aumento de los costos en la explotación.

Como el estado técnico puede ser valorado a partir de los llamados indicadores de calidad, es obvio entonces que estos varíen también. Un ejemplo de esto se muestra en la tabla 1 para el caso específico del transporte automotor.

TABLA 1: Variación de algunos indicadores de calidad en el trabajo de los vehículos.

Años de explotación.	**Variación de los indicadores.**	
	Productividad anual	**Laboriosidad para mantenerlo en buen estado.**
1	100	100
4	75 - 85	160 - 170
8	55 - 60	200 - 215
12	45 - 50	280 - 300

Es natural que a la explotación técnica no sólo le interesen los indicadores de calidad, sino también, la dinámica de cambios de ellos en todo el período de la explotación, puesto que esta variación afecta directamente la fiabilidad y la seguridad de funcionamiento de cualquier artículo. Veamos con más detalles el gráfico de variación de estos indicadores (figura 3)

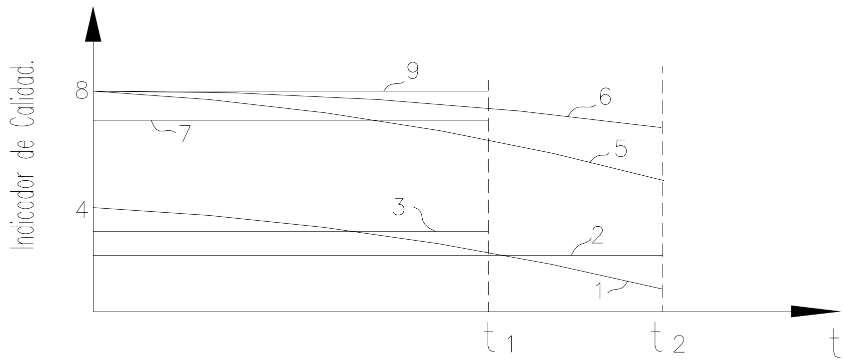


Fig. 3: Formación de la calidad en la producción y explotación de los artículos.

Analicemos un indicador de calidad que varíe según (1) teniendo su valor inicial (4). En los artículos técnicos la mayoría de los indicadores de calidad empeoran con el tiempo. En la medida que el tiempo de trabajo aumenta menor será el valor del indicador. Observe que para el tiempo de trabajo (t_2) el valor promedio (2) del indicador es menor que el valor promedio (3) correspondiente a un tiempo menor (t_1). De aquí se deduce, a priori, que la calidad del artículo se determina por los indicadores iniciales, por la intensidad de sus cambios y por el tiempo de explotación.

Se conoce que el perfeccionamiento en la construcción de los artículos aumenta su fiabilidad. La realización de mejores diseños, la selección de materiales adecuados, el empleo de tecnologías avanzadas, entre otros aspectos, permiten que el valor inicial del indicador de calidad aumente hasta (8), siendo su variación según (5) y su valor promedio hasta el tiempo (t_1) (7).

Además, sobre la calidad del artículo no sólo influye la esfera de la producción, sino también la esfera de la explotación. La elevación de la calificación del personal de mantenimiento, el mejoramiento del sistema de mantenimiento, el perfeccionamiento de los talleres y empresas de mantenimiento, del abastecimiento de piezas y materiales, y de muchos otros factores, permiten que la variación del indicador de calidad sea según (6) con su valor promedio (9) hasta el tiempo (t_1).

De esta forma, la producción y particularmente la explotación influyen activamente sobre los indicadores de calidad. Por tanto, la Explotación Técnica, como ciencia, determina el camino y el método más efectivo de dirección del estado técnico, con el objetivo de:

1. Garantizar la regularidad, seguridad y economía en la labor que se realiza.
2. Garantizar la mayor y más completa realización de las posibilidades técnicas en la construcción de máquinas y equipos.
3. Garantizar un adecuado nivel de fiabilidad durante todo el período de explotación.
4. Optimizar los gastos en materiales y de trabajo.
5. Llevar hasta el mínimo la influencia negativa de las máquinas sobre el medio ambiente.

Es por tanto, la Explotación Técnica, un conjunto de medidas técnicas, económicas y organizativas que garantizan el buen estado técnico de los artículos con los mínimos gastos de trabajo, materiales y recursos, y con la mínima afectación al medio ambiente.

Así pues, a modo de conclusión se puede plantear que:

1. A la esfera de la explotación le interesan no sólo los valores iniciales de los indicadores de calidad, sino además la dinámica de variación de ellos a través del tiempo de servicio del artículo.
2. La calidad de un artículo depende de sus indicadores iniciales, de la dinámica de cambios de estos y del período de servicio del mismo.
3. Sobre los indicadores de calidad influyen tanto la producción como la explotación, estando esta última en condiciones de dirigir activamente la calidad del artículo.
4. Para la dirección de la calidad y fiabilidad de las máquinas es necesario conocer las leyes y principios de los cambios de la calidad y en particular del estado técnico en el tiempo. Toda la información almacenada, después de procesada, es la fuente principal para dirigir y tomar decisiones acertadas.

De esta forma, lo principal en el curso de Explotación Técnica de máquinas y equipos es mostrar las herramientas necesarias para tomar decisiones correctas y científicamente fundamentadas en este campo, posibilitando una elevada fiabilidad y seguridad en el funcionamiento de las máquinas, equipos e instalaciones con los menores gastos y afectando al mínimo al medio ambiente.

1.5- IMPORTANCIA DE LA FIABILIDAD.

La teoría de la fiabilidad es una disciplina científica que se ha formado como consecuencia del estudio teórico y experimental multifacético de las regularidades relacionadas con el aseguramiento del trabajo sin fallos de los artículos técnicos. Actualmente la fiabilidad se ha convertido en una ciencia independiente, la cual utiliza la teoría de las probabilidades, la estadística matemática, la electrónica, la ciencia de los materiales, la teoría de los mecanismos, la teoría del desgaste, la economía y otras más.

Es un hecho cierto que en un inicio a la fiabilidad no se le daba la importancia ni el lugar que le correspondía dentro de la explotación técnica. Muchos ingenieros la veían con cierto escepticismo, tal vez porque habían sido educados en la concepción de que a la ingeniería sólo le interesaba producir artículos, no prestándole mucha atención a la aparición del fallo y sus efectos, ni a la variación del estado técnico. Ellos preferían seguir confiando en su experiencia y no miraban a la fiabilidad como algo que requería especial atención, pero que era muy útil.

Sin embargo, actualmente muchos comienzan a desconfiar de los métodos tradicionales. La competencia, el límite de vida de los artículos, el costo del fallo, el rápido desarrollo de nuevos materiales y tecnologías, la aparición de sistemas cada vez más complejos y las consideraciones de seguridad, hacen que se comience a tomar en serio a la fiabilidad, que se vea como un ingrediente esencial de la ingeniería moderna. Hoy no se puede hablar de calidad sin hablar de fiabilidad.

Es a partir del año 1950 que en los Estados Unidos (E.U.) surge la ingeniería en fiabilidad. El incremento en la complejidad de los sistemas electrónicos militares generaban muchos fallos, los cuales reducían considerablemente la disponibilidad y elevaban los costos de operación.

En esta época surge la tecnología electrónica "Solid State", que ofrecía muchas posibilidades, pero a la par de la miniaturización proporcionaba una gran complejidad, por lo que la fiabilidad era baja, presentándose además grandes problemas con el diagnóstico y la reparación de dichos sistemas. Con estos antecedentes, el Departamento de Defensa de los E.U., conjuntamente con la industria electrónica, forman el grupo consultivo sobre fiabilidad de los equipos electrónicos conocido por las siglas A.G.R.E.E.. Este grupo le daba mucha importancia a las pruebas que debían realizarse para comprobar la calidad de los sistemas y equipos. Nace de esta forma la norma conocida como U.S.Military Standard (MIL-STD-781: Demostración de fiabilidad), la que tuvo gran aceptación y todos los elementos fabricados bajo estos métodos estandarizados fueron llamados HI-RE (Hight Reliability). En 1965 se imprime la norma MIL-STD-785: Programa de Fiabilidad para Sistemas y Equipamientos, integrándose en ella todas las actividades relacionadas con la fiabilidad. A partir de este momento la fiabilidad se extiende por otros países, relacionándose cada vez más con los problemas de la técnica debido a:

1. El incremento en la complejidad constructiva de las máquinas, equipos e instalaciones.
2. Las amplias condiciones de operación.
3. La necesidad de garantizar una elevada disponibilidad y productividad.
4. El creciente grado de mecanización y automatización de los procesos y maquinaria en general.
5. El alto costo de la hora de estadía.

Estos aspectos definen, por si solos, la importancia que tiene la fiabilidad en nuestros días, la cual se encarga de estudiar:

1. Las regularidades del surgimiento del fallo y la recuperación de la capacidad de trabajo de los artículos.
2. La influencia de los factores internos y externos en los procesos que se desarrollan en los artículos.
3. Los métodos para la determinación cualitativa y la valoración de la fiabilidad.
4. Las actividades para aumentar la fiabilidad al diseñar y producir artículos, así como los procedimientos para mantener el nivel necesario de su fiabilidad en el proceso de explotación.

De esto último se desprende un aspecto de gran importancia, la fiabilidad no puede interesar solamente a la Explotación. Las etapas de Diseño y Producción juegan un papel primordial en esto. Estas son en definitiva las etapas de servicio de la fiabilidad, a saber:

Etapa de Diseño: Donde la fiabilidad se engendra. Durante este proceso se debe trabajar en la fiabilidad del futuro artículo, garantizando un alto valor de la misma.

Etapa de Producción: Donde la fiabilidad se asegura a través de la tecnología utilizada. Además, aquí el artículo debe perfeccionarse constructiva y tecnológicamente en base al procesamiento científico de la información estadística de la fiabilidad para las condiciones de prueba y de explotación.

Etapa de Explotación: En esta etapa debe recogerse la información estadística necesaria que permita realizar estudios de fiabilidad. En esta etapa se realizan diferentes actividades (mantenimiento, reparación, trabajos de lubricación, ajustes, regulaciones, etc.) que permitan mantener un nivel de fiabilidad aceptable.

Estas tres etapas se encuentran muy vinculadas entre sí y deben complementarse y enriquecerse mutuamente.

La aplicación de los métodos de la teoría de la fiabilidad constituyen un medio eficaz para dirigir la explotación de los artículos y permite resolver problemas tan vitales como: la determinación de las necesidades de mantenimiento y reparación, la determinación de la demanda de fuerza de trabajo, la determinación de las necesidades de materiales y piezas de repuesto, la corrección de las periodicidades de los mantenimientos, la determinación del tiempo hasta la reparación general, además de otros aspectos pertenecientes a la explotación técnica de los artículos.

1.6- CONCEPTOS BÁSICOS.

ARTÍCULO: Unidad de un producto industrial, el cual puede contarse en piezas o ejemplares.

ARTÍCULO REPARABLE: Artículo que puede ser reparado en caso de producirse un fallo.

ARTÍCULO NO REPARABLE: Artículo que no puede ser reparado en caso de producirse un fallo.

BUEN ESTADO: Estado del artículo que satisface todos los requisitos establecidos.

CAUSA DEL FALLO: Circunstancia que induce o activa un proceso de fallo en el artículo.

DETERIORO: Cese del buen estado del artículo, o de sus partes componentes, debido a la influencia de factores externos que sobrepasan los niveles establecidos en la documentación técnico normalizativa.

EFECTO DE FALLO: Alteración que produce el fallo del artículo en que ocurre.

ESTADO DE CAPACIDAD DE TRABAJO: Es el estado del artículo que le permite cumplir con sus funciones manteniendo sus especificaciones dentro de los límites establecidos.

ESTADO LÍMITE: Estado del artículo en el cual su utilización es interrumpida debido a violaciones insuperables de los requisitos de seguridad, al corrimiento irreversible de sus especificaciones fuera de los límites fijados, a la reducción insuperable de la eficiencia de la utilización por debajo de lo permisible o por la necesidad de efectuar una restauración.

FIABILIDAD: Propiedad que tiene el artículo de cumplir las funciones asignadas, conservando en el tiempo los valores de los requisitos de utilización establecidos dentro de los límites fijados en correspondencia con las condiciones de explotación.

FALLO: Cese de la capacidad de trabajo de un artículo.

El análisis de los fallos constituye el centro de atención de la teoría de la fiabilidad y para poder analizar la naturaleza física, así como para poder elaborar las medidas encaminadas a pronosticarlos, se hace necesario conocer la clasificación de ellos, a saber:

1- <u>Según la causa de su surgimiento:</u>

Fallo por Sobrecarga: Fallo que ocurre a causa de la aplicación de una carga que supera el límite establecido para el artículo.

Fallo Independiente: Fallo de un componente del artículo cuya causa directa o indirecta no es el fallo de otros componentes del mismo.

Fallo Dependiente: Fallo de un componente del artículo cuya causa directa o indirecta es el fallo de otros componentes del mismo.

Fallo de Proyecto: Fallo surgido a causa de deficiencias en el proyecto del artículo.

Fallo de Producción: Fallo surgido a causa de deficiencias en la producción del artículo.

Fallo de Distribución: Fallo surgido a causa de deficiencias en el almacenamiento, transportación y entrega del artículo.

Fallo de Utilización: Fallo surgido a causas del incumplimiento de los requisitos de utilización del artículo.

Fallo Sistemático: Fallo del artículo que se repite frecuentemente por la misma causa y que presenta el mismo proceso de fallo.

2- <u>Según el modo de manifestarse respecto al tiempo:</u>

Fallo Repentino: Fallo caracterizado por la variación brusca de una o varias de las especificaciones del artículo.

Fallo Gradual: Fallo caracterizado por la variación gradual o paulatina de una o varias de las especificaciones del artículo.

Fallo Intermitente: Fallo que se manifiesta repetidamente y durante un período limitado, al final del cual el artículo recobra su estado de capacidad de trabajo sin haber sido sometido a reparación.

3- <u>Según el modo de manifestarse respecto a su intensidad:</u>

Fallo Total: Fallo que inhabilita completamente al artículo para el cumplimiento de las funciones establecidas hasta su ulterior reparación.

Fallo Parcial: Fallo que determina que una o varias funciones de las especificaciones del artículo se encuentren fuera de los límites establecidos, pero que no imposibilita su utilización.

4- <u>Según sus consecuencias:</u>

Fallo Crítico: Fallo susceptible de causar perjuicios significativos a las personas o daños económicos importantes.

Fallo Mayor: Fallo no crítico susceptible de reducir sensiblemente el cumplimiento, por parte del artículo, de las funciones asignadas a él.

Fallo Menor: Fallo no crítico que no reduce sensiblemente el cumplimiento, por parte del artículo, de las funciones asignadas a él.

5- <u>Según la combinación de su intensidad y rapidez de ocurrencia:</u>

Fallo Catastrófico: Fallo del artículo que es a la vez repentino y total.

Fallo por degradación: Fallo del artículo que es a la vez gradual y parcial. Con el tiempo este tipo de fallo puede convertirse en fallo total.

MODO DE FALLO: Manifestación observable en el artículo que es el resultado de un proceso de fallo en operación.

MANTENIMIENTO: Conjunto de acciones que se le efectúan a un artículo para mantenerle su buen estado.

MOMENTO DE FALLO: Instante en el cual se produce el fallo del artículo.

PLAZO DE SERVICIO: Duración calendaria establecida de la utilización del artículo desde el inicio de su utilización o desde su restauración hasta llegar al estado límite.

PROCESO DE FALLO: Conjunto de los fenómenos que origina un fallo del artículo.

RECURSO TÉCNICO: Trabajo útil del artículo desde el inicio de su utilización o desde su restauración hasta llegar al estado límite.

REPARACIÓN: Conjunto de acciones que se le efectúan a un artículo después de ocurrido el fallo, destinado a restituirle su buen estado.

RESTAURACIÓN: Conjunto de acciones que se le efectúan a un artículo para restituirle su buen estado.

TRABAJO ÚTIL: Duración o volumen de trabajo del artículo.

1.7- BASES MATEMÁTICAS DE LA FIABILIDAD.

Cualquier evento tiene una probabilidad de ocurrencia, la que puede estar entre (0) y (1). Desde este punto de vista, el valor (0) significa que el evento no ocurrirá y el (1) que si. Por ejemplo, que salga "cara" en una moneda tiene un (1/2) de probabilidad de ocurrencia, así como las seis caras de un dado tienen la misma probabilidad de salir, es decir (1/6). El resultado obtenido del tiro anterior no influye en nada el resultado del próximo tiro. Quiere esto decir que estos eventos ocurren aleatoriamente. En muchos sistemas, tales como los de producción de artículos, la probabilidad de ocurrencia de un evento dado sólo puede determinarse apoyándose en la estadística.

La probabilidad de ocurrencia de un evento puede definirse de dos formas:

1. Si un evento puede ocurrir en (N) formas igualmente probables, y si el evento con atributo (A) puede suceder en (n) de esas formas, entonces la probabilidad de ocurrencia de (A) será:

   $$P(a) = n / N \qquad (1)$$

2. Si, en un experimento, un evento con atributo (A) ocurre (n) veces de (N) posibles, entonces como (N) es mayor, la probabilidad del evento (A) se aproxima al valor (n/N), es decir:

   $$P(A) = \lim_{n \to \infty} (n / N) \qquad (2)$$

La primera definición abarca los eventos independientes igualmente probables, como la moneda, el dado, la ruleta, etc. La segunda definición cubre los casos típicos del control de la calidad y la fiabilidad.

Para valorar la fiabilidad de cualquier artículo se pueden aplicar dos métodos: el matemático-probabilístico y el matemático-estadístico. Por esta razón en fiabilidad se trabaja con cierta incertidumbre, declarándose acerca de la probabilidad de ocurrencia del evento analizado, utilizándose además los llamados intervalos de confianza.

El concepto de fiabilidad, como probabilidad, significa que cualquier prueba para verificar la calidad del artículo debe contener el uso de métodos estadísticos. Entiéndase, por tanto, que la estadística es la base del progreso, excepto para los casos especiales; cuando la fiabilidad es perfecta (nunca ocurrirá el fallo); o cuando la fiabilidad es cero (nunca trabajará el artículo).

Para entender con más claridad lo antes expuesto veamos el siguiente ejemplo. Para fines prácticos un martillo es 100 % fiable si es usado para clavar algo (este es su destino), pero su fiabilidad será cero si es utilizado para detener a un tren. Si lo usamos para romper rocas su fiabilidad puede tomar un valor entre 0 y 100 %. En ingeniería debe asegurarse siempre un 100 % de fiabilidad, aunque la experiencia dice que esto no sucede así.

REGLAS DE LAS PROBABILIDADES.

Para utilizar los métodos estadísticos empleados en fiabilidad se hace necesario dominar las reglas generales de las probabilidades, a saber:

1. La probabilidad de que el evento (A) ocurra se denota como P(A).
2. La probabilidad conjunta de ocurrencia de (A) y (B) se denota como P(AB).
3. La probabilidad que (A) o (B) ocurran se denota como P(A+B).
4. La probabilidad condicional de que ocurra (A), dado que (B) ha ocurrido, se denota como P(A/B).
5. La probabilidad de que (A) no ocurra se denota como:

   $$P(\bar{A}) = 1 - P(A) \tag{3}$$

6. Si, y sólo si, los eventos (A) y (B) son independientes, entonces:

   $$P(A/B) = P(A/\bar{B}) = P(A) \tag{4}$$

   y

   $$PB/A) = P(B/\bar{A}) = P(B) \tag{5}$$

   Esto quiere decir que P(A) no está condicionada con la ocurrencia de (B), y viceversa.

7. La probabilidad conjunta de ocurrencia de dos eventos independientes (A y B) es el producto de las probabilidades individuales, es decir:

   $$P(AB) = P(A) * P(B) \tag{6}$$

   Esto es llamado regla del producto o regla de las series.

8. Si el evento (A) y el (B) son independientes, entonces:

   $$P(A/B) = P(A) * P(B/A) = P(B) * P(A/B) \tag{7}$$

   Quiere esto decir que la probabilidad de que ocurra (A) por la probabilidad de ocurrir (B), dado que (A) ya ocurrió, o viceversa.

Si P(A) ≠ 0, entonces:

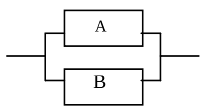
$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \qquad (8)$$

9. La probabilidad que ocurra cualquiera de los dos eventos (A o B) es:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB) \qquad (9)$$

10. La probabilidad de ocurrencia de (A) o (B), si son eventos independientes es:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A) * P(B) \qquad (10)$$



Puede suceder que (A) o (B), o (A) y (B) trabajen para que el sistema funcione. Si (R(t)s) es la probabilidad de trabajo sin fallos del sistema, entonces (F(t)s=1-R(t)s) es la probabilidad de fallos.

De tal forma que la probabilidad de fallo del sistema (F(t)s) representa la probabilidad conjunta de que fallen (A) y (B), es decir:

$$F(t)s = [1 - P(A)] * [1 - P(B)] \qquad (11)$$
$$F(t)s = 1 - P(A) - P(B) + P(A) * P(B) \qquad (12)$$
$$R(t)s = 1 - F(t)s = P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A) * P(B) \qquad (13)$$

11. Si los eventos (A) y (B) son mutuamente excluyentes, es decir (A) y (B) no pueden ocurrir simultáneamente, entonces:

$$P(AB) = 0 \quad y \quad P(A+B) = P(A) + P(B) \qquad (14)$$

12. Si la probabilidad de eventos múltiples y mutuamente excluyentes (Bi) dan la probabilidad de ocurrencia del evento (A), entonces:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(ABi) = \sum_{i=1}^{n} P(A/Bi) * P(Bi) \qquad (15)$$

13. Reagrupando la expresión (7) tenemos que:

$$P(A/B) = \frac{P(A) * P(B/A)}{P(B)} \qquad (16)$$

Esta es la forma simple del teorema de Bayes, siendo la expresión general la siguiente:

$$P(A/B) = \frac{P(A) * P(B/A)}{\sum_{i=1}^{n} P(B/Ei) * P(Ei)} \qquad (17)$$

siendo (Ei) el i-ésimo evento.

Los procesos productivos están influenciados por una gran cantidad de factores, muchos de ellos de carácter casual, que hacen de los indicadores que los describen variables aleatorias, y de acuerdo con la información que se posea de estas variables aleatorias, estaremos en el campo de las probabilidades o de la estadística. En las probabilidades se parte del conocimiento de la población para deducir el comportamiento de la muestra (se va de lo general a lo particular). Por su parte, en la estadística se parte del conocimiento y análisis de la muestra para deducir el comportamiento de la población (de lo particular a lo general). En todos los casos estaremos trabajando con variables aleatorias. Entiéndase por Variable Aleatoria aquella que como resultado de un experimento toma uno u otro valor previamente desconocido y que depende de factores fortuitos.

Las variables aleatorias pueden ser discretas (son las variables que pueden tomar solamente valores aislados del conjunto finito o del calculado de los números reales) o continuas (son las que pueden tomar cualquier valor en un intervalo finito o infinito). Para describir el comportamiento de las variables aleatorias se utiliza la Ley de Distribución, que no es más que la relación que existe entre los posibles valores de la variable aleatoria y sus probabilidades correspondientes. Esta ley de distribución tiene dos formas de expresarse, una es mediante la función de distribución y la otra mediante la función de densidad.

La Función de Distribución (F(x)) es la probabilidad de que la variable aleatoria tome valores menores o iguales que una magnitud dada, es decir:

$$F(x) = P(x \leq A) \qquad (18)$$

Esta función de distribución posee las siguientes propiedades:

1. La función de distribución es una función creciente de su argumento:

   Si $X_2 > X_1$ entonces $F(X_2) > F(X_1)$.

2. Evaluada para $(-\infty)$, toma el valor de cero:
   $F(-\infty) = 0$

3. Evaluada para $(+\infty)$ es igual a la unidad:

F(+∞) = 1

4. La función de distribución es siempre positiva.

El gráfico de la función de distribución se muestra en la siguiente figura.

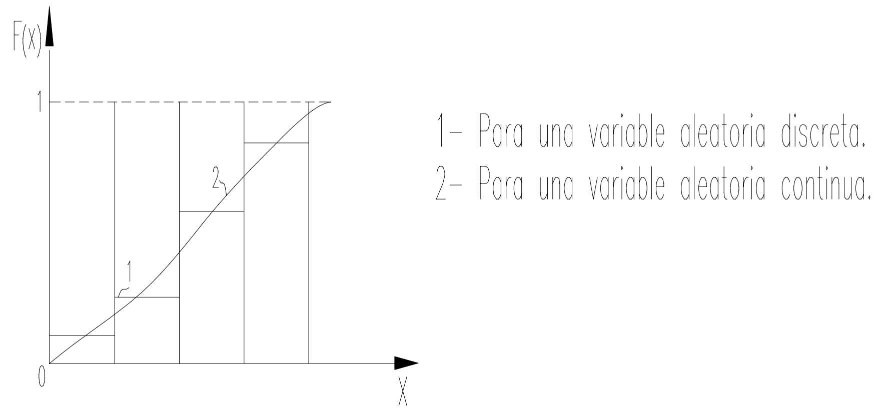


Fig. 4: Función de distribución.

Por su parte, la Función de Densidad (f(x)) se define como la primera derivada de la función de distribución, o sea:

$$f(x) = \frac{F(x)}{dx} \tag{19}$$

Las principales propiedades de la función de densidad son:

1. Esta función es siempre positiva:

   f(x) > 0 para todo valor de x.

2. La suma de todas las probabilidades es igual a la unidad:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$$

La representación gráfica de la función de densidad se muestra en la siguiente figura.

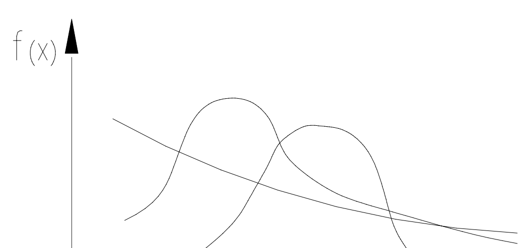


Fig. 5: Ejemplos de la función de densidad.

En ocasiones es necesario determinar la probabilidad de que una variable aleatoria (x) tome valores en un intervalo dado, según se muestra en la figura 6

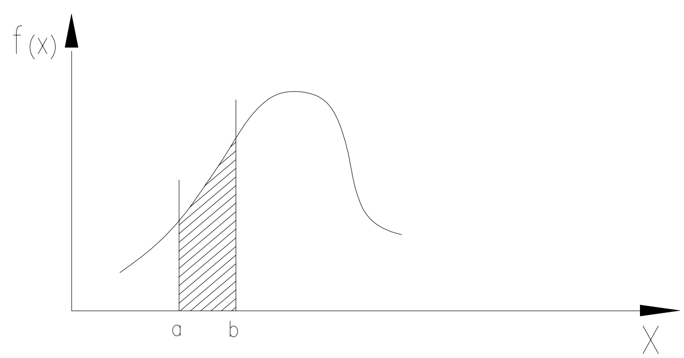


Fig. 6: Análisis de la probabilidad de que la variable (X) se encuentre entre a y b.

En este caso la función de distribución se puede expresar de la siguiente forma:

$$P(a < x < b) = F(x) = F(b) - F(a) \qquad (20)$$

o

$$F(x) = \int_a^b f(x)dx \qquad (21)$$

En la práctica, la función de distribución representa la probabilidad de que el evento analizado ocurra, denotándose por (F(t)). Su función inversa será entonces la probabilidad de que el evento no ocurra, denotándose como (R(t)). Por lo tanto la suma de ambas probabilidades será igual a uno, siendo esta una de las expresiones más utilizadas en la teoría de la fiabilidad, o sea:

$$R(t) + F(t) = 1 \qquad (22)$$

En aquellos casos donde lo que se analiza es el fallo del artículo la función de distribución recibe el nombre de Probabilidad de Fallo y su función inversa Probabilidad de Trabajo sin Fallo. Ambas funciones caracterizan diferentes magnitudes aleatorias en la teoría de la fiabilidad, como pueden ser el tiempo de trabajo hasta el fallo, el plazo de servicio, el tiempo de reparación, el tiempo de conservación, etc.

1.8- METODOLOGÍA PARA EL CÁLCULO DE LOS ÍNDICES SIMPLES DE FIABILIDAD.

Realizar un estudio de fiabilidad siempre tendrá como fin obtener una serie de indicadores que posibiliten mejorar el proceso de explotación de los equipos, máquinas o instalaciones. Para determinar los indicadores simples más empleados en la fiabilidad se recomienda seguir la siguiente metodología:

1. Recopilación de la información.
2. Trabajo con los datos experimentales.
3. Construcción de la tabla estadística.
4. Planteamiento de la hipótesis sobre la subordinación de los datos experimentales a una ley de distribución.
5. Cálculo de los estadígrafos de la distribución.
6. Determinación de la función de densidad de la distribución.
7. Determinación de los parámetros teóricos de la ley.
8. Criterios de bondad y ajuste para la comprobación de la hipótesis.
9. Cálculo de los indicadores simples de fiabilidad.

A continuación pasaremos a explicar los aspectos más significativos relacionados con cada uno de estos pasos.

1.8.1- RECOPILACIÓN DE LA INFORMACIÓN.

En la práctica la recopilación de la información respecto a los fallos, condiciones de explotación, tiempos, etc., puede realizarse utilizando algunos de estos métodos:

1. Método Experimental-Estadístico.
2. Analítico.

El método experimental-estadístico se fundamenta en la utilización de los datos estadísticos acerca de la "producción" real ejecutada en un período anterior al momento de realizar el estudio. Por supuesto, cuanto más datos se tengan y cuanto más exactos sean, se obtendrán resultados más verídicos. Por la esencia de este método se dice que el mismo tiene un carácter pasivo, pues no considera los nuevos logros tecnológicos, de organización y de producción. Sin embargo, tiene como ventaja que es un método muy rápido, pues en poco tiempo se puede disponer de toda la información necesaria, y por tanto, de los resultados finales.

Por su parte, el método analítico se basa en la recogida directa de toda la información necesaria por parte del investigador, siendo este el que controla la toma de los datos. La aplicación de este método presupone el análisis previo de la estructura y contenido de cada operación, la secuencia de su cumplimiento, la capacidad productiva del equipamiento tecnológico, así como los métodos y procedimientos de trabajo. Por todo esto se plantea que este método tiene un carácter activo. Su principal desventaja radica en que se necesita de mucho tiempo (años) para recopilar toda la información necesaria.

La información principal a recopilar, independientemente del método utilizado, es la siguiente:

1. Tipo de artículo y datos técnicos.
2. Duración del trabajo en buen estado hasta la aparición del fallo.
3. Régimen de trabajo del artículo.
4. Condiciones externas de trabajo.
5. Carácter del fallo.
6. Motivos de la aparición del fallo.
7. Indicación del volumen y duración de las operaciones de reparación.
8. Calificación de los obreros.
9. Otros aspectos que sean de interés del investigador.

Un aspecto importante al realizar un estudio de fiabilidad lo constituye el tamaño de la muestra que se debe tomar para que los resultados sean fiables, existiendo para esto dos opciones, trabajar con el 100 % de los artículos (con toda la población) o trabajar con una muestra de (n) artículos.

Trabajar con el 100 % de los artículos es aconsejable cuando el daño ocasionado, aún por pequeños errores del muestreo, es muy grande; o cuando se disponga de mucho tiempo y se quiera analizar a todos los artículos. Esta variante es recomendable cuando la cantidad de artículos del mismo tipo es pequeña.

La cantidad de artículos a ensayar, cuando se trabaja con una muestra de (n) artículos, depende del plan de observación que se escoja. En la siguiente tabla se muestran cuales son los planes de observación con que mayor frecuencia se trabaja en la fiabilidad.

TABLA 2: Planes de observación y sus características.

Símbolo del plan de observación	Características
(n, U, n)	Plan en el cual se ensayan (n) artículos, no se sustituyen ni reparan los artículos que fallan y el ensayo se detiene tan pronto fallen los (n) artículos.
(n, U, r)	Plan en el cual se ensayan (n) artículos, no se sustituyen ni reparan los artículos que fallan y el ensayo se detiene tan pronto ocurran los (r) fallos.
(n, U, t)	Plan en el cual se ensayan (n) artículos, no se sustituyen ni reparan los artículos que fallan y el ensayo se detiene al transcurrir el tiempo de ensayo (t).
(n, R, r)	Plan en el cual se ensayan (n) artículos, los que fallan se sustituyen por nuevos y el ensayo se detiene tan pronto ocurran los (r) fallos.
(n, R, t)	Plan en el cual se ensayan (n) artículos, los que fallan se sustituyen por nuevos y el ensayo se detiene al transcurrir el tiempo de ensayo (t).
(n, M, r)	Plan en el cual se ensayan (n) artículos, los que fallan se sustituyen o reparan y el ensayo se detiene tan pronto ocurran los (r) fallos.
(n, M, t)	Plan en el cual se ensayan (n) artículos, los que fallan se sustituyen o reparan y el ensayo se detiene al transcurrir el tiempo de ensayo (t).

La selección del plan de observación depende del tipo de artículo, de los objetivos de la selección, de los índices de fiabilidad que se quieran evaluar, de las condiciones de explotación y de factores técnico-económicos. En la siguiente tabla se brindan algunas recomendaciones al respecto.

TABLA 3: Recomendaciones para la selección del plan de observación.

Distribución de la variable aleatoria.	Índices de fiabilidad a evaluar.	Plan de observación.
Weibull, Exponencial y Normal	Índices medios (tiempo medio de trabajo hasta y entre fallos, recurso medio, plazo de servicio medio).	(n, U, n)
Weibull y Exponencial	Índices Gamma (recurso gamma, plazo de servicio gamma), probabilidad de trabajo sin fallo.	
Desconocida	Índices Gamma, probabilidad de trabajo sin fallo.	(n, U, r)
Weibull, Exponencial y Normal	Índices medios de fiabilidad.	(n, U, t)
Exponencial	Índices medios de fiabilidad.	(n, R, r)
Exponencial	Índices medios de fiabilidad.	(n, R, t)
Exponencial	Índices medios de fiabilidad.	(n, M, r)
Desconocida	Coeficiente de disponibilidad.	
Exponencial	Índices medios de fiabilidad.	(n, M, t)

Para la determinación del número mínimo de observaciones (n), según el plan de observación, se parte de la determinación de los siguientes datos iniciales:

a) Nivel de confianza (γ) para la evaluación de la fiabilidad. Se recomienda que este valor se asuma del conjunto (0.80; 0.90; 0.95 y 0.99).
b) Error relativo límite (δ) para la evaluación del correspondiente índice de fiabilidad. Se recomienda que cuando este valor no coincida con algunos de la serie (0.05; 0.10; 0.15 y 0.20) se aproxime al valor inmediato superior.
c) Coeficiente de variación (v).

DETERMINACIÓN DE LA CANTIDAD DE ARTÍCULOS A ENSAYAR SEGÚN LOS PLANES DE OBSERVACIONES.

1- PLAN DE OBSERVACIÓN (n, U, n).

El número de artículos a observar para la evaluación de los índices medios de fiabilidad (tiempo medio hasta el fallo, recurso medio, plazo de servicio medio, etc.) se determina según la ley de distribución que siga la variable aleatoria estudiada. Para la ley de distribución Weibull o Exponencial (v=1) la cantidad de artículos se determina según la tabla 1 del anexo, teniendo como datos (δ),(γ) y (v). Para la ley de distribución Normal esta determinación se realiza según la tabla 2 del anexo.

Al evaluar índices gamma (recurso gamma, plazo de servicio gamma, etc.) la selección del tamaño de la muestra (n) se realiza por la tabla 3 del anexo cuando la distribución es Normal, teniendo en cuenta la probabilidad gamma preestablecida (γ/100). Para las distribuciones Weibull y Exponencial esta selección se realiza según los siguientes pasos:

1. Establecer el valor del coeficiente auxiliar (v') (v' ≤ 0.4) y el número (n'), teniendo en cuenta las recomendaciones de la tabla 3 del anexo.
2. En la tabla 3 del anexo, con los valores de (γ/100), (γ), (v') y (n') se determina el valor auxiliar (δ').
3. De la tabla 2 del anexo, con los valores de (γ), (v') y (n') se determina el valor auxiliar ($\bar{\delta}'$).
4. Calcular el error relativo límite ($\bar{\delta}$) como:

$$\bar{\delta} = \bar{\delta}' * \frac{\delta}{\delta'} \qquad (23)$$

5. Para el valor de ($\bar{\delta}$) calculado, y con los valores de (γ) y (v) se determina (n) por la tabla 1 del anexo.

2- PLAN DE OBSERVACIÓN (n, U, r).

El número de artículos a observar para la evaluación de los índices gamma o de la probabilidad de trabajo sin fallo (R(t)), cuando la distribución es desconocida, se determina por la tabla 4 del anexo, siendo los datos iniciales (γ), (γ/100) o (R(t)) y el número de fallos (r).

Este número de fallos (estado límite) para la evaluación de los índices gamma o de la probabilidad de trabajo sin fallo se determina por la tabla 4 del anexo, partiendo de que el número de artículos a observar sea conocido. Si al observar los (n) artículos, los resultados que se obtengan de la probabilidad de trabajo sin fallo son mayores que el valor dado, el número de fallos (r) se recalcula de acuerdo a la tabla 4 del anexo para el nuevo valor de (R(t)), continuándose la observación.

3- PLAN DE OBSERVACIÓN (n, U, t).

El número de artículos a observar para la evaluación de los índices medios de fiabilidad se determina por la tabla 5 del anexo para las leyes de distribución Weibull y Exponencial, y por la tabla 6 del anexo para la ley Normal.

En estos casos se necesita establecer los valores de (δ), (γ) y (v) como datos iniciales. Además se hace necesario determinar un valor (x), que es la relación entre la duración del tiempo de observación (t) y el valor del índice de fiabilidad evaluado ($\bar{t}$), es decir:

$$x = \frac{t}{\bar{t}} \qquad (24)$$

Si de acuerdo a los resultados obtenidos en la observación de los (n) artículos considerados el valor de (x) que se obtiene es menor que el dado entonces el número de observaciones (n) se ajusta al valor menor de (x) hallado por las tablas (5 y 6) según el tipo de distribución.
Es común para este plan de observación prefijar el número de artículos (n) a ensayar y determinar entonces el tiempo de la observación (t).

4- PLAN DE OBSERVACIÓN (n, R, r).

Cuando la variable aleatoria sigue una distribución Exponencial, la determinación del número de fallos para la evaluación de los índices medios de fiabilidad se determina según la tabla 7 del anexo, teniendo como datos iniciales a (δ) y (γ).

5- PLANES DE OBSERVACIÓN (n, R, t) y (n, M, t).

El tiempo de observación (t) para evaluar índices medios de fiabilidad se determina según la siguiente expresión:

$$t = \frac{x * \bar{t}}{n} \tag{25}$$

donde:
t: Tiempo de observación.
x: Valor de la relación entre la duración del tiempo de observación y el valor del índice medio de fiabilidad.
$\bar{t}$: Valor del índice medio de fiabilidad.
n: Número de artículos observados.

El valor de (x), suponiendo que la variable siga una distribución Exponencial, se determina por la tabla 8 del anexo, teniendo como datos a (δ) y (γ).

6- PLAN DE OBSERVACIÓN (n, M, r).

Cuando la variable aleatoria sigue una distribución desconocida, el número de fallos (r) para la evaluación del coeficiente de disponibilidad se determina según la tabla 9 del anexo. Los datos iniciales son (δ), (γ), (v) y el coeficiente de variación (v_B) de la distribución del tiempo de reparación de los artículos.

A continuación se dan algunas recomendaciones para la aplicación de los planes de ensayo.

a) Si en la planificación de los ensayos sobre la fiabilidad de los artículos se requiere determinar los índices de fiabilidad, tiempo medio entre fallos, recurso medio y otros, se recomienda la utilización de ensayos en el tiempo, en cuyo proceso se observa el trabajo útil de los artículos que se ensayan, pudiéndose dividir este en tiempos entre fallos.
b) Si se requiere solamente determinar la probabilidad de trabajo sin fallo de los artículos, entonces se recomienda determinar solamente la cantidad de los ensayos y de los fallos o la cantidad total de artículos que se ensayan y el número de ellos que fallaron.
c) Antes de seleccionar el plan de ensayo para el caso de los ensayos de control de la fiabilidad de los artículos, debe establecerse claramente los criterios para la aceptación o rechazo del lote.

1.8.2- TRABAJO CON LOS DATOS EXPERIMENTALES.

Independientemente del evento que se esté analizando se hace necesario, en primer lugar, ordenar los valores recopilados de menor a mayor, es decir, representar los datos en forma de serie estadística. Lo básico es tener bien definidos el valor máximo y el mínimo de la muestra recopilada. En muchos casos se establecen los límites de los intervalos obviándose entonces este procedimiento.

1.8.3- CONSTRUCCIÓN DE LA TABLA ESTADÍSTICA.

La tabla estadística permite tener organizados los principales datos y resultados que se van obteniendo del estudio de fiabilidad. Un ejemplo de dicha tabla se muestra a continuación.

TABLA 4: Tabla Estadística.

No. de inter (k)	Lím. de los inter	Marca de clase (t_i)	Frec. absol exper (ni)	Frec. relat exper (fi)	Frec. exper acum. (Fi)	Func de dens. f(t)	Prob. teor. (Pi^*)	Frec. absol. teór. (ni^*)	Estadíg. $\left[\frac{(ni-ni^*)^2}{ni^*}\right]$	D	R(t)	F(t)	$\lambda(t)$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

La cantidad de intervalos a analizar puede establecerse directamente a partir de la experiencia del investigador o mediante la utilización de la siguiente expresión:

$$k = 1 + 3.322 * \log(n) \qquad (26)$$

siendo (n) la cantidad total de observaciones.

Se recomienda que la cantidad de intervalos (k) nunca sea menor que 4. Los valores más utilizados para la cantidad de intervalos están entre 5 y 20.

Con el valor mínimo y máximo de las observaciones realizadas, la cantidad y el ancho de los intervalos se procede a confeccionar la columna "Límite de los Intervalos".

El ancho de los intervalos (Δt) se determina como:

$$\Delta t = \frac{R}{k} \qquad (27)$$

siendo (R) la amplitud de la muestra (valor máximo - valor mínimo).

La marca de clase (ti), llamada también punto medio del intervalo, se ubica en la columna (3) de la tabla. La frecuencia absoluta experimental (ni) (columna 4) corresponde al número de unidades observadas, para las cuales los resultados de la medición toman un valor particular o se encuentran en un intervalo dado, es decir, representa la cantidad de veces que ocurre el evento analizado en un intervalo dado.

Por su parte, la frecuencia relativa experimental (fi) representa la relación entre la frecuencia absoluta experimental y el número total de observaciones, es decir:

$$fi = \frac{ni}{n} \qquad (28)$$

La frecuencia experimental acumulada (Fi), también llamada función experimental de la distribución, representa la suma acumulativa de las frecuencias relativas experimentales (columna 6).

1.8.4- HIPÓTESIS SOBRE LA SUBORDINACIÓN DE LOS DATOS EXPERIMENTALES A UNA LEY DE DISTRIBUCIÓN.

Cualquier ley de distribución puede representarse de forma gráfica, tabular o numérica. La representación gráfica de la ley de distribución puede realizarse a través del histograma de frecuencias, del polígono de frecuencias o del polígono de frecuencias acumuladas, como se muestran en las siguientes figuras.

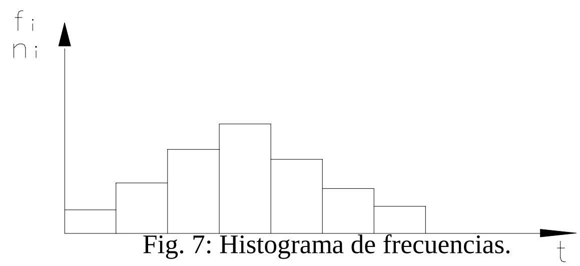


Fig. 7: Histograma de frecuencias.

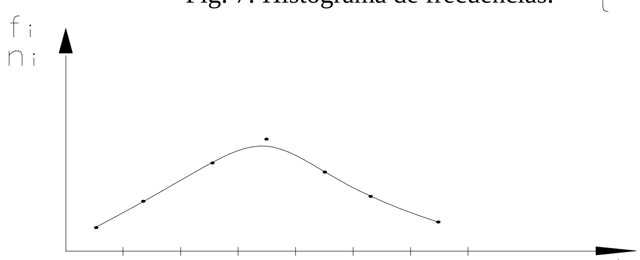


Fig. 8: Polígono de frecuencias.

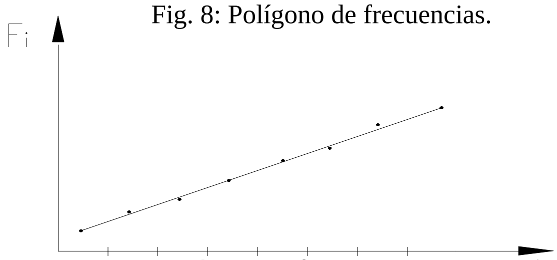


Fig. 9: Polígono de frecuencias acumuladas.

De todas estas variantes es el histograma de frecuencias el que más se utiliza en la fiabilidad. Su utilidad práctica radica en que mediante él podemos plantear la hipótesis acerca de la subordinación del evento analizado a una ley de distribución en específico.

1.8.5- ESTADÍGRAFOS DE LAS LEYES DE DISTRIBUCIÓN.

Las leyes de distribución de las variables aleatorias reflejan el estado físico de los fenómenos. Así, por ejemplo, en fiabilidad los fallos casuales o los progresivos son descritos por diferentes leyes según sea el caso.

Las leyes de distribución se caracterizan a partir de cuatro parámetros o estadígrafos, a saber:

1. Esperanza Matemática.
2. Varianza o Dispersión.
3. Desviación Cuadrática Media.
4. Coeficiente de Variación.

1- ESPERANZA MATEMÁTICA. (E(t)).

Conocida también como valor esperado o valor medio esperado representa la media ponderada en relación a las probabilidades de los valores de una variable aleatoria, es decir, es la magnitud alrededor de la cual se agrupan todos los valores posibles de la variable. La esperanza matemática caracteriza la posición de la variable aleatoria.

Para una variable aleatoria continua su forma de cálculo es:

$$E(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} t * f(t) * dt \tag{29}$$

Para una variable aleatoria discreta su forma de cálculo es:

$$E(t) = \sum_{i=1}^{n} ti * fi \tag{30}$$

donde:
ti: Posibles valores de la variable aleatoria.
fi: Probabilidad de que la variable tome esos valores.

2- VARIANZA O DISPERSIÓN. (D(t)).

Este parámetro da una idea acerca del agrupamiento de los valores de la variable aleatoria alrededor de su esperanza matemática, o sea, indica el grado de dispersión de dichos valores.
Para una variable aleatoria continua su forma de cálculo es:

$$D(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} (t - E(t))^2 * f(t) * dt \tag{31}$$

Para una variable aleatoria discreta su forma de cálculo es:

$$D(t) = \sum_{i=1}^{n} (ti - E(t))^2 * fi \tag{32}$$

3- DESVIACIÓN CUADRÁTICA MEDIA. (σ(t)).

La desviación cuadrática media se define como la raíz cuadrada de la dispersión, es decir:

$$\sigma(t) = \sqrt{D(t)} \tag{33}$$

4- COEFICIENTE DE VARIACIÓN. (V(t)).

Este es un parámetro adimensional y se define como la relación de la desviación cuadrática media y la esperanza matemática, es decir:

$$V(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} \qquad (34)$$

En un principio este parámetro define la ley de distribución a la que se acoge el evento analizado, y así tenemos que si (V=1) entonces la ley de distribución es Exponencial y si ($V(t) \leq 0.33$) entonces la ley será Normal.

1.8.6- LEYES DE DISTRIBUCIÓN MÁS UTILIZADAS EN FIABILIDAD. FUNCIÓN DE DENSIDAD.

Las variables aleatorias se definen considerando las características esenciales del fenómeno o experimento aleatorio, de forma tal que mediante ellas se pueden definir eventos, clasificándose en discretas o continuas sobre la base de las diferencias cualitativas en la ocurrencia de los fenónemos aleatorios. Asi tenemos que las variables aleatorias discretas toman valores numerables (que pueden ser finito o infinito) y las variables aleatorias continuas toman todos los valores posibles en determinado intervalo.

Desde el punto de vista matemático esta clasificación de las variables aleatorias es muy importante, puesto que las técnicas de cálculo de probabilidades dependerán de dicha clasificación, es decir, las leyes de distribución están relacionadas con las variables aleatorias, siendo tanbién las mismas discretas y continuas.

LEYES DE DISTRIBUCIÓN DISCRETAS.

La utilización más generalizada de las leyes de distribución discretas es en el control estadístico de la calidad, siendo la distribución binomial, la hipergeométrica y la Poisson las más empleadas.

1- LEY DE DISTRIBUCIÓN BINOMIAL.

Dentro de las distribuciones discretas la binomial es una de las más importantes, ya que está asociada a problemas de muestreo, obteniendo como resultado dos categorias: el éxito o el fracaso, recibiendo estas pruebas el nombre de pruebas independientes de Bernoulli.

La distribución de Bernoulli es ampliamente utilizada cuando se quiere conocer (x) éxitos en (n) pruebas, no sólo para un punto, sino también para el evento que considere todos los puntos muestrales que denoten la ocurrencia de (x) éxitos y (n-x) fracasos, sin importar el orden en que estos se produzcan. El ejemplo de aplicación más común de esta distribución es cuando queremos conocer la ocurrencia de un evento (éxito o fracaso) en determinada cantidad de pruebas (la cantidad de veces que sale “cara” en el lanzamiento de una moneda, la probabilidad de que un proyectil dé en el blanco, determinar en un lote de artículos cuantos estarán defectuosos y cuantos no, etc).

Para poder aplicar la distribución binomial debe tenerse en cuenta algunas de las características que debe cumplir la variable aleatoria, a saber:

1. En cada prueba del experimento sólo existen dos posibles resultados: el éxito o el fracaso.
2. Las pruebas del experimento son independientes.
3. La probabilidad de éxito en cada prueba es constante.

La función de densidad de la distribución binomial es:

$$f(x) = \frac{n!}{x! * (n-x)!} * p^x * q^{(n-x)} \qquad (35)$$

donde:
n: Cantidad de pruebas.
x: Cantidad de éxitos.
p: Probabilidad de éxito.
q: Probabilidad de fracaso.

El término $(\frac{n!}{x! * (n-x)!})$ puede ser escrito como $\binom{n}{x}$, de tal forma que:

$$f(x) = \binom{n}{x} * p^x * q^{(n-x)} \qquad (36)$$

siendo $\binom{n}{x}$ el coeficiente binomial, el cual expresa el número de subconjuntos de tamaño (x) que pueden construirse con (n) elementos.

El valor esperado se determina por:

$$E(x) = n * p \qquad (37)$$

La dispersión se calcula como:

$$D(x) = n * p * q \qquad (38)$$

La función de distribución, o sea, la probabilidad de obtener (r) o menos sucesos en (n) experimentos se determina como:

$$F(x) = \sum_{x=0}^{r} \binom{n}{x} * p^x * q^{(n-x)} \qquad (39)$$

EJEMPLO # 1.

En una unidad coheteríl se lanzan 4 cohetes cuyas probabilidades de dar en el blanco son (1/4) para cada uno, permaneciendo este valor inalterable en cada lanzamiento. Determinar:

a) La probabilidad de que el primer cohete dé en el blanco y el resto no.
b) La probabilidad de que exactamente un cohete dé en el blanco.

Solución.

a) La probabilidad de dar en el blanco (éxito) es:

p = ¼ = 0.25

por lo que la probabilidad de no dar en el blanco (fallo o fracaso) será:

q = 1 – p = 1 – 0.25 = 0.75

Entonces, la probabilidad de que el primer cohete dé en el blanco será:

$$p * q * q * q = (p)^1 * (q)^3 = 0.25 * (0.75)^3 = 0.105$$

b) En este caso, considerando las combinaciones posibles, dadas por $\binom{4}{1}$ y haciendo uso de la expresión (36) tenemos que la probabilidad de que un cohete dé en el blanco (P(1)) será:

$$P(1) = \binom{4}{1} * p^1 * q^{(4-1)} = \binom{4}{1} * 0.25 * (0.75)^3 = 4 * 0.105 = 0.42$$

EJEMPLO # 2.

El tren de aterrizaje delantero de un avión posee 4 neumáticos. La experiencia ha demostrado que el ponche de estos neumáticos, como promedio, ocurre en 1 de cada 1200 aterrizajes, siendo estos ponches independientes. Aún, cuando existan dos neumáticos ponchados en el mismo tren el aterrizaje se considera seguro. ¿Cuál será la probabilidad de que el aterrizaje sea inseguro?

Solución.

1- La probabilidad de que un neumático se ponche es:

p = 1/1200 = 0.00083

2- La probabilidad de que no se ponche es:

q = 1 – p = 1 – 0.00083 = 0.99917

3- La probabilidad del aterrizaje seguro será la probabilidad de que no más de 2 neumáticos estén ponchados. Utilizando la expresión (39) tenemos que:

$$F(2) = \binom{4}{2}(0.00083)^2(0.99917)^{4-2} + \binom{4}{1}(0.00083)(0.99917)^{4-1} + \binom{4}{0}(0.00083)^0(0.99917)^{4-0}$$
$$F(2) = (6 * 6.889 * 10^{-7} * 0.9983406) + (4 * 0.00083 * 0.997512) + (1 * 1 * 0.0066841)$$
$$F(2) = 0.999\,999\,400$$

Por tanto, la probabilidad de un aterrizaje inseguro será:

$$1 - F(2) = 1 - 0.999999400 = 6 * 10^{-7}$$

2- LEY DE DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA.

Esta distribución se emplea en el cálculo de las probabilidades cuando se hace un muestreo sin reposición de tamaño (n) de una población finita de (N) elementos, clasificándose el resultado en éxito o fracaso.

En grandes poblaciones finitas el error que se comete al muestrar y suponer que la probabilidad (p) es constante y que las pruebas son independientes es despreciable; pero cuando la población es pequeña y se utiliza un muestreo sin reposición, el error que se comete es grande al realizar las consideraciones anteriores, no resultando apropiado el empleo de la distribución binomial, requiriéndose entonces la utilización de la distribución hipergeométrica.

La distribución hipergeométrica es aplicada cuando se quiere determinar la cantidad de elementos que poseen determinada propiedad, extraídos de una población determinada sin reposición.

Si tenemos una población de (N) artículos, de la cual se extrae una muestra de tamaño (n) sin reposición, y en dicha población existen (D) artículos que poseen cierta propiedad, por lo que el resto de los mismos no la poseen (N-D), la función de densidad de la distribución se determina de la siguiente forma:

$$f(x) = \frac{\binom{D}{x} * \binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}} \qquad (40)$$

donde:

D: Número de elementos de la población que poseen la característica dada.
N: Tamaño de la población.
n: Tamaño de la muestra.
x: Número de elementos en la muestra que poseen la propiedad dada (éxitos).

El valor esperado se determina según la expresión (37) y la dispersión como:

$$D(x) = n * p * q * \left(\frac{N-n}{N-1} \right) \qquad (41)$$

Cuando el tamaño de la muestra es pequeño con relación a la población se puede considerar la función de densidad constante, calculándose según la distribución binomial. Asi mismo, se puede aproximar la distribución hipergeométrica a la binomial cuando (n<100) o cuando (n/N ≤0.10).

Para estudiar la cantidad de elementos de la muestra que poseen una propiedad determinada se define la variable aleatoria (x), determinando entonces la probabilidad de que dicha variable tome un valor determinado, es decir:

$$P(X=x) = \frac{\text{Número de muestras de tamaño n de la población que tiene x elementos, los cuales poseen la propiedad dada.}}{\text{Número total de muestras de tamaño n que se pueden extraer de la población de N elementos.}} \qquad (42)$$

<u>EJEMPLO # 3.</u>

Una caja contiene 24 bombillos, estando 3 de ellos defectuosos, es decir, el 12.5 %. Determine la probabilidad de que:

a) En una muestra de 6 bombillos tomados al azar, 3 estén defectuosos.
b) Al menos 2 bombillos sean defectuosos en una muestra de 6.

<u>Solución.</u>

Datos:

N=24 (tamaño de la población)
n=6 (tamaño de la muestra)
D=6 (bombillos defectuosos en la población)

a) Haciendo uso de la expresión (40) tenemos que:

$$P(x=3) = \frac{\binom{3}{3}\binom{24-3}{6-3}}{\binom{24}{6}} = 0.00985$$

b) $P(x \geq 2) = P(x = 2) + P(x = 3) = \sum_{x=2}^{3} \frac{\binom{3}{x}\binom{21}{6-x}}{\binom{24}{6}} = 0.13354$

P(x/2) = 0.13354 + 0.00985 = 0.14339

3- LEY DE DISTRIBUCIÓN POISSON.

Cuando el tamaño de la muestra es muy grande se necesita realizar operaciones muy laboriosas utilizando la distribución binomial. Con el objetivo de simplificar los cálculos es que se emplea la ley de distribución Poisson. Quiere esto decir que esta distribución es una aproximación a la distribución binomial, para el caso en que el tamaño de la muestra (n) sea muy grande y la probabilidad de éxito (p) o de fracaso (q) sea muy pequeña, de forma tal que el producto (n x p) no sea muy grande. La práctica indica que la aproximación es buena cuando (n x p [5 y n /50) o (p<0.10).

La distribución Poisson es un medio idóneo para realizar el cálculo de probabilidades binomiales, siendo utilizada en la vida real para determinar:

1. El número de fallos que ocurren en un tiempo dado.
2. El número de llamadas telefónicas a una central en un tiempo dado.
3. El número de unidades de un producto vendidas en un día.
4. El número de átomos desintegrados por segundo en cierta cantidad de material radioactivo.

Su función de densidad se determina como:

$$f(x) = \frac{\mu^{x}}{x!} * e^{-\mu} \qquad (43)$$

siendo (μ) un parámetro de la distribución (μ = n x p).

Una característica de esta distribución es la igualdad entre el valor esperado y la dispersión, es decir:

$$E(x) = D(x) = \mu \qquad (44)$$

La desviación estándar se calcula como:

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{\mu} \qquad (45)$$

<u>EJEMPLO # 4.</u>

El 20 % de los tornillos que produce una máquina son defectuosos. ¿Cuál es la probabilidad de que en una caja de 100 tornillos 5 sean defectuosos?

Solución.

Denominemos a:

x: Variable aleatoria (tornillos defectuosos, x=5)
n: Tamaño de la muestra (n=100)
p: Probabilidad de empacar un tornillo defectuoso (p=0.02)

Empleando la expresión (43) nos queda que:

μ=n x p = 100 x 0.02 = 2; por lo que:

$$P(x) = \frac{2^5}{5!} * e^{-2} = 0.0361$$

EJEMPLO # 5.

En una central telefónica se reciben 540 llamadas en una hora, pero no puede recibir más de 12 llamadas en un minuto. Determine:

a) El valor medio de llamadas por minuto.
b) La probabilidad de que la central quede saturada en un minuto dado.

Solución:

a) Si la pizarra recibe 540 llamadas en una hora, entonces en un minuto recibirá:

E(x) = 540 / 60 = 9 llamadas.

b) Para que la central quede saturada deben realizarse más de 12 llamadas en un minuto, por lo que:

P(x>12) = 1 - P(x[12)

$$P(x \leq 12) = \frac{9^{12}}{12!} * e^{-9} = 0.0700$$

P(x>12) = 1 - 0.0700 = 0.9300

EJEMPLO # 6.

La probabilidad de que un artículo se rompa es de 0.001. ¿Cuál será la probabilidad de que 3 artículos se rompan en una muestra de 2000?

Solución:

Resolviendo el problema según la distribución binomial (expresión 36) tenemos que:

n: Tamaño de la población (2000)
x: Tamaño de la muestra (3)
p: Probabilidad de que el artículo se rompa (0.001)
q: Probabilidad de que el artículo no se rompa (0.999)

por lo que:

$$P(x=3)=\binom{2000}{3}*(0.001)^{3}*(0.999)^{1997}=0.1805$$

Resolviendo según la distribución Poisson, utilizando la expresión (43) nos queda que:

μ = n x p = 2000 x 0.001 = 2

$$P(x=3)=\frac{2^{3}}{3!}*e^{-2}=0.1804$$

Como se aprecia la diferencia es insignificante.

LEYES DE DISTRIBUCIÓN CONTINUAS.

En la práctica de la fiabilidad se utilizan con gran frecuencia las siguientes leyes de distribución Weibull, Normal, Exponencial, Normal logarítmica y Gamma.

1- LEY DE DISTRIBUCIÓN WEIBULL.

Esta ley de distribución describe muy bien los fallos progresivos de los artículos originados por el envejecimiento del material. De tal forma, el modelo matemático de esta ley representa la existencia del estado de un fenómeno cuando el artículo envejece, lo cual conlleva a un fallo progresivo y a la salida de la explotación del mismo. Quiere esto decir que la ley de distribución Weibull es la ley más general de todas y satisface el comportamiento de las variables cuando analizamos el trabajo de las piezas a la fatiga, el trabajo útil hasta el fallo, el tiempo de reparación, etc., siendo aplicable a cualquier artículo técnico, ya sean partes de máquinas, automóviles, equipos de izaje, de transportación, etc. Esto significa además que la variable aleatoria a considerar puede ser el tiempo de trabajo hasta o entre fallos, distancias recorridas, ciclos de trabajo, etc. Todo esto condiciona el amplio diapasón de su utilización para la solución de diferentes problemas económicos e ingenieriles, fundamentalmente para valorar el plazo de servicio de elementos mecánicos, electromecánicos y radioelectrónicos.
La función de densidad para esta ley de distribución se define como:

$$f(t) = k * b^{-k} * (t-a)^{k-1} * e^{-\left(\frac{t-a}{b}\right)^k} \qquad \text{para todo } t > a \qquad (46)$$

donde:
t: Variable aleatoria.
k: Parámetro de forma.
b: Parámetro de escala.
a: Nivel inferior de vida.

La representación gráfica de la función de densidad de esta ley se muestra en la siguiente figura.

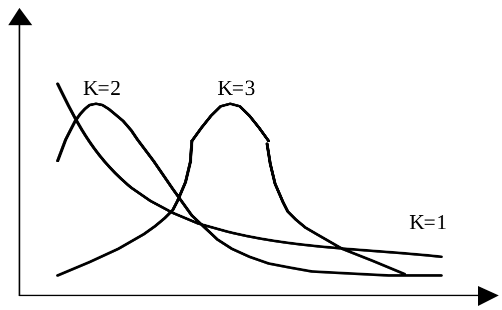


Fig. 10: Gráfico de la densidad probabilística de la Ley Weibull (para k=1 la Ley Weibull se transforma en Exponencial; k=2 en la Ley de Rayleich; k=3 en la Ley Normal

En la práctica el mayor problema radica en estimar los parámetros (k), (b) y (a), y aunque existen varios métodos para su determinación, los más utilizados son los siguientes:

a- Método de Mennon.
b- Método de logaritmización.
c- Método de máxima probabilidad.

A- MÉTODO DE MENNON.

Este método se basa en determinar los valores de (Sy) y (Y), y a partir de ellos determinar los parámetros (b) y (k) utilizando las siguientes expresiones:

$$Sy = \sqrt{\left(\frac{1}{n-1} * \sum (\ln xi - y)^2\right)} \qquad (47)$$

$$y = \frac{\sum_{i=1}^{n} \ln xi}{n} \qquad (48)$$

donde:
n: Cantidad de observaciones.
j: Cantidad de intervalos.

De tal forma:

$$b = \frac{1.282598}{Sy} \tag{49}$$

$$k = e^{\left(\frac{y+0.577226}{b}\right)} \tag{50}$$

B- MÉTODO DE LOGARITMIZACIÓN.

Con la utilización de este método los valores de los parámetros de escala y de forma se determinan como:

$$b = \frac{\ln\ln\left[\frac{1}{1-F(x_1)}\right] - \ln\ln\left[\frac{1}{1-F(x_2)}\right]}{\ln x_1 - \ln x_2} \tag{51}$$

$$k = \frac{x_1{}^b}{\ln\left[\frac{1}{1-F(x_1)}\right]} \tag{52}$$

Siempre que $X_2 > X_1$.

C- MÉTODO DE MÁXIMA PROBABILIDAD.

En este método se parte de resolver el siguiente sistema de ecuaciones para determinar el parámetro de forma, de escala y el nivel inferior de vida.

$$1 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}(xi-a)^k} * \left[\sum_{i=1}^{n}(xi-a)^k * \ln(xi-a)^k - \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n}\ln(xi-a)^k\right] \tag{53}$$

$$0 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(xi-a)^{k-1}}{\sum_{i=1}^{n}(xi-a)^k} * \frac{1}{n} * (1-\frac{1}{k}) * \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{xi-a}\right) \tag{54}$$

$$b = \left[\frac{1}{n} * \sum_{i=1}^{n}(xi-a)^k\right]^{\frac{1}{k}} \tag{55}$$

Resolviendo las ecuaciones (53 y 54) se obtienen los valores de (k) y de (a) y por la ecuación (55) el valor de (b).

En la práctica comúnmente el nivel inferior de vida se asume como cero (a=0).

La función de distribución para esta ley de distribución se determina como:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{b}\right)^k} \tag{56}$$

Resulta interesante conocer, para esta ley de distribución, la relación que existe entre el valor esperado y la dispersión con los parámetros de forma y de escala. Se conoce que:

$$E(t) = \int_0^\infty t * e^{-\mu^k * t^t} * d\left(\mu^k t^k\right) \tag{57}$$

$$D(t) = \int_0^\infty t^2 * e^{-\mu^k * t^k} * d\left(\mu^k t^k\right) \tag{58}$$

Estas integrales pueden resolverse con ayuda de la función gamma de Euler, la cual está expresada por la dependencia siguiente:

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty t^{n-1} * e^{-t} * dt \tag{59}$$

Al transformar las expresiones (57 y 58) para utilizar de forma cómoda la función gamma de Euler, y considerando además que:

$$\mu^k * t^k = x \quad ; \quad t^k = \frac{x}{\mu^k} \quad ; \quad t = \frac{x^{\frac{1}{k}}}{\mu} \quad ; \quad t^2 = \frac{x^{\frac{2}{k}}}{\mu^2}$$

obtendremos que:

$$E(t) = \frac{1}{\mu} * \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \tag{60}$$

$$D(t) = \frac{1}{\mu^2} * \Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \frac{1}{\mu^2} * \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \tag{61}$$

Además, al considerar que:

$$\mu = \frac{1}{b} \quad ; \quad Kb = \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \quad ; \quad Cb = \left(1 + \frac{1}{k}\right) - (Kb)^2 \tag{62}$$

Entonces:

$$E(t) = b * Kb \tag{63}$$

$$\sigma(t) = b * Cb \tag{64}$$

Al sustituir en la expresión (34) los términos (σ(t) y E(t)) obtenemos que:

$$V(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} = \frac{\sqrt{\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right)\right]}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)} \tag{65}$$

Por tanto, el parámetro de forma es una función del coeficiente de variación (k=f(v)).

Con ayuda de la tabla 10 del anexo puede determinarse el parámetro de forma a partir del valor del coeficiente de variación, siendo esta otra forma para la estimación de los parámetros (k) y (b) de dicha ley. En la tabla 11 del anexo se muestran los valores de la función gamma de Euler.

2- LEY DE DISTRIBUCIÓN NORMAL.

Esta ley de distribución se encuentra en aquellos casos en que ella está suscitada por un gran número de factores aleatorios homogéneos por su influencia. Esto se produce, por ejemplo, en los errores de medición, la transmisión de señales en presencia de ruidos, medidas de artículos producidos por una máquina, etc. En ingeniería es ampliamente utilizada como control de la calidad.

Para la ley de distribución Normal como modelo matemático sirven las siguientes condiciones:

1. El fenómeno objeto de investigación está representado como la acción de la suma de una cantidad considerable de acciones de diferentes fuentes aleatorias independientes entre ellas o poco dependientes.
2. La varianza y el valor esperado de las diferentes fuentes se diferencian poco, así como la suma de todas ellas.

Durante la existencia de tales condiciones aparece la ley Normal, la cual encuentra una amplia utilización durante la solución de diferentes problemas. Utilizada en la fiabilidad esta ley describe muy bien los fallos progresivos de los artículos, es decir, los fallos relacionados con el desgaste natural de los elementos.

La función de densidad probabilística de esta ley es:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma(t) * \sqrt{(2\pi)}} * e^{-\frac{(t-E(t))^2}{2*\sigma(t)^2}} \tag{66}$$

Y su función de distribución es:

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{(2*\pi)}} * \int_{-\infty}^{U} e^{-\frac{U^2}{2}} * du \tag{67}$$

donde:

U: Cuantil de la distribución normal . $U = \frac{ti - E(t)}{\sigma(t)}$

3- LEY DE DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL.

Las condiciones bajo las cuales se produce el fallo repentino del artículo representa, en la fiabilidad, el modelo matemático de aparición de la ley Exponencial. Tales condiciones aparecen por ejemplo cuando existe un exceso de carga (durante un choque), durante un exceso de tensión eléctrica (lo que origina que se funda la lámpara), etc. En la teoría del mantenimiento en masa la ley Exponencial tiene lugar cuando el mantenimiento está relacionado con la realización de una serie de operaciones (revisión, cambio de piezas, engrase, regulación de mecanismos, etc.).

La densidad probabilística de esta ley se determina como:

$$f(t) = \lambda * e^{-\lambda * t} \tag{68}$$

donde:

λ : Parámetro de la ley, el cual representa la intensidad, numéricamente igual al número medio de sucesos en la unidad de tiempo.

La función de distribución de la ley Exponencial es:

$$F(t) = 1 - e^{-\lambda * t} \tag{69}$$

La ley de distribución Exponencial posee una serie de características que la diferencian de las demás leyes. Dichas peculiaridades son:

1. Igualdad entre el valor esperado y la desviación cuadrática media.
   $E(t) = \sigma(t)$
2. El coeficiente de variación es igual a la unidad (v=1).
3. El valor esperado es igual al inverso de la intensidad de fallos.
   $E(t) = 1/\lambda$
4. La dispersión es igual al inverso de la intensidad de fallos al cuadrado.
   $D(t)= 1/\lambda^2$
5. Se mantiene constante el número de apariciones de los sucesos por unidad de tiempo, es decir, la invariabilidad de la intensidad de fallos en el tiempo, (λ = cte.).

4- LEY DE DISTRIBUCIÓN NORMAL LOGARITMICA.

La distribución normal logarítmica es más versátil que la distribución normal ya que tiene un mayor rango de formas, y por tanto, se corresponde mejor con los datos fiabilísticos, tal es el caso de poblaciones que poseen características de desgaste.

La función de densidad se determina como:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma * \sqrt{2\pi}} * e^{-\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)^2\right)} \quad \text{para t/0} \tag{70}$$

ó

f(t) = 0 para t<0

siendo ($\sigma(t)$ y μ) la desviación estándar y la media de los datos.

Para esta distribución el valor esperado y la desviación cuadrática media se determinan como:

$$E(t) = e^{(\mu + \frac{\sigma^2}{2})} \quad (71)$$

$$\sigma(t) = \left[e^{\left(2\mu + 2\sigma^2\right)} - e^{\left(2\mu + \sigma^2\right)}\right]^{1/2} \quad (72)$$

Tanto esta distribución como la normal describen situaciones en las cuales la intensidad de fallos se incrementa desde (t=0) hasta un máximo a partir del cual decrece lentamente.

5- LEY DE DISTRIBUCIÓN GAMMA.

Desde el punto de vista de la fiabilidad la distribución Gamma describe situaciones en las cuales el fallo parcial puede ocurrir, es decir, cuando un número dado de fallos parciales ocurren antes del fallo total del artículo, o el tiempo hasta el a-ésimo fallo cuando el tiempo hasta el fallo está exponencialmente distribuido.

La densidad se determina como:

$$f(t) = \frac{\lambda}{\Gamma(a)} * \left(\lambda * t\right)^{a-1} * e^{-\lambda t} \quad \text{para t/0} \quad (73)$$

ó

f(t) = 0 para t<0

donde:
λ: Intensidad de fallos.
A: Número de fallos parciales por fallo total o eventos necesarios para generar un fallo.
Γ(a): Función gamma.

$$\Gamma(a) = \int_0^{\infty} t^{a-1} * e^{-t} * dt \quad (74)$$

Cuando (a-1) es entero positivo, entonces Γ(a) = (a-1)!. Esta es la situación de fallo parcial. La distribución exponencial es un caso particular de la distribución Gamma (cuando a=1).

La función de fiabilidad se determina como:

$$R(t) = \frac{\lambda^a}{\Gamma(a)} * \int_t^{\infty} t^{a-1} * e^{-\lambda t} * dt \quad (75)$$

Esta distribución es utilizada para describir las variaciones de la intensidad de fallos. Cuando (a<1) la intensidad de fallos decrece, mientras que si (a>1) se incrementa.

1.8.7- PARÁMETROS TEÓRICOS DE LA LEY DE DISTRIBUCIÓN.

La probabilidad teórica de que la variable aleatoria esté dentro del intervalo analizado y la frecuencia absoluta teórica son los dos parámetros teóricos de las leyes de distribución que se emplean al realizar un estudio de fiabilidad.

El cálculo de la probabilidad teórica de caer dentro del intervalo (Pi^*) puede realizarse empleando alguno de estos métodos:

1- Por una fórmula exacta:

$$P(\alpha_i \langle t_i \langle \beta_i) = Pi^* = \int_{\alpha i}^{\beta i} e^{-\left(\frac{t}{b}\right)^k} * d\left(\frac{t}{b}\right)^k = e^{-\left(\frac{t}{\alpha_i}\right)^k} - e^{-\left(\frac{t}{\beta_i}\right)^k} \qquad (76)$$

siendo (α_i y β_i) los límites inferior y superior respectivamente

2- Por una fórmula aproximada:

Esta es la variante que más se utiliza en la práctica.

$$P(\alpha_i \langle t_i \langle \beta_i) = Pi^* = f(t) * \Delta t \qquad (77)$$

siendo (Δt) la amplitud del intervalo.

Por su parte, la frecuencia absoluta teórica (ni^*) puede ser determinada utilizando la expresión siguiente:

$$ni^* = Pi^* * n \qquad (78)$$

siendo (n) el tamaño de la muestra que se analiza.

1.8.8- CRITERIOS DE BONDAD Y AJUSTE.

Existen varios criterios de bondad y ajuste, llamados también pruebas de hipótesis, para conocer sobre la veracidad de la hipótesis planteada, es decir, sirven para ratificar o rechazar la hipótesis planteada sobre la subordinación de los datos experimentales a una ley de distribución en específico. De todas las pruebas de hipótesis que existen en fiabilidad se emplean con gran frecuencia tres de ellas, las cuales son:

1. Criterio de Pearson (prueba de Chi-Cuadrado).
2. Criterio de Romanovski.
3. Criterio de Kolmogorov-Smirnov.

1- CRITERIO DE PEARSON (CHI-CUADRADO).

Este criterio plantea que una hipótesis no se rechaza (es cierta) cuando se cumple que la probabilidad del valor del estadígrafo calculado es mayor que un nivel de significación dado, es decir:

$$P(\chi^2; \nu) \rangle \ \alpha \tag{79}$$

donde:
χ^2 : Valor de Chi-cuadrado.
ν : Grados de libertad.
α : Nivel de significación.

El valor de (χ^2) puede ser determinado según la siguiente expresión:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\left(ni - ni^*\right)^2}{ni^*} \right] \tag{80}$$

donde:
n: Cantidad de intervalos.
ni: Frecuencia absoluta experimental.
ni^*: Frecuencia absoluta teórica.

Nótese que el valor (χ^2) se determina a partir de la frecuencia absoluta experimental y la teórica. Si la frecuencia absoluta experimental representa el comportamiento real de la variable aleatoria y la frecuencia absoluta teórica el comportamiento empírico, es decir, como debería comportarse dicha variable para que el evento analizado se ajuste completamente a la ley de distribución planteada como hipótesis, es fácil deducir que en la medida en que estos dos valores se acerquen más con mayor fuerza se aceptará la hipótesis planteada, por lo que el valor de (χ^2) será menor.

El número de grados de libertad (ν), en estadística representa la diferencia entre la cantidad de clases y el número de parámetros estimar en la distribución teórica. Matemáticamente puede calcularse por:

$$\nu = k - m - 1 \tag{81}$$

donde:
k: Cantidad de intervalos.
m: Número de ecuaciones de enlace (parámetros estimados). Para la ley Weibull (m=2); para la ley Normal (m=2); y para la ley Exponencial (m=1).

Durante la prueba de veracidad de una hipótesis utilizando el criterio de Pearson se emplea el concepto del nivel de significación, el cual corresponde a la probabilidad de cometer un error de primer orden, es decir, rechazar una hipótesis verdadera. Aclaremos el concepto de nivel de significación a partir del análisis de las dos hipótesis que se muestran en la siguiente figura.

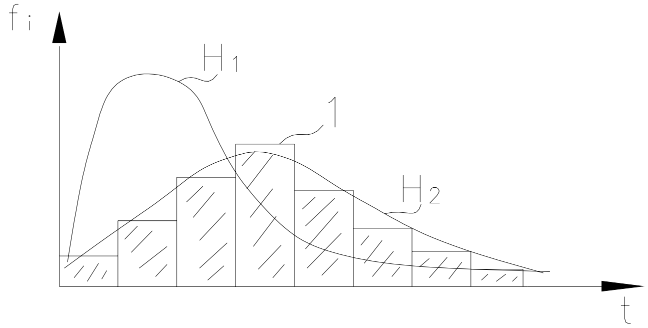


Fig. 11: Igualdad del histograma experimental con la ley de probabilidad: (1: Histograma experimental; H_1 : gráfico de la ley probabilística que responde a la mejor hipótesis; H_2 : gráfico de la ley probabilística que responde a la peor hipótesis).

Para la primera hipótesis (la mejor; H_1) la suma de los cuadrados de las desviaciones posee un menor valor que para la segunda hipótesis (H_2) y por tanto el valor de (χ^2) será menor para la primera. Sea, por ejemplo, para la primera hipótesis (χ^2=9) y para la segunda (χ^2=20), entonces, para un grado de libertad (ν =5) se pueden obtener los valores de (α) (ver tabla 12 del anexo) y construir el gráfico de la dependencia entre (α) y (χ^2).

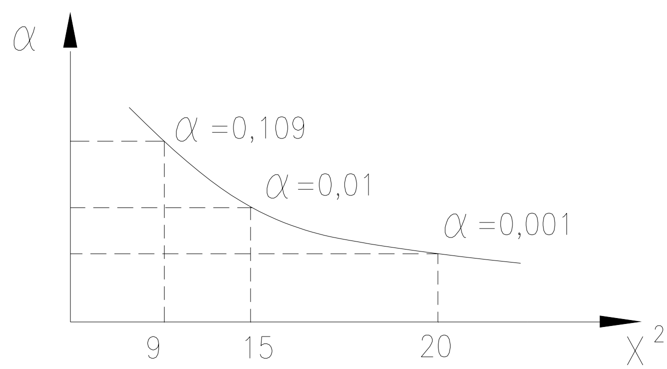


Fig. 12: Gráfico de la dependencia de la probabilidad de Pearson de χ^2 para un número de grados de libertad dado (γ = 5).

Como puede apreciarse, a la peor hipótesis corresponde un alto valor de (χ^2) y un menor valor de (α), (χ^2 =20 y α=0,001). A la mejor hipótesis corresponde un menor valor de (χ^2) y un alto valor de (α), (χ^2=9 y α=0,109). Esto significa que, si de antemano se dá cualquier valor al nivel de significación, por ejemplo α=0,01, se puede aceptar o rechazar la hipótesis realizada. De hecho todas las hipótesis para las cuales $P(\chi^2; \nu)<0{,}01$ se rechazan y para $P(\chi^2;\nu)> 0{,}01$ se aceptan.

Por tal razón, se puede considerar al nivel de significación como una medida de la dureza o rigidez de la prueba de veracidad de la hipótesis realizada. Los valores más usados del nivel de significación son:

1- α=0,1 ó α=0,05 (para condiciones duras).
2- α=0,01 ó α=0,001 (para condiciones menos duras).

2- CRITERIO DE ROMANOVSKI.

Según este criterio, una hipótesis se acepta siempre que se cumpla la siguiente desigualdad:

$$\frac{\chi^2 - \nu}{\sqrt{(2 * \nu)}} \langle 3 \qquad (82)$$

3- CRITERIO DE KOLMOGOROV-SMIRNOV.

Esta prueba de bondad y ajuste posee una gran aceptación cuando queremos verificar la ley de distribución de variables aleatorias que corresponden a muestras pequeñas, lo cual es muy frecuente cuando observamos el comportamiento de máquinas, equipos y piezas que funcionan en un flujo de producción.

Dicho criterio consiste en determinar todas las diferencias entre los valores de la función de distribución experimental y teórica, encontrada intervalo por intervalo, y seleccionando el valor donde la diferencia sea máxima (Dmáx), comparándose luego este valor con la diferencia admisible (Dadm). Si se cumple que (Dmáx < Dadm) entonces la hipótesis se acepta.

La diferencia entre ambas funciones, por intervalos, se determina como:

$$D = \left| Fi(t) - F(t) \right| \qquad (83)$$

donde:
Fi(t): Frecuencia experimental acumulada.
F(t): Función de distribución.

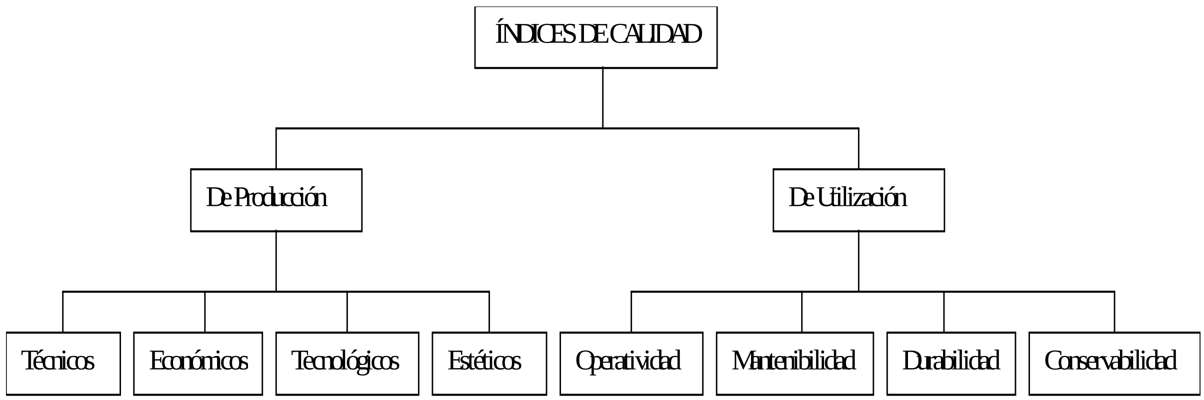
El valor admisible (Dadm) puede determinarse como:

$$Dadm = \frac{\sigma(t)}{\sqrt{(2 * k)}} \qquad (84)$$

siendo (k) la cantidad de intervalos.

1.8.9- INDICES SIMPLES DE FIABILIDAD.

Se conoce que para evaluar la calidad de cualquier artículo se utilizan índices, los que pueden ser clasificados como:



Y son los índices de utilización los que caracterizan a la fiabilidad del artículo, recibiendo ellos el nombre de propiedades de la fiabilidad.

<u>ÍNDICES DE OPERATIVIDAD.</u>

Se llama **OPERATIVIDAD** a la propiedad del artículo de mantener ininterrumpidamente el estado de capacidad de trabajo durante un tiempo específico en condiciones de operación dadas.
Durante el proceso de diseño y fabricación de los artículos se conforman las cualidades que habrán de determinar su operatividad, tales como la resistencia a la rotura por fatiga, corrosión, desgaste, la estabilidad de los procesos de trabajo de los agregados, la ausencia de defectos, tanto de diseño como tecnológicos, etc. Estas cualidades se verifican en el proceso de explotación, influyendo además factores externos como los regímenes de carga y velocidad, la calidad del servicio técnico, las condiciones viales, la calidad de la conducción, etc.

En dependencia de las diferentes causas de la alteración de la capacidad de trabajo del artículo la operatividad se valora desde el punto de vista de fiabilidad elemental (aquella a la que pertenecen los fallos para cuya eliminación es necesario el reemplazo del elemento constructivo) o desde el punto de vista de fiabilidad funcional (aquella a la que pertenecen los fallos que se eliminan con trabajos de regulación, limpieza, ajuste u otros análogos).

Los indicadores más importantes de la operatividad son:

1. Probabilidad de trabajo sin fallo.
2. Probabilidad de fallo.
3. Flujo de fallos.
4. Intensidad de fallos.
5. Tiempo medio hasta el fallo.
6. Tiempo medio entre fallos.
7. Probabilidad sectorial de trabajo sin fallos.

Con la utilización de estos indicadores podemos realizar un pronóstico estadístico de los fallos de los elementos del artículo, lo cual permite prever la demanda de intercambios de piezas y agregados, de mano de obra, de materiales, etc., resolviendo importantes problemas de la explotación de los mismos. Analicemos cada uno de estos indicadores.

1- PROBABILIDAD DE TRABAJO SIN FALLO. (R(t)).

También llamada "Fiabilidad", representa la probabilidad de que dentro de los límites de un trabajo útil dado no se produzca un fallo.

Forma teórica de cálculo:

Para artículos no reparables: $R(t) = \int_{t}^{\infty} f(t) * dt$ (85)

Para artículos reparables: $R(t) = e^{-\int_{0}^{t} W(t) * dt}$ (86)

siendo (W(t)) el flujo de fallos.

Forma práctica de cálculo: $R(t) = \frac{n - N}{n}$ (87)

donde:

n: Número de artículos que se ensayan.

N: Número de artículos que han fallado en el tiempo analizado.

El gráfico de la probabilidad de trabajo sin fallo es conocido como curva de supervivencia o mortandad, el cual se muestra en la siguiente figura.

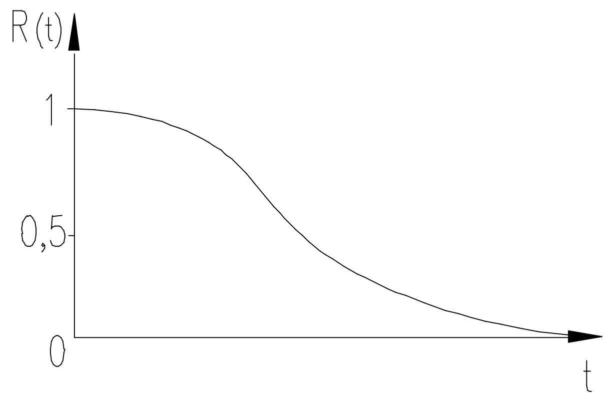


Fig. 13: Curva de supervivencia.

Este gráfico permite estimar cuantitativamente la posibilidad de que aparezca el fallo de un elemento en particular al cabo de una labor cualquiera. Por ejemplo, para el transporte automotor, da la posibilidad de determinar la cantidad de elementos puestos en explotación simultáneamente que tendrán algún fallo en el recorrido "t" desde el comienzo de su utilización.

2- PROBABILIDAD DE FALLO. (F(t)).

Representa la probabilidad de que dentro de un trabajo útil dado no se produzca el fallo.

Forma de cálculo:

Para artículos reparables: F(t) = 1 - R(t) (88)

Para artículos no reparables: $F(t) = \int_0^{ts} f(t) * dt$ (89)

siendo (ts) el momento de surgimiento del fallo.

La expresión (88) constituye la forma práctica de cálculo de este indicador, y es común, conjuntamente con la curva de supervivencia, construir la de la probabilidad de fallo.

3- FLUJO DE FALLO. (W(t)).

El flujo de fallo representa la densidad probabilística del surgimiento del fallo de un artículo reparable, determinado en un intervalo de tiempo dado, es decir, representa la cantidad de fallos de un elemento reparable en una unidad de tiempo dada.

Forma teórica de cálculo: $W(t) = f(t)$ (90)

Forma práctica de cálculo: $W(t) = \frac{N}{n * \Delta t}$ (91)

siendo (Δt) el intervalo de labor considerado.

4- INTENSIDAD DE FALLOS. (λ(t)).

Representa la densidad probabilística del surgimiento del fallo para artículos no reparables.

Forma teórica de cálculo: $\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$ (92)

Forma práctica de cálculo: $\lambda(t) = \frac{N}{nx * \Delta t}$ (93)

siendo (nx) el número medio de artículos que se mantienen en buen estado en el intervalo de labor considerado.

Una de las expresiones más importantes de la fiabilidad la constituye la relación que existe entre la probabilidad de trabajo sin fallo y la intensidad de fallos), quedando que:

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) * dt} \quad (94)$$

Para el caso de la ley Exponencial, donde la intensidad de fallos no depende de la labor (λ=cte.), tenemos que:

$$R(t) = e^{-\lambda * t} \quad (95)$$

Si se cumple que el producto ($\lambda *$ t >> 1), la probabilidad de trabajo sin fallo puede estimarse, con bastante exactitud, utilizando la siguiente expresión:

$$R(t) = 1 - \lambda * t \quad (96)$$

La intensidad de fallos depende del carácter de estos, y por consiguiente, de la ley de distribución que describa su comportamiento. Por ejemplo, si los tiempos (o recorridos) hasta la aparición del fallo se distribuye según la ley Normal, la intensidad de fallos aumenta al incrementarse dicho tiempo en explotación. Para la ley Exponencial la intensidad de fallos no depende del tiempo, por lo que permanecerá constante. Para la ley Weibull la intensidad de fallo variará respecto al tiempo de acuerdo con los valores de los parámetros de dicha distribución. La figura que a continuación se muestra refleja lo antes dicho.

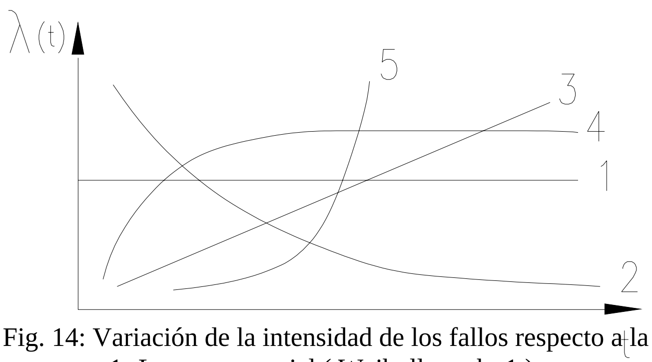


Fig. 14: Variación de la intensidad de los fallos respecto a la labor.
1- Ley exponencial (Weibull con k=1)
2- Ley weibull con k   0.1
3- Ley weibull con k =2
4- Ley weibull con 1   k   2
5- Ley normal (Weibull con k=3)

En mucho casos la variación de la intensidad de fallos respecto al tiempo (o recorrido) tiene un carácter que no puede ser descrito por una sola ley, ya que depende del período de vida del artículo. La siguiente figura muestra la curva de la intensidad de fallos, en la cual pueden observarse tres períodos muy bien definidos: Asentamiento (fallos provocados fundamentalmente por defectos tecnológicos y de montaje), Explotación Normal (fallos accidentales) y Fallos Intensivos (fallos provocados por el envejecimiento de los elementos).

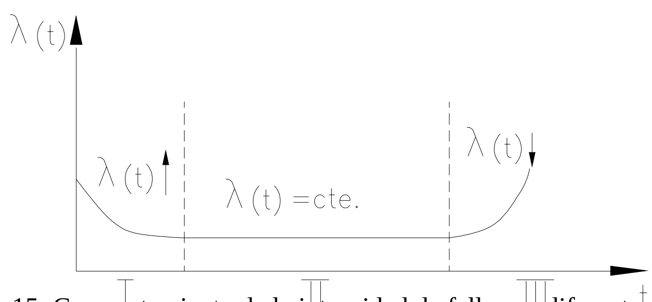


Fig. 15: Comportamiento de la intensidad de fallos en diferentes períodos de vida del artículo.
I- Período de asentamiento.
II- Período de explotación normal.
III- Período de fallo intensivo.

Según esta figura podrá deducirse entonces que en el período de asentamiento la intensidad de fallos se comporta según la ley Weibull (k < 0,1), en el de explotación normal el comportamiento es según la ley Exponencial (λ = cte.) y en el de fallos intensivos según la ley Normal (Weibull con k=3).

Resulta interesante analizar la relación entre la intensidad de fallos y la disponibilidad. La disponibilidad se define como la probabilidad de que un artículo pueda utilizarce cuando se requiera, o como la proporción del tiempo total que dicho artículo está disponible para el uso. Por tal motivo, la disponibilidad de cualquier artículo es función de su intensidad de fallos y del período de reparación o sustitución. La proporción del tiempo total que el artículo está disponible se denomina estado de disponibilidad segura.

Cuando se considera a un artículo como una unidad, con una intensidad de fallos (λ) y un tiempo medio de reparación (μ = 1 / MTTR) contantes, el estado de disponibilidad segura (A) puede determinarse como:

$$A = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \qquad (97)$$

donde:
MTBF: Tiempo medio entre fallos.
MTTR: Tiempo medio de reparación.

La disponibilidad instantánea, es decir, la probabilidad de que un artículo esté disponible en un tiempo (t) se determina como:

$$Ai = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} * e^{-(\lambda + \mu) * t} \qquad (98)$$

La disponibilidad es un elemento a considerar en sistemas complejos, como en el caso de plantas de energía, satélites, plantas químicas, estaciones de radar, etc. En tales sistemas una elevada fiabilidad por sí misma no es suficiente para asegurar que el sistema esté disponible cuando se necesite. Ella también es necesaria para garantizar que el sistema pueda ser reparado rápidamente o que las operaciones básicas del mantenimiento programado puedan ser ejecutadas, de ser posible, sin afectar el funcionamiento normal del sistema. Por todo esto la mantenibilidad es un aspecto muy importante para diseñar y obtener la máxima disponibilidad de un equipo, sistema o instalación. Por ejemplo, los equipos de prueba incorporados están presentes en muchos sistemas electrónicos. Estos elementos le añaden cierta complejidad al sistema, pudiendo reducir la fiabilidad y pueden también indicar fallos falsos. Sin embargo, estos elementos incorporados pueden reducir considerablemente los tiempos de mantenimiento, o mejor aún, permiten ejecutar el mantenimiento en el momento oportuno, ya que detectan instantáneamente el fallo, por lo que la disponibilidad puede ser incrementada.

5- TIEMPO MEDIO HASTA EL FALLO. $(\bar{t})$, (MTTF).

Representa el valor esperado del trabajo útil del artículo hasta la aparición del primer fallo.
Para artículos no reparables:

Forma teórica de cálculo: $$\bar{t} = \int_0^{\infty} t * f(t) * dt \qquad (99)$$

Forma práctica de cálculo: $$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^{n} ti}{n} \qquad (100)$$

Para artículos reparables:

Forma teórica de cálculo: $$\bar{t} = \int_0^{\infty} t * W(t) * e^{-\int_0^t W(t)*dt} * dt \qquad (101)$$

Forma práctica de cálculo: $$\bar{t} = \frac{\sum_{i=1}^{n} t'i}{n} \qquad (102)$$

siendo (t'i) el tiempo de trabajo hasta el primer fallo del i-ésimo artículo.

6- TIEMPO MEDIO ENTRE FALLOS. ($\bar{te}$), (MTBF).

Representa el valor esperado del trabajo útil del artículo entre dos fallos consecutivos.
Para artículos reparables:

Forma teórica de cálculo: $$\bar{te} = \int_0^{t} t * W(t) * dt \qquad (103)$$

Forma práctica de cálculo:

a) Cuando se ensaya un artículo: $$\bar{te} = \frac{\sum_{i=1}^{n} tij}{nk} \qquad (104)$$

b) Cuando se ensayan (n) artículos: $$\bar{te} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{nk} tij}{n^*} \qquad (105)$$

donde:
tij: Tiempo de trabajo entre dos fallos consecutivos del j-ésimo artículo.
n*: Número total de fallos al ensayar (n) artículos.
nj: Número de fallos del j-ésimo artículo.
nk: Número de fallos del artículo durante el tiempo de ensayo (t).

7- PROBABILIDAD SECTORIAL DE TRABAJO SIN FALLOS. (R(t;t+ Δt)).

Es la probabilidad de que en un intervalo de tiempo dado no se produzca el fallo del artículo, determinándose como:

$$R(t;t+\Delta t)=\frac{R(t+\Delta t)}{R(t)} \tag{106}$$

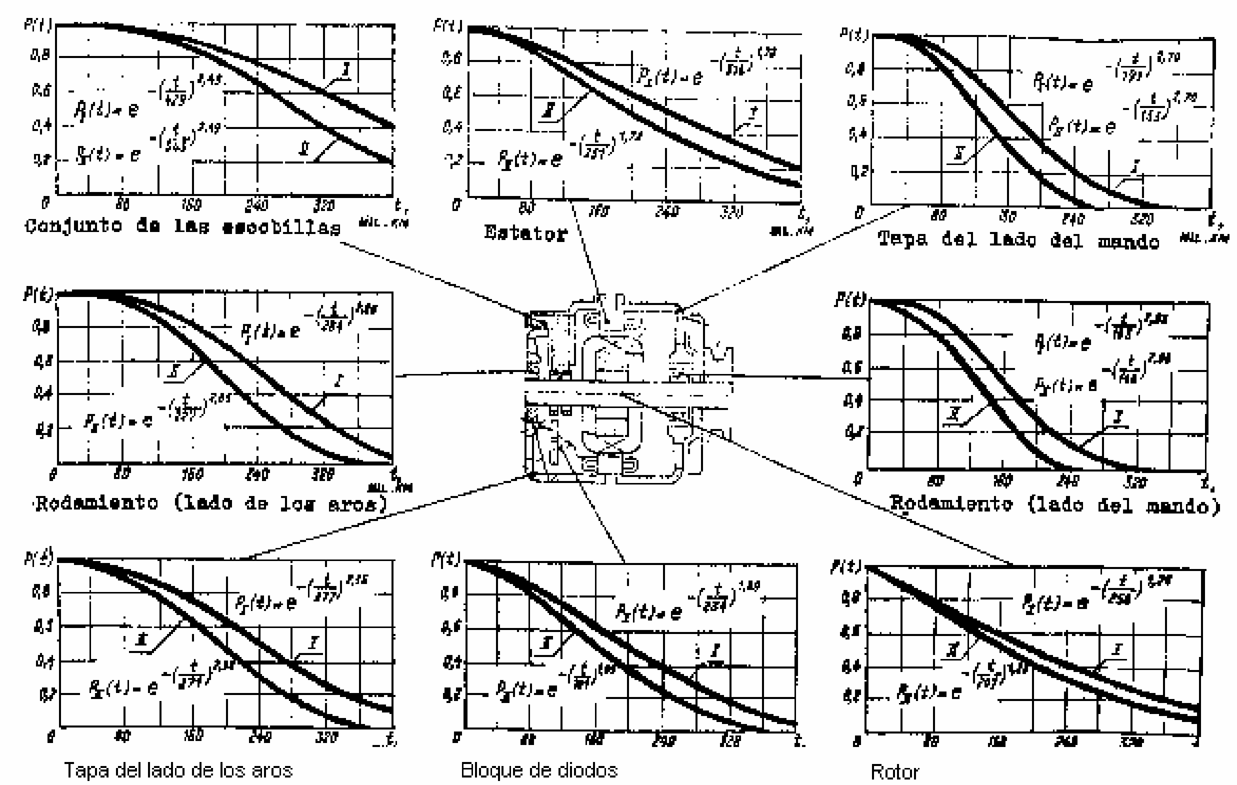
La probabilidad sectorial de trabajo sin fallos permite determinar el número de artículos que no tendrán fallos en un tiempo (Δt), partiendo de la cantidad que existe en el tiempo (t), o bien determinar la probabilidad de trabajo sin fallo durante el tiempo (Δt) de un artículo que está en buen estado al comienzo del mismo.

A partir del valor de esta probabilidad se puede decidir acerca del reemplazo del artículo, la realización del diagnóstico o la ejecución de cualquier otra actividad del servicio técnico encaminada al mantenimiento de la capacidad de trabajo del mismo.

En la práctica la mayor parte de los fallos que se presentan en los artículos técnicos son provocados por un grupo pequeño de piezas, o sea, que una cantidad relativamente pequeña de elementos son los que limitan la fiabilidad del artículo, las cuales reciben el nombre de piezas críticas por fiabilidad.

La siguiente figura muestra la carta de fiabilidad de las piezas críticas del alternador de un automóvil.

Fig. 16: Carta de fiabilidad.



Si se cuenta con la carta de fiabilidad de un artículo cualquiera puede determinarse la probabilidad sectorial de trabajo sin fallos de sus piezas críticas por fiabilidad según la expresión (106). La probabilidad de trabajo sin fallos del artículo en un intervalo de tiempo (t) sería entonces el producto de las probabilidades sectoriales de las piezas críticas por fiabilidad, o sea:

$$R(t;t+\Delta t)=\prod_{i=1}^{m} Ri(t;t+\Delta t) \qquad (107)$$

donde:
Ri (t;t+Δt): Probabilidad sectorial de trabajo sin fallo del elemento i-ésimo en el intervalo (Δt).
m: Cantidad de elementos críticos por fiabilidad del artículo.

Si por ejemplo, el intervalo (Δt) es el que debe hacer una máquina para realizar una transportación determinada, en dependencia del valor (R(t;t+Δt)) podría decidirse acerca de la conveniencia o no de hacer dicha transportación. Así mismo, (Δt) podría ser el tiempo que media entre dos mantenimientos consecutivos, y si el valor de la probabilidad sectorial de la máquina es bajo, podría decidirse se reemplazo preventivo para evitar la interrupción del trabajo en este período.

ÍNDICES DE MANTENIBILIDAD.

Se le llama **MANTENIBILIDAD** a la propiedad del artículo consistente en la facilidad que el mismo brinda para prevenir y descubrir las causas que originan sus fallos y deterioros, así como la eliminación de sus consecuencias mediante la realización de mantenimientos, reparaciones o restauraciones.

Este proceso de reemplazo de los elementos se realiza por necesidad, es decir, cuando pierden su capacidad de trabajo, realizándose de forma preventiva o correctiva y con la posible utilización de las técnicas de diagnóstico.

En la medida que se conserve la fiabilidad funcional del artículo con los trabajos profilácticos (mantenimientos planificados) se reducirá la posibilidad de que surjan fallos en el período comprendido entre dos acciones programadas.

Para asegurar los mejores valores de los indicadores que caracterizan a la mantenibilidad tiene que garantizarse:

1. La facilidad para el descubrimiento del fallo o el estado límite del artículo sensorialmente o con la ayuda de medios técnicos.
2. Que el tiempo que media entre la aparición del fallo o estado límite del artículo y el instante de su descubrimiento sea mínimo.
3. La confiabilidad en la decisión sobre el surgimiento o no del fallo o estado límite del artículo.

Al alcanzarse el estado límite del artículo (elemento constructivo, mecanismo, sistema, agregado, máquina o instalación) se le saca de la explotación para repararlo (o darle de baja), instalando artículos nuevos o reparados, con los que continúa el proceso de explotación.

En el caso de las piezas individuales los índices de fiabilidad se determinan solamente para el estado límite, mientras que para los artículos complejos (agregados, máquinas, etc.) es preciso determinar tanto los indicadores correspondientes al estado límite (que provocan su reparación general o la baja), como los de su proceso de restablecimiento (que conforman la demanda de reparaciones eventuales).

Cuando las cualidades de funcionamiento del artículo sean las peores, en igualdad de otras condiciones, con mayor frecuencia se tendrá que intervenir para eliminarle los fallos o desperfectos, y por consiguiente, menos trabajo útil podrá realizar. Pero además, en dependencia de la mayor o menor facilidad con que se detecten los fallos o desperfectos, menor o mayor será el tiempo total para eliminarlos. Este tiempo improductivo del artículo, denominado también estadía, está determinado, en gran medida, por las cualidades de mantenibilidad del mismo.

Los principales indicadores de la mantenibilidad son:

1. Tiempo medio de reparación.
2. Tiempo medio improductivo debido al fallo.
3. Tiempo medio de espera para reparar.
4. Tiempo medio de búsqueda del fallo.

1- TIEMPO MEDIO DE REPARACIÓN. ($\bar{T}_R$).

Representa el valor esperado del tiempo medio de reparación.
Para artículos reparables la forma teórica de cálculo es:

$$\bar{T}_R = \frac{\sum_{i=1}^{n} T_{Ri}}{n} \tag{108}$$

donde:

$\bar{T}_R$: Tiempo de reparación del i-ésimo artículo.
n: Cantidad de artículos.

En el valor de este indicador no solo influyen las cualidades del artículo desde el punto de vista de su mantenibilidad, sino también el nivel de equipamiento en el taller, la organización del trabajo, la calificación del personal que realiza los trabajos y la calidad con que se realiza dichas operaciones.

2- TIEMPO MEDIO IMPRODUCTIVO DEBIDO AL FALLO. ($\bar{T}_H$).

Representa el valor esperado del tiempo perdido debido al fallo, siendo su forma práctica de cálculo:

$$\bar{T}_H = \frac{\sum_{i=1}^{n} T_{Hi}}{n} \tag{109}$$

siendo ($\bar{T}_{Hi}$) el tiempo improductivo del i-ésimo artículo.

3- TIEMPO MEDIO DE ESPERA PARA REPARAR. ($\bar{T}e$).

Es el valor esperado del intervalo de tiempo desde el momento del surgimiento del fallo hasta el comienzo de la reparación.

Forma práctica de cálculo: $\bar{Te} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Tei}{n}$ (110)

4- TIEMPO MEDIO DE BÚSQUEDA DEL FALLO. ($\bar{T}_B$).

Es el valor esperado de la duración de la búsqueda del fallo, determinándose prácticamente como:

$$\bar{T}_B = \frac{\sum_{i=1}^{n} T_{Bi}}{n} \quad (111)$$

<u>**ÍNDICES DE DURABILIDAD.**</u>

La **DURABILIDAD** es la propiedad que tiene el artículo de mantener el estado de capacidad de trabajo hasta llegar al estadio límite en condiciones de operación dadas.

El aumento de la cantidad de fallos de un artículo hace que a partir de cierto momento ya no sea posible, por razones técnicas o económicas, continuar explotándolo, lo cual depende de sus cualidades de durabilidad.

Los indicadores más utilizados para evaluar esta propiedad son:

1. Recurso medio.
2. Recurso gamma.
3. Recurso asignado.

1- RECURSO MEDIO. ($\bar{T}$).

Representa el valor esperado del recurso técnico de un artículo, siendo el recurso técnico el trabajo útil del artículo desde el inicio de su utilización o desde su restauración hasta llegar al estado límite.

Su forma práctica de cálculo es:

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Ti}{n} \quad (112)$$

2- RECURSO GAMMA. (t_γ).

El recurso gamma es el recurso técnico durante el cual el artículo no alcanzará el estado límite con una probabilidad gamma (expresada en porciento) establecida anteriormente, es decir, es el recurso que alcanzará el artículo sin fallar con una probabilidad dada.

Este indicador puede calcularse como:

$$P(t_\gamma) = \frac{\gamma}{100} \qquad (113)$$

donde:

$P(t_\gamma)$: Probabilidad de que se alcance el tiempo (t).

γ : Porciento de artículos que alcanzan el tiempo (t).

El método más común para la determinación de este indicador es utilizar la curva de supervivencia (ver figura 13), en la cual, asumiendo un valor de probabilidad dado obtenemos el recurso gamma. La siguiente figura muestra varios ejemplos de lo anterior.

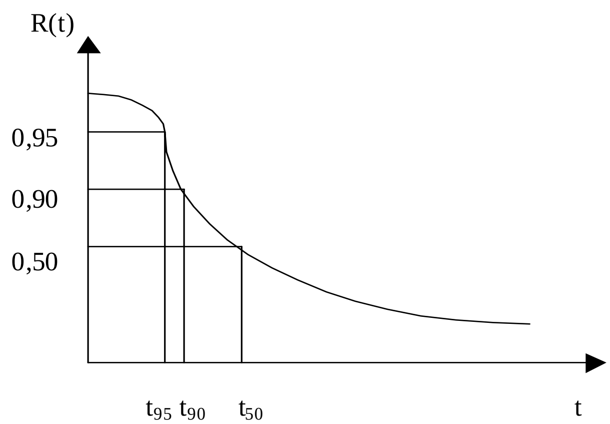


Fig. 17: Determinación del recurso gamma a partir de la curva de supervivencia

Para el caso de la ley de distribución Exponencial el recurso gamma puede determinarse como:

$$t_\gamma = \frac{1}{\lambda} * \left(\ln \frac{\gamma}{100} \right) \qquad (114)$$

El recurso gamma es ampliamente utilizado para determinar el tiempo de garantía de los artículos, la periodicidad de los mantenimientos y el tiempo hasta la reparación preventiva, determinándose generalmente para el 90 ó 95 % de los artículos.

3- RECURSO ASIGNADO.

Representa el trabajo útil del artículo después del cual se debe suprimir su utilización, independientemente de su estado técnico. Es también conocido como vida útil asignada.

<u>ÍNDICES DE CONSERVABILIDAD.</u>

La **CONSERVABILIDAD** es la propiedad del artículo de conservar ininterrumpidamente su condición de buen estado y su estado de capacidad de trabajo durante y después del almacenamiento y transportación en condiciones dadas.

Esta propiedad está condicionada por los plazos más convenientes de almacenaje y conservación del artículo y también por las distancias permisibles o por los espacios de tiempo de la transportación, después de los cuales el artículo queda en condiciones de una ulterior explotación sin necesidad de reparación alguna.

La conservabilidad del artículo depende de la calidad de producción, de la intensidad de los procesos de envejecimiento de sus elementos con los factores externos (temperatura, humedad ambiental, agresividad del medio, etc.), de la calidad del mantenimiento para su conservación y también de la calidad de los materiales utilizados para estos fines.

Los indicadores más utilizados para la evaluación de esta propiedad son:

1. Tiempo medio de conservación.
2. Tiempo gamma de conservación.

1- TIEMPO MEDIO DE CONSERVACIÓN. ($\bar{tc}$).

Representa el valor esperado del tiempo de conservación, determinándose como:

$$\bar{tc} = \frac{\sum_{i=1}^{n} tci}{n} \qquad (115)$$

2- TIEMPO GAMMA DE CONSERVACIÓN. (tc_γ).

Es el tiempo de conservación que será alcanzado por el artículo con una probabilidad gamma (expresada en porciento) establecida anteriormente.

De las cuatro propiedades analizadas es la operatividad la más importante, y por ende, son los indicadores que la evalúan los que más se utilizan para mejorar continuamente la explotación técnica de los artículos. Conjuntamente con estos indicadores se recomienda establecer el intervalo de confianza de la dispersión de la media, el cual representa el intervalo de labor en el cual debe ocurrir el evento analizado, con una probabilidad de confianza establecida anteriormente.

El intervalo de confianza se puede definir matemáticamente como:

$$IC = \{ E(t) - \delta < E(t) < E(t) + \delta \} \qquad (116)$$

siendo (δ) la magnitud a partir de la cual se establecen los límites de dicho intervalo, determinándose como:

$$\delta = \frac{\sigma(t)}{\sqrt{k}} * \arg\phi(\gamma') \qquad (117)$$

donde:
γ' : Probabilidad de confianza.
k: Cantidad de intervalos.

El argumento de la función (ϕ) para diferentes valores de la probabilidad de confianza (γ') se muestra en la tabla 13 del anexo.

1.9- ESTUDIO DE CASOS.

1.9.1- EJEMPLO DE APLICACIÓN DE LA LEY DE DISTRIBUCIÓN WEIBULL.

Se investiga la ley de distribución de la probabilidad de trabajo sin fallos del mecanismo de dirección del automóvil ZIL-130, condicionado por fallos progresivos de sus elementos originados por su envejecimiento. Fueron fijadas 79 observaciones estadísticas, las que para mayor comodidad se agruparon en 12 intervalos.

Se necesita establecer, para un nivel de significación de 0,1 la ley de distribución a la cual corresponde tal fenómeno, obtener las características numéricas de dicha ley, construir la curva de probabilidad de trabajo sin fallo y de la probabilidad de fallo y obtener el intervalo de confianza para una probabilidad de confianza del 95 %.

Los datos experimentales del recorrido hasta la aparición del fallo de dicho mecanismo se muestran en la siguiente tabla.

TABLA 1.1: Datos experimentales.

No de Int. (k)	Límite de los intervalos (x10^3 km)	Marca De Clase (ti)	Frecuencia absoluta experimental (ni)	Frecuencia relativa experimental (fi)	Frecuencia relativa acumulada (Fi)
1	2	3	4	5	6
1	0-10	5	9	0.113	0.113
2	10-20	15	14	0.177	0.290
3	20-30	25	18	0.227	0.517
4	30-40	35	7	0.088	0.605
5	40-50	45	9	0.113	0.718
6	50-60	55	9	0.113	0.831
7	60-70	65	4	0.050	0.881
8	70-80	75	4	0.050	0.931
9	80-90	85	2	0.025	0.956
10	90-100	95	1	0.012	0.968
11	100-110	105	1	0.012	0.980
12	110-120	115	1	0.012	0.992

Solución:

1- En la tabla de datos experimentales las columnas de la (1) a la (4) corresponden a los datos recopilados de la explotación. La frecuencia relativa experimental (fi), calculada según la expresión (28) aparece en la columna (5). De tal forma, para el primer intervalo:

$$f_1 = \frac{n_1}{n} = \frac{9}{79} = 0.113$$

En la columna (6) aparecen los valores de la frecuencia relativa acumulada (Fi)

2- A partir de los valores de la frecuencia relativa experimental construimos el histograma de frecuencias.

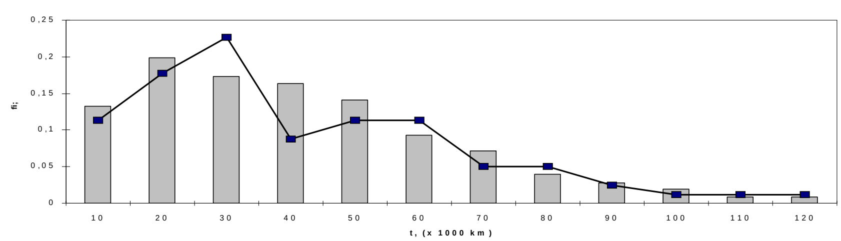


Fig. 18: Histograma de la distribución de frecuencia relativa (fi) y la curva teórica que describe la ley

Observando dicho histograma planteamos la hipótesis de que el fallo del mecanismo de dirección del ZIL-130 se debe acoger a la ley de distribución Weibull.

3- Determinación de las características numéricas de la ley.

a) Valor Esperado. (E(t)).
Utilizando la expresión (30) tenemos que:

$$E(t) = \sum_{1=1}^{12} ti \times fi = 5 \times 0.113 + 15 \times 0.177 + ... + 115 \times 0.012 = 36180 \quad km$$

E(t)=36 200 km.

b) Dispersión. (D(t)).
Según la expresión (32) tenemos que:

$$D(t) = \sum_{i=1}^{12} (ti - E(t))^2 \times fi$$

$$D(t) = (5 - 36.2)^2 \times 0.113 + (15 - 36.2)^2 \times 0.177 + ... + (115 - 36.2)^2 \times 0.012$$

D(t)=616 000 km^2

c) Desviación Cuadrática Media. (σ(t)).

Aplicando la expresión (33) tenemos que:

$$\sigma(t) = \sqrt{D(t)} = \sqrt{616} = 24\,819 \quad \text{km}$$

σ(t)=24 900 km.

d) Coeficiente de Variación. (V(t)).

Según la expresión (34) tenemos que:

$$V(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} = \frac{24\,900}{36\,200} = 0.68$$

e) Parámetro de Forma. (k)

Auxiliándonos de la tabla (10) del anexo podemos estimar el valor de este parámetro a partir del valor del coeficiente de variación, de tal manera que:

$V(t)=0.68 \longrightarrow k=1.5$

f) Parámetro de Escala. (b).

Utilizando las expresiones (60) y (62) tenemos que:

$$\mu = \frac{\Gamma(1+1/k)}{E(t)} = \frac{\Gamma(1+1/1.5)}{36.2} = \frac{\Gamma(1.66)}{36.2} = \frac{0.9016}{36.2} = 0.024$$

y como b=1/ μ, entonces:

b=1/0.024
b=41.6

4- Determinación de la función de densidad. (f(t)).

La función de densidad probabilística puede ser determinada según la expresión (46). Sin embargo, en cálculos ingenieriles se emplea una forma aproximada, cuyo procedimiento se muestra a continuación.

Se parte de conocer la relación (marca de clase/parámetro de escala; t/b). Este valor, conjuntamente con el parámetro de forma (k), son las entradas necesarias a la tabla donde aparecen los valores de (b $*$ f(t); parámetro de escala; función de densidad). La tabla (14) del anexo muestra esta relación.

La siguiente tabla muestra este procedimiento, correspondiendo a las columnas (7, 8 y 9).

TABLA 2: Resultados finales.

No. de inter. (k)	Entrada a la tabla 14 (t/b)	Valor (bxf(t))	Función de densidad (f(t))	Probab. Teórica (Pi*)	Frecuencia absoluta teórica (ni*)	Estadígrafo $\frac{(ni - ni*)^2}{ni*}$	R(t)	F(t)
1	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0.12	0.55	0.0132	0.1320	10.4	0.18	0.9607	0.0393
2	0.36	0.83	0.0199	0.1990	15.7	0.18	0.8053	0.1947
3	0.60	0.72	0.0173	0.1730	13.6	1.42	0.6282	0.3718
4	0.84	0.68	0.0163	0.1630	12.8	2.62	0.4630	0.5370
5	1.08	0.59	0.0141	0.1410	11.1	0.39	0.3262	0.6738
6	1.32	0.39	0.0093	0.0930	7.3	0.39	0.2194	0.7806
7	1.56	0.30	0.0072	0.0720	5.6	0.45	0.1418	0.8582
8	1.80	0.17	0.0040	0.0400	3.1	0.26	0.0893	0.9107
9	2.04	0.12	0.0028	0.0280	2.2	0.018	0.0542	0.9458
10	2.28	0.08	0.0019	0.0190	1.5	0.16	0.0319	0.9681
11	2.52	0.04	0.0009	0.0090	0.71	0.11	0.0183	0.9817
12	2.76	0.04	0.0009	0.0090	0.71	0.11	0.0102	0.9898

5- Obtención de los parámetros teóricos de la ley.

La probabilidad teórica de caer en el intervalo (Pi*) y la frecuencia absoluta teórica (ni*) se determinan por las expresiones (77) y (78) respectivamente. Sus valores se muestran en las columnas (10) y (11) de la tabla de resultados.

6- Pruebas de hipótesis.

a) Aplicando el criterio de Pearson.
Para aceptar la hipótesis debe cumplirse que: $P(\chi^2; \nu) \rangle \alpha$
Según la expresión (80) Chi-Cuadrado se determina como:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{12} \left[\frac{(ni - ni*)^2}{ni*} \right] = \left[\frac{(9 - 10.4)^2}{10.4} \right] + \left[\frac{(14 - 15.7)^2}{15.7} \right] + \ldots\ldots + \left[\frac{(1 - 0.71)^2}{0.71} \right] = 6.28$$

Los resultados de este estadígrafo pueden verse en la columna (12) de la tabla de resultados.

Los grados de libertad, según la expresión (81), para el caso de la ley Weibull, quedan como:
$\nu = k-m-1 = 12 - 2 - 1 = 9$

Buscando el valor de la probabilidad (P(6.28;9)) en la tabla (12) del anexo, nos queda que:
P(6.28;9) = 0.72

Y como (0.72 > 0.1), en correspondencia con este criterio, la hipótesis sobre la subordinación del histograma experimental a la ley de distribución Weibull se acepta.

b) Verificando este resultado utilizando el criterio de Romanovski, según la expresión (82), tenemos que:

$$\frac{\chi^2 - \nu}{\sqrt{2 * \nu}} \langle 3 \qquad \frac{(6.28 - 9)}{\sqrt{2 * 9}} = -0.64 \qquad -0.64 << 3$$

Por lo que se reafirma la conclusión sobre la aceptación de la hipótesis planteada.

7- Cálculo de la probabilidad de trabajo sin fallo (R(t)) y de la probabilidad de fallo (F(t)).

Según la expresión (56) la probabilidad de fallo se determina como: $F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{b}\right)^k}$

Por lo que la probabilidad de trabajo sin fallo será: $R(t) = e^{-\left(\frac{t}{b}\right)^k}$

Para el primer intervalo, donde (t=5), tenemos que:

$R(5000) = e^{-\left(\frac{5}{41.6}\right)^{1.5}} = 0.9607$

Los restantes valores de (R(t)) y de (F(t)) aparecen en las columnas (13) y (14) de la tabla de resultados. El gráfico de ambas probabilidades se muestra a continuación.

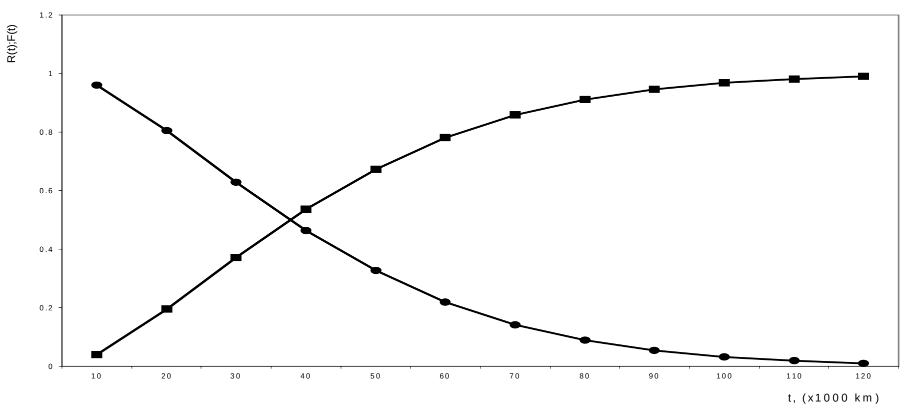


Fig. 19: Gráfico de la probabilidad de trabajo sin fallo (R(t)) y de probabilidad de fallo (F(t)).

8- Determinación del intervalo de confianza.

Según la expresión (116) el intervalo de confianza se define por:

IC = { E(t) - δ < E(t) < E(t) + δ }

La magnitud (δ), según la expresión (117) se determina como:

$$\delta = \frac{\sigma(t)}{\sqrt{k}} * \arg\phi(\gamma') = \frac{24.9}{\sqrt{12}} * \arg\phi(95\%)$$

De acuerdo con la tabla (13) del anexo, el argumento de la función es:

arg γ' (95 %) = 1.96

Por lo que: $\delta = \frac{24.9}{3.46} * 1.96 = 14\,100$ km

Entonces, el intervalo de confianza será:

IC = {36200 - 14 100 < 36 200 < 36200 + 14100} km.

IC = { 22 100 < 36 200 < 50 300 } km

Esto significa que con una probabilidad del 95 % se puede afirmar que el mecanismo de dirección del ZIL-130 como media trabajará en buen estado no menos de 22 100 km. y no más de 50 300 km., es decir, 36 200 ± 14 100 km. El límite inferior de este intervalo puede servir en calidad de información verificativa durante el cálculo de la cantidad necesaria de mecanismos de dirección para el parque de vehículos, es decir, para planificar la demanda de repuestos en un período de tiempo determinado.

1.9.2- EJEMPLO DE APLICACIÓN DE LA LEY DE DISTRIBUCIÓN NORMAL.

Se investiga la ley de distribución de las frecuencias de la salida de la explotación de los neumáticos de un automóvil, originado por el envejecimiento de la banda de rodamiento. En correspondencia con las normas técnicas para la explotación de los neumáticos se consideran no aptos para el uso cuando el 50 % del dibujo de dicha banda se ha desgastado. En base a esto fueron fijadas 400 observaciones del recorrido hasta el cual se consideraba al neumático no apto para la explotación. En la siguiente tabla se muestran los datos experimentales.

TABLA 2.1: Datos experimentales.

Nro. de interv. (k)	Límite de los interv. (x 10^3 Km.)	Marca de clase (ti)	Frecuencia absoluta experimental (ni)	Frecuencia relativa experimental (fi)	Frecuencia experimental acumulada (Fi)
1	2	3	4	5	6
1	44-48	46	9	0.022	0.022
2	48-52	50	42	0.105	0.127
3	52-56	54	92	0.230	0.357
4	56-60	58	120	0.300	0.657
5	60-64	62	91	0.227	0.884
6	64-68	66	38	0.095	0.979
7	68-72	70	6	0.015	0.994
8	72-76	74	2	0.005	0.999

Se necesita:

1. Establecer la ley de distribución a la que se subordina el fenómeno observado para un nivel de significación de 0,1.
2. Determinar el tiempo medio hasta el fallo.
3. Construir el gráfico de la probabilidad de trabajo sin fallo y la probabilidad de fallo en función del recorrido.
4. Calcular el intervalo de confianza para una probabilidad de confianza del 90 %.

Solución:

1- A partir de la frecuencia relativa experimental (fi) construimos el histograma de frecuencias.

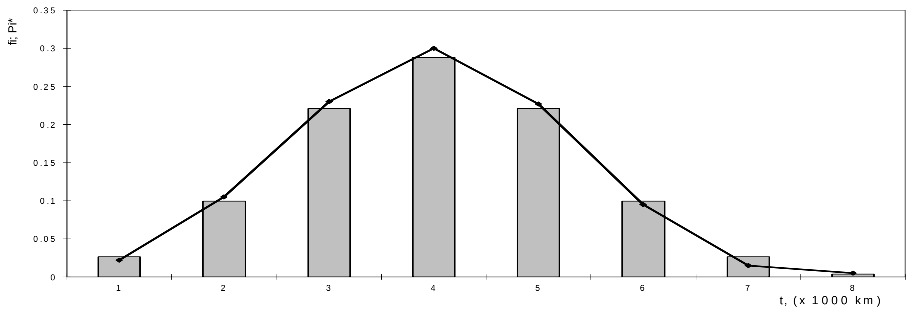


Fig. 20: Histograma de la distribución de la frecuencia relativa de fallos (fi) y la teórica que la iguala (Pi*).

Observando dicho histograma planteamos la hipótesis que el evento analizado (salida de la explotación de los neumáticos por desgaste del 50 % del dibujo de la banda de rodamiento) se debe subordinar a la ley de distribución Normal.

2- Determinación de las características numéricas de la ley.
a) Valor Esperado. (E(t)).

$$E(t) = \sum_{i=1}^{8}\left(ti * fi\right) = (46*0.022) + (50*0.105) + \ldots\ldots + (74*0.005) = 57\,846 \quad km$$

E(t) = 58 000 *km*.

b) Dispersión. (D(t)).

$$D(t) = \sum_{i=1}^{8}\left(ti - E(t)\right)^2 * fi = (46-58)^2 * 0.022 + (50-58)^2 * 0.105 + \ldots\ldots + (74-58)^2 * 0.005 = 26\,720 \quad km^2$$ *D(t)* = 27 000 km^2

c) Desviación Cuadrática Media. (σ(t)).

$$\sigma(t) = \sqrt{D(t)} = \sqrt{27} = 5.196 \ km$$

σ(t) = 5 500 km.

d) Coeficiente de Variación. (V(t)).

$$V(t) = \frac{\sigma(t)}{E(t)} = \frac{5500}{58000} = 0.09$$

3- Cálculo de la función de densidad. (f(t)).
Utilizando la expresión (66) tenemos que:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma(t) * \sqrt{2 * \pi}} * e^{-\frac{\left(ti - E(t)\right)^2}{2 * \left(\sigma(t)\right)^2}}$$

Sustituyendo los términos para el primer intervalo:

$$f(t) = \frac{1}{5.5 * \sqrt{2 * 3.14}} * e^{-\frac{\left(46 - 58^2\right)}{2 * (5.5)^2}} = 0.0066$$

Los demás valores pueden verse en la tabla de resultados (columna 7).

TABLA 2.2: Resultados finales.

Nro. de Interv. (k)	Función de densidad (f(t))	Probab. Teórica (Pi*)	Frecuencia Absoluta Teórica (ni*)	Estadígrafo $\frac{(ni-ni*)^2}{ni*}$	Cuantil $U=\frac{ti-E(t)}{\sigma(t)}$	Función de distrib. (F(t))	Diferencia (D)	Probab. de trabajo sin fallo (R(t))
1	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0.0066	0.0264	10.56	0.23	-2.18	0.0140	0.008	0.9860
2	0.0249	0.0996	39.84	0.11	-1.45	0.0730	0.054	0.9270
3	0.0552	0.2208	88.32	0.15	-0.72	0.2360	0.121	0.7640
4	0.0720	0.2880	115.2	0.2	0	0.5000	0.157	0.5000
5	0.0552	0.2208	88.32	0.08	0.72	0.7640	0.12	0.2360
6	0.0249	0.0996	39.84	0.08	0.45	0.9260	0.053	0.0740
7	0.0066	0.0264	10.54	1.96	2.18	0.9852	0.008	0.0148
8	0.0010	0.004	1.6	0.1	2.90	0.9980	0.001	0.0020

4- Obtención de los parámetros teóricos de la ley.

a) Probabilidad teórica de caer en el intervalo.

Para el primer intervalo tenemos que:

P*(46) = 0.0066 * 4 = 0.0264

En la columna (8) de la tabla de resultados aparecen los demás valores de esta probabilidad.

b) Frecuencia absoluta teórica.

Para el primer intervalo tenemos que:

ni* = Pi* . n = 0.0264 * 400 = 10.56

En la columna (9) de la tabla de resultados aparecen los demás valores.

5- Pruebas de hipótesis.

a) Aplicando el criterio de Pearson.

$P(\chi^2;\nu)>\alpha$, siendo $\alpha = 0.1$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{8}\left[\frac{(ni-ni*)^2}{ni*}\right] = \left[\frac{(9-10.56)^2}{10.56}\right] + \left[\frac{(42-39.84)^2}{39.84}\right] +.....+ \left[\frac{(2-1.6)^2}{1.6}\right] = 2.91$$

En la columna (10) de la tabla de resultados se muestran los valores de este estadígrafo por intervalo.

ν = k-m-1 = 8-2-1 = 5

En la tabla (12) del anexo buscamos el valor de esta probabilidad.

P(2.91;5) = 0.71 > 0.1

Por tanto, la hipótesis planteada sobre la subordinación de la frecuencia de salida de la explotación de los neumáticos se acepta.

b) Aplicando el criterio de Romanovski.

$$\frac{\chi^2-\nu}{\sqrt{2*\nu}}\langle 3 \qquad\qquad \frac{(2.91-5)}{\sqrt{2*5}} = -0.66 \langle\langle 3$$

Se reafirma la conclusión acerca de la veracidad de la hipótesis planteada.

c) Aplicando el criterio de Kolmogorv-Smirmov.
Según este criterio, una hipótesis se acepta cuando la diferencia máxima entre la frecuencia experimental y la teórica (ver expresión 83) es menor que la diferencia admisible (ver expresión 84). La frecuencia experimental (Fi) aparece en la tabla de datos experimentales (columna 6). Determinemos entonces la frecuencia teórica (función de distribución) y la diferencia admisible. La función de distribución, para la ley de distribución Normal, se determina según la expresión (67), teniendo en cuenta el cuantil de la distribución. En la tabla (15) del anexo aparecen los valores del cuantil y de la función de distribución.

Para el primer intervalo tenemos que:

$$U = \frac{46-58}{5.5} = -2.18$$

La función de distribución evaluada para este valor será:
F(-2.18) = 0.0140

En la tabla de resultados aparecen los resultados del cuantil (columna 11), de la función de distribución (columna 12) y de la diferencia entre ambas funciones (columna 13), siendo la diferencia máxima (Dmáx=0.157) correspondiente al cuarto intervalo.

La diferencia admisible es:

$$Dadm = \frac{\sigma(t)}{\sqrt{2*k}} = \frac{5.5}{\sqrt{2*8}} = 1.375$$

Para que se acepte la hipótesis tiene que cumplirse que:
Dmáx. < Dadm; y como 0.157 < 1.375, la hipótesis se acepta.
Existe otra forma de comprobar la veracidad de una hipótesis según este criterio, y es utilizando la magnitud (λ).

Después de establecer la diferencia máxima se procede a calcular (λ) como:

$$\lambda = Dmax.*\sqrt{k}$$

Luego, con ayuda de la tabla (16) del anexo se establece la probabilidad (P(λ)).

Si P(λ) > 0.6: la hipótesis se acepta.
Si P(λ) < 0.6: la hipótesis se rechaza.

Para el ejemplo analizado:

$$\lambda = 0.157*\sqrt{8} = 0.44$$

Por lo que:
P(0.44) = 0.9718 > 0.6: Por lo que la hipótesis se acepta.

6- Determinación de la probabilidad de trabajo sin fallo.
Al estar determinada la probabilidad de fallo (columna 12 de la tabla de resultado), la probabilidad de trabajo sin fallo se determinará como:
R(t) = 1 - F(t)

La columna (14) de la tabla de resultados muestra los valores de esta probabilidad.

A continuación se muestra el gráfico de la probabilidad de trabajo sin fallo y de la probabilidad de fallo en función del recorrido.

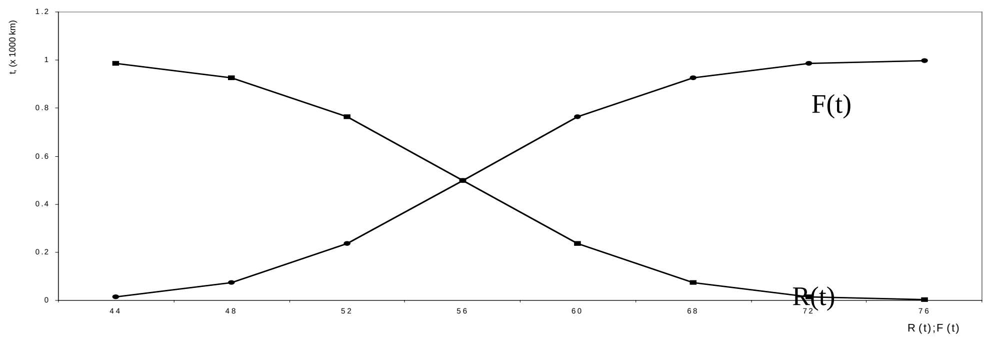


Fig 21: Probabilidad de trabajo sin fallos (R(t)) y probabilidad de fallos (F(t)) en funci{on del recorrido.

7- Determinación del intervalo de confianza.
IC={E(t)-δ<E(t)<E(t)+δ}; km.

En la tabla (13) del anexo buscamos el argumento de la función evaluada para un (90%) de probabilidad de confianza: arg (ϕ) (90 %) = 1.64, por lo que:

δ = (5.5 / 8) * 1.64 = 3 189 = 3 200 km.

Por tanto:
IC = {58000 - 3200 < 58000 < 58000 + 3200} km.
IC = {54800 < 58000 < 61200} km.

Significa esto que con una probabilidad de confianza del 90 % los neumáticos recorrerán no menos de 54 800 km. y no más de 61 200 km.

1.9.3- APLICACIÓN DE LA LEY DE DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL.

Se investiga la ley de distribución del tiempo perdido en una estación de mantenimiento para hallar el estado técnico de los artículos (tiempo medio de búsqueda del fallo). En la siguiente tabla se muestran los datos experimentales:

TABLA 3.1: Datos experimentales.

Nro. De Interv. (k)	Límite de los interv. (min)	Marca de clase. (ti)	Frecuencia absoluta experimental (ni)	Frecuencia relativa experimental (fi)	Frecuencia experimental acumulada (Fi)
1	2	3	4	5	6
1	0-10	5	49	0.273	0.273
2	10-20	15	27	0.150	0.432

3	20-30	25	32	0.178	0.601
4	30-40	35	20	0.111	0.712
5	40-50	45	15	0.083	0.795
6	50-60	55	8	0.044	0.839
7	60-70	65	8	0.044	0.883
8	70-80	75	4	0.022	0.905
9	80-90	85	5	0.027	0.932
10	90-100	95	2	0.011	0.943
11	100-110	105	3	0.016	0.959
12	110-120	115	2	0.011	0.970

Se quiere:

1- Establecer la ley de distribución a la que se subordina el fenómeno estudiado para un nivel de significación de 0,1.
2- Determinar el tiempo medio de búsqueda del fallo.
3- Construir la curva de probabilidad de terminación de las operaciones para el descubrimiento del fallo.
4- Calcular la magnitud del intervalo de confianza para una probabilidad de confianza del 95 %.

Solución:

1- Construcción del histograma de frecuencias.

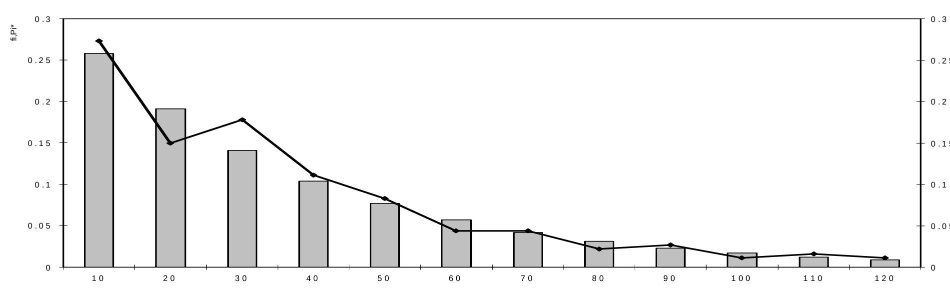


Fig. 22: Histograma de la distribución de la frecuencia experimental (fi) y la tórica Pi*

Planteamos la hipótesis de que el evento analizado (descubrimiento del fallo del artículo) se subordina a la ley Exponencial. Pasemos entonces a verificar la veracidad de esta hipótesis.

2- Determinación de las características numéricas de la ley de distribución.

a) Valor esperado.

Este valor corresponde al tiempo medio en la búsqueda del fallo, calculándose como:

$$E(t) = \sum_{i=1}^{12} \left(ti \times fi\right) = \left(5 \times 0.273\right) + \left(15 \times 0.150\right) + ... + \left(115 \times 0.011\right) = 28.9 \ min.$$

3- Cálculo de la intensidad de fallos.

$$\lambda = \frac{1}{E(t)} = \frac{1}{28.9} = 0.03 \quad casos/min.$$

4- Cálculo de la función de densidad.

Según la expresión (68), para el primer intervalo tenemos que:

$$f(5) = \lambda * e^{-\lambda * t} = 0.03 * e^{-0.03*5} = 0.025$$

En la columna (7) de la tabla de resultados se muestran los restantes valores de esta función.

TABLA 3.2: Resultados finales.

Nro. De interv. (k)	Función de densidad f(t)	Probab. teórica (Pi*)	Frecuencia absoluta teórica. (ni*)	Estadígrafo $\frac{(ni - ni*)^2}{ni*}$	Función de distribución (F(t))	Diferencia (D)	Probab. de trabajo sin fallo. (R(t))
1	7	8	9	10	11	12	13
1	0.0258	0.2580	45.15	0.32	0.1393	0.133	0.8607
2	0.0191	0.1910	33.42	1.23	0.3624	0.069	0.6376
3	0.0141	0.1410	24.67	2.17	0.5277	0.073	0.4723
4	0.0104	0.1040	18.20	0.17	0.6501	0.061	0.3499
5	0.0077	0.0770	13.47	0.17	0.7408	0.054	0.2592
6	0.0057	0.0570	9.97	0.38	0.8080	0.031	0.1920
7	0.0042	0.0420	7.35	0.05	0.8578	0.025	0.1422
8	0.0031	0.0310	5.42	0.37	0.8947	0.010	0.1053
9	0.0023	0.0230	4.02	0.23	0.9220	0.010	0.0780
10	0.0017	0.0170	2.97	0.31	0.9422	0.008	0.0578
11	0.0012	0.0120	2.10	0.38	0.9572	0.001	0.0428
12	0.0009	0.0090	1.57	0.11	0.9683	0.001	0.0317

5- Cálculo de la probabilidad teórica de caer en el intervalo.
Pi* = f(t) * Δt
Para el primer intervalo:
Pi* = 0.0258 * 10 = 0.2580
En la columna (8) de la tabla de resultados se muestran los demás valores.

6- Cálculo de la frecuencia absoluta teórica.
ni* = Pi* x n
Para el primer intervalo:
ni* = 0.2580 * 175 = 45.15

7- Prueba de hipótesis.
a) Criterio de Pearson.
$P(\chi^2;\nu)>\alpha$, siendo $\alpha = 0.1$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{12}\left[\frac{(ni - ni*)^2}{ni*}\right] = \left[\frac{(49-45.5)^2}{45.5}\right] + \left[\frac{(27-33.42)^2}{33.42}\right] + \ldots\ldots + \left[\frac{(2-1.57)^2}{1.57}\right] = 5.89$$

En la columna (10) de la tabla de resultados se muestran los valores de este estadígrafo por intervalo.
ν = k-m-1 = 12-1-1 = 10

Buscando en la tabla (12) del anexo el valor de la probabilidad (P(5,89; 10)) obtenemos el valor de (0,8273). Por tanto, 0,8273 > 0,1; aceptándose la hipótesis sobre la subordinación del evento analizado a la ley de distribución Exponencial.

b) Criterio de Kolmogorov-Smirnov.

$D = |Fi(t) - F(t)|$

Para la ley Exponencial tenemos que: $F(t) = 1 - e^{-\lambda * t}$

Así, para el primer intervalo:

$F(5) = 1 - e^{-0.03*5} = 0.1393$

En la columna (6) de la tabla de resultados aparecen los valores de la frecuencia experimental acumulada (Fi(t)) y en la columna (11) los valores de la función de distribución (F(t)). Según los resultados de la columna (10) (diferencia) se aprecia que el mayor valor corresponde al primer intervalo (Dmáx = 0,133).

La diferencia admisible es: $Dadm = \frac{\sigma(t)}{\sqrt{2*k}} = \frac{28.8}{\sqrt{2*12}} = 5.91$

Y como que: 0,133 << 5,91, por lo que se reafirma la veracidad de dicha hipótesis.

8- Determinación de la probabilidad de terminación de las operaciones para el descubrimiento del fallo en un tiempo dado.

Sabemos que:
R(t) = 1 - F(t)

y para el primer intervalo:
R(5) = 1 - 0,1393 = 0,8607

En la columna (13) de la tabla de resultados se muestran los restantes valores de esta probabilidad. A continuación se puede apreciar el gráfico de la misma.

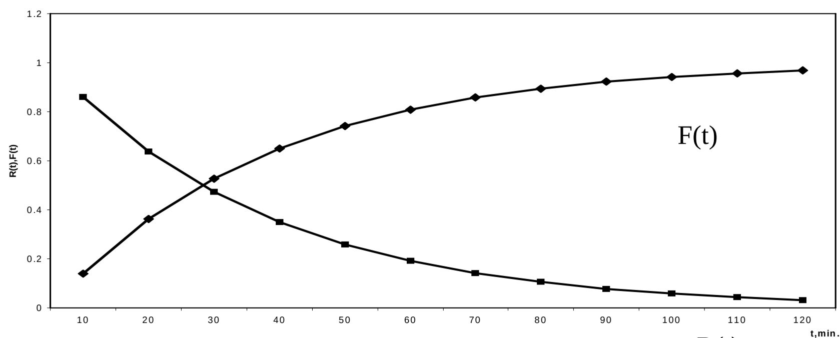


Fig. 23: Gráfico de la probabilidad de trabajo sin fallos (R(t)) y probabilidad de fallo (F(t)).

9- Determinación del intervalo de confianza.
IC = { E(t) - δ < E(t) < E(t) - δ } min.

De la tabla (13) del anexo tenemos que:
arg (ϕ) (95 %) = 1.96; por lo tanto: $\delta = 16.37$ min.

De tal forma, el intervalo de confianza será:
IC = {28.9 - 16.37 < 28.9 < 28.9 + 16.37 } min.
IC = { 12.53 < 28.9 < 45.27 } min.

Esto significa que con una probabilidad de confianza del 95 % se puede afirmar que el tiempo de búsqueda del fallo en los artículos será entre los 12.53 y 45.27 minutos.

1.10- FIABILIDAD DE SISTEMAS.

La predicción de la fiabilidad de un artículo es siempre deseable debido a que permite pronosticar determinados elementos de la explotación, tales como: costos y requerimientos de materiales, piezas y mano de obra, etc., con los que se logra organizar eficientemente el proceso de explotación del mismo.

Siempre se desea que dicha predicción sea elevada, significando esto el conocimiento del fallo, sus causas y formas de eliminación con los menores gastos posibles. Sin embargo, raramente la predicción puede ser hecha con elevada precisión. Factores como el diseño, la calidad de los materiales empleados en su fabricación, la tecnología utilizada, las condiciones de operación, restricciones medioambientales y muchos otros más influyen grandemente sobre dicha predicción, por lo que ella siempre estará sujeta cierta incertidumbre. No obstante, una buena predicción de la fiabilidad nos provee de las bases y herramientas necesarias para lograr el objetivo anteriormente planteado.

La predicción de la fiabilidad del artículo puede llevarse a cabo a partir de los datos estadísticos sobre la explotación. Teniendo los indicadores de fiabilidad de las piezas críticas que conforman al artículo podremos entonces evaluar su fiabilidad general. Es válido aclarar que mientras más precisos sean los datos recogidos de la explotación más confiables serán los valores de los indicadores, y por tanto, más exacta será la predicción de la fiabilidad general del artículo. Este método es muy utilizado y muy preciso siempre que la exactitud de la información sea elevada.

En la práctica muy pocas Empresas poseen los datos necesarios para poder realizar la predicción exacta de la fiabilidad de los artículos, o si los poseen no tienen la confiabilidad requerida. En estos casos dicha predicción deberá realizarse basándose en comparaciones con experiencias pasadas.

MODELOS DE FIABILIDAD DE SISTEMAS.

Resulta interesante determinar la fiabilidad se sistemas, puesto que en la práctica no vamos a encontrar piezas que funcionen aisladamente, sino que los diferentes elementos que componen un artículo se encuentran relacionados de alguna forma, conformando así un sistema.

Es importante aclarar que desde el punto de vista de la fiabilidad estas uniones se refieren a uniones desde el punto de vista de surgimiento del fallo y no tienen que coincidir necesariamente con los enlaces físicos. Así, por ejemplo, podemos evaluar la fiabilidad del cigüeñal de un motor de combustión interna considerándolo como un elemento aislado, pero esta pieza forma parte de dicho motor, y si falla él fallará también el motor como sistema. Pero además, este motor forma parte del vehículo y si falla él como agregado fallará el vehículo como sistema.

Al análisis de la fiabilidad se sistemas se le acostumbra a llamar fiabilidad estructural, representando la fiabilidad resultante del sistema cuando se ha prefijado su estructura y se conocen los valores de la fiabilidad de todos los elementos que lo componen.

En la práctica podemos encontrar sistemas formados por elementos relacionados de la siguiente forma:

1- Conexión en Serie.
2- Conexión en Paralelo.
3- Conexión Mixta.

1.10.1- CONEXION EN SERIE.

Un sistema se considera en serie cuando el esquema estructural de los elementos que lo componen es similar al que se muestra en la siguiente figura.

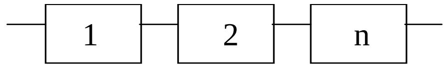


Fig. 18: Representación esquemática de la conexión en serie

Si los valores de la fiabilidad de las partes individuales no dependen entre sí, es decir, que el fallo de una parte no cambie o varíe la fiabilidad de las otras, entonces la fiabilidad del sistema se puede determinar como el producto de los valores de la fiabilidad de cada elemento independiente, es decir:

$$Rs = \prod_{i=1}^{n} Ri = R_1 * R_2 * .... * R_n \tag{118}$$

siendo (n) la cantidad de elementos independientes del sistema.

Suponiendo que la ley de distribución que cumple cada elemento es la exponencial, entonces de acuerdo a la expresión (118) tenemos que:

$$Rs = e^{-\lambda_1 t} * e^{-\lambda_{2t}} * .... * e^{-\lambda_{nt}} \tag{119}$$

Para este tipo de conexión se cumple que:

$$\lambda_s = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i = \lambda_1 + \lambda_2 + ... + \lambda_n \tag{120}$$

Por lo que:

$$R_s = e^{-\lambda_s * t} \tag{121}$$

En estos sistemas, si se desea obtener un elevado valor de la fiabilidad del sistema es necesario que la fiabilidad de los elementos independientes sea elevada, pues la fiabilidad del sistema siempre será inferior al menor valor de fiabilidad de los elementos que lo componen. Un solo elemento no fiable destruye la fiabilidad del sistema, es decir, baste que fallo un sólo elemento para que la fiabilidad del sistema se vea afectada.

1.10.2- CONEXION EN PARALELO.

En la práctica podemos encontrar varias formas de conexión en paralelo, siendo las más usuales las siguientes:

1- Redundancia activa.
2- Redundancia pasiva.
3- Redundancia m-fuera de-n.

1- Redundancia Activa.

Teóricamente los sistemas con redundancia activa son más fiables que los sistemas en serie. En estos, compuestos generalmente por dos elementos independientes con fiabilidad (R_1) y (R_2), la operación satisfactoria ocurre si cualquiera de ellos, o ambos, funcionan adecuadamente.

Una representación de este tipo de conexión se muestra en la siguiente figura:

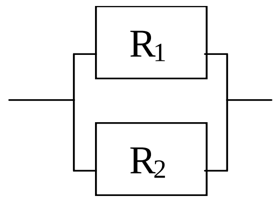


Fig. 19: Sistema de redundancia dual.

Por tal motivo, la fiabilidad del sistema va a ser igual a la suma de las fiabilidades de los elementos que lo componen. La expresión general para calcular la fiabilidad de este sistema es:

$$R_s = 1 - \left[\prod_{i=1}^{n} (1 - Ri) \right] \quad (122)$$

$$R_s = 1 - \left[(1 - R_1) * (1 - R_2) * ..... * (1 - R_n) \right] \quad (123)$$

Si la fiabilidad de cada elemento obedece a la ley de distribución exponencial, entonces la fiabilidad del sistema no corresponderá con dicha ley, o sea, si:

$$R_1 = e^{-\lambda_1 * t}; \quad R_2 = e^{-\lambda_2 * t}; \quad R_n = e^{-\lambda_n * t}$$

entonces:

$$R_s = 1 - \left[(1 - e^{-\lambda_1 * t}) * (1 - e^{-\lambda_2 * t}) * ..... * (1 - e^{-\lambda_n * t}) \right] \quad (124)$$

Si además se cumple que la intensidad de fallos de cada elemento es igual ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_n$), entonces:

$$R_s = 1 - \left(1 - e^{-\lambda * t}\right)^n \quad (125)$$

2- Redundancia Pasiva (en espera).

La redundancia pasiva o en espera se logra cuando el elemento conectado en paralelo no opera continuamente, siendo solamente activado cuando falla el elemento principal.

Supongamos un sistema similar al de la figura anterior (19), donde el elemento (1) es el principal y el (2), conectado en paralelo, se encuentra en espera (sin funcionar).Al ocurrir el fallo de (1) rápidamente entra a funcionar el elemento (2). Considerando que la intensidad de fallos es constante (ley exponencial) la fiabilidad del sistema se calcula como:

$$Rs = e^{-\lambda * t} + \lambda * t * e^{-\lambda * t} \tag{126}$$

La expresión general para determinar la fiabilidad del sistema, compuesto por (n) partes iguales será:

$$Rs = e^{-\lambda * t} + \sum_{i=1}^{n-1} \left[\frac{(\lambda * t)^i}{i!} \right] \tag{127}$$

3- Redundancia m-fuera de-n.

En algunas configuraciones de redundancia activa en paralelo se requiere que (m) elementos estén fuera de servicio de (n) posibles para que el sistema trabaje. Esto es llamado redundancia "m-out-of-n" o "m/n".

La fiabilidad de los sistemas (m/n), con (n) elementos independientes, en los cuales todos los elementos tienen igual fiabilidad, la función binomial de fiabilidad es:

$$Rs = 1 - \sum_{i=1}^{m-1} \binom{n}{i} * R^i * (1 - R)^{n-i} \tag{128}$$

Si se cumple que la intensidad de fallos es igual para todos los elementos, entonces:

$$Rs = 1 - \frac{1}{(\lambda * t + 1)^n} * \sum_{i=0}^{m-1} \binom{n}{i} * (\lambda * t)^{n-i} \tag{129}$$

1.10.3- CONEXION MIXTA.

Este es el tipo de conexión más complejo que existe, llamado también conexión Serie-Paralelo. En la siguiente figura se muestran dos casos típicos de esta conexión.

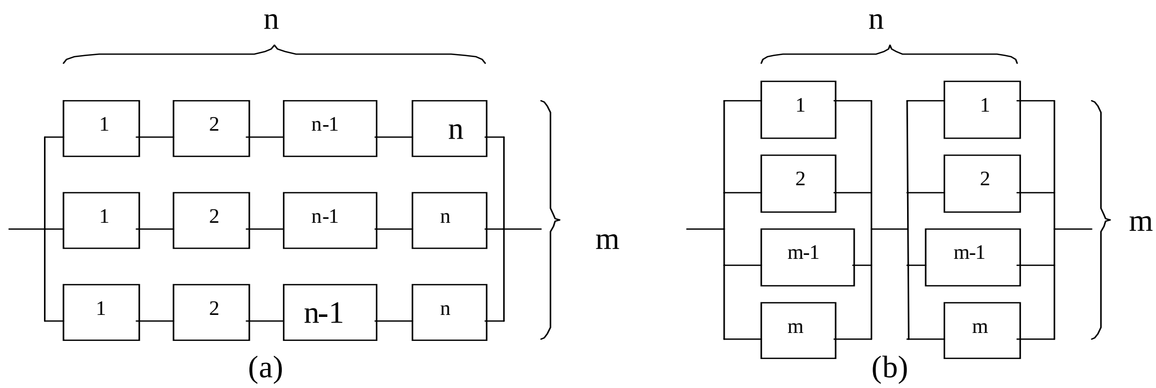


Fig. 24: Representación esquemática de dos casos de conexión mixta.

En el caso (a) existen (m) circuitos conectados en paralelo de (n) partes con igual fiabilidad cada una. La fiabilidad del circuito será:

$$Rc = R_1 * R_2 * R_{n-1} * R_n = R^n \tag{130}$$

Por lo que la fiabilidad del sistema será:

$$Rs = 1 - \left[(1-R)^n * (1-R)^n * (1-R)^n\right] \tag{131}$$

$$Rs = 1 - (1 - R^n)^m \tag{132}$$

Por lo tanto, a mayor número de circuitos conectados en paralelo (m) mayor serás la fiabilidad del sistema (m ---:, entonces Rs -- 1), siempre que sus partes sean iguales.

En el caso (b) están conectados en serie (n) grupos de (m) partes iguales conectadas en paralelo. La fiabilidad de cada grupo será:

$$Rg = 1 - \left[(1-R_1) * (1-R_2) * (1-R_{m-1}) * (1-R_m)\right] \tag{133}$$

$$Rg = 1 - (1-R)^m \tag{134}$$

Y la fiabilidad del sistema será:

$$Rs = R_{n1} * R_{n2} \tag{135}$$

Si consideramos que $Rn_1 = Rn_2$, entonces:

$$Rs = \left[1 - (1-R)^m\right]^n \tag{136}$$

En este caso, si aumenta la cantidad de partes iguales conectadas en paralelo (m) la fiabilidad del sistema tiende a la unidad (1) (si m--:, entonces R---1). Por otra parte, si aumentan los elementos conectados en serie (n), entonces la fiabilidad del sistema tiende a cero (0) (n--:, entonces Rs--- 0).

Para el caso general en que están conectados en serie (n) grupos, que sean un número diferente de elementos conectados a su vez en paralelo (m_1, m_2, ...m_m) con diferente fiabilidad cada uno de ellos, la fiabilidad del sistema se puede determinar según la siguiente expresión:

$$Rs = \prod_{i01}^{n}\left[1-\prod_{i01}^{m}(1-Ri)\right] \tag{137}$$

Se recomienda ver el caso 4 de este material.

1.10.4- METODO PARAMÉTRICO PARA EVALUAR LA FIABILIDAD DE SISTEMAS.

La evaluación de la fiabilidad de los sistemas complejos empleando métodos tradicionales generalmente resulta una tarea muy compleja, la cual requiere de mucho tiempo. En 1972, Banerjee y Rajamani propusieron un método paramétrico mediante el cual la fiabilidad de los sistemas complejos puede ser evaluada fácilmente. A continuación se describe dicho método, el que introduce el parámetro ( ), definido como:

$$\phi = \frac{1-R}{R} \tag{138}$$

siendo (R) la fiabilidad del componente.

1- Sistemas en Serie.

Si sustituimos la expresión (138) en la (118) tenemos que:

$$\left(1+\phi s\right) = \prod_{i=1}^{n}(1+\phi i) \tag{139}$$

Considerando un sistema formado por dos elementos (n=2) tenemos que:

$$\phi s = \phi_1 + \phi_2 + \phi_1\phi_2 \tag{140}$$

De forma general, el parámetro (ϕ_s) puede calcularse como:

$$\phi_s = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \tag{141}$$

Una vez conocido este parámetro, la fiabilidad del sistema se determina como:

$$Rs = \frac{1}{1+\phi_s} \tag{142}$$

2- Sistemas en Paralelo.

Teniendo en cuenta la expresión (138) y sustituyéndola en la (122) tenemos que:

$$\frac{\phi_p}{1+\phi_p} = \prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\phi i}{1+\phi i}\right) \tag{143}$$

Para pequeños valores de (ϕ), el término (1+ ϕ =1), por lo que:

$$\phi_p = \prod_{i=1}^{n} \phi i \tag{144}$$

Empleando la expresión (142) se puede determinar la fiabilidad del sistema.

3- Sistemas Complejos con Redundancia en Paralelo.

Cuando el valor del parámetro (ϕ) es igual para todos los componentes del sistema, la expresión (144) puede escribirse como:

$$\phi_p = (\phi i)^{Yi} \tag{145}$$

siendo (Yi) el número de elementos del i-ésimo conjunto.

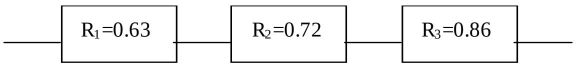
El parámetro para los sistemas mostrados en la figura (20) puede determinarse como:

$$\phi_{sp} = \sum_{i=1}^{n} (\phi i)^{Yi} \tag{146}$$

El método paramétrico para determinar la fiabilidad de sistemas complejos asume que ($\phi \ll 1$). Sin embargo, cuando ($R<0.5$), ($\phi \approx 1$). Por tanto, el rango del parámetro (ϕ) es un criterio importante a considerar para determinar el error de cálculo. Este método es usado para determinar la fiabilidad de sistemas que estén formados por elementos con un alto valor de fiabilidad.

EJEMPLO # 7.

Considere un sistema formado por tres elementos conectados en serie, cuyos valores de fiabilidad son: 0.63; 0.72 y 0.86 respectivamente. Calcule la fiabilidad del sistema.



Solución.

A- Empleando el método tradicional.

Según la expresión (118) tenemos que:

$$Rs = \prod_{i=1}^{N} Ri = R_1 * R_2 * R_3 = 0.6300 * 0.7200 * 08600 = 0.3900$$

B- Empleando el método paramétrico.

Considerando a ϕ_1, ϕ_2 y ϕ_3 como parámetros de cada uno de los tres componentes respectivamente, tenemos que:

$$\phi_1 = \frac{1-R_1}{R_1} = \frac{1-0.6300}{0.6300} = 0.5873$$

$$\phi_2 = \frac{1-R_2}{R_2} = \frac{1-0.7200}{0.7200} = 0.3888$$

$$\phi_3 = \frac{1-R_3}{R_3} = \frac{1-08600}{0.8600} = 0.1627$$

El parámetro del sistema será:

$$\phi_s = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 = 0.5873 + 0.3888 + 0.1627 = 1.1388$$

La fiabilidad del sistema será:

$$Rs = \frac{1}{1+\phi_s} = \frac{1}{1+1.1388} = 0.4675$$

La diferencia entre los dos resultados obtenidos por ambos métodos es (0.4675-0.3900= 0.0775). Como la fiabilidad de los elementos componentes del sistema es relativamente alta este error puede considerarse insignificante.

El tipo de sistema o redundancia influye sobre la disponibilidad. Si los sistemas en espera pueden ser reparados o revisados mientras el sistema primario (fundamental) trabaja correctamente, la disponibilidad general puede incrementarse grandemente.

En la tabla 17 del anexo se muestran las funciones de fiabilidad y disponibilidad para algunos tipos de configuraciones de sistemas. En ella se aprecia claramente el incremento de la fiabilidad y de la disponibilidad cuando los sistemas están provistos de redundancia. Sin embargo, esto se cumple para situaciones relativamente simples, particularmente cuando se asume una intensidad de fallos constante. Además, para este caso se considera que:

1- La fiabilidad del sistema general es única.
2- No ocurren fallos por causas simples.
3- Los fallos son detectados tan pronto como ellos ocurren.

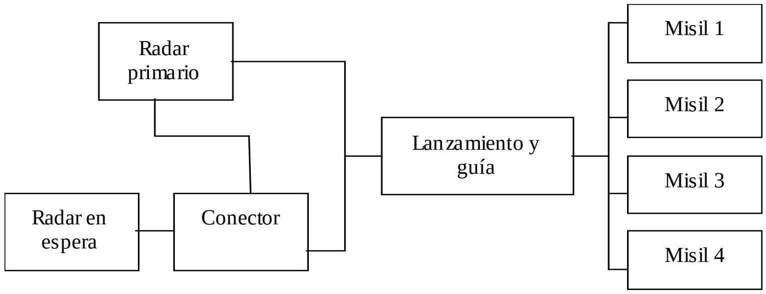
Por supuesto, estas condiciones no son necesariamente aplicables, particularmente en el caso de los equipos en espera, a los que se les debe comprobar su estado técnico cada cierto tiempo para determinar si están disponibles para trabajar o si es necesario realizarle trabajos de mantenimiento o reparación. La disponibilidad en estos casos dependerá del intervalo de pruebas.

Actualmente muchos equipos e instalaciones poseen sistemas de monitoreo (equipamiento de pruebas incorporados), pero estos no garantizan la detección total de todos los fallos. En las situaciones de la vida real es necesario considerar estos aspectos, pudiendo ser este análisis muy complejo. Varios métodos analíticos son aplicables para el análisis del comportamiento de los sistemas complejos, entre los que se encuentran:

1- Gráfico de estado.
2- Arbol de fallos.
3- Análisis de diagramas de bloque (fiabilidad estructural).
4- Eliminación de lazos.
5- Método de simulación de Montecarlo.

EJEMPLO # 8.

El sistema de misiles de un barco de guerra está compuesto por dos radares de protección, un sistema de control, un sistema de dirección y lanzamiento y cuatro misiles. Los radares están dispuestos de tal forma que cada uno de ellos puede dar protección al barco de forma independiente, trabajando uno y el otro se encuentra de reserva en configuración de redundancia pasiva (en espera). Los cuatro misiles están disponibles para ser lanzados y el sistema se considera fiable si tres de los cuatro misiles pueden ser lanzados y guiados. La siguiente figura muestra el esquema del sistema.



La fiabilidad de cada misil es de 0.9000. Se asumen las siguientes consideraciones:

1- El sistema de lanzamiento y guía está constantemente activado.
2- El tiempo de vuelo del misil es despreciable.
3- Todos los elementos son independientes.

La fiabilidad de cada unidad cada 24 horas es:

Unidad	Fiabilidad	Intensidad de fallos
Radar primario	Rp=0.9762	λp=0.001
Radar en espera	Rs=0.9762	λs=0.001
Lanzamiento y guía	Rlg=0.9692	λlg=0.0013
Conector	Rc=0.9500	λc=0.0021

Determinar:

a) La fiabilidad del sistema cada 24 horas.
b) La disponibilidad del sistema, excluyendo los misiles, si el tiempo medio de reparación para todas las unidades es de 2 horas.

<u>Solución.</u>

a)
1- La fiabilidad del radar, para un período de 24 horas, por ser redundancia en espera y según la expresión (126) se determina como:

$$Rradar = e^{-\lambda t} + \lambda * t * e^{-\lambda t} = 0.9762 + 0.01 * 24 * 0.9762 = 0.9996$$

2- La probabilidad de fallo del radar es:

Fradar = 1 - Rp = 1 - 0.9762 = 0.0238

3- La probabilidad de fallo del conector es:

Fconector = 1 - 0.9500 = 0.0500

4- La probabilidad de que fallen a la vez el radar y el conector se determina como el producto de las probabilidades de fallo, por considerarse conexión en serie, de tal forma que:

(1-0.9762)(1-0.9500)=0.0012

A los efectos de la fiabilidad se puede considerar que la fiabilidad del conector es:

Rsw=(1-0.0012)=0.9988

5- La fiabilidad del sistema, hasta el sistema de lanzamiento y guía es:

$$Rs = Rradar * Rsw * R\lg = 0.9996 * 0.9988 * 0.9692 = 0.9676$$

6- La fiabilidad de cualquiera de los tres misiles de reserva, según la expresión (128) es:

$$Rm = 1 - \sum_{i=0}^{m-1} \binom{n}{i} * R^i * (1-R)^{n-i}$$, siendo n=4 y m=3.

$$Rm = 1 - \left[\binom{4}{0}(0.9)^0 (0.1)^4 + \binom{4}{1}(0.9)^1 (0.1)^3 + \binom{4}{2}(0.9)^2 (0.1)^2 \right] = 0.9477$$

7- La fiabilidad general del sistema es:

$$Rsg = Rs * Rm = 0.9676 * 0.9477 = 0.9169$$

b)
1- La disponibilidad del radar en redundancia, para esta configuración es:

$$Aradar = \frac{\mu^2 + \mu * \lambda}{\mu^2 + \mu * \lambda + \lambda^2}$$, si $\mu = \frac{1}{MTTR} = \frac{1}{2} = 0.5$

$$Aadar = \frac{(0.5)^2 + (0.5 * 0.001)}{(0.5)^2 + (0.5 * 0.001) + (0.001)^2} = 0.999\ 996$$

2- La disponibilidad del sistema de lanzamiento y guía es:

$$A\lg = \frac{\mu}{\mu + \lambda} = \frac{0.5}{0.5 + 0.0013} = 0.997\ 406$$

3- La disponibilidad general es:

$$As = Aradar * A\lg = 0.999997 * 0.997406 = 0.9974$$

1.10.5- OPTIMIZACIÓN DE LA FIABILIDAD DE SISTEMAS.

La fiabilidad general de cualquier sistema puede incrementarse empleando elementos de reserva (redundancia) en cada una de las etapas (ver figura 20). El incremento del número de elementos en el sistema provoca que se eleven los costos y el peso del mismo, por lo que para diseñar un sistema con elevado rendimiento se tiene que llegar a un compromiso entre la fiabilidad y el costo o el peso. El problema radica entonces en optimizar la fiabilidad con respecto al costo, al peso o ambos. A continuación se describen tres casos de optimización de la fiabilidad para sistemas con redundancia en paralelo, empleando métodos paramétricos, siendo estos:

1- Máxima fiabilidad para un costo dado.
2- Mínimo costo para una fiabilidad dada.
3- Máxima fiabilidad para un costo y peso dados.

1- Máxima fiabilidad para un costo dado.

Consideremos un sistema donde se conoce el número de etapas y la fiabilidad de cada componente. Es deseable que el costo total del sistema no exceda a un costo límite dado (C_L), entonces, según la expresión (146), nos queda que:

$$C_L \geq \sum_{i=1}^{n} Ci * Yi \qquad (147)$$

siendo (Ci) el costo de un componente.

La función de restricción puede ser escrita como:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} Ci * Yi - C_L = 0 \qquad (148)$$

Como la fiabilidad es el objeto de la optimización, la función objetivo (U) se define como:

$$U = \sum_{i=1}^{n} (\phi i)^{Yi} \qquad (149)$$

La expresión de Lagrange (LE=U+ $\lambda\phi$), para optimizar los costos, se puede escribir como:

$$LE = \sum_{i=1}^{n} (\phi i)^{Yi} + \lambda \left(\sum_{i=1}^{n} Ci * Yi - C_L \right) \qquad (150)$$

Para optimizar el número de componentes (Yi) en la i-ésima etapa, la ecuación diferencial de Lagrange con respecto a (Yi) es:

$$\frac{dLE}{dYi} = \ln\phi i * (\phi i)^{Yi} + \lambda * Ci = 0 \qquad (151)$$

Esta ecuación puede ser escrita como:

$$Yi = ai * \ln\lambda + bi \qquad (152)$$

donde:

$$ai = \frac{1}{\ln\phi i}; \qquad bi = \frac{\ln Ki}{\ln\phi i}; \qquad Ki = -\frac{Ci}{\ln\phi i}$$

Teniendo en cuenta las expresiones (147 y 152) se puede obtener el multiplicador de Lagrange (λ), quedando que:

$$\lambda = e^{s} \qquad (153)$$

donde

$$s = \frac{C_L - \sum_{i=1}^{n} Ci * bi}{\sum_{i=1}^{n} Ci * ai} \qquad (154)$$

Al calcular (λ) por la expresión (153) se puede establecer el número óptimo de elementos componentes de cada etapa, siempre que se cumpla con la siguiente condición:

$$\frac{(\phi i)^{Yi}}{[1+\phi i]^{(1+Yi)}} < \lambda * Ci \qquad (155)$$

En la figura 1 del anexo se muestra el diagrama de bloque de este procedimiento. En el mismo se establece el número óptimo de elementos componentes a partir de las expresiones (153 y 155) empleando el procedimiento iterativo.

2- Minimización del costo para un valor de fiabilidad dado.

Al considerar un sistema donde se debe lograr un valor de fiabilidad requerido mientras se mantiene, lo más bajo posible su costo, la función objetivo será:

$$U = \sum_{i=1}^{n} Ci * Yi \qquad (156)$$

La ecuación de restricción es:

$$\phi_L \leq \sum_{i=1}^{n} (\phi i)^{Yi} \tag{157}$$

donde el valor límite de (ϕ_L) viene dado por:

$$\phi_L = \frac{1 - R_L}{R_L} \tag{158}$$

siendo (R_L) el valor de fiabilidad límite.

La función de restricción del costo se escribe como:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} (\phi i)^{Yi} - \phi_L \tag{159}$$

La ecuación de Lagrange puede escribirse como:

$$LE = \sum_{i=1}^{n} Ci * Yi + \lambda \left(\sum_{i=1}^{n} (\phi i)^{Yi} - \phi_L \right) \tag{160}$$

Optimizando el número de componentes (Yi) en la i-ésima etapa, el diferencial de Lagrange con respecto a (Yi) será:

$$\frac{dLE}{dYi} = Ci + \lambda * \ln \phi i * (\phi i)^{Yi} = 0 \tag{161}$$

Para (i=1) esta expresión se convierte en:

$$\lambda * \ln \phi_1 * \phi_1^{Y1} = -C_1 \tag{162}$$

Transformando las expresiones (161 y 162) nos queda que:

$$\phi i^{Yi} = Ki * \phi_1^{Y1} \tag{163}$$

donde:

$$Ki = \frac{\ln \phi_1 * Ci}{\ln \phi i * C_1} \tag{164}$$

Teniendo en cuenta las expresiones (162 y 163), el valor de (λ) puede calcularse como:

$$\lambda = -\frac{C_1}{\ln \phi i * C_1} \qquad (165)$$

donde:

$$s = \frac{\phi_L}{K} \qquad y \qquad K = \sum_{i=1}^{n} Ki$$

Para obtener el costo óptimo (mínimo) para un valor de fiabilidad restringido se tiene que cumplir que:

$$\lambda * \frac{(\phi i)^{Yi}}{[1+\phi i]^{(1+Yi)}} < Ci \qquad (166)$$

En la figura 2 del anexo se muestra el diagrama de bloque del proceso iterativo para establecer el costo mínimo.

3- Máxima fiabilidad para un costo y peso dados.

En este caso la función objetivo puede ser escrita como:

$$U = \sum_{i=1}^{n} (\phi i)^{Yi} \qquad (167)$$

El peso y el costo del sistema varían linealmente con relación al número de elementos, utilizándose esto como función de restricción. El peso total del sistema, así como su costo, no deberán exceder los valores de peso límite (W_L) y costo límite (C_L):

$$C_L \geq \sum_{i=1}^{n} Ci * Yi \qquad (168)$$

$$W_L \geq \sum_{i=1}^{n} Wi * Yi \qquad (169)$$

siendo (Wi) el peso del componente de la i-ésima etapa.

Las funciones de restricción son:

$$\varphi_1 = \sum_{i=1}^{n} Ci * Yi - C_L = 0 \tag{170}$$

$$\varphi_2 = \sum_{i=1}^{n} Wi * Yi - C_L = 0 \tag{171}$$

Las ecuaciones de Lagrange pueden expresarse como:

$$LE = \sum_{i=1}^{n} Ci * Yi + \lambda\left(\sum_{i=1}^{n} (\phi i)^{Yi} - \phi_L\right) \tag{172}$$

$$LE = \sum_{i=1}^{n} (\phi i)^{Yi} + \lambda_1\left(\sum_{i=1}^{n} Ci * Yi - C_L\right) + \lambda_2\left(\sum_{i=1}^{n} Wi * Yi - W_L\right) \tag{173}$$

La ecuación diferencial es:

$$\frac{dLE}{dYi} = \ln\phi i * \phi i^{Yi} + \lambda_1 * Ci + \lambda_2 * Wi = 0 \tag{174}$$

Transformando esta ecuación nos queda que:

$$Yi = \frac{1}{\ln\phi i}\left[\ln(ai * \lambda_1 + bi * \lambda_2)\right] \tag{175}$$

donde:

$$ai = \frac{Ci}{\ln\phi i} \qquad y \qquad bi = \frac{Wi}{\ln\phi i}$$

Diferenciando la ecuación de Lagrange con respecto a (λ_1 y λ_2), tenemos que:

$$\frac{dLE}{d\lambda_1} = \sum_{i=1}^{n} Ci * Yi - C_L = 0 \tag{176}$$

$$\frac{dLE}{d\lambda_2} = \sum_{i=1}^{n} Wi * Yi - W_L = 0 \tag{177}$$

Sustituyendo la expresión (175) en (176 y 177) tenemos que:

$$C_L = -\sum_{i=1}^{n} ai\left[\ln(ai * \lambda_1 + bi * \lambda_2)\right] \tag{178}$$

$$W_L = -\sum_{i=1}^{n} bi\left[\ln(ai * \lambda_1 + bi * \lambda_{2)}\right] \tag{179}$$

Cumpliendo la siguiente inecuación se puede establecer el valor de fiabilidad para estas restricciones.

$$\frac{(\phi i)^{Yi}}{[1+\phi i]^{(1+Yi)}} < \lambda\left(g_1 * Ci + g_2 * Wi\right) \tag{180}$$

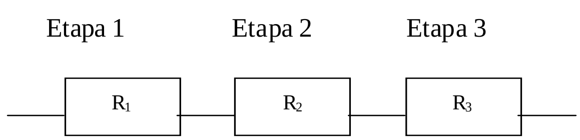
siendo:

$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$
$g_1 = \lambda_1 / \lambda$
$g_2 = \lambda_2 / \lambda$

La figura 3 del anexo muestra el diagrama de bloque del proceso iterativo para la optimización de la fiabilidad considerando estas restricciones.

EJEMPLO # 9.

Consideremos el sistema analizado en el ejemplo 7, formado por tres elementos, con un valor de fiabilidad del sistema de 0.3900. Este valor se quiere elevar por encima de 0.7800, siendo esto beneficioso para reducir los problemas de mantenimiento. Sólo se poseen 40.00 pesos para la compra del equipamiento necesario. Se desea incrementar la fiabilidad para el sistema, con redundancia en las tres etapas.



Datos.

Componente (i)	Costo (pesos) (Ci)	Fiabilidad (Ri)
1	2	0.6300
2	5	0.7200
3	7	0.8600

Restricción: Costo límite (C_L=40.00)

Solución.

En este caso estamos ante la presencia de un sistema al que se le quiere elevar la fiabilidad teniendo un costo restringido.

1- Determinación de los parámetros ϕi, ai, bi y Ki.

$$ai = \frac{1}{\ln \phi i}; \qquad bi = \frac{\ln Ki}{\ln \phi i}; \qquad Ki = -\frac{Ci}{\ln \phi i}; \qquad \phi i = \frac{1-R}{R}$$

Resultados del cálculo de los parámetros.

Componente	ϕi	ai	bi	Ki
1	0.5873	- 1.8789	- 2.4873	3.7578
2	0.3888	- 1.0585	- 1.7638	5.2927
3	0.1627	- 0.5507	- 0.7430	3.8549

2- Determinación de las sumatorias.

$$\sum_{i=1}^{n} Ci * ai = -12.9052$$

$$\sum_{i=1}^{n} Ci * bi = -18.9446$$

3- Determinación del parámetro (s) para el costo límite (C_L=40). (según la expresión 154).

$$s = -4.5675$$

4- Determinación del parámetro (λ).

λ = 0.0103

5- Asumiendo un decremento ($\Delta\lambda$ = 0.001) y comenzando la iteración para (λ_1=0.0103), el número de componentes para la primera etapa se determina, según la expresión (155), como:

Para i=1 tenemos que:

$$\frac{(\phi i)^{Yi}}{[1+\phi i]^{(1+Yi)}} < \lambda * Ci$$

λ_1* C_1= 0.0103 * 2 = 0.0206

Para la primera iteración (Yi=0), el término de la izquierda queda como:

$$\frac{\phi_1^{\,0}}{\left[1+\phi_1\right]^{(1+0)}}=\frac{1}{1+0.5873}=0.6300$$

Como 0.6300>0.0206, no se cumple la desigualdad, por lo que debemos pasar a la segunda iteración (Yi=1), quedando que:

$$\frac{\phi_1^{\,1}}{\left[1+\phi_1\right]^{(1+1)}}=\frac{1}{(1+0.5873)^2}=0.2330$$

En este caso 0.2330>0.0206, no cumpliéndose la desigualdad, pasando entonces a la tercera iteración.

En la siguiente tabla se resumen los resultados del proceso iterativo para la primera etapa. Se muestran además los de la segunda y tercera etapa, siguiendo el mismo procedimiento.

Yi	Primera etapa	Segunda etapa	Tercera etapa
	$\lambda_1 * C_1$	$\lambda_1 * C_2$	$\lambda_{\vert} * C_3$
	$\frac{(\phi i)^{Yi}}{\left[1+\phi i\right]^{(1+Yi)}}$		
0	0.6300	0.7200	0.8600
1	0.2330	0.2015	0.1203
2	0.0862	0.0564	0.0168
3	0.0319	0.0157	-
4	0.0118	-	-

6- Cálculo de la fiabilidad del sistema. (según expresión 136)

$$Rs=\prod_{i=1}^{n}(1-(1-Ri)^{yi})=\left[1-(1-0.63)^4\right]*\left[1-(1-0.72)^3\right]*\left[1-(1-0.86)^2\right]=0.9408$$

y el costo del sistema (Cs) es:

$$Cs=\sum_{i=1}^{n}Ci*Yi=(2\cdot 4)+\left(5*3\right)+\left(7*2\right)=37.00 \quad pesos$$

Comoquiera que el costo del sistema calculado es menor que el costo límite beberá repetirse el proceso para un nuevo valor de (λ), de tal forma que ahora se asume que:

$\lambda_2 = \lambda_1 - \Delta\lambda = 0.0103 - 0.001 = 0.0093$

Al realizar todos los pasos con el valor de (λ_2) se obtienen resultados similares que para (λ_1), por lo que tiene que repetirse el proceso para un valor (λ_3=0.0093-0.001=0.0083). Lo mismo sucederá para (λ_4=0.0073 y λ_5=0.0063). Esto depende del valor de ($\Delta\lambda$) que se seleccione. Si este valor es muy pequeño todo el procedimiento tendrá que repetirse muchas veces. La selección de un ($\Delta\lambda$) pequeño garantiza no equivocarse en la solución óptima. Una regla práctica para seleccionar el ($\Delta\lambda$) adecuado es asumir ($\Delta\lambda$=0.2).

Para el caso de (λ_6=0.0053) es que se obtiene la solución óptima. El término derecho de la desigualdad queda como:

$\lambda_6 * C_1 = 0.0053 * 2 = 0.0106$

Realizando todo el proceso, comenzando con la iteración en (Yi=0) se obtiene la solución óptima para el costo restringido (C_L=40). De esta forma nos queda que el número de componentes es 5, 3 y 2 para la primera, segunda y tercera etapa respectivamente.

La fiabilidad del sistema es:

$$Rs = \prod_{i=1}^{n}\left[1-(1-Ri)^{Yi}\right] = \left[1-(1-0.63)^{5}\right]*\left[1-(1-0.72)^{3}\right]*\left[1-(1-0.86)^{2}\right] = 0.9522$$

El costo del sistema es:

$$Cs = \sum_{i=1}^{n} Ci * Yi = (2*5)+(5*3)+(7*2) = 39.00 \quad pesos$$

Este es el valor que más se aproxima al costo restringido (C_L) y por tanto, la mejor solución. Si se prueba (λ_7=0.0043) se puede comprobar que el costo del sistema es (Cs= 35.00 pesos), valor que se aleja del establecido como restricción.

1.11- INDICES COMPLEJOS DE FIABILIDAD.

Se denomina índices complejos de fiabilidad a los que están relacionados con varias de las propiedades que constituyen la fiabilidad del artículo. Comúnmente, durante el proceso de explotación se utilizan los índices complejos (llamados también coeficientes), siendo el de disposición (disponibilidad) y el de utilización técnica los más utilizados.

El coeficiente de disposición (Kd) representa la probabilidad de que el artículo este apto para el trabajo en un momento cualquiera durante el período comprendido entre dos mantenimientos planificados consecutivos, siendo su expresión básica la siguiente:

$$Kd = \frac{T}{T + T_{mtto}} \qquad (181)$$

donde:
T: Tiempo total que trabaja el artículo.
T_{mtto}: Tiempo total en mantenimiento (se incluyen todos los tiempos de esta actividad)

La importancia de este coeficiente radica en que mediante él podemos evaluar la efectividad del mantenimiento planificado en lo referente al aseguramiento de la operatividad de los artículos en el período comprendido entre estas actividades.

Por su parte, el coeficiente de utilización técnica (Kut) se define como la relación entre el valor esperado del tiempo en que el artículo mantiene su estado de capacidad de trabajo y la suma de este tiempo y el de todas las paradas durante un período cualquiera de su utilización, permitiendo valorar el estado técnico de los artículos que se encuentran en la explotación, calculándose como:

$$Kut = \frac{T}{T + To + Tmtto} \qquad (182)$$

siendo (To) el tiempo perdido por causas no técnicas.

En la rama del transporte automotor se utiliza además de estos el coeficiente de disposición técnica (αt) el cual, conjuntamente con la estadía en mantenimiento (Tmtto) y la provocada por causas no técnicas (To) considera la provocada por la reparación general (T_{RG}), es decir:

$$\alpha t = \frac{T}{T + Tmtto + To + T_{RG}} \qquad (183)$$

Este coeficiente da una valoración general de todo el parque de vehículos existentes en la Empresa.

Resulta interesante analizar la influencia de diferentes factores sobre estos coeficientes. Por ejemplo, en la medida que aumenta el tiempo medio de trabajo diario (tmt) el valor de estos coeficientes tiende a disminuir hiperbólicamente, según se muestra en la siguiente figura.

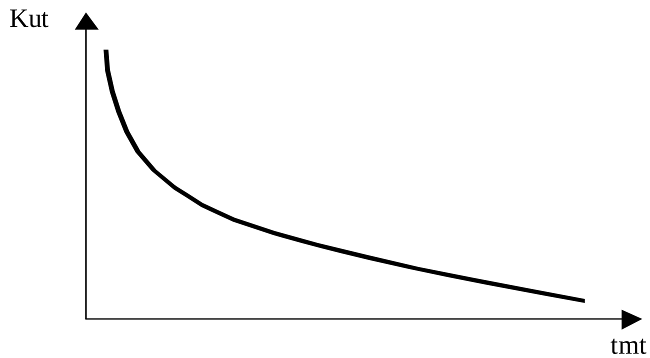


Fig. 25: Variación del coeficiente de utilización técnica en dependencia del tiempo de trabajo diario y de las condiciones de explotación.

Igual influencia tienen las condiciones de explotación, toda vez que mientras más severas sean estas con mayor frecuencia aparecerán los fallos en los artículos técnicos, así como la necesidad de reparaciones eventuales, con el consiguiente aumento de los costos de explotación.

La edad de los artículos se refleja también en los valores de estos coeficientes. El empeoramiento general del estado técnico a medida que aumenta la labor trae como consecuencia la reducción del tiempo de trabajo del artículo y el aumento de las estadías por causas técnicas, lo que hace que disminuyan los valores de los coeficientes. La siguiente figura muestra lo antes expuesto.

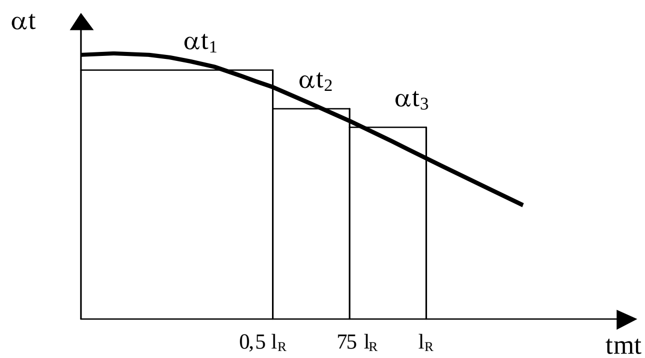


Fig. 26: Variación del coeficiente de disposición técnica en dependencia de la labor de la artículo.

La adecuada utilización de estos coeficientes, que evalúan la estadía de los artículos, permite detectar las reservas que posee la Empresa para mejorar su actividad técnico-económica y elevar la productividad de los equipos, máquinas e instalaciones, con el consiguiente ahorro de recursos humanos y materiales dedicados al mantenimiento de la capacidad de trabajo de los mismos.

A pesar de ser estos coeficientes los que más se emplean en las Empresas para evaluar la estadía de los artículos, no son los únicos que existen y por tanto no son los únicos indicadores complejos de fiabilidad. Cuando se analiza la fiabilidad de sistemas comúnmente se acostumbra a construir el llamado gráfico de estado, donde se establecen las relaciones lógicas que existen entre los diferentes acontecimientos analizados. Cada una de estas relaciones constituyen, de hecho, indicadores complejos de fiabilidad. Del análisis de todos estos indicadores se establecen las verdaderas causas que afectan el estado técnico de los sistemas técnicos. Se recomienda analizar el caso 5 que aparece en este material.

1.12- ÁRBOL DE FALLOS.

El árbol de fallos es una técnica muy utilizada para describir la fiabilidad y la seguridad en el funcionamiento de los sistemas técnicos. Este permite interpretar cuantitativamente las consecuencias de los fallos y tiene como objetivos básicos los siguientes:

1- Analizar el diseño del sistema.
2- Justificar los cambios en el sistema.
3- Perfeccionar los estudios de cambios.
4- Analizar los modos de fallos.

El árbol de fallos es un gráfico donde se ubica en la cúspide un evento tope, que siempre será un evento indeseable (fallo del sistema) y las condiciones principales para que este evento tope ocurra (eventos intermedios y primarios), estableciéndose relaciones entre todos los eventos a partir de los llamados operadores lógicos. Quiere esto decir que el árbol de fallos relaciona el fallo del sistema con los fallos de los elementos que lo componen, a partir de relaciones lógicas. Es importante aclarar que los operadores lógicos relacionan a los diferentes acontecimientos desde el punto de vista de la ocurrencia del fallo y no necesariamente representan los enlaces físicos que pueden existir entre los distintos componentes del sistema. Para la construcción y evaluación del árbol de fallos se recomiendan seguir los siguientes pasos:

1- Definición del sistema.
2- Construcción del árbol de fallos.
3- Evaluación cualitativa del árbol de fallos.
4- Evaluación cuantitativa del árbol de fallos.
5- Recomendaciones para ejecutar acciones correctivas al sistema.

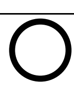
1- Definición del sistema.

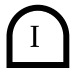
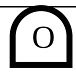
Es importante poseer un dominio total del sistema a analizar, estableciéndose los siguientes elementos como datos básicos:

a) Esquema de funcionamiento del sistema.
b) Esquema estructural del sistema.
c) Principales indicadores de fiabilidad de cada elemento.

2- Construcción del árbol de fallos.

Para la construcción del árbol de fallos se utilizan los símbolos que se muestran a continuación.
Tabla 5: Símbolos a utilizar en el árbol de fallos.

Símbolo	Definición
	Evento o acontecimiento (tope o intermedios). Representa al evento de fallo, el cual es la combinación de otros eventos de fallos.
	Evento básico o primario. Representa el fallo del elemento al

	cual se le conoce su probabilidad de fallo. Este evento establece el fin de la rama en el árbol de fallos, estableciendo el último nivel de la misma-
	Operador lógico de conexión en paralelo. Condiciona que el evento ubicado en el nivel anterior ocurre sólo si ocurren simultáneamente todos los eventos ubicados en el nivel inferior.
	Operador lógico de conexión en serie. Condiciona que el evento ubicado en el nivel anterior ocurre cuando uno o más de los eventos ubicados en el nivel inferior ocurren.

La siguiente figura muestra dos casos de utilización de los operadores lógicos para un sistema formado por dos elementos.

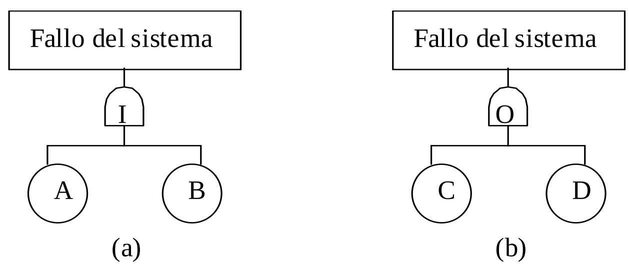


Fig. 26: Arbol de fallos de un sistema formado por dos elementos (A y B).
(a): Conectados en paralelo.
(b): Conectados en serie.

De la figura anterior se puede concluir que para el caso (a) el sistema falla si fallan simultáneamente los elementos (A) y (B), pues al estar conectados en paralelo el fallo de uno de ellos no provoca el fallo del sistema. Para el caso (b), al estar conectados en serie los elementos (A) y (B), el fallo del sistema se produce con el fallo de uno de ellos, es decir, baste que falle (A) o (B) para que ocurra el fallo del sistema.

Estos ejemplos son muy sencillos y no denotan la gran complejidad que se presenta al construir el árbol de fallos de sistemas reales. Esta complejidad está dada por la gran cantidad de elementos que pueden formar parte de un sistema, siendo esto la principal dificultad a la hora de construir su árbol de fallos. Para atenuar este inconveniente se emplea la técnica de eliminar algunas combinaciones o ramas (casi siempre las que se repiten) siempre y cuando en el árbol aparezcan la cantidad de combinaciones necesarias y suficientes para que ocurra el evento tope. Existen varios métodos para determinar la cantidad mínima de eliminaciones sin que se afecte el árbol de fallos, siendo algunos de ellos: por el número de elementos; por las densidades de frecuencias del fallo; por la disponibilidad; etc.

Para construir el árbol de fallos es necesario definir, en primer lugar, cuál será el evento tope o resultante, ubicándose en el primer nivel. Luego se establecen los eventos intermedios, que estarán ubicados a partir del segundo nivel, teniendo en cuenta que debe irse de lo más general a lo particular, y por último se definen los eventos primarios, con los cuales termina la rama. Desde el punto de vista teórico lo ideal es considerar como evento primario el fallo de la pieza. Sin embargo, la práctica demuestra que en la generalidad de las Empresas no se posee la información necesaria respecto a la fiabilidad de las mismas, y sí con los datos pertenecientes a los agregados, mecanismos o equipos, considerándose en estos casos a estos como eventos primarios.

Una vez definidos los eventos a todos los niveles se procede a ubicar los operadores lógicos, partiendo de la siguiente consideración: si el evento que se analiza provoca la ocurrencia del acontecimiento que se encuentra en el nivel superior entonces el operador lógico a utilizar será aquel que identifique a la conexión en serie. En caso contrario la conexión será en paralelo. Es necesario además identificar a cada operador lógico, utilizándose para esto letras o números.

3- Evaluación cualitativa del árbol de fallos.

Esta evaluación se basa en analizar la relación que existe entre los diferentes acontecimientos, desde el punto de vista de la aparición del fallo. Además, permite establecer hacia donde se deben dirigir los esfuerzos para garantizar que la probabilidad de fallo en el acontecimiento, rama o sistema sea lo más pequeña posible.

4- Evaluación cuantitativa del árbol de fallos.

Este análisis se basa en la determinación de la probabilidad de fallo (F) en el punto que identifica a cada operador lógico, realizando el cálculo desde el evento primario hasta el tope, teniendo en cuenta el tipo de operador. Así podemos encontrar que:

- Si el operador lógico corresponde a la conexión en serie, entonces la probabilidad de fallo se determina como:

$$Fj = \sum_{i=1}^{n} Fi \qquad (184)$$

donde:
n: Cantidad de eventos que anteceden al operador.
j: Identificación del operador lógico.
Fi: Probabilidad de fallo del evento i-ésimo.

- Si el operador lógico corresponde a la conexión en paralelo, entonces la probabilidad de fallo se determina como:

$$Fj = \prod_{i=1}^{n} Fi \qquad (185)$$

Al calcular la probabilidad de fallo (Fj) cuando estemos en presencia de la conexión en serie puede pasar que, en un momento dado, este valor sea mayor que uno (1), por lo que desde el punto de vista de las probabilidades no tiene lógica, pero desde el punto de vista del análisis de fiabilidad del sistema si, puesto que mientras mayor sea el valor de la probabilidad de fallo más mala será la fiabilidad hasta ese punto de evaluación y ser entonces estos elementos los que mayor atención requerirán para incrementar la fiabilidad del sistema en general.

5- Recomendaciones para ejecutar acciones correctivas.

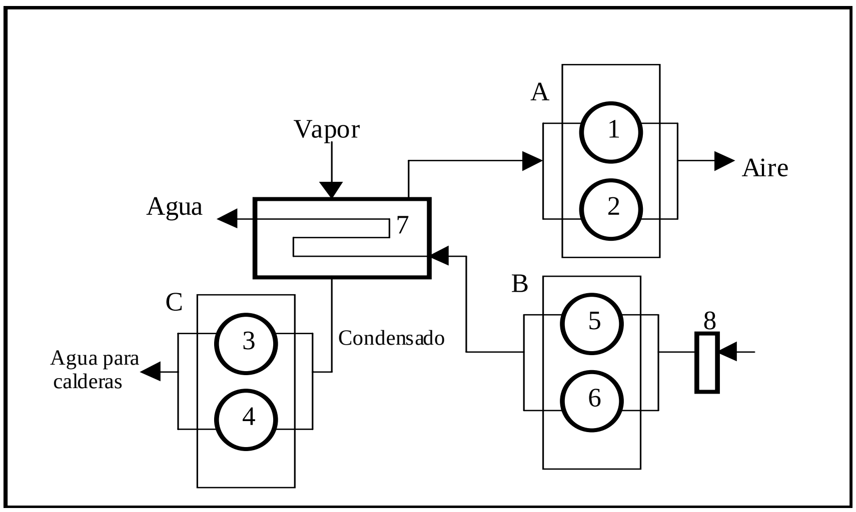
Aquí se resumen todas las tareas que son necesarias para lograr la disminución de la probabilidad de fallo, y por ende, lograr un incremento de la fiabilidad del sistema.

Los cambios que se propongan hacer deberán estar plenamente justificados, tanto desde el punto de vista técnico como económico, empleándose las herramientas adecuadas. Se recomienda analizar el caso 6 de este material.

1.13- ESTUDIO DE CASOS.

1.13.1- FIABILIDAD DE SISTEMAS.

Determinar la fiabilidad del siguiente sistema, el cual corresponde a un esquema simplificado de un sistema de condensación de vapores.



Leyenda:
1 y 2: Bombas de vacío.
3 y 4: Bombas de agua de alimentar la caldera.
5 y 6: Bombas de agua de enfriamiento.
7: Condensador.
8: Filtro.

Solución.

Para solucionar esta tarea es necesario, en primer lugar, realizar el estudio funcional del sistema y, a partir de esto, construir el esquema estructural para luego poder calcular la fiabilidad del sistema.

1- Estudio funcional del sistema.

El esquema representa un sistema de condensación utilizado para convertir el vapor del escape de un motor de combustión interna en agua, la cual puede ser utilizada en una caldera. La entrada de agua de enfriamiento al condensador (7) se logra mediante una de las dos bombas de agua de enfriamiento, la (5) es la principal y la (6) está de reserva. Al condensador entra vapor y sale agua, siendo esta último impulsado por una de las bombas de agua de alimentar la caldera, la (3) o la (4). En el condensador se crea un vacío parcial a través de la bomba de vacío (1) o (2), garantizando esto un flujo continuo de los gases de escape del motor. De esta forma se incrementa además la eficiencia del motor.

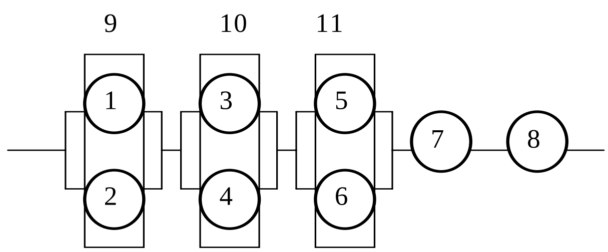
2- Construcción del esquema estructural.

Teniendo en cuenta cuál es el objetivo del sistema, en este caso lograr la condensación de los vapores de agua presente en los gases de escape del motor, y en base a su esquema funcional se construye el esquema estructural, el cual relaciona a los elementos del sistema desde el punto de vista funcional. Una forma práctica para definir cómo está conectado el elemento es realizando la siguiente pregunta: ¿El fallo del elemento que se analiza provoca el fallo del sistema? Si la respuesta es positiva entonces la conexión es en serie, según el concepto fiabilístico. Si por el contrario la respuesta es negativa, entonces la conexión es en paralelo.

Para construir el esquema estructural se recomiendan seguir los siguientes pasos:

a) Enumerar los elementos a considerar en el análisis.
b) Definir el tipo de conexión de cada elemento desde el punto de vista de la aparición del fallo en el sistema.
c) Ubicar cada elemento en el esquema. Sobre la línea central se ubicarán los elementos conectados en serie y fuera de ella los que están conectados en paralelo.
d) Proceder a enumerar los conjuntos complejos, correspondiendo esto a los elementos que se conectan en paralelo. Estos se enumeran siguiendo un orden lógico a partir del número del último elemento conectado en serie.

A partir de estos pasos y considerando que los subconjuntos A, B y C poseen redundancia, el esquema estructural del sistema es el siguiente:



Puede observarse que el esquema estructural es lineal, no posee ramificaciones, tiene un inicio y un fin y no importa el orden que se les dé a los elementos.

3- Determinación de la fiabilidad.

Como datos se asume que:

- Los fallos de los elementos se acogen a la ley exponencial.
- Se evaluará para un tiempo de trabajo de 1000 horas.

- La intensidad de fallos de cada elemento es la siguiente:

Elemento	Intensidad de fallos (λ)(fallos/hora)
1 y 2	1.5×10^{-5}
3 y 4	2×10^{-5}
5 y 6	2×10^{-5}
7	1×10^{-5}
8	2.5×10^{-5}

Al considerar que los conjuntos complejos (8, 9 y 10) y que los elementos independientes (7 y 8) se encuentran conectados es serie la fiabilidad del sistema puede calcularse, según la expresión (118) como:

$$Rs = \prod_{i=1}^{n} Ri = R_7 * R_8 * R_9 * R_{10} * R_{11}$$

De todos estos elementos los más críticos son los simples (7 y 8), pues al estar conectados es serie el fallo de alguno de ellos provocará el fallo del sistema. A estos elementos se les denominan elementos independientes, determinándose su fiabilidad como:

$R_I = R_7 * R_8$

Por lo que la fiabilidad del sistema será:

$Rs = R_I * R_9 * R_{10} * R_{11}$

a) Cálculo de la fiabilidad de los elementos independientes.

Haciendo uso de las expresiones (119 y 120) nos queda que:

$$R_I = e^{-\lambda s * t}$$

y como:

$$\lambda s = \lambda_7 + \lambda_8 = 1x10^{-5} + 2.5x10^{-5} = 3.5x10^{-5}$$

Por tanto:

$$R_I = e^{-3.5x10^{-5} * 1000} = 0.9656$$

b) Cálculo de la fiabilidad de los conjuntos complejos.

- Conjunto A.

Como la conexión es en paralelo, haremos uso de la expresión (122) y como ($\lambda_1=\lambda_2=\lambda$), según la expresión (125), nos queda que:

$$R_9 = 1 - \left[\prod_{i=1}^{n} (1 - Ri) \right] = 1 - (1 - e^{-\lambda * t})^2 = 1 - (1 - e^{-1.51x10^{-5} * 1000})^2 = 0.9997$$

- Conjunto B.

Realizando el mismo procedimiento que en el caso anterior tendremos que:

$$R_{10} = 1 - (1 - e^{-2x10^{-5} * 1000})^2 = 0.9996$$

- Conjunto C.

$$R_{11} = 1 - (1 - e^{-2x10^{-5} * 1000})^2 = 0.9996$$

Sustituyendo estos valores en (Rs) tenemos que:

$$Rs = 0.9656 * 0.9997 * 0.9996 * 0.9996 = 0.9645$$

1.13.2- INDICES COMPLEJOS DE FIABILIDAD. GRAFICO DE ESTADO.

Se quiere construir el gráfico de estado del sistema analizado en el caso anterior para poder evaluar algunos índices complejos de fiabilidad.

Solución.

La construcción del gráfico de estado permite obtener múltiples indicadores complejos de fiabilidad a partir de relaciones lógicas que se establecen. De forma general se pueden establecer los siguientes pasos:

1- Establecer el acontecimiento supremo.
2- Establecer los acontecimientos intermedios y primarios.
3- Identificar a los operadores lógicos.
4- Cálculo de los índices complejos de fiabilidad.

Antes de construir el gráfico de estado definiremos algunos aspectos relacionados con el funcionamiento del sistema.

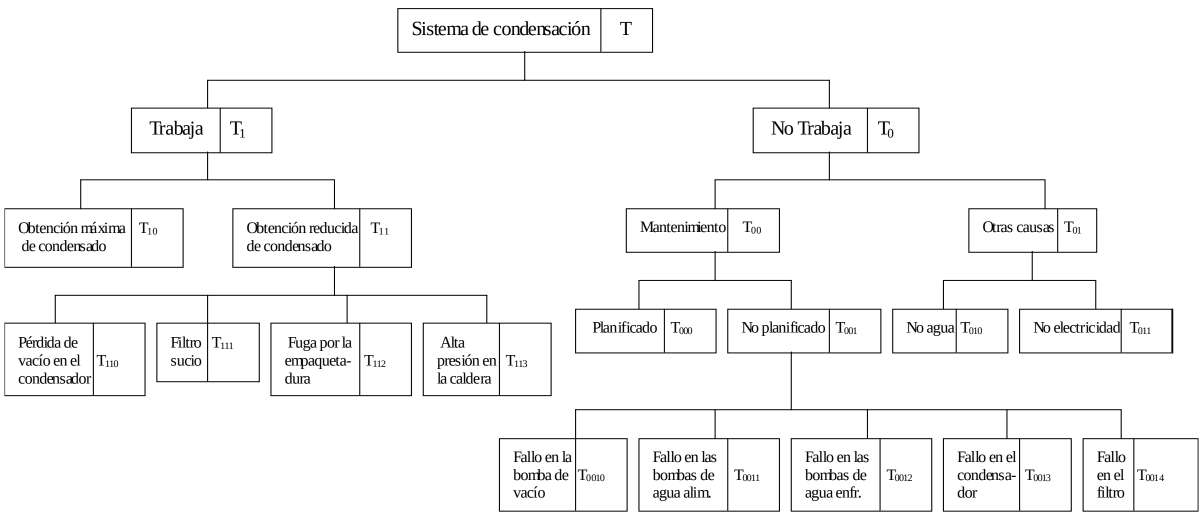
Tomemos como acontecimiento supremo al sistema de condensación, ubicándose en el primer nivel. En la práctica este sistema puede trabajar (lograr la condensación de los vapores de agua) y puede no trabajar (no producir condensado), siendo estas las dos condiciones más generales en cuanto a su funcionamiento. Cuando el sistema trabaja puede suceder que se obtenga la mayor cantidad de condensado posible, considerándose entonces que todos los equipos que componen al sistema trabajan satisfactoriamente. Generalmente las causas que provocan que se reduzca la producción de condensado son la pérdida de vacío en el condensador, el filtro sucio, las fugas por las empaquetaduras o una alta presión en la caldera.

Se considera que el sistema no trabaja debido a la parada por mantenimientos, los que pueden ser planificados o no, o por otras causas (no técnicas), como puede ser la falta de agua de enfriamiento o la falta de electricidad.

Las causas principales que provocan la parada del sistema para efectuar mantenimientos no planificados son los fallos de los principales equipos. Para este ejemplo sólo se consideran los enumerados.

Como identificador de cada acontecimiento se emplea la letra (T). Este identificador recibe el nombre de cédula de información, en la que se recogen los principales indicadores de fiabilidad ($\lambda(t)$, $R(t)$, $F(t)$, $f(t)$, MTTF, MTBF, etc.) obtenidos anteriormente.

A partir de todas estas consideraciones, el gráfico de estado del sistema será el siguiente:



A partir de las expresiones (181 y 182) se pueden establecer otros índices complejos de fiabilidad. Por ejemplo, si queremos establecer como indicador la relación que existe entre el tiempo que trabaja el sistema (T_1) y el tiempo en mantenimiento (Too), según la expresión (181), tenemos que $K_1=T_1/(T_1+Too)$. De aquí se deduce que en la medida que aumenta (Too) disminuye el valor del indicador (K_1), por lo que el tiempo real de trabajo del sistema será menor. Esto nos demuestra que en la medida que reduzcamos el tiempo en mantenimiento, sin afectar la calidad del mismo, mayor será el tiempo de trabajo del sistema, se reducirán los costos del mantenimiento y aumentará la disponibilidad del sistema.

Por otra parte, si consideramos que $K_2=T_1/(T_1+Too+T_{01})$, podremos analizar la relación que existe entre ellos y específicamente comprobar el peso que tiene el tiempo perdido por causas no técnicas en el tiempo de trabajo del sistema, lo que permitirá tomar medidas para reducirlo.

1.13.3- ARBOL DE FALLOS.

Se quiere construir el árbol de fallos del sistema analizado en el caso 4. Se conoce, en base a la experiencia del personal y a la información estadística sobre el funcionamiento del sistema los siguientes aspectos:

a) Los equipos dinámicos (bombas) son los que más afectan el funcionamiento estable del sistema:

- En las bombas de vacío (1 y 2) el principal fallo lo constituye el desgaste de los cojinetes. ($F=1.5 \times 10^{-4}$)
- En las bombas de agua de alimentar la caldera (3 y 4) los fallos más comunes son:
- ♦ Fugas por las empaquetaduras (a1). ($F=1.1 \times 10^{-4}$)
- ♦ Desgaste de los cojinetes (a2). ($F= 9 \times 10^{-5}$)
- En las bombas de agua de enfriamiento (5 y 6) los principales fallos son:
- ♦ Fuga por las empaquetaduras (b1). ($F=1.2 \times 10^{-4}$)
- ♦ Desgaste de los cojinetes (b2). ($F=8 \times 10^{-5}$)

b) La causa fundamental del fallo del condensador es la corrosión (F=0.0099)
c) El filtro (8) falla fundamentalmente por suciedad. (F=0.0247)

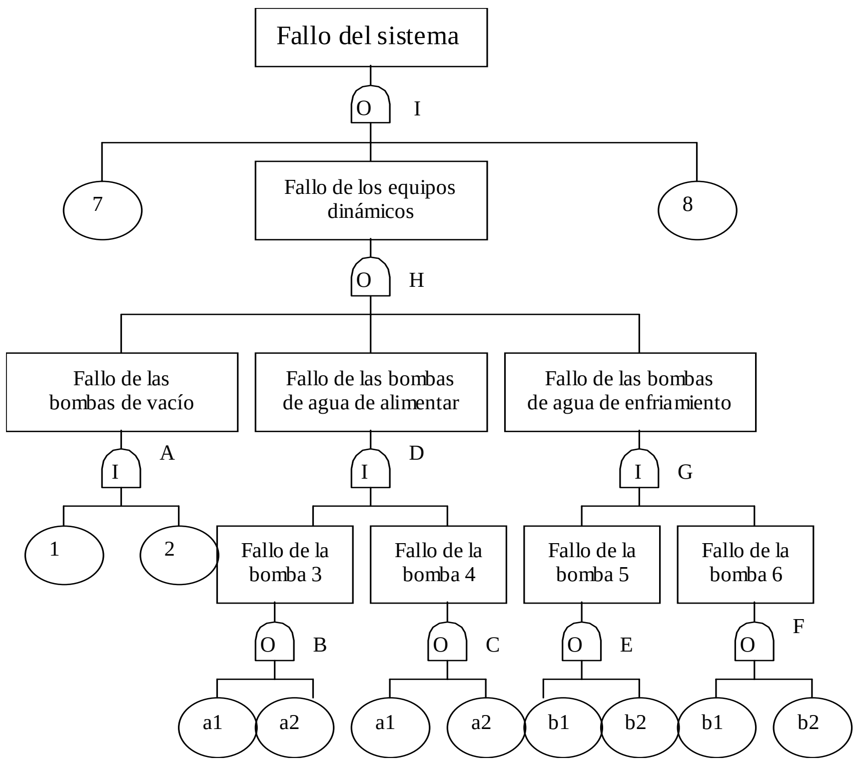
<u>Solución.</u>

1- Definición del sistema.

Es necesario poseer el esquema de funcionamiento, el esquema estructural y los principales indicadores de fiabilidad. Ver solución de los casos 4 y 5.

2- Construcción del árbol de fallos.

Como evento resultante se considerará el fallo del sistema de condensación. Como eventos intermedios se tomarán aquellos que detallan al máximo la sucesión de ocurrencia del fallo (ver enunciado del problema). Como eventos primarios tomaremos los fallos de las piezas que más inciden en el fallo de los equipos. Teniendo en cuenta el significado de los operadores lógicos el árbol de fallos quedará conformado como se muestra a continuación.



3- Evaluación del árbol de fallos.

Teniendo en cuenta las expresiones (184 y 185) tenemos que:

$FA = F1 * F2 = 1.5x10^{-4} * 1.5x10^{-4} = 2.25x10^{-8}$
$FB = Fa1 + Fa2 = 1.1x10^{-4} + 9x10^{-5} = 2x10^{-4}$
$FC = FB$
$FD = FB * FC = 2*(2x10^{-4}) = 4x10^{-4}$
$FE = Fb1 + Fb2 = 1.2x10^{-4} + 8x10^{-5} = 2x10^{-4}$
$FF = FE$
$FG = FE * FF = 2*(2x10^{-4}) = 4x10^{-4}$
$FH = FA + FD + FG = 2.25x10^{-8} + 4x10^{-4} +4x10^{-4} =8x10^{-4}$
$FI= F7 + FH + F8 = 0.0099 + 8x10^{-4} +0.0247 = 0.035$

BIBLIOGRAFÍA.

1. Explotación Técnica. 3 tomos. Vasili Baranovski y otros. ISTC. Cienfuegos. Cuba. 520 p. 1988.
2. Explotación Técnica de los Automóviles. Higinio Luna Lauzurique. Editorial ENPES. Ciudad de la Habana. Cuba. 233 p. 1982.
3. Fiabilidad de las Máquinas Automotrices. Victor Millo Carmenate y otros. ISTC. Cienfuegos. Cuba. 139 p. 1988.
4. Mantenimiento Industrial. Enrique Navarrete Pérez y José R. González Martín. Editorial ENPES. Ciudad de la Habana. Cuba. 1040 p. 1986.
5. Practical Reliability Engineering. Patrick O' Connor. Editorial Heyden and Son LTJ. London. Great Britain. 299 p. 1981.
6. Probabilidades. Luis M. Hernández y otros. Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. Cuba. 381 p. 1980.
7. Teoría y Problemas de la Estadística. Murray R. Spiegel. Editorial R. Ciudad de la Habana. Cuba. 358 p. 1986.
8. The Engineering Design Process. Atila Ertas and Jesse C. Jones. Editorial John Wiley and Sons Inc. Texas Tech University. USA. 525 p. 1993.
9. Availability of a parallel redundant system with preventive maintenance and comon-cause failures. S. Yanagi and M. Sasaki. IEICE Trans. Fundamentals. Japan. Vol. E 75-A. Nro 1. January. 1992. Pág. 92-97.
10. Galería de hombres celebres que pusieron los fundamentos científicos que ahora aplicamos a la gestión de mantenimiento. Martín Cuesta Alvarez. Revista mantenimiento. España. Septiembre. 1995. Pág. 40-57.
11. Mantenimiento preventivo: Automatización del cálculo de los parámetros de Weibull. Carlos Delgado Méndez y Luis Miguel Martínez. Revista mantenimiento. España. Septiembre. 1995. Pág. 21-26.
12. Reliabilistic maintenance planning of machines. J. Singh. Eighth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms. Prague. Czechoslovakia. August, 23-31. 1991. Pág. 673-676.

13. Sistema de información para el mantenimiento. Carlos M. Pérez Varamello. Revista mantenimiento. España. Julio/Agosto. 1992. Pág. 29-35.
14. NC 92-01-2: Teoría de las probabilidades y estadística aplicada. Términos, definiciones y símbolos. 1985.
15. NC 92-10: Fiabilidad. Términos y definiciones. 1978.
16. NC 92-30: Reglas de comprobación de la concordancia de la distribución experimental con la teórica. 1981.
17. NC 92-31: Fiabilidad. Cálculo de los índices de fiabilidad de los artículos industriales. 1981.
18. NC 92-39: Planificación de las observaciones. 1984.
19. NC 92-45: Fiabilidad. Características de los planes de ensayo. 1987.

ANEXOS

TABLA 1: Número (n) de artículos a observar para el plan (n,U,n) para la distribución Weibull (exponencial con ν=1).

δ	γ	n con ν												
		0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,5	1,8	2	3
0,05	0,8	50	65	100	150	200	250	315	315	500	650	80	1000	>1000
	0,9	100	200	250	400	500	500	650	1000	1000	1000	1000	>1000	>1000
	0,95	150	250	400	500	650	800	1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000
	0,99	315	500	800	1000	1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000
0,1	0,8	13	25	32	50	50	65	100	125	150	200	250	315	400
	0,9	32	50	65	100	125	150	200	250	315	400	500	500	1000
	0,95	50	80	100	150	200	250	400	500	650	800	800	800	1000
	0,99	100	150	200	315	400	500	650	650	800	1000	>1000	>1000	>1000
0,15	0,8	6	10	15	20	25	32	50	50	80	80	125	125	200
	0,9	15	25	32	40	65	80	125	125	150	200	250	315	500
	0,95	25	40	50	80	100	125	200	200	200	315	400	500	800
	0,99	40	65	100	150	200	250	400	400	500	800	1000		
0,2	0,8	5	8	10	15	20	20	32	32	40	50	80	80	125
	0,9	10	15	20	32	40	10	65	65	80	125	200	200	315
	0,95	15	25	32	40	50	80	125	125	150	200	315	250	400
	0,99	25	40	65	80	125	150	200	200	250	315	800	500	1000

TABLA 2: Número (n) de artículos a observar en el plan de observación (n,U,n) para la distribución Normal.

δ	γ	n con ν				
		0,1	0,15	0,2	0,25	0,3
0,05	0,8	4	6	13	20	25
	0,9	8	15	25	40	65
	0,95	13	25	40	65	100
	0,99	25	50	100	150	200
0,1	0,8		3	5	8	10
	0,9	3	5	8	13	15
	0,95	5	8	13	20	25
	0,99	8	15	25	32	50
0,15	0,8			3	4	5
	0,9		3	4	6	8
	0,95	3	5	6	10	13
	0,99	5	8	13	15	25
0,2	0,8					3
	0,9			4	5	6
	0,95		4	5	6	8
	0,99	4	6	8	10	15

TABLA 3: Número (n) de artículos a observar para el plan (n,U,n) en la evaluación de los índices gamma-porciento de fiabilidad en el caso de la distribución Normal.

δ	γ	(γ%/100)=0.75				(γ%/100)=0.80				(γ%/100)=0.85			
		n con ν				n con ν				n con ν			
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,1	0,2	0,3	0,4	0,1	0,2	0,3	0,4
0,05	0,8		50	100	250		50	150	315		65	200	400
	0,9		80	200	315		80	200	500	20	100	315	500
	0,95		100	250	400	25	125	315	500	32	150	400	500
0,1	0,8		13	32	65		15	40	80		20	50	125
	0,9		25	40	80		25	65	125		25	80	200
	0,95		25	65	125		32	80	200		32	100	250
0,15	0,8		6	10	25		6	10	25		8	20	50
	0,9		8	20	40		8	25	65		10	32	80
	0,95		13	32	65		15	32	80		15	50	125
0,2	0,8		3	5	13		3	6	20		5	8	32
	0,9		4	13	25		5	15	32		6	20	50
	0,95		6	15	32		8	20	50	2	10	25	65

TABLA 3: Conclusión.

δ	γ	(γ%/100)=0.9				(γ%/100)=0.95				(γ%/100)=0.99			
		n con ν				n con ν				n con ν			
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,1	0,2	0,3	0,4	0,1	0,2	0,3	0,4
0,05	0,8	20	80	315	500	25	150	500	500	32	250	500	500
	0,9	25	150	400	500	40	200	500	500	50	400	500	500
	0,95	40	200	500	500	50	315	500	500	80	500	500	500
0,1	0,8		20	65	200		32	125	250		65	315	400
	0,9		40	125	315		65	200	400		100	500	500
	0,95		50	150	400		80	200	500	20	125	500	500
0,15	0,8		13	32	80		20	65	100		25	150	200
	0,9		15	50	150		25	100	250		40	200	315
	0,95		25	65	200		32	125	315	25	65	315	500
2	0,8		6	20	50		10	32	65		20	80	100
	0,9		10	32	80		13	50	100		25	125	200
	0,95		13	40	100		20	80	150	15	32	150	250

Nota. El símbolo <<--------->> significa, que el número del artículo a observar n < 3.

TABLA 4: Número (n) de artículos a observar en el plan (n,U,r) en la evaluación de los índices gamma-porciento de fiabilidad.

δ%100 ó P(t)	γ	n con ν														
		0	1	2	3	4	5	6	8	10	15	20	25	32	40	50
0,5	0,8				8	10	13	13	20	25	32	40	50	65	80	100
	0,9			6	8	10	13	15	20	25	32	40	50	65	80	100
	0,95			8	10	13	15	20	25	32	40	50	65	80	100	125
	0,99	6	10	10	13	15	20	20	25	32	50	65	65	80	100	125
0,8	0,8	8	8	13	20	25	32	40	50	65	80	125	150	150	200	
	0,9	10	10	15	25	32	40	40	50	65	100	125	150	200		
	0,95	13	13	20	32	40	40	50	65	80	100	125	150	200		
	0,99	20	20	25	32	40	50	50	65	80	125	150	150	200		
0,9	0,8	15	15	32	40	50	65	80	100	125	200	200	200			
	0,9	20	20	32	50	65	80	80	100	150	200	200				
	0,95	20	25	40	50	65	80	100	125	150	200					
	0,99	32	32	50	80	80	100	125	125	150	200					
0,95	0,8	32	32	50	80	100	125	150	150	200						
	0,9	50	50	65	100	100	125	150	200							
	0,95	50	65	80	125	150	200									
	0,99	65	65	100	150	150	200									

TABLA 5: Número (n) de artículos a observar en el plan (n,U,t) de la distribución Weibull (Exponencial con ν=1).

X	V	δ=0.05				δ=0.1				δ=0.15				δ=0.2		
		n con γ				n con γ				n con γ				n con γ		
		0,8	0,9	0,95	0,99	0,8	0,9	0,95	0,99	0,8	0,9	0,95	0,99	0,8	0,9	0,95
0,1	0,7	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000
	0,8	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000
	0,9	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	650	>1000	>1000	>1000	315	800	>1000
	1	>1000	>1000	>1000	>1000	800	>1000	>1000	>1000	315	800	>1000	>1000	200	500	800
	1,1	>1000	>1000	>1000	>1000	400	800	>1000	>1000	200	500	650	>1000	125	250	400
	1,2	800	>1000	>1000	>1000	250	500	800	>1000	150	315	400	650	80	200	200
	1,5	250	500	800	>1000	100	200	250	400	65	100	150	250	40	20	100
	2	80	125	150	250	40	65	80	100	25	40	50	55	20	25	40
	3	25	32	40	65	13	20	25	32	10	23	20	25	8	13	15
0,3	0,7	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	1000	1000	>1000	>1000	>1000	>1000	500	>1000	>1000
	0,8	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	1000	1000	400	>1000	>1000	>1000	200	500	>1000
	0,9	>1000	>1000	>1000	>1000	500	>1000	>1000	1000	250	650	>1000	>1000	100	315	500
	1	>1000	>1000	>1000	>1000	315	650	>1000	>1000	125	315	500	>1000	80	200	315
	1,1	650	>1000	>1000	>1000	200	400	650	>1000	80	200	315	500	50	125	200
	1,2	400	800	>1000	>1000	125	250	400	650	65	125	200	315	40	60	125
	1,5	140	250	400	650	50	100	125	200	32	65	30	125	20	40	50
	2	65	80	100	150	20	40	50	65	15	25	32	40	10	15	20
	3	20	25	32	40		13	20	25				15			

TABLA 5: Conclusión.

X	V	δ=0.05				δ=0.1				δ=0.15				δ=0.2			
		n con γ				n con γ				n con γ				n con γ			
		0,8	0,9	0,95	0,99	0,8	0,9	0,95	0,99	0,8	0,9	0,95	0,99	0,8	0,9	0,95	0.99
0.5	0,7	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	650	>1000	>1000	>1000	250	>1000	>1000	>1000
	0,8	>1000	>1000	>1000	>1000	800	>1000	>1000	>1000	315	800	>1000	>1000	150	400	800	>1000
	0,9	>1000	>1000	>1000	>1000	400	>1000	>1000	>1000	150	400	800	1000	80	250	400	800
	1	800	>1000	>1000	>1000	200	500	800	>1000	30	200	315	650	50	125	200	400
	1,1	400	800	>1000	>1000	125	250	400	650	50	125	200	315	32	65	100	200
	1,2	250	500	800	>1000	80	200	250	500	40	80	125	200	25	50	80	150
	1,5	100	200	250	400	40	65	100	150	25	40	65	80	15	25	40	65
	2	50	65	80	125	20	32	40	62	13	20	25	32		13	20	25
	3	15	20	32	40		13	15	20				13				
0.7	0,7	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	400	>1000	>1000	>1000	150	500	>1000	>1000
	0,8	>1000	>1000	>1000	>1000	650	>1000	>1000	>1000	200	650	>1000	>1000	100	280	510	>1000
	0,9	>1000	>1000	>1000	>1000	250	650	>1000	>1000	125	315	500	>1000	50	150	250	650
	1	650	>1000	>1000	>1000	150	400	650	>1000	65	150	250	100	40	100	150	315
	1,1	315	800	>1000	>1000	100	200	315	650	50	100	150	115	32	65	140	200
	1,2	200	400	650	>1000	65	150	200	100	40	80	185	100	29	50	65	125
	1,5	80	150	200	315	35	65	30	125	20	32	50	65	13	25	32	50
	2	50	65	80	100	15	25	32	50	10	20	25	32		13	15	25
	3	15	20	25	32		13	3	20			10	13				10

Nota. El símbolo <<------------->> significa, que el número de artículos a observar n < 3.

TABLA 6: Número (n) de artículos a observar para el plan (n,U,t) en el caso de la distribución Normal.

X	V	δ=0.05				δ=0.1				δ=0.15				δ=0.2			
		n con γ				n con γ				n con γ				n con γ			
		0,8	0,9	0,95	0,99	0,8	0,9	0,95	0,99	0,8	0,9	0,95	0,99	0,8	0,9	0,95	0.99
0.6	0.1	>1000	>1000	>1000	>1000	1000	>1000	>1000	>1000	>100	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000
	0.2	>1000	>1000	>1000	>1000	800	>1000	>1000	>1000	400	1000	>1000	>1000	200	500	800	>1000
	0.3	500	1000	>1000	>1000	150	315	500	1000	65	125	250	500	32	30	125	500
0.7	0.1	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000
	0.2	400	1000	>1000	>1000	100	250	400	800	50	100	200	400	25	65	100	300
	0.3	250	500	1000	>1000	65	125	250	500	25	65	100	200	13	32	65	100
0.8	0.1	500	>1000	>1000	>1000	125	315	500	1000	50	125	200	400	32	80	125	250
	0.2	100	250	400	800	25	65	100	200	10	25	40	100		15	25	50
	0.3	100	250	400	800	25	65	100	200	13	32	50	100		16	25	50
0.9	0.1	25	65	100	200		15	25	50			10	20				13
	0.2	32	80	125	250		20	32	65			15	32				20
	0.3	65	150	250	500	15	40	65	125		15	25	50			13	32
Nota. El símbolo <<--------->> significa que el número de artículos a observar es n < 3.																	

TABLA 7: Número (r) de fallos para los planes (n,R,r) y (n,M,r).

δ	r con γ			
	0.8	0.9	0.95	0.99
0.05	315	650	1000	2500
0.1	80	200	315	650
0.15	50	100	150	315
0.20	25	50	100	200

TABLA 8: Valores de (x) para los planes (n,R,r) y (n,M,t).

δ	x con γ			
	0.8	0.9	0.95	0.99
0.05	331	684	1052	2625
0.1	88	217	346	714
0.15	56	114	170	358
0.20	29	59	116	232

TABLA 9: Número (r) de fallos para el plan (n,M,r) en la evaluación del coeficiente de disponibilidad.

δ	γ	V_B=0.1						
		r con ν						
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	1
0.05	0.80	6	15	25	50	100	200	315
	0.9	13	32	65	125	250	400	650
	0.95	20	65	125	200	400	800	>1000
	0.99	40	100	200	400	800	>1000	>1000
0.1	0.80		4	8	15	32	50	80
	0.9	4	10	20	32	65	125	200
	0.95	6	15	32	50	125	200	315
	0.99	10	32	65	100	250	400	650
0.15	0.80			4	6	15	25	40
	0.9		5	10	15	32	65	100
	0.95	6	8	15	25	50	100	150
	0.99	3	15	32	50	125	200	315
0.20	0.80				4	10	15	25
	0.9		3	6	10	20	40	65
	0.95		5	10	15	32	65	100
	0.99	3	10	20	32	65	125	200
V_B=0.2								
0.05	0.80	15	25	40	65	125	200	315
	0.9	32	50	100	150	250	500	800
	0.95	50	100	150	250	500	800	1000
	0.99	100	200	315	500	1000	1000	1000
0.1	0.80	4	6	10	15	32	50	80
	0.9	8	15	25	40	80	125	200
	0.95	13	25	40	65	125	200	315
	0.99	25	50	80	125	250	400	650
0.15	0.80		3	5	8	15	25	40
	0.9	4	6	10	20	40	65	100
	0.95	6	10	20	32	65	100	150
	0.99	13	20	40	65	125	200	315
0.20	0.80			3	5	10	15	25
	0.9		4	6	10	20	40	65
	0.95	4	6	10	20	40	65	100
	0.99	8	13	20	40	80	125	200

TABLA 9: Continuación.

δ	γ	V_B=0.3						
		r con ν						
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	1
0.05	0.80	25	40	50	80	125	200	315
	0.9	65	80	125	200	315	500	800
	0.95	100	150	200	315	500	800	>1000
	0.99	200	315	400	650	1000	>1000	>1000
0.1	0.80	6	10	15	20	40	65	100
	0.9	15	25	32	50	80	150	200
	0.95	25	40	50	80	150	250	400
	0.99	50	80	100	150	250	400	650
0.15	0.80	3	5	6	10	15	32	50
	0.9	8	10	15	25	40	65	100
	0.95	13	15	25	40	65	100	150
	0.99	25	32	50	80	125	200	315
0.20	0.80		3	4	6	10	20	25
	0.9	4	6	10	13	25	40	65
	0.95	6	10	15	20	40	65	100
	0.99	13	20	32	40	80	125	200
V_B=0.4								
0.05	0.80	50	65	80	100	150	250	400
	0.9	100	125	150	200	315	500	800
	0.95	150	200	250	400	650	>1000	>1000
	0.99	315	400	500	800	>1000	>1000	>1000
0.1	0.80	13	15	20	25	40	65	100
	0.9	25	32	40	65	100	150	250
	0.95	40	50	80	100	150	250	400
	0.99	100	125	150	200	315	500	800
0.15	0.80	5	6	8	10	20	32	50
	0.9	13	15	20	25	50	80	100
	0.95	20	25	32	40	80	125	200
	0.99	40	50	65	80	150	250	400
0.20	0.80	3	4	5	6	13	20	32
	0.9	6	8	13	15	25	40	65
	0.95	10	13	20	25	40	65	100
	0.99	25	32	40	50	80	250	200

TABLA 9: Continuación.

δ	γ	V_B=0.6						
		r con ν						
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	1
0.05	0.80	100	125	125	150	200	315	40
	0.9	250	250	315	400	500	650	1000
	0.95	400	400	500	650	800	>1000	>1000
	0.99	800	800	1000	>1000	>1000	>1000	>1000
0.1	0.80	25	25	32	40	50	80	100
	0.9	65	65	80	100	125	200	250
	0.95	100	100	125	150	200	315	400
	0.99	200	200	250	315	400	650	800
0.15	0.80	10	13	15	20	25	40	50
	0.9	25	32	32	40	65	80	125
	0.95	40	50	50	65	100	150	200
	0.99	80	100	125	150	200	315	400
0.20	0.80	6	8	8	10	15	20	32
	0.9	15	15	20	25	40	50	80
	0.95	25	25	32	40	65	80	125
	0.99	50	50	65	80	125	150	250
V_B=0.8								
0.05	0.80	150	200	200	250	315	400	500
	0.9	400	400	500	500	650	800	>1000
	0.95	650	650	800	800	>1000	>1000	>1000
	0.99	>1000	>100	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000
0.1	0.80	40	50	50	65	80	100	125
	0.9	100	100	125	150	150	250	315
	0.95	150	200	200	200	315	400	500
	0.99	315	400	400	400	400	800	1000
0.15	0.80	20	20	20	25	32	40	65
	0.9	40	50	50	65	80	100	150
	0.95	80	80	80	100	125	150	250
	0.99	150	150	200	200	250	315	500
0.20	0.80	10	13	13	15	20	25	32
	0.9	25	25	32	49	50	65	80
	0.95	40	40	50	65	80	100	150
	0.99	80	100	100	125	150	200	250

TABLA 9: Conclusión.

δ	γ	V_B=1
		r con ν

		0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	1
0.05	0.80	250	315	315	315	400	500	650
	0.9	650	650	650	800	1000	>1000	>1000
	0.95	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000
	0.99	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000	>1000
0.1	0.80	65	65	80	80	100	125	150
	0.9	150	150	200	200	250	315	400
	0.95	250	250	315	315	400	500	650
	0.99	500	500	650	650	800	1000	>1000
0.15	0.80	32	32	32	40	40	50	65
	0.9	65	80	80	80	100	125	150
	0.95	125	125	125	150	200	250	250
	0.99	250	250	250	315	315	400	500
0.20	0.80	15	20	20	20	25	32	40
	0.9	40	40	50	50	65	80	100
	0.95	65	65	80	80	100	125	150
	0.99	125	150	150	150	200	250	315

Nota. El símbolo <<------------>> significa, que el número de artículos a observar r < 3.

TABLA 10: Coeficientes para la distribución Weibull.

k	Kb	Cb	V
0.2	120.000	1.900.000	15.830
0.3	8.860	46.900	5.290
0.4	3.320	10.400	3.140
0.5	2.000	4.470	2.240
0.6	1.500	2.610	1.740
0.7	1.270	1.860	1.460
0.8	1.130	1.430	1.260
0.9	1.050	1.170	1.110
1.0	1.000	1.000	1.000
1.1	0.965	0.878	0.910
1.2	0.941	0.787	0.837
1.3	0.924	0.716	0.775
1.4	0.911	0.659	0.723
1.5	0.903	0.612	0.678
1.6	0.897	0.574	0.640
1.7	0.892	0.540	0.605
1.8	0.889	0.512	0.575
1.9	0.887	0.485	0.547
2.0	0.886	0.463	0.523
2.1	0.886	0.441	0.498
2.2	0.886	0.425	0.480
2.3	0.886	0.409	0.461
2.4	0.887	0.394	0.444
2.5	0.887	0.380	0.438
3.0	0.893	0.326	0.365
3.5	0.900	0.285	0.316
4.0	0.906	0.255	0.281
4.5	0.913	0.225	0.247
5.0	0.918	0.230	0.250
5.5	0.923	0.192	0.208
6.0	0.929	0.167	0.179
6.5	0.933	0.164	0.176
7.0	0.936	0.151	0.161
8.0	0.943	0.127	0.134
9.0	0.947	0.125	0.132
10.0	0.951	0.114	0.120
15.0	0.968	0.038	0.041

TABLA 11: Función Gamma.

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} e^{-t} * t^{n-1} * dt$$

n	Γ(n)	n	Γ(n)	n	Γ(n)	n	Γ(n)
1	1	1,25	0,9064	1,5	0,88632	1,75	0,91906
1,01	0,99433	1,26	0,9044	1,51	0,88659	1,76	0,92137
1,02	0,98884	1,27	0,9025	1,52	0,88704	1,77	0,92376
1,03	0,98355	1,28	0,90072	1,53	0,88757	1,78	0,92623
1,04	0,97848	1,29	0,89904	1,54	0,88818	1,79	0,92877
1,05	0,9735	1,3	0,89747	1,55	0,88887	1,8	0,93138
1,06	0,96874	1,31	0,896	1,56	0,88964	1,81	0,93408
1,07	0,96415	1,32	0,89464	1,57	0,89049	1,82	0,93685
1,08	0,95973	1,33	0,89338	1,58	0,89142	1,83	0,93969
1,09	0,95546	1,34	0,89222	1,59	0,89243	1,84	0,94261
1,1	0,95135	1,35	0,89115	1,6	0,89352	1,85	0,94561
1,11	0,94739	1,36	0,89018	1,61	0,89468	1,86	0,94869
1,12	0,94359	1,37	0,88931	1,62	0,89592	1,87	0,95184
1,13	0,93993	1,38	0,88854	1,63	0,89724	1,88	0,95507
1,14	0,93642	1,39	0,88785	1,64	0,89864	1,89	0,95838
1,15	0,93304	1,4	0,88726	1,65	0,90012	1,9	0,96177
1,16	0,9298	1,41	0,88676	1,66	0,90167	1,91	0,96523
1,17	0,9267	1,42	0,88636	1,67	0,9033	1,92	0,96878
1,18	0,92373	1,43	0,88604	1,68	0,905	1,93	0,9724
1,19	0,92088	1,44	0,8858	1,69	0,90678	1,94	0,9761
1,2	0,91817	1,45	0,88565	1,7	0,90864	1,95	0,97988
1,21	0,91558	1,46	0,8856	1,71	0,91057	1,96	0,98374
1,22	0,91311	1,47	0,88563	1,72	0,91258	1,97	0,98768
1,23	0,91075	1,48	0,88575	1,73	0,91466	1,98	0,99171
1,24	0,90852	1,49	0,88595	1,74	0,91683	1,99	0,99581
						2	1

TABLA 12: Valores de la probabilidad de Pearson P(χ^2;ν).

ν \ χ^2	1	2	3	4	6	8	10	12
1	0,3173	0,1574	0,0833	0,0455	0,0143	0,0047	0,0016	0,0005

2	0,6065	0,3679	0,2231	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025
3	0,8013	0,5724	0,3916	0,2615	0,1116	0,046	0,0186	0,0074
4	0,9098	0,7358	0,5579	0,406	0,1991	0,0916	0,0404	0,0174
5	0,9626	0,8491	0,7	0,5494	0,3062	0,1562	0,0752	0,0348
6	0,9856	0,9197	0,8088	0,6767	0,4232	0,2381	0,1247	0,062
7	0,9948	0,9598	0,885	0,7798	0,5398	0,3326	0,1886	0,1006
8	0,9982	0,981	0,9344	0,8571	0,6472	0,4335	0,265	0,1512
9	0,9994	0,9915	0,9643	0,9114	0,7399	0,5341	0,3505	0,2133
10	0,9998	0,9963	0,9814	0,9473	0,8153	0,6288	0,4405	0,285
11	0,9999	0,9985	0,9907	0,9699	0,8734	7133	0,5304	0,3626
12	1	0,9994	0,9995	0,9834	0,9161	0,7851	0,616	0,4457
13		0,9998	0,9979	0,9912	0,9472	0,8436	0,6939	0,5276
14		0,9999	0,9991	0,9955	0,9665	0,8893	0,7622	0,6063
15		1	0,9996	0,9974	0,9797	0,9238	0,8197	0,679
16			0,9998	0,9989	0,9881	0,9489	0,8666	0,744
17			0,9999	0,9995	0,9932	0,9665	0,9036	0,8001
18			1	0,9998	0,9962	0,9786	0,9319	0,8472
19				0,9999	0,9979	0,9867	0,9539	0,8856
20				1	0,9989	0,9919	0,9682	0,9161
21					0,9994	0,9951	0,9789	0,9369
22					0,9997	0,9972	0,9863	0,9574
23					0,9999	0,9984	0,9913	0,9705
24					0,9999	0,9991	0,9945	0,9799
25					1	0,9995	0,9967	0,9866

TABLA 12: Conclusión.

χ^2 / ν	14	16	18	20	22	24	26	30
1	0,0002	0,0001	0					
2	0,0009	0,0003	0,0001					

3	0,0029	0,0011	0,0004	0,0002	0,0001	0		
4	0,0073	0,003	0,0012	0,0005	0,0002	0,00001	0	
5	0,0156	0,0068	0,0029	0,0013	0,0005	0,0002	0,0001	
6	0,0296	0,0138	0,0062	0,0028	0,0012	0,0005	0,0002	0
7	0,0512	0,0251	0,012	0,0056	0,0025	0,0011	0,0005	0,001
8	0,0818	0,0424	0,0212	0,0103	0,0049	0,0023	0,0,0010	0,0002
9	0,1223	0,0669	0,0352	0,0179	0,0089	0,0043	0,002	0,0004
10	0,173	0,0996	0,0556	0,0293	0,0151	0,0076	0,0037	0,0009
11	0,233	0,1411	0,0816	0,0453	0,0244	0,0127	0,0065	0,0016
12	0,3007	0,1912	0,1157	0,0571	0,0375	0,0203	0,0107	0,0028
13	0,3738	0,2491	0,1575	0,0652	0,0554	0,0311	0,017	0,0047
14	0,4479	0,3134	0,2068	0,1301	0,0786	0,0458	0,0259	0,0076
15	0,5155	0,3821	0,2627	0,1719	0,0978	0,0615	0,038	0,0199
16	0,5987	0,453	0,3239	0,2202	0,1432	0,0895	0,054	0,018
17	0,6671	0,5238	0,3885	0,2742	0,1847	0,1194	0,0745	0,0263
18	0,7291	0,5925	0,4557	0,3328	0,232	0,155	0,098	0,0374
19	0,7837	0,6535	0,5224	0,3946	0,2843	0,1962	0,1302	0,0518
20	0,8305	0,7166	0,5874	0,4579	0,3405	0,2424	0,1658	0,0699
21	0,8696	0,7696	0,649	0,5213	0,3995	0,2931	0,2064	0,092
22	0,9015	0,8159	0,706	0,583	0,4599	0,3472	0,2517	0,1185
23	0,9269	0,8553	0,7575	0,5919	0,5203	0,4038	0,3009	0,1494
24	0,9466	0,8881	0,808	0,6968	0,5793	0,4616	0,3552	0,1848
25	0,9617	0,9148	0,8424	0,7468	0,6357	0,5194	0,4076	0,2243

TABLA 13: Probabilidades de la función integral de Laplace de la magnitud aleatoria normada y centrada.

Φ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,008	0,016	0,023	0,031	0,039	0,047	0,055	0,063	0,071
0,1	0,079	0,087	0,095	0,103	0,111	0,119	0,127	0,135	0,142	0,15
0,2	0,158	0,166	0,174	0,181	0,189	0,197	0,205	0,212	0,22	0,228
0,3	0,235	0,243	0,251	0,258	0,266	0,273	0,281	0,288	0,296	0,303
0,4	0,31	0,318	0,325	0,332	0,34	0,347	0,354	0,361	0,368	0,375
0,5	0,382	0,389	0,396	0,403	0,41	0,417	0,424	0,431	0,438	0,444
0,6	0,451	0,458	0,464	0,471	0,477	0,484	0,49	0,497	0,503	0,509
0,7	0,516	0,522	0,528	0,534	0,54	0,546	0,552	0,558	0,564	0,57
0,8	0,576	0,582	0,587	0,593	0,599	0,0604	0,61	0,615	0,621	0,626
0,9	0,631	0,637	0,642	0,647	0,652	0,657	0,662	0,667	0,672	0,677
1	0,682	0,687	0,692	0,697	0,701	0,706	0,71	0,715	0,719	0,724
1,1	0,728	0,733	0,737	0,741	0,745	0,749	0,757	0,758	0,762	0,766
1,2	0,769	0,773	0,777	0,781	0,785	0,788	0,792	0,795	0,799	0,802
1,3	0,806	0,809	0,813	0,816	0,819	0,823	0,826	0,829	0,832	0,835
1,4	0,838	0,841	0,844	0,847	0,85	0,852	0,855	0,858	0,861	0,863
1,5	0,866	0,869	0,871	0,874	0,878	0,878	0,881	0,883	0,885	0,888
1,6	0,89	0,892	0,894	0,896	0,899	0,901	0,903	0,905	0,907	0,909
1,7	0,91	0,912	0,914	0,916	0,918	0,919	0,921	0,923	0,924	0,926
1,8	0,928	0,929	0,931	0,932	0,934	0,935	0,937	0,938	0,939	0,941
1,9	0,942	0,943	0,945	0,946	0,947	0,948	0,95	0,951	0,952	0,953
2	0,954	0,955	0,956	0,957	0,958	0,959	0,96	0,961	0,962	0,963
2,1	0,964	0,965	0,966	0,966	0,966	0,968	0,969	0,97	0,97	0,971
2,2	0,972	0,972	0,973	0,974	0,974	0,975	0,976	0,976	0,977	0,978
2,3	0,978	0,979	0,979	0,98	0,98	0,981	0,981	0,982	0,982	0,983
2,4	0,983	0,984	0,984	0,984	0,985	0,985	0,986	0,986	0,986	0,987
2,5	0,987	0,987	0,988	0,988	0,988	0,989	0,989	0,989	0,99	0,99
2,6	0,99	0,991	0,991	0,991	0,991	0,992	0,992	0,992	0,992	0,992
2,7	0,993	0,993	0,993	0,993	0,993	0,994	0,994	0,994	0,994	0,994
2,8	0,994	0,995	0,995	995	0,995	0,995	0,995	0,995	0,996	0,996
2,9	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,996	0,997	0,997	0,997
3	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,997	0,998

Tabla 14: Valores de (b.f(t)) para la distribución Weibull.

$$b * f(t) = b * \left[k * \left(\frac{1}{\mu}\right)^{k} * (t-a)^{k-1} * e^{-[(t-a)*\mu]^{k}} \right]$$

t/b k	0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.2	1.4	1.6	1.8	2	3	4
0.1	0.6714	1.0695	1.1724	1.0821	0.9048	0.7109	0.5356	0.3919	0.2808	0.1980	0.0300	0.0040
0.2	0.3511	0.6213	0.7805	0.8376	0.8187	0.7524	0.6621	0.5645	0.4700	0.3843	0.1190	0.0319
0.3	0.2388	0.4441	0.5976	0.6949	0.7408	0.7451	0.7186	0.6716	0.6127	0.5484	0.2628	0.1071
0.4	0.1811	0.3466	0.4861	0.5943	0.6703	0.7161	0.7354	0.7333	0.7136	0.6817	0.4502	0.2495
0.5	0.1458	0.2841	0.4093	0.5174	0.6065	0.6760	0.7264	0.7590	0.7758	0.7788	0.6619	0.4697
0.6	0.1220	0.2405	0.3526	0.4559	0.5488	0.6303	0.6998	0.7572	0.8028	0.8372	0.8702	0.7590
0.7	0.1048	0.2082	0.3087	0.4051	0.4966	0.5823	0.6616	0.7341	0.7995	0.8577	1.0432	1.0791
0.8	0.0919	0.1832	0.2736	0.3624	0.4493	0.5340	0.6160	0.6951	0.7711	0.8437	1.1506	1.3597
0.9	0.0817	0.1634	0.2448	0.3259	0.4066	0.4868	0.5664	0.6453	0.7234	0.8007	1.1722	1.5130
1.0	0.0736	0.1472	0.2207	0.2943	0.3679	0.4415	0.5150	0.5886	0.6622	0.7358	1.1036	1.4715
1.1	0.0669	0.1337	0.2003	0.2668	0.3329	0.3986	0.4639	0.5286	0.5927	0.6560	0.9591	1.2314
1.2	0.0613	0.1223	0.1828	0.2425	0.3012	0.3585	0.4142	0.4680	0.5195	0.5686	0.7674	0.8692
1.3	0.0565	0.1125	0.1676	0.2211	0.2725	0.3213	0.3670	0.4089	0.4497	0.4798	0.5635	0.5052
1.4	0.0524	0.1041	0.1543	0.2020	0.2466	0.2871	0.3228	0.3530	0.3770	0.3944	0.3782	0.2355
1.5	0.0489	0.0967	0.1425	0.1850	0.2231	0.2558	0.2821	0.03012	0.3127	0.3162	0.2310	0.0855
1.6	0.0458	0.0903	0.1320	0.1697	0.2019	0.2273	0.2450	0.2543	0.2550	0.2474	0.1278	0.0233
1.7	0.0430	0.0845	0.1227	0.1560	0.1927	0.2015	0.2116	0.2125	0.2046	0.1890	0.0637	0.0046
1.8	0.0406	0.0793	0.1143	0.1436	0.1653	0.1782	0.1817	0.1768	0.1616	0.1410	0.0285	
1.9	0.0384	0.0747	0.1067	0.1323	0.1496	0.1573	0.1552	0.1441	0.1257	0.1028	0.0114	
2.0	0.0364	0.0705	0.0999	0.1221	0.1353	0.1386	0.1320	0.1170	0.0963	0.0733	0.0040	
2.1	0.0346	0.0667	0.0936	0.1128	0.1225	0.1218	0.1117	0.0942	0.0728	0.0511	0.0013	
2.2	0.0330	0.0633	0.0879	0.1044	0.1108	0.1069	0.0941	0.0752	0.0542	0.0348		
2.3	0.0315	0.0601	0.0527	0.0966	0.1003	0.0937	0.0789	0.0595	0.0398	0.0232		
2.4	0.0302	0.0572	0.0779	0.0896	0.0907	0.0819	0.0659	0.0467	0.0288	0.0151		
2.5	0.0289	0.0545	0.0735	0.0831	0.0821	0.0716	0.0548	0.0364	0.0206	0.0097		

Tabla 15: Función Normal.					
$$F(u)=\frac{1}{\sqrt{2*3.14}}*\int_{\infty}^{u}e^{-\frac{u^2}{2}}*du\;;\quad u=\frac{ti-E(t)}{\sigma}$$					
u	F(u)	U	F(u)	u	F(u)
0	0.500	-2.7	0.003	1.4	0.919
-0.1	0.460	-2.8	0.002	1.5	0.933
-0.2	0.420	-2.9	0.001	1.6	0.945
-0.3	0.382	-3.0	0.001	1.7	0.955
-0.4	0.344	-3.1	0.001	1.8	0.964
-0.5	0.308	-3.2	0	1.9	0.971
-0.6	0.274	-3.3	0	2.0	0.977
-0.7	0.242	-3.4	0	2.1	0.982
-0.8	0.211	-3.5	0	2.2	0.986
-0.9	0.184	-3.6	0	2.3	0.989
-1.0	0.158	-3.7	0	2.4	0.991
-1.1	0.135	-3.8	0	2.5	0.993
-1.2	0.116	-3.9	0	2.6	0.995
-1.3	0.096	0.0	0.500	2.7	0.996
-1.4	0.080	0.1	0.539	2.8	0.997
-1.5	0.066	0.2	0.579	2.9	0.998
-1.6	0.054	0.3	0.617	3.0	0.998
-1.7	0.044	0.4	0.655	3.1	0.999
-1.8	0.035	0.5	0.691	3.2	0.999
-1.9	0.028	0.6	0.725	3.3	0.999
-2.0	0.022	0.7	0.758	3.4	0.999
-2.1	0.017	0.8	0.788	3.5	0.999
-2.2	0.013	0.9	0.815	3.6	0.999
-2.3	0.010	1.0	0.841	3.7	0.999
-2.4	0.008	1.1	0.864	3.8	0.999
-2.5	0.006	1.2	0.884	3.9	0.999
-2.6	0.004	1.3	0.903		

TABLA 16: Criterio de concordancia de Kolmogorov.

Las probabilidades críticas para dar revisión a las hipótesis para comprobar que las muestras pertenecen a la ley de KOLMOGOROV en dependencia de :	
λ	$P(\lambda)$
0	1
0,1	1
0,2	1
0,3	1
0,4	0,977
0,5	0,964
0,6	0,864
0,7	0,711
0,8	0,544
0,9	0,393
1	0,27
1,1	0,178
1,2	0,112
1,3	0,068
1,4	0,04
1,5	0,022
1,6	0,012
1,7	0,006
1,8	0,003
1,9	0,002
2	0,001

Tabla 17: Fiabilidad y disponibilidad para algunas configuraciones de sistemas

Configuración del sistema	Fiabilidad (R) (artículos reparables) (λ=cte)	Fiabilidad del sistema para (n) elementos	Fiabilidad $\lambda_1=\lambda_2=0.01$ t=100 h	Disponibilidad (λ=cte)	Disponibilidad para (n) elementos	Disponibilidad λ=0.01 μ=0.2
1	2	3	4	5	6	7
Un solo elemento	$e^{-\lambda * t}$	---	0.3700	$\frac{\mu}{\lambda + \mu}$	---	0.9500
Dos elementos en serie	$e^{-(\lambda_1+\lambda_2)*t}$	$\prod_{i=1}^{n} Ri$	0.1400	$\frac{\mu_1\mu_2}{\mu_1\mu_2 + \mu_1\lambda_2 + \mu_2\lambda_1 + \lambda_1\lambda_2}$	$\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\mu i}{\lambda i + \mu i}\right)$	0.4400
Dos elementos en paralelo (Uno en activo y el otro en epera) Activo	$e^{-\lambda_1 t} + e^{-\lambda_2 t} - e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}$	$1-\prod_{i=1}^{n}(1-Ri)$	0.6000	(a) $\frac{\mu^2 + 2\mu\lambda}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2}$	$1-\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\lambda i}{\lambda i + \mu i}\right)$	0.9960
En espera	(b) $\frac{\lambda_2 * e^{-\lambda_1 t} - \lambda_1 * e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1}$	$e^{-\lambda t}\sum_{i=1}^{n-1}\frac{(\lambda * t)^i}{i!}$	0.7400	$\frac{\mu^2 + \mu\lambda}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2}$	---	0.9980
Tres elementos en serie (Dos en activo y uno en espera) Activo 1/3	$3 * e^{\lambda t} - 3 * e^{-2\lambda t} + e^{-\lambda t}$	$1-\prod_{i=1}^{n}(1-Ri)$	0.7500	$\frac{\mu^3 + 3\mu^2 + 6\mu\lambda^2}{\mu^3 + 3\mu\lambda^2 + 6\mu^2\lambda + 6\lambda^3}$	$1-\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{\lambda i}{\lambda i + \mu i}\right)$	0.9990
Activo 1/3	---	(c) $1-\sum_{i=0}^{m-1}\binom{n}{i}R^i(1-R)^{n-i}$	0.3300	$1-\frac{1}{(\lambda + \mu^{3)}}\left(\lambda^3 + 3\mu\lambda^2 + 3\mu^2\lambda\right)$	(c) $1-\frac{1}{(\lambda+\mu)^n}\sum_{i=0}^{m-1}\binom{n}{i}\mu\lambda^{(n-i}$	0.3000

En espera 1/3	(d) $e^{-\lambda t} + te^{-\lambda t} + \frac{1}{2}\lambda^2 t^2 e^{-\lambda t}$	$R * \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(\lambda * t)^i}{i!}$	0.9200	$\frac{\mu^3 + \mu^2\lambda + \mu\lambda^2}{\mu^3 + \mu^2\lambda + \mu\lambda^2 + \lambda^3}$	---	0.9990

Observaciones:
(a): $\lambda_1=\lambda_2= \lambda$.
(b): Cuando $\lambda_1=\lambda_2$; $R=e^{-\lambda t} + \lambda * t * e^{-\lambda t}$. Si $\lambda_1 \approx \lambda_2$, entonces $\lambda=(\lambda_1+\lambda_2)/2$. Se asume conexión perfecta.
(c): Para redundancia (m/n).
(d): Se asume conexión perfecta.

Fig. 1: Diagrama de bloque para obt… ma fiabilidad para un costo dado.

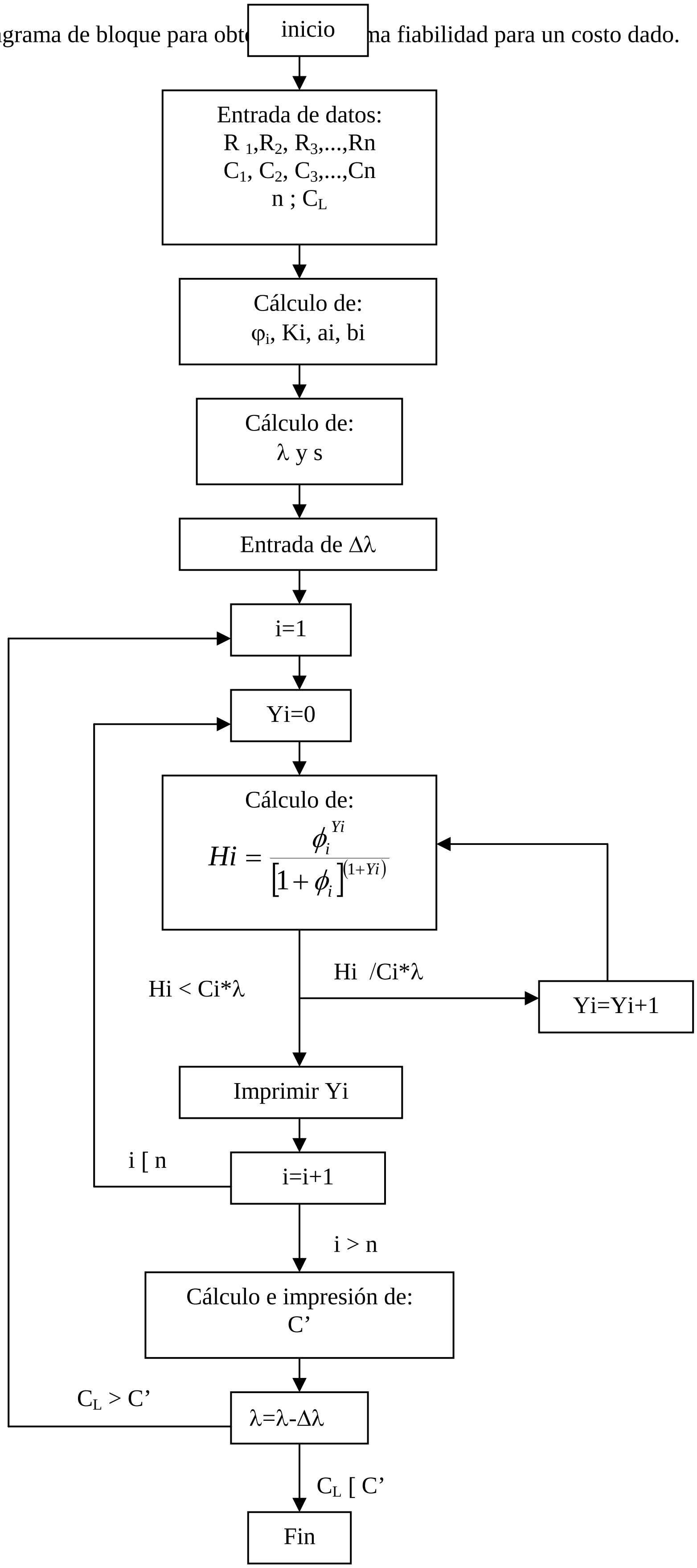


Fig. 2: Diagrama de bloque para obt … no costo para un valor de fiabilidad dado.

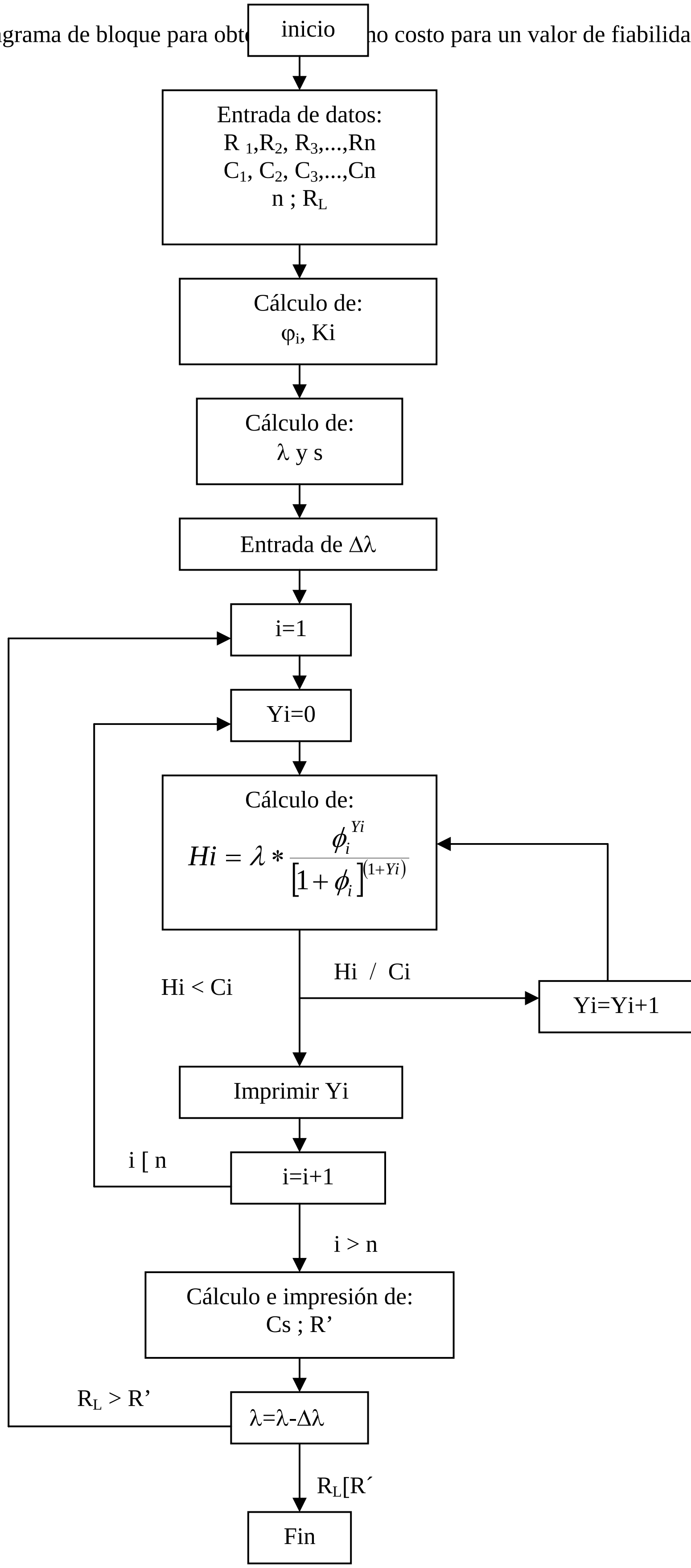


Fig. 3: Diagrama de bloque para obt ma fiabilidad para un valor dado de costo y peso.