HUMBERTO GUTIÉRREZ PULIDO • ROMÁN DE LA VARA SALAZAR

CONTROL estadístico DE CALIDAD Y SEIS SIGMA



Mc Graw Hill

Control estadístico de calidad y Seis Sigma



Control estadístico de calidad y Seis Sigma

Humberto Gutiérrez Pulido
Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingeniería
Universidad de Guadalajara

Román de la Vara Salazar
Centro de Investigación en Matemáticas
Guanajuato, México

Revisión técnica

Juan Manuel Herrera Pallares
Profesor especialista en calidad
Instituto Tecnológico de Puebla

Carlos Téllez Martínez
Director del Departamento de Ingenieria Industrial
Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey
Campus Guadalajara



MÉXICO • BOGOTÁ • BUENOS AIRES • CARACAS • GUATEMALA • LISBOA
MADRID • NUEVA YORK • SAN JUAN • SANTIAGO
AUCKLAND • LONDRES • MILÁN • MONTREAL • NUEVA DELHI
SAN FRANCISCO • SINGAPUR • ST. LOUIS • SIDNEY • TORONTO

Gerente de división: Leonardo Newball González
Gerente de producto: Javier Reyes Martínez
Editor de desarrollo: Sergio Campos Peláez
Supervisor de producción: Timoteo Eliosa García

CONTROL ESTADÍSTICO DE CALIDAD Y SEIS SIGMA

McGraw-Hill Interamericana

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra,
por cualquier medio, sin autorización escrita del editor.

DERECHOS RESERVADOS © 2004, respecto a la primera edición por
McGRAW-HILL INTERAMERICANA EDITORES, S.A. de C.V.
*A Subsidiary of The **McGraw-Hill** Companies, Inc.*
Cedro núm. 512, Col. Atlampa
Delegación Cuauhtémoc
06450, México, D.F.
Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial Mexicana. Reg. núm. 736

ISBN 970-10-4724-9

1234567890
Impreso en México

09876532104
Printed in Mexico

Esta obra se terminó de
Imprimir en Marzo del 2004 en
Programas Educativos S A de C V
Calz Chabacano No 65-A
Col Asturias C P 06850 Méx D F
Empresa certificada por el Instituto Mexicano
de Normalización y Certificado A C Bajo la
Norma ISO-9002 1994/NMX-CC-04 1995 con
el num De registro RSC-048 y bajo la Norma
ISO-14001 1996/SAA-1998 con el Num
de Registro RSAA-003

The McGraw-Hill Companies

Contenido

Prefacio xi

1 Conceptos básicos de calidad 2

La competitividad y la mejora de la calidad 4
Calidad y productividad 8
Medición del desempeño de una empresa (evolución del control de calidad) 11
Conceptos relativos al control de calidad 14
La variabilidad y el pensamiento estadístico 17

2 Capacidad de procesos I: Estadística descriptiva 22

Cómo y cuántas unidades muestrear 24
Medidas de tendencia central 25
Medidas de dispersión o variabilidad 28
Relación entre $\bar{X}$ y S (interpretación de la desviación estándar) 30
Límites reales o naturales 31
Estimación de los parámetros del proceso (μ, σ) 32
Histograma y tabla de frecuencias 32
Medidas de forma 38
Porcentaje de artículos fuera de especificaciones 39
Percentiles o cuantiles 41
Diagrama de caja 42
Estudio real (integral) de capacidad 44
Uso de *Statgraphics* y *Excel* 47

3 Introducción a la probabilidad 58

Conceptos de probabilidad 60
Distribución binomial 62
Distribución geométrica 64
Distribución hipergeométrica 64
Distribución de Poisson 64
Distribución exponencial 65
Distribución normal 65
Verificación de normalidad (gráficas de probabilidad) 69
Distribución ji-cuadrada 73
Distribución T de Student 74
Distribución F 74

4 Elementos de inferencia estadística 78

Conceptos elementales de inferencia estadística 80
Distribuciones de probabilidad en inferencia estadística 82
Estimación puntual y por intervalo 83

Conceptos básicos de prueba de hipótesis 89
Prueba para la media 94
Prueba para la varianza 97
Tres criterios de rechazo o aceptación equivalentes 98
Hipótesis para dos medias: comparación de dos procesos o poblaciones 101
Prueba para la igualdad de varianzas 105
Poblaciones pareadas (comparación de dos medias con muestras dependientes) 106
Uso de *Statgraphics* y *Excel* 113

5 Capacidad de procesos II: Índices de capacidad y análisis de tolerancias 120

Índices de capacidad para proceso con doble especificación 122
Procesos con sólo una especificación 130
Índices de capacidad de largo plazo: P_p y P_{pk} 132
Índices de capacidad para variables de atributos 133
Estimación de los índices de capacidad mediante una muestra (estimación por intervalo) 134
Diseño de tolerancias 141
Estudio real (integral) de capacidad 137
Uso de *Statgraphics* y *Excel* 154

6 Herramientas básicas para Seis Sigma 160

Diagrama de Pareto 162
Estratificación 167
Hoja de verificación (obtención de datos) 172
Diagrama de Ishikawa (o de causa-efecto) 178
Lluvia de ideas 186
Diagrama de dispersión 187
Mapeo de procesos 193
Multivary 195

7 Cartas de control para variables 206

Causas comunes y especiales de variación 208
Cartas de control 211
Carta de control $\bar{X}$-R 214
Carta $\bar{X}$-S 222
Interpretación de las cartas de control y causas de inestabilidad 224
Índice de inestabilidad, S_t 229
Carta de individuales 230
Cartas de precontrol 235
Uso de *Statgraphics* 238

8 Cartas de control para atributos 252
Cartas *p* y *np* 254
Cartas *c* y *u* (para defectos) 265
Implantación y operación de una carta de control 273
Uso de *Statgraphics* 280

9 Cartas CUSUM y EWMA: detección oportuna de cambios pequeños 288
Carta CUSUM 292
Carta EWMA 300
Uso de *Statgraphics* 302

10 Estado de un proceso: capacidad y estabilidad 306
Estado de un proceso 308
Estrategias de mejora 313
Ocho pasos en la solución de problemas (ciclo de la calidad) 322

11 Calidad de mediciones (repetibilidad y reproducibilidad) 328
Precisión y exactitud 332
Repetibilidad y reproducibilidad 334
Estudio largo con análisis de medias y rangos (*long method*) 336
Método de ANOVA para analizar estudio largo 342
Estudio R&R corto (*short method*) 345
Monitoreo del sistema de medición 349
Estudios R&R para pruebas destructivas 355
Estudio R&R para atributos 356
Uso de *Statgraphics* 364

12 Muestreo de aceptación 374
Cuándo aplicar muestreo de aceptación 376
Tipos de planes de muestreo 379
Formación del lote y selección de la muestra 381
Aspectos estadísticos: variabilidad y curva característica de operación 383
Índices de calidad para los planes de muestreo de aceptación 392
Diseño de un plan de muestreo simple con NCA y NCL específicos (método de Cameron) 397
Military Standard 105D 401
Planes de muestreo Dodge-Roming 414
Plan de muestreo PDTL (LTPD) con $c = 0$ 420
Muestreo de aceptación por variables (MIL STD 414) 422
Uso de *Excel* y *Statgraphics* 431

13 Confiabilidad 438
Preguntas en estudio de confiabilidad 441
Características de los estudios de confiabilidad 441
Tipos de censura en confiabilidad 442
Funciones en confiabilidad 446
Modelos (distribuciones) para el tiempo de falla 452
Especificación de la distribución de vida y estimación gráfica de sus parámetros 460
Estimación por mínimos cuadrados y por máxima verosimilitud 469
Varios modos de falla 472
Confiabilidad de sistemas 475
Uso de *Statgraphics* y *Minitab* 480

14 Análisis de modo y efecto de las fallas (AMEF) 488
Actividades para realizar un AMEF (proceso) 491

15 Escuchar la voz del cliente (despliegue de la función de calidad, DFC) 504
Pasos de un análisis con la matriz o casa de la calidad 507
Algunos aspectos adicionales de DFC 511

16 Proceso esbelto 514
Especificar el valor 517
Identificar el flujo del valor (detección de mudas) 518
Agregar valor en flujo continuo, sin interrupciones 523
Organizar el proceso para que sea el cliente quien jale valor desde el productor (kanban) 525
Buscar la perfección 527
Simulación de un proceso: aplicación de los principios 528

17 Poka-yoke 536
Conceptos básicos 538
Ejemplos de dispositivos poka-yoke 539
Pasos para resolver problemas con enfoque poka-yoke 543
Características de los dispositivos poka-yoke 543

18 Seis Sigma: metodología y estrategia 546
Antecedentes y características de Seis Sigma 548
La métrica Seis Sigma 554

Otras métricas Seis Sigma 559
Las etapas de un proyecto Seis Sigma y un ejemplo 564
Diseñar para Seis Sigma (DMADV) 587
Diseñar para confiabilidad (DPC) 589
Responsabilidades y entrenamiento 590
Implantación de SS 597

19 Ejemplo de proyecto Seis Sigma 604
Etapa previa 606
Definición 607
Medición 608
Análisis 613
Mejora 617
Control 619

Apéndice 623

Bibliografía y referencias 631

Índice 633

Prefacio

En este libro abordamos los principales conceptos y métodos del control estadístico de calidad y los métodos y estrategia de mejora conocida como Seis Sigma. Sobre el control estadístico podemos decir que éste ha demostrado su utilidad tanto en las empresas de manufactura como de servicio, ya que con las exigencias de mejora a la que se ven expuestas las organizaciones debido a la alta competitividad de los mercados globalizados, se ha hecho más evidente la necesidad de ampliar la comprensión y utilización del pensamiento estadístico, y aplicar conceptos y técnicas estadísticas para una diversidad de tareas y propósitos, por ejemplo:

- Enfocarse en los hechos vitales; en los problemas y causas importantes, e identificar dónde, cómo, cuándo y con qué frecuencia se presentan los problemas.
- Analizar los datos procedentes de las guías clave del negocio, para así identificar las fuentes de variabilidad, analizar su estabilidad y pronosticar su desempeño.
- Detectar con rapidez, oportunidad y a bajo costo anormalidades en los procesos y sistemas de medición (monitoreo eficaz).
- Ser objetivos en la planeación y toma de decisiones; expresar los hechos en forma de datos y evaluar objetivamente el impacto de acciones de mejora.
- Analizar lógica, sistemática y ordenadamente la búsqueda de mejoras.

En cuanto a Seis Sigma, ésta es una de las principales estrategias que por más de una década han utilizado varias de las compañías líderes a nivel mundial, y gracias a su exitosa aplicación ha generado beneficios millonarios. Seis Sigma (SS) es una estrategia de mejora continua del negocio que busca encontrar y eliminar las causas de los errores, defectos y retrasos en los procesos del negocio, enfocándose hacia aquellos aspectos que son críticos para el cliente. La estrategia Seis Sigma se apoya en una metodología altamente sistemática y cuantitativa orientada a mejorar la calidad del producto o del proceso con tres áreas prioritarias de acción: satisfacción del cliente, reducción del tiempo de ciclo y disminución de los defectos. La meta de SS, que le da el nombre, es lograr procesos con calidad Seis Sigma, es decir, procesos que como máximo generen 3.4 defectos por millón de oportunidades. Esta meta se alcanza mediante un programa vigoroso de mejora, diseñado e impulsado por la alta dirección de una organización, en el que se desarrollan proyectos SS a lo largo y ancho de la empresa con el objetivo de lograr mejoras y remover defectos y retrasos de productos, procesos y transacciones. La metodología en la que se apoya Seis Sigma está definida y fundamentada en las herramientas y el pensamiento estadístico.

Por lo anterior, el objeto de este libro, además de abordar conceptos y técnicas del control estadístico, es agregar varios de los métodos que más se utilizan en un proyecto Seis Sigma, así como describir con detalle las características principales de la estrategia Seis Sigma.

El libro es resultado de más de 15 años de enseñanza, capacitación y asesoría sobre control estadístico de calidad (o procesos) y estrategias de mejora. Así, además de la contribución de los autores, esta obra ha sido posible gracias a las ideas, comentarios, dudas, ejemplos, datos, respuestas, discusiones y experiencia de las personas con las que se ha tenido contacto en el terreno profesional; desde estudiantes universitarios, estu-

diantes de posgrado, investigadores y personal técnico y directivo de empresas e instituciones. Las respuestas a esas dudas, las experiencias y los diferentes aportes se han vertido en los 19 capítulos del libro, que cuenta con alrededor de 70 ejemplos y más de 300 preguntas y ejercicios reales.

Esperamos que esta obra resulte un aporte para enfrentar de mejor manera los tiempos actuales, ya que la globalización y la alta competencia es una realidad tan contundente que deja poco lugar a dudas acerca de la necesidad de que las organizaciones enfrenten rápida y eficazmente esta competencia. Se puede afirmar que en buena parte la globalización ha dejado atrás muchas discusiones sobre la forma de enfrentar los nuevos tiempos. Hoy se sabe casi en todas las empresas y organizaciones que ya no hay clientes cautivos, y que en cualquier momento los clientes pueden encontrar una alternativa mejor. En este contexto la aplicación de la estrategia Seis Sigma, con sus métodos, representan una excelente opción.

El libro se ha organizado en 19 capítulos. En el primero se hace una revisión de los conceptos básicos de la calidad y la productividad; en los capítulos 2 y 5 se analizan los conceptos y métodos para hacer un estudio de capacidad de un proceso. Los capítulos 3 y 4 tienen como propósito proporcionar algunos fundamentos teóricos de la probabilidad y estadística, que son necesarios para entender mejor el resto de los métodos. En los capítulos 7 a 10 se describen las técnicas para evaluar la estabilidad de un proceso: cartas de control básicas y avanzadas, relación capacidad y estabilidad y cartas de precontrol. En el capítulo 11 se detallan los métodos para evaluar el funcionamiento de un sistema de medición (estudios R&R y otros), indispensables en un proyecto Seis Sigma. En los capítulos 12 y 13 se estudia, respectivamente, el tradicional muestreo de aceptación y se da una introducción a la confiabilidad.

En los capítulos 6 y 14 a 17, se describen varios métodos de frecuente aplicación en el contexto de proyectos Seis Sigma, como las herramientas básicas, mapeo de procesos, multivary, QFD, Amef, manufactura esbelta, etc. Finalmente, los capítulos 18 y 19 están dedicados a describir las principales características de la estrategia Seis Sigma: sus antecedentes, sus métricas, metodología para el desarrollo de proyectos, roles y características de las personas en las que se respalda Seis Sigma (*master black belts, black belts*, etc.). En cada uno de estos últimos capítulos, se describe paso a paso un ejemplo real de proyecto Seis Sigma.

Al final de cada capítulo se han agregado preguntas y ejercicios con la idea de presentar material adicional complementario. En suma, con el contenido del libro se cubren los temas tradicionales del programa de control estadístico que se imparte a nivel universitario, así como otros métodos indispensables para la realización de proyectos Seis Sigma, con lo cual tanto el profesor como el alumno pueden profundizar en tópicos adicionales para lograr una visión más completa sobre la materia. Además, la gente interesada en la estrategia Seis Sigma (estudiantes y profesionales), puede encontrar en el libro una revisión completa de la misma.

De hecho, respecto a los métodos de mayor uso en Seis Sigma, además de los que se describen en este libro faltaría agregar los referentes a *Diseño y análisis de experimentos*, de Gutiérrez Pulido y De la Vara Salazar (2003), que constituye un libro complementario de éste.

Agradecimientos

Agradecer a todas las personas que directa o indirectamente contribuyeron en un libro como éste no es fácil, ya que a lo largo de los años se van acumulando ideas, comentarios, dudas, ejemplos, datos, respuestas, discusiones y experiencia de las personas con las que se ha tenido contacto en el terreno profesional. Finalmente, las respuestas a esas dudas, las experiencias y los diferentes aportes se han vertido en los 19 capítulos del libro, con alrededor de 70 ejemplos y más de 300 preguntas y ejercicios reales. De cualquier manera, y disculpándonos de antemano por las omisiones, quisiéramos dejar testimonio de nuestro agradecimiento a las siguientes personas: Julio Yuen (Flextronics), Leopoldo Torres y Carlos Zaragoza (Hitachi), Miguel Cedeño (Tequila Herradura), Mario Soto y Javier Ulloa (IBM), Mónica Guerrero (GE), Ignacio Gallo y Jorge Quirarte (Kodak), Martín Marín, Óscar Famoso y Pedro Ponce (Panasonic), Alberto Godínez, Felipe Camacho y Daniel Romo (Lucent Technology), Armando Miramontes (Innopack), Gustavo Basurto (Coca-Cola), Enrique Villa, Jorge Domínguez y Gustavo Torres (Cimat), Porfirio Gutiérrez, Osvaldo Camacho, Lizbeth Díaz, Agustín Rodríguez, María de Jesús Guzmán y Cecilia Garibay (Universidad de Guadalajara), Víctor Aguirre (ITAM), Javier Quezada (Tec. de Monterrey), Jorge Villa (U. de Sonora), Cuauhtémoc Reyes (U. A. de Sinaloa), Mario Miguel Ojeda (U. Veracruzana), Marcial Quintanar y Carlos Manzo (Plus), Juan Ulin, Pável Morales, Edmundo Dávila y Rubén Cárdenas (Jabil Circuits), Joaquín Ávalos (Cervecería Modelo), Joel Cárdenas (Pemex), José Toro (Mabe-Sanyo) y Valentín Gutiérrez (Emerson).

Capítulo 1 de calidad

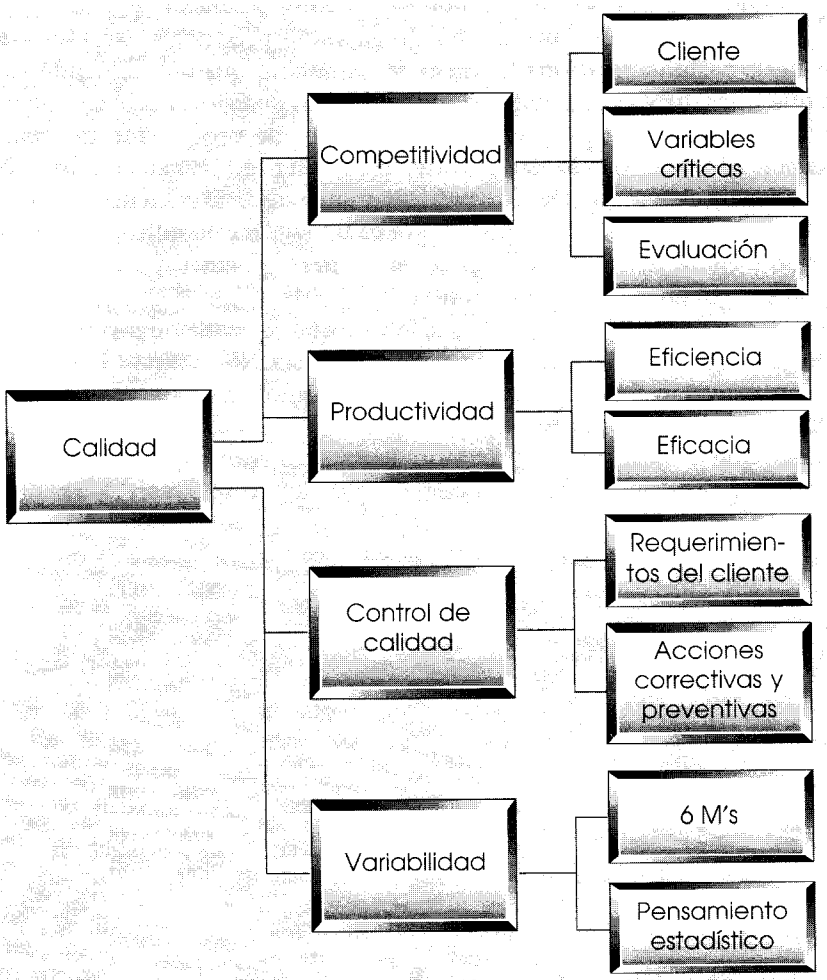
2

SUMARIO

- La competitividad y la mejora de la calidad
- Calidad y productividad
- Medición del desempeño de una empresa (evolución del control de calidad)
- Conceptos relativos al control de calidad
- La variabilidad y el pensamiento estadístico

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Analizar los factores de la competitividad y la importancia de mejorar la calidad como elementos guía para incrementar la productividad de una empresa.
- Identificar las características de la calidad y la productividad.
- Explicar las ventajas de medir adecuadamente el desempeño de una empresa.
- Describir los conceptos de variabilidad y la importancia del pensamiento estadístico para incrementar la productividad y calidad en una organización.


Calidad
Competitividad
Cliente
Variables críticas
Evaluación
Productividad
Eficiencia
Eficacia
Control de calidad
Requerimientos del cliente
Acciones correctivas y preventivas
Variabilidad
6 M's
Pensamiento estadístico

Tiempo de ciclo

Es el tiempo que transcurre desde que el cliente inicia un pedido que se transforma en órdenes de compra para proveedores, órdenes de producción de materiales y subensambles hasta que todo esto se transforma en un producto en manos del cliente.

LA COMPETITIVIDAD Y LA MEJORA DE LA CALIDAD

La competitividad de una empresa y la satisfacción del cliente están determinadas por la calidad del producto, el precio y la calidad del servicio. Se es más competitivo si se puede ofrecer mejor calidad, a bajo precio y en menor tiempo. En la figura 1.1 se muestran los diferentes aspectos críticos de la calidad para cada uno de los factores de la competitividad. Como se aprecia, uno de los componentes más importantes de la calidad en el servicio es el tiempo de la entrega de sus productos o servicios. El *tiempo de entrega* está bastante relacionado con el *tiempo de ciclo*, que debe entenderse como el tiempo que transcurre desde que el cliente inicia un pedido, el cual se transforma en órdenes de compra para proveedores, en órdenes de producción de materiales y subensambles, hasta que todo esto se convierte en un producto en las manos del cliente. De esta forma el tiempo de ciclo refleja en gran medida la eficiencia y coordinación que se da a lo largo del proceso, por lo que es un factor que influye en los costos de producción y en los plazos de entrega que la empresa puede soportar.

Variables críticas de la calidad

Son aquellas en las que se reflejan el desempeño y/o resultados de un proceso. Son las que realmente le interesan al cliente e incluyen las características de calidad del producto.

Como se verá en el capítulo 18, todo proyecto de mejora Seis Sigma debe definir cuáles son las *variables críticas de la calidad* (VCC) que se pretende mejorar mediante el proyecto. De aquí que el desglose de la figura 1.1 será de utilidad para ello. De esa manera un proyecto Seis Sigma se puede ver como un esfuerzo para mejorar la competitividad de la organización.

Se creía que calidad, precio y tiempo de entrega eran objetivos antagónicos, en el sentido de que se podía mejorar cualquiera de los tres sólo en detrimento de los

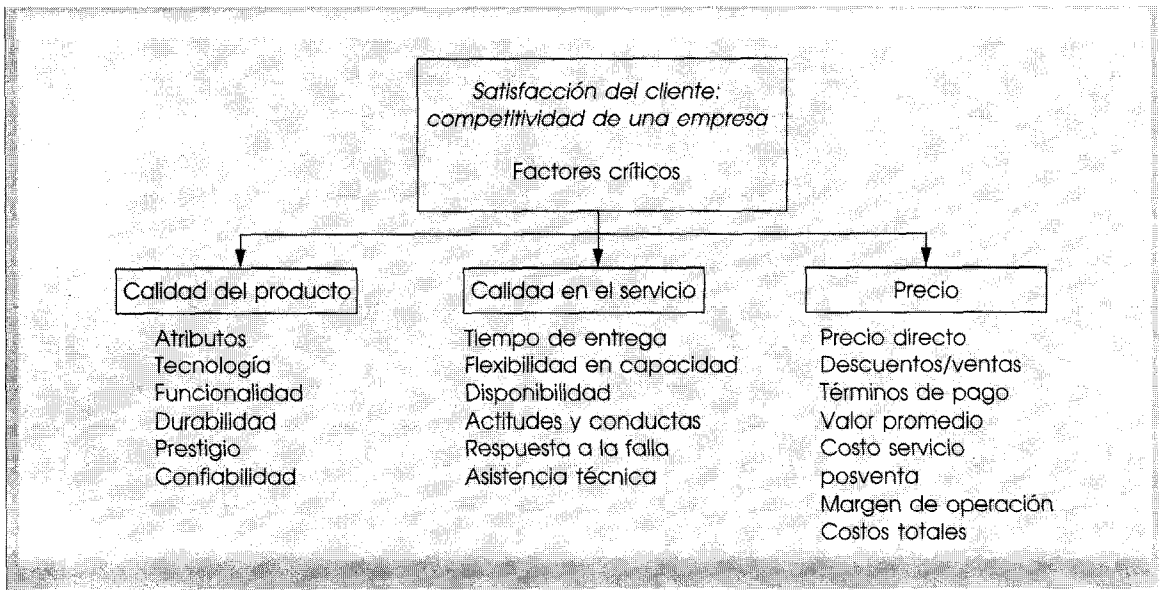


Figura 1.1 *Variables críticas para la calidad (VCC).*

otros dos. De hecho, en algunas empresas se sigue creyendo que mejorar la calidad implica necesariamente un precio más alto y mayor tiempo de elaboración. Sin embargo, cada día hay más empresas en las que se sabe que la calidad en todas las áreas y en todas las actividades influye de manera positiva en los tres factores. Cuando se tiene mala calidad en las diferentes actividades, hay equivocaciones y fallas de todo tipo, por ejemplo:

- Reprocesos, desperdicios y retrasos en la producción.
- Pagar por elaborar productos malos.
- Paros y fallas en el proceso.
- Una inspección excesiva para tratar que los productos de mala calidad no salgan al mercado.
- Reinspección y eliminación de rechazo.
- Más capacitación, instrucciones y presión a los trabajadores.
- Gastos por fallas en el desempeño del producto y por devoluciones.
- Problemas con proveedores.
- Más servicios de garantía.
- Clientes insatisfechos y pérdidas de ventas.
- Problemas, diferencias y conflictos humanos en el interior de la empresa.

La característica común de cada uno de los aspectos anteriores es que implican más gastos, menos ingresos o menores resultados. A la gente que hace la inspección, los reprocesos, quienes atienden los retrasos y los que se encargan de los servicios de garantía es necesario pagarles y además usan máquinas, espacios, energía eléctrica y requieren mandos que los coordinen. En este sentido, la mala calidad no sólo trae como consecuencia clientes insatisfechos sino también mayores costos, y en consecuencia no se puede competir ni en calidad ni en precio, menos en tiempos de entrega. Un proceso de mala calidad es errático e inestable y no se puede predecir. La figura 1.2 sintetiza la relación entre mala calidad y competitividad.

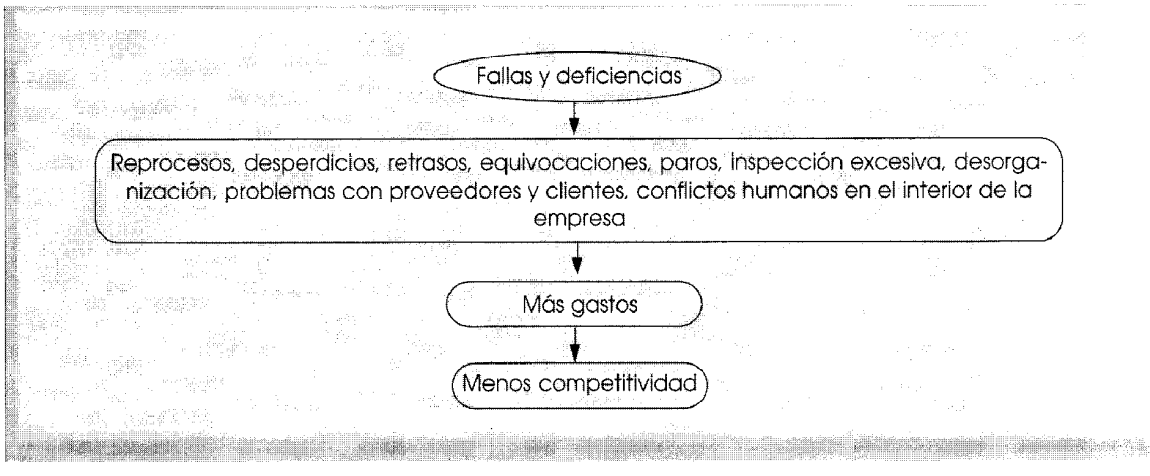


Figura 1.2 *Con fallas y deficiencias no se puede competir en calidad ni en precio, menos en tiempos de entrega.*

Competitividad

Es la capacidad de una empresa para generar valor para el cliente y sus proveedores de mejor manera que sus competidores.

Como veremos en el capítulo 18 (tabla 18.2), muchas de las empresas tienen un nivel de calidad menor o igual a Tres Sigma, eso implica la mala calidad entre 15 y 25% de sus ingresos por ventas. Cuando una empresa mejora al nivel Seis Sigma esos costos bajan a sólo 5%.

Por otra parte, al mejorar la forma en que se hacen todas las actividades se logra una reacción que trae importantes beneficios, por ejemplo: se reducen los reprocesos, errores, retrasos, desperdicios y artículos defectuosos; disminuye la devolución de artículos, las visitas a causa de la garantía y las quejas de los clientes. Al lograr disminuir las deficiencias se reducen los costos y se liberan recursos materiales y humanos que se pueden destinar a elaborar más productos, resolver otros problemas de calidad, reducir los tiempos de entrega o proporcionar un mejor servicio al cliente, lo cual incrementa la productividad y que la gente esté más contenta con su trabajo. Lo anterior se sintetiza en la figura 1.3, cuyo concepto fue presentado por primera vez en 1950 por Edwards Deming a un grupo de industriales japoneses. Con la estrategia de mejora Seis Sigma (véase capítulo 18) se ha podido trabajar de mejor manera y así descubrir los beneficios de trabajar por la calidad.

De acuerdo con lo anterior, la *competitividad* se define como la capacidad de una empresa para generar valor para el cliente y sus proveedores de mejor manera que sus competidores. Esta capacidad se manifiesta por:

- Calidad y diferenciación del producto o servicio.
- Precio y términos de pago.
- Calidad de entrega; que incluye tiempos, oportunidad y flexibilidad de entrega; además de apoyo en refacciones y reparaciones, soporte en capacitación para el uso del producto y para conocer sus potencialidades.

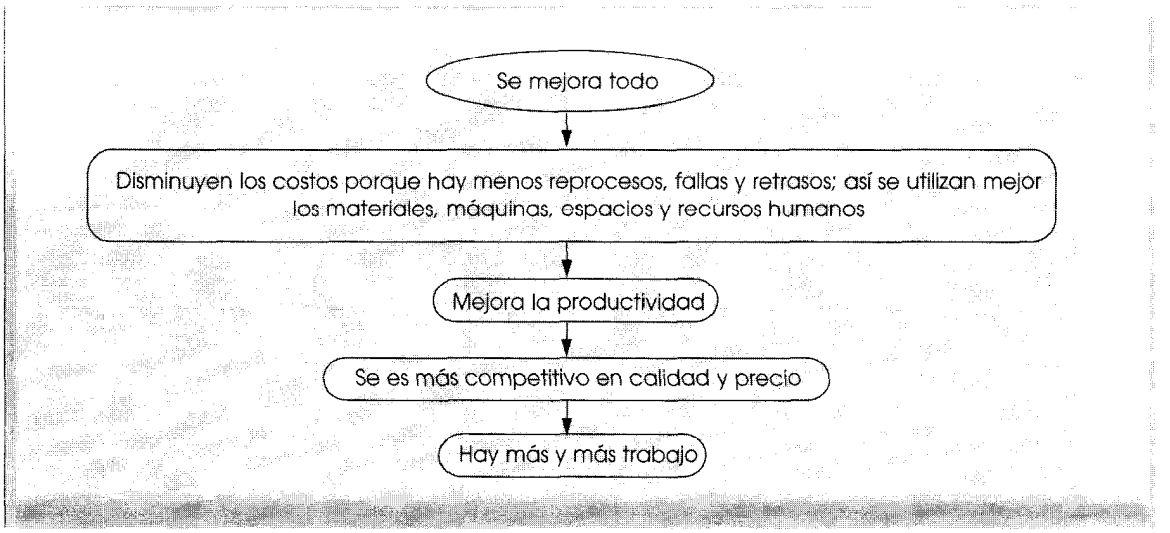


Figura 1.3 *Al mejorar la calidad se da una reacción en cadena.*

En este sentido, el análisis de la competitividad de una organización tendría que comparar sus indicadores correspondientes contra los de otras empresas importantes del mismo ramo industrial o comercial, y así contestar interrogantes como las siguientes:

1. ¿Cómo es la calidad de su producto y servicio comparado con la de sus competidores?
2. ¿En qué se diferencia su producto y servicio?
3. ¿Cómo es el precio de su producto y los términos de pago, comparados con la competencia?
4. ¿Tiene calidad, cumplimiento y flexibilidad en tiempos de entrega?

Un aspecto interesante en una evaluación competitiva sería contrastar las reflexiones o respuestas a las preguntas anteriores que se dan dentro de la misma empresa, contra los resultados obtenidos directamente del cliente, de clientes potenciales o futuros, y de clientes del pasado que ahora prefieren el producto de los competidores; en donde éstos dan su opinión y comparan a diferentes empresas competidoras respecto a diferentes criterios de competitividad. En la tabla 1.1 se muestra un ejemplo de este tipo de *evaluación competitiva*, dada por los clientes. Todos los criterios se evalúan en una escala de 0 a 10, de acuerdo con los siguientes criterios: muy buena (10 puntos), buena (8), regular (6), mala (4), muy mala (2); adaptando el adjetivo más adecuado a cada criterio de competitividad, como se sugiere en la tabla 1.1. De esta manera se podría detectar los factores de la competitividad sobre los que es necesario trabajar más y destacarlos como ventaja. Cuando se habla de encuestas, es necesario prevenir

Evaluación competitiva

Es un estudio en el que se analiza y compara la competitividad de varias empresas. Generalmente se toma en cuenta la opinión del cliente.

Tabla 1.1 Ejemplo de evaluación competitiva.*

Criterio (o factor)	Nuestra empresa	Competidor A	Competidor B
Calidad	Aceptable (6)	Excelente (10)	Mala (4)
Precio	Moderado (6)	Elevado (4)	Bajo (8)
Términos de pago	Aceptables (6)	Malos (4)	Muy malos (2)
Tiempo de entrega	Largos (4)	Cortos (8)	Muy largos (2)
Cumplimiento de tiempos	Casi siempre cumple (8)	A veces no cumple (6)	Con frecuencia no cumple (4)
Servicio pre y posventa	Regular (6)	Bueno (8)	Pésimo (2)
Información sobre el producto	Abundante y poco clara (6)	Suficiente y clara (8)	Poca (4)
Diferenciación del producto	Originalidad media (6)	Innovador (8)	Siempre hace imitaciones (2)
Calificación (suma de puntos y porcentual)	48 (48/80) × 100 = 60%	56 (61.5/80) × 100 = 70%	28 (28/80) = 35%

*Puede generarse una en el interior de la empresa y otra con la opinión directa de clientes, ex clientes y futuros clientes.

al lector de que éstas se deben hacer recurriendo a las metodologías correspondientes o a profesionales con conocimientos estadísticos y con experiencia en el campo, para que de esa manera se seleccione adecuadamente una muestra de clientes, se formulen las preguntas o entrevistas en forma acertada, se analicen bien los resultados, etcétera De no hacerlo así e improvisar la encuesta, la información obtenida será poco confiable para fundamentar en ella un juicio o decisión.

CALIDAD Y PRODUCTIVIDAD

En la sección anterior se analizó la calidad y productividad en sus interrelaciones con otros factores, en este apartado se analizará más a detalle estos conceptos.

Respecto a la calidad existen varias definiciones, por ejemplo, Juran sostiene que: "Calidad es que un producto sea adecuado para su uso. Así, la calidad consiste en ausencia de deficiencias en aquellas características que satisfacen al cliente" (Juran, 1990); la American Society for Quality (ASQ), afirma que la "calidad es la totalidad de detalles y características de un producto o servicio que influye en su capacidad para satisfacer necesidades dadas"; las Normas ISO-9000:2000 definen calidad como "grado en el que un conjunto de características inherentes cumplen con los requisitos", siendo un requisito una necesidad o expectativa, generalmente implícita u obligatoria. En términos menos formales, la *calidad* la define el cliente, es el juicio que éste tiene sobre un producto o servicio, el cual por lo general es la aprobación o rechazo. Un cliente queda satisfecho si se le ofrece todo lo que él esperaba encontrar y más. Así, la calidad es ante todo *satisfacción del cliente*. Ésta está ligada a las expectativas que el cliente tiene sobre el producto o servicio, tales expectativas generadas de acuerdo con las necesidades, los antecedentes, el precio, la publicidad, la tecnología, la imagen de la empresa, etcétera. Se dice que hay satisfacción si el cliente percibió del producto o servicio al menos lo que esperaba.

Calidad

Es el juicio que el cliente tiene sobre un producto o servicio, resultado del grado con el cual un conjunto de características inherentes al producto cumplen con requerimientos.

Una definición alternativa de calidad que sintetiza la idea de enfocar la empresa hacia los clientes, es la que afirma: "Calidad es la creación continua de valor para el cliente." Este valor podemos observarlo como el cociente de la figura 1.4, donde intervienen en el numerador los atributos del producto, la imagen y las relaciones de la empresa. El primer aspecto se refiere a las características del producto mismo que influyen en su funcionamiento y estética. La *imagen de la empresa* es el prestigio actual de la empresa según la percepción y opinión del cliente, es el resultado de la historia de la empresa a los ojos del mercado que atiende. La imagen es un aspecto importante, porque en un mercado globalizado, en donde es frecuente encontrar muchos productos y condiciones de relativa igualdad en sus atributos, el cliente se decide por la marca, es decir, por la imagen. Por último, en el numerador también están las relaciones que se determinan por la calidad en el servicio y en general por la calidad en las relaciones que la empresa mantiene con los diferentes actores o factores externos, como clientes, cadena de distribución, proveedores, comunidad, otros competidores, oficinas gubernamentales, etcétera. Los tres aspectos anteriores se suman y se dividen entre el precio que el cliente paga por el producto, para así obtener el valor que el cliente percibe por lo que él pagó. Además estos cuatro factores no son independientes: un mal producto afecta desfavorablemente la imagen y las relaciones.

Satisfacción del cliente

Es la percepción de éste acerca del grado con el cual sus necesidades o expectativas han sido cumplidas.

Imagen de la empresa

Es su prestigio según la percepción y opinión del cliente.

Existen varios ejemplos de organizaciones en las que se evidencia la importancia de los factores que forman la ecuación del valor; un ejemplo es la empresa zapatera mexicana Canadá, que por muchas décadas fue el líder en el mercado zapatero, y hasta la década de los años setenta sus zapatos eran sinónimo de calidad, y era frecuente escuchar la frase "están a todo dar tus Canadá", para referirse a unos zapatos de calidad. Pero esta imagen se empezó a deteriorar a raíz de que la empresa introdujo en el mercado zapatos de piel sintética y suelas de materiales no convencionales, lo que tal vez a corto plazo fue un "excelente" negocio, ya que estos materiales sintéticos eran más baratos que los tradicionales de piel original, pero a largo plazo, esos pesos que se ahorraron en materiales se convirtieron en una desinversión en la imagen que había construido a lo largo de los años, como una empresa que fabricaba zapatos de calidad. El resultado fue que años después los zapatos Canadá eran catalogados como zapatos anticuados y de mala calidad. Ahora el gigante invencible fue derrotado por sus deudas y malos resultados, a pesar de que desde 1995 se puso en manos de nuevos dueños y administradores que intentaron sobrevivir y reconstruir su imagen; pero finalmente, en agosto del 2002, cerró.

De lo anterior se desprende la necesidad de enfocar a la empresa hacia el cliente, de manera que ésta se vea desde la perspectiva de aquéllos. Cada actividad que se realice a lo largo del proceso de producción y servicio debe estar justificada en función del valor que agrega para el cliente, de lo contrario no tiene razón de ser. Así, crear valor es generar aquello que es valioso para el cliente, o en otras palabras maximizar la ecuación del valor. Lo deseable es que el valor sea mayor que uno, lo que indicará que el cliente recibe más de lo que paga por el producto. Hay cuatro formas de maximizar el valor para el cliente: reducir el precio del producto; incrementar los atributos de calidad y funcionalidad del producto; mejorar la imagen de la empresa y trabajar por un mejor servicio y en general por unas relaciones más adecuadas con el mundo que interactúa con la empresa. Estas cuatro formas o líneas de acción para crear valor para el cliente deben ser atendidas de manera simultánea, ya que si una de ellas se descuida, el cliente percibirá que el producto no tiene el valor suficiente, y en consecuencia será un cliente insatisfecho, con las consecuencias correspondientes.

Para atender las cuatro líneas de acción se pueden seguir dos estrategias: mejorar la funcionalidad del actual sistema de producción (es decir, mejorar la productividad) o mediante *estrategia de innovación*, donde se generen propuestas de naturaleza diferente para atender los cuatro componentes de la ecuación del valor. Estas cuatro líneas

Calidad: es la creación continua de valor para el cliente

$$\text{Valor} = \frac{\text{Atributos del producto} + \text{Imagen} + \text{Relaciones}}{\text{Precio}}$$

Figura 1.4 *La calidad como valor.*

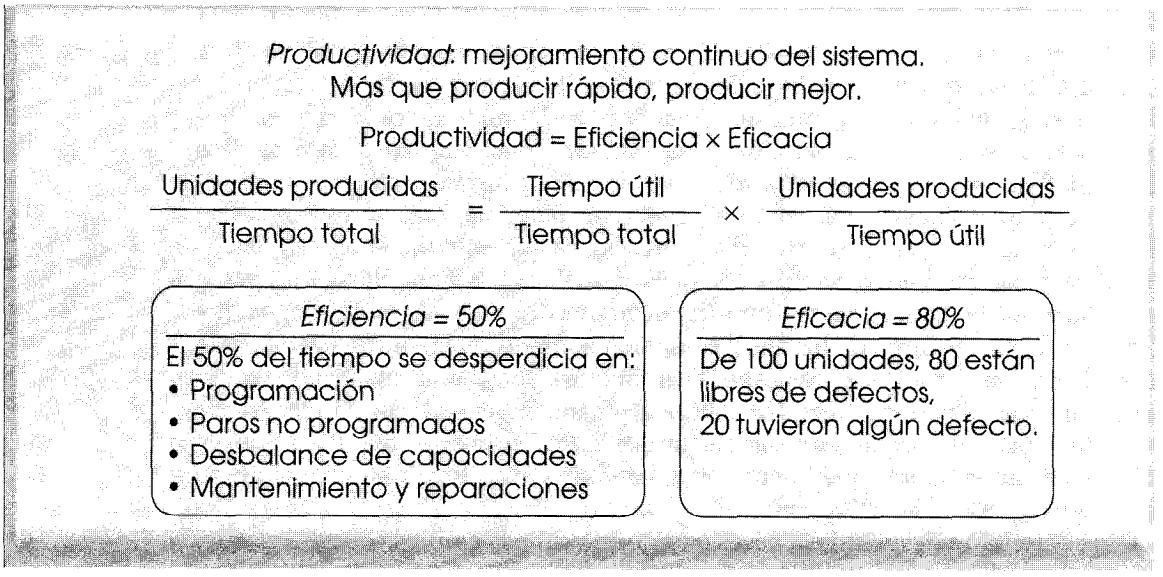


Figura 1.5 *La productividad y sus componentes.*

de acción pueden ser atendidas mediante la estrategia de mejora Seis Sigma (véase capítulo 18), en donde a través de proyectos de mejora o innovación se van dando pasos decisivos para mejorar la organización.

Productividad

Es la capacidad de generar resultados utilizando ciertos recursos. Se incrementa mediante el mejoramiento continuo del actual sistema de producción.

Por otra parte, la *productividad* se define como el mejoramiento continuo del actual sistema. Es decir, mientras que calidad es ver a la empresa hacia fuera, productividad es ver hacia dentro y analizar la forma en que funciona el actual sistema. En general, la productividad se mide por el cociente: resultados logrados entre recursos empleados. Los *resultados logrados* pueden medirse en unidades producidas, en piezas vendidas o en utilidades. Mientras que los *recursos empleados* pueden cuantificarse por número de trabajadores, tiempo total empleado, horas-máquina, etcétera. La productividad vista así tiene dos componentes: *eficiencia* (tiempo útil y tiempo desperdiciado) y *eficacia* (unidades producidas por hora trabajada), con lo que se tiene la fórmula de la figura 1.5.

Eficiencia

Relación entre los resultados logrados y los recursos empleados. Se mejora reduciendo tiempos desperdiciados por paros de equipo, falta de material, retrasos, etcétera.

La figura 1.5 sugiere dos programas para incrementar la productividad: *mejorar eficiencia*, en la que se busque reducir los tiempos desperdiciados por paros de equipos, falta de materiales, desbalance de capacidades, retrasos en los suministros y en las órdenes de compra, y por mantenimiento y reparaciones. Según una encuesta aplicada en los sectores metalmecánico, calzado, muebles, textil y de la confección en México (Giral *et al.*, 1998), la eficiencia promedio detectada fue de 50%, es decir, que en estos sectores se desperdicia la mitad del tiempo en promedio por aspectos de naturaleza organizativa principalmente. De aquí que tiene sentido la afirmación de la figura 1.4, cuando se dice que más que producir rápido, es mejor hacerlo mejor, reduciendo los tiempos desperdiciados a lo largo de los procesos.

Por otro lado está la *mejora de la eficacia*, en la cual se busca mejorar la productividad del equipo, los materiales, procesos y las personas, mediante la disminución de

los productos con defectos, las fallas en arranques y en operación de procesos; bajar las deficiencias en materiales, diseños y equipos; además de incrementar y mejorar las habilidades del personal y generar programas que le ayuden a la gente a hacer mejor su trabajo. Según la encuesta antes referida, la eficacia promedio detectada fue de 80%, es decir, de 100 unidades de tiempo o un tiempo útil que produce 100 unidades sólo 80 están libres de defectos, la otras 20 se quedaron a lo largo del proceso por algún tipo de defecto. De estas 20 algunas podrán reprocesarse y otras serán desperdicio.

Eficacia

Grado con el cual las actividades planeadas son realizadas y los resultados planeados son logrados. Se atiende mejorando resultados de equipos, materiales y en general del proceso.

De esta manera, si se multiplica eficiencia por eficacia, se tiene una productividad promedio de 40% en las ramas industriales referidas, lo que indica el potencial y el área de oportunidad que existe en mejorar el actual sistema de trabajo y de organización mediante programas de mejora continua.

MEDICIÓN DEL DESEMPEÑO DE UNA EMPRESA (EVOLUCIÓN DEL CONTROL DE CALIDAD)

En la sección anterior se planteó que la competitividad de una organización tiene que ver con calidad del producto, precio y calidad en el servicio; pero más al fondo de esto, está la idea de cómo medir la salud o desempeño de una organización. En efecto, un aspecto fundamental en una organización es decidir qué y cómo se va a medir su salud o desempeño; debido a que la elección de lo que un negocio o un área mide y analiza, comunica valor, encauza el pensamiento de los empleados y fija las prioridades. Las medidas son un medio sistemático para convertir las ideas en acción. Esto es uno de los aspectos esenciales en el control estadístico y en la estrategia de mejora Seis Sigma.

En la búsqueda de mejorar la competitividad de una organización, lo que es importante y clave en los procesos, así como los resultados que se quieren mejorar, es necesario medirlos. La siguiente frase sintetiza lo que se comunica en esta sección: dime qué mides y cómo lo analizas, y te diré qué es importante para tu área y para tu empresa. O en palabras de H. J. Harrington: "Medir es comprender, comprender es obtener conocimiento, tener conocimiento es tener poder. Desde el principio de su existencia, la peculiaridad que diferencia a los seres humanos de los otros seres vivos, es su capacidad de observar, medir, analizar y utilizar la información para generar cambio" (Harrington, 1997).

Vivimos en un mundo en que todo se mide: la vida se mide en años, días, horas y minutos; cuando vamos al médico éste mide el peso, estatura, frecuencia respiratoria, presión sanguínea, etcétera, para evaluar nuestro estado de salud. En las escuelas los profesores miden el desempeño de sus alumnos para ayudarles a mejorar. La diferencia entre practicar por sí solo un deporte, y hacerlo dentro de una competencia, es que en esta última hay reglas claras que miden el desempeño. Las organizaciones han aprendido a medir aquello que les es fundamental mejorar. Las carencias de buenas mediciones y el análisis de éstas se ha convertido en un obstáculo importante para mejorar la competitividad.

Sistema de medición del desempeño

Se refiere a cuantificar los signos vitales de la organización y con base en ellos encauzar el pensamiento de los empleados y fijar prioridades.

En el contexto de una estrategia Seis Sigma una tarea vital del líder y su equipo es establecer el *sistema de medición del desempeño* de la organización, de forma que se tenga claro cuáles son los signos vitales de salud de la organización y con base en ellos se puedan encauzar el pensamiento y la acción (mejora) a lo largo del ciclo de negocio en los diferentes procesos. En este sentido, hoy se sabe que los reportes de los resultados financieros no son suficientes para medir la salud actual y futura de la organización.

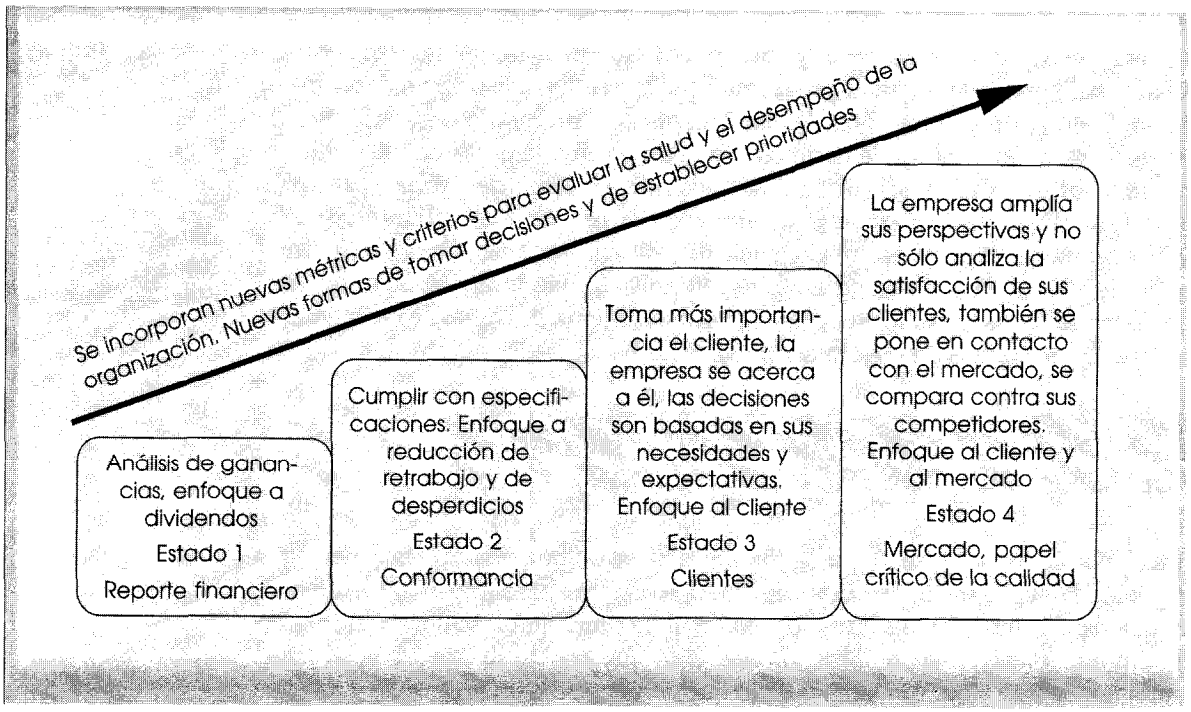


Figura 1.6 *Evolución de los criterios para determinar el desempeño de la empresa: cada nuevo estado incorpora los anteriores criterios y agrega otros más.*

En la figura 1.6 se muestra un esquema de cómo ha evolucionado lo que se mide y cómo se administra una organización. Donde se aprecia que se parte desde el reporte financiero, pasando por medir la calidad y la no calidad en la empresa, hasta utilizar la calidad como factor clave en la administración del valor para el cliente.

A partir de la figura 1.6 se aprecia que ya no es suficiente analizar el reporte financiero mensual, trimestral o anual para saber de la salud de una organización. Ahora las diferentes operaciones deben cumplir con las especificaciones. Pero pronto esto ya no fue suficiente, y hay que preguntarle al cliente cómo evaluaba el desempeño de la organización. La última etapa que refleja la figura 1.6 es enfocar la empresa al mercado, donde además de basarse en el reporte financiero, los criterios de *conformancia* se enfocan en los resultados de evaluación a los propios clientes; ahora también hay que preguntarle a los clientes de los competidores y en general preguntarle al mercado cómo percibe a la empresa.

Conformancia

Es cumplir con especificaciones de calidad y enfocarse a reducir el retrabajo y los desperdicios.

En los años recientes se han ampliado las guías para el negocio. En la actualidad, se sabe que la satisfacción del cliente externo está relacionada en forma directa con la satisfacción del empleado, y además no se puede soportar el éxito de una empresa si no se cuenta con los proveedores adecuados. De esta forma, las claves para evaluar el desempeño de una organización se pueden ver en forma esquemática en la figura 1.7, en la cual se aprecia la relación entre diferentes guías para el negocio. El éxito de una organización se debe procurar desde la selección de proveedores y seguimiento de lo

que sucede en el proceso de los proveedores (que es la primer parte del proceso de la empresa), siguiendo por lo que pasa con los empleados de la empresa (ningún éxito duradero se puede fincar en estos tiempos, en empleados insatisfechos, atemorizados y que no están creciendo como personas). La siguiente guía la proporcionan la calidad de los resultados operacionales (evaluaciones de calidad, productividad, etcétera). Estas tres guías se reflejan y retroalimentan con lo que aporta la cuarta guía: la satisfacción del cliente. Por último, la quinta guía son los resultados para el accionista, que es en gran parte la consecuencia del resto de las guías.

Una observación que se puede hacer a partir de la figura 1.7, es que el reporte financiero llega demasiado tarde como para fundamentar la dirección de una empresa sólo con esta guía. Es necesario ir hacia atrás y obtener indicadores que reflejen en forma más preventiva la salud de la empresa.

En la figura 1.8 se muestran algunos de los indicadores específicos que conformaría cada una de las guías clave del negocio. Es importante que los datos de cualquier indicador que es clave para el negocio sean realistas, mensurables, procesables, fiables, rápidamente actualizables y de fácil acceso a quienes lo requieren. El sistema de medición del desempeño debe proporcionar una orientación clara para las diferentes áreas y para los individuos en todos los niveles, de manera que sepan si su desempeño es satisfactorio y qué aspectos es necesario mejorar. El sistema de medición con los indicadores que se muestran en la figura 1.8, es balanceado y refleja en buena medida los diferentes intereses en la empresa (gerencia, empleados, accionistas, clientes externos, proveedores).

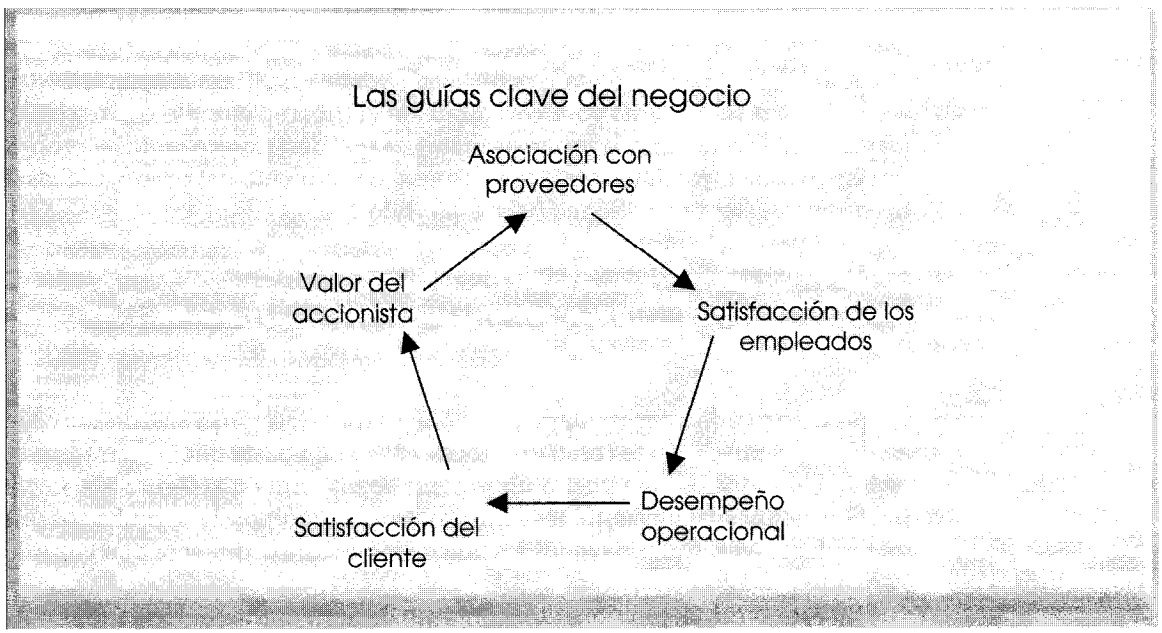


Figura 1.7 *La medición del desempeño de una organización.*

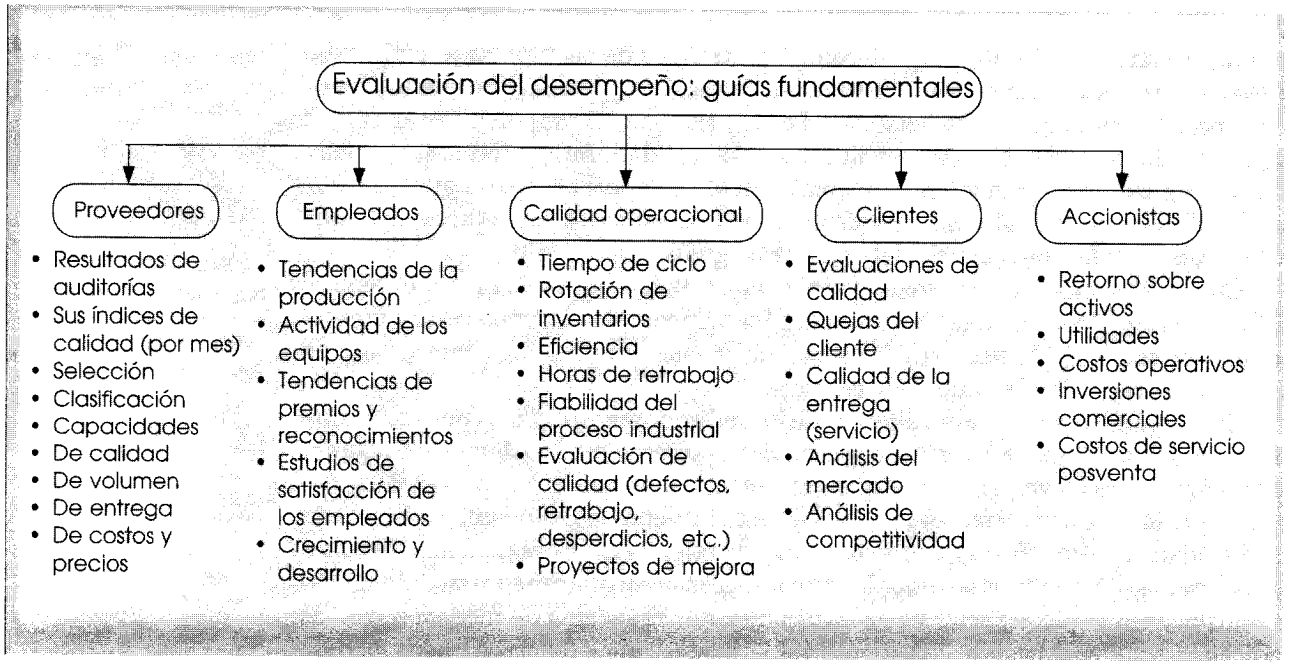


Figura 1.8 *Algunos indicadores para las guías clave del negocio.*

A lo largo del libro veremos la forma de medir y analizar el desempeño de procesos, así como las técnicas para comprobar si el proceso cumple con especificaciones (capacidad de procesos), la forma de monitorear el desempeño tanto de procesos como de sistemas de medición y otras medidas del rendimiento del proceso de uso frecuente en el contexto de Seis Sigma (véase capítulo 18).

CONCEPTOS RELATIVOS AL CONTROL DE CALIDAD

Un proceso puede estar formado por varias etapas o subprocesos, donde cada una de estas etapas puede verse como un proceso. Para ello basta que se cumpla con la definición. Un esquema que ilustra un proceso se muestra en la figura 1.9. Los insumos pueden incluir sustancias, materiales, productos o equipos. Los resultados pueden ser un producto en sí o alguna modificación de los insumos, que será a su vez un insumo para otro proceso.

Producto

Es el resultado de un proceso en el que participan varias actividades interrelacionadas.

En este sentido, *proceso* es un conjunto de actividades entrelazadas o interrelacionadas que reciben determinados insumos y los transforman en un resultado o en un *producto*. A su vez, éste es el resultado de un proceso, es decir, es el resultado de un conjunto de actividades interrelacionadas que transforman entradas en salidas.

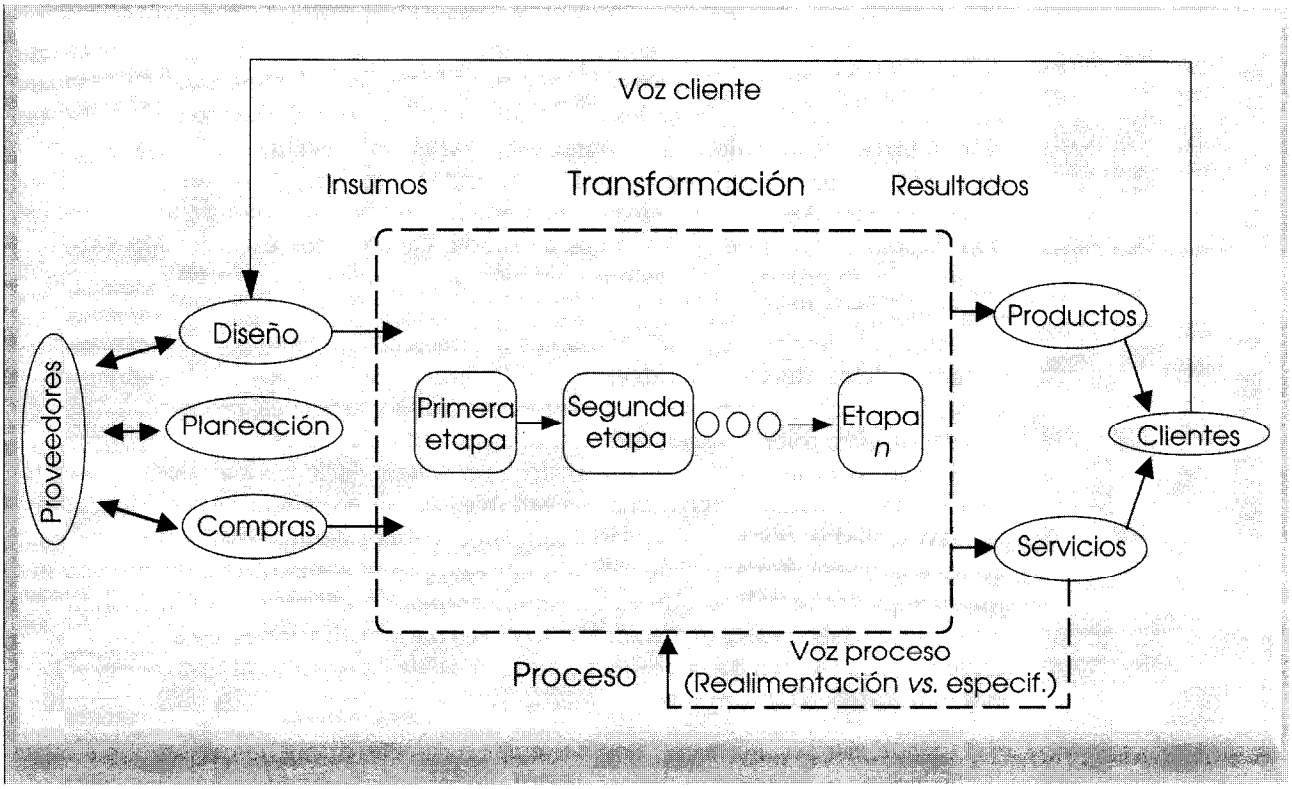


Figura 1.9 *Esquema de un proceso industrial.*

Por su parte, *requerimiento* es la necesidad o expectativa que es especificada, ya sea de forma implícita u obligatoria por el cliente. La *satisfacción del cliente* implica la percepción de éste acerca del grado con el cual sus requerimientos han sido cumplidos. Para cumplir con estos objetivos se requiere un *sistema de administración de la calidad* para dirigir y controlar una organización con respecto a la *política de calidad* que se refiere a las intenciones y directrices generales de una organización respecto a la calidad, que son formalmente expresadas por la alta administración.

Política de calidad

Son las intenciones y directrices generales de una organización respecto a la calidad, y que son formalmente expresadas.

La *alta administración* es la persona o grupo de personas que dirigen y controlan una organización en el más alto nivel, quienes se encargan de la *planeación de la calidad*, es decir, parte de la administración de la calidad orientada a establecer los objetivos de calidad, los procesos operacionales necesarios y los recursos relacionados para cumplir los objetivos de control de calidad.

El objeto del control de calidad y la mejora continua es realizar actividades recurrentes para incrementar la habilidad para cumplir con requerimientos, o sea, implementar la *mejora continua* en las *características de calidad*. Para esto se aplican acciones *preventivas* y *correctivas*; las primeras sirven para eliminar la causa de una potencial inconformidad u otra situación potencial indeseable. Se enfoca a prevenir ocu-

Acciones preventivas

Son aquellas que se implementan para eliminar la causa de una potencial inconformidad u otra situación potencial indeseable.

Acciones correctivas

Son aquellas orientadas a eliminar la causa de una inconformidad que se ha detectado. Se orientan a prevenir recurrencias.

rrencia. Las segundas son para eliminar la causa de la inconformidad que se ha detectado y es empleada para prevenir recurrencia.

Las *variables de salida* (*características de calidad* o *variables de respuesta, las Y's*) son las variables en las que se reflejan los resultados obtenidos por el proceso de transformación. A través de los valores que toman estas variables se evalúa la eficacia del proceso, por lo que generalmente son características de calidad del producto que se obtiene con el proceso. Así, los problemas, baja eficacia o mala capacidad de un proceso, se manifiestan a través de las variables de salida. De aquí que éstas son las variables objetivo de un proceso; en ocasiones también se les conoce como *variables de respuesta* o *variables dependientes.*

Variables de salida

Son las características en las que se reflejan los resultados obtenidos por un proceso.

Algunos ejemplos de estas variables o características, que son específicas para cada tipo de producto, son: dimensiones (longitud, espesor, peso, volumen); propiedades físicas, químicas o biológicas; características superficiales, propiedades eléctricas, sabor, olor, color, textura, resistencia, durabilidad, etcétera.

Especificación para una variable

Son el rango de valores que una variable de salida de un proceso puede tomar a fin de que el desempeño del mismo sea satisfactorio.

Por su parte, las *especificaciones* o *valores para una variable* son los valores que en un proceso en particular deben tomar sus variables de salida, generalmente están delimitados o acotados; por lo que de satisfacer estos requerimientos se dice que el proceso cumple las especificaciones de calidad. Por ejemplo, si hablamos de un proceso que produce piezas metálicas que van a ser ensambladas, entonces las dimensiones de estas piezas deben estar dentro de cierto rango o especificaciones, de lo contrario no ensamblarán. Existen tres tipos de *variables de salida* de acuerdo al tipo de especificaciones que deben de cumplir:

- *Cuanto más pequeña mejor*: son variables o características de calidad cuya única exigencia es que no excedan un cierto valor máximo tolerado o una especificación superior (ES), y cuanto más pequeño sea su valor, mejor. Por ejemplo: porcentaje de impurezas en una sustancia o la cantidad de sustancias tóxicas en un producto alimenticio.
- *Cuanto más grande mejor*: son variables o características de calidad a las que se les exige que sean mayores que un valor mínimo o que cierta especificación inferior (EI), y cuanto más grande sea el valor de la variable, mejor. Por ejemplo la resistencia de una pieza de plástico inyectado o la "blancura" de una tela de color blanco.
- *Valor nominal es el mejor*: variables que deben tener un valor específico, y que por tanto no deben ser menores que una especificación inferior (EI), pero tampoco mayores que una superior (ES). Ejemplos de este tipo de características de calidad con doble especificación son el diámetro interior de una tuerca y la longitud de una pieza para ensamble.

Variables continuas

Son las que al medirse sus resultados se ubican en una escala continua que corresponde a un intervalo de los números reales.

Otra clasificación son las *variables continuas* y *variables discretas o de atributos*. Las variables de un proceso industrial pueden ser de tipo continuo, que intuitivamente son aquellas que se miden, como el peso, volumen, voltaje, longitud, resistencia, temperatura, humedad, tiempo, dimensiones varias, etcétera. Mientras que las variables discretas o de atributos son por lo general variables de conteo, como número de artículos defectuosos por lote, número de quejas, número de servicios de mantenimiento. Por último, las *variables de entrada del proceso* (*las X's*) son las que definen las condiciones de operación del proceso, y por lo regular de su valor depende la eficacia del proceso. Pueden ser las variables de control del proceso, como temperatura, velocidad, presión, cantidad y/o características de algún insumo o material, etcétera. Pero

Variables discretas

Son elementos que pueden cuantificarse con la simple observación.

también, bajo ciertas condiciones, entre las variables de entrada se puede considerar a aquellas que aunque normalmente no están controladas, pueden influir en los resultados de un proceso, como podría ser humedad relativa en el medio ambiente, habilidad de un operario, método de trabajo, etcétera.

Se espera que los cambios en estas variables, también llamadas *variables independientes*, se reflejen en las variables de salida. Por lo que es frecuente que cuando un proceso tiene problemas, se deba a algún cambio en una o más variables de entrada. A lo largo de este libro se verán métodos especiales para estudiar y caracterizar la relación entre variables de entrada y de salida.

LA VARIABILIDAD Y EL PENSAMIENTO ESTADÍSTICO

Variabilidad

Variables de entrada del proceso

Son las que definen las condiciones de operación del proceso e incluyen a las variables de control del proceso y aquéllas, aunque no controladas, influyen en el desempeño del mismo.

En un proceso industrial interactúan materiales, máquinas, mano de obra (gente), mediciones, medio ambiente y métodos. Estos seis elementos (las *6 M's*) determinan de manera global todo proceso y cada uno aporta algo a la variabilidad (y a la calidad) de la salida del proceso, como se esquematiza en la figura 1.10. El resultado de todo proceso se debe a la acción conjunta de las 6 M's, por lo que si hay un cambio significativo en el desempeño del proceso, sea accidental u ocasionado, la razón de tal cambio se encuentra en una o más de las 6 M's.

Variabilidad

Se refiere a la diversidad de resultados de una variable o de un proceso.

En un proceso cada una de las 6 M's tiene y aporta su propia variación; por ejemplo, los materiales no son idénticos, ni toda la gente tiene las mismas habilidades y entrenamiento. Pero además, a través del tiempo ocurren cambios frecuentes en las 6 M's, como la llegada de un lote de material no adecuado o con características especiales, descuidos u olvidos de la gente, desajustes y desgastes de máquinas y herramientas, etcétera.[1] Es por la posibilidad permanente de que ocurran estos cambios y desajustes, por lo que es necesario monitorear de manera constante los signos vitales de un proceso o en general de un negocio (véase sección): por ejemplo, medir las características claves de los insumos, las condiciones de operación de los equipos y las variables de salida de los diferentes subprocesos, etcétera. Sin embargo, no todos los cambios en las 6 M's se reflejan en un cambio significativo en los resultados del proceso, ya que habrá ciertos cambios o variaciones que se pueden ver como inherentes al funcionamiento del proceso mismo (causas comunes), y habrá otros cambios que se deben a una situación particular y atribuible (causas especiales). Por ello es necesario que el monitoreo se realice en forma objetiva y eficaz, y una forma de hacerlo es apoyándose en las técnicas del control estadístico, para decidir cuál es la reacción o acción adecuada de acuerdo al tipo de cambio, que puede ser desde no hacer ningún cambio o ajuste, realizar cambios menores o de plano generar un proyecto de mejora para lograr los resultados deseados. En el capítulo 18 se discuten (véase tabla 18.2) los efec-

6 M's

Son los materiales, mano de obra, mediciones, medio ambiente, máquinas y métodos que conforman un proceso.

[1] La segunda ley de la termodinámica dice que cualquier sistema tiende a aumentar su entropía, es decir, un proceso dejado libre, sin intervenirlo, ajustarlo o mejorarlo, tiende a aumentar su desorden.

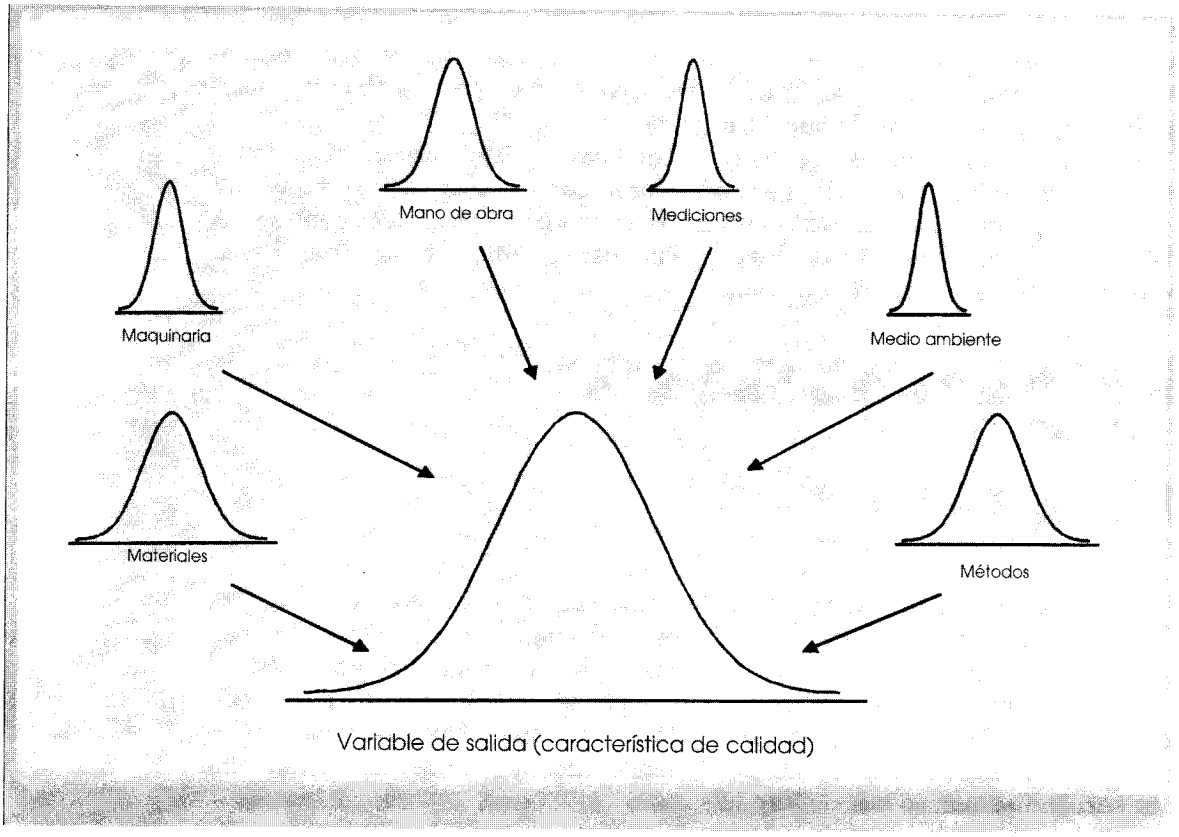


Figura 1.10 *La variabilidad de un proceso. Cada M aporta una parte, no necesariamente igual, de la variación total observada.*

tos desastrosos en los costos, los defectos y en la satisfacción del cliente al tener mucha variación. También se discuten los beneficios que trae para una empresa reducir la variabilidad de sus procesos hasta alcanzar una calidad Seis Sigma.

Además, en los esfuerzos permanentes que hoy en día es necesario realizar para mejorar la calidad y la productividad de un *proceso*, como lo contempla la estrategia Seis Sigma, resulta indispensable apoyarse en las técnicas y el pensamiento estadístico, debido a que proporcionan metodologías que facilitan la planeación, análisis y toma de decisiones. En la mejora continua y en Seis Sigma las técnicas estadísticas son de gran utilidad en todo tipo de empresas y en gran diversidad de situaciones, por ejemplo, son útiles para:

- Identificar dónde, cómo, cuándo y con qué frecuencia se presentan los problemas (regularidad estadística).
- Analizar los datos procedentes de las guías clave del negocio, para así identificar las fuentes de variabilidad, analizar su estabilidad y pronosticar su desempeño.
- Detectar con rapidez, oportunidad y a bajo costo anormalidades en los procesos y sistemas de medición (monitoreo eficaz).

- Ser objetivos en la planeación y toma de decisiones, y evitar frases como "yo siento", "yo creo", "mi experiencia" y el abuso de poder en la toma de decisiones.
- Expresar los hechos en forma de datos y evaluar objetivamente el impacto de acciones de mejora.
- Enfocarse a los hechos vitales; a los problemas y causas realmente importantes.
- Analizar lógica, sistemática y ordenadamente la búsqueda de mejoras.

Pensamiento estadístico

Lo que se ha dicho antes son aspectos fundamentales del *pensamiento estadístico*, que es una filosofía de aprendizaje y acción, basada en los siguientes principios: todo el trabajo ocurre en un sistema de procesos interconectados; la variación existe en todos los procesos, y entender y reducir la variación son claves para el éxito. Decimos que es una filosofía de aprendizaje y acción que relaciona la forma en que la gente toma información del proceso (aprendizaje), y también la manera en que responde a esto (acción). Es decir, si la estadística se utiliza en forma adecuada se puede conocer y aprender de la realidad, pero esto no debe quedar ahí, sino que se debe actuar en consecuencia a ese nuevo aprendizaje.

Pensamiento estadístico

Filosofía de aprendizaje y acción que establece la necesidad de un análisis adecuado de los datos de un proceso, como una acción indispensable para mejorar su calidad (reducir su variabilidad).

En el primer principio se habla de procesos interconectados para enfatizar que los procesos no operan de manera aislada, más bien interactúan con el resto del sistema.

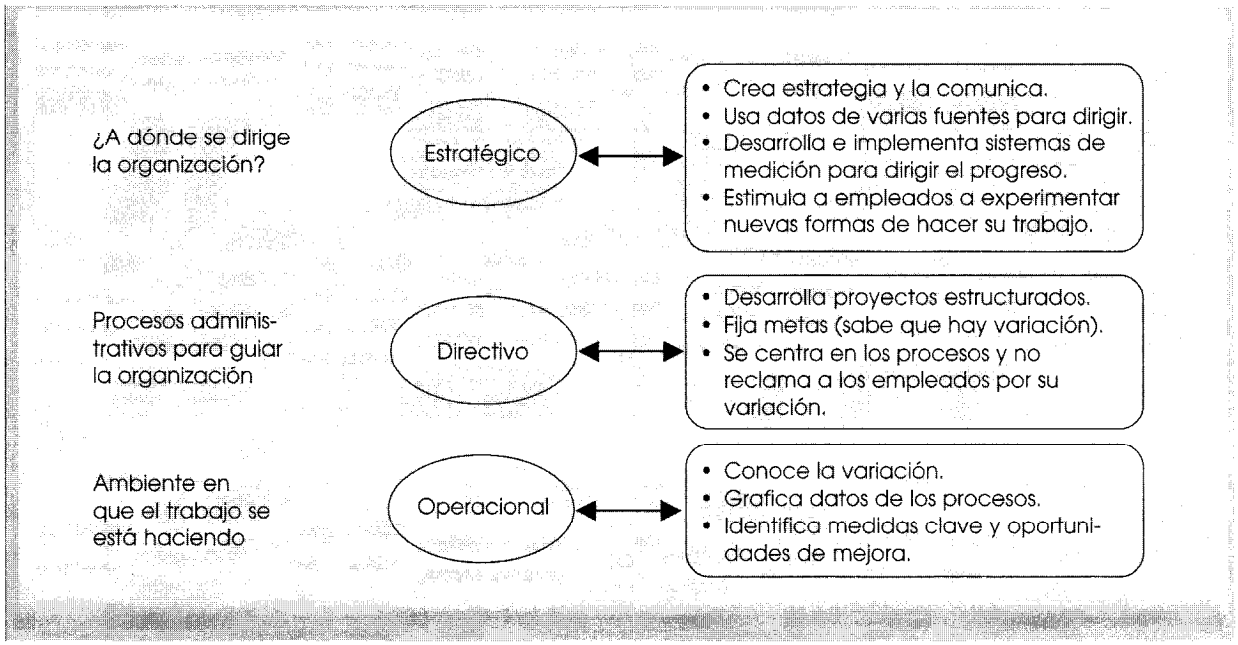
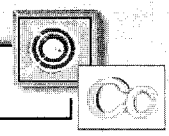


Figura 1.11 *El pensamiento estadístico en los tres niveles de la organización.*

De manera que si no se toma en cuenta la manera en que se relaciona un proceso con el resto del sistema, la optimización de una de las partes puede tener un efecto desastroso para el resto del sistema.

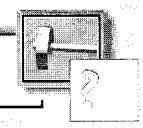
El segundo principio reconoce que los resultados de todos los procesos son variables, y esto ya lo hemos justificado antes y quedará en evidencia a lo largo del libro. El tercer principio es una de las razones y objetivos principales de este libro: reducir la variabilidad hasta lograr el nivel de calidad Seis Sigma (véase capítulo 18). El gran reto es que una empresa logre profundizar en la filosofía del pensamiento estadístico y Seis Sigma, eso le ayudará a conocer la realidad tal como es (con variación), pero también le permitirá direccionar mejor sus esfuerzos de mejora. En la figura 1.11 se muestra la forma en que el pensamiento estadístico puede ayudar en los diferentes niveles de una organización.

CONCEPTOS CLAVE



- Tiempo de ciclo
- Variables críticas de la calidad
- Competitividad
- Evaluación competitiva
- Calidad
- Satisfacción del cliente
- Imagen de la empresa
- Productividad
- Eficiencia
- Eficacia
- Sistema de medición del desempeño
- Conformancia
- Producto
- Política de calidad
- Acciones preventivas
- Acciones correctivas
- Especificación para una variable
- Variables de salida
- Variables continuas
- Variables discretas
- Variables de entrada del proceso
- Variabilidad
- 6 M's
- Pensamiento estadístico

PREGUNTAS Y EJERCICIOS



1. ¿Cuáles son los tres factores críticos de la calidad que determinan la competitividad de una empresa?

2. ¿Cuál es la relación entre calidad, precio y tiempo de entrega, tanto desde el punto tradicional como actual?
3. Explique la reacción en cadena que se da al mejorar la calidad, y señale quién la formuló por primera vez.
4. Dé algunos ejemplos de VVC (variables críticas para la calidad).
5. Formule con sus palabras una definición de competitividad.
6. Proponga algunas preguntas de referencia para hacer un análisis competitivo de una empresa.
7. Se definió la calidad como *la creación continua de valor para el cliente*, y se usó la ecuación del valor para explicar esta definición. Anote la ecuación del valor y explique el significado de cada uno de los componentes de la misma.
8. De acuerdo con la ecuación del valor, señale las cuatro formas de maximizar el valor para el cliente.
9. Señalamos que la productividad la constituyen la eficiencia y la eficacia. Dé una definición general de productividad y explique sus dos componentes.
10. ¿Por qué es fundamental establecer un buen sistema de medición del desempeño de la organización?
11. Explique cómo han evolucionado los criterios para medir el desempeño de una organización de clase mundial.
12. Muestre en forma gráfica las cinco guías clave para evaluar el desempeño de una organización y dé una breve explicación de qué aspecto incluye cada una de estas guías.
13. ¿Qué es un proceso industrial?
14. ¿Qué es una variable de salida en un proceso industrial y qué otros nombres recibe?
15. Señale los tres tipos de variables de salida en cuanto al tipo de especificaciones o tolerancias, y dé ejemplos para cada caso.
16. ¿Qué son las variables de entrada de un proceso?
17. ¿Cuáles son las 6 M's en las que se divide un proceso?
18. ¿Por qué es necesario el control estadístico?
19. Se dice que el pensamiento estadístico es una filosofía de aprendizaje y acción, ¿por qué aprendizaje y por qué acción?
20. Señale y explique los tres principios del pensamiento estadístico.
21. Explique la forma en que el pensamiento estadístico puede ayudar en los niveles estratégico, directivo y operacional de una organización.

Capítulo 2

Capacidad de procesos I: Estadística descriptiva

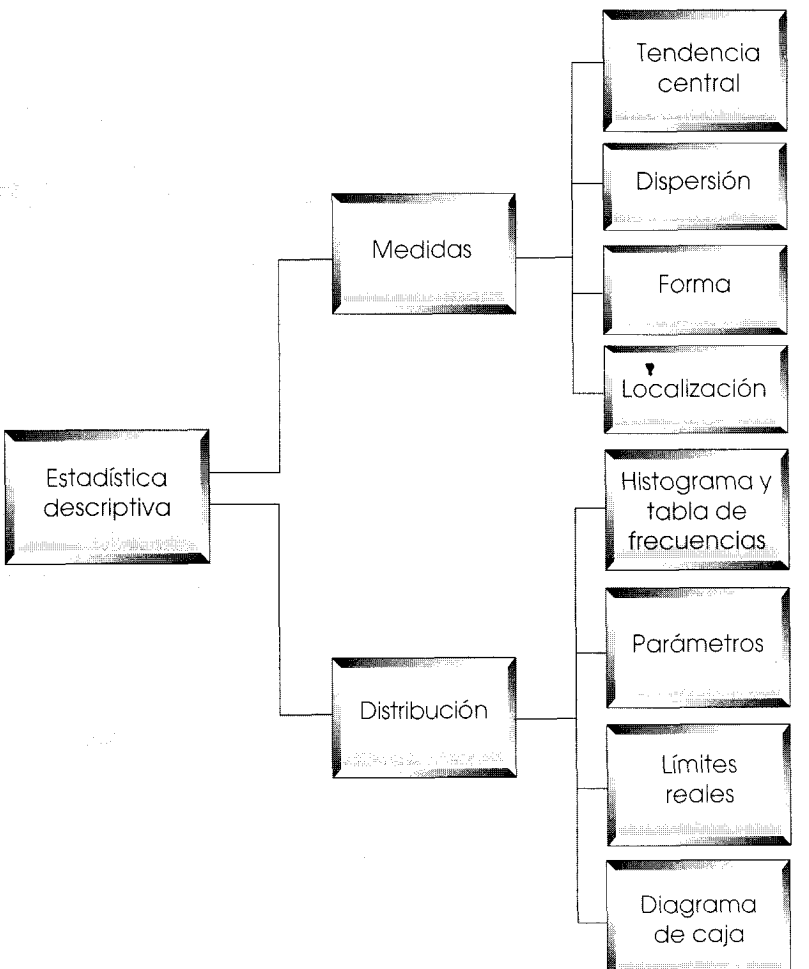
22

SUMARIO

- Cómo y cuántas unidades muestrear
- Medidas de tendencia central
- Medidas de dispersión o variabilidad
- Relación entre $\bar{X}$ y S (interpretación de la desviación estándar)
- Límites reales o naturales
- Estimación de los parámetros del proceso (μ, σ)
- Histograma y tabla de frecuencias
- Medidas de forma
- Porcentaje de artículos fuera de especificaciones
- Percentiles o cuantiles
- Diagrama de caja
- Estudio real (integral) de capacidad
- Uso de Statgraphics y Excel

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Lograr un primer entendimiento de cómo y cuántas unidades muestrear en un estudio de la calidad.
- Conocer las diversas medidas de tendencia central y las de dispersión, así como la forma en que se interrelacionan.
- Identificar los límites reales o naturales de un proceso, la estimación de sus parámetros, así como saber interpretar un histograma y una tabla de frecuencias.
- Describir las características de un diagrama de caja y poder realizar un estudio integral de la capacidad de un proceso.


Estadística descriptiva
Medidas
Distribución
Tendencia central
Dispersión
Forma
Localización
Histograma y tabla de frecuencias
Parámetros
Límites reales
Diagrama de caja

Los procesos tienen variables de salida o de respuesta (véase capítulo 1) que deben cumplir por lo general con ciertas especificaciones para así considerar que el proceso funciona de manera satisfactoria. Evaluar la *capacidad* o *habilidad de un proceso* es analizar qué tan bien sus variables de salida cumplen con las especificaciones. En este capítulo se estudian las herramientas estadísticas descriptivas que son de mucha utilidad para analizar datos, tanto en el contexto de un estudio de la capacidad de procesos como en el desarrollo de un proyecto de mejora Seis Sigma. En el capítulo 5 se describen los índices de capacidad de procesos que se pueden ver como herramientas más especializadas para evaluar la capacidad de un proceso y en el capítulo 18 otras métricas muy usuales en Seis Sigma.

Capacidad de un proceso

Es la manera en que las variables de salida de un proceso cumplen con especificaciones.

EJEMPLO 2.1

En un proceso de inyección de plástico una característica de calidad del producto (disco) es su grosor, que debe ser de 1.20 mm con una tolerancia de ±0.10 mm. Así, el grosor del disco debe estar dentro de la especificación inferior, EI = 1.10, y la superior, ES = 1.30, para considerar que el proceso de inyección fue satisfactorio. En un estudio de capacidad para este proceso es necesario contestar las siguientes interrogantes: ¿qué tipo de discos en cuanto a grosor se están produciendo? ¿El grosor medio es adecuado? ¿La variabilidad del grosor es mucha o poca?

En general, para evaluar qué tan bien cumple el proceso con especificaciones es necesario tomar muestras del producto y hacer las mediciones correspondientes. El análisis de los datos resultantes es hacer un estudio de capacidad.

CÓMO Y CUÁNTAS UNIDADES MUESTREAR

Un primer punto a resolver en un estudio inicial de la capacidad, es decidir cómo y cuántas unidades muestrear. Para esto no hay reglas únicas, pero sí se pueden dar algunas recomendaciones. En cuanto a cómo *muestrear* es usual aplicar un muestreo sistemático (véase cap. 3 de Gutiérrez, 1997), en donde cada determinado tiempo o cada determinada cantidad de unidades producidas se toma un subgrupo de unidades. Por ejemplo, seleccionar de 5 a 10 piezas cada media hora, para monitorear el proceso y para que después de unos días o turnos se tenga una muestra representativa y retrospectiva del desempeño del proceso.

Muestrear

Se refiere a tomar determinada cantidad de unidades producidas, de un total, para analizarlas.

En general, la cantidad de unidades a muestrear es un aspecto menos importante de lo que comúnmente se cree. Suele ocurrir que lo que más interesa es saber si el

proceso está en una situación extrema, ya sea porque cumple muy bien las especificaciones, o de plano porque su desempeño es malo; en estos casos con unas cuantas decenas de mediciones se podrá diagnosticar la capacidad del proceso. Una regla rápida que ocasionalmente se usa para ajustar tanto la frecuencia como el tamaño de muestra en el monitoreo o control de un proceso es una adaptación de la tabla de muestreo de aceptación para variables Military Standard 414 (Doty, 1991). Esta adaptación sugiere que el número de piezas a inspeccionar por lote está dado por:

Tamaño de lote	*Porcentaje a muestrear*
60 a 300	10%
301 a 1 000	5%
1001 a 5 000	2%
Más de 5 000	1%

Si no se produce por lotes, el *tamaño de lote* puede considerarse como la producción de un día, o extenderse a lo más a la producción de una semana. La tabla anterior debe verse como un punto de referencia y considerar otros factores, como el costo del muestreo, los antecedentes en la misma empresa, la importancia de las decisiones que se quieren tomar, etcétera, para al final ponderar todo esto y decidir el plan de muestreo. En el capítulo 8 se dan recomendaciones para el tamaño de muestra en monitoreo de procesos, y en el capítulo 12 se establecen los criterios para elegir tamaño de muestra en muestreo de aceptación o rechazo.

Estadísticos

Mediciones o cálculos que se obtienen a partir de un conjunto de datos con el objetivo de conocer sus características más relevantes.

En el ejemplo del grosor del disco, los datos obtenidos durante una semana mediante muestreo sistemático en una línea de producción (25 muestras de tamaño 5 cada una), se aprecian en la tabla 2.1. A continuación se analizarán estos datos, a través de diferentes *estadísticos*.

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Tendencia central

Representa el valor al que tienden a concentrarse los datos de una muestra o un proceso.

Con las mediciones de una característica de calidad, el primer aspecto para investigar si el proceso cumple con especificaciones es conocer la *tendencia central* de los datos, para así saber si el proceso está centrado; es decir, saber si la tendencia central de la variable de salida es igual o está muy próxima al valor nominal especificado (en el

Tabla 2.1 Datos para el grosor de los discos, ejemplo 2.1.

1.15	1.20	1.17	1.16	1.16	1.15	1.17	1.20	1.16	1.19	1.17	1.13	1.15	1.20	1.18	1.17	1.16
1.20	1.17	1.17	1.20	1.14	1.19	1.13	1.19	1.16	1.18	1.16	1.17	1.15	1.21	1.15	1.20	1.18
1.17	1.17	1.13	1.16	1.16	1.17	1.20	1.18	1.15	1.13	1.20	1.17	1.19	1.23	1.20	1.24	1.17
1.17	1.17	1.17	1.18	1.24	1.16	1.18	1.16	1.22	1.23	1.22	1.19	1.13	1.15	1.15	1.22	1.19
1.18	1.19	1.17	1.16	1.17	1.18	1.19	1.23	1.19	1.16	1.19	1.20	1.17	1.13	1.22	1.19	1.21
1.20	1.19	1.17	1.19	1.22	1.19	1.18	1.11	1.19	1.19	1.17	1.19	1.17	1.20	1.16	1.19	1.20
1.20	1.17	1.25	1.16	1.16	1.20	1.20	1.16	1.18	1.21	1.20	1.22	1.19	1.14	1.19	1.17	1.20
1.16	1.15	1.20	1.12	1.11	1.18											

ejemplo el valor nominal es 1.20). A continuación definiremos varios estadísticos que proporcionan información útil sobre el centrado del proceso.

Media muestral

Supongamos que $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ son las observaciones numéricas de una muestra, y que se desea saber dónde están concentradas, alrededor de qué valor se concentran, dónde se localizan; en suma, se desea saber la tendencia central de estos datos. La medida más usual de tendencia central es la *media* (o promedio) muestral que está definida por

Media

Es el promedio aritmético de un conjunto de datos, que se obtiene al sumarlos y el resultado se divide entre el número de datos.

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

es decir, la media $\bar{X}$, se obtiene sumando todos los datos, y al resultado de la suma se le divide entre el número de datos (n).

Media del proceso, μ

Si para calcular la media se utilizan todos los elementos de la población (el universo sobre el que se quiere tomar decisiones, por ejemplo el grosor de todos los discos producidos en la última semana o mes), entonces el promedio calculado es la media del proceso (o media poblacional) y se denota con la letra griega mu (μ).

Cabe hacer notar que la *media del proceso* μ es igual a cierto valor, aunque casi nunca se conoce de manera exacta; mientras que el valor de $\bar{X}$ se conoce para cada muestra, pero es diferente (variable) de una muestra a otra, ya que su valor depende de las piezas que se seleccionan en la muestra ($\bar{X}$ es una variable aleatoria). Por lo anterior, el valor que se observa de la media muestral, $\bar{X}$, es por lo general diferente a la media del proceso, μ. Luego, hay que tener cuidado con las afirmaciones que se hacen con base en $\bar{X}$ sobre la media del proceso o población. En general, lo que se observa con base en estadísticos muestrales sobre el comportamiento de los datos es válido para la muestra, y en la medida que ésta sea representativa también tendrá cierto grado de aproximación para todo el proceso, pero habrá que utilizar técnicas estadísticas para evaluar lo que significan para todo el proceso.

Estimación de la media del proceso, μ

Aunque en el capítulo 4 se estudia el procedimiento estadístico para estimar una media poblacional, por lo pronto comentamos que una forma típica de estimar μ, es tomar por lo menos de 20 a 30 muestras de entre 5 a 10 piezas cada una, espaciándolas

durante un lapso de dos o más días. A cada muestra se le calcula la media muestral, y con éstas, al calcular la media de las medias muestrales, se obtiene una buena estimación μ (véase ejemplo 7.2).

En el ejemplo del grosor de los discos, la media de los datos de la tabla 2.1 es $\bar{X} = 1.179$ mm. Con lo que decimos que el grosor promedio de tales datos es de 1.179 mm. Esto no quiere decir que todos o la mayoría de los discos tengan un grosor de 1.179 mm, es más, en el ejemplo ningún disco tiene tal grosor. En este caso la media muestral procede de una muestra representativa y grande, lo que indica que el proceso está moderadamente descentrado a la izquierda o hacia un valor inferior, ya que el valor objetivo es de 1.20 (en el capítulo 5 se analizará el índice K, que mide en términos porcentuales qué tan descentrado está un proceso).

Mediana o percentil 50

Otra medida de tendencia central de un conjunto de datos es la *mediana* $\tilde{X}$, que es igual al valor que divide a la mitad a los datos cuando son ordenados de menor a mayor. Así, para calcular la mediana $\tilde{X}$ los datos se ordenan de manera creciente y el que quede en medio de dicho ordenamiento será la mediana, o si el número de datos es par, entonces la mediana se calcula dividiendo entre dos la suma de los números que están en el centro del ordenamiento.

Mediana

Medida de tendencia central que es igual al valor que divide a la mitad a los datos cuando son ordenados de menor a mayor.

En el ejemplo, la mediana es de 1.18 mm, lo que quiere decir que 50% de los grosores de los discos de la muestra son menores o iguales a 1.18, y que el otro 50% son mayores o iguales a 1.18.

Moda

Una medida más de la tendencia central de un conjunto de datos es la *moda*, que es igual al dato que ocurrió más número de veces. Si varios datos comparten el tener la frecuencia más grande, entonces cada uno de ellos es una moda.

Moda

Medida de tendencia central que es igual al dato que ocurrió más número de veces.

En el ejemplo de los discos, la moda es 1.17. Esta medición fue la más frecuente, se repitió 23 veces. De esta forma, en el ejemplo tenemos que la media es 1.179, la mediana 1.18 y la moda 1.17. Al ser la media la medida más usual de tendencia central, en ocasiones se comete el error de creer que ésta divide a la mitad los datos o que es el dato más frecuente, es decir, se confunde el concepto de media con el de la mediana y la moda, respectivamente.

Un aspecto relevante a tomar en cuenta cuando se utiliza la media, es que ésta se ve afectada por datos extremos de un solo lado de la distribución. Por ejemplo, la media y la mediana para los siguientes datos:

1 100, 1 300, 1 000, 1 500, 800, 1 600, 1 100;

son $\bar{X} = 1\,200$ y $\tilde{X} = 1\,100$. Pero si agregamos un dato más y éste es muy diferente al resto ("dato raro"):

800, 1 000, 1 100, 1 100, 1 300, 1 500, 1 600 y 7 600,

entonces ahora $\bar{X} = 2\,000$ y $\tilde{X} = 1\,200$. Es decir, el 7 600 ha jalado a la media, y ahora ya no es una buena medida de tendencia central, ya que sólo un dato está por arriba de la media. En este tipo de casos, la mediana no se ve afectada por el dato "raro" ni cuando la distribución de los datos es sesgada, por ello, bajo estas condiciones, la *mediana es mejor medida de tendencia central.*

De lo anterior se desprende que es importante para describir la tendencia central de los datos apoyarse tanto en la media, como en la mediana y en la moda. En caso que la media sea muy diferente a la mediana es señal de que existen datos "raros", o hay un sesgo importante por lo que será mejor reportar como medida de tendencia central a la mediana e investigar a qué se deben los datos extremos, ya que en ocasiones reflejan algo importante.

Las medidas de tendencia central son insuficientes como criterio de calidad

Suponga que las especificaciones para una característica de calidad son que ésta debe tener dimensiones de 800 ± 5. Para ver si se cumple con las especificaciones se toma una muestra aleatoria grande y se obtiene que

$$\bar{X} = 801, \quad \tilde{X} = 801 \quad \text{y} \quad \text{moda} = 800$$

Al estar estos estadísticos dentro de las especificaciones, se podría creer que el proceso está cumpliendo con especificaciones. Sin embargo, esto no necesariamente es cierto, ya que en la muestra podría haber datos desde 750 hasta 850 y la media de todos ellos ser 801. Pero también podría ocurrir que el rango de variación de los datos vaya de 797 a 803, con lo que sí se cumpliría con especificaciones. En otras palabras, las medidas de tendencia central son insuficientes como criterio de calidad, ya que no toman en cuenta qué tan dispersos están los datos, un hecho vital para la calidad.

MEDIDAS DE DISPERSIÓN O VARIABILIDAD

Para evaluar la capacidad de un proceso para cumplir especificaciones es indispensable medir la variabilidad de la característica de calidad bajo estudio, y después compararla con la variación que toleran las especificaciones correspondientes. Enseguida veremos los estadísticos más usuales para medir dispersión en un conjunto de datos.

Desviación estándar muestral

Es la medida más usual de variabilidad. Mide qué tan esparcidos están los datos respecto a la media.

La *desviación estándar muestral* es la medida más usual de variabilidad y mide qué tan esparcidos están los datos respecto a la media. La desviación estándar muestral está definida por

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + \cdots + (x_n - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

donde $x_1, x_2, \ldots, x_n$ son las observaciones numéricas de la muestra, n su tamaño y $\bar{X}$ es la media muestral. Como se puede apreciar, S mide lo retirado que en "promedio" están los datos de la media. Entre más grande sea el valor de S mayor variabilidad habrá

en los datos; y por ende más mala calidad. La desviación estándar está expresada en las mismas unidades de medición (gramos, centímetros) que los datos. Además S no refleja la magnitud de los datos, sólo refleja lo retirado que están los datos de la media, y al igual que ésta, se ve afectada por datos raros.

Desviación estándar del proceso, σ

Si para calcular la desviación estándar se utilizan todos los elementos de la población o proceso, entonces se obtiene la desviación estándar poblacional y se denota por la letra griega sigma (σ). Como se comentaba antes, podemos considerar a la población como las mediciones de toda la producción de las últimas semanas, o si las mediciones se toman por muestras, entonces una buena idea de los parámetros poblacionales (μ y σ) se pueden obtener con todas las mediciones realizadas en las últimas semanas, siempre y cuando éstas no sean pocas; de 120 o 150 mediciones en adelante es una buena cantidad (en los ejemplos 2.2 y 7.2 se dan alternativas de cómo estimar sigma). De esta forma, si el tamaño poblacional es N, y los valores de los elementos de la población son $x_1, x_2, \ldots, x_N$; entonces la desviación estándar de la población o el proceso se obtiene con

Desviación estándar del proceso

Refleja la variabilidad de un proceso. Para su cálculo se debe utilizar un número grande de datos que hayan sido obtenidos en el transcurso de un lapso amplio de tiempo (por lo menos una semana). Se denota con la letra griega sigma σ.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1-\mu)^2+(x_2-\mu)^2+\cdots+(x_N-\mu)^2}{N}}$$

Por otra parte, el cuadrado de S, S^2, se conoce como *varianza muestral*, que es muy importante para propósitos de inferencia estadística, y de la misma manera, al cuadrado de σ, σ^2, es la varianza (o variancia) poblacional.

Otra medida de dispersión es el *rango o recorrido, R*, que es igual a la diferencia entre el dato mayor y el dato menor de la muestra. El rango mide la amplitud de la variación de un grupo de datos. El rango, al igual que la desviación estándar, también es independiente de la magnitud de los datos, por ejemplo, sean los dos conjuntos de datos:

Rango

Medición de la variabilidad de un conjunto de datos que es resultado de la diferencia entre el dato mayor y el dato menor de la muestra.

$$A = \{10, 12, 14\} \text{ y } B = \{159, 161, 163\},$$

entonces se ve que la magnitud de los datos es diferente, y eso lo refleja la media, que es de 12 y 161, respectivamente. Pero en cuanto variabilidad los datos de ambos conjuntos están igualmente dispersos, como lo indica la desviación estándar que es igual a 2 en ambos casos, y el rango que es de 4 para los dos conjuntos.

El *coeficiente de variación* ayuda a comparar la variación de dos o más variables que están medidas en diferentes escalas o unidades de medición (por ejemplo, metro contra centímetro o metro contra kilogramo), y se obtiene al dividir la desviación estándar entre la media, es decir:

Coeficiente de variación

Medida de variabilidad que se obtiene al dividir la desviación estándar entre la media y es útil para comparar la variación de dos o más variables que están medidas en diversas escalas.

$$CV = \frac{S}{\bar{X}}(100)$$

El coeficiente de variación se puede interpretar como una medición en términos porcentuales de la variación de una variable, ya que divide la desviación estándar entre la magnitud media de los datos. Por ejemplo, en el caso de los conjuntos de datos

A y B que se acaban de presentar en la definición del rango, se tiene que sus correspondientes coeficientes de variación son

$$CV_A = \frac{2}{12} \times 100 = 16.66, \quad CV_B = \frac{2}{161} \times 100 = 1.242$$

respectivamente. Por lo que la variabilidad en los términos relativos del coeficiente de variación para el conjunto A es del 16.66%, mientras que para el conjunto B es menor (sólo de 1.242%).

En el caso del grosor de los discos, tenemos que $S = 0.027$, $S^2 = 0.0007$, $R = 1.25 - 1.11 = 0.14$, y $CV = 2.29\%$. La interpretación del rango es muy directa, ya que indica la amplitud máxima de la dispersión, así, 0.14 mm es la discrepancia máxima que hubo entre los grosores de los discos en la muestra. La interpretación de la desviación estándar por lo general se hace en combinación con la media, como lo veremos enseguida; y su interpretación en forma individual se puede hacer en forma comparativa respecto a la desviación estándar de otras líneas de producción o lotes (se debe tomar en cuenta, en caso de hacer estas comparaciones, que lo que se observa en una muestra es variable, y por lo general pequeñas diferencias muestrales no implican diferencias entre procesos o lotes).

Por último, $CV = 2.29\%$ señala que la variación del grosor es del 2.29% respecto al grosor promedio (respecto a su magnitud); por lo que relativamente se puede considerar que es un coeficiente bajo. Entre más pequeño sea el CV indicará que la variable tiene menos variación en términos porcentuales.

RELACIÓN ENTRE $\bar{X}$ Y S (INTERPRETACIÓN DE LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR)

Desigualdad de Chebyshev

Resultado teórico que relaciona $\bar{X}$ y S, y establece el porcentaje mínimo de datos que caen en el intervalo $(\bar{X} - kS, \bar{X} + kS)$, con $k > 1$.

Una forma de apreciar más claramente el significado de la desviación estándar como medida de dispersión en torno a la media, es a través de la relación entre la media y la desviación estándar, la cual está dada por la *desigualdad de Chebyshev* y la *regla empírica*. Dos hechos particulares que afirman la desigualdad de Chebyshev[1] es que entre $\bar{X} - 2S$ y $\bar{X} + 2S$ está por lo menos el 75% de los datos de la muestra, y que entre $\bar{X} \pm 3S$ está por lo menos el 89%.

En cuanto a la regla empírica afirma que en muchos de los datos que surgen en la práctica se ha observado por la experiencia que:

- entre $\bar{X} - S$ y $\bar{X} + S$ está el 68% de los datos de la muestra,
- entre $\bar{X} - 2S$ y $\bar{X} + 2S$ está el 95%, y
- entre $\bar{X} - 3S$ y $\bar{X} + 3S$ está el 99.7%.

Todos los intervalos anteriores son válidos sólo para los datos muestrales y no necesariamente para toda la población o proceso. Sin embargo, si los intervalos se calculan con la media y desviación estándar del proceso o población, entonces serán válidos para toda la población. Por lo que en la medida que se tengan muestras

[1] En general la desigualdad de Chebyshev afirma que al menos $(1 - 1/k^2) \times 100$ de los datos caen entre $\bar{X} - kS$ y $\bar{X} + kS$; es decir, caerán dentro de k desviaciones estándar a partir de la media, donde k es cualquier número más grande que 1.

aleatorias grandes, entonces los intervalos anteriores podrán dar una idea aproximada de lo que pasa en el proceso.[2]

Lo que afirma el teorema de Chebyshev se aplica para cualquier tipo de datos, independientemente de su comportamiento o distribución.[3] Mientras que la *regla empírica*, como su nombre lo dice, se ha obtenido por medio de la observación empírica, y es válida para muchos de los casos que se dan en la práctica; sobre todo si los datos tienen un comportamiento con cierto grado de similitud a una campana o a la distribución normal (véase capítulo 3). De cualquier manera ambos casos ilustran muy bien la manera en que la desviación estándar mide la variabilidad en torno a la media.

Regla empírica

Resultado práctico que relaciona a $\bar{X}$ y S, y establece el porcentaje de datos de la muestra que caen dentro del intervalo $(\bar{X} - kS,\ \bar{X} + kS)$ con $k = 1, 2, 3$.

Aplicando la regla empírica a los datos del grosor de los discos, se tiene que un alto porcentaje (cercano al 99%) de las mediciones del grosor del disco varían entre 1.098 y 1.260 mm, como se desprende del siguiente cálculo.

$$1.179 - 3(0.027) = 1.098; \qquad 1.179 + 3(0.027) = 1.260.$$

Al comparar estos límites de variación con las especificaciones ($EI = 1.10$ y $ES = 1.30$), se puede apreciar que 1.098 está por abajo de la especificación inferior, lo que refleja baja capacidad del proceso de inyección para cumplir con especificaciones.

LÍMITES REALES O NATURALES

Los *límites reales* o *naturales* de un proceso indican los puntos en donde varía la salida de un proceso, y por lo general se obtienen de la siguiente manera:

$$\text{Límite real inferior } (LRI) = \mu - 3\sigma \quad \text{y} \quad \text{Límite real superior } (LRS) = \mu + 3\sigma$$

Límites reales

Se obtienen con $\mu - 3\sigma$ y $\mu + 3\sigma$, e indican de dónde a dónde varía la salida de un proceso.

Estos límites, cuyo cálculo está inspirado en propiedades de la distribución normal (véase capítulo 3), que coinciden con la regla empírica, indican la amplitud real de la variación de la salida del proceso. En un estudio de capacidad, estos límites reales se comparan contra las especificaciones para la característica de calidad. Por ejemplo, si las especificaciones para una característica de calidad son que ésta debe tener dimensiones de 800 ± 5; luego la especificación inferior es $EI = 795$, y la superior es $ES = 805$. Si además se sabe que la media y la desviación estándar de tal característica de calidad son $\mu = 800.6$ y $\sigma = 1.2$, entonces los límites reales son:

$$LRI = 800.6 - 3(1.2) = 797.0$$

$$LRS = 800.6 + 3(1.2) = 804.2$$

[2] En el capítulo 5, en la sección "Diseño de tolerancias", se verá la forma de calcular intervalos con la media y la desviación estándar muestrales que cubran la variación de toda la población.

[3] Apoyando la regla empírica existe una extensión a la desigualdad de Chebyshev, hecha por Camp y Meidel (véase Duncan, 1989), que aumenta el porcentaje que cubren los intervalos. Concretamente, esta extensión afirma que si la distribución de X es unimodal, la probabilidad de que X se desvíe de su media en más de k veces su desviación estándar, es igual o menor que $1/2.25k^2$. Con lo que bajo estas circunstancias entre $\bar{X} \pm 2S$ se encontraría al menos 89% de los datos muestrales y entre $\bar{X} \pm 3S$ estaría al menos 95%.

Por lo que se espera que esta característica de calidad varíe de 797.0 a 804.2, con una media de 800.6. Al comparar esto con las especificaciones, se aprecia que los límites reales caen dentro de las mismas, por lo que se concluye que el proceso es capaz de cumplir con tales especificaciones.

ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL PROCESO (μ, σ)

En el capítulo 4 se describe la forma de estimar por intervalos. Aquí especificamos un procedimiento práctico. Para evaluar en forma más precisa la capacidad del proceso se requiere conocer por lo menos dos parámetros del mismo, como son su media, μ, y su desviación estándar, σ, ya que así se podrán calcular los límites reales y los índices de capacidad (véase capítulo 5). En caso de no conocer el valor de estos parámetros, una forma típica de estimarlos en procesos que producen un alto volumen de piezas, es aplicar los siguientes pasos:

1. Tomar en un lapso de dos días o más por lo menos 20 a 30 muestras, de entre 5 a 10 piezas cada una. La obtención de las muestras debe ser espaciada más o menos igual, por ejemplo cada media hora.
2. A cada una de las k muestras obtenidas, se les calcula la media y el rango muestral. De esta forma se tienen k medias y k rangos: $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \ldots, \bar{X}_k$ y $R_1, R_2, \ldots, R_k$.
3. Se calcula la media de las medias y la media de los rangos, y la estimación de los parámetros del proceso están dados por

$$\mu \approx \bar{\bar{X}} \text{ y } \sigma \approx \frac{\bar{R}}{d_2}$$

donde el símbolo $\approx$ significa aproximadamente igual; mientras que la constante d_2 establece la relación entre el rango y la desviación estándar y su valor depende del tamaño de las muestras obtenidas en el paso (1). En el apéndice se dan los valores de d_2 para distintos tamaños de muestra. En los ejemplos 2.2 y 7.2 se ilustra este procedimiento.

Cuando el procedimiento anterior no se puede aplicar y se quiere tener una idea del valor de estos dos parámetros del proceso, entonces se obtiene una muestra aleatoria, y con los datos se calcula $\bar{X}$ y S. Sin embargo, los valores obtenidos no son igual a μ y σ, ya que los valores de $\bar{X}$ y S dependen de los artículos seleccionados en la muestra, es decir, son variables aleatorias. Además, no es lo mismo hacer las estimaciones con 5, 50 o 500 mediciones. Por ello se requiere tener información de qué tan precisa es la estimación. Esto se logra calculando el error de estimación y un intervalo de confianza (véase capítulo 4).

HISTOGRAMA Y TABLA DE FRECUENCIAS

En la sección anterior hemos visto la forma de obtener mediciones numéricas de dos aspectos básicos de la distribución o el comportamiento de la salida de un proceso: su

tendencia central y su dispersión. Esto se puede evaluar también de forma gráfica, con el *histograma* y la *tabla de frecuencias*, los cuales analizan la distribución de un conjunto de datos numéricos, de forma que permiten visualizar la tendencia central y la dispersión de los datos, además de la forma de su distribución a lo largo de su rango de variación. El uso sistemático del *histograma* facilita el entendimiento de la variabilidad y favorece el pensamiento estadístico, ya que de un vistazo se logra tener una idea sobre la capacidad de un proceso, se evitan decisiones sólo apoyándose en la media y se detectan datos raros y formas especiales de la distribución de los datos.

Histograma

Gráfica que permite visualizar la tendencia central, la dispersión y la forma de la distribución de un conjunto de datos.

La *tabla de frecuencias* clasifica los datos por magnitud, para ello se divide el rango de variación de los datos en una cierta cantidad de intervalos que cubren todo el rango, y después se cuenta cuántos datos caen en cada intervalo. Para establecer el número de intervalos o clases, hay varios criterios, uno de ellos dice que el número de clases debe ser aproximadamente igual a la raíz cuadrada del número de datos. Por su parte, el histograma es la representación gráfica de la tabla de frecuencias.

Tabla de frecuencias

Herramienta que analiza la distribución de unos datos clasificándolos por su magnitud. Se divide el rango de variación en cierta cantidad de intervalos y después se cuentan los datos que están en cada intervalo.

En la tabla 2.2 se aprecia la tabla de frecuencias para los datos del grosor de los discos. Ahí vemos que de los 125 datos hubo 3 con magnitud entre 1.10 y 1.12, que corresponde a 2.4% del total; la clase 5 indica que entre 1.18 y 1.20 hubo 39 datos (31.2%), etcétera. Por su parte, en la figura 2.1 se muestra el histograma correspondiente, donde se aprecia que respecto a 1.20, que es el grosor óptimo, el proceso está moderadamente descentrado a la izquierda, como ya lo habíamos visto cuando se calculó la media. Además no se observan datos raros, la distribución de los datos es más o menos "acampanada". La tendencia central se ubica alrededor de 1.18. El comportamiento del grosor de los discos no es satisfactorio, ya que la cola izquierda del histograma debería de estar alejada de la especificación inferior (EI = 1.10), cosa que no ocurre. Cabe comentar que aunque no hubo ningún dato por abajo de la especificación inferior, no hay que perder de vista que el estudio se hace con base en una muestra, por lo que si se siguen tomando datos es seguro que se encontrarán mediciones fuera, como lo sugiere la prolongación de la cola izquierda de la curva imaginaria que suaviza al histograma. Con base en lo anterior, la primera acción que habría que ejecutar para mejorar la capacidad del proceso de inyección de discos, es mejorar su centrado.

Tabla 2.2 Tabla de frecuencia para el grosor de los discos.

Clase	Grosor de discos x	Marcas para conteo	Frecuencia	Porcentaje por intervalo
1	$1.10 < x \leq 1.12$	///	3	2.4
2	$1.12 < x \leq 1.14$	///// ///	8	6.4
3	$1.14 < x \leq 1.16$	///// ///// ///// ///// ///// /	26	20.8
4	$1.16 < x \leq 1.18$	///// ///// ///// ///// ///// ///// ////	34	27.2
5	$1.18 < x \leq 1.20$	///// ///// ///// ///// ///// ///// ///// ////	39	31.2
6	$1.20 < x \leq 1.22$	///// ////	9	7.2
7	$1.22 < x \leq 1.24$	/////	5	4.0
8	$1.24 < x \leq 1.26$	/	1	0.8

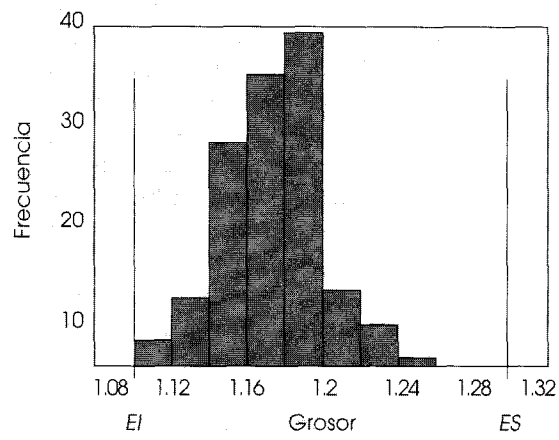


Figura 2.1 *Histograma para grosor de discos.*

Interpretación del histograma

Durante el análisis de los datos del grosor de los discos, se han bosquejado algunos de los elementos de la interpretación del histograma que ahora trataremos con mayor detalle, apoyándonos en la figura 2.2. Cuando un histograma se construye de manera correcta, es resultado de un número suficiente de datos (de preferencia más de 100), y éstos son representativos del estado del proceso durante el periodo de interés; entonces se recomienda considerar los siguientes puntos en la interpretación del histograma.

1. **Observar la tendencia central de los datos.** Localizar en el eje horizontal o escala de medición las barras con mayores frecuencias. En el histograma de la figura 2.1, una parte sustancial de las mediciones se localiza entre 1.14 y 1.20 mm.
2. **Estudiar el centrado del proceso.** Para ello apoyarse en el punto anterior y observar la posición central del cuerpo del histograma respecto a la calidad óptima y a las especificaciones. Por ejemplo, en la figura 2.2 incisos *a* y *c* se muestran procesos centrados, el primero con poca variabilidad y el segundo con mucha. Mientras que en los incisos *b* y *d* se observan procesos descentrados, el primero con poca variabilidad y el segundo con mucha. Aun cuando se cumplan las especificaciones, si el proceso no está centrado la calidad que se produce no es adecuada, ya que entre más se aleje del óptimo más mala calidad se tendrá. Por ello, en caso de tener un proceso descentrado se debe proceder a hacer los ajustes o cambios necesarios para centrar el proceso.

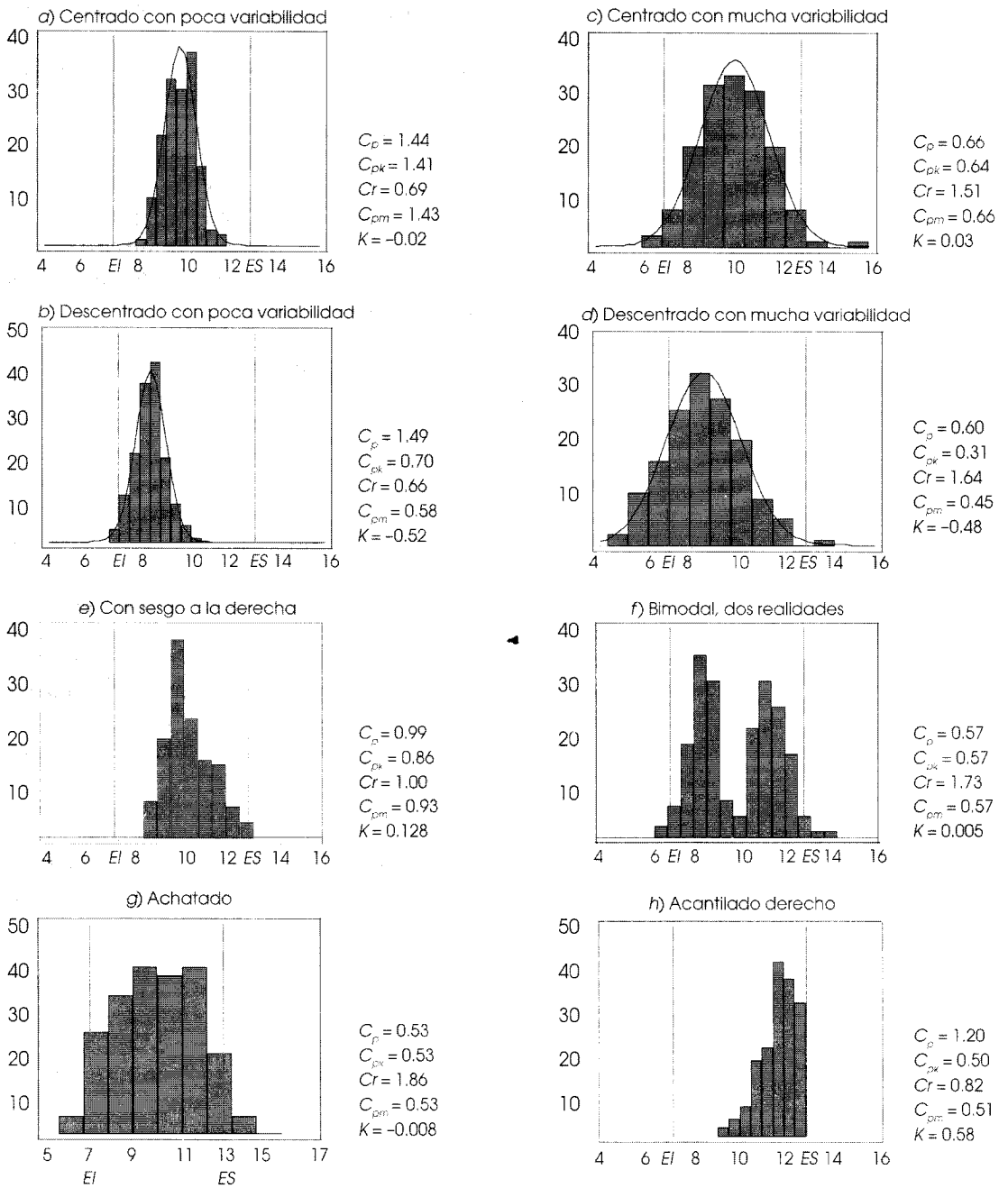


Figura 2.2 *Interpretación de histogramas.*

3. **Examinar la variabilidad del proceso.** Comparar la amplitud de las especificaciones con el ancho del histograma. Para considerar que la dispersión no es demasiada, el ancho del histograma debe caber de forma holgada en las especificaciones. En la figura 2.2 incisos *a* y *b* hay poca variación, mientras que en los incisos *c* y *d* hay mucha.
4. **Analizar la forma del histograma.** En la siguiente sección se presentan algunas mediciones numéricas que reflejan la forma de la distribución de unos datos. La forma de la distribución que más se da en salidas de proceso, es la forma de campana, con características similares a la distribución normal (véase capítulo 3 y figura 2.2 *a, b, c, d*). Es frecuente que cuando la distribución no es de este tipo sea indicativo de un hecho importante que está ocurriendo en el proceso y que tiene un efecto negativo en la calidad. Por ello se debe revisar si la forma del histograma es muy diferente a la de campana. Algunas de las formas típicas que no coinciden con una distribución de campana, son las siguientes:

Distribución sesgada

Forma asimétrica de la distribución de unos datos que se refleja en el histograma, y que puede deberse a un desplazamiento del proceso hacia el lado del sesgo.

- *Distribución sesgada.* En la figura 2.2*e* se aprecia un histograma con una distribución sesgada a la derecha, ya que la cola derecha es más grande que la izquierda. En términos generales un sesgo en una variable de salida, puede reflejar un desplazamiento paulatino de un proceso debido a desgastes o desajustes; también puede indicar procedimientos viciados en la forma de obtener las mediciones o un desempeño especial del proceso en el sentido que sus resultados tienden a ser más frecuentes de un solo lado (izquierdo o derecho). Cabe aclarar que existen características de calidad que por su naturaleza tienen sesgo, como son tiempos de vida, resistencias a la fatiga, y en general una parte de las variables de salida del tipo entre más grande mejor o entre más pequeña mejor (véase capítulo 1). Una forma de decidir si una distribución sesgada indica una situación especial a corregir, es comparar ésta con la distribución de la misma característica o de variables similares, ya sea en el pasado o en el presente. La recomendación general es sospechar de que sí hay algo especial atrás de una distribución con sesgo e investigar si efectivamente es así.

Distribución multimodal

Forma de la distribución de unos datos que se manifiesta en el histograma por varios agrupamientos de barras en torno a un punto (modal). Por lo general cada agrupamiento refleja una condición o realidad diferente.

- *Distribución multimodal.* En la figura 2.2*f* se aprecia un histograma en el que se notan claramente dos modas o picos, que muestran dos tendencias centrales diferentes. Este tipo de distribuciones con dos o más modas reflejan la presencia de dos o más realidades o condiciones diferentes. Algunas situaciones que pueden causar una distribución multimodal son:

  a) Diferencias importantes de lote a lote en la materia prima que utiliza el proceso, debido a que proceden de diferentes proveedores o a exceso de variación de un mismo proveedor.
  b) En el proceso han intervenido varios operadores, con criterios o métodos de trabajo diferentes.
  c) Las mediciones de la variable de salida que están representadas en el histograma, fueron realizadas por personas o instrumentos diferentes; utilizando distintos criterios o con instrumentos mal calibrados (véase capítulo 11).
  d) El proceso, cuando generó los resultados de la distribución multimodal, estuvo operando en condiciones diferentes (una condición para cada moda).
  e) En general, una distribución multimodal se debe a la presencia de fuentes de variación bien definidas que deben ser identificadas y corregidas, para

así mejorar la capacidad del proceso correspondiente. Una forma de identificarlas es analizar por separado los datos en función de diferentes lotes de materia prima, operadores, instrumentos de medición, turnos o días de producción, etcétera, para así comparar los resultados y ver si hay diferencias significativas.

- *Distribución muy plana.* En la figura 2.2*g* se aprecia un histograma que muestra una distribución muy chata o muy plana y que está lejos de tener forma de campana. Las situaciones que pueden causar esto son las mismas que las de la distribución multimodal, con la particularidad de que las diferencias son menos fuertes; sin embargo, pueden afectar seriamente la capacidad de un proceso. Por lo que también deben ser identificadas y corregidas mediante la misma estrategia recomendada antes.
- *Distribución con acantilados.* En el histograma de la figura 2.2*h* se observa un acantilado derecho, que es una suspensión o corte muy brusco en la caída de la distribución. Algunas de las posibles causas que motivan la presencia de un acantilado es: lote de artículos previamente inspeccionados al 100% donde se excluyó a los artículos que no cumplen con alguna medida mínima o que exceden una medida máxima (como en la figura), problemas con el equipo de medición, errores en la medición o inspección (cuando el inspector está predispuesto a no rechazar un artículo y observa que éste casi cumplía con los requisitos, registra la medida mínima aceptable). En general un acantilado es anormal y se debe buscar la causa del mismo.

5. **Datos raros.** Una pequeña cantidad de mediciones muy extremas o raras son fácilmente identificadas mediante un histograma, debido a que aparece una o más barras pequeñas bastante separadas o aisladas del resto. Un dato raro refleja una situación especial que se debe investigar, y entre las posibles causas están las siguientes:

Dato raro

Medición cuya magnitud es muy diferente a la generalidad de las mediciones del correspondiente conjunto de datos.

- El dato es incorrecto, ya sea por error de medición, de registro o de "dedo" cuando fue introducido a la computadora.
- La medición fue hecha sobre un artículo o individuo que no pertenece al proceso o población a la que pertenece el resto.
- Si han sido descartadas las dos situaciones anteriores, entonces la medición se debe a un evento raro o especial. Es decir, cuando se hizo esa medición estaba ocurriendo en el proceso una situación especial fuera de lo común (en el capítulo 7 se trata con mayor detalle las situaciones especiales).

6. **Estratificar.** En ocasiones en el histograma no se observa ninguna forma particular, pero hay mucha variación y en consecuencia la capacidad del proceso es baja, en estos casos se recomienda analizar por estratos, ya que cuando se obtienen datos que proceden de distintas máquinas, proveedores, lotes, turnos u operadores, puede encontrarse información valiosa si se hace un histograma por cada fuente (estratificar), con lo que se podrá encontrar la máquina o el proveedor más problemático. El caso del histograma multimodal ocurre cuando se manifiestan de forma evidente varios estratos en los datos (véase capítulo 6).

Estratificar

Es clasificar y analizar datos de acuerdo a las distintas fuentes de donde proceden, como por ejemplo por máquinas, lotes, proveedores, turnos, etcétera.

Con base en los puntos anteriores, es recomendable que siempre que se realice un estudio de la capacidad de un proceso, se utilice el histograma y éste se interprete con detalle. De esa manera se podrán detectar situaciones problemáticas y posibles soluciones para las mismas. Además será una forma concreta de que los datos y mediciones sobre los procesos, que en ocasiones abundan, se conviertan en información útil para la toma de decisiones y acciones. Se deberá tener la precaución de que el histograma se haya obtenido de manera correcta, sobre todo en lo referente al número de clases y a la cantidad de datos.

Limitaciones del histograma

Aunque el histograma es una herramienta fundamental para analizar el desempeño de un proceso, tiene algunas limitaciones:

1. No considera el tiempo, por lo que con el histograma es difícil detectar tendencias que ocurren a través del tiempo. Por lo mismo no ayuda a estudiar la estabilidad del proceso en el tiempo. En estos casos la carta de control es la herramienta apropiada (véase capítulo 7).
2. No es la técnica más apropiada para comparar de manera práctica varios procesos o grupos de datos, aquí el diagrama de caja o la gráfica de medias son más apropiados.
3. La cantidad de clases o barras influye en la forma del histograma, por lo que una buena práctica es que a partir de la cantidad de clases que inicialmente sugiere un software, se analice el histograma con un número de clases ligeramente menor y un poco más de clases, para ver si se observa algo diferente.

MEDIDAS DE FORMA

Como ya se dijo en el apartado anterior, un aspecto relevante en el análisis de un conjunto de datos es estudiar la forma de la distribución. Por ello, en esta sección se complementa lo dicho en la sección anterior y se presentan mediciones del sesgo y la curtosis. Estas mediciones parten del hecho de que la forma de la distribución que más se da en salidas de proceso, es la forma de campana, con características similares a la distribución normal (véase capítulo 3 y figura 2.2 *a*, *b*, *c*, *d*). Es frecuente que cuando la distribución no es de este tipo sea indicativo de un hecho importante que está ocurriendo en el proceso y que tiene un efecto negativo en la calidad.

Sesgo

Es una medida numérica de la asimetría en la distribución de un conjunto de datos.

Una medida numérica del *sesgo* o *asimetría en la distribución* de un conjunto de datos se obtiene a través del sesgo y del sesgo estandarizado (*skewness*), que están dados por:

$$\text{Sesgo} = \frac{n\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})^3}{(n-1)(n-2)S^3}$$

$$\text{Sesgo estandarizado} = \frac{\text{Sesgo}}{\sqrt{\frac{6}{n}}}$$

donde n es el tamaño de muestra, S la desviación estándar y $\bar{X}$ la media muestral.

El signo del sesgo indica el lado para el que la cola de la distribución es más larga, ya sea para la izquierda (signo –) o a la derecha (signo +). Para datos que siguen una distribución normal, el valor del sesgo estandarizado debe caer dentro de (–2, +2), por lo que si n es grande ($n > 100$) y el sesgo estandarizado cae fuera de este intervalo, será una evidencia de que la distribución de los datos tiene un sesgo significativamente diferente al de la distribución normal o, en otras palabras, que la distribución de los datos no es normal.

En los datos del ejemplo 2.1 del grosor del disco, el sesgo = –0.0114 y el sesgo estandarizado = –0.0520, lo que indica una distribución bastante simétrica (como ya se había apreciado a través del histograma de la figura 2.1). Además, dado el tamaño de muestra y como el sesgo estandarizado está dentro del intervalo [–2, +2], entonces esto es una evidencia a favor de que los datos vienen de una distribución normal.

Una medida de qué tan elevada o plana es la curva de la distribución de unos datos respecto a la curva de la distribución normal se obtiene a través del estadístico llamado *curtosis* y del *coeficiente de curtosis estandarizado*, que están dados por:

$$\text{Curtosis} = \frac{n(n+1)\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{X})^4}{(n-1)(n-2)(n-3)S^4} - \frac{3(n-1)}{(n-2)(n-3)}$$

$$\text{C.estand.} = \frac{\text{curtosis}}{\sqrt{\frac{24}{n}}}$$

Curtosis

Estadístico que mide qué tan elevada o plana es la curva de la distribución de unos datos respecto a la distribución normal.

donde n es el tamaño de muestra, S la desviación estándar y $\bar{X}$ la media muestral.

Si el signo de la curtosis es positivo indicará que la curva de la distribución de los datos es más empinada o alta en el centro y con colas relativamente largas; ambos aspectos respecto a la distribución normal. Si el signo es negativo, se tendrá una curva más aplanada y con colas más cortas respecto a normalidad. Para datos que siguen una distribución normal el valor de la curtosis estandarizada debe caer dentro de (–2, +2), por lo que si n es grande ($n > 100$) y este estadístico cae fuera de este intervalo, será una evidencia de que la distribución de los datos no es normal.

En los datos del ejemplo 2.1 del grosor del disco, curtosis = 0.173188 y curtosis estandarizada = 0.395245, lo que indica una distribución muy similar a la distribución normal (como ya se había apreciado a través del histograma de la figura 2.1). Además, dado el tamaño de muestra y como la curtosis sesgo estandarizado está dentro del intervalo [–2, +2], entonces esto es evidencia a favor de que los datos vienen de una distribución normal.

PORCENTAJE DE ARTÍCULOS FUERA DE ESPECIFICACIONES

Una forma adicional de evaluar la capacidad de un proceso es estimar el porcentaje de artículos que no cumplen con especificaciones. Para ello, una primer forma sería hacer

los cálculos con base en los datos observados en la muestra. Por ejemplo, en el caso del ejemplo 2.1 del grosor de los discos que son obtenidos por el proceso de inyección de plástico, las especificaciones para el grosor son de 1.20 mm ± 0.10; por lo que se puede calcular qué porcentaje de los 125 discos en la muestra tienen un grosor entre EI = 1.10 mm y ES = 1.30 mm; analizando con detalle la tabla 2.1 y la tabla 2.2 de la distribución de frecuencia, se observa que 100% de 125 discos caen dentro de especificaciones: [(125/125) × 100].

Sin embargo, hacer los cálculos con base en los datos muestrales tiene el inconveniente que no se toma en cuenta la tendencia o distribución de los datos, de forma que se pueda tener una mejor idea de lo que puede ocurrir en todo el proceso, si se siguen obteniendo datos. Un método que capta tal información adicional es el siguiente:

1. Con base en la distribución que siguen los datos muestrales, que se puede apreciar a través del histograma, se propone la distribución de probabilidades que sigue la variable bajo análisis. Por ejemplo, si el histograma tiene una forma aproximada a la de una campana, entonces es probable que la referida distribución sea la normal (véase capítulo 3). Éste es precisamente el caso del grosor de los discos del ejemplo 2.1, ya que de acuerdo al histograma de la figura 2.1 es razonable suponer que el grosor de los discos sigue una distribución normal. En caso de que la forma del histograma sea radicalmente diferente a la de la normal, entonces es necesario proponer alguna otra distribución de probabilidad (véase capítulos 3 y 13).
2. Con base en los datos muestrales, estimar los parámetros de la distribución, por ejemplo en el caso de la distribución normal, la media y la desviación estándar, pueden ser estimadas por la media y la desviación estándar muestrales. En el caso del grosor de los discos y de acuerdo a los datos de la tabla 2.1, tenemos de forma aproximada que:

$$\mu \cong 1.179 \quad \text{y} \quad \sigma \cong 0.027$$

3. Con esta información es relativamente fácil estimar en forma aproximada el porcentaje de la distribución fuera de especificaciones. Para ello, si la variable Y representa al grosor, entonces se quiere calcular la siguiente probabilidad:

$$P(\text{EI} < Y < \text{ES}) = P(1.10 < Y < 1.30) = P(Y < 1.30) - P(Y < 1.10) \qquad (1)$$

Con esta ecuación, se estandariza la variable para calcular

$$P(Y < 1.30) = P\left(\frac{Y-\mu}{\sigma} < \frac{1.30-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z < \frac{1.30-1.79}{0.027}\right) = P(Z < 4.48)$$

De la tabla para la distribución normal dada en el apéndice se lee que $P(Z < 4.48) = 1.000$. Para calcular $P(Y < 1.10)$, que es la otra incógnita de la ecuación (1), se procede igual:

$$P(Y < 1.10) = P\left(\frac{Y-\mu}{\sigma} < \frac{1.10-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z < \frac{1.10-1.79}{0.027}\right) = P(Z < -2.93)$$

En ese caso resultó un número negativo, para poder utilizar la tabla se usa la propiedad de simetría de la distribución normal, que señala que para cualquier número a se cumple que $P(Z < -a) = 1 - P(Z < a)$. Aplicando esta propiedad se obtiene

$$P(Z < -2.93) = 1 - P(Z < 2.93) = 1 - 0.998 = 0.002$$

Sustituyendo en la ecuación (1), tenemos que

$$P(1.10 < Y < 1.30) = 1.000 - 0.002 = 0.998$$

Por tanto, la probabilidad de que Y, el grosor, esté dentro de especificaciones es 0.998. Así, si el proceso no tiene cambios importantes en el futuro, se espera que aproximadamente 99.8% de los discos tengan un grosor adecuado, y un 0.2% de la producción no cumplirá con la especificación inferior. Al traducir esto a partes por millón (PPM), tendríamos que de un millón de discos producidos 2 000 ($0.2 \times 10\,000$) no cumplirían especificaciones. De aquí la necesidad de mejorar la capacidad de este proceso. Como ya lo habíamos comentado antes, lo que se debe hacer es centrarlo, ya que su media está alejada del valor óptimo deseado.

En el capítulo 3 se explica cómo utilizar Excel y Statgraphics para calcular probabilidades utilizando la distribución normal. Por ejemplo, en el caso que nos ocupa, el porcentaje dentro de especificaciones se calcularía de la siguiente manera:

= DISTR.NORM(1.30, 1.179, 0.027, 1) – DISTR.NORM(1.10, 1.179, 0.027, 1)

PERCENTILES O CUANTILES

Percentiles

Medidas de localización que proporcionan puntos o valores que separan los datos por su magnitud en porcentajes.

Los *percentiles* o *cuantiles* de una distribución o de un conjunto de datos son medidas de localización relativa, que ayudan a complementar la descripción de la distribución de una característica de calidad, y por ende a tener elementos adicionales para juzgar la capacidad de un proceso. Formalmente, sea $x_1, x_2, \ldots, x_n$ un conjunto de n mediciones ordenadas en forma creciente, se define su *p-ésimo percentil* como el número x tal que el p% de las mediciones caen por abajo de x, y el $(100 - p)$%, por arriba. En lenguaje más matemático, x es tal que el p% de las mediciones es menor o igual a x, y el $(100 - p)$% mayor o igual.

A manera de ejemplo, a continuación se muestran varios percentiles para los datos del grosor de los discos:

1.0% = 1.11
5.0% = 1.125
10.0% = 1.135
25.0% = 1.17
50.0% = 1.19
75.0% = 1.21
90.0% = 1.23
95.0% = 1.23
99.0% = 1.25

p-ésimo percentil

En unos datos es igual a un valor x tal que el p% de las mediciones son menores o igual a x.

Vemos que el percentil 10 es 1.135, eso quiere decir que 10% de las mediciones de la tabla 2.1 cayeron por abajo de 1.135, y 90% por arriba. El percentil 95 es igual a 1.23, lo que indica que 95% de las mediciones estuvieron por abajo de 1.23, y sólo 5% por arriba.

Cuartiles

Son iguales a los percentiles 25, 50 y 75, y sirven para separar por magnitud la distribución de unos datos en cuatro grupos.

Cuartiles

Al percentil 25 también se le conoce como *primer cuartil o cuartil inferior*, C_i; la mediana que es el percentil 50 corresponde al *cuartil medio* C_m; y el percentil 75 es *el cuartil superior*, C_s *o tercer cuartil*. El cálculo de estos estadísticos y muchos más se puede hacer mediante cualquier software moderno de estadística o incluso con hojas de cálculo. En el caso de los datos del grosor de los discos $C_i = 1.17$, $C_m = 1.19$ y $C_s = 1.21$. De aquí que el 25% de los datos sea menor que 1.17.

Diagrama de caja

Herramienta estadística que parte el rango de variación de los datos en cuatro grupos por medio de los cuartiles (percentiles 25, 50 y 75). Es de utilidad para hacer análisis comparativos.

DIAGRAMA DE CAJA

El *diagrama de caja* es otra herramienta para describir el comportamiento de unos datos y de suma utilidad para comparar procesos, tratamientos y en general para hacer análisis por estratos (lotes, proveedores, turnos). El diagrama de caja se basa en los cuartiles, y parte el rango de variación de los datos en cuatro grupos, cada uno de los cuales contiene 25% de las mediciones. De esta forma se puede visualizar dónde empieza 25% de los datos menores, dónde 25% de los datos mayores y de qué punto a otro se ubica 50% de los datos que están al centro.

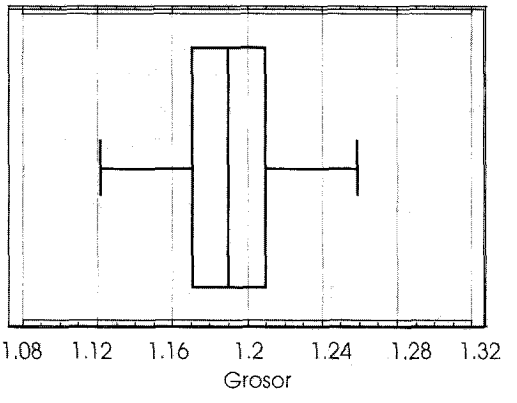


Figura 2.3 *Diagrama de caja para grosor de discos.*

En la figura 2.3 se muestra el diagrama de caja para los datos de grosor de los discos, y como se aprecia, se ubica arriba de la escala de medición de los datos, a esta forma le llamaremos horizontal, ya que también se suele poner la escala en forma vertical y desplegar el diagrama en esa misma orientación. Aquí se darán las indicaciones de cómo obtener el diagrama de caja en forma horizontal, el que está formado por:

1. Un rectángulo cuya dimensión en el sentido de la escala que llamamos largo, va desde el cuartil inferior C_i hasta el cuartil superior, C_s, es decir, el largo del rectángulo es igual al *rango intercuartílico*, $R_c = C_s - C_i$. El rectángulo se parte a la altura de la mediana con una línea perpendicular. En el caso de los discos, esta línea se ubica en 1.19.
2. Al lado izquierdo del rectángulo, se traza un bigote, brazo o línea paralela a la escala que va de C_i hasta el dato más pequeño que aún está por dentro de la barrera interior izquierda definida por $C_i - 1.5R_c$. Si hay datos por debajo de la barrera, éstos se representarán por puntos aislados, que se ubicarán de acuerdo a la magnitud del dato correspondiente.
3. En forma similar se traza el brazo o bigote derecho: que va desde C_s hasta el dato más grande que aún está dentro de la barrera interior derecha definida por $C_s + 1.5R_c$. Si hay datos por arriba de la barrera, éstos se representarán por un punto, que se ubicará de acuerdo a la magnitud del dato correspondiente. Los datos que superan las barreras interiores, pueden ser considerados como datos alejados.
4. La barrera exterior izquierda está definida por $C_i - 3R_c$, y la barrera exterior derecha es $C_s + 3R_c$. Si aún hay datos por fuera de las barreras exteriores, éstos se representarán con un asterisco. Los datos que estén fuera de estas barreras exteriores pueden considerarse definitivamente como datos muy alejados, raros o aberrantes.

Rango intercuartílico

Es igual a la distancia entre el cuartil inferior y el superior, y sirve para ubicar el rango en el que se ubica el 50% de los datos que están en el centro de la distribución.

En los datos del grosor de los discos la caja va de $C_i = 1.17$ a $C_s = 1.21$; por tanto el largo de la caja, que es igual al rango intercuartílico, es de $R_c = 1.21 - 1.17 = 0.04$. La caja es dividida por una línea a la altura de la mediana = 1.19. Las barreras interiores izquierda y derecha son $1.17 - 1.5(0.04) = 1.11$ y $1.21 + 1.5(0.04) = 1.27$. El dato más pequeño pero que aún está dentro de 1.11, es el mínimo (1.11), por tanto, el brazo izquierdo llegará hasta 1.11. El dato más grande que aún está por debajo de 1.27 es el máximo (1.25), por lo que el brazo derecho llegará hasta 1.25. En otras palabras, no hay datos que estén más allá de las barreras interiores, por lo que no hay datos alejados ni raros. Las barreras exteriores, que en este caso ya no tienen ninguna utilidad, están dadas por: $1.17 - 3(0.04) = 1.05$ y $1.21 + 3(0.04) = 1.33$. Así se hubiese tenido datos más pequeños que 1.05 o más grandes que 1.33, éstos se habrían considerado como raros o aberrantes (*outliers*).

Interpretación del diagrama de caja

De acuerdo con la manera en que se ha construido este diagrama, en su interpretación se debe hacer énfasis en:

1. El largo del diagrama (que incluye el rectángulo más ambos brazos o bigotes), ya que esto indica una medida de la variación de los datos y resulta de mucha utili-

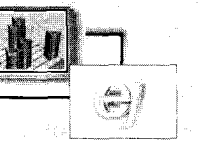
dad sobre todo para comparar la variación entre procesos, tratamientos, lotes o turnos de producción. En general, entre más largo sea un diagrama indicará una mayor variación de los datos correspondientes.

2. La parte central del diagrama indica la tendencia central de los datos, por lo que también ayudará a comparar dos o más procesos, máquinas, lotes o turnos de producción en cuanto a su tendencia central.
3. Comparar visualmente la longitud de ambos brazos. Si uno es más grande que el otro, entonces la distribución de los datos es probablemente sesgada en la dirección del brazo más grande. También observar la ubicación de la línea mediana que parte la caja, ya que si está más cerca de uno de los extremos, también será señal de probable sesgo en los datos.
4. En caso de que el diagrama esté basado en una cantidad suficiente de datos (10 por ejemplo), ver si hay datos fuera de las barreras interiores, marcados con un punto, ya que entre más alejado esté un dato del final del brazo, será señal de que tal dato probablemente sea un dato raro. Si los datos caen más allá de las barreras exteriores, entonces prácticamente es un hecho que tales datos son raros o aberrantes.

ESTUDIO REAL (INTEGRAL) DE CAPACIDAD

En las secciones anteriores hemos visto varias técnicas descriptivas para estudiar la capacidad de un proceso, explicando cada una de ellas. En esta sección, a manera de resumen, aplicaremos en forma conjunta varias de estas técnicas sin detenernos en volverlas a explicar, para así tener una información más completa sobre los diferentes aspectos de un estudio de la capacidad de un proceso.

EJEMPLO 2.2



Proceso con exceso de variación. En el proceso de producción de punterías que se describe en el ejemplo 7.2, se tiene que el cuerpo de cierta puntería debe tener un diámetro exterior de 0.02 m (2.0 cm), con una tolerancia de $\pm 25\,\mu$m (1 μm es igual a 0.000 001 m). A las mediciones originales se les resta el valor nominal de 20 000 μm, por lo que el resultado de la resta debe estar dentro de $\pm 25\,\mu$m, y ahora el valor nominal será cero, y la tolerancia o especificación inferior es $EI = -25$, y la superior, $ES = 25$. En una de las últimas etapas del proceso de fabricación de las punterías (componentes de un motor), cada hora se mide el diámetro de 5 punterías, en la tabla 2.3 se aprecian los datos de 4 turnos (dos días).

Tabla 2.3 Datos para diámetro de punterías, ejemplo 2.2.

-21	-5	21	3	-12	4	3	7	22	-18	-13	7	-11	-7	7	15	7	26	7
-4	0	13	6	-20	6	1	4	3	9	-10	-4	0	-5	11	2	3	-13	3
-13	9	7	0	5	11	4	17	3	2	-23	-4	15	-5	2	12	5	5	-1
2	-16	10	1	-2	-4	-16	10	-13	1	-6	11	4	2	-4	14	-6	-2	4
2	19	-1	6	6	8	2	9	-4	-22	1	-2	2	-7	-9	10	-8	-10	-2
0	-3	-13	14	-3	7	5	-1	-1	1	10	7	-8	-14	-33	-14	28	10	0
-2	-19	2	7	12	-9	10	5	14	-4	4	21	-16	-20	-3	10	22	-14	-5
-7	5	-1	1	4	-4	17	0	5	6	-19	-7	2	-19	12	-1	0		

En la tabla 2.4 se muestran los aspectos más relevantes para evaluar la capacidad del proceso para cumplir con la especificación de la longitud del diámetro. De acuerdo con el análisis hecho, se concluye que el proceso está centrado y que la variación es mucha (ver figura 2.4), por lo que la capacidad real del proceso es mala. Se deben seguir las recomendaciones dadas al final de la tabla 2.4 para reducir la variabilidad y de esa forma mejorar la calidad de las punterías.

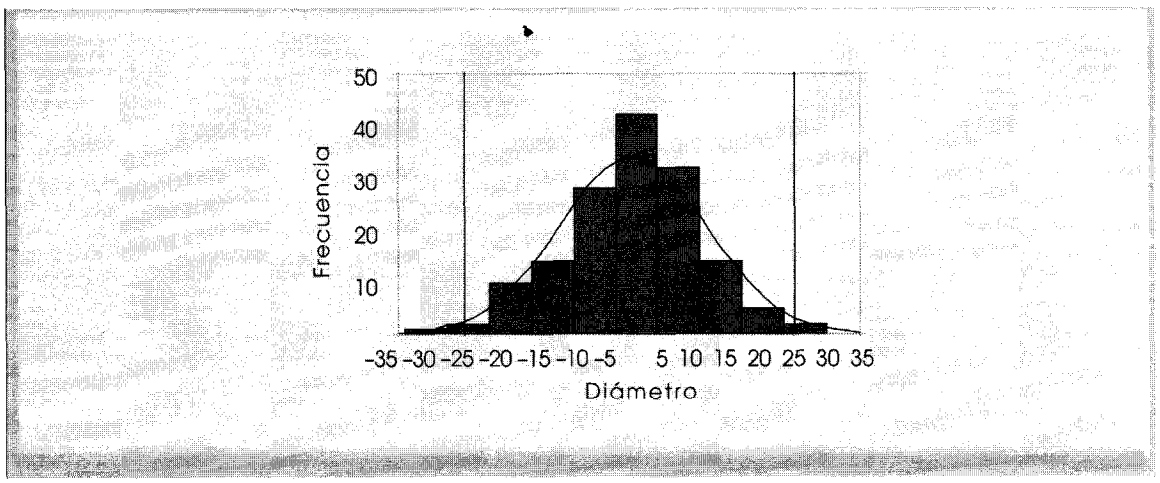


Figura 2.4 *Gráfica de capacidad para el diámetro de las punterías (al histograma se le han agregado las especificaciones y la curva de la distribución normal con* $\mu = 0.595$ *y* $\sigma = 11.3$*).*

Tabla 2.4 Análisis de la capacidad del proceso del ejemplo 2.7.

Estadísticos	Análisis y comentarios	Conclusiones
Medidas de tendencia central: $\mu \approx \bar{X} = 0.59$ Mediana = 2 Moda = 2	❖ Las medidas de tendencia central son relativamente similares, y muy cercanas a 0, por lo que el proceso parece centrado ❖ El 50% de los 150 datos fue mayor a 2 ❖ El dato más frecuente fue de 2 μm	Proceso centrado con $\mu \approx 0.59$
Rango medio y desviación estándar: $\bar{R} = 26.3$ $S = 10.5$ $\sigma \approx \bar{R}/d_2 = 26.3/2.326 = 11.3$	❖ Hay dos formas de estimar la desviación estándar del proceso, una calculándola directamente de los datos de la tabla 2.3. La otra a través de dividir el promedio de los rangos entre la constante d_2 que depende del tamaño de subgrupo (con $n = 5$ en este caso, $d_2 = 2.326$, véase apéndice). ❖ De acuerdo a la forma que se obtuvieron los datos, se recomienda utilizar la de los rangos.	$\sigma \approx 11.3$
Límites reales ($\mu \pm 3\sigma$): LR inf = - 33.3 LR sup= 34.5	❖ Usualmente las desviaciones del diámetro óptimo varían entre -33.3 a 34.5 μm con un promedio de 0.59 μm. La amplitud de estos límites es mayor a la variación tolerada (±25). ❖ Ambos límites están fuera de las especificaciones, por lo que se están haciendo punterías que no cumplen con las especificaciones.	La variación real del proceso es demasiada, por lo que se está fabricando producto fuera de las especificaciones.
Gráfica de capacidad (histograma, véase figura 2.4)	❖ La distribución se ajusta razonablemente a la normal, y no se observa ningún comportamiento especial. ❖ La tendencia central se ubica alrededor de 0 y el cuerpo del histograma está centrado respecto a las especificaciones, pero no cabe dentro de las especificaciones, por lo que cualquier ajuste que sólo desplace el histograma empeorará las cosas.	Hay mucha variación en el proceso.
Porcentaje fuera de las especificaciones: 2.72%	❖ El porcentaje del área bajo la curva normal de la figura 2.4, que excede la especificación superior, es del 1.54% y el porcentaje que está por abajo de la especificación inferior es del 1.18%.	Hay 2.72% de las punterías que no cumplen con las especificaciones (27 200 partes por millón).

Conclusiones finales:

- ❖ Para reducir la variabilidad se debe encontrar qué aspectos de las 6M´s están contribuyendo más al exceso de variación. Esto se puede hacer estratificando (separando) los datos por turno, por lote, por condición de proceso, etcétera; al hacer el análisis ver si hay diferencias importantes de un estrato a otro. De ser así, tomar las medidas necesarias para hacer más homogéneos estos estratos.
- ❖ Otra posibilidad es analizar con detalle los patrones de comportamiento del proceso apoyándose en la carta $\bar{X}$-R, ver si hay patrones en función de turnos, operadores, lotes, etcétera.
- ❖ Otra alternativa es generar un proyecto Seis Sigma (veáse capítulos 18 y 19) para encontrar las variables de entrada que más influyen en el diámetro de la puntería, y así tomar las decisiones adecuadas.

USO DE SISTEMAS COMPUTACIONALES (STATGRAPHICS Y EXCEL)

Statgraphics

Casi cualquier software o programa computacional que contemple técnicas estadísticas va a contener varios de los estadísticos y gráficos que se han visto en este capítulo. Incluso las hojas de cálculo comercial por lo general incluyen varios de éstos. A continuación damos algunas instrucciones de cómo utilizar el software *Statgraphics Plus Versión 4.*

1. Introducir los datos a analizar, utilizando una columna por cada variable a ser analizada.
2. Del menú principal seguir la siguiente secuencia: Special... Quality Control... Process Capability Analysis... después de lo cual aparecerá una pantalla en la que en primer término en Data se le da el nombre de la variable que va a ser analizada, después se introduce, en caso que exista, el valor de la especificación superior (USL), después el valor Nominal para la variable, si no existe alguno y se tiene una variable con doble especificación, es usual dar el centro de las especificaciones como valor nominal. Pero si sólo se tiene una especificación, entonces es usual dar como valor nominal la media actual del proceso. Por último, en LSL se introduce en caso de que exista el valor de la especificación inferior.
3. Dentro del procedimiento de Process Capability Analysis, existen varios análisis tanto a manera de tablas o reportes, como gráficas.
4. Otro procedimiento que está en Statgraphics, es el de One-Variable Analysis, el cual permite analizar una sola columna de datos numéricos. Calcula estadísticas, realiza pruebas de hipótesis y construye una variedad de gráficos. Por ejemplo, las opciones en este análisis permiten calcular estadísticas como desviación estándar, mediana, media, percentiles e intervalos de confianza. En este procedimiento no se incluye las especificaciones de la variable bajo análisis. La guía para acceder a One-Variable Analysis es Describe... Numeric Data... One-Variable Analysis...

Excel

Las hojas de cálculo también pueden utilizarse como auxiliares para hacer un análisis de la capacidad de un proceso. Para ello a cada función se le especifica el rango donde se encuentran los valores, por ejemplo, supongamos que se tienen 40 datos de las celdas A1 a la A40, entonces se pueden calcular las siguientes funciones dando las instrucciones que a continuación se señalan:

Promedio (A1:A40)	para la media aritmética de los 40 datos
Mediana (A1:A40)	obtiene la mediana
Moda (A1:A40)	para encontrar la moda
Desvest (A1:A40)	calcula la desviación estándar de los datos
Max (A1:A40)	devuelve el valor máximo de los datos

Min (A1:A40)	proporciona el valor mínimo.
Cuartil (A1:A40, cuartil)	devuelve el cuartil de los datos del rango. Recordemos que los cuartiles son el percentil 25, 50 y 75; por lo que en Cuartil se debe especificar 1, 2 o 4.
Coeficiente. Asimetría (A1:A40)	devuelve la asimetría o sesgo de la distribución de los datos.
Curtosis (A1:A40)	devuelve la curtosis de la distribución de los datos.

Existe una opción que incluye las funciones anteriores ya agrupadas, es en la opción *análisis de datos* dentro del menú *Herramientas*. Si no estuviera activada la opción de análisis de datos, ésta se activa con la opción de *Complementos* dentro del mismo menú de *Herramientas*. Dentro de análisis de datos la opción *Estadística descriptiva* calcula varios de los estadísticos comentados antes.

CONCEPTOS CLAVE

- Muestrear
- Capacidad de un proceso
- Estadísticos
- Tendencia central
- Media
- Mediana
- Moda
- Desviación estándar muestral
- Desviación estándar del proceso
- Rango
- Coeficiente de variación
- Desigualdad de Chebyshev
- Regla empírica
- Límites reales
- Histograma
- Tabla de frecuencias
- Distribución sesgada
- Distribución multimodal
- Distribución muy plana
- Estratificación
- Sesgo
- Curtosis
- Percentiles
- p-ésimo percentil
- Diagrama de caja
- Rango intercuartílico

PREGUNTAS Y EJERCICIOS

1. Con sus palabras y apoyándose en gráficas, conteste los siguientes incisos:
   a) ¿Qué es la tendencia central y qué la variabilidad de un proceso o en los datos?

b) Represente gráficamente dos procesos con la misma variabilidad pero diferente tendencia central.
c) Elabore la gráfica de dos procesos con la misma media pero diferente dispersión.
d) Represente dos procesos cuya forma de su distribución sea diferente.
e) ¿Qué significa que un proceso sea capaz?

2. Si una característica de calidad debe estar entre 30 ± 2, y se sabe que su media es $\mu = 29.9$, entonces, ¿se tiene buena calidad, se cumple con especificaciones?.

3. ¿De qué manera afectan los datos raros a la media? Explique.

4. Un grupo de 30 niños va de paseo acompañado de tres de sus maestras. La edad de los niños varía entre 4 y 8 años, la mitad tiene 5 años o menos. La edad que se repite más es la de 4. La edad de las tres maestras es de aproximadamente 30 años. Con base en lo anterior, incluyendo a las tres maestras, proponga un valor aproximado para la media, la moda y la mediana de la edad de los 33 paseantes. Argumente sus propuestas.

5. En una empresa se llevan los registros del número de fallas de equipos por mes; la media es de 4 y la mediana de 6.
a) ¿Si usted tiene que reportar la tendencia central de fallas, qué número reportaría?
b) ¿La discrepancia entre la media y la mediana se debió a que varios meses ocurrieron muchas fallas?

6. De acuerdo con los registros de una empresa, el ausentismo por semana del personal de labor directa es de 25 personas en promedio, con una desviación estándar de 5. Con base en esto conteste los siguientes dos incisos:
a) ¿Entre qué cantidad y qué cantidad se espera que usualmente varíe la cantidad de personas que no acuden a trabajar por semana?
b) Si en la semana actual se registró una cantidad de 34, esto quiere decir que en esta semana pasó algo fuera de lo usual, por lo que debemos investigar qué sucedió y tomar alguna medida urgente para minimizar el problema.

7. En una empresa se lleva un registro semanal del número de empleados que acuden a la enfermería de la empresa a recibir atención médica. Con base en los datos de los primeros seis meses del año se tiene que el número promedio por semana es de 16, y la desviación estándar es de 3.5. Con base en esto conteste los siguientes dos incisos:
a) ¿Entre qué cantidades se espera que varíen usualmente el número de empleados que acuden a la enfermería por semana?
b) Si en la semana actual se reporta que acudieron a la enfermería 25 personas. Esto quiere decir que en esta semana pasó algo fuera de lo usual. Conteste sí o no, y explique por qué.

8. De acuerdo con la norma de protección al consumidor mexicana, una bomba de gasolina en cada 20 L se le permite una discrepancia de 0.2 L. En una gasolinera se hacen revisiones periódicas para evitar infracciones y ver si cumple con las especificaciones ($EI = 19.8$, $ES = 20.2$). De acuerdo con los resultados de 15 inspecciones para una bomba en particular, la media y desviación estándar de los 15 datos son 19.9 y 0.1, respectivamente. De acuerdo con esto, ¿se puede garantizar que la bomba cumple con la norma? Argumente.

9. La desigualdad de Chebyshev y la regla empírica establecen la relación entre la media y la desviación estándar. Explique esto y señale si se aplica para el caso muestral, poblacional o para ambos.
10. Dos máquinas, cada una operada por una persona, son utilizadas para cortar tiras de hule, cuya longitud ideal es de 200 mm, con una tolerancia de ±3 mm. Al final del turno un inspector toma una muestra e inspecciona que la longitud cumpla especificaciones. A continuación se muestran las últimas 110 mediciones para ambas máquinas.

199.2	199.7	201.8	202.0	201.0	201.5	200.0	199.8
200.7	201.4	200.4	201.7	201.4	201.4	200.8	202.1
200.7	200.9	201.0	201.5	201.2	201.3	200.9	200.7
200.5	201.2	201.7	201.2	201.2	200.5	200.1	201.4
200.2	201.0	201.4	201.4	201.1	201.2	201.0	200.6
202.0	201.0	201.5	201.6	200.6	200.1	201.3	200.6
200.7	201.8	200.5	200.5	200.8	200.3	200.7	199.5
198.6	200.3	198.5	198.2	199.6	198.2	198.4	199.0
199.7	199.7	199.0	198.4	199.1	198.8	198.3	198.9
199.6	199.0	198.7	200.5	198.4	199.2	198.8	198.5
198.9	198.8	198.7	199.2	199.3	199.7	197.8	199.9
199.0	199.0	198.7	199.1	200.3	200.5	198.1	198.3
199.6	199.0	199.7	198.9	199.2	197.9	200.3	199.6
199.4	198.7	198.5	198.7	198.6	198.5		

   a) Obtenga las medidas de tendencia central y con base en ellas señale si la tendencia central del proceso es adecuada.
   b) Calcule la desviación estándar y una aproximación de los límites reales, y con base en éstos decida si la variabilidad de los datos es aceptable.
   c) Obtenga un histograma e interprételo (tendencia central, variabilidad, acantilados, sesgos, etcétera).
   d) Con la evidencia obtenida antes, cuál es su opinión sobre lo adecuado o no de la longitud de las tiras que se han cortado en el periodo que representan las mediciones.
11. En el caso del ejercicio anterior, considerando que los primeros 55 datos (ordenados por renglón) corresponden a una máquina, y los últimos 55 a otra, conteste lo siguiente.
   a) Evalúe las dos máquinas en cuanto a su centrado (tendencia central) respecto a la longitud ideal (200).
   b) Analice la dispersión de ambas máquinas, utilizando la desviación estándar y la regla empírica.
   c) Haga un histograma para cada máquina e interprete cada uno de ellos.
   d) Con base en lo anterior, cuál es el problema de cada máquina.
   e) Considerando que cada máquina es operada por una persona diferente, discuta cuáles son las posibles causas de los problemas señalados en el inci-

so anterior y señale qué haría para corroborar cuáles son las verdaderas causas.

f) Vuelva a analizar el histograma realizado en el inciso *c* del ejercicio anterior y vea si de alguna forma se vislumbraba lo que detectó con los análisis hechos en este ejercicio.

g) A la luz de lo anterior, ¿qué recomendaciones respecto a la obtención de datos y su análisis daría para hacer más eficiente la inspección y el control del funcionamiento de cada máquina?

12. En un área de servicios dentro de una empresa de manufactura se hace una encuesta para evaluar la calidad del servicio proporcionada y el nivel de satisfacción de los clientes internos. La encuesta consiste de 10 preguntas, donde cada una de ellas evalúa diferentes aspectos del servicio proporcionado. Las respuestas para cada pregunta es un número entre 0 y 10. Para hacer un primer análisis de los resultados obtenidos, se suman los puntos obtenidos de las 10 preguntas para cada cuestionario. A continuación se muestran los puntos obtenidos en 50 cuestionarios.

78	78	82	85	81	86	80	73	84	78
68	84	75	78	76	76	82	85	91	80
70	87	77	82	84	48	49	39	39	43
35	42	34	44	49	34	30	43	31	34
41	42	45	42	35	38	39	42	43	29

a) A los datos anteriores calcúleles sus medidas de tendencia central, de dispersión y dé una primera opinión sobre la calidad en el servicio.

b) Realice el histograma e interprételo con cuidado.

c) ¿Qué es lo más destacado que observa en el histograma?

d) ¿Con base en el análisis anterior qué decisión tomaría o qué otro análisis haría?

e) ¿Tendría alguna utilidad hacer un análisis por separado de cada una de las preguntas? Explique.

13. En una fábrica de piezas de asbesto una característica importante de calidad es el grosor de las láminas. Para un cierto tipo de lámina el grosor óptimo es de 5 milímetros (mm) y se tiene como discrepancia tolerable de 0.8 mm; ya que si la lámina tiene un grosor menor que 4.2 mm se considera demasiado delgada y no reunirá las condiciones de resistencia exigidas por el cliente. Si la lámina tiene un grosor mayor que 5.8 mm, entonces se gastará demasiado material para su elaboración y elevará los costos del fabricante. Con lo que es de suma importancia fabricar las láminas con el grosor óptimo, y en el peor de los casos dentro de las tolerancias especificadas. De acuerdo a los registros de las mediciones hechas en los últimos tres meses se aprecia un proceso con una estabilidad aceptable, el grosor medio es $\mu = 4.75$, la mediana 4.7, y la desviación estándar $\sigma = 0.45$.

a) Tomando en cuenta la media y la mediana, ¿el centrado del proceso es adecuado? Argumente.

b) Considerando sólo la media y la mediana, ¿puede decidir si el proceso cumple con especificaciones? Explique.

c) Calcule los límites reales, haga la gráfica de capacidad y comente sobre si las láminas cumplen especificaciones.
d) Estime el porcentaje de láminas que no cumplen con especificaciones: del lado inferior, el superior y de ambos lados.
e) En resumen, ¿el proceso cumple con especificaciones? Argumente.

14. En el problema anterior, con el propósito de mejorar la calidad que se tenía en cuanto al grosor de las láminas, un grupo implementa un proyecto de mejora siguiendo la metodología explicada en el capítulo 18. Varios de los cambios implementados fueron relativos a los procedimientos empleados durante el proceso y la estandarización de los mismos. Para verificar si el plan tuvo éxito, se eligieron láminas aleatoriamente y midiendo su grosor. Los 120 datos obtenidos durante tres días se muestran a continuación.

4.8	4.3	4.8	5.1	4.9	4.6	4.9	4.6	5.0	4.9	4.8	4.5
4.7	5.7	4.5	5.3	4.4	5.1	4.6	4.9	4.2	4.6	5.3	5.2
4.7	4.1	5.1	5.0	5.0	4.9	4.6	4.9	5.2	4.8	4.7	5.1
4.9	4.8	4.7	5.1	5.1	5.3	5.1	5.0	5.3	5.0	5.1	5.2
4.7	5.0	5.0	5.3	5.1	5.1	4.5	5.2	4.1	5.1	4.9	4.9
4.6	5.0	4.6	4.8	4.7	4.9	4.4	4.5	5.3	5.3	4.4	5.0
4.2	4.5	5.3	5.1	4.8	4.4	4.7	5.3	5.1	4.7	4.7	4.8
5.0	5.0	4.9	5.2	5.6	5.1	5.2	4.5	4.6	5.2	4.9	5.0
5.3	4.9	5.0	4.4	4.9	4.7	4.6	5.3	4.8	4.7	4.6	5.1
4.4	5.0	4.5	5.0	5.2	4.7	5.0	5.3	5.6	5.0	5.0	4.5

a) Calcule la media y mediana de estos datos, y comparándolas con sus correspondientes antes del proyecto, decida si con los cambios se mejoró el centrado del proceso.
b) Calcule la desviación estándar, y con ésta, obtenga los nuevos límites reales, y decida si la variabilidad se redujo.
c) Construya un histograma e insértele las especificaciones e interprételo.
d) Tomando la media y la desviación estándar como parámetros poblacionales, calcule el porcentaje de láminas fuera de especificaciones que se tendrá después de los cambios realizados.
e) Con base en todo lo anterior, ¿el proyecto dio buenos resultados? Argumente.
f) Si hubo mejoras, ¿éstas son suficientes para garantizar un producto dentro de especificaciones?

15. En la elaboración de envases de plástico, primero se elabora la preforma, para la cual se tienen varios criterios de calidad, uno de ellos es el peso de la preforma. Para cierto envase se tiene que el peso debe estar entre 28.00 ± 0.5 g. A continuación se muestran los últimos 112 datos obtenidos mediante una carta de control para esta variable.

27.72	28.39	28.21	28.19	28.02	27.93	27.89	27.88
28.06	27.91	27.97	27.95	27.96	27.94	28.04	28.05

27.81	27.74	27.95	27.91	27.93	28.07	28.13	27.98
27.87	27.87	27.82	28.23	27.90	27.91	28.16	27.94
27.86	27.84	27.70	27.98	28.02	28.00	27.99	28.13
28.26	28.10	27.94	28.07	27.84	27.90	27.87	27.76
27.95	27.94	27.81	27.76	27.96	27.84	27.85	27.93
28.22	27.96	27.88	28.08	28.04	28.19	27.89	28.08
28.09	28.02	27.85	28.27	27.75	27.98	27.75	27.82
28.13	27.88	28.11	28.05	28.14	28.11	28.08	28.16
28.04	28.05	27.75	27.89	27.94	28.19	28.10	27.78
27.63	27.93	27.74	28.10	28.14	27.91	27.84	28.21
27.85	27.84	28.12	28.01	27.97	27.88	28.00	28.10
28.16	28.16	28.01	28.13	27.97	27.90	27.87	27.94

a) Obtenga las medidas de tendencia central y señale si la tendencia central de las mediciones es adecuada.
b) Calcule la desviación estándar y una aproximación de los límites reales y con base en éstos decida si la variabilidad de los datos es aceptable.
c) Obtenga un histograma e interprételo (tendencia central, variabilidad, acantilados, sesgos, etcétera).
d) Con la evidencia obtenida antes, cuál es su opinión sobre lo adecuado o no del peso de las preformas.

16. Una característica clave en la calidad de las pinturas es su densidad y un componente que influye en tal densidad es la cantidad de arenas que se utilizan en su elaboración. La cantidad de arena en la formulación de un lote se controla con base en el número de costales, que según el proveedor contienen 20 kg. Sin embargo, continuamente se tienen problemas en la densidad de la pintura, que es necesario corregir con retrabajo y reprocesos adicionales. En este contexto en la empresa se preguntan, ¿cuánta arena contienen realmente los costales? Para averiguarlo deciden tomar una muestra aleatoria de 30 costales de cada lote o pedido (500 costales). Los pesos obtenidos en las muestras de los últimos tres lotes se muestran en la tabla anterior. Las especificaciones iniciales que se establecen para el peso de los costales de arena son de 20 ± 0.8 kg.

Lote	Peso de costales de la muestra									
1	18.6	19.2	19.5	19.2	18.9	19.4	19.0	20.0	19.3	20.0
	19.1	18.6	19.4	18.7	21.0	19.8	19.0	18.6	19.6	19.0
	19.6	19.4	19.8	19.1	20.0	20.4	18.8	19.3	19.1	19.1
2	18.6	19.9	18.8	18.4	19.0	20.1	19.7	19.3	20.7	19.6
	19.5	19.1	18.5	19.6	19.4	19.6	20.3	18.8	19.2	20.6
	20.0	18.4	18.9	19.7	17.8	19.4	18.9	18.4	19.0	19.7
3	20.1	20.2	21.0	19.7	20.1	20.0	19.1	20.4	19.6	20.6
	20.0	19.7	20.8	19.7	19.7	20.4	19.8	20.5	20.0	20.0
	20.2	19.7	20.0	19.6	19.7	19.8	19.9	20.3	20.4	20.2

a) Tomando en cuenta los 90 datos, ¿el centrado del proceso es adecuado?
b) ¿La variabilidad es poca o mucha? Apóyese en los estadísticos adecuados.
c) Obtenga un histograma para los 90 datos, inserte las especificaciones e interprételo con detalle.
d) Dé su conclusión general sobre si los bultos cumplen con el peso especificado.
e) Haga un análisis de cada lote por separado y con apoyo de estadísticos y gráficas, señale si hay diferencias grandes entre los lotes.
f) ¿Las diferencias encontradas se podrían haber inferido a partir del histograma del inciso *c*?
g) Obtenga un diagrama de caja para cada lote y compárelos.

17. En una empresa que fabrica y vende equipo para fotocopiado utilizan como un indicador importante de la calidad en el servicio posventa el tiempo de respuesta a solicitudes de apoyo técnico debido a fallas en los equipos. Para problemas mayores, en cierta zona del país, se ha establecido como meta que la respuesta se dé en un máximo de 6 h hábiles; es decir, de que habla el cliente solicitando apoyo, y que si el problema se clasifica como grave no deben pasar más de 6 h hábiles en que un técnico acuda a resolver su problema. A continuación se aprecian los tiempos de respuesta en horas para los primeros 9 meses del año (65 datos).

5.0	5.4	7.1	7.0	5.5	4.4	5.4	6.6	7.1	4.2
4.1	3.0	5.7	6.7	6.8	4.7	7.1	3.2	5.7	4.1
5.5	7.9	2.0	5.4	2.9	5.3	7.4	5.1	6.9	7.5
3.2	3.9	5.9	3.6	4.0	2.3	8.9	5.8	5.8	6.4
7.7	3.9	5.8	5.9	1.7	3.2	6.8	7.0	5.4	5.6
4.5	6.5	4.1	7.5	6.8	4.3	5.9	3.1	8.3	5.4
4.7	6.3	6.0	3.1	4.8					

a) Calcule las medidas de tendencia central y con base en éstas, ¿cree que se cumple con la meta?
b) Aplique la regla empírica, interprete y diga qué tan bien se cumple con la meta.
c) Haga un histograma e interprete sus aspectos más relevantes.
d) A partir del análisis que se ha hecho, ¿qué recomendaciones daría para ayudar a cumplir mejor la meta?

18. Los datos de la página siguiente representan las horas caídas de equipos, por semana, de tres líneas de producción.
a) Analice los datos para cada línea, y anote las principales características de la distribución de los datos.
b) Compare las tres líneas, ¿nota alguna diferencia importante?

19. Una característica importante en la calidad de la leche de vaca es la concentración de grasa. En una industria en particular se ha fijado como estándar mínimo que debe de cumplir el producto que recibe directamente de los establos

Semana	Línea 1	Línea 2	Línea 3	Semana	Línea 1	Línea 2	Línea 3
1	7.7	6.6	7.5	14	6.3	6.5	8.5
2	6.8	5.2	8.1	15	7.8	7.7	8.0
3	8.5	7.2	6.2	16	6.7	7.4	7.7
4	8.6	9.2	7.4	17	7.3	6.1	7.5
5	5.7	6.7	8.2	18	5.7	6.2	8.2
6	7.9	6.2	6.0	19	6.2	7.3	7.7
7	8.1	7.1	8.2	20	7.3	6.9	7.0
8	7.6	8.1	8.1	21	5.0	6.1	6.5
9	7.1	6.4	6.7	22	5.0	6.9	6.2
10	7.3	6.3	8.0	23	5.4	8.4	6.0
11	7.8	8.2	8.1	24	7.5	5.0	6.1
12	6.1	8.4	8.1	25	6.0	7.4	5.8
13	6.4	7.4	7.0				

lecheros, 3.0%. Por medio de muestreos y evaluaciones en cierta época del año se obtuvieron los siguientes 90 datos sobre concentración de grasa, en cierta región.

2.7	3.4	3.5	4.0	3.1	3.3	3.5	3.3	3.2	3.4	2.6	3.1
3.4	2.7	3.3	3.6	2.9	2.8	3.0	3.6	3.5	2.8	3.1	2.8
2.2	3.4	3.3	2.5	3.4	2.7	2.9	3.6	3.3	2.7	3.7	3.3
3.2	3.1	2.9	2.7	3.3	3.6	3.3	3.1	3.1	3.4	3.0	3.5
3.4	3.0	2.9	3.2	3.2	3.0	3.3	3.9	3.3	3.0	3.0	3.5
2.9	3.5	3.1	3.5	3.0	3.1	2.9	3.1	3.1	2.9	2.9	3.4
3.4	3.1	3.2	3.3	3.2	3.3	3.0	3.2	3.5	3.4	3.8	3.2
2.9	3.0	3.2	3.2	3.3	3.8						

a) Calcule medidas de tendencia central y de variabilidad, y comente sobre el cumplimiento del estándar mínimo para la concentración de grasa.
b) Obtenga un histograma, inserte el estándar mínimo e interprete ampliamente.
c) La población de donde provienen estos datos, ¿cumple el estándar mínimo?

20. En la elaboración de envases de plástico es necesario garantizar que cierto tipo de botella en posición vertical tenga una resistencia mínima de 20 kilogramos fuerza. Para garantizar esto, en el pasado se venía realizando una prueba del tipo pasa-no-pasa, donde se aplicaba la fuerza mínima y se veía si la botella resistía o no. Actualmente se realiza una prueba exacta, en la que mediante un equipo se le aplica una fuerza a la botella hasta que ésta cede, y el equipo registra la resistencia que alcanzó la botella. ¿Qué ventajas y desventajas tiene cada método?

21. En el caso del problema anterior, a continuación se muestran 100 datos obtenidos en las pruebas destructivas de la resistencia de botellas.

28.3	26.8	26.6	26.5	28.1	24.8	27.4	26.2	29.4	28.6	24.9	25.2
30.4	27.7	27.0	26.1	28.1	26.9	28.0	27.6	25.6	29.5	27.6	27.3
26.2	27.7	27.2	25.9	26.5	28.3	26.5	29.1	23.7	29.7	26.8	29.5
28.4	26.3	28.1	28.7	27.0	25.5	26.9	27.2	27.6	25.5	28.3	27.4
28.8	25.0	25.3	27.7	25.2	28.6	27.9	28.7	25.3	29.2	26.5	28.7
29.3	27.8	25.1	26.6	26.8	26.4	26.4	26.3	28.3	27.0	23.7	27.7
26.9	27.7	26.2	27.0	27.6	28.8	26.5	28.6	25.7	27.1	27.8	24.7
27.1	26.4	27.2	27.3	27.0	27.7	27.6	26.2	24.7	27.2	23.8	27.4
29.5	26.4	25.8	26.7								

a) Calcule medidas de tendencia central y de variabilidad.
b) Estime los límites reales y comente si las botellas cumplen la resistencia mínima que se desea garantizar.
c) Obtenga un histograma, inserte la resistencia mínima e interprete ampliamente.
d) Con base en los análisis anteriores, dé su opinión sobre si el proceso cumple con la especificación inferior.
e) Comente acerca de cómo cree que sería el análisis en caso de los datos obtenidos por el método pasa-no-pasa para la misma variable, que se describió en el ejercicio anterior.

22. En una empresa que elabora productos lácteos se tiene como criterio de calidad para la crema que ésta tenga un porcentaje de grasa de 45 con una tolerancia de ±5. De acuerdo a los muestreos de los últimos meses se tiene una media de 44 con una desviación estándar de 1.3. Haga un análisis de capacidad para ver si se está cumpliendo con la calidad exigida, represente gráficamente sus resultados y comente los resultados obtenidos.

23. El volumen en un proceso de envasado debe estar entre 310 y 330 ml. De acuerdo a los datos históricos se tiene que $\mu = 318$ y $\sigma = 4$. ¿El proceso de envasado funciona bien en cuanto al volumen? Argumente su respuesta.

24. En la elaboración de una bebida se desea garantizar que el porcentaje de CO_2 (gas) esté entre 2.5 y 3.0. De los datos obtenidos del monitoreo del proceso se obtuvieron los siguientes 115 datos.

2.61	2.62	2.65	2.56	2.68	2.51	2.56	2.62	2.63	2.57	2.60	2.53
2.69	2.53	2.67	2.66	2.63	2.52	2.61	2.60	2.52	2.62	2.67	2.58
2.61	2.64	2.49	2.58	2.61	2.53	2.53	2.57	2.66	2.51	2.57	2.55
2.57	2.56	2.52	2.58	2.64	2.59	2.57	2.58	2.52	2.61	2.55	2.55
2.73	2.51	2.61	2.71	2.64	2.59	2.60	2.64	2.56	2.60	2.57	2.48
2.60	2.61	2.55	2.66	2.69	2.56	2.64	2.67	2.60	2.59	2.67	2.56
2.61	2.49	2.63	2.72	2.67	2.52	2.63	2.57	2.61	2.49	2.60	2.70

2.64	2.62	2.64	2.65	2.67	2.61	2.67	2.65	2.60	2.58	2.59	2.65
2.50	2.65	2.57	2.55	2.64	2.66	2.67	2.61	2.52	2.65	2.57	2.52
2.56	2.60	2.59	2.56	2.57	2.66	2.64					

a) Con medidas de tendencia central señale si la tendencia central de las mediciones es adecuada.
b) Calcule la desviación estándar y una aproximación de los límites reales y con base en éstos decida si la variabilidad de los datos es aceptable.
c) Obtenga un histograma e interprételo (tendencia central, variabilidad, acantilados, sesgos, etcétera).
d) Con la evidencia obtenida antes, cuál es su opinión sobre la capacidad del proceso referido.

Capítulo 3

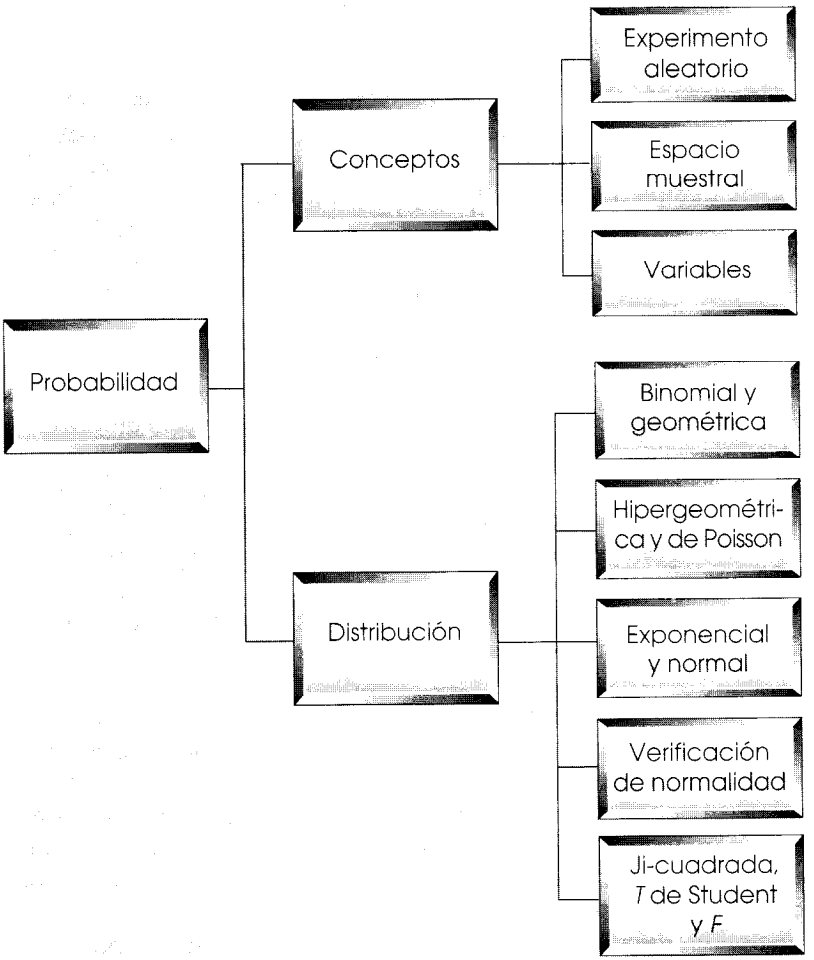
a la probabilidad

Sumario

- Conceptos de probabilidad
- Distribución binominal
- Distribución geométrica
- Distribución hipergeométrica
- Distribución de Poisson
- Distribución exponencial
- Distribución normal
- Verificación de normalidad (gráficas de probabilidad)
- Distribución ji-cuadrada
- Distribución *T* de Student
- Distribución *F*

Objetivos de aprendizaje

- Identificar los principales conceptos relativos a la probabilidad y la importancia de ésta en el control estadístico de calidad.
- Conocer las características y definiciones de las distribuciones: binominal, geométrica, hipergeométrica, de Poisson, exponencial y normal.
- Explicar la importancia del papel o gráfica de probabilidad para verificar la normalidad de un proceso.
- Describir las principales distribuciones que surgen del muestreo.


Probabilidad
Conceptos
Experimento aleatorio
Espacio muestral
Variables
Distribución
Binomial y geométrica
Hipergeométrica y de Poisson
Exponencial y normal
Verificación de normalidad
Ji-cuadrada, T de Student y F

Experimento aleatorio

Puede proporcionar diferentes resultados aun cuando se repita bajo condiciones similares.

Espacio muestral

Es el conjunto de resultados posibles de un experimento aleatorio.

Evento

Es un subconjunto del espacio muestral de un experimento aleatorio.

Variable aleatoria

Asocia un número a cada resultado de un experimento aleatorio.

Variable aleatoria discreta

Es una variable a la que se puede numerar los posibles valores que toma.

Distribución de probabilidad de X

Es una descripción del conjunto de los valores posibles de X con la probabilidad asociada a cada uno de estos valores.

En este capítulo presentamos una breve introducción a los conceptos de probabilidad, tales como variable aleatoria y distribución de probabilidad. En particular se estudian algunas funciones de distribución específicas, que son la base de muchos de los métodos del control estadístico y de Seis Sigma, como se hará evidente a lo largo del libro. Más que tratar el tema con profundidad, se pretende dar los elementos más básicos como una forma de hacer más autocontenido el libro. En el capítulo 13 se analizan algunas distribuciones de probabilidad adicionales a las que se verán en este capítulo.

CONCEPTOS DE PROBABILIDAD

El *experimento aleatorio* es aquel que puede proporcionar diferentes resultados aun cuando se repita siempre de la misma manera. Por ejemplo, la medición de las piezas fabricadas por un mismo proceso, la cantidad de llamadas que recibe un conmutador en un mismo lapso de tiempo. La probabilidad y la estadística estudian modelos (abstracciones de la realidad) que permiten variaciones en la salida de un sistema, aun cuando las variables que se controlan no cambien a propósito durante el estudio. Estos modelos se emplean para comprender, describir y cuantificar aspectos importantes del sistema y predecir la respuesta del sistema a diversas entradas.

Para modelar y analizar un experimento aleatorio, primero debe comprenderse el conjunto de resultados posibles del experimento. Este conjunto se conoce como *espacio muestral* del experimento (S). Un *evento* es un subconjunto del espacio muestral de un experimento aleatorio.

Interpretación de la probabilidad: es útil cuantificar la posibilidad de que se presente cierto resultado de un experimento aleatorio. $P(A) = 0.20$, es una afirmación que refleja una creencia sobre la posibilidad de que ocurra. Para ello se asigna un número del intervalo [0, 1], o un porcentaje del 0 al 100%. Entre más grande sea el número, mayor la probabilidad del resultado. $P(B) = 0$ y $P(C) = 1$, son el resultado imposible y el seguro. Así la probabilidad puede interpretarse como el grado de creencia de que ocurra el resultado.

En algunos experimentos aleatorios las descripciones de los resultados son suficientes, pero en otros es útil asociar un número con cada resultado del espacio muestral. Ya que el resultado del experimento no se conoce con anticipación, ocurre lo mismo con el valor (número) que toma la variable. A la asociación de un número con cada resultado de un experimento aleatorio se le conoce como *variable aleatoria*. Si la variable se denota con X, y sus valores por x. El conjunto de los posibles valores de la variable aleatoria X, recibe el nombre de *rango de* X.

Una variable aleatoria discreta, es una variable con un rango finito (o infinito numerable). Por ejemplo, el número de tornillos defectuosos en una muestra aleatoria de tamaño 15 o el número de errores de un operador industrial. Si el rango de una variable aleatoria X contiene un intervalo (finito o infinito) de números reales, entonces X es *una variable aleatoria continua*. Ejemplos de variables continuas son pesos, volúmenes, longitudes, voltajes, resistencia, ángulos, espesor, entre otros.

El evento que está formado por todos los resultados para los que $X = x$, se denota por $\{X = x\}$, y la probabilidad de éste por $P(X = x)$. La *distribución de probabilidad* de X o distribución de una variable aleatoria X es una descripción del conjunto de valores posibles de X (rango de X), junto con la probabilidad asociada a cada uno de estos

valores. La distribución se representa a través de una tabla que relacione resultados con probabilidades, o bien por medio de una fórmula.

En el caso discreto, la función $f(x) = P(X = x)$ que va del rango de X al intervalo $[0, 1]$ recibe el nombre de *función de probabilidad*, y cumple con las siguientes propiedades:

1. $f(x) = P(X = x)$ (la probabilidad la da la función $f(x)$)
2. $f(x) \geq 0$ para toda x (no hay probabilidades negativas)
3. $\sum_x f(x) = 1$ (la suma de las probabilidades de todos los posibles valores de X, es uno)

En el caso continuo, estas mismas propiedades se enuncian de la forma siguiente. Si $f(x)$ es una *función de densidad de probabilidades* de la variable aleatoria continua X, entonces, para cualquier intervalo de números reales $[x_1, x_2]$, se cumple

1. $f(x) \geq 0$
2. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$ (área bajo la curva es 1)
3. $P(x_1 \leq X \leq x_2) = \int_{x_1}^{x_2} f(u)\,du$ (la probabilidad es igual al área bajo la curva entre x_1 y x_2)

Media o valor esperado de una variable aleatoria

Si una distribución es un buen modelo, entonces a través de ella se encuentran las principales características del sistema (población o proceso), tales como su tendencia central y variabilidad. La media μ de una variable aleatoria discreta (o de su distribución de probabilidades) está dada por

$$\mu = E(X) = \sum_x xf(x) = \sum_x xP(X = x)$$

es decir, $E(X) = x_1p(x_1) + x_2p(x_2) + \ldots + x_n\,p(x_n)$, donde n es el número total de valores que puede tomar X. Mientras que su varianza se puede definir en términos del valor esperado como:

$$V(X) = E(X - \mu)^2 = E(X^2) - \mu^2 = \sigma^2$$

$$\sigma^2 = E(X - \mu)^2 = \sum_x (x - \mu)^2 f(x)$$

La función de distribución acumulada de una variable aleatoria discreta X, denotada por $F(x)$, es

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} f(x_i)$$

En el caso continuo, tenemos que

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Es frecuente que en control de calidad se den variables del tipo pasa, no pasa. Por ejemplo, un artículo cumple con especificaciones o no, una pieza resiste cierta fuerza o no, una lámpara está buena o no. Un experimento aleatorio donde el resultado de cada ensayo es uno de dos: "éxito" o "fracaso" se conoce como *experimento Bernoulli*. Un experimento aleatorio que consiste de una secuencia de n ensayos Bernoulli tales que:

Experimento Bernoulli

Ensayo aleatorio donde en cada realización ocurre sólo uno de dos resultados posibles. A uno de los resultados se le llama "éxito" y al otro "fracaso".

1. Los ensayos son independientes;
2. La probabilidad de éxito en cada ensayo, denotada por p, permanece constante,

recibe el nombre de *experimento binomial*. La variable aleatoria X que es igual al número de ensayos donde el resultado es un éxito, tiene una *distribución binomial* (n, p). La función de probabilidades de X es

$$f(x;n,p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \ldots, n$$

Distribución binomial (n, p)

Proporciona la probabilidad de observar x éxitos en una secuencia de n experimentos Bernoulli independientes con una probabilidad constante de éxito, p. Con $x = 0, 1, 2, \ldots, n$.

donde $\binom{n}{x} = \dfrac{n!}{x!(n-x)!}$ es el número de combinaciones de n elementos tomados de x en x. Aquí p es generalmente la proporción promedio de artículos defectuosos. Algunos ejemplos típicos para esta distribución son los siguientes:

- Un proceso produce 5% de piezas defectuosas. Sea X el número de piezas defectuosas en las siguientes 20 piezas producidas.
- En una zona marítima se ha determinado que el porcentaje de incidencia del *Vitrio cholerae* es de 20%. Sea X las muestras positivas en los siguientes 15 muestreos.
- En la prueba final de artículos electrónicos se tiene un historial de que 1% tiene alguna falla que es necesario reparar antes de liberarlo. Sea X la cantidad de artículos con fallas en los siguientes 50 inspeccionados.
- De los nacimientos en un hospital, sea X la cantidad de niños varones en los siguientes 10 nacimientos.

Si X es una variable aleatoria con distribución binomial (n, p), entonces

$$\mu = E(X) = np \text{ y } \sigma^2 = V(X) = np(1-p)$$

Es más adecuado para propósitos de interpretación trabajar con la proporción (X/n), en lugar de con el número X (de artículos defectuosos). Sea $\hat{p} = \dfrac{X}{n}$, entonces su distribución acumulada está dada por:

$$P(\hat{p} \le r) = P\left(\frac{X}{n} \le r\right) = P(X \le nr) = \sum_{x=0}^{[nr]} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

donde $[nr]$ es igual al entero más grande que es menor o igual a nr. La media de $\hat{p}$ es p y su varianza es $p(1-p)/n$. Esta distribución y sus correspondientes media y varianza; son las que se utilizan para calcular los límites de control de una carta p (véase capítulo 8).

EJEMPLO 3.1

En un proceso de fabricación que produce gran cantidad de artículos, se sabe que en promedio 2% de ellos son defectuosos. Los artículos son empacados en cajas de 10, y se quiere saber cuál es la probabilidad de que no haya ningún artículo defectuoso en cada caja. Si X es el número de artículos defectuosos por caja, entonces se quiere obtener $P(X = 0)$, lo cual es

$$P(X=0)\frac{10!}{0!(10-0)!}(0.02)^0(1-0.02)^{10-0} = (0.98)^{10} = 0.82$$

Por tanto, se espera que 82% de las cajas no tenga ningún artículo defectuoso. Mientras que el restante 18% tendrá al menos un defectuoso. Si se quisiera saber cuál es la probabilidad de que tengan exactamente un artículo defectuosos ($P(X = 1)$), entonces:

$$P(X=1)\frac{10!}{1!(10-1)!}(0.02)^1(1-0.02)^{10-1} = 10(0.02)(0.98)^9 = 0.167$$

Por lo que se espera que 16.7% de las cajas tendrá exactamente un artículo defectuoso. De manera similar se podría calcular cualquier otra probabilidad.

En la hoja de cálculo Excel se pueden evaluar probabilidades con la distribución binomial, para ello se utiliza la función:

DISTR.BINOM(x, n, p, valor lógico)

Donde x es el número de éxitos del que se quiere obtener la probabilidad, n es el número de ensayos independientes o tamaño de muestra, p es la probabilidad de éxito en cada ensayo (proporción de artículos defectuosos, por ejemplo) y el valor lógico puede ser cero o uno; si se pone un uno entonces se calcula la función acumulada $P(X \le x)$, y si es cero, se calcula $P(X = x)$.

Distribución geométrica

Proporciona la probabilidad de realizar X experimentos Bernoulli independientes con probabilidad constante de éxito a fin de obtener el primer éxito. $X = 1, 2, ...$

DISTRIBUCIÓN GEOMÉTRICA

En una serie de ensayos Bernoulli independientes, con probabilidad costante p de éxito, sea la variable aleatoria X el número de ensayos realizados hasta la obtención del primer éxito. Entonces X tiene *distribución geométrica* con parámetro p y

$$f(x; p) = (1 - p)^{x-1} p, \quad x = 1, 2, ...$$

Supongamos que cada llamada que hace una persona a una estación de radio muy popular tiene probabilidad de 0.02 de que la línea no esté ocupada. Supongamos que las llamadas son independientes. ¿Cuál es la probabilidad de que sea necesario llamar 10 veces para que entre la primera llamada?, justamente esta probabilidad la da la distribución geométrica, evaluada con $p = 0.02$, y $x = 10$. La media de esta distribución es igual a $1/p$, y la varianza es $(1 - p)/p^2$.

Distribución hipergeométrica

Da la probabilidad de obtener X éxitos en n experimentos Bernoulli donde no se mantiene la probabilidad de éxito constante.

DISTRIBUCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

Ésta se aplica en ciertos tipos de experimentos Bernoulli, en los que la probabilidad de éxito no se mantiene constante. Por ejemplo, un conjunto de N objetos contiene: K de ellos clasificados como éxitos y $N - K$ como fallas. Se extrae una muestra aleatoria (sin reemplazo) de tamaño n de tal conjunto, $n \leq N$. Sea X el número de éxitos en la muestra, entonces, X tiene una *distribución hipergeométrica*

$$f(x; N, K, n) = \frac{\binom{K}{x}\binom{N-K}{n-x}}{\binom{N}{n}}; \; x = 0, 1, 2, ..., \text{mín } (K, n)$$

Además se tiene que $\mu = np$, $\sigma^2 = np(1 - p)[(N - n)/(N - 1)]$ y $p = K/N$. Cuando n/N es menor que 0.1, la distribución binomial se aproxima bien a la hipergeométrica.

En Excel se pueden evaluar probabilidades de esta distribución, para esto se utiliza la función:

DISTR.HIPERGEOM(x, n, K, N)

Donde x es el número de éxitos en la muestra (del que se quiere encontrar la probabilidad), n es el tamaño de la muestra, K es el número de éxitos en la población, y N es el tamaño de la población o lote.

DISTRIBUCIÓN DE POISSON

Una situación frecuente en control de calidad es evaluar variables como las siguientes: número de defectos por artículo, número de defectos por metro cuadrado de tela, nú-

mero de defectos por unidad de área, número de impurezas en un líquido, número de errores de un trabajador. Todos los casos anteriores se pueden resumir así: número de eventos que ocurren por unidad (por unidad de área, por unidad de volumen, por unidad de tiempo, etcétera). Es frecuente que este tipo de variables tenga una distribución de Poisson, cuya función de distribución de probabilidades está dada por

$$f(x;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} \qquad x = 0, 1, 2, \ldots$$

donde $e = 2.718$ y ! es el símbolo factorial, además $\mu = \lambda$ y $\sigma^2 = \lambda$. Esta distribución se utiliza para calcular los límites de control de las cartas de control c y u (véase capítulo 8).

DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL

Una variable aleatoria continua tiene distribución exponencial si su función de densidad de probabilidades está dada por:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad \text{para } 0 \le x < \infty$$

Su media y varianza están dadas por $E(X) = 1/\lambda$ y $V(X) = 1/\lambda^2$. Esta distribución se utiliza frecuentemente para modelar tiempos. En particular el tiempo (o distancia) entre ocurrencias sucesivas de una proceso Poisson sigue esta distribución. Recordemos que con $F(x)$ se denota la distribución acumulada de probabilidades, y si X es el tiempo de vida de un artículo, entonces $F(x)$ proporciona la probabilidad de que la vida de un artículo sea menor que x. En el caso exponencial, tenemos que:

$$F(t) = P(0 < X < t) = \int_0^t f(x)\,dx = 1 - e^{-\lambda t}$$

Por ejemplo si $t = 1\,000$ y $\lambda = 0.001$, entonces $F(1\,000) = 0.6321$ (la probabilidad de que el artículo dure menos de 1 000 es de 0.6321). En el capítulo 13 veremos algunos detalles y usos adicionales de esta distribución.

DISTRIBUCIÓN NORMAL

Distribución normal

Es una distribución continua cuya densidad tiene forma de campana. Es muy importante tanto en la estadística teórica como en la aplicada.

La *distribución normal* es probablemente la distribución continua más importante, tanto en estadística teórica como aplicada. Si X es una variable aleatoria normal, entonces su función de densidad de probabilidades está dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \qquad \text{con } -\infty < x < \infty$$

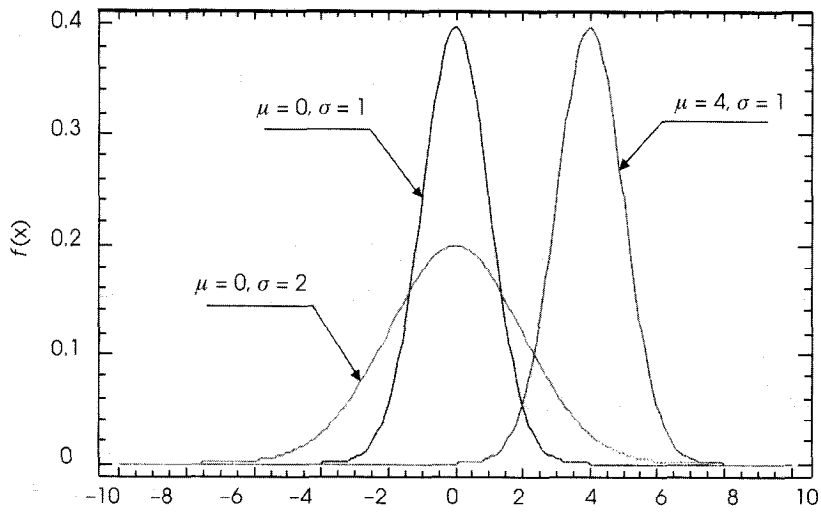


Figura 3.1 *Ejemplos de funciones de densidad de probabilidades normal. Nótese cómo la media proporciona la localización y la desviación estándar la dispersión.*

donde μ es su media, y σ su desviación estándar. Al graficar la función $f(x)$ se obtiene una gráfica simétrica y unimodal, y tiene una forma similar a una campana (véase figura 3.1). El centro de ésta coincide con μ, y la amplitud la determina σ.

Propiedades de la distribución normal

Si X es una variable aleatoria con distribución normal (μ, σ), entonces se cumple que:

1. $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = 0.6827$
2. $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) = 0.9545$
3. $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) = 0.9973$
4. $P(X = a) = 0$ para cualquier número a.

Estas propiedades señalan la proporción de la distribución normal que se localiza en torno a la media μ. Por ejemplo, entre más menos una desviación estándar de la media se ubica el 68.27% del área. De hecho éstas son las propiedades que se utilizan para calcular los límites de control en una carta de medias, e inspiran la forma que se calculan los límites en las otras cartas.

Teorema central del límite

Una de las razones por las que la distribución normal es tan importante es por este teorema, que en un caso particular afirma: sea $x_1, x_2, ..., x_n$ una muestra aleatoria de cualquier población, y sea $\bar{X}$ la media muestral, entonces, independientemente de como sea la distribución de la población de donde se extrajo la muestra, la distribución de $\bar{X}$ se aproxima a la normal conforme n crece. Cuando la distribución de donde proviene la muestra no sea radicalmente distinta a la normal, entonces la aproximación empieza a ser buena para tamaños de muestra mayores o iguales que $n = 4$. En caso de que sea muy diferente se requieren tamaños de muestra mayores.

Cálculo de probabilidades

Si una variable aleatoria X se distribuye normal con media μ y desviación estándar σ, y se quiere encontrar la probabilidad de que esta variable tome valores entre dos números cualesquiera, a y b por ejemplo, entonces lo que se tiene que hacer es calcular el área bajo la curva entre a y b. Lo que se puede hacer mediante métodos numéricos, ya que la integral de la función de distribución no tiene solución analítica. Cuando es una distribución normal $\mu = 0$ y $\sigma^2 = 1$, entonces a la distribución se le conoce como distribución normal estándar.

Estandarizar una variable es fácil, puesto que si X tiene una distribución normal con $E(X) = \mu$ y $V(X) = \sigma^2$, entonces la variable (estandarizada)

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

se distribuye normal estándar:

$$P(X \leq x) = p\left(\frac{X - \mu}{\sigma} \leq \frac{x - \mu}{\sigma}\right) = P(Z \leq z)$$

De esta forma basta tener una tabla para la distribución normal estándar, para con base en ella calcular probabilidades para cualquier distribución normal. Precisamente en la tabla A2 del apéndice está tabulada la probabilidad acumulada para diferentes valores del rango de una variable aleatoria Z con distribución normal estándar.

Uso de Excel. Se puede utilizar la hoja de cálculo de Excel (o algo equivalente) para calcular las probabilidades con la distribución normal. Para ello se utiliza la siguiente función:

DISTR.NORM(x, media, desv_estándar, acum)

Donde en la celda x se da el valor de referencia para el cálculo de probabilidades ($P(X \leq x)$), en *media* se da el valor de la media, μ, de la distribución normal con la que se quiere obtener probabilidades, y en *desv_estándar* se declara el valor de la desviación estándar, σ, de la distribución normal. Finalmente *acum* es un valor lógico que determina la forma de la función, si el argumento *acum* es VERDADERO (se da un 1), la función

DISTR.NORM devuelve la función de distribución acumulada ($P(X \leq x)$); si es FALSO (se da un 0), devuelve la función de densidad de probabilidad, es decir, da $f(x)$.

Uso de Statgraphics. Este sistema contiene varias opciones en cuanto a las distribuciones de probabilidad. Para acceder a ellas se selecciona la siguiente secuencia de procedimientos:

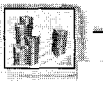
DESCRIBE... DISTRIBUTIONS

Después de lo cual aparecen las siguientes opciones:

- Probability Distributions (cálculo de probabilidades y obtención de gráficas)
- Probability Plots (verificar si ciertos datos siguen una distribución específica)
- Distribution Fitting (ajustar una distribución a unos datos)

Se elige el procedimiento y se señala la distribución de interés. Después se ven las opciones tabulares y gráficas que contiene cada procedimiento. A partir de ahí se elige lo que se desea y se completa la información necesaria.

EJEMPLO 3.2



Se sabe que la dimensión de una pieza se distribuye normal con media $\mu = 82.0$ mm, y $\sigma = 0.5$. Se desea calcular el porcentaje de piezas que cumplen con especificaciones 82 ± 1. Lo que se puede obtener calculando la siguiente probabilidad:

$$P(81 < X < 83) = P(X < 83) - P(X < 81)$$

Para calcular cada una de estas probabilidades, se estandariza:

$$P(X < 83) = P\left(Z < \frac{83-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z < \frac{83-82}{0.5}\right) = P(Z < 2.0)$$

y se localiza en la tabla A2 el valor de probabilidad correspondiente a $z = 2.0$, que se ubica en la columna de z en el valor de 2.00 y la columna 0.00, donde aparece la probabilidad que se busca que es 0.977. Para calcular $P(X < 81)$ se procede igual, nada más que al restarle la media da un número negativo, y en ese caso para poder utilizar la tabla A2 del apéndice se usa una de las propiedades de simetría de la distribución normal, de la siguiente manera:

$$P(Z < -a) = 1 - P(Z < a)$$

para cualquier número a. Aplicando esto se obtiene que

$$P(X < 81) = P(Z < -2) = 1 - P(Z < 2) = 1 - 0.977 = 0.023$$

Por tanto, la probabilidad de que X esté dentro de especificaciones es (0.977 – 0.023) = 0.954. Así, se espera que 95.4% de las piezas cumpla con las especificaciones.

En Excel el cálculo de $P(81 < X < 83) = P(X < 83) - P(X < 81)$, se haría como sigue:

= DISTR.NORM(83, 82, 0.5, 1)– DISTR.NORM(81, 82, 0.5, 1)

En el capítulo 13 veremos algunos detalles y usos adicionales de esta distribución.

VERIFICACIÓN DE NORMALIDAD (GRÁFICAS DE PROBABILIDAD)

Un supuesto, en muchos procedimientos que se describen en este libro, es que ciertos datos proceden de una distribución normal. Existen muchas pruebas para verificar normalidad, entre las que podemos mencionar: Ji-cuadrada para bondad de ajuste, Kolmogorov, Shapiro-Wilks, Anderson-Darling. Casi cualquier sistema computacional estadístico incluye una o varias de estas pruebas. Por ejemplo, con Statgraphics se pueden desarrollar todas las pruebas anteriores además de otras pruebas gráficas, para ello se aplica la siguiente secuencia:

Gráfica de probabilidad

Procedimiento que permite determinar si los datos muestrales se ajustan a una distribución específica.

DESCRIBE... DISTRIBUTIONS... DISTRIBUTION FITTING

En particular uno de los métodos gráficos de mayor uso, sobre todo en diseño de experimentos, confiabilidad y en Seis Sigma, es la gráfica de probabilidad (algunos autores por razones históricas le llaman papel logarítmico).

Gráfica de probabilidad para verificar normalidad

La *gráfica de probabilidad* es un procedimiento que permite determinar en forma visual si los datos muestrales se ajustan a una distribución específica. La gráfica de probabilidad es una gráfica del tipo X-Y cuyas escalas son determinadas en función de la distribución elegida. Incluso estas gráficas (con sus escalas) pueden conseguirse en forma de papel para las distribuciones más utilizadas (normal, log-normal, Weibull, etcétera), véase capítulo 13 para mayores detalles.

Supongamos que se tienen los siguientes datos en la muestra: $x_1, x_2, \ldots, x_n$, y que se desea construir una gráfica de probabilidad para verificar que estos datos siguen cierta distribución. Para ello primero se ordenan los datos de menor a mayor, denotemos al dato más pequeño con $x_{(1)}$, al segundo más pequeño con $x_{(2)}$ y así sucesivamente al más grande se le denotará con $x_{(n)}$. Enseguida, los datos ordenados $x_{(j)}$ se grafican contra la

frecuencia acumulada observada $(j-0.5)/n$ (distribución empírica) en el papel de probabilidad apropiado a la distribución que se quiere probar.

Si la distribución propuesta describe de manera adecuada los datos, los puntos en la gráfica tenderán a ubicarse a lo largo de una línea recta, y si los puntos se desvían significativamente de una línea recta, entonces eso será evidencia de que los datos no siguen tal distribución. El hecho de que los datos sigan una línea recta es una decisión subjetiva, pero cuando la desviación de la distribución propuesta es fuerte da resultados adecuados.

Si no se cuenta con papel de probabilidad, entonces es posible hacer la gráfica de probabilidad sobre papel ordinario transformando ya sea la frecuencia acumulada y/o los datos ordenados. Por ejemplo, en el caso de la distribución normal se grafica $x_{(j)}$ contra los puntajes normales estandarizados $z_{(j)}$ que satisfacen la siguiente igualdad:

$$\frac{j-0.5}{n} = P(Z \leq z_{(j)}) = \Phi(z_{(j)})$$

donde $\Phi(z)$ es la distribución normal estándar (media = 0 y desviación estándar = 1). Veamos el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 3.3

El peso que deben contener ciertas bolsas de detergente es de 750 g, con una tolerancia de ± 5 g. Se hace un análisis de la capacidad del proceso de llenado, por lo que se desea verificar si es razonable que la distribución del peso es normal. Se toma una muestra aleatoria de 25 productos, se pesan y se obtienen los siguientes datos:

750.0	749.3	752.5	748.9	749.9	748.6	750.2	748.4	747.8	749.3	749.6	749.0	747.7
748.3	750.5	750.6	750.0	750.4	752.0	750.2	751.4	750.9	752.4	751.7	750.6	

Lo primero que se debe hacer es ordenar estos datos de menor a mayor, como se aprecia en la segunda columna de la tabla 3.1. En esta misma tabla se calculan los otros elementos para obtener la gráfica de probabilidad normal. Por ejemplo, en la última columna están los puntajes estandarizados, que no son otra cosa que la imagen inversa de la distribución normal estándar de la frecuencia acumulada; en Statgraphics esto se puede calcular con la función INVNORMAL (frecuencia, 0, 1), o en Excel se puede calcular con la función DISTR.NORM.ESTAND.INV (frecuencia).

Con los cálculos de la tabla 3.1, lo que sigue es graficar a $x_{(j)}$ contra $z_{(j)}$ en una gráfica tipo $X - Y$. En la figura 3.2 se muestra esta gráfica, en donde se ha dibujado una línea recta que pase lo más cerca posible de los puntos. Al dibujar esta línea se debe hacer mayor caso en los puntos que están en la parte media de la gráfica, que a los puntos que se encuentran en los extremos. De la gráfica se aprecia que prácticamente todos los puntos siguen la línea recta (excepto quizás en más grande), por lo que no hay evidencia de que los datos no vengan de una distribución normal.

Tabla 3.1 Elementos para la obtención de una gráfica de probabilidad normal.

Número j	Datos ordenados x_j	Frecuencia acumulada $(j-0.5)/25$	Puntos normales estandarizados $z_{(j-0.5)/25}$
1	747.7	0.02	-2.05
2	747.8	0.06	-1.55
3	748.3	0.10	-1.28
4	748.4	0.14	-1.08
5	748.6	0.18	-0.92
6	748.9	0.22	-0.77
7	749.0	0.26	-0.64
8	749.3	0.30	-0.52
9	749.3	0.34	-0.41
10	749.6	0.38	-0.31
11	749.9	0.42	-0.20
12	750.0	0.46	-0.10
13	750.0	0.50	0.00
14	750.2	0.54	0.10
15	750.2	0.58	0.20
16	750.4	0.62	0.31
17	750.5	0.66	0.41
18	750.6	0.70	0.52
19	750.6	0.74	0.64
20	750.9	0.78	0.77
21	751.1	0.82	0.92
22	751.4	0.86	1.08
23	752.0	0.90	1.28
24	752.4	0.94	1.55
25	752.5	0.98	2.05

En la figura 3.3 se muestran cuatro casos en los que los datos no vienen de una distribución normal, y como se aprecia en la mayoría de ellas es claro que los puntos no siguen una línea recta; por lo que la gráfica de probabilidad en estos casos estaría detectando que los datos no siguen una distribución normal. En el capítulo 13 veremos algunos conceptos adicionales de las gráficas de probabilidad, incluyendo otras distribuciones.

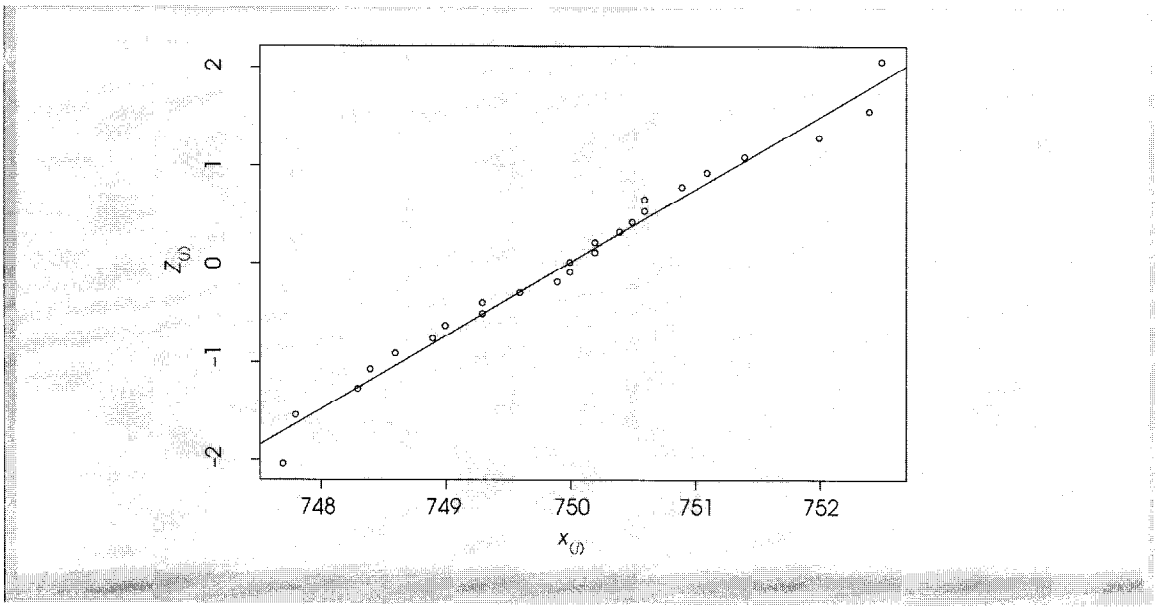


Figura 3.2 *Gráfica de probabilidad normal, ejemplo 3.3.*

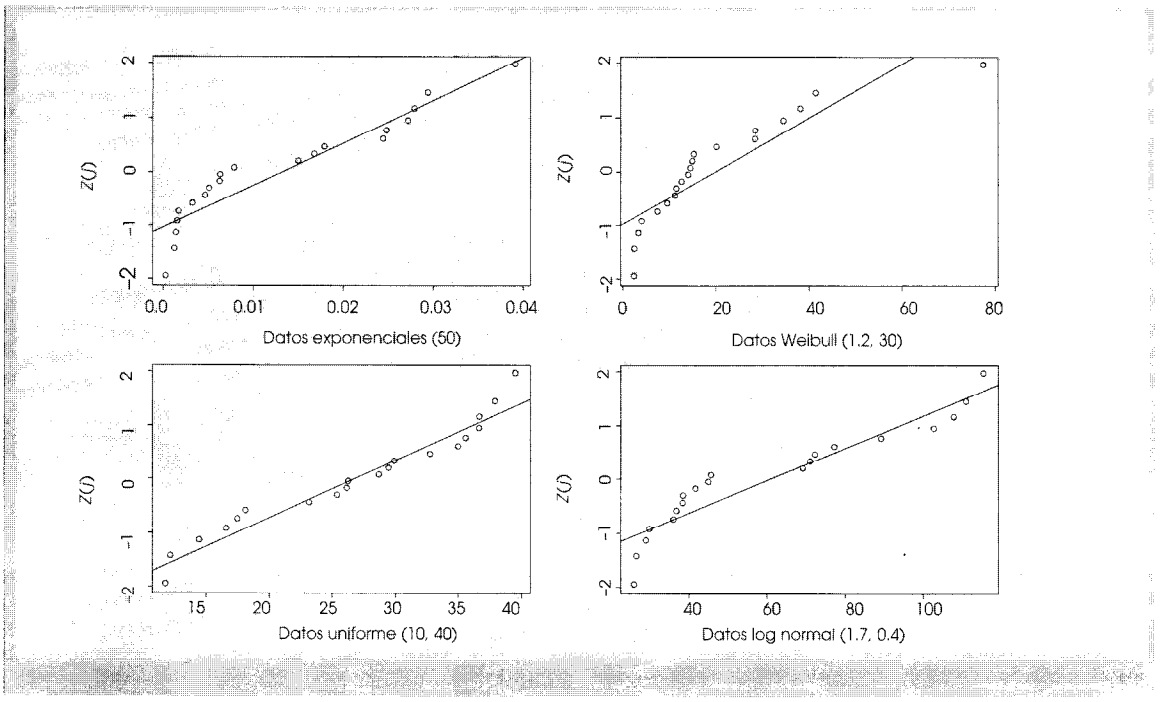


Figura 3.3 *Datos anormales en la gráfica de probabilidad normal.*

DISTRIBUCIÓN JI-CUADRADA

Sean $Z_1, Z_2, ..., Z_k$ variables aleatorias independientes, con distribución normal estándar ($\mu = 0$ y $\sigma^2 = 1$), entonces la variable aleatoria

$$\chi^2 = Z_1^2 + Z_2^2 + \cdots + Z_k^2$$

sigue una distribución ji-cuadrada con k grados de libertad, y su función de densidad de probabilidad está dada por:

$$f(x) = \frac{1}{2^{k/2}\Gamma(k/2)} x^{(k/2)-1} e^{-x/2}, \quad \text{para } x > 0$$

donde $\Gamma(.)$ es la función gama, que está definida por

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty y^{\alpha-1} e^{-y} dy$$

Si α es un número entero, entonces $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!$. La media y varianza de una distribución ji-cuadrada con k grados de libertad están dadas por, $E(X) = k$ y $\sigma^2 = 2k$. De particular relevancia es la distribución ji-cuadrada para hacer inferencias sobre la desviación estándar, σ, de una población con distribución normal, ya que si se obtiene una muestra de tamaño n, entonces el estadístico:

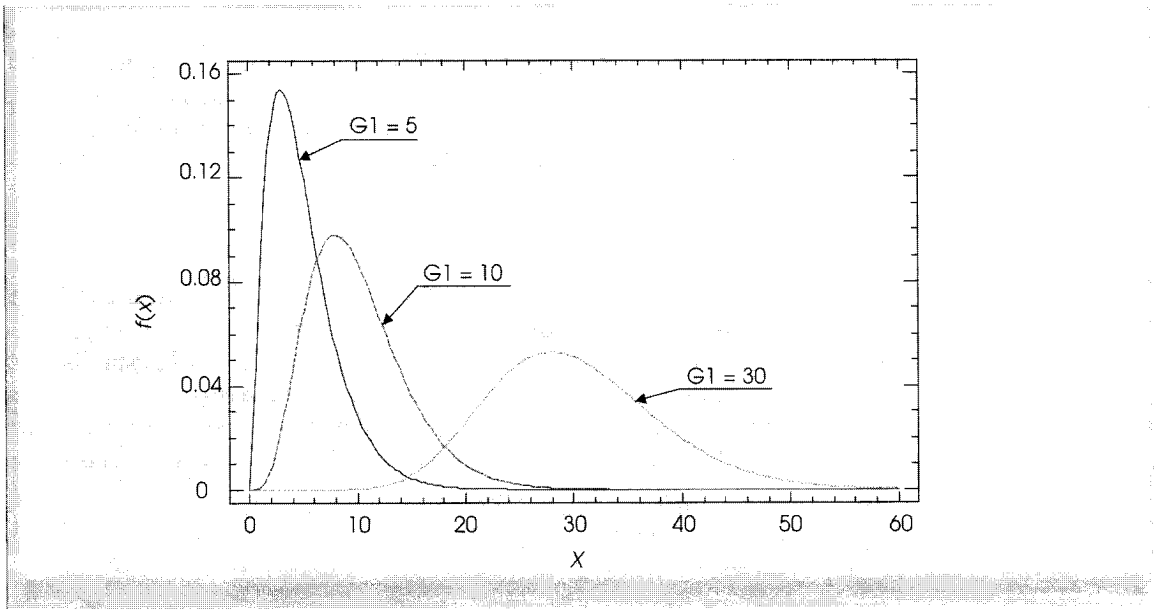


Figura 3.4 *Ejemplos de densidades de la distribución ji-cuadrada. Conforme crecen los grados de libertad se aproxima a una distribución normal.*

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

tiene una distribución ji-cuadrada con $n-1$ grados de libertad (S^2, es la varianza muestral). En la figura 3.4 se muestra la gráfica de densidades ji-cuadrada para diferentes grados de libertad, y en la tabla A3 del apéndice se dan valores para los diferentes cuantiles de esta distribución.

DISTRIBUCIÓN *T* DE STUDENT

Sea Z una variable aleatoria con distribución normal estándar y sea V una variable aleatoria con distribución ji-cuadrada con k grados de libertad. Si Z y V son independientes, entonces la variable aleatoria

$$T = \frac{Z}{\sqrt{V/k}}$$

tiene una distribución T con k grados de libertad, cuya función de densidad de probabilidad está dada por

$$f(x) \frac{\Gamma\left(\begin{matrix} k+1 \\ 2 \end{matrix}\right)}{(\pi k)^{1/2}\Gamma(k/2)\left(1+\begin{matrix} x^2 \\ k \end{matrix}\right)^{(k+1)/2}} \quad \text{con } -\infty < x < \infty$$

La media y varianza de una distribución T de Student con k grados de libertad están dadas por, $E(X) = 0$ y $\sigma^2 = k(k-2)$ para $k > 2$. Una de las principales aplicaciones de la distribución T de Student es fundamentar las inferencias sobre una media de una población, μ. Debido a que si se obtiene una muestra aleatoria de tamaño n de una población cuya distribución es normal, entonces el estadístico

$$T = \frac{\overline{X} - \mu}{S/n}$$

tiene una distribución T con $n-1$ grados de libertad. En la figura 3.5 se muestra la gráfica de densidades T para diferentes grados de libertad, y en la tabla A4 del apéndice se dan valores para los diferentes cuantiles o puntos críticos de esta distribución.

En Excel se pueden obtener los cuantiles y áreas de la distribución T de Student mediante las funciones *Distr.T.Inv* y *Distr.T*, respectivamente. Se debe cuidar el hecho de que la función *Distr.T.Inv* arroja valores considerando las dos colas de la distribución.

DISTRIBUCIÓN *F*

Sean W y Y variables aleatorias ji-cuadrada independientes con u y v grados de libertad, respectivamente. Entonces el cociente

$$F = \frac{W/u}{Y/v}$$

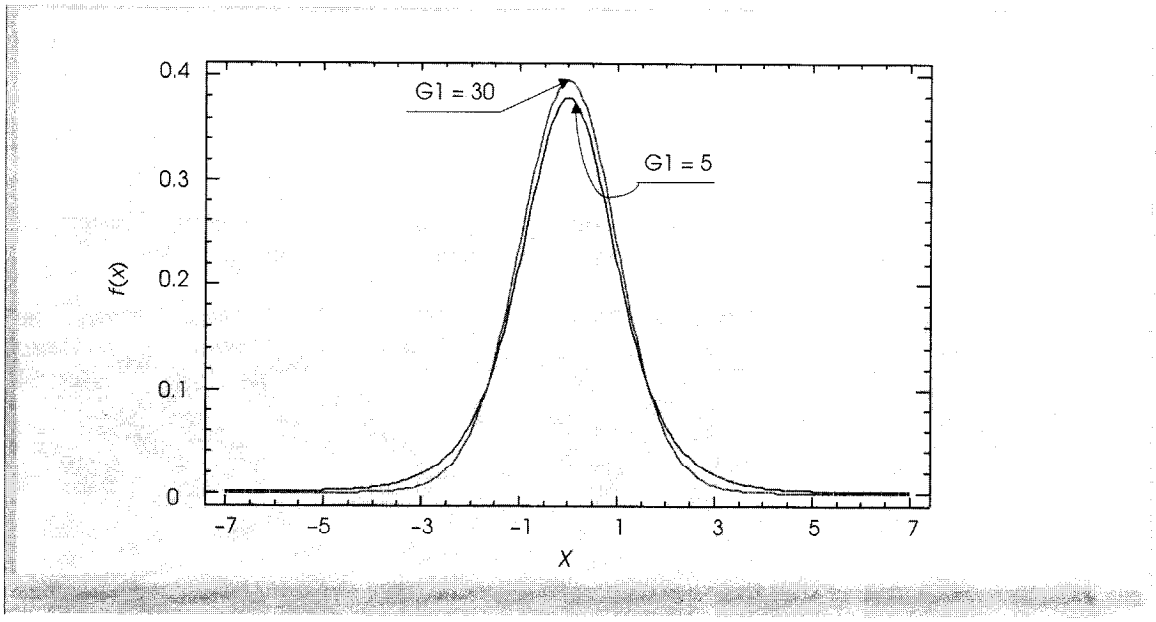


Figura 3.5 *Ejemplos de densidades de la distribución* T *de Student. Esta distribución es similar a la normal (0, 1), excepto que tiene colas más pesadas.*

tiene una distribución F con u grados de libertad en el numerador, y v en el denominador, cuya función de densidad de probabilidad está dada por

$$f(x)\frac{\Gamma\left(\begin{array}{c}u+v\\2\end{array}\right)\left(\begin{array}{c}u\\v\end{array}\right)^{u/2}x^{(u/2)-1}}{\Gamma\left(\begin{array}{c}u\\2\end{array}\right)\Gamma\left(\begin{array}{c}v\\2\end{array}\right)\left[\left(\begin{array}{c}u\\v\end{array}\right)x+1\right]^{(u+v)/2}},\quad 0<x<\infty$$

La media y varianza de una distribución F con u y v grados de libertad, en el numerador y en el denominador, respectivamente; son $E(X) = v/(v-2)$ para $v > 2$ y

$$\sigma^2=\frac{2v^2(u+v-2)}{u(v-2)^2(v-4)},\quad v>4$$

En la figura 3.6 se muestra la gráfica de densidades F para diferentes grados de libertad, en las que se puede observar que tiene una apariencia similar a la distribución ji-cuadrada, excepto que la distribución F se encuentra centrada respecto a 1, y los dos parámetros le dan mayor flexibilidad. En la tabla A5 del apéndice se dan valores para los diferentes cuantiles o puntos críticos de esta distribución. Una de las razones de la importancia de la distribución F es que es de especial utilidad para hacer inferencia cuando se comparan varianzas. Ya que si se tienen dos poblaciones con distribución normal y varianzas σ_1^2 y σ_2^2, respectivamente, y se toman muestras aleatorias de cada población, de tamaño n_1 y n_2, respectivamente. Entonces la variable aleatoria formada por el siguiente cociente

$$F = \frac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_2^2}$$

sigue una distribución F con n_1 y n_2 grados de libertad en el numerador y denominador, respectivamente. Donde S_1^2 y S_2^2 son las varianzas muestrales.

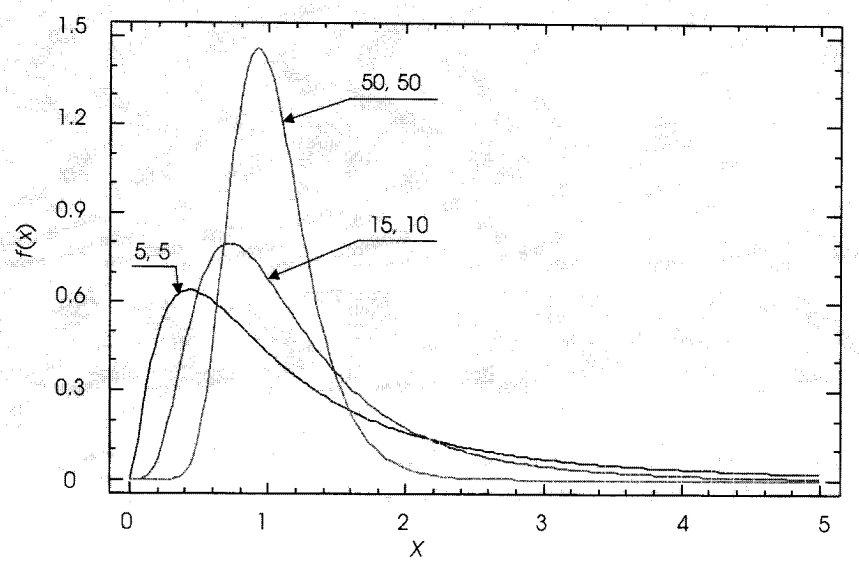


Figura 3.6 *Ejemplos de densidades de la distribución* F.

CONCEPTOS CLAVE

- Experimento aleatorio
- Espacio muestral
- Evento
- Variable aleatoria
- Variable aleatoria discreta
- Distribución de probabilidad
- Experimento Bernoulli
- Distribución binomial
- Distribución geométrica
- Distribución hipergeométrica
- Distribución normal
- Gráfica de probabilidad

PREGUNTAS Y EJERCICIOS

1. Señale qué es una variable aleatoria y dé un par de ejemplos de variables aleatorias discretas y otro par de continuas.
2. ¿Qué es una distribución de probabilidad?
3. ¿Qué es una función de densidad de probabilidades y qué requisitos debe cumplir?
4. Explique en cada caso qué tipo de variables siguen distribución binomial, de Poisson e hipergeométrica.
5. ¿Cuál es la relación entre la distribución normal y la distribución ji-cuadrada?
6. ¿Cómo se relaciona la distribución T de Student y la ji-cuadrada?
7. El departamento de compras inspecciona un pedido de 500 piezas eléctricas, para ello toma una muestra aleatoria de 20 de ellas y se prueban. El vendedor asegura que el porcentaje de piezas defectuosas es sólo de 5%, así, suponiendo el peor de los casos según el vendedor, $p = 0.05$, responda:
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que el porcentaje de defectuosos muestral sea mayor a 10%?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener una o menos piezas defectuosas?
8. Un proceso de producción de partes trabaja con un porcentaje promedio de defectos de 5%. Cada hora se toma una muestra aleatoria de 18 artículos y se prueban. Si la muestra contiene más de un defecto el proceso deberá detenerse.
   a) Calcule la probabilidad de que el proceso se detenga debido al esquema de muestreo.
   b) ¿Con lo contestado en *a* el esquema de muestreo es adecuado o generará demasiadas interrupciones?
9. Un fabricante de calculadoras electrónicas desea estimar la proporción de unidades defectuosas producidas, para ello toma una muestra aleatoria de 250 y encuentra 25 defectuosas. Con base en esto el fabricante afirma que el porcentaje de calculadoras defectuosos que se produce es de 10%, ¿es verdad esta afirmación? Argumente.
10. Una máquina realiza cortes de manera automática de ciertas tiras metálicas con media $\mu = 40.1$ cm y una desviación estándar 0.2 cm. La medida óptima de tales tiras debe ser de 40 cm con una tolerancia de más menos 0.5 cm. Suponiendo distribución normal, estime el porcentaje de las tiras que cumple con las especificaciones.
11. Verifique si los siguientes datos se ajustan bien a una distribución normal.

2.51	2.29	2.31	2.19	2.09	2.48	2.65	2.50	2.48	2.27	2.26	2.86
3.73	2.98	1.08	2.25	2.10	3.30	3.15	2.27	2.23	2.61	2.11	5.70
2.31	2.00	2.35	1.76	2.91	1.84	2.09	2.78	2.32	2.59	1.87	2.59
2.07	3.10	2.32	2.59	2.42	2.04	2.13	1.98	2.02	2.18	2.26	2.10
2.69	2.60										

Capítulo 4

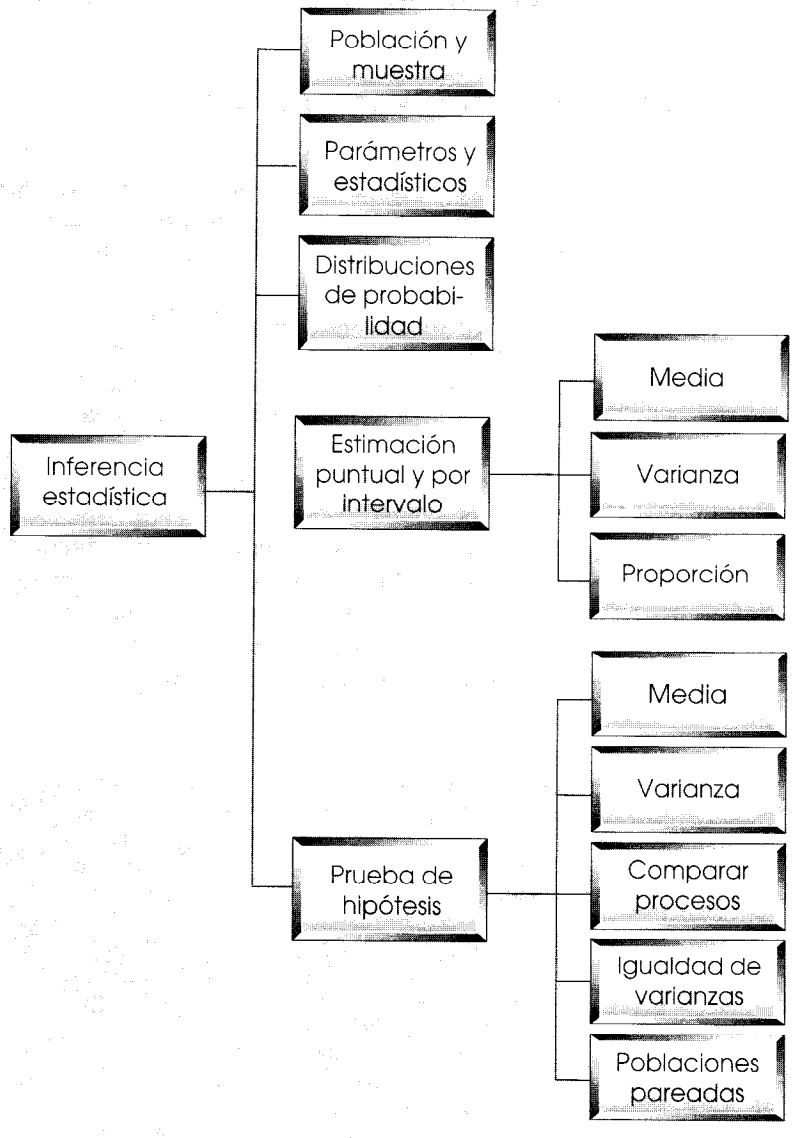
Elementos de inferencia estadística

Sumario

- Conceptos elementales de inferencia estadística
- Distribuciones de probabilidad en inferencia estadística
- Estimación puntual y por intervalo
- Conceptos básicos de prueba de hipótesis
- Prueba para la media
- Prueba para la varianza
- Tres criterios de rechazo o aceptación equivalentes
- Hipótesis para dos medias: comparación de dos procesos o poblaciones
- Prueba para la igualdad de varianzas
- Poblaciones pareadas (comparación de dos medias con muestras dependientes)
- Uso de Statgraphics y Excel

Objetivos de aprendizaje

- Identificar los principales conceptos de inferencia estadística.
- Conocer el papel de las distribuciones de probabilidad y la estimación puntual y por intervalo en la inferencia estadística.
- Describir las pruebas para la media y para la varianza, así como los criterios de aceptación y rechazo para una hipótesis.
- Comparar procesos y hacer pruebas para la igualdad de varianzas y para poblaciones pareadas.


Inferencia estadística
Población y muestra
Parámetros y estadísticos
Distribuciones de probabilidad
Estimación puntual y por intervalo
Media
Varianza
Proporción
Prueba de hipótesis
Media
Varianza
Comparar procesos
Igualdad de varianzas
Poblaciones pareadas

A continuación veremos los aspectos esenciales de teoría estadística en los que se apoyan varios de los métodos del control estadístico de calidad y Seis Sigma. Una revisión al contenido de este capítulo dará mayor comprensión de las metodologías estadísticas que se describen en este libro.

Población

Colección o totalidad de posibles individuos u objetos de interés sobre los que se hace un estudio.

CONCEPTOS ELEMENTALES DE INFERENCIA ESTADÍSTICA

Población y muestra, parámetros y estadísticos

Parámetros

Características que mediante su valor numérico ayudan a describir a un conjunto de elementos o individuos.

Muestra representativa

Parte de una población, seleccionada adecuadamente, que conserva las características más importantes de dicha población.

Una *población* es una colección o totalidad de posibles individuos, especímenes, objetos o medidas de interés sobre los que se hace un estudio con el fin de acrecentar el conocimiento que se tiene acerca de ellos. Las poblaciones pueden ser finitas o infinitas. Si es finita y pequeña se pueden medir todos los individuos para tener un conocimiento "exacto" de las características (*parámetros*) de esa población. Por ejemplo, un parámetro que podría ser de interés es la proporción p de productos defectuosos, o la media, μ, de alguna variable que se le mida a los productos. Si la población es infinita o grande es imposible e incosteable medir a todos los individuos, por lo que se tendrá que sacar una *muestra representativa* de dicha población y con base en las características medidas en la muestra (*estadísticos*) se podrán hacer afirmaciones acerca de los *parámetros* de la población (figura 4.1).

En la industria las poblaciones de interés son los materiales, los productos terminados, partes o componentes, procesos, etc. En muchos casos estas poblaciones se pueden suponer infinitas o grandes. Por ejemplo, en empresas con producción masiva es imposible o al menos impráctico medir cada pieza de material que llega, o las propiedades de cada producto terminado. Incluso si la producción no es masiva, convie-

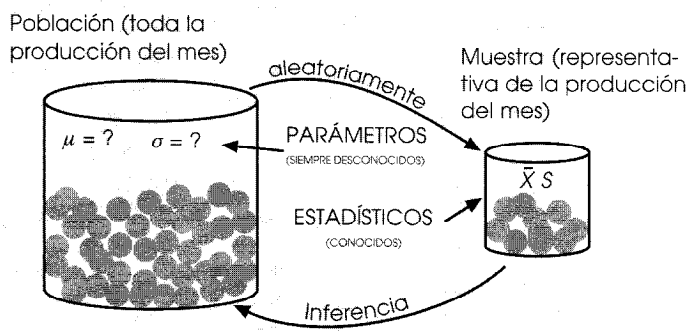


Figura 4.1 *Relación entre población y muestra, y parámetros y estadísticos.*

ne imaginar al proceso como una población infinita o muy grande, debido a que el flujo del proceso no se detiene, es decir, no existe el último artículo producido mientras la empresa siga operando. En estos casos los procesos se estudian mediante muestras de artículos extraídos en algún punto del proceso.

Un asunto importante será lograr que las muestras sean representativas, en el sentido que contengan los aspectos claves que se desean analizar a la población. Una forma de lograr esa representatividad es diseñar adecuadamente un muestreo aleatorio (azar), donde la selección no se haga con algún sesgo en una dirección que favorezca la inclusión de ciertos elementos en particular, sino que todos los elementos de la población tengan las mismas oportunidades de ser incluidos en la muestra. Existen varios métodos de muestreo aleatorio, por ejemplo el simple, el estratificado, el muestreo sistemático y por conglomerados; cada uno de ellos logra muestras representativas en función de los objetivos del estudio y de ciertas circunstancias y características particulares de la población (véase Gutiérrez Pulido, 1997).

Inferencia estadística

Inferencia estadística

Se refiere a hacer afirmaciones válidas acerca de la población o proceso con base en la información contenida en una muestra.

La *inferencia estadística* tiene como objetivo hacer afirmaciones válidas acerca de la población o proceso con base en la información contenida en una muestra. En la industria, estas afirmaciones tienen por objetivo coadyuvar en la toma de decisiones

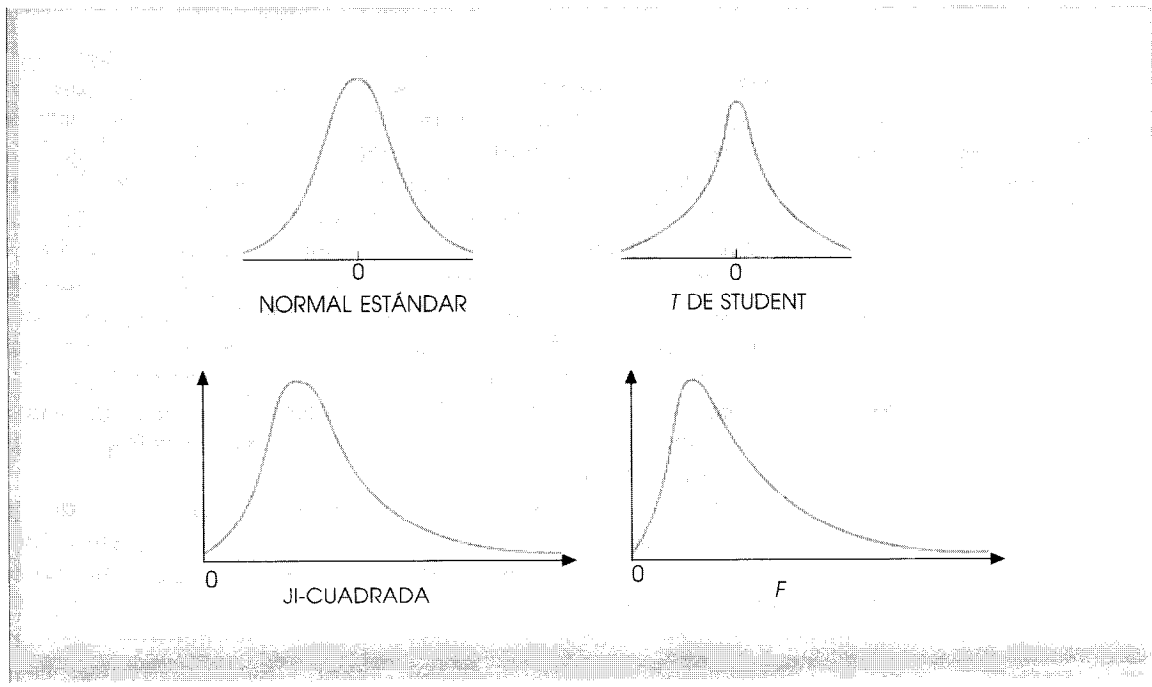


Figura 4.2 *Representación gráfica de las distribuciones de probabilidad de más uso en inferencia.*

para mejorar el desempeño de todos los procesos de la organización. La inferencia estadística, que por lo general se divide en estimación y prueba de hipótesis, se apoya en cantidades o estadísticos calculados de las observaciones en la muestra. Un *estadístico* se define como cualquier función de los datos muestrales que no contiene parámetros desconocidos. Un ejemplo de estadístico es la media muestral $\bar{X}$, con la cual se trata de hacer afirmaciones sobre la media, μ, que es un parámetro poblacional.

Estadístico

Medición o cálculo que se obtiene a partir de un conjunto de datos con el objetivo de conocer sus características más relevantes.

Un aspecto clave en la interpretación y uso de cualquier estadístico es que es una variable aleatoria, ya que su valor depende de los elementos que son seleccionados en la muestra, y por tanto varía de una muestra a otra. La forma de tomar en cuenta este hecho es conocer la distribución de probabilidad de cada estadístico. Esto, como se verá más adelante, permitirá que conociendo la distribución de probabilidad del estadístico se podrán hacer estimaciones acerca de cuál es el valor del parámetro poblacional, y también se podrá probar o verificar la validez de hipótesis o conjeturas que se tengan sobre la población o proceso. Por ejemplo, un proveedor puede afirmar que el porcentaje de su producto que no cumple con especificaciones es de 0.1%, e interesaría investigar si esta afirmación se puede tomar como verdadera.

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD EN INFERENCIA ESTADÍSTICA

Distribución de una variable aleatoria X

Descripción del conjunto de los valores posibles de X, con la probabilidad asociada a cada uno de estos valores.

Recordemos del capítulo anterior que una *distribución de probabilidad* o la *distribución de una variable aleatoria* X es una descripción del conjunto de los valores posibles de X (rango de X), con la probabilidad asociada a cada uno de estos valores. La distribución se representa a través de una tabla que relaciona los valores posibles con la probabilidad de que ocurra cada uno de esos valores, o también se representa por medio de una función en forma de fórmula. Por ejemplo, sea $\bar{X}$ la variable aleatoria dada por el estadístico media muestral; entonces, al conocer su distribución de probabilidad podremos saber cuáles son los valores que puede tomar $\bar{X}$ y cuáles de estos valores son más probables. En otras palabras, la distribución de probabilidad de la media muestral $\bar{X}$ indica qué valores se espera que tome $\bar{X}$, de acuerdo con los supuestos que se han asumido. De esta forma la distribución de probabilidad hace que lo aleatorio no sea capricho y modela (describe, acota) los posibles valores de un estadístico muestral, con lo que al observar una realización específica de un estadístico se puede corroborar o rechazar supuestos (prueba de hipótesis) o también darse una idea de algunas características particulares de la población, como estimar qué posibles valores toma algún parámetro poblacional.

Las distribuciones de probabilidad de mayor empleo en intervalos de confianza y pruebas de hipótesis son las distribuciones: *normal, T de Student, ji-cuadrada* y *F*. En la figura 4.2 se representan las formas típicas de estas cuatro distribuciones (para mayores detalles véase capítulo 3).

En la figura 4.2 se observa que tanto la distribución normal estándar como la T de Student son simétricas y centradas en cero, mientras que las distribuciones ji-cuadrada y F son sesgadas y toman sólo valores positivos. Las cuatro distribuciones están relacionadas entre sí, ya que las distribuciones T de Student, ji-cuadrada y F se definen en términos de la distribución normal estándar. Los parámetros que definen completamente las distribuciones T de Student, ji-cuadrada y F reciben el nombre de *gra-*

dos de libertad, que tienen que ver con los tamaños muestrales involucrados. Por ejemplo, si se tiene una muestra de tamaño 20, será de interés una distribución T de Student con 19 grados de libertad para hacer inferencia sobre la media poblacional o una ji-cuadrada con 19 grados de libertad para hacer inferencias sobre la varianza poblacional.

Grados de libertad

Parámetros que definen las distribuciones T de Student, ji-cuadrada y F, y se determinan a partir de los tamaños muestrales involucrados.

La distribución T de Student tiende a la distribución normal estándar cuando el tamaño de muestra crece, y prácticamente son la misma distribución para $n > 45$. La diferencia básica entre las dos distribuciones es que la T de Student es más ancha (respecto al eje horizontal) en las colas (véase figura 4.2). La distribución normal estándar es una curva única, por ello existen tablas que proporcionan cualquier área o probabilidad de interés bajo esta curva. No pasa lo mismo con las otras distribuciones a las que hemos hecho referencia, ya que cada curva es diferente para cada tamaño muestral. De aquí que las tablas de estas distribuciones sólo reportan los valores que separan las áreas de mayor uso en inferencia estadística. Las tablas de estas distribuciones se reportan en el apéndice al final del libro, aunque su uso ha venido a menos con la aparición de las computadoras y los paquetes estadísticos. En la actualidad es mejor utilizar un paquete estadístico para encontrar cualquier área o percentil que se quiera de cada distribución.

Como se muestra más adelante, las distribuciones normal y T de Student sirven para hacer inferencias sobre las medias; la distribución ji-cuadrada será de utilidad para hacer inferencias sobre varianzas y la distribución F se utilizará para comparar varianzas.

ESTIMACIÓN PUNTUAL Y POR INTERVALO

Las distribuciones de probabilidad que tiene una variable que representa cierta característica de una población se definen completamente cuando se conocen sus parámetros, por lo que cuando éstos no se conocen será necesario estimarlos con base en los datos muestrales para poder hacer inferencias sobre la población. Por ejemplo, los parámetros de una distribución normal son la media, μ, y la desviación estándar, σ, que en caso de desconocerse será necesario estimarlos a partir de los datos en la muestra. Hay dos tipos de estimación: puntual y por intervalo.

Estimador puntual

Estadístico que estima un valor específico de un parámetro.

Un *estimador puntual* de un parámetro desconocido es un estadístico que genera un valor numérico simple que se utiliza para hacer una estimación del valor del parámetro desconocido. Por ejemplo, tres parámetros relacionados con las características de calidad de un proceso, sobre los que frecuentemente se desea hacer inferencia, son:

- La media μ del proceso (población)
- La varianza σ^2 o la desviación estándar σ del proceso
- La proporción p de artículos defectuosos

Los estimadores puntuales (estadísticos) más recomendados para estimar estos parámetros son, respectivamente:

- La media muestral $\hat{\mu} = \bar{X}$
- La varianza muestral $\hat{\sigma}^2 = S^2$
- La proporción de defectuosos en la muestra, $\hat{p} = \dfrac{X}{n}$, donde X es el número de artículos defectuosos en una muestra de tamaño n.

Colocar un gorro (símbolo ^) sobre un parámetro es una manera general de denotar un estimador puntual del correspondiente parámetro, puesto que los estimadores no son únicos. Por ejemplo, la estimación de la media, $\hat{\mu}$, podría hacerse con la media muestral $\bar{X}$, la mediana $\tilde{X}$ o la moda, dado que los tres son diferentes medidas de la tendencia central de unos datos.

Como la estimación puntual de un parámetro se genera a través de un estadístico, y como el valor de éste es aleatorio, ya que depende de los elementos que hayan sido seleccionados en la muestra, entonces la estimación que se hace sobre el parámetro dependerá y variará de una muestra a otra. De esta forma, cuando se quiere tener mayor certidumbre sobre el verdadero valor del parámetro poblacional será necesario obtener la información sobre qué tan precisa es la estimación puntual. Así, la estimación puntual dirá poco sobre el parámetro cuando la variación entre una estimación y otra es muy grande. Una forma de saber qué tan variable es el estimador es calcular la desviación estándar o *error estándar* del estadístico visto como variable aleatoria. Por ejemplo, consideremos la desviación estándar S y la media $\bar{X}$ de una muestra de tamaño n. Puesto que $\bar{X}$ es una variable aleatoria, ésta tiene su propia desviación o error estándar, que se puede estimar mediante $\hat{\sigma}_{\bar{X}} = S/\sqrt{n}$.

Error estándar

Desviación estándar de un estadístico que ayuda a determinar qué tan precisas (exactas) son las estimaciones que se hacen con tal estadístico.

Una forma operativa de saber qué tan precisa es la estimación es calcular un *intervalo de confianza* que indique un rango "donde puede estar el parámetro" con cierto nivel de seguridad o confianza. Construir un intervalo al $100(1-\alpha)\%$ de confianza para un parámetro desconocido θ consiste en estimar dos números (estadísticos) L y U tales que la probabilidad de que θ se encuentre entre ellos sea $1-\alpha$, es decir,

$$P(L \leq \theta \leq U) = 1 - \alpha \tag{4.1}$$

donde L y U son precisamente el intervalo de confianza buscado $[L, U]$. La correcta interpretación de un *intervalo de confianza* es como sigue: si se obtuvieran 100 muestras independientes de la misma población o proceso, cada una de tamaño n, y para cada muestra se calculara el intervalo de confianza al 95% para el mismo parámetro, entonces se espera que 95 de los 100 intervalos contengan el verdadero valor de dicho parámetro. En la práctica se obtiene sólo un intervalo y, aunque sea al 95% de confianza, existe la posibilidad de que no contenga al verdadero parámetro. Así que no se debe decir que el parámetro está contenido en $[L, U]$ con probabilidad $1-\alpha$, sino simplemente que el intervalo $[L, U]$ tiene una confianza del $100(1-\alpha)\%$; esto último tiene una interpretación frecuentista, en el sentido de que lo único que sabemos es que el parámetro estará en el intervalo el $100(1-\alpha)\%$ de las veces que apliquemos el procedimiento.

Intervalo de confianza

Se refiere a calcular un intervalo que indique un rango donde puede estar el parámetro con cierta seguridad.

La *longitud del intervalo de confianza* es una medida de la precisión de la estimación y depende de la variabilidad de la información obtenida con la muestra, de aquí que es deseable que la longitud de los intervalos sea pequeña y con alto nivel de confianza. El ancho de los intervalos es más amplio conforme sean mayores la varianza de la población y el nivel de confianza exigido; el único modo de reducir el ancho del intervalo es hacer crecer el tamaño de la muestra.

Longitud del intervalo de confianza

Es una medida de la precisión de la estimación.

Intervalo de confianza para una media

Por definición de intervalo de confianza, se trata de encontrar dos números L y U tales que el parámetro μ se encuentre entre ellos con una probabilidad de $1-\alpha$. Esto es,

$$P(L \leq \mu \leq U) = 1 - \alpha$$

Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de tamaño n de una población con distribución normal con media μ y varianza σ^2, ambas desconocidas. El procedimiento general para deducir el intervalo consiste en partir de un estadístico que involucra al parámetro de interés y que tiene una distribución conocida. Tal estadístico es

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}},$$

el cual tiene una distribución *T de Student* con $n - 1$ grados de libertad. Por tanto, se pueden ubicar en la tabla de esta distribución o en su gráfica dos valores críticos $t_{\alpha/2}$ y $-t_{\alpha/2}$, tales que

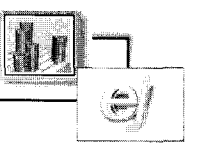
$$P\left(-t_{\alpha/2} \leq \frac{\overline{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \leq t_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha.$$

De aquí, despejando hasta dejar sólo en medio de las desigualdades al parámetro de interés, se llega a que

$$P\left(\overline{X} - t_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \overline{X} + t_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}\right) = 1 - \alpha. \qquad (4.2)$$

En este sentido, los números buscados son $L = \overline{X} - t_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}$ y $U = \overline{X} + t_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}$, que definen un intervalo al $100(1 - \alpha)\%$ para la media desconocida μ. De la tabla de la distribución T de Student se puede ver que para una muestra mayor o igual a 30, el intervalo al $100(1-\alpha)\%$ para la media μ es aproximadamente $\overline{X} \pm 2\frac{S}{\sqrt{n}}$, o sea la media *más* menos dos veces su error estándar.

EJEMPLO 4.1



Recordemos del ejemplo 2.1 que se tiene del proceso de inyección de plástico una característica de calidad del producto (disco) en su grosor, que debe ser de 1.20 mm con una tolerancia de ±0.10 mm. Así, el grosor del disco debe estar dentro la especificación inferior, $EI = 1.10$, y la superior, $ES = 1.30$, para considerar que el proceso de inyección fue satisfactorio. Para evaluar esta característica de calidad, durante una semana se hace un muestreo sistemático en una línea de producción, y se obtienen 25 muestras de tamaño 5 cada una. Por tanto, al final de la semana se tiene una muestra de $n = 125$; de

datos de la tabla 4.1 se obtiene la media muestral, $\bar{X} = 1.179$ mm y la varianza, $S^2 = 0.00071$, por lo que el error estándar de la media $\bar{X}$ es

$$\frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{0.0266}{11.18} = 0.0024$$

Cuando $n \geq 45$, la distribución T de Student es prácticamente igual a la distribución normal estándar; por tanto, de la tabla de distribución normal se obtiene que $t\alpha_{/2} \simeq z\alpha_{/2} = 1.96$ para $\alpha = 0.05$. De aquí que el intervalo al $100(1-\alpha)\%$ de confianza para la media μ del grosor de los discos está dado por

$$\bar{X} \pm t_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}} = 1.179 \pm 1.96\left(\frac{0.0266}{11.18}\right) = 1.179 \pm 0.00466.$$

Se puede afirmar entonces que con una confianza del 95%, la media μ del grosor de los discos se encuentra en el intervalo [1.174, 1.184]. Por lo tanto, como el valor nominal del grosor debe ser de 1.20 mm, entonces se puede concluir con seguridad que el proceso está descentrado y que produce discos con un grosor promedio ligeramente menor al deseado.

Intervalo para la varianza

De manera similar a como se obtiene el intervalo para la media, se pueden deducir intervalos de confianza para cualquier parámetro. Por ejemplo, si se desea obtener un intervalo de confianza para la varianza σ^2 poblacional, tal que

$$P(L \leq \sigma^2 \leq U) = 1 - \alpha$$

Para construir un intervalo de confianza para la varianza σ^2, la distribución de referencia es una ji-cuadrada con $n-1$ grados de libertad. Ya que bajo el supuesto de que la variable o población de interés tiene una distribución normal con media y varianza desconocidas, el estadístico

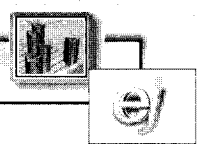
$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$$

tiene esta distribución ji-cuadrada con $n-1$ grados de libertad. Con un poco de álgebra se llega a que el intervalo de confianza para la varianza está dado por

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}} \tag{4.3}$$

donde $\chi^2_{\alpha/2,\,n-1}$ y $\chi^2_{1-\alpha/2,\,n-1}$, son puntos críticos de la distribución ji-cuadrada con $n-1$ grados de libertad y se leen en la tabla de esta distribución para el valor de α dado. Es decir, $P(X > \chi^2_{\alpha/2,\,n-1}) = \alpha/2$.

EJEMPLO 4.2



En el proceso de fabricación de discos para computadoras una de las variables críticas es el rendimiento de formato. Se toma una muestra aleatoria de $n = 10$ discos de la producción del turno de la mañana. Se formatean y se reporta el rendimiento de cada disco. Los datos obtenidos son:

96.11, 91.06, 93.38, 88.52, 89.57, 92.63, 85.20, 91.41, 89.79, 92.62

Con base en estos datos interesa estimar puntualmente y por intervalo la media y la desviación estándar para la población de discos de dicho turno.

Los estimadores puntuales para la media y la desviación estándar resultan ser

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = 91.03 \quad \text{y} \quad S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10}(x_i - \overline{X})^2}{9}} = 2.99.$$

Suponiendo que el rendimiento tiene una distribución normal, el intervalo al 95% de confianza para la media μ está dado por

$$\left[\overline{X} - t_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}, \overline{X} + t_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{n}}\right] = \left[91.03 - 2.26\frac{2.99}{\sqrt{10}}, 91.03 + 2.26\frac{2.99}{\sqrt{10}}\right] = [88.89, 93.17],$$

donde el valor del punto crítico $t\alpha_{/2} = t_{0.025} = 2.26$ se lee en las tablas para la distribución T de Student con 9 grados de libertad que se localiza en el apéndice. Así, con una confianza de 95% se espera que el rendimiento promedio de los discos producidos durante ese turno esté entre 88.89 y 93.17. El correspondiente intervalo para la desviación estándar σ se obtiene sacando la raíz cuadrada al intervalo para la varianza σ^2 dado en la relación (4.3). Así, el intervalo para σ está dado por

$$\left[\sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2,n-1}}}, \sqrt{\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}}}\right] = \left[\sqrt{\frac{(9)(2.99)^2}{19.02}}, \sqrt{\frac{(9)(2.99)^2}{2.70}}\right] = [2.05, 5.46],$$

donde los valores críticos $\chi^2_{\alpha/2,n-1} = \chi^2_{0.025,9} = 19.02$ y $\chi^2_{1-\alpha/2,n-1} = \chi^2_{0.975,9} = 2.70$ se obtienen de la tabla de la distribución ji-cuadrada que está en el apéndice, o también se puede calcular con un software. Con una confianza de 95% se espera que la desviación estándar del rendimiento de los discos producidos durante ese turno esté entre 2.05 y 5.46.

Cuando no se está satisfecho con la amplitud del intervalo, entonces será necesario incrementar la precisión de la estimación, y esto se hace aumentando el tamaño de muestra.

Intervalo para una proporción

Bajo el supuesto de que el número de artículos defectuosos en una muestra sigue una distribución binominal (véase capítulo 3), y suponiendo que se inspecciona una cantidad grande de n artículos y se encuentra una proporción $\hat{p}$ de defectuosos, se puede construir un intervalo de confianza para la proporción poblacional p, apoyándose en la aproximación de la distribución binominal por la normal. En estas condiciones se puede afirmar que la proporción muestral $\hat{p}$ sigue una distribución normal con media p y varianza $\frac{p(1-p)}{n}$. Con la misma argumentación que en el intervalo para la media, se deduce que el intervalo de confianza para la proporción es de la forma

$$\hat{p} - Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \leq p \leq \hat{p} + Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},$$

donde $Z_{\alpha/2}$ es un percentil de la tabla de la distribución normal estándar que está en el apéndice.

Resumen de fórmulas para intervalos de confianza

En la tabla 4.1 se muestran las fórmulas para calcular los intervalos de confianza más usuales. Además de los intervalos para un parámetro ya presentados, se incluyen en la tabla las fórmulas correspondientes para intervalos de confianza que involucran a dos parámetros, como son: *diferencias de medias, diferencias de proporciones* y *cocientes de varianzas*. Estos intervalos proveen información sobre la igualdad estadística de los parámetros correspondientes a las dos poblaciones de interés. Note que los cálculos involucran a los estimadores puntuales obtenidos con cada muestra. En la tabla, la notación $z_{1-\alpha/2}$, $t_{1-\alpha/2}$, $\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$ y $F_{1-\alpha/2,n_2-1,n_1-1}$, se refiere a puntos críticos de la correspondiente distribución. Así, si X se distribuye ji-cuadrada con cuya $n-1$ grados de libertad, entonces $\chi^2_{1-\alpha/2,n-1}$ es tal que $P(X > \chi^2_{1-\alpha/2,n-1}) = 1-\alpha/2$. Estos valores se determinan fácilmente con un *software* estadístico o de las tablas dadas en el apéndice.

Tabla 4.1 Resumen de fórmulas para intervalos de confianza.

Parámetro	Límite inferior	Límite superior
μ	$\overline{X} - t_{\alpha/2}\dfrac{S}{\sqrt{n}}$	$\overline{X} + t_{\alpha/2}\dfrac{S}{\sqrt{n}}$
σ^2	$\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2,\,n-1}}$	$\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2,\,n-1}}$
p	$\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$	$\hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$
$\mu_1 - \mu_2$	$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + t_{n_1+n_2-2}S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}$ donde $S_p = \sqrt{\dfrac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$	$(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + t_{n_1+n_2-2}S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}$
$\dfrac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$	$\dfrac{S_1^2}{S_2^2}F_{1-\alpha/2,\,n_2-1,\,n_1-1}$	$\dfrac{S_1^2}{S_2^2}F_{\alpha/2,\,n_2-1,\,n_1-1}$
$p_1 - p_2$	$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \dfrac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$	$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \dfrac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$

CONCEPTOS BÁSICOS DE PRUEBA DE HIPÓTESIS

Algunos ejemplos de hipótesis o conjeturas que interesa probar en la industria son:

a) Este proceso produce menos de 3% de defectuosos.
b) Hemos logrado mejorar nuestro proceso en 5% respecto al mes anterior.
c) Nuestros tres proveedores del material x tienen el mismo nivel de calidad.
d) La edad de los operadores no influye en su rendimiento.
e) El porcentaje de este ingrediente afecta el resultado de la mezcla.
f) Aún no hemos alcanzado nuestro rendimiento óptimo.
g) El contenido de los envases tiene demasiada variabilidad.
h) El tiempo de espera de esta operación es de tres horas.
i) Éste es el defecto más común que se observa y se debe a la causa x.
j) Consideramos que se puede reducir el número de muestras a la mitad.
k) Los instrumentos de medición no arrojan el mismo resultado.
l) Si aumentamos la cantidad de reactivo se elimina el problema.

Este tipo de afirmaciones son frecuentes, pero no es común que la persona que la expresa tenga los elementos para probarla. No basta fundamentar la afirmación en lo que

"se ha percibido" en el proceso, sino que es necesario mostrar datos adecuados que corroboren lo que se afirma.

¿Cómo distinguir que lo observado no se debe al azar y por tanto puede ser relevante en la mejora del proceso? La respuesta está en las pruebas de hipótesis.

Las afirmaciones o hipótesis deben estar bien especificadas, en el sentido de que queda completamente claro a las personas interesadas el significado de la afirmación. Por ejemplo, en la afirmación *g*) se supone que todos entienden qué significa tener "demasiada variabilidad", y en la conjetura *l*) todos los involucrados saben a cuál reactivo y a cuál problema se hace referencia.

A continuación se describen los conceptos básicos de prueba de hipótesis y se describen los pasos fundamentales que conforman cualquier procedimiento de prueba de hipótesis como son: planteamiento de la hipótesis, estadístico de prueba y criterio de rechazo.

Planteamiento de una hipótesis estadística

Hipótesis estadística

Es una afirmación sobre los valores de los parámetros de una población o proceso que es susceptible de probarse.

Una *hipótesis estadística* es una afirmación sobre los valores de los parámetros de una población o proceso, que es susceptible de probarse a partir de la información contenida en una muestra representativa obtenida de la población. Por ejemplo, la afirmación "este proceso produce menos de 8% de defectuosos" se puede plantear estadísticamente, en términos de la proporción p desconocida de artículos defectuosos que genera el proceso, como se hace a continuación.

$$H_0 : p = 0.08 \text{ (\textit{la proporción de defectuosos es} } 0.08) \qquad (4.4)$$

$$H_A : p < 0.08 \text{ (\textit{la proporción es menor que} } 0.08)$$

Hipótesis alternativa

Es una afirmación sobre un parámetro que rechaza o niega la afirmación base de la hipótesis nula.

A la expresión $H_0 : p = 0.08$ se le conoce como *hipótesis nula* y $H_A : P < 0.08$ se le llama la *hipótesis alternativa.* El nombre *hipótesis nula* se deriva del hecho de que generalmente se plantea como una igualdad, lo cual facilita el tener una distribución de probabilidad de referencia específica, suponiendo que H_0 es verdadera. En general la estrategia a seguir para probar una afirmación es suponer que la hipótesis nula es verdadera, que en caso de ser rechazada por la evidencia que aportan los datos, se estará aceptando la hipótesis alternativa. Así, en el caso de las proporciones la afirmación que se desea probar ("este proceso produce menos de 8% de defectuosos") se aceptará como cierta, sólo en caso de rechazar la hipótesis nula.

Supongamos ahora que la afirmación a probar es "este proceso produce 8% de defectuosos". Observe que la afirmación implica que su falsedad se da tanto si se observan menos de 8% de defectuosos como si se observan más de 8% de defectuosos. Luego, el planteamiento estadístico debe ser

$$H_0 : p = 0.08 \text{ (\textit{la proporción de defectuosos es} } 0.08) \qquad (4.5)$$

$$H_A : p \neq 0.08 \text{ (\textit{la proporción es diferente a} } 0.08)$$

Ahora lo que se desea concluir es la hipótesis nula. Nótese la diferencia entre las hipótesis alternativas en las expresiones (4.4) y (4.5). En (4.4), H_A se conoce como *hipó-*

tesis alternativa de un solo lado (unilateral), ya que la única manera de rechazar H_0 es teniendo valores de la proporción muestral $\hat{p}$ significativamente más pequeños que 0.08. Asimismo, en (4.5) H_A se llama *hipótesis alternativa de dos lados (bilateral)*, ya que la evidencia en contra de H_0 se obtiene con valores pequeños o grandes de la proporción muestral $\hat{p}$. De esta manera, la elección de la hipótesis alternativa, en cuanto a si debe ser unilateral o bilateral, depende de la afirmación que se quiera probar.

Otro aspecto importante es la selección del valor del parámetro que especifica la hipótesis nula, esto es, ¿por qué 0.08 en las hipótesis de las expresiones (4.4) y (4.5)? Este valor se elige de manera que separe dos situaciones que llevan a tomar diferentes acciones. Por ejemplo, en la hipótesis dada por (4.4) se eligió 0.08 porque ésta es la proporción de defectuosos reportada el mes anterior, y después de implantar un programa de mejora se quiere ver si dio el resultado esperado. En caso de no rechazar H_0 se estaría concluyendo que el programa no funcionó y que se deben tomar medidas adicionales para bajar la proporción de defectuosos.

Estadístico de prueba

Probar una hipótesis consiste en investigar, con base en la evidencia contenida en una muestra adecuadamente seleccionada, si lo afirmado por la hipótesis nula es verdad o no, y en caso de ser falsa, se toma como verdadera la alternativa H_A. La estrategia para probar la hipótesis parte del supuesto de que H_0 es verdadera, y si los resultados de la investigación contradicen en forma suficiente dicho supuesto, entonces se rechaza H_0 y se acepta la hipótesis alternativa. En caso de que los resultados de la investigación no demuestren claramente la falsedad de H_0, ésta no se rechaza. Esto es, la hipótesis nula es verdadera mientras no se demuestre lo contrario.

Una vez planteada la hipótesis, se toma una muestra aleatoria (o se obtienen datos mediante un experimento planeado de acuerdo con la hipótesis) de la población bajo estudio. El *estadístico de prueba* es un número calculado a partir de los datos, cuya magnitud permite discernir si se rechaza o se acepta la hipótesis nula H_0. Al conjunto de posibles valores del estadístico de prueba que llevan a rechazar H_0 se le llama *región o intervalo de rechazo* para la prueba, y a los posibles valores donde *no* se rechaza H_0 se les llama *región* o *intervalo de aceptación*. Por ejemplo, para las hipótesis planteadas en (4.4) y (4.5), el estadístico de prueba está dado por

Estadístico de prueba

Número calculado a partir de los datos y lo afirmado por H_0, cuya magnitud permite discernir si se rechaza o se acepta la hipótesis nula.

$$z_0 = \frac{\hat{p} - 0.08}{\sqrt{0.08(1-0.08)/n}} \tag{4.6}$$

donde $\hat{p}$ es la proporción de defectuosos encontrada en una muestra de n artículos inspeccionados. El estadístico z_0 sigue aproximadamente la distribución normal estándar, siendo mejor la aproximación mientras más grande es el valor de n. En general, se requiere $np > 10$ para una buena aproximación; en este caso, con $n \geq 120$ unidades inspeccionadas sería suficiente.

El estadístico de prueba es un número que tiene las dos propiedades siguientes: *a*) contiene la información muestral respecto al parámetro de interés, y *b*) bajo el supuesto de que la hipótesis nula (H_0) es verdadera sigue una distribución de probabilidad

conocida. Estos dos aspectos hacen a este número útil para comprobar la validez estadística de H_0; así se verifica si efectivamente el estadístico sigue la distribución que se supone debe seguir. Si hubiera contradicción esto se atribuye a la falsedad de H_0, y en consecuencia se acepta como válida la hipótesis alternativa H_A.

Región de rechazo

Conjunto de posibles valores del estadístico de prueba que llevan a rechazar H_0.

Criterio de rechazo

El estadístico de prueba, construido bajo el supuesto de que H_0 es verdadera, es una variable aleatoria con distribución conocida. Si efectivamente H_0 es verdad, el valor del estadístico de prueba debería caer dentro del rango de valores más probables de su distribución asociada, rango que se conoce como *región de aceptación*. Si cae en una de las colas de su distribución asociada, fuera del rango de valores más probables (en la *región de rechazo*), es evidencia de que este valor no pertenece a dicha distribución (véase figura 4.3). De aquí se deduce que debe estar mal el supuesto bajo el cual se construyó, es decir, H_0 debe ser falsa.

Región de aceptación

Conjunto de posibles valores del estadístico de prueba donde no se rechaza H_0.

Pruebas de una y dos colas (unilaterales y bilaterales)

La ubicación de la región o intervalo de rechazo depende de si la hipótesis es *bilateral* o *unilateral*. Como se vio en el caso de las proporciones, es una *hipótesis bilateral* cuando la hipótesis alternativa (H_A) es del tipo "no es igual" ($\neq$), y es *hipótesis unilateral* cuando la alternativa es del tipo "mayor que" ($>$) o "menor que" ($<$). Cuando es bilateral, la región de rechazo está repartida equitativamente entre ambas colas de la distribución del estadístico de prueba. Si la hipótesis es unilateral, la evidencia en contra de la hipótesis nula se ubica en un solo lado de la distribución, esto es, la región de rechazo se concentra en sólo una de las colas. Por ejemplo, para las hipótesis planteadas en (4.4) la región de rechazo se concentra en el lado izquierdo de la distribución del estadístico dado por (4.6), que corresponde a una distribución normal estándar (véase figura 4.3). La desigualdad "menor que" ($<$) en la hipótesis alternativa indica que la región o intervalo de rechazo se ubica al lado izquierdo de la distribución.

Hipótesis bilateral

Es cuando la hipótesis alternativa es del tipo "no es igual", e incluye a los casos mayor que y menor que el valor que afirma H_0.

Hipótesis unilateral

Es cuando H_A es ya sea del tipo mayor que o bien de la forma menor que el valor que respalda H_0.

Para las hipótesis dadas por (4.5), la región de rechazo se reparte en las dos colas de la distribución, y esto se sabe por el símbolo no igual ($\neq$) en la hipótesis alternativa. Los números z_α y $z_{\alpha/2}$ que separan la región de aceptación de la de rechazo, se leen en la tabla de la distribución normal para el valor α deseado. Conviene enfatizar que la región de rechazo no es el área sombreada bajo las curvas en la figura 4.3, sino más bien los valores en el eje X que están en esa zona; el área sombreada, que tiene tamaño α, corresponde a la probabilidad de la región de rechazo.

Para probar la hipótesis se calcula el estadístico de prueba z_0 de la ecuación (4.6) y se verifica si cae en la región de rechazo o aceptación. Por ejemplo, si las hipótesis planteadas son las expresiones (4.4), se rechaza H_0 si $z_0 < -z_\alpha$; si las hipótesis están dadas por las relaciones (4.5), se rechaza H_0 si $z_0 < -z_{\alpha/2}$ o si $z_0 > z_{\alpha/2}$, o simplemente si $|z_0| > z_{\alpha/2}$. Esto equivale en la figura 4.3 a que z_0 caiga en el rango de las áreas sombreadas, de acuerdo con la hipótesis de que se trate. En caso de rechazar H_0, se

toma H_A como la afirmación verdadera; en caso de aceptar (o no rechazar) H_0, se considera ésta como verdadera.

Error tipo I

Es cuando se rechaza H_0 siendo que es verdadera.

El riesgo de una decisión equivocada: errores tipo I y tipo II

Error tipo II

Es cuando se acepta H_0 siendo que es falsa.

Probar una hipótesis estadística es una decisión probabilística, por lo que existe el riesgo de cometer *error tipo I* o *error tipo II*. El primero ocurre cuando se rechaza H_0, siendo que ésta es verdadera, y el *error tipo II* es cuando se acepta H_0, siendo que es falsa. En toda prueba de hipótesis, cada tipo de error tiene una probabilidad de ocurrir. Con α y β se denotan las probabilidades de los errores tipo I y II, respectivamente. Así,

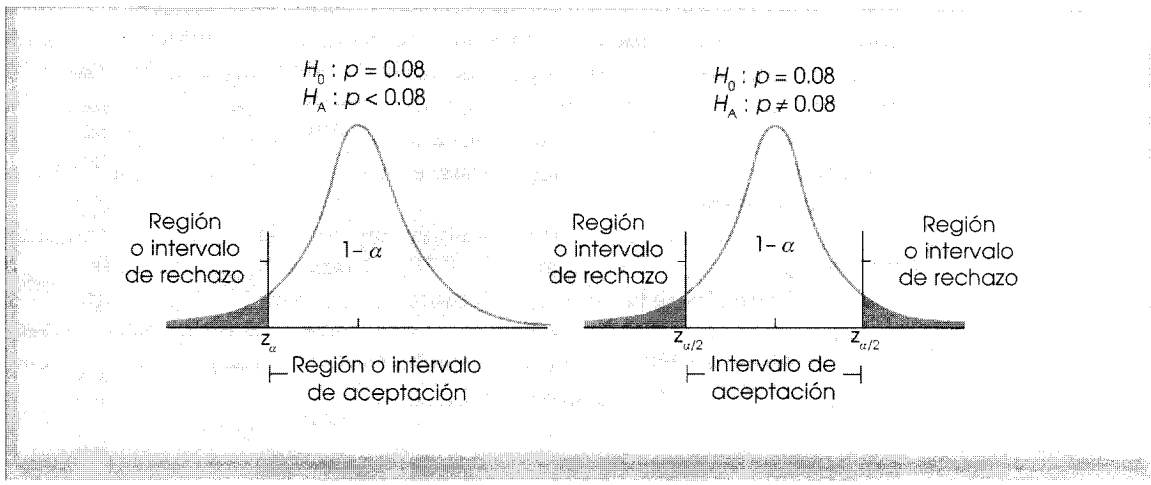


Figura 4.3 *Hipótesis unilateral y bilateral, regiones de aceptación y rechazo.*

$$\alpha = P\{\text{error tipo I}\} = \text{probabilidad de rechazar } H_0, \text{ siendo } H_0 \text{ verdadera}$$

$$\beta = P\{\text{error tipo II}\} = \text{probabilidad de aceptar } H_0, \text{ siendo } H_0 \text{ falsa}$$

a $1 - \beta$ se le llama *potencia de la prueba* y es la probabilidad de rechazar H_0 cuando es falsa, es decir, *potencia* $= 1 - \beta = P\{\text{rechazar } H_0 \text{ cuando ésta es falsa}\}$. A α se le conoce también como la *significancia dada o predeterminada de la prueba* y es la probabilidad de la región o intervalo de rechazo; su valor se especifica por parte del investigador desde que planea el estudio. Generalmente se utilizan los valores $\alpha = 0.05$ o 0.01, dependiendo del riesgo que se quiera admitir en la conclusión. Mientras más pequeño es el valor de α se requiere más evidencia en los datos para poder rechazar H_0. Por ejemplo, si la acción a tomar después de rechazar H_0 implica una inversión fuerte de recursos, se recomienda utilizar $\alpha = 0.01$ para tener mayor confianza de que la decisión será la

Potencia de la prueba

Es la probabilidad de rechazar H_0 cuando es falsa.

adecuada. Si la decisión no implica una inversión fuerte, es suficiente trabajar con $\alpha = 0.05$, que es el valor más utilizado para este riesgo. Esto es, no necesariamente un valor más pequeño de α será mejor, ya que si se admite poco riesgo ($\alpha \leq 0.01$) se está truncando la posibilidad de muchos cambios que serían positivos para la empresa. Utilizar $\alpha = 0.05$ significa que por cada 100 veces independientes que se aplica el procedimiento y se rechaza H_0, se espera que en promedio 95 veces tal decisión sea la correcta.

Por lo general en las pruebas de hipótesis se especifica el valor de α y se diseña la prueba de forma que el valor de β sea pequeño. Esto es, la probabilidad del error tipo I se controla directamente, mientras que la probabilidad de error tipo II se controla indirectamente con el tamaño de la muestra, ya que a más datos β será menor. En otras palabras, con una muestra grande es mayor la *potencia de la prueba*,[1] es decir, se incrementa la probabilidad de rechazar H_0 si ésta es falsa.

En la práctica suele ser más delicado cometer error tipo I que error tipo II; debido a que en la mayoría de las hipótesis el rechazar H_0 implica rechazar algo que se acepta convencionalmente, que al rechazarse será necesario replantearse o modificar la situación actual, así que más valdría que sea la decisión correcta. En su defecto, aceptar H_0, en muchos casos, implica seguir como hasta ahora, seguir trabajando como se ha hecho siempre, con el mismo nivel de calidad actual. Por lo anterior, es común que se controle sólo el error tipo I, mientras que el error tipo II se deja libre como si su magnitud no importara.

Lo cierto es que el error tipo II también importa y la magnitud de su probabilidad debe ser pequeña (se recomienda $\beta = 0.10$). El problema es que controlar a β implica estimar el tamaño de la muestra o el número de repeticiones que se deben realizar, y muchas veces no se tienen los elementos para hacer una estimación razonable de dicho tamaño muestral, por lo que el resultado de la estimación de n, y por ende del valor β, puede resultar demasiado arbitraria.

PRUEBA PARA LA MEDIA

Cuando se estudia el comportamiento de un proceso en cuanto a una característica de calidad, suelen interesar su media y varianza (o desviación estándar), puesto que los valores de estos parámetros tienen que ver directamente con la posibilidad de que el producto cumpla con los requerimientos (véase capítulo 2). En particular, al estudiar la media μ de un proceso, es de interés preguntarse si ésta es igual, mayor o menor a cierto valor μ_0, donde μ_0 es un número conocido. Por ejemplo, puede ser de interés investigar si el rendimiento promedio del proceso durante esta semana es igual, mayor o menor que el de la semana anterior, μ_0. Cualquiera de estas tres preguntas se pueden responder planteando una hipótesis estadística adecuada.

[1] Se puede afirmar que en general es deseable que una prueba estadística sea potente. Sin embargo, cuando el tamaño de muestra se incrementa excesivamente (a tamaños en cientos o miles) se llega a tener una potencia excesiva, que lleva al extremo de rechazar H_0 siendo que es verdadera, desde el punto de vista práctico. Es decir, la potencia excesiva lleva a concluir que algo es estadísticamente significativo, pero al analizarlo desde el punto de vista del impacto obtenido, se encuentra que no es significativo y no vale la pena el cambio recomendado por la prueba.

Las hipótesis se pueden probar suponiendo la varianza poblacional σ^2 conocida o desconocida. Sin embargo, como en la mayoría de los problemas es irreal suponer de antemano que se conoce la varianza, nos limitamos a describir el caso cuando σ^2 no se conoce.

Prueba para la media con suposición de varianza desconocida

Sea X una variable aleatoria con distribución normal con media μ y varianza σ^2, ambas desconocidas. Se quiere probar la hipótesis de que la media es igual a cierto valor μ_0. Es decir, la hipótesis a probar es

$$H_0 : \mu = \mu_0 \tag{4.7}$$

$$H_A : \mu \neq \mu_0$$

Para probar esta hipótesis se toma una muestra aleatoria de tamaño n de los posibles valores de la variable X y se calcula el estadístico de prueba

$$t_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \tag{4.8}$$

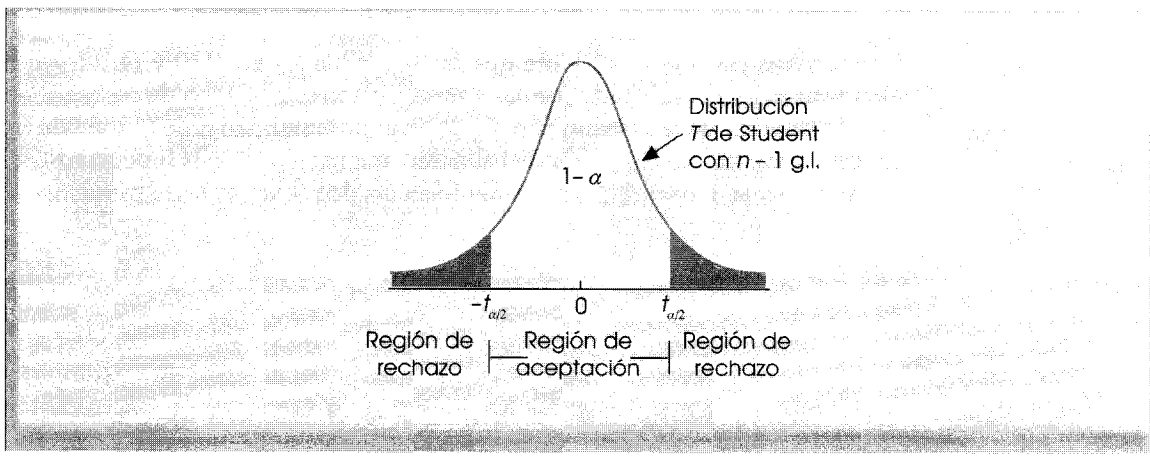


Figura 4.4 *Regiones o intervalos de rechazo y aceptación.*

donde S es la desviación estándar de los datos. Bajo el supuesto de que H_0 es verdadera, este estadístico se distribuye T de Student con $n - 1$ grados de libertad. Se rechaza H_0 si el valor absoluto del estadístico de prueba es mayor que el valor crítico de la distribución, es decir, se rechaza H_0 si $|t_0| > t_{\alpha/2}$. Recordemos que $t_{\alpha/2}$ es el punto crítico de la distribución T de Student tal que $P(t > t_{\alpha/2}) = \alpha/2$, o sea las áreas bajo la curva a la derecha del punto

$t_{\alpha/2}$ y a la izquierda de $-t_{\alpha/2}$ son iguales a α (véase figura 4.4). Estos valores críticos se obtienen de la tabla de la distribución T de Student dada en el apéndice.

Una breve justificación del criterio de rechazo para la prueba anterior es la siguiente: por teoría estadística se sabe que bajo el supuesto de que $H_0 : \mu = \mu_0$ es verdadera, el estadístico de prueba t_0 se distribuye T de Student con $n - 1$ grados de libertad, y en consecuencia, hay una probabilidad de $100(1 - \alpha)\%$ de que el valor de t_0 caiga entre $-t_{\alpha/2}$ y $t_{\alpha/2}$. De aquí que si la muestra produce un valor de t_0 fuera de estos límites, y como esto es poco probable si H_0 fuera verdad, entonces tal valor de t_0 es evidencia de que H_0 es falsa. Por el contrario, si t_0 cae entre $-t_{\alpha/2}$ y $t_{\alpha/2}$ es evidencia a favor de la veracidad de H_0 al no existir ninguna contradicción. Obsérvese que la región de rechazo dada por la unión de intervalos $(-\infty, -t_{\alpha/2}) \cup (t_{\alpha/2}, \infty)$ está determinada por la probabilidad α del error tipo I (véase figura 4.4).

En aquellas situaciones en que se desea rechazar $H_0 : \mu = \mu_0$ sólo cuando $\mu > \mu_0$, las hipótesis se formulan como

$$H_0 : \mu = \mu_0 \tag{4.9}$$

$$H_A : \mu > \mu_0$$

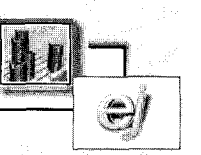
En este caso se rechaza H_0 si $t_0 > t_\alpha$. Por otra parte, si lo que interesa es rechazar $H_0 : \mu = \mu_0$ sólo cuando $\mu < \mu_0$, entonces las hipótesis se plantean de la forma

$$H_0 : \mu = \mu_0 \tag{4.10}$$

$$H_A : \mu < \mu_0$$

y se rechaza H_0 si $t_0 < -t_\alpha$. Note que las hipótesis H_A en (4.9) y (4.10) son hipótesis alternativas de un solo lado (unilaterales), puesto que la zona de rechazo se ubica en una de las colas de la distribución. Es decir, la probabilidad α de la zona de rechazo se concentra en un solo lado de la distribución, mientras que en la hipótesis bilateral (4.7) el valor de α se reparte equitativamente en las dos colas de la distribución.

EJEMPLO 4.3



Peso de costales. Un fabricante de dulces compra costales de azúcar a determinado ingenio. Según los vendedores, los costales tienen un peso medio de 50.1 kg, con una varianza de $\sigma^2 = 0.5$. El comprador sospecha que el peso medio es menor. Para confirmar su sospecha decide contrastar las hipótesis

$$H_0 : \mu = 50.1 \tag{4.11}$$

$$H_A : \mu < 50.1$$

con un nivel de significancia de 5% ($\alpha = 0.05$). Para ello selecciona de manera aleatoria tres bultos de cada uno de los siguientes cinco pedidos. Pesa los 15 bultos y se obtiene que $\bar{X} = 49.4$ y $S^2 = 1.2$. De esta manera, el estadístico de prueba calculado de acuerdo con la expresión (4.8) está dado por

$$t_0 = \frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu_0)}{S} = \frac{\sqrt{15}(49.4 - 50.1)}{\sqrt{1.2}} = -2.47$$

De las tablas de la distribución *T de Student* con $n - 1 = 14$ grados de libertad, para $\alpha = 0.05$, se lee el valor crítico $t_{0.05, 14} = 1.76$. Como $t_0 = -2.47 < -1.76 = -t_{0.05, 14}$, se rechaza la hipótesis H_0 (figura 4.5). Es decir, se rechaza la afirmación del vendedor de que los bultos tienen un peso medio de 50.1, y además la evidencia indica que dicho peso es menor que el declarado.

PRUEBA PARA LA VARIANZA

En el ejemplo 4.3 sobre el peso de costales se puede notar a simple vista que la varianza $\sigma^2 = 0.5$ declarada por el vendedor es bastante diferente de la varianza muestral $s^2 = 1.2$, lo que lleva a sospechar que su afirmación sobre la varianza del proceso es falsa. El hecho de que los dos números sean distintos no significa que sean estadísticamente diferentes, de aquí la necesidad de contrastar o probar las hipótesis

$$H_0 : \sigma^2 = 0.5$$

$$H_A : \sigma^2 > 0.5,$$

y de esta manera comprobar si esa diferencia es estadísticamente significativa. Esta hipótesis es un caso particular de la siguiente:

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$H_A : \sigma^2 > \sigma_0^2,$$

donde σ_0^2 es un valor conocido (0.5 en el ejemplo). Para probar esta hipótesis, bajo el supuesto de distribución normal, se utiliza el siguiente estadístico de prueba

$$\chi_0^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

donde n es el tamaño de muestra. Si H_0 es verdadera, χ_0^2 sigue una distribución ji-cuadrada con $n - 1$ grados de libertad. Por lo que se rechaza H_0 si $\chi_0^2 > \chi_\alpha^2$, donde χ_α^2 es un punto crítico que se obtiene de la tabla de la distribución ji-cuadrada. Si la hipótesis alternativa es bilateral, entonces se rechaza H_0 si $\chi_0^2 > \chi_{\alpha/2}^2$ o si $\chi_0^2 < \chi_{1-\alpha/2}^2$. Aplicando lo anterior al caso de la varianza del peso de los costales, obtenemos que

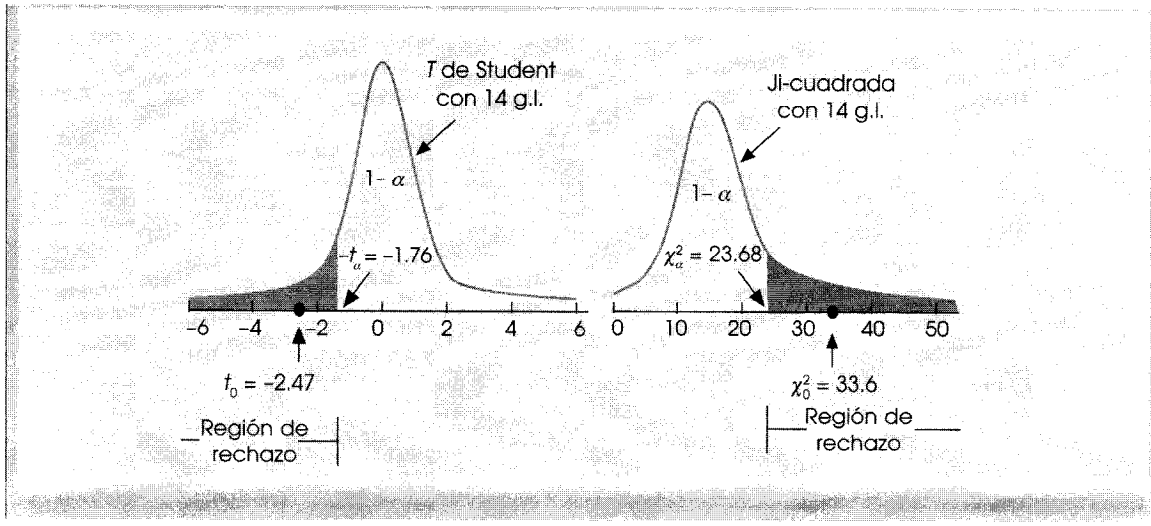


Figura 4.5 *Resultados de las hipótesis para la media y para la varianza del peso de costales.*

$$\chi^2_0 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2_0} = \frac{14 \times 1.2}{0.5} = 33.6$$

el cual, bajo el supuesto de normalidad, sigue una distribución ji-cuadrada con 14 grados de libertad cuando H_0 es verdadera. En la tabla de la distribución ji-cuadrada se lee que χ^2_α, con $\alpha = 0.05$, es igual a 23.68. Como $\chi^2_0 = 33.6 > 23.68 = \chi^2_\alpha$ se rechaza H_0, y se acepta H_A (véase figura 4.5). Es decir, la varianza reportada por el vendedor para el peso de los costales es falsa.

Tanto el estadístico t_0 de la hipótesis sobre la media como el estadístico χ^2_α de la hipótesis sobre la varianza cayeron en las respectivas regiones de rechazo, lo cual se representa en la figura 4.5. Ambas hipótesis son unilaterales, dado que la región de rechazo se concentra en una cola de la distribución correspondiente.

TRES CRITERIOS DE RECHAZO O ACEPTACIÓN EQUIVALENTES

Al menos en las hipótesis más usuales existen tres criterios equivalentes para decidir cuándo rechazar la hipótesis nula y, en consecuencia, aceptar la hipótesis alternativa. La equivalencia es en el sentido de que los tres llevan invariablemente a la misma decisión en términos de aceptar o rechazar H_0. Sin embargo, algunos de estos métodos proporcionan información adicional sobre la decisión que se está tomando, por lo que en algunas situaciones puede resultar ventajoso usar un criterio y no otro.

Estadístico de prueba *vs.* valor crítico

Éste es el criterio que utilizamos en el ejemplo previo y es el que tradicionalmente se empleaba antes de la facilidad computacional que ahora existe, y es el que se explica en muchos libros de texto. Este método consiste en *rechazar H_0 si el estadístico de prueba cae en la región de rechazo que está delimitada por el valor crítico.* Debe tenerse cuidado de comparar los valores adecuados, dependiendo de la hipótesis alternativa de que se trata. El valor crítico es el número que se lee en las tablas de la distribución de referencia, y se puede pensar como el número que separa las regiones de aceptación y de rechazo. Cuando se hacen los cálculos en forma manual, este criterio es el que más se usa. Este método tradicional es el que da menos información adicional acerca de la decisión tomada.

Significancia observada *vs.* significancia predefinida

La *significancia predefinida* que se denota con α es el riesgo máximo que el experimentador está dispuesto a correr, de rechazar H_0 indebidamente (error tipo I), mientras que la *significancia observada o calculada,* también conocida como *p-value* o *valor-p,* es el área bajo la distribución de referencia más allá del estadístico de prueba. La expresión "más allá del estadístico de prueba" significa, por ejemplo en la prueba T, el área bajo la curva fuera del intervalo $[-t_0, t_0]$, es decir, este caso de la alternativa bilateral:

$$p\text{-}value = P(T < -t_0) + P(T > +t_0)$$

donde T es una variable que tiene una distribución T de Student con $n-1$ grados de libertad. Si la prueba es unilateral de cola derecha (izquierda), la significancia observada es el área bajo la curva de la distribución a la derecha (izquierda) de t_0. De lo anterior se desprende que *se rechaza H_0 si la significancia observada es menor que la significancia dada,* o sea si $p\text{-}value < \alpha$.

Significancia predefinida

Es el riesgo maximo que el experimentador está dispuesto a correr, de rechazar H_0 de manera indebida. Es la probabilidad de la región de rechazo. Su valor se especifica desde que se planea el estudio.

Significancia calculada

Es el área bajo la distribución de referencia más allá del estadístico de prueba.

Este criterio es mejor que el anterior porque la significancia observada se puede ver como la probabilidad o evidencia en favor de H_0; por tanto, representa una medida de la contundencia con la que se rechaza o se acepta la hipótesis nula. Por ejemplo, si la significancia observada o *p-value* es igual a 0.0001, entonces sólo hay una probabilidad en favor H_0 de 0.0001, por lo que se estaría rechazando la hipótesis nula con un riesgo tipo I de 0.0001, que es menor del que se está dispuesto a admitir, típicamente $\alpha = 0.05$. En otras palabras, un $p\text{-}value = 0.0001$ indica que el valor observado del estadístico de prueba prácticamente no tenía ninguna posibilidad de ocurrir si la hipótesis nula fuera verdadera, lo que lleva a concluir de manera contundente que la hipótesis nula debe rechazarse.

En la figura 4.6 se muestra, con una hipótesis bilateral, que cuando ocurre el evento $|t_0| < t_{\alpha/2}$ necesariamente sucede que $p\text{-}value > \alpha$, y viceversa. En el caso representado en la figura citada no se rechaza H_0, con cualquiera de los dos criterios. La comparación de t_0 *vs.* $t_{\alpha/2}$ es comparar simples números, mientras que contrastar las significancias α *vs. p-value* es comparar probabilidades, de aquí que esto último sea más informativo.

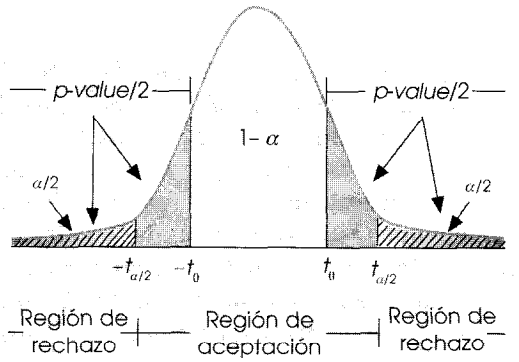


Figura 4.6 *Criterios de aceptación y rechazo: cuando* $|t_0| < t_{\alpha/2}$ *ocurre que p-value* $> \alpha$.

Intervalo de confianza

En este método se rechaza H_0 si el valor del parámetro declarado en la hipótesis nula se encuentra fuera del intervalo de confianza para el mismo parámetro. Cuando la hipótesis planteada es de tipo bilateral se utiliza directamente el intervalo al $100(1-\alpha)\%$ de confianza. Si la hipótesis es unilateral se requiere el intervalo al $100(1-2\alpha)\%$ para que el área bajo la curva fuera de cada extremo del intervalo sea igual a α. Por ejemplo, en el caso de la hipótesis unilateral sobre la media del peso de costales dada por la expresión (4.11) se debe construir el intervalo al $100(1-(2\times 0.05))\% = 90\%$ de confianza para aplicar este criterio con una significancia $\alpha = 0.05$. El intervalo a 90% de confianza para la media μ está dado por

$$\bar{X} \pm t_{0.05}\frac{S}{\sqrt{n}} = 49.40 \pm 1.76\left(\frac{1.095}{3.873}\right) = 49.40 \pm 0.497 = [48.9, 49.9]$$

y se observa que el valor 50.1 declarado en la hipótesis nula no pertenece al intervalo, y además el intervalo está ubicado a la izquierda de 50.1; por tanto, no se acepta la hipótesis $H_0 : \mu = 50.1$ y la evidencia indica que contienen menos azúcar de la que se afirma. Nótese que para rechazar una hipótesis unilateral es necesario verificar también la ubicación del intervalo respecto al valor declarado en la hipótesis nula; el intervalo debe ubicarse respecto a este valor como lo indica la hipótesis alternativa. En el ejemplo, la hipótesis alternativa es $H_A : \mu < 50.1$, por lo que el intervalo debe ubicarse a la izquierda de 50.1 para poder rechazar la hipótesis nula, como ocurre en este caso.

Este criterio es útil cuando el *software* proporciona el intervalo de confianza para el parámetro de interés, pero *no* proporciona la prueba de hipótesis correspondiente. También puede ser que el experimentador quiera, además de la conclusión de la hipó-

tesis, el intervalo de confianza para el parámetro que le interesa, aspecto en que este criterio tiene ventaja sobre los anteriores.

HIPÓTESIS PARA DOS MEDIAS: COMPARACIÓN DE DOS PROCESOS O POBLACIONES

Un problema frecuente que se presenta en la industria es comparar la media de dos procesos, poblaciones o tratamientos. Ésta es la situación cuando, motivados por algún problema de calidad, se comparan dos proveedores, dos materiales, dos máquinas o dos métodos de trabajo, por mencionar algunos casos de interés. En esta sección se presentan dos maneras de solucionar el problema, que difieren básicamente en la manera de aleatorizar cuando se hacen las pruebas o corridas para obtener los datos de cada proceso.

Comparación de dos máquinas

Supongamos que interesa comparar el desempeño de dos máquinas A y B que realizan la misma operación. Para ello se obtendrá una muestra aleatoria de observaciones de cada máquina. Supongamos que los datos en la máquina A son $y_{A_1}, y_{A_2}, \ldots, y_{A_n}$ y los datos de la máquina B son $y_{B_1}, y_{B_2}, \ldots, y_{B_n}$. Estos futuros datos se podrán escribir como en la siguiente tabla:

1	y_{A_1}	y_{B_1}
2	y_{A_2}	y_{B_2}
.	.	.
.	.	.
.	.	.
n	y_{A_n}	y_{B_n}

Para que la comparación sea justa, cada unidad de material se asigna aleatoriamente a las máquinas, y las $2n$ pruebas o corridas se hacen en orden aleatorio. No es adecuado realizar primero todas las corridas de la máquina A y después las de la máquina B, porque eso puede favorecer a una de las máquinas afectando (sesgando) la comparación. La asignación aleatoria del material hace posible que a cada máquina le corresponda material con una calidad equivalente y el orden aleatorio de las pruebas

nulifica el efecto de todas las fuentes de variabilidad que actúan durante el transcurso de las mismas (como son las variables ambientales), al repartir su efecto equitativamente en ambas máquinas.

Suposición de varianzas desconocidas

Sean dos procesos con medias μ_x y μ_y y varianzas σ_x^2 y σ_y^2, respectivamente. Interesa investigar si las medias de dichos procesos se pueden considerar estadísticamente iguales. Para ello se plantean las hipótesis

$$H_0 : \mu_x = \mu_y$$
$$H_A : \mu_x \neq \mu_y \tag{4.12}$$

que se pueden reescribir como

$$H_0 : \mu_x - \mu_y = 0 \tag{4.13}$$
$$H_A : \mu_x - \mu_y \neq 0$$

Para probar H_0 se toman dos muestras aleatorias, como en el ejemplo de las máquinas arriba descrito, de tamaño n_x la del proceso X y de tamaño n_y la del proceso Y; en general es recomendable que $n_x = n_y = n$, pero también puede trabajarse con $n_x \neq n_y$ si no pudieran tomarse iguales. Si cada proceso sigue una distribución normal y son independientes entre ellos, el estadístico de prueba adecuado para probar la hipótesis de igualdad de medias está dado por

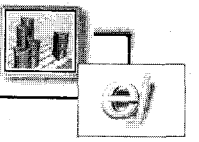
$$t_0 = \frac{\overline{X} - \overline{Y}}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y}}}, \tag{4.14}$$

el cual sigue una distribución T de Student con $n_x + n_y - 2$ grados de libertad, donde S_p^2 es un estimador de la varianza muestral común, suponiendo que dichas varianzas desconocidas sean iguales, y se calcula como

$$S_p^2 = \frac{(n_x - 1)S_x^2 + (n_y - 1)S_y^2}{n_x + n_y - 2}$$

Se rechaza H_0 si $|t_0| > t_{\alpha/2}$, donde $t_{\alpha/2}$ es el punto $\alpha/2$ por ciento de la cola derecha de la distribución T de Student con $n_x + n_y - 2$ grados de libertad. Cuando la hipótesis alternativa es de la forma $H_A : \mu_x > \mu_y$, se rechaza $H_0 : \mu_x = \mu_y$ si $t_0 > t_\alpha$, y si es de la forma $H_A : \mu_x < \mu_y$, se rechaza si $t_0 < t_\alpha$. Utilizando el segundo criterio mencionado en la sección anterior, se rechaza H_0 si *p-value* $< \alpha$ para la pareja de hipótesis de interés.

EJEMPLO 4.4



Comparación de dos centrifugadoras. La calidad de la pintura látex depende, entre otras cosas, del tamaño de partículas. Para medir esta característica se utilizan dos centrifugadoras, y se sospecha que éstas reportan mediciones distintas para la misma pintura. Se decide hacer un estudio que permita comparar las medias y las varianzas reportadas por los dos equipos, para lo cual de un mismo lote de pintura se tomaron 13 lecturas con cada centrifugadora. Los resultados son los siguientes.

CENTRIF. A:	4 714	4 601	4 696	4 896	4 905	4 870	4 987
	5 144	3 962	4 006	4 561	4 626	4 924	
	$\bar{X}_A = 4\,684.00$;		$S_A^2 = 124\,732.00$				
CENTRIF. B:	4 295	4 271	4 326	1 530	4 618	4 779	4 752
	4 744	3 764	3 797	4 401	4 339	4 700	
	$\bar{X}_B = 4\,408.92$;	$S_B^2 = 112\,020.00$					

Para comparar las medias se plantea la hipótesis de igualdad de medias con la alternativa bilateral, puesto que no hay ninguna conjetura del experimentador acerca de cuál centrifugadora puede estar reportando valores mayores. Luego, el planteamiento es

$$H_0 : \mu_A = \mu_B$$

$$H_A : \mu_A \neq \mu_B$$

la cual se desea probar con un nivel de significancia de 5% ($\alpha = 0.05$). Suponiendo igualdad de varianzas para el tamaño de partículas, el estadístico de prueba calculado con las fórmulas (4.14) está dado por

$$t_0 = \frac{4\,684.00 - 4\,408.92}{344.06\sqrt{(1/13)+(1/13)}} = 2.04.$$

De la tabla de la distribución T de Student con 13 + 13 − 2 = 24 grados de libertad se obtiene el punto crítico $t_{(0.025,\,24)} = 2.064$. Como $|t_0| = 2.04 < 2.064 = t_{\alpha/2}$ no se rechaza H_0, por lo que se concluye que las centrifugadoras A y B reportan en promedio el mismo tamaño de partícula. Es decir, las centrifugadoras son estadísticamente iguales en cuanto a sus medias. Sin embargo, conviene observar que el rechazo es por muy escaso margen, puesto que el estadístico de prueba y el punto crítico son muy similares. Al comparar la significancia predefinida $\alpha = 0.05$ con el *p-value* = 0.053 se concluye lo mismo (no se rechaza H_0), pero se aprecia que si tal significancia predefinida por el experimentador fuera $\alpha = 0.055$, la decisión sobre la hipótesis sería rechazarla. Esto es, basta que el experimentador esté dispuesto a correr 0.5% de riesgo tipo I adicional para concluir que las medias de las centrifugadoras no son iguales. En general no es recomendable cambiar *a posteriori* el valor α para cambiar la decisión sobre una hipótesis, pero habría situaciones en las que se pueden admitir probabilidades de este error hasta de $\alpha = 0.1$, dependiendo de lo que implica el rechazo de la hipótesis.

Otro aspecto a considerar es la significancia práctica de la decisión sobre la hipótesis, lo cual tiene que ver con la diferencia observada, que en este caso es

$$\overline{X}_A - \overline{X}_B = 4\,684.00 - 4\,408.92 = 275.08$$

y representa un estimador de la diferencia en las medias del tamaño de partículas reportadas por las centrifugadoras. Es necesario investigar si desde el punto de vista práctico este valor puede considerarse una diferencia importante (o despreciable) en términos de costos, calidad, etc., independientemente de cuál haya sido la decisión estadística. En caso de que 275.08 represente una diferencia relevante (inaceptable) que puede impactar fuertemente la calidad del tamaño de partícula, sería un elemento a favor tratar de verificar si tal diferencia es real y en ese caso buscar rechazar que las medias centrifugadoras son iguales, ya sea analizando la conveniencia de utilizar $\alpha = 0.055$ o repitiendo el experimento, pero ahora tomando de 15 a 20 datos con cada centrifugadora. Si por el contrario, la diferencia observada se considerara despreciable o irrelevante desde el punto de vista de su impacto en la calidad, entonces "conviene" aplicar estrictamente $\alpha = 0.05$ y concluir que las medias de las centrifugadoras son iguales. En resumen, cuando la decisión sobre una hipótesis resulta muy apretada (se acepta o rechaza por muy estrecho margen), se recomienda hacer un análisis más a conciencia de la situación para poder asumir la decisión más apropiada.

El caso de varianzas desconocidas pero iguales que acabamos de describir es el más utilizado en la práctica para probar la igualdad de dos medias, y algunos paquetes estadísticos, entre ellos *Statgraphics*, utilizan este método por sistema. En muchos estudios es razonable suponer que las varianzas desconocidas de los dos procesos a comparar son iguales,[2] y un caso de éstos sería cuando en las cartas de control de rangos o histogramas que se hayan realizado en cada proceso se observa "más o menos" la misma dispersión de los puntos. El problema es que hay ocasiones en que las varianzas no tienen por qué ser iguales, o no existen datos históricos sobre los dos procesos que permitan suponer algo pertinente sobre las varianzas. Por ejemplo, al comparar dos proveedores del mismo material puede no haber razones para suponer de antemano que las varianzas de cada uno de ellos sean iguales o parecidas (estadísticamente), y en estos casos el estadístico de prueba para probar la hipótesis de igualdad de medias está dado por

$$t_0 = \frac{\overline{X} - \overline{Y}}{\sqrt{\dfrac{S_x^2}{n_x} + \dfrac{S_y^2}{n_y}}}, \tag{4.15}$$

el cual sigue aproximadamente una distribución T de Student, cuyos grados de libertad v (nú) se calculan mediante la relación

$$v = \frac{\left(\dfrac{S_x^2}{n_x} + \dfrac{S_y^2}{n_y}\right)^2}{\dfrac{(S_x^2/n_x)^2}{n_x + 1} + \dfrac{(S_y^2/n_y)^2}{n_y + 1}} - 2. \tag{4.16}$$

[2] Para evitar suponer de antemano que las varianzas son iguales, se puede proceder de dos maneras: una es realizar, con los propios datos del estudio, la prueba de igualdad de varianzas descrita en la siguiente sección, antes de probar la igualdad de medias. Otra manera es aplicar directamente el procedimiento de prueba que supone de antemano que las varianzas no son iguales. El procedimiento que supone varianzas desiguales trabaja bien aun en el caso de que éstas sean iguales.

Como antes, se rechaza H_0 si $|t_0| > t_{\alpha/2,\nu}$ o si *p-value* $< \alpha$. Por ejemplo, si en el caso de las centrifugadoras no se pudiera suponer que las varianzas son iguales, el valor del estadístico dado por la expresión (4.15) resulta ser $t_0 = 2.04$, y aplicando la fórmula (4.16) para calcular los grados de libertad de la distribución T de Student que se espera siga tal estadístico, se obtiene que $\nu = 26$. Con esto se obtiene que el *p-value* = 0.052 (usando Statgraphics para los cálculos). Por tanto, con $\alpha = 0.05$ no se rechaza la igualdad de las medias y es la misma decisión que se obtuvo suponiendo varianzas iguales. Observe que los valores de t_0 y *p-value* son prácticamente iguales que antes.

PRUEBA PARA LA IGUALDAD DE VARIANZAS

En lugar de suponer en la prueba de medias que las varianzas son iguales o diferentes se puede proceder a verificarlo estadísticamente mediante las hipótesis

$$\begin{aligned} H_0 &: \sigma_x^2 = \sigma_y^2 \\ H_A &: \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2 \end{aligned} \tag{4.17}$$

La comparación de varianzas tiene interés en sí misma, con independencia de las medias, puesto que éstas son determinantes del desempeño y capacidad de los procesos para cumplir con las especificaciones de calidad. En general se tendrá que a menor varianza implica potencialmente mejor calidad. Por ejemplo, en el caso de las centrifugadoras interesa ver si alguna de ellas tiene mayor error (variabilidad) en sus mediciones. El planteamiento de la hipótesis se puede reescribir como

$$\begin{aligned} H_0 &: \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} = 1 \\ H_A &: \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} \neq 1, \end{aligned} \tag{4.18}$$

para enfatizar que la prueba se basa en la distribución del estadístico

$$F_0 = \frac{S_x^2}{S_y^2}, \tag{4.19}$$

el cual sigue una distribución F con $n_x - 1$ grados de libertad en el numerador y $n_y - 1$ grados de libertad en el denominador. Calculando el valor del estadístico de prueba se obtiene que $F_0 = 1.11$. Como la distribución F no es simétrica, el *p-value* está dado por el área bajo la curva a la derecha de 1.11 más el área bajo la curva a la izquierda

de $1/1.11 = 0.9$.[3] Mediante el paquete estadístico Statgraphics se obtiene *p-value* = 0.85. Por tanto, utilizando $\alpha = 0.05$ la decisión es no rechazar $H_0 : \sigma_x^2 = \sigma_y^2$ y se concluye que las centrifugadoras tienen estadísticamente la misma variabilidad, precisión o error de medición. El valor del *p-value* tan grande en relación con el valor de α indica que la decisión de no rechazar la igualdad de varianzas es contundente.

POBLACIONES PAREADAS (COMPARACIÓN DE DOS MEDIAS CON MUESTRAS DEPENDIENTES)

En las secciones anteriores se prueba la hipótesis de igualdad de las medias de dos poblaciones o tratamientos suponiendo que las dos muestras son independientes. Esta suposición se justifica por la manera en que se obtienen los datos, en donde la muestra a la que se aplica el tratamiento 1 es independiente de la muestra para el tratamiento 2, y los datos se obtienen en *orden completamente al azar*. Con esto se justifica suponer que no existe relación directa entre los datos en el primer tratamiento (o proceso) con los datos en el segundo.

Orden completamente al azar

Es cuando las unidades se asignan de manera aleatoria a los tratamientos y las pruebas o corridas se hacen en orden aleatorio.

El orden completamente al azar significa que las unidades se asignan en forma aleatoria a los tratamientos, y las pruebas o corridas del proceso se hacen en orden estrictamente aleatorio. Por ejemplo, si se comparan dos proveedores del mismo material, claramente los dos tratamientos (proveedores) son independientes y las dos muestras de material de prueba son dos conjuntos físicamente distintos. Si se toma una muestra representativa del material de cada proveedor, digamos 15 unidades de cada uno, entonces es importante aleatorizar el orden en que se probarán las 30 unidades y que la prueba la desarrolle el mismo operador, utilizando los mismos equipos de medición y prueba, todo lo anterior con la idea de evitar cualquier sesgo que pudiera favorecer a uno de los tratamientos o proveedores.

Muestras pareadas

Implica obtener los datos de ambos tratamientos por pares, de manera que cada par son datos que tienen algo en común y no son independientes.

Sin embargo, en muchas situaciones prácticas no conviene o no es posible tomar muestras independientes, sino que la mejor estrategia es tomar *muestras pareadas*. Esto significa que los datos de ambos tratamientos se van obteniendo por pares, de forma que cada par son datos que tienen algo en común. Típicamente lo que tiene en común es que a la misma unidad experimental o espécimen de prueba se le aplican los tratamientos a comparar. Un par de ejemplos son:

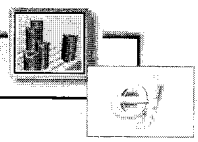
1. A los mismos pacientes se les aplican dos medicamentos (tratamientos) para el dolor en distintas ocasiones; los tratamientos a comparar son los dos medicamentos.
2. A las mismas piezas se les hace una prueba de dureza con distintos instrumentos; aquí se quieren comparar los instrumentos.

En el primer caso el apareamiento consiste en el grupo de pacientes que recibe el medicamento A es el mismo grupo que recibe el medicamento B, por lo que las mediciones del efecto de los medicamentos sobre el mismo paciente están relacionadas, y en este sentido no son independientes. Al ser el mismo grupo el que recibe ambos

[3] En general los puntos porcentuales de cola izquierda y cola derecha de la distribución F cumplen la igualdad: $F_{1-\alpha, n_1-1, n_2-1} = 1/F_{\alpha, n_2-1, n_1-1}$. Es decir, uno es el inverso del otro, intercambiando los grados de libertad del numerador y del denominador; si éstos son iguales, simplemente es el inverso.

tratamientos se logra una comparación más justa y precisa, pero además al observar las diferencias entre los tratamientos en un mismo paciente se eliminan otras fuentes de variación y se logra hacer una comparación sin sesgos. En el caso de las piezas, si una es grande se espera que ambos instrumentos tenderán a reportar una medición alta, por lo que se espera que haya una fuerte correlación entre las mediciones reportadas con los dos instrumentos. Además, al medir las piezas con los dos instrumentos, si hay diferencias en las mediciones sobre la misma pieza, entonces esas diferencias se deben principalmente al instrumento de medición.

EJEMPLO 4.5



Comparación de dos básculas. Se desea ver si dos básculas están sincronizadas. Para ello se toma una muestra aleatoria de 10 especímenes y cada uno se pesa consecutivamente en ambas básculas, cuidando que el orden en que se utilizan sea elegido al azar. El trabajo lo realiza el mismo operador, y los datos obtenidos se muestran en la tabla 4.2.

Tabla 4.2 Mediciones reportadas por dos básculas.

Espécimen	Báscula 1	Báscula 2	Diferencia
1	11.23	11.27	−0.04
2	14.36	14.41	−0.05
3	8.33	8.35	−0.02
4	10.50	10.52	−0.02
5	23.42	23.41	−0.01
6	9.15	9.17	−0.02
7	13.47	13.52	−0.05
8	6.47	6.46	0.01
9	12.40	12.45	−0.05
10	19.38	19.35	0.03
Medias:	12.87	12.89	−0.022

Es claro que tenemos el caso de observaciones pareadas, ya que el peso que registra cada báscula para un espécimen no es independiente del que registra la otra báscula para el mismo espécimen, en el sentido de que si un espécimen es muy pesado se espera que ambas básculas lo detecten. La comparación de las básculas se puede evaluar probando la siguiente hipótesis

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_A : \mu_1 \neq \mu_2$$

donde μ_1 es el peso promedio poblacional de la báscula 1 y μ_2 es el peso promedio poblacional de la báscula 2. Entonces estas hipótesis en el caso pareado se pueden plantear de manera equivalente como

$$H_0 : \mu_D = 0$$

$$H_A : \mu_D \neq 0, \tag{4.20}$$

donde μ_D es la media de la población de diferencias. De esta manera, el problema de comparar las medias de *dos* poblaciones se convierte en el problema de comparar la media de *una* población con una constante. En este sentido, el estadístico de prueba para la hipótesis (4.20) es el caso particular del estadístico (4.8) para una media, cuando $\mu_0 = 0$ (ver sección "Prueba para la media"). Esto es, con la muestra de n diferencias $(d_1, d_2, ..., d_n)$ se obtiene el estadístico dado por

$$t_0 = \frac{\bar{d}}{S_D/\sqrt{n}} \tag{4.21}$$

donde $\bar{d} = -0.02$ es el promedio muestral de las diferencias, $S_D = 0.0287$ es la desviación estándar muestral de tales diferencias y n es el tamaño de la muestra. Bajo H_0 el estadístico t_0 se distribuye como una T de Student con $n-1$ grados de libertad, por lo que se rechaza H_0 si $|t_0| > t_{\alpha/2, n-1}$ o si *p-value* $< \alpha$. Haciendo los cálculos resulta que

$$t_0 = \frac{-0.02}{0.0287/\sqrt{10}} = -2.20$$

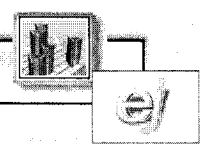
Como *p-value* = 0.055 es mayor que $\alpha = 0.05$ no se rechaza H_0 a un nivel de significancia de $\alpha = 0.05$. Es decir, no hay suficiente evidencia en contra de la sincronización de las básculas. Sin embargo, esta conclusión es bastante endeble dado que el *p-value* es muy similar al valor α. De hecho, con $\alpha = 0.06$ se estaría concluyendo lo contrario, y el experimentador debería considerar la posibilidad de asumir este riesgo de 6% y rechazar la sincronización de las básculas.

Debemos aclarar que el hecho de que las observaciones sean *pareadas* y que se analicen las diferencias no es producto de la casualidad, sino que ésta es la manera correcta de resolver el problema. Si en el ejemplo, en lugar de analizar las diferencias se analizan por separado las mediciones de cada báscula, el efecto de las posibles diferencias entre los dos instrumentos se mezclaría con la variabilidad que de por sí tienen las piezas. Si se pesara un grupo diferente de 10 especímenes con cada báscula, entonces la propia variabilidad de las piezas dentro de cada grupo más las diferencias entre los dos grupos probablemente ocultaría el efecto de la diferencia de los instrumentos de medición. De esta manera, las observaciones pareadas son necesarias para poder eliminar fuentes de variabilidad que podría no dejar hacer la comparación de manera eficaz. Esto quedará más claro en seguida.

Poblaciones pareadas: caso más general

La mayoría de las aplicaciones de la prueba pareada buscan sólo una estrategia en que las diferencias observadas se deban a los tratamientos que se quiere comparar, y no al efecto de la heterogeneidad que de por sí tienen los especímenes de prueba. De esta manera la prueba pareada puede utilizarse en situaciones más complejas donde es necesario comparar tratamientos ante la presencia de varias fuentes de variabilidad explícitas. Por ejemplo, se quieren comparar dos máquinas respecto a los resultados que generan, pero el material que utilizan tiene una historia larga en la que sufrió el efecto de varios factores como proveedores, lotes, turnos, días, subprocesos, etc.; entonces, al no ser posible hacer dos mediciones sobre la misma pieza como en el caso de las básculas, se requiere una identificación más estricta de las fuentes principales de variabilidad para poder parear los datos con base en ellas.

EJEMPLO 4.6



Impurezas en cofres levantados y bajados. En una fábrica de autos se tiene la conjetura o hipótesis de que el número de impurezas en la pintura de los cofres de los autos es diferente, dependiendo de si el cofre está bajado o levantado al pasar el auto por los hornos de secado. Se decide llevar a cabo un experimento para comparar el número promedio de impurezas en cada situación del cofre (tratamientos). Se consideró que

Tabla 4.3 Número de impurezas en cofres de autos.

Bloque	Día	Turno	Bajado	Levantado	Diferencia
1	Lunes	M	3.4	2.7	0.7
2	Lunes	T	3.7	3.2	0.5
3	Martes	M	2.9	1.8	1.1
4	Martes	T	2.5	1.9	0.6
5	Miércoles	M	1.6	1.1	0.5
6	Miércoles	T	2.8	2.2	0.6
7	Jueves	M	3.7	2.8	0.9
8	Jueves	T	5.9	4.8	1.1
9	Viernes	M	4.8	4.3	0.5
10	Viernes	T	4.3	3.4	0.9
		Medias:	3.56	2.82	0.74
		Desviaciones estándar:	1.23	1.15	0.24

no era adecuado utilizar muestras independientes, ya que se sabía que los *días* de la semana o los *turnos* podían tener influencia en el número de impurezas. Estos dos factores se incluyen en el estudio como el criterio de apareamiento, como se muestra en la tabla 4.3, en la cual también se aprecian los datos obtenidos. Cada dato en las columnas *levantado* y *bajado* en la tabla 4.3 representa el promedio de impurezas en 10 autos, de forma que en el experimento se utilizaron en total 200 autos. La aleatorización se llevó a cabo por parejas de autos: antes de la entrada a los hornos se aleatorizó si el cofre del primero estaría levantado o bajado; si le tocaba levantado, el cofre del segundo auto debía ir bajado. El planteamiento estadístico consiste en probar la hipótesis de que la media de las diferencias es cero:

$$H_0 : \mu_D = 0$$
$$H_A : \mu_D \neq 0 \qquad (4.17)$$

De aceptar $H_0 : \mu_D = 0$ se estaría aceptando que el número de impurezas promedio en el cofre levantado y bajado son iguales ($H_0 : \mu_L = \mu_B$). El valor del estadístico de prueba es

$$t_0 = \frac{\bar{d}}{S_D/\sqrt{n}} = \frac{0.74}{0.2413/\sqrt{10}} = 9.70,$$

y el nivel de significancia observado (*p-value*) es 0.0000046, el cual es menor que $\alpha = 0.05$; por lo tanto, se rechaza contundentemente la hipótesis nula de que los tratamientos son iguales, es decir, el número de impurezas en los cofres cambia dependiendo de si está levantado o bajado al pasar el auto por los hornos. Además, como se observa en los datos, cuando el cofre está levantado hay menos impurezas; entonces, a partir de esto se decidió que los cofres de autos se levantaran al entrar a los hornos de secado. Con esta medida se logró reducir el número de impurezas en 74% en promedio.

Nótese en la tabla 4.3 la gran variabilidad que existe entre los datos de un día a otro, y también entre turnos. Eso causa que si en lugar de analizar las diferencias se hayan analizado los datos de cada tratamiento (posición del cofre) por separado, entonces la diferencias debido a tratamientos se hubiesen minimizado ante tanta variabilidad. Efectivamente, si la comparación se hace siguiendo el criterio de muestras independientes, entonces el estadístico de prueba es $t = 1.39$, que le corresponde un *p-value* = 0.18, por lo que procediendo de esa manera se concluiría en forma equivocada que no hay diferencias entre tratamientos (los detalles de este análisis se dejan como ejercicio). Esto, aunado a las mejoras logradas, ha justificado que la forma en que se hizo el aparcamiento fue necesaria y correcta, ya que como se aprecia en la tabla 4.3, se aseguró que al aparcar carros pintados el mismo día y en el mismo turno, se logra carros más homogéneos a los que se les aplican los tratamientos, por lo que las diferencias observadas en un mismo día y turno, se debe en buena medida a los tratamientos.

Resumen de fórmulas para procedimientos de prueba de hipótesis

En la tabla 4.4 se resumen las fórmulas de los procedimientos de pruebas de hipótesis que involucran un parámetro de una sola población, mientras que en la tabla 4.5 se listan

Tabla 4.4 Procedimientos para un parámetro.

Hipótesis	Estadístico de prueba	Criterio de rechazo
a) $H_0 : \mu = \mu_0$	$t_0 = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$	
$H_A : \mu \neq \mu_0$		$\lvert t_0 \rvert > t_{\alpha/2}$
$H_A : \mu > \mu_0$		$t_0 > t_\alpha$
$H_A : \mu < \mu_0$		$t_0 < -t_\alpha$
b) $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$	$\chi_0^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$	
$H_0 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$		$\chi_0^2 > \chi^2_{\alpha/2,\,n-1}$ o $\chi_0^2 < \chi^2_{1-\alpha/2,\,n-1}$
$H_0 : \sigma^2 > \sigma_0^2$		$\chi_0^2 > \chi^2_{\alpha,\,n-1}$
$H_0 : \sigma^2 < \sigma_0^2$		$\chi_0^2 < \chi^2_{1-\alpha,\,n-1}$
c) $H_0 : p = p_0$	$z_0 = \dfrac{X - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}}$	
$H_0 : p \neq p_0$		$\lvert z_0 \rvert > z_{\alpha/2}$
$H_0 : p > p_0$		$z_0 > z_\alpha$
$H_0 : p < p_0$		$z_0 < -z_\alpha$

los procedimientos que involucran a parámetros de dos poblaciones. Se muestra en cada caso el planteamiento de la hipótesis, el estadístico de prueba y el criterio de rechazo, este último para cada una de las tres posibles alternativas. Si se trabaja usando un *software* estadístico, es más directo y conveniente basarse en el criterio del *p-value*, el cual para cualquier hipótesis debe ser menor que α para poder rechazar H_0.

Note en la tabla 4.5 que aparecen tres maneras de probar la igualdad de medias H_0: la primera (*a*) es para el caso de muestras independientes suponiendo varianzas iguales; la segunda (*b*) es para muestras independientes sin suponer varianzas iguales, y el caso *c* es para muestras pareadas. El caso *d* de igualdad de proporciones no se discutió previamente, pero dadas estas fórmulas es fácil de aplicar ya que $\hat{p}_1 = X_1/n_1$ y $\hat{p}_2 = X_2/n_2$ son las proporciones muestrales de cada población a comparar; $\hat{p}$ es el estimador de la proporción juntando ambas muestras, que se obtiene bajo el supuesto de que H_0 : $p_1 = p_2$ es verdadera.

Tabla 4.5. Procedimientos para dos parámetros.

Hipótesis	Estadístico de prueba	Criterio de rechazo
a) $H_0 : \mu_1 = \mu_2$	$t_0 = \dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{S_p\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}}$	
$H_A : \mu_1 \neq \mu_2$		$\lvert t_0 \rvert > t_{\alpha/2,\, n_1+n_2-2}$
$H_A : \mu_1 > \mu_2$		$t_0 > t_{\alpha,\, n_1+n_2-2}$
$H_A : \mu_1 < \mu_2$		$t_0 < -t_{\alpha,\, n_1+n_2-2}$
	donde $S_p = \sqrt{\dfrac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$	
b) $H_0 : \mu_1 = \mu_2$	$t_0 = \dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1}+\dfrac{S_2^2}{n_2}}}$	
$H_A : \mu_1 \neq \mu_2$		$\lvert t_0 \rvert > t_{\alpha/2,\, v}$
$H_A : \mu_1 > \mu_2$		$t_0 > t_{\alpha,\, v}$
$H_A : \mu_1 < \mu_2$		$t_0 < -t_{\alpha,\, v}$
	donde $v = \dfrac{\left(\dfrac{S_1^2}{n_1}+\dfrac{S_2^2}{n_2}\right)^2}{\dfrac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1+1}+\dfrac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2+1}} - 2$	
c) $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$F_0 = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$	
$H_A : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$		$F_0 > F_{\alpha/2,\, n_1-1,\, n_2-1}$ o $F_0 < F_{1-\alpha/2,\, n_1-1,\, n_2-1}$
$H_A : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$		$F_0 > F_{\alpha,\, n_1-1,\, n_2-1}$
$H_A : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$		$F_0 < F_{1-\alpha,\, n_1-1,\, n_2-1}$

d) $H_0 : p_1 = p_2$ $\qquad z_0 = \dfrac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}}$

$H_A : p_1 \neq p_2$ $\qquad |z_0| > z_{\alpha/2}$

$H_A : p_1 > p_2$ $\qquad z_0 > z_{\alpha}$

$H_A : p_1 < p_2$ $\qquad z_0 < -z_{\alpha}$

donde

$$\hat{p} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$$

e) $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $\qquad t_0 = \dfrac{\bar{d}}{S_d/\sqrt{n}}$

$H_A : \mu_1 \neq \mu_2$ $\qquad |t_0| > t_{\alpha/2,\, n-1}$

$H_A : \mu_1 > \mu_2$ $\qquad t_0 > t_{\alpha,\, n-1}$

$H_A : \mu_1 < \mu_2$ $\qquad t_0 < -t_{\alpha,\, n-1}$

USO DE STATGRAPHICS Y EXCEL

Statgraphics

Los métodos estadísticos tratados en el presente capítulo son de aplicación más sencilla si se utiliza un software para hacer los cálculos. Prácticamente en cualquier software estadístico se incluyen los métodos aquí tratados. Por ejemplo en Statgraphics se incluyen en los menús de *Describe* y *Compare* que aparecen en la pantalla principal. En particular, para hacer estimación puntual y por intervalo, para la media y la desviación estándar, la secuencia a elegir es la siguiente: *Describe* → *Numeric data* → *One-variable analysis*; se declara la variable a analizar, la cual fue previamente capturada en una columna de la hoja de datos, y posteriormente se pide la salida de *Confidence intervals* en las opciones tabulares. Para especificar el nivel de confianza deseado se abren las opciones de panel (*Pane options*) con el botón derecho del ratón. Utilice los otros procedimientos gráficos y analíticos que se incluyen en las opciones tabulares y opciones gráficas para hacer un análisis descriptivo más completo, por ejemplo, hacer un histograma o calcular los diferentes estadísticos básicos (*summary statistics*).

Para probar hipótesis sobre un parámetro, ya sea la media o la varianza, la secuencia es la misma que para hacer estimación, pero ahora se abre la opción tabular de *Hypothesis tests*. Con el botón del lado derecho, en las opciones de panel, se especifican el valor (μ_0) que define la hipótesis nula, el nivel de significancia α y el tipo de hipótesis alternativa que se tiene, la cual puede ser: *not equal* ($\neq$), *greater than* ($>$) o *less than* ($<$). Es muy importante asegurarse de que se está especificando la hipótesis alternativa apro-

piada al problema, y que la afirmación original sobre el proceso se tradujo bien al lenguaje estadístico. Para interpretar el resultado en términos del nivel de significancia observado, recuerde que un valor del *p-value* menor que el valor α implica que se rechaza la hipótesis nula.

Las hipótesis sobre la desviación estándar se prueban en la opción de *Confidence intervals* usando el criterio del intervalo de confianza: si el valor especificado en la hipótesis nula σ_0 se encuentra adentro del intervalo, no se rechaza H_0; en caso contrario, se rechaza. Para especificar la significancia α de la prueba se debe definir el nivel de confianza apropiado, en especial cuando la hipótesis es de tipo unilateral (véase este criterio en la sección "Hipótesis para dos medias: comparación de dos procesos o poblaciones" de este capítulo).

El problema de comparar dos medias o dos varianzas con muestras independientes se resuelve escogiendo la secuencia de opciones *Compare* → *Two samples* → *Two-sample comparison*. Se declaran las dos muestras independientes obtenidas de los dos tratamientos a comparar. De las opciones tabulares se escogen *Comparison of means* y *Comparison of standard deviations*, en las cuales se prueban las hipótesis de igualdad de medias y de igualdad de desviaciones estándar, respectivamente. Con el botón derecho del ratón se elige la hipótesis alternativa deseada en cada caso. Para interpretar más amigablemente los resultados de la comparación se recomienda apoyarse en las demás opciones tabulares y gráficas que existen dentro del procedimiento, por ejemplo, pedir los diagramas de cajas simultáneos para los dos tratamientos, que aparecen en las opciones gráficas con el nombre de *Box and whisker plot*.

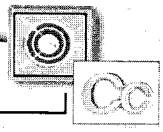
Para comparar medias con muestras pareadas la secuencia de opciones a utilizar es: *Compare* → *Two samples* → *Paired–sample comparison*. Se declaran las dos muestras y se abre la opción tabular *Hypothesis tests* para observar el resultado de la comparación.

Excel

Para hacer cálculos estadísticos en Excel se utilizan las funciones (f_x) estadísticas y la opción *Análisis de datos* dentro del menú de *Herramientas*. Si no estuviera activada la opción de *Análisis de datos*, ésta se activa usando la opción de *Complementos* dentro del mismo menú de *Herramientas*. Para probar hipótesis o encontrar intervalos de confianza para un parámetro primero se calculan las estadísticas básicas de la muestra de datos, usando la secuencia *Herramientas* → *Análisis de datos* → *Estadística descriptiva*. Ahí se activa el cuadro u opción *Nivel de confianza para la media*. El resultado obtenido es la longitud del intervalo a ambos lados de la media muestral. En todos los casos después de señalar el análisis que se desea hacer, se abrirá una ventana en la que se especifica el rango de celdas donde se encuentran los datos y las estadísticas deseadas.

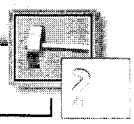
La comparación de dos medias o dos varianzas en Excel es tan fácil como utilizar un *software* estadístico. En caso de comparar las medias dos poblaciones suponiendo varianzas desconocidas pero iguales, la secuencia es: *Herramientas* → *Análisis de datos* → *Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales*. Se declaran el rango de los datos que ocupa cada muestra, la diferencia a probar (típicamente igual a cero) y el riesgo α asociado. También se puede realizar la prueba sin tener que suponer varianzas iguales, con la opción que así lo indica. Para probar la igualdad de dos medias con muestras pareadas la secuencia es: *Herramientas* → *Análisis de datos* → *Prueba t para medias de dos muestras emparejadas*. Finalmente, para probar la igualdad de las varianzas se utiliza la serie de comandos: *Herramientas* → *Análisis de datos* → *Prueba F para varianzas de dos muestras*.

CONCEPTOS CLAVE



- Población
- Parámetros
- Muestra representativa
- Inferencia estadística
- Estadístico
- Distribución de una variable aleatoria X
- Grados de libertad
- Estimador puntual
- Error estándar
- Intervalo de confianza
- Longitud del intervalo de confianza
- Hipótesis estadística
- Hipótesis alternativa
- Estadístico de prueba
- Región de rechazo
- Región de aceptación
- Hipótesis bilateral
- Hipótesis unilateral
- Error tipo I
- Error tipo II
- Potencia de la prueba
- Significancia predefinida
- Significancia calculada
- Orden completamente al azar
- Muestras pareadas

PREGUNTAS Y EJERCICIOS



1. En un estudio estadístico, ¿qué es una población y para qué se toma una muestra?
2. ¿Qué es probar una hipótesis?
3. ¿Qué es hacer una estimación puntual y en qué consiste hacer una estimación por intervalo (por ejemplo, para la media)?
4. ¿Por qué no es suficiente la estimación puntual y por qué se tiene que recurrir a la estimación por intervalo?
5. Explique el papel que desempeñan las distribuciones de probabilidad en la inferencia estadística.
6. En el contexto de estimación por intervalo, señale en forma específica para estimar qué parámetro se utiliza en cada una de las siguientes distribuciones: *T* de Student, Normal y ji-cuadrada.
7. Explique qué es un estadístico de prueba y señale su relación con los intervalos de aceptación y rechazo.

8. ¿Qué son los errores tipo I y II en pruebas de hipótesis?
9. Señale y describa brevemente los tres criterios equivalentes de rechazo de una hipótesis.
10. Señale un ejemplo de datos o muestras pareadas.
11. Dos máquinas, cada una operada por una persona, son utilizadas para cortar tiras de hule, cuya longitud ideal debe ser de 200 mm. De las inspecciones de una semana (25 piezas) se observa que la longitud media de las 25 piezas para una máquina es de 200.1 y para la otra es de 201.2; ¿Es significativa la diferencia entre los dos casos? Argumente.
12. Se desea comprar gran cantidad de bombillas y se tiene que elegir entre las marcas A y B. Para ello se compraron 100 focos de cada marca, y se encontró que las bombillas probadas de la marca A tuvieron un tiempo de vida medio de 1120 horas con una desviación estándar de 75 h, mientras que las de la marca B tuvieron un tiempo de vida medio de 1 064 h con una desviación estándar de 82 h.
    a) ¿Es significativa la diferencia entre los tiempos medios de vida? Use $\alpha = 0.05$.
    b) ¿Con qué tamaño de muestra se aceptaría que las marcas son iguales, utilizando $\alpha = 0.05$?
13. En un laboratorio bajo condiciones controladas, se evaluó, para 10 hombres y 10 mujeres, la temperatura que cada persona encontró más confortable. Los resultados, en grados Fahrenheit, fueron los siguientes:

Mujer	75	77	78	79	77	73	78	79	78	80
Hombre	74	72	77	76	76	73	75	73	74	75

    a) ¿Cuáles son en realidad los tratamientos que se comparan en este estudio?
    b) ¿Las muestras son dependientes o independientes? Explique.
    c) ¿Es la temperatura promedio más confortable igual para hombres que para mujeres?
14. Se prueban diez partes en cada nivel de temperatura y se mide el encogimiento sufrido en unidades de porcentaje multiplicado por diez. Los resultados son:

Temperatura baja	Temperatura alta
17.2	21.4
17.5	20.9
18.6	19.8
15.9	20.4
16.4	20.6
17.3	21.0
16.8	20.8
18.4	19.9
16.7	21.1
17.6	20.3

a) ¿La temperatura tiene algún efecto en el encogimiento? Plantee las hipótesis estadísticas correspondientes a esta interrogante.
b) De un intervalo de confianza para la diferencia de medias.
c) ¿Cuál temperatura da un mejor resultado (menor encogimiento)?
d) Compare las varianzas en cada temperatura.
e) Dibuje los diagramas de cajas simultáneos e interprete.

15. Una compañía de transporte de carga desea escoger la mejor ruta para llevar la mercancía de un depósito a otro. La mayor preocupación es el tiempo de viaje. En el estudio se seleccionaron cinco choferes al azar de un grupo de 10 y se asignaron a la ruta A; los cinco restantes se asignaron a la ruta B. Los datos obtenidos fueron:

Ruta	Tiempo de viaje (h)				
A	8	24	30	21	32
B	22	29	34	25	35

a) ¿Existen diferencias significativas entre las rutas? Plantee y pruebe las hipótesis estadísticas correspondientes.
b) En caso de rechazar la hipótesis del inciso *a*), dibuje los diagramas de cajas simultáneos para concluir cuál ruta es mejor.
c) Sugiera otra manera de obtener los datos (diseño alternativo) para este estudio que pudiera lograr una comparación más efectiva de las rutas.

16. Se tienen dos proveedores de una pieza metálica cuyo diámetro ideal o valor objetivo es igual a 20.25 cm. Se toman dos muestras de 14 piezas a cada proveedor y los datos obtenidos se muestran en seguida.

Proveedor	Diámetros de las piezas de cada proveedor
1	21.38, 20.13, 19.12, 19.85, 20.54, 8.00, 22.24, 21.94, 19.07, 18.60, 21.89, 22.60, 18.10, 19.25
2	21.51, 22.22, 21.49, 21.91, 21.52, 22.06, 21.51, 21.29, 22.71, 21.65, 21.53, 22.22, 21.92, 20.82

a) Describa un procedimiento de aleatorización para la obtención de estos datos.
b) Pruebe la hipótesis de igualdad de los diámetros de los proveedores en cuanto a sus medias.
c) Pruebe la hipótesis de igualdad de varianzas.
d) Si las especificaciones para el diámetro son 20.25 ± 2.25 cm, ¿cuál proveedor produce menos defectuosos?
e) ¿Con cuál proveedor se quedaría usted?

17. En una prueba de dureza, una bola de acero se presiona contra el material al que se mide la dureza. El diámetro de la depresión en el material es la medida de su dureza. Se dispone de dos tipos de bolas de acero y se quiere estudiar su desempeño. Para ello se prueban ambas bolas con los mismos 10 especímenes elegidos aleatoriamente y los resultados son:

Bola *x*	75	46	57	43	58	32	61	56	34	65
Bola *y*	52	41	43	47	32	49	52	44	57	60

a) Analice paso a paso cómo se hizo el experimento y explique por qué es importante hacerlo precisamente así.
b) Pruebe la hipótesis de que ambas bolas dan las mismas mediciones de dureza.
c) Pruebe la igualdad de las bolas sin considerar que están pareadas. Compare los resultados con los obtenidos en el inciso *b*.
d) ¿En qué situación se esperaría que los análisis *b* y *c* den los mismos resultados?

18. Se conduce un experimento para determinar si el uso de un aditivo químico junto con un fertilizante estándar acelera el crecimiento de las plantas. En cada una de 10 localidades se estudiaron dos plantas, sembradas en condiciones similares. A una planta de cada localidad se le aplicó el puro fertilizante y a la otra el fertilizante más el aditivo. Después de cuatro semanas el crecimiento en centímetros fue el siguiente

	Localidad									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sin aditivo	20	31	16	22	19	32	25	18	20	19
Con aditivo	23	34	15	21	22	31	29	20	24	23

a) ¿Los datos obtenidos apoyan la afirmación de que el aditivo químico acelera el crecimiento de las plantas? Plantee las hipótesis apropiadas y pruébelas usando $\alpha = 0.05$.
b) Obtenga un intervalo al 95% de confianza para la diferencia promedio μ_D.
c) Explique con detalle cómo se pueden asignar aleatoriamente los tratamientos a las plantas en cada localidad utilizando una moneda.
d) Suponiendo que en cada localidad una planta queda hacia el este y la otra hacia el oeste, realice una asignación aleatoria de los tratamientos a las plantas lanzando una moneda 10 veces.

19. Retome los datos del ejemplo 4.6 (impurezas en cofres de autos).
a) Ignore el apareamiento y compare de manera independiente los dos tratamientos. Obtenga conclusiones.
b) Explique si las conclusiones son diferentes analizando en forma pareada y analizando de manera independiente.
c) ¿Cuál es la conclusión correcta? ¿Hay o no diferencia entre los tratamientos?

20. Se realizó un experimento para ver si dos técnicas tienen alguna tendencia a obtener diferentes resultados cuando determinan la pureza de cierto producto. Cada muestra fue dividida en dos porciones y cada técnico determinó la pureza de una de las porciones. Los resultados se muestran a continuación.

	Pureza de las muestras							
Técnico	1	2	3	4	5	6	7	8
1	74.0	73.1	73.5	73.9	71.2	72.5	73.0	74.3
2	73.0	71.3	73.2	71.1	70.3	71.5	73.4	72.4

a) Estos datos deben analizarse en forma pareada. Explique por qué.
b) Formule la hipótesis correcta al problema.
c) Pruebe la hipótesis y obtenga conclusiones.
d) Si los técnicos son diferentes, ¿hay alguna evidencia sobre cuál de ellos hace mal el trabajo?
e) ¿Qué recomendaría para lograr mayor uniformidad en las determinaciones de los dos técnicos?

21. En una empresa lechera se tienen varios silos para almacenar leche (cisternas de 60 000 L). Un aspecto crítico para que se conserve la leche es la temperatura de almacenamiento. Tradicionalmente se han usado termómetros de mercurio para verificar que la temperatura sea la adecuada, pero recientemente se compraron termómetros electrónicos (Rtd) para facilitar el proceso de medición. Sin embargo, se duda de las mediciones de estos nuevos dispositivos. Para aclarar dudas y diagnosticar la situación, durante cinco días se toman mediciones con ambos tipos de termómetros en varios silos (a la misma hora). Los datos para cinco silos se muestran en seguida.

	Medición 1		Medición 2		Medición 3		Medición 4		Medición 5	
Silo	Mer.	Rtd	Mer.	Rtd	Mer.	Rtd	Mer.	Rtd	Mer	Rtd
A	4.0	2.6	4.0	2.8	5.0	5.0	0.5	0.0	3.0	2.4
B	5.0	6.4	6.0	6.4	2.0	2.3	4.0	4.2	4.0	4.0
C	4.5	3.3	4.0	1.4	3.5	1.8	2.0	-1.9	3.0	-7.6
D	2.5	3.1	4.0	5.0	6.5	6.6	4.5	2.7	4.0	6.3
E	4.0	0.0	4.0	0.4	3.5	0.6	2.0	-4.0	4.0	-6.3

a) Observe los datos y establezca una conjetura acerca de la confiabilidad de las mediciones con Rtd (del termómetro de mercurio no hay duda).
b) Ignorando el silo, formule la hipótesis de mayor interés en este problema.
c) Pruebe la hipótesis que formuló y obtenga conclusiones.

Capítulo 5

Capacidad de procesos II: Índices de capacidad y análisis de tolerancias

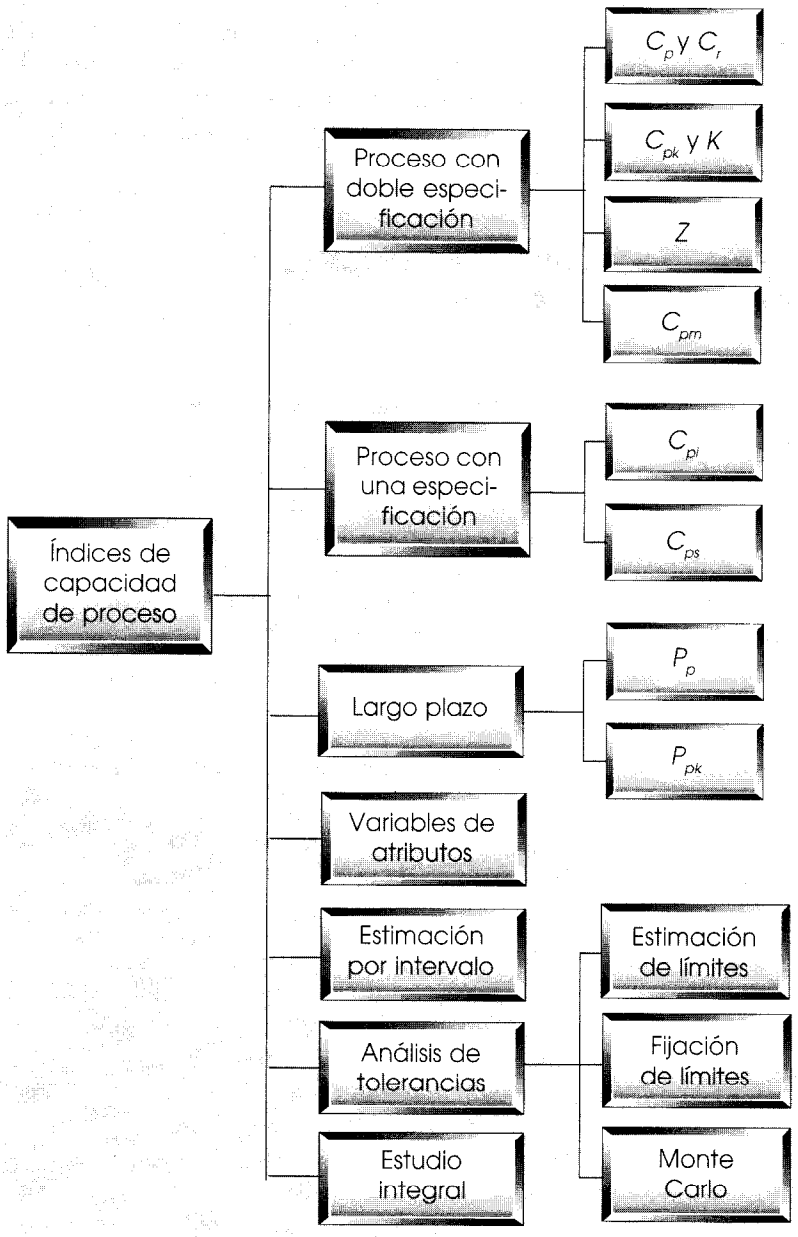
120

SUMARIO

- Índices de capacidad para proceso con doble especificación
- Procesos con sólo una especificación
- Índices de capacidad de largo plazo: P_p y P_{pk}
- Índices de capacidad para variables de atributos
- Estimación de los índices de capacidad mediante una muestra (estimación por intervalo)
- Estudio real (integral) de capacidad
- Diseño de tolerancias
- Uso de Statgraphics y Excel

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Identificar los índices de capacidad para variables con una y con doble especificación.
- Conocer la importancia del concepto de capacidad de largo plazo y sus correspondientes índices: P_p y P_{pk}.
- Poder calcular índices de capacidad para variables de atributos.
- Explicar la función del análisis de tolerancias en el diseño y caracterización de productos.
- Realizar un estudio amplio de la capacidad de un proceso.


Índices de capacidad de proceso
Proceso con doble especificación
C_p y C_r
C_{pk} y K
Z
C_{pm}
Proceso con una especificación
C_{pl}
C_{ps}
Largo plazo
P_p
P_{pk}
Variables de atributos
Estimación por intervalo
Análisis de tolerancias
Estimación de límites
Fijación de límites
Monte Carlo
Estudio integral

Este capítulo es una continuación de los conceptos vistos en el capítulo 2 sobre capacidad de los procesos. Las técnicas estudiadas en el capítulo 2 no sólo son útiles para evaluar la capacidad, sino que se usan en muchos campos de aplicación de la estadística. En este capítulo se analizarán los índices de capacidad, que son mediciones especializadas para evaluar capacidad, y que por su fácil interpretación se han convertido en las medidas de capacidad por excelencia. Sin embargo, en ocasiones se ha abusado de su uso y no se han considerado sus limitaciones, por esto es importante conocerlos bien para interpretarlos de manera correcta. También se describe el análisis de tolerancia, que es una metodología de mucha utilidad para estudiar la capacidad cuando se combinan varios componentes o partes. Ambos aspectos son herramientas fundamentales en el contexto de proyectos Seis Sigma.

ÍNDICES DE CAPACIDAD PARA PROCESO CON DOBLE ESPECIFICACIÓN

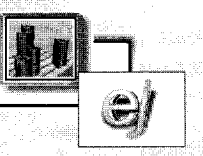
Capacidad de un proceso

Es la manera que las variables de salida de un proceso cumplen con sus especificaciones.

Los procesos industriales tienen variables de salida o de respuesta, las cuales deben cumplir con ciertas especificaciones para así considerar que el proceso está funcionando de manera satisfactoria. Evaluar la habilidad o *capacidad de un proceso* es analizar qué tan bien cumplen sus variables de salida con las especificaciones.

Sea una característica de calidad de un producto o variable de salida de un proceso, del tipo valor nominal es mejor, donde para considerar que hay calidad las mediciones deben ser igual a cierto valor nominal o ideal (N), o al menos tienen que estar dentro de cierta especificación inferior (EI) y superior (ES).

EJEMPLO 5.1



Una característica de calidad importante en la fabricación de una llanta es la longitud de capa, que para cierto tipo de llanta debe ser de 780 mm con una tolerancia de ±10 mm. La longitud es el resultado de un proceso de corte, por lo que este proceso debe garantizar que la longitud esté entre la especificación inferior $EI = 770$ y la superior $ES = 790$, con un valor ideal o nominal de $N = 780$. Para monitorear el correcto funcionamiento del proceso de corte, cada media hora se toman cinco capas y se miden. De acuerdo con las mediciones hechas en el último mes, en el que el proceso ha estado trabajando de manera estable, se tiene que la media y la desviación estándar del proceso son $\mu = 781$ y $\sigma = 4$, respectivamente. Con base en esto se quiere tener una evaluación de la manera que el proceso ha estado cumpliendo con especificaciones. Haremos esto con base en los índices de capacidad.

Índice C_p

Índice C_p

Compara el ancho de las especificaciones o variación tolerada para el proceso con la amplitud de la variación real del proceso, e indica la capacidad potencial.

El índice de capacidad potencial del proceso, C_p, se define de la siguiente manera:

$$C_p = \frac{ES - EI}{6\sigma},$$

donde σ representa la desviación estándar del proceso, y ES y EI son las especificaciones superior e inferior para la característica de calidad. El ***índice C_p*** compara el ancho de las especificaciones o variación tolerada para el proceso con la amplitud de la variación real del proceso:

$$C_p = \frac{\text{Variación tolerada}}{\text{Variación real}}$$

Decimos que 6σ (seis veces la desviación estándar) es la variación real, debido a las propiedades de la distribución normal (capítulo 3), en donde se afirma que entre $\mu \pm 3\sigma$ se encuentra el 99.73% de los valores de una variable con distribución normal (incluso si no hay normalidad,[1] en $\mu \pm 3\sigma$ se encuentra un gran porcentaje de la distribución, debido a la desigualdad de Chebyshev y la regla empírica, capítulo 2).

Interpretación del índice C_p. Para que el proceso pueda considerar potencialmente capaz de cumplir con especificaciones, se requiere que la variación real siempre sea menor que la variación tolerada. De aquí que lo deseable es que el índice C_p sea mayor que 1, y si el valor del índice C_p es menor que uno es una evidencia de que no cumple con especificaciones. La interpretación que a continuación se dará se basa en que los índices se han estimado considerando variabilidad de corto plazo. Para ampliar las perspectivas en la interpretación del índice C_p, tenemos las siguientes posibilidades:

- Consultar los procesos representados en los histogramas de la figura 3.2 (*a*, *b*, *c*, *d*), donde se ha calculado el índice C_p, así, sólo *a* y *b* son potencialmente capaces, ya que el C_p es mayor que 1.33. Aunque para lograr calidad Seis Sigma se requiere que el $C_p = 2.0$ (véase capítulo 18).
- En la tabla 5.1 se presentan cinco categorías de procesos que dependen del valor del índice C_p, suponiendo que el proceso está centrado. Ahí se ve que el C_p debe ser mayor que 1.33, o que 1.50 si se quiere tener un proceso bueno, pero debe ser mayor o igual que dos si se quiere tener un proceso de clase mundial (véase capítulo 18).

[1] Hay una definición del índice C_p, que es independiente de la distribución de la característica de calidad: el reporte técnico de ISO 12783 define al C_p de la siguiente manera:

$$C_p = \frac{ES - EI}{P_{99.865} - P_{0.135}}$$

donde $P_{99.865}$ es el percentil 99.865 de la distribución de la característica de calidad, y $P_{0.135}$ es el percentil 0.135. De esta manera, cualquiera que sea la distribución, entre estos percentiles se ubicará 99.73% de los valores de la característica de calidad.

- En la tabla 5.2 se ha traducido el valor del índice en porcentaje de artículos que no cumplirían especificaciones y en la cantidad de partes con defectos por cada millón producido (PPM). Por ejemplo, si el índice $C_p = 0.8$ y el proceso estuviera centrado, entonces el correspondiente proceso produce 1.64% de piezas fuera de especificaciones (que corresponde a 16 395 partes malas de cada millón producido). Una observación que se desprende de la tabla referida es que el índice C_p no tiene una interpretación porcentual directa.

Un aspecto que es necesario destacar es que la interpretación de los índices C_p, C_{pi} y C_{ps}, que se da en las tablas 5.1 y 5.2, se fundamenta en tres supuestos: que la característica de calidad se distribuye normal; que el proceso es estable; y que se conoce la desviación estándar del procesos, es decir, la desviación estándar no es una estimación con base en una muestra. La violación de alguno de estos supuestos, sobre todo los últimos dos, afecta sensiblemente la interpretación de los índices. Más adelante se verá la interpretación de los índices cuando éstos se calculan (estiman) a partir de una muestra.

Si al analizar el proceso se encuentra que su capacidad para cumplir especificaciones es mala, existen tres opciones: modificar el proceso, mejorar su control, mejorar el sistema de medición, modificar tolerancias o inspeccionar el 100% de los productos. Por el contrario, si hay capacidad excesiva, ésta se puede aprovechar, por ejemplo: con la venta de la precisión, del método, reasignando productos a máquinas menos precisas, acelerar el proceso y reducir la cantidad de inspección.

Tabla 5.1 Valores del C_p y su interpretación.

$C_p \geq 2$	Clase mundial	Se tiene calidad Seis Sigma
$C_p > 1.33$	1	Adecuado
$1 < C_p < 1.33$	2	Parcialmente adecuado. Requiere de un control estricto
$0.67 < C_p < 1$	3	No adecuado para el trabajo. Un análisis del proceso es necesario. Requiere de modificaciones serias para alcanzar una calidad satisfactoria
$C_p < 0.67$	4	No adecuado para el trabajo. Requiere de modificaciones muy serias

Notas:

1. Si el $C_{pk} < C_p$, entonces una vez que se centre el proceso se tendrá la clase de proceso que se señala.
2. Véase la tabla 5.2 para una interpretación del C_p en términos de piezas fuera de especificaciones.
3. Para procesos con una sola especificación, el valor mínimo de C_{pi} o C_{ps} debe ser mayor que 1.25, en lugar de 1.33, para considerar el proceso adecuado.
4. Si se utiliza el índice Z como índice de capacidad, entonces los valores mínimos que éste debe tomar para cada una de las categorías indicadas del proceso se obtienen multiplicando el correspondiente valor por 3; así, para tener procesos con categoría adecuada se requiere que tanto Z_s como Z_i sean mayores que 4 (3 3 1.33) y para Seis Sigma mayores que seis.

En el caso de la longitud de capa para las llantas, el índice C_p está dado por

$$C_p = \frac{790 - 770}{6(4)} = \frac{20}{24} = 0.83$$

La variación tolerada es de 20, pero la variación real de 24 es mayor. Por tanto, el proceso es incapaz, ya que genera capas con una longitud no satisfactoria. De acuerdo con la tabla 5.1, el proceso es de tercera categoría, y en función de la tabla 5.2 se espera que aproximadamente 1.64% de las capas tengan una longitud no satisfactoria.

Tabla 5.2 Los índices C_p, C_{pi} y C_{ps}, en términos de la cantidad de piezas malas (corto plazo); bajo normalidad y proceso centrado en el caso de doble especificación.

0.2	54.8506%	548 506.130	27.4253%	274 253.065
0.3	36.8120%	368 120.183	18.4060%	184 060.092
0.4	23.0139%	230 139.463	11.5070%	115 069.732
0.5	13.3614%	133 614.458	6.6807%	66 807.229
0.6	7.1861%	71 860.531	3.5930%	35 930.266
0.7	3.5729%	35 728.715	1.7864%	17 864.357
0.8	1.6395%	16 395.058	0.8198%	8 197.529
0.9	0.6934%	6 934.046	0.3467%	3 467.023
1.0	0.2700%	2 699.934	0.1350%	1 349.967
1.1	0.0967%	966.965	0.0483%	483.483
1.2	0.0318%	318.291	0.0159%	159.146
1.3	0.0096%	96.231	0.0048%	48.116
1.4	0.0027%	26.708	0.0013%	13.354
1.5	0.0007%	6.802	0.0003%	3.401
1.6	0.0002%	1.589	0.0001%	0.794
1.7	0.0000%	0.340	0.0000%	0.170
1.8	0.0000%	0.067	0.0000%	0.033
1.9	0.0000%	0.012	0.0000%	0.006
2.0	0.0000%	0.002	0.0000%	0.00

Índice C_r

Es la comparación entre la variación real y la tolerada. Representa la proporción de la banda de especificaciones que es cubierta por el proceso.

Índice C_r

Un índice menos conocido que el C_p, es el que se conoce como *razón de capacidad*, C_r, el cual está definido por

$$C_r = \frac{6\sigma}{ES - EI}$$

Como se puede apreciar, el *índice* C_r, es el inverso del C_p, ya que compara la variación real contra la variación tolerada. Con este índice se quiere que el numerador sea menor que el denominador, es decir, lo deseable son valores de C_r pequeños (menores que 1). La ventaja del índice C_r sobre el C_p, es que tiene una interpretación un poco más intuitiva, a saber: el valor del índice C_r representa la proporción de la banda de especificaciones que es ocupada por el proceso. Por ejemplo, si el $C_r = 0.60$, querrá decir que la variación del proceso abarca o cubre sólo 60% (0.60 3 100) de la banda de especificaciones, por lo que su capacidad potencial es satisfactoria. En cambio, si el $C_r = 1.20$, eso indica una capacidad pobre, ya que la variación del proceso cubre 120% de la banda de especificaciones. En los procesos representados en los histogramas de la figura 2.2, donde se ha calculado el índice C_r, sólo los casos *a* y *b* son potencialmente capaces.

El C_r para el ejemplo de la longitud de las capas de las llantas, es:

$$C_r = \frac{6(4)}{790 - 770} = \frac{24}{20} = 1.20$$

que es un valor demasiado grande, ya que está diciendo que la variación del proceso cubre 120% de la banda de especificaciones, lo que indica una capacidad pobre, como ya lo habíamos visto con el índice C_p.

Índice C_{pk}

Evalúa la capacidad real de un proceso, tomando en cuenta las dos especificaciones, la variación y el centrado del proceso.

Índice C_{pi}

Indica si el proceso cumple con la especificación inferior de una característica de calidad.

Índices C_{pk}, C_{pi}, C_{ps}

La desventaja de los índices C_p y C_r es que no toman en cuenta el centrado del proceso. Por ejemplo, en sus definiciones nunca interviene la media del proceso, μ. A manera de ilustración tenemos los casos *a* y *b* de la figura 2.2, en donde de acuerdo con ambos índices la capacidad es satisfactoria ($C_p = 1.44$ y $C_r = 0.69$); sin embargo, el proceso *b* está muy descentrado a la izquierda y por eso no cumple con la especificación inferior. Para superar esta desventaja será necesario recurrir a otros índices, uno de ellos el llamado *índice de capacidad real: el índice* C_{pk}. Para calcularlo hay varias formas equivalentes; una de ellas consiste en calcular un índice de capacidad para la especificación inferior, C_{pi}, y otro para la superior, C_{ps}, de la siguiente manera:

$$C_{pi} = \frac{\mu - EI}{3\sigma} \quad \text{y} \quad C_{ps} = \frac{ES - \mu}{3\sigma}$$

Como se observa, estos índices sí toman en cuenta la media del proceso y evalúan la capacidad para cumplir con la especificación inferior y superior, respectivamente. La dis-

tancia de la media del proceso a una de las especificaciones representa la variación tolerada para el proceso de un solo lado de la media. Por eso se divide entre 3σ, en lugar de entre 6σ. Los índices unilaterales se interpretan en forma más o menos similar al índice C_p, como se aprecia en las tablas 5.1 y 5.2. De aquí que entre más grandes sean estos índices, mejor se cumplirá con la correspondiente especificación.

Índice C_{pk}

Mide la manera en que el proceso cumple con la especificación superior de una de sus variables de salida.

El índice C_{pk} está definido por:

$$C_{pk} = \text{Al valor más pequeño de entre } C_{pi} \text{ y } C_{ps}$$

Es decir, el índice C_{pk} es igual al índice unilateral más malo, por lo que si el valor del C_{pk} es satisfactorio, eso indicará que el proceso en realidad es capaz. Si no es satisfactorio, no cumple con por lo menos una de las especificaciones. Algunos elementos adicionales para la interpretación del índice C_{pk} son los siguientes:

- El índice C_{pk} siempre va a ser menor o igual que el índice C_p. Cuando sean muy próximos, eso indicará que la media del proceso está muy cerca del punto medio de las especificaciones. Por ejemplo, en los procesos *a* y *c* de la figura 2.2, los valores de los índices C_p y C_{pk} son similares, lo que indica que ambos procesos están centrados. El primero es capaz y el segundo no.
- Si el valor del índice C_{pk} es mucho más pequeño que el C_p, nos indicará que la media del proceso está alejada del centro de las especificaciones. Por ejemplo, en los procesos *b* y *d* de la figura 2.2, el valor del índice C_{pk} es menor (la mitad aproximadamente) que el correspondiente C_p, lo que indica que ambos procesos están muy descentrados, como se aprecia en la figura referida. El impacto que esto tiene en la calidad es importante, ya que si nos apoyamos en la tabla 5.2 para calcular el porcentaje fuera de especificaciones en el caso del proceso *d* con $C_p = 0.61$ generaría 7.18% de efectivo si el proceso estuviera centrado; pero como no lo está, entonces con $C_{pk} = 0.31$ se espera que haya 18.4% fuera de especificaciones (la inferior).
- De acuerdo con la tabla 5.1, cuando los valores de C_{pk} sean mayores a 1.25 o 1.45, se considerará que se tiene un proceso con capacidad satisfactoria.
- Valores del C_{pk} igual a cero o negativos, indican que la media del proceso está fuera de las especificaciones.

En el ejemplo 5.1, de la longitud de las capas de las llantas, tenemos que

$$C_{ps} = \frac{790 - 781}{3(4)} = \frac{9}{12} = 0.75$$

$$C_{pi} = \frac{781 - 770}{3(4)} = \frac{11}{12} = 0.92$$

Luego, como el índice para la especificación superior, C_{ps}, es el más pequeño, eso quiere decir que los mayores problemas del proceso están por la parte superior, aunque también hay problemas con la especificación inferior, ya que 0.92 es un valor aún pequeño. En consecuencia, el índice C_{pk} es:

$$C_{pk} = \text{Mínimo } (0.92, 0.75) = 0.75$$

Esto en términos generales indica una capacidad no satisfactoria. Por tanto, cierta proporción de las capas para las llantas no tienen una longitud adecuada. Utilizando la segunda parte de la tabla 5.2, vemos que con C_{pk} = 0.75 el porcentaje de capas que exceden los 790 mm está entre 0.82% y 1.79%.

Índice *K*

Índice de localización *K*

Es una medida especializada para evaluar el centrado del proceso en términos relativos y porcentuales.

El *índice de descentrado de proceso* o *índice de localización*, *K*, es una medida especializada para evaluar el centrado del proceso, ya que mide en términos relativos y porcentuales qué tan descentrada o alejada está la media de un proceso respecto al valor nominal, *N*, (*target*) para la característica de calidad. Este índice se calcula de la siguiente manera:

$$K = \frac{\mu - N}{\frac{1}{2}(ES - EI)} \times 100$$

De esta forma el índice *K* es igual a la media del proceso μ menos el valor nominal para la característica de calidad *N*, dividida entre la mitad de la distancia de las especificaciones. Es decir, el índice *K* mide qué tan descentrado está el proceso en función de la mitad de la amplitud de las especificaciones, y al multiplicar por 100 se convierte en una medida porcentual.

La interpretación de los valores de *K* es como sigue:

- Si el signo del valor de *K* es positivo significa que la media del proceso es mayor al valor nominal, y será negativo cuando μ sea menor que *N*.
- Valores de *K* menores a 20% en términos absolutos se pueden considerar como aceptables, pero a medida que el valor absoluto de *K* sea más grande que 20%, indica un proceso muy descentrado, lo que puede contribuir de manera significativa a que la capacidad del proceso para cumplir especificaciones sea baja.
- Por ejemplo, en los procesos *a* y *c* de la figura 2.2 los valores de *K* son muy pequeños, lo que muestra que ambos procesos están centrados. El primero es capaz y el segundo no, mientras que en los procesos *b* y *d*, el valor de *K* es –52.7% y –48.6%, respectivamente, lo que indica que son procesos muy descentrados a la izquierda. En caso de que se centraran, el primero sería un proceso capaz, mientras que el segundo mejoraría significativamente, aunque eso no sería suficiente.
- El valor nominal, *N*, es la calidad objetivo y óptima; cualquier desviación respecto a este valor lleva un detrimento en la calidad. Por ello cuando un proceso esté descentrado de manera significativa se deben hacer esfuerzos serios para centrarlo, lo que regularmente no es tan difícil.

En el ejemplo de la longitud de la capa para llantas, el índice *K* es

$$K = \frac{781 - 780}{\frac{1}{2}(790 - 770)} \times 100 = 10\ \%$$

De esta forma la media está desviada 10% a la derecha del valor nominal, por lo que el centrado del proceso se puede considerar aceptable y esto no contribuye de manera significativa a la baja capacidad del proceso.

Índice *Z* (la métrica en seis sigma)

Índice Z

Mide el número de sigmas con el que se desempeña un proceso. La meta es lograr seis sigmas.

Otra forma de medir la capacidad de proceso es mediante el *índice Z*, el cual consiste en calcular la distancia entre las especificaciones y la media μ del proceso en unidades de la desviación estándar, σ. De esta manera, para un proceso con doble especificación se tiene Z superior, Z_s, y el Z inferior, Z_i, definidos de la manera siguiente:

$$Z_s = \frac{ES - \mu}{\sigma}$$

$$Z_i = \frac{\mu - EI}{\sigma}$$

Tomando en cuenta la forma que se estandariza una variable con distribución normal (capítulos 2 y 3), el índice Z se distribuye normal con media 0 y desviación estándar 1. Por ello, entre más grande sea el valor de Z mejor será la capacidad del proceso. Como se puede ver, hay una relación directa entre los índices C_{ps} y C_{pi} con el estadístico Z, ya que:

$$3\,C_{ps} = Z_s \text{ y } 3\,C_{pi} = Z_i$$

por tanto, su interpretación se debe hacer de acuerdo con esta relación.

Como se verá en el capítulo 18, el índice Z es la métrica más utilizada en los programas seis sigmas, ya que éste mide el número de sigmas con el que se desempeña un proceso, siendo la meta que sean seis sigmas.

Índice C_{pm} (índice de Taguchi)

Índice C_{pm}

Índice de Taguchi similar al C_{pk} que toma en cuenta en forma simultánea el centrado y la variabilidad del proceso.

En el primer apartado de este capítulo presentamos los índices C_p y C_{pk}, para los cuales lo más importante es reducir la variabilidad y cumplir con especificaciones. Sin embargo, desde el punto de vista de G. Taguchi, cumplir con especificaciones no es sinónimo de buena calidad y la reducción de la variabilidad debe darse en torno al valor nominal (calidad óptima). Es decir, la mejora de un proceso según Taguchi debe estar orientada a reducir su variabilidad alrededor del valor nominal, N, y no sólo orientada a cumplir con especificaciones.

Taguchi (1986) propone una definición alternativa de los índices de capacidad del proceso, la cual se fundamenta en lo que él denomina función de pérdida. Al índice propuesto por Taguchi, que se denota con C_{pm}, toma en cuenta en forma simultánea el centrado y la variabilidad del proceso (véase Boyles, 1991). El *índice* C_{pm} está definido por

$$C_{pm} = \frac{ES - EI}{6\tau},$$

donde

$$\tau = \sqrt{\sigma^2 + (\mu - N)^2},$$

y N es el valor nominal de la característica de calidad; EI y ES son las especificaciones inferior y superior. El valor de N generalmente es igual al punto medio de las especificaciones, es decir, $N = 0.5(ES + EI)$. Nótese que el índice C_{pm} compara el ancho de las especificaciones con 6τ; pero τ no sólo toma en cuenta la variabilidad del proceso, a través de σ^2, sino que también toma en cuenta el centrado a través de $(\mu - N)^2$. De esta forma, si el proceso está centrado, es decir, si $\mu = N$, entonces el C_p y el C_{pm} son iguales.

Interpretación. Cuando el índice C_{pm} es mayor que uno, entonces eso quiere decir que el proceso cumple con especificaciones, y en particular que la media del proceso está dentro de la tercera parte media de la banda de las especificaciones. Si C_{pm} es mayor que 1.33, entonces el proceso cumple con especificaciones, pero además la media del proceso está dentro de la quinta parte media del rango de especificaciones. Por ejemplo, en el caso de la longitud de capa para llantas, la quinta parte media de la banda de especificaciones es

$$780 \pm \frac{10}{5}$$

Por cierto, en este caso el valor del índice C_{pm} está dado por

$$C_{pm} = \frac{790 - 770}{6\sqrt{4^2 + (781 - 780)^2}} = \frac{20}{24.74} = 0.81$$

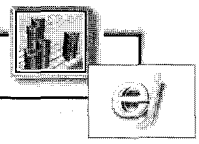
que al ser menor que uno muestra que el proceso que corta la capa de la llanta no es capaz, como ya lo sabíamos por los análisis previos.

Para finalizar este apartado, es necesario recordar que las interpretaciones de los índices antes vistos, para que sean aplicables como pronósticos del desempeño del proceso en el futuro inmediato, es importante que los procesos sean estables (véase capítulo 7). Además, se requiere que la característica de calidad se distribuya en forma normal o por lo menos no tan diferente de ésta. Algo relevante es que los cálculos de los índices estén basados en los parámetros poblacionales del proceso μ y σ. Si los cálculos son basados en una muestra pequeña, la interpretación cambia, como lo veremos más adelante.

PROCESOS CON SÓLO UNA ESPECIFICACIÓN

En este apartado se estudian los índices de capacidad para características de calidad que sólo tienen una especificación por satisfacer (véase capítulo 1). En la industria existe gran cantidad de variables de este tipo, ya sea variables del tipo entre más grande mejor, donde lo que interesa es que sean mayores a cierto valor mínimo (EI); o variables del tipo entre más pequeña mejor, donde lo que se quiere es que nunca excedan un cierto valor máximo (ES).

EJEMPLO 5.2



(Variable entre más pequeña mejor.) En las plantas tratadoras de aguas residuales, una forma de medir la eficacia del tratamiento biológico aerobio, clarificación secundaria y filtración es mediante los sólidos suspendidos totales (SST), ya que la alta concentración impedirá su reúso. En una planta en particular se tiene que los SST no deben ser mayor a ES = 30, por lo que esta variable es del tipo "entre más pequeña mejor". De acuerdo con datos históricos, se tiene que la media y la desviación estándar de SST son $\mu = 10.2$ y $\sigma = 5.1$.

En este caso no es posible calcular el índice C_p, ya que sólo se cuenta con la especificación superior. Se debe tener cuidado de no caer en la mala práctica de fijar artificialmente una especificación inferior, ya que con frecuencia eso distorsiona el diagnóstico que se haga sobre el proceso; por ejemplo, en el caso que nos ocupa se podría estar tentado a fijar como especificación inferior al cero (EI = 0), pero eso no es necesario, debido a que los SST no pueden ser negativos, por lo que en forma natural esta variable está limitada por el lado inferior. Lo adecuado es no imponerle más exigencia al proceso de las que sean realmente necesarias para la calidad, y a variables como SST calcularles el *índice para la especificación superior* C_{ps}, que, como ya se vio, está dado por:

$$C_{ps} = \frac{ES - \mu}{3\sigma}$$

donde μ y σ son la media y la desviación estándar de la característica de calidad, y ES la especificación o tolerancia superior. La interpretación del índice C_{ps} es parecida al C_p y C_{pk}, como se indica en las tablas 5.1 y 5.2.

En el caso de los SST de la planta tratadora de agua, tenemos que

$$C_{ps} = \frac{30 - 10.2}{3(5.1)} = 1.29$$

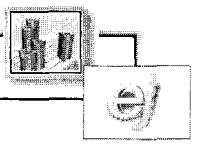
que de acuerdo con la nota 3 de la tabla 5.1, este valor indica que el proceso correspondiente es capaz, al no excederse la especificación superior.

Si se tienen características de calidad del tipo "entre más grande mejor" que debe ser mayor que una especificación inferior (*EI*), entonces el *índice de capacidad inferior*, C_{pi}, está definido por

$$C_{pi} = \frac{\mu - EI}{3\sigma}.$$

El valor mínimo de los índices C_{ps} y C_{pi} para que el proceso se pueda considerar capaz de cumplir con la correspondiente especificación es de 1.25. Si la característica de calidad es crítica, entonces el valor mínimo debe ser 1.45, o fijarse de acuerdo con la tabla 5.2 utilizando la columna de procesos con sólo una especificación.

EJEMPLO 5.3



(Variable entre más grande mejor.) En una armadora de autos, en el área de pintado, una característica de calidad es el espesor de la capa antipiedra en la zona trasera de los arcos de rueda, que debe tener un espesor mínimo de 100 micras ($EI = 100$). A partir de la carta de control $\bar{X}$-R que se lleva normalmente para monitorear el espesor, se sabe que $\mu = 105$ y $\sigma = 6.5$, por lo que el C_{pi} en este caso es

$$C_{pi} = \frac{105 - 100}{3(6.5)} = 0.256$$

que es un valor pequeño, por lo que el proceso es incapaz de cumplir con la especificación inferior, y de acuerdo con la tabla 5.2, el porcentaje aproximado de productos que tienen un espesor menor a 100 micras está entre 18.4% y 27.4%, por lo que es necesario hacer esfuerzos serios para mejorar ese proceso.

ÍNDICES DE CAPACIDAD DE LARGO PLAZO: P_p y P_{pk}

Capacidad de corto plazo

Se calcula a partir de muchos datos tomados durante un periodo corto para que no haya influencias externas en el proceso, o con muchos datos de un periodo largo, pero calculando a σ con el rango promedio ($\sigma = \bar{R}/d_2$).

Capacidad de largo plazo

Se calcula con muchos datos tomados de un periodo largo para que los factores externos influyan en el proceso. En este caso, σ será estimada por la desviación estándar de todos los datos ($\sigma = S$).

Cuando hablamos de capacidad podemos tener un perspectiva de corto y largo plazo. La *capacidad de corto plazo* es calculada a partir de muchos datos tomados durante un periodo suficientemente corto para que no haya influencias externas sobre el proceso (por ejemplo, cambios importantes de temperatura, turnos, operadores, de embarques de materia prima). Por lo tanto, esta capacidad representa el potencial del proceso, lo mejor que se puede esperar del mismo, mientras que la *capacidad de largo plazo* se calcula con muchos datos tomados de un periodo de tiempo suficientemente largo para que los factores externos puedan influir en el desempeño del proceso. Lo anterior tiene impacto en la forma que se estima la desviación estándar del proceso.

Supongamos que se tienen gran cantidad de datos que se han obtenido a través del muestreo para cartas de control (véase capítulo 7), entonces habrá dos formas de calcular la desviación estándar. Una considera sólo la variación dentro de las muestras a través del rango de las muestras, mediante la siguiente expresión:

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2}$$

donde $\bar{R}$ es el promedio de los rangos de las muestras, y la constante d_2 depende del tamaño de muestra o subgrupo y está tabulado en el apéndice. Esta forma de calcular la desviación estándar no considera los desplazamientos del proceso a través del tiempo que también influyen en la variación total del proceso, por lo que suele llamársele *variación de corto plazo del proceso*. Normalmente los índices de capacidad se calculan

sólo considerando la variación de corto plazo, por lo que se habla de capacidad de corto plazo.

La otra manera de calcular la desviación estándar del proceso es considerando la variación entre muestras y dentro de muestras, lo que se hace calculando la desviación estándar directamente de todos los datos obtenidos a lo largo del tiempo; de esta forma, si se tienen en muchos datos de un tiempo suficientemente amplio entonces se tendrá una idea de la capacidad del proceso a largo plazo. Por lo general, para designar a los índices calculados con la desviación estándar de largo plazo se les designa con P_p en lugar de C_p, P_{pk} en lugar de C_{pk}, y así con los demás índices cuya letra inicial es C se sustituye por la *P*. Es decir, el P_p se calcula de igual forma que el C_p, la diferencia es la forma en que se calculó la desviación estándar: largo plazo para P_p y corto plazo para C_p.

La capacidad de corto plazo evaluada a través de C_p y por el índice Z (que en este caso puede designarse con Z.ct) representa la tecnología del proceso. Mientras que la capacidad de largo plazo medida por P_p y por el estadístico Z (que en este caso puede designarse con Z.lt) representa la tecnología del proceso combinada con el control de la tecnología.

La diferencia entre la capacidad de corto y largo plazo se conoce como *desplazamiento o movimiento del proceso* y se puede medir a través del índice Z, de la manera siguiente:

$$Z_{mov} = Z.ct - Z.lt$$

El índice Z_{mov} representa la habilidad para controlar la tecnología. Hay estudios que ponen de manifiesto que con la media de un proceso puede desplazarse a través del tiempo hasta 1.5 sigmas del valor nominal, es decir, que el valor del índice Z_{mov} puede ser de hasta 1.5 en procesos con un control pobre. Por lo general este 1.5 se utiliza de la siguiente manera: si se puede calcular Z_{mov}, entonces si éste es menor que 1.5; eso se interpretará como que el proceso tiene un mejor control que el promedio de los procesos con pobre control, y si es mayor que 1.5, entonces el control es muy malo. Si no se conoce Z_{mov}, entonces puede asumirse un valor de 1.5. De aquí que si no se conoce el desplazamiento del proceso, la relación entre capacidad de corto y largo plazo la da la siguiente expresión:

$$Z.ct = 1.5 + Z.lt$$

En el capítulo 18 se dan detalles adicionales sobre este punto.

ÍNDICES DE CAPACIDAD PARA VARIABLES DE ATRIBUTOS

Todas las fórmulas que hemos visto en la sección anterior para los índices de capacidad están orientadas para variables de tipo continuo, en las que para cada producto, muestra o pieza inspeccionada se obtiene una medición numérica que refleja su calidad. Por ello, para otro tipo de variables como las de atributos, por ejemplo, donde lo que se hace es ver si el producto pasa o no pasa, o contar el número de defectos, no es posible calcular en forma directa los índices de capacidad que hemos visto antes.

Sin embargo, si se quiere medir la calidad de un proceso que tiene variables de salida de atributos, en términos de los índices C_p o C_{pk}, entonces lo que se debe hacer es estimar el porcentaje promedio de defectos o el porcentaje promedio de artículos defectuosos del proceso, y con apoyo de la tabla 5.2 convertir este porcentaje al correspondiente índice C_p. Por ejemplo, si el porcentaje promedio de artículos defectuosos es de 3.0%, entonces utilizando las columnas para procesos con doble especificación de la tabla 5.2, el porcentaje más cercano a 3.0% es el de 3.5729%, que corresponde a un índice C_p de 0.7, por lo que el C_p para este proceso será de 0.7 aproximadamente, que refleja una capacidad inadecuada. Para que el proceso se pueda considerar de primera categoría, de acuerdo con los criterios del índice C_p, requiere que el porcentaje de defectuosos sea menor a 0.0096% (véase tabla 5.2).

Algunas variables de atributos en lugar de medirse en porcentajes de defectos, se miden en número de partes con defectos por cada millón de oportunidades (PPM). Otra forma de medir las variables de atributos es por el número de defectos por millón de oportunidades (DPMO), como se verá en el capítulo 18. En estos casos, se utiliza la tercera columna de la tabla 5.2 y se procede en forma similar al porcentaje de defectos. Sólo recordamos que para calcular las PPM se divide el total de artículos con defectos entre el total de artículos inspeccionados, y al resultado se le multiplica por un millón. Por ejemplo, si de un total de 1 000 piezas inspeccionadas se encuentran cinco defectuosas, entonces las PPM correspondientes son de 5 000, ya que:

$$PPM = \frac{\text{Total de artículos con defectos}}{\text{Total de artículos inspeccionados}} \times 1\,000\,000 = \frac{5}{1\,000} \times 1\,000\,000 = 5\,000$$

En el capítulo 18 se presentan otras mediciones de atributos (DPU, DPO, DPMO, rendimiento combinado, etc.) y sus equivalencias con otros índices de calidad.

ESTIMACIÓN DE LOS ÍNDICES DE CAPACIDAD MEDIANTE UNA MUESTRA (ESTIMACIÓN POR INTERVALO)

Para calcular los índices de capacidad e interpretarlos se necesita conocer la media, μ, y la desviación estándar, σ, del proceso con una buena aproximación. Sin embargo, no siempre se conocen, por lo que en esas situaciones será necesario utilizar datos muestrales y con base en ellos tomar decisiones acertadas. Sea $x_1, x_2, \ldots, x_n$ una muestra aleatoria del proceso, y $\bar{X}$ y S la media y la desviación estándar de tal muestra. Si los índices se estiman usando $\bar{X}$ y S en lugar de μ y σ, respectivamente, y si la muestra es pequeña (menor a 100 o 150), es *incorrecto comparar los valores estimados con los valores mínimos recomendados para los índices*. También es erróneo interpretar los valores estimados como en la tabla 5.2, ya que los valores mínimos son para los verdaderos índices, o índices poblacionales, y no para su estimación muestral. En otras palabras, si los índices de capacidad son estimados con base en muestras pequeñas y no con base en parámetros poblacionales (proceso), entonces un valor grande de la estimación de los índices no necesariamente implica que se tiene una buena capacidad de proceso. Lo

contrario también es verdad: un valor pequeño del índice estimado no necesariamente implica mala capacidad del proceso.

Así, si a partir de una muestra aleatoria se estiman los índices C_p, C_{pi}, C_{ps}, C_{pk} y C_{pm} de la siguiente manera:

$$\hat{C}_p = \frac{ES - EI}{6S}$$

$$\hat{C}_{pi} = \frac{\overline{X} - EI}{3S}$$

$$\hat{C}_{ps} = \frac{ES - \overline{X}}{3S}$$

$$\hat{C}_{pk} = \text{Mínimo } (\hat{C}_{pi}, \hat{C}_{ps})$$

$$\hat{C}_{pm} = \frac{ES - EI}{\sqrt{S^2 + (\overline{X} - N)^2}}$$

los valores obtenidos no se deben interpretar directamente en función de las tablas 5.1 y 5.2, sobre todo si la muestra sólo es de unas cuantas decenas o si no es representativa del proceso. Al estar basados en una muestra, los valores de los índices dependen de la misma y van a variar de muestra a muestra. Aquí lo que se debe hacer es una estimación por intervalo (véase capítulo 4), en la cual se toma en cuenta el error estándar de su correspondiente estimador muestral (véase Kushler y Hurley, 1992). De forma específica, los intervalos de confianza para C_p, C_{pk} y C_{pm} están dados por

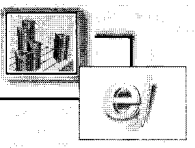
$$\hat{C}_p \pm Z_{\alpha/2} \frac{\hat{C}_p}{\sqrt{2(n-1)}}$$

$$\hat{C}_{pk} \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{C}_{pk}^2}{2(n-1)} + \frac{1}{9n}}$$

$$\hat{C}_{pm} \pm Z_{\alpha/2} \frac{\hat{C}_{pm}}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\frac{1}{2} + \frac{(\overline{X} - N)^2}{S^2}}{\left(1 + \frac{(\overline{X} - N)^2}{S^2}\right)^2}}$$

donde n es el tamaño de muestra y $Z\alpha_{/2}$ es el percentil de la distribución normal que determina la confianza de la estimación (si se quiere trabajar con 95% de confianza, el valor de $Z\alpha_{/2}$ es 1.96). De esta manera, si a partir de una muestra aleatoria del proceso se estiman los índices de capacidad muestrales, entonces el verdadero valor del índice de capacidad del proceso se encontrará entre el intervalo obtenido con las expresiones anteriores, con la confianza deseada.

EJEMPLO 5.4



Supongamos que una característica de calidad tiene especificaciones de 50 ± 1. Para tener una primera idea de la capacidad del proceso para cumplir con esta especificación, se obtiene una muestra aleatoria de 40 unidades producidas por el proceso. De las mediciones de esas 40 unidades se obtiene que la media y la desviación estándar para la muestra son:

$$\bar{X} = 50.15 \quad \text{y} \quad S = 0.289$$

Con ellos se pueden estimar los índices:

$$\hat{C}_p = \frac{51-49}{6(0.289)} = 1.15$$

$$\hat{C}_{pk} = Mín\left(\frac{50.15-49}{3(0.289)}, \frac{51-50.15}{3(0.289)}\right) = Mín\ (1.33, 0.98) = 0.98$$

$$\hat{C}_{pm} = \frac{51-49}{\sqrt{(0.289)^2 + (50.15-50)}} = 1.02$$

Para tener una idea del valor de los índices poblacionales del proceso, se calcula un intervalo de confianza (lo haremos al 95%):

$$C_p\text{: } 1.15 \pm 1.96\frac{1.15}{\sqrt{2(40-1)}} = 1.15 = \pm 0.26$$

$$\hat{C}_{pk} : 0.98 \pm 1.96\sqrt{\frac{(0.98)^2}{2(40-1)} + \frac{1}{9(40)}} = 0.98 \pm 0.24$$

$$\hat{C}_{pm} : 1.02 \pm 1.96\frac{1.02}{\sqrt{40}}\sqrt{\frac{\frac{1}{2} + \frac{(50.15-50)^2}{(0.289)^2}}{\left(1 + \frac{(50.15-50)^2}{(0.289)^2}\right)^2}} = 1.02 \pm 0.22$$

El 0.26, 0.24 y el 0.22 son los errores de estimación y son iguales a la mitad del intervalo de confianza. De esta manera, con una confianza de 95% el verdadero valor del índice C_p está entre 0.89 y 1.41 (1.15 ± 0.26); el C_{pk} se localiza con confianza 95% entre 0.74 y 1.22 (0.98 ± 0.24) y el índice C_{pm} entre 0.80 y 1.24 (1.02 ± 0.22). Por tanto, con base en la muestra sería riesgoso afirmar que el proceso es potencialmente capaz, ya que el valor real del C_p podría ser de hasta 0.89; pero también sería riesgoso afirmar que es mala, ya que el verdadero valor del C_p podría ser 1.41. Lo mismo se puede decir respecto a la capacidad real, ya que lo mismo puede ser mala (C_{pk} = 0.74, C_{pm} = 0.80), que buena (C_{pk} = 1.22, C_{pm} = 1.24). Para reducir esta incertidumbre y el error de estimación, es necesario medir más piezas (incrementar el tamaño de muestra).

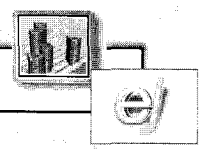
De manera general, si se toma una muestra aleatoria de un proceso para evaluar su capacidad, entonces con base en los intervalos de confianza para los índices se pueden encontrar tres tipo de procesos:

1. Proceso con muy buena capacidad. Se tiene este caso cuando el límite inferior de los intervalos de confianza para los índices es mayor que 1.33 (o por lo menos que 1.0).
2. Proceso con muy mala capacidad. Se podrá afirmar esto cuando el límite superior de los intervalos de confianza para los índices sea menor que 1.0.
3. Proceso con una capacidad intermedia o incertidumbre sobre su capacidad real. Se presenta cuando no se está en ninguna de las dos situaciones anteriores, es decir, cuando el intervalo incluya al número uno o a 1.33, como en el caso del ejemplo anterior. En esta situación se debe seguir monitoreando el proceso hasta tener un tamaño de muestra mayor, para así tener una mayor certidumbre sobre la capacidad del correspondiente proceso.

ESTUDIO REAL (INTEGRAL) DE CAPACIDAD

En el capítulo 2 y en las secciones anteriores se han visto varias técnicas para estudiar la capacidad de un proceso y se explicaron cada una de ellas. En esta sección, a manera de resumen, aplicaremos en forma conjunta varias de estas técnicas sin detenernos en volverlas a explicar, para así tener una información más completa sobre los diferentes aspectos del estudio de la capacidad de un proceso.

EJEMPLO 5.5



(Proceso descentrado). De manera similar al ejemplo 5.1, en otro modelo de llanta para automóvil se tiene que la longitud de capa debe ser de 550 mm con una tolerancia de ±8 mm. La longitud de la capa es el

resultado de un proceso de corte de una tira de hule, que debe garantizar que la longitud esté entre la especificación inferior $EI = 542$ y la superior $ES = 558$, con un valor ideal o nominal de $N = 550$. Para detectar la posible presencia de causas especiales de variación, y en general para monitorear el correcto funcionamiento del proceso de corte, en este caso, cada hora se toman cinco capas y se miden. Los datos obtenidos en los últimos 4 días se muestran en la tabla 5.3.

En la tabla 5.4 se muestran los aspectos más relevantes para evaluar la capacidad del proceso de corte para cumplir con la especificación de la longitud de la capa. Si se sigue el análisis hecho, se aprecia que las conclusiones más importantes son: la variación del proceso es aceptable, pero su capacidad real no, debido a que está descentrado a la derecha. Por lo anterior, se deben hacer los ajustes o cambios necesarios para que la longitud de las capas disminuya 2.5 mm en promedio, además de seguir monitoreando el proceso para evaluar estos cambios y prevenir que no haya un incremento en la variación.

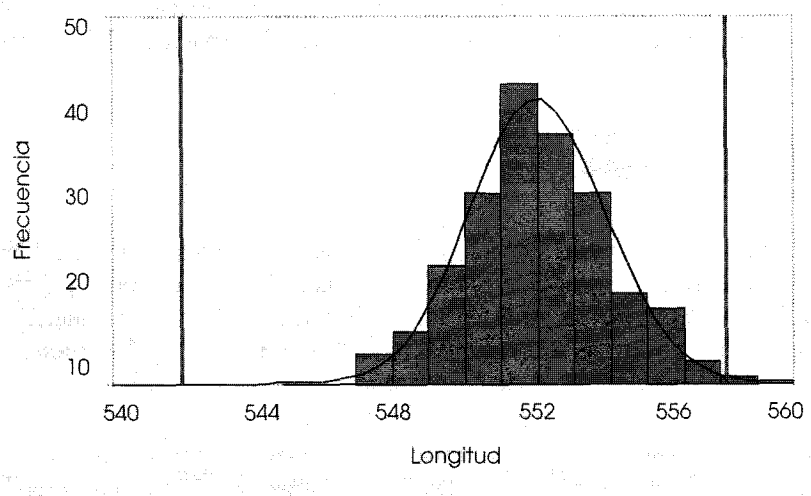


Figura 5.1 *Gráfica de capacidad para longitud de capas (al histograma se le han agregado las especificaciones y la curva de la distribución normal con $\mu = 552.5$ y $\sigma = 1.98$).*

Tabla 5.3 Datos para longitud de capa para llantas (ejemplo 5.5).

Número de subgrupo	Mediciones de longitud					Media	Rango
1	556	552	552	551	552	552.6	5
2	552	555	553	552	554	553.2	3
3	552	554	552	553	552	552.6	2
4	552	554	554	554	549	552.6	5
5	551	556	551	551	552	552.2	5
6	552	553	554	550	549	551.6	5
7	551	550	551	552	551	551.0	2
8	550	550	553	555	552	552.0	5
9	556	553	555	552	550	553.2	6
10	554	552	553	552	555	553.2	3
11	551	553	554	549	553	552.0	5
12	556	551	553	551	554	553.0	5
13	553	553	554	548	551	551.8	6
14	550	553	548	556	553	552.0	8
15	554	552	553	555	549	552.6	6
16	556	552	554	553	553	553.6	4
17	553	552	555	555	552	553.4	3
18	550	550	553	550	549	550.4	4
19	556	557	551	550	551	553.0	7
20	552	554	552	550	553	552.2	4
21	550	553	552	555	553	552.6	5
22	554	554	553	552	552	553.0	2
23	549	551	558	551	555	552.8	9
24	551	551	552	551	554	551.8	3
25	552	548	551	552	553	551.2	5
26	551	553	551	554	548	551.4	6
27	551	550	555	552	554	552.4	5
28	551	556	553	552	555	553.4	5
29	552	554	557	553	553	553.8	5
30	551	552	554	553	550	552.0	4
31	557	551	552	554	555	553.8	6
32	550	554	554	554	556	553.6	6
33	552	552	553	552	553	552.4	1
34	552	556	554	552	554	553.6	4
35	552	550	553	552	553	552.0	3
36	553	553	549	551	552	551.6	4
						$\bar{\bar{X}} = 552.5$	$\bar{R} = 4.6$

Tabla 5.4 Análisis de la capacidad del proceso (ejemplo 5.6).

Estadística	Análisis y comentarios	Conclusiones
Medidas de tendencia central: $\mu \approx \bar{\bar{X}} = 552.5$ Mediana = 552.0 Moda = 552.0	• La tendencia central del proceso está movida hacia la derecha de la longitud óptima deseada (550 mm). • El 50% de las 180 mediciones fue mayor a 552 mm. • La longitud más frecuente fue de 552 mm. • Las medidas de tendencia central son relativamente similares, por lo que hay cierta simetría en la distribución de los datos.	Proceso descentrado a la derecha $\mu \approx 552.5$
Rango medio y desviación estándar: $\bar{R} = 4.61$ $S = 1.96$ $\sigma \approx \bar{R}/d_2 = 4.6/2.326$ $= 1.98$	• Hay dos formas de estimar la desviación estándar del proceso: una es calculándola directamente de los datos de la tabla 2.5 (largo plazo), y la otra es dividiendo el promedio de los rangos entre la constante d_2 (corto plazo), que depende del tamaño de subgrupo (con $n = 5$, $d_2 = 2.326$; véase apéndice).	$\sigma \approx 1.98$
Límites reales ($\mu \pm 3\sigma$): LR inf = 546.56 LR sup = 558.44	• Usualmente la longitud de las capas varía entre 546.56 y 558.44 mm, con un promedio de 552.5 mm. La amplitud de estos límites es menor a la variación tolerada. • El LRS supera la especificación inferior (558), por lo que se están cortando capas que exceden la longitud aceptable.	La variación real del proceso es aceptable, pero se están cortando capas que exceden los 558 mm.
Gráfica de capacidad (histograma, véase figura 5.1)	• La distribución de los datos se ajusta razonablemente bien a la normal y no se observa ningún comportamiento especial. • La tendencia central se ubica alrededor de 552 y el cuerpo del histograma está desplazado hacia la derecha de la longitud nominal (550). • Hay problemas con la especificación superior. • Si el proceso se centrara, el histograma cabría perfectamente dentro de las especificaciones.	Al centrar el proceso, su capacidad real será aceptable.
Porcentaje fuera de especificaciones: 0.2737%	• El porcentaje del área bajo la curva normal de la figura 5.1, que excede la especificación superior es del 0.2737%, que corresponde a 2 737 partes por millón.	Las capas que exceden 558 mm generarán problemas de calidad en la llanta.
Índices de capacidad: $C_p = 1.35$ $C_r = 0.74$ $C_{pk} = 0.93$ $C_{pm} = 0.84$ $K = 31.25\%$	• La capacidad potencial del proceso es adecuada, ya que el C_p es mayor que 1.33. Esto también se puede apreciar a través del C_r, ya que muestra que la amplitud de la variación del proceso cubre 74% de la amplitud de la banda de especificaciones. • La capacidad real del proceso es mala, ya que tanto el C_{pk} como el C_{pm} son menores que 1.0; cuando sus valores deberían de ser mayores a 1.30. • Los problemas de capacidad se deben a que el proceso está descentrado 31.25% a la derecha de 550.	Centrar el proceso: hacer los ajustes o cambios necesarios para que la longitud de las capas disminuya 2.5 mm en promedio.

Conclusiones finales: Si no es obvio qué cambios hacer para centrar el proceso, generar propuestas mediante lluvia de ideas o aplicar diseño de experimentos para encontrar las variables de entrada que mueven la salida.

- Seguir monitoreando el proceso para evaluar los cambios hechos y prevenir que no haya un incremento en su variación.

DISEÑO DE TOLERANCIAS

Un paso importante en el desarrollo de un producto es la conversión de las características del producto a características dimensionales, químicas, eléctricas y otras. Por ejemplo, un sistema de calentamiento para un automóvil tendrá muchas características para el calentador, los ductos de aire, el ensamble del ventilador, el radiador, etc. Para cada característica del tipo valor nominal, el diseñador debe especificar:

1. El promedio deseado (o "valor nominal"), y
2. Los límites de especificación (o "límites de tolerancia") arriba y abajo del valor nominal que deben cumplir los componentes individuales del producto.

En este caso, y en general para fijar los límites de especificación, se deben tomar en cuenta dos aspectos: las necesidades funcionales del producto y lo que el proceso de producción realmente puede realizar. Estos dos aspectos muchas de las veces son antagónicos, ya que desde la perspectiva de las necesidades funcionales (calidad) del producto, entre más estrechos sean los límites de especificaciones mejor. Pero desde la perspectiva del proceso de producción, entre más estrechos sean estos límites más difícil será cumplir con tales exigencias. Por tanto, la tarea del diseñador cuando establece los límites de especificaciones será conciliar estas dos perspectivas.

Lo ideal sería que el diseñador contara con la información de las necesidades funcionales y sobre la capacidad del proceso. Sin embargo, por lo general los diseñadores no dispondrán de la información sobre la capacidad de los procesos. Su problema será obtener una muestra de los datos de los procesos, calcular los límites que pueden cumplir y comparar éstos con los límites de tolerancia propuestos.

Si no tienen idea de los *límites de tolerancias*, los límites reales calculados a partir de los datos del proceso le pueden proporcionar un conjunto de límites realistas desde el punto de vista del proceso de producción. Estos límites deben evaluarse contra las necesidades funcionales del producto.

Límites de tolerancia o especificaciones

Son los valores entre los cuales debe estar una característica de calidad de un producto.

A continuación se estudian las formas en que con base en los datos de un proceso el diseñador puede establecer los límites de tolerancias. Primero lo haremos considerando sólo un componente y después se considerarán varios componentes que al ser ensamblados forman un solo producto.

Estimación de los límites naturales de tolerancia de un proceso

La capacidad real del proceso es un aspecto a tomar en cuenta cuando se quiere fijar especificaciones para una característica de calidad. De particular interés en estos casos es estimar los límites naturales de tolerancia de un proceso. En el capítulo 2 se describieron estos límites, sólo como los límites naturales o reales de un proceso, y dijimos que son aquellos entre los cuales por lo regular varía el proceso. También establecimos que por lo general se obtienen de la siguiente manera:

$$\text{Límite real inferior (LRI)} = \mu - 3\sigma \quad \text{y} \quad \text{Límite real superior (LRS)} = \mu - 3\sigma$$

donde μ y σ son la media y la desviación estándar del proceso, respectivamente. Estos límites, cuyo cálculo está inspirado en propiedades de la distribución normal, indican la amplitud real de la variación de la salida del proceso. De hecho, si la característica de calidad tiene una distribución normal con media μ y desviación estándar σ, entonces 99.73% de la distribución se localiza dentro de los límites naturales.

En forma más general podemos definir los límites naturales de tolerancia de un proceso como aquellos que contienen un cierto porcentaje de la distribución, digamos un $(1 - \alpha)$ 3 100. Por tanto, si la distribución del proceso es normal (μ, σ), entonces los límites naturales están dados por

$$\mu \pm Z_{\alpha/2}\,\sigma$$

donde $Z_{\alpha/2}$ es el $(1 - \alpha/2)$ 3 100 percentil de la distribución normal estándar. Así, si $\alpha = 0.05$, entonces $Z_{0.05/2} = 1.96$; si $\alpha = 0.01$, $Z_{0.01/2} = 2.576$; si $\alpha = 0.0027$, $Z_{0.00125} = 3.0$. De acuerdo con lo anterior, estimar los límites naturales de un proceso no tiene mayor problema, bajo el supuesto de distribución normal y que se conoce su media, μ, y su desviación estándar, σ. El supuesto distribucional se cumple con frecuencia, y el que se conozca la media y desviación estándar es relativamente fácil en un proceso que ya está en operación, ya sea porque actualmente se tiene evidencia del valor de μ y σ, o porque es relativamente fácil estimarlos con una buena precisión.

Sin embargo, cuando el diseñador requiere establecer tolerancias, por lo general aún el proceso no está en operación o no produce el producto de interés, por lo que en estos casos es difícil que se conozca μ y σ, y también es difícil aplicar el método de estimación que se sugiere en el capítulo 2. Por ello será necesario estimar μ y σ con base en muestras, casi siempre pequeñas, y en consecuencia si los límites naturales se calculan con $\bar{X}$ y S, de la siguiente manera:

$$\bar{X} \pm Z_{\alpha/2}S$$

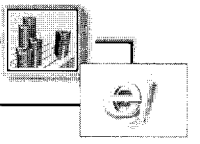
entonces el porcentaje de cobertura ya no será el mismo que si se usan parámetros poblacionales. De hecho, el porcentaje de la distribución que será cubierto por tales límites será menor que el indicado antes, y además dependerá del tamaño de muestra.

Sin embargo, es posible determinar una constante K tal que en un gran número de muestras un porcentaje, γ, de intervalos de la forma

$$\bar{X} \pm K_{(\gamma,\,\alpha)}S$$

incluyan por lo menos el $(1 - \alpha/2)$ 3 100 de la distribución del proceso. En la tabla A6 del apéndice se dan valores de $K_{(\gamma,\,\alpha)}$ para valores de n entre 5 y 1000, γ = 90%, 95%, 99% y $\alpha = 0.10, 0.05, 0.01$.

EJEMPLO 5.6



En una empresa que manufactura piezas de inyección de plástico se proyecta la producción de una nueva pieza. Son varias sus características de calidad: peso de la preforma, contenido, resistencia, etcétera. Por ello, con la idea de tener información para establecer tolerancia se produce un pequeño lote de 30 piezas de prueba. A continuación se muestran los datos del peso (en gramos) de las preformas.

35.513	35.903	36.084	35.848	35.736	36.302	36.041	36.095	36.056	35.897	36.297	35.757
36.104	36.102	36.022	35.891	35.863	36.084	36.252	36.124	36.194	35.880	36.089	36.141
36.139	35.827	35.950	36.350	36.081	35.879						

De aquí se obtiene que $\bar{X} = 36.0167$ y $S = 0.187042$. Además, como $n = 30$, y se desea $\gamma = 90\%$ y $\alpha = 0.01$, entonces de la tabla A6 del apéndice se aprecia que $K = 3.170$; por tanto, los límites naturales de tolerancia para el peso de la preforma están dados por

$$\bar{X} \pm K_{(90,\ 0.01)}\ S = 36.0167 \pm 3.170\ 3\ 0.187042 = [35.4238,\ 36.6096]$$

De esta manera, con una confianza de 90%, el 99% de la distribución del peso de la preforma de la pieza se encuentra entre 35.4238 y 36.6096 gramos.

De la interpretación de los límites naturales de tolerancias (o especificaciones), queda claro que estos límites son diferentes a los intervalos de confianza, ya que estos últimos son para los parámetros de la distribución (véase capítulo 4), mientras que los límites naturales de tolerancias son para la distribución.

Otra cosa que hay que notar respecto a la constante $K_{(\gamma,\alpha)}$ es que de la tabla A6 se aprecia que conforme el tamaño de muestra crece, el valor de $K_{(\gamma,\alpha)}$ tiende al percentil $Z_{(\alpha/2)}$ de la distribución normal.

Fijación de límites de tolerancias

Un problema frecuente al que se enfrenta el diseñador es establecer especificaciones de varias partes o componentes que al ser ensamblados o integrados forman el producto final. Como ya dijimos al inicio del presente apartado, un aspecto a tomar en cuenta es la información de un estudio de capacidad de proceso. Esto es importante en ensamblajes complejos o donde hay muchas dimensiones interactuando, para prevenir combinaciones de tolerancias con malos resultados. En esta subsección se estudian tres situaciones típicas donde es necesario fijar tolerancias.

Porcentaje del ensamble final que cae dentro de especificaciones. Una situación frecuente se presenta cuando la dimensión de una pieza es una combinación lineal de

las dimensiones de las partes componentes. Es decir, si las dimensiones de los componentes son $x_1, x_2, \ldots, x_n$; entonces la dimensión del ensamblaje final es

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_n x_n$$

Si las x_i son independientes y su distribución es normal con media μ_i y varianza σ_i^2, entonces la dimensión final, y, se distribuye normal con media

$$\mu_y = \sum_{i=1}^{n} a_i \mu_i$$

y varianza

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^{n} a_i^2 \sigma_i^2$$

Por tanto, si μ_i y σ_i^2, son conocidos para cada componente, se puede determinar la fracción del producto final que cae fuera de las especificaciones.

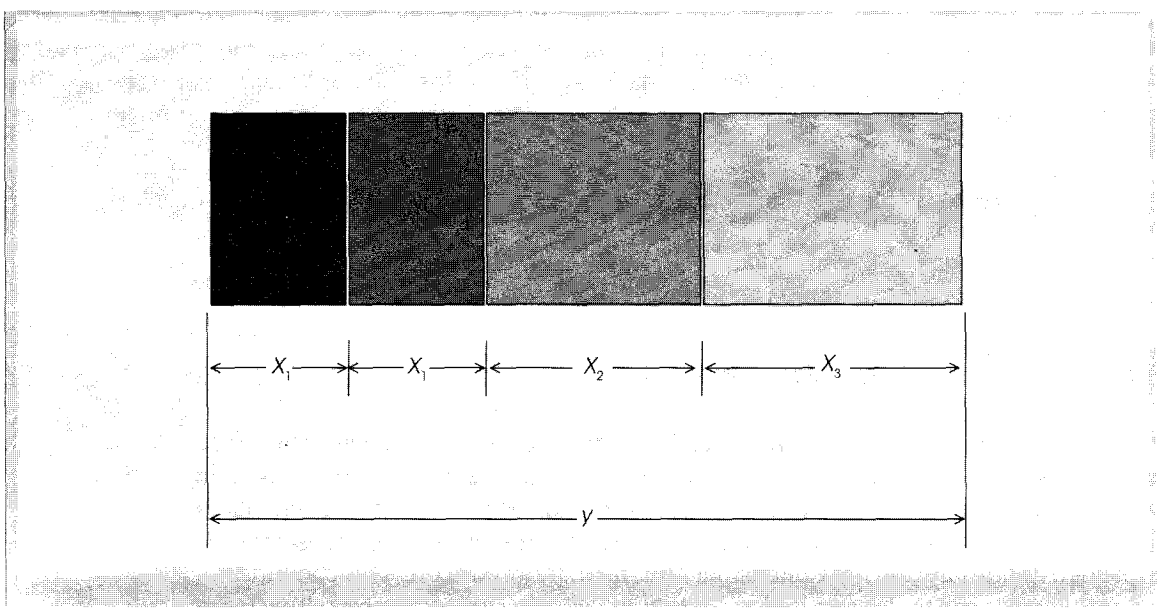
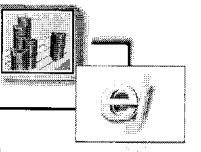


Figura 5.2 *Ensamble de cuatro componentes (ejemplo 5.7).*

EJEMPLO 5.7



Un producto final es resultado del ensamble de cuatro componentes, dos de longitud x_1 y los otros dos de longitudes x_2 y x_3, como se muestra en la figura 5.2. Las especificaciones de diseño para el ensamble final es de 220 ± 3.5. Las longitudes de cada uno de los componentes se distribuye normal con media y varianza conocida:

$$x_1 \sim N(39.9, 0.25)$$

$$x_2 \sim N(60.2, 0.56) \text{ y}$$

$$x_3 \sim N(80, 0.90).$$

Todas las longitudes están dadas en milímetros. Las longitudes de los componentes pueden ser supuestas independientes, ya que son producidas en máquinas diferentes, por lo que la longitud, y, del ensamble final está dada por

$$y = 2x_1 + x_2 + x_3$$

y tiene distribución normal con media

$$\mu_y = 2*39.9 + 60.2 + 80 = 220$$

y varianza

$$\sigma_y^2 = 2^2*0.25 + 0.56 + 0.90 = 2.46$$

El porcentaje de ensambles que caen dentro de las especificaciones, [216.5, 223.5], se obtiene a partir de

$$P(216.5 \le y \le 223.5) = P(y \le 223.5) - P(y \le 216.5)$$

$$= \Phi\left(\frac{223.5 - 220}{\sqrt{2.46}}\right) - \Phi\left(\frac{216.5 - 220}{\sqrt{2.46}}\right)$$

$$= \Phi(2.232) - \Phi(-2.232)$$

$$= 0.9872 - 0.0128$$

$$= 0.9744$$

Por tanto, 97.44% de los productos ensamblados caerán dentro de los límites de especificación. De aquí que si no se está satisfecho con este porcentaje habrá dos alternativas: o se amplían las especificaciones del ensamble final o se reduce la variación de los componentes.

Definir tolerancias para los componentes individuales de un ensamble. Un procedimiento relativamente inverso al presentado en el ejemplo anterior se da cuando es necesario determinar límites de especificación en los componentes individuales de ensamblaje, de modo que se cumpla con los límites de especificación en el ensamblaje final. Esta situación se ilustra a través del siguiente ejemplo.

EJEMPLO 5.8

Considere el ensamble de tres piezas mostrado en la figura 5.3. Suponga que las especificaciones para el ensamble final son 22.00 ± 0.4. La longitud de cada componente, x_1, x_2 y x_3, son independientes y se distribuye normal con medidas $\mu_1 = 8, \mu_2 = 3, \mu_3 = 11$; respectivamente. Se desea definir los límites de tolerancias para los ensambles individuales de forma que al menos 99.73% de los ensambles finales esté dentro de las especificaciones.

La media de la longitud del ensamble final, y, está dada por $\mu_y = 8 + 3 + 11 = 22$; por tanto, el proceso está centrado en el valor nominal. En este sentido, el valor máximo posible de tres veces la desviación estándar, $3\sigma_y$, que colocaría los límites naturales del ensamblaje final justamente igual a los límites de especificación ($C_p = 1$), es

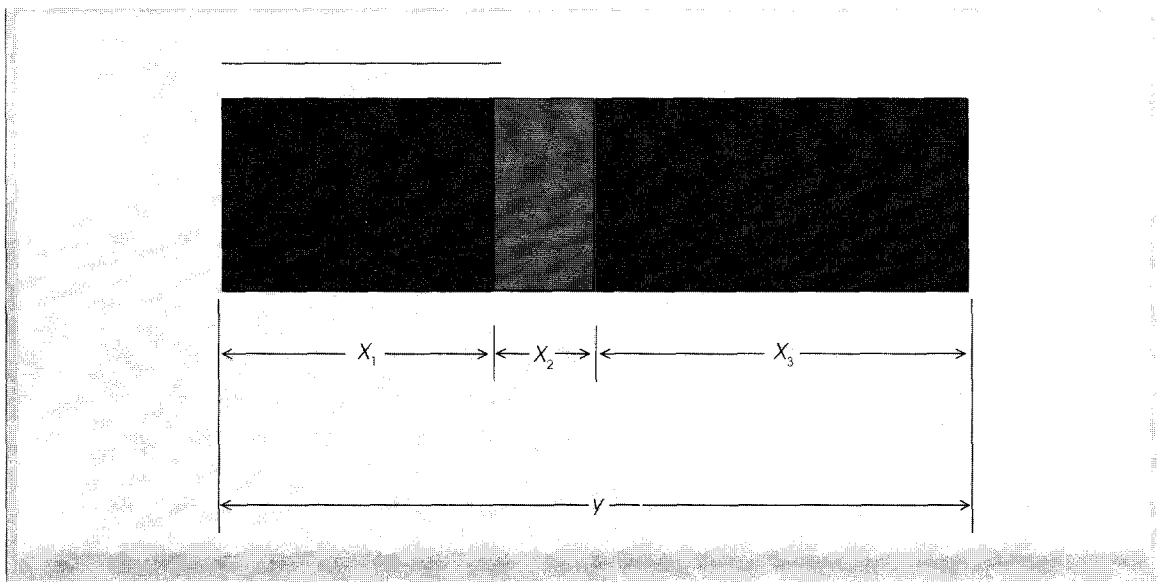


Figura 5.3 *Ensambles para el ejemplo 5.8.*

$$3\sigma_y = 0.4$$

De esta manera, si $\sigma_y \leq 0.4/3 = 0.1333$, entonces los límites naturales del proceso estarán dentro de especificaciones y el porcentaje de ensamblajes dentro de especificaciones será mayor o igual que 99.73%.

Esto va a determinar las especificaciones de los componentes individuales, debido a que la varianza de la longitud del ensamblaje final es

$$\sigma_y^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 \leq (0.1333)^2 = 0.01778$$

Suponga que las varianzas de las longitudes individuales del componente son más o menos proporcionales a su longitud, esto es, $\sigma_1^2 = 8\sigma^2$, $\sigma_2^2 = 3\sigma^2$, y $\sigma_3^2 = 11\sigma^2$. Entonces

$$\sigma_y^2 = 8\sigma^2 + 3\sigma^2 + 11\sigma^2 = 22\sigma^2$$

Despejando σ^2 obtenemos

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_y^2}{22} = \frac{0.01778}{22} = 0.00081$$

Por tanto, las varianzas máximas de cada uno de los componentes deben ser: $\sigma_1^2 = 8\sigma^2 = 0.00646$, $\sigma_2^2 = 3\sigma^2 = 0.00242$, y $\sigma_3^2 = 11\sigma^2 = 0.00889$. De esta manera, los límites naturales para el ensamblaje final estarán ligeramente dentro de los límites de especificación.

Como ya se tiene la varianza máxima permitida para cada uno de los componentes individuales del ensamble, se está en posibilidades de definir los límites de especificaciones para cada componente. Si suponemos que los límites naturales y los límites de especificación para los componentes coinciden exactamente, entonces los límites de especificación para cada componente son los siguientes:

$$x_1 : 8 \pm 3.00\sqrt{0.00646} = 8 \pm 0.2412$$

$$x_2 : 3 \pm 3.00\sqrt{0.00242} = 3 \pm 0.1477$$

$$x_3 : 11 \pm 3.00\sqrt{0.00889} = 11 \pm 0.2828$$

El problema anterior tiene una solución general. Si los límites naturales del ensamblaje final son definidos de modo que por lo menos el $(1 - \alpha) * 100\%$ caigan dentro de especificaciones. Si las tolerancias del ensamble final son $N \pm h$, entonces el ancho de los límites de especificación es $2h$, y

$$Z_{\alpha/2}\sigma_y = h$$

por lo que el valor máximo posible de la varianza del ensamble final es

$$\sigma_y^2 = \left(\frac{h}{Z_{\alpha/2}}\right)^2$$

Si el ensamble final lo forman m ensambles de longitud $b_1, b_2, \ldots, b_m$; respectivamente, entonces la varianza de cada componente es proporcional a su longitud y está dada por $\sigma_i^2 = b_i\sigma^2$. Entonces,

$$\sigma_y^2 = b_1\sigma^2 + b_2\sigma^2 + \cdots + b_m\sigma^2 = (b_1 + b_2 + \cdots + b_m)\sigma^2$$

De aquí que el valor máximo permisible de la varianza para cada componente individual es

$$\sigma_i^2 = b_i\left(\frac{\sigma_y^2}{b_1 + b_2 + \cdots + b_m}\right) = \frac{b_i}{(b_1 + b_2 + \cdots + b_m)}\left(\frac{h}{Z_{\alpha/2}}\right)^2$$

Claro y ajuste

Es cuando una pieza ensambla en otra y es necesario un claro para que el ajuste sea posible y que haya poco juego u holgura.

y si suponemos que los límites naturales y los de especificación para los componentes coinciden exactamente, entonces los límites de especificación para cada componente están dados por

$$b_i \pm Z_{\alpha/2}\sqrt{\sigma_i^2} = b_i \pm h\sqrt{\frac{b_i}{(b_1 + b_2 + \cdots + b_m)}}$$

Claro y ajuste: Se presenta cuando una pieza ensambla en otra (véase figura 5.4) y es necesario que haya un claro para que el ajuste sea posible, pero también se requiere que haya un buen ajuste, es decir, que haya poco juego u holgura. Veamos el siguiente ejemplo.

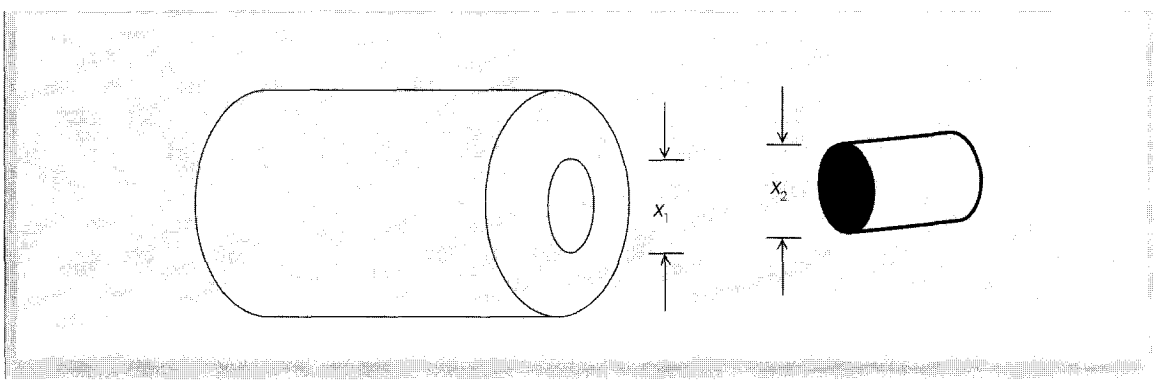
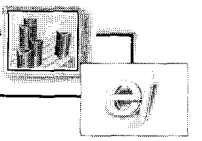


Figura 5.4 *Ajuste y holgura, ejemplo 5.9.*

EJEMPLO 5.9



Una parte de una barra debe ser ensamblada en un cuerpo cilíndrico como se muestra en la figura 5.4. El ensamble debe ser bueno y tener poco claro; para ello el diseñador ha establecido un claro objetivo de 0.23 mm con un tolerancia de más menos 0.20 mm. De aquí que el claro mínimo u holgura mínima es $EI = 0.23 - 0.20 = 0.03$, y el claro máximo es $ES = 0.23 + 0.20 = 0.43$. Se trata de encontrar qué porcentaje de los ensambles cumplen con estas exigencias.

De datos históricos se sabe que el diámetro interno del cilindro es una variable aleatoria normal, x_1, con media $\mu_1 = 40$ mm y una desviación estándar de $\sigma_1 = 0.05$ mm. El diámetro de la barra, x_2, es distribuida normalmente con media $\mu_2 = 39.75$ mm y una desviación estándar $\sigma_2 = 0.06$ mm. Definamos el claro u holgura del ensamble igual a:

$$y = x_1 - x_2$$

la distribución de y es normal con media

$$\mu_y = \mu_1 - \mu_2 = 40 - 39.75 = 0.25$$

y varianza

$$\sigma_y^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 = (0.05)^2 + (0.06)^2 = 0.0061$$

En este sentido: el porcentaje de ensambles que tiene el claro deseado se obtiene a partir de la siguiente probabilidad:

$$P(EI < y < ES) = P\left(\frac{EI-\mu_y}{\sigma_y} < \frac{y-\mu_y}{\sigma_y} < \frac{ES-\mu_y}{\sigma_y}\right) = P\left(\frac{EI-\mu_y}{\sigma_y} < Z < \frac{ES-\mu_y}{\sigma_y}\right)$$

$$= \Phi\left(\frac{ES-\mu_y}{\sigma_y}\right) - \Phi\left(\frac{EI-\mu_y}{\sigma_y}\right)$$

$$= \Phi(2.35) - \Phi(-2.82)$$

$$= 0.9894 - 0.0024$$

$$= 0.9870$$

Por tanto, 98.78% de los ensambles de la figura 5.4 cumplen con el claro y/o ajuste requerido. Esto implica que 1.28% (12800 PPM) no cumplen con especificaciones. Del mismo cálculo hecho se aprecia que 0.24% de los ensambles no cumplen con la tolerancia (claro) mínimo, y 1.06% (1 – 0.9894) supera la tolerancia máxima.

En el problema anterior, algo de particular interés es calcular la *interferencia*, la cual ocurre si el diámetro de la barra es mayor que el diámetro interior del cilindro, esto es, si

$$y = x_1 - x_2 < 0$$

La probabilidad de interferencia es

$$P(\text{interferencia}) = P(y < 0)$$

$$= P\left(\frac{y-\mu_y}{\sigma_y} < \frac{0-\mu_y}{\sigma_y}\right) = P\left(Z < \frac{-\mu_y}{\sigma_y}\right) = \Phi\left(-\frac{\mu_y}{\sigma_y}\right)$$

$$= \Phi\left(\frac{-0.25}{\sqrt{0.0061}}\right) = \Phi(-3.200922)$$

$$= 0.0007$$

Por tanto, sólo 0.07% (700 partes por millón) de ensambles no son posibles debido a interferencias.

Interferencia

Ocurre cuando la dimensión del producto a ensamblar es mayor que el espacio disponible para el ensamble.

Combinaciones no lineales (simulación Monte Carlo)

En algunos problemas de ensambles la dimensión de interés es una función no lineal de las k dimensiones componentes $x_1, x_2, \ldots, x_k$, es decir,

$$y = h(x_1, x_2, \ldots, x_k)$$

Simulación Monte Carlo

Es un método que, mediante la generación o simulación de variables aleatorias con las características de los componentes, genera la distribución del ensable final.

Por ejemplo, si tienen $k = 3$ componentes y el ensamble puede ser el producto de las dimensiones involucradas, es decir,

$$Y = x_1 x_2 x_3$$

En problemas de este tipo lo visto antes, para combinaciones lineales, no aplica. Por ello habrá que aplicar otra metodología. Para esto explicaremos la *simulación Monte Carlo*, apoyándonos en la hoja de cálculo Excel. En la tabla 5.5 se muestra un resumen del procedimiento general que se sigue.

Tabla 5.5 Obtención de la distribución de la variable de ensamble con Excel por simulación Monte Carlo.

a) Asegurarse que están activas las herramientas de análisis con la siguiente secuencia: *Herramientas* → *Complementos* (activar herramientas de análisis).

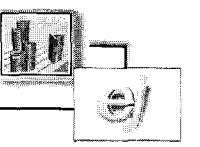
b) Ir a la herramienta de Generación de números aleatorios; para ello, aplicar la siguiente secuencia: *Herramientas* → *Análisis de datos* → *Generación de números aleatorios.*

c) Dentro del procedimiento Generación de números aleatorios, para cada una de las variables rellenar las opciones como se indica en seguida:

1. **Número de variables:** 1 (especificar uno)
2. **Cantidad de números aleatorios:** 5 000
3. **Distribución:** Normal
4. **Parámetros:** especificar la media y la desviación estándar de la variable
5. **Iniciar con:** (dejar en blanco)
6. **Opciones de salida:** (especificar la columna donde se quiere se generen los números aleatorios)

d) Una vez que tenga una muestra de igual tamaño para cada una de las variables involucradas en el ensamble, en una columna nueva indicar la operación que representa la variable de ensamble, y rellenar. Los valores rellenados representan una muestra de la variable de ensamble, *y*, con los que se puede caracterizar perfectamente su distribución, pidiendo su media, su desviación estándar, su histograma y cualquier otra información que se desee.

EJEMPLO 5.10



Un producto es empacado llenando completamente un contenedor, que tiene la forma que se muestra en la figura 5.5. El productor de los contenedores ha recibido reclamaciones por la gran variabilidad de la capacidad (volumen) del contenedor. Por ello se decide hacer un estudio de la variación del volumen del contenedor.

El contenedor es resultado de un ensamble en el que intervienen tres dimensiones principalmente, que se puede suponer son independientes entre sí. Además, de acuerdo con datos disponibles se sabe que las dimensiones (en centímetros) se distribuyen normal con la siguientes medias y desviaciones estándar:

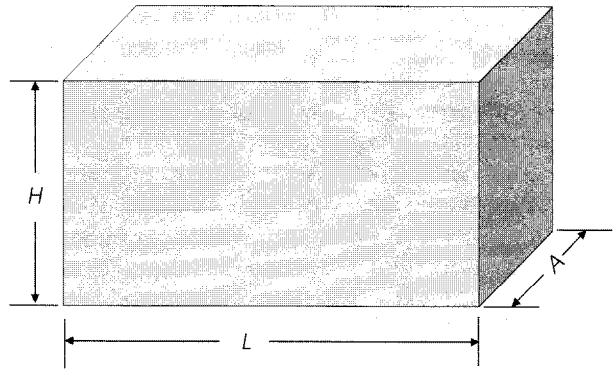


Figura 5.5 *Forma del contenedor para el ejemplo 5.10.*

L—Largo	30	0.20
A—Ancho	10	0.08
H—Alto	16	0.12

De acuerdo con esto, el volumen del contenedor está dado por

$$V = L \times A \times H$$

Deseamos obtener la media y la desviación estándar de V, para lo cual seguiremos el método de la simulación que se explica en la tabla 5.5. En la tabla 5.6 se ilustra el procedimiento y parte de los resultados, de donde se aprecia que la media de la variable volumen, $\mu_V = 4798.74$,y su desviación estándar $\sigma_V = 61.71$ cm^3. Por tanto, los límites naturales de variación (o tolerancias naturales) para la capacidad del contenedor son

$$4\,798.74 \pm 3\,(61.71) = 4\,798.74 \pm 185.12$$

Así, la capacidad de los contenedores varía ordinariamente entre 4 613.62 y 4 983.86 cm^3. Esta información sobre la variación del volumen de los contenedores puede ser comparada contra objetivos o especificaciones.

Tabla 5.6 Simulación Monte Carlo de la variable volumen (ejemplo 5.10).

Variable a simular		*L* (longitud)	*A* (ancho)	*H* (alto)	
1. Número de variables:		1	1	1	
2. Cantidad de números aleatorios:		5 000	5 000	5 000	
3. Distribución:		Normal	Normal	Normal	
Media:		30	10	16	
Desviación estándar:		0.20	0.16	0.12	
Rango de salida:		A1:A5 000	B1:B5 000	C1:C5 000	A*B*C (V = L*A*H)
	1	29.94	10.12	16.13	4 888.67
	2	29.74	9.96	16.14	4 779.17
	3	30.05	10.10	16.15	4 902.67
	4	30.26	9.94	16.04	4 824.16
	5	30.24	10.06	16.06	4 883.71
	6	30.35	10.12	16.00	4 912.82
	7	29.56	9.99	15.98	4 720.77
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	4 995	29.93	9.94	16.00	4 761.10
	4 996	29.93	10.01	15.84	4 744.62
	4 997	29.93	9.92	16.03	4 758.61
	4 998	30.27	10.02	16.15	4 895.76
	4 999	29.98	10.03	16.09	4 836.42
	5 000	29.96	9.96	16.10	4 804.59
Media de datos simulados		30.00	10.00	16.00	4 798.74
Desv. estándar de datos simulados		0.20	0.08	0.12	61.71

Del capítulo 2, el coeficiente de variación, CV, puede ayudar a cuantificar qué tanta es la variación:

$$CV = \frac{S}{\bar{X}}(100) = 1.29\%$$

Una interpretación intuitiva y un tanto informal de este coeficiente de variación sería la siguiente: la variación del volumen de los contenedores es de 1.29%.

USO DE STATGRAPHICS Y EXCEL

Statgraphics

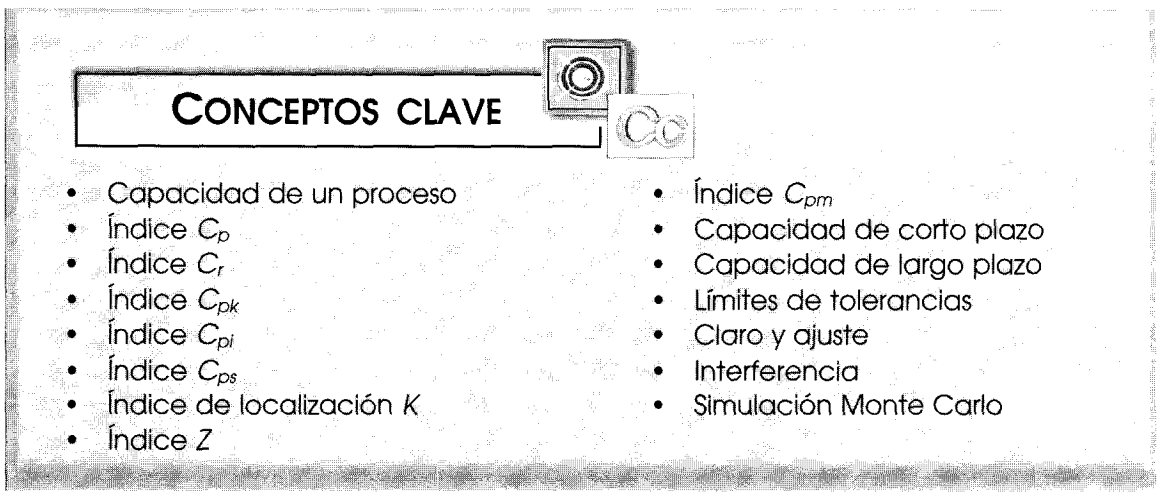
Los programas computacionales estadísticos que tienen un módulo enfocado al control de calidad generalmente incluyen opciones para calcular los índices vistos en este capítulo. A continuación damos los pasos para obtener los índices con Statgraphics Plus:

1. Introducir los datos a analizar, utilizando una columna por cada variable a ser analizada.
2. Del menú principal seguir la siguiente secuencia: SPECIAL...QUALITY CONTROL... PROCESS CAPABILITY ANALYSIS..., después de lo cual aparecerá una pantalla en la que en primer término en *Data* se le da el nombre de la variable que va a ser analizada; después se introduce, en caso que exista, el valor de la especificación superior (*USL*), después el valor *Nominal* para la variable. Si no existe alguno y se tiene una variable con doble especificación, es usual dar el centro de las especificaciones como valor nominal. Pero si sólo se tiene una especificación, entonces es usual dar como valor nominal la media actual del proceso. Por último, en *LSL* se introduce el valor de la especificación inferior, en caso de que exista.
3. Dentro del procedimiento de *Process Capability Analysis* existen varios análisis tanto a manera de tablas o reportes como gráficas.

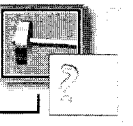
Excel

En el caso de hojas de cálculo como Excel, no lo incluyen de forma directa, por lo que habría que diseñar macros para hacer los cálculos para cada índice. Para este propósito se pueden utilizar funciones como las siguientes:

PROMEDIO( )	para la media aritmética de los datos.
DESVEST( )	calcula la desviación estándar de los datos en el rango indicado.



PREGUNTAS Y EJERCICIOS



1. ¿Cuándo se dice que un proceso es capaz o hábil?
2. Respecto a los índices C_p y C_{pk}, explique:
   a) ¿Qué mide el índice C_p?
   b) ¿Qué significa que un un proceso esté descentrado? Explique con un ejemplo.
   c) ¿El índice C_p toma en cuenta lo centrado de un proceso? Argumente.
   d) ¿Por qué se dice que el índice C_p mide la capacidad potencial y el C_{pk} la capacidad real? Apóyese en los puntos anteriores para explicar.
3. Si una característica de calidad debe estar entre 30 ± 2, y se sabe que su media y desviación estándar están dados por $\mu = 29.3$ y $\sigma = 0.5$, calcule e interprete con detalle los siguientes índices: C_p, C_{pk}, K, C_r y C_{pm}.
4. Para el ejercicio 13 del capítulo 2, sobre el grosor de las láminas de asbesto, se tiene que las especificaciones son: $EI = 4.2$ mm, $ES = 5.8$ mm. Además de las mediciones hechas en los últimos tres meses se aprecia un proceso con una estabilidad aceptable, con $\mu = 4.75$ y $\sigma = 0.45$. Conteste:
   a) Calcule el índice K e interprételo.
   b) Obtenga los índices C_p y C_{pk} e interprételos.
   c) Apoyándose en la tabla 5.2, estime el porcentaje de láminas que no cumplen con especificaciones: del lado inferior, el superior y ambos lados.
   d) En resumen, ¿el proceso cumple con especificaciones? Argumente.
5. Los siguientes datos representan las mediciones de viscosidad de los últimos tres meses de un producto lácteo. El objetivo es tener una viscosidad de 80 más menos 10 cps.

Producto lácteo

84 81 77 80 80 82 78 83 81 78 83 84 85 84 82 84 82 80 83 84 82 78 83 81
86 85 79 86 83 82 84 82 83 82 84 86 81 82 81 82 87 84 83 82 81 84 84 81
78 83 83 80 86 83 82 86 87 81 78 81 82 84 83 79 80 82 86 82 80 83 82 76
79 81 82 84 85 87 88 90

   a) Construya una gráfica de capacidad de este proceso (histograma con tolerancias) y dé una primera opinión sobre la capacidad.
   b) Calcule la media y la desviación estándar, y tomando éstos como parámetros poblacionales estime los índices C_p, C_{pk}, C_{pm} y K, e interprételos con detalle.
   c) Estime también con base en la tabla 5.2 el porcentaje fuera de especificaciones.
   d) ¿Las estimaciones hechas en los dos incisos anteriores y las correspondientes estimaciones se deben ver con ciertas reservas? ¿Por qué?

6. Para el ejercicio 15 del capítulo 2, estime los índices de capacidad C_p, C_{pk} y K e interprételos.
7. Una característica importante en la calidad de la leche de vaca es la concentración de grasa. En una industria en particular se ha fijado un 3.0% como estándar mínimo que debe cumplir el producto que se recibe directamente de los establos lecheros. Si de los datos históricos se sabe que $\mu = 4.1$ y $\sigma = 0.38$:
   a) Calcule el C_{pi} e interprételo.
   b) Apoyándose en la tabla 5.2, estime el porcentaje fuera de especificaciones.
   c) ¿La calidad es satisfactoria?
8. En el ejercicio 17 del capítulo 2, fijando a la meta como especificación superior y a la media como valor nominal, y estime el índice C_{ps} e interprételo.
9. Para el ejercicio 21 del capítulo 2, estime el C_{pi} e interprételo.
10. En una empresa que elabora productos lácteos se tiene como criterio de calidad para la crema que ésta tenga 45% de grasa, con una tolerancia de ±5. De acuerdo con los muestreos de los últimos meses se tiene media de 44.5 con una desviación estándar de 1.3. Haga un análisis de capacidad para ver si se cumple con la calidad exigida (C_p, C_{pk}, K, C_{pm}, límites reales), represente gráficamente sus resultados y coméntelos.
11. El volumen en un proceso de envasado debe estar entre 310 y 330 ml. De acuerdo con los datos históricos se tiene que $\mu = 318$ y $\sigma = 4$. ¿El proceso de envasado funciona bien en cuanto al volumen? Argumente su respuesta.
12. El porcentaje de productos defectuosos en un proceso es de 2.3%. Con base en la tabla 5.2 estime el C_p de este proceso.
13. Si un proceso tiene un $C_{ps} = 1.3$, estime las PPM fuera de especificaciones (apóyese en la tabla 5.2).
14. La especificación del peso de una preforma en un proceso de inyección de plástico es de 60 ± 1 g. Para hacer una primera valoración de la capacidad del proceso se obtiene una muestra aleatoria de $n = 40$ piezas, resultando que $\bar{X} = 59.88$ y $S = 0.25$.
   a) Estime con un intervalo de confianza al 95% los índices C_p, C_{pk} y C_{pm}, e interprete cada uno de ellos.
   b) ¿Hay seguridad de que la capacidad del proceso sea satisfactoria?
   c) ¿Por qué fue necesario estimar por intervalo?
15. Conteste los primeros incisos del problema anterior, pero ahora suponga que el tamaño de muestra fue de $n = 140$. ¿Las conclusiones serían las mismas?
16. Haga el problema 14 con de $n = 40$ piezas, $\bar{X} = 59.88$ y $S = 0.15$.
17. La longitud de una pieza metálica debe ser de 8 cm ± 40 μm. Para evaluar la capacidad del proceso se toma una muestra aleatoria sistemática de 50 piezas y las mediciones obtenidas se reportan como las micras que se desvían del valor nominal:

Longitud (desviación en micras de valor nominal)

−10 −31 −16 −7 0 3 0 −21 8 −7 −2 −7 −14 −2 5 8 −2 −5 8 2 −45 −12 −5 12 −19
18 −10 −14 −5 −10 7 12 4 5 −2 5 −13 14 5 −9 −2 3 20 −4 −4 1 4 17

   a) Dado que ahora, como están reportados los datos, las especificaciones son 0 ± 40, obtenga una gráfica de capacidad (histograma con tolerancias) y haga una evaluación preliminar de la capacidad del proceso.

b) Estime, con un intervalo de confianza de 95%, los índices C_p, C_{pk} y C_{pm}, e interprete cada uno de ellos.
c) ¿Hay seguridad de que la capacidad del proceso sea satisfactoria?
d) ¿Por qué fue necesario estimar por intervalo?

18. En el problema 24 del capítulo 2 se desea garantizar que el porcentaje de CO_2 (gas) esté entre 2.5 y 3.0. Analizando los datos obtenidos:
a) Calcule índices de capacidad de proceso, en especial el K, C_p y C_{pk}, e interprételos.
b) Con la evidencia obtenida, ¿cuál es su opinión sobre la capacidad del proceso referido?

Análisis de tolerancias

19. Se proyecta la producción de una nueva pieza y se requiere establecer sus especificaciones. Para ello, a partir de una producción preliminar se obtiene una muestra pequeña de $n = 35$ piezas, se mide y se obtiene una media $\bar{X} = 26.3$ y $S = 0.3$. Con base en esto obtenga los límites de tolerancia natural, considerando confianzas de $\gamma = 90\%$ y 95%, y coberturas dadas por $\alpha = 0.10$ y 0.05. Explique los cuatro intervalos obtenidos.

20. Si en el problema anterior las especificaciones deseadas preliminarmente de acuerdo con los requerimientos de diseño son: 26 ± 1, obtenga el C_p que se tendría en cada uno de los casos indicados arriba. (Nota: Recuérdese que el C_p es una razón entre la amplitud de las tolerancias deseadas y la amplitud de la variación del proceso, que es lo que se calculó en el inciso anterior.)

21. Si en el punto anterior los C_p obtenidos son malos, ¿qué alternativas habría?

22. Refiriéndose al problema 19:
a) Resuelva dicho problema considerando que se obtuvieron los mismos datos ($\bar{X} = 26.3$ y $S = 0.3$), pero ahora suponga que se utilizó un tamaño de muestra de $n = 110$.
b) Compare los intervalos anteriores con los obtenidos en el problema 19. ¿Por qué tienen distinta amplitud?

23. Supongamos que la longitud de un ensamble final, y, está dado por la siguiente combinación lineal de tres componentes individuales: $y = x_1 + 3x_2 + x_3$. Para la longitud final se tiene una tolerancia de 180 ± 2.5. Las longitudes de cada uno de los componentes se distribuye normal con media y varianza conocida: $x_1 \sim N(39.8, 0.23)$, $x_2 \sim N(60.1, 0.59)$ y $x_3 \sim N(79.9, 0.92)$. Todas las longitudes están dadas en milímetros. Las longitudes de los componentes pueden ser supuestas independientes, ya que son producidas en máquinas diferentes. Encuentre el porcentaje de ensambles finales que cumplen con especificaciones.

24. La longitud de un ensamble final, y, está dado por la siguiente combinación lineal de cuatro componentes individuales: $y = x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4$. Para la longitud final se tiene una tolerancia de 107 ± 1.5. Las longitudes de cada uno de los componentes se distribuye normal con media y varianza conocida: $x_1 \sim N(19.8, 0.15)$, $x_2 \sim N(10, 0.09)$, $x_3 \sim N(25.02, 0.3)$ y $x_4 \sim N(32, 0.23)$. Todas las longitudes están dadas en milímetros. Las longitudes de los componentes pueden ser supuestas independientes, ya que son producidas en máquinas diferentes.

a) ¿Qué porcentaje de ensambles finales cumplen con especificaciones?
b) Calcule el C_p y C_{pk} para el ensamble final e interprete.
c) En caso de que la capacidad sea inadecuada, ¿qué alternativas sugiere?

25. Se diseñan las tolerancias de un ensamble lineal de tres piezas, de forma que la longitud final está dada por $y = x_1 + x_2 + x_3$. Las especificaciones para el ensamble final son de 32.00 ± 0.7. La longitud de cada componente, x_1, x_2 y x_3, son independientes y se distribuye normal con medias $\mu_1 = 12$, $\mu_2 = 8$, $\mu_3 = 12$, respectivamente. Se desea definir los límites de tolerancias para los ensambles individuales de tal forma que al menos el 99.73% de los ensambles finales esté dentro de especificaciones. Haga lo anterior suponiendo que la variación de los componentes individuales es proporcional a su longitud (véase ejemplo 5.8).

26. Resuelva el problema anterior, pero ahora suponga una especificación para el ensamble final de 32.00 ± 0.9, y analice los cambios en las especificaciones de los componentes individuales.

27. Dos partes son ensambladas como se muestra en la figura 5.6. La distribución de x_1 y x_2 es normal con $\mu_1 = 19.9$, $\sigma_1 = 0.28$, y $\mu_2 = 19.45$, $\sigma_2 = 0.42$. La especificación para el claro entre las dos piezas es 0.50 ± 0.38.
a) ¿Qué porcentajes de los ensambles cumplen con la especificación del claro?
b) Calcule la probabilidad de que haya interferencia y que el ensamble no sea posible.

28. Resuelva el problema anterior, pero considere ahora $\sigma_2 = 0.52$. Comente y compare los resultados.

29. El volumen de agua en el generador de hielo de un refrigerador es igual a la velocidad de llenado, *V*, por el tiempo de llenado, *T*. La velocidad de llenado la controla una válvula y el tiempo un cronómetro; ambos equipos son fabricados por diferentes proveedores, por lo que se pueden considerar independientes. De los datos de los proveedores se sabe que: V se distribuye normal $\mu = 20$

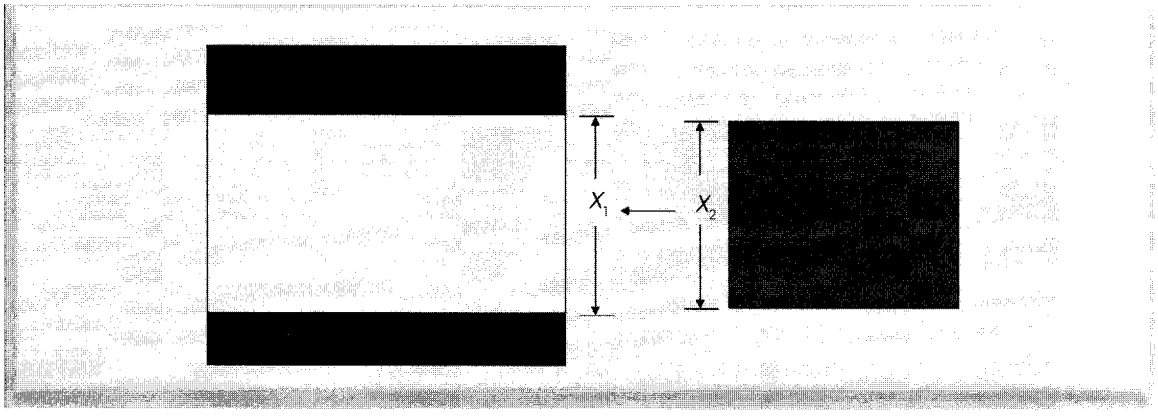


Figura 5.6 *Ensamble para el ejercicio 27.*

cm^3/s y $\sigma = 0.35\ cm^3/s$; y T también se distribuye normal con $\mu = 6.1$ s y $\sigma = 0.42$ s. Obtener por simulación Monte Carlo los límites naturales de tolerancia del volumen = $V \times T$.

30. Como parte del ensamble de un producto, en la figura 5.7 se aprecia el ensamble de una barra diagonal. La longitud (L) de la barra se distribuye normal con $\mu_L = 300$ mm y $\sigma_L = 0.3$ mm. El ángulo, θ, de la diagonal con la base también es una variable aleatoria que se distribuye normal con $\mu_\theta = 45°$, y $\sigma_\theta = 0.4°$. Con estos elementos interesa saber los límites naturales de tolerancias para la altura, H, de la base al final de la barra diagonal (véase figura).

a) Dado que H = SENO(θ) $\times$ L, mediante simulación Monte Carlo obtenga la media y la desviación estándar de H.

b) De las simulaciones hechas para obtener H, construya un histograma y con base en éste vea si es razonable suponer que H se distribuye normal.

c) Con los datos de la simulación obtenga el mínimo, el máximo y el rango para H.

d) Suponga distribución normal y obtenga los límites naturales de tolerancia para H.

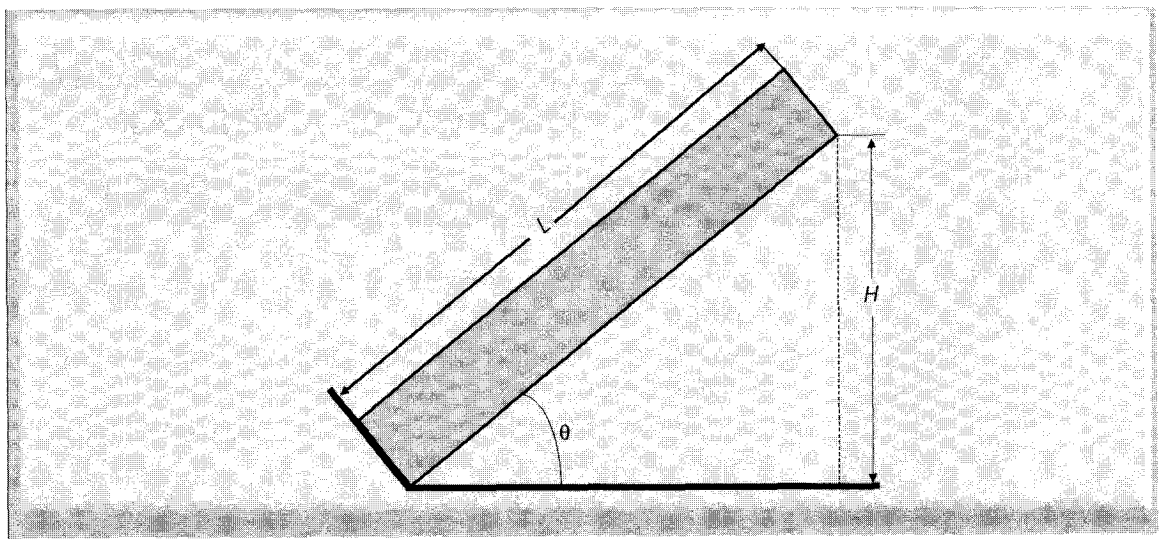


Figura 5.7 *Diagrama para el ejercicio 30.*

Capítulo 6

Herramientas básicas para Seis Sigma

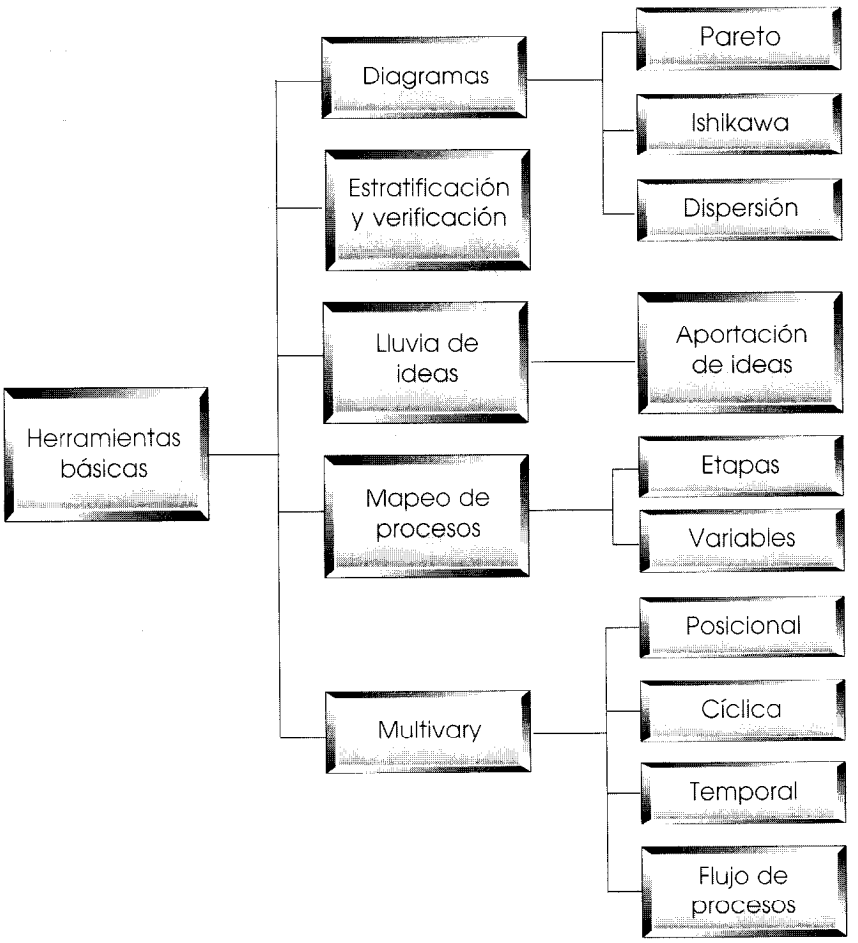
160

SUMARIO

- Diagrama de Pareto
- Estratificación
- Hoja de verificación (obtención de datos)
- Diagrama de Ishikawa (o de causa-efecto)
- Lluvia de ideas
- Diagrama de dispersión
- Mapeo de procesos
- Multivary

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Conocer las características y función de las herramientas básicas para la calidad.
- Identificar la función del diagrama de Pareto y de la estratificación en un proyecto Seis Sigma.
- Describir la utilidad práctica de la hoja de verificación y del diagrama de dispersión.
- Explicar la forma de utilizar el método lluvia de ideas y el diagrama de Ishikawa.
- Detallar la función del mapeo de procesos y la función del método multivary.


Herramientas básicas
Diagramas
Pareto
Ishikawa
Dispersión
Estratificación y verificación
Lluvia de ideas
Aportación de ideas
Mapeo de procesos
Etapas
Variables
Multivary
Posicional
Cíclica
Temporal
Flujo de procesos

En este capítulo se detalla una serie de herramientas básicas de particular utilidad tanto en el control estadístico de procesos como en un proyecto Seis Sigma. Estas herramientas son diagrama de Pareto, estratificación, hoja de verificación, diagrama de causa-efecto (diagrama de Ishikawa), lluvia de ideas, diagrama de dispersión, mapeo de procesos y multivary.

DIAGRAMA DE PARETO

Ya se ha dicho en capítulos previos que más de 80% de la problemática en una organización es común, es decir, se debe a problemas, causas o situaciones que actúan de manera permanente sobre el proceso. Sin embargo, en todo proceso existen unos cuantos problemas o situaciones vitales que contribuyen en gran medida a la problemática global de un proceso o una empresa. Lo anterior es la premisa del *diagrama de Pareto*, que es un gráfico especial de barras cuyo campo de análisis o aplicación son los datos categóricos, y tiene como objetivo ayudar a localizar el o los problemas vitales, así como sus causas más importantes. La idea es que cuando se quiere mejorar un proceso o atender sus problemas, no se den "palos de ciego" y se trabaje en todos los problemas al mismo tiempo y se ataquen todas sus causas a la vez, sino que, con base en los datos e información aportados por un análisis de Pareto, se establezcan prioridades y se enfoquen los esfuerzos donde puedan tener mayor impacto. En este sentido, el diagrama de Pareto encarna mucho de la idea del pensamiento estadístico.

Diagrama de Pareto

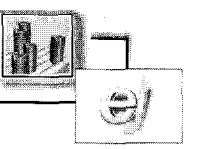
Gráfico de barras que ayuda a identificar prioridades y causas; ordenando por importancia a los diferentes problemas que se presentan en un proceso.

La viabilidad y utilidad general del diagrama está respaldada por el llamado *principio de Pareto*, conocido como "Ley 80-20" o "Pocos vitales, muchos triviales", el cual reconoce que unos pocos elementos (20%) generan la mayor parte del efecto (80%), y el resto de los elementos generan muy poco del efecto total. El nombre del principio es en honor del economista italiano Wilfredo Pareto (1843-1923), quien reconoció que pocas personas (20%) poseían gran parte de los bienes (80%), y afirmaba: pocos tienen mucho, y muchos tienen poco. Fue Joseph Juran, uno de los clásicos de la calidad de la primera generación y que desempeñó un papel crucial en el movimiento mundial por la calidad, quien reconoció que el principio de Pareto también se aplicaba a la mejora de la calidad; como ejemplo mostraba la clasificación del tipo de defectos de diferentes productos, donde había unos cuantos que predominaban. A la representación gráfica de la frecuencia de esos defectos le llamó diagrama de Pareto, que siendo justos debería llamarse *diagrama de Juran*. En los últimos años se ha evidenciado que el diagrama de Pareto puede aplicarse en casi toda actividad.

Principio de Pareto

Se refiere a que pocos elementos gene-

EJEMPLO 6.1



En una fábrica de botas industriales se hace una inspección del producto final, mediante el cual las botas con algún tipo de defecto se mandan a la "segunda", después de quitar las etiquetas para cuidar la marca.

Mediante un análisis de los problemas o defectos por los que las botas se mandan a la segunda, se obtienen los siguientes datos correspondientes a las últimas 10 semanas:

Razón de defecto	Total	Porcentaje
Piel arrugada	99	13.4
Costuras fallas	135	18.3
Reventado de piel	369	50.0
Mal montada	135	18.3
Total	738	100.0

Pareto para problemas de primer nivel Al representar estos datos por medio de una gráfica, en la que las barras se ubiquen de izquierda a derecha en forma decreciente, de acuerdo con la frecuencia, obtenemos el diagrama de Pareto de la figura 6.1, donde la escala vertical izquierda está en términos del número de botas rechazadas y la vertical derecha en porcentaje. La línea arriba de las barras representa la magnitud acumulada de los defectos hasta completar el total. En la gráfica se aprecia que el defecto reventado de piel es el más importante, ya que éste representa 50% del total de defectos. En este defecto se debería centrar un verdadero proyecto de mejora que trate de encontrar las causas de fondo, para así dejarle de dar la "solución" que hasta ahora se ha adoptado: mandar las botas a la segunda.

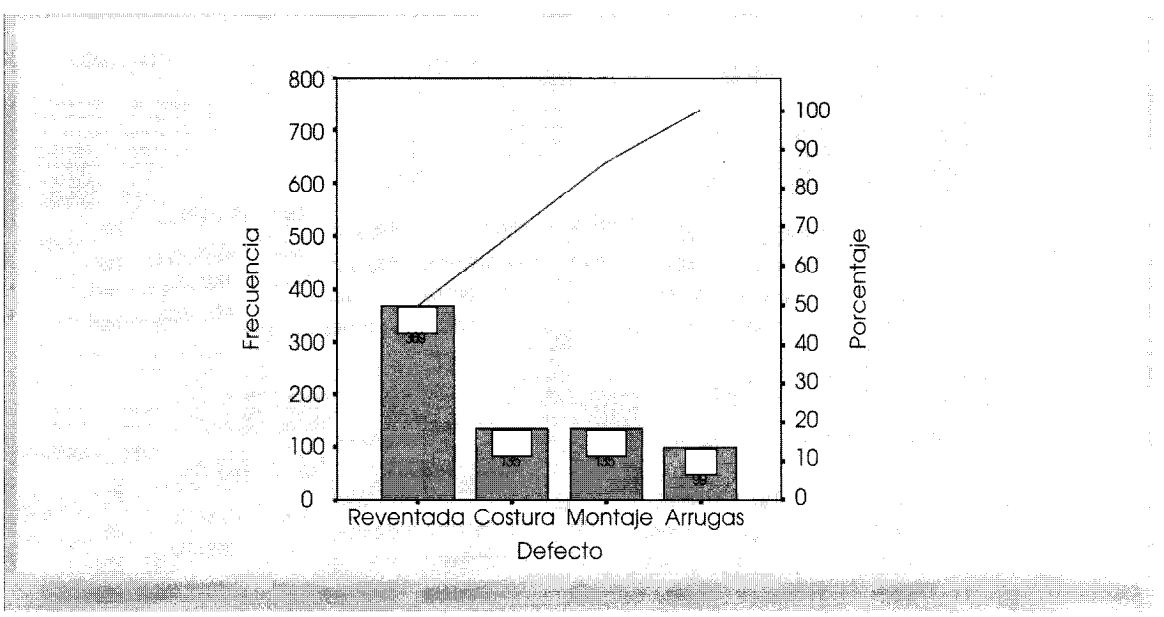


Figura 6.1 *Pareto para problemas en botas.*

Pareto para causas o de segundo nivel Lo que sigue es no precipitarse en sacar conclusiones del primer Pareto, ya que al actuar reactivamente y precipitarse podrían obtenerse conclusiones erróneas; por ejemplo, una posible conclusión "lógica" a partir del Pareto de la figura 6.1 sería la siguiente: el problema principal se debe en su mayor parte a la calidad de la piel, por lo que se debe comunicar al proveedor actual y buscar mejores proveedores. Sin embargo, es frecuente que las conclusiones reactivas y "lógicas" sean erróneas. Por esto, después del Pareto para problemas el análisis debe orientarse exclusivamente hacia la búsqueda de las causas del problema principal. Para ello hay que preguntarse si este problema se presenta con la misma intensidad en todos los modelos, materiales, turnos, máquinas, operadores, etc., ya que si en alguno de ellos se encuentran diferencias, se estarán localizando pistas específicas sobre las causas más importantes del problema vital.

En el caso de las botas, lo que se hizo fue clasificar o estratificar el defecto de reventado de piel de acuerdo con el modelo de bota, y se encontraron los siguientes datos:

Modelo de bota	Defecto de reventado de piel	Porcentaje
512	225	61.0
501	64	17.3
507	80	21.7
Total	369	100.0

Si se representa esto en un diagrama de Pareto de segundo nivel obtenemos la gráfica de la figura 6.2 en la que se observa que el problema de reventado de piel se

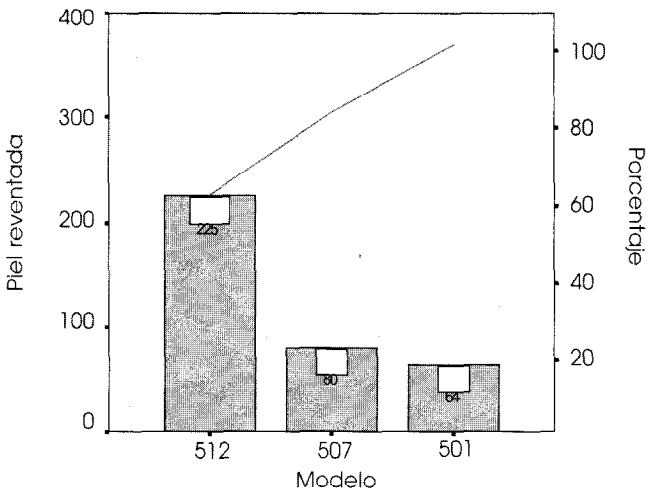


Figura 6.2 *Pareto para causas: defecto principal por modelo de bota.*

presenta en el modelo de bota 512, y que en los otros modelos es un defecto de la misma importancia que las otras fallas. Aquí más que pensar en que los defectos de reventado de piel se deban en su mayor parte a la calidad de la piel, es mejor buscar la causa del problema exclusivamente en el proceso de fabricación del modelo 512.

Cabe aclarar que para que el análisis por modelo que se hizo sea útil es necesario que la frecuencia con la que se produce cada uno de los modelos sea similar, como fue el caso de las botas. Si un modelo se produce mucho más, será lógico esperar que en él haya más defectos. Cuando este último sea el caso, entonces de la producción total de cada modelo se deberá calcular el porcentaje de artículos defectuosos debido al problema principal, y con base en esto hacer el Pareto de segundo nivel.

En general se debe buscar hacer análisis de Pareto de causas o de segundo nivel, de acuerdo con aquellos factores que pueden dar una pista de por dónde está la causa principal y dónde centrar los esfuerzos de mejora. De hecho, después de un Pareto de segundo nivel exitoso, como el de la figura 6.2, se debe analizar la posibilidad de aplicar un Pareto de tercer nivel. Por ejemplo, en el caso de las botas se buscaría ver si los defectos de reventado de piel en el modelo 512 se dan más en alguna máquina, talla, turno, etcétera.

El ejemplo evidencia que en la solución de problemas una pista o una nueva información debe llevar a descartar opciones y a profundizar la búsqueda y el análisis en una dirección más específica, para de esa forma no caer en conclusiones precipitadas y erróneas. El análisis de Pareto encarna esta idea, ya que la técnica sugiere que después de hacer un primer diagrama de Pareto en el que se detecte el problema principal, se debe hacer un análisis de Pareto para causas o de segundo nivel o más niveles, en el que se estratifica el defecto más importante por turno, modelo, materia prima o alguna otra fuente de variación que dé indicios de dónde, cuándo o bajo qué circunstancias se manifiesta más el defecto principal.

Recomendaciones para realizar análisis de Pareto

1. En general el diagrama de Pareto clasifica defectos, quejas, horas o cualquier otra variable en función de categorías o factores de interés, por ejemplo por tipo de defecto o queja, modelo de producto, tamaño de la pieza, tipo de máquina, edad de obrero, turno de producción, tipo de cliente, tipo de accidente, causa de paro, proveedor, métodos de trabajos u operación. Cada clasificación genera un diagrama.
2. El eje vertical izquierdo debe representar unidades de medida que den una idea clara de la contribución de cada categoría a la problemática global. De esta forma, si la gravedad o costo de cada defecto o categoría es muy diferente, entonces el análisis no debe hacerse tomando en cuenta sólo la frecuencia, sino que ésta debe ser multiplicada por la gravedad o costo correspondiente. Por ejemplo, en el ejercicio 6.9 se pide al lector que haga un análisis de Pareto para determinar la queja que más contribuye a la insatisfacción de los clientes, pero no todas las quejas tienen la misma importancia en términos de la insatisfacción que implican para el cliente; por ello se debe multiplicar la frecuencia de ocurrencia de cada queja por su gravedad correspondiente, y a partir de los resultados de esa multiplicación se hace el diagrama de Pareto. En general, la escala izquierda debe estar en términos de frecuencia por gravedad o importancia.

3. En un análisis lo primero es hacer un Pareto de problemas (primer nivel) y después al problema dominante, si es que se encontró, se le hacen tanto Paretos de causas (segundo nivel) como se crea conveniente. Se recomienda no pasar al tercer nivel hasta agotar todas las opciones (factores de interés) de segundo nivel.
4. Un criterio rápido para saber si la primera barra o categoría es significativamente más importante que las demás no es que ésta represente 80% del total, más bien es el que supere claramente al resto de las barras. En otras palabras, el criterio es verificar si la primera barra predomina sobre el resto.
5. Cuando en un DP no predomina ninguna barra y tiene una apariencia plana o un descenso lento en forma de escalera, significa que se deben reanalizar los datos o el problema y su estrategia de clasificación. En estos casos y en general es conveniente ver el Pareto desde distintas perspectivas, siendo creativo y clasificando el problema o los datos de distintas maneras, hasta localizar un componente importante, por ejemplo, ver si algunas de las categorías son muy parecidas, de forma que se pudieran clasificar en una sola.
6. El eje vertical derecho representa una escala en porcentajes de 0 a 100, para que con base en ésta se pueda evaluar la importancia de cada categoría respecto a las demás, en términos porcentuales, y la línea acumulativa representa los porcentajes acumulados de las categorías.
7. Para que no haya un número excesivo de categorías que dispersen el fenómeno se usa agrupar las categorías que tienen relativamente poca importancia en una sola y llamarle la categoría "otras", aunque no es conveniente que esta categoría represente un porcentaje de los más altos. Si esto ocurre, se debe revisar la clasificación y evaluar alternativas.

Algunas bondades adicionales del diagrama de Pareto son las siguientes:

- El DP, al expresar gráficamente la importancia del problema, facilita la comunicación y recuerda de manera permanente cuál es la falla principal, por lo que es útil para motivar la cooperación de todos los involucrados, puesto que con un vistazo cualquier persona puede ver cuáles son los problemas principales.
- Es más adecuado concentrar las energías en el problema vital e ir al fondo de sus causas que dispersar los esfuerzos en todos. Además, en general es más fácil reducir una barra alta a la mitad que una chica a cero.
- Elimina la vaguedad en la magnitud de los problemas y proporciona una medición objetiva expresable en términos gráficos, por lo que sirve para evaluar objetivamente con el mismo diagrama las mejoras logradas con un proyecto de mejora Seis Sigma, comparando la situación antes y después del proyecto.

Pasos para la construcción de un diagrama de Pareto

1. Decidir y delimitar el problema o área de mejora que se va a atender. Tener claro qué objetivo se persigue. A partir de lo anterior, visualizar o imaginar qué tipo de diagrama de Pareto puede ser útil para localizar prioridades o entender mejor el problema.

2. Con base en lo anterior discutir y decidir el tipo de datos que se van a necesitar y los posibles factores que sería importante estratificar. Construir una hoja de verificación bien diseñada para la colección de datos que identifique tales factores.
3. Si la información se va a tomar de reportes anteriores o si se va a colectar, definir el periodo del que se tomarán datos y determinar la persona responsable de ello.
4. Al terminar de obtener los datos, construir una tabla donde se cuantifique la frecuencia de cada defecto, su porcentaje y demás información.
5. Decidir si el criterio con el que se van a jerarquizar las diferentes categorías será directamente la frecuencia o si será necesario multiplicarla por su costo o intensidad correspondiente. De ser así, multiplicarla. Después de esto, proceder a hacer la gráfica.
6. Documentar referencias del DP, como son títulos, periodo, área de trabajo, etcétera.
7. Interpretar el DP y, si existe una categoría que predomina, hacer un análisis de Pareto de segundo nivel para localizar los factores que influyen más en el mismo (véase ejemplo 6.1).

ESTRATIFICACIÓN

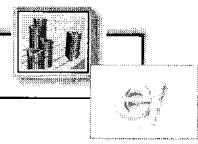
Estratificación

Es analizar problemas, fallas, quejas o datos, clasificándolos de acuerdo con los factores que se piensa pueden influir en la magnitud de los mismos.

Como según el principio de Pareto hay unos cuantos problemas vitales, que además son originados por pocas causas claves, resulta necesario identificar a ambos mediante análisis adecuados. Uno de estos análisis es la *estratificación* o *clasificación de datos*. Estratificar es analizar problemas, fallas, quejas o datos, clasificándolos o agrupándolos de acuerdo con los factores que se cree pueden influir en la magnitud de los mismos, para así localizar las mejores pistas para resolver los problemas de un proceso o para mejorarlo. Por ejemplo, los problemas pueden analizarse de acuerdo con tipo de fallas, métodos de trabajo, maquinaria, turnos, obreros, materiales, o cualquier otro factor que pueda proporcionar una pista acerca de dónde centrar los esfuerzos de mejora y cuáles son las causas vitales.

La estratificación es una poderosa estrategia de búsqueda que facilita entender cómo influyen los diversos factores o variantes que intervienen en una situación problemática, de forma que se puedan localizar diferencias, prioridades y pistas que permitan profundizar en la búsqueda de las verdaderas causas de un problema. La estratificación recoge la idea del diagrama de Pareto y la generaliza como una estrategia de análisis y búsqueda. No sólo se aplica en el contexto del diagrama de Pareto, más bien es una estrategia común a todas las herramientas básicas. Por ejemplo, un histograma multimodal puede ser la manifestación de diferentes estratos que originan los datos bajo análisis; un diagrama de dispersión que indica baja correlación puede deberse a la presencia de varios estratos; en una carta de control que indica la presencia de causas especiales de variación, la estratificación ayuda a identificar tales causas (como se ve en el capítulo 7, en particular los ejemplos 7.1 y 7.2); en el *diagrama de Ishikawa* se puede utilizar la estratificación para corroborar causas.

EJEMPLO 6.2



En una empresa del ramo metal-mecánico se tiene interés en evaluar cuáles son los problemas más importantes por los que las piezas metálicas se rechazan cuando se inspeccionan. Este rechazo se da en diversas fases del proceso y en distintos departamentos. Para hacer tal evaluación se estratifican los rechazos por tipo y por departamento que produjo la pieza. Los resultados obtenidos en una semana se aprecian en la tabla 6.1, donde se ven los diferentes tipos de problemas, la frecuencia con que han ocurrido y el departamento donde se originaron.

Tabla 6.1 Estratificación de artículos defectuosos por tipo de defecto y departamento

Clasificación de piezas rechazadas por razón de rechazo y departamento

Fecha _____

Razón de rechazo	Depto. piezas chicas	Depto. piezas medianas	Depto. piezas grandes	Total
Porosidad	///// //	///// ///// ///// / ///// //////	///// /////	33
Llenado	///// ///// //	///// ///// ///// ///// ///	//// ///// /////	60
Maquinado	//	/	//	5
Molde	///	///// /	///// //	16
Ensamble	//	//	//	6
Total	26	59	35	120

Problema más importante (primer nivel de estratificación). En la tabla se observa que el problema principal es el llenado de las piezas (50% del total de rechazos, 60 de 120), por lo que debe ser atendido de manera prioritaria y analizar con detalle sus causas.

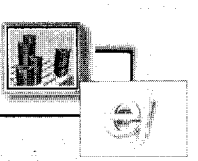
Causas (segundo nivel de estratificación). Para el problema principal se aplica una segunda estratificación, bien pensada y discutida, que ayude a saber la manera en que influyen los diversos factores que intervienen en el problema de llenado; tales factores podrían ser departamento, turno, tipo de producto, método de fabricación, materiales, etc. Pero como en la tabla 6.1 sólo se tiene la información del departamento, entonces se procede a hacer la estratificación del problema de llenado por departamento, lo que permite apreciar que esta falla se da principalmente en el departamento de piezas medianas (58%, 32 de 60). Si al clasificar el problema de llenado por otros factores no se encuentra ninguna otra pista importante, entonces el equipo de mejora tiene que centrarse en el problema de llenado en el departamento de piezas medianas, y este equipo debe olvidarse por el momento de los otros problemas y los demás departamentos.

Causas (tercer nivel). Dentro del departamento de piezas medianas se podría discutir, pensar y reflexionar sobre cómo estratificar el problema de llenado por otras fuentes de variabilidad, como podrían ser turnos, productos, máquinas, etc. Si en alguna de estas clasificaciones se encuentra dónde se localiza principalmente la falla, ahí se centra la acción de mejora. Cuando mediante la estratificación ya no se encuentre ninguna pista más, entonces se toma en cuenta todo el análisis hecho para tratar de encontrar la verdadera causa del problema, labor que es más sencilla porque ya se tienen varias pistas sobre dónde, cómo y cuándo se presenta el problema principal.

Conclusión. Tratar de encontrar la causa raíz antes de las estratificaciones es trabajar sin sentido, con el consecuente desperdicio de energías y recursos, y a que se ataquen efectos y no las verdaderas causas.

Sin embargo, es necesario señalar que hasta dónde se puede seguir estratificando está limitado por la velocidad con la que se pueden obtener los datos, ya que si un proceso los genera con lentitud, entonces será difícil esperar a que se generen los datos de interés para así identificar pistas que ayuden a la localización de las causas principales. En estos casos habrá que tomar mayores riesgos en las decisiones sobre cuáles son las causas principales y esperar a ver si efectivamente las acciones tomadas dieron resultados. Otra posibilidad es aplicar una estrategia más activa, como es el diseño de experimentos, para así corroborar conjeturas más rápidamente.

EJEMPLO 6.3



En una fábrica de envases de plástico una de las características de calidad en el proceso de inyección del plástico es el peso de las preformas, que posteriormente son sopladas para obtener el envase. Se tiene que

para cierto modelo el peso de la preforma debe ser de 28.0 g con una tolerancia de ±0.5 g. Tomando en cuenta 140 datos de la inspección cotidiana de la última semana, se hace una evaluación de la capacidad del proceso para cumplir con especificaciones ($EI = 27.5$, $ES = 28.5$). En la figura 6.3a y en la tabla 6.2 se aprecian la gráfica de capacidad (histograma, con tolerancias) y los estadísticos básicos que se obtuvieron (véase capítulos 2 y 5).

A partir de éstos se aprecia que hay problemas, ya que la estimación de los límites reales está fuera de las especificaciones, los valores de los índices C_p y C_{pk} están muy lejos de ser mayores que 1.33, y el proceso está centrado pero el cuerpo del histograma no cabe dentro de las especificaciones. En suma, hay problemas debido a la alta variación del peso de la preforma.

En este tipo de casos, una primera alternativa para investigar las causas de tal exceso de variación sería estratificar los datos y analizarlos por separado de acuerdo con fuentes o factores de variación que se sospeche puedan estar contribuyendo de manera significativa al problema. En el caso de las preformas, se sabe que los 140 datos estudiados proceden de dos diferentes máquinas de inyección. Si se analizan por separado los 70 datos procedentes de cada máquina, se obtienen los resultados que se aprecian en los renglones correspondientes de la tabla 6.2 y en los incisos *b* y *c* de la figura 6.3. De donde se observan los valores de la estimación de C_p, y la amplitud de los histograma y los límites reales, se concluye que la capacidad potencial de ambas máquinas es satisfactoria. Más bien el problema es que la máquina A está descentrada un $K = 34\%$ a la derecha del valor nominal (28.0 g), mientras que la máquina B está descentrada a la izquierda un $K = -36\%$. Por tanto, el verdadero problema no es exceso de variación en los procesos, sino que éstos están descentrados respecto al peso nominal que deben producir, por lo que la solución es centrar ambas máquinas, lo cual en general es más fácil que reducir variabilidad.

Tabla 6.2 Estadísticos básicos para datos del paso de las preformas.

Fuente	$\bar{X}$	S	C_p	C_{pk}	K	Límites reales	
						LRI	LRS
General	27.99	0.23	0.73	0.72	1%	27.31	28.67
Máquina A	28.17	0.14	1.15	0.76	34%	27.73	28.60
Máquina B	27.82	0.14	1.18	0.75	-33%	27.39	28.24

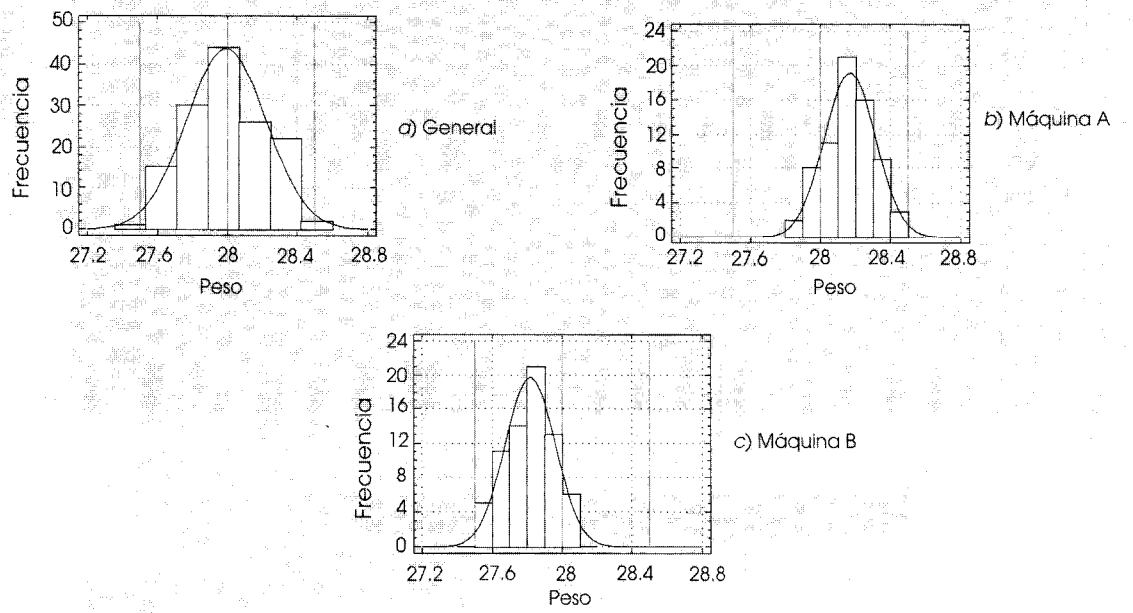


Figura 6.3 *Gráfica de capacidad para peso de las preformas.*

EJEMPLO 6.4

Para disminuir el ausentismo en una empresa, en lugar de dirigir campañas o programas generalizados sería mejor centrarlos en los trabajadores, departamentos o turnos con mayor porcentaje de ausencias, lo cual se podría encontrar agrupando (estratificando) a trabajadores, departamentos o turnos de acuerdo con su porcentaje de faltas. Algo similar puede decirse respecto a problemas como accidentes de trabajo, rotación, etcétera.

Finalmente, en todas las áreas o tipos de proceso resulta de utilidad clasificar los problemas o las mediciones de desempeño, de acuerdo con cualquier factor que pueda ayudar a direccionar mejor la acción de mejora, por ejemplo:

- Departamentos, áreas, secciones o líneas de producción.
- Operarios, y éstos a su vez por experiencia, edad, sexo o turno.
- Maquinaria o equipo; la clasificación puede ser por máquina, modelo, tipo, vida o condición de operación.
- Tiempo de producción: turno, día, semana, noche, mes.
- Proceso: procedimiento, condiciones de operación.
- Materiales y proveedores.

Algunos criterios para estratificar se pueden consultar en la sección "Diagrama de Ishikawa" que se encuentra más adelante, donde se proporciona un desglose de los diferentes factores que contempla cada unas de las 6M's.

Recomendaciones para estratificar

1. A partir de un objetivo claro e importante, determinar con discusión y análisis las características o factores a estratificar.
2. Mediante la colección de datos evaluar la situación actual de las características seleccionadas. Expresar gráficamente la evaluación de las características (diagrama de Pareto, histograma, cartas de control, diagrama de caja, etcétera).
3. Determinar las posibles causas de la variación en los datos obtenidos con la estratificación. Esto puede llevar a estratificar una característica más específica, como en los ejemplos.
4. Ir más a fondo en alguna característica y estratificarla.
5. Estratificar hasta donde sea posible y obtener conclusiones de todo el análisis hecho.

HOJA DE VERIFICACIÓN (OBTENCIÓN DE DATOS)

Hoja de verificación

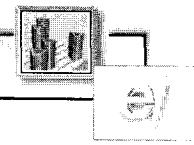
Es un formato construido para colectar datos, de forma que su registro sea sencillo y sistemático, y que se pueda analizar fácilmente (visual) los resultados obtenidos.

La *hoja de verificación* es un formato construido para colectar datos, de forma que su registro sea sencillo, sistemático y que sea fácil analizarlos. Una característica que debe reunir una buena hoja de verificación es que visualmente se pueda hacer un primer análisis que permita apreciar las principales características de la información buscada. Algunas de las situaciones sobre las que resulta de utilidad obtener datos a través de la hojas de verificación son las siguientes:

- Describir el desempeño o los resultados de un proceso.
- Clasificar las fallas, quejas o defectos detectados, con el propósito de identificar sus magnitudes, razones, tipos de fallas, áreas de donde proceden, etcétera.
- Confirmar posibles causas de problemas de calidad.
- Analizar o verificar operaciones y evaluar el efecto de planes de mejora.

La finalidad última de la hoja de verificación es fortalecer el análisis y medición del desempeño de los diferentes procesos de la empresa y así contar con la información para orientar esfuerzos, actuar y decidir objetivamente. Esto es de suma importancia, ya que en ocasiones en algunas áreas o empresas completas no hay datos ni información de nada. En otros casos el problema no es la escasez de datos; por el contrario, en ocasiones abundan (reportes, informes, registros); el problema más bien es que tales datos están archivados, se han registrado demasiado tarde, se han colectado de manera inadecuada o no hay el hábito de analizarlos y utilizarlos de manera sistemática para tomar decisiones, por lo que en ambos casos el problema es el mismo: no se tiene información para direccionar objetiva y adecuadamente los esfuerzos y actividades en una organización.

EJEMPLO 6.5



Registro de defectos y posibles causas. En una fábrica de piezas metálicas se busca reducir la cantidad de válvulas defectuosas. Cada molde está dividido en tres zonas, cada una de las cuales incluye dos piezas. Como punto de partida inician colectando datos mediante una hoja de verificación, en la cual se especifica el tipo de problemas, el producto y la zona del molde. En la tabla 6.3 se muestran los datos obtenidos en dos semanas.

Un revisión rápida de los datos de la tabla 6.3 indica que el problema predominante en las válvulas es porosidad, y que éste se presenta en la tercera zona del molde, independientemente del modelo de producto (es decir, un Pareto de tercer nivel que clasifique por producto los defectos de porosidad en la zona tres indicaría que la intensidad con la que ocurren estos defectos en los cuatro tipos de producto es muy similar, ya que entre 10, 9, 8 y 13 hay poca diferencia).

En la tabla 6.1 y en los ejercicios de análisis de Pareto se muestran varios ejemplos de hojas de verificación, donde al registrar el tipo de defectos también se identifica en qué área, modelo de producto, turno o máquina se generó tal defecto. Con este tipo de hoja de verificación se detecta si alguno de los defectos es predominante y si está asociado a algún factor en particular, como se ha mostrado en el ejemplo anterior.

Cada área de la empresa podría empezar a diseñar sus formatos de registro de forma que ayudará a entender mejor la regularidad estadística de los problemas que se tienen; por ejemplo, accidentes de trabajo, fallas de equipos y mantenimiento, fallas en trámites administrativos, quejas y atención a clientes, razones de incumplimiento de plazos de entrega, ausentismo, inspección y supervisión de operaciones, son problemas sobre los que se requiere información que se puede obtener mediante un buen diseño de una hoja de verificación.

Tabla 6.3 Hoja de verificación del tipo: defectos y posibles causas

Hoja de verificación para defectos en válvulas

Periodo: _____

Departamento: _____

Modelo de producto	Zona del molde		
	Zona 1	Zona 2	Zona 3
A	ooo	ooooo	oooooooooo
	xxx	Xx	xxxxxx
	++	++ //	/
B	oooo	ooooo	ooooooooo
	xx	Xxxxx	xxxxxxx
	+++ /	/	++
C	ooooo	oooo	oooooooo
	x	Xxx	xxxxx
	+	++	/
D	oooo	oooooo	ooooooooooooo
	xx	xxx	xxxxx
	++ //	/	++++

Códigos para defectos: o porosidad , + maquinado, x llenado, / Ensamble

EJEMPLO 6.6



Hoja de verificación para distribución de procesos. Una característica de calidad importante en el tequila es el color, ya que eso le da identidad a la marca, entre otros aspectos. En una empresa en particular tiene como especificaciones para cierto producto que su color debe estar entre 61 y 65% de transmisión. Para analizar el color, además de llevar una carta de control se ha diseñado la hoja de verificación de la tabla 6.4, como una forma de analizar la capacidad del proceso.

De esta forma, al medir el color se hace una marca sobre la columna cuyo valor esté más cercano al de la medición. En particular, en la tabla 6.4 se observa que el proceso cae justo dentro de especificaciones, por lo que se debe evaluar la posibilidad y prioridad de generar un proyecto de mejora para reducir la variabilidad del color. Este tipo de hoja de verificación es una especie de histograma "andante" que se obtiene en el momento y lugar de los hechos por la gente que hace la medición. Esta hoja es utilizada para datos continuos donde se hace énfasis en el comportamiento del proceso más que en las observaciones individuales. Además se pueden apreciar comportamientos especiales, como datos raros, acantilados, distribuciones bimodales, entre otros (véase capítulo 2).

Tabla 6.4 Hoja de verificación para distribución de proceso (color).

Hoja de verificación

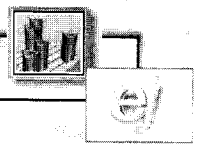
Producto_____ Responsable_____

Especificaciones_____ Fecha _____

Frecuencia total			1	2	5	10	15	21	13	9	5	3	1		
Color	60.2	60.6	61.0	61.4	61.8	62.2	62.6	63.0	63.4	63.8	64.2	64.6	65.0	65.4	65.8
			EI										*ES*		

Frecuencia: 30, 25, 20, 15, 10, 5

EJEMPLO 6.7



Hoja de verificación para productos defectuosos. En la tabla 6.5 se aprecia una hoja de verificación para radiografías defectuosas en una clínica médica. Este tipo de hoja de registro es útil cuando es necesario registrar el tipo de problemas y la frecuencia con que se presentan. Tiene la ventaja de la oportunidad, ya que al final de cierto periodo (semana, mes) se puede apreciar qué tipos de problemas se presentaron con mayor frecuencia. Además recuerda de manera objetiva y permanente a la dirección cuáles son los principales problemas, lo que puede estimular la generación de planes para reducirlos. Esta misma hoja de verificación serviría para evaluar el impacto de los planes de mejora.

Tabla 6.5 Tabla de verificación para productos defectuosos.

Hoja de verificación

Producto: _____ Fecha: _____

Inspector: _____

Defectuosa por	Frecuencia	Subtotal
Movida	///// ///// ///// ///// ////	24
Mordida	///// /	6
Ángulo	///// ///// ///// //	17
Otros	////	4
	Total	*51*

EJEMPLO 6.8

Hoja de verificación para la localización de defectos. Este tipo de hoja se diseña de forma que permita identificar o localizar la zona del producto donde ocurren los defectos. Por ejemplo, en la impresión de carteles puede ser de utilidad saber en qué zonas del cartel ocurren las manchas, o en un producto metálico la zona en que ocurre la porosidad y el problema de llenado. En ocasiones esta hoja de verificación consiste en un dibujo o gráfica del producto en el cual se registra la zona donde el defecto ocurre, como se muestra en la figura 6.4. La idea de este tipo de hoja de registro es localizar las zonas de fallas, de forma que sea fácil apreciar si en alguna de estas zonas predomina determinada falla.

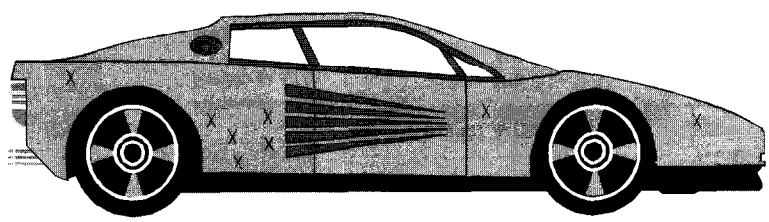


Figura 6.4 *Ejemplo de hoja de verificación para la localización de defectos. La X indica la presencia de un defecto.*

Recomendaciones para el uso de una hoja de verificación

1. Determinar qué situación es necesario evaluar, sus objetivos y el propósito que se persigue. A partir de lo anterior, definir qué tipo de datos o información se requiere.

2. Establecer el periodo durante el cual se obtendrán los datos.
3. Diseñar el formato apropiado. Cada hoja de verificación debe llevar la información completa sobre el origen de los datos: fecha, turno, máquina, proceso, quién toma los datos. Una vez obtenidos, se analizan e investigan las causas de su comportamiento. Para ello se deben utilizar gráficas. Se debe buscar mejorar los formatos de registro de datos, para que cada día sean más claros y más útiles.

DIAGRAMA DE ISHIKAWA (O DE CAUSA-EFECTO)

Diagrama de Ishikawa

Es un método gráfico que relaciona un problema o efecto con sus posibles causas.

El *diagrama de causa-efecto* o *de Ishikawa*[1] es un método gráfico que relaciona un problema o efecto con los factores o causas que posiblemente lo generan. La importancia de este diagrama radica en que obliga a contemplar todas las causas que pueden afectar el problema bajo análisis y de esta forma se evita el error de buscar directamente las soluciones sin cuestionar a fondo cuáles son las verdaderas causas. De esta forma, el uso del diagrama de Ishikawa (DI), con las tres herramientas que hemos visto en las secciones anteriores, ayudará a no dar por obvias las causas, sino que se trate de ver el problema desde otras perspectivas.

Existen tres tipos básicos de diagramas de Ishikawa, los cuales dependen de cómo se buscan y se organizan las causas en la gráfica. A continuación veremos un ejemplo de cada uno.

Método de las 6M's

Método de las 6M's

Consiste en agrupar las causas potenciales en un diagrama de Ishikawa en seis ramas principales: métodos, mano de obra, materiales, máquinas, medición y medio ambiente.

El *método de las 6M's* es el más común y consiste en agrupar las causas potenciales en seis ramas principales: métodos de trabajo, mano de obra, materiales, maquinaria, medición y medio ambiente. Estos seis elementos definen de maneral global todo proceso y cada uno aporta parte de la variabilidad del producto final, por lo que es natural esperar que las causas de un problema estén relacionadas con alguna de las 6 M's. La pregunta básica para este tipo de construcción es: ¿qué aspecto de esta M se refleja en el problema bajo análisis? Más adelante se da una lista de posibles aspectos para cada una de las 6M's que pueden ser causas potenciales de problemas en manufactura.

[1] El nombre de diagrama de Ishikawa es en honor del doctor Kaoru Ishikawa, que fue uno de los principales impulsores de la calidad en Japón y en todo el mundo, y quien empezó a usar sistemáticamente el diagrama de causa-efecto.

EJEMPLO 6.9

Diagrama de Ishikawa tipo 6M's. En el ejercicio 6.13 se señalan los diferentes problemas de calidad que tienen las lavadoras de una empresa. Haciendo un análisis de Pareto se encuentra que el problema principal es que la boca de la tina está ovalada, como se aprecia en el diagrama de Pareto de la parte superior de la figura 6.4. Por ello, lo que sigue es preguntarse cuáles son las causas que provocan que la boca de la tina esté ovalada. Mediante lluvia de ideas un equipo de mejora encuentra que tales causas son las que se muestran en el diagrama de la figura 6.5, y mediante consenso llegan a que de todas éstas, la causa más importante podría ser el subensamble del chasis, como se resalta en el diagrama.

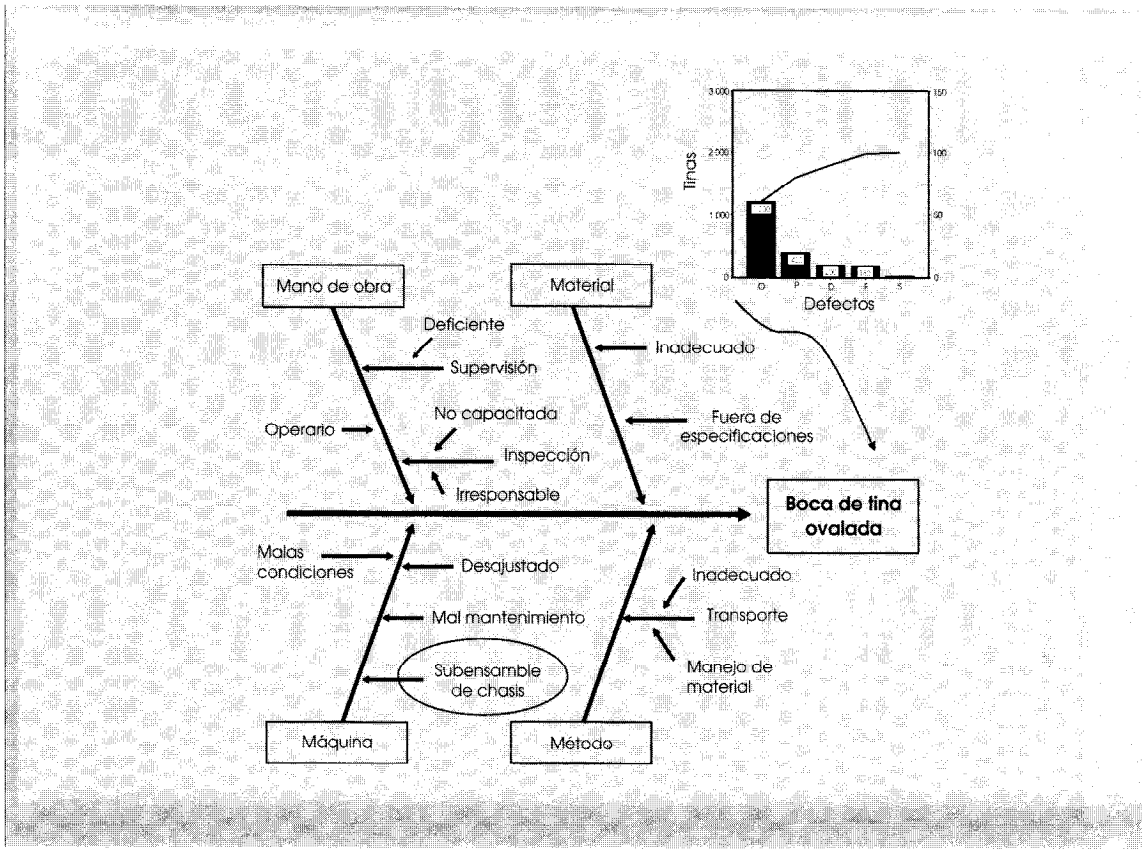


Figura 6.5 *Relación de diagrama de Pareto y diagrama de Ishikawa para problema de lavadoras.*

Después de que se ha determinado la probable causa más importante, en ocasiones es necesario analizarla con mayor detalle, y para ello será necesario emplear de nuevo el diagrama de Ishikawa. Esto fue lo que se hizo en el caso del subensamble del chasis, obteniéndose la figura 6.6. Analizando cada una de las posibles causas que afectan el ensamble del chasis, se llegó a la conclusión de que probablemente el problema se debía al mal manejo de la tina en la operación de ensamble (transporte), el cual consistía en que: "después de efectuar la operación de aplicación de fundente, la tina es colgada de las perforaciones de la boca. Para esto se utilizan dos ganchos, dejando a criterio del operario la distancia entre uno y otro, la cual puede ser más abierta o cerrada. Esto hace que al pasar por el horno a altas temperaturas cause que la boca de la tina se deforme y ocasiona que quede ovalada. Además, se deforman las perforaciones de donde se sujeta con los ganchos".

Ante esto la propuesta de solución fue: "después de la operación de aplicar fundente a la tina, ésta debe colocarse boca abajo sobre una parrilla. Esto permite que al no resistir su propio peso y al tener cuatro puntos de apoyo, no se causen deformaciones en la boca ni en las perforaciones. Dicha parrilla será sujetada por herrajes para introducirla al horno". Al hacer el análisis del costo de la solución y de los beneficios obtenidos en un año, obtuvieron que estos últimos superaban en más de 10 veces a lo que se necesitaba invertir para instaurar la solución. Además de otros tipos de beneficios, como menos demoras en la línea de ensamble, se evitarían despostillamientos en perforaciones provocadas al enderezar la tina y una mejora de la calidad en las lavadoras. Por lo anterior, la solución propuesta fue aplicada con excelentes resultados.

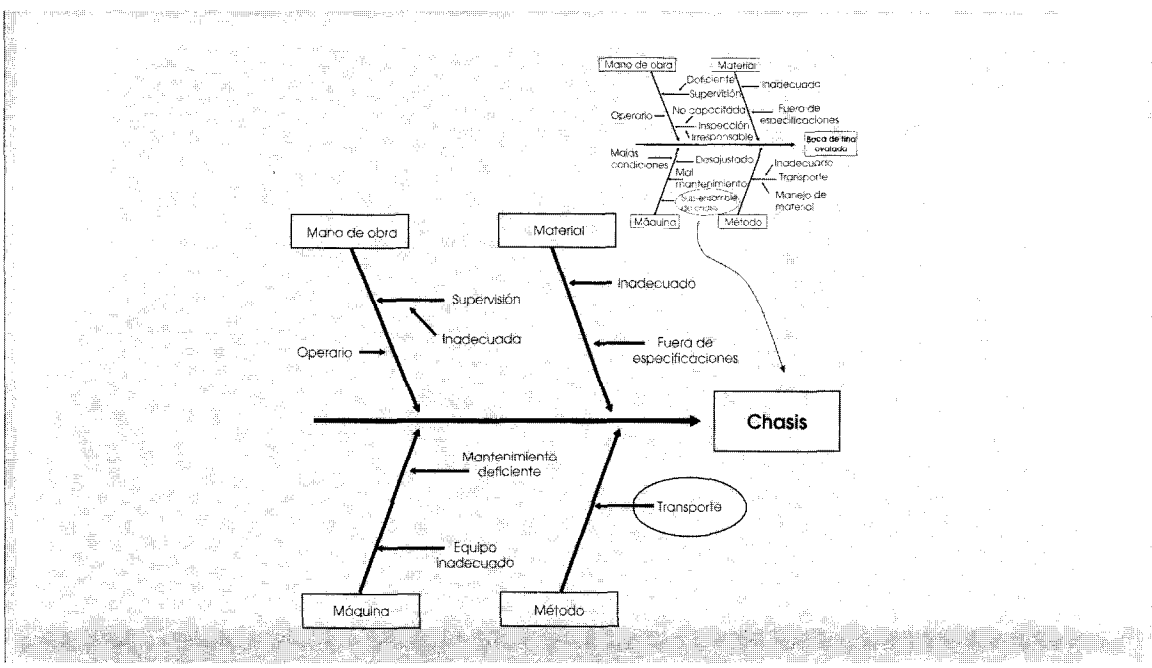


Figura 6.6 *Diagramas de Ishikawa en forma secuencial para boca de tina ovalada.*

Como se aprecia en el ejemplo anterior, el diagrama de Ishikawa se puede aplicar secuencialmente para detectar las causas que motivan un problema. Además, dado el tipo de causa encontrada, se podría comentar con sorpresa: "cómo no se habían dado cuenta de lo obvio que es que al meter la tina de esa forma a un horno a altas temperaturas, se van a presentar deformaciones", debido a que sí es obvio, pero en una empresa donde la solución era corregir el efecto y no las causas, ese tipo de obviedades persisten.

Aspectos o factores a considerar en las 6M's

Mano de obra o gente

- Conocimiento (¿la gente conoce su trabajo?).
- Entrenamiento (¿están entrenados los operadores?).
- Habilidad (¿los operadores han demostrado tener habilidad para el trabajo que realizan?).
- Capacidad (¿se espera que cualquier trabajador pueda llevar a cabo de manera eficiente su labor?).
- ¿La gente está motivada?, ¿sabe la importancia de su trabajo por la calidad?, ¿realiza labor de equipo, la empresa está comprometida con su gente?

Métodos

- Estandarización (¿las responsabilidades y los procedimientos de trabajo están definidos clara y adecuadamente o dependen del criterio de cada persona?).
- Excepciones (¿cuando el procedimiento estándar no se puede llevar a cabo existe un procedimiento alternativo claramente definido?).
- Definición de operaciones (¿están definidas las operaciones que constituyen los procedimientos?, ¿cómo se decide si la operación fue hecha de manera correcta?).

La contribución a la calidad por parte de esta rama es fundamental, ya que por un lado cuestiona si están definidos los métodos de trabajo, las operaciones y las responsabilidades; por el otro, en caso de que sí estén definidas, cuestiona si son adecuados.

Máquinas o equipos

- Capacidad (¿las máquinas han demostrado ser capaces de dar la calidad que se les pide?).
- Condiciones de operación (¿las condiciones de operación en términos de las variables de entrada son las adecuadas?,¿ se ha hecho algún estudio que lo respalde?).
- ¿Hay diferencias? (hacer comparaciones entre máquinas, cadenas, estaciones, instalaciones, etc. ¿Se identificaron grandes diferencias?).
- Herramientas (¿hay cambios de herramientas periódicamente?, ¿son adecuados?).
- Ajustes (¿los criterios para ajustar las máquinas son claros y han sido determinados de forma adecuada?).
- Mantenimiento (¿hay programas de mantenimiento preventivo?, ¿son adecuados?).

Material
- Variabilidad (¿se conoce cómo influye la variabilidad de los materiales o materia prima sobre el problema?).
- Cambios (¿ha habido algún cambio reciente en los materiales?).
- Proveedores (¿cuál es la influencia de múltiples proveedores?, ¿se sabe si hay diferencias significativas y cómo influyen éstas?).
- Tipos (¿se sabe cómo influyen los distintos tipos de materiales?).

Mediciones
- Disponibilidad (¿se dispone de las mediciones requeridas para detectar o prevenir el problema?).
- Definiciones (¿están definidas operacionalmente las características que son medidas?).
- Tamaño de muestra (¿han sido medidas suficientes piezas?, ¿son representativas, de tal forma que las decisiones tienen sustento?).
- Repetibilidad (¿se puede repetir con facilidad la medida y tiene la precisión requerida?).
- Reproducibilidad (¿los métodos y criterios para tomar mediciones son los adecuados?, ¿los aplica la gente que hace mediciones?).
- Calibración o sesgo (¿existe algún sesgo en las medidas?).

Esta rama resalta la importancia que tiene el sistema de medición para la calidad, ya que las mediciones a lo largo del proceso son la base para tomar decisiones y acciones; por lo que debemos preguntarnos si estas mediciones son representativas y correctas, es decir, si en el contexto del problema que se está analizando, las mediciones son de calidad, si los resultados de medición, pruebas e inspección son fiables (véase capítulo 11).

Medio ambiente
- Ciclos (¿existen patrones o ciclos en los procesos que dependen de condiciones del medio ambiente?).
- Temperatura (¿la temperatura ambiental influye en las operaciones?).

Ventajas del método 6M's
- Obliga a considerar gran cantidad de elementos asociados con el problema.
- Puede ser usado cuando el proceso no se conoce con detalle.
- Se concentra en el proceso y no en el producto.

Desventajas del método 6M's
- En una sola rama se identifican demasiadas causas potenciales.
- Se tiende a concentrarse en pequeños detalles del proceso.
- El método no es ilustrativo para quienes desconocen el proceso.

Método flujo del proceso

Consiste en construir la línea principal del diagrama de Ishikawa siguiendo el flujo del proceso y en ese orden se agregan las causas.

Método flujo del proceso

Con el *método flujo del proceso* de construcción la línea principal del diagrama de Ishikawa sigue la secuencia normal del proceso de producción o de administración. Los factores

que pueden afectar la característica de calidad se agregan en el orden que les corresponde, según el proceso. La figura 6.7 muestra un diagrama construido con este método. Para ir agregando, en el orden del proceso, las causas potenciales, se puede realizar la siguiente pregunta: ¿qué factor o situación en esta parte del proceso puede tener un efecto sobre el problema especificado? Este método permite explorar formas alternativas de trabajo, detectar cuellos de botella, descubrir problemas ocultos, etc. Algunas de las ventajas y desventajas del diagrama de Ishikawa, construido según el flujo del proceso, se ven a continuación.

Ventajas

- Obliga a preparar el diagrama de flujo del proceso.
- Se considera al proceso completo como una causa potencial del problema.
- Identifica procedimientos alternativos de trabajo.
- Se pueden llegar a descubrir otros problemas no considerados al inicio.
- Permite que las personas que desconocen el proceso se familiaricen con él, lo que facilita su uso.
- Puede usarse para predecir problemas del proceso, poniendo atención especial en las fuentes de variabilidad.

Desventajas

- Es fácil no detectar las causas potenciales, puesto que la gente puede estar muy familiarizada con el proceso haciéndoseles todo normal.
- Es difícil usarlo por mucho tiempo, sobre todo en procesos complejos.
- Algunas causas potenciales pueden aparecer muchas veces.

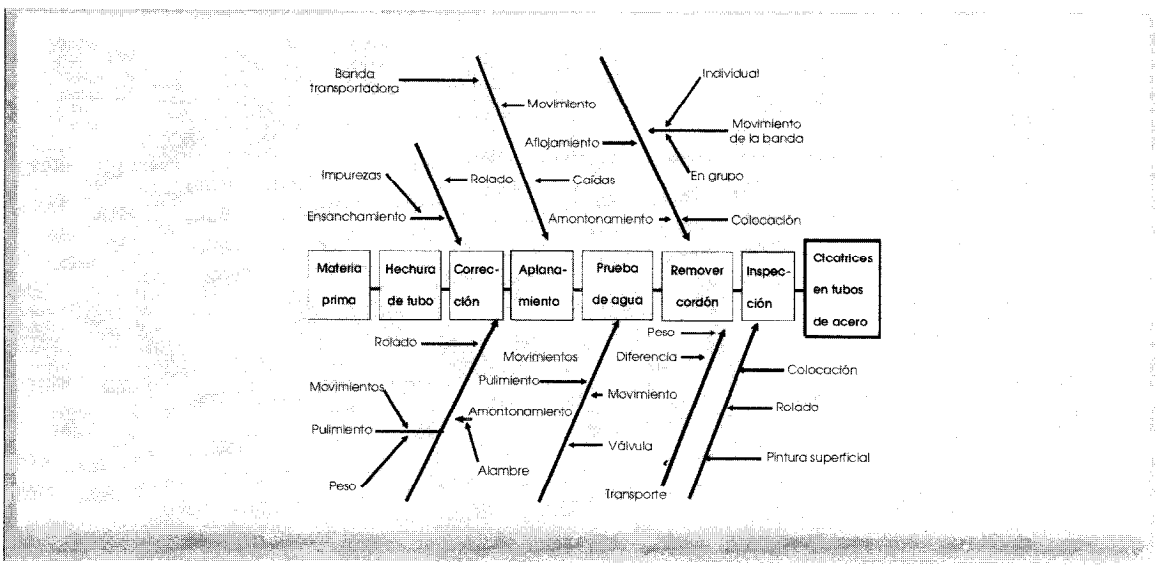


Figura 6.7 *Diagrama de Ishikawa tipo flujo de proceso.*

Método de estratificación o enumeración de causas

Método de estratificación

Implica construir el diagrama de Ishikawa yendo directamente a las causas potenciales del problema sin agrupar de acuerdo con las 6M's.

La idea de este *método de estratificación* de construcción del diagrama de Ishikawa es ir directamente a las principales causas potenciales, sin agrupar de acuerdo a las M's. La selección de estas causas muchas veces se hace a través de una sesión de lluvia de ideas. Con la idea de atacar causas reales y no consecuencias o reflejos, es importante preguntarse un mínimo de cinco veces el porqué del problema, con lo que se profundizará en la búsqueda de las causas y la construcción del diagrama de Ishikawa partirá de este análisis previo, con lo que el abanico de búsqueda será más reducido y los resultados probablemente más positivos. Esta manera de construir el diagrama de Ishikawa es natural cuando las categorías de las causas potenciales no necesariamente coinciden con las 6M's. En la figura 6.8 se muestra un diagrama de Ishikawa construido con este método.

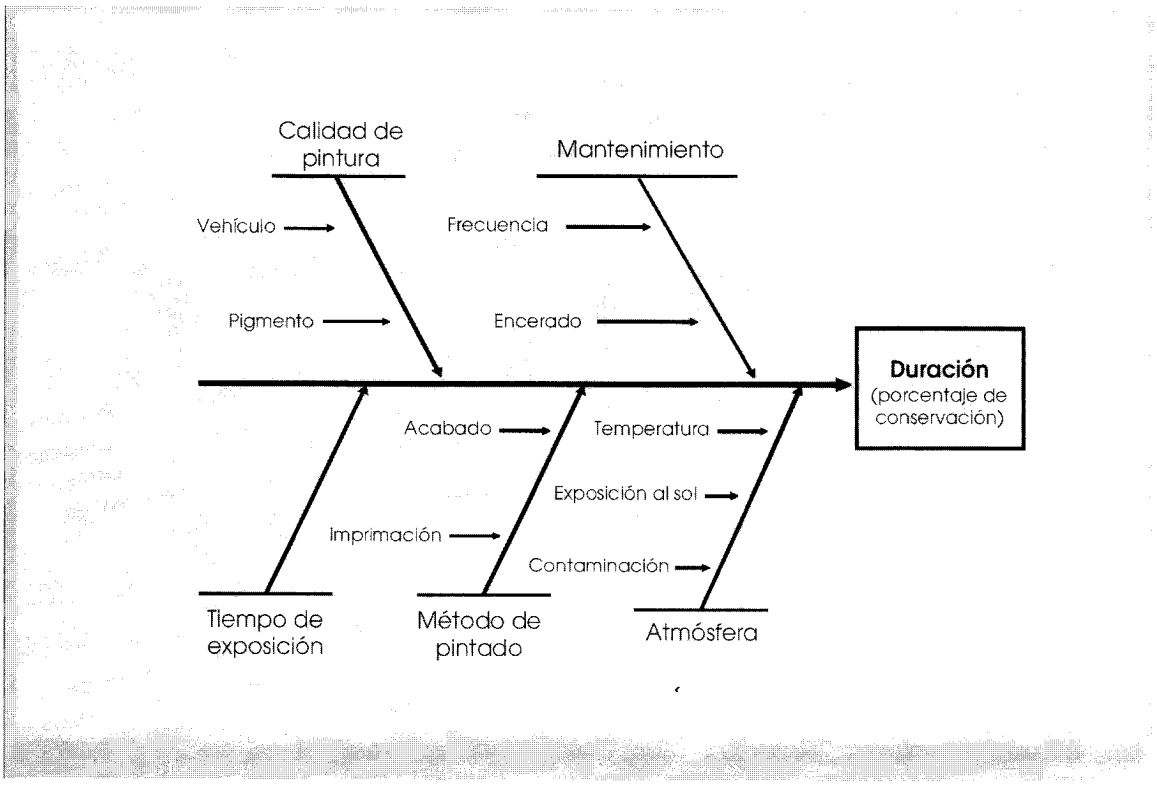


Figura 6.8 *Diagrama de Ishikawa del tipo enumeración de causas.*

El método de estratificación contrasta con el método 6M's, ya que en este último se va de lo muy general a lo particular, mientras que en el primero se va directamente a causas potenciales del problema. Algunas de las ventajas y desventajas del método de estratificación para construir un diagrama de Ishikawa se señalan a continuación.

Ventajas

- Proporciona un agrupamiento claro de las potenciales causas del problema, lo que permite centrarse directamente en el análisis del problema.
- Este diagrama es menos complejo que los obtenidos con los otros procedimientos.

Desventajas

- Se puede dejar de contemplar algunas causas potenciales importantes.
- Puede ser difícil definir subdivisiones principales.
- Se requiere mayor conocimiento del producto o el proceso.
- Se requiere gran conocimiento de las causas potenciales.

Pasos para la construcción de un diagrama de Ishikawa

1. Especificar el problema a analizar. Se recomienda que sea un problema importante y, de ser posible, que ya esté delimitado mediante la aplicación de herramientas como Pareto y estratificación. También es importante que se tenga la cuantificación objetiva de la magnitud del problema.
2. Seleccionar el tipo de DI que se va a usar. Esta decisión se toma con base en las ventajas y desventajas que tiene cada método.
3. Buscar todas las probables causas, lo más concretas posible, que pueden tener un efecto sobre el problema. En esta etapa no se debe discutir cuáles causas son más importantes; por el momento de lo que se trata es de generar las posibles causas. La estrategia para la búsqueda es diferente según el tipo de diagrama elegido, por lo que se debe proceder de acuerdo con las siguientes recomendaciones:

    - Para el método 6M's: trazar el diagrama de acuerdo con la estructura base para este método e ir preguntándose y reflexionar sobre cómo los diferentes factores o situaciones de cada M pueden afectar el problema bajo análisis.
    - Método flujo del proceso: construir un diagrama de flujo en el que se muestre la secuencia y el nombre de las principales operaciones del proceso que están antes del problema, e iniciando de atrás hacia delante, preguntarse: ¿qué aspectos o factores en esta parte del proceso afecta el problema especificado?
    - Método enumeración de causas: mediante lluvia de ideas generar una lista de las posibles causas, y después agruparlas por afinidad. Representarlas en el diagrama, considerando que para cada grupo corresponderá una rama principal del diagrama, que se le asigna un título representativo del tipo de causas en tal grupo.

4. Una vez representadas las ideas obtenidas, preguntar si faltan algunas otras causas aún no consideradas; si es así, agregarlas.

5. Decidir cuáles son las causas más importantes mediante diálogo y discusión respetuosa y con apoyo de datos, conocimientos, consenso o votación del tipo 5,3,1. En este tipo de votación (cada participante asigna 5 puntos a la causa que considera más importante, 3 a la que le sigue, y 1 a la tercera en importancia; después de la votación se suman los puntos, y el grupo deberá enfocarse a las causas que recibieron más puntos.
6. Decidir sobre cuáles causas se va a actuar. Para ello se toma en consideración el punto anterior y lo factible que resulta corregir cada una de las causas más importantes. Sobre la causas que no se decida actuar debido a que es imposible por distintas circunstancias, es importante reportarla a la alta dirección.
7. Preparar un plan de acción para cada una de las causas a ser investigadas o corregidas, de tal forma que determine las acciones que se deben realizar; para ello se puede usar nuevamente el DI. Una vez determinadas las causas, se debe insistir en las acciones para no caer en sólo debatir los problemas y en no acordar acciones de solución.

LLUVIA DE IDEAS

Lluvia de ideas

Es una forma de pensamiento creativo encaminada a que todos los miembros de un grupo participen libremente y aporten ideas sobre un tema.

Las sesiones de *lluvia* o *tormenta de ideas* es una forma de pensamiento creativo encaminada a que todos los miembros de un grupo participen libremente y aporten ideas sobre determinado tema o problema. Esta técnica es de gran utilidad para el trabajo en equipo, debido a que permite la reflexión y el diálogo sobre un problema sobre una base de igualdad. Las sesiones de lluvia de ideas se rigen por los siguientes pasos:

1. Definir con claridad y precisión el tema o problema sobre el que se aportan ideas. Esto permitirá que el resto de la sesión sólo esté enfocada a este punto y no se dé pie a la divagación sobre otros temas.
2. Se nombra un moderador de la sesión, quien se encargará de coordinar la participación de los demás.
3. Cada participante en la sesión hace una lista *por escrito* de ideas sobre el tema (una lista de posibles causas si se analiza un problema). La razón de que esta lista sea por escrito y no de manera oral es que así todos los miembros del grupo participan y se logra concentrar más la atención de todos los participantes en el objetivo. Incluso esta lista puede encargarse de manera previa a la sesión.
4. Los participantes se acomodan de preferencia en forma circular y se turnan para leer una idea de su lista cada vez. A medida que se leen las ideas, éstas se presentan visualmente a fin de que todos las vean. El proceso continúa hasta que se hayan leído todas las ideas diferentes de todas las listas. Ninguna idea debe considerarse como absurda o imposible, aun cuando se considere que unas sean causas de otras; la crítica y la anticipación de juicios tiende a limitar la creatividad del grupo, que es el objetivo en esta etapa. En otras palabras, es importante distinguir dos procesos de pensamiento: primero pensar en las posibles causas y después seleccionar la más importante. Hacer ambos procesos al mismo tiempo entorpecerá los dos procesos. Por esto, en esta etapa sólo se permite el diálogo para aclarar una idea que ha señalado un participante. Debe fomentarse la informalidad y la risa instantánea, pero prohibirse la burla.

5. Una vez leídos todos los puntos, el moderador le pregunta a cada persona, por turnos, si tiene puntos adicionales. Este proceso continúa hasta que se agoten las ideas. Ahora se tiene una lista básica de ideas sobre el problema o tema. Si el propósito era generar estas ideas, aquí termina la sesión; pero si se trata de profundizar aún más la búsqueda y encontrar las ideas principales, entonces se deberá hacer un análisis de las mismas.
6. Agrupar las causas por su similitud y representarlas en un diagrama de Ishikawa, considerando que para cada grupo corresponderá una rama principal del diagrama, que se le asigna un título representativo del tipo de causas en tal grupo. Este proceso de agrupación permitirá clarificar y estratificar las ideas, así como tener una mejor visión de conjunto y generar nuevas opciones.
7. Una vez hecho el DI se analiza si se ha omitido alguna idea o causa importante; para ello se pregunta si hay alguna otra causa adicional en cada rama principal, y de ser así se agrega.
8. A continuación se inicia una discusión abierta y respetuosa dirigida a centrar la atención en las causas principales. En esta discusión se trata de argumentar en favor de y no de descartar opciones. Las causas que reciban más mención o atención en la discusión se pueden señalar en el diagrama de Ishikawa resaltándolas de alguna manera.
9. Elegir las causas o ideas más importantes de entre las que el grupo ha destacado previamente. Para ello se tienen tres opciones: datos, consenso o por votación. Se recomienda esta última cuando no se puede recurrir a datos y en la sesión participan personas de distintos niveles jerárquicos o cuando hay alguien de opiniones dominantes. La votación se puede hacer de manera ponderada para las tres causas que cada participante crea que son las principales, por ejemplo, 5 puntos para la más importante, 3 para la de mediana importancia y 1 para la importante en menor grado. Se suman los votos y se eliminan las ideas que recibieron poca atención; ahora la atención del grupo se centra en las ideas que recibieron más votos. Se hace una nueva discusión sobre éstas y después de ello una nueva votación para así obtener las causas más importantes que el grupo se encargará de atender.
10. Si la sesión está encaminada a resolver un problema, se debe buscar que en las futuras reuniones o sesiones se llegue a las acciones concretas que se deben realizar, para lo cual se puede utilizar nuevamente la lluvia de ideas y el diagrama de Ishikawa. Darle énfasis a las acciones para no caer en el error o vicio de muchas reuniones de trabajo de que sólo se debate sobre los problemas, pero no se acuerdan acciones de solución.

DIAGRAMA DE DISPERSIÓN

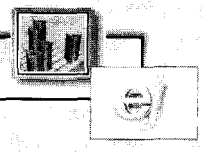
El *diagrama de dispersión* es una gráfica del tipo X-Y cuyo objetivo es analizar la forma en que dos variables numéricas están relacionadas. Por ejemplo, la dimensión de una pieza podría estar relacionada de alguna manera con el orden en que se fabricó; el rendimiento de un reactivo químico podría estar relacionado con pequeños cambios en su formulación, o puede ser que la variación en una variable de entrada de un proceso esté relacionada con el valor de alguna característica de calidad del producto final.

Diagrama de dispersión

Es una gráfica cuyo objetivo es analizar la forma en que dos variables numéricas están relacionadas.

Para investigar si existe alguna relación entre dos variables, como las de los ejemplos anteriores, existen varios métodos estadísticos. Uno de ellos es el diagrama de dispersión, que se obtiene si X representa una variable y Y la otra; entonces se colectan los datos en pares de valores sobre las dos variables (x_i, y_i). Las parejas de datos obtenidos se representan a través de un punto en una gráfica del tipo X-Y (o plano cartesiano), y a la figura resultante se le conoce como diagrama de dispersión.

EJEMPLO 6.10



En una fábrica de pintura se desea investigar la relación entre la velocidad de agitación en el proceso de mezclado y el porcentaje de impurezas en la pintura. Mediante pruebas experimentales se obtienen los datos de la tabla 6.6.

Tabla 6.6 Datos para pinturas.

Velocidad (rpm)	Impurezas (%)
20	8.4
22	9.5
24	11.8
26	10.4
28	13.3
30	14.8
32	13.2
34	14.7
36	16.4
38	16.5
40	18.9
42	18.5

En la figura 6.9 se muestra el diagrama de dispersión para los datos de la tabla 6.6, donde se aprecia que hay una relación o correlación lineal positiva, ya que a medida que aumenta la velocidad de agitación se incrementa el porcentaje de impurezas.

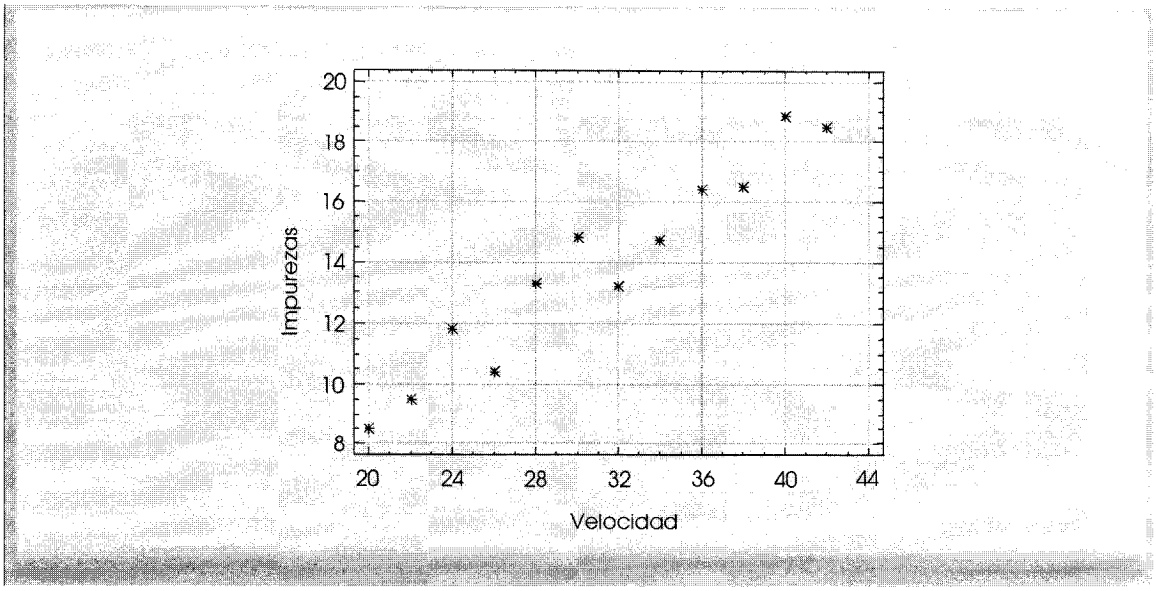


Figura 6.9 *Diagrama de dispersión para datos de pintura.*

Interpretación de un diagrama de dispersión

En la figura 6.10 se muestran los patrones más comunes que pueden seguir un conjunto de puntos en un diagrama de dispersión. Por ejemplo, si los puntos están dispersos dentro de una banda horizontal sin ningún orden aparente, como en la figura 6.10*c*, entonces no existe ninguna relación entre las dos variables. Por el contrario, si los puntos siguen algún patrón bien definido, es probable que exista una relación entre ellas, como en las figuras 6.10*a*, *b*, *d*. Algunos patrones típicos de correlación y aspectos a considerar en la interpretación de un diagrama de dispersión es la *correlación positiva*: en la figura 6.10*a* se ve que cuando *X* crece, también lo hace Y en forma lineal, por lo que se habla de una correlación lineal positiva. Si los puntos siguen la tendencia de una línea pero menos definida (con dispersión en el sentido vertical), entonces se habla de una correlación positiva más débil.

Correlación positiva

Es cuando dos factores (*X*, Y) se relacionan en forma lineal positiva, de tal forma que al aumentar uno también lo hace el otro.

Correlación negativa

Relación lineal entre dos variables (X y Y) tal que cuando una variable crece la otra disminuye y viceversa.

La *correlación negativa* se muestra en la figura 6.10*b*, donde se ve que cuando X crece, Y disminuye en forma lineal, y viceversa, por lo que se habla de una correlación negativa. Existe *no correlación* como se muestra en la figura 6.10*c* donde los puntos están dispersos en la gráfica sin ningún patrón u orden aparente a lo largo del eje horizontal, ya que para valores grandes o pequeños de X lo mismo se dan valores grandes de Y que pequeños; en estos casos se dice que X y Y no están correlacionadas. Cuando se sospecha que sí hay relación y en la gráfica se muestra lo contrario, hay que asegurarse de que los datos fueron obtenidos correctamente.

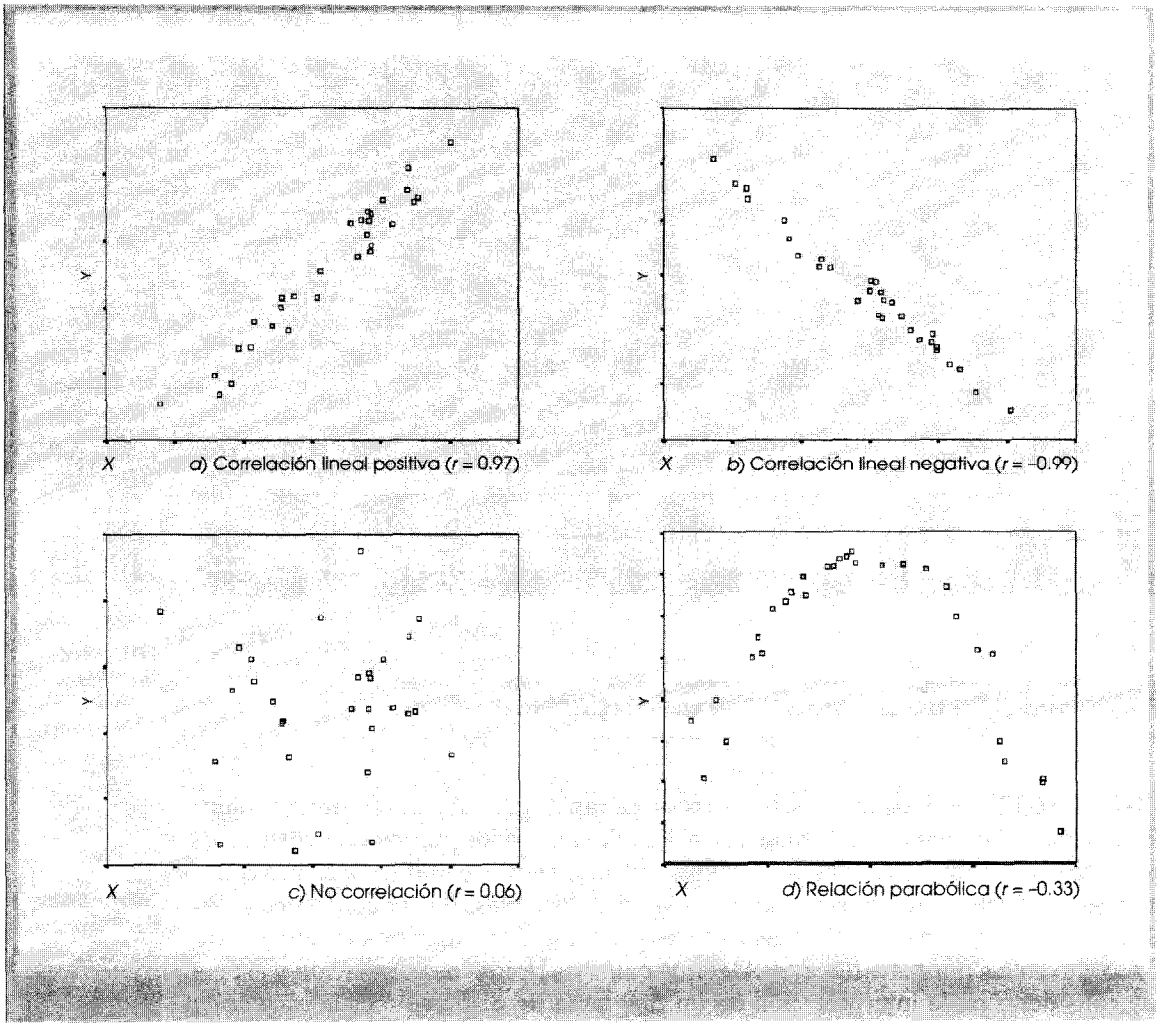


Figura 6.10 *Algunos patrones de correlación.*

Existen *patrones intermedios de correlación* cuando la nube de puntos se aprecia entre que sí hay correlación y que no la hay, y no se puede concluir una cosa o la otra con la gráfica. Se dice que hay *relaciones especiales* cuando los puntos en un diagrama de dispersión pueden seguir una diversidad de patrones, por ejemplo, en la figura 6.10*d* se muestra una relación curvilínea en forma de parábola, de tal forma que conforme X crece, Y también lo hace hasta cierto punto, y después empieza a disminuir.

No correlación

Se presenta cuando los puntos en un diagrama de dispersión están dispersos sin ningún patrón u orden aparente.

También pueden darse los *puntos aislados*. En general, para interpretar un diagrama de dispersión se debe tratar de identificar un patrón bien definido, por ejemplo, que los puntos se ajusten a una recta o a una curva. Una vez identificado un patrón se debe examinar si hay algunos puntos aislados que no se ajusten a tal patrón, en cuyo caso esos datos pueden reflejar alguna situación especial en el comportamiento del proceso o algún tipo de error, ya sea de medición, registro o de "dedo". En cualquier caso, se debe tratar de identificar la causa que los motivó, porque en ocasiones puede ser información valiosa para mejorar el proceso.

Sobre la posible relación causa-efecto, se debe tener en cuenta que dos variables estén relacionadas no necesariamente implica que una causa a la otra. Lo único que indica el diagrama de dispersión es que existe una relación. El usuario es quien deberá tomar esa pista para investigar a qué se debe tal relación. Para ver si efectivamente X influye sobre Y se debe recurrir al conocimiento del proceso o a análisis más detallados que tomen en cuenta otros factores. De cualquier forma, quien interprete el diagrama de dispersión debe tomar en cuenta que algunas de las razones por las que las variables X y Y aparecen relacionadas de manera significativa son:

- X influye sobre Y (este es el caso que suele interesar más)
- Y influye sobre X
- X y Y interactúan entre sí
- una tercera variable Z influye sobre ambas, y es la causante de tal relación
- X y Y actúan en forma similar debido al azar
- X y Y aparecen relacionados debido a que la muestra no es representativa.

Si el objetivo de un diagrama es investigar si el factor X es la causa del problema Y, antes de obtener los datos se debe profundizar en la búsqueda de la causas, para que así X sea una causa y no un reflejo.

Construcción de un diagrama de dispersión

1. *Obtención de datos*. Una vez que se han seleccionado las variables que se desea investigar, se colectan los valores de éstas en parejas, es decir, reunir para cada valor de una variable el correspondiente de la otra. Entre más sea el número de puntos con el que se construye un diagrama de dispersión es mejor. Por ello, siempre que sea posible se recomienda obtener más de 30 parejas de valores.
2. *Elegir ejes*. Generalmente si se trata de descubrir una relación causa-efecto, la posible causa se representa en el eje X y el probable efecto en el eje Y. Por ejemplo, X puede ser una variable de entrada y Y una de salida. Si lo que se está investigando es la relación entre dos variables cualesquiera, entonces en el eje X se anota la

que se puede controlar más, medir más fácilmente, o la que ocurre primero durante el proceso. Anotar en los ejes el título de cada variable. Generalmente en el eje X se representa una variable de entrada de un proceso o alguna otra variable que se cree puede influir sobre la otra, mientras que en el eje Y se representa alguna variable de salida que se cree puede ser afectada por la variable X.

3. *Construir escalas.* Los ejes deben ser tan largos como sea posible, pero de longitud similar. Para construir la escala se sugiere encontrar el valor máximo y el mínimo de ambas variables. Escoger las unidades para ambos ejes de tal forma que los extremos de los ejes coincidan de manera aproximada con el máximo y el mínimo de la correspondiente variable.
4. *Graficar los datos.* Con base en las coordenadas en el eje X y en el eje Y, representar con un punto cada pareja de valores de las variables. Cuando existen parejas de datos repetidos (con los mismos valores en ambos ejes), en el momento de estar graficando se detectará un punto que ya está graficado, y entonces se traza un círculo sobre el punto para indicar que está repetido una vez. Si se vuelve a repetir, se traza otro círculo concéntrico, y así sucesivamente.
5. *Documentar el diagrama.* Registrar en el diagrama toda la información que sea de utilidad para identificarlo, como son títulos, periodo que cubren los datos, títulos y unidades de cada eje, área o departamento, y persona responsable de colectar los datos.

Coeficiente de correlación

Coeficiente de correlación

Sirve para cuantificar en términos numéricos la magnitud de la correlación lineal entre dos variables.

Para asegurarse de que la relación entre dos variables que se observa en un diagrama no se debe a una construcción errónea del diagrama de dispersión (por ejemplo, el tamaño y las escalas) y para cuantificar la magnitud de la correlación lineal en términos numéricos, es de utilidad calcular el *coeficiente de correlación*, el cual para una muestra de n parejas de puntos del tipo (x_i, y_i) está definido por

$$r = \frac{Sxy}{\sqrt{Sxx \cdot Syy}},$$

donde

$$Sxy = \sum_{i=1}^{n}(x_i - x)(y_i - y) = \sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n},$$

$$Sxx = \sum_{i=1}^{n}(x_i - x)^2 = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n},$$

$$Syy = \sum_{i=1}^{n}(y_i - y)^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2}{n}$$

Los valores que toma el coeficiente de correlación, r, están entre –1 y 1, incluyendo éstos ($-1 \leq r \leq 1$). Valores de r cercanos o iguales a cero implican poca o nula relación lineal entre X y Y. En contraste, valores de r cercanos a 1 indican una relación lineal fuerte, y valores de r próximos a –1 señalan fuerte correlación negativa. En el improbable caso de que $r = 1$ o $r = -1$, entonces la relación lineal es perfecta, en la que los puntos graficados se ajustan perfectamente bien a una línea recta.

En los diagramas de dispersión de la figura 6.8 se tienen los siguientes valores para el coeficiente de correlación: en *a*) $r = 0.97$; en *b*) $r = -0.99$; en *c*) $r = 0.06$; y en *d*) $r = -0.33$. No olvidar si r tiene valores cercanos a cero muestra que no hay relación *lineal* y de ninguna manera dice que no hay ningún tipo de relación; esto queda en evidencia en el diagrama de dispersión de la figura 6.8*d*, donde a pesar de que haya una clara e importante relación entre X y Y, el coeficiente de correlación es pequeño ($r = -0.30$), debido a que los puntos no se agrupan en torno a una línea recta. En este sentido, la función del coeficiente de correlación es corroborar la magnitud de la relación lineal que muestra el diagrama de dispersión.

MAPEO DE PROCESOS

El *mapeo de un proceso* es una representación gráfica de un proceso en la que se ilustran en forma detallada todos los pasos del proceso, tanto los que agregan valor como los que no; también se identifican las variables claves del proceso, tanto de entrada como de salida. El propósito de un mapeo de proceso es identificar los sistemas de medición que requieren ser analizados, establecer las variables críticas para la calidad que es necesario estudiar su capacidad, identificar oportunidades para simplificar el proceso, ya sea eliminando pasos o identificando cuellos de botella.

Mapeo de procesos

Es una representación gráfica de un proceso en la que se detallan las etapas y variables del mismo.

Los mapeos de proceso pueden hacerse en tres niveles: macro (toda una organización), nivel local (todo un proceso) o nivel micro (un subproceso en particular). En la figura 6.11 se muestran los símbolos utilizados para realizar el mapeo de proceso y una ilustración de una de las aplicaciones del mismo. A continuación se dan los pasos que hay que seguir para realizar un mapeo de procesos.

1. Listar los pasos en general y las principales variables de salida que son claves para el cliente.
2. Identificar los pasos que agregan valor y los que no agregan valor en el proceso (véase capítulo 16 para mayor detalle).
3. Mostrar las características críticas de calidad (véase capítulos 1, 18 y 19) de cada paso del proceso y producto.

4. Listar y clasificar las entradas claves en cada paso del proceso. La clasificación se puede hacer con los siguientes criterios: crítico (*), controlable (o) y de ruido (⊗).
5. Añadir las especificaciones de operaciones actuales y los objetivos de proceso para las entradas controlables y críticas.

En el capítulo 19 se puede consultar un ejemplo de mapeo de proceso.

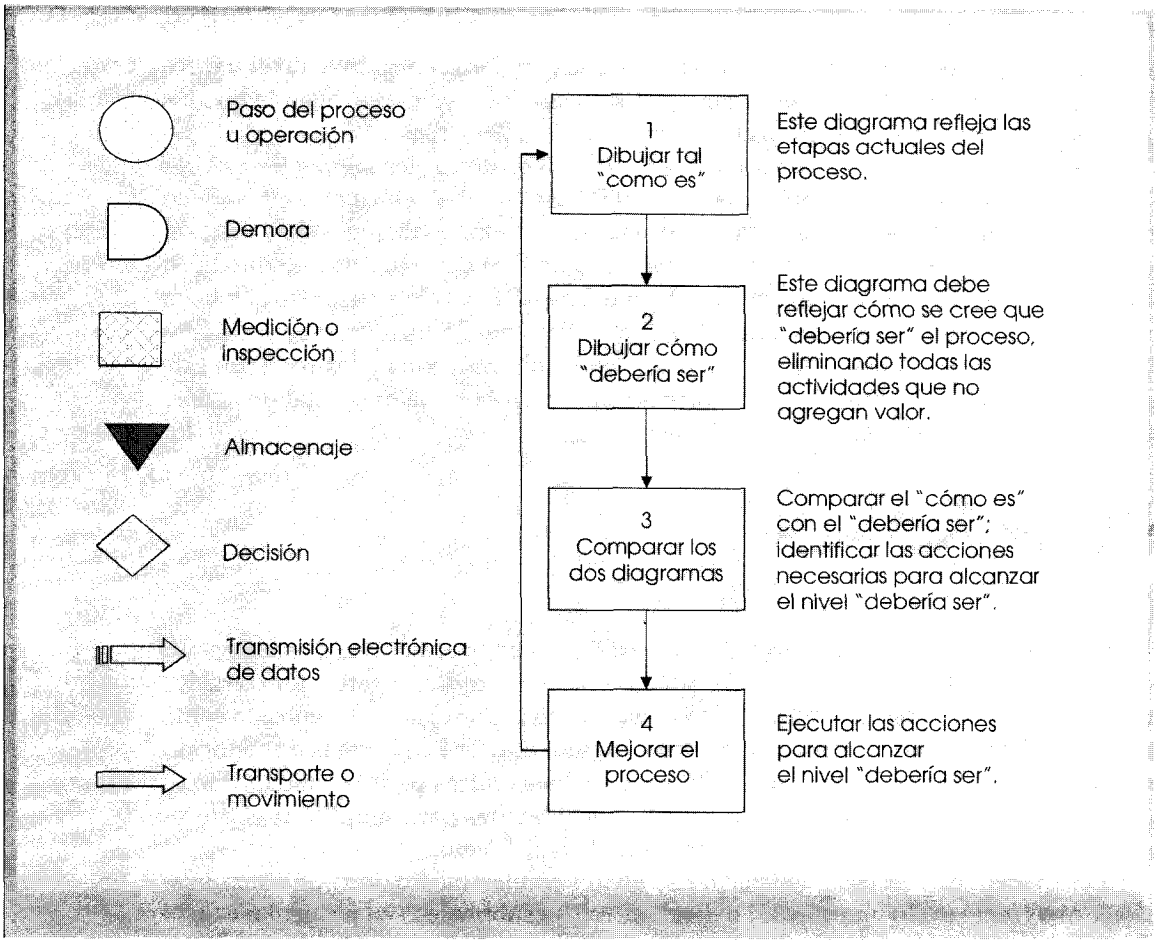


Figura 6.11 *Símbolos para el mapeo de procesos y pasos para realizar una de sus aplicaciones.*

MULTIVARY

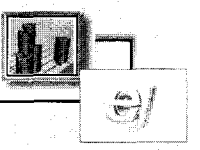
Multivary es una gráfica de análisis especial cuyo propósito es identificar fuentes de variación en un proceso que tienen un efecto adverso en el producto. La idea central de multivary es similar a la estratificación, pero trabajando con datos continuos exclusivamente y observándolos a través del tiempo (que es la idea de cartas de control). Así, la idea del análisis multivary es evaluar las fuentes de variación que contribuyen a la variación total del proceso, teniendo en cuenta que las causas de variación pueden agruparse de acuerdo con las siguientes familias de variación (Kazmierski, 1995).

Multivary

Gráfica que tiene el propósito de identificar las fuentes de variación en un proceso que tienen un efecto adverso en el producto.

1. *Variación (posicional) dentro de una pieza.* Es frecuente que haya características de calidad cuya magnitud cambie dentro de una misma parte o producto; por ejemplo, características como planicidad, excentricidad, espesor, afilamiento, paralelismo o cuadradez pueden variar según el lugar donde se mida la pieza. En estos casos, si hay problemas con esta variable, es importante, mediante un análisis multivary, identificar si existen algunas zonas de la pieza donde el problema es mayor. Más adelante veremos un ejemplo.
2. *Variación (cíclica) de pieza a pieza.* Este tipo de variación es observada entre piezas producidas durante un lapso pequeño de tiempo, o la variación de lote a lote; aquí la idea sería encontrar si esta variación sigue algún patrón especial a través del tiempo. Aquí el rango puede servir de indicador de la variación dentro de muestra.
3. *Variación (temporal) tiempo a tiempo.* Aquí la idea es observar la variación que se da entre las piezas producidas en diferentes horas del día o en diferentes días.
4. *Flujo del proceso a flujo de proceso.* Este tipo de variación ocurre cuando dos o más flujos de proceso producen el mismo producto (dispositivos múltiples, husos, máquinas, cavidades y estaciones). Las cartas de control tradicionales no están diseñadas para controlar procesos de manufactura con múltiples flujos, por lo que en muchos de estos casos una carta multivary puede ayudar a caracterizar mejor la variación de estos procesos.

EJEMPLO 6.11



Un ingeniero de manufactura sufre por los altos desperdicios, retrabajos y fallas en campo debidos a los problemas de excentricidad de un cigüeñal. A lo largo del cigüeñal se pueden ubicar siete zonas o posiciones críticas donde se puede medir la excentricidad, por lo que es natural aplicar un análisis multivary para investigar si hay diferencias en la excentricidad en las diferentes zonas del cigüeñal. Decide tomar los datos de una misma máquina, y los datos están en millonésimas de pulgada (0.000001 pulg). Cada hora se toma un cigüeñal de la producción y se mide la excentricidad en las siete zonas del mismo. Los datos obtenidos para seis cigüeñales (parte) se muestran a continuación.

Cigüeñal	Zona						
	1	2	3	4	5	6	7
1	80.00	140.00	180.00	200.00	140.00	100.00	100.00
2	60.00	100.00	120.00	140.00	140.00	100.00	40.00
3	100.00	120.00	120.00	180.00	160.00	120.00	80.00
4	100.00	160.00	180.00	180.00	120.00	120.00	80.00
5	80.00	80.00	140.00	180.00	160.00	140.00	100.00
6	40.00	60.00	100.00	140.00	100.00	80.00	60.00

La gráfica multivary para las cinco primeras partes se muestra en la figura 6.12. La variable excentricidad es del tipo entre más pequeña mejor, y su especificación superior (máximo tolerado) es de 0.00015 pulg (150). De la figura 6.12 se aprecia un patrón no aleatorio de variación dentro del cigüeñal, ya que las excentricidades mayores se presentan de manera consistente en las zonas 3, 4 y 5. Con esto se tiene bien localizado dónde está dado el problema y ahora será necesario investigar por qué los problemas se dan en tales zonas y no en las otras, para lo cual será necesario generar conjeturas y verificarlas apoyándose en otras herramientas, que pueden ser desde una simple hoja de verificación hasta el diseño de experimentos.

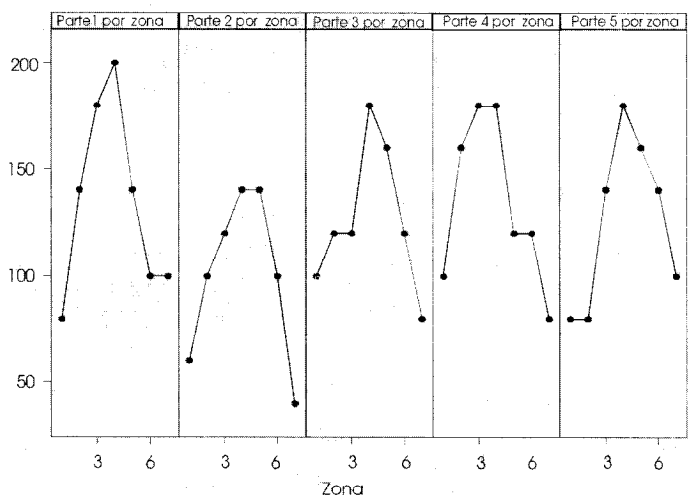
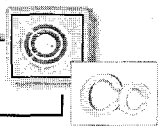


Figura 6.12 *Gráfica multivary para la excentricidad de cinco cigüeñales (parte) clasificada por las siete zonas claves del cigüeñal.*

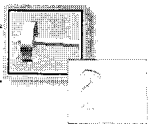
El ejemplo anterior nos ha permitido mostrar con claridad la forma en que se aplica el análisis multivary para el tipo de variación posicional dentro de una pieza, para ver si tal variación sigue algún patrón no aleatorio. De manera similar se pueden diseñar esquemas y gráficas para investigar la posible presencia de los otros tipos de variación que se describieron antes. Lo importante será practicarla, tomar experiencia y de esa manera fortalecer la habilidad para detectar causas de variación.

CONCEPTOS CLAVE



- Diagrama de Pareto
- Principios de Pareto
- Estratificación
- Hoja de verificación
- Diagrama de Ishikawa
- Método de las 6 M's
- Método flujo del proceso
- Método de estratificación
- Lluvia de ideas
- Diagrama de dispersión
- Correlación positiva
- No correlación
- Correlación negativa
- Coeficiente de correlación
- Mapeo de procesos
- Multivary

PREGUNTAS Y EJERCICIOS



Las preguntas y ejercicios de este capítulo se han ordenado por cada una de las herramientas básicas que se han presentado.

Diagrama de Pareto

1. Señale los dos objetivos principales del diagrama de Pareto.
2. En un análisis de Pareto primero se debe hacer un Pareto de problemas y después un Pareto de causas. Explique en qué consiste cada uno de éstos y dé un par de ejemplos para ilustrarlo.
3. ¿En qué consiste el principio de Pareto? Explíquelo en el contexto de su área de trabajo.
4. ¿La frecuencia con la que se presenta el problema más importante en un área siempre es de 80% respecto a la frecuencia del resto de los problemas del mismo tipo? Explique.
5. ¿La escala izquierda en un DP siempre tiene que estar en unidades monetarias?

6. A partir de los datos de la hoja de verificación de los defectos en válvulas del ejemplo 6.5, conteste lo siguiente:
   a) Realice un Pareto de problemas y vea cuál de ellos es predominante.
   b) Para el defecto más importante, realice un Pareto para causas.
   c) En resumen, ¿cuáles son las principales pistas para reducir la cantidad de piezas defectuosas?
7. En una empresa del ramo gráfico se ha llevado durante dos meses el registro del tipo de defectos que tienen los productos finales, obteniéndose los siguientes problemas con sus respectivos porcentajes: fuera de tono, 35%; manchas, 30%; fuera de registro, 15%; mal corte, 12%; código de barras opaco, 8%. De acuerdo con el principio de Pareto, ¿se puede decir que el problema vital, desde el punto de vista estadístico, es fuera de tono?
8. Realice un DP de sus principales actividades y del tiempo que les dedica a cada una de ellas.
9. En una empresa, mediante un análisis se ha detectado que se tiene seis tipos básicos de quejas de los clientes, pero cada tipo de queja causó diferente grado de insatisfacción o molestia para el cliente. La escala que se ha utilizado para medir el grado de molestia es el siguiente: máxima molestia (10 puntos), mucha insatisfacción (8), molestia moderada (6), poca (4), muy leve (2). Además en el análisis se determinó la frecuencia con la que han ocurrido en el último semestre las distintas quejas. En la tabla siguiente se sintetiza los resultados de tal análisis:

Tipo de queja	Grado de molestia	Frecuencia de ocurrencia
A	4	12%
B	8	5%
C	2	40%
D	6	25%
E	4	10%
F	8	8%

   Realice un análisis de Pareto para determinar sobre qué tipo de queja se deben dirigir los esfuerzos para atender sus causas. Aplique la recomendación 2 del diagrama de Pareto.
10. De acuerdo con la información de una hoja de verificación en una línea del proceso de envasado de tequila, se presentaron en el último mes los siguientes resultados en cuanto a defectos y frecuencia:

Defecto de envasado	Frecuencia
Botella	804
Tapa	715
Etiqueta	1 823
Contraetiqueta	742
Botella sin vigusa	916
Otros	102
Total de botellas envasadas en el mes	424 654

Realice un diagrama de Pareto y obtenga conclusiones.

11. En una empresa procesadora de carnes frías se detecta mediante inspección 100% los problemas en las salchichas. A continuación se muestran los resultados de una semana.

Máquina empacadora	Turno	Problema y número de paquetes defectuosos		
		Falta de vacío	Mancha verde	Mancha amarilla
A	I	4 300	700	700
	II	6 300	650	650
B	I	3 500	700	400
	II	6 600	500	420
C	I	8 500	800	324
	II	9 120	655	345

a) Considerando que la gravedad de los tres problemas es la misma, realice un análisis de Pareto para problemas y detecte cuál es el vital.

b) Sobre el problema vital, haga Paretos de segundo nivel (causas) tanto para máquina como para turno.

c) Vuelva a hacer los análisis anteriores, considerando que la gravedad del problema desde el punto de vista del cliente es la siguiente: falta de vacío (6), mancha verde (10), mancha amarilla (8), con la misma escala de valoración utilizada en el ejercicio 9.

12. En un proceso de manufactura las piezas resultan defectuosas por distintas razones. Para entender cuál es la regularidad estadística de esta problemática se decide registrar los datos de la inspección. Para el diseño de la hoja de verificación se toma en cuenta que las posibles fuentes de variabilidad (origen de los problemas) son las máquinas, el día y el turno. En la siguiente tabla se muestran los datos obtenidos en una semana.

	Lunes		Martes		Miércoles		Jueves		Viernes	
Máquina	AM	PM	AM	PM	AM	PM	AM	PM	AM	PM
A	oo x -	o x	ooo	o xx	ooooo xxx -	ooooo xxx /	ooo x --	o xx /	ooo //	 xx
B	ooo o xx -	ooo o xxx -	ooo xx	ooooo o xx - /	ooooooo o - x	ooooooo o xx	oooo o xx --/	oo oo xx -	ooo oo /	oo- o x
C	oo x	o x	oo	 /	oooooo	oooooo x	oo	o -	oo *	oo /
D	oo x	o x	oo /	oo *	ooo / *	oooo x	oo -	oo *	oo ** /	o ***

(o) Rasguños superficiales. (x) Rupturas. (-) Incompletas. (/) Forma inapropiada. (*) Otro.

a) Realice un Pareto para problemas y encuentre cuál es el predominante.
b) Para el defecto principal, realice Paretos de segundo nivel en función de:
- Máquinas.
- Día.
- Turno.

c) De los Paretos de segundo nivel, ¿con cuáles se encontró pistas específicas para localizar la causa? Explique.
d) En resumen, ¿cuáles son las pistas concretas para orientar los esfuerzos de mejora?

13. En una fábrica de aparatos de línea blanca se han tenido problemas con la calidad de las lavadoras. Un grupo de mejora de la calidad decide revisar los problemas de la tina de las lavadoras, ya que frecuentemente es necesario

retrabajarla para que ésta tenga una calidad aceptable. Para ello estratificaron los problemas en la tina de lavadora por tipo de defecto, con la idea de localizar cuál es el defecto principal. A continuación se muestra el análisis de los defectos encontrados en las tinas producidas en cinco meses. Realice un análisis de Pareto y obtenga conclusiones.

Defecto	Frecuencia
Ovalada la boca de la tina	1 200
Perforaciones deformes	400
Boca de tina despostillada	180
Falta de fundente	130
Mal soldada	40
Total	1 950

Estratificación

14. ¿Qué es la estratificación?

15. ¿Por qué es una herramienta indispensable para orientar mejor los esfuerzos de mejora?

16. En el área de finanzas de una empresa, uno de sus principales problemas son los cheques sin fondo de pago de los clientes. Por ello dudan si aplicar medidas más enérgicas con todo pago con cheques o sólo hacerlo con ciertos clientes. ¿Cómo utilizaría la estratificación para tomar la mejor decisión?

17. En el ejercicio 9 de este capítulo se concluye que la queja D es la que se debe atender primero. ¿Cómo aplicaría la estratificación para profundizar en las causas de la queja D?

18. En un área de servicios dentro de una empresa de manufactura se hace una encuesta para evaluar la calidad del servicio proporcionada y el nivel de satisfacción de los clientes. La encuesta consiste de 10 preguntas, donde cada una de ellas evalúa diferentes aspectos del servicio proporcionado. Las respuestas para cada pregunta es un número entre 0 y 10. Para hacer un primer análisis de los resultados obtenidos, se suman los puntos obtenidos de las 10 preguntas para cada cuestionario. A continuación se muestran los puntos obtenidos en 50 cuestionarios.

78 78 82 85 81 86 80 73 84 78 68 84 75 78 76 76 82 85 91 80 70 87 77 82 84 48 49 39 39 43 35 42 34 44 49 34 30 43 31 34 41 42 45 42 35 38 39 42 43 29

a) Considerando que los primeros 25 cuestionarios (ordenados por renglón) provienen de un departamento y los restantes 25 de otro, realice un análisis estratificado por departamento, calculando estadísticos básicos: media, mediana, desviación estándar, etcétera.

b) ¿Cuáles son sus observaciones más importantes del análisis hecho antes?
c) Enfocándose al departamento con mayores problemas, ¿sería de alguna utilidad estratificar los datos por pregunta? Explique.

19. ¿Cómo aplicaría la estratificación para orientar mejor la estrategia para disminuir la inseguridad en una ciudad?

20. En una empresa se tiene el problema de robo de materiales, componentes y equipos, por parte de los empleados. ¿Cómo aplicaría la estratificación para orientar mejor la estrategia de disminución de tales robos?

Hoja de verificación

21. ¿Qué son y cuál es el objetivo de las hojas de verificación?

22. ¿Por qué son importantes las hojas de verificación?

23. Señale los distintos tipos de hojas de verificación.

24. ¿A partir de la hoja de verificación de la tabla 6.3 se puede analizar la manera como influye el turno en el problema principal? Si la respuesta es no, bosqueje la manera como rediseñaría la hoja para realizar tal análisis.

25. Diseñe una hoja de verificación para analizar la distribución del grosor de las láminas de asbesto considerando que el espesor ideal es de 5 mm con tolerancia de ±0.8.

26. En una fábrica de válvulas, en cierta área de maquinado existen tres máquinas para hacer roscas, las cuales son utilizadas por cinco trabajadores. Se ha tenido problemas con el número de piezas defectuosas en tal área. Los directivos presionan a los trabajadores culpándolos de los problemas de calidad. Los trabajadores, por su parte, le expresan a los directivos que las máquinas son demasiado viejas y que por eso son los problemas. ¿Qué haría específicamente para aclarar la situación?

27. En una empresa que fábrica colchones se tienen los defectos siguientes: plisado, hilvanado, fuera de medida y manchados. El trabajo se hace a través de cinco máquinas. Diseñe una hoja de verificación para registrar los defectos cuando se hace la inspección.

28. En el proceso de envasado de tequila los defectos principales son los siguientes: botella, tapa, etiqueta, contraetiqueta, botella sin vigusa, otros. Diseñe una hoja de verificación para registrar estos defectos.

Diagrama de Ishikawa

29. ¿Cuál es el propósito del diagrama de Ishikawa?

30. ¿Cuáles son los diferentes métodos de construcción del diagrama de Ishikawa?

31. Recuerde cuáles son algunas de las causas o situaciones asociadas a cada una de las 6M's.

32. Si se trabaja en grupo, resulta de utilidad analizar problemas generales mediante el diagrama de Ishikawa para ejercitar su uso. Por ejemplo, algunos de estos problemas son:

- ¿Cuáles son los obstáculos para que una persona baje de peso?
- ¿Qué aspectos influyen en la elaboración de una buena sopa de arroz?
- ¿Cuáles son los problemas principales para lograr una verdadera transformación hacia la calidad?
- ¿Por qué el tránsito en una gran ciudad es lento?
- ¿Cuáles son las causas por las que una persona llega tarde a una cita?
- ¿Cuáles son las causas del ausentismo en una empresa?

Diagrama de dispersión

33. ¿Cuál es el propósito de un diagrama de dispersión?

34. ¿Qué tipo de variable va en el eje *X*, y cuál en el eje *Y*?

35. Si el valor del coeficiente de correlación entre dos variables es cercano a cero, ¿quiere decir que tales variables no están relacionadas? Argumente.

36. En cierta empresa es usual pagar horas extras para cumplir con los tiempos de entrega. En este centro productivo, un grupo de mejora de calidad está tratando de reducir la proporción de piezas malas. Con este propósito deciden investigar la relación entre la cantidad de horas extras, *X*, y el porcentaje de artículos defectuosos, *Y*. A continuación se muestran los datos obtenidos.

Semana	Horas extras	Porcentaje de defectuosos
1	340	5
2	95	3
3	210	6
4	809	15
5	80	4
6	438	10
7	107	4
8	180	6
9	100	3
10	550	13
11	220	7
12	50	3
13	193	6
14	290	8
15	340	2
16	115	4
17	362	10
18	300	9
19	75	2
20	93	2
21	320	10
22	154	7

a) Obtenga el diagrama de dispersión para estas variables.
b) ¿Qué relación observa?
c) Con base en lo anterior, ¿puede concluir con seguridad que cuando se trabaja tiempo extra se incrementa el porcentaje de defectuosos, porque ocurren factores como calentamiento de equipo, cansancio de obreros, etc., que causan mayores problemas en la calidad de las piezas?

37. En una fábrica de pintura se quiere reducir el tiempo de secado del barniz. Los siguientes datos corresponden al tiempo de secado del barniz (horas) y a la cantidad de aditivo con el que se intenta lograr tal reducción.

Cantidad de aditivo	Tiempo de secado
0	14
1	11
2	10
3	8
4	7.5
5	9
6	10
7	11
8	13
9	12
10	15

a) Mediante un diagrama de dispersión investigue la relación entre el tiempo de secado y la cantidad de aditivo.
b) Con base en la relación, ¿alrededor de qué cantidad de aditivo recomendaría para reducir el tiempo de secado?
c) Obtenga el coeficiente de correlación entre ambas variables e interprételo.
d) Al parecer el coeficiente de correlación lineal es muy bajo. ¿Quiere decir entonces que el tiempo de secado no está relacionado con la cantidad de aditivo?

38. En una industria se desea investigar cómo influye la temperatura (°C) en la presión del vapor de B-trimetilboro. Los datos obtenidos con tal propósito se muestran a continuación:

Temperatura	Presión
13.0	2.9
19.5	5.1
45.7	30.5
56.1	51.4
64.4	74.5
71.4	100.2
80.5	143.7
85.7	176.9
22.5	8.5
27.2	10.3
31.8	14.6

a) Construya un diagrama de dispersión e interprételo.
b) Obtenga el coeficiente de correlación y al interpretarlo compare con lo observado en el inciso *a*.

39. Como parte del análisis del problema de ausentismo se decide investigar la relación entre edad del empleado y días que faltó a laborar en el año. Los datos del último año se muestran a continuación.

Empleado	Edad	Faltas	Empleado	Edad	Faltas
1	29	6	21	25	7
2	33	5	22	38	3
3	40	0	23	22	0
4	23	8	24	30	4
5	31	6	25	24	7
6	20	9	26	39	10
7	30	5	27	35	5
8	38	5	28	20	1
9	23	8	29	32	5
10	25	6	30	25	5
11	26	7	31	36	5
12	30	5	32	30	5
13	42	2	33	20	10
14	34	5	34	38	4
15	31	6	35	39	4
16	18	11	36	34	4
17	33	6	37	35	6
18	33	4	38	27	7
19	33	5	39	40	3
20	32	5	40	31	6

a) Mediante un diagrama de dispersión analice la relación entre estas dos variables.
b) ¿Qué tipo de relación observa y cuáles son algunos hechos especiales?
c) Calcule el coeficiente de correlación e interprételo.

Capítulo 7

Cartas de control para variables

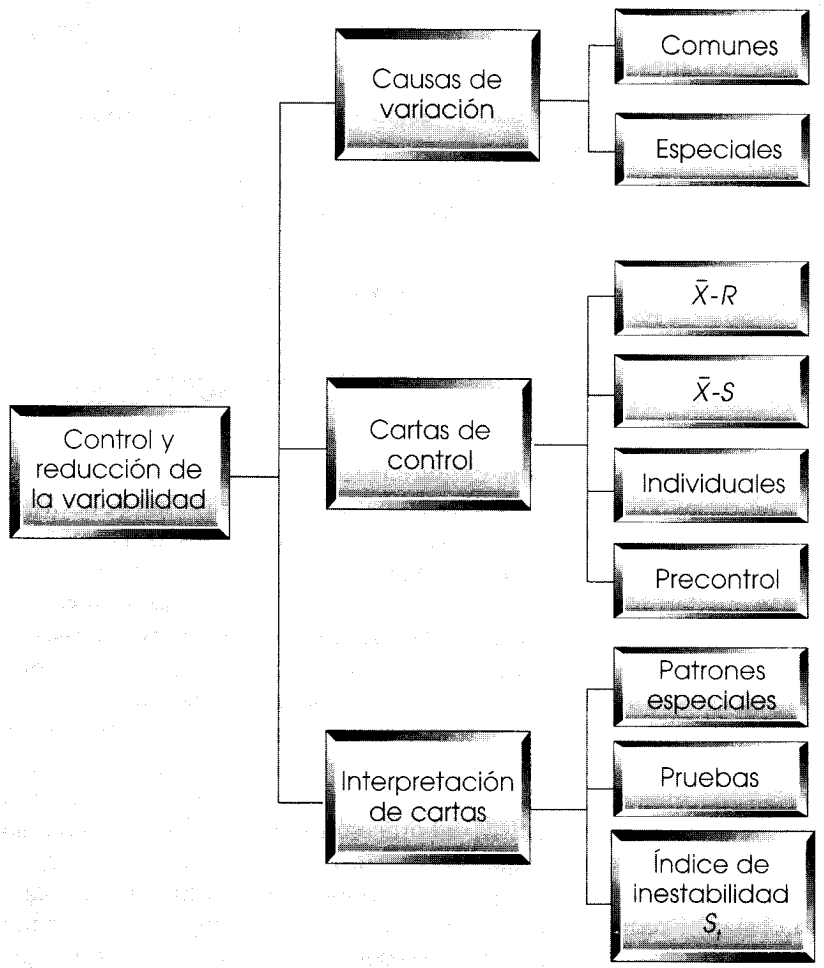
206

SUMARIO

- Causas comunes y especiales de variación
- Cartas de control
- Carta de control $\bar{X}$-R
- Carta $\bar{X}$-S
- Interpretación de las cartas de control y causas de inestabilidad
- Índice de inestabilidad, S_t
- Carta de individuales
- Cartas de precontrol
- Uso de Statgraphics

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Identificar las causas comunes y especiales de variación, así como tener una idea general de las cartas de control.
- Conocer la función práctica de las cartas de control $\bar{X}$-R y $\bar{X}$-S.
- Explicar la interpretación de las cartas de control, las causas de la inestabilidad y conocer el índice de inestabilidad de un proceso.
- Describir la importancia de las cartas de individuales y de precontrol como herramientas para entender la variabilidad en los procesos.


Control y reducción de la variabilidad
Causas de variación
Comunes
Especiales
Cartas de control
$\bar{X}$-R
$\bar{X}$-S
Individuales
Precontrol
Interpretación de cartas
Patrones especiales
Pruebas
Índice de inestabilidad S_i

En este capítulo desarrollaremos los conceptos generales de cartas de control y las cartas de control para variables continuas más usuales ($\bar{X}$, R, S y de individuales) y las cartas de precontrol.

Hay dos formas de estudiar o entender la variabilidad de un proceso: *a*) la variabilidad natural o inherente en un tiempo específico, que se puede ver como una foto instantánea de la variabilidad, y *b*) la variabilidad a través del tiempo.

Los métodos que estudiamos en los capítulos 2 y 5 se pueden enfocar para tomar en cuenta ambos aspectos, y en este capítulo veremos básicamente las cartas de control que son útiles para estudiar la variabilidad a través del tiempo. La importancia de este hecho se puede resaltar una vez más, al señalar que para mejorar procesos se requieren tres actividades básicas:

a) estabilizar los procesos (lograr control estadístico), mediante la identificación y eliminación de causas especiales;
b) mejorar el proceso mismo, reduciendo la variación debida a causas comunes y
c) monitorear el proceso para asegurar que las mejoras se mantienen y para detectar oportunidades adicionales de mejora.

Para cumplir con eficacia estas actividades son indispensables las cartas de control.

CAUSAS COMUNES Y ESPECIALES DE VARIACIÓN

Los procesos siempre tienen variación, ya que en él intervienen diferentes factores sintetizados a través de las 6M's: materiales, maquinaria, medición, mano de obra (gente), métodos y media ambiente. Bajo condiciones normales o comunes de trabajo todas las M's aportan variación a las variables de salida del proceso, en forma natural o inherente, pero además pueden aportar variaciones especiales o fuera de lo común, ya que a través del tiempo las 6M's son susceptibles de cambios, desajustes, desgastes, errores, descuidos, fallas, etcétera. Así, hay dos tipos de variabilidad: debida a causas comunes y a causas especiales o atribuibles. Resulta fundamental distinguir en forma eficiente entre ambos tipos de variación, para así tomar las medidas adecuadas en cada caso.

Variación por causas comunes

Es aquella que permanece día a día, lote a lote y la aportan en forma natural las condiciones de las 6M's.

La *variación por causas comunes* (o por *azar*) es aquella que permanece día a día, lote a lote; la aportan en forma natural las actuales condiciones de las 6M's. Esta variación es inherente a las actuales características del proceso y es resultado de la acumulación y combinación de diferentes causas que son difíciles de identificar y eliminar, debido a que son inherentes al sistema y porque la contribución individual de cada causa es pequeña; no obstante, representan a largo plazo la mayor oportunidad de mejora. Cuando se tiene baja capacidad de un proceso debido a causas comunes es necesario modificar aspectos de fondo, por ejemplo el tipo de materiales, condiciones de operación, métodos de trabajo, etcétera. Por ello será necesario realizar un análisis o un plan que diagnostique las verdaderas causas de fondo.

Variación por causas especiales

Es causada por situaciones o circunstancias especiales que no son permanentes en el proceso.

La *variación por causas especiales* (o *atribuibles*) es causada por situaciones o circunstancias especiales que no son permanentes en el proceso. Por ejemplo la falla ocasionada por el mal funcionamiento de una pieza de la máquina, el empleo de materiales no habituales o el descuido no frecuente de un operario. Las causas especiales, por su naturaleza relativamente discreta, a menudo pueden ser identificadas y eliminadas si se cuenta con los conocimientos y condiciones para ello.

Un proceso que trabaja sólo con causas comunes de variación se dice que está en *control estadístico* (o su variación a través del tiempo es estable). Independientemente de que su variabilidad sea mucha o poca, el desempeño del proceso es predecible sobre el futuro inmediato, en el sentido de que su tendencia central y la amplitud de su variación se espera que se mantengan al menos en el corto plazo. Un proceso en el que están presentes causas especiales de variación se dice que está fuera de control estadístico (o simplemente que es inestable). Este tipo de procesos son impredecibles sobre el futuro inmediato porque en cualquier momento pueden aparecer de nuevo esas situaciones que tienen un efecto especial sobre la tendencia central o sobre la variabilidad.

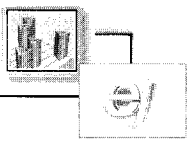
Control estadístico

Estado de un proceso que trabaja sólo con causas comunes de variación. La variación a través del tiempo es estable y predecible.

No distinguir entre estos dos tipos de variabilidad lleva a cometer dos errores en la actuación sobre los procesos. *Error* 1: reaccionar ante un cambio o variación (efecto o problema) como si proviniera de una causa especial, cuando en realidad surge de algo más profundo en el proceso, como son las causas comunes de variación. *Error* 2: tratar un efecto o cambio como si proviniera de causas comunes de variación, cuando en realidad se debe a una causa especial.

Cada uno de estos dos errores causa pérdida. Se puede evitar uno u otro, pero no ambos. No es posible reducir a cero ambos errores. Lo mejor que se puede hacer es tratar de cometer rara vez a ambos, y para ello fueron ideadas las cartas de control por el doctor Walter Shewhart en 1924.

EJEMPLO 7.1



Una línea de producción saca desperfectos o mellas en las latas. Obviamente este problema se debe a causas comunes o especiales y la actuación será diferente en cada caso. Veamos:

Tipo de causa	Acción	Posibles errores
Especial: el desperfecto es provocado por un desgaste natural relativamente menor en la maquinaria	Los trabajadores o los técnicos pueden reducir o eliminar el problema ajustando o reemplazando las partes afectadas del equipo.	**Error 2:** Creer que el problema es común (hojalata de mala calidad) y no hacer los ajustes necesarios a la máquina en forma oportuna.
Común: las latas salen melladas porque la administración compra hojalata de menor calidad, quizás en un esfuerzo por reducir costos. De lo que el operario ni se entera, y la administración tampoco está consciente del perjuicio.	No hay nada que los operarios puedan hacer por el problema. Sólo la administración puede cambiar la política de compras.	**Error 1:** cuando la línea de montaje arroje una lata defectuosa, la "reacción visceral" podría llevar al operario a ajustar la maquinaria. Pero el problema está en el material, por lo que el ajuste puede descomponer el sistema y empeorar las cosas, que llevará a nuevos y más graves problemas. Mientras tanto, la verdadera fuente del inconveniente (material) pasaría inadvertida.

Estos errores son comunes en todos los niveles jerárquicos de una empresa, ya que es frecuente que estén relacionados con hábitos de acción y dirección. El error 2 tiene que ver con la falta de acción oportuna y previsora para detectar rápido la presencia de una causa especial; más bien las acciones llegan hasta que los problemas hacen crisis, hasta que estalla el incendio.

El error 1 tiene que ver con la sobrerreacción, actuar en forma visceral e inmediatamente ante los cambios; en lugar de actuar y decidir en forma objetiva con el conocimiento de la variabilidad de los procesos y de los sistemas. Algunos ejemplos típicos de actuación reactiva, en donde es probable que se cometa el error 1, son los siguientes:

- La reacción de enojo o reclamo hacia los trabajadores ante la queja de un cliente o ante cualquier problema de calidad. Se ignora que las soluciones del grueso de los problemas en una organización están fuera del alcance de la gente de labor directa (Deming, 1991).
- Reaccionar según las cifras del turno, día o semana anterior (la típica reunión para exigir la reducción de costos, quejas, desperdicio, etcétera). Se desconoce que las más de las variaciones que se presentan en los resultados de un día a otro, son variaciones naturales.
- Reunión urgente de ejecutivos para corregir los problemas que se han presentado, cuando probablemente estos problemas sean comunes y recurrentes, por lo que es casi imposible que se ataquen sus causas de fondo en una junta urgente, más bien y en el mejor de los casos se atacan los efectos. Por lo que pronto se volverán a presentar. Cayendo así en un círculo vicioso en el que sin saberlo se atrofian las capacidades para llegar a soluciones de fondo.
- Un trabajador capacitado de otro en sucesión, donde se van acumulando vicios en métodos y criterios que afectan la calidad.
- Ajustar un proceso incapaz cuando se sale de especificaciones, generándole así mayor variabilidad.

El problema en este tipo de reacciones no es la reacción en sí, sino la forma de reaccionar: atienden los aspectos superficiales, se corrigen los efectos y no las causas; no conducen a la ejecución o revisión de un plan de mejora; no parten de un análisis objetivo de los antecedentes y magnitud del problema; y se ignora la variabilidad que tiene el proceso o sistema. Así, es natural que el grueso de las acciones que caracterizan el error tipo 1 sean reuniones o juntas de trabajo, llamadas de atención, regaños, carreras, llamadas por teléfono, memorándums, nuevas reglas o indicaciones, disculpas, ajustes a proceso, etcétera. Sin embargo, pareciera que estas acciones no tienen ningún efecto, ya que el inventario de problemas que se dan en la empresa aún es el mismo. En este contexto es natural preguntarse:

- ¿Qué efecto tiene lo que se hace?
- ¿Los cambios o problemas ante los que actuamos se deben a una situación especial (o causa particular) o se deben a una problemática general y común que prevalece en todo un sector de la empresa?

La respuesta a estas preguntas podrán aclarar el trabajo a futuro, ya que implicará dejar de hacer algunas cosas que se hacen ahora, modificar otras y desarrollar nuevas formas de actuar ante los problemas, sean estos cotidianos o excepcionales. El antídoto para el error 1 es fomentar el pensamiento estadístico y el enfoque a procesos; donde

más que atender el resultado hay que atender y entender el proceso que los genera, ser más objetivos, ir al fondo, trabajar en modificar el sistema, atacar los problemas con proyectos de mejora y no con puntadas u ocurrencias, ser metódicos, tomar en cuenta la variabilidad. En todo esto las herramientas estadísticas y en particular las cartas de control juegan un papel primordial.

CARTAS DE CONTROL

Carta de control

Es una gráfica que sirve para observar y analizar con datos estadísticos la variabilidad y el comportamiento de un proceso a través del tiempo.

El objetivo básico de una *carta de control* es observar y analizar con datos estadísticos la variabilidad y el comportamiento de un proceso a través del tiempo. Esto permitirá distinguir entre variaciones por causas comunes y especiales (atribuibles), lo que ayudará a caracterizar el funcionamiento del proceso y así decidir las mejores acciones de control y de mejora. Cuando se habla de variabilidad nos referimos principalmente, a las variables de salida (características de calidad), pero las cartas también pueden aplicarse a analizar la variabilidad de alguna variable de entrada o de control del proceso mismo.

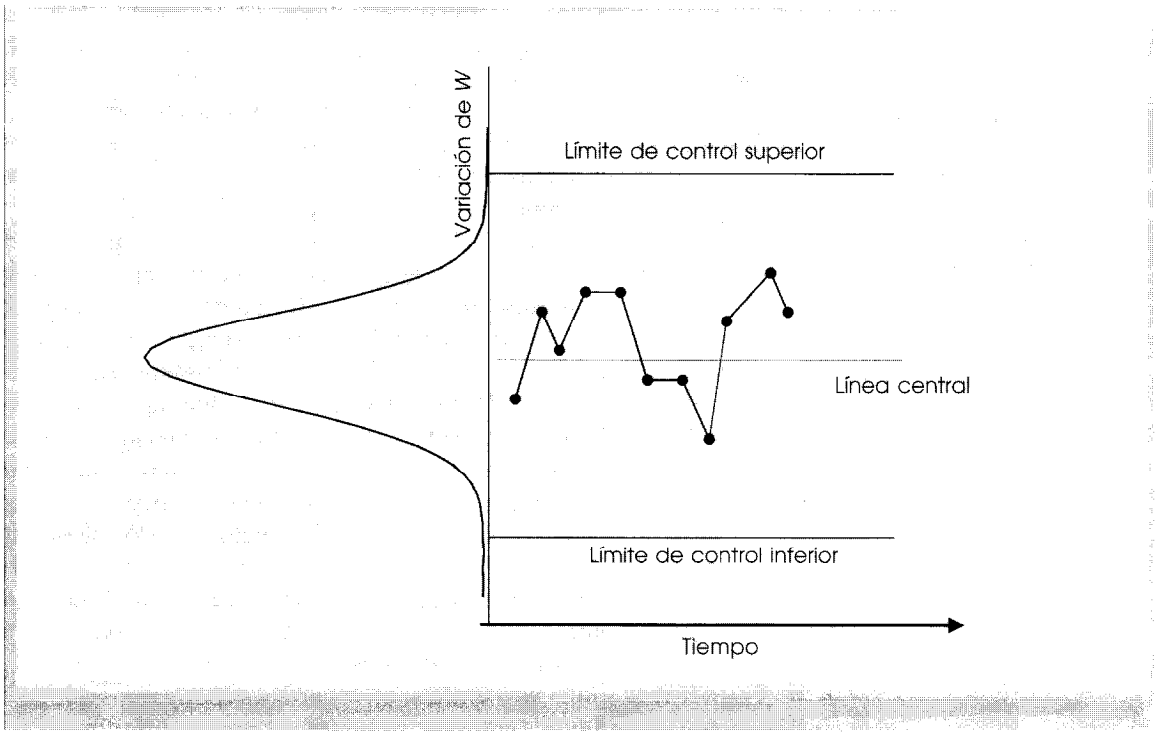


Figura 7.1 *Idea y elementos de una carta de control.*

En la figura 7.1 se muestra una típica carta de control en la que se aprecia que de lo que se trata es analizar de donde a donde varía (ver campana) y cómo varía el estadístico W a través del tiempo. Los valores que va tomando W se representan por un punto y éstos se unen con una línea recta. La línea central representa el promedio de W, que lo mismo puede ser una media, un rango, un porcentaje, etcétera.

Los límites de control, inferior y superior, definen el inicio y final del rango de variación de W, de forma que cuando el proceso está en control estadístico, haya una alta probabilidad de que prácticamente todos los valores de W caigan dentro de los límites. Por ello, si se observa un punto fuera de los límites de control, será señal de que ha ocurrido algo fuera de lo usual en el proceso. Por el contrario, si todos los puntos están dentro de los límites y no tienen algunos patrones de comportamiento que veremos más adelante, entonces será señal de que en el proceso no ha ocurrido ningún cambio fuera de lo común, y funciona de manera estable (que está en control estadístico). Así, la carta se convierte en una herramienta para detectar cambios en los procesos.

Límites de control

Lo primero que debe quedar claro respecto a los límites de una carta de control es que éstos no son las especificaciones, tolerancias o deseos para el proceso. Por el contrario, éstos se calculan a partir de la variación del estadístico (datos) que se representa en la carta. De esta forma, la clave está en establecer los límites para cubrir cierto porcentaje de la variación natural del proceso, pero se debe tener cuidado que tal porcentaje sea el adecuado, ya que si es demasiado alto (99.999999%) los límites serán muy amplios y será más difícil detectar los cambios en el proceso; mientras que si el porcentaje es pequeño, los límites serán demasiado estrechos, con lo que se incrementará el error tipo 1 (decir que hubo un cambio, cuando en realidad no lo hubo).

Límites de probabilidad

Es encontrar la distribución de probabilidades del estadístico que se grafica en la carta, estimar sus parámetros y ubicar los límites de forma que un alto porcentaje de la distribución esté dentro de ellos.

Para calcular los límites de control se debe proceder de forma que, bajo condiciones de control estadístico, los datos que se grafican en la carta tengan alta probabilidad de caer dentro de tales límites. Por lo que una forma de proceder es encontrar la distribución de probabilidades de la variable, estimar sus parámetros y ubicar los límites de forma que un alto porcentaje (99.73%) de la distribución esté dentro de ellos (véase Duncan, 1989). Esta forma de proceder se conoce como *límites de probabilidad*.

Una forma más sencilla y usual se obtiene a partir de la relación entre la media y desviación estándar de W, que para el caso que W se distribuya normal con media μ_W y desviación estándar σ_W, y bajo condiciones de control estadístico, se tiene que entre $\mu_W - 3\sigma_W$ y $\mu_W + 3\sigma_W$ se encuentra 99.73% de los posibles valores de W (véase capítulo 3). En el caso de que no se tiene distribución normal, pero se tiene una distribución unimodal y con forma no muy distinta a la normal, entonces se aplica la regla empírica o la extensión del teorema de Chebyshev (véase capítulo 2). Bajo estas condiciones un modelo general para una carta de control es el siguiente.

Sea W el estadístico que se va a graficar en la carta y supongamos que su media es μ_W y su desviación estándar σ_W, entonces el límite de control inferior (LCI), la línea central y el límite de control superior (LCS) están dados por

$$LCI = \mu_W - 3\sigma_W$$
$$\text{Línea central} = \mu_W$$
$$LCS = \mu_W + 3\sigma_W$$

Con estos límites y bajo condiciones de control estadístico se tendrá alta probabilidad de que los valores de W estén dentro de ellos. En particular, si W tiene distribución normal, tal probabilidad será de 0.9973, con lo que se espera que bajo condiciones de control sólo 27 puntos de 10 000 caigan fuera de los límites. Este tipo de cartas de control fueron originalmente propuestas por el doctor Walter A. Shewhart, por lo que se les conoce como *cartas de control tipo Shewhart*.

Cartas de control Shewhart

Tipo de gráficas de control en donde sus límites se calculan con $LCI = \mu_w - 3\sigma_w$ y $LCS = \mu_w + 3 - \sigma_w$; w es el estadístico que se representa en la carta.

La forma de estimar la media y la desviación estándar de W a partir de las observaciones del proceso dependerá del tipo de estadístico que sea W; ya sea un promedio, un rango o un porcentaje. Esto se verá en las secciones próximas.

Tipos de cartas de control

Existen dos tipos generales de cartas de control: para variables y para atributos. Las *cartas de control para variables* se aplican a características de calidad de tipo continuo, que intuitivamente son aquellas que requieren un instrumento de medición (pesos, volúmenes, voltajes, longitudes, resistencias, temperaturas, humedad, etcétera). Las cartas para variables tipo Shewhart más usuales son:

Cartas de control para variables

Diagramas que se aplican a variables o características de calidad de tipo continuo (pesos, volúmenes, longitudes, etcétera).

- $\bar{X}$ (de promedios)
- R (de rangos)
- S (de desviaciones estándar)
- X (de medidas individuales).

Estas formas distintas de llamarle a una carta de control se debe al tipo de estadístico que se grafica en la carta: un promedio, un rango, etcétera; por medio de la cual se tratará de analizar una característica importante de un producto o un proceso.

Existen muchas características de calidad que no son medidas con un instrumento de medición en una escala continua o al menos en una escala numérica. En estos casos, el producto o proceso se juzga como conforme o no conforme, dependiendo de si posee ciertos atributos; o también al producto o proceso se le podrá contar el número de defectos o no conformidades que tiene. La variabilidad y tendencia central de este tipo de características de calidad de tipo discreto serán analizadas, en el capítulo 8, a través de las *cartas de control para atributos*:

Cartas de control para atributos

Diagramas que se aplican al control de características de calidad del tipo "pasa, no-pasa" o donde se cuenta el número de no conformidades que tienen los productos analizados.

- p (proporción o fracción de artículos defectuosos)
- np (número de unidades defectuosas)
- c (número de defectos)
- u (número de defectos por unidad).

Además de las anteriores cartas de control, existe gran variedad que en general pretenden mejorar el desempeño de alguna de las cartas tradicionales. Mejorar su desempeño en el sentido de detectar más rápido un cambio en el proceso, reducir la frecuencia de falsas alarmas (cuando hay una señal de fuera de control, pero el proceso está en control) y modelar mejor el comportamiento de los datos. Entre las cartas adicionales más conocidas se encuentran la EWMA y Cusum, que se estudian en el capítulo 9.

Cartas de control $\bar{X}$-R

Diagrama para variables que se aplican a procesos masivos, en donde en forma periódica se obtiene una muestra o subgrupo de productos, se miden y se calcula la media $\bar{X}$ y el rango R para registrarlos en la correspondiente carta.

CARTA DE CONTROL $\bar{X}$-R

Existen muchos procesos industriales que puede decirse que son de tipo "masivo", en el sentido de que producen muchos artículos, partes o componentes durante un lapso de tiempo pequeño. Por ejemplo: líneas de ensamble, máquinas empacadoras, procesos de llenado, operaciones de soldadura en una línea de producción, moldeo de piezas de plástico, torneado de una pieza metálica, el corte de una tira en pedazos pequeños, etcétera. Algunos de estos procesos harán miles de operaciones por día, mientras que otros efectuarán varias decenas o centenas. En ambos casos estaremos ante un proceso masivo. Si además las variables de salida de estos procesos son de tipo continuo, entonces estamos ante el campo ideal de aplicación de las *cartas de control* $\bar{X}$-R.

La idea es la siguiente: imaginemos que a la salida del proceso fluyen (uno a uno o por lotes) las piezas resultantes del proceso, como se ilustra en la figura 7.2; cada determinado tiempo o cantidad de piezas se toma un número pequeño de piezas (subgrupo) a las que se les medirá una o más características de calidad. Con las mediciones de cada subgrupo se calculará la media y el rango, de modo que cada periodo de tiempo (media hora por ejemplo) se tendrá una media y un rango que aportarán información sobre la tendencia central y la variabilidad del proceso, respectivamente. Con la carta $\bar{X}$ se analiza la variación entre las medias de los subgrupos, para así detectar cambios en la media del proceso, como los que se muestran en la figura 7.3. Mientras que con la carta R se analiza la variación entre los rangos de los subgrupos, lo que permite detectar cambios en la amplitud o magnitud de la variación del proceso, como se ilustra en la figura 7.4.

Cabe comentar respecto a las figuras 7.3 y 7.4, al sostener que el proceso es estable, se está afirmando que es predecible sobre el futuro inmediato y por tanto no necesariamente la distribución o comportamiento del proceso tiene la forma de campana como se sugiere en las figuras referidas. Por lo que podría ser una curva con sesgo o incluso otras formas más inusuales, lo afirmado es que se mantiene sobre el tiempo. Claro que si la forma es poco usual, se recomienda investigar la causa, y ver si esa circunstancia mejora el desempeño del proceso.

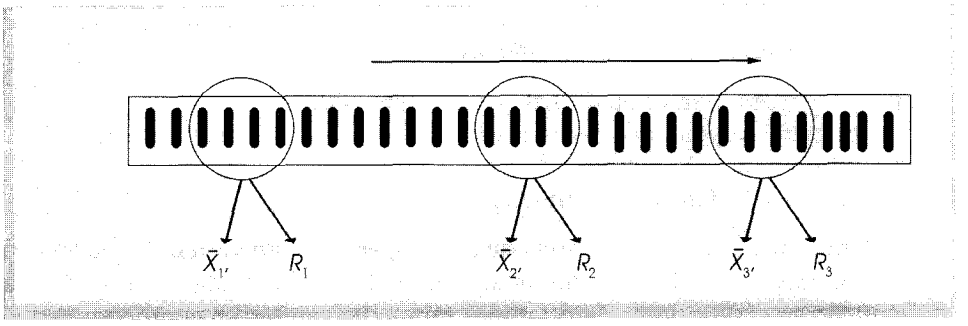


Figura 7.2 *Operación de una carta* $\bar{X}$-R.

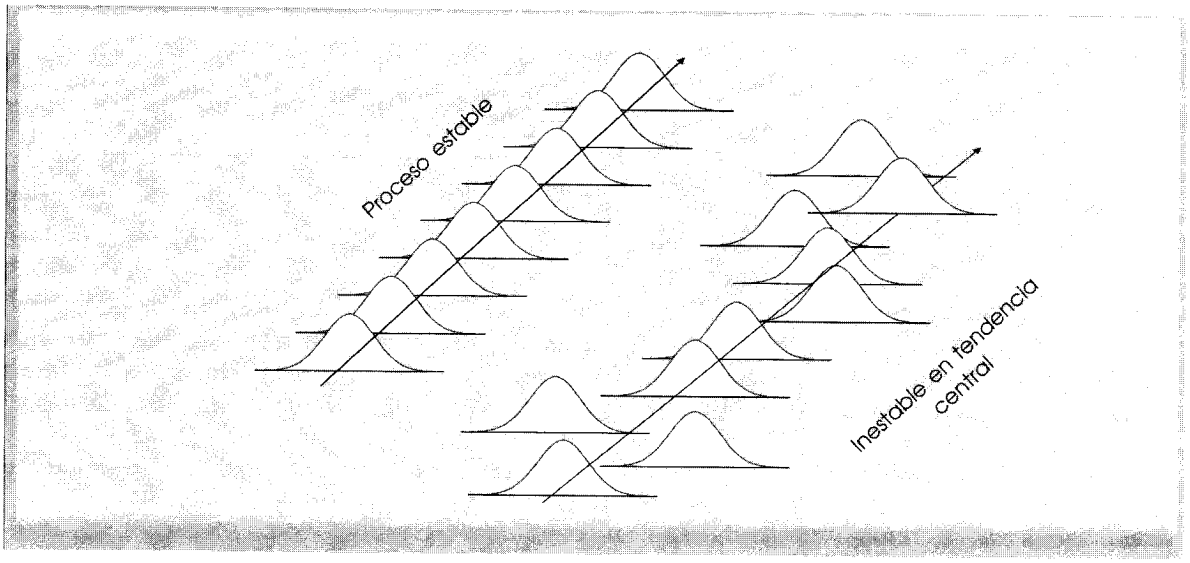


Figura 7.3 *La carta* $\bar{X}$ *detecta cambios significativos en la media del proceso. Cuando la campana se desplaza, la carta lo detecta mediante un punto fuera de sus límites.*

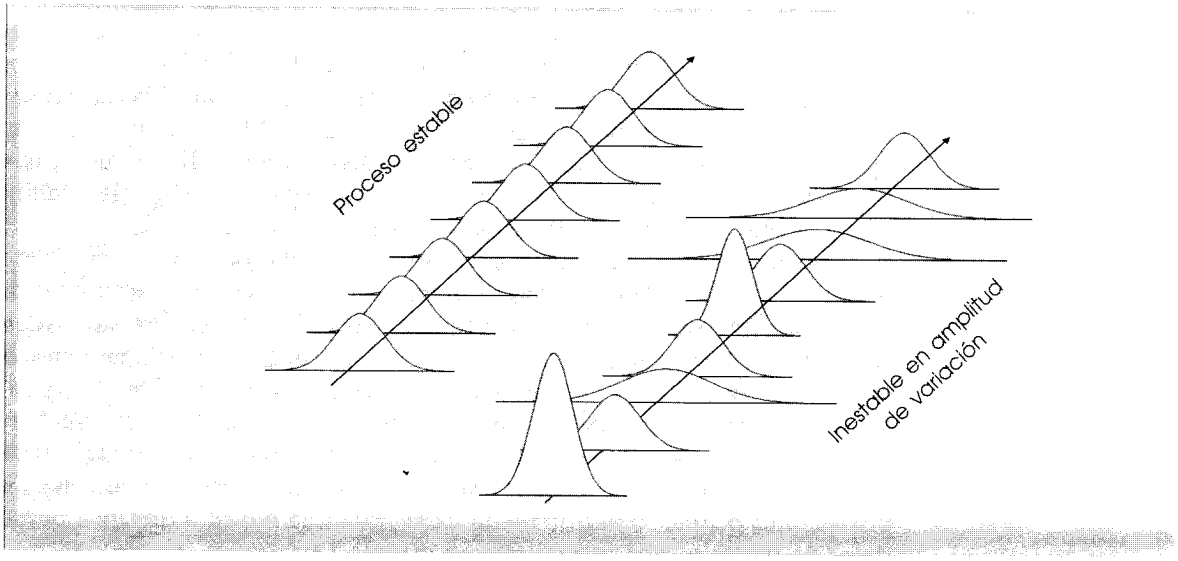
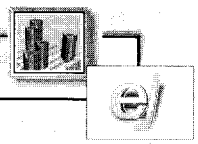


Figura 7.4 *La carta* R *detecta cambios significativos en la amplitud de la dispersión. Por ejemplo si la variabilidad aumenta (campana más amplia), la carta* R *lo detecta mediante uno o más puntos fuera de su* LCS.

EJEMPLO 7.2



En una empresa del ramo metal-mecánico se fabrican punterías, en particular el cuerpo de cierta puntería debe tener un diámetro exterior de 0.02 m (2.0 cm), con tolerancia de ±25 μm (1 μm es igual a 0.000001 m). De esta forma la especificación o tolerancia inferior es $EI = 19\,975\,\mu$m y la superior $ES = 20\,025\,\mu$m, con un valor nominal de 20 000 μm. En estos casos de números con muchas cifras, es usual restarle a las mediciones del producto una constante igual al valor nominal, si hacemos esto en el caso del diámetro de la puntería, entonces el resultado de la resta debe estar dentro de ±25 μm, y ahora el valor nominal será cero; por lo que $EI = -25$, y $ES = 25$.

En una de las últimas etapas del proceso de fabricación de las punterías, cada hora se mide el diámetro de 5 punterías, en la tabla 7.1 se aprecian los datos de 4 turnos (dos días).

Se quiere analizar qué tan estable es el proceso de fabricación de punterías. Para ello es necesario evaluar la estabilidad sobre el tiempo de su tendencia central. En la figura 7.3 se aprecia un proceso estable y otro que no lo es, en cuanto a tendencia central. La herramienta que detectaría ese tipo de inestabilidad sería la carta $\bar{X}$. Pero también es necesario analizar la estabilidad sobre el tiempo del rango o amplitud de la variación, para distinguir entre los dos casos de la figura 7.4.

En suma, en el caso del diámetro de las punterías, mediante la carta $\bar{X}$ se analizará la variación de la columna de las medias de la tabla 7.1, como una forma concreta y operativa de evaluar la estabilidad de la tendencia central. De la misma manera mediante la carta R se analizará la columna de rangos para investigar la estabilidad de la amplitud de la distribución de la característica de calidad.

Para hacer un estudio inicial del desempeño del proceso sobre el tiempo y determinar así los límites de control, es práctica usual obtener por lo menos de 20 a 25 subgrupos (muestras) de tamaño pequeño (entre 5 y 10 usualmente). Además estos subgrupos deben estar espaciados, de forma que capten el funcionamiento del proceso a lo largo de por lo menos dos días. De esta forma se toma del proceso una cantidad pequeña de productos o partes consecutivos (subgrupo) cada determinado periodo, y para estudiar la estabilidad en lugar de analizar la mediciones individuales de cada pieza, se analizan las medias y los rangos de los subgrupos (o muestras). En el ejemplo que nos ocupa, se decide medir cada hora una muestra de cinco punterías. Los datos de cuatro turnos se muestran en la tabla 7.1.

Límites de control carta $\bar{X}$

Como habíamos señalado en la sección anterior, los límites de control de las cartas tipo Shewhart están determinados por la media y desviación estándar del estadístico

Tabla 7.1 Datos para diámetro de punterías, ejemplo 7.2.

A las mediciones originales se les ha restado el valor nominal: 20 000 μm. Por lo que los datos son las desviaciones en micras, respecto al valor nominal.

Muestra o subgrupo	Mediciones del diámetro					Media	Rango
1	-21	-5	21	3	-12	-2.8	42
2	4	3	7	22	-18	3.6	40
3	-13	7	-11	-7	7	-3.4	20
4	15	7	26	7	-4	10.2	30
5	0	13	6	-20	6	1	33
6	1	4	3	9	-10	1.4	19
7	-4	0	-5	11	2	0.8	16
8	3	-13	3	-13	9	-2.2	22
9	7	0	5	11	4	5.4	11
10	17	3	2	-23	-4	-1	40
11	15	-5	2	12	5	5.8	20
12	5	-1	2	-16	10	0	26
13	1	-2	-4	-16	10	-2.2	26
14	-13	1	-6	11	4	-0.6	24
15	2	-4	14	-6	-2	0.8	20
16	4	2	19	-1	6	6	20
17	6	8	2	9	-4	4.2	13
18	-22	1	-2	2	-7	-5.6	24
19	-9	10	-8	-10	-2	-3.8	20
20	0	-3	-13	14	-3	-1	27
21	7	5	-1	-1	1	2.2	8
22	10	7	-8	-14	-33	-7.6	43
23	-14	28	10	0	-2	4.4	42
24	-19	2	7	12	-9	-1.4	31
25	10	5	14	-4	4	5.8	18
26	21	-16	-20	-3	10	-1.6	41
27	22	-14	-5	-7	5	0.2	36
28	-1	1	4	-4	17	3.4	21
29	0	5	6	-19	-7	-3	25
30	2	-19	12	-1	0	-1.2	31
						$\bar{\bar{X}} = 0.59$	$\bar{R} = 26.3$

W que se grafica en la carta, mediante la expresión $\mu_W \pm 3\sigma_W$. En el caso de la carta X-barra el estadístico W que se grafica es la media de las muestras, $\bar{X}$, por lo que los límites están determinados por

$$\mu_{\bar{x}} \pm 3\sigma_{\bar{x}}$$

donde $\mu_{\bar{x}}$ significa la media de las medias, y $\sigma_{\bar{x}}$ la desviación estándar de las medias, que en un estudio inicial se estiman de la siguiente manera:

$$\mu_{\bar{x}} = \bar{\bar{X}} \quad \text{y} \quad \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$

donde $\bar{\bar{X}}$ es la media de las medias de los subgrupos, σ la desviación estándar del proceso y es la que indica qué tan variables son las mediciones individuales, y n es el tamaño de subgrupo. Como por lo general en un estudio inicial no se conoce σ, ésta puede estimarse de varias maneras. Directamente a través de la desviación estándar, S, del diámetro de los 150 datos de la tabla 7.1. Sin embargo, hacerlo de esta forma incluiría la variabilidad entre muestras y dentro de muestras (σ de largo plazo), y para la carta $\bar{X}$ es más apropiado sólo incluir la variabilidad dentro de muestras (σ de corto plazo). La alternativa que sólo incluye la variabilidad dentro de muestras y que se utiliza cuando el tamaño de subgrupo es menor que 10,[1] consiste en estimar σ mediante la media de los rangos de los subgrupos $\bar{R}$, de la siguiente manera:

$$\sigma \approx \frac{\bar{R}}{d_2}$$

donde d_2 es una constante que depende del tamaño de subgrupo o muestra.[2] En el apéndice se dan varios valores de d_2 para distintos valores de n. De esta manera,

$$3\sigma_{\bar{x}} = 3\left(\frac{\bar{R}/d_2}{\sqrt{n}}\right) = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}\bar{R} = A_2\bar{R}$$

es una estimación de 3 veces la desviación estándar de las medias, que se ha simplificado al sustituir $\frac{3}{d_2\sqrt{n}}$ por la constante A_2, que está tabulada en el apéndice y que depende del tamaño de subgrupo n. Con base en lo anterior, los límites de control para una carta de control $\bar{X}$, en un estudio inicial, se obtienen de la siguiente manera

$$\begin{aligned} LCS &= \bar{\bar{X}} + A_2\bar{R} \\ \text{Línea central} &= \bar{\bar{X}} \\ LCI &= \bar{\bar{X}} - A_2\bar{R} \end{aligned} \qquad (1)$$

Cuando por algún medio ya se conocen la media, μ, y la desviación estándar del proceso, σ, entonces los límites de control para la carta de medias están dados por:

$$\begin{aligned} LCS &= \mu + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ \text{Línea central} &= \mu \\ LCI &= \mu - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \end{aligned} \qquad (2)$$

En el caso del diámetro de las punterías, se está haciendo un estudio inicial, por ello si tomamos en cuenta que $\bar{\bar{X}} = 0.59$, $\bar{R} = 26.3$, y para $n = 5$, $A_2 = 0.577$; entonces

---

[1] Cuando el tamaño de subgrupo es mayor o igual a 10, se estima σ a través de la media de las desviaciones estándar de cada subgrupo, como se verá más adelante en "Cartas $\bar{X}$-S".

[2] Esta constante d_2 es la media del rango relativo, $q = \frac{R}{\sigma}$, que es una variable aleatoria que establece la relación entre el rango de una muestra de una distribución normal, y la desviación estándar de la misma.

$LCS = 0.59 + (0.577)(26.3) = 15.77$
Línea central = 0.59
$LCI = 0.59 - (0.577)(26.3) = -14.59$

La carta correspondiente se muestra en la figura 7.5. A partir de ésta se puede apreciar que no hay puntos fuera de los límites y además el comportamiento de los puntos no sigue ningún patrón especial (véase "Interpretación de las cartas de control y causas de inestabilidad" de este capítulo), por tanto, el proceso responsable del diámetro de las punterías ha estado funcionando de manera estable en cuanto a tendencia central. Por lo que la variación que se observa en las medias muestrales se debe a que son muestras pequeñas y a la variación que comúnmente tiene el proceso, por lo que no se hizo presente ningún cambio ocasionado por una situación o causa especial.

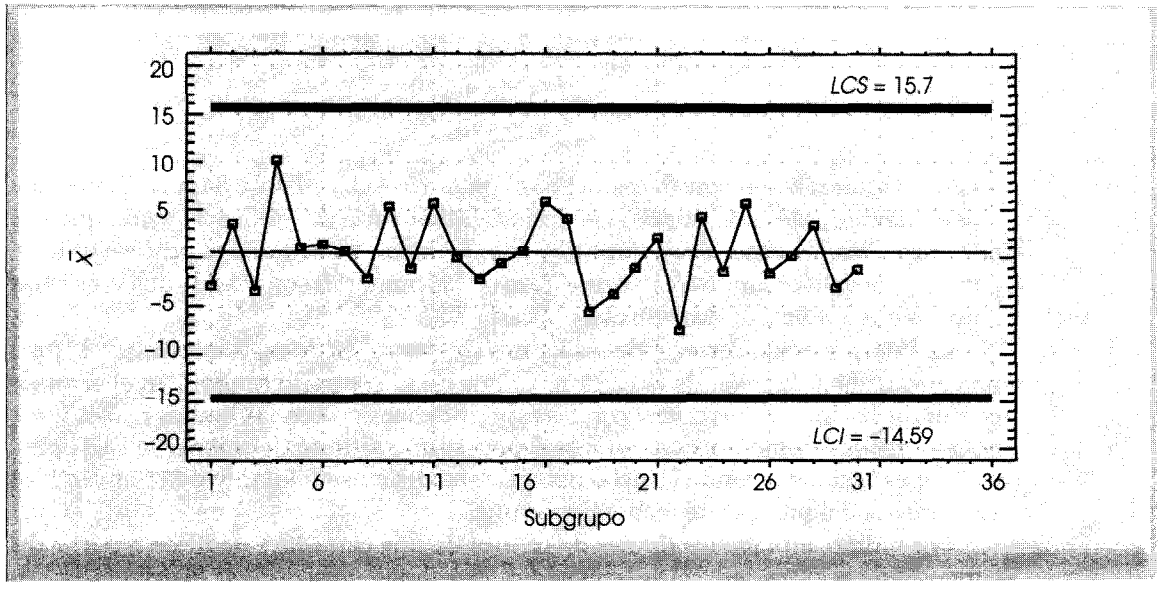


Figura 7.5 *Carta de medias para el diámetro de las punterías.*

Interpretación de los límites de control en una carta $\bar{X}$

Estos límites reflejan la variación esperada para las medias muestrales de tamaño n, mientras el proceso no tenga cambios importantes. Por ejemplo, en el caso del diámetro de las punterías, se espera que si en el proceso no ocurre un cambio significativo, las medias del diámetro de 5 punterías varíe de –14. 59 a 15.7 μm. De esta manera, estos límites son utilizados para detectar cambios en la media del proceso y para eva-

luar su estabilidad, de ninguna manera se deben utilizar para evaluar la capacidad, puesto que: estos límites de control no son los de especificaciones o tolerancias, ya que mientras que los primeros se han calculado a partir de la información del proceso, las especificaciones son fijadas desde el diseño del producto.

Los límites de control en una carta de medias tampoco son igual a los límites reales o naturales del proceso, ya que como vimos en el capítulo 2 estos últimos están dados por:

$$\text{Límite real superior} = \mu + 3\sigma$$
$$\text{Límite real inferior} = \mu - 3\sigma$$

y reflejan la variación esperada para las mediciones individuales (el diámetro de cada puntería), y no para la media de n punterías. De hecho, si comparamos la fórmula (2) para los límites de control de la carta $\bar{X}$, con la fórmula anterior para calcular los límites reales, vemos que coinciden sólo cuando el tamaño de subgrupo es igual a 1 ($n = 1$). Así, los límites reales para el diámetro de las punterías se pueden obtener estimando la desviación estándar del proceso, σ, a través del método de rangos:

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{26.3}{2.326} = 11.3$$

luego los límites reales son: $0.59 \pm 3(11.3)$; con $LRI = -33.3$ y $LRS = 34.5$. Así, se espera que el diámetro de cada puntería en lo individual varíe de -33.3 a 34.5 μm, que por cierto exceden las especificaciones ($EI = -25$, $ES = 25$), y por tanto el proceso es incapaz. Nótese que los límites reales en el caso de las punterías son más de dos veces más amplios que los límites de control de la carta $\bar{X}$.

La interpretación correcta de los límites de control es de especial relevancia para una adecuada aplicación de la carta $\bar{X}$, ya que de lo contrario se caerá en el error de confundir los límites de control con las especificaciones o con los límites reales. Estos errores generalmente traen como consecuencia que se trate de utilizar la carta para evaluar capacidad, cuando se debe usar para analizar estabilidad y detectar cambios en la media del proceso de manera oportuna.

Por último, aunque los límites de control de una carta $\bar{X}$ se deducen a partir del supuesto de normalidad, si la característica de calidad no sigue una distribución normal, la carta $\bar{X}$ sigue teniendo un buen desempeño para detectar cambios significativos en la tendencia central de la característica de calidad, lo anterior debido al teorema central del límite (véase capítulo 3). Al respecto existen varios estudios que han concluido la robustez a la suposición de normalidad (véase Shilling y Nelson, 1976).

Límites de control

Valores que se calculan a partir del conocimiento de la variación de un proceso, de tal forma que entre éstos caiga el estadístico que se grafica en la carta mientras el proceso permanezca sin cambios importantes.

Límites de control carta *R*

Con esta carta se detectarán cambios en la amplitud de la variación del proceso, como se ilustra en la figura 7.4, y sus límites se determinan a partir de la media y la desviación estándar de los rangos de los subgrupos, ya que en este caso es el estadístico W que se grafica en la carta R. Por ello los límites se obtienen con la expresión:

$$\mu_R \pm 3\sigma_R$$

donde μ_R significa la media de los rangos, y σ_R la desviación estándar de los rangos, que en un estudio inicial se estiman de la siguiente manera:

$$\mu_R = \bar{R} \quad \text{y} \quad \sigma_R = d_3\sigma \approx d_3\left(\frac{R}{d_2}\right)$$

donde $\bar{R}$ es la media de los rangos de los subgrupos, σ la desviación estándar del proceso, d_3 es una constante que depende del tamaño de subgrupo, que está tabulada en el apéndice.[3] Como por lo general en un estudio inicial no se conoce σ, ésta puede estimarse a través de $\bar{R}/d_2$, como ya lo habíamos explicado antes. En forma explícita los límites de control para la carta R se calculan con:

$$LCI = \bar{R} - 3d_3\left(\frac{\bar{R}}{d_2}\right) = \left[1 - 3\left(\frac{d_3}{d_2}\right)\right]\bar{R} = D_3\bar{R}$$

$$\text{Línea central} = \bar{R}$$

$$LCS = \bar{R} + 3d_3\left(\frac{\bar{R}}{d_2}\right) = \left[1 + 3\left(\frac{d_3}{d_2}\right)\right]\bar{R} = D_4\bar{R}$$

Donde se han introducido las constantes D_3 y D_4, para simplificar los cálculos y están tabuladas en el apéndice para diferentes tamaños de subgrupo, n.

Si se aplican estas fórmulas al caso del diámetro de las punterías, se tiene que los límites de control para la carta R están dados por

$$LCS = 2.115 \times 26.3 = 55.6$$
$$\text{Línea central} = 26.3$$
$$LCI = 0 \times 26.3 = 0,$$

ya que del apéndice $D_4 = 2.115$ y $D_3 = 0$, para $n = 5$. La correspondiente carta R se muestra en la figura 7.6, donde se aprecia que no hay puntos fuera de los límites y además el comportamiento de los puntos no sigue ningún patrón especial, por tanto el proceso responsable del diámetro de las punterías ha estado funcionando de manera estable en cuanto a la amplitud de su variación y no ha pasado algo como lo de la figura 7.4. Luego la variación que se observa en los rangos muestrales se debe a que el tamaño de subgrupo o muestra es pequeño y a la variación que comúnmente tiene el proceso, por lo que no se hizo presente ningún cambio ocasionado por una situación o causa especial.

Interpretación de los límites de control en una carta *R*. Estos límites reflejan la variación esperada para los rangos muestrales de tamaño n, mientras el proceso no tenga un cambio significativo. Por ejemplo, en el caso del diámetro de las punterías, se espera que si en el proceso no ocurre un cambio significativo, los rangos de los subgrupos de 5 punterías varíen de 0 a 55.6 micras. Estos límites son utilizados para detectar cambios en la amplitud o magnitud de la variación del proceso y para ver qué

[3] Esta constante d_3 es la desviación estándar del rango relativo, $q = \frac{R}{\sigma}$.

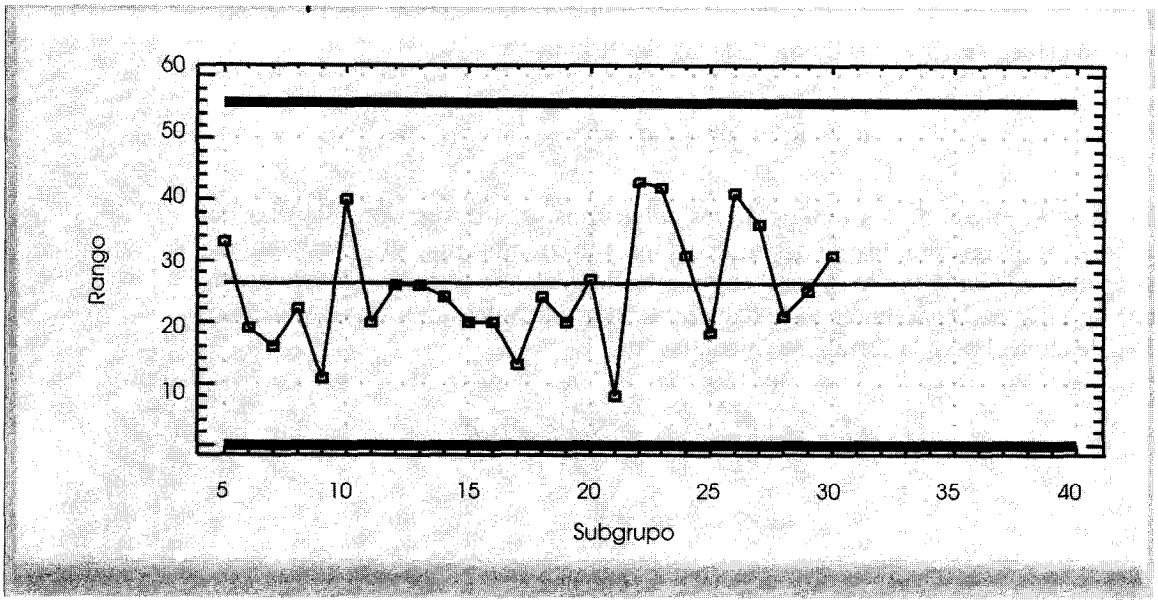


Figura 7.6 *Carta de rangos para el diámetro de las punterías.*

tan estable permanece a lo largo del tiempo, de ninguna manera se deben utilizar para evaluar la capacidad.

Estado del proceso en cuanto a capacidad y estabilidad. En el caso del diámetro de las punterías, tenemos que el proceso es estable (o que está en control estadístico), pero además el proceso es incapaz. Por tanto, el proceso correspondiente es establemente incapaz (establemente malo), por lo que se deben hacer análisis en busca de detectar fuentes de variación que permanentemente están en el proceso, como exceso de variación en materiales, en gente o en alguna de las 6M's. Para encontrar esas fuentes de variación se puede recurrir a hacer análisis estratificados o al diseño de experimentos. En el capítulo 10 discutiremos con mayor profundidad los diferentes estados de un proceso y las estrategias que se deben seguir, en cada caso, para mejorarlo.

CARTA $\bar{X}$-S

Carta $\bar{X}$-S

Diagrama para variables que se aplica a procesos masivos, en los que se quiere tener una mayor potencia para detectar cambios pequeños. Generalmente el tamaño de subgrupos es $n > 10$.

Cuando con una carta $\bar{X}$-R se quiere tener mayor potencia para detectar cambios pequeños en el proceso, se incrementa el tamaño de subgrupo, n. Pero si $n > 10$, la carta de rangos ya no es una carta eficiente para tales propósitos, en estos casos se recomienda utilizar la carta $\bar{X}$-S en lugar de la carta R. De esta forma si se decide utilizar la carta $\bar{X}$-S entonces a cada subgrupo de productos se le calcula su media, $\bar{X}$, y su desviación estándar, S; y con la carta $\bar{X}$ se analizará el comportamiento de las medias para detectar cambios en la tendencia central del proceso, y en la carta S se graficarán las desvia-

ciones estándar de los subgrupos para detectar cambios en la amplitud de la dispersión del proceso.

Límites de control de la carta *S*

Estos límites se determinan a partir de la media y la desviación estándar de *S*, ya que en este caso es el estadístico *W* que se grafica. Por ello los límites se obtienen con la expresión:

$$\mu_S \pm 3\sigma_S$$

donde μ_S significa la media o valor esperado de *S*, y σ_S la desviación estándar de *S*, y están dados por

$$\mu_s = c_4\sigma \quad \text{y} \quad \sigma_s = \sigma\sqrt{1-c_4^2}$$

donde σ es la desviación estándar del proceso y c_4 es una constante que depende del tamaño de subgrupo y está tabulada en el apéndice. Como por lo general en un estudio inicial no se conoce σ, ésta puede estimarse, ya no a través del método de rangos, sino ahora con:

$$\sigma \approx \frac{\bar{S}}{c_4}$$

donde $\bar{S}$ es la media de las desviaciones estándar de los subgrupos. La razón de que σ no se estime directamente con el promedio de las desviaciones estándar, es que $\bar{S}$ no es un estimador insesgado de σ, es decir, la esperanza matemática de $\bar{S}$, $E(\bar{S})$, no es igual a σ, más bien $E(\bar{S}) = c_4\sigma$. Por ello, al dividir entre la constante c_4, se convierte en un estimador insesgado. De esta manera los límites de control para una carta *S* están dados por:

$$LCS = \bar{S} + 3\frac{\bar{S}}{c_4}\sqrt{1-c_4}$$

$$\text{Línea central} = \bar{S}$$

$$LCI = \bar{S} - 3\frac{\bar{S}}{c_4}\sqrt{1-c_4}$$

La forma en que ahora se ha estimado σ, modifica la forma de obtener los límites de control en la carta $\bar{X}$ cuando ésta es acompañada de la carta *S*. En este caso se obtienen de la siguiente manera:

$$LCS = \bar{\bar{X}} + 3\frac{\bar{S}}{c_4\sqrt{n}}$$

$$\text{Línea central} = \bar{\bar{X}}$$

$$LCI = \bar{\bar{X}} - 3\frac{\bar{S}}{c_4\sqrt{n}}$$

Interpretación de los límites de control en una carta S. Estos límites reflejan la variación esperada para las desviaciones estándar de muestras de tamaño n, mientras el proceso no tenga cambios importantes, y por tanto son útiles para detectar cambios significativos en la magnitud de la variación del proceso.

INTERPRETACIÓN DE LAS CARTAS DE CONTROL Y CAUSAS DE INESTABILIDAD

Proceso estable

Proceso bajo control estadístico en que los puntos en la carta caen dentro de los límites de control y fluctúan o varían en forma aleatoria a lo ancho de la carta, con mayor frecuencia caen cerca de la línea central.

Como se ha comentado antes, una señal de que se ha detectado una causa especial de variación (o señal de que ha habido un cambio especial en el proceso) se manifiesta cuando un punto cae fuera de los límites de control o cuando los puntos graficados en la carta siguen un comportamiento no aleatorio (por ejemplo, una tendencia a aumentar, un movimiento cíclico, etcétera). En otras palabras, la carta indica que es un *proceso estable* (bajo control estadístico) cuando sus puntos caen dentro de los límites de control y fluctúan o varían aleatoriamente (con una apariencia errática, sin un orden) a lo ancho de la carta, con mayor frecuencia caen cerca de la línea central. Para facilitar la identificación de patrones no aleatorios lo primero que se hace es dividir la carta de control en seis zonas o bandas iguales, cada una con amplitud similar a la desviación estándar del estadístico W que se grafica, como la figura 7.7*a*.

En esta sección se presentarán cinco patrones para el comportamiento de los puntos en una carta, los cuales indicarán que el proceso está funcionando con causas especiales de variación. Esto ayudará a identificar cuándo un proceso es inestable y el tipo de causas que ocasionan la correspondiente inestabilidad. De entrada podemos decir que un proceso muy inestable (véase siguiente apartado) es sinónimo de un *proceso con pobre estandarización*, donde probablemente haya cambios continuos o mucha variación atribuible a materiales, mediciones, diferencias en la condiciones de operación de la maquinaria y desajustes, distintos criterios y capacitación de operarios, etcétera.

A continuación cuando presentemos cada uno de los patrones que hacen que un proceso esté operando con causas especiales de variación, se especificarán las razones comunes por las cuales pueden ocurrir dichos comportamientos. Además se dan algunas pruebas estadísticas para confirmar la existencia del patrón bajo discusión. Estas pruebas se han derivado bajo el supuesto de normalidad e *independencia entre y dentro de subgrupos*, por lo que de no cumplirse, las pruebas deben verse con reservas. Si dos muestras consecutivas de una carta no son independientes, entonces una alternativa para lograr la independencia es ampliar la frecuencia de muestreo, por ejemplo si se hace cada 20 min, ampliarlo a cada 40 o más minutos, otra alternativa es utilizar una carta de control para datos autocorrelacionados (véase Montgomery, 1991).

Cambios en el nivel del proceso

Representa un cambio en el promedio del proceso o en su variación media, y se detecta cuando uno o más puntos se salen de los límites de control o cuando hay una tendencia constante y clara a que los puntos caigan de un solo lado de la línea central.

Patrón 1. ***Desplazamientos o cambios en el nivel del proceso.*** Este patrón ocurre cuando uno o más puntos se salen de los límites de control o cuando hay una tendencia larga y clara a que los puntos consecutivos caigan de un solo lado de la línea central (véase figura 7.7*b*). Estos cambios especiales pueden ser por:

- La introducción de nuevos trabajadores, máquinas, materiales o métodos.
- Cambios en los métodos de inspección.
- Una mayor o menor atención de los trabajadores.
- Que el proceso ha mejorado (o empeorado).

Cuando este patrón ocurre en las cartas $\bar{X}$, p, np, u o c, se dice que hubo un cambio en el nivel promedio del proceso; por ejemplo en las *cartas de atributos* eso significa que el nivel promedio de disconformidades se incrementó o disminuyó; mientras que en la carta $\bar{X}$ un cambio de nivel significa que el centrado del proceso tuvo cambios. En la carta R y S un cambio de nivel significa que la variabilidad aumentó o disminuyó, aunque por la falta de simetría de la distribución de R y S, este patrón del lado inferior de estas cartas se debe ver con más reservas y esperar a acumular más puntos por abajo de la línea central para declarar que hay un cambio significativo (disminución de la variabilidad).

Los criterios usuales para ver si este patrón se ha presentado son:[4]

Tendencias en el nivel del proceso

Representa un desplazamiento paulatino del nivel medio de un proceso y se detecta mediante una tendencia a incrementarse (o disminuir) los valores de los puntos consecutivos de la carta.

- Un punto fuera de los límites de control.
- Hay una tendencia clara y larga a que los puntos consecutivos caigan de un solo lado de la línea central (figura 7.7*b*). Algunas pruebas concretas para este patrón, son:

  a) ocho o más puntos consecutivos de un solo lado de la línea central;
  b) al menos 10 de 11 puntos consecutivos caen de un mismo lado de la línea central, y
  c) por lo menos 12 de 14 puntos consecutivos ocurren por un mismo lado de la línea central.

Patrón 2. ***Tendencias en el nivel del proceso.*** Este patrón consiste en una tendencia a incrementarse (o disminuirse) los valores de los puntos en la carta, como se aprecia en la figura 7.7*c*. Una tendencia ascendente o descendente bien definida y larga se puede deber a algunas de las siguientes causas especiales:

- El deterioro o desajuste gradual del equipo de producción.
- Desgaste de las herramientas de corte.
- Acumulación de productos de desperdicios en las tuberías.
- Calentamiento de máquinas.
- Cambios graduales en las condiciones del medio ambiente.

Estas causas se reflejan prácticamente en todas las cartas excepto en la R y S. Las tendencias en estas cartas son raras, pero cuando se dan, puede deberse a la mejora o

[4] En ocasiones la literatura recomienda aplicar otras pruebas adicionales para detectar cambios de nivel, sin embargo aquí no se han presentado por considerar que en la práctica es mejor limitarse a menos pruebas, pero atenderlas bien. Además cuando se aplican muchas pruebas se incrementa la probabilidad de falsas alarmas (afirmar que algo especial ocurre en el proceso, cuando en realidad no es así), lo que puede conducir a perderle confianza a la herramienta. Por ejemplo, dos pruebas más para detectar cambio de nivel son: dos de tres puntos consecutivos en la zona A o más allá; cuatro de cinco puntos consecutivos en la zona B o más allá.

decrecimiento de la habilidad de un operario; fatiga del operario (la tendencia se repetirá en cada turno), y al cambio gradual en la homogeneidad de la materia prima. Para determinar si se hay una tendencia en el proceso se tienen los siguiente criterios:

- Seis o más puntos consecutivos ascendentes (o descendentes).
- Un movimiento demasiado largo de puntos hacia arriba (o abajo) de la carta de control, aunque no todos los puntos en ascenso (o descenso). En la figura 7.7*c* se aprecia una tendencia creciente de los puntos, que es demasiado larga para considerarse que es ocasionada por variaciones aleatorias, por lo que más bien es señal de que algo especial (desplazamiento) está ocurriendo en el proceso correspon-

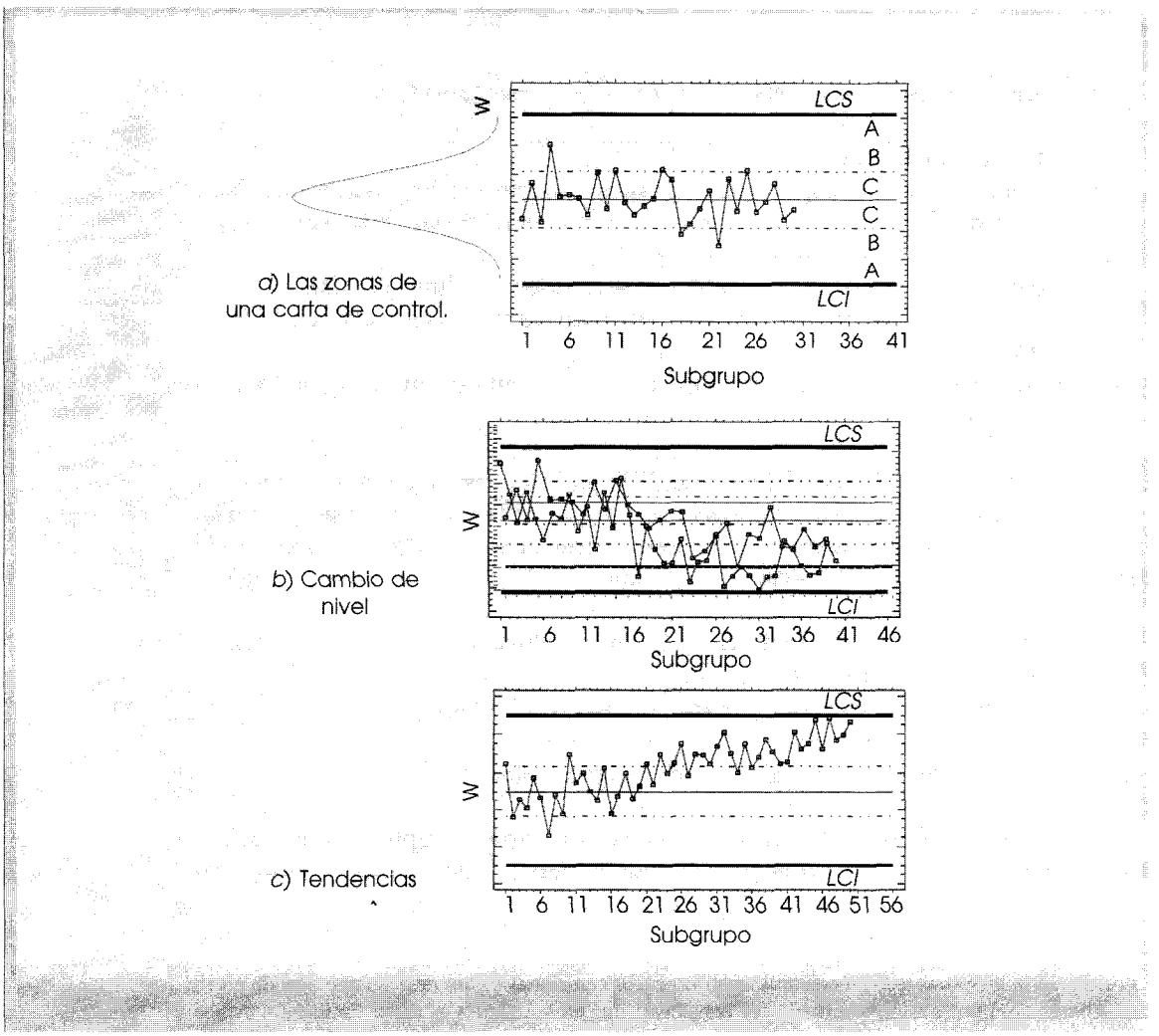


Figura 7.7 *Zonas de una carta de control y dos patrones no aleatorios, que indican que algo especial está ocurriendo en el proceso.*

diente. En ocasiones pueden presentarse aparentes tendencias ocasionadas por variaciones naturales y del muestreo del proceso, por eso debe ser larga la tendencia para considerarla algo especial. Cuando se presente una tendencia y se dude si es especial, hay que estar alerta para ver si efectivamente está ocurriendo algo especial en el proceso.

Ciclos recurrentes

Desplazamientos cíclicos de un proceso que se detectan cuando se dan flujos de puntos consecutivos que tienden a crecer y luego se presenta un flujo similar pero de manera descendente en ciclos.

Patrón 3. ***Ciclos recurrentes*** **(periodicidad).** Otro movimiento no aleatorio que pueden presentar los puntos en las cartas es un *comportamiento cíclico de los puntos*. Por ejemplo, se da un flujo de puntos consecutivos que tienden a crecer y luego se presenta un flujo similar pero de manera descendente y esto se repite en ciclos (véase figura 7.7*d*).

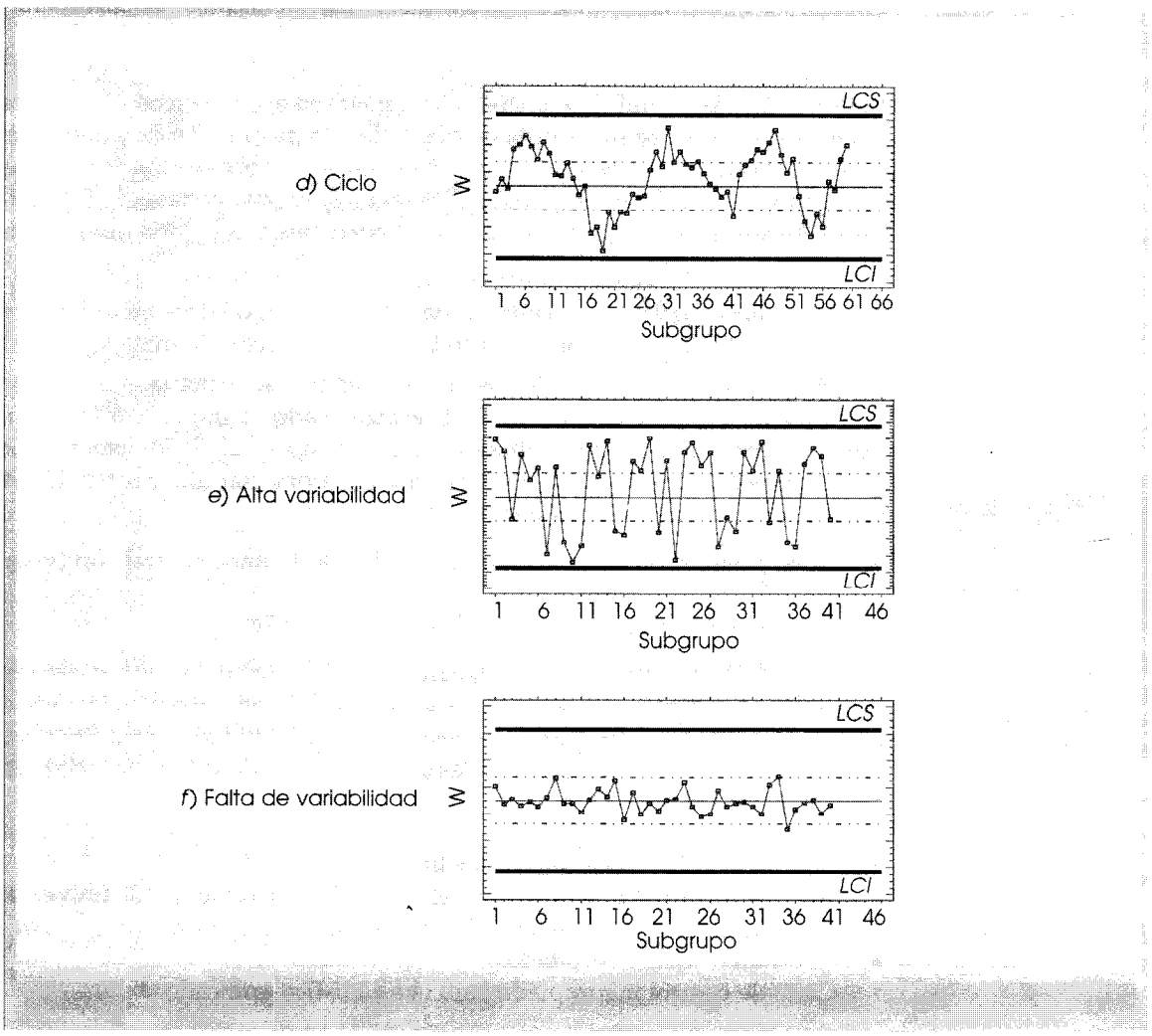


Figura 7.7 *(continuación). Otros patrones no aleatorios.*

Cuando un comportamiento cíclico se presenta en la carta $\bar{X}$, entonces las posibles causas son:

- Cambios periódicos en el ambiente.
- Diferencias en los dispositivos de medición o de prueba que se utilizan en cierto orden.
- Rotación regular de máquinas u operarios.
- Efecto sistemático producido por dos máquinas, operarios o materiales que se usan alternadamente.

Si el comportamiento cíclico se presenta en la carta R o S, entonces algunas de las posibles causas son mantenimiento preventivo programado o fatiga de trabajadores o secretarias. Las cartas p, np, c y u se ven afectadas por las mismas causas que las cartas de medias y rangos.

Patrón 4. ***Mucha variabilidad.*** Una señal de que en el proceso hay una causa especial de *mucha variación*, se manifiesta mediante la alta proporción de puntos cerca de los límites de control, a ambos lados de la línea central, y pocos o ningún punto en la parte central de la carta. En estos casos se dice que hay mucha variabilidad, como se puede ver en la figura 5.7*e*. Algunas causas que pueden afectar a la carta de esta manera son:

- Sobre control o ajustes innecesarios en el proceso.
- Diferencias sistemáticas en la calidad del material o en los métodos de prueba.
- Control de dos o más procesos en la misma carta con diferentes promedios.

Mientras que las cartas R y S se pueden ver afectadas por la mezcla de materiales de calidades bastante diferentes, diversos trabajadores utilizando la misma carta R (uno más hábil que el otro), y datos de procesos operando bajo distintas condiciones graficados en la misma carta. Los criterios para detectar alta proporción de puntos cerca o fuera de los límites son las siguientes.

Falta de variabilidad

Es una señal de que hay algo especial en el proceso y se detecta cuando prácticamente todos los puntos se concentran en la parte central de la carta.

- Ocho puntos consecutivos a ambos lados de la línea central con ninguno en la zona C.
- Una imagen similar a la mostrada en la figura 7.7*e*.

Patrón 5. ***Falta de variabilidad*** **(estatificación).** Una señal de que hay algo especial en el proceso es que prácticamente todos los puntos se concentren en la parte central de la carta, es decir, que los puntos reflejen poca variabilidad o estatificación, como se aprecia en la figura 7.7*f*. Algunas de las causas que pueden afectar a todas las cartas de control de esta manera son:

- Equivocación en el cálculo de los límites de control.
- Agrupamiento en una misma muestra a datos provenientes de universos con medias bastantes diferentes, que al combinarse se compensan unos con otros.
- "Cuchareo" de los resultados.
- Carta de control inapropiada para el estadístico graficado.

Para detectar falta de variabilidad se tienen los siguientes criterios:

- Quince puntos consecutivos en la zona C, arriba o abajo de la línea central.
- Una imagen similar a la mostrada en la figura 7.7*f*.

Cuando alguno de los patrones anteriores se presenta en una carta, es señal de que en el proceso hay una situación especial (proceso inestable o fuera de control estadístico), que causa que los puntos no estén variando aleatoriamente dentro de la carta. Lo que no significa que no se pueda seguir produciendo con él, sino que el proceso trabaja con variaciones debidas a alguna causa específica (material heterogéneo, cambios de operadores, diferencias significativas entre máquinas, desgaste o calentamiento de equipo, etcétera). Por tanto, en caso de presentarse alguno de los patrones anteriores es necesario tener como práctica buscar de inmediato las causas para conocer mejor el proceso (saber qué lo afecta) y tomar las medidas correctivas y preventivas apropiadas.

Es frecuente encontrar empresas en las que la aplicación e interpretación de las cartas de control es muy deficiente y cuando en la carta se presenta uno de los patrones anteriores, no se hace nada, en cuyo caso las cartas pierden mucho de su potencial. Frases como las siguientes: "El proceso dio un brinco tal día, pero ya regresó a su nivel normal", "de tal a tal día hubo una tendencia, pero las cosas regresaron a la normalidad", "el proceso tiene un comportamiento cíclico, pero se está cumpliendo con especificaciones"; implican que las cartas de control se usan como bitácora. Pero una carta de control "no es una bitácora de proceso". En todos los casos anteriores se desperdició una oportunidad (una señal estadística) para conocer y mejorar la estandarización del proceso.

Que el proceso sea inestable es señal de que un factor específico de variación está presente y se debe investigar cuál es para prevenir su ocurrencia. El uso e interpretación adecuada de las cartas de control las convierten en una herramienta poderosa para entender y mejorar los procesos.

Proceso inestable

Proceso fuera de control estadístico que se detecta cuando en la carta de control los puntos están fuera de sus límites o siguen un patrón no aleatorio.

ÍNDICE DE INESTABILIDAD, S_t

Hasta aquí hemos dicho que si en una carta de control se observa un punto fuera de sus límites o si los puntos en la carta siguen un patrón no aleatorio, entonces el *proceso* será *inestable* (fuera de control estadístico). En esta sección introduciremos el *índice de inestabilidad* que proporcionará una medición de qué tan inestable es un proceso, con lo que se podrán diferenciar los procesos que esporádicamente tengan puntos o señales especiales de variación, de los que con mucha frecuencia funcionan en presencia de causas especiales de variación.

Índice de inestabilidad, ST

Mide qué tan inestable es un proceso y se obtiene dividiendo el número de puntos especiales entre el total de puntos graficados en una carta.

El índice de inestabilidad, S_t, se define como:

$$S_t = \frac{Numero\ de\ puntos\ especiales}{Número\ total\ de\ puntos} \times 100,$$

donde por el *número total de puntos* se entiende la cantidad de puntos que han sido graficados en una carta de control en cierto periodo de tiempo, y por *número de puntos especiales*, se designará a la cantidad de puntos que indicaron, en ese mismo periodo, una señal de que una causa especial ocurrió en el proceso. Por tanto, los puntos especiales serán los puntos fuera de los límites más los que indicaron patrones especiales no aleatorios, de acuerdo con los criterios de interpretación de la carta. Por ejemplo, en el caso del patrón de tendencias que requiere de 6 puntos consecutivos de manera ascendente (o descendente), si se detecta una tendencia de 8 puntos de manera ascen-

Puntos especiales

Es aquel que indica una señal de que una causa especial ocurrió en el proceso.

dente, entonces se contabilizarán sólo 3 puntos especiales, ya que durante los primeros 5 aún no se declaraba o detectaba la tendencia. En el caso de rachas de un solo lado de la línea central, si se observan 11 puntos consecutivos por abajo de la línea central, entonces como se requieren 8 para declarar el patrón, sólo se contabilizarán 4 puntos especiales (el 8, 9, 10 y 11).

Respecto al periodo en el que se contabilizan los puntos para calcular el índice S_t, éste dependerá de la frecuencia con la que se grafican puntos, pero debe ser amplio, de forma que en la carta se hayan graficado varios cientos de puntos (por lo menos 150 a 200 puntos).

Para *interpretar el índice de inestabilidad St*, se parte de que su valor ideal es cero,[5] que ocurre cuando no hubo puntos especiales. Si todos los puntos graficados fueran especiales, entonces el valor del índice St sería 100. En general valores de pocas unidades porcentuales del índice S_t, indicarán un proceso con poca inestabilidad, que para propósitos prácticos se puede tomar como si tal proceso fuera completamente estable. Aunque no hay acuerdos de qué tan pequeño tienen que ser el índice S_t para considerar que un proceso tiene una buena estabilidad, nosotros creemos que un valor entre 0 y 2% se puede decir que es un proceso con una estabilidad relativamente buena, de 2 a 5%, regular; y en la medida que el S_t supere estos porcentajes se considerará qué tan mala es su estabilidad. Por ejemplo un S_t = 15% indica un proceso muy inestable. De hecho, cuando el índice S_t es grande, la correspondiente carta de control se vuelve poco práctica, ya que se hace imposible atender todas las señales especiales; en estos casos será mejor analizar los principales patrones en la carta, generar conjeturas sobre sus causas y proceder a corroborar las conjeturas.

CARTA DE INDIVIDUALES[6]

Carta de individuales

Es un diagrama para variables de tipo continuo que se aplica a procesos lentos y/o donde hay un espacio largo de tiempo entre una medición y la siguiente.

La *carta de individuales* es un diagrama para variables de tipo continuo, pero en lugar de aplicarse a procesos semimasivos o masivos como es el caso de la carta $\bar{X}$-R, se aplica a procesos lentos, en los cuales para obtener una medición o una muestra de la producción se requieren periodos relativamente largos. Ejemplos de este tipo de procesos son:

- Procesos químicos que trabajan por lotes.
- Industria de bebidas alcohólicas, en las que deben pasar desde 1 hasta más de 100 horas para obtener los resultados de los procesos de fermentaciones y destilación.
- Procesos en los que las mediciones cercanas sólo difieren por el error de medición. Por ejemplo, temperaturas en procesos, humedad relativa en el medio ambiente, etcétera.
- Algunas variables administrativas, cuyas mediciones se obtienen cada día, cada semana o más. Por ejemplo: mediciones de productividad, de desperdicio, de consumo de agua, electricidad, combustibles, etcétera.

---

[5] Siendo estrictos, el valor ideal de S_t es igual a la probabilidad de falsas alarmas en una carta de control, que respecto a la carta de medias y sólo considerando el criterio de puntos fuera de los límites, es de 0.0027. Por lo que en este caso el valor esperado del índice St bajo condiciones de control estadístico sería de 0.27%.

[6] Esta carta puede verse como un caso particular de la carta $\bar{X}$-R, cuando el tamaño de muestra o subgrupo es $n = 1$, pero por las diferencias en los procesos que se aplica la vamos a explicar aparte.

En estos casos la mejor alternativa es usar una carta de individuales, donde cada medición particular de la variable que se quiere analizar se registra en una carta.

Para determinar los *límites de control* se procede igual que en los casos anteriores, mediante la estimación de la media y la desviación estándar del estadístico W que se grafica en la carta, que en este caso es directamente la medición individual de la variable X. Por ello, los límites se obtienen con la expresión $\mu_X \pm 3\sigma_X$. Donde μ_X y σ_X son la media y la desviación estándar del proceso, respectivamente. Es decir, los límites de control es este caso coinciden por definición con los límites reales. En un estudio inicial, estos parámetros se estiman de la siguiente manera:

$$\mu_X = \bar{X} \quad \text{y} \quad \sigma_x = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{\bar{R}}{1.128}$$

donde $\bar{X}$ es la media de las mediciones de los subgrupos, y $\bar{R}$ es la media de los rangos móviles de orden 2 (rango entre dos observaciones sucesivas en el proceso, véase ejemplo 7.3), al dividir el rango promedio entre la constante d_2 se obtiene una estimación de la desviación estándar del proceso, σ. Además como en este caso, el rango móvil es de orden 2, entonces el valor de n para determinar d_2 será $n = 2$; por tanto, de acuerdo al apéndice cuando $n = 2$, $d_2 = 1.128$. De lo anterior se concluye que los límites de control para una carta de individuales están dados por:

$$\bar{X} \pm 3\left(\frac{\bar{R}}{1.128}\right)$$

EJEMPLO 7.3

En la producción de tequila se miden varias características de calidad a lo largo del proceso, ya sea por regulaciones oficiales o por criterios propios de cada empresa. Una de esas características es el *grado brix residual* después de la molienda (cantidad de azúcar que queda en el bagazo del agave), que mide la eficacia del proceso de molienda. Ésta es una variable del tipo entre más pequeña mejor, y el valor máximo tolerado que se tiene en una empresa en particular es $ES = 3.5\%$. Después de moler cada lote se determina el *grado brix residual*, por lo que se considera un proceso lento, que será más apropiado analizarlo con una carta de individuales. En la tabla 7.2 se aprecian los datos para los últimos 40 lotes molidos, y se ha agregado la columna para el rango móvil de orden 2, que se obtienen del rango entre los dos datos consecutivos más recientes. A continuación se hará un estudio inicial y se analizará la estabilidad del proceso de molienda.

Como se aprecia en la tabla 7.2, la media y el rango medio fueron 1.95 y 0.43, respectivamente. De aquí que los límites de control preliminares para el brix sean:

$$LCS = 3.09 + 3\left(\frac{0.43}{1.128}\right) = 3.1$$

$$LCI = 3.09 - 3\left(\frac{0.43}{1.128}\right) = 0.81$$

La carta correspondiente se muestra en la figura 7.8. En donde se aprecia que no hay tendencias, ni ningún otro patrón especial, salvo un punto fuera del *LCS*, correspondiente al lote 15. Por lo tanto, durante la molienda de ese lote ocurrió algo que usualmente no ocurre. Al investigar si ocurrió algo especial, se encontró que ahí se detectó un desajuste mayor en el molino. Por lo que esta evidencia mostrada en la carta ayudó a reforzar la necesidad de tener un mayor cuidado sobre dicho proceso, mediante un monitoreo objetivo con la carta de control, para así detectar tal tipo de cambios oportunamente.

Tabla 7.2 Datos de brix residual para ejemplo 7.3.

1	2.0		21	1.2	0.9
2	2.4	0.4	22	1.8	0.6
3	2.2	0.2	23	2.0	0.2
4	1.4	1.8	24	2.4	0.4
5	2.3	0.9	25	1.9	0.5
6	1.8	0.5	26	2.4	0.5
7	1.5	0.3	27	2.4	0.0
8	1.5	0.0	28	1.7	0.7
9	2.1	0.6	29	1.8	0.1
10	2.0	0.1	30	2.1	0.3
11	1.6	0.4	31	1.7	0.4
12	2.2	0.6	32	2.1	0.4
13	1.9	0.3	33	1.6	0.5
14	2.4	0.5	34	2.4	0.8
15	3.3	0.9	35	2.1	0.3
16	2.1	1.2	36	1.8	0.3
17	2.1	0.0	37	1.3	0.5
18	1.8	0.3	38	1.8	0.5
19	1.6	0.2	39	1.7	0.1
20	2.1	0.5	40	1.6	0.1
				$\bar{X}$ = 1.95	$\bar{R}$ = 0.43

Nótese que en este ejemplo el límite de control superior está dentro de *ES* = 3.5. Por lo que si en este proceso se controlara (erróneamente) con la especificación superior como límite de control superior, el lote 15 no caería fuera de la especificación superior = 3.5, y por tanto no se hubiese detectado ese desajuste en el molino. Lo cual aunado a otros cambios y desajustes que podrían ir apareciendo, podrían llevar a un deterioro importante de la eficacia del proceso y reaccionar demasiado tarde en forma correctiva; en lugar de hacerlo más oportunamente y en forma preventiva, o cuando se inició el

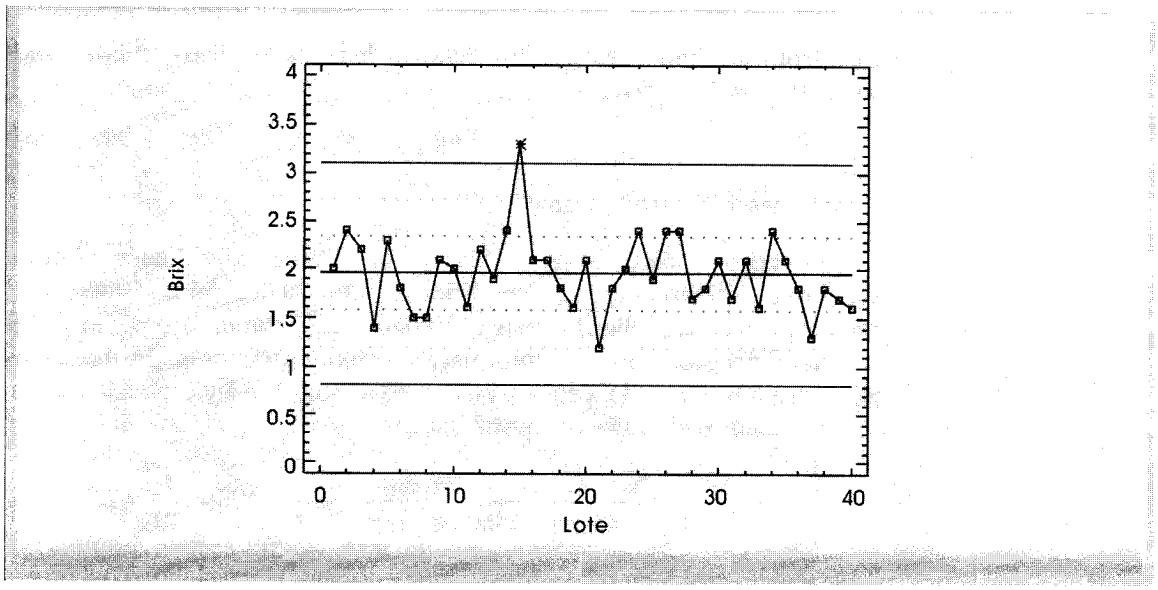


Figura 7.8 *Carta de individuales para brix residual.*

cambio (y no después que lleva horas o días en el proceso). En otras palabras, en este caso si se usan los límites de especificaciones, se estará incrementado el error 2, de no reaccionar cuando se debió hacerlo.

Por lo contrario, si los límites de control estuvieran fuera de las especificaciones y se reaccionara con base en éstas, entonces cuando un dato estuviera fuera de especificaciones, se estaría buscando un hecho especial, cuando en realidad pudo deberse a la variación natural o común del proceso. Con lo que se estaría incrementando el error 1.

Cabe señalar que las llamadas *cartas de precontrol*, que veremos en la siguiente sección, utilizan como límites las especificaciones que resultan de utilidad para ciertos tipos particulares de procesos, cuándo éstos son capaces.

Establecimiento de los límites de control. Los límites que se calculan en un estudio inicial son provisionales y si se detectan en el estudio inicial puntos fuera de los límites de control, entonces es usual investigar la situación especial que causó que los puntos estén fuera de los límites. Una vez que se ha identificado la causa, y como los puntos fuera influyen en los límites calculados, entonces se excluyen los datos que representan los puntos fuera y se recalculan los límites de control sin la influencia de estas situaciones especiales, con lo que se obtienen los límites con los que se analizará el proceso de allí en adelante. De acuerdo con lo anterior, en el caso del porcentaje residual de brix en el proceso de molienda, como el lote 15 tuvo influencia en los límites provisionales y como ya se identificó la causa especial, entonces lo que procede es recalcular los límites sin la influencia de tal lote. De esta manera, tenemos que

$$\bar{\bar{X}} = 1.92 \text{ y } \bar{R} = 0.39$$

con lo que la desviación estándar del proceso es $\sigma = 0.39/1.128 = 0.35$. Luego los límites de control y los límites reales, que en el caso de las cartas de control para individuales son iguales, están dados por:

$$1.92 \pm 3\,(0.35)$$

Así pues, $LCI = 0.87$ y $LCS = 2.97$.

La interpretación de estos límites para la carta de individuales es como sigue: Se espera que ordinariamente las mediciones individuales del porcentaje de brix residual después de la molienda varié entre 0.87 y 2.97, con un promedio de 1.92.

Estado del proceso: con la información anterior estamos en posibilidades de tener mejor idea del estado del proceso en cuanto a estabilidad y capacidad. Para ello, primero calculamos el índice de inestabilidad:

$$S_t = \frac{\text{Número de puntos especiales}}{\text{Número total de puntos}} \times 100 = \frac{1}{40} = 2.5$$

que se puede considerar relativamente bajo y por tanto la estabilidad del proceso de molienda se puede considerar moderadamente estable. Por otro lado, en cuanto a capacidad:

$$C_{ps} = \frac{3.5 - 1.92}{3(0.39)} = 1.51$$

La capacidad del proceso en cuanto a brix es satisfactoria, ya que el índice $C_{ps} = C_{pk} > 1.25$. En resumen, el proceso es moderadamente estable y capaz, por tanto es de tipo *A* (véase capítulo 10, donde se discute el tipo de estrategias de mejora que se debe seguir para estos procesos).

Desventajas de la carta de individuales

Una de las desventajas de la carta de individuales es su menor potencia o sensibilidad para detectar cambios en el proceso, comparada con la carta de medias, por ejemplo. Sin embargo, bien utilizada e interpretada en muchos procesos no masivos es una buena alternativa para detectar cambios. Vale la pena comentar que en estos casos existen cartas alternativas que tienen mayor potencia, no obstante que se registran las mediciones individuales, una de ellas es la carta *EWMA* para mediciones individuales (véase capítulo 9). Otra desventaja es que si la distribución de la característica de calidad analizada con la carta de individuales se desvía mucho de la distribución normal, entonces los criterios de interpretación de la carta se pueden ver afectados seriamente.

Carta de rangos móviles

La *carta de rangos móviles* se ha usado como complemento a la carta de individuales, donde se grafica el rango móvil de orden 2 para detectar cambios en la dispersión del

proceso; sin embargo, estudios recientes han demostrado que la carta de individuales es suficientemente robusta para detectar cambios tanto en la media como en la dispersión del proceso. Por ello recomendamos sólo utilizar la carta de individuales. Si a pesar de esto el lector está interesado en obtener la carta de rangos móviles de orden dos, entonces de lo que se trata es de graficar el rango móvil (véase tabla 7.2) y los límites de esta carta está dados por:

$$\text{Límite de control inferior} = 0$$
$$\text{Línea central} = \bar{R}$$
$$\text{Límite de control superior} = 3.267\times \bar{R}$$

Carta de rangos móviles

Carta que acompaña a la carta de individuales, y en ella se grafica el rango móvil de orden 2. Es de utilidad para detectar cambios en la dispersión del proceso.

CARTAS DE PRECONTROL

Carta de precontrol

Diagrama para variables con doble especificación, en donde se grafica las mediciones individuales, utiliza las especificaciones como límites de control y se aplica a ciertos procesos y bajo circunstancias especificas, como por ejemplo que $C_{pk} > 1.15$.

El *precontrol* es una técnica de control para variables continuas con doble especificación, que fue propuesta originalmente por Shainin para prevenir la ocurrencia de defectos en procesos con tendencias, y algunas clases de procesos en lotes (Shainin y Shainin, 1989). La técnica supone que la distribución del proceso tiene cuando mucho el ancho de las especificaciones, con la media del proceso centrada en el valor objetivo. Así, el precontrol no es recomendable para procesos con mala capacidad, se pide el $C_{pk} > 1.15$; si la capacidad es pobre, el precontrol llevaría a la situación insostenible de estar continuamente parando y ajustando el proceso. Incluso si la capacidad es muy pobre, es difícil que el proceso pasaría siquiera la etapa de calificación que describiremos más adelante.

La carta de precontrol es una herramienta para prevenir cambios en la media y en la dispersión de la característica de calidad monitoreada, que eventualmente llevarían a la producción de defectuosos. En el momento en que se detecta un cambio en estos parámetros, el proceso se para y se "investigan las causas". En realidad la técnica sólo es efectiva si dichas causas ya se conocen, es decir, se tienen variables de ajuste previamente identificadas que permiten regresar el proceso a su estado original. Claro que esto no quita la posibilidad de que eventualmente se identifiquen y eliminen otras causas, como se hace con las cartas de control tradicionales.

Consideremos un proceso centrado en el valor nominal, cuyo ancho coincide con las especificaciones (figura 7.9). Este proceso tiene una capacidad ($C_{pk} = 1$), que no es buena como para recomendar usar con el precontrol, pero es muy útil para explicar la herramienta. El precontrol es un semáforo contra el cual se comparan, en cada tiempo de inspección, los valores medidos en dos artículos consecutivos de la producción. Las zonas de operación del semáforo resultan de dividir la tolerancia o especificaciones en cuatro partes: las dos partes centrales constituyen la zona verde, las dos partes de las orillas forman la zona amarilla, y fuera de las especificaciones se localiza la zona roja (figura 7.9). Como se observa en la figura, si el proceso es normal y está centrado, la probabilidad de que un punto caiga en la zona verde es 0.8664, de la zona amarilla es 0.0654 + 0.0654 = 0.1308 y de la zona roja es 0.00135 + 0.00135 = 0.0027.

El precontrol consiste de las siguientes etapas y reglas, definidas en relación al semáforo anterior, y considerando en cada tiempo de inspección siempre una muestra de $n = 2$ artículos.

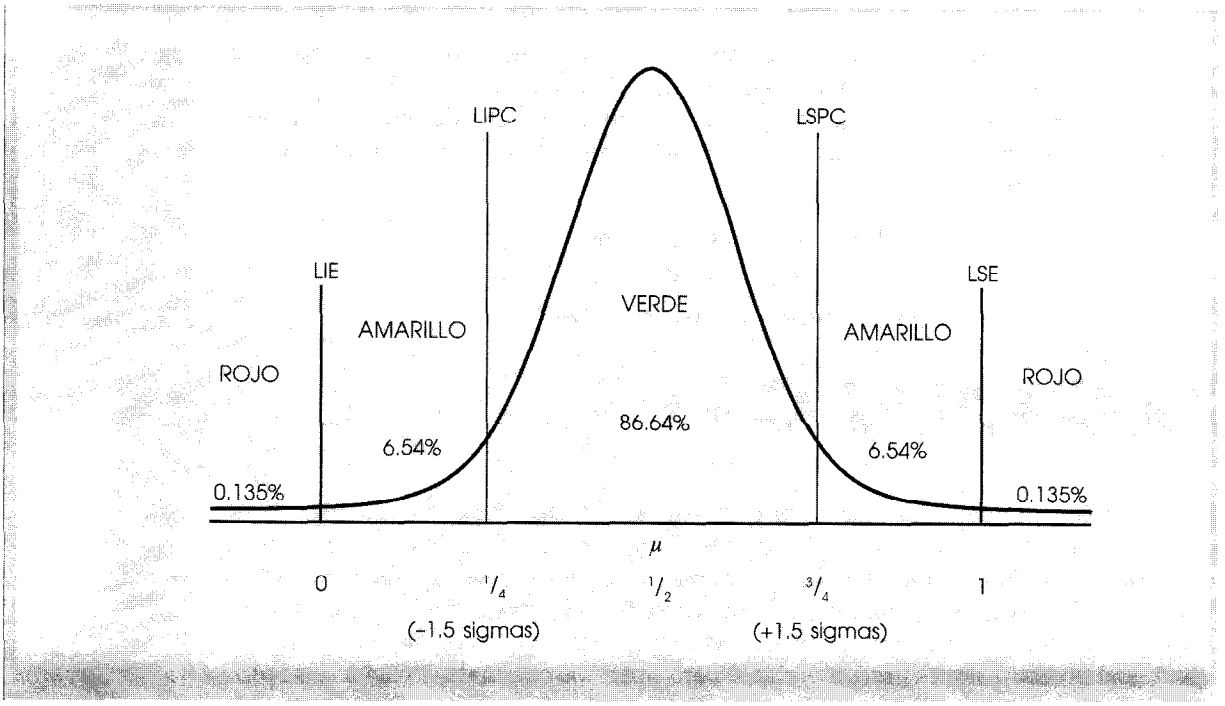


Figura 7.9. *Zonas verde, amarilla y roja del Precontrol.*

Etapa de calificación. El proceso califica cuando se observan al menos 5 unidades consecutivas de la producción en zona verde. En este caso se procede de la siguiente manera:

Etapa de calificación.

Condición	Acción correctiva
1. Dos unidades en zona verde	Continuar
2. Una en zona verde y otra en zona amarilla	Investigar y reiniciar
3. Dos unidades en zona amarilla	Investigar y reiniciar
4. Una unidad en zona roja	Investigar y reiniciar

Donde la palabra *investigar* significa típicamente ajustar, pero en ocasiones puede implicar algún otro cambio del proceso (cambio de herramienta, cambio de operador, etcétera), y *reiniciar* es comenzar otra vez el conteo, hasta lograr al menos 5 unidades consecutivas en zona verde. Note que si el proceso tiene una capacidad menor que 1 (C_{pk}), difícilmente se pasará de esta etapa; por lo que en estos casos no se debe aplicar

el precontrol y más bien se debe recurrir a las cartas de control que se vieron en las secciones anterior o bien realizar una investigación o proyecto de mejora continua.

Por ejemplo, si el proceso centrado tuviera una capacidad muy pobre, digamos de $C_{pk} = 0.5$, la probabilidad de la zona verde se reduce a 0.547, mientras que la zona amarilla crece hasta 0.32, y la zona roja lo hace a 0.1336. Este incremento de las zonas amarilla y roja dan como resultado que el proceso tenga una probabilidad pequeña de calificar: la probabilidad de 5 unidades consecutivas en zona verde es $(0.547)^5 = 0.05$. Pero en caso de que se calificara, el proceso no se podría sostener en la siguiente etapa del precontrol.

Para el proceso dibujado en la figura 7.9, con capacidad $C_{pk} = 1$, la probabilidad de calificar es $(0.8664)^5 = 0.488$. Es decir, estaría calificando a la larga en la mitad de los intentos, lo cual es bajo. En caso de calificar, su probabilidad de regresar a la etapa de calificación, sin que haya ocurrido ningún cambio en el proceso, es aproximadamente de 0.022. Esta probabilidad representa un riesgo alto de estar parando el proceso sin razón alguna. De aquí que recomendemos el precontrol para procesos con capacidades mayores a $C_{pk} > 1.15$.

Una vez calificado el proceso, se procede de la siguiente manera.

Etapa posterior a la calificación.

Condición	Acción correctiva
1. Dos unidades en zona verde	Continuar
2. Una unidad en zona verde y una en amarilla	Continuar
3. Dos unidades en zona amarilla	Parar, investigar y recalificar el proceso
4. Una unidad en zona roja	Parar, investigar y recalificar el proceso

Etapa posterior a la calificación. En las condiciones 3 y 4 se para el proceso, debido a la inminente aparición de defectos. Se investigan las causas de ese hecho y/o se ajusta el proceso y se regresa otra vez a la etapa de calificación.

Cabe señalar que, dependiendo de las zonas donde caen las dos unidades de la muestra que llevan a parar el proceso, indican si el cambio de éste fue en la media o en la dispersión: las dos mediciones en amarillo en un solo lado de la curva, o una amarilla y una roja en un solo lado indican cambio en la media; las dos amarillas o una amarilla y una roja, pero en diferente lado de la curva, indican incremento de la variabilidad.

En cuanto a la frecuencia de inspección o muestreo, Shainin y Shainin (1989) recomiendan 6 pares de muestras entre ajustes consecutivos al proceso. Por ejemplo, si es necesario ajustar cada 4 horas, se muestrea cada 40 minutos; o si el ajuste es cada turno de ocho horas, entonces se muestrean dos unidades consecutivas cada 80 minutos.

Otra desventaja de las cartas de precontrol, debido a que las zonas de semáforo se calculan sin tomar en cuenta la capacidad del proceso, es que cuando el proceso tenga muy buena capacidad y en él ocurra un cambio, puede pasar que la carta de precontrol tarde demasiado tiempo en detectarlo o de plano nunca lo detecte.

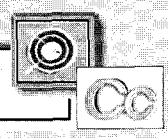
USO DE STATGRAPHICS

Las cartas de control que en este capítulo hemos descrito, y otras, por lo general se encuentran en programas estadísticos especializados que tienen cierta orientación industrial. A continuación damos una guía básica para utilizar *Statgraphics Plus*, para cartas de control.

1. Introducir los datos a analizar y utilizar una columna por cada variable a ser analizada.
2. Para variables de tipo continuo, seguir la siguiente guía: *SPECIAL... QUALITY CONTROL... VARIABLES CONTROL CHARTS*, después de lo cual se elige alguna de las siguientes cartas *X-bar and R, X-bar and S, X-bar and S-Squared, Individuals*. Además:

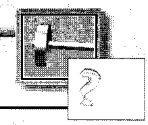
   - Si se elige *X-bar and R*, entonces aparece una pantalla en la que se introducen los datos específicos para el análisis. Por ejemplo, si en la columna se tienen las mediciones u observaciones tal cual, entonces se da el nombre de la columna que tiene los datos y se especifica el tamaño de subgrupo (*subgroup number or size*). Si se tiene en una columna las medias y en otra los rangos de las muestras, entonces se debe activar la opción *Subgroup Statistics*, después de lo cual se le da el nombre de la columna que contiene la medias, y después la que contiene los rangos, por último también se especifica el tamaño de subgrupo.
   - Hay diferentes análisis y pruebas tanto en forma de tabla como gráfica.

CONCEPTOS CLAVE



- Variación por causas comunes
- Variación por causas especiales
- Control estadístico
- Carta de control
- Límites de probabilidad
- Cartas de control Shewhart
- Cartas de control para variables
- Cartas de control para atributos
- Cartas de control $\bar{X}$-R
- Límites de control
- Carta $\bar{X}$-S
- Proceso estable
- Cambio en el nivel del proceso
- Tendencia en el nivel del proceso
- Ciclos recurrentes
- Falta de variabilidad
- Proceso inestable
- Índice de inestabilidad S_t
- Punto especial
- Carta de individuales
- Carta de rangos móviles
- Carta de precontrol

PREGUNTAS Y EJERCICIOS



1. Dé algunos ejemplos de administración o actuación por reacción y comente el tipo de resultados que se obtienen.
2. Con sus palabras, y de forma gráfica, conteste las siguientes preguntas:
   a) ¿Qué es un proceso estable o en control estadístico?
   b) ¿Cómo se sabe si un proceso es estable?
   c) ¿Cuál es el objetivo básico de una carta de control?
   d) Explique las diferentes formas de inestabilidad de un proceso (brincos, tendencias, etcétera).
3. ¿Cuáles son las causas comunes de variación y cuáles las especiales?
4. ¿Cómo se debe tratar de resolver un problema ocasionado por causas especiales, y cómo uno debido a causas comunes?
5. De manera general, cómo se obtienen los límites de control en las cartas de control de Shewhart.
6. Señale cuándo se debe aplicar cada una de las siguientes cartas: $\bar{X}$-R, $\bar{X}$-S, individuales.

Ejercicios para carta $\bar{X}$-R

7. Según la información proporcionada por una carta $\bar{X}$-R, sobre un proceso de producción de piezas metálicas, la media de la longitud de tales piezas es 50 mm y el rango medio con tamaño de muestra 5, es 0.6; conteste:
   a) Obtenga la desviación estándar del proceso.
   b) Calcule los límites de control para la carta $\bar{X}$ (tamaño de subgrupo 5) e interprételos.
   c) También obtenga los límites de control para la carta R y explique su significado práctico.
   d) Si la especificación inferior y superior para esta pieza es 49 y 51 mm, respectivamente; calcule los límites reales o naturales e interprételos.
   e) Explique para qué sirven los límites que obtuvo en los incisos *b* y *c* y para qué los que obtuvo en el inciso *d*.
   f) ¿El proceso es capaz? Argumente.
   g) ¿Tiene información suficiente para comprobar si el proceso es estable (está en control estadístico)? Explique y argumente.
8. El peso ideal del contenido neto de una caja de cereal es de 250.0 g, y se tiene una tolerancia de más menos 2.5 g. Para monitorear tal peso se usa una carta de control $\bar{X}$-R. De datos históricos se tiene que la media y la desviación estándar del proceso son $\mu = 249.0$ y $\sigma = 0.70$, respectivamente. Con esta información conteste las siguientes preguntas:
   a) ¿Cuáles son las especificaciones para el peso y explique por qué es importante cumplirlas?
   b) Explique en forma gráfica y con sus palabras, qué se le controla al peso con la carta $\bar{X}$ y qué con la carta R.

c) Considerando un tamaño de subgrupo de 4, obtenga la línea central y los límites de control para la correspondiente carta $\bar{X}$, e interprete.
d) Haga lo mismo que el inciso anterior, pero suponiendo un tamaño de subgrupo de $n = 9$.
e) ¿Son diferentes los límites obtenidos en los incisos *c* y *d*? ¿Por qué?
f) ¿En general qué efecto tiene el incremento del tamaño de subgrupo en la amplitud de los límites de control de la carta $\bar{X}$?
g) Obtenga los límites reales del proceso y dé una primera opinión sobre la capacidad del proceso.
h) Calcule los índices C_p, C_{pk}, K y C_{pm} e interprételos.
i) ¿La capacidad del proceso se puede considerar aceptable?
j) ¿Hay información sobre la estabilidad del proceso? Argumente.

9. Considerando el problema anterior, conteste las siguientes preguntas:
a) ¿Si todas las medias están dentro de especificaciones quiere decir que el proceso cumple con especificaciones? Explique.
b) Si todos los promedios caen dentro de los límites de control en la carta $\bar{X}$, ¿eso quiere decir que se cumple con especificaciones?
c) Si se utiliza un tamaño de subgrupo de $n = 4$, y en las siguientes horas se obtiene las siguientes medias muestrales de manera sucesiva: 247.5, 249, 248, 249; ¿el proceso está operando de manera estable, en control estadístico? Argumente.

10. En la fabricación de artículos de plástico se debe asegurar una resistencia mínima de 65 kilogramos fuerza, para ello cada dos horas se hacen pruebas destructivas a cuatro artículos seleccionados aleatoriamente de uno de los lotes. Los datos se registran en una carta de control $\bar{X}$-R. De acuerdo con estudios anteriores, las cartas de control muestran que el proceso es estable y en particular los límites de control en la carta $\bar{X}$ son los siguientes:

$$LCS = 80$$
$$\text{Línea central} = 74$$
$$LCI = 68$$

a) ¿El proceso cumple con la especificación inferior?
b) Calcule el C_{pi} e interprételo en función de la tabla 5.1 (capítulo 5).
c) Con base en la tabla 5.2 (capítulo 5), estime el porcentaje de producto que no cumple con la especificación inferior.
d) Alguien sugiere que el límite de control inferior en la carta debe ser igual a la especificación inferior (65), ¿es correcta esta sugerencia? Explique.

11. En una fábrica de bolsas de plástico un aspecto importante de calidad es la dimensión de las bolsas. En una fase del proceso una máquina debe cortar automáticamente las bolsas, la medida ideal es 30 cm, con una tolerancia de más menos 0.5 cm. Para asegurar que las dimensiones de la bolsa son las correctas "de vez en cuando" el operador mide una bolsa y dependiendo de tal medida decide ajustar o no a la máquina. Conteste:
a) ¿Cree que es una forma adecuada de asegurar la calidad?
b) ¿Una carta de control podría ser de utilidad para ayudar al trabajador a hacer los ajustes? ¿Cuál? Explique.
c) ¿Los límites de control en esta carta deben ser las especificaciones de la bolsa para que así el trabajador pueda reaccionar cuando los cortes se salen de las especificaciones?

d) Explique cómo haría el muestreo y el tamaño de muestra para la carta que considere apropiada.

12. En una empresa fabricante de corcholatas o tapas metálicas para bebidas gaseosas, un aspecto importante es la cantidad de PVC que lleva cada corcholata, el cual determina el espesor de la película que hace que la bebida quede bien cerrada. Para que el espesor de la película sea el adecuado se tiene que el peso de los gránulos de PVC debe estar entre 212 y 218 mg. Si el peso es menor a 212, entonces, entre otras cosas, la película es muy delgada y eso puede causar fugas de gas en la bebida. Si el peso es mayor a 218 g, entonces se gasta mucho PVC, con lo que se aumentan los

Tabla 7.3 Datos para el ejercicio 12.

Subgrupo	Media	Rango
1	214.18	2.5
2	213.48	2.7
3	213.98	2.2
4	214.12	1.8
5	214.46	2.5
6	213.38	2.7
7	213.56	2.3
8	214.08	1.8
9	213.72	2.9
10	214.64	2.2
11	213.92	2.4
12	213.96	3.6
13	214.2	0.4
14	213.74	3.2
15	214.26	1.2
16	214.18	2.2
17	214.0	1.0
18	213.6	2.0
19	214.2	2.7
20	214.38	0.8
21	213.78	2.0
22	213.74	1.6
23	213.32	2.4
24	214.02	3.2
25	214.24	1.1
Media	**213.966**	**2.136**

costos de la corcholata. Así que el peso del PVC es una importante característica de calidad de tipo continuo que debe cumplir el proceso de fabricación de la corcholata. Para asegurar que se cumplen con estas exigencias se usa ordinariamente una carta de control: cada 30 min se toma una muestra de cuatro gránulos consecutivos de PVC y se pesan. En la tabla 7.3 se muestran las últimas 25 medias y rangos obtenidas del proceso.

a) Calcule los límites de una carta $\bar{X}$-R y obtenga las cartas.
b) Interprete las cartas (puntos fuera, tendencias, ciclos, etcétera)
c) ¿El proceso muestra una estabilidad o estado de control estadístico razonable?
d) Analice la capacidad del proceso, para ello:
   I. Calcule los límites reales del proceso e interprételos.
   II. Calcule los índices C_p, C_{pk} y K, e interprételos.
   III. ¿Cuáles son sus conclusiones generales sobre la capacidad del proceso?
e) ¿Qué acciones recomendaría para mejorar el proceso?

13. En el caso de la longitud de las bolsas del ejercicio 11, se decide emplear una carta de control $\bar{X}$-R, utilizando tamaño de subgrupo de 5, en donde se toman 5 bolsas consecutivas cada determinado tiempo. En la tabla 7.4 se muestran las medias y los rangos de los últimos 40 subgrupos (los datos están en milímetros).

a) Calcule los límites de una carta $\bar{X}$-R y obtenga las cartas.
b) Interprete las cartas (puntos fuera, tendencias, ciclos, alta variabilidad, etcétera).
c) Dé una estimación preliminar del índice de inestabilidad, S_t.
d) Tomando en cuenta la narración sobre cómo se controlaba normalmente el proceso que se hizo en el ejercicio 11 y las posibles causas del tipo de patrón de inestabilidad que se observa, ¿cuál sería su conjetura de lo que está pasando, dada la evidencia de la carta $\bar{X}$-R que obtuvo?
e) ¿El proceso muestra una estabilidad o estado de control estadístico razonable?
f) Aunque dada la situación que muestra la carta $\bar{X}$ no tiene mucho sentido estimar la capacidad, de cualquier forma para darse una idea de cómo sería ésta si el proceso fuera estable, haga un análisis de la capacidad del proceso, para ello:
   I. Calcule la desviación estándar del proceso.
   II. Calcule los límites reales del proceso e interprételos.
   III. Calcule los índices C_p, C_{pk} y K, e interprételos.
g) ¿Qué acciones recomendaría para mejorar el proceso?

14. Se desea que la resistencia de un artículo sea de por lo menos 300 psi. Para verificar que se cumple con tal característica de calidad, se hacen pequeñas inspecciones periódicas y los datos se registran en una carta $\bar{X}$-R. El tamaño de subgrupo que se ha usado es de tres artículos, que son tomados de manera consecutiva cada dos horas. Los datos de los últimos 30 subgrupos se muestran en la tabla 7.5. Conteste:

a) ¿Dado que la media de media es 320.73, el proceso cumple con la especificación inferior (EI = 300)? Explique.
b) Calcule los límites de la carta $\bar{X}$-R, e interprételos.

Tabla 7.4 Datos para el ejercicio 13.

Subgrupo	Media	Rango	Subgrupo	Media	Rango
1	301.12	1.9	21	302.00	4.6
2	300.96	1.0	22	299.02	3.5
3	301.16	3.6	23	299.50	3.1
4	300.50	1.0	24	300.30	2.3
5	301.28	2.5	25	301.64	3.4
6	299.92	2.3	26	300.88	2.9
7	300.00	2.3	27	301.28	1.8
8	301.86	1.5	28	300.75	1.5
9	301.52	2.3	29	301.60	3.1
10	302.80	0.4	30	300.53	2.8
11	299.01	3.0	31	300.41	1.4
12	300.02	2.5	32	300.19	2.1
13	300.10	2.3	33	301.12	3.4
14	301.28	3.4	34	300.80	3.2
15	301.02	1.1	35	300.27	3.4
16	300.70	3.9	36	300.91	2.7
17	301.20	3.1	37	300.48	3.2
18	300.96	3.1	38	302.00	1.8
19	300.24	3.7	39	299.22	3.5
20	301.86	2.7	40	300.59	3.0
			Media	**300.775**	**2.61**

c) Obtenga las cartas e interprételas (puntos fuera, tendencias, ciclos, alta variabilidad, etc.).
d) Dé una estimación preliminar del índice de inestabilidad, S_t.
e) ¿El proceso muestra una estabilidad o estado de control estadístico razonable?
f) Haga un análisis de la capacidad del proceso, para ello:
   i. Estime la desviación estándar del proceso.
   ii. Calcule los límites reales del proceso e interprételos.
   iii. Obtenga un histograma para los datos individuales.
   iv. Calcule el índice C_{pi} e interprételo.
   v. Con apoyo de la tabla 5.2 (capítulo 5), estime el porcentaje de producto que no cumple con la especificación inferior.
   vi. ¿El proceso es capaz de cumplir especificaciones?

g) Si ha procedido de manera adecuada, ha encontrado en el inciso anterior que la capacidad del proceso es mala, ¿pero cómo se explica esto si ningún dato de la tabla 7.5 es menor a 310.0? Argumente.
h) A qué aspecto recomendaría centrar los esfuerzos de mejora: ¿a capacidad o a estabilidad? Argumente.

Tabla 7.5 Datos para el ejercicio 14.

Subgrupo	Datos	Media	Rango
1	315.6 319.2 303.8	312.87	15.4
2	318.8 309.2 321.4	316.47	12.2
3	311.2 312.1 342.9	322.07	31.7
4	322.0 321.1 329.1	324.07	8.0
5	315.2 327.4 300.6	314.40	26.8
6	310.3 319.8 338.5	322.87	28.2
7	320.6 315.9 318.3	318.27	4.7
8	322.2 303.6 323.4	316.40	19.8
9	329.1 306.7 312.4	316.07	22.4
10	322.4 318.8 299.7	313.63	22.7
11	326.2 310.1 338.5	324.93	28.4
12	328.8 325.0 322.0	325.27	6.8
13	328.8 306.3 305.6	313.57	23.2
14	318.7 320.8 310.3	316.60	10.5
15	326.7 316.7 327.3	323.57	10.6
16	313.4 307.4 329.5	316.77	22.1
17	337.3 312.9 324.4	324.87	24.4
18	316.3 314.1 323.0	317.80	8.9
19	327.2 338.2 340.9	335.43	13.7
20	337.8 343.0 337.4	339.40	5.6
21	309.2 321.7 310.5	313.80	12.5
22	314.3 321.6 318.0	317.97	7.3
23	318.9 322.2 333.5	324.87	14.6
24	303.7 326.3 337.1	322.37	33.4
25	319.3 338.8 320.9	326.33	19.5
26	317.0 327.4 312.5	318.97	14.9
27	310.6 318.5 336.7	321.93	26.1
28	319.5 326.0 333.2	326.23	13.7
29	308.6 321.7 306.0	312.10	15.7
30	316.2 321.6 328.5	322.10	12.3
	Media	**320.73**	**17.2**

15. En una industria alimenticia se quiere garantizar que la concentración mínima de grasa de un producto sea de 1.8%. En la tabla 7.6 se muestran los datos obtenidos para un estudio inicial, con tamaño de subgrupo de 4.

a) Realice un estudio de estabilidad mediante la carta $\bar{X}$-R.
b) Comente los resultados obtenidos en cuanto a estabilidad.
c) Haga un estudio de capacidad. Reporte los principales estadísticos obtenidos y coméntelos.
d) ¿Cuál es el estado del proceso?

Tabla 7.6 Datos para el ejercicio 15.

Subgrupo	Grasa				Subgrupo	Grasa			
1	1.88	1.93	1.98	1.88	11	1.93	1.95	1.90	1.93
2	1.93	1.97	1.89	1.94	12	1.95	1.98	1.89	1.90
3	1.92	1.95	1.90	1.98	13	1.88	1.93	1.88	1.90
4	1.89	1.89	1.90	1.94	14	1.97	1.88	1.92	1.96
5	1.95	1.93	1.90	1.93	15	1.91	1.91	1.96	1.93
6	2.00	1.95	1.94	1.89	16	1.98	1.90	1.92	1.91
7	1.95	1.93	1.97	1.85	17	1.93	1.94	1.95	1.90
8	1.87	1.98	1.96	2.04	18	1.82	1.92	1.95	1.94
9	1.96	1.92	1.98	1.88	19	2.00	1.97	1.99	1.95
10	1.99	1.93	2.01	2.02	20	1.98	1.94	1.96	1.88

16. En la fabricación de discos ópticos una máquina metaliza el disco. Para garantizar la uniformidad del metal en el disco, la densidad debe ser de 1.93, con una tolerancia de ±0.12. En la tabla 7.7 se muestran los datos obtenidos para un estudio inicial, con tamaño de subgrupo de 5.

a) Calcule los límites de control para las cartas $\bar{X}$-R e interprételos.
b) Grafique las carta $\bar{X}$-R e interprételas.
c) ¿El proceso tiene una estabilidad aceptable? Argumente.
d) Haga un estudio de capacidad, para ello:
   i. Estime la desviación estándar del proceso.
   ii. Calcule los límites reales del proceso e interprételos.
   iii. Obtenga un histograma para los datos individuales, inserte especificaciones e interprete con detalle.
   iv. Calcule índices de capacidad e interprételos.
   v. Con apoyo de la tabla 5.2 (capítulo 5), estime el porcentaje de producto que no cumple con especificaciones.
   vi. ¿El proceso es capaz de cumplir especificaciones?
e) ¿A qué aspecto recomendaría centrar los esfuerzos de mejora: a capacidad o a estabilidad? Argumente.

Tabla 7.7 Datos para el ejercicio 16.

Muestra	Datos					Media	Rango
1	1.909	1.917	1.865	1.991	1.906	1.918	0.126
2	1.957	1.829	1.870	1.917	1.971	1.909	0.142
3	1.861	1.946	1.903	1.951	1.893	1.911	0.09
4	1.938	1.913	1.884	1.907	1.950	1.918	0.066
5	1.941	1.966	1.935	1.936	1.955	1.947	0.031
6	2.032	1.914	1.911	1.820	1.932	1.922	0.212
7	1.889	1.963	1.943	1.918	1.911	1.925	0.074
8	1.891	1.978	1.907	1.922	1.908	1.921	0.087
9	1.929	1.870	1.943	1.819	1.946	1.901	0.127
10	1.956	1.904	1.904	1.907	1.864	1.907	0.092
11	1.904	1.910	1.904	1.903	1.901	1.904	0.009
12	1.926	1.984	1.899	1.938	1.978	1.945	0.085
13	1.936	1.903	1.915	1.932	2.014	1.940	0.111
14	1.937	1.949	1.898	1.952	1.869	1.921	0.083
15	1.916	1.961	1.953	1.954	1.939	1.945	0.045
16	1.867	1.898	1.929	1.953	1.952	1.920	0.086
17	1.939	1.918	1.925	1.912	1.945	1.928	0.033
18	1.940	1.880	1.882	1.949	1.910	1.912	0.069
19	1.944	1.919	1.840	1.940	1.942	1.917	0.104
20	1.933	1.965	2.031	1.902	1.923	1.951	0.129
21	1.817	1.878	1.938	2.058	1.938	1.926	0.241
22	1.939	1.956	1.951	1.898	1.969	1.943	0.071
23	1.931	1.894	1.972	1.936	1.924	1.931	0.078
24	1.927	1.895	1.938	1.859	1.938	1.911	0.079
25	1.973	1.949	1.912	1.870	1.971	1.935	0.103
					Media	**1.924**	**0.095**

17. En la prestación de servicios en una empresa se registra diariamente la evaluación de los clientes. La forma operativa que se hace esto es la siguiente: todos los días en forma aleatoria se le pide a 5 clientes atendidos que contesten una encuesta de satisfacción en el servicio, la escala de satisfacción va de 0 a 100. Los datos obtenidos durante el último mes se muestran en la tabla 7.8.

a) Mediante una carta de medias analice la estabilidad de la calidad en el servicio.

b) Interprete los límites de control.

c) ¿El proceso es estable?

d) Haga un estudio de los datos individuales (no de los promedios), calcule estadísticos básicos e histograma.

e) ¿Cuál es su opinión sobre el nivel de calidad en el servicio?

f) ¿Cuál es la diferencia de lo investigado en los incisos *a* y *d*?

Tabla 7.8 Datos para el ejercicio 17.

Día	Calificación servicios					Media
1	83	84	63	68	93	78.2
2	84	88	71	87	93	85.2
3	87	76	92	75	79	78.6
4	71	69	79	79	62	73.0
5	76	81	100	85	100	87.0
6	69	86	98	84	89	89.0
7	88	89	75	72	86	83.6
8	96	76	71	97	73	75.6
9	61	71	57	90	79	75.8
10	82	93	87	87	76	84.6
11	80	82	66	83	83	76.6
12	69	84	89	88	65	75.2
13	50	92	76	62	71	76.2
14	74	94	73	79	67	77.4
15	66	74	86	78	72	75.2
16	80	82	84	60	83	77.8
17	57	87	74	94	72	76.8
18	99	88	83	90	80	88.2
19	87	80	89	89	77	84.4
20	79	85	65	71	70	74.0
21	93	70	77	80	74	78.8
22	73	76	81	80	65	75.0

Carta de individuales

18. ¿Cuándo se recomienda aplicar una carta de individuales? ¿A qué tipo de variables y procesos?

19. En un proceso químico se mide su eficacia lograda en cada lote. Procesar un lote incluyendo todas sus etapas lleva actualmente en promedio 13 h. Se decide implementar una carta de control para el tiempo de proceso y otra para el rendimiento.

a) ¿Para qué sería útil una carta de control en estos casos?
b) ¿Específicamente qué carta de control es la apropiada para estas variables?
c) Si el tiempo de proceso de un lote es mayor a 13 h, ¿eso quiere decir que alguien hizo las cosas muy lentamente?
d) ¿Cómo detectaría si el tiempo de proceso ha bajado o subido?
e) ¿Explique de manera general lo que se tendría que hacer para establecer los límites de control para el tiempo y para el rendimiento?

20. La pureza de un proceso químico es medida para cada lote, y los datos obtenidos se registran en una carta de individuales. Actualmente se tiene que los límites de control para dicha carta son los siguientes:

$LCS = 0.92$
Línea central = 0.86
$LCI = 0.80$

a) Bajo el supuesto de que el proceso está en control estadístico, explique de manera sencilla el significado práctico de estos límites.
b) Obtenga la desviación estándar del proceso.
c) Estime los límites reales, ¿coinciden en este caso con los límites de control? ¿Por qué?
d) Se sugiere que el límite de control inferior sea igual a 0.84, ya que se tiene la exigencia por parte de la administración de que ésa sea la pureza mínima tolerable del proceso. ¿Es correcta esta sugerencia? Argumente.
e) Si la pureza de los últimos 10 lotes es la siguiente: 0.90, 0.85, 0.83, 0.82, 0.84, 0.84, 0.85, 0.81, 0.83, 0.82. Grafique estos datos en la carta y señale si ha pasado algo.

21. En una empresa se hacen impresiones en láminas de acero que después se convierten en recipientes de productos de otras empresas. Un aspecto importante a vigilar en dicha impresión es la temperatura de "horneado", don-

Tabla 7.9 Datos para el ejercicio 21.

Subgrupo	Temperatura	Rango móvil	Subgrupo	Temperatura	Rango móvil
1	27.4		24	26.5	2.7
2	26.8	0.6	25	23.3	3.2
3	24.3	2.5	26	23.8	0.5
4	26.6	2.3	27	25.5	1.7
5	26.5	0.1	28	26.4	0.9
6	25.6	0.9	29	27.5	1.1
7	25.1	0.5	30	27.7	0.2
8	26.5	1.4	31	28.5	0.8
9	25.8	0.7	32	29.8	1.3
10	24.7	1.1	33	25.1	4.7
11	23.3	1.4	34	25.0	0.1
12	23.3	0.0	35	22.9	2.1
13	24.7	1.4	36	23.6	0.7
14	23.4	1.3	37	24.7	1.1
15	27.4	4.0	38	24.4	0.3
16	24.7	2.7	39	25.4	1.0
17	21.7	3.0	40	23.5	1.9
18	26.7	5.0	41	27.8	4.3
19	24.2	2.5	42	25.5	2.3
20	25.5	1.3	43	26.4	0.9
21	25.3	0.2	44	24.5	1.9
22	25.0	0.3	45	23.5	1.0
23	23.8	1.2	**Media**	**25.32**	**1.57**

de, entre otras cosas, se da adherencia y se seca la lámina una vez que ha sido impresa. En una fase particular de la horneada se tiene que la temperatura de cierto horno debe ser 125°C, con una tolerancia de más menos 5 grados centígrados. Si no se cumple con tal rango de temperatura, entonces se presentan problemas en la calidad final de la impresión. A pesar que el horno se le programa la temperatura, por experiencia se sabe que no la mantiene, por ello para llevar un control adecuado de la temperatura del proceso se decide emplear una carta de control de individuales. Cada dos horas se mide la temperatura, en la tabla 7.9 se muestran los últimos 45 datos en el orden que se obtuvieron, con el rango móvil para facilitar cálculos.

a) ¿Por qué utilizar en este caso una carta de individuales y no una carta $\bar{X}$-R?
b) Estime los límites de control para la carta de individuales e interprételos.
c) Obtenga la carta e interprétela.
d) En el punto 32 se decidió hacer un ajuste al horno, ¿tiene algún fundamento estadístico la decisión de hacer el ajuste? ¿La decisión fue oportuna?
e) Alguien no está del todo de acuerdo en la decisión tomada, argumentando que la temperatura todavía estaba dentro de especificaciones, ¿qué opina al respecto?

22. En una empresa se lleva un registro del consumo de agua por semana, y de acuerdo con los datos históricos se sabe que $\mu = 170.2$ m^3 con $\sigma = 10.4$.

a) Es mejor llevar el control de esta variable a través de una carta de control, ¿por qué?
b) Obtenga los límites de control para la carta de individuales e interprételos.
c) ¿Cómo se detectaría en la carta los efectos de un programa de ahorro de agua?

23. En el ejercicio 2.18, con el propósito de medir la productividad se lleva un registro de las horas caídas por semana de tres líneas de producción. Se decide analizar estos datos mediante una carta de control de individuales.

a) ¿Qué ventajas se obtendrían al analizar estos datos mediante tal carta?
b) Calcule los límites de control para cada línea de producción e interprételos.
c) Obtenga la carta para cada caso e interprételas.
d) ¿Hay alguna diferencia entre las tres líneas?
e) ¿Hay algún hecho especial y relevante?

24. En el departamento de sistemas se lleva un registro del tiempo de respuesta a solicitudes de servicio de clientes internos. Los últimos datos en horas y en el orden de ocurrencia se muestran a continuación (el orden es por renglón).

39 35 49 92 41 57 38 37 33 33 44 34 119 37 34 32 34 23 96 43 36 32
35 42 42 34 86 27 42 117 33 39 43 37 78 42 37 37 33 96 26 37 29 32
38 98 39 43 126 87 46 31 109 37 40 37 28 52 122 40 29 33 35 71 62

a) ¿Es apropiado analizar estos datos mediante una carta de individuales?
b) Organice los datos en columna y obtenga la columna de rangos móviles de orden dos.
c) Obtenga los límites de control para una carta de control de individuales e interprételos.
d) Obtenga la carta de control e interprétela.
e) ¿El tiempo de respuesta es estable?
f) Grafique los datos en un histograma.
g) Observe cómo se aprecia en el histograma lo especial percibido en la carta, comente.

h) ¿Cuál sería su conclusión sobre la causa de lo que se puede observar de especial?

25. En el departamento de capacitación de una empresa se lleva un registro por alumno del porcentaje de asistencia a cada evento de capacitación. Con el total de alumnos que asisten a cada curso, se obtiene un promedio general que se utiliza como evaluación del curso. A continuación se muestran los resultados de los últimos 30 cursos (en el orden que se dieron):

71 74 79 65 85 76 76 61 74 78 78 99 70 76 88 78 82 67 72 76 70 79 71 74 80 70 83 69 77 75 71 72 75 71 70 73 69 74 77 78 78 79

a) Organice los datos en columna y obtenga la columna de rangos móvil de orden dos.
b) Analice estos datos mediante una carta de control de individuales.
c) Interprete los límites de control.
d) ¿Se puede considerar satisfactoria la calidad de los cursos?
e) ¿Qué observa de especial en la carta?
f) ¿Cuáles podrían ser las razones de los puntos especiales?
g) ¿Qué límites de control utilizaría a futuro, de tal forma que reflejen la realidad prevaleciente?
h) ¿A su juicio cuáles podrían ser las causas comunes que contribuyen al nivel de ausentismo observando?

Ejercicio carta $\bar{X}$-S y varios

26. ¿Cuál es el propósito del índice de inestabilidad?
27. ¿Cuándo se recomienda aplicar la carta $\bar{X}$-S en lugar de la carta $\bar{X}$-R?
28. Deduzca las fórmulas para calcular los límites de control de la carta $\bar{X}$-S.
29. En un proceso que se desean detectar cambios pequeños se decide aplicar una carta de control $\bar{X}$-S. Utilizando un tamaño de subgrupo de $n = 12$, y obteniendo un total de 25 subgrupos se obtiene que $\bar{\bar{X}} = 32.2$, y $\bar{S} = 6.2$.
a) Obtenga los límites de control de la carta $\bar{X}$ e interprételos.
b) Obtenga los límites de control de la carta S e interprételos.
c) Estime los límites naturales del proceso (véase capítulo 2) e interprételos.
d) ¿Por qué difiere la interpretación de los límites anteriores?

30. Los siguientes datos representan los resultados obtenidos de un proceso. Como se aprecia el tamaño de subgrupo es de $n = 10$, y se tiene un total de 20 subgrupos. Conteste:
a) Las celdas para la media y la desviación estándar para los subgrupos 2 y 6 están vacías. Calcúlelas.
b) Calcule los límites de control para las cartas $\bar{X}$-S e interprételos.
c) Grafique las carta $\bar{X}$-S e interprételas.
d) ¿El proceso tiene una estabilidad aceptable? Argumente.
e) Si hay causas especiales de variación, elimine los correspondientes subgrupos y vuelva a calcular los límites de control.
f) Suponiendo unas especificaciones de $EI = 20$ y $ES = 80$, haga un estudio de capacidad, para ello:
i. Estime la desviación estándar del proceso.
ii. Calcule los límites reales del proceso e interprételos.

iii. Obtenga un histograma para los datos individuales, inserte especificaciones e interprete con detalle.
iv. Calcule índices de capacidad e interprételos.
v. Con apoyo de la tabla 5.2 (capítulo 5), estime el porcentaje de producto que no cumple con especificaciones.
vi. ¿El proceso es capaz de cumplir especificaciones?

g) ¿A qué aspecto recomendaría centrar los esfuerzos de mejora: a capacidad o a estabilidad? Argumente.

Tabla 7.10 Datos para el ejercicio 30.

Subgrupo	Mediciones	Media	s
1	50 41 21 52 55 45 62 55 28 51	46	12.78
2	60 44 61 61 53 36 60 45 71 57		
3	69 53 65 63 54 35 37 66 55 39	53.6	12.68
4	40 67 64 46 53 64 43 39 48 38	50.2	11.17
5	46 60 75 55 56 59 60 73 75 60	61.9	9.55
6	45 50 57 45 35 61 35 53 58 31		
7	46 56 48 43 30 56 50 48 41 50	46.8	7.63
8	62 59 52 47 68 46 47 44 38 54	51.7	9.15
9	61 79 49 55 58 39 41 58 28 67	53.5	14.79
10	27 62 51 50 39 40 51 47 61 60	48.8	11.11
11	58 55 46 68 66 58 42 50 52 35	53	10.28
12	65 20 42 75 36 65 24 65 62 33	48.7	19.87
13	52 58 62 55 53 44 52 41 46 61	52.4	7.04
14	44 50 53 61 54 59 54 55 32 50	51.2	8.26
15	35 47 60 59 64 48 52 55 64 49	53.3	9.02
16	50 58 44 48 37 46 43 66 51 52	49.5	8.14
17	45 52 56 61 47 76 44 66 43 38	52.8	11.91
18	40 72 25 67 47 33 54 42 50 40	47	14.48
19	52 52 42 60 52 35 42 37 58 65	49.5	10.11
20	50 23 37 48 52 48 33 39 60 77	46.7	15.06

31. Resuelva los incisos del ejercicio anterior, pero en lugar de utilizar una carta $\bar{X}$-S, obtenga una $\bar{X}$-R.
32. Compare los resultados obtenidos en los ejercicios 30 y 31, destaque las principales diferencias.
33. Resuelva los incisos del ejercicio 16 de este capítulo, pero en lugar de utilizar una carta $\bar{X}$-R, obtenga una $\bar{X}$-S.
34. Compare los resultados obtenidos en los ejercicios 16 y 31, destaque las principales diferencias.
35. ¿Cuál es el propósito de las cartas de precontrol?
36. ¿Es recomendable aplicar precontrol a un proceso con pobre capacidad?
37. ¿Cuáles son las desventajas del precontrol para procesos con muy buena capacidad?

Capítulo 8

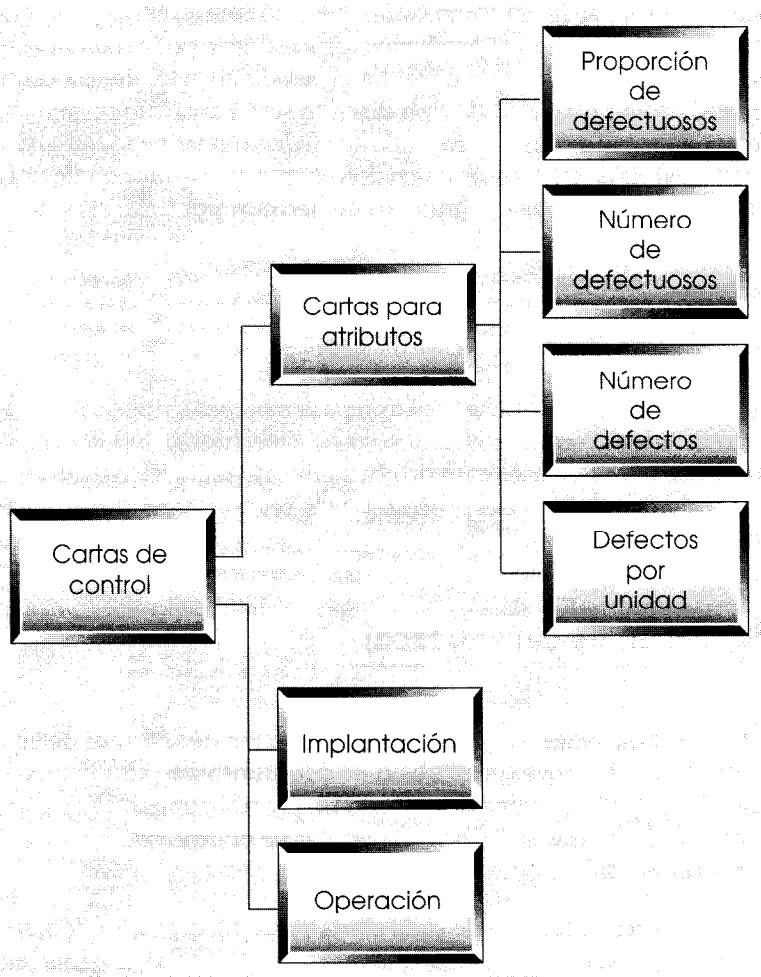
Cartas de control para atributos

SUMARIO

- Cartas *p* y *np*
- Cartas *c* y *u* (para defectos)
- Implantación y operación de una carta de control
- Uso de un software estadístico

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Conocer la función de la carta *p* para la proporción de defectuosos y las características de la carta *np*.
- Identificar la carta *c* para número de defectos y la carta *u* para número de defectos por unidad.
- Describir la importancia práctica de implantar y operar adecuadamente una carta de control, como herramienta de control.


Cartas de control
Cartas para atributos
Proporción de defectuosos
Número de defectuosos
Número de defectos
Defectos por unidad
Implantación
Operación

En el capítulo anterior vimos las ideas generales de las cartas de control y su interpretación. En el presente se estudian las cartas de control para atributos más básicas, así como la implantación y operación de una carta de control. Ya sabemos que el nombre de una carta de control depende del tipo de estadístico que se grafica en ella: un promedio, un rango, etcétera; y por medio de la cual se tratará de analizar una característica importante de un producto o un proceso.

Existen muchas características de calidad que no son medidas con un instrumento de medición en una escala continua, o al menos en una escala numérica. En estos casos, el producto o proceso se juzga como conforme o no conforme, dependiendo de si posee ciertos atributos; o también al producto o proceso se le podrá contar el número de defectos o no conformidades que tiene. La variabilidad y tendencia central de este tipo de características de calidad de tipo discreto serán analizadas mediante las cartas de control para atributos. En este capítulo se analizarán las siguientes cartas de atributos: p (proporción o fracción de artículos defectuosos), np (número de unidades defectuosas), c (número de defectos), u (número de defectos por unidad).

Carta *p*

Muestra las variaciones en la fracción de artículos defectuososo por muestra o subgrupo, es ampliamente utilizada para evaluar el desempeño de procesos.

CARTAS *p* Y *np*

Existen muchas características de calidad del tipo pasa o no pasa, donde de acuerdo a éstas un producto es juzgado como defectuoso o no defectuoso, dependiendo de si posee ciertos atributos. En estos casos a un producto que no reúne ciertos atributos no se le deja pasar a la siguiente etapa del proceso y se le segrega denominándolo como un *artículo defectuoso*.

Artículo defectuoso

Es un producto que no reúne ciertos atributos, por lo que no se le deja pasar a la siguiente etapa del proceso, pudiendo ser reprocesado o de plano desechado.

Carta *p* (proporción de defectuosos)

Esta carta muestra las variaciones en la fracción o proporción de artículos defectuosos por muestra o subgrupo. La carta p (proporción de defectuosos) es ampliamente usada para evaluar el desempeño de una parte o todo un proceso, tomando en cuenta su variabilidad y detectar así causas o cambios especiales en el proceso.

La idea de la carta es como sigue:

- De cada lote, embarque, pedido o de cada cierta parte de la producción, se toma una muestra o subgrupo de n_i artículos, que puede ser la totalidad o una parte de las piezas bajo análisis.
- Las n_i piezas de cada subgrupo son inspeccionadas y cada una es catalogada como defectuosa o no. Las características o atributos de calidad por lo que una pieza puede ser evaluada como defectuosa, puede ser más de uno; pero una vez determinados los atributos bajo análisis, se deben aplicar criterios y/o análisis bien definidos y estandarizados.
- Si de las n_i piezas del subgrupo i, se encuentra que d_i son defectuosas (no pasan), entonces en la carta p se grafica y se analiza la variación de la proporción p_i de unidades defectuosas por subgrupo:

$$p_i = \frac{d_i}{n_i}$$

Para calcular los límites de control se parte del supuesto de la cantidad de piezas defectuosas por subgrupo sigue una distribución binomial (véase capítulo 3), y a partir de esto se aplica el mismo esquema general, que señala que los límites están dados por $\mu_W \pm 3\sigma_W$, donde W es el estadístico que se grafica en la carta. Por tanto en el caso que nos ocupa $W = p_i$. Así, de acuerdo a la distribución binomial, se sabe que la media y la desviación estándar de una proporción están dadas, respectivamente, por:

$$\mu_{p_i} = \bar{p} \quad \text{y} \quad \sigma_{p_i} = \sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

donde n es el tamaño de subgrupo y $\bar{p}$ es la proporción promedio de artículos defectuosos en el proceso. De acuerdo con esto, los límites de control en una carta p en la que se utiliza el mismo tamaño de subgrupo, están dados por:

$$LCS = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$\text{Línea central} = \bar{p}$$

$$LCI = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

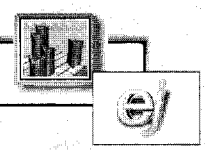
Si el tamaño de subgrupo n, es variable de muestra a muestra, en estos casos se tienen dos alternativas: la primera es usar el tamaño promedio de subgrupo $\bar{n}$, en lugar de n. La segunda es construir una carta de control con límites variables, que comentaremos más adelante. Si el promedio del proceso medido a través de $\bar{p}$ es desconocido, entonces será necesario estimarlo por medio de un estudio inicial.

Por otro lado, cabe comentar que la forma en que se calculan los *límites de la carta p* supone que la distribución normal aproxima razonablemente bien a la distribución de las proporciones (distribución binomial), sin embargo cuando $\bar{p}$ o n son pequeños esta aproximación puede ser mala. En estos casos y en general para interpretar la carta p se recomienda calcular los límites de una forma ligeramente diferente y se detalla al final de la presente sección.

Límites de la carta p

Se calculan a partir de la distribución binomial y se supone que la distribución normal se aproxima razonablemente bien a la distribución de las proporciones.

EJEMPLO 8.1



En una empresa del ramo alimenticio, mediante ciertas máquinas se empaquetan salchichas en sobres o paquetes. La forma de evaluar si el subproceso de empaquetado se hizo de manera adecuada, es hacien-

do una inspección visual de los paquetes para determinar que se satisfagan diferentes atributos de calidad, por ejemplo: que la cantidad de salchichas dentro del sobre sea la correcta o que dentro del sobre no quede aire (empaque al vacío). Se han tenido problemas con este último atributo, por lo que hay un operador que a la vez que está al pendiente de la máquina empaquetadora, hace la inspección para separar los paquetes con aire. Los que son destruidos y las salchichas se regresan a la máquina para que vuelvan a ser empaquetadas.

El atributo de falta de vacío es importante debido a que si un paquete con aire se va al mercado, la vida de anaquel es muy corta, por lo que después de algunos días la salchicha empieza a cambiar de color y a perder su frescura; y eso puede ocurrir en el refrigerador del distribuidor o del consumidor. Lo que repercute en clientes insatisfechos y mala imagen.

Por lo anterior, a los operadores de las diferentes máquinas continuamente se les recordaba la importancia de no dejar pasar paquetes con aire. Sin embargo, no se llevaba un registro de la magnitud del problema. Por lo que no existían bases para detectar cambios en el desempeño de las máquinas, ni había forma de saber si las medidas tomadas para reducir el problema habían dado resultado. De aquí se vio la necesidad de registrar los resultados y analizarlos mediante una carta de control. Cada hora se registra el número de paquetes detectados con aire d_i y del contador de la máquina se obtiene el total de paquetes n_i durante esa hora. Los datos obtenidos durante tres días en una máquina se muestran en la tabla 8.1.

Es claro que el problema de falta de vacío o aire dentro del sobre es del tipo pasa-no pasa, por lo que para analizar su variación se debe aplicar la carta p. Así, con esta carta se analizará la variación de las proporciones de la tabla 8.1. Para calcular los límites de control provisionales se necesita calcular la pro-

Tabla 8.1 Datos para el proceso de empaquetado de salchichas.

Subgrupo	Paquetes n_i	Paquetes con aire d_i	Proporción p_i	Subgrupo	Paquetes n_i	Paquetes con aire d_i	Proporción p_i
1	595	15	0.025	21	594	7	0.012
2	593	5	0.008	22	606	5	0.008
3	607	8	0.013	23	601	7	0.012
4	596	10	0.017	24	598	4	0.007
5	602	6	0.010	25	599	2	0.003
6	599	5	0.008	26	590	3	0.005
7	600	5	0.008	27	588	5	0.009
8	590	7	0.012	28	597	3	0.005
9	599	2	0.003	29	604	6	0.010
10	601	4	0.007	30	605	5	0.008
11	598	9	0.015	31	597	7	0.012
12	600	17	0.028	32	603	9	0.015
13	597	4	0.007	33	596	5	0.008
14	594	5	0.008	34	597	3	0.005
15	595	3	0.005	35	607	8	0.013
16	597	10	0.017	36	596	15	0.025
17	599	7	0.012	37	598	4	0.007
18	596	5	0.008	38	600	6	0.010
19	607	4	0.007	39	608	8	0.013
20	601	9	0.015	40	592	5	0.008

porción promedio $\bar{p}$ y el tamaño de subgrupo promedio $\bar{n}$, que corresponde al número promedio de salchichas empaquetadas por hora. De la tabla 8.1 se obtiene que el número total de paquetes inspeccionados fue de 23 942, y de éstos 257 tuvieron el problema de falta de vacío, por lo que la proporción promedio de paquetes defectuosos está dada por

$$\bar{p} = \frac{Total\ de\ defectuosos}{Total\ de\ inspeccionados} = \frac{257}{23\,942} = 0.011$$

y como

$$\bar{n} = \frac{Total\ de\ inspeccionados}{Total\ de\ subgrupos} = \frac{23\,942}{40} = 598.6$$

entonces los límites de control están dados por

$$LCS = 0.011 + 3\sqrt{\frac{0.011 \times (1 - 0.011)}{598.6}} = 0.0213$$

$$\text{Línea central} = 0.011$$

$$LCI = 0.011 - 3\sqrt{\frac{0.011 \times (1 - 0.011)}{598.6}} = -0.0016$$

Pero como el límite de control inferior no puede ser negativo, debido a que las proporciones siempre son mayores o iguales a cero, entonces se toma $LCI = 0$ (en la sección "implantación y operación de una carta de control" de este capítulo se señala como seleccionar el tamaño de subgrupo para que el límite de control inferior sea mayor que cero). La carta p con estos límites se muestra en la figura 8.1. En ésta se aprecia que el proceso de empaquetado no fue estable, ya que las proporciones de los subgrupos 1, 12 y 36, rebasan el *LCS*. De aquí se desprende que durante el empaquetado de esos subgrupos el proceso funcionó en presencia de causas o situaciones especiales que normalmente no están presentes en el proceso, y que causaron que la proporción de defectuosos fuera anormalmente grande. Además de lo ya considerado, no hay ningún otro patrón no aleatorio en la carta.

Al investigar lo ocurrido en los subgrupos 1, 12 y 36 se encontró que durante esas horas se había cambiado el rollo de la película plástica de empaque, ya sea porque se terminó o porque se empezó a empaquetar otra presentación. Se investigó en otras máquinas y se encontró una situación similar. A partir de esto se adquirió conciencia de que no había un método estandarizado para cambiar la película, ya que cada operador usaba su criterio. Consultando los manuales de las máquinas empaquetadoras, ahí se daban instrucciones y recomendaciones precisas para cambiar la película y advertían de que en caso de no seguirlas, se podrían tener problemas de falta de vacío, por lo que se procedió a diseñar un método para cambiar la película y dar el entrenamiento correspondiente a los operadores. Con ello se espera que esos incrementos "bruscos" del problema no se vuelvan a presentar.

Lo curioso del asunto es que los operadores sabían que cuando cambiaban la película, debían estar más alertas, ya que detectaban más paquetes con falta de vacío. Pero esto lo ignoraban quienes en esta

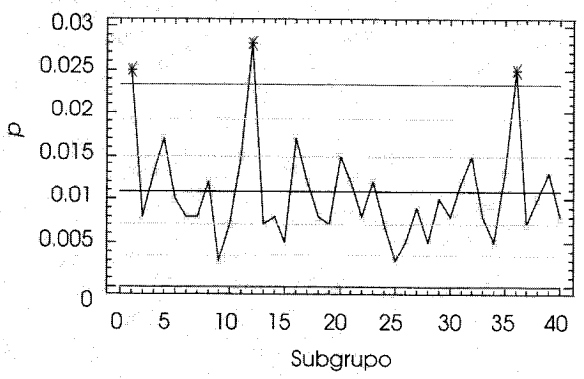


Figura 8.1 *Carta de control p para proceso de empaquetado de salchichas.*

planta podían generar soluciones e implantar un método estándar, y si los operadores se lo llegaban a comentar, la respuesta era "debes tener mucho cuidado". Sólo el registro sistemático de los resultados del proceso y su análisis mediante la carta de control generó la evidencia objetiva de que recién cambiada la película el proceso funcionaba peor.

Como en este estudio inicial se han identificado la causa de los puntos especiales, entonces para calcular los límites que se usarán a futuro en este proceso se debe excluir de los cálculos las proporciones de los subgrupos 1, 12 y 36. Si se procede de esta manera, se obtiene que:

$$\overline{n} = \frac{23\,942 - 595 - 600 - 596}{40 - 3} = 598.7$$

$$\overline{p} = \frac{\sum_{i=1}^{40} d_i - d_1 - d_{12} - d_{36}}{\sum_{i=1}^{40} n_i - n_1 - n_{12} - n_{36}} = \frac{257 - 15 - 17 - 15}{23\,942 - 595 - 600 - 596} = 0.0094$$

Por lo que los límites a usar a futuro son

$$LCS = 0.021$$

$$\text{Línea central} = 0.0094$$

$$LCI = 0.0$$

Interpretación de los límites de control de la carta *p*

Carta 100p

Es equivalente a la carta *p*, pero en lugar de las proporciones se registra y analiza el porcentaje de artículos defectuosos por subgrupo.

Un aspecto importante en el uso de cualquier carta es la interpretación de sus límites, en este caso, los que se utilizarán en el futuro en el proceso de empaquetado de salchichas muestran que de cada 598.7 sobres empaquetados, se espera que ordinariamente la proporción de paquetes con problemas de vacío varíe entre 0.0 y 0.021, con un promedio de 0.0094. O si estos límites se multiplican por 100, se pueden interpretar en términos porcentuales de la siguiente manera: se espera que el porcentaje de sobres con aire varíe entre 0.0 y 2.1%, con un promedio de 0.94%.

Debido a que resulta más intuitivo para la administración el uso de porcentajes en lugar de proporciones; en ocasiones se multiplica por 100 toda la escala de la carta *p*, y se obtiene lo que suele identificarse como *carta 100p*, en la que en lugar de registrarse la proporción de artículos defectuosos se registra el porcentaje.

Algo importante de destacar en la interpretación y uso de los límites de control, es que éstos reflejan la realidad del proceso, de acuerdo a la forma como se hace la inspección. Por lo que mientras la proporción de defectos siga cayendo dentro de los límites de control y no haya ningún otro patrón especial, será señal de que el proceso funciona igual que siempre; bien o mal, pero su desempeño estaría dentro de lo previsto. Por ejemplo, en el caso de las salchichas, si el proceso funciona de manera estable y no hay cambios significativos, se espera que de cada 599 paquetes haya un máximo de 2.1% con defectos, un mínimo de 0.0%, y un promedio de 0.94%. Luego, si en una hora en particular no se detectan sobres con aire, no será evidencia de que el proceso ha mejorado; pero tampoco si se detectan 2.1% paquetes con problemas, querrá decir que ha empeorado. En ambos casos, lo único que ha ocurrido es variación natural del proceso.

De lo anterior se concluye que no obstante que en el problema de las salchichas se eliminó una causa especial de variación, seguirá con problemas, ya que el sistema de causas comunes del problema de falta de vacío sigue intacto. Por tanto, dado que el porcentaje promedio de defectos es relativamente alto 0.94% (que equivale a un C_p = 0.85, véase tabla 5.2), es necesario generar un proyecto de mejora mediante el cual se encuentren las causas comunes más importantes que están generando el problema. En la ejecución del proyecto de mejora se recomienda recurrir a personas con conocimiento y experiencia sobre el problema y apoyarse en la metodología que se describe en el capítulo 18. También pueden ser de utilidad seguir las recomendaciones sugeridas en el capítulo 10 para procesos estables pero incapaces. Al ser la vía de mejora un proyecto, no se deben esperar soluciones mágicas inmediatas.

Todo lo dicho antes para la interpretación de los límites de control sirve de base para prevenir al usuario de las cartas *p*, de no caer en el error de fijar los límites de control para la carta *p* de acuerdo a las metas o a los deseos. Por ejemplo, a alguien se le podría ocurrir que una meta razonable en el problema de las salchichas es que se debe buscar que el porcentaje máximo de defectos sea del 1.5%, y por tanto 1.5% (o 0.015) debe ser el *LCS* para la carta *p*. Hacer esto es un grave error, ya que fijar el límite ahí no modifica la realidad y sí obstaculiza entenderla, debido a que en adelante no se tendría una base objetiva para identificar cambios especiales en el proceso. Más bien lo que se tiene que hacer si se quiere cumplir la meta es generar un verdadero proyecto de mejora que atienda las causas de fondo del problema y la actual carta de control, con sus límites calculados y no impuestos, servirá para evaluar si el plan de mejora

dio resultado. Una vez que se verifique que la realidad cambió y mejoró, entonces se procede a hacer un nuevo estudio para determinar los nuevos límites de control que reflejen la nueva realidad del proceso.

Carta p con límites variables

Se aplica cuando el tamaño de subgrupo n_i es muy variable; para cada n_i diferente habrá un límite de control.

Carta *p* con límites variables

En ocasiones ciertos procesos en los que se aplica una carta p, el tamaño de subgrupo n_i es muy variable, debido a que está asociado a tamaños de lotes o alguna otra circunstancia que hacen impráctico trabajar con el mismo tamaño de subgrupo como referencia. El problema en estos casos es que los límites de control dependen del valor de n_i, ya que un número pequeño de éste hace que los límites sean más amplios, y viceversa: un valor grande de n_i hace que los límites de la carta p sean más estrechos. Para atender esta situación de n_i variable se tienen tres alternativas que se trabajan con la *carta p con límites variables*:

- Utilizar tamaño de subgrupo promedio $\bar{n}$ para calcular los límites de control, como se ilustró en el ejemplo 8.1. Esta alternativa se recomienda cuando la variación entre los tamaños de subgrupo no es demasiada (menor a 10 o incluso 20% es aceptable). En el caso del ejemplo 8.1, los tamaños de subgrupo varían de 588 a 608, con un promedio de 598; por lo que la discrepancia entre el mínimo y el promedio es del $((588/608) - 1) \times 100 = 1.67\%$, igual que la existente entre el máximo y el promedio: $(1 - (608/598) \times 100 = 1.675$. Por lo que en este caso usar límites con tamaño de subgrupo promedio es adecuado.
- Cuando la alternativa anterior no es aplicable o cuando se quiera conservar las características probabilísticas de la carta de control, entonces para cada subgrupo se calcula el límite de control que corresponde de acuerdo al valor exacto de n_i, con base en la siguiente expresión:

$$LCS = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

$$\text{Línea central} = \bar{p}$$

$$LCI = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$$

- El problema de la alternativa anterior es que para cada tamaño de subgrupo es necesario calcular límites de control, y con base en éstos juzgar el estado del proceso para ese subgrupo. Por lo que será más viable si la carta se lleva con apoyo de una computadora. Una forma de superar la situación anterior al tener diferentes límites de control es usar una *carta p normalizada* o estandarizada, en la cual en lugar de graficar la proporción muestral p_i, se grafica la proporción estandarizada

Carta p normalizada

En esta carta se grafica la proporción estandarizada, y se utiliza cuando el tamaño de subgrupo n_i es muy variable.

$$z_i = \frac{p_i - \bar{p}}{\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}}$$

La línea central en esta carta es igual a cero y los límites de control inferior y superior son –3 y 3, respectivamente.

Carta p con tamaño de subgrupo muy grande

La amplitud de los límites de control de una carta p es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del tamaño de muestra o subgrupo, n; por lo que cuando n es muy grande los límites se estrechan demasiado. De tal forma que proporciones con pequeñas desviaciones con respecto al promedio de artículos defectuosos caen fuera de los límites. Esto puede llegar al extremo de que ningún punto caiga dentro de los límites; en estos casos la carta p resulta de nula utilidad práctica, por lo que se recomienda analizar las proporciones mediante una carta de individuales, en la que el valor de p_i se toma como si fuera una variable numérica continua y sin considerar el valor de n con que se obtuvo p_i. Con lo anterior sólo se detectan variaciones medianas y grandes en la proporción de artículos defectuosos.

Carta *np* (número de defectuosos)

Carta *np*

Diagrama que analiza el número de defectuosos por subgrupo; se aplica cuando el tamaño de subgrupo es constante.

En ocasiones, cuando el tamaño de subgrupo o muestra en las cartas p es constante, es más conveniente usar la *carta np*, en la que se grafica el número de defectuosos por subgrupo d_i, en lugar de la proporción. Los límites de control para la carta np se obtienen estimando la media y la desviación estándar de d_i, que bajo el supuesto de distribución binomial, están dadas por:

$$\mu_{d_i} = n\bar{p} \quad \text{y} \quad \sigma_{d_i} = \sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

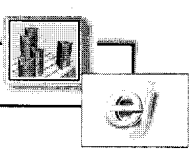
donde n es el tamaño de subgrupo y $\bar{p}$ es la proporción promedio de artículos defectuosos. De aquí que los límites de control de la carta np estén dados por:

$$LCS = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

$$\text{Línea central} = n\bar{p}$$

$$LCI = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

EJEMPLO 8.2



En un proceso de manufactura al final de la línea de ensamble, antes de empacar, se hace la inspección y prueba final. Los atributos, variables o razones por las que los productos son rechazados son varios, sin embargo analizando los datos obtenidos en la inspección final, a través de una estratificación y un análisis de Pareto, se encuentra que la principal causa por la que los artículos salen defectuosos está relacionada con los problemas en un componente en particular (el componente k12). Por lo que se decide analizar más de cerca el proceso que produce tal componente.

Para ello de cada lote de componentes k12 se decide inspeccionar una muestra de $n = 120$, una vez que salen de su proceso (antes de ser ensamblados). Los datos obtenidos en 20 lotes consecutivos se muestran en la tabla 8.2. El análisis de estos datos se puede hacer directamente registrando la cantidad de defectuosos por muestra sin necesidad de calcular la proporción, es decir, se pueden analizar con una carta *np*.

Para obtener los límites de control de la carta *np*, primero se estima $\bar{p}$, que se obtiene al dividir el total de artículos defectuosos (183) entre el total de piezas inspeccionadas (2 400; 20 muestras de 120 piezas cada una), es decir:

$$\bar{p} = \frac{183}{120 \times 20} = 0.076$$

Con lo que los límites de control están dados por

$$LCS = 120 \times (0.076) + 3\sqrt{120 \times 0.076(1 - 0.076)} = 17.87$$

$$\text{Línea central} = 120 \times (0.076) = 9.15$$

$$LCI = 120 \times (0.076) - 3\sqrt{120 \times 0.076(1 - 0.076)} = 0.428$$

Tabla 8.2 Defectos en componente k12.

Muestra	Cantidad defectuosa
1	9
2	6
3	10
4	8
5	5
6	5
7	14
8	12
9	9
10	8
11	10
12	20
13	12
14	10
15	10
16	0
17	13
18	5
19	6
20	11
Suma total	183

La carta *np* que se obtiene se muestra en la figura 8.2. A partir de la cual se aprecia que el proceso no funcionó de manera estable, ya que el número de piezas defectuosas en la muestra del lote 12 es mayor que el límite superior; mientras que en la muestra del lote 16 es menor que el límite inferior. De aquí que se tenga una evidencia objetiva para afirmar que en la fabricación del lote 12 se hizo presente una causa o situación especial que normalmente no está presente en el proceso y que lo afectó seriamente; mientras que en el lote 16 ocurrió una causa especial que mejoró el desempeño del proceso de fabricación de componentes k12. Por lo que se debe tratar de localizar ambas causas, con lo que se estará en posibilidades de prevenir la primera y fomentar la segunda.

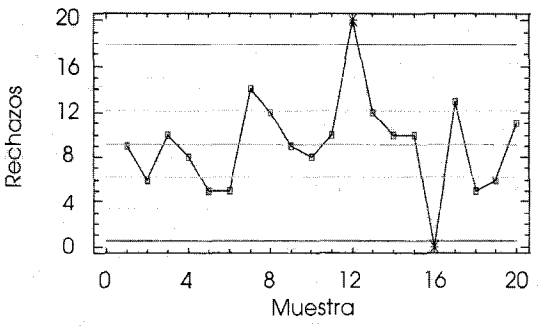


Figura 8.2 *Carta* np *para componente k12.*

En ocasiones, en un estudio inicial como el que se ha hecho con los componentes k12 es difícil localizar las causas especiales si es que las hubo, ya que ocurrieron en el pasado. Sin embargo, una vez que se establecen los límites de control y en la carta se grafica la cantidad de piezas defectuosas inmediatamente que se obtienen, será más fácil localizar las causas especiales que ocurran, ya que se analizará el proceso en tiempo presente. Los límites de control que se usarán a futuro en la carta *np* para los componentes k12, pueden ser los mismos que se obtuvieron, ya que éstos están afectados por un punto máximo y otro mínimo, por lo que de alguna manera se compensan, además de que no se encontraron las causas especiales.

Límites de la carta *np*

Indican la cantidad esperada de piezas defectuosas por cada muestra de *n* componentes inspeccionados, mientras el proceso no tenga cambios importantes.

Interpretación de los límites de control de la carta *np*

Los *límites de la carta np* indican la cantidad esperada de piezas defectuosas por cada n artículos inspeccionados. Por ello, en el caso del componente k12 se espera que de cada muestra de 120 componentes inspeccionados, el número de rechazados varíe entre 0.42 y 17.87, con un número promedio de 9.15.

Enfatizando el hecho de que estos límites reflejan la realidad del proceso de acuerdo a como se muestrea, y con el uso de la carta podrán identificarse las causas especiales que afectan al proceso. Sin embargo, aunque se eliminen tal tipo de causas y se logre tener un proceso estable, la cantidad de piezas defectuosas aún será demasiado grande, como se aprecia en la interpretación de los límites. Por ello, y dado que se ha observado el proceso en un lapso de tiempo pequeño, éste se puede catalogar preliminarmente como inestable e incapaz, por lo que se deberá aplicar la estrategia sugerida en el capítulo 10 para este tipo de proceso. Por lo pronto y en tanto no se tengan más datos para evaluar mejor el estado del proceso, se recomiendan aplicar dos tipos de estrategias simultáneas de mejora:

- Implantar el uso de la carta *np* en tiempo presente, para detectar de inmediato si en la fabricación de algún lote ocurrió una causa especial, sea ésta favorable o desfavorable. Con esto se logrará conocer mejor el proceso, eliminar algunas causas especiales, implantar algunos cambios favorables y sobre todo mejorar la estabilidad del proceso (su estandarización); sin embargo esta estrategia, aunque indispensable, generalmente no es suficiente.
- La otra estrategia más de fondo es integrar un equipo de mejora apropiado que conozca bien el proceso de fabricación del componente k12, para que mediante un proyecto de mejora lleguen al fondo de las causas comunes. Se recomienda seguir la metodología del capítulo 18, o bien aplicar el diseño de experimentos. Con esfuerzos apropiados se esperan buenos resultados, aunque no de un día para otro.

Carta *p* vs. carta *np*

Si el tamaño de subgrupo es variable, entonces se tendrá que optar por la carta p, pero si el tamaño de subgrupo es constante estas cartas son las mismas, salvo un cambio de escala. Por ejemplo, para convertir la carta *np* de la figura 8.2 en una carta p, basta dividir la escala entre el tamaño de muestra (120). De aquí que cuando se quieren analizar las variables del tipo pasa-no pasa en un proceso y se toman muestras de tamaño constante, el criterio para elegir entre una carta p y *np* es según se prefiera entre proporción de defectuosos o número de defectuosos. Por ejemplo, en la carta *np* se tiene la ventaja de que se grafica directamente el número de defectuosos y no es necesario calcular la proporción; mientras que en la carta p es más fácil evaluar la magnitud de las fallas en el proceso en términos porcentuales.

Modificación en el cálculo de los límites de control de las cartas *p* y *np* para mejorar su aproximación a la normalidad. Al principio de la presente sección se comentó que cuando $\bar{p}$ o n eran pequeños la aproximación de la distribución normal a la distri-

bución binomial correspondiente era mala y en consecuencia los criterios de interpretación para la carta p se ven afectados. En Gutiérrez y Camacho (1998) se propone una modificación ligera en el cálculo de los límites de control, que permite aplicar con mayor amplitud y confianza los diferentes criterios de interpretación de las cartas dados en el capítulo 7. Esta modificación consiste en obtener el límite de control superior modificado (LCS^*) de la carta np de la siguiente manera

$$LCS^* = EM\left[n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}\right]$$

donde $EM\,[x]$ es la función mayor entero o igual que x, que a un número entero lo deja igual, pero a un número no entero lo convierte en el entero inmediato mayor a tal número. Por ejemplo, para calcular el límite superior modificado lo que se hace es calcular el LCS normal y aplicarle a éste la función mayor entero o igual; así en el caso de la carta de control de la figura 8.2, en que el límite superior fue 17.87, entonces $EM[17.872] = 18$. Por lo que el $LCS^* = 18$. La línea central se calcula de la misma manera, y el límite de control inferior modificado (LCI^*) se obtiene de la siguiente manera

$$LCI^* = n\bar{p} - 3S^*,$$

donde S^* se obtiene al dividir entre tres la distancia entre la línea central y el LCS^*, así

$$S^* = \frac{LCS^* - n\bar{p}}{3}$$

De esta manera las zonas de la carta de control tendrán una amplitud igual a S^*.

Los límites de control para una carta p se calculan de la misma manera, nada más dividiendo entre el tamaño de subgrupo a los límite de la carta np. En concreto el límite de control superior modificado (LCS') para una carta p está dado por

$$LCS' = LCS^*/n.$$

La línea central es $\bar{p}$, y el límite de control inferior modificado (LCI') está dado por

$$LCI' = LCI^*/n.$$

Con estas pequeñas modificaciones se pueden aplicar con mayor confianza los cinco patrones especiales dados en el capítulo 7 excepto el patrón 5 para falta de variabilidad.

CARTAS *c* Y *u* (PARA DEFECTOS)

Es frecuente que en los procesos industriales existan variables de atributos como la siguiente: número de defectos por artículo (rollo fotográfico, zapato, prenda de vestir, circuito electrónico, mueble); en las que en cada producto se puede tener más de un

defecto o atributo no satisfecho, y sin embargo no catalogar a tal producto como defectuoso. Por ejemplo, un mueble puede tener algunos defectos en su terminado y se puede utilizar con relativa normalidad. Es decir, son variables de atributos que al estar presentes en un artículo no necesariamente implica que no se siga o no pase a la siguiente etapa del proceso, contrariamente a lo que ocurre en las cartas *p* y *np*. Otro tipo de variables que también es importante evaluar son las siguientes: número de errores por trabajador, cantidad de accidentes, número de quejas por mal servicio, número de nuevos clientes, cantidad de llamadas telefónicas, clientes atendidos, errores tipográficos por página en un periódico, número de fallas de un equipo, etcétera.

Distribución de Poisson

Modela variables aleatorias discretas donde el número de oportunidades para encontrar defectos es grande, pero la probabilidad de encontrar un defecto en una situación particular es pequeña.

Las variables de este tipo se pueden ver como el número de eventos que ocurren por unidad, se comportan de acuerdo a la *distribución de Poisson* (véase capítulo 3). La que tiene dos características esenciales: que el número de oportunidades o situaciones potenciales para encontrar defectos es grande, pero la probabilidad de encontrar un defecto en una situación particular es pequeña. Otra característica es que la dispersión de la variable es igual a la magnitud de la variable ($\mu = \sigma^2$). Las variables que se ajusten moderadamente bien a una distribución de Poisson pueden analizarse a través de las cartas *c* y *u*, que analizan el número de defectos por subgrupo o muestra (carta *c*) o el número promedio de defectos por unidad (carta *u*).

Carta *c* (número de defectos)

Carta *c*

Su objetivo es analizar la variabilidad del número de defectos por subgrupo.

El objetivo de la *carta c* es analizar la variabilidad del número de defectos por subgrupo. En esta carta se grafica c_i que es igual al número de defectos o eventos en el *i*-ésimo subgrupo (muestra). Los límites de control se obtienen suponiendo que el estadístico c_i sigue una distribución de Poisson, por tanto la estimaciones de la media y la desviación estándar de este estadístico están dadas por:

$$\mu_{c_i} = \bar{c} = \frac{\text{Total de defectos}}{\text{Total de subgrupos}}.$$

$$\sigma_{c_i} = \bar{c}$$

por lo que los límites de control de la carta *c* se obtienen de la siguiente manera

$$LCI = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}},$$

$$\text{Línea central} = 3$$

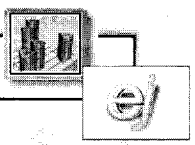
$$LCI = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}},$$

donde $\bar{c}$, es el número promedio de defectos por subgrupo, y se estima durante un estudio inicial al dividir el total de defectos encontrados entre el total de subgrupos.

Tabla 8.3 Datos para el ejemplo 8.3.

Mesa	Defectos, c_i	Mesa	Defectos, c_i
1	7	16	12
2	5	17	8
3	10	18	10
4	2	19	4
5	6	20	7
6	5	21	3
7	4	22	10
8	9	23	6
9	7	24	6
10	5	25	7
11	6	26	4
12	7	27	5
13	8	28	6
14	4	29	8
15	5	30	5
		Suma total	**191**

EJEMPLO 8.3



En una fábrica de muebles se inspecciona con detalle el acabado de las mesas cuando salen del departamento de laca. La cantidad de defectos que son encontrados en cada mesa son registrados con el fin de conocer y mejorar el proceso. En la tabla 8.3 se muestran los defectos encontrados en las últimas 30 mesas. Es claro que estamos ante una variable a ser analizada con la carta c, debido a que una misma mesa puede tener varios defectos y de diferente tipo, además los defectos son relativamente menores, y aunque influyen en la calidad final del producto, no causan que la mesa sea rechazada.

Para analizar estos datos mediante una carta c, lo primero que debemos hacer es estimar el número promedio de defectos por unidad (mesa):

$$\bar{c} = \frac{191}{30} = 6.4$$

por lo que los límites de control de la carta c están dados por

$$LCS = 6.4 + 3\sqrt{6.4} = 13.9$$

$$\text{Línea central} = 6.4$$

$$LCI = 6.4 - 3\sqrt{6.4} = -1.2$$

Obsérvese que el *LCI* dio negativo, pero como no puede existir –1 defectos, entonces el límite inferior es cero. La carta obtenida se muestra en la figura 8.3. A partir de la cual se aprecia que el proceso de producción de mesas estuvo funcionando de manera estable, ya que no hay puntos fuera de los límites ni ningún otro patrón no aleatorio. Por lo anterior, los límites de control a usar en el futuro son esos mismos.

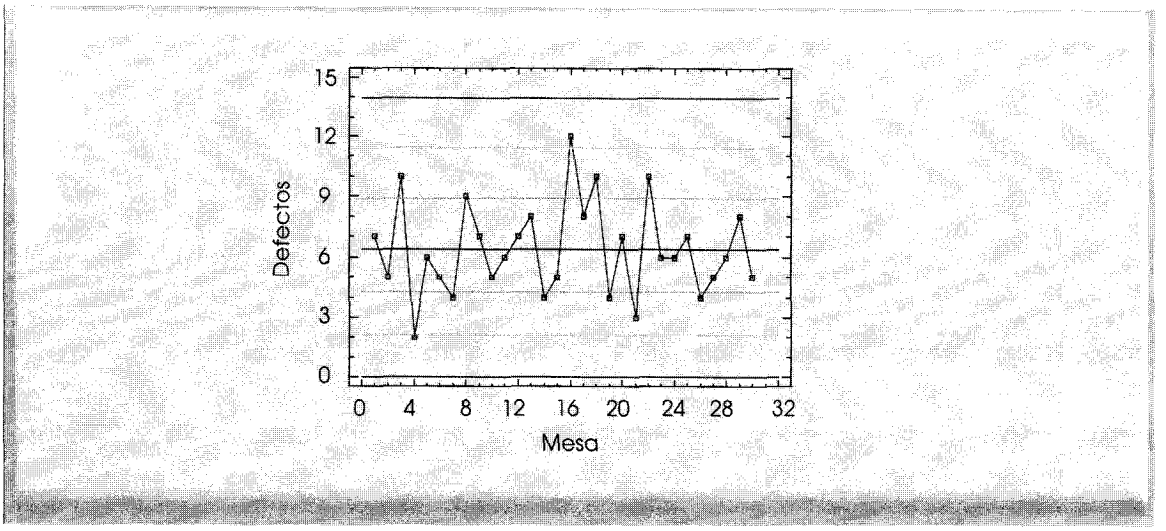


Figura 8.3 *Carta de control para defectos en las mesas.*

Interpretación de los límites de control de la carta *c*

Los límites de una carta *c* reflejan la variación esperada para el número de defectos por subgrupo. En el caso del ejemplo 8.3, se espera que ordinariamente el número de defectos por mesa varíen entre 0 y 13.9, con un promedio de 6.4. Estos límites no representan ni deben representar dónde queremos que estén los datos; representan la realidad. Como las cantidades de defectos son relativamente altos, se requiere un plan de acción que reduzca esta problemática y una forma natural de empezar sería estratificar el problema, es decir, localizar el tipo de defecto con mayor frecuencia y el área donde se presenta. En otras palabras, la acción de mejora no debe partir de reaccionar ante lo que se observa en una mesa, ya que no hay problemas especiales. Toda la problemática es común a todas las mesas, por lo que la acción parte de analizar todo el proceso, enfocándose hacia aquellos problemas con mayor recurrencia.

La carta de control para los defectos en las mesas (fea como toda carta real) muestra un proceso estable (en control estadístico), pero que quizá se considera que genera muchos defectos; 6.4 en promedio por mesa. Si éste fuera el caso, entonces se tendría un proceso establemente malo o en otras palabras un proceso estable e incapaz. Una

ventaja que se le puede apreciar a la carta es que no sólo ayudará a detectar situaciones anormales en la producción de una mesa, que en lo futuro se deben prevenir, sino que además provoca en la administración mayor conciencia de la magnitud e importancia del problema; además de que será muy fácil evaluar el impacto de las acciones de mejora.

La carta c es aplicable donde el tamaño de subgrupo (muestra) puede verse como constante; por ejemplo una semana, una mesa, una pieza, 100 artículos, un metro de tela, 100 muebles o cualquier otro subgrupo de tamaño constante. Cuando no permanece constante se aplica la carta u.

Carta u (número de defectos por unidad)

Carta u

Esta se usa cuando el tamaño de subgrupo no es constante y analiza la variación del numero promedio de defectos por articulo o unidad.

Cuando en las cartas c el tamaño de subgrupo no es constante o aun cuando lo sea se prefiere cuantificar el número promedio de defectos por artículo o unidad, en lugar del total de defectos en el subgrupo; se usa la *carta u*. En la cual, para cada subgrupo, se grafica el número promedio de defectos por unidad, u_i, que se obtiene al dividir el total de defectos encontrados en el subgrupo entre el total de artículos en el subgrupo. Es decir

$$u_i = \frac{c_i}{n_i}$$

donde c_i es la cantidad de defectos en el subgrupo i y n_i es el tamaño del subgrupo i. Para calcular los límites es necesario estimar la media y la desviación estándar del estadístico u_i, que bajo el supuesto de que c_i sigue una distribución Poisson, se obtienen con:

$$\mu_{u_i} = \bar{u} = \frac{\text{Total de defectos}}{\text{Total de artículos inspeccionados}}$$

$$\sigma_{u_i} = \sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

De esta manera los límites de control en una carta u están dados por

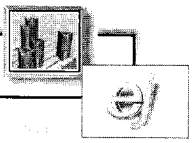
$$LCS = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

$$\text{Línea central} = \bar{u}$$

$$LCI = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

Cuando el tamaño de subgrupo, n, no es el mismo en todos los subgrupos, entonces n se sustituye por el tamaño promedio de subgrupo, $\bar{n}$. Otra alternativa es obtener una carta con límites variables, donde para cada subgrupo se calculan sus límites en función del tamaño de subgrupo n_i y con estos límites se evalúa el proceso para tal subgrupo.

EJEMPLO 8.4



En una fábrica se ensamblan artículos electrónicos y al final del proceso se hace una inspección por muestreo para detectar defectos relativamente menores, y así retroalimentar el proceso para enfocar bien las acciones de mejora. En particular, en la tabla 8.4 se presenta el número de defectos observados en muestreos realizados sobre 24 lotes consecutivos de piezas electrónicas. El número de piezas inspeccionados en cada lote es variable, por lo que no es apropiado analizar el número de defectos por muestra, c_i, mediante una carta c. Es mejor analizar el número promedio de defecto por pieza, u_i, mediante la carta u.

Tabla 8.4 Defectos en piezas electrónicas.

Lote	Tamaño de muestra, n_i	Defectos encontrados, c_i	$u_i = \frac{c_i}{n_i}$	Lote	Tamaño de muestra, n_i	Defectos encontrados, c_i	$u_i = \frac{c_i}{n_i}$
1	20	17	0.85	13	30	40	1.33
2	20	24	1.20	14	30	24	0.80
3	20	16	0.80	15	30	46	1.53
4	20	26	1.30	16	30	32	1.07
5	15	15	1.00	17	30	30	1.00
6	15	15	1.00	18	30	34	1.13
7	15	20	1.33	19	15	11	0.73
8	25	18	0.72	20	15	14	0.93
9	25	26	1.04	21	15	30	2.00
10	25	10	0.40	22	15	17	1.13
11	25	25	1.00	23	15	18	1.20
12	30	21	0.70	24	15	20	1.33
				Suma total	525	549	

Para calcular los límites de control a partir de la tabla 8.4, tenemos que

$$\bar{u} = \frac{549}{525} = 1.04$$

Como el tamaño de subgrupo o muestra es variable, se tienen dos alternativas: usar el tamaño de subgrupo promedio o construir una carta con límites variables. Se harán ambas. El tamaño de subgrupo promedio se obtiene dividiendo el total de unidades inspeccionadas (525) entre el número de subgrupos (24); de esta manera $\bar{n} = 21.875$. Con esto tenemos que los límites de control son:

$$LCS = 1.04 + 3\sqrt{\frac{1.04}{21.875}} = 1.69$$

Línea central = 1.04

$$LCI = 1.04 - 3\sqrt{\frac{1.04}{21.875}} = 0.38$$

La carta obtenida es la de la figura 8.4. En la que se observa que el proceso no funcionó de manera estable, ya que en la muestra del lote 21 el número promedio de defectos por pieza se sale del límite de control superior. En la fabricación de tal lote ocurrió alguna causa especial que empeoró la calidad de las piezas. Se debe identificar la causa para en lo futuro evitarla. Además del punto fuera de los límites no hay ningún patrón no aleatorio.

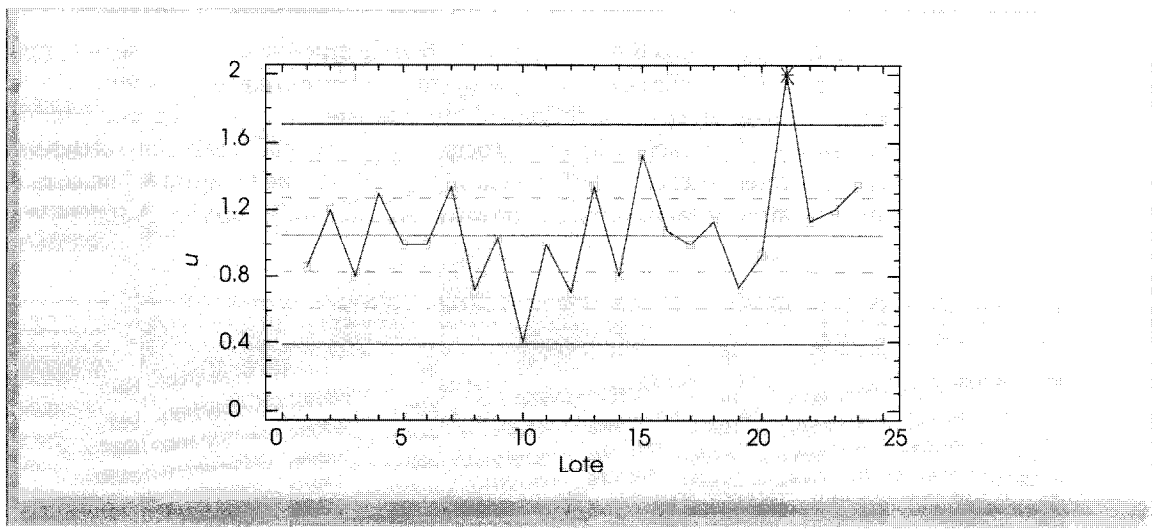


Figura 8.4 *Carta* u *para defectos en piezas.*

Interpretación de los límites de control en la carta u

En la carta *u* se grafica el número de defectos por artículo. Por ejemplo, en el caso de las piezas electrónicas, si considerando que los límites de control para analizar el proceso en el futuro se optó por usar los límites calculados inicialmente, entonces se espera que en las muestras de tamaños similares a los de la tabla 8.4, se encuentre entre 0.38 y 1.69 defectos por pieza con un promedio de 1.04.

Lo que procede en el problema bajo análisis, es seguir monitoreando el proceso mediante la carta de control para identificar y eliminar causas especiales de variación. Además se debe evaluar la posibilidad de generar un proyecto de mejora que identifique y elimine las causas comunes de los defectos en los artículos. Un primer paso en tal proyecto de mejora sería identificar el tipo de defecto que se presenta con mayor frecuencia.

Carta *u* con límites variables

Se aplica cuando el tamaño de subgrupo n es muy variable. Para cada n se calculan los correspondientes límites de control.

Carta *u* con límites variables

Para construir una *carta u con límites variables*, para estos mismo datos, lo que se necesita hacer es calcular un límite para cada tamaño de subgrupo. La línea central es la misma, independientemente del tamaño de subgrupo. Por ejemplo, en el caso de las piezas electrónicas cuando se tiene tamaño de muestra de 25, los límites para tales lotes son

$$LCS = 1.04 + 3\sqrt{\frac{1.04}{25}} = 1.65$$

$$LCI = 1.04 - 3\sqrt{\frac{1.04}{25}} = 0.428$$

Al calcular tantos límites como tamaños de muestra distintos, se obtiene la carta u de la figura 8.5. En ella se aprecia que además del punto correspondiente al lote 21, también el del 10 aparece fuera de control; aunque este último por el límite inferior. De esta manera, en la fabricación del lote 10 ocurrió algo especial que mejoró el desempeño del proceso. Nótese que en la carta con límites promedio de la figura 8.4 no se había detectado esto, aunque tal punto sí estaba muy cerca del límite inferior. Además, la amplitud

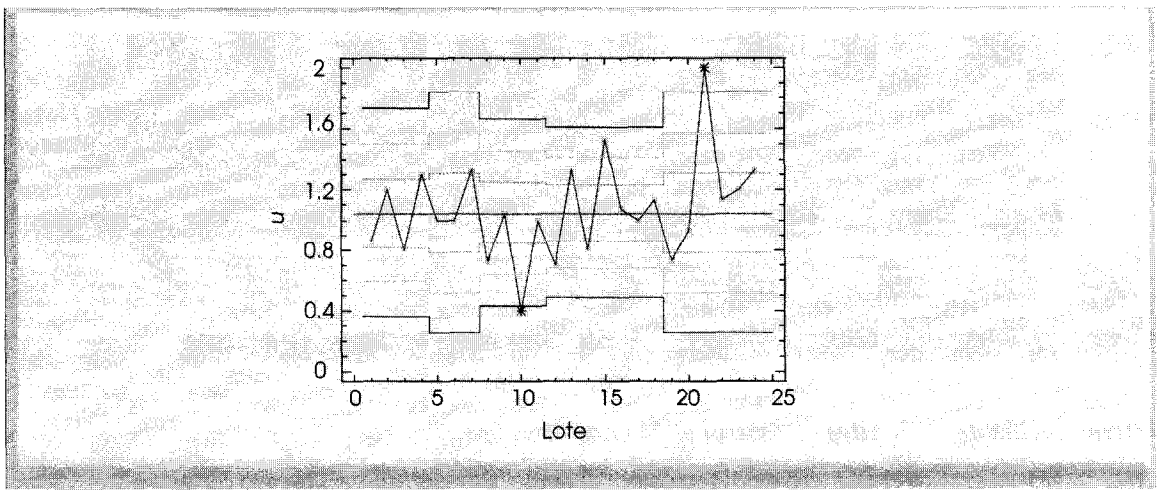


Figura 8.5 *Carta u con límites variables para piezas electrónicas.*

de los distintos límites en la carta u, es apreciablemente diferente, esto debido a que la discrepancia entre algunos tamaños de muestra respecto al tamaño promedio es grande en términos relativos; por ejemplo, entre 30 y 21.8 es de 37% – ((30/21.8) – 1).

La ventaja de usar límites promedio es que al ser sólo un par de límites, no se necesitan estar calculando para cada punto y se tiene una perspectiva e interpretación más directa; pero su desventaja es que en ocasiones no detecta cambios, o puede ser que registre un cambio cuando en realidad no ocurrió. Una buena alternativa sería usar límites promedio cuando los tamaños muestrales no discrepen mucho entre sí (véase sección anterior).

Carta u estandarizada

Otra alternativa a usar cuando los tamaños de subgrupo son muy distintos entre sí, es construir una carta estandarizada, en la cual en lugar de graficar u_i, se grafica la siguiente variable estandarizada

$$z_i = \frac{u_i - \overline{u}}{\sqrt{\frac{\overline{u}}{n_i}}}$$

La variable z_i sigue aproximadamente una distribución normal estándar ($\mu = 0, \sigma = 1$). Por lo que la línea central en esta carta es igual a cero, y los límites de control inferior y superior son –3 y 3, respectivamente.

IMPLANTACIÓN Y OPERACIÓN DE UNA CARTA DE CONTROL

Una carta de control es útil en la medida que atienda una necesidad percibida por los responsables del proceso y, desde luego, dependerá de qué tan bien se implemente y se utilice. Por ello, en esta sección veremos algunas actividades a desarrollar para una mejor implantación y operación de cualquiera de las cartas que hemos visto en el capítulo anterior y en éste.

1. Describir la problemática o situación que se percibe en el área donde se tiene la idea de implantar una carta de control.
2. Explicar con detalle por qué cree que la carta de control sería de alguna utilidad para evaluar, entender y mejorar la situación de interés.
3. Definir en forma concreta y preliminar el o los objetivos de la carta de control.
4. Hacer una lista exhaustiva de las diferentes variables que pueden aportar información sobre los distintos aspectos de la situación de interés, y que se podrían analizar mediante una carta de control.
5. De la lista anterior, hacer una preselección de las variables que se crea que mejor ayuden a cumplir con el objetivo descrito antes. En esta preselección dar prioridad a las variables que mejor reflejen la magnitud del problema, en términos de calidad, costos, productividad o tiempo de ciclo. Además, considerar la dificultad humana, en equipos y en costo de medir con calidad y oportunidad las variables candidatas.

6. De la preselección del inciso previo, elegir una primer variable a analizar mediante una carta de control, y para esa variable desarrollar las siguientes actividades, las cuales habría que repetir para cada una de las variables que finalmente se decida estudiar con una carta de control.
7. Escoger la carta apropiada para la variable seleccionada. Para tomar esta decisión, apoyarse en lo hecho antes, en la tabla 8.5 y en las siguientes situaciones típicas en las que se aplica cada una de las cartas que vimos en el capítulo anterior y en las secciones previas de este capítulo:

   Cartas $\bar{X}$-R y $\bar{X}$-S. Considerar como buena alternativa a estas cartas en algunas de las siguientes situaciones:

   - Se inicia un nuevo proceso; o se va a desarrollar un nuevo producto con un proceso ya existente.
   - En procesos con mal desempeño respecto a especificaciones.
   - Actualmente se mide la variable, pero se conoce poco de la misma.
   - Se quiere definir o redefinir especificaciones para una característica de calidad.
   - Ya se han usado cartas de atributos, pero el proceso es muy inestable y/o su capacidad sigue siendo mala. En ese caso es mejor una carta para variables continuas ya que éstas aportan más información sobre el desempeño del proceso.
   - Se pretende reducir la cantidad de inspección.
   - Procesos en los que hay desgastes o desajustes naturales, y que es necesario compensarlos de alguna manera apropiada.
   - Tiene que demostrarse continuamente (a clientes o la gerencia) que el proceso es estable y capaz.

   Cartas p, np, c o u. Considerar como alternativa a estas cartas, en algunas de las siguientes situaciones:

   - La variable candidata es de atributos y no se tiene información sobre su estabilidad y su capacidad.
   - El proceso consiste en operaciones complejas de ensamble y la calidad del producto se mide en términos de la ocurrencia de defectos, o con criterios del tipo pasa o no pasa.
   - Es necesario que el proceso sea estable y capaz pero no se pueden obtener mediciones de tipo continuo.
   - Se requiere tener información sobre la evolución del desempeño global del proceso.

   Carta de individuales. Las situaciones en las que es adecuado optar por esta carta son las mismas que las cartas $\bar{X}$-R o $\bar{X}$-S, pero el proceso es lento y tiene las características que se señalan en el capítulo 7 y la tabla 8.5.

Subagrupamiento

Se refiere a que en la implementación de una carta de control se debe buscar que los subgrupos (muestras) sean lo más homogéneos posible.

8. Pensar el *subagrupamiento*. Cada punto en una carta representa a un subgrupo o muestra de artículos. La selección de los elementos que constituirán cada subgrupo debe ser de manera que si están presentes causas especiales, éstas aparezcan como diferencias entre subgrupos, y no por diferencias entre los elementos que forman el subgrupo. En otras palabras, se debe buscar que el subgrupo sea tan homogéneo como sea posible. Por ejemplo, si un proceso utiliza varias máquinas, sería

Tabla 8.5*a* Elementos para la selección de una carta de control de atributos

Gráfica	Propósito	Uso	Tamaño de subgrupo, n	Consideraciones adicionales
Proporción de defectuosos (p)	Analizar la proporción de artículos defectuosos por subgrupo (unidades rechazadas / unidades inspeccionadas). Se supone una distribución binomial.	Por lo general es utilizada para reportar resultados en puntos de inspección, donde una o más características de calidad son evaluadas y en función de esto el artículo es aceptado o rechazado.	El valor de n puede ser constante o variable, pero suficientemente grande para tener una alta probabilidad de que en cada subgrupo se detecte por lo menos una pieza defectuosa. Esto se logra tomando a n tal que $n > 9\left[\frac{(1-\bar{p})}{\bar{p}}\right]$	No es adecuada si n es mucho más pequeño que el valor recomendado. Para n muy grande, de uno o varios miles, los límites de control serán muy estrechos; y es mejor graficar la proporción en una carta de individuales. Si n es muy variable de un subgrupo a otro (más de 25%); se debe utilizar una carta estandarizada o una con límites variables.
Número de defectuosos (np)	Monitorea el número de unidades defectuosas por subgrupo (número de unidades rechazadas por cada muestra inspeccionada) Se supone una distribución binomial.	Se aplica en la misma situación que la carta p, pero con el tamaño de subgrupo constante. Es más fácil graficar los puntos en la carta, al trabajar con números enteros.	El valor de n debe ser constante y en cuanto a su tamaño se aplica los mismo criterios que la carta p.	Aplican las dos primeras observaciones para la carta p. Cuando n crece la sensibilidad o potencia de la carta para detectar cambios es mayor.
Número de defectos por subgrupo (c)	Analiza el número de defectos por subgrupo. Se supone una distribución de Poisson.	Uno de sus usos se da en puntos de inspección, donde se busca localizar uno o más tipos de defectos relativamente menores, de forma que aunque se encuentren defectos, el artículo no se rechaza. También se usa para variables como número de quejas, de errores, de paros, de clientes, etcétera.	El tamaño de subgrupo es constante, y puede ser desde un solo producto (con varios defectos potenciales), un lote o unidad de tiempo. De ser posible elegir el tamaño de subgrupo, de tal manera que el número promedio de defectos por subgrupo (línea central) sea mayor que 9.	Si en cada subgrupo se esperan 0 o muy pocos defectos, mucho menos que 9, usualmente la carta no es efectiva. En esos casos, buscar incrementar el tamaño de subgrupo o buscar otras alternativas.
Número promedio de defectos por unidad (u)	Monitorea el número promedio de defectos por artículo o unidad inspeccionada. Se supone una distribución de Poisson.	Igual que la carta c, pero aquí se prefiere analizar el número promedio de defectos por artículo o unidad, en lugar del número de defectos por subgrupo.	El tamaño de subgrupo puede ser constante o variable, pero siempre incluye varias unidades o artículos. Buscar que n cumpla que $n > \frac{9}{\bar{u}}$	Si n es menor que el número recomendado, la carta u suele no ser útil. En esos casos, buscar incrementar n o utilizar otra carta de control.

Tabla 8.5*b* Elementos para la selección de una carta de control para variables

Carta	Propósito	Uso	Tamaño de subgrupo, n	Consideraciones adicionales
De medias ($\bar{X}$)	Analiza las medias de subgrupos, como una forma de detectar cambios en el promedio del proceso. Aunque la carta está inspirada en la distribución normal, la carta funciona bien para otras distribuciones debido al teorema central del límite.	Procesos masivos (de mediano a alto volumen), donde en un corto tiempo se producen varios artículos y/o mediciones.	$n > 3$ A medida que n crece la carta detecta incluso pequeños cambios en el promedio del proceso. Por esto generalmente un tamaño de n menor que 10 es suficientes para detectar cambios moderados y grandes, que son los de mayor interés en la práctica.	Los límites de control indican dónde se espera que varíen las medias de los subgrupos, por lo que no indican dónde varían las mediciones individuales, y no tienen nada que ver con las especificaciones.
Rangos (R)	Analiza los rangos de los subgrupos, como una estrategia para detectar cambios en la amplitud de la variación del proceso. La falta de normalidad afecta un poco a la carta.	Usada conjuntamente con la carta $\bar{X}$, cuando $n < 11$. Por lo que se aplica al mismo tipo de proceso que tal carta.	$3 < n < 11$ A medida que n crece es capaz de detectar cambios más pequeños en la amplitud de la dispersión del proceso.	Es importante utilizarla junto con una carta $\bar{X}$. De los criterios para cambios de nivel, sólo utilizar el de puntos fuera de los límites.
Desviacion estándar (S)	Analiza la desviación estándar que se calcula a cada subgrupo, como una estrategia para detectar cambios en la amplitud de la variación del proceso. La falta de normalidad afecta un poco a la carta.	Usada conjuntamente con la carta $\bar{X}$, cuando $n > 10$. Por lo que se aplica al mismo tipo de proceso que tal carta.	$n > 10$ Dado el tamaño de subgrupo recomendado. Usarla sólo cuando se quiera detectar incluso cambios pequeños en la dispersión del proceso, y se esté dispuesto a atender estos cambios.	Tanto la carta $\bar{X}$ como ésta, tienen una mayor sensibilidad cuando n crece, usarlas cuando se quiere y se esté dispuesto a tener un control estricto sobre el proceso. De los criterios para cambios de nivel, sólo utilizar el de puntos fuera de los límites.
Individuales (X)	Analiza cada medición individual del proceso, y le detecta cambios grandes principalmente, tanto en la media como en la amplitud de la dispersión. Si la distribución no es normal, la carta se puede ver afectada poco.	Procesos de bajo volumen, donde se requiere un tiempo considerable (de una a más horas) para obtener un resultado o una medición. O cuando mediciones cercanas en el tiempo sólo difieren por error de medición.	Por propósito $n = 1$	Si en estos procesos es importante detectar cambios más pequeños y medianos, se recomienda utilizar otra carta más sensible (la EWMA o CUSUM, véase capítulo siguiente)

mejor tomar un subgrupo de cada máquina en lugar de que los elementos de un subgrupo lo formen artículos de varias de ellas; porque las diferencias entre máquinas podría ser una causa especial de variación. De esta manera, para obtener las cartas de control, el muestreo aleatorio no es necesariamente el procedimiento de muestreo apropiado. La esencia de subagrupamiento está opuesta a la aleatorización.

Así, el subgrupo o muestra debe formarse procurando cierta homogeneidad. Entendido esto bajo circunstancias específicas, como que un subgrupo representa a la misma línea, área, oficina, máquina, operador o material. Bajo situaciones particulares, algunas posibles fuentes de variabilidad podrán incluirse en el mismo subgrupo y otras fuentes en uno distinto. Por ello, antes que todo hay que razonar el subagrupamiento.

9. Decidir la forma de selección de los elementos del subgrupo. Para especificar la forma operativa en que se elegirán los elementos del subgrupo cuando éste lo constituyen más de un artículo, tomar en cuenta la forma como se decidió integrar cada subgrupo y optar por uno de los siguientes procedimientos:

Método del instante

Método de muestreo en cartas de control que consiste en conformar el subgrupo con productos hechos en un instante de tiempo tan pequeño como sea posible.

- ***Método del instante.*** Consiste en conformar el subgrupo con productos hechos en un instante de tiempo, tan pequeño como sea posible. Por ejemplo, un subgrupo lo constituye cierta cantidad de piezas producidas de manera consecutiva o seleccionadas de entre una tanda (horneada, tiro de moldeo) de artículos producidos en tiempos recientes; el siguiente subgrupo es seleccionado de manera similar posteriormente, después de que pase cierto tiempo (media hora, una hora o más; dependiendo de la frecuencia que se crea conveniente).

Método del periodo

Forma de muestrear en cartas de control que consiste en seleccionar los artículos del subgrupo de entre las partes producidas en un periodo de tiempo o producción; así, el subgrupo es representativo de toda la producción de dicho periodo.

- ***Método del periodo.*** Este procedimiento consiste en seleccionar los artículos del subgrupo de entre las partes producidas en un periodo de tiempo o producción (turno, lote), de esta manera el subgrupo es representativo de toda la producción de dicho periodo. Por ejemplo, un inspector asiste cada dos horas a cierta zona del proceso y elige aleatoriamente determinada cantidad de piezas de entre las que se produjeron desde la última vez que fue.

El método del instante es el que se usa más, debido a que con él se logran subgrupos más homogéneos y porque proporciona una referencia más específica del tiempo en que se produjeron las piezas, lo que es útil para localizar las causas especiales de variación. Además permite reaccionar con mayor oportunidad y exactitud. La ventaja del método del periodo es que proporciona mejor información sobre la calidad, no así sobre la variabilidad. En general, el método del periodo se usa cuando debido a las circunstancias particulares del proceso no se puede utilizar el otro método.

10. Elegir tamaño y frecuencia de muestreo. Para el tamaño de subgrupo recurrir a las recomendaciones que se han dado en la tabla 8.5*a* y *b*, y consultar las observaciones que se han hecho sobre la sensibilidad o potencia de la carta para detectar cambios. En cuanto a la frecuencia del muestreo hay pocos criterios que lo rijan, pero debe ser suficiente para detectar el tipo de cambios que se desea identificar. Ya que si el subgrupo se toma demasiado espaciado, entre el tiempo transcurrido entre cada subgrupo pueden ocurrir cambios importantes que la carta

no registrará. Pero si es demasiado frecuente, entonces además de más esfuerzo y mayores costos de medición, tal vez no se puedan atender adecuadamente todas las señales de la carta de control. Por ejemplo, es muy raro que un subgrupo se tome cada 5 minutos, más bien se suele espaciar cada media hora o más. De hecho en algunos casos, una vez que se ha elegido el subgrupo automáticamente se ha determinado la frecuencia. En general, se prefieren muestras pequeñas con más frecuencia, que muestras grandes con poca frecuencia. Por ejemplo, entre cinco piezas cada media hora y 20 piezas cada 2 h, en la práctica se prefiere lo primero.

Como comentario final de este punto diremos que aunque es importante el tamaño y frecuencia de muestreo, es más importante que la carta se utilice de forma sistemática para detectar cambios de manera oportuna en el proceso y que además se interprete de manera correcta (véase capítulo 7).

Estandarizar la toma de datos

Acción a ejecutar en la implementación de una carta de control que implica definir la manera en que se van a tomar los datos y asegurarse de que los instrumentos de medición y prueba sean adecuados, los criterios estén bien definidos y los formatos sean sencillos.

11. Estandarizar la toma de datos. Definir con precisión y claridad la manera en que se van a tomar los datos y asegurarse de que los instrumentos de medición y prueba sean adecuados, los criterios para los inspectores estén bien definidos, los formatos de recolección de datos sean sencillos y entendibles, y asegurarse de que el lugar donde se tomarán los datos es el mejor. Esto es de primera importancia, ya que en ocasiones las señales de fuera de control se pueden deber a variaciones en los criterios de inspección o a problemas con los instrumentos de medición y prueba.
12. Determinar límites de control y su revisión futura. Colectar la información correspondiente a por lo menos 20 a 30 subgrupos y calcular los límites preliminares de la carta correspondiente. Si los datos reflejan que el proceso es estable (en control estadístico), entonces estos límites se seguirán usando para analizar el proceso en el presente y en el futuro. Una vez establecidos los límites de control, para analizar si el proceso opera de manera estable ya no será necesario esperarse a tener por lo menos 20 puntos en la carta, sino que en el momento de obtener el subgrupo se podrá saber si el punto cae fuera de los límites de control o si se ha dado algún otro patrón no aleatorio.

    En caso de que en el estudio inicial aparezcan pocos puntos fuera de los límites de control, es usual investigar la situación especial que causó que los puntos estén fuera de los límites. Una vez que se ha identificado la causa, entonces dado que estos puntos influyen en los límites calculados, excluir los datos que representan los puntos fuera y recalcular los límites de control sin la influencia de estas situaciones especiales.

    En caso que no se encuentre la causa que provocó que los puntos estén fuera de los límites, lo que es probable en un estudio inicial, ya que se está analizando un hecho pasado, entonces es preferible retener los puntos y trabajar a futuro con los límites calculados desde el inicio, aunque también se podría optar por eliminar los puntos y recalcular los límites.

    Por otra parte, si en el estudio inicial muchos puntos se salen de los límites de control, excluirlos no es apropiado e investigar las causas en cada uno de ellos también resultará impráctico y será un trabajo poco productivo. En estos casos se debe revisar si la forma en que se calcularon los límites es la correcta y en general se debe seguir la estrategia de mejora sugerida en el capítulo 10 para procesos inestables, donde lo que se recomienda es analizar el tipo de inestabilidad

que se presenta en el proceso, y a partir de esto y de observar el proceso, generar y comprobar conjeturas sobre las causas de la inestabilidad.

En cualquiera de los casos anteriores, una vez que se tienen límites de control definitivos para usarse en el futuro, éstos no se cambiarán hasta que la realidad del proceso sea otra, por ejemplo: que haya reducido su variabilidad significativamente o mejorado el centrado del proceso. En ocasiones, en algunas empresas se acostumbra revisar o recalcular en forma periódica los límites, pero se debe ser cuidadoso de imitar esta práctica, ya que si el periodo es muy corto puede ocurrir que no se detecten ciertos cambios o tendencias que estén registrando en las cartas. Por ejemplo, una semana es un periodo muy corto para recalcular los límites de control. En algunos procesos se justifica recalcular los límites cuando se da cierto tipo de mantenimiento mayor, cuando se le hacen cambios al proceso, etcétera; en todo caso se debe tener muy claro la razón de por qué después de estos cambios se espera que el proceso opere en forma diferente respecto a la variable que se analiza con la carta de control.

La práctica en algunas empresas de sustituir los límites de control por especificaciones o metas de calidad, se debe evitar a toda costa. También en ocasiones la línea central de una carta de medias se sustituye por un valor objetivo o deseado, también esto se debe evitar, porque aunque en algunas ocasiones puede justificarse, en general cuando se hace esto, la carta de control pierde su propósito y potencial.

13. Asegurarse de la cooperación. Es necesario que se involucre a quienes están relacionados con la problemática que pretende atender la carta de control, es indispensable explicar los objetivos de la carta y la situación que prevalece actualmente (etapas 1 y 2); además es muy importante capacitar sobre lo que va a detectar la carta, y cómo va ayudar a realizar mejor el trabajo. En otras palabras, el desarrollo de esta fase es una buena oportunidad para practicar el trabajo en equipo, y para fortalecer la corresponsabilidad por la calidad y la empresa.
14. Entrenar a usuarios. Con base en las etapas 6, 7 y 8, entrenar a quienes van a usar la carta de control: cada cuándo y cómo van a tomar los datos, en el registro de puntos en la carta de control, en la documentación de las cartas y en todos aquellos pasos que se seguirán en la operación de la carta.
15. Analizar los resultados. Asegurarse de que la carta se interpreta correctamente, que se utiliza para detectar causas especiales de variación, que ayuda a fundamentar acciones de mejora, etcétera. Es importante definir quién va interpretar la carta y los pasos a seguir cuando se detecte una causa especial de variación, sea un cambio de nivel, una tendencia, etcétera.
16. Asegurarse de su efectividad. Se debe tener cuidado que el llenado de los puntos en la carta de control no se haga una rutina más, en la que no se toma ningún tipo de acción. Es indispensable revisar periódicamente si la carta cumple con el propósito para el que se implementó, si se usa e interpreta en forma correcta, y si la problemática se ha reducido.
17. Mantener el interés y modificar la carta. Tomar acciones para que la carta no se use mecánicamente, sino que sea un instrumento vivo, útil y que recibe atención. Para ello se puede involucrar cada vez más a los usuarios de las cartas en la corresponsabilidad de la calidad, asignar responsabilidades, modificar la carta: su lugar, la frecuencia y tamaño de muestreo. Se puede cambiar su naturaleza de acuerdo a los resultados obtenidos, por ejemplo, si ya se logró que el proceso sea

estable y capaz, entonces ahora el propósito de la carta debe ser preventivo para que la mejoras logradas sean irreversibles.

18. Eliminar la carta. Cuando una carta ha cumplido su propósito, por ejemplo el problema se eliminó o en general cuando ya no tiene razón de ser, entonces es el momento de pensar en eliminarla y sustituirla por una alternativa acorde con las nuevas circunstancias. Por ejemplo, si dio resultado, entonces se puede pensar en medidas de aseguramiento, como muestreo periódico, inspección o una carta que resulte más económica y adecuada a las nuevas circunstancias.

USO DE UN STATGRAPHICS ESTADÍSTICO

Las cartas de control que en este capítulo hemos descrito y otras, por lo general están en programas estadísticos especializados que tienen cierta orientación industrial. A continuación damos una guía básica para utilizar Statgraphics Plus versión 4 para cartas de control para atributos.

1. Si se tiene tamaño de subgrupo variable, introducir en una columna los conteos observados de las no conformidades, y en otra columna los tamaños de subgrupo utilizados. Si se tiene tamaño constante sólo es necesaria la primer columna.
2. Seguir la siguiente guía: SPECIAL... QUALITY CONTROL... ATTRIBUTES CONTROL CHARTS, después de lo cual se elige alguna de las siguientes cartas *p* Chart, *np* chart, *u* Chart, *c* Chart. Además:

    - Si se elige *p*-chart, entonces aparece una pantalla en la que se le dan los datos específicos para el análisis. En la parte superior se da el nombre de la columna que contiene las proporciones (números entre 0 y 1), en la siguiente se especifica el tamaño de subgrupo (*subgroup size*).
    - Dentro del análisis hay diferentes análisis y pruebas tanto en forma de tabla como en forma de gráfica.

CONCEPTOS CLAVE

- Artículo defectuoso
- Carta *p*
- Límites de la carta *p*
- Carta 100*p*
- Carta *p* con límites variables
- Carta *p* normalizada
- Carta *np*
- Límites de la carta *np*
- Carta *c*
- Carta *u*
- Carta *u* con límites variables
- Subagrupamiento
- Método del instante
- Método del periodo
- Estandarizar la toma de datos

PREGUNTAS Y EJERCICIOS

1. En el contexto de las cartas de atributos y apoyándose en el primer apartado del capítulo 7, dé algunos ejemplos de administración por reacción y comente el tipo de resultados que se obtienen.
2. De manera general, cómo se obtienen los límites de control en las cartas de control de Shewhart. Ejemplifique con la carta *p*.

Carta *p*-*np*

3. ¿Qué tipo de variables se analizan mediante una carta *p* o *np*?
4. ¿Cuándo se prefiere la carta *p* sobre la *np*?
5. En una empresa del ramo metalmecánico se fabrican válvulas. Después del proceso de fundición se hace una inspección y las piezas que no cumplen con ciertas características son rechazadas. Las razones por las que pueden ser rechazadas son diversas: piezas incompletas, porosas, mal formadas, etcétera. Para

Tabla 8.6 Datos para el ejercicio 5.

Lote	Tamaño de lote, n_i	Defectuosos, d_i	Proporción, p_i
1	300	15	0.050
2	300	12	0.040
3	300	15	0.050
4	300	7	0.023
5	330	16	0.048
6	300	6	0.020
7	300	18	0.060
8	280	10	0.036
9	290	9	0.031
10	300	15	0.050
11	300	9	0.030
12	300	4	0.013
13	300	7	0.023
14	300	9	0.030
15	305	5	0.016
16	295	15	0.051
17	300	19	0.063
18	300	7	0.023
19	300	12	0.040
20	300	10	0.033
21	300	4	0.013
	Suma = 6 300	Suma = 224	

evaluar la variabilidad y la magnitud de la proporción de piezas defectuosas en el proceso de fundición se decide implementar una carta p. El proceso de fundición se hace por lotes. En la tabla 8.6 se muestran los datos obtenidos durante una semana para cierto tipo de válvulas. Aunque regularmente el tamaño de lote es fijo, $n = 300$, en ocasiones por diferentes motivos en algunos lotes se hacen unas cuantas piezas de más o de menos, como se aprecia en la tabla 8.6.

a) Calcule los límites de control utilizando el tamaño de subgrupo (lote) promedio.
b) ¿Cómo explicaría los límites de control que obtuvo a alguien que no tienen conocimientos profundos de estadística?
c) Grafique la carta correspondiente e interprétela.
d) ¿El proceso es estable?
e) ¿Se puede considerar que la calidad del proceso es aceptable? Argumente.
f) ¿Cómo aplicaría un análisis de Pareto para enfocar mejor un proyecto de mejora, en este caso?

6. En el caso del ejercicio 5:
a) Obtenga una carta p con límites de control variables.
b) ¿Qué diferencias observa respecto a la carta obtenida en el ejercicio anterior?

7. En el caso del ejercicio 5:
a) Suponga que todos los lotes tienen el mismo tamaño (el promedio), calcule los límites de control para una carta np, e interprételos.
b) Grafique la correspondiente carta np y analícela.
c) ¿El proceso es estable?
d) ¿Observa alguna diferencia importante entre la carta p y la np?
e) ¿Cuál carta p o la np sería la más conveniente en este caso? Argumente.

8. Se analiza el porcentaje de defectuosos en un proceso mediante una carta de control p, y se encuentra que el proceso es estable, qué está en control estadístico, ¿quiere decir que el porcentaje de defectuosos es muy pequeño, y que por lo tanto el proceso funciona bien?

9. En un proceso se lleva una carta p, cuya línea central es 0.08. Si se toma un lote de 100 artículos y se obtienen 16 defectuosos, ¿ese lote es anormal?, es decir, en la producción de ese lote el proceso estuvo fuera de control estadístico? Conteste calculando los límites de control considerado $n = 100$ y $p = 0.08$.

10. En un proceso de producción se produce por lotes de tamaño 500, en la inspección final de los últimos 30 lotes se obtuvieron la siguiente cantidad de artículos defectuosos (los datos están en orden horizontal).

11 12 15 17 11 10 13 25 17 13 11 12 17 8 12 11 20 15 12
17 18 14 10 8 10 6 7 5 9 6

a) Calcule los límites de control para una carta p.
b) Grafique la carta p e interprétela.
c) ¿El proceso es estable?
d) Con sus palabras diga qué significan los límites de control y la línea central.
e) A partir del lote 20 se empezó a ejecutar un plan de mejora, ¿hay algún tipo de evidencia de que el plan haya dado resultado?

11. Para medir la eficacia de un proceso en una empresa, se cuantifica la proporción de artículos defectuosos. De acuerdo con los datos históricos, se tiene que el porcentaje promedio de artículos defectuosos es de 3.5%. Se tiene como meta reducir ese porcentaje a 2.5% y para ello desean apoyarse en una carta de control. Conteste:
- *a*) ¿Qué carta de control les recomendaría usar?
- *b*) ¿El límite de control superior o la línea central de tal carta debe ser 2.5? Explique.

12. En una empresa se ha usado una carta *p* para analizar la variación en la proporción de artículos defectuosos.
- *a*) Si la línea central de esta carta es 0.05, el tamaño de subgrupo es de 150, calcule los límites de control de la carta e interprételos.
- *b*) Si la proporción de defectuosos de nueve lotes consecutivos de tamaño 150, fueron las siguientes: 0.02, 0.065, 0.07, 0.08, 0.09, 0.07, 0.11, 0.10, 0.09. Analice estos datos con la carta del inciso anterior y señale si en la producción de estos lotes el proceso estuvo en control estadístico o si hubo algún cambio importante.
- *c*) Haga lo mismo que el inciso *a* pero utilizando un tamaño de subgrupo de 300, e interprete los límites que obtenga.
- *d*) ¿Qué efecto tiene el tamaño de subgrupo en la amplitud de los límites de control de una carta *p*?

13. Para analizar el desempeño de un proceso y tratar de mejorarlo, se decide analizar la proporción de defectuosos. Para ello se toman subgrupos de tamaño 200 y se cuantifica la cantidad de defectuosos. Los datos obtenidos durante 6 días son los siguientes:

10 6 12 7 9 6 8 9 8 6 10 9 13 9 11 6 15 7 4 8

- *a*) Calcule los límites de control para una carta *p*, y explique el significado de los límites de control que obtuvo.
- *b*) Mediante una carta *p* analice los datos y obtenga conclusiones.
- *c*) De acuerdo a los costos de producción el nivel de defectuosos máximo tolerable es de 5%. Con base en esto alguien sugiere que el límite de control superior de la carta *p* debe ser 0.05, ¿es correcta esta sugerencia?

14. En el caso del ejercicio anterior, se aplica un plan de mejora, y se toman varias acciones. Los datos obtenidos en la semana posterior a las mejoras son:

7 4 5 5 6 4 3 4 7 6 4 6 4 6 4 5 8 3 7 8

- *a*) Utilizando los límites de control obtenidos antes de la mejora (inciso 13*a*), analice estos últimos datos mediante una carta *p*.
- *b*) ¿Las mejoras dieron resultado? Argumente.
- *c*) Después de los cambios al parecer los límites de control de la carta son inadecuados, si es así, proponga los límites que se usarían a futuro.

15. En un proceso se produce por lotes y éstos se prueban al 100%. Se lleva un registro de la proporción de artículos defectuosos por diferentes causas. Los datos de los últimos 25 lotes se muestran en la tabla 8.7.
- *a*) Obtenga una carta *p* usando el tamaño de subgrupo (lote) promedio.
- *b*) ¿Cómo explicaría los límites de control que obtuvo a alguien que no tienen conocimientos profundos de estadística?

c) Obtenga una carta p con límites de control variables.
d) Suponiendo que todos los lotes tienen el mismo tamaño (el promedio), obtenga una carta np para tales datos.
e) ¿Observa alguna diferencia importante entre la carta p y la np?
f) ¿De qué depende la elección entre carta p o np?
g) ¿Qué límites de control usaría para analizar datos futuros mediante las cartas p y np?
h) ¿Cómo aplicaría el análisis de Pareto para enfocar mejor un proyecto de mejora?

Tabla 8.7 Datos para el ejercicio 15.

Lote	Tamaño	Defectuosos	Lote	Tamaño	Defectuosos
1	200	21	14	200	21
2	200	20	15	200	25
3	200	27	16	200	29
4	200	33	17	200	20
5	200	22	18	220	28
6	200	40	19	220	18
7	180	27	20	220	24
8	180	23	21	200	13
9	180	20	22	200	23
10	200	26	23	200	12
11	200	28	24	200	19
12	200	21	25	200	26
13	200	23			
			Total	5 000	589

16. En una fábrica de artículos de plástico inyectado se tiene el problema de la rebaba en las piezas, que es necesario eliminarla con retrabajo. Con el propósito de evaluar la realidad actual y detectar posibles causas especiales de variación se decide implementar una carta de control para el producto que más se fabrica, los datos obtenidos en 24 lotes de tamaño 500, en cuanto a la cantidad de piezas con rebaba se muestran a continuación.

86 95 113 93 88 101 90 85 111 80 96 89 98 126 96 124 129 115 95 78 97 110 108 118

a) Calcule los límites de control para una carta p e interprételos.
b) Grafique la carta p y analícela.
c) Obtenga una carta np e interprétela.

d) ¿A su juicio cuál de las dos cartas es más conveniente en este caso? Argumente.
e) ¿El proceso es estable?
f) ¿Se puede considerar que el proceso genera buena calidad?

Cartas *c* y *u*

17. ¿Qué tipo de variables se analizan mediante las cartas *c* y *u*?
18. ¿Cuándo se aplica una carta *c* y cuándo una *u*?
19. En una empresa se registra el número de quejas por mal servicio. Los datos de las últimas 25 semanas se muestran enseguida (el orden es por renglón):

6 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5

a) ¿Es adecuado analizar éstos mediante una carta *p*? Argumente.
b) Calcule los límites de control para una carta *c* e interprete los límites obtenidos.
c) Obtenga la carta *c* y analícela.
d) ¿El proceso es estable?
e) ¿El nivel de calidad se puede considerar satisfactorio?

20. En una línea de ensamble o montaje de pequeñas piezas en tarjetas electrónicas se cuantifica el número de defectos de diferente tipo por muestra de 10 tarjetas. Los defectos encontrados en las últimas 30 muestras se listan a continuación (datos en orden por renglón).

28 22 25 21 26 22 36 22 32 22 23 27 26 18 29 24 6 20 25 29 26 24 32 31 29 24 27 21 27 31 20 22 28 26 24

a) Nótese que en promedio hay más de un defecto por tarjeta, ¿es adecuado analizar estos datos mediante una carta *p*? Argumente.
b) Calcule los límites de control para una carta *c* e interprete los límites obtenidos.
c) Obtenga la carta *c* y analícela.
d) El dato de la muestra 17 es especial, por lo que habría que buscar las posibles causas que ocasionaron esto, ¿por qué?
e) ¿Qué opina de la estabilidad del proceso?
f) ¿El nivel de calidad se puede considerar satisfactorio?
g) ¿Cómo aplicaría un análisis de Pareto para enfocar mejor un proyecto de mejora?

21. En el caso del problema anterior los datos también pueden analizarse mediante una carta *u*, si se dividen los defectos por muestra entre el tamaño de muestra (10). De esta manera se analizaría el número de defectos por tarjeta por subgrupo o muestra. Haga lo anterior y realice las siguientes actividades.
a) Calcule los límites de control para la carta *u* e interprete los límites obtenidos.
b) Obtenga la carta *u* y analícela.
c) ¿Hay diferencias en lo que detectó la carta *c*, de lo que ha observado con la carta *u*? ¿por qué?
d) En este caso, ¿cuál carta recomendaría usted? ¿Por qué?

22. Se registra en una hoja de verificación la cantidad de artículos defectuosos, se tiene como una variante el trabajador que realizó tal tipo de piezas. Analizando los datos de los últimos cinco meses, se tiene que en promedio cada trabajador realiza 25 piezas malas por semana ($\bar{c} = 25$).

a) Calcule los límites de control para una carta de control *c* para el número de piezas malas por trabajador por semana e interprételos en forma simple.
b) Si un trabajador hizo 12 piezas malas en una semana (la mitad del promedio), ¿quiere decir que el trabajador tuvo un buen desempeño y por lo tanto se le debe premiar de alguna forma?
c) Un trabajador realizó 45 piezas malas en una semana, lo cual es mayor que el límite superior de la carta *c*, por tanto cometió más fallas de las que ordinariamente se esperaría. Basado en lo anterior, ¿se debe llamar la atención o castigar a tal trabajador?
d) En general, ¿cómo aplicaría esta carta para detectar qué trabajador está fuera del sistema (tiene un desempeño significativamente diferente que el resto)?
e) Si aplicará un programa para reducir el número de fallas por trabajador (entrenamiento, mejora de métodos de trabajo, etcétera), ¿cómo se reflejaría en la carta si hubo mejoras importantes?
f) Lo que se ha señalado es para errores por trabajador, pero supongamos que también está interesado en llevar un análisis del total de piezas buenas por semana que hace cada trabajador, explique con detalle cómo calcularía los límites de control y qué tipo de información obtendría con la misma.

23. En una fábrica de productos de plástico se tiene el problema de las rugosidades (o marcas de flujo) que afectan el aspecto o estética de los productos, aunque no su funcionamiento. Con el propósito de analizar la estabilidad del proceso y tratar de localizar causas especiales de variación, se inspeccionan 50 piezas de cada lote de cierto producto. El número de rugosidades encontradas en los lotes producidos en dos semanas se muestra más abajo (el orden es por renglón).

155 181 158 156 152 188 163 163 170 154 150 188 155 141 163 154 153 167 128 153 129 160

a) Divida los defectos por subgrupo entre el tamaño de subgrupo, para de esa forma poder analizar los datos mediante una carta *u*.
b) Calcule los límites de control para una carta *u* e interprételos.
c) Grafique la carta *u* y analícela.
d) ¿El proceso es razonablemente estable?
e) ¿Usted estaría satisfecho con el nivel de calidad que tiene el proceso?
f) Aplicando diseño de experimentos se modifican las temperaturas de fundido y del molde, así como la fuerza de cierre del molde; después de lo cual se obtienen las siguientes cantidades de rugosidades en 50 piezas de tres lotes consecutivos: 70, 50, 45. Con base en la carta de control que obtuvo investigue si las modificaciones dieron resultado.
g) Los datos de este problema también podrían analizarse con una carta *c*, ¿cuáles serían las posibles ventajas y desventajas de ello?

24. En un hotel se ha llevado el registro de quejas de los clientes desde hace 15 semanas con el número de clientes por semana, los datos se muestran en la tabla 8.8.

a) Calcule los límites de control para una carta *u* para el número de quejas por cliente e interprete los límites que obtenga
b) Grafique la carta *u* correspondiente y analícela.
c) ¿La estabilidad del proceso es aceptable?

Tabla 8.8 Datos para el ejercicio 24.

Semana	Clientes	Quejas	u_i
1	114	11	0.096
2	153	15	0.098
3	115	5	0.043
4	174	14	0.080
5	157	16	0.102
6	219	11	0.050
7	149	10	0.067
8	147	9	0.061
9	131	10	0.076
10	91	10	0.110
11	112	10	0.089
12	158	11	0.070
13	244	30	0.123
14	111	11	0.099
15	120	11	0.092
	Total	2 195	184

d) ¿Considera que la calidad en el hotel es buena? Explique.
e) ¿Cómo aplicaría un análisis de Pareto para enfocar mejor un proyecto de mejora?
f) ¿Si mejora o empeora la calidad, cómo se daría cuenta a través de esta carta de control?

25. En el problema anterior tome en cuenta sólo el número de quejas y analícelas mediante una carta de control *c*. Específicamente:
a) Calcule los límites de control para una carta *c* e interprete los límites obtenidos.
b) Obtenga la carta *c* y analícela.
c) ¿Obtiene los mismos resultados que con la carta *u*? Explique.

26. Con el propósito de analizar la posibilidad de eliminar los estándares de trabajo en un sector de una fábrica, se decide analizar el número de cierto tipo de operaciones que realiza cada trabajador por día y semana. A continuación se muestran los resultados obtenidos en una semana para 14 trabajadores (cada dato corresponde a un trabajador).

295 306 292 297 294 343 285 240 329 305 277 260 337 320

a) Calcule los límites de control para una carta *c* para el número de operaciones por trabajador e interprete los límites que obtenga
b) Investigue mediante la carta *c* correspondiente si algún trabajador está fuera del sistema.
c) En caso de estarlo, ¿qué recomendaría que se haga con tal trabajador?

27. Analice los datos del problema anterior mediante una carta de individuales y diga ¿cuál de las dos cartas parece ser más apropiada?

Capítulo 9

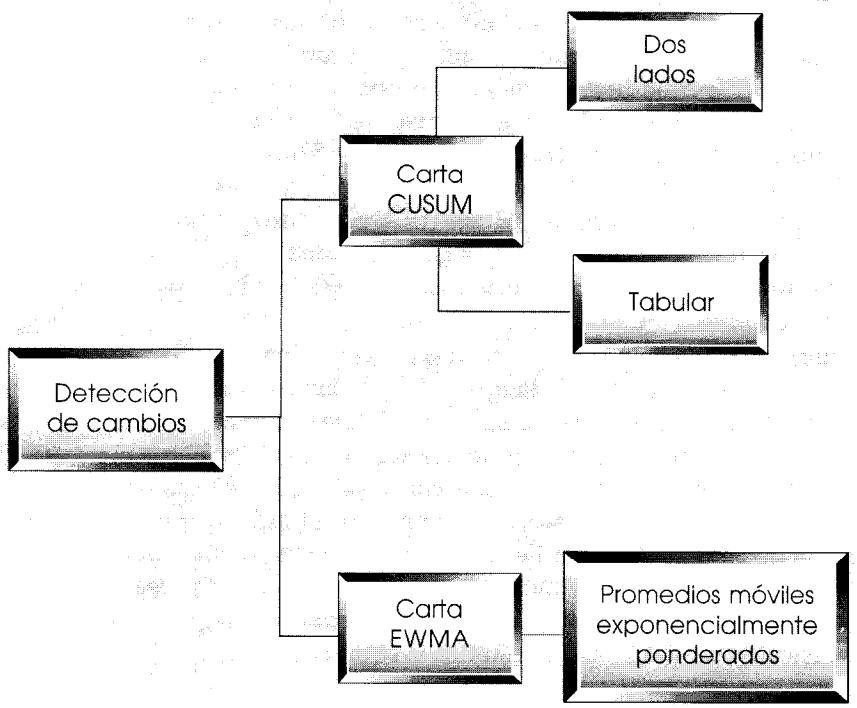
Cartas CUSUM y EWMA: detección oportuna de cambios pequeños

SUMARIO

- Carta CUSUM
- Carta EWMA
- Uso de un software estadístico.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Conocer la importancia de detectar de manera oportuna cambios pequeños en un proceso con objeto de mejorar su control.
- Identificar las características de la carta CUSUM de dos lados y la CUSUM tabular.
- Describir la carta EWMA y su uso práctico en la detección de cambios en el proceso.


Dos lados
Carta CUSUM
Tabular
Detección de cambios
Carta EWMA
Promedios móviles exponencialmente ponderados

Una desventaja de las cartas de control tradicional (tipo Shewhart) que hemos visto en los capítulos 7 y 8 es su lentitud para detectar "cambios pequeños" en el nivel de la característica de calidad de interés, donde un cambio de nivel se considera pequeño si es menor a 1.5 veces la desviación estándar de la media o error estándar ($< 1.5\,\sigma_{\bar{X}}$). Por ejemplo, la carta de medias interpretada sólo con la regla 1 (un punto fuera de los límites) tardaría 43.89 puntos en promedio en detectar un cambio de magnitud 1 desviación estándar (o error estándar) de la media ($\sigma_{\bar{X}}$). Se tardaría 71.5 puntos en promedio en detectar un cambio de $0.8\,\sigma_{\bar{X}}$. Este desempeño de la carta tradicional es lento comparado con las cartas que se presentan en este capítulo, las cuales son capaces de detectar brincos de magnitudes $0.8\,\sigma_{\bar{X}}$ y $1\,\sigma_{\bar{X}}$ al menos cuatro veces más rápido.

Una forma de medir la velocidad con la que una carta de control detecta un cambio es a través del *ARL*, que es el número de puntos que en promedio es necesario graficar en la carta para que ésta detecte un cambio dado. Bajo control estadístico el ARL = $1/p$, donde p es igual a la probabilidad de que los puntos caigan fuera de los límites de control, que en el caso de la carta de medias y bajo el supuesto de normalidad, $p = 0.0027$, entonces ARL = 370.4. De esta forma bajo control estadístico se espera que de cada 370.4 puntos graficados en la carta de medias uno caiga fuera de los límites de control, a pesar de que no haya ocurrido un cambio; de esta forma se espera que la carta de medias envíe una falsa alarma cada 370.4 puntos en promedio. En este caso $p = 0.0027$ es la probabilidad de error tipo 1 (véase capítulos 4 y 7).

ARL (longitud promedio de corrida)

Es el número de puntos que en promedio se deben graficar en la carta para que ésta detecte una señal de fuera de control.

Una manera de mejorar el desempeño de la carta tipo Shewhart en la detección de brincos pequeños es mediante la aplicación de las llamadas *reglas adicionales de cambio de nivel* (véase capítulo 7), además de la regla 1. Sin embargo, este proceder tiene riesgos ya que se incrementa la proporción de falsas alarmas que el usuario de la herramienta estaría investigando en balde, con la subsecuente pérdida de tiempo, de recursos y de credibilidad en la propia herramienta. El utilizar simultáneamente las cuatro reglas de cambio de nivel lleva a tener una falsa alarma cada 91.75 puntos graficados en promedio. Recordemos que un valor razonable de falsas alarmas es de alrededor de una por cada 370.4 puntos en promedio, valor que ocurre cuando el proceso se encuentra estable y sólo se aplica la regla 1: "un punto fuera de los límites de control".

Por lo anterior, si en la empresa ya se aplican satisfactoriamente las cartas tipo Shewhart y además se desea contar con herramientas que detecten rápido los brincos o cambios pequeños en el proceso, pero que al mismo tiempo no incrementen sensiblemente las señales falsas. Las alternativas más apropiadas son las cartas CUSUM y EWMA. Cualquiera de estas cartas es muy superior a la carta tradicional en la detección de cambios pequeños de nivel del proceso y no implican un incremento en la proporción de falsas alarmas. Tanto la CUSUM como la EWMA tienen desempeños muy similares para una adecuada selección de sus parámetros, como se verá más adelante.

En la práctica suele ser más importante detectar los cambios de nivel grande que los cambios pequeños, y para detección de los primeros la carta tradicional es mejor que la CUSUM y que la EWMA. Para brincos mayores a $2.5\,\sigma_{\bar{X}}$ es mejor la carta tipo Shewhart. Por ello, en procesos en los cuales interesa un monitoreo cercano para de-

tectar cualquier cambio de nivel se recomienda aplicar una de las parejas de cartas de control: *Shewhart*-CUSUM o *Shewhart*-EWMA. Con la primera se detectan los brincos grandes y con cualquiera de las segundas se detectan los brincos pequeños.

La diferencia fundamental entre estas cartas respecto a la carta tradicional es la manera en que ponderan los datos. En la figura 9.1 se muestra la manera en que los estadísticos graficados en las cartas CUSUM, EWMA y Shewhart ponderan la información a un tiempo de inspección t. Se observa que la carta tradicional asigna 100% del peso al tiempo t a la información muestral recabada en ese instante, mientras que las cartas CUSUM y EWMA dan algún peso al tiempo t a las muestras observadas en los tiempos anteriores: la CUSUM pondera por igual a las medias observadas hasta ese momento, mientras que la EWMA asigna una ponderación exponencialmente decreciente para las medias más alejadas del tiempo actual t. La manera en que pondera la información la carta EWMA parece la más razonable, al dar pesos decrecientes a las medias históricas en la medida en que se alejan del tiempo actual t.

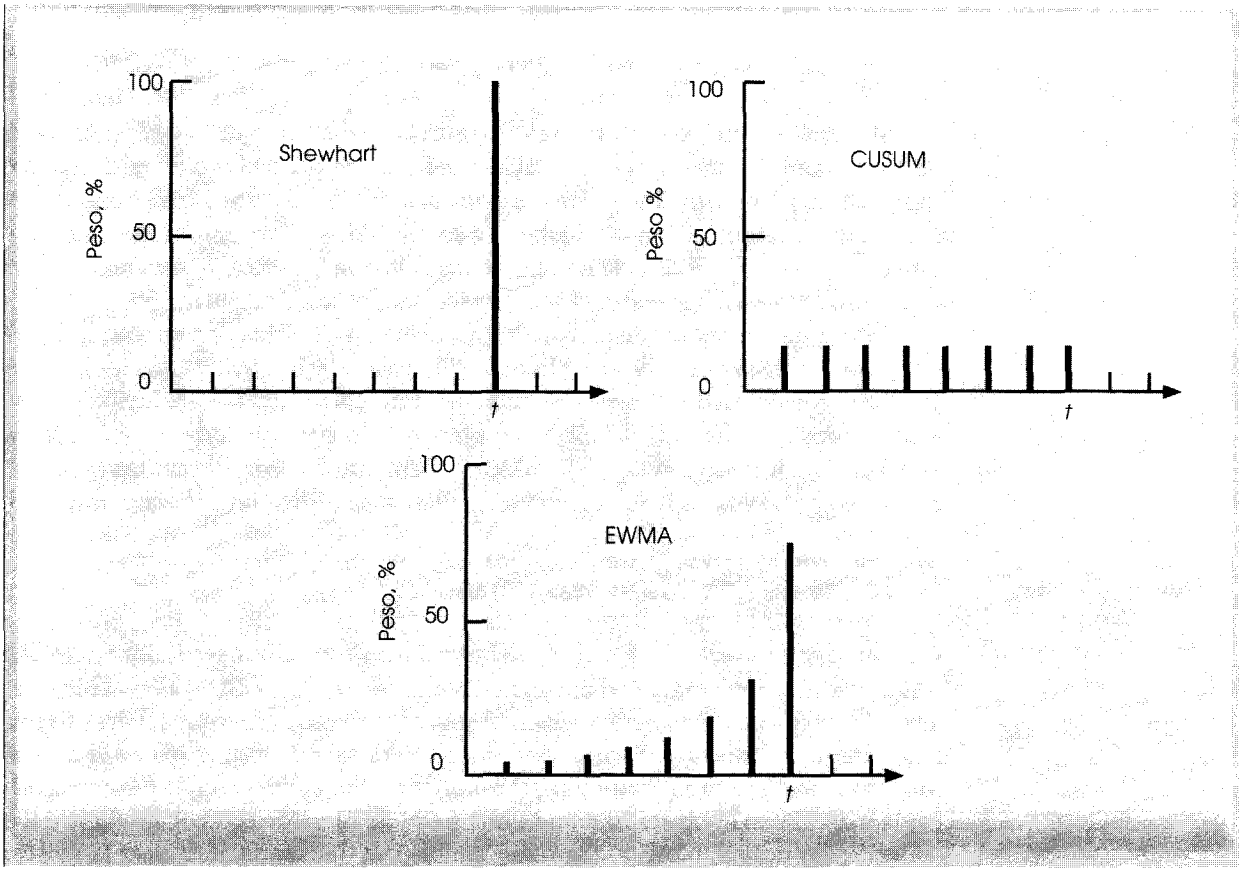


Figura 9.1 *Ponderación al tiempo t de la información en las cartas Shewhart, CUSUM y EWMA.*

CARTA CUSUM

CUSUM (sumas acumuladas)

Carta en la que se grafican las sumas acumuladas de las desviaciones respecto a la media global o respecto al valor nominal de la característica de interés.

Esta carta fue propuesta originalmente por Page (1954). Como su nombre lo sugiere, en la carta CUSUM se grafica la suma acumulada de las desviaciones respecto a la media global o respecto al valor nominal de la característica de interés. Si el proceso no está centrado en su valor nominal se utilizan las desviaciones respecto a la media global estimada. Sean $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \ldots, \bar{X}_m$ las medias observadas en m subgrupos y sea $\hat{\mu}$ la media global estimada. Entonces, en los primeros m puntos de inspección sobre la carta CUSUM se grafican las sumas acumuladas

$$
\begin{aligned}
S_1 &= (\bar{X}_1 - \hat{\mu}) \\
S_2 &= (\bar{X}_1 - \hat{\mu}) + (\bar{X}_2 - \hat{\mu}) \\
S_3 &= (\bar{X}_1 - \hat{\mu}) + (\bar{X}_2 - \hat{\mu}) + (\bar{X}_3 - \hat{\mu}) \\
&\vdots \qquad\qquad \vdots \\
S_m &= (\bar{X}_1 - \hat{\mu}) + (\bar{X}_2 - \hat{\mu}) + (\bar{X}_3 - \hat{\mu}) + \cdots + (\bar{X}_m - \hat{\mu}) = \sum_{i=1} (\bar{X}_i - \hat{\mu}).
\end{aligned}
$$

Mientras el proceso se mantenga en control estadístico centrado sobre $\hat{\mu}$, los valores de estas sumas acumuladas oscilarán alrededor de cero. En el momento que el proceso cambia a una nueva media las sumas acumuladas son bastante sensibles para detectar el cambio rápidamente, en particular si este cambio es de magnitud alrededor de 1 $\sigma_{\bar{X}}$. En general la CUSUM detecta con más eficiencia que la carta $\bar{X}$ tradicional los cambios de nivel de magnitudes entre 0.2 y 2 desviaciones estándar de la media.

Existen dos maneras de construir esta carta: La *CUSUM de dos lados*, que se interpreta con un dispositivo especial llamado "máscara" y la *CUSUM tabular* o de un solo lado, que considera de manera separada las sumas acumuladas por arriba y las sumas acumuladas por abajo. La CUSUM tabular es la más recomendada en la práctica, al evitarse el engorroso diseño de la máscara. Pero ambos procedimientos tienen el mismo desempeño y también la misma dificultad si se utiliza un software apropiado.

CUSUM de dos lados (con máscara)

CUSUM de dos lados

Carta CUSUM donde la suma acumula tanto desviaciones positivas como negativas. Se interpreta con un dispositivo especial llamado máscara.

Las sumas acumuladas $S_1, S_2, \ldots, S_m$ definidas antes son las que se grafican en la CUSUM original que se interpreta con máscara. La máscara de la CUSUM tiene la forma de la letra V y se coloca de manera horizontal sobre los puntos graficados (véase figura 9.2). Si algún punto anterior al punto de colocación se sale de los brazos de la máscara, el proceso se encuentra fuera de control estadístico. Por ejemplo, en la figura 9.2, al colocar la máscara en el punto 10 manda una señal de fuera de control al salirse del brazo superior el punto 8. Note que la señal también se detectaría al colocar la máscara en cualquier punto a partir del punto 10. Los parámetros fundamentales de la máscara son el intervalo de decisión h y el valor de referencia k. Más específicamente, el intervalo de decisión h es la distancia entre el punto de colocación y los brazos de la máscara y el valor de referencia k es la mitad del salto que interesa detectar; ambos parámetros

expresados en unidades del error estándar $\hat{\sigma}_{\bar{X}}$. La distancia guía d entre el punto de colocación y el vértice de la máscara y el ángulo θ (figura 9.2) se relacionan a los parámetros k y h mediante las fórmulas

Máscara de la CUSUM

Dispositivo en forma de V diseñado para interpretar la CUSUM de dos lados.

$$d = \frac{h}{k} \quad y \quad \theta = \arctan\left(\frac{k}{2}\right) = \arctan\left(\frac{h}{2d}\right)$$

donde el 2 sale del hecho de que la escala horizontal está en unidades de $2\,\hat{\sigma}_{\bar{X}}$, y se debe reescalar a unidades de $\hat{\sigma}_{\bar{X}}$ para hacer los cálculos. Los valores que toman los parámetros de la máscara determinan el desempeño de la herramienta en cuanto a su potencia para detectar cambios de nivel en el proceso.

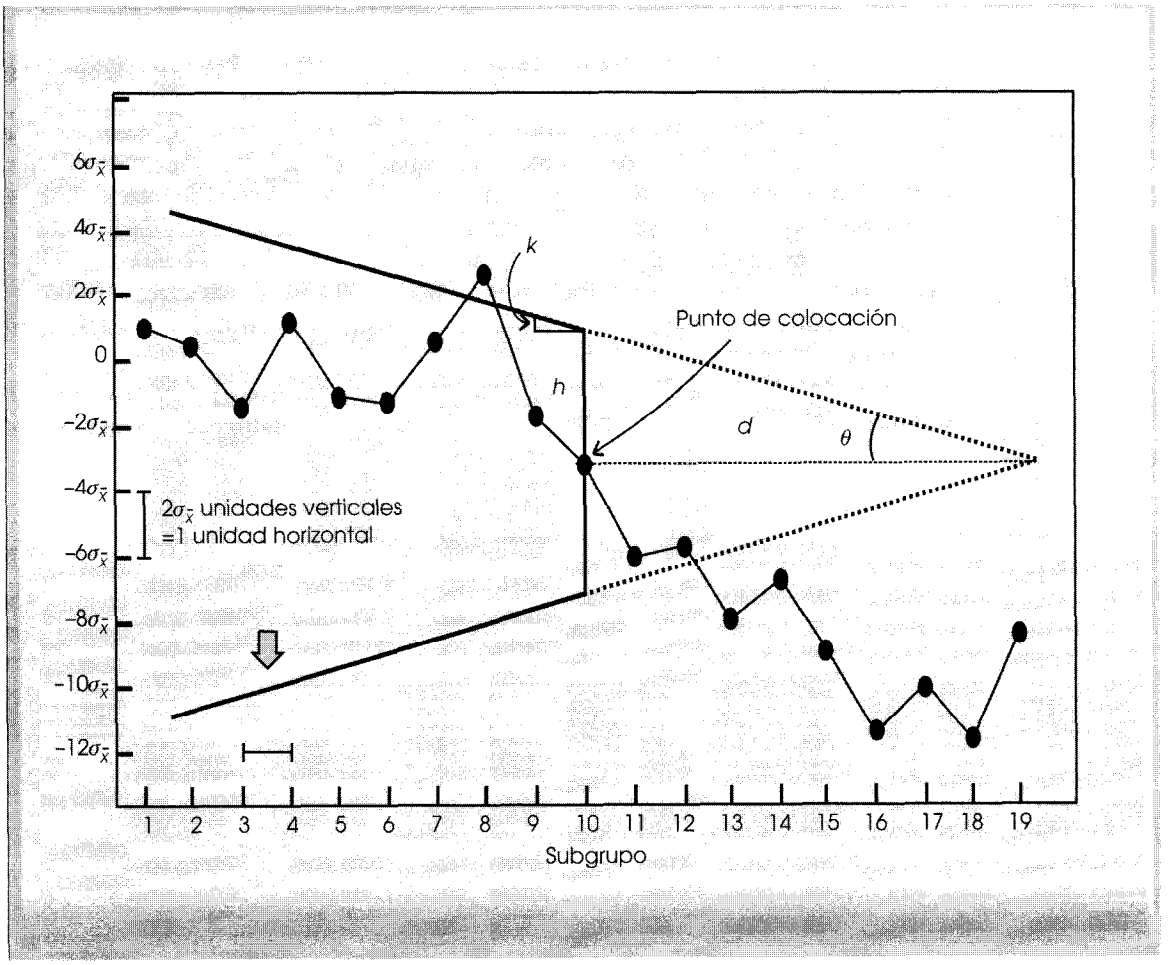


Figura 9.2 *Máscara V y sus parámetros básicos.*

Los parámetros d y k se relacionan con los riesgos tipo I (α) y tipo II (β) mediante la fórmula

$$d = \frac{1}{2k^2} \ln\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right),$$

que se simplifica a

$$d = \frac{-1}{2k^2} \ln(\alpha)$$

considerando al error β pequeño (<1%). De esta última relación se puede poner el riesgo α en función de d y k como

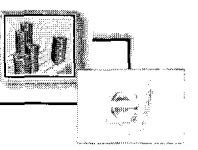
$$\alpha = \exp(-2dk^2)$$

Al conocer dos de los parámetros del conjunto $\{\alpha_2, \theta, d, h, k\}$ se pueden deducir los tres restantes.

Los valores típicos para los parámetros h y k son $h = 5$ y $k = 0.5$, que son los valores recomendados cuando interesa detectar un cambio de magnitud de un error estándar ($1\ \sigma_{\bar{X}}$), con un ARL_0 en control de 465. La selección de los parámetros de la carta se puede hacer con la ayuda de la tabla 9.1. Por ejemplo, si se quiere detectar un cambio de nivel de magnitud $1\ \sigma_{\bar{X}}$ se elige el valor $\delta = 1$ en el margen izquierdo y el ARL_0 deseado en la parte superior. Tomando el $ARL_0 = 300$, los parámetros de la CUSUM requerida son $d = 9.0$, $k = 0.5$ y $h = dk = 4.5$, misma que detectaría el brinco de interés en 9.4 puntos en promedio.

La tabla 9.1 está limitada a unos cuantos valores del ARL_0 y a unos cuantos cambios de nivel de interés (δ's), pero utilizando el paquete Stathgraphics se puede dise-

EJEMPLO 9.1



Una máquina automática llena paquetes de harina cuyo peso interesa monitorear cercanamente. El valor nominal del peso de los paquetes es 80 onzas e interesa detectar cambios de nivel de 0.15 onzas. Cada media hora se sacan en forma aleatoria 4 paquetes y se pesan. Los promedios de 20 muestras son: 79.90, 79.91, 79.89, 80.05, 79.94, 79.95, 79.88, 79.96, 80.27, 79.87, 79.87, 80.04, 80.04, 80.04, 80.23, 80.23, 80.28, 80.13, 80.05, 80.15. De información histórica se sabe que la desviación estándar de los paquetes es 0.2 onzas.

En la figura 9.3 se presenta la carta $\bar{X}$ para estos datos, donde se observa un proceso en control estadístico aplicando sólo la regla 1. Si se aplicara además la regla "4 de 5 puntos más allá de 1 desviación estándar de la media" los últimos cuatro puntos mandarían una señal de fuera de control.

Tabla 9.1 Diseño de la carta CUSUM.

		ARL_0 (en control)					
δ		50	100	200	300	400	500
	k	0.125			0.195		0.248
0.25	d	47.6			46.2		37.4
	$L(0.25)$	28.3			74.0		94.0
	k	0.25	0.28	0.29	0.28	0.28	0.27
0.50	d	17.5	18.2	21.4	24.7	27.3	29.6
	$L(0.50)$	15.8	19.0	24.0	26.7	29.0	30.0
	k	0.375	0.375	0.375	0.375	0.375	0.375
0.75	d	9.2	11.3	13.8	15.0	16.2	16.8
	$L(0.75)$	8.9	11.0	13.4	14.5	15.7	16.5
	k	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
1.0	d	5.7	6.9	8.2	9.0	9.6	10.0
	$L(1.0)$	6.1	7.4	8.7	9.4	10.0	10.5
	k	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75
1.5	d	2.7	3.3	3.9	4.3	4.5	4.7
	$L(1.5)$	3.4	4.0	4.6	5.0	5.2	5.4
	k	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
2.0	d	1.5	1.9	2.2	2.4	2.5	2.7
	$L(2.0)$	2.26	2.63	2.96	3.15	3.3	3.4

δ = Brinco a detectar en unidades del error estándar
$L(\delta) = ARL_0$ cuando el proceso se ha movido δ errores estándar

ñar la carta CUSUM más apegada a los deseos del usuario, como se muestra más adelante con el uso de Stathgraphics. Por ejemplo, se puede mostrar que para tener el $ARL_0 = 370.4$ recomendado en la carta tradicional, suponiendo que interesa detectar un brinco de magnitud $1\,\sigma_{\bar{X}}$, los parámetros de la CUSUM deben ser $h = 4.78$ y $k = 0.5$.

La carta CUSUM con máscara V para el peso de los paquetes se muestra en la figura 9.4. En ella se aprecia la señal de cambio de nivel, con la máscara colocada en el punto 17 en adelante. Además de que algunos puntos caen afuera de los brazos de la máscara, se observa una tendencia ascendente muy marcada a partir del punto 15, lo que ayuda a ubicar la investigación de la causa especial presente.

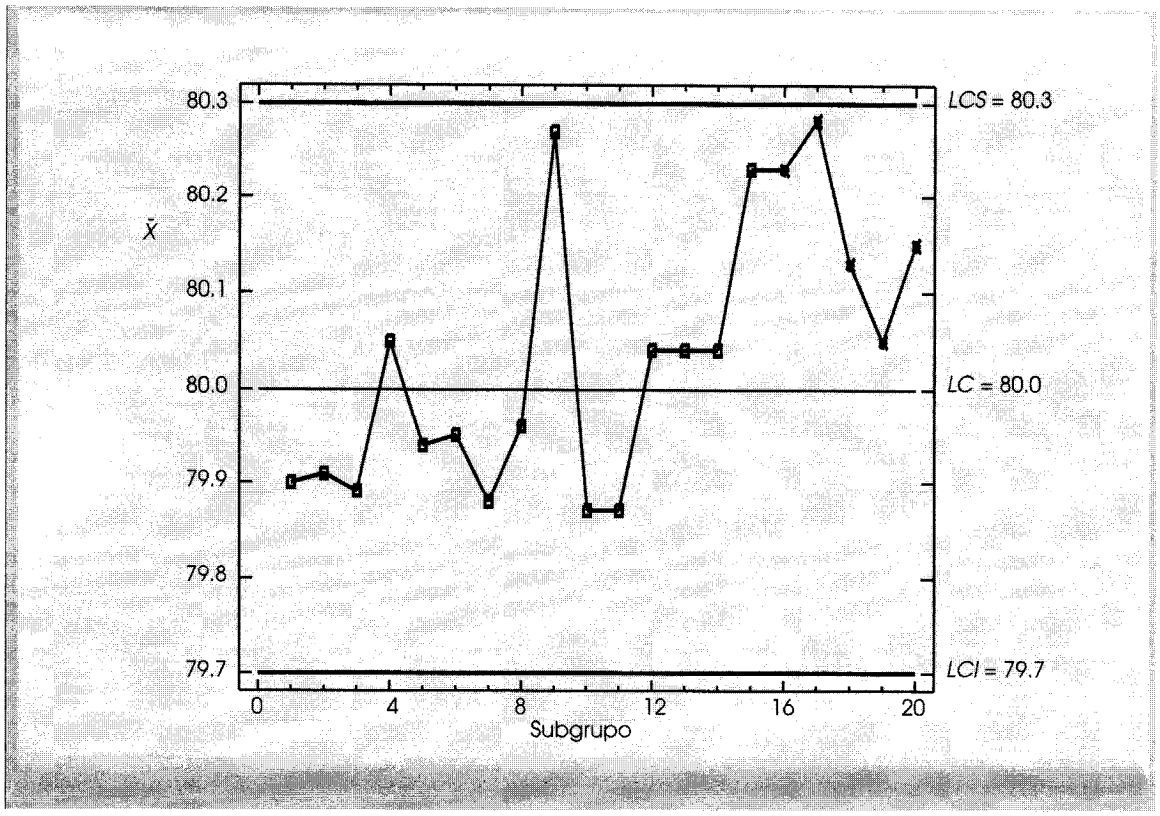


Figura 9.3 *Carta de medias para el peso de los paquetes.*

Como interesa detectar un brinco de 0.15 onzas y el error estándar histórico es $\sigma_{\bar{X}} = 0.2/\sqrt{4} = 0.1$, dicho cambio de nivel equivale a $\delta = 1.5$ en unidades del error estándar. El diseño de la herramienta se hizo con base en la tabla 9.1, entrando en ella con $\delta = 1.5$ y $ARL_0 = 400$. Se lee que $d = 4.5$, $k = 0.75$ y $h = (0.75)(4.5) = 3.37$. Nótese que en la figura 9.4 efectivamente la distancia guía es cercana a $d = 4.5$, y la distancia vertical del punto de colocación a los brazos es aproximadamente $h = 3.37$. Sin embargo, no se cumple el escalamiento recomendado de 2 errores estándar (Stathgraphics no trabaja con dicho escalamiento) por unidad en el eje horizontal, lo que implica que el ángulo no es de arctan(0.75/2) = 20.55^0, sino bastante mayor, pero la gráfica es correcta. En este caso particular, para que el ángulo sea 20.55^0 habría que estirar la gráfica en el sentido horizontal hasta que dos unidades verticales tengan el tamaño de una unidad horizontal.

Para obtener la CUSUM de la figura 9.4 en Stathgraphics se declara el brinco a detectar expresado en unidades de la desviación estándar del proceso, es decir, en este ejemplo se declara 0.15/0.2 = 0.75 en el campo correspondiente; además es nece-

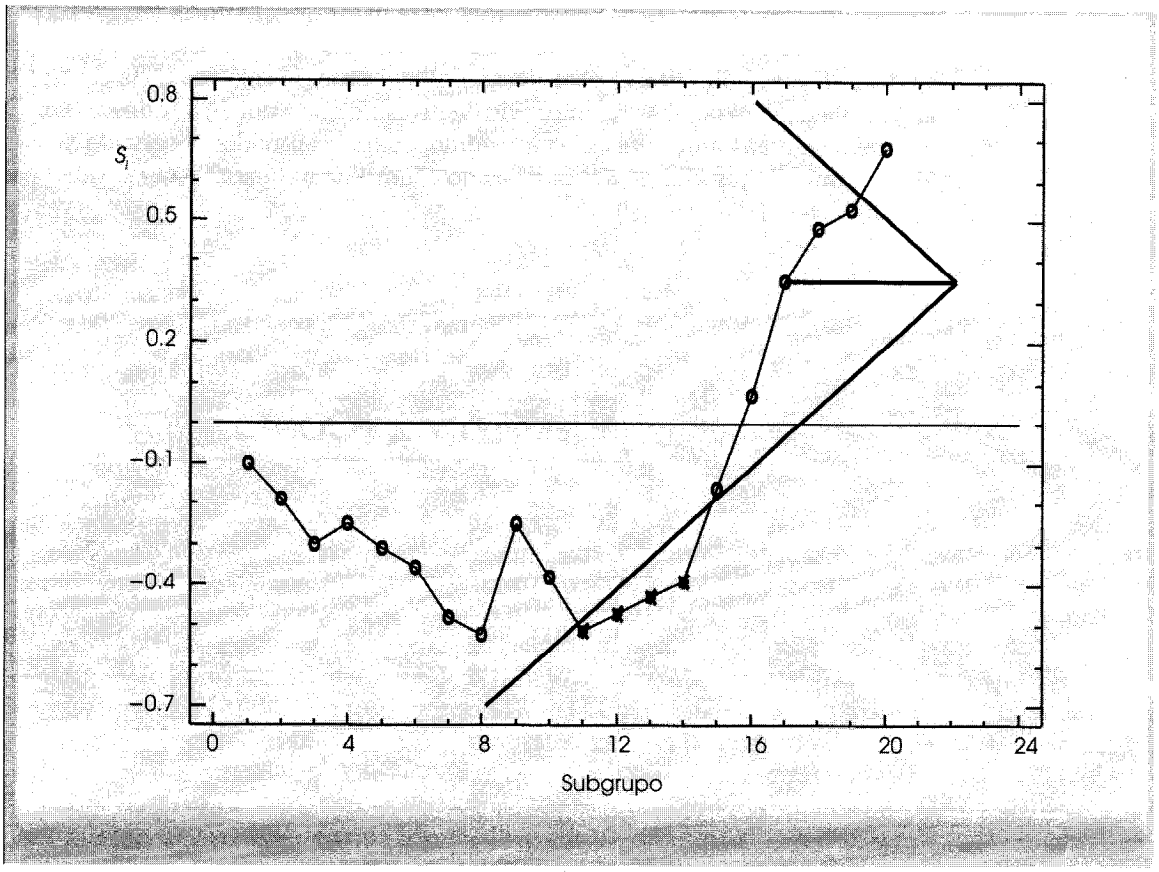


Figura 9.4 *CUSUM con máscara para el peso de paquetes.*

sario declarar el riesgo α expresado en porcentaje, el cual se obtiene haciendo los cálculos exp $(-2dk)$ = exp $(-2 \times 4.5 \times .75^2)$ = 0.00632 que en porcentaje es igual a 0.632%. En estos cálculos se supone un riesgo β pequeño (menor a 1%).

CUSUM tabular (de un solo lado)

La *CUSUM tabular* consiste en construir una tabla en la cual se acumulan de manera separada las desviaciones hacia arriba y hacia abajo del valor nominal. Dichas sumas se definen en el punto i como

CUSUM tabular

Consiste de una tabla en la cual se despliega la suma de las desviaciones hacia arriba separada de la suma de las desviaciones hacia abajo.

$$S_H(i) = \text{máx}\left[0, \overline{X}_i - (\mu_0 + K) + S_H(i-1)\right]$$

$$S_L(i) = \text{máx}\left[0, (\mu_0 - K) - \overline{X}_i + S_L(i-1)\right]$$

con $S_H(0) = 0$ y $S_L(0) = 0$. El parámetro K es el valor de referencia y corresponde a la mitad del cambio de nivel que interesa detectar expresado en las unidades originales, es decir, $K = k\sigma_{\bar{X}}$. El criterio para decidir que el proceso está fuera de control es que alguna de las sumas rebase el intervalo de decisión dado por H, donde $H = h\sigma_{\bar{X}}$. Observe que las sumas anteriores sólo acumulan cuando la media observada se aleja del valor nominal más allá de K. Mientras no acumulan al menos esta cantidad asumen el valor cero.

EJEMPLO 9.2 (CONT.)

Para aplicar la CUSUM tabular al ejemplo de los paquetes de harina (ejemplo 9.1) recordemos que el valor nominal es $\mu_0 = 80$ onzas y que el error estándar histórico es igual a $\sigma_{\bar{X}} = 0.1$. De acuerdo con el cambio de nivel de interés ($\delta = 1.5$), y con la tabla 9.1 se encontró que el valor de referencia es $k = 0.75$ y el intervalo de decisión es $h = 3.37$. Expresando estos últimos parámetros en las unidades originales se tiene que $K = (0.75)(0.1) = 0.075$ y que $H = (3.37)(0.1) = 0.34$, respectivamente. De manera que la suma por arriba $[S_H(i)]$ acumula sólo cuando la media observada al tiempo i es mayor que $(\mu_0 + K) = 80.075$ y la suma por abajo $[S_L(i)]$ acumula cuando la media observada el tiempo i es menor que $(\mu_0 - K) = 79.925$.

En la tabla 9.2 se muestran las sumas acumuladas a lo largo de los 20 puntos muestreados. Observe en esta tabla que en los primeros ocho puntos la suma acumulada por arriba se mantiene en cero, puesto que todas las medias son inferiores a 80.075. En cambio en los primeros tres puntos la suma por abajo sí acumula, dado que las tres primeras medias son inferiores a 79.925. Pero en el cuarto punto se observa 80.05, que al restarlo de 79.925 da una diferencia negativa de –0.125, que nulifica lo que se había acumulado en la suma inferior, la cual vuelve a ser igual a cero. Las columnas N_H y N_L van contando el número de puntos consecutivos en los que las sumas correspondientes se mantienen diferentes de cero. Finalmente, note en la tabla 9.2 que a partir del punto 15 la suma por arriba comienza a acumular hasta salirse del intervalo de decisión $H = 0.34$ justo en el punto 17, indicando que el proceso está fuera de control.

Los números N_H y N_L son útiles al momento de estimar la nueva media del proceso una vez que se sale de control. Esta estimación se hace mediante una de las siguientes fórmulas

$$\hat{\mu} = \mu_0 + K + \frac{S_H(i)}{N_H}, \quad \text{si} \quad S_H(i) > H$$

$$\hat{\mu} = \mu_0 - K - \frac{S_L(i)}{N_L}, \quad \text{si} \quad S_L(i) > H.$$

Tabla 9.2 CUSUM tabular para el ejemplo 9.2.

1	79.90	0.0	0	0.025	1
2	79.91	0.0	0	0.04	2
3	79.89	0.0	0	0.075	3
4	80.05	0.0	0	0.0	0
5	79.94	0.0	0	0.0	0
6	79.95	0.0	0	0.0	0
7	79.88	0.0	0	0.045	1
8	79.96	0.0	0	0.01	2
9	80.27	0.195	1	0.0	0
10	79.87	0.0	0	0.055	1
11	79.87	0.0	0	0.11	2
12	80.04	0.0	0	0.0	0
13	80.04	0.0	0	0.0	0
14	80.04	0.0	0	0.0	0
15	80.23	0.155	1	0.0	0
16	80.23	0.31	2	0.0	0
17	80.28	*0.515	3	0.0	0
18	80.13	*0.57	4	0.0	0
19	80.05	*0.545	5	0.0	0
20	80.15	*0.62	6	0.0	0

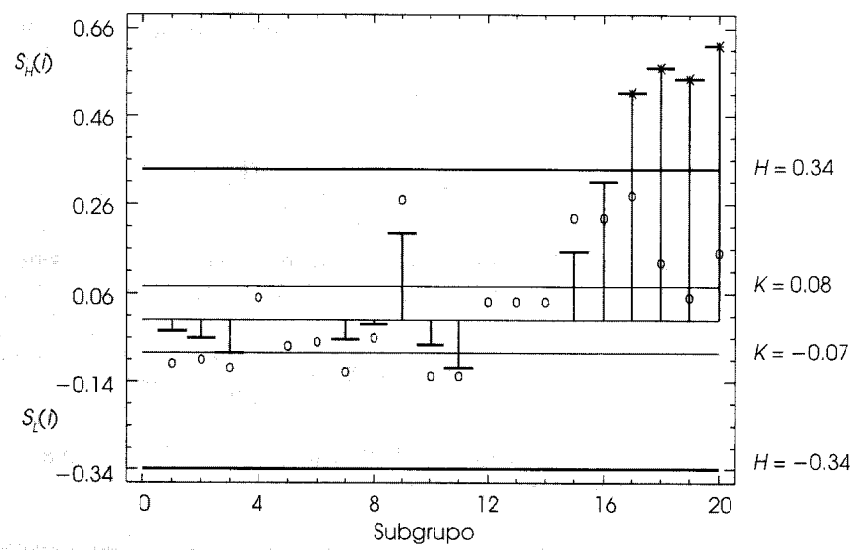


Figura 9.5 *Representación de la CUSUM tabular.*

Aunque la representación tabular de esta CUSUM es suficiente para tomar una decisión sobre el control del proceso, también existe una representación gráfica de estas sumas parciales, que se muestra en la figura 9.5. Los puntos en la gráfica son los valores observados y las sumas acumuladas por arriba y por abajo se representan con una barra en forma de T. Cuando estas barras superan los "límites de control" dados por H, se detecta una señal de fuera de control.

EWMA (medias móviles exponencialmente ponderadas)

Carta en la que se grafica la suma ponderada de las medias de los subgrupos observados hasta el tiempo de inspección, que asigna pesos decrecientes a las medias anteriores.

CARTA EWMA

La ***carta EWMA*** (por sus siglas en inglés: *exponentially weighted moving-average*, "medias móviles exponencialmente ponderadas" fue propuesta originalmente por Roberts (1959). Esta carta tiene un desempeño muy parecido a la CUSUM en la detección de pequeños cambios de nivel del proceso, con la ventaja de que es más fácil de construir. El estadístico EWMA que se grafica al tiempo t en la carta está dado por la fórmula recursiva

$$Z_t = \lambda X_t + (1-\lambda) Z_{t-1}$$

donde $Z_0 = \bar{\bar{X}}$ es el valor nominal si el proceso está centrado, y $0 < \lambda \leq 1$. El parámetro λ determina la profundidad de la memoria de la EWMA: mientras más pequeña es mayor el peso de los datos históricos, es decir, recuerda más el pasado. El extremo de tomar $\lambda = 1$ sería equivalente a la carta de medias tradicional, que no da ningún peso a la información anterior a un punto dado. La experiencia ha mostrado que los valores de *lamda* que dan mejores resultados se encuentran en el intervalo $0.1 \leq \lambda \leq 0.3$, y es el valor 0.2 el más típico.

La varianza del estadístico Z_t está dada por

$$\text{Var}(Z_t) = \frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)\left[1-(1-\lambda)^{2t}\right],$$

donde n es el tamaño del subgrupo. El término entre corchetes tiende a 1 cuando t se incrementa, de manera que la varianza de Z_t se incrementa hasta llegar a

$$\text{Var}(Z_t) = \frac{\sigma^2}{n}\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right).$$

De allí que los límites de control de la carta EWMA se van abriendo en los primeros puntos hasta estabilizarse en

$$LCS = \bar{\bar{X}} + 3\hat{\sigma}\sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)}}$$

$$LCI = \bar{\bar{X}} - 3\hat{\sigma}\sqrt{\frac{\lambda}{n(2-\lambda)}}$$

Se puede utilizar el Stathgraphics para seleccionar el valor de λ y la cobertura de los límites de control que arrojen los valores deseados de ARL_0 y de ARL_δ

EJEMPLO 9.3

En la figura 9.6 se presenta la carta EWMA para el ejemplo del peso de paquetes usando el valor típico de $\lambda = 0.2$. Aparecen fuera de los límites de control los mismos puntos que detectaba la carta CUSUM.

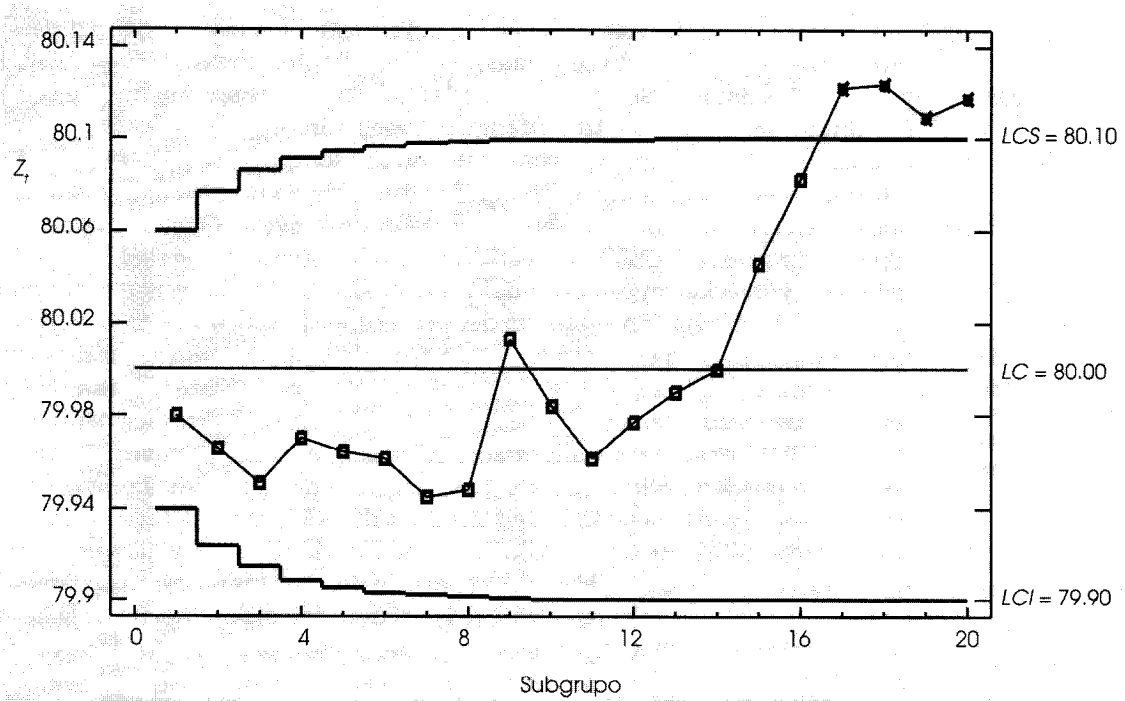


Figura 9.6 *EWMA para el peso de paquetes, ejemplo 9.3.*

USO DE STATGRAPHICS

En Stathgraphics se pueden construir fácilmente las cartas CUSUM y EWMA. Ambas se encuentran dentro de la opción SPECIAL → QUALITY CONTROL → TIME WEIGHTED CHARTS. Se pueden construir para observaciones individuales y para tamaños de subgrupo mayor que uno.

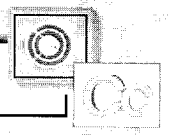
Se estiman los parámetros a partir de los propios datos (*initial study*) o suponiéndolos conocidos (*control to standard*). Debe tenerse mucho cuidado en alimentar justo la información que pide el *software* en cada campo para que provea la salida deseada. Recuerde que el paquete arroja resultados aun cuando en los campos se declare información inapropiada. Por ejemplo, un error típico sería declarar el cambio de nivel de interés en unidades del error estándar (como se vio en las secciones previas) cuando el paquete lo solicita en unidades de la desviación estándar del proceso.

Para construir en *Statlgraphics* la CUSUM con máscara V se entra a la opción CUSUM CHART V-MASK. Se declaran los datos, que pueden ser observaciones originales o estadísticos (medias y rangos), y el tamaño de subgrupo ($n \geq 2$). Para tamaño de subgrupo igual a 1 se utiliza la opción de CUSUM INDIVIDUALS CHART (V-MASK). Una vez declarados los datos se abre una ventana en la que se debe declarar el tipo de estudio (*initial o control to standard*), el brinco de interés expresado en unidades de la desviación estándar del proceso, los riesgos α y β deseados y el punto donde se quiere ubicar la máscara. Por ejemplo, para obtener la CUSUM de la figura 9.4 los datos se declaran como estadísticos porque son medias, no observaciones originales. En el campo de rangos se teclea un número arbitrario para que el paquete permita continuar, y como tamaño del subgrupo se declara $n = 4$. Con esta información el paquete arroja una gráfica que todavía no es la que se quiere. Con el botón derecho del ratón se abre la ventana de *Analysis Options* donde se diseña específicamente la CUSUM deseada: el tipo de estudio es *Control to Standard*, con media 80 y desviación estándar del proceso igual a 0.2. El brinco a detectar es de 0.75 veces la desviación estándar del proceso, el riesgo tipo I es $\alpha = 0.632\%$ y la máscara se coloca en el punto 17 (véase ejemplo 9.1).

La carta CUSUM tabular se construye en la opción CUSUM CHART (*H-K*). En las opciones de análisis se declaran básicamente el tipo de estudio y los parámetros h y k de la CUSUM deseada. Es importante señalar que en esta ventana de opciones de análisis se puede verificar que la CUSUM elegida tenga aproximadamente las propiedades diseñadas con la tabla 9.1, en términos del ARL_0 y del ARL_δ.

La carta EWMA se obtiene con la opción EWMA CHART y para individuales en EWMA INDIVIDUALES CHART. Después de declarar los datos, en opciones de análisis se elige el valor del parámetro λ, del cual depende el desempeño de la herramienta. Aquí mismo se puede verificar el desempeño que ésta tendrá en términos del ARL_0 y del ARL_δ.

Conceptos clave



- *ARL*
- Carta CUSUM
- CUSUM de dos lados
- Máscara de la CUSUM
- CUSUM tabular
- Carta EWMA

Preguntas y ejercicios



1. Sobre la carta CUSUM, conteste las siguientes preguntas:
   a) ¿Por qué recibe ese nombre?
   b) ¿Qué ventajas y desventajas tiene sobre las tradicionales cartas de Shewhart?
   c) ¿En qué situaciones se recomendaría su aplicación?
   d) ¿Cuáles son las dos formas de construir una carta CUSUM y en qué consiste cada una?
2. Sobre la carta EWMA, conteste las siguientes preguntas:
   a) ¿Por qué recibe ese nombre?
   b) ¿Qué ventajas y desventajas tiene sobre las tradicionales cartas de Shewhart?
   c) ¿En qué situaciones se recomendaría su aplicación?
3. En una carta EWMA explique el efecto que tendría utilizar un valor de λ muy cercano a 1. También explique el efecto de tomar un valor de λ muy cercano a cero.
4. Diseñe una carta CUSUM con $\alpha = 0.005$, $\delta = 0.75$, $\sigma = 3$ y $n = 5$. Encuentre los parámetros fundamentales de la máscara V, así como los parámetros H y K de la versión tabular. Suponga que el valor nominal es μ_0.

5. ¿Por qué puede ser recomendable utilizar las parejas de cartas Shewhart-CUSUM o Shewhart-EWMA?
6. Suponga que para un proceso en control se desea un $ARL_0 = 400$ y que es de interés detectar cambios de nivel de magnitud 1.5 veces el error estándar. Encuentre los parámetros de la máscara V de una CUSUM para este proceso.
7. A cierto producto químico orgánico comercial se le mide cada cuatro horas el nivel de una sustancia relacionada con su pureza. Los datos de 22 muestras son los siguientes (ordenados por renglón):

   15.3, 15.7, 14.4, 14.0, 15.2, 15.8, 16.7, 16.6, 15.9, 17.4, 15.7, 15.9, 14.7, 15.2, 14.6, 13.7, 12.9, 13.2, 14.1, 14.2, 13.8, 14.6,

   a) Dado que el valor objetivo de esta sustancia es 15 y que se conoce que la desviación estándar es de alrededor de 1, construya la carta CUSUM para estos datos. Use $k = 0.5$ y $h = 5$. Aplique la CUSUM con máscara y también en forma tabular.
   b) Construya una carta de individuales para estos datos y compare su desempeño en relación a la CUSUM del inciso anterior.
   c) Usando $\lambda = 0.2$ construya la carta EWMA. Compare su desempeño con la CUSUM del inciso *a*.
8. Los datos que se muestran en la tabla 9.3 son los promedios de muestras de tamaño 5, que se obtuvieron de un muestreo periódico de un proceso. Se sabe que desviación estándar del proceso es 1.3.
   a) Obtenga una carta CUSUM e interprete.
   b) Obtenga una carta $\bar{X}$.
   c) Construya una carta EWMA e interprete.
   d) Comente las diferencias encontradas con las tres cartas.

Tabla 9.3 Ejercicio 8.

Muestra	$\bar{X}$	Muestra	$\bar{X}$
1	20.36	11	21.18
2	20.17	12	21.18
3	20.44	13	20.96
4	21.02	14	20.99
5	21.31	15	21.15
6	20.60	16	20.61
7	19.84	17	21.46
8	20.80	18	21.76
9	21.58	19	21.50
10	21.13	20	21.56

9. Los datos que se muestran en la tabla 9.4 son los promedios de muestras de tamaño 6, que se obtuvieron de un muestreo periódico de un proceso. Se sabe que la desviación estándar del proceso es 2.2.

a) Obtenga una carta CUSUM e interprete.
b) Obtenga una carta $\bar{X}$.
c) Construya una carta EWMA e interprete.
d) Comente las diferencias entre lo que detecta con cada carta.

Tabla 9.4 Ejercicio 9.

Muestra	$\bar{X}$	Muestra	$\bar{X}$
1	39.76	11	37.97
2	39.36	12	39.11
3	39.67	13	38.73
4	39.32	14	38.61
5	38.27	15	38.87
6	39.58	16	37.98
7	40.06	17	39.09
8	39.24	18	37.17
9	39.17	19	38.33
10	38.29	20	40.04

Capítulo 10

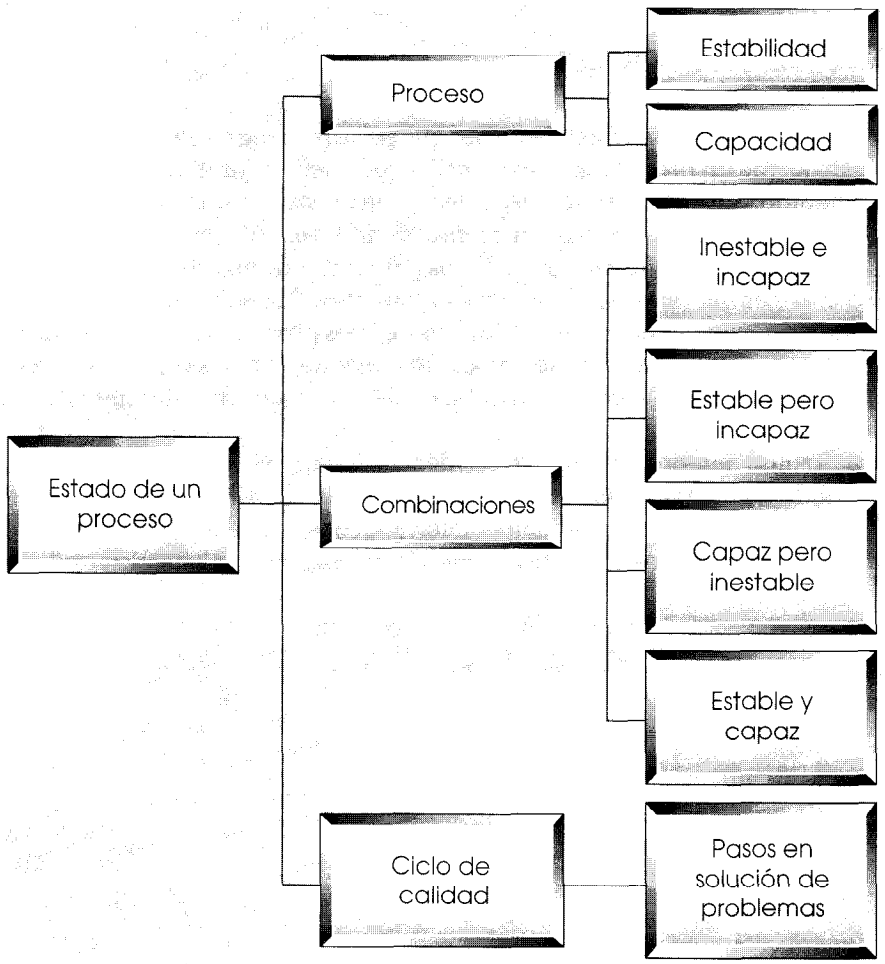
Estado de un proceso: capacidad y estabilidad

SUMARIO

- Estado de un proceso
- Estrategias de mejora
- Ocho pasos en la solución de un problema (el ciclo de la calidad)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Identificar el estado de un proceso en cuanto a la capacidad y estabilidad para seleccionar la estrategia de mejora más adecuada.
- Conocer las estrategias de mejora para los diversos procesos.
- Describir las diversas combinaciones de un proceso: inestable e incapaz, estable pero incapaz, capaz pero inestable, y estable y capaz.
- Explicar los ocho pasos en la solución de un problema del ciclo de calidad.


Estado de un proceso
Proceso
Estabilidad
Capacidad
Combinaciones
Inestable e incapaz
Estable pero incapaz
Capaz pero inestable
Estable y capaz
Ciclo de calidad
Pasos en solución de problemas

En los capítulos 2 y 5 se estudió con detalle la forma de evaluar la capacidad de un proceso para cumplir especificaciones, y en los capítulos 7, 8 y 9 se analizaron las técnicas para examinar la estabilidad de su tendencia central y de la amplitud de su variabilidad a través del tiempo. De lo visto se desprende que una de las tareas básicas para caracterizar y mejorar un proceso es evaluar su estado en cuanto a capacidad y estabilidad, ya que en función de esto el proceso tendrá cuatro categorías, y para cada una de tales categorías se recomiendan estrategias de mejora diferentes. De esto trata el presente capítulo.

ESTADO DE UN PROCESO

Proceso capaz

Proceso que cumple con especificiaciones de tal forma que el nivel de disconformidades es suficientemente bajo para garantizar que no habrá esfuerzos inmediatos para tratar de bajarlas y mejorar así su capacidad.

A manera de nota aclaratoria, establezcamos que para que tenga sentido sobre el futuro inmediato el que un proceso sea capaz, primero se debe garantizar que es *estable* a través del tiempo. Sin embargo, se puede decir que un *proceso es capaz*, con independencia de su estabilidad, si el nivel de disconformidades es suficientemente bajo para garantizar que no habrá esfuerzos inmediatos para tratar de bajarlas y mejorar así su capacidad. Por ejemplo, si se tiene un proceso con calidad Seis Sigma (véase capítulo 18), es probable que los esfuerzos de mejora sobre tales procesos no vayan enfocados a mejorar su capacidad. Más bien se enfocarán a mejorarle otros aspectos, como su estabilidad, operabilidad, robustez, costos, eficiencia, paros, mantenimiento, programación.

Con la premisa anterior, un proceso puede tener cuatro estados en cuanto a capacidad y estabilidad, como se ilustra en la figura y en la tabla 10.1, las cuales se desprenden de un par de preguntas fundamentales: ¿Se considera que el proceso es capaz de cumplir con las distintas especificaciones de calidad que debe satisfacer? ¿Para

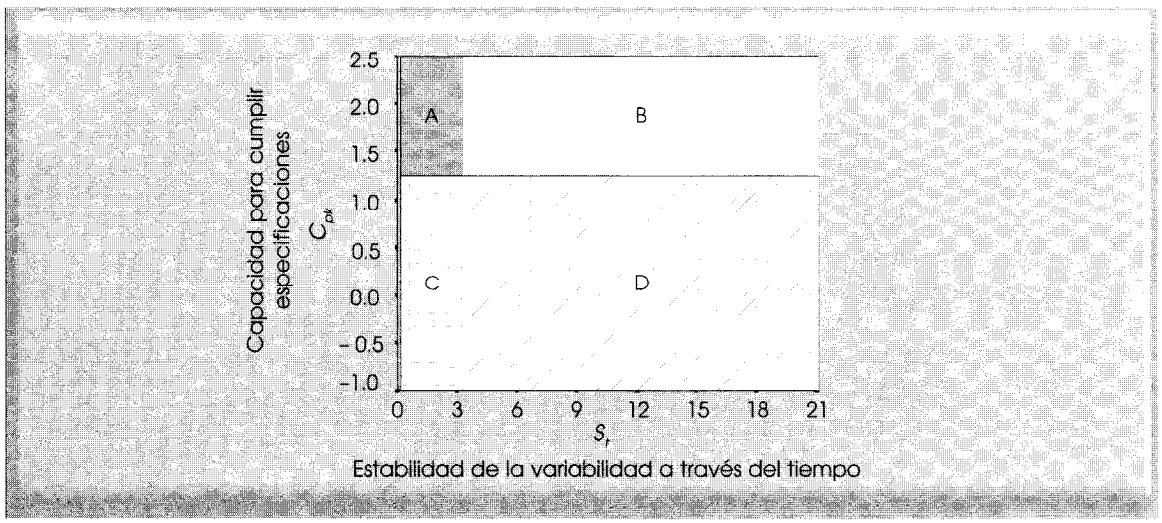


Figura 10.1 *Los posibles estados de un proceso en función de los índices de inestabilidad* S_t *y de capacidad* C_{pk}.

Tabla 10.1 Los cuatro estados de un proceso y la estrategia a seguir.

¿El proceso es capaz? \ ¿El proceso es estable (está en control)?	Sí	No
Sí	**A (estable y capaz)** - Verificar que se tiene un buen sistema de monitoreo del proceso para asegurar que el diagnóstico que se tiene es el adecuado y para detectar oportunamente la ocurrencia de causas especiales que perjudiquen el futuro desempeño del proceso. - Enfocar los esfuerzos hacia mejorar la productividad y operabilidad del proceso. Algunas técnicas útiles para esos propósitos son: superficie de respuesta, análisis de modo y efecto de falla y manufactura esbelta.	**B (capaz pero inestable)** Darle prioridad a la identificación y eliminación de las causas de la inestabilidad; para ello seguir las recomendaciones dadas para el proceso D, sobre todo mejorar la aplicación de cartas de control, para así asegurarse de que es la carta correcta, que se interpreta bien y que se toman las acciones correspondientes. De esta forma se estaría previniendo que la inestabilidad no llegue a afectar la capacidad.
No	**C (estable pero incapaz)** - Mejorar aplicación de cartas de control, para prevenir que empeore el desempeño del proceso y para ver si es posible detectar causas especiales que aparentaban ser comunes. - Investigar la razón predominante de la baja capacidad (descentrado, exceso de variación, etc.). - Revisar especificaciones y la calidad de las mediciones (véase capítulo 11). - Analizar qué ha estado pasando con las variables de entrada que más fuertemente están relacionadas con la variable de salida bajo análisis. También tomar en cuenta los patrones de comportamiento de los puntos en las cartas de control del pasado. - A partir de lo anterior, generar una lluvia de ideas y establecer conjeturas sobre las causas de la baja capacidad. - Si este análisis es parte de un proyecto Seis Sigma, aplicar esa metodología (véase capítulo 18). Aplicar los pasos descritos en la sección "Ocho pasos en la solución de problemas (ciclo de la calidad)" de este capítulo. En cualquier caso hay que recurrir a las herramientas básicas (por ejemplo, estratificación) para corroborar conjeturas.	**D (inestable e incapaz)** Darle prioridad a la identificación y eliminación de las causas de la inestabilidad, y para ello: - Mejorar uso de cartas de control (véase capítulo 8). - Estudiar el comportamiento del proceso a través del tiempo, apoyándose en los datos y las cartas de control del pasado y del presente, para así averiguar el tipo de inestabilidad que tiene este proceso (véase capítulo 7). - Investigar si algunas variables de entrada están relacionadas en forma directa con la variable de salida que tiene el problema; de ser así, buscar si el patrón de inestabilidad también se da en tal variable de entrada. - A partir de todo lo anterior, establecer conjeturas sobre las probables causas de la inestabilidad, y utilizar métodos estadísticos para profundizar la búsqueda y para corroborar tales conjeturas. Por ejemplo, se pueden hacer análisis estratificados o aplicar adecuadamente diseño de experimentos para investigar conjeturas o aplicar diseño robusto. - Una vez que se mejore la estabilidad, volver a evaluar el estado del proceso.

propósitos prácticos el proceso se puede catalogar como estable a través del tiempo, considerando su tendencia central y la amplitud de su variabilidad?

Cada una de estas preguntas puede contestarse en forma afirmativa o negativa, y eso lleva a tener cuatro tipos de respuestas: Sí-Sí, Sí-No, No-Sí y No-No, como se ilustra en la tabla 10.1. Para contestar ambas preguntas se recomienda apoyarse en los métodos y conceptos vistos en los capítulos 2, 5, 7 y 8 y seguir los siguientes pasos:

Datos históricos

Son los que reflejan la realidad del proceso bajo análisis durante un tiempo considerable en el cual no se han hecho modificaciones importantes.

1. *Delimitar datos históricos.* Para determinar en qué estado cae el proceso es necesario recurrir a datos históricos y analizarlos para las diferentes variables de salida del proceso o subproceso bajo análisis. Se entiende por *datos históricos* aquellos que reflejan la realidad del proceso durante un lapso de tiempo considerable en el que al proceso no se le han hecho modificaciones importantes. Este lapso depende de la velocidad del proceso, como se describe a continuación.

   - En un proceso masivo que produce cientos o miles de piezas o partes por día, y que a diario se muestrean y se miden decenas de tales partes, es suficiente contemplar las mediciones hechas en las últimas semanas (tener los datos de los últimos 500 puntos graficados en las cartas es una buena meta en este caso, sobre todo para estudiar la estabilidad).
   - En un proceso lento que genera pocos resultados por día, y que por tanto en una semana se hacen pocos muestreos y mediciones, es necesario contemplar un periodo un poco mayor (tener los datos de los últimos 100 a 200 puntos graficados en la carta de control correspondiente es un buen punto de partida).
   - En los procesos semimasivos, aplicar un criterio intermedio.

   No se trata sólo de tener suficientes datos, sino que además resulten de un lapso de tiempo en el que no se le han hecho grandes cambios o modificaciones al proceso, lo que no debe ser mayor problema en procesos establecidos. Pero en procesos en etapa de arranque será difícil reunir el tipo de datos requeridos para determinar el estado del proceso. En este último caso se recomienda iniciar una recolección intensiva de datos. Una vez delimitados los datos históricos, proceder a su análisis, de acuerdo con las recomendaciones que se dan en seguida.

Estabilidad de un proceso

Implica estudiar la variación de un proceso a través del tiempo. Un proceso tiene estabilidad si su desempeño es predecible en el futuro inmediato, y se dice que está en control.

2. *Analizar estabilidad.* Para estudiar la *estabilidad del proceso* a través del tiempo que comprenden los datos históricos y calcular el índice S_t, hay dos formas de proceder:

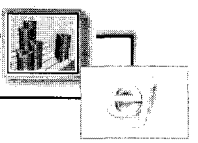
   - Analizar las cartas de control obtenidas en el lapso de tiempo que comprenden los datos históricos. Es decir, se estudian las cartas como se obtuvieron en el pasado, no importa que sean 20 cartas de 30 puntos cada una, lo importante es ordenar las cartas conforme al tiempo en que se obtuvieron, desplegarlas y analizar cómo fue el comportamiento de los puntos, buscando identificar los patrones especiales de variación, es decir, puntos fuera de los límites, tendencias, ciclos, etcétera. A partir de esto ver si hay algún tipo de inestabilidad predominante y calcular el índice de inestabilidad, S_t (véase capítulo 7).
   - Hacer un estudio inicial con los datos históricos, es decir, analizar todos los datos en la misma carta de control y así buscar identificar los patrones especiales de variación que se describieron en el capítulo 7, y con base en esto sacar conclusiones y calcular el índice de inestabilidad, S_t.

Siempre que se pueda se deben hacer los dos estudios anteriores y ver cuál es el tipo de inestabilidad predominante: cambios de nivel, comportamiento cíclico, tendencias, etc. Si por cualquiera de las dos vías el índice S_t que se calcule es demasiado grande (por ejemplo mayor a 10%), entonces será un indicativo que se está ante un proceso con alta inestabilidad. En caso de que en ambos estudios el índice S_t, sea pequeño, de 1 a 3 puntos porcentuales, entonces el proceso se considerará como razonablemente estable.

3. *Estudiar la capacidad.* A los datos históricos aplicarles un análisis de capacidad, utilizando para ello las diferentes herramientas que se vieron en los capítulos 2 y 5. En particular, es imprescindible obtener los índices C_p, C_{pk} (o $P_{\hat{p}}$ y $P_{\widehat{pk}}$) y un histograma e interpretarlo de acuerdo con lo recomendado en el capítulo 2. En caso de que haya problemas de capacidad, se podrá identificar si se debe a problemas de centrado, a exceso de variación y en general cómo es la distribución de los datos respecto a especificaciones, con lo que se pueden generar algunas conjeturas de las causas de la baja capacidad. Si la variable es de atributos (proporción o porcentaje de defectuosos, número de defectos por lote, etc.), entonces también es recomendable analizar por medio del histograma, estimar el porcentaje promedio de defectos o su correspondiente PPM y trasladar éstos a su correspondiente índice C_p. En ambos casos, una vez estimados los índices C_p y C_{pk}, interpretarlos de acuerdo con las tablas 5.1 y 5.2, y en función de esto y de la política de calidad de la empresa, concluir si la capacidad del proceso para cumplir las especificaciones de calidad es aceptable.

Con los dos estudios realizados antes se podrá determinar el estado del proceso en cuanto a estabilidad y capacidad. A partir de ello se adopta la estrategia de mejora adecuada, de entre las que se detallan en la siguiente sección.

EJEMPLO 10.1



En una fábrica de dientes se realiza una inspección final y los resultados de cada lote se registran en una carta p. Los motivos por los que un diente es catalogado como defectuoso son, entre otros: porosidad, manchas, apariencia sucia y diente quebrado. En la figura 10.2 se muestra la carta para los últimos 150 lotes de tamaño $n = 800$.

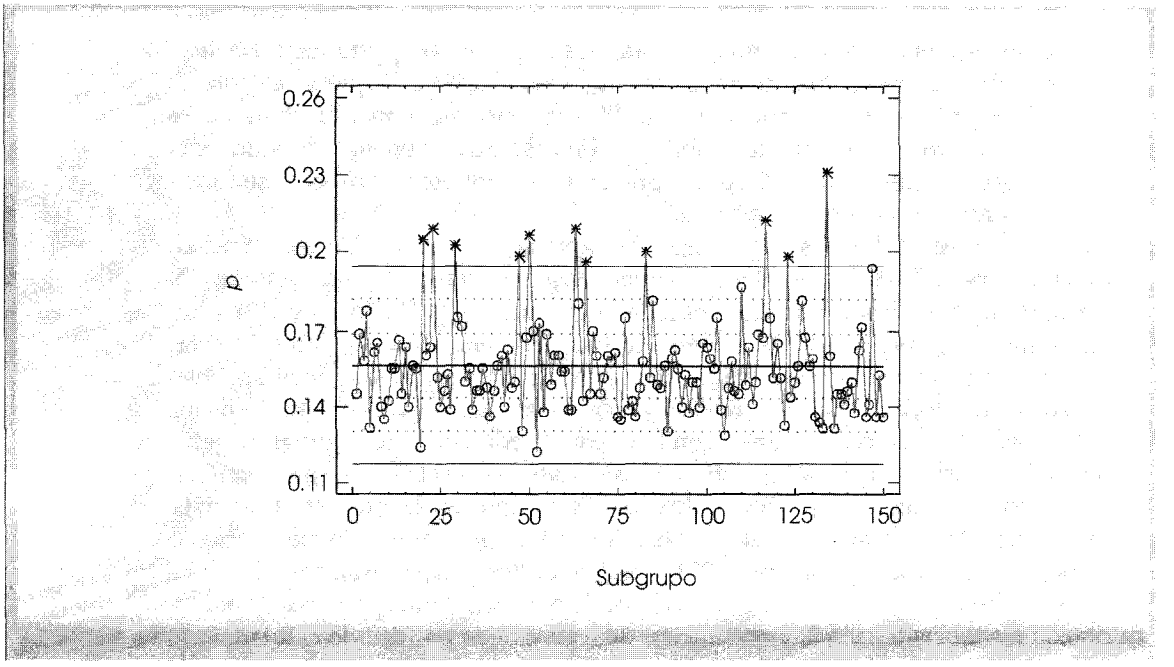


Figura 10.2 *Carta p para dientes defectuosos.*

A partir de la gráfica se observa que la proporción promedio de dientes defectuosos es de 0.156 (15.6%), lo cual refleja una pobre calidad, que si se quiere expresar en términos del índice C_p, tenemos que a partir de la tabla 5.2 el C_p, que corresponde a un porcentaje de defectuosos de 15.6%, está entre 0.4 y 0.5. Por otro lado, en cuanto a estabilidad se observa un proceso inestable y el tipo de inestabilidad predominante es cambio de nivel de un solo punto, en el que la causa especial de variación aparece en un lote y luego desaparece, es decir, no es un cambio de nivel que permanezca durante varios lotes consecutivos; si éste fuera el caso se observaría el patrón de muchos puntos de un solo lado de la línea central. De esta manera, este tipo de inestabilidad que dura sólo un lote sugiere el tipo de causas de tal inestabilidad, como sería materiales diferentes en la elaboración de tal lote o alguna situación que entra y sale. En particular se observa que de 150 puntos graficados en la carta, hay 11 por arriba del límite de control superior, y no se aprecia ningún otro patrón especial de puntos, por lo que el índice de inestabilidad para este proceso es

$$S_t = \frac{11}{150} \times 100 = 7.3\%$$

que se cataloga como moderadamente alto. De hecho se tiene más o menos un punto fuera de los límites cada 25 subgrupos o puntos.

Con base en los análisis anteriores, el proceso se catalogaría como tipo D: muy incapaz y moderadamente inestable, por lo que para mejorarlo se debe adoptar la estrategia correspondiente (véase ejemplo 10.2).

ESTRATEGIAS DE MEJORA

En esta sección ampliamos el contenido de la tabla 10.1, en la que se describió de manera breve la estrategia a seguir para caracterizar y mejorar cada uno de los cuatro tipos de procesos, de acuerdo con su capacidad y estabilidad. Empezaremos con los casos más problemáticos.

Proceso tipo D (inestable e incapaz)

Proceso inestable e incapaz

Proceso que no cumple con especificaciones y en el que las causas especiales de variación aparecen con frecuencia. Produce mala calidad y además es difícil de pronosticar su desempeño.

Esta estrategia se aplica a los procesos en los que sus variables de salida fueron catalogados como con baja capacidad y además altamente inestables. Es decir, se está ante un proceso que no cumple con especificaciones y en el que las causas especiales de variación aparecen con mucha frecuencia, por lo que es un proceso cuyo desempeño en el futuro inmediato es difícil de pronosticar. Por ello se recomienda orientar los esfuerzos de mejora a detectar y eliminar las causas de la inestabilidad. En un proceso altamente inestable no tiene sentido hablar de capacidad, si antes no se ha logrado cierta estabilidad. Dado que se está ante un proceso muy inestable, más que tratar de identificar qué pasó en cada punto especial, es mejor orientarse a identificar patrones que sigue tal inestabilidad, para de esa manera poder generar conjeturas sobre las posibles causas de la inestabilidad.

Además vale la pena recordar que un proceso muy inestable es un proceso pobremente estandarizado, en el que es posible que haya cambios continuos o mucha variación atribuible a materiales, mediciones, diferencias en las condiciones de operación de la maquinaria y desajustes, distintos criterios y capacitación de operarios, etc. Por ello, la primera actividad de esta estrategia es fortalecer la aplicación de las cartas de control que ayude a localizar tales causas especiales.

Mejorar la aplicación y uso de las cartas de control. En un proceso muy inestable lo que se debe hacer es identificar las causas especiales de la inestabilidad, y esa labor inicia revisando el actual sistema de monitoreo del proceso, con la finalidad de mejorarlo en forma significativa. En este sentido, será necesario implantar una o más cartas de control, si es que no existían; y si ya existen, revisar su diseño y operación. En ambos casos se sugiere recurrir a las recomendaciones dadas en el capítulo 8 y se decida el papel que van a desempeñar las cartas de control, su objetivo, la carta más adecuada, el muestreo, su operación e interpretación, e involucrar y entrenar a las personas adecuadas. Un buen diseño o rediseño, operación e interpretación de las cartas de control ayudará a detectar la presencia de causas especiales de variación y con ello su identificación y eliminación.

Buscar y eliminar las causas de la inestabilidad. El mejor uso de las cartas dará frutos hacia el futuro, pero también en los datos pasados hay información; por ello es importante retomar el estudio realizado sobre los datos históricos con el que se determinó que el proceso es inestable. Este estudio debe orientarse a identificar el tipo de inestabilidad predominante en el proceso. Al respecto, recordemos que en el capítulo 7 se describieron los tipos de inestabilidad más comunes: cambios de nivel, tendencias, variación cíclica, exceso de variación, falta de variación; para cada una de ellas se dio una lista de las probables causas que las inducen. De esta forma, apoyándose en el análisis hecho de las cartas de control del pasado y de una mejor utilización de las cartas de control en el presente, se deben identificar los patrones o tipos de inestabilidad predominante, recordar que es más importante en este caso localizar patrones que analizar cada punto en particular.

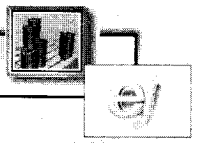
Una alternativa más es que una vez que se tenga más o menos localizado el patrón de inestabilidad, investigar si algunas variables de entrada están relacionadas en forma directa con la variable de salida que tiene el problema, y de ser así, buscar si el patrón de inestabilidad también se da en tal variable de entrada.

Con base en las investigaciones hechas, elaborar una lista de las probables causas (conjeturas) de la inestabilidad, y para corroborar estas conjeturas, y en general para profundizar en la localización y confirmación de las principales causas especiales de variación, se tienen dos enfoques:

- Analizar la distribución de los datos de manera estratificada, es decir, comparar los resultados del proceso de acuerdo con las diferentes causas bajo sospecha. Por ejemplo, si se sospecha que la inestabilidad se debe a la fuerte variación de lote a lote de materia prima, entonces comparar los resultados que se logran con los diferentes lotes. Lo mismo se puede decir si se sospecha de cualquier variable de entrada, instrumentos de medición, operadores, métodos de trabajo, etcétera. Aquí la clave es comparar y analizar a través del tiempo agrupando los datos en función de la sospecha. Para analizar los datos de cada grupo o estrato se pueden utilizar las herramientas estadísticas que se describieron en los capítulos 2 y 6, entre los que destaca el diagrama de caja (véase ejemplo 10.2) y la carta multivary (capítulo 6). Otra posibilidad es hacer un diagrama de dispersión que relacione la variable problema con las variables de entrada que más influyen en el problema.
- El otro enfoque es desarrollar una serie de pruebas estratégicamente planeadas para confirmar causas, es decir, a partir del análisis de los datos pasados y del conocimiento del proceso, diseñar adecuadamente un experimento con la finalidad de corroborar las conjeturas que se tienen sobre las causas de la inestabilidad (véase Gutiérrez y de la Vara, 2003).

En ambos casos, una vez que se desarrollen acciones para eliminar o atenuar las causas especiales de inestabilidad, se debe verificar que efectivamente se eliminaron. Para ello será necesario analizar el proceso con base en la carta de control. Con este análisis es probable que se detecte que también mejoró un poco la capacidad del proceso.

EJEMPLO 10.2



Continuando con el ejemplo 10.1 de los dientes defectuosos, se vio que el proceso era muy incapaz y moderadamente inestable, por lo que para mejorarlo se debe adoptar la estrategia descrita antes. Al analizar el tipo de patrón que siguen los puntos especiales se apreció que el tipo de inestabilidad predominante es cambio de nivel de un solo punto, en el que la causa especial de variación parece estar presente sólo en un lote, es decir, no es un cambio de nivel que permanezca durante varios lotes consecutivos. A partir de esto un equipo de mejora contemplando las posibles causas de este tipo de inestabilidad (véase capítulo 7) y apoyándose en la experiencia que se tiene al observar el desempeño del proceso, plantea que de manera repentina se incremente el porcentaje de dientes defectuosos, se podría deber a la utilización de materia prima de otro proveedor, ya que han observado que tiene un tamaño de partícula ligeramente mayor. Aunque dudan, porque no siempre se observa que se incremente el problema.

Con base en los registros disponibles se observa que de los 150 lotes reportados en la figura 10.2, en los que se ha utilizado materia prima del otro proveedor son 21, y que son los lotes 4, 20, 23, 28, 29, 47, 50, 53, 63, 66, 68, 83, 85, 110, 115, 117, 118, 123, 127, 134 y 147. Para confirmar que efectivamente en estos lotes la proporción de defectuosos es mayor al resto, se hace un análisis por separado en función del proveedor. Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 10.2.

Además, en la figura 10.3 se aprecian los diagramas de caja para las proporciones de defectuosos de cada proveedor. Se observa que las proporciones tienden a ser mayores cuando se utiliza el material del proveedor 0, ya que la mediana para el proveedor 0 es 0.196, contra 0.150 del otro. O el máximo observado para el proveedor 1

Tabla 10.2 Estadísticas para la proporción de defectuosos correspondiente.

Proveedor	Número	Media	Mediana	Cuartil inferior	Cuartil superior	Mínimo	Máximo
0	21	0.193	0.196	0.178	0.205	0.169	0.231
1	129	0.150	0.150	0.140	0.159	0.123	0.180
Global	*150*	*0.156*	*0.153*	*0.143*	*0.164*	*0.123*	*0.231*

prácticamente coincide con el cuartil inferior del otro, lo que quiere decir que 75% de los porcentajes de rechazo del proveedor 0 son mayor que el porcentaje máximo del proveedor 1. En suma, con los estadísticos y el diagrama de caja se concluye que trabajar con la materia prima del proveedor 0 incrementa en promedio 4.3% (0.193-0.150) el porcentaje de diente rechazado, por lo que cada vez que se trabaje con ese material es más probable que la correspondiente proporción se salga del límite de control superior. Cabe aclarar que no todas las proporciones correspondientes al proveedor 0 cayeron fuera del *LCS* debido a que su promedio (0.193) está justo dentro del *LCS* de la carta *p* (figura 10.2), por lo que se espera que sólo más o menos la mitad de estas proporciones supere el *LCS*, como efectivamente ocurrió. Esto en la práctica puede ocultar o no hacer tan evidente la presencia de la causa especial cuando se introduce el otro material, pero el análisis ha eliminado toda duda.

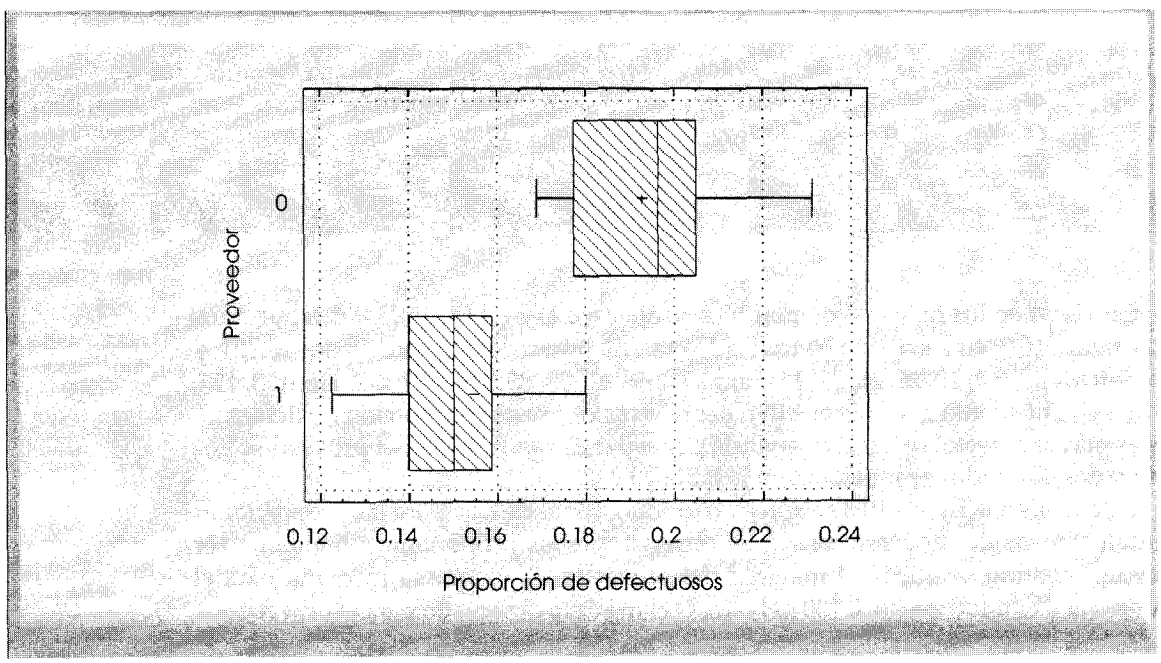


Figura 10.3 *Diagramas de caja para comprobar la proporción de rechazo en función del proveedor de materia prima.*

Al investigar el porqué con el material se incrementaban los dientes rechazados, se encontró que el tamaño de partícula de material era ligeramente mayor. Por ello se estableció que habría que utilizar de preferencia la materia prima del proveedor 1, y que en caso de que por alguna fuerte razón fuera necesario trabajar con el material del proveedor 0, éste debería primero tamizarse (cernirse), para de esa manera retener las partículas más grandes.

Volver a evaluar el estado del proceso. Una vez que se logren eliminar en su totalidad o por lo menos una parte importante de las causas especiales de la inestabilidad, lo que sigue es volver a evaluar el estado del proceso, debido a que si efectivamente se han disminuido las causas de la inestabilidad, el proceso correspondiente será más estable y tal vez todavía incapaz. Si este fuera el caso, lo que sigue es aplicar la estrategia tipo C. De cualquier forma se debe proceder de acuerdo con el nuevo estado del proceso.

Proceso tipo C (estable pero incapaz)

Esta estrategia se aplica a los procesos tipo C, en los que sus variables de salida fueron catalogados como estables pero con baja capacidad de cumplir especificaciones. Es decir, se está ante un proceso establemente malo que genera piezas fuera de especificaciones o piezas que no cumplen con ciertos atributos de calidad. Por ello, la actividad de la estrategia de mejora que se debe seguir está orientada a mejorar la capacidad de este proceso.

Proceso estable pero incapaz

Es cuando las variables de salida de un proceso se catalogaron como estables, pero con baja capacidad de cumplir especificaciones. Proceso establemente malo.

Revisar y mejorar la aplicación de las cartas de control. Las razones de esta actividad en un proceso sin problemas serios de estabilidad son dos: por un lado, es recomendable que todo proceso tenga un buen sistema de monitoreo para detectar sus cambios de manera oportuna, y por tanto en un estudio y análisis serio sobre un proceso siempre será oportuno revisar su actual sistema de medición. La otra razón es que en ocasiones en algunos procesos puede ser que algunas de las aparentes causas comunes que generan los problemas de capacidad en realidad son causas especiales que con un buen diseño (o rediseño) y utilización de las cartas de control se podrían detectar. Por estos dos motivos es importante revisar y mejorar en su caso el uso de las cartas de control, y para ello sugerimos recurrir a lo expuesto en el capítulo 8.

Investigar las causas de la baja capacidad mediante un proyecto de mejora. Lo primero que se debe hacer es saber con precisión la magnitud del problema, ya que dependiendo de esto será el tipo de cambios y mejoras que habrá que desarrollar. Además, visualizar la razón básica por la que el proceso genera producto no conforme, ya sea por exceso de variación o porque el proceso está descentrado (véase capítulo 2). En seguida, apoyándose en lo anterior y acorde con la magnitud e importancia del problema, integrar un equipo de mejora. Aquí se recomienda que este equipo de mejora busque la solución del problema en forma metódica, es decir, que no se dedique a probar ocurrencias sin ton ni son, inspirados en el enfoque "prueba y error". En este sentido, los enfoques metodológicos que aquí proponemos son dos: el descrito en el siguiente apartado (para un proyecto directo centrado en el problema detectado) o la metodología Seis Sigma que se expone en el capítulo 18. Pero antes de generar un proyecto de mejora, recomendamos cerciorarse de que las especificaciones exigidas al proceso sean las adecuadas, y verificar que la repetibilidad y reproducibilidad del proceso de medición son las adecuadas (véase capítulo 11).

Corroborar especificaciones. Es importante que antes de adentrarse en un proyecto de mejora se corrobore que las especificaciones contra las que se está evaluando la

capacidad son las que efectivamente requiere el cliente. En ocasiones las especificaciones no las determina el cliente y más bien fueron decididas en el pasado por algún involucrado en el proceso, pero no siempre con el respaldo de un estudio estadístico para establecer tolerancias o investigando a profundidad criterios de calidad que el producto debe satisfacer. En caso de que las especificaciones sean corroboradas, el proyecto de mejora será indispensable, pero si no, entonces establecer nuevas especificaciones y determinar la capacidad del proceso para satisfacerlas.

Verificar exactitud y precisión (repetibilidad y reproducibilidad) de las mediciones. Aunque esta verificación debe hacerse por rutina en un sistema de calidad, hay una situación en la que es muy recomendada. Tal situación es que se esté ante una variable de tipo continuo, con una capacidad de cumplir con especificaciones no satisfactorias, pero no tan mala, por ejemplo índices de capacidad cercanos a 1 ($0.9 < C_p < 1.33$, por ejemplo) y no se tienen reclamos o rechazos de clientes. Entonces existe la posibilidad de que los problemas de capacidad se deban a la precisión y/o exactitud de las mediciones y no a la variabilidad del producto mismo. Por ello, en estos casos se recomienda revisar la calidad de las mediciones, sea investigar calibración de los equipos de medición y/o hacer *estudio de repetibilidad y reproducibilidad* al proceso de medición, según sea necesario (véase capítulo 11). Si la calidad de las mediciones es mala, entonces un esfuerzo en mejorar la precisión y/o exactitud de las mediciones se reflejaría en un aumento de la capacidad del proceso.

Enfoques de proyectos para mejorar capacidad

1. *Ocho pasos en la solución de problemas.* El objetivo fundamental de este enfoque es apoyarse mucho en los conocimientos del equipo de mejora, para detectar las causas principales de la baja capacidad. Se recomienda seguir con cuidado y calma los ocho pasos descritos en el siguiente apartado, partiendo de una pregunta fundamental: qué variables, factores o causas provocan alta variación en el proceso, si el problema es exceso de variación. Mientras que si el problema es que la media del proceso no es satisfactoria, sea porque no está centrada respecto a especificaciones o porque el nivel defectivo o de defectos es demasiado alto, entonces la pregunta fundamental de arranque es qué variables, factores o causas provocan un valor no satisfactorio de la media del proceso. Además tomar en cuenta:

   - Un análisis con detalle de los datos históricos graficados en la carta de control puede indicar algún comportamiento cíclico o algún otro patrón no aleatorio que proporcione alguna pista sobre las causas del problema.
   - Recurrir al conocimiento y datos previos sobre el problema.
   - Si se desarrolla un proyecto de mejora, apoyarse en el trabajo realizado previamente.
   - En ocasiones el exceso de variabilidad puede deberse a una suma de pequeños desplazamientos provocados por las variables de entrada.
   - Un exceso de variación en alguna de las 6M's generalmente se traduce en mayor variación en la salida.
   - Para detectar relaciones causa-efecto, apoyarse en la experiencia, en análisis estratificados y en el diagrama de dispersión.

2. *Diseño de experimentos y proyecto Seis Sigma.* El objetivo fundamental de este enfoque para mejorar la capacidad de un proceso estable y optimizarlo es desarrollar una serie de pruebas experimentales, planeadas adecuadamente para detectar las variables, factores o causas que generan problemas al proceso. Por ello aquí se recomienda aplicar la metodología descrita en el capítulo 18, auxiliándose del diseño de experimentos (véase Gutiérrez y De la Vara, 2003). Para aplicar el diseño de experimentos se requiere un buen conocimiento del proceso y tomar en cuenta los siguientes puntos:

   - Aplicar las recomendaciones dadas antes, para la estrategia de los ocho pasos en la solución de un problema.
   - Cuestionarse sobre cuáles son las diferentes variables de entrada y demás aspectos relacionados con el proceso, que pueden afectar de forma más importante a la variable de salida con problemas de capacidad.
   - A partir de lo anterior, hacer una lista de los factores o variables que se van a investigar durante el diseño de experimentos.
   - En la elección de los niveles a probar para cada factor, se recomienda ser entre moderado y agresivo, ya que pequeñas variaciones en los niveles puede ser que no se reflejen en la variable de salida.
   - La elección del diseño específico a aplicar dependerá del tipo de conjeturas que se quieran probar y del número de factores a estudiar, ya que si son muchas se tendrá que pensar en un diseño 2^k completo o fraccionado. Otro aspecto que influye en la elección del diseño sería el costo y tiempo requerido para cada prueba experimental.
   - En caso de que el problema sea en una variable de atributos, tener cuidado de elegir el tamaño de prueba (el número de piezas que se producen en cada condición experimental o tratamiento) lo suficientemente grande para que sea posible detectar defectos y con ello diferencias estadísticas. En otras palabras, tener cuidado de no elegir el tamaño de prueba muy pequeño, porque se observarán muchos ceros.
   - Analizar estadísticamente con detalles y profundidad los resultados del experimento, de forma que además de generar soluciones se genere conocimiento sobre la forma de la relación entre las variables de entrada y las de salida, el tipo de interacciones presentes, etcétera.

Las dos formas propuestas para generar un proyecto de mejora en realidad no se excluyen uno al otro, y es frecuente en un proyecto de ocho pasos que sea necesario aplicar diseño de experimentos. Pero además ambas están inspiradas en el ciclo de la calidad (planear, hacer, verificar y actuar), y en la elección sobre cuál de ellas utilizar, dependerá del tipo de proceso y del conocimiento que se tenga de cada una de las metodologías. Aunque la recomendación sería: a medida que aumente la complejidad técnica del problema y el número de variables controladas que intervienen en el proceso, es mejor pensar directamente en diseño de experimentos, que es una estrategia agresiva, que además de corroborar más rápido las diferentes conjeturas que se tienen sobre las causas de la baja capacidad, genera conocimiento e información adicional que ayuda a encontrar soluciones. Por lo anterior, tal vez la limitante más fuerte para optar por el diseño de experimentos es que se domine bien, pero siempre estará la posibilidad de recurrir a una persona experta en el campo.

Volver a evaluar el estado del proceso. Si los problemas del proceso son agudos probablemente sea necesario aplicar de manera secuencial varios proyectos de mejora, hasta lograr que su capacidad sea satisfactoria. De esta forma, después de cada proyecto de mejora se debe volver a evaluar el estado del proceso para ver en qué medida ha mejorado el proceso. En teoría, se deben seguir aplicando proyectos de mejora de capacidad hasta que el proceso sea capaz y conserve su estabilidad (proceso tipo A).

En caso de que después de múltiples intentos bien estructurados no se logre cumplir de manera satisfactoria la capacidad del proceso, entonces será necesario pensar en un rediseño del proceso, en el cual se introduzca nueva tecnología.

Proceso tipo B (capaz pero inestable)

Proceso capaz pero inestable

Es cuando una o más de sus variables de salida fueron inestables, pero el proceso aún es capaz de cumplir con especificaciones.

Esta estrategia se aplica a los procesos tipo B, en los que una o más de sus variables de salida fueron catalogadas como inestables; pero a pesar de esto, el proceso se puede catalogar como capaz. Un *proceso capaz pero inestable* opera en presencia de causas especiales de variación, pero éstas son tales que se está relativamente satisfecho con el desempeño del proceso respecto a objetivos previos o especificaciones (su índice de defectivo es bajo, por ejemplo). Es un proceso cuya distribución se desplaza o tiene cambios significativos; sin embargo, siempre está dentro de especificaciones.

A pesar de ello, un proceso muy inestable es vulnerable porque no se puede tener plena garantía de que esa inestabilidad pueda en un momento dado llegar a ocasionar problemas en términos de especificaciones. Además, si se quiere conocer y mejorar tal proceso, habría que empezar por identificar y eliminar las causas de la inestabilidad; por ello, ése será el objetivo básico de las actividades sugeridas para este proceso.

1. *Mejorar la aplicación y utilización de las cartas de control.*
2. *Identificar las causas de la inestabilidad.* Para cumplir con estas dos actividades se sugiere seguir las recomendaciones correspondientes que se dieron para encontrar las causas de la inestabilidad en los procesos tipo D.
3. *Volver a evaluar el estado del proceso.* Una vez que se logren eliminar en su totalidad o por lo menos una parte importante de las causas especiales de la inestabilidad, lo que sigue es volver a evaluar el estado del proceso, ya que si efectivamente se han disminuido de manera significativa las causas especiales de variación, el proceso será moderadamente estable y tal vez todavía sea incapaz. De cualquier forma se debe proceder de acuerdo con el nuevo estado del proceso.

Proceso tipo A (estable y capaz)

Proceso estable y capaz

Proceso que cumple con especificaciones y es predecible en el futuro inmediato.

Esta última estrategia se aplica a los procesos tipo A, en que actualmente sus variables de salida están catalogadas como estables y capaces, por lo que se está ante un proceso sin problemas serios de calidad. El objetivo básico que se perseguiría en un proceso *estable y capaz* sería explorar alternativas para mejorar su productividad y/u operabilidad. Desde luego que estos motivos son también trascendentes, por lo que recomendamos seguir con detalle las siguientes actividades.

1. *Revisar y mejorar, en su caso, la aplicación de las cartas de control.* La idea de esta primera actividad es verificar que el actual sistema de monitoreo del proceso es el adecuado, y con base en éste asegurar que efectivamente se tiene un proceso estable. En la tarea de revisión de la utilización de las cartas de control, apoyarse en lo expuesto en la sección 8.3, y evaluar la conveniencia de generar esquemas de control más económicos, por ejemplo utilizar otra carta de control, reducir la frecuencia o el tamaño de muestreo.
2. *Explorar alternativas para incrementar la productividad y/u operabilidad del proceso.* En el capítulo 1 vimos que la productividad de un proceso es resultado de la eficiencia y la eficacia, donde la primera se ve influida negativamente por los tiempos desperdiciados por paros de equipos, desbalanceo de líneas (capacidades), falta de materiales, retrasos en suministros y en las órdenes de compra y por mantenimiento y reparaciones. En este sentido, una línea de actividad de mejora para un proceso estable y capaz será hacer esfuerzos por incrementar su productividad, en particular su eficiencia. Otra posibilidad o línea de acción sería trabajar en mejorar la confiabilidad del proceso, reducir costos y tiempo de ciclo; para ello se puede buscar mejorar la operabilidad del proceso, analizar la posibilidad de hacer cambios en alguna de las 6M's, trabajar por lograr un proceso esbelto y eliminar actividades que no agregan valor y mejorar el flujo del proceso; o enfocarse a trabajar por un proceso robusto que requiera menos controles y sea menos sensible a variaciones en las 6M's. Todo esto manteniendo los actuales niveles de calidad.

Con base en lo anterior, el equipo de mejora debe evaluar hacia dónde enfocar su esfuerzo. Para ello, a continuación se proporcionan algunos detalles de tres técnicas o metodologías que se podrían emplear en esta etapa.

- *Análisis de modo y efecto de falla* (*Amef*). Este análisis se aplica para detectar las fallas potenciales más importantes del producto o del proceso, y que por ende tienen el impacto más importante en términos de confiabilidad del producto o de paros del proceso. De esta forma, mediante este análisis para cualquier proceso se pueden detectar áreas de oportunidad para mejorar el desempeño del proceso correspondiente. En el capítulo 15 se presenta esta metodología.
- *Aplicar los principios de manufactura esbelta.* La finalidad de la aplicación de estos principios es que el proceso produzca más y más con menos recursos. Entre otras actividades que habrá que desarrollar en este caso es detectar y eliminar las actividades que no agregan valor al producto (mudas tipo 2); mejorar el flujo del proceso para que no haya interrupciones ni pases laterales, y reorganizar el proceso en forma Kanban. Una buena aplicación de los principios de manufactura esbelta tienen un alto impacto en el tiempo de ciclo, en el inventario en proceso y en la productividad. Por ello, en un proceso tipo A habrá que valorar la posibilidad de encaminar los esfuerzos en esta dirección. En el capítulo 16 se expone el resumen de esta metodología.
- *Modelar el proceso mediante superficie de respuesta.* La aplicación de esta metodología tendría como propósito entender el proceso analíticamente, para así corroborar el conocimientos que se tiene del proceso y generar alternativas de mejora. Aquí lo que se pretende es llegar a un modelo de superficie de respuesta

Amef

Análisis de modo y efecto de falla que se aplica para detectar fallas potenciales del producto o proceso.

Principios de manufactura esbelta

La finalidad de éstos es que el proceso produzca más con menos recursos y eliminar las actividades que no agregan valor al producto.

que relacione las variables de entrada y las de salida; de forma que permita pronosticar de manera confiable las variables de respuesta en función de las variables de proceso (véase Gutiérrez y de la Vara, 2003).

OCHO PASOS EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS (CICLO DE LA CALIDAD)

En este apartado se estudia una metodología a seguir para resolver problemas recurrentes y crónicos, que en realidad es una variante del ciclo de la calidad. Esta metodología puede aplicarse una vez que se ha caracterizado el estado de un proceso o cuando ya se tiene delimitado y cuantificado un problema o un área de oportunidad. La importancia de que en las empresas se siga una metodología de solución bien estructurada radica en que de esa forma los esfuerzos de mejora pueden lograr mejores resultados, ya que:

- En lugar de atacar efectos y síntomas, se trata de llegar a las causas de fondo de los problemas.
- Se sigue un plan de solución soportado en métodos y herramientas de análisis.
- Permite enfocarse sólo a lo importante.
- Exige que cuando se logren soluciones, se estandarice su aplicación y se decidan medidas preventivas para que el problema no se vuelva a presentar y el avance logrado sea irreversible.
- Se verifica que las soluciones realmente hayan dado resultado.

Para superar lo anterior, en el capítulo 18 se verá con detalle la metodología de desarrollo de proyectos Seis Sigma: DMAMC (definir, medir, analizar, mejorar y controlar). Aquí se verá el *ciclo PHVA* (planear, hacer, verificar y actuar), que también es de gran utilidad para estructurar y ejecutar planes de mejora en cualquier nivel directivo u operativo. En este ciclo, conocido como el *ciclo de Shewhart, Deming* o el *ciclo de la calidad*, se desarrolla de manera objetiva y profunda un plan (planificar); éste se prueba en pequeña escala o sobre una base de ensayo tal como ha sido planeado (hacer); se analiza si se obtuvieron los efectos esperados y la magnitud de los mismos (verificar), y de acuerdo con lo anterior se actúa en consecuencia (actuar), ya sea generalizando el plan si dio resultado y tomando medidas preventivas para que la mejora no sea reversible, o reestructurando el plan debido a que los resultados no fueron satisfactorios, con lo que se vuelve a iniciar el ciclo.

Ciclo PHVA

Es planear, hacer, verificar y actuar, y son las etapas de un proyecto de mejora.

La filosofía de este ciclo lo hace de gran utilidad para perseguir la mejora en cualquier etapa, y es imprescindible aplicarlo para resolver los problemas de un proceso. Para cumplir efectivamente el ciclo PHVA, las herramientas que se analizan en este libro son de gran utilidad. El ciclo PHVA se divide en ocho pasos, como se muestra en la tabla 10.2.

Cuando se reúne un equipo para resolver un problema, antes de proponer soluciones y aventurar acciones correctivas, se debe contar con información y seguir un método objetivo; de esta manera se hará hábito la planeación, el análisis y la reflexión, con lo que se reducirán las acciones por reacción y por corazonadas. En este sentido,

se propone que los equipos de mejora siempre sigan los ocho pasos que a continuación se describirán y que se sintetizan en la tabla 10.3.

Tabla 10.3 Metodología para la solución de problemas.

Etapa	Paso	Nombre y breve descripción del paso
Planear	1	**Seleccionar y caracterizar un problema**: elegir un problema realmente importante, delimitarlo y describirlo, estudiar antecedente e importancia, y cuantificar su magnitud actual.
	2	**Buscar todas las posibles causas**: (Lluvia de ideas, diagrama de Ishikawa). Participan los involucrados.
	3	**Investigar cuáles de las causas son más importantes**: recurrir a datos, análisis y conocimiento del problema.
	4	**Elaborar un plan de medidas enfocado a remediar las causas más importantes**: para cada acción, detallar en qué consiste, su objetivo y cómo implementarla; responsables, fechas y costos.
Hacer	5	**Instaurar las medidas remedio**: seguir el plan y empezar a pequeña escala.
Verificar	6	**Revisar los resultados obtenidos**: comparar el problema antes y después.
Actuar	7	**Prevenir la recurrencia**: si las acciones dieron resultado, éstas deben generalizarse y estandarizar su aplicación. Establecer medidas para evitar recurrencia.
	8	**Conclusión y evaluación de lo hecho**: evaluar todo lo hecho anteriormente y documentarlo.

Seleccionar y caracterizar el problema

En este primer paso se selecciona un problema que en realidad sea importante, y una vez que se elige, se caracteriza en términos de su magnitud, antecedentes e importancia. En estas tareas hay que dedicar el tiempo que sea necesario, teniendo en mente la frase que señala: "Lo que bien empieza, bien acaba". Para cumplir con lo anterior, a continuación planteamos una serie de actividades a desarrollar en este primer paso.

a) hacer una lista de los problemas que el equipo podría abordar;
b) dialogar y seleccionar uno (apoyarse en mediciones objetivas);
c) delimitar y describir con detalle en qué consiste el problema seleccionado y dónde se manifiesta;

d) señalar cuáles son los antecedentes del problema;
e) explicar por qué el problema seleccionado es importante (qué afecta y cómo);
f) cuantificar de la forma más precisa posible la magnitud del problema (C_{pk}, porcentaje de rechazos, cantidad de quejas, costo, tiempo, etcétera), y
g) escribir el objetivo que persigue el proyecto de mejora.

Buscar todas las posibles causas

En esta etapa se trata de ser abiertos y ver todas las posibles causas, sin discutirlas. Por ello proponemos desarrollar las siguientes actividades:

a) El moderador inicia preguntando a los miembros del equipo por qué el problema; después de las primeras respuestas, vuelve a preguntar por qué. Este proceso continúa hasta completar unas cinco rondas, no alegar. En las preguntas y en las respuestas se recomienda centrarse en hechos generales y no en particulares (por ejemplo, si el problema es lotes rechazados por mala calidad, no preguntar por qué se rechazó un lote en particular; mejor preguntar por qué se rechazan los lotes).
b) Iniciar formalmente una sesión de lluvia de ideas, siguiendo los siete primeros pasos que se señalan en el capítulo 6.

Investigar las causas más importantes

La idea de este tercer paso es que de entre la lista de posibles causas detectadas en el punto anterior, elegir las más importantes; para ello recomendamos:

a) mediante una discusión respetuosa, hacer una primera lista de las principales causas;
b) discutir la viabilidad de aplicar herramientas estadísticas para seleccionar las causas más importantes. Por ejemplo, se podría aplicar estratificación, diagrama de Pareto, diseño de experimentos, hoja de verificación, análisis de modo y efecto de falla o diagrama de dispersión;
c) si se percibe que es factible, proceder a planear la aplicación de la herramienta seleccionada, considerando las recomendaciones que sobre el particular se han dado en este libro;
d) si se aplicó algún análisis, con base en el mismo seleccionar las causas más importantes. En caso de que no se haya llevado a cabo ningún análisis, seleccionar por consenso o por votación las causas más importantes. En esta elección considerar la interrelación de las posibles causas;
e) de ser necesario, planear alguna actividad para confirmar la presencia y existencia de las causas seleccionadas, y
f) con base en lo anterior, decidir sobre qué causas se procederá a actuar en una primera fase.

Considerar las medidas remedio

En este paso se deciden las medidas remedio para cada una de las causas sobre las que se ha decidido actuar. Se recomienda que estas medidas lleguen al fondo de la causa, que modifiquen la estructura de la problemática; es decir, no adoptar medidas superficiales que dejen intactas las causas que lo están generando. Para acordar las soluciones para cada causa, se parte de los análisis hechos en el paso previo y/o de una sesión de lluvia de ideas. En suma, para cada causa completar la siguiente información: objetivo, dónde se aplicará, quién, cómo (plan detallado), cuánto costará, cuándo se implantará, cómo se va a verificar si fue efectiva y efectos secundarios esperados.

Implementar las medidas remedio

Ejecutar las medidas remedio, acordadas antes, iniciando a pequeña escala sobre una base de ensayo. Además, seguir al pie de la letra el plan elaborado en el paso anterior e involucrar a los afectados explicándoles los objetivos que se persiguen. Si hay necesidad de hacer algún cambio al plan previsto, esto debe ser acordado por el equipo responsable del proyecto.

Revisar los resultados obtenidos

Verificar de manera objetiva si las medidas remedio dieron resultado. Una forma práctica sería comparar estadísticamente la magnitud del problema antes con su magnitud después de las medidas. En caso de encontrar resultados positivos, éstos deben cuantificarse en términos monetarios (si esto es posible).

Prevenir recurrencia del mismo problema

Si las soluciones no dieron resultado se debe repasar todo lo hecho, aprender de ello, reflexionar, obtener conclusiones y con base en esto empezar de nuevo. Pero si las soluciones dieron resultado, entonces:

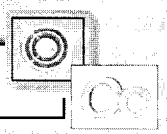
a) generalizar y estandarizar la aplicación de las medidas remedio;
b) acordar medidas para prevenir la recurrencia del mismo problema y garantizar los avances logrados. Por ejemplo, estandarizar los nuevos procedimientos, identificar claramente: quién, cuándo, dónde, qué, por qué y cómo. Comunicar y justificar las medidas preventivas, y entrenar a los responsables de cumplirlas, y
c) elaborar una lista de los beneficios indirectos e intangibles que se logró con el plan de mejora.

Conclusión

En este último paso se debe revisar y documentar el procedimiento seguido y planear el trabajo futuro. Para ello se puede elaborar una lista de las causas y/o problemas que persisten y señalar algunas indicaciones de lo que puede hacerse para resolverlos. Además es importante reflexionar sobre todo lo hecho, documentarlo y aprender de ello para que las acciones futuras sean mejores y cuenten con un expediente o documento del cual partir.

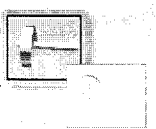
Estos ocho pasos, aplicados a problemas recurrentes o a proyectos de mejora, tal vez en un principio parezcan un trabajo extra y lleno de rodeos, pero a mediano plazo liberan de muchas de las actividades que hoy se realizan y que no tienen ningún impacto en la calidad. En otras palabras, el seguir los ocho pasos sustituirá cantidad de acciones instantáneas por calidad de soluciones de fondo. Seguir los ocho pasos debe ser un hábito que se debe promover en todos los niveles de la empresa y en todos sus niveles directivos.

CONCEPTOS CLAVE



- Proceso capaz
- Datos históricos
- Estabilidad de un proceso
- Proceso inestable e incapaz
- Proceso estable pero incapaz
- Proceso capaz pero inestable
- Proceso estable y capaz
- Amef
- Principios de manufactura esbelta
- Ciclo PHVA

PREGUNTAS Y EJERCICIOS



1. ¿Cuáles son los cuatro posibles estados de un proceso?
2. Como en las figuras 7.3 y 7.4, pero agregando las especificaciones, represente por medio de distribuciones que se mueven a través del tiempo, los cuatro posibles estados de un proceso.
3. De los cuatro posibles estados, ¿cuál es el peor? Argumente.
4. Describa las actividades a realizar para:
   a) Conocer el estado del proceso en cuanto a capacidad.
   b) Saber si el proceso es estable.
   c) Determinar el estado de un proceso.

5. ¿Cómo se calcula y cómo se interpreta el índice de inestabilidad, S_I?
6. Si un proceso es inestable e incapaz, argumente qué aspecto se debe procurar corregir primero.
7. Si un proceso es capaz, es decir, si genera calidad dentro de especificaciones, pero es inestable, ¿por qué habría que tratar de corregir la inestabilidad?
8. ¿Qué hacer con un proceso que es estable y capaz?
9. Señale algunos elementos de la estrategia para encontrar las causas de inestabilidad de un proceso.
10. Al reducir la variabilidad de un proceso, ¿siempre se cumple mejor con especificaciones? Argumente y apóyese en gráficas.
11. Un proceso pobremente estandarizado en el que los operadores aplican el método que mejor les parece, en los materiales no hay criterios claros de calidad para su compra y aceptación, la operación de máquinas es poco uniforme. ¿Usted cree que un proceso así pueda ser estable?
12. ¿Cómo ayuda el diseño de experimentos a mejorar la estabilidad o la capacidad? Explique.
13. En una fábrica de gises, una característica de calidad importante en éstos es su densidad, la cual debe estar entre 4.4 y 5.4. Se hace un estudio estadístico para ver si se cumple con especificaciones y mediante muestreo se obtiene que la densidad promedio de los gises es de 4.8 y la desviación estándar es de 0.2. Conteste:
    a) ¿Está centrado el proceso? Calcule el índice K e interprételo.
    b) Calcule los límites reales o naturales del proceso y compárelos con las especificaciones. ¿El proceso cumple con especificaciones?
    c) Calcule los índices C_p y C_{pk}, e interprételos.
    d) Dado que la evidencia proporcionada por una carta $\bar{X}$-R muestra un proceso aceptablemente estable, entonces ¿cuál es el estado del proceso?
    e) ¿Qué estrategia de mejora sugiere? ¿Cuál debe ser la prioridad que deben atender estas acciones de mejora?
    f) Si el proceso se lograra centrar, ¿el índice C_p cambiaría?
14. Suponga que un proceso tiene una media de $\mu = 80.1$, una desviación estándar de $\sigma = 0.1$, y las especificaciones que debe de cumplir son 80.0 ± 0.5. Conteste:
    a) ¿El proceso es capaz?
    b) ¿Hay información sobre el proceso para saber si éste es estable?
15. ¿Cuáles son las fallas más frecuentes que observa en la forma de intentar solucionar problemas en su lugar de trabajo?
16. ¿A qué tipo de problemas se les debe aplicar la metodología de los ocho pasos?
17. De las cuatro fases del ciclo de la calidad, a su juicio ¿en cuáles es necesario hacer mayor énfasis en su centro de trabajo?
18. A un equipo de mejora de la calidad se le responsabiliza de resolver un problema importante, y como una estrategia de eficiencia y prontitud en la primera reunión empiezan a proponer soluciones a tal problema. ¿Están procediendo de manera correcta?
19. Señale algunas de las ventajas de aplicar una metodología para la solución de problemas, en lugar de ir procediendo de acuerdo con las circunstancias.
20. Describa brevemente cada una de las etapas del ciclo PHVA.
21. De acuerdo con los ocho pasos en la solución de un problema, señale los pasos que pertenecen a la primera fase del ciclo PHVA.

Capítulo 11

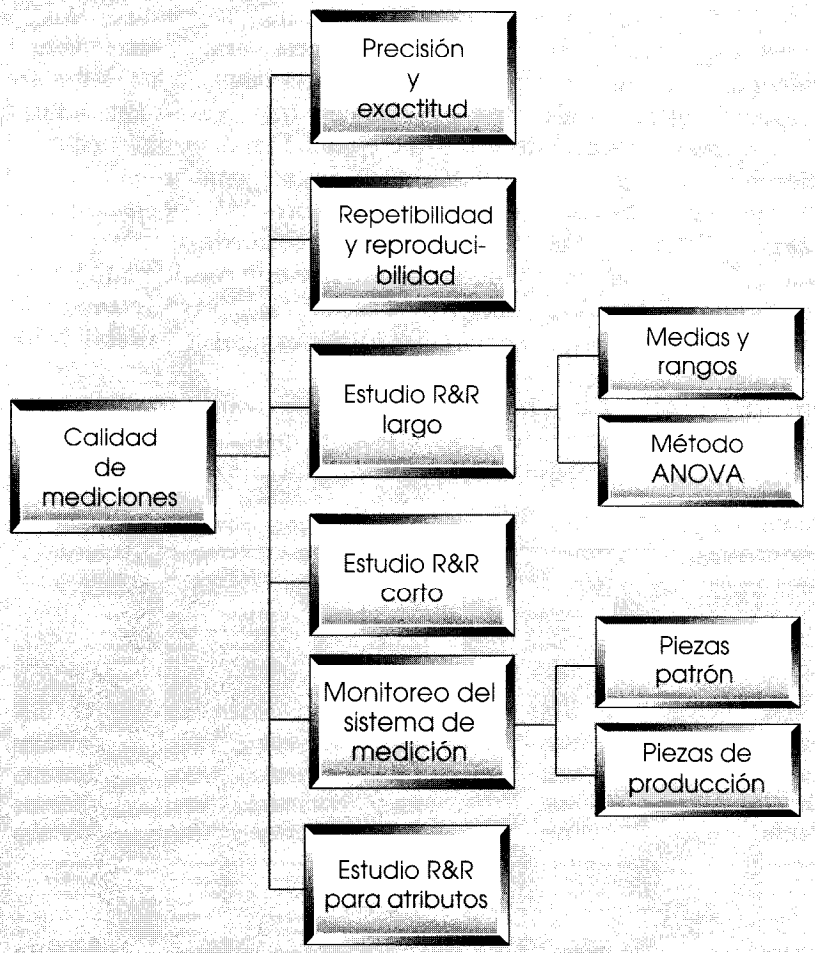
Calidad de mediciones (repetibilidad y reproducibilidad)

SUMARIO

- Precisión y exactitud
- Repetibilidad y reproducibilidad
- Estudio largo con análisis de medias y rangos (*long method*)
- Método de ANOVA para analizar estudio largo
- Estudio R&R corto (*short method*)
- Monitoreo del sistema de medición
- Estudios R&R para pruebas destructivas
- Estudio R&R para atributos
- Uso de Statgraphics

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Estudiar los conceptos y métodos para evaluar un sistema de medición.
- Comprender los estudios R&R como procedimientos para conocer la calidad de las mediciones.
- Conocer diferentes métodos para analizar los resultados de un estudio R&R.
- Describir la manera en que se puede realizar el monitoreo del sistema de medición.
- Explicar los estudios R&R para pruebas destructivas y para atributos.


Calidad de mediciones
Precisión y exactitud
Repetibilidad y reproducibilidad
Estudio R&R largo
Medias y rangos
Método ANOVA
Estudio R&R corto
Monitoreo del sistema de medición
Piezas patrón
Piezas de producción
Estudio R&R para atributos

Medición

Número asignado a un objeto por el sistema o proceso de medición.

En este capítulo se estudian los principales métodos para evaluar si el sistema de medición es el adecuado para los objetivos que se persiguen. Evaluar el sistema de medición es una de las actividades obligadas y fundamentales de todo proyecto Seis Sigma (véase capítulos 18 y 19).

Ya hemos planteado que las 6M's determinan de manera global todo proceso, lo que se aprecia en el diagrama de Ishikawa de la figura 11.1. Así, parte de la variabilidad observada en el producto se debe a la variabilidad de las mediciones y no a la variabilidad propia del producto. Las *mediciones* se pueden pensar a su vez como el resultado de un proceso, el cual se ve influido por causas del mismo tipo que afectan al proceso de producción, como se muestra en el segundo diagrama de la figura 11.1.

Es frecuente que al realizar una medición a cierta variable estemos tentados a creer ciegamente en los números que se generan, sin detenernos a cuestionar su calidad, sin preguntarnos cuál es el error que ese número trae consigo. Esta actitud puede tener consecuencias graves cuando se busca mejorar el proceso, puesto que si las mediciones tienen un error grande, los datos obtenidos son engañosos y las decisiones que de allí se deriven tienen un alto riesgo de ser incorrectas. Por ejemplo, uno de los efectos más inmediatos de las malas mediciones es que puede ocurrir que un artículo considerado defectuoso sea en realidad bueno, o que uno considerado bueno sea en realidad defectuoso. Si se quiere caracterizar y mejorar la calidad del proceso es necesario conocer la contribución que tienen las mediciones sobre la variabilidad total observada.

Variación total observada

Es la suma de la variación del proceso de producción más la variación del sistema de medición.

La *variación total observada* es la suma de la variación real propia del producto más la variación del proceso de medición (figura 11.2). En particular, las fuentes principales que contribuyen a la variabilidad del proceso de medición son el equipo de medi-

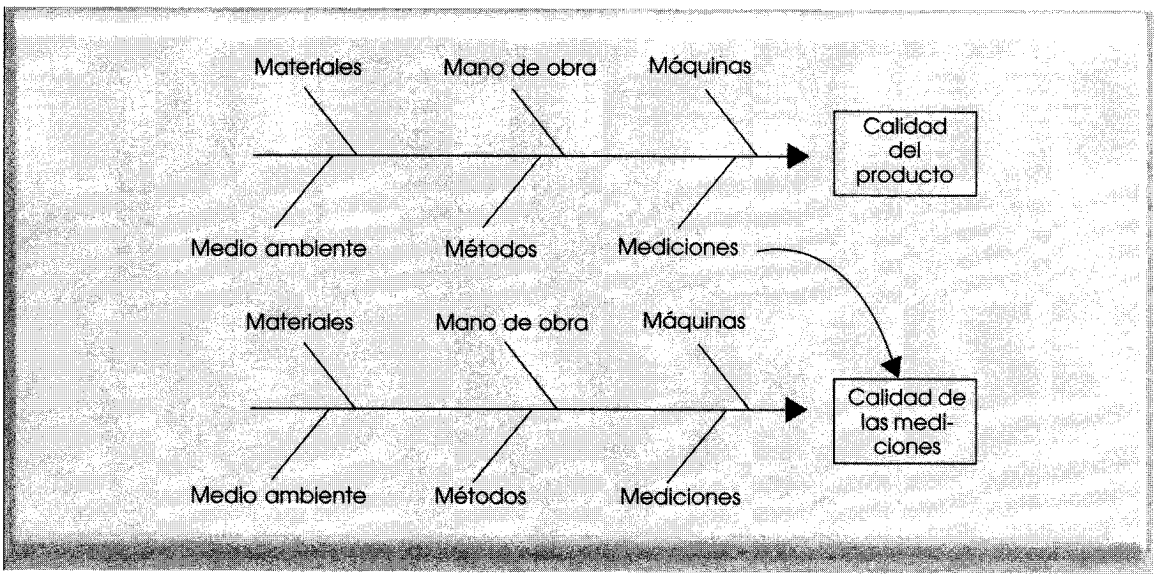


Figura 11.1 *Las 6M's del proceso de medición.*

ción, los operadores (reproducibilidad) y la variación dentro de muestra. La variabilidad del equipo se puede dividir a su vez en los siguientes componentes:

- *Calibración* (la exactitud y linealidad del instrumento).
- *Estabilidad* (el cambio del instrumento con el transcurso del tiempo).
- *Repetibilidad* (la variación observada cuando un operador mide repetidamente la misma pieza con el mismo instrumento).
- *Linealidad* (la exactitud a lo largo del rango de operación del instrumento, por ejemplo en el caso de una báscula que puede medir en un rango de 0 a 100 kilogramos, interesa que sea exacta en todo este rango).

Variación dentro de la muestra

Variabilidad dentro del objeto a medir, y se presenta en objetos que por su naturaleza tienen cierta heterogeneidad en sus superficies, dimensiones, etcétera.

La *variación dentro de la muestra* es la variación dentro del mismo objeto a medir, y se presenta en objetos que por su naturaleza tienen cierta heterogeidad en sus superficies, en sus dimensiones, etcétera. Por ejemplo, si se quiere medir un diámetro interior con un vernier, entonces la medición varía ligeramente dependiendo de dónde y cómo se coloca el vernier. Otro caso es cuando se quiere medir la rugosidad de una superficie, que puede variar de una zona a otra dentro de la misma pieza. Como se muestra en la figura 11.2 la variación dentro de la muestra puede contribuir el producto y el proceso de medición.

Resolución

Es la habilidad del sistema de medición para discriminar entre piezas similares.

Un aspecto adicional no considerado en esta figura es la *sensibilidad* o *resolución del equipo*, que se refiere a la habilidad del instrumento de medición para discriminar entre piezas similares; se recomienda que sea capaz de reportar al menos diez valores espaciados a lo largo del rango de variación de las piezas que pretende medir (Kane, 1989). También se describe un estadístico que se conoce como el *número de categorías diferentes* que es capaz de distinguir el instrumento de medición para conocer el nivel de resolución del instrumento.

Número de categorías diferentes

Es una manera de estimar y reportar la resolución del sistema de medición.

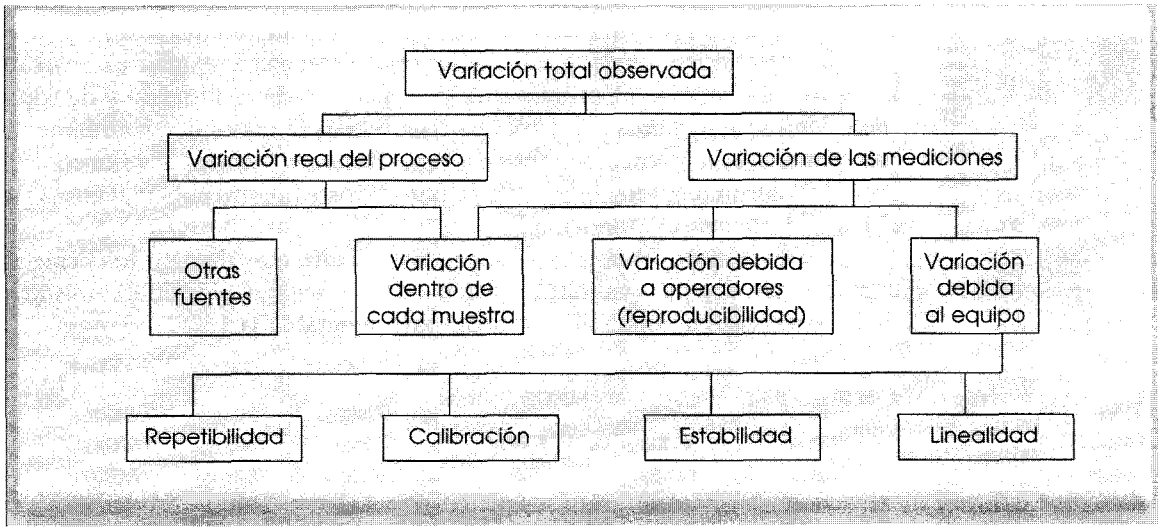


Figura 11.2 *Fuentes de variabilidad en las mediciones.*

Tabla 11.1 Conceptos básicos de la calidad de mediciones.

Las mediciones deberían ser	Problemas típicos
Preciso y exacto El método o dispositivo de medición no genera resultados muy diferentes del verdadero valor	**Inexacto o impreciso** El método o dispositivo de medición genera resultados muy diferentes del verdadero valor
Repetible Mediciones repetidas sobre el mismo espécimen o característica por la misma persona llevan al mismo resultado	**No repetible** Mediciones repetidas sobre el mismo espécimen o característica conducen a diferentes resultados
Reproducible Dos o más personas midiendo la misma característica en igual manera obtiene resultados muy similares	**No reproducible** Dos o más personas que miden la misma característica de igual manera obtienen resultados diferentes
Estable sobre el tiempo El sistema de medición no cambia a través del tiempo	**Inestable sobre el tiempo** El sistema de medición cambia a través del tiempo

Metrología

Es la ciencia de las mediciones.

A continuación se dan algunas definiciones adicionales básicas para la calidad de las mediciones.

Metrología es la ciencia que se encarga del estudio de las mediciones vistas como el resultado de un proceso, que está influido por diferentes fuentes de variabilidad. *Patrón* es el instrumento de medición o material destinado para definir, realizar, conservar o reproducir la unidad o magnitud que sirva como referencia. Por su parte, *calibración* es el conjunto de operaciones bajo condiciones específicas que sirven para establecer la relación entre las magnitudes indicadas por un instrumento de medición, con las magnitudes ya conocidas de un material patrón o de un instrumento patrón.

Patrón

Instrumento o material destinado para definir, realizar, conservar o reproducir una unidad o magnitud de referencia. También se conoce como estándar.

La *confirmación metrológica* es la acción de calibrar y ajustar un instrumento de medición. Es importante señalar que los conceptos de calibración y de confirmación metrológica no significa lo mismo, pero en la práctica se utiliza simplemente calibración para hacer referencia a ambos aspectos. *Valor verdadero* es el valor conocido de un material patrón o medición reportada por un instrumento patrón, y *mensurando* es el objeto o parte que se quiere medir.

En este sentido, el objetivo del presente capítulo es discutir los principales conceptos y métodos para validar un sistema de medición. La idea del capítulo y algunos de los conceptos involucrados se muestran en la tabla 11.1.

Calibración

Relación entre la magnitud indicada por un instrumento de medición y el valor conocido de material de referencia o instrumento patrón.

PRECISIÓN Y EXACTITUD

La precisión y la exactitud son dos manifestaciones de la variabilidad en cualquier proceso de medición (figuras 11.3 y 11.4). La *precisión* es la variación que presentan los resultados al medir varias veces una misma magnitud o mensurando con el mismo equipo (sus componentes principales son la repetibilidad y la reproducibilidad). En

otras palabras, la precisión es la habilidad de un instrumento de medición para repetir y reproducir su propia medición, con independencia de si dicha medición es correcta o incorrecta. La *exactitud* o *sesgo* se refiere al *desfase* o *desplazamiento* que tienen las mediciones en relación al estándar o verdadero valor que se supone conocido; la exactitud se estima mediante la diferencia entre la media observada ($\bar{X}$) y el verdadero valor (N) del mensurando (véase figura 11.4).

Para poder estudiar la exactitud se requiere contar con un estándar o patrón de modo que se pueda suponer conocida la magnitud verdadera a medir. Por ejemplo, si en una balanza se miden varias veces a lo largo de un mes un objeto patrón que pesa un kilogramo y el promedio de los datos es un kilogramo, entonces se dice que la balanza es exacta. La variabilidad que muestran las mediciones alrededor de un kilogramo es la precisión de la báscula.

Es más fácil entender lo que es precisión y exactitud a partir de las figuras 11.3 y 11.4. La primera representa el tiro al blanco, en el cual el objetivo o patrón a medir es el centro y los puntos son resultados observados en el proceso de medición, mientras que en la figura 11.4 la curva normal representa el proceso de medición y se debe apreciar la dispersión y qué tan desfasada está respecto al valor nominal (N). En el caso *a*, se trata de un tirador o proceso de medición impreciso, ya que sus disparos o mediciones están dispersas y tampoco es exacto porque en promedio sus disparos están desfasados respecto al centro. El proceso *b* tiene una exactitud adecuada, porque en promedio le pega al centro o valor nominal (N), pero es impreciso por su alta dispersión. En el inciso *c* las mediciones tienen buena precisión (poca variabilidad), pero su exactitud es mala (están desfasados del centro), y el inciso *d* tiene un proceso de medición que es preciso y exacto, ya que en promedio le pega a la magnitud verdadera (el centro) con poca variabilidad.

Mensurando

Es la cantidad, objeto o pieza que se quiere medir.

Precisión

Es la variación que presentan las mediciones repetidas del sistema de medición sobre el mismo mensurando. Se compone de la repetibilidad y la reproducibilidad.

Exactitud

Es la cercanía entre el valor observado y el valor de referencia. Se estima mediante la diferencia entre la media observada y el valor verdadero.

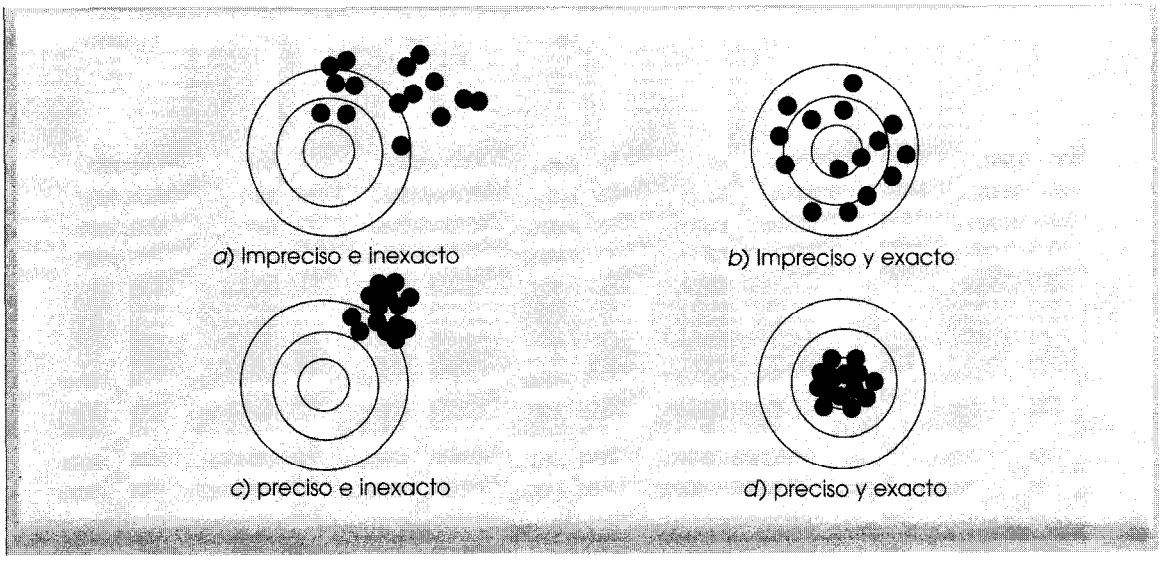


Figura 11.3 *Precisión y exactitud a través del tiro al blanco.*

Repetibilidad

Es la variación de las mediciones sucesivas al mismo objeto con un instrumento bajo las mismas condiciones (un operador).

Lo más deseable es que el proceso de medición sea preciso y exacto (caso *d*), es decir, que cuando mida el mismo objeto arroje resultados similares (poca dispersión) y que el promedio de dichos resultados sea la magnitud verdadera del objeto. Los métodos vistos en el capítulo 4 se pueden aplicar para estimar la exactitud de un instrumento de medición. Más adelante, en la sección "Monitoreo del sistema de medición" se analizará un par de estrategias para estudiar la exactitud y la estabilidad del instrumento de medición.

REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD

Reproducibilidad

Variabilidad de las mediciones del mismo objeto con un instrumento bajo condiciones cambiantes (diferentes operadores).

Ambos son los componentes clave de la precisión. La *repetibilidad* de un instrumento de medición se refiere a la precisión o variabilidad de sus mediciones cuando se obtienen varias mediciones del mismo objeto en condiciones similares (mismo operador) y la *reproducibilidad* es la precisión o variabilidad de las mediciones del mismo objeto pero en condiciones variables (diferentes operadores). Por ejemplo, en la figura 11.5 cada curva representa un operador, por lo que la variabilidad *dentro* de cada operador (curva) es la repetibilidad del proceso de medición y las diferencias *entre* operadores (curvas) es reproducibilidad.

La evaluación de la calidad del proceso de medición en cuanto a precisión depende de cuál sea la repetibilidad y la reproducibilidad. Por ejemplo, en la figura 11.5 se repre-

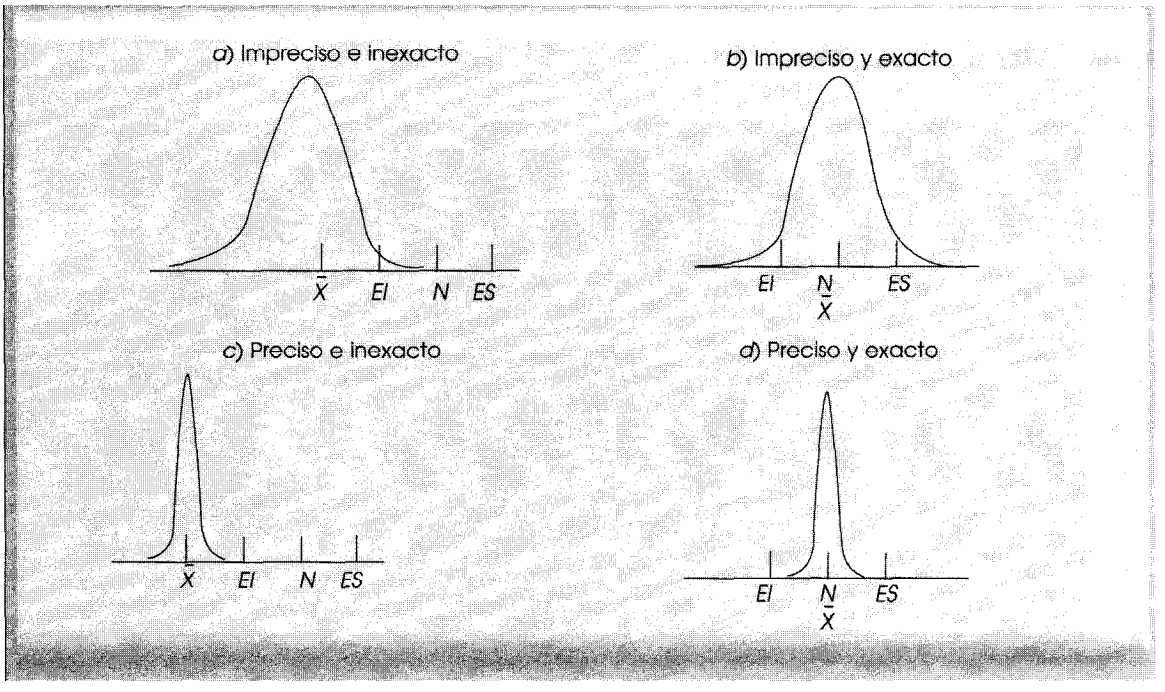


Figura 11.4 *Precisión y exactitud a través de la curva normal.*

sentan dos procesos de medición, ambos con dos operadores. En el proceso 1 los dos operadores tienen poca dispersión pero sus promedios son diferentes, por tanto es repetible comparado con el proceso 2, pero no es reproducible; mientras que en el proceso 2 ambos operadores tienen la misma media pero su variabilidad es mayor que en el caso 1, por lo que se tiene un proceso reproducible pero no repetible. Lo más deseable es que ambos tengan la misma media con poca dispersión, situación no representada en la figura, pero que equivale a encimar las dos curvas del proceso 1.

En este sentido, el objetivo de un estudio de repetibilidad y reproducibilidad (R&R) es cuantificar la variabilidad que aportan a los datos el instrumento de medición (repetibilidad) y la que aportan los operadores (reproducibilidad). Así, la repetibilidad se refiere a la variabilidad de las mediciones sucesivas del mismo objeto con un instrumento y el mismo operador, mientras que la reproducibilidad es la variabilidad de las mediciones que es atribuible a los diferentes operadores que miden una misma pieza.

Más adelante se estudian los dos tipos de estudios R&R que se aplican cuando en un tiempo dado se quiere tener una evaluación o reporte del estado de un proceso de medición y se analizan dos métodos para *monitorear* en forma permanente el desempeño del proceso de medición. De acuerdo con esto, es importante decidir si lo que interesa es tener un diagnóstico único sobre el estado actual del proceso de medición o diseñar un monitoreo continuo de la calidad de las mediciones. Cabe mencionar que algunas situaciones en las que se recomienda realizar un estudio R&R son: cada vez que se compra un equipo nuevo, cuando hay evidencia de que algo anda mal con el proceso de medición, o bien, antes de un proyecto especial en el cual se obtendrán muchas mediciones, como puede ser un proyecto Seis Sigma.

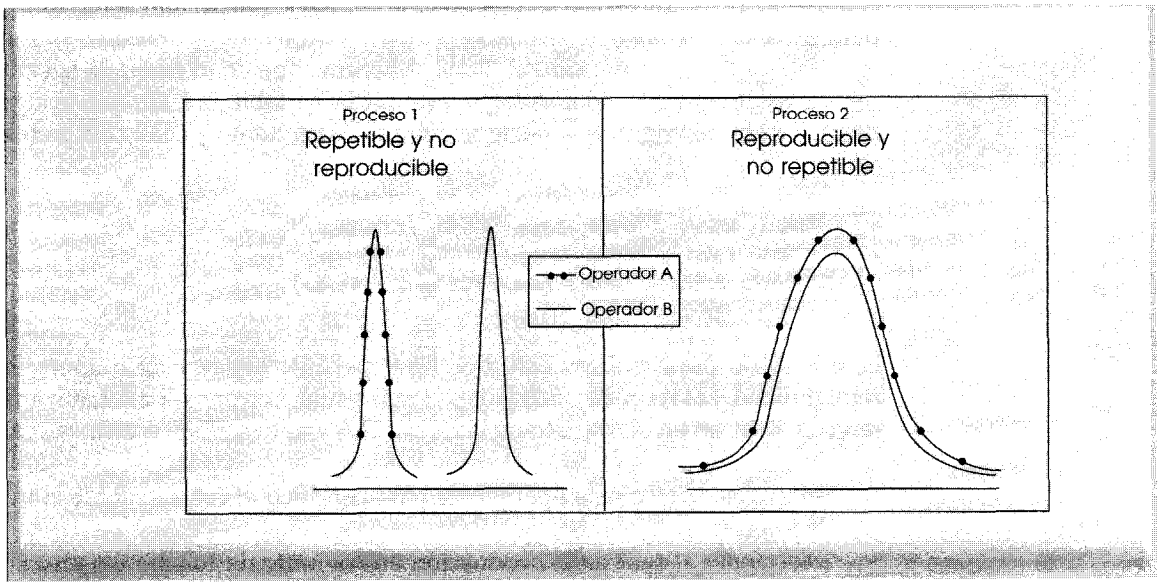


Figura 11.5 *Repetibilidad y reproducibilidad a través de la curva normal.*

Estudios R&R largo

Es el que permite evaluar la repetibilidad y reproducibilidad de forma separada.

Estudio R&R corto

Permite evaluar de manera rápida la variabilidad del proceso de medición sin separar repetibilidad y reproducibilidad.

Estudios de repetibilidad y reproducibilidad (R&R)

En los *estudios R&R* se trata de evaluar en forma experimental qué parte de la variabilidad total observada en los datos es atribuible al error de medición y cuantificar si este error es mucho o poco, comparado con la variabilidad del producto y con las tolerancias de la característica de calidad que se mide.

Las fuentes de variabilidad que se pueden evaluar en un estudio de repetibilidad y reproducibilidad son: variabilidad del producto, del instrumento y de los operadores. Sean σ^2_{total} la variabilidad total, σ^2_{prod} la varianza atribuible al producto (partes o piezas), σ^2_{instr} la variabilidad del instrumento de medición y σ^2_{oper} la varianza debida a operadores. Se cumple la siguiente relación:

$$\sigma^2_{total} = \sigma^2_{prod} + \sigma^2_{oper} + \sigma^2_{instr} \tag{11.1}$$

donde

$$\sigma^2_{instr} = \sigma^2_{repeti} \quad y \quad \sigma^2_{oper} = \sigma^2_{reprod} \tag{11.2}$$

por tanto,

$$\sigma^2_{R\&R} = \sigma^2_{repeti} + \sigma^2_{reprod} \tag{11.3}$$

Existen dos tipos de estudios R&R, el *corto* y el *largo*. El *estudio R&R largo* es el más completo y por ende el más recomendable, debido a que permite tener una evaluación para cada una de las tres fuentes de variabilidad referidas antes, en particular de la repetibilidad y de la reproducibilidad. Mientras que en el *estudio R&R corto*, que es menos recomendable, sólo se logra evaluar la variabilidad atribuible al proceso de medición sin distinguir qué parte se debe al instrumento y cuál a operadores.

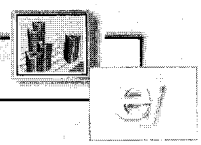
ESTUDIO LARGO CON ANÁLISIS DE MEDIAS Y RANGOS (*LONG METHOD*)

Este método para realizar estudios R&R permite separar de manera explícita la repetibilidad y la reproducibilidad es el más usual. Los pasos para realizar un estudio largo se ilustran en el formato de la figura 11.6 y se describen a continuación:

- Seleccionar dos o más operadores para conducir el estudio sobre el instrumento de interés.
- Seleccionar al azar de la producción un conjunto de 10 partes o piezas que serán medidas varias veces por cada operador.
- Decidir el número de ensayos o veces que cada operador medirá la misma pieza. En este método se deben hacer por lo menos dos ensayos, y tres es lo más recomendado.

- Etiquetar cada parte y aleatorizar el orden en el cual las partes se dan a los operadores. Identificar la zona o punto en la parte donde la medición será tomada y el método o técnica que deberá aplicarse.
- Obtener en orden aleatorio la primera medición (o ensayo) del operador A para todas las piezas seleccionadas.
- Volver a aleatorizar las piezas y obtener la primera medición del operador B.
- Continuar hasta que todos los operadores hayan realizado la primera medición sobre todas las piezas.
- Repetir los tres pasos anteriores hasta completar el número de ensayos elegidos. Asegurarse que los resultados previos de un ensayo no son conocidos por los operadores. Es decir, en cada medición realizada el operador no debe conocer cuál pieza está midiendo, ni cuáles fueron sus mediciones anteriores sobre ella, menos las reportadas por los demás operadores.
- Hacer el análisis estadístico de los datos como se indica en la figura 11.6 y como se ilustra con el ejemplo 11.1.

EJEMPLO 11.1



En una compañía que fabrica el polímetro PVC (cloruro de polivinilo) se realiza un estudio R&R para evaluar el proceso de medición del *tamaño de partícula*, que es una propiedad crítica de la resina. Las especificaciones inferior y superior son $EI = 25$, $ES = 40$, respectivamente, por lo que el rango de especificación o tolerancia para la partícula es igual a 15.0. Diez muestras de resina de PVC se obtienen de los carros de ferrocarril, justo antes del embarque. Cada muestra de resina se mide dos veces por cada operador y los datos obtenidos se muestran en la tabla siguiente:

	Operador A		Operador B		Operador C	
Número de carro	1	2	1	2	1	2
1	36.2	36.3	35.8	35.0	36.1	34.8
2	35.3	35.0	35.6	35.1	35.7	34.7
3	30.8	30.6	30.4	28.9	30.2	29.2
4	29.8	29.6	30.2	29.9	28.3	30.1
5	32.0	31.7	31.1	31.7	30.1	31.7
6	30.7	29.7	30.9	30.4	29.8	29.5
7	33.4	32.4	32.9	32.1	33.4	31.2
8	37.1	36.5	36.7	36.2	36.0	35.5
9	30.1	30.5	30.0	29.7	29.1	30.2
10	34.6	34.2	34.1	33.7	33.6	34.2

ESTUDIO DE CAPACIDAD DEL INSTRUMENTO

(MÉTODO LARGO)

Persona responsable

Especificaciones: EI = 25 ES = 40

Tolerancia = 25 − 40 = 15.0

Fecha: _____

Estudio: _____

Departamento: _____

Tipo de gage: _____

Núm. de gage: _____

Número de partes	Operador A				Operador B				Operador C			
	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Rango	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Rango	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Rango
1	36.2	36.3		0.1	35.8	35.0		0.8	36.1	34.8		1.3
2	35.3	35.0		0.3	35.6	35.1		0.5	35.7	34.7		1.0
3	30.8	30.6		0.2	30.4	28.9		1.5	30.2	29.2		1.0
4	29.8	29.6		0.2	30.2	29.9		0.3	28.3	30.1		1.8
5	32.0	31.7		0.3	31.1	31.7		0.6	30.1	31.7		1.6
6	30.7	29.7		1.0	30.9	30.4		0.5	29.8	29.5		0.3
7	33.4	32.4		1.0	32.9	32.1		0.8	33.4	31.2		2.2
8	37.1	36.5		0.6	36.7	36.2		0.5	36.0	35.5		0.5
9	30.1	30.5		0.4	30.0	29.7		0.3	29.1	30.2		1.1
10	34.6	34.2		0.4	34.1	33.7		0.4	33.6	34.2		0.6
Total	330.0				327.7				322.6			
	326.5		$\bar{R}_A$	0.450	322.7		$\bar{R}_B$	0.620	321.1		$\bar{R}_C$	1.140
Suma	656.5		Suma		650.4		Suma		643.4			
$\bar{X}_A$	32.82		$\bar{X}_B$		32.52		$\bar{X}_C$		32.17			

$\bar{R}_A$	0.450
$\bar{R}_B$	0.620
$\bar{R}_C$	1.140
Suma	2.210
$\bar{R}$	0.736

Máx. $\bar{X}$	32.82
Mín. $\bar{X}$	32.17
$\bar{X}$ Dif	0.65

$LCS = (\bar{R})(D_4)$

$LCS = (0.736)(3.27) = \boxed{2.41}$

Ensayos	D_4
2	3.27
3	2.57

Marque aquellos rangos que se encuentran arriba de LCS. Identifique la causa y corrijala. Repita esas mediciones usando el mismo operador y la misma unidad. Recalcule $\bar{R}$ y LCS.

Repetibilidad (variación del equipo):

$VE = \bar{R}\,k_1 = (0.736)(4.56) = \boxed{3.356}$

$\hat{\sigma}_{repet} = \frac{VE}{5.15} = \frac{0.65}{}$

k_1 ensayos y k_2 operadores	2	3
k_1	4.56	3.05
k_2	3.65	2.70
n = número de partes.		
t = número de ensayos		

Reproducibilidad (variación de operador):

$$VO = \sqrt{((\bar{X}\ \text{Dif.})\,k_2)^2 - \frac{(VE)^2}{nt}} = \sqrt{((0.65)(2.70))^2 - \frac{(3.356)^2}{(10)(2)}} = \boxed{1.58}$$

$\hat{\sigma}_{reprod} = \frac{VO}{5.15} = 0.31$

Repetibilidad y reproducibilidad:

$EM = R\&R = \sqrt{VE^2 + VO^2} = \sqrt{(3.59)^2 + (1.57)^2} = \boxed{3.71}$

$\hat{\sigma}_{R\&R} = \frac{R\&R}{5.15} = 0.72$

Análisis en % de tolerancias:

$$\%VE = \frac{100(VE)}{\text{tolerancia}} = \frac{335.6}{15} = \boxed{22.37\%}$$

$$\%VO = \frac{100(VO)}{\text{tolerancia}} = \frac{158}{5.15} = \boxed{10.53\%}$$

$P/T = \%R\&R = \sqrt{(22.37\%)^2 + (10.53\%)^2}$

$= \boxed{24.72\%}$

Criterio de aceptación:

- Abajo de 10% → Excelente proceso
- De 10% a 20% → Bueno, aceptable
- De 20% a 30% → Marginalmente aceptable
- Arriba de 30% → Inaceptable y debe ser corregido

Figura 11.6 *Formato para estudio R&R largo, ejemplo 11.1.*

En el análisis de estos datos se busca calcular el error de medición y expresarlo como un porcentaje de la tolerancia, lo que se logra aplicando los pasos siguientes:

1. Calcular para cada operador el rango de las mediciones que hizo sobre cada pieza (véase formato de la figura 11.6). Este rango es una información directa sobre la repetibilidad, ya que son mediciones sobre la misma pieza hechas por el mismo operador.
2. Calcular el promedio de los rangos de cada operador y la media de todas las mediciones realizadas por un mismo operador. En el ejemplo, las medias por operador son

$$\bar{X}_A = 32.82,\ \bar{X}_B = 32.52,\ \bar{X}_C = 32.17,$$

y los promedios de sus rangos resultan ser

$$\bar{R}_A = 0.45,\ \bar{R}_B = 0.62,\ \bar{R}_C = 1.14$$

3. Obtener la media de los rangos promedio ($\bar{R} = \dfrac{\bar{R}_A + \bar{R}_B + \bar{R}_C}{3} = 0.736$) y el rango de las medias $\bar{X}_{dif.} = \bar{X}_A - \bar{X}_C = 0.65$.
4. Calcular el límite superior de la carta de rangos (véase capítulo 7) mediante $D_4\bar{R} = 3.27 \times 0.736 = 2.41$, donde D_4 es una constante que depende del número de ensayos utilizados para calcular cada rango (véase figura 11.6 y apéndice). Si algún rango es mayor que este límite, se identifica su causa y se repiten las mediciones involucradas se vuelven a hacer con el mismo operador y la misma pieza.
5. Calcular la expansión de la variación del equipo (*VE*), que resulta de multiplicar 5.15 veces la desviación estándar del error del equipo.[1] La razón de esta expansión se debe a las propiedades de la distribución normal, en la que 5.15 veces su desviación estándar da una cobertura del 99% del área bajo la curva (recordemos que entre $\mu \pm 3\sigma$ da una cobertura del 99.73%, véase capítulo 3). Así, de acuerdo con la nota de pie de página, este error expandido es

$$VE = 5.15\hat{\sigma}_{repeti} = k_1\bar{R} = 4.56 \times 0.736 = 3.356 \tag{11.4}$$

donde k_1 es una constante que depende del número de ensayos, y $\hat{\sigma}_{repeti} = \frac{VE}{5.15} = 0.65$.

6. Determinar la expansión de la variación del operador (*VO*) como

$$VO = 5.15\hat{\sigma}_{reprod} = \sqrt{(k_2\bar{X}_{dif.})^2 - \frac{(VE)^2}{nt}} \tag{11.5}$$

$$= \sqrt{(2.7 \times 0.65)^2 - \frac{(3.356)^2}{10 \times 2}} = 1.58. \tag{11.6}$$

[1] Para calcular la desviación estándar de la repetibilidad, $\hat{\sigma}_{repeti}$, se divide $\bar{R}$ entre la constante d_2 (apéndice) que se utilizó en los capítulos 2 y 7 para estimar la desviación estándar a partir de los rangos. En el formato de la figura 11.6 se utiliza k_1 que es igual a $5.15/d_2 = 5.15/1.128 = 4.56$ para dos ensayos, por lo que en el ejemplo,

$$\hat{\sigma}_{repeti} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{k_1\bar{R}}{5.15} = \frac{4.56}{5.15}(0.736) = 0.65$$

donde k_2 es una constante[2] que depende del número de operadores, n es el número de partes o piezas y t es el número de ensayos. Además, $\hat{\sigma}_{reprod} = \frac{VO}{5.15} = 0.31$.

7. La variación combinada (repetibilidad y reproducibilidad) o error de medición (EM) se calcula como

$$EM = 5.15\,\hat{\sigma}_{R\&R} = \sqrt{VE^2 + VO^2} = 3.71 \text{ y } \hat{\sigma}_{R\&R} = \frac{EM}{5.15} = 0.72. \tag{11.7}$$

Con esto se puede calcular el error máximo de medición para una medición dada. Aplicando las propiedades de la distribución normal se puede concluir que el verdadero valor de la medición está entre $x \pm \frac{EM}{2}\,(x \pm 2.575\,\hat{\sigma}_{R\&R})$, con una confianza del 99% donde x es el valor obtenido con el instrumento.

8. Calcular el índice *precisión / tolerancia*. En este ejemplo la tolerancia para el tamaño de partícula es de 15 unidades, entonces el índice P/T se define por

$$P/T = \frac{EM}{ES - EI} \times 100 = \frac{3.71 \times 100}{15} = 24.73\% \tag{11.8}$$

Nótese que este índice expresa en porcentaje la comparación de la expansión del error de medición (EM) con la variabilidad tolerada ($ES - EI$) para la característica de calidad que se está midiendo. De aquí que es deseable que EM sea más pequeño que la tolerancia para poder asegurar que la calidad del proceso de medición es aceptable. Además, este índice hace evidente que un instrumento de medición será preciso en función de la característica de calidad que se pretende medir (no es lo mismo en términos de la precisión exigida, pesar oro que pesar hojalata). De manera específica, el índice P/T se interpreta como sigue:

$P/T \leq 10\%$ *excelente proceso de medición*
$10\% < P/T \leq 20\%$, *bueno*
$20\% < P/T \leq 30\%$, *marginal (casi inaceptable)*
$30\% < P/T$ *inaceptable y debe corregirse*

En el ejemplo $P/T = 24.73\%$, por lo que el proceso de medición del tamaño de partícula tiene *calidad marginal*. El que sea marginal significa que el proceso de medición está cerca de no tener la capacidad adecuada para discriminar entre tamaños de partícula buenos y malos, por lo que debe buscarse su mejora. En el formato de la figura 11.6 se resume de manera ordenada toda la información generada en el estudio R&R, desde la obtención de los datos hasta la interpretación del error de medición y sus componentes. Al final del presente capítulo se proporciona este formato en blanco para facilitar la aplicación de este método.

[2] La constante k_2 es igual a $5.15/d_2^*$, donde d_2^* es una corrección a la constante d_2 usada en las cartas de control (capítulo 7) para estimar la desviación estándar a partir de los rangos. Esta corrección es necesaria cuando se utilizan pocas muestras (menos de 15), y en este caso se tiene una muestra de medias de tres operadores. El valor de d_2^* para una muestra de tamaño tres es 1.91, de manera que $k_2 = 5.15/1.91 = 2.7$. La fórmula dada en la ecuación 11.5 se puede justificar mediante la técnica de ANOVA para un factorial con efectos aleatorios o mixtos (Dolezal *et al.*, 1988), bajo el supuesto de que no hay interacción operador × parte.

Calidad marginal del proceso de medición

Es cuando el error de medición ocupa entre el 20% y 30% de la tolerancia. Indica que se debe buscar la mejora del sistema de medición.

Para explicar el porqué de esos porcentajes en la interpretación del índice P/T, supongamos una situación ideal en la que no hay error de medición y el proceso de producción está centrado en las especificaciones con $C_{pk} = 1.0$. Entonces si el error de medición (P/T) fuera del 20%, el C_{pk} que en la práctica se observaría sería de 0.98; pero si el error fuera de 50%, entonces el C_{pk} que se observaría sería de 0.89 (McNeese y Klein, 1991). De esta forma, en este último caso se estaría creyendo que la calidad es más mala ($C_{pk} = 0.89$) de lo que en realidad es ($C_{pk} = 1.0$), todo por tener un mal proceso de medición ($P/T = 50\%$). En términos del porcentaje de productos fuera de especificaciones, suponiendo un proceso centrado, tendríamos que si no hay error de medición y $C_{pk} = 1.0$, el porcentaje de producto que se observaría fuera de especificaciones sería de 0.27%, pero si $P/T = 50\%$, entonces el porcentaje de producto fuera de especificaciones que se observaría sería de 0.74%. Esta idea se generaliza en la figura 11.7.

Es importante señalar que el impacto del índice P/T en el valor de C_{pk} observado se incrementa en la medida de que el C_{pk} real es mejor. Por ejemplo, para un proceso centrado con $C_{pk} = 2$, el error de medición de 50% hace que en promedio se observe $C_{pk} = 1.41$, valor sensiblemente menor que el real.

Por otra parte, si se expresa el error de medición como un porcentaje de la variación total observada ($EM/5.15\hat{\sigma}_{total}$, véase ejemplo de método de ANOVA) su impacto en el valor del C_{pk} para un proceso centrado con $C_{pk} = 1$ es mayor que el que tiene el error de medición expresado como porcentaje de la tolerancia (véase figura 11.7). Pero, en la medida de que la capacidad real mejora llega a ser mayor el impacto del índice P/T. El índice $EM/5.15\hat{\sigma}_{total}$ se interpreta igual que el índice P/T y mide la capacidad del sistema de medición si el objetivo es mejorar (controlar) el proceso.

***Qué hacer cuando los resultados son inaceptables* (P/T > 30%).** Si los resultados del estudio R&R son inaceptables es necesario analizar su origen, porque en primera instancia puede ser el instrumento, los operadores o ambos. De acuerdo a esto se tienen las siguientes posibilidades de acción:

- Si la fuente dominante de variación es la repetibilidad se deben investigar las posibles causas, algunas de las cuales pudieran ser: la suciedad del instrumento, componentes gastados, variabilidad dentro del mensurando, instrumento mal diseñado, funcionamiento inadecuado, método inadecuado y condiciones ambientales. Otra posibilidad para mejorar la precisión es hacer más de una medición sobre la misma pieza y reportar el promedio de estas mediciones como la magnitud de la misma.
- Cuando la reproducibilidad es la fuente principal de variabilidad, los esfuerzos se deben enfocar a estandarizar los procedimientos de medición y entrenar a los operadores para que se apeguen a ellos. Esto se debe a que por lo general se encontrará que los operadores usan métodos distintos, carecen de entrenamiento en el uso del equipo o se tiene un diseño inapropiado del instrumento que permite evaluaciones subjetivas.
- Con independencia de la fuente dominante, debemos cuestionar si las especificaciones son realistas y averiguar si el consumidor en realidad requiere especificaciones tan estrechas.
- Si a pesar de la mala calidad de las mediciones la capacidad del proceso de producción es adecuada ($C_p > 1.33$ y centrado en el valor nominal), entonces el desempeño

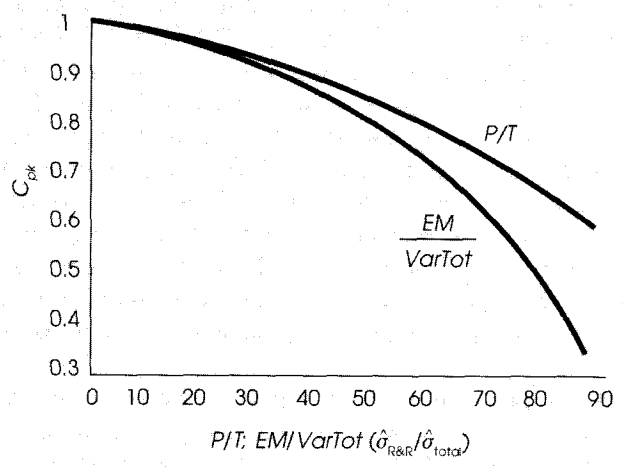


Figura 11.7 *Suponiendo C_{pk} = 1 real, las curvas representan los C_{pk} que se observarían en función de los valores de los índices* P/T y ($\hat{\sigma}_{R\&R}/\hat{\sigma}_{total}$).

inadecuado del sistema de medición no necesariamente es problema crítico, pero en caso de mejorar la precisión se observaría un C_p todavía mejor. Por el contrario, si el proceso de producción es incapaz ($C_p < 1$), los resultados inaceptables del estudio R&R pueden ser la diferencia entre reportar o no el proceso como capaz.

MÉTODO DE ANOVA PARA ANALIZAR ESTUDIO LARGO

En el formato de la figura 11.6 se presenta el método de medias y rangos para analizar los datos de un estudio R&R largo. La ventaja de este método es su simplicidad y el hecho de que la información relevante del estudio queda allí registrada. Sin embargo, el análisis dado en el formato no es tan completo como el que se puede hacer con muchos de los programas estadísticos-computacionales que incluyen la opción de estudios R&R. Con un software se pueden obtener salidas gráficas que proporcionan ayuda adicional en la interpretación de los resultados del estudio. Además, estos sistemas computacionales por lo general incluyen el método de ANOVA (análisis de varianza) para el análisis de los datos del estudio largo. Para comprender los conceptos utilizados en la presente sección se recomienda revisar los conceptos de análisis de varianza (véase Gutiérrez y De la Vara, 2003).

El método de ANOVA es más completo en el sentido de que no supone de antemano la inexistencia de interacción *parte*×*operador* (*producto*× *operador*),[3] como lo hace el método basado en medias y rangos; cuando esta interacción está presente los resultados de este

último son incorrectos, ya que subestima la verdadera variación de la medición ($\sigma^2_{R\&R}$). El método de ANOVA parte la variación total (σ^2_{total}) de los datos en la siguiente forma

$$\sigma^2_{total} = \sigma^2_{parte} + \sigma^2_{oper} + \sigma^2_{oper \times parte} + \sigma^2_{instr}, \tag{11.9}$$

donde se agrega el componente $\sigma^2_{oper \times parte}$ a la descomposición dada en la ecuación (11.1), mismo que se considera parte de la reproducibilidad. Es decir, se cumplen las relaciones siguientes

$$\sigma^2_{repeti} = \sigma^2_{instr} \quad \text{y} \quad \sigma^2_{reprod} = \sigma^2_{oper} + \sigma^2_{oper \times parte}, \tag{11.10}$$

y como antes $\sigma^2_{R\&R} = \sigma^2_{repeti} + \sigma^2_{reprod}$. Estos componentes se estiman mediante la técnica de ANOVA aplicada a un *diseño factorial* (véase Gutiérrez y de la Vara, 2003) con *efectos aleatorios*.[4] De los datos del estudio R&R largo se pueden calcular las llamadas sumas de cuadrados (SC) correspondientes a cada componente de variación dado en la ecuación (11.9), que cumplen la relación

$$SC_{total} = SC_{parte} + SC_{oper} + SC_{oper \times parte} + SC_{error},$$

donde la suma de cuadrados del error (SC_{error}) corresponde a la repetibilidad. Considerando p partes, t ensayos y o operadores, los grados de libertad correspondientes a cada suma de cuadrados de la ecuación anterior son, respectivamente

$$pot - 1 = (p - 1) + (o - 1) + (o - 1)(p - 1) + po(t - 1)$$

Al dividir cada suma de cuadrados por sus grados de libertad se obtienen los *cuadrados medios* (*CM*), que son las cantidades relevantes de este análisis. Con los cuadrados medios se pueden construir pruebas estadísticas para verificar diferencias entre las partes, entre los operadores y la presencia de efecto de interacción *parte* × *operador*. Con toda esta información se construye la tabla de ANOVA. Por otra parte, de los valores esperados de los cuadrados medios se deduce que los estimadores de los componentes de varianza para cada caso están dados por

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}^2_{inst} &= CM_{error} \\
\hat{\sigma}^2_{parte} &= \frac{CM_{parte} - CM_{opera \times parte}}{to} \\
\hat{\sigma}^2_{opera} &= \frac{CM_{opera} - CM_{opera \times parte}}{tp} \\
\hat{\sigma}^2_{opera \times parte} &= \frac{CM_{opera \times parte} - CM_{error}}{t},
\end{aligned} \tag{11.11}$$

Cuadrados medios

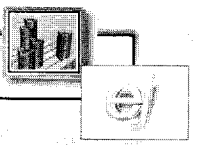
Resulta de dividir las sumas de cuadrados entre sus grados de libertad. Se utilizan para estimar la varianza de los diferentes componentes.

[3] Existe interacción *parte* × *operador* u *operador* × *parte* cuando el desempeño de los operadores es diferente según el tipo de piezas, por ejemplo con ciertas piezas un operador reporta mediciones sensiblemente más altas que los demás y con otras piezas el mismo operador reporta mediciones más bajas.

[4] En este caso los factores parte y operador dan lugar a efectos aleatorios cuando las partes o piezas utilizadas en el estudio son una muestra de la población de partes y los operadores son también una muestra de los operadores que manejan el equipo de medición.

Con base en esto se obtiene la repetibilidad, la reproducibilidad, el error de medición, los cuales se expresan como porcentajes de la variación total y de la tolerancia para su interpretación.

EJEMPLO 11.2



En el ejemplo 11.1 se analizaron los datos de un estudio R&R largo para medir el tamaño de partícula variable cuyo rango de variación tolerado es igual a 15. Se utilizaron $p = 10$ partes, $o = 3$ operadores y $t = 2$ ensayos. Si se aplica el método de ANOVA a dichos datos se obtiene la siguiente tabla de ANOVA:

FUENTES DE VARIACIÓN	SUMAS DE CUADRADOS	GRADOS DE LIBERTAD	CUADRADOS MEDIOS	F_0	*p-value*
Parte	374.08	9	41.56		
Operador	4.30	2	2.15		
Parte × Operador	2.97	18	0.165	0.41	0.975
Error	12.12	30	0.404		
Total	393.48	59			

El estadístico F_0 para la interacción resulta de dividir $CM_{opera \times parte}/CM_{error} = 0.165/0.404 = 0.41$. Se concluye que la interacción *parte* × *operador* no contribuye significativamente al error de medición dado su *p-value* = 0.9751 > 0.05, y se puede proceder a "eliminar" este renglón del ANOVA.

Si se sustituyen los cuadrados medios anteriores como se indica en las ecuaciones (11.11) se obtienen los componentes de variación estimados:

$$\hat{\sigma}^2_{repeti} = \sigma^2_{error} = 0.404$$

$$\hat{\sigma}^2_{parte \times opera} = \frac{0.165 - 0.404}{2} = -0.037 \approx 0$$

$$\hat{\sigma}^2_{parte} = \frac{41.56 - 0.165}{2 \times 3} = 6.9$$

$$\hat{\sigma}^2_{opera} = \frac{2.15 - 0.165}{2 \times 10} = 0.099$$

Como las varianzas no pueden ser negativas, $\hat{\sigma}^2_{parte \times opera}$ se iguala a cero, lo que es congruente con el hecho de que el ANOVA no detecta contribución importante de este componente. Así, los componentes del error

de medición relevantes en este ejemplo son los mismos que se obtuvieron con el método de medias y rangos.

La variación total ($\hat{\sigma}^2_{total}$) está dada por la suma 6.9 + 0.099 + 0.404 = 7.40. Expresada en términos de 5.15 desviaciones estándar se tiene que la expansión de la variación total es $5.15\hat{\sigma}_{total}$ = 14.01. En la tabla 11.2 se expresan repetibilidad, reproducibilidad y el error de medición ($\sigma_{R\&R}$) como porcentajes de la variación total ($5.15\hat{\sigma}_{total}$ = 14.01) y de la tolerancia que es igual a 15.

Número de categorías distintas, n_c Este estadístico se puede obtener de la tabla 11.1 y mide la resolución del instrumento de medición, es decir, si el instrumento es capaz de medir en la escala de medición que se mide el producto. Para considerar que el instrumento tiene la resolución adecuada n_c debe ser mayor o igual a 4. En el último renglón de la tabla 11.1 se muestra el procedimiento para calcular n_c, que como se puede apreciar resulta de comparar el porcentaje de variación atribuible a las partes ($\%\,\hat{\sigma}^2_{parte}$) con el porcentaje de variación del error de medición ($\%\,\sigma^2_{R\&R}$). Como $n_c = 5.2 \geq 4$, entonces el instrumento de medición para medir la partícula tiene la resolución adecuada. Esto no quiere decir que el error de medición es pequeño, debido a que de la tabla 11.1 se aprecia que el porcentaje de tolerancia de R&R es 24.33%, y de acuerdo a su interpretación que se explicó en la sección anterior, el sistema de medición del tamaño de partícula tiene una calidad marginal (es decir, su error de medición es alto); por lo que sus mediciones no son confiables para fines de control del proceso como para discriminar entre producto bueno y malo. Debe buscarse mejorar la precisión de este sistema de medición.

Tabla 11.2 Análisis de componentes de variación para el ejemplo 11.2.

Componentes de variación	5.15 (Desv. estándar)	%Var	%Tolerancia
$\hat{\sigma}^2_{repeti} = 0.404$	$5.15\hat{\sigma}_{repeti} = 3.27$	23.33	21.80
$\hat{\sigma}^2_{reprod} = \hat{\sigma}^2_{opera} + \hat{\sigma}^2_{parte \times opera} = 0.099$	$5.15\hat{\sigma}_{reprod} = 1.62$	11.56	10.80
$\hat{\sigma}^2_{R\&R} = \hat{\sigma}^2_{repeti} + \hat{\sigma}^2_{reprod} = 0.503$	$5.15\hat{\sigma}_{R\&R} = 3.65$	26.05	24.33
$\hat{\sigma}^2_{total} = 7.40$	$5.15\hat{\sigma}_{parte} = 13.53$	96.8	90.4

$$\text{Número de categorías} = \frac{\%\,\hat{\sigma}_{parte}\sqrt{2}}{\%_{R\&R}} = \frac{1.41(96.8)}{26.05} = 5.2$$

ESTUDIO R&R CORTO (*SHORT METHOD*)

Método corto

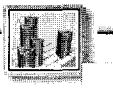
Es un estudio de repetibilidad y reproducibilidad que permite estimar de manera rápida la variación del proceso de medición.

El *método corto* es un estudio de repetibilidad y reproducibilidad que permite estimar de manera rápida la variabilidad con la que contribuye el proceso de medición. En este estudio no se puede separar la repetibilidad (instrumento) de la reproducibilidad (opera-

dores), sino que vienen de manera mezclada. Los pasos a seguir en un estudio corto se sintetizan en la figura 11.8 y se explican a continuación.

- Seleccionar dos o más operadores para conducir el estudio sobre un instrumento de medición dado.
- Seleccionar un conjunto de 5 a 10 piezas o unidades que serán medidas por cada uno de los dos operarios. Las piezas no tienen que ser homogéneas; pudieran seleccionarse aleatoriamente o elegirse de manera que cubran todo el rango en que opera el equipo. Cada pieza se medirá sólo una vez por cada operador (recordemos que en el estudio largo cada operador mide varias veces la misma pieza).
- Etiquetar o identificar cada pieza y aleatorizar el orden en el cual son dadas a cada uno de los operadores para que sean medidas.
- Identificar la zona a punto en la parte donde la medición será tomada y el método o técnica que se debe aplicar.
- Hacer los cálculos para determinar el error de medición (véase ejemplo).
- Expresar el error de medición como un porcentaje de la tolerancia. Con base en esto emitir un juicio sobre la calidad del proceso de medición, y decidir acciones futuras sobre el proceso.

EJEMPLO 11.3



Se decide realizar un estudio R&R corto para un equipo que mide el grosor de cierta capa de material, que debe estar entre 0.025 ± 0.005. Se seleccionan al azar 5 piezas que son medidas en orden también aleatorio por cada uno de dos operadores. Los datos obtenidos se muestran en la siguiente tabla:

Partes	Operador A	Operador B
1	0.022	0.021
2	0.020	0.020
3	0.030	0.031
4	0.024	0.023
5	0.015	0.015

En el análisis de estos datos se busca calcular el error de medición y expresarlo como un porcentaje de la tolerancia. Para ello, proceder de acuerdo a los pasos siguientes:

1. Calcular el rango de las mediciones que se tienen para cada parte o pieza, como se muestra enseguida.

Partes	Operador A	Operador B	Rango
1	0.022	0.021	0.001
2	0.020	0.020	0.000
3	0.030	0.031	0.001
4	0.024	0.023	0.001
5	0.015	0.015	0.000

2. Calcular el rango promedio (media de la columna de rangos), que en este caso es $\bar{R} = 0.0006$.
3. Calcular la expansión del error de medición (*EM*), que resulta de multiplicar 5.15 veces de la desviación estándar del error de medición.[5] Entonces, de acuerdo a la nota de pie de página, el error de medición expandido es

$$EM = 5.15\,\hat{\sigma}_{R\&R} = k_2 \times \bar{R} = 4.33 \times 0.0006 = 0.0026,$$

donde k_2 depende del número de operadores y de piezas, y su valor se lee en la figura 11.8. Además, $\hat{\sigma}_{R\&R} = \frac{EM}{5.15} = 0.0005$.

4. Calcular el índice *precisión / tolerancia*. Dado que la tolerancia es $ES - EI = 0.01$, el índice P/T resulta ser

$$P/T = \frac{EM \times 100}{ES - EI} = \frac{0.0026 \times 100}{0.010} = 26\%$$

Este índice para un estudio corto se interpreta de forma similar al obtenido en el estudio largo como se sintetiza al final de la figura 11.8. De ahí que con este valor de 26% se concluye que el instrumento tiene una capacidad marginal para medir el grosor del material. Toda la información generada desde la obtención de los datos hasta la conclusión del estudio se resume en el formato de la figura 11.8; al final de este capítulo se reproduce el formato en blanco para facilitar su aplicación.

[5] Para calcular la desviación estándar del error de medición, $\sigma_{R\&R}$, se divide $\bar{R}$ entre la constante d_2^* (ver nota al pie de página 340). En particular, en el formato de la figura 11.8 se utilizan valores para k_2, que es igual a $5.15/d_2^*$, de esta manera

$$\hat{\sigma}_{R\&R} = \frac{\bar{R}}{d_2^*} = \frac{k_2}{5.15}\bar{R} = \frac{4.33}{5.15} \times 0.0006 = 0.0005.$$

ESTUDIO DE CAPACIDAD DEL INSTRUMENTO

(MÉTODO CORTO)

Fecha: _____

Estudio: _____

Departamento: _____

Persona responsable

Tipo de gage: _____

No. de gage: _____

Nombre del equipo de medición:

Pasa ☑

Función:

No pasa ☐

Especificaciones del producto: Límite inferior de especificación (EI): 0.02 Límite superior de especificación (ES): 0.03 Tolerancia (ES - EI): 0.01

Número de partes	Operador A	Operador B	Rango
1	0.022	0.021	0.001
2	0.020	0.020	0.000
3	0.030	0.031	0.001
4	0.024	0.023	0.001
5	0.015	0.015	0.000
6			
7			
8			
9			
10			

Total de rangos: $\sum_{i=1}^{n} R_i$ = 0.003

Promedio de rangos: $\overline{R} = \sum_{i=1}^{n} R_i / n$ = 0.0006

Criterio de aceptación:

- Abajo de 10% → Excelente proceso
- De 10% a 20% → Bueno, aceptable
- De 20% a 30% → Marginalmente aceptable
- Arriba de 30% → Inaceptable y debe ser corregido

k_2 Constante para expandir el rango promedio a 5.15 desviaciones estándar

Número de partes	Número de operadores			
	2	3	4	5
1	3.65	2.70	2.30	2.08
2	4.02	2.85	2.40	2.15
3	4.19	2.91	2.43	2.16
4	4.26	2.94	2.44	2.17
5	4.33	2.96	2.45	2.18
6	4.36	2.98	2.46	2.19
7	4.40	2.98	2.46	2.19
8	4.40	2.99	2.48	2.19
9	4.44	2.99	2.48	2.20
10	4.44	2.99	2.48	2.20

Nota: $k_2 = 5.15/d^*_2$

Error de medición $k_2(\overline{R})$

EM = (4.33) (0.0006) = 0.0026

$\hat{\sigma}_{R\&R} = \frac{EM}{5.15}$ = 0.0005

EM como % de la tolerancia:

P/T = %EM = EM(100)/Tolerancia

= (0.0026) (100)/(0.01) = 26%

Figura 11.8 *Formato para estudio R&R corto para el ejemplo 11.3.*

MONITOREO DEL SISTEMA DE MEDICIÓN

Los estudios R&R presentados en la secciones anteriores permiten tener una evaluación del proceso de medición en un periodo corto de tiempo y las conclusiones obtenidas son válidas pero no para siempre. El estudio se debe repetir cada cierto tiempo para conocer el estado actual del proceso de medición. En la práctica no es fácil decidir el intervalo de tiempo entre un estudio R&R y el siguiente, pero éste depende del tipo de instrumento, de la intensidad de uso y de su capacidad reportada en el estudio previo, entre otros aspectos.

Existen otro tipo de estudios donde el objetivo es monitorear permanentemente el desempeño de un equipo de medición, midiendo cada cierto intervalo de tiempo una o varias piezas. Este tipo de *estudios de estabilidad*, tienen la ventaja de que en cualquier momento proveen información clave sobre el proceso de medición, lo que puede servir para decidir intervalos de calibración o el momento de realizar un estudio R&R. Una herramienta importante en este tipo de estudios es la carta de control, que permite tener una visualización del comportamiento de las mediciones a través del tiempo. Enseguida veremos dos formas diferentes de estudiar la estabilidad del proceso de medición.

Estudios de estabilidad

Análisis que tienen el objetivo de monitorear el desempeño (control estadístico) del equipo de medición a lo largo del tiempo.

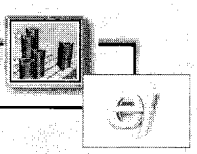
Estudio de estabilidad con una pieza patrón

En este primer caso se monitorea la estabilidad del instrumento de medición a lo largo del tiempo en cuanto a su media (exactitud) y variabilidad (precisión), se mide repetidamente una pieza patrón con el mismo instrumento y por el mismo operador en forma intercalada en la producción. Es importante que el operador no identifique que está midiendo la pieza patrón, por lo que ésta debe estar bien mezclada entre la producción; aunque el responsable debe tener un medio de identificar la medición hecha sobre la pieza patrón, para así poder analizar en forma separada las mediciones hechas a la pieza patrón. Los datos generados para la pieza patrón se registran en una carta de control para individuales. Como se mide la misma pieza por el mismo operador, la variabilidad total observada es directamente la variabilidad del instrumento o error de medición.

$$\sigma^2_{total} = \sigma^2_{instr} = \sigma^2_{EM}$$

No se puede afirmar que esta variabilidad sea repetibilidad, puesto que las condiciones en que opera el equipo cambian con el tiempo.

EJEMPLO 11.4



En un estudio inicial de estabilidad para establecer los límites de control, un operador toma 25 mediciones repetidas de cierta característica de calidad de la misma pieza patrón. Las mediciones se hacen una

por dia,[6] por el mismo operador y con el mismo instrumento que se está monitoreando, y los datos obtenidos para la pieza patrón se muestran en la tabla 11.2.

Tabla 11.2 Datos para el ejemplo 11.3.

Repetición	Medición	Rango móvil	Repetición	Medición	Rango móvil
1	9.92	—	14	9.90	0.10
2	10.05	0.13	15	9.88	0.02
3	9.99	0.06	16	9.82	0.06
4	9.85	0.14	17	9.91	0.09
5	9.90	0.05	18	10.05	0.14
6	10.00	0.10	19	9.87	0.18
7	9.99	0.01	20	10.05	0.18
8	9.98	0.01	21	9.94	0.11
9	10.17	0.19	22	9.75	0.19
10	9.97	0.20	23	9.89	0.14
11	9.97	0.00	24	9.85	0.04
12	10.02	0.05	25	10.12	0.27
13	10.00	0.02			

En un análisis de estos datos primero se verifica que el proceso de medición se encuentra en control estadístico, para posteriormente estimar la desviación estándar del error de medición y expresarla como porcentaje de la tolerancia.

Se construyen las cartas de individuales y de rango móvil (véase capítulo 7), en las que se observa que el proceso de medición es estable, ya que se encuentra en control estadístico (véase figura 11.9). Es decir, el error de medición que se comete es el mismo a través del tiempo desde el punto de vista estadístico, independientemente de que este error sea poco o mucho. Si hubiera alguna causa especial, debe investigarse y eliminarse, como se hace en la aplicación tradicional de las cartas al proceso de producción. Por ejemplo, una tendencia ascendente o descendente mostraría que el sistema medición tiene una deriva, que eventualmente lo puede llevar a condiciones de inexactitud graves.

La desviación estándar estimada de las mediciones es $\hat{\sigma} = 0.096$, que resulta de dividir $\overline{R}/d_2$ (0.108/1.128), de aquí que en la desviación estándar del instrumento es

$$\hat{\sigma}_{EM} = \hat{\sigma}_{instr} = 0.096.$$

La expansión de la variación del instrumento es $5.15 \times 0.096 = 0.4944$, por lo que el equipo no induce a las lecturas un error mayor que $0.4944/2 = 0.2472$ con una confianza del 99%. Supongamos que las especificaciones para la característica de calidad de la pieza son $EI = 9.5$, $EI = 10.5$, entonces el índice P/T resulta ser

[6] La frecuencia con la que se introduce la pieza patrón en la producción para que sea medida puede ser de unas cuantas horas o hasta de varios días, dependiendo de la estabilidad mostrada con anterioridad.

$$P/T = \frac{0.4944}{10.5 - 9.5} \times 100 = 49.44\%$$

De acuerdo a la regla de interpretación mencionada en la sección anterior, el valor de 49.44% indica que es prioritario incrementar la precisión de este instrumento para medir la característica de calidad (para ello ver recomendaciones a seguir, al final del apartado "Estudio largo con análisis de medias y rangos *long method*"). Si después de un esfuerzo de mejora no se logra mejorar la capacidad de este equipo hasta bajar el índice P/T a menos de 30%, debe cambiarse por otro más preciso.

Exactitud

Es la diferencia entre la verdadera dimensión de la pieza y la media muestral observada.

Por otra parte, como la pieza utilizada en el estudio es pieza patrón, entonces se puede estimar la exactitud del instrumento. Por ejemplo, supongamos que el valor verdadero del mensurando es $N = 9.9$ unidades, entonces la *exactitud*, que se define como la diferencia entre la verdadera dimensión de la pieza y la media muestral observada ($\bar{x} = 9.95$), se puede expresar también como porcentaje de la tolerancia y resulta ser

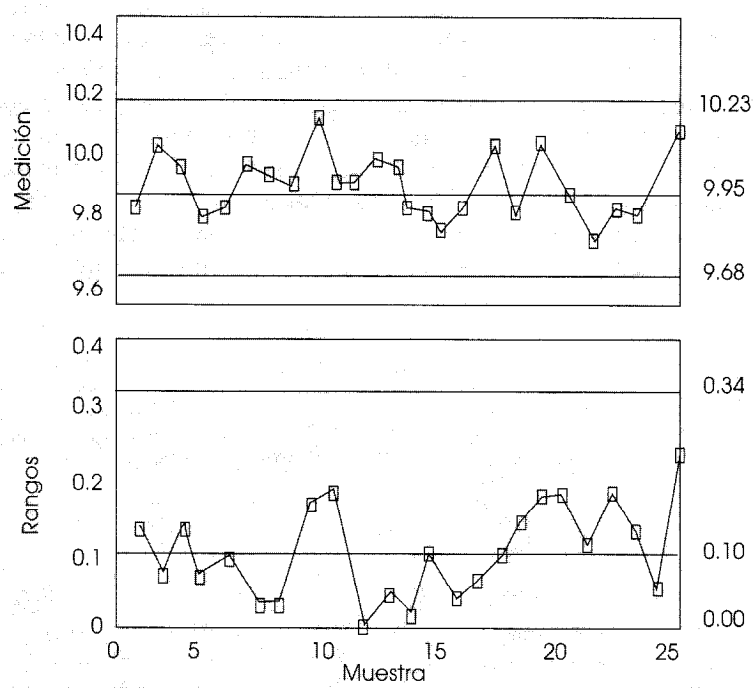


Figura 11.9 *Carta de individuales y de rango móvil para mediciones sobre una pieza patrón.*

$$\%Exactitud = 100 \times \frac{exactitud}{tolerancia} = \frac{100 \times |9.95 - 9.9|}{10.5 - 9.5} = 5\%$$

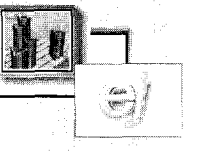
Entre mayor sea este porcentaje más descalibrado está el instrumento, y se interpreta de acuerdo con la misma regla utilizada para el índice P/T, de manera que esta exactitud de 5% es aceptable desde el punto de vista práctico. Sin embargo, se puede probar estadísticamente que este porcentaje de exactitud es significativamente diferente de cero, lo que implica que aunque sea pequeño, ya representa un sesgo sistemático de las mediciones que se puede corregir con la calibración del instrumento.

En este primer caso de monitoreo se consideró un solo operador y una sola pieza, por lo que la variabilidad obtenida subestima la variabilidad del proceso de medición, ya que en la realidad operativa del instrumento se miden siempre piezas diferentes y se pueden tener varios operadores. En el siguiente caso se describe una situación con varias piezas de la propia producción.

Estudio de estabilidad con varias piezas de la producción

El objetivo en este estudio de estabilidad es monitorear el proceso de medición tomando dos mediciones repetidas sobre la misma pieza cada determinado tiempo de inspección, con un solo operador. Esta pieza se extrae directamente de la producción y de hecho se recomienda que sea una de la inspección rutinaria; la diferencia es que se medirá dos veces. Para evitar que las mediciones resulten siempre idénticas se puede dejar pasar un periodo corto de tiempo para obtener la segunda lectura, evitando en lo posible que el operador reconozca la pieza. También se pueden utilizar dos operadores diferentes si ésa es la realidad del equipo. En este caso sería similar a un estudio R&R corto pero que se realiza de manera permanente (véase "Estudio corto" de este capítulo).

EJEMPLO 11.5



Una planta elabora un producto en forma de polvo. Un parámetro importante es el tamaño promedio de partícula del producto, que se mide con un analizador automático, cuyo desempeño se quiere monitorear a lo largo del tiempo. La tolerancia para dicho parámetro es $ES - EI = 100\ \mu$m. Se selecciona en forma aleatoria una muestra del producto de cada lote de producción, se mezcla bien y se divide en dos mitades que se numeran como #1 y #2 antes de someterse al analizador de partículas. Note que cada muestra extraída hace las veces de una pieza de la producción. Los resultados obtenidos para 30 lotes consecutivos se muestran en la tabla 11.3.

En este ejemplo se tienen dos fuentes de variabilidad: la debida al *instrumento* y la del *producto*, por lo que se cumple la relación

$$\sigma^2_{total} = \sigma^2_{prod} + \sigma^2_{instr}$$

Variabilidad debida al producto

Surge cuando se miden piezas diferentes de la producción a lo largo del tiempo.

La *variabilidad debida al producto* surge porque se miden muestras diferentes a lo largo del tiempo, pero la variabilidad dentro de cada muestra es atribuible sólo al instrumento de medición, puesto que es la misma mezcla dividida en dos partes y todas las mediciones son hechas por el mismo operador.

La carta $\bar{X}$–R con tamaño de subgrupo $n = 2$ se muestra en la figura 11.10. La carta R se interpreta de manera convencional, y en ella se observa que la variabilidad dentro de muestras se encuentra en control estadístico, es decir, el proceso de medición es estable en cuanto a su variabilidad. Por su parte, la carta $\bar{X}$ *no se interpreta de manera convencional* en este contexto de monitoreo de instrumentos de medición, ya que aquí mientras más puntos caigan afuera de los límites de control el proceso de medición está haciendo un mejor trabajo. De hecho el problema con la carta $\bar{X}$ de la figura 11.10 es que los límites de control debieran ser aún más estrechos[7] en relación a los puntos graficados para poder concluir que el instrumento es adecuado.

Mientras más preciso sea el instrumento de medición la carta $\bar{X}$ mostrará más puntos "fuera de control", debido a que su construcción se basa en el estimador de la desviación estándar dado por $\hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{\bar{R}}{1.128}$, el cual subestima a la verdadera desviación estándar del proceso σ, ya que cada rango es la diferencia de mediciones sobre la misma unidad (dentro de muestra) y no toma en cuenta la variación debida al producto (de muestra a muestra). Esto da por resultado los límites de control estrechos, que idealmente deberían cubrir menos del 10% de la dispersión de los puntos. En cuyo caso, el que casi todos estén fuera de los límites sería indicio de que el instrumento de medición hace un buen trabajo y que es capaz de discriminar entre una pieza y otra. Esto evidentemente no ocurre en el caso de la carta $\bar{X}$ de la figura 11.10.

Como la carta de rangos figura 11.10 se encuentra en control estadístico, de ella se puede estimar la variabilidad debida al instrumento, ya que cada muestra de tamaño 2 es de una misma mezcla del material. La variabilidad debida al instrumento se estima con la desviación estándar dentro de cada subgrupo dada por

$$\hat{\sigma}_{instr} = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{7.0333}{1.128} = 6.235$$

El índice P/T resulta ser

$$P/T = \frac{5.15\hat{\sigma}_{instr}}{ES - EI} = \frac{32.11}{100} = 32.11\%,$$

[7] El ancho de los límites en la carta $\bar{X}$ debería abarcar menos de 10% de la variabilidad de las muestras o piezas para poder afirmar que el instrumento es excelente. Ésta es una aplicación especial de la carta $\bar{X}$, donde lo deseable es que casi todos los puntos caigan afuera de los límites de control. La correspondiente carta de rangos sí se interpreta en el sentido tradicional de investigar las causas especiales de los puntos que se salen de control.

Tabla 11.3 Datos de tamaño de partícula.

Núm. de subgrupo	Tamaño #1	Tamaño #2	Media	Rango	Núm. de subgrupo	Tamaño #1	Tamaño #2	Media	Rango
1	180	191	185.5	11	16	189	200	194.5	11
2	145	148	146.5	3	17	155	169	162.0	14
3	174	178	176.0	4	18	145	151	148.0	6
4	153	162	157.5	9	19	164	172	168.0	8
5	143	156	149.5	13	20	180	182	181.0	2
6	162	172	167.0	10	21	171	180	175.5	9
7	181	185	183.0	4	22	156	161	158.5	5
8	177	191	184.0	14	23	161	163	162.0	2
9	152	166	159.0	14	24	169	169	169.0	0
10	165	178	171.5	13	25	155	164	159.5	9
11	162	162	162.0	0	26	167	171	169.0	4
12	169	173	171.0	4	27	160	161	160.5	1
13	147	149	148.0	2	28	144	156	150.0	12
14	168	168	168.0	0	29	174	177	175.5	3
15	152	166	159.0	14	30	184	194	189.0	10

y por tanto el instrumento tiene una capacidad inaceptable para medir el tamaño de partícula. Para obtener un estimador de la variabilidad del producto primero se estima la varianza total y se sustituye, con la varianza del instrumento, en la relación

$$\sigma^2_{prod} = \sigma^2_{total} - \sigma^2_{instr.}$$

Así, un estimador de la variabilidad total está dado por la desviación estándar de las 60 mediciones, $\hat{\sigma} = 13.4536$. De aquí que $\hat{\sigma}^2_{total} = (13.4536)^2 = 181.0$, y $\hat{\sigma}^2_{instr} = (6.235)^2 = 38.87$. Sustituyendo en la relación anterior, se obtiene que $\sigma^2_{prod} = 181.0 - 38.87 = 142.13$, y la desviación estándar estimada para el producto es $\hat{\sigma}^2_{prod} = \sqrt{142.13} = 11.92$.

La variación debida al instrumento se puede expresar como un porcentaje de la variabilidad observada del producto y se obtiene

$$\frac{\hat{\sigma}_{instr}}{\hat{\sigma}_{prod}} = \frac{6.235}{11.92} \times 100 = 52.31\%,$$

que es un porcentaje muy grande si se quiere mejorar el producto. Se debe mejorar el desempeño de este analizador de partículas, revisando primero el método que aplica el operador para dividir cada muestra en dos mitades. Este 52.31% se observa de manera aproximada en la carta $\bar{X}$ al comparar el ancho de los límites de control con el ancho de los puntos graficados (figura 11.10).

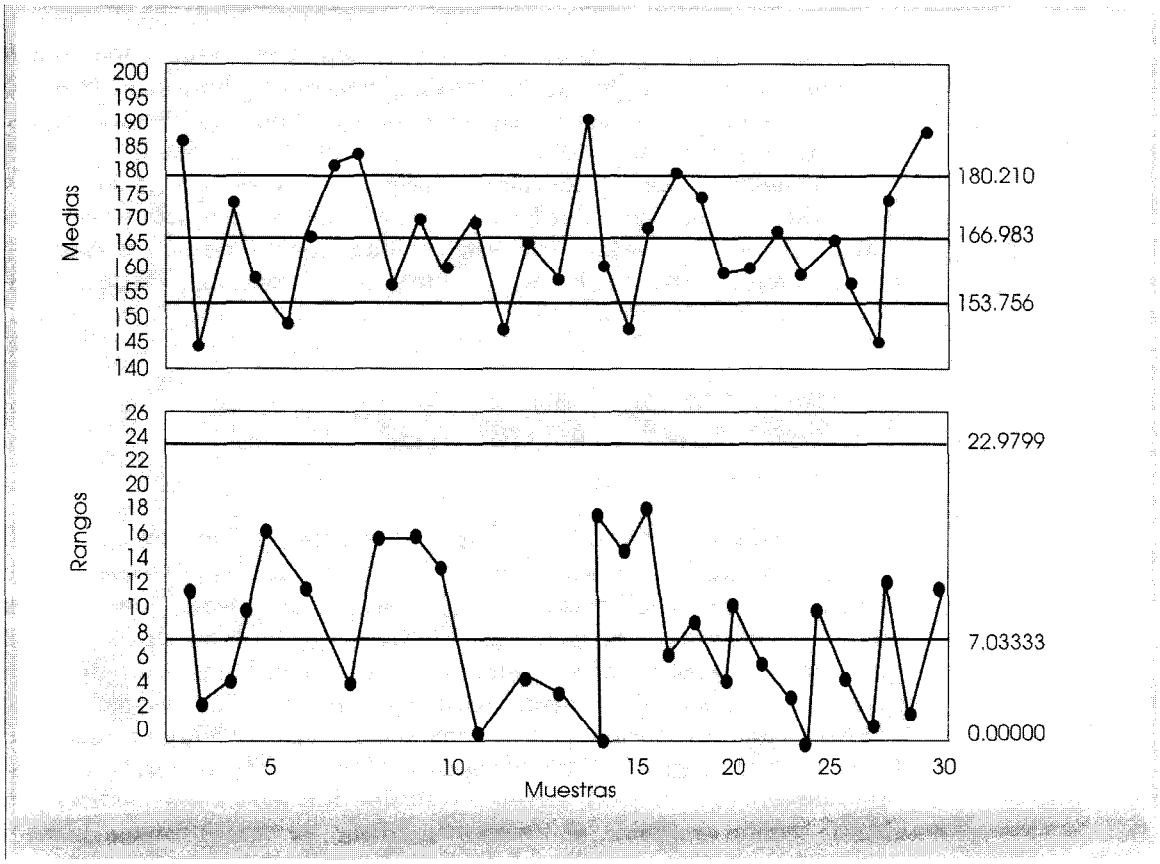


Figura 11.10 *Carta $\bar{X}$-R para el analizador de partículas del ejemplo 11.5.*

ESTUDIOS R&R PARA PRUEBAS DESTRUCTIVAS

En el contexto industrial existen *pruebas destructivas* en las que el operador sólo puede medir una vez la muestra porque ésta de alguna forma se destruye. Por ejemplo pruebas de resistencia, dureza, tensión, etcétera. En estos casos, la estrategia es dividir la muestra en dos o más proporciones, dependiendo del número de ensayos o veces que cada operador medirá la "misma pieza" y del número de operadores. De esta forma, en este caso se deben buscar seleccionar las muestras o piezas de forma que se minimice la variación o diferencias entre las porciones de la misma muestra. Por ejemplo, se quiere hacer un estudio R&R de la rheometria de un hule. Se desea hacer el estudio con tres operadores, en el que cada uno mida tres veces la misma muestra. Como la prueba es destructiva, entonces se selecciona una muestra (pedazo de hule) que internamente sea lo más homogénea posible y este pedazo se parte a su vez en nueve porciones para de esa forma lograr que cada operador haga tres mediciones sobre la misma pieza, pero diferente porción. Hecho esto los datos se colectan y se analizan de la manera usual.

Pruebas destructivas

Se les llama así cuando el operador sólo puede medir una vez a la muestra, porque ésta se destruye.

Pero es importante señalar que si no se cumple el supuesto de homogeneidad de las porciones en la misma muestra, la repetibilidad y reproducibilidad pueden resultar sobreestimadas, por lo que en caso de que resulten grandes, habrá que verlo con reservas, ya que puede deberse a que las porciones son demasiado variables.

Otro caso es que los pedazos de hule no sean lo suficientemente grandes como para obtener 9 porciones y sólo alcanzarán para hacer las 3 porciones de un solo operador. Esto es, cada operador hace sus repeticiones en diferentes muestras de hule (partes), de manera que las partes están anidadas dentro de operador, dado que cada operador mide piezas diferentes. Con este tipo de datos el método de análisis adecuado es el ANOVA anidado.

ESTUDIO R&R PARA ATRIBUTOS

En las secciones anteriores hemos supuesto que los instrumentos de medición generan mediciones en una escala continua (kilogramos, longitudes, resistencias, etcétera). Incluso las técnicas descritas en las secciones previas pueden aplicarse a escalas de medición discretas con suficiente amplitud, como sería el caso de conteos. Sin embargo, en los procesos de manufactura existen procesos de medición de atributos que generan mediciones que generan datos binarios, como aceptar o rechazar una pieza con base a una apreciación relativamente subjetiva o apoyada en los sentidos (visual, olfato, oído, tacto, gusto). Por tanto es deseable evaluar la consistencia de los criterios utilizados por las personas que realizan este tipo de evaluaciones (mediciones binarias). En esta sección ejemplificaremos un método para evaluar el sistema de medición basado en la evaluación "subjetiva" de operadores.

Antes de ver el ejemplo, damos algunas recomendaciones de índole general para este tipo de estudios:

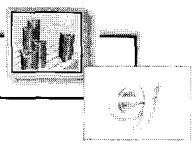
a) *Selección de las personas participantes.* Los operadores o inspectores que deben participar son los que normalmente están haciendo las evaluaciones, e incluir en el estudio a personas en todo el rango posible de entrenamiento (desde inspectores muy experimentados hasta novatos).

b) *Selección de las piezas.* Se deben usar piezas que cubran todo el rango de observaciones que se tienen en el proceso; es decir, la evaluación no se debe hacer con una muestra aleatoria de la producción, sino de una selección orientada para que en la muestra se incluyan piezas en todos los niveles de calidad: desde muy buena hasta muy mala, pasando por intermedia y dudosa. El número de piezas que se incluya en el estudio debe ser de preferencia grande (entre 30 y 100 puede ser un número razonable).

c) Este método se basa en comparar qué tanto concuerdan los criterios de un mismo operador y entre los diferentes operadores. El porcentaje de no concordancia no se interpreta como el %R&R que se presentó en la sección del "Estudio largo" de este capítulo.

d) Analizar con detalle los comentarios e interpretaciones dados a lo largo del ejemplo, para que esto se adapte al problema de interés.

EJEMPLO 11.6



En un proceso de manufactura se aplica un recubrimiento de plástico para proteger los componentes de un producto. La calidad de la apariencia de este recubrimiento es inspeccionada visualmente. Si el recubrimiento presenta manchas visuales se rechaza el producto. Con el interés de evaluar la consistencia de este sistema de evaluación (medición) de la calidad, se decide hacer un estudio R&R para datos binarios.

Se seleccionaron 50 piezas para este estudio, que cubrieran todo el rango de calidad de la apariencia del recubrimiento: desde piezas con calidad aceptable, inaceptable y algunas piezas de calidad marginal.

Se decidió incluir en el estudio a los 5 operadores que normalmente evalúan las partes. Cada operador evaluó cada parte dos veces, en orden aleatorio. Se dio una semana de diferencia entre una medición y otra. Los datos obtenidos se muestran en la figura 11.11. El análisis de estos datos se hace con los siguientes pasos.

1. *Calcular la suma de acuerdos*. Como se especifica en la figura 11.6, en cada juicio de un operador (Op) se anota un 0 si rechazó la pieza, y un 1 si la aceptó. La columna suma muestra el número total de juicios o mediciones denominadas como aceptables para cada pieza. Por lo tanto un 10 en tal columna quiere decir que todos los operadores estuvieron de acuerdo y aceptaron las dos veces la pieza; por el contrario, un 0 significa que todos los operadores rechazaron la pieza las dos veces. Valores diferentes a 10 o 0 significa que hubo desacuerdos.
2. *Determinar desacuerdos posibles*. Sea k igual al número de ensayos (veces que un operador evalúa la misma pieza) por el número de operadores. Es decir, k es el número de evaluaciones a las que es sometida cada pieza, y en cada evaluación hay dos posibles resultados, por tanto el número de posibles resultados de las evaluaciones o número de posibles desacuerdos diferentes por pieza, s_p, es igual a

$$a_p = \binom{k}{2} = \frac{k!}{2!(k-2)!} = \frac{k(k-1)}{2}$$

Si p es el número de piezas en el estudio, entonces el número total de posibles desacuerdos diferentes en el estudio es igual

$$a_t = p \times a_p$$

En el ejemplo a_p = (10 * 9)/2 = 45; por lo que hay 45 oportunidades de estar en acuerdo o desacuerdo en los juicios para cada pieza; y a_t = 45 * 50 = 2 250, lo que indica que hay 2 250 oportunidades para estar de acuerdo o en desacuerdo en el estudio.

3. *Análisis de nivel de acuerdos*. En este paso se hace un análisis detallado de la columna suma de la figura 11.6. Para ello se analiza cuántas veces se repite el mismo nivel de acuerdo (suma), se calcula el número de pares en desacuerdo y se cuentan las piezas en cada nivel de desacuerdo. Los resultados

Número de parte	0 = rechazo pieza 1 = aceptación Semana 1					Semana 2						Repetibilidad				
	Op1	Op2	Op3	Op4	Op5	Op1	Op2	Op3	Op4	Op5	Suma	Op1	Op2	Op3	Op4	Op5
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	0	0	0	0	0
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	0	0	0	0	0
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	3	0	1	0	0	0
6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	0	0	0	0	0
7	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2	1	0	1	0	0
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	8	0	0	0	0	0
13	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	8	0	0	0	0	0
14	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	4	0	1	1	1	1
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	8	0	0	0	0	0
17	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	0	0	0	0	0
18	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	4	0	0	0	0	0
19	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0
20	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	9	1	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	8	0	0	0	0	0
24	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	7	0	1	1	1	0
25	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	0	0	0	0	0
26	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	0	0	0	0	0
27	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	0	0	0	0	0
28	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	6	1	0	1	0	0
29	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	9	0	0	1	0	0
30	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	8	0	0	0	0	0
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	0	0	0	0	0
32	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	6	1	1	0	0	0
33	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	3	1	1	1	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
36	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	3	1	1	1	0	0
37	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	8	0	0	0	0	0
38	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	3	0	1	0	0	0
39	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	0	0	0	0	0
40	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	0	0	0	0	0
41	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	5	0	0	1	0	0
42	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	2	0	1	1	0	0
43	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
45	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
46	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	9	0	1	0	0	0
47	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0
48	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	0	0	0	0	0
49	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	7	1	0	0	0	0
50	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	0	0	0	0	0
Total	28	35	31	21	28	27	31	38	21	27		7	10	13	2	1

Figura 11.11 *Datos para el ejemplo 11.6.*

se plasman en un cuadro como el que se muestra en la tabla 11.4. En donde se puede apreciar que la suma 0 y 10 significa el mismo nivel de acuerdo (todos de acuerdo), y eso ocurrió en un total de 22 piezas. El número 9 y el 1 es el mismo nivel de acuerdo, ya que nueve juicios coinciden. Esto se presentó en 8 objetos. La columna de "número de pares con desacuerdo" se obtiene de la siguiente manera: supongamos que la suma fue 9, esto quiere decir que hay nueve unos y un cero, como se aprecia en el renglón correspondiente a la pieza 20. Quiere decir que un operador (el uno) estuvo en desacuerdo con nueve juicios. Por tanto el número de parejas de juicios en descuerdo son nueve (9×1). Algo similar ocurre cuando la suma es uno. Ahora supongamos que la suma es ocho, quiere decir que hay ocho unos y dos ceros, y que por tanto dos juicios difieren de los otros ocho; por tanto en total hay dieciséis pares de juicios en desacuerdo (8×2). Nótese que tomar en cuenta el número de pares en desacuerdo es una forma de penalizar el nivel de desacuerdo, ninguna penalización para cuando hay acuerdo (0 o 10) y hasta 25 para cuando la mitad decide una cosa y la otra mitad otra (suma 5) indicando que hay 5×5 pares de desacuerdos. Como se muestra en la tabla 11.4, para obtener el número de desacuerdos totales por cada nivel se multiplican el número de piezas por el número de pares de desacuerdo en cada nivel. Al final sumando los desacuerdos se obtiene el número total de desacuerdos en el estudio, D_e. Como en el caso del ejemplo 11.6 es $D_e = 463$.

Tabla 11.4 Análisis de desacuerdos para el ejemplo 11.6.

Nivel de acuerdo (en mismo panel)	Número de pares en desacuerdo	Número de piezas	Desacuerdos totales
0 o 10	0	22	0
1 o 9	9	8	72
2 o 8	16	9	144
3 o 7	21	6	126
4 o 6	24	4	96
5	25	1	25
	Total	50	463

4. *Calcular el nivel de desacuerdo del estudio* (ND_e). Un índice del nivel de desacuerdo que se ha detectado en el estudio se obtiene dividiendo el total de desacuerdos en el estudio, D_e, entre el número total de posibles desacuerdos a_t, es decir,

$$ND_e = \frac{D_e}{a_t} \times 100$$

en el ejemplo

$$ND_e = \frac{463}{2\,250} \times 100 = 20.6\%$$

Entonces el nivel de desacuerdo del estudio es $ND_e = 20.6\%$. En general ND_e no tiene el mismo significado que el porcentaje R&R para datos continuos (%R&R, véase figura 11.6), sin embargo sí da una idea de la consistencia del sistema de medición por atributos, ya que los valores posibles de ND_e van de 0 a 100; correspondiendo 100 al peor posible sistema de medición. De esta forma este 20.6% indica un sistema de medición parcialmente aceptable, aunque con oportunidad de mejora. Los pasos siguientes permitirán hacer un diagnóstico más detallado del sistema de medición.

5. *Determinar repetibilidad.* En este tipo de sistemas de medición el papel del instrumento de medición lo desempeña el criterio del operador, por ello la *repetibilidad* es la consistencia dentro de un operador entre los ensayos que hace (en el ejemplo entre las dos semanas de prueba). Por ello a los resultados originales del estudio que se muestran en la figura 11.6 se les ha agregado el grupo de columnas de repetibilidad, donde para cada operador y cada pieza se analiza si hay coincidencias en sus juicios de un ensayo al otro (de una semana a otra). Si hay coincidencia se anota un cero y si no hay se anota un uno. Por ejemplo en la columna de repetibilidad del operador 1 para la pieza uno está un cero, porque este operador en los dos ensayos aceptó la pieza 1, es decir, fue consistente; en cambio en la pieza 20 en el primer ensayo la aceptó, mientras que en el segundo la rechazó, por eso la repetibilidad en el renglón 20 del operador 1 fue uno. Una vez determinada la repetibilidad para todas la piezas y todos los operadores se suma el número de inconsistencias o desacuerdos de cada operador, como se muestra en la figura 11.6. En la tabla 11.5 se han anotado estos resultados, junto con el número de oportunidades que tuvo cada operador de equivocarse, que en el ejemplo es igual al total de piezas.

Repetibilidad

En un estudio por atributos es la consistencia entre los ensayos que hace el mismo operador.

Tabla 11.5 Resultados de repetibilidad para el ejemplo 11.6.

Operador	Desacuerdos	Oportunidades	Porcentaje
1	7	50	14
2	10	50	20
3	13	50	26
4	2	50	4
5	1	50	2
	33	250	13.2

El nivel de desacuerdos atribuibles a repetibilidad, ND_{rep}, se obtiene dividiendo el número total de desacuerdos de la tabla 11.5, D_{rep}, entre el total de oportunidades, O_{rep}, es decir

$$ND_{rep} = \frac{D_{rep}}{O_{rep}} \times 100$$

en el ejemplo, de la tabla 11.5 se obtiene

$$ND_{rep} = \frac{33}{250} \times 100 = 13.2$$

El nivel de desacuerdos atribuible a repetibilidad es de 13.2%. Este porcentaje no se interpreta de forma idéntica al porcentaje de repetibilidad para datos continuos (%VE, véase figura 11.6). Sin embargo, ND_{rep} sí da una medida de la consistencia de cada operador. Los valores posibles de ND_{rep} van de cero a cien; y entre más alto peor es la repetibilidad de los operadores. Aunque 13.2% no parece ser demasiado alto, de la tabla 11.5 se desprende que los operadores 1, 2 y 3 tuvieron un número de discrepancias visiblemente más grande que los operadores 4 y 5. Por lo que aquí habría una oportunidad de mejora del sistema de medición.

6. *Reproducibilidad* (*diferencia sistemática entre operadores*). En este rubro vamos a evaluar *groso modo* las diferencias sistemáticas entre operadores (no dentro de operadores, que corresponde a repetibilidad). Esta evaluación se va a obtener de la comparación del total de piezas aceptadas por cada operador en cada ensayo. De los totales de piezas aceptadas para cada operador que se muestran en la figura 11.6 se obtiene la tabla 11.6.

Reproducibilidad

Evalúa las diferencias sistemáticas entre operadores.

Tabla 11.6 Resultados de reproducibilidad para el ejemplo 11.6.

Operador	Número de aceptados Semana 1	Semana 2	Total aceptados	Total evaluadas	Porcentaje de aceptación
1	28	27	55	100	55
2	35	31	66	100	66
3	31	38	69	100	69
4	21	21	42	100	42
5	28	27	55	100	55
		Total	287	500	57.4

Porcentaje de aceptación

Resulta de dividir el total de piezas aceptadas por cada operador entre el número de piezas evaluadas.

En la tabla 11.6 se ha agregado el *porcentaje de aceptación* que resulta de dividir el total de piezas aceptadas por cada operador entre el número de piezas evaluadas. En el ejemplo el número de piezas evaluadas por cada operador fue igual a 100, ya que se evaluaron 50 piezas dos veces. Respecto a los porcentajes de aceptación, recordemos que las piezas elegidas no es una muestra de la producción, sino una muestra dirigida en la que deliberadamente se incluyeron piezas de todas las calidades.

De la tabla 11.6 se aprecia que el operador 4 es el que tiene un criterio más exigente, debido a que su porcentaje de aceptación es sensiblemente más bajo (42%) que el resto, mientras que los operadores 2 y 3 tienen criterios más flexibles (66% y 69% de aceptación). Esto es un indicativo de que los operadores no evalúan las partes de la misma forma. Por ello aquí habría una oportunidad de mejora, en cuanto el entrenamiento de los operadores y en cuanto al método que siguen.

La diferencia entre el número total de piezas aceptadas en cada ensayo (semana) no es un indicador confiable de la consistencia de cada operador, ya que con el total se pierde detalle. Por ejemplo, aparentemente el operador uno sólo tuvo una discrepancia de una pieza aceptada entre la semana

uno y dos, sin embargo ya habíamos visto en el análisis de repetibilidad (tabla 11.5) que este operador tuvo siete desacuerdos. Por ello diríamos que una diferencia grande para un operador entre el total de aceptados en un ensayo y otro sí es indicativo de problemas; pero un número pequeño no necesariamente es indicativo de no problemas con la consistencia de tal operador. En todo caso la consistencia interna de cada operador es algo que se hace en repetibilidad.

7. *Calcular la reproducibilidad (interacción parcial de operador).* Un análisis más minucioso de la consistencia de criterios entre los operadores resulta de investigar el número de desacuerdos entre todos los pares de operadores. De lo cual se obtiene un cuadro como el de la tabla 11.7. En esta tabla también se ha agregado el *porcentaje de desacuerdos*, que se obtiene dividiendo el número observado de desacuerdos por pareja de operadores entre el número de oportunidades en que se puede estar en desacuerdo por pareja de operadores. Este último número de oportunidades se obtiene multiplicando el número de piezas, por dos, por el número de ensayos (en el ejemplo $50 \times 2 \times 2 = 200$). De aquí que si la pareja de operadores uno y dos tuvieron 40 desacuerdos, esto corresponde a un porcentaje de 20% (40/200).

Porcentaje de desacuerdos

Es la división del número de desacuerdos por pareja de operadores entre el número de oportunidades por estar en desacuerdo por pareja de operadores.

Tabla 11.7. Número de desacuerdos entre parejas de operadores del ejemplo 11.6.

Operador	2	3	4	5
1	40 (20%)	44 (22%)	38 (19%)	24 (12%)
2		40 (20%)	56 (28%)	36 (18%)
3			66 (33%)	42 (21%)
4				44 (22%)
			Total de desacuerdos (D_{repro})	430 (21.5%)

De la tabla 11.7 se nota que entre el operador 3 y 4 hubo más desacuerdos (66), que corresponde a 33% de las veces. Lo cual evidentemente es mucho, una de cada tres veces juzgaron diferente. El que haya resultado esta pareja resulta un poco lógico, ya que de acuerdo con el análisis de repetibilidad el operador 3 es el menos consistente y el 4 es de los más consistentes (tabla 11.5); pero además, de acuerdo con la tabla 11.6, el operador cuatro es el más exigente mientras que el 3 es el menos estricto.

Un nivel total de desacuerdos debidos a reproducibilidad, ND_{repro}, se obtiene dividiendo el número de desacuerdos de la tabla 11.7, D_{repro}, entre el total de oportunidades de desacuerdo debido a reproducibilidad, O_{repro}, que es igual al (número de piezas) × (el número de parejas de operadores) × (número de ensayos) × 2. En el ejemplo, $O_{repro} = 50 \times 10 \times 2 \times 2 = 2\,000$. Por tanto

$$ND_{repro} = \frac{D_{repro}}{O_{repro}} \times 100$$

En el ejemplo y de acuerdo con los datos de la tabla 11.7

$$ND_{repro} = \frac{430}{2\,000} \times 100 = 21.5\%$$

Aunque este índice no se interpreta exactamente igual como el porcentaje de reproducibilidad para datos continuos (%*VO*, véase figura 11.6); sí nos da una evaluación del sistema de medición debido a reproducibilidad. Ya que entre más desacuerdos entre los criterios de parejas de operadores mayor será el ND_{repro}. En el ejemplo 21.5% es un valor relativamente alto.

Aunque a lo largo del análisis ya se han enfatizado los aspectos más relevantes que se pueden concluir del estudio R&R para los datos del ejemplo 11.6, a manera de resumen en las tablas 11.8 y 11.9 se muestran los aspectos más relevantes. De donde se puede concluir que la problemática mayor está en reproducibilidad (concordancia entre los criterios de los operadores). El operador 5 puede considerarse como el estándar. Por tanto hay oportunidad de mejora, ya que si este operador puede ser consistente, entonces los otros operadores (con el entrenamiento debido) pueden mejorar su capacidad para detectar los problemas de calidad adecuadamente. Se debe mejorar la consistencia de los operadores 2 y 3, además de lograr que sean poco más exigentes. Aun cuando es consistente el operador 4, parece ser más estricto que el resto, por lo que habrá que analizar y orientar esfuerzos para lograr un criterio más estándar.

Tabla 11.8 Resumen del estudio R&R para el ejemplo 11.6.

Origen	Porcentaje de desacuerdos
Repetibilidad	$N\,D_{rep} = \frac{33}{250} \times 100 = 13.2\%$
Reproducibilidad	$N\,D_{repro} = \frac{430}{2\,000} \times 100 = 21.5\%$
Total	$N\,D_{e} = \frac{463}{2\,250} \times 100 = 20.6\%$

Tabla 11.9 Resumen del estudio R&R por operador para el ejemplo 11.6.

Operador	Repetibilidad, %	Porcentaje de piezas aceptadas
1	14	55
2	20	66
3	26	69
4	4	42
5	2	55
Promedio	13.2	57.4

USO DE STATGRAPHICS

Los sistemas computacionales especializados o enfocados a control de calidad por lo general incluyen procedimientos que se centran en hacer estudios R&R. A continuación damos algunas indicaciones básicas para utilizar el sistema *Statgraphics plus* versión 4 para hacer un estudio R&R. Existen tres métodos de análisis, el de promedios-rangos (*Average and Range*), análisis de varianza (ANOVA) y el de rangos (*Range*).

a) Seguir la siguiente secuencia *SPECIAL....QUALITY CONTROL....Gage R&R*, después de esto aparecerá un cuadro con las siguientes opciones: *Data Setup*, *Average and Range Method*, *ANOVA Method*, y *Range Method*. Los tres últimos se refieren al tipo de análisis y el primero es un procedimiento especialmente útil para especificar las características del estudio y generar un formato para la recolección y registro de las mediciones, que es similar al formato para realizar un estudio R&R (véase figura 11.13 al final del capítulo).

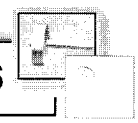
b) Algunas características de la opción *Data Setup*, son las siguientes: al accesar a ésta aparece un recuadro en el que se define el número de operadores que participarán en el estudio, el número de partes o muestras que serán medidas y el número de ensayos (*trials*) o repeticiones que hará cada operador, además de las opciones para que el *software* aleatorice los ensayos (*randomize trails*) y para poner el nombre propio de los operadores. Supongamos que seleccionamos 2 operadores (A y B), 5 partes y 2 ensayos, aleatorizando éstos. Enseguida aparecerá un recuadro que indicará el nombre del operador, el orden en que debe medir cada parte, tanto para el primer como el segundo ensayo. Si ahí se le da clic al icono que tiene forma de disco con una flecha roja, entonces es posible grabar en un archivo lo anterior para que todo quede listo para registrar las mediciones. Así este archivo es la fuente de entrada para los métodos de análisis comentados antes.

CONCEPTOS CLAVE

- Mediciones
- Variación total observada
- Variación dentro de la muestra
- Resolución del equipo
- Número de categorías diferentes
- Metrología
- Patrón
- Calibración
- Mensurando
- Precisión
- Exactitud
- Repetibilidad
- Reproducibilidad
- Estudios R&R largo
- Estudios R&R corto

- Calidad marginal
- Efectos aleatorios
- Cuadrados medios
- Método corto
- Estudios de estabilidad
- Variabilidad debido al producto
- Pruebas destructivas
- Determinar la repetibilidad
- Porcentaje de aceptación
- Porcentaje de desacuerdos

PREGUNTAS Y EJERCICIOS



1. Conteste las siguientes preguntas utilizando como ejemplo un instrumento de medición en su área de trabajo.
   a) Explique el significado de que el instrumento de medición sea inexacto y de que sea impreciso.
   b) ¿El instrumento puede ser inexacto y preciso?
   c) ¿Qué significa que sea impreciso y exacto?
   d) ¿La repetibilidad y la reproducibilidad son parte de la precisión o de la exactitud?
   e) ¿Cuál es la relación entre calibración y exactitud?
   f) En el caso de un instrumento de su área de trabajo, explique la manera en que la calidad de las mediciones puede depender de las 6M's (apoyarse en la figura 11.1).
   g) ¿Qué cree usted que es más difícil, mejorar precisión o exactitud?
   h) ¿Cómo se puede evaluar la exactitud del instrumento en un estudio R&R?
2. Señale los dos métodos básicos para hacer estudios R&R para datos continuos, en qué consiste cada uno y cuándo aplicarlo.
3. Explique con sus palabras la ecuación (11.1).
4. ¿Qué es *VE, VO* y *EM,* y por qué para calcularse se multiplica la correspondiente desviación estándar por 5.15?
5. ¿Qué miden %*VE,* %*VO* y el índice *P/T;* y cómo se interpretan?
6. ¿En caso de que los resultados de un estudio R&R reflejen mucho error de medición, qué se puede hacer y por qué?
7. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de un estudio de monitoreo de mediciones respecto a los estudios R&R?
8. Explique brevemente en qué consiste un estudio R&R y cuándo se recomienda realizarlo.
9. ¿Qué resolución o sensitividad debe tener un instrumento de medición?

10. Explique de manera resumida cómo se recomienda hacer un estudio R&R en el caso de que para generar la medición se destruya la pieza.
11. Comente de manera resumida cómo se realiza un estudio R&R para datos de atributos.
12. En una compañía dedicada a la fabricación de bombas y válvulas, algunos componentes críticos tienen tolerancias muy estrechas que son difíciles de cumplir. De aquí que sea necesario estimar el error de medición con el fin de ver la posibilidad de reducirlo para poder cumplir con las especificaciones. El ancho de un componente particular es una característica de calidad crítica, cuyas especificaciones son 69 ± 0.4 mm. Se seleccionaron dos inspectores para realizar un estudio R&R, midiendo cada uno dos componentes, con un *vernier* digital capaz de discriminar entre piezas que difieran en 0.02 mm. Los datos se muestran en la tabla 11.10, y para analizarlos le recomendamos que se apoye en el formato para estudios R&R que se encuentra al final de este capítulo:

Tabla 11.10 Datos para el ejercicio 12.

Número de componente	Inspector A		Inspector B	
	1	2	1	2
1	69.38	69.60	69.62	69.52
2	69.72	69.80	69.78	69.90
3	69.58	69.70	69.70	69.62
4	69.50	69.50	69.46	69.50
5	69.48	69.40	69.50	69.42
6	69.56	69.40	69.68	69.64
7	69.90	70.02	69.94	69.88

a) Estime la variación atribuible al instrumento.
b) Estime la variación debida a los inspectores.
c) Calcule el error de medición. Expréselo como porcentaje de tolerancia. Interprete los resultados.
d) ¿Cuál de los dos componentes del error de medición tiene mayor contribución?
e) De contar con un *software* estadístico, analice los datos anteriores mediante ANOVA y obtenga conclusiones.
f) ¿Si para un componente se obtiene un ancho de 69.45, es seguro que tal componente es defectuoso? Conteste estimando al 99% de confianza la verdadera magnitud (ver paso 7 del ejemplo 11.1)

13. En un estudio para separar la variabilidad atribuible al instrumento (repetibilidad) y la atribuible al operador (reproducibilidad), dos operadores utilizan el mismo instrumento para medir 10 partes, 3 veces cada una. Los datos se muestran en la tabla 11.11 y para analizarlos le recomendamos que se apoye en el formato para estudios R&R que se encuentra al final de este capítulo.
a) Estime la repetibilidad y reproducibilidad del instrumento de medición.
b) Estime la desviación estándar del error de medición ($\hat{\sigma}_{R\&R}$).

Tabla 11.11 Datos para el ejercicio 13.

Número de pieza	Mediciones del operador 1			Mediciones del operador 2		
	1	2	3	1	2	3
1	50	49	50	50	48	51
2	52	52	51	51	51	51
3	53	50	50	54	52	51
4	49	51	50	48	50	51
5	48	49	48	48	49	48
6	52	50	50	52	50	50
7	51	51	51	51	50	50
8	52	50	49	53	48	50
9	50	51	50	51	48	49
10	47	46	49	46	47	48

c) Con base en lo anterior si la medición que se obtienen para una parte es de 46, estime con 95 y 99% de confianza la verdadera magnitud de tal parte (ver paso 7 del ejemplo 11.1).

d) Si las especificaciones son 50 ± 10, qué puede usted decir acerca de la capacidad del instrumento.

e) Si cuenta con un *software* estadístico realice un ANOVA e interprételo con detalle.

14. En una empresa se utiliza una regleta digital que tiene una capacidad de medir hasta diezmilésimas de pulgada y es utilizada para medir el ancho de hojas corta-

Tabla 11.12 Datos para el ejercicio 14.

Número de pieza	Mediciones del operador 1		Mediciones del operador 2	
	1	2	1	2
1	14.027	14.024	14.034	14.035
2	14.028	14.025	14.033	14.034
3	14.028	14.027	14.032	14.035
4	14.029	14.025	14.034	14.033
5	14.028	14.026	14.032	14.034
6	14.028	14.025	14.032	14.033
7	14.027	14.025	14.033	14.034
8	14.027	14.026	14.032	14.035
9	14.028	14.027	14.033	14.034
10	14.028	14.025	14.033	14.035

das de rollos maestros de película. Las mediciones deben estar dentro de especificaciones que están dadas por el valor nominal ±0.020. Con el propósito de evaluar la calidad de las mediciones se decide hacer un estudio R&R involucrando a dos inspectores (operarios) que con regularidad hacen las mediciones referidas. Los datos obtenidos se muestran en la tabla 11.12, y para analizarlos le recomendamos se apoye en el formato R&R que está al final del presente capítulo

a) Estime la variación atribuible al instrumento.
b) Estime la variación debida a los inspectores.
c) Calcule el error de medición. Expréselo como porcentaje de la tolerancia. Interprete los resultados.
d) ¿Cuál de los dos componentes del error de medición tiene mayor contribución?
e) ¿Qué acciones recomendaría?

15. Una planta procesadora utiliza en línea un analizador de gases para monitorear continuamente el contenido de cierto gas. El analizador se verifica cada semana por el departamento de mantenimiento. Un operador inyecta un estándar que contiene 100 ppm del gas en el analizador. Dependiendo del resultado de la medición, el analizador es recalibrado. Varias personas se preguntaban si no estarían sobrecontrolando este proceso de calibración. El departamento de mantenimiento decide inyectar un estándar de 100 ppm en una base diaria. Una carta de individuales sería usada para monitorear los resultados. Había dos objetivos en este estudio: uno era determinar con qué frecuencia debe recalibrarse el analizador. El otro, desarrollar un método de monitoreo de la exactitud y precisión del analizador. Los resultados de inyectar el estándar durante los primeros 25 días se muestran en la tabla 11.13.

Tabla 11.13 Datos para el ejercicio 15.

Día	Conc. PPM	Día	Conc. PPM
1	105	14	101
2	97	15	96
3	103	16	102
4	102	17	98
5	99	18	100
6	100	19	98
7	96	20	103
8	102	21	106
9	102	22	102
10	100	23	99
11	98	24	100
12	100	25	97
13	103		

a) ¿Se encuentra el analizador de gas en control estadístico con respecto a la media y a la variación? ¿Qué significa eso?
b) ¿Es exacto el analizador de gas? Calcule el índice *%exactitud.*

c) ¿Cuál es una medida de la precisión del analizador de gas?
d) ¿Hay alguna indicación de que el analizador debe ser recalibrado? Si la hubiera, ¿cuándo ocurrió? Si no, ¿qué pudiera significar esto para el departamento de mantenimiento?

16. Una compañía vende un fluido a cierto cliente. El cliente sólo comprará el fluido si cierto contaminante está abajo de 100 ppm. Recientemente el cliente ha pedido que el fluido lleve un máximo de 60 ppm del contaminante. La media global del líquido es cercana a ese máximo. Parte de la producción cumplirá y parte no. Esto ha llevado a preguntarse sobre la exactitud y precisión del sistema de medición. Se decidió la técnica de análisis duplicado para determinar la precisión del método de prueba. Treinta muestras de la producción fueron colectadas en forma aleatoria. Cada muestra se mezclaba y partía a la mitad, mitades #1 y #2, que al analizarse arrojaron los resultados reportados en la tabla 11.14.

Tabla 11.14 Datos para el ejercicio 16.

Subgrupo número	Contaminación #1	Contaminación #2	Subgrupo número	Contaminación #1	Contaminación #2
1	61	62	16	60	62
2	60	56	17	57	57
3	60	57	18	60	61
4	62	57	19	58	60
5	55	55	20	59	62
6	59	58	21	53	56
7	60	57	22	63	63
8	66	59	23	55	53
9	56	55	24	60	61
10	60	61	25	57	60
11	57	62	26	60	62
12	60	57	27	56	54
13	58	60	28	59	59
14	61	56	29	61	61
15	56	59	30	65	62

Tabla11.15 Datos para el ejercicio 17.

Parte	Operador A	Operador B
1	16	18
2	10	8
3	5	8
4	7	7
5	19	23
6	15	13
7	8	8
8	10	12
9	12	11
10	17	19

a) Obtenga la carta $\bar{X}$-R e interprétela en el contexto de sistemas de medición.
b) ¿Cuál es la medida de la precisión del método?
c) ¿Cuánto de la varianza total se debe al método de prueba?
d) ¿Es adecuado el sistema de medición?
e) ¿Qué puede decirse de la exactitud de este método de prueba?

Tabla 11.16 Datos para el ejercicio 18.

Operador	A			B			C		
Muestra	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1	2.102	2.101	2.102	2.102	2.102	2.102	2.101	2.100	2.103
2	2.106	2.107	2.104	2.106	2.105	2.101	2.107	2.108	2.110
3	2.109	2.109	2.109	2.109	2.110	2.108	2.108	2.109	2.105
4	2.110	2.106	2.105	2.110	2.106	2.107	2.106	2.106	2.106
5	2.107	2.105	2.109	2.109	2.107	2.107	2.108	2.110	2.111
6	2.103	2.103	2.105	2.105	2.104	2.106	2.106	2.103	2.102
7	2.107	2.111	2.112	2.109	2.106	2.111	2.108	2.107	2.107
8	2.106	2.105	2.106	2.106	2.108	2.104	2.106	2.107	2.107
9	2.104	2.107	2.105	2.107	2.104	2.102	2.105	2.107	2.104
10	2.107	2.108	2.104	2.103	2.106	2.104	2.106	2.104	2.100

17. Considere a dos operadores que miden un grupo de 10 partes para las cuales la tolerancia es igual a 25. Los datos se indican en la tabla 11.15.
a) Explique cómo se debieron obtener estos datos.
b) Calcule el error de medición.
c) Exprese el error de medición del instrumento como un porcentaje de la tolerancia.
d) ¿Tiene el instrumento la capacidad adecuada?

18. Considere un estudio R&R largo en el que se obtuvieron los datos de la tabla 11.16.
a) Utilice el formato del final del capítulo y estime la repetibilidad y reproducibilidad de las mediciones y expréselas como un porcentaje de la tolerancia. Las especificaciones para las partes que se miden son: $EI = 2.10$ y $ES = 2.20$.
b) Estime el error de medición y expréselo como porcentaje de la tolerancia. Interprete los resultados.
c) Si la pieza 2 mide en realidad 2.103 (valor verdadero), encuentre: la exactitud en la medición de esta pieza y proporcione un intervalo al 95% de confianza para las lecturas del instrumento.

19. En una empresa se tiene duda sobre la calidad del sistema de medición del tiempo de llamadas telefónicas que está aplicando el proveedor externo de

telefonía celular (móvil). Actualmente la compañía tiene asignado un total de 50 teléfonos celulares a sus empleados. Describa los detalles de un estudio R&R aplicado para evaluar tal sistema de medición (nota: en las facturas de cobro del servicio aparece un desglose del tiempo de cada llamada).

20. En el proceso de impresión de una empresa de la industria gráfica se hace inspección visual sobre la calidad de la impresión. El resultado de la inspección en la calidad es aceptable o no. Con la intención de evaluar la congruencia de los criterios de las personas que tienen un papel más decisivo en la inspección, se decide hacer un estudio R&R para atributos. Participan 4 personas, se utilizan 40 carteles seleccionados especialmente de manera que contengan todos los niveles de calidad y los tipos de defectos en la impresión que se presentan en el proceso. En la figura 11.12 se muestran los resultados de este estudio. Haga un análisis detallado de estos datos, y conteste los siguientes incisos.

a) ¿Cuál es el nivel total de desacuerdos?

b) ¿Dónde se localiza la mayor parte de la problemática: en la consistencia de cada persona (repetibilidad) o en las discrepancias entre personas (reproducibilidad)? Argumente.

c) ¿Entre qué par de personas hay mayor discrepancia entre criterios?

d) ¿Es claro si alguien es más estricto y/o blando?

e) ¿Cuáles serían sus conclusiones generales con el ánimo de mejorar el actual sistema de inspección?

21. ¿Si en el ejemplo 11.1 para una partícula se obtiene un tamaño de 42, con alta seguridad tal partícula tiene una dimensión inadecuada? Conteste calculando un intervalo de confianza al 99% para el verdadero tamaño de la partícula.

Número de parte	0 = rechazo pieza Repetición 1				1 = aceptación Repetición 2				
	P1	P2	P3	P4	P1	P2	P3	P4	Suma
1	1	1	1	1	0	1	1	1	7
2	0	1	0	0	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	0	0	0	0	1
4	1	0	1	1	1	1	0	1	6
5	1	1	0	0	1	0	1	1	5
6	1	1	1	0	1	1	1	1	7
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	1	1	1	1	1	1	1	7
9	0	1	1	1	1	1	1	1	7
10	1	1	1	0	1	1	1	1	7
11	1	1	0	0	0	0	0	0	2
12	1	1	0	1	1	1	0	1	6
13	1	0	0	0	0	0	0	1	2
14	0	1	1	1	0	0	0	1	4

15	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	1	1	1	1	1	1	0	1	7
17	0	0	0	0	0	0	0	1	1
18	0	1	0	1	1	1	0	1	5
19	0	0	0	0	1	1	0	1	3
20	1	1	1	1	1	1	1	1	8
21	0	0	0	0	1	0	0	1	2
22	1	1	0	1	0	0	0	1	4
23	1	1	1	1	1	1	1	1	8
24	0	1	1	1	0	1	0	1	5
25	1	1	1	1	1	1	1	1	8
26	1	1	1	1	1	1	1	1	8
27	1	0	0	0	1	1	1	0	4
28	0	1	0	1	0	1	0	1	4
29	0	1	0	0	0	1	0	0	2
30	1	0	0	1	1	0	0	0	3
31	1	0	0	1	1	1	1	1	6
32	1	1	1	0	1	1	1	1	7
33	0	0	0	1	0	0	0	0	1
34	0	1	0	1	0	0	0	1	3
35	1	1	1	1	1	1	1	1	8
36	1	0	0	1	0	0	0	0	2
37	1	0	1	1	1	1	1	1	7
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	1	1	0	1	0	0	0	0	0
40	0	1	0	0	0	0	0	1	2
Total	22	25	16	24	21	22	15	28	173

Figura 11.12 *Datos del estudio R&R del ejercicio 19.*

ESTUDIO DE CAPACIDAD DEL INSTRUMENTO

(MÉTODO LARGO)

Persona responsable

Especificaciones: EI =_____ ES = _____

Tolerancia = _____ - _____ = _____

Fecha: _____

Estudio: _____

Departamento: _____

Tipo de gage: _____

Núm. de gage: _____

Número de partes	Operador A				Operador B				Operador C			
	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Rango	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Rango	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Rango
1												
2												
3												
4												
5												
6												
7												
8												
9												
10												
Total												
				$\bar{R}_A$				$\bar{R}_B$				$\bar{R}_C$
Suma												
$\bar{X}_A$												
Suma												
$\bar{X}_B$												
Suma												
$\bar{X}_C$												

$\bar{R}_A$	
$\bar{R}_B$	
$\bar{R}_C$	
Suma	
$\bar{R}$	

Máx. $\bar{X}$	
Mín. $\bar{X}$	
$\bar{X}$ Dif	

LCS = $(\bar{R})$ (D_4)

Ensayos	D_4
2	3.27
3	2.57

Marque aquellos rangos que se encuentran arriba de LCS. Identifique la causa y corrijala. Repita esas mediciones usando el mismo operador y la misma unidad. Recalcule $\bar{R}$ y LCS.

Repetibilidad (variación del equipo):

VE = $\bar{R}$ k. = (_____) (_____) = ☐

$\hat{\sigma}_{repet} = \frac{VE}{5.15} =$ _____

k. ensayos y k_2 operadores	2	3
k.	4.56	3.05
k_2	3.65	2.70
n = número de partes,		
t = número de ensayos		

Analisis en % de tolerancias:

$\%VE = \frac{100(VE)}{\text{tolerancia}} =$ _____ = ☐

$\%VO = \frac{100(VO)}{\text{tolerancia}} =$ _____ = ☐

P/T = % R & R = $\sqrt{(\_\_\_\_\%)^2 + (\_\_\_\_\%)^2}$

= ☐

Reproducibilidad (variación de operador):

$VO = \sqrt{((\bar{X}\ \text{Dif.})k_2)^2 - \frac{(VE)^2}{nt}} = \sqrt{((\quad)(\quad))^2 - \frac{(\_\_\_\_)^2}{(\_\_)(\_\_)}} =$ ☐

$\hat{\sigma}_{reprod} = \frac{VO}{5.15} =$ ☐

Repetibilidad y reproducibilidad:

$EM = R\&R = \sqrt{VE^2 + VO^2} = \sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2} =$ ☐

$\hat{\sigma}_{R\&R} = \frac{R\&R}{5.15} =$ ☐

Criterio de aceptación:

- Abajo de 10% → Excelente proceso
- De 10% a 20% → Bueno, aceptable
- De 20% a 30% → Marginalmente aceptable
- Arriba de 30% → Inaceptable y debe ser corregido

Figura 11.13 *Formato para hacer estudios R&R del método largo.*

Capítulo 12

Muestreo de aceptación

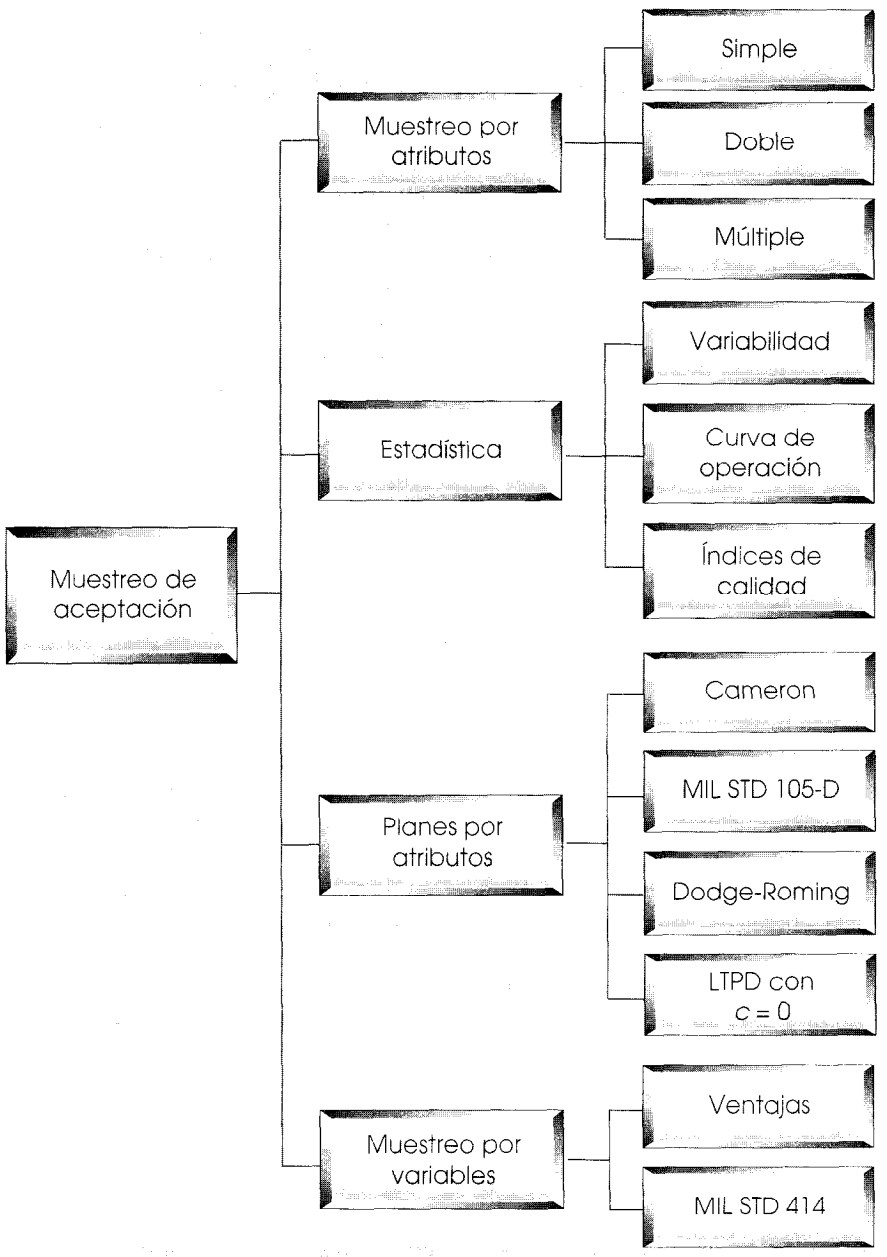
374

SUMARIO

- Cuándo aplicar muestreo de aceptación
- Tipos de planes de muestreo
- Formación del lote y selección de la muestra
- Aspectos estadísticos: variabilidad y curva característica de operación
- Índices de calidad para los planes de muestreo de aceptación
- Diseño de un plan de muestreo simple con NCA y NCL específicos (método de Cameron)
- Military Standard 105-D
- Planes de muestreo Dodge-Roming
- Plan de muestreo PDTL (LTPD) con $c = 0$
- Muestreo de aceptación por variables (MIL STD 414)
- Uso de Excel y Statgraphics

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Identificar las ventajas y limitaciones del muestreo de aceptación, así como los aspectos relacionados con la formación del lote y selección de la muestra.
- Conocer los índices para los planes de muestreo de aceptación, la curva CO y otros aspectos estadísticos relacionados.
- Describir diferentes métodos de muestreo de acepción por atributos (Cameron, MIL STD 105D, Dodge-Roming) y el muestreo de aceptación para variables MIL STD 414.


Muestreo de aceptación
Muestreo por atributos
Simple
Doble
Múltiple
Estadística
Variabilidad
Curva de operación
Índices de calidad
Planes por atributos
Cameron
MIL STD 105-D
Dodge-Roming
LTPD con c = 0
Muestreo por variables
Ventajas
MIL STD 414

En las actividades de control de calidad en ocasiones es necesario inspeccionar lotes de materia prima, partes o productos terminados para asegurar que se cumplen ciertos niveles de calidad con un buen grado de confianza. El *muestreo de aceptación* es el proceso de inspección de una muestra de unidades extraídas de un lote con el propósito de aceptar o rechazar todo el lote. En este capítulo veremos los conceptos y técnicas de este tipo de muestreo.

CUÁNDO APLICAR MUESTREO DE ACEPTACIÓN

Muestreo de aceptación

Es el proceso de inspeccionar una muestra de unidades de un lote con el propósito de aceptar o rechazar todo el lote.

El muestreo de aceptación se puede aplicar en cualquier relación cliente-proveedor, ya sea en el interior de una empresa o entre diferentes empresas y se puede ver como una medida defensiva para protegerse contra la amenaza del posible deterioro en la calidad. Una situación típica del muestreo de aceptación es la siguiente: una compañía recibe un lote de algún producto de cierto proveedor; este producto puede ser materia prima o cualquier otro componente que se utiliza en la compañía. Se selecciona una muestra del lote y se inspeccionan algún(as) característica(s) de calidad a todos los productos seleccionados. Con base en la información obtenida con la inspección se tomará una decisión: aceptar o rechazar todo el lote. Si los lotes son aceptados pasan directamente a ser utilizados, pero si el lote es rechazado, entonces es devuelto al proveedor o podría estar sujeto a alguna otra disposición (por ejemplo inspección de todos los productos del lote —inspección 100%— pagada por el proveedor).

En particular, si las características de calidad son variables de atributos, entonces un plan simple de muestreo de aceptación está definido por un tamaño de lote, N, un tamaño de muestra, n, y el número de aceptación, c. Por ejemplo el plan

$$N = 6\,000,\ n = 200,\ \text{y}\ c = 2;$$

significa que de un lote de 6 000 unidades se seleccionan e inspeccionan 200; y si entre éstas se encuentran 2 o menos piezas defectuosas, entonces el lote completo es aceptado. Pero si se encuentran 3 o más piezas defectuosas el lote es rechazado. Lo anterior se muestra en el esquema de la figura 12.1.

Debemos tener claro que al ser el muestreo de aceptación una forma particular de inspección, entonces este muestreo simplemente acepta y rechaza lotes; pero no mejora la calidad. Es decir, el muestreo de aceptación no es una estrategia de mejora de la calidad, es más bien una estrategia de contención y de garantía con cierto nivel de seguridad de que se cumplan ciertas especificaciones de calidad que han sido definidas. Tampoco este tipo de muestreo proporciona buenas estimaciones de la calidad del lote. De esta manera, en toda relación cliente-proveedor se debe buscar mejorar los procesos y corregir de fondo las causas de las deficiencias en la calidad. El muestreo de aceptación debe verse como un esfuerzo complementario de alcance limitado, pero que bajo ciertas condiciones específicas es la decisión más viable como estrategia defensiva ante el posible deterioro de la calidad.

En este sentido, cuando se pretende enjuiciar un lote se tienen tres alternativas: inspección al 100%, cero inspección, o muestreo de aceptación. Esta última es una decisión intermedia entre las otras dos alternativas opuestas, y a veces resulta ser la más económica globalmente. A continuación explicamos cuándo se aplica cada una de ellas.

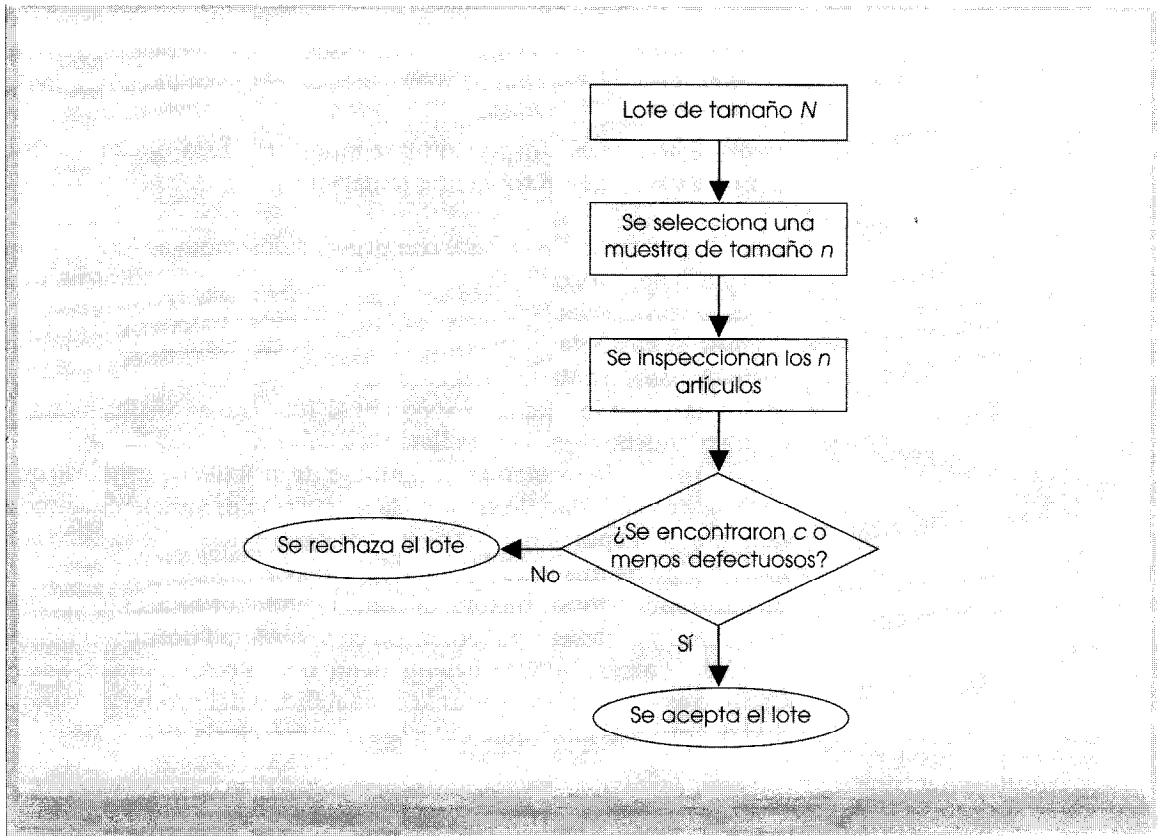


Figura 12.1 *Esquema de un plan de muestreo de aceptación por atributos (N, n, c).*

1. *Cero inspección* (aceptar o mandar el lote sin inspección). Esta alternativa es adecuada cuando el proceso que fabricó el lote ha demostrado cumplir holgadamente los niveles de calidad acordados entre el cliente y el proveedor (que sería el caso de procesos estables y con un buen C_{pk}, o procesos en los que se han hecho inspecciones previas). También se aplica cero inspección cuando la pérdida global causada por las unidades defectuosas es pequeña, comparada con el costo del muestreo.

Cero inspección

Es aceptar o enviar un lote sin ninguna inspección.

2. *Inspección al 100%*. Consiste en revisar todos los artículos del lote y quitar los que no cumplan con las características de calidad establecidas. Los que no cumplen podrían ser devueltos al proveedor, reprocesarlos o desecharlos. La inspección al 100% se utiliza en aquellos casos en que los productos son de alto riesgo y si pasan defectuosos puede causar gran pérdida económica. También es útil cuando la capacidad del proceso fabricante del lote es inadecuada para cumplir las especificaciones.

Inspección al 100%

Consiste en revisar todos los artículos del lote para quitar aquellos que no cumplen con especificaciones establecidas.

Se pensaría que la inspección al 100% aunque costosa es una buena estrategia para garantizar calidad, pero esto no es correcto, debido a que en la inspección al

100% se puede caer en la monotonía, en mayores errores de inspección y en ocasiones el producto se daña. Incluso hay casos en los que debido a los primeros dos problemas de la inspección al 100% se tiene como política que las unidades se inspeccionen doble vez (inspección 200%).

3. *Muestreo de aceptación* (inspección por muestras). Esta opción es útil cuando se tiene una o varias de las siguientes situaciones:

   - Cuando la inspección se hace con pruebas destructivas (como pruebas de tensión y resistencia), es indispensable la inspección por muestras, de lo contrario todos los productos serían destruidos con las pruebas.
   - Cuando el costo de inspección al 100% es demasiado alto comparado con el costo de pasar unidades defectuosas.
   - En los casos en los que la inspección al 100% no es técnicamente posible o se requiere mucho tiempo para llevarla a cabo.
   - Cuando el lote lo forman gran cantidad de artículos que habría que inspeccionar y la probabilidad de error en la inspección es suficientemente alta, de manera que la inspección al 100% podría dejar pasar más unidades defectuosas que un plan de muestreo.
   - En situaciones donde históricamente el vendedor ha tenido excelentes niveles de calidad y se desea una reducción en la cantidad de inspección, pero la capacidad del proceso no es suficientemente buena como para no inspeccionar.
   - Cuando es necesario asegurar la confiabilidad del producto, aunque la capacidad del proceso fabricante del lote sea satisfactoria.

Ventajas y desventajas del muestreo de aceptación

El muestreo de aceptación respecto a la inspección al 100% tiene las siguientes ventajas:

1. Tiene menor costo porque se inspecciona menos, a pesar de algunos costos adicionales generados por la planificación y administración de los planes de muestreo.
2. Requiere de menos personal en las actividades de inspección, simplificando con ello el trabajo de coordinación y reduciendo los costos.
3. El producto sufre menos daño al haber menos manipulación.
4. Es aplicable en pruebas destructivas.
5. A menudo reduce el error de inspección y la monotonía.
6. El rechazo de lotes completos por la existencia de artículos defectuosos proporciona una motivación al fabricante del lote para que mejore su calidad.

El muestreo de aceptación presenta algunas desventajas, como las siguientes:

1. Hay cierto riesgo de aceptar lotes malos y rechazar buenos, aunque en un plan de muestreo de aceptación están previstos y cuantificados estos riesgos.
2. Proporciona menos información acerca del nivel de calidad del producto o de su proceso de fabricación. Aunque bien utilizada, la información obtenida puede ser suficiente.

3. Se requiere más tiempo y conocimiento para planificar y documentar el muestreo, mientras la inspección al 100% no. Esto tal vez no sea una desventaja, ya que la planificación genera otros efectos positivos, como mayor conciencia de los niveles de calidad exigidos por el cliente.

Las ventajas que tiene el muestreo de aceptación sobre la inspección al 100%, lo hacen una herramienta importante ahí donde haya condiciones para aplicarlo. En este sentido, muchas empresas, sobre todo pequeñas y medianas, aplican inspección al 100% más por tradición y desconocimiento que por una razón fundamentada. Por lo que un paso importante sería lograr que se aplicara muestreo de aceptación en aquellos casos que así lo ameriten.

Por otro lado, no es raro escuchar de algunos expertos en calidad que el muestreo de aceptación ya no debe usarse, que es obsoleto, que ya no es un concepto válido. Al respecto nuestra posición es que: se debe hacer énfasis en mejorar la calidad y corregir de fondo las causas de la mala calidad y la baja competitividad aplicando herramientas estadísticas, diseño de experimentos, proyectos Seis Sigma, etcétera; pero mientras tanto no se tengan niveles óptimos de calidad, seguirá siendo necesario aplicar estrategias de contención como lo es el muestreo de aceptación. De aquí que en muchas empresas donde los niveles de calidad no son satisfactorios, el muestreo de aceptación debe verse como una herramienta temporal y útil.

TIPOS DE PLANES DE MUESTREO

Los planes de muestreo de aceptación son de dos tipos: por atributos y por variables. En los *planes por variables* se toma una muestra aleatoria del lote y a cada unidad de la muestra se le mide una característica de calidad de tipo continuo (longitud, peso, etc.). Con las mediciones se calcula un estadístico, que generalmente está en función de la media, la desviación estándar muestral y las especificaciones, y dependiendo del valor de este estadístico al compararlo con un valor permisible, se aceptará o rechazará todo el lote. En la sección "Muestreo de aceptación por variables" de este capítulo se verán este tipo de planes.

Planes por variables

Cuando a cada unidad de la muestra se le mide una característica de calidad de tipo continuo.

En los *planes por atributos* se extrae aleatoriamente una muestra de un lote y cada pieza de la muestra es clasificada de acuerdo a ciertos atributos como aceptable o defectuosa. Si el número de piezas que se encuentran defectuosas es menor o igual que un cierto número predefinido, entonces el lote es aceptado; en caso de que sea mayor, entonces el lote es rechazado. Algunos de los planes por atributos son: simple, doble y múltiple.

Planes por atributos

Cuando cada artículo de la muestra se clasifica en una categoría de aceptación o rechazo.

En general los planes más usuales son los de atributos, a pesar de que con los planes por variables se requiere menor tamaño de muestra para lograr los mismos niveles de seguridad. Esta aparente contradicción se debe a la tradición o a razones más validas, por ejemplo a que en los planes por atributos se pueden combinar varias características de calidad en un solo plan, mientras que en los planes por variables hay que diseñar un plan para cada característica de calidad. Además, en ocasiones las mediciones en los planes por variables son más costosas. De esta manera se debe procurar que la decisión de qué tipo de plan utilizar se fundamente en un análisis detallado de los

costos que implica cada plan, así como la facilidad de llevarlos a cabo y no fundamentar la decisión en la inercia y la tradición ("aquí las cosas siempre se han hecho así").

Muestreo por atributos: simple, doble y múltiple

Plan de muestreo simple

Consiste de una sola muestra de tamaño n y un número de c que permite decidir si se acepta o rechaza el lote.

El *plan de muestreo simple* consiste en un tamaño de muestra n, y en un número de aceptación c, ambos fijados de antemano. Si en la muestra se encuentra c o menos unidades defectuosas, entonces el lote es aceptado. Por el contrario, si hay más de c artículos defectuosos el lote es rechazado. Más adelante veremos cómo diseñar este tipo de planes.

Por su parte, la idea del plan de muestreo doble es tomar una primera muestra de tamaño más pequeño que el plan simple para detectar los lotes muy buenos o los muy malos, y si en la primera muestra no se puede decidir si aceptar o rechazar porque la cantidad de unidades defectuosas ni es muy pequeña ni muy grande, entonces se toma una segunda muestra para decidir si aceptar o rechazar tomando en cuenta las unidades defectuosas encontradas en las dos muestras. De esta manera, un plan de muestreo doble está definido por

N = tamaño de lote
n_1 = tamaño de la primera muestra
c_1 = número de aceptación para la primera muestra
n_2 = tamaño de la segunda muestra
c_2 = número de aceptación para las dos muestras

Plan de muestreo doble

Si con la primera muestra se cae en zona de indecisión, se extrae una segunda muestra que combinada con la primera permite aceptar o rechazar el lote.

Por ejemplo, con el plan $N = 3\,000$, $n_1 = 80$, $c_1 = 1$, $n_2 = 80$, $c_2 = 4$; del lote de 3 000 piezas se toma una muestra inicial de 80 y con base a la información aportada por esta primera muestra se toma una de las tres decisiones siguientes:

1. Aceptar el lote, cuando la cantidad de unidades defectuosas sea menor o igual que 1 (c_1).
2. Rechazar el lote, cuando el número de piezas defectuosas sea mayor que 4 (c_2).
3. Tomar una segunda muestra de 80 unidades, cuando el número de piezas defectuosas detectadas en la primera muestra sea mayor que 1 (c_1) pero no exceda de 4 (c_2). Si al sumar la cantidad de unidades defectuosas en las dos muestras, ésta no es mayor que 4 (c_2), el lote es aceptado, pero si es mayor que 4 (c_2), entonces el lote es rechazado.

Plan de muestreo múltiple

Extensión del plan de muestreo doble que consiste en que se pueden extraer dos o más muestras antes de decidir aceptar o rechazar el lote.

El *plan de muestreo múltiple* es una extensión del concepto del muestreo doble, aquí se toma una muestra inicial aún más pequeña que el plan simple, y si ya se tiene evidencia de muy buena o muy mala calidad se toma la decisión en consecuencia, si no, se toma una segunda muestra y se trata de decidir; si todavía no es posible se continúa con el proceso hasta tomar la decisión de aceptar o rechazar.

Con los planes de muestreo doble y múltiple por lo general se requiere menos inspección que con el simple, pero tienen mayor dificultad para administrarlos. En cuanto a seguridad pueden ser diseñados de forma que produzcan resultados equivalentes.

Esto es, los procedimientos pueden ser diseñados de manera que un lote con cierta calidad específica tenga exactamente la misma probabilidad de aceptación bajo los tres tipos de planes de muestreo. Por consiguiente, para la selección de un tipo de muestreo, se pueden considerar factores como la eficacia de la administración, el tipo de información obtenida por el plan, la cantidad promedio de inspección y el impacto que un plan de muestreo dado pueda tener sobre el flujo del proceso.

FORMACIÓN DEL LOTE Y SELECCIÓN DE LA MUESTRA

La formación de un lote puede influir en la eficacia del plan de muestreo de aceptación. A continuación se enuncian tres recomendaciones para formar los lotes, aunque una de ellas se debe ver con reserva.

1. *Los lotes deben ser homogéneos.* Es decir, las unidades que forman un lote en particular deben haber sido fabricadas bajo condiciones similares en cuanto a máquinas, operadores, materia prima, tiempo (fechas), etcétera. Cuando el lote se forma mezclando unidades de diferentes fuentes, el muestreo de aceptación no es tan efectivo como se debe. Además la existencia de lotes no homogéneos hace más difícil tomar acciones correctivas que eliminen la causa de los productos defectuosos. De esta manera, cuando se forme un pedido o embarque es mejor inspeccionar cada lote individual y evitar aplicar la inspección a todo el pedido después de que se han mezclado lotes.
2. *Los lotes deben ser formados de manera que no compliquen el manejo de materiales del proveedor y del cliente.* Todos los artículos de los lotes deben ser empaquetados y embarcados con un mínimo de riesgo y de forma que la selección de las unidades de la muestra sea relativamente fácil.
3. Con las reservas del caso, otra recomendación tradicional es: *los lotes deben ser tan grandes como sea posible.* Esto debido al menor costo y mayor eficiencia de la inspección, ya que en lotes grandes es necesario inspeccionar menos proporcionalmente que con lotes pequeños, y además los planes resultantes a partir de tamaños de lote grande tienen mayor poder de detectar los lotes de mala calidad. Creemos que en empresas con sistemas de mejora de la calidad esta recomendación se debe ver con mucha reserva, ya que esto que es deseable para el muestreo de aceptación no es recomendable para los inventarios en procesos y en producto terminado. Con lotes muy grandes se aumenta el costo de inventarios, el tiempo de ciclo y disminuye la capacidad de detectar con oportunidad las anomalías en la calidad. De aquí que tal recomendación se deba aplicar en la medida que no se afecte sensiblemente los aspectos comentados.

Selección de la muestra

Todos los planes de muestreo de aceptación basan su funcionamiento en que las unidades seleccionadas para la inspección son representativas de todo el lote. De aquí

Muestreo aleatorio simple

Es cuando los artículos se escogen al azar de manera que cada posible muestra tiene igual oportunidad de resultar seleccionada.

que la selección de las unidades que forman la muestra debe hacerse aplicando un método de muestreo aleatorio (véase Gutiérrez Pulido, 1997). La técnica de muestreo es muy importante y la que a menudo se sugiere es el *muestreo aleatorio simple*, en la que se asigna un número a cada artículo del lote. Entonces, entre 1 y el número máximo de unidades en el lote se seleccionan aleatoriamente n números. Esta sucesión de números aleatorios determina cuáles artículos del lote constituyen la muestra. Si los productos están seriados o tienen un código de números, éstos pueden ser utilizados para desarrollar el muestreo aleatorio. Otra opción es usar un número aleatorio de tres dígitos. Por ejemplo, el número 482 puede ser la representación de la unidad localizada sobre un cuarto nivel, octava fila y segunda columna.

En circunstancias donde no se puede asignar un número a cada unidad, es posible emplear alguno de los otros métodos de muestreo (véase Gutiérrez, 1997) que aseguren que el muestreo es aleatorio o representativo. Por ejemplo el inspector podría estratificar el lote, dividiéndolo en estratos o capas y cada estrato en cubos, como se muestra en la figura 12.2. Las unidades son tomadas dentro de cada cubo. Entre más formal sea esta división o estratificación, mayor representatividad tendrá la muestra. Si por alguna razón esta división no es posible, entonces dentro de los males, el menor es que la estratificación se realice de manera imaginaria por el inspector, con lo que no necesariamente se obtendrán muestras aleatorias, pero al menos se tiene la seguridad de que las unidades son tomadas desde diferentes zonas del lote.

Si se utilizan métodos arbitrarios para seleccionar una muestra, las bases teóricas del muestreo de aceptación no se cumplen y por tanto las decisiones sobre el lote no tendrán un respaldo estadístico.

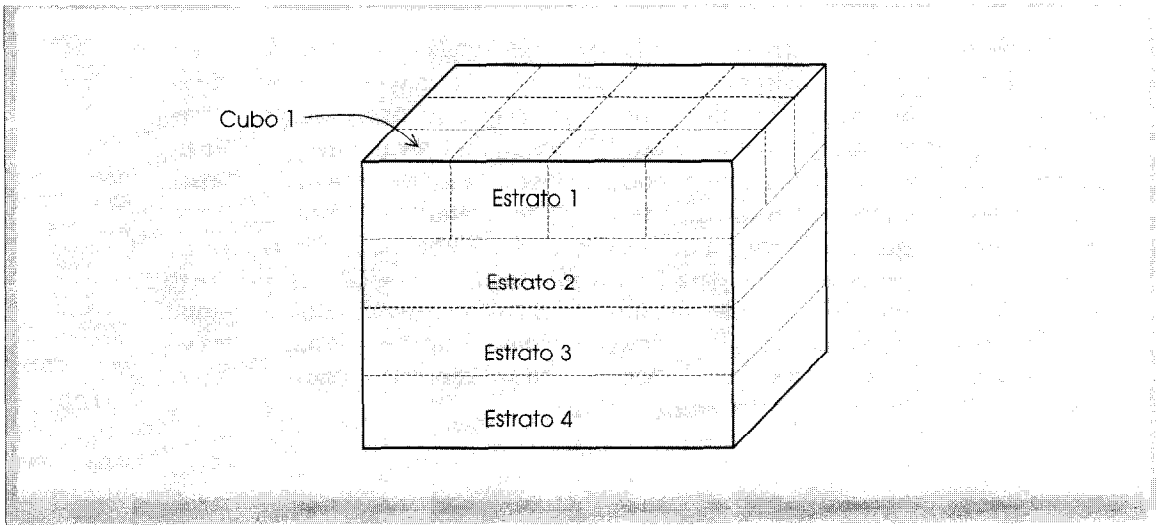


Figura 12.2 *División de un lote para muestreo.*

ASPECTOS ESTADÍSTICOS: VARIABILIDAD Y CURVA CARACTERÍSTICA DE OPERACIÓN

Suponga que se tiene gran cantidad de productos y se sabe que el índice de producto defectuoso es de 6%. Si tomamos una muestra de tamaño 100 con muy buena representatividad, entonces por lógica se esperaría que en cada muestra encontremos exactamente 6 productos defectivos. Sin embargo, la misma experiencia ha demostrado que se puede encontrar más o menos que 6 defectivos, la razón es que los artículos extraídos en cada muestra depende del azar, por lo que la cantidad de artículos defectuosos es variable y es "difícil" que en la muestra vengan exactamente 6 defectuosos. Siempre que el azar está de por medio, los resultados son variables y el objetivo de la probabilidad y la estadística es modelar (predecir) tal variabilidad, para que así el "azar" no sea capricho. Así en el caso particular que hemos planteado, quizá sea razonable pensar que la mayoría de las veces que repitamos el proceso de extraer una muestra de 100 artículos, la cantidad de piezas defectivas encontradas varíe alrededor de 6. Pero la pregunta es ¿qué tan cercano a 6? La respuesta la da la distribución de probabilidades binomial (véase capítulo 3), que es la distribución que modela las más de las veces este tipo de situaciones que hemos planteado antes. Se puede encontrar la probabilidad de obtener cierta cantidad, x, de productos defectuosos en cada muestra de tamaño 100, sabiendo que la población o lote de donde se extrae la muestra de manera aleatoria tiene cierto porcentaje de productos defectuosos aleatoriamente mezclados en el lote. A continuación se muestran estas probabilidades:

Aplicación de la distribución binomial (100, 0.06).

Cantidad de defectusos en la muestra (x)	Probabilidad de extraer tal cantidad	Porcentaje de muestras en las que se esperaría ver tal cantidad de defectos
0	0.002	0.2
1	0.013	1.3
2	0.041	4.1
3	0.086	8.6
4	0.134	13.4
5	0.164	16.4
6	0.166	16.6
7	0.142	14.2
8	0.105	10.5
9	0.069	6.9
10	0.040	4.0
11	0.021	2.1
12	0.010	1.0

Existen muchos sistemas computacionales para calcular lo anterior. Por ejemplo, en Excel las probabilidades de la tabla anterior se calculan con la función *DISTR.BINOM* $(x, n, p, 0)$. Donde x es la cantidad de defectuosos, n es el tamaño de muestra ($n = 100$, en el ejemplo), p es la proporción de artículos defectuosos en el lote o población ($p = 0.06$ en el ejemplo), y 0 es un valor lógico.

De esta manera, a partir de la tabla se observa que si en la situación descrita se siguen extrayendo muestras de tamaño 100 y en la producción se mantiene 6% de artículos defectuosos, entonces se espera que sólo en 16.6% de las muestras se observen exactamente 6 artículos defectuosos. Lo anterior debe tomarse en cuenta siempre que se haga inspección por muestras: lo que se observa de una muestra no es idéntico a lo que hay en la población o lote, ya que lo que se observa de una muestra a otra tiene cierta variabilidad. Por tanto, para tomar cualquier decisión sobre la población, lo primero que se debe hacer es conocer tal variabilidad. Así, forzosamente se tiene que aplicar algún modelo probabilístico. En muestreo de aceptación tal modelo probabilístico es la curva característica de operación.

Curva característica de operación (CO)

Suponga que en una fábrica se aplica a lotes de tamaño grande[1] el plan de muestreo simple por atributos definido por

$$n = 60, c = 1$$

a los lotes de cierto artículo antes de embarcarlos y enviarlos al cliente. De esta manera, de un lote de más de 600 piezas, se extrae una muestra aleatoria de $n = 60$, y si al inspeccionar estas unidades se encuentra cero o a lo más una defectuosa, entonces el lote es aceptado (embarcado y enviado al cliente). Pero si se encuentran dos artículos o más que son defectuosos, entonces el lote es rechazado (retenido para una inspección al 100%).

Bajo estas condiciones surgen algunas interrogantes: qué tipo de calidad garantiza este plan y cuál es el nivel de calidad que no tolera; o de una manera más técnica: si un lote tiene cierta proporción de artículos defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de que el lote sea aceptado? La respuesta a estas preguntas se obtiene a partir de la curva característica de operación (curva CO) para el citado plan.

Curva CO

Mide el desempeño de un plan de muestreo al mostrar la probabilidad que se tiene de aceptar lotes con niveles de calidad dados.

La *curva CO* de un plan proporciona una caracterización del potencial desempeño del mismo, ya que con ésta se puede saber la probabilidad de aceptar o rechazar un lote que tiene determinada calidad. Por ejemplo, con la curva CO del plan $n = 60$, $c = 1$ y tamaño de lote grande, se puede saber cuál es la probabilidad de aceptar un lote que tenga 2% de sus artículos defectuosos. Además, como de un lote que se somete a inspección por muestreo se desconoce su proporción, p, de artículos defectuosos, entonces la curva CO tiene que proporcionar la probabilidad de aceptar lotes con cualquier valor de p. En la figura 12.3 se muestra la curva CO para el plan $n = 60$, $c = 1$.

[1] Es usual considerar que un lote es grande respecto al tamaño de muestra, cuando la muestra es menos de 10% del lote, es decir, cuando $10n < N$.

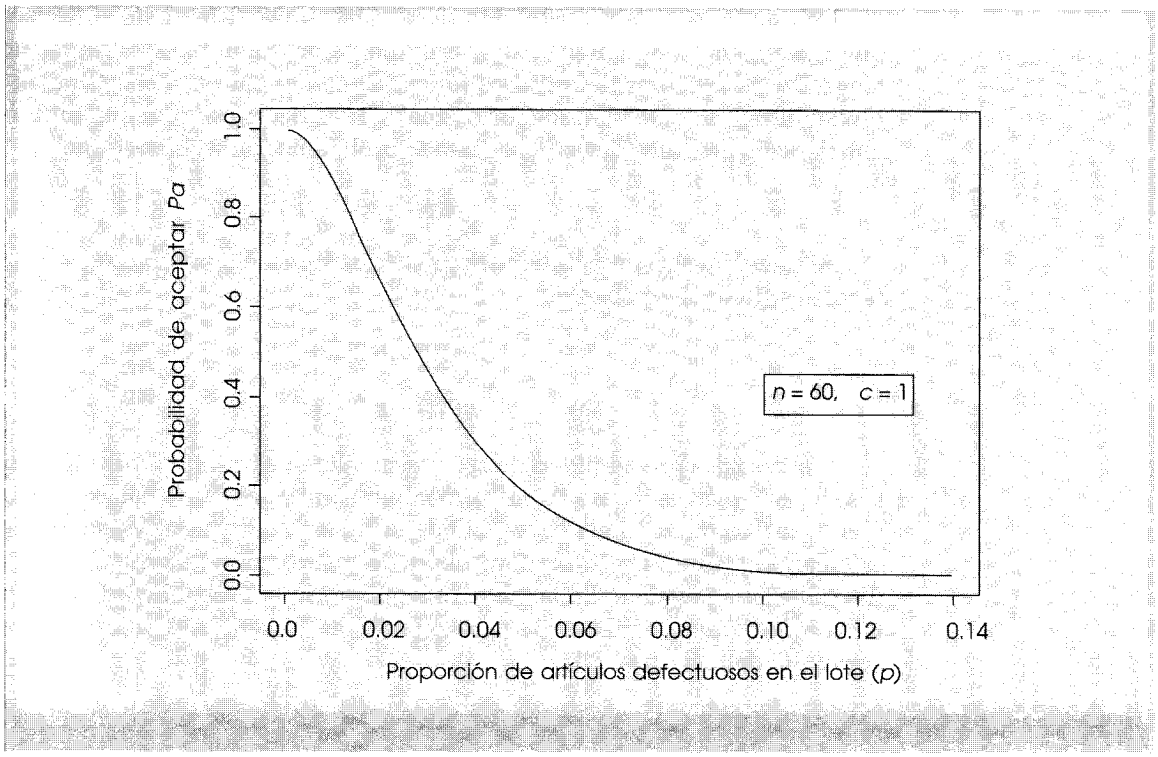


Figura 12.3 *Curva CO para el plan de muestreo* n = *60,* c = *1 y tamaño de lote grande.*

Obtener los puntos sobre la curva CO es relativamente fácil. Supóngase que el lote proviene de un flujo continuo de productos que puede ser considerado infinito o que el lote tiene un tamaño N que es grande respecto al tamaño de muestra. Bajo esta condición, la distribución del número de artículos defectuosos, x, en la muestra aleatoria de tamaño, n, es binomial con parámetros n y p (véase capítulo 3); donde p es la proporción de artículos defectuosos en el lote. La probabilidad de observar exactamente x defectuosos en la muestra está dada por la ecuación

$$p(x; n, p) = \binom{n}{p} p^x (1-p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \ldots, n$$

donde $\binom{n}{x} = \dfrac{n!}{x!(n-x)!}$ es el número de combinaciones de n elementos tomados de x en x, ! es el símbolo factorial ($5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$, por ejemplo). A p se le desconoce la mayoría de las veces.

De esta manera la probabilidad de aceptación es justamente la probabilidad de que x sea menor o igual que c. Por ejemplo, la probabilidad de aceptar un lote que tenga 2% de artículos defectuosos ($p = 0.02$) con el plan $n = 60$, $c = 1$, es igual a la probabilidad de que x sea menor o igual a 1; es decir, es igual a la probabilidad de obtener cero artículos defectuosos más la probabilidad de obtener uno:

$$P(0) + P(1).$$

Al calcular estas probabilidades con la distribución binomial con $n = 60$ y $p = 0.02$ (véase capítulo 3), se obtiene

$$P(0) = 0.2976$$

$$P(1) = 0.3633$$

Por lo que la probabilidad de aceptar un lote que tenga 2% de artículos defectuosos con este plan es igual a 0.6619. Probabilidad que se podría haber apreciado más o menos directamente de la curva CO de la figura 12.3, ya que esta curva se obtiene calculando $P(0) + P(1)$ con la fórmula de la distribución binomial, con $n = 60$, para diferentes valores de p. En la tabla 12.1 se aprecia la probabilidad de aceptación de lotes con diferentes valores de p; y con base en la tabla 12.1 se puede bosquejar la curva CO de la figura 12.3.

Tabla 12.1 Probabilidad de aceptación del plan $n = 60$, $c = 1$, para diferentes valores de p y suponiendo tamaño de lote grande.

0.001	0.9982
0.005	0.9634
0.010	0.8787
0.015	0.7727
0.020	0.6619
0.030	0.4592
0.040	0.3022
0.050	0.1915
0.060	0.1179
0.070	0.0709
0.080	0.0417
0.100	0.0137
0.150	0.0006

Así, la curva CO de la figura 12.3 muestra el poder de discriminación del plan de muestreo $n = 60$, $c = 1$. Por ejemplo, si los lotes tienen 5% de artículos defectuosos ($p = 0.05$), entonces la probabilidad de aceptarlos es aproximadamente 0.19. Esto significa que si 100 lotes con 5% de defectuosos, son sometidos a este plan de muestreo, entonces se esperaría aceptar a 19 y rechazar a 81.

En general, para obtener una curva CO para un plan con tamaño de muestra n y número de aceptación c, se calcula la probabilidad de aceptación, Pa, para diferentes valores de la proporción de defectuosos, p; es decir, se calcula

$$Pa = P(0) + P(1) + ... + P(c); \text{ para diferentes valores de } p.$$

Curva CO ideal

Si se quieren rechazar los lotes que tengan una proporción de artículos defectuosos mayor que 1% por ejemplo, y aceptar los que tengan 1% de defectuosos o menos. La *curva CO ideal* para esta situación se muestra en la figura 12.4, en la que si el nivel de calidad es 1% de defectivo o menos, se está satisfecho con tal calidad y por tanto se acepta con probabilidad 1. Mientras que si la proporción de defectivos es mayor que 1%, no se está satisfecho con esa calidad por lo que se desea aceptarla con probabilidad cero (es decir, rechazarla con probabilidad 1). Sin embargo, no existe ningún plan de muestreo que tenga esta curva ideal y que por tanto sea capaz de hacer una discriminación perfecta entre lotes "buenos" y "malos". En teoría la curva CO ideal se puede alcanzar con inspección al 100%, siempre y cuando esta inspección estuviera libre de errores, lo que difícilmente ocurre.

Curva CO ideal

Aunque no existen planes con este tipo de CO, con esta se tendría una discriminación perfecta entre lotes buenos y malos.

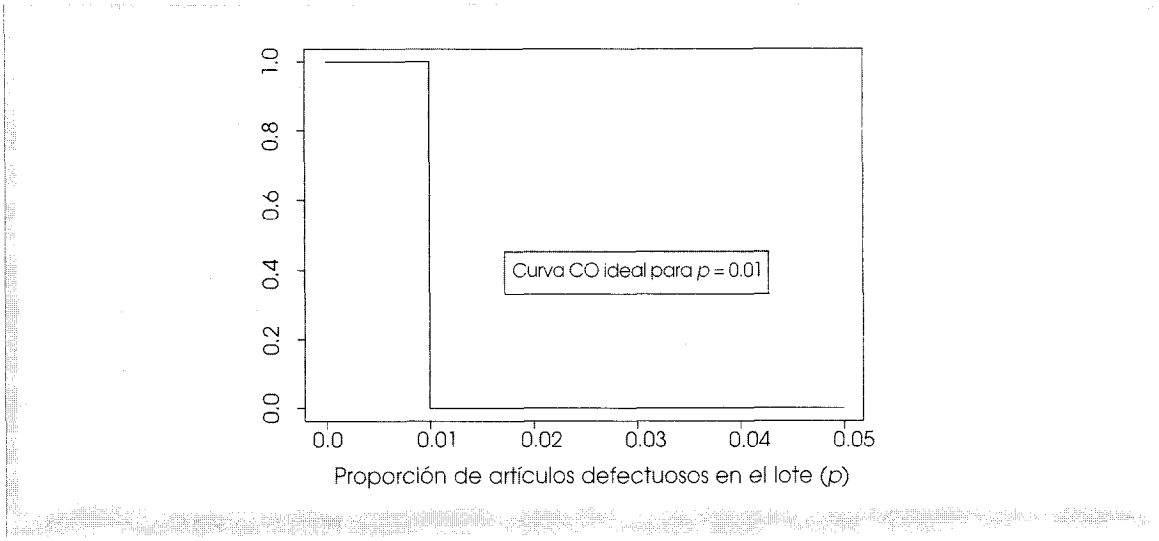


Figura 12.4 *Curva CO ideal para la calidad* p = *0.01 (1%).*

De acuerdo con lo anterior, lo más que se puede hacer en la práctica es diseñar planes de muestreo de aceptación que tengan alta probabilidad de aceptar lotes buenos, y una baja probabilidad de aceptar lotes malos. Por ejemplo, con el plan $n = 60$, $c = 1$ (véase tabla 12.1 y figura 12.3), se tiene una probabilidad de 0.879 de aceptar lotes con proporción de defectuosos de 1%, y para porcentajes menores a este 1% se tiene mayor probabilidad de aceptación; pero lotes con 4% de defectivo todavía tienen probabilidad de aceptarse de 0.30. Por lo que si se quiere un plan más estricto que no permita pasar tan fácilmente lotes de ese tipo, entonces será necesario diseñar un plan con un tamaño de mayor muestra, como lo veremos enseguida.

Propiedades de las curvas CO

1. *No existe un plan de muestreo que tenga una curva CO ideal*, que pueda distinguir perfectamente los lotes buenos de los malos. De esta manera, todo plan de muestreo tiene riesgos de rechazar la buena calidad y aceptar la mala. Lo que sí existe son planes que tienen mayor probabilidad de aceptar la buena calidad y menor probabilidad de aceptar la mala.
2. *Al aumentar el tamaño de muestra con el número de aceptación*, se obtienen planes cuya curva CO se acerca más a la ideal, es decir, que tienen mayor potencia en distinguir la buena calidad de la mala. Esta propiedad queda en evidencia en la figura 12.5, en la que se muestran las curvas CO de tres planes de muestreo, nótese que entre mayor es n más rápido cae la curva, no obstante que el número de aceptación c se mantiene proporcional al tamaño de muestra. Entre más rápido caiga la curva, menos probabilidad se tiene de aceptar lotes de mala calidad. Por ejemplo, suponga que un lote con 4% de defectivo se considera como de mala calidad, entonces con las tres curvas de la figura 12.5 se tiene que:

   Plan $n = 60$, $c = 1$; probabilidad de aceptarlo 0.302
   Plan $n = 120$, $c = 2$; probabilidad de aceptarlo 0.137
   Plan $n = 240$, $c = 4$; probabilidad de aceptarlo 0.035

   De esta manera, el último plan sólo dejará pasar 3.5% de los lotes con 4% de defectivo.
3. *El criterio de tamaño de muestra igual a un porcentaje del tamaño de lote es un mal criterio.* Es frecuente encontrar casos en los que el tamaño de muestra se tome igual a cierto porcentaje del tamaño del lote y el número de aceptación $c = 0$. Si este porcentaje es de 10%, por ejemplo, y se tienen lotes de tamaño, N, igual a 300, 500 y 800, entonces al aplicar este criterio se obtiene que los planes de muestreo de aceptación para estos lotes son:

   $N = 300$ $n = 30$ $c = 0$
   $N = 500$ $n = 50$ $c = 0$
   $N = 800$ $n = 80$ $c = 0$

   En la figura 12.6 se muestran las curvas CO para estos tres planes. De donde se puede ver que estos tres planes, obtenidos con el mismo criterio (no estadístico),

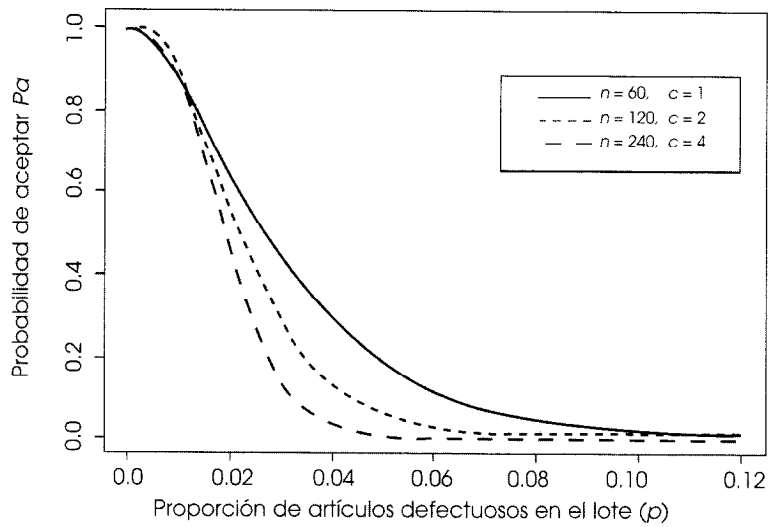


Figura 12.5 *Cuando* n *crece y* c *lo hace de manera proporcional, aumenta el poder de discriminación de un plan.*

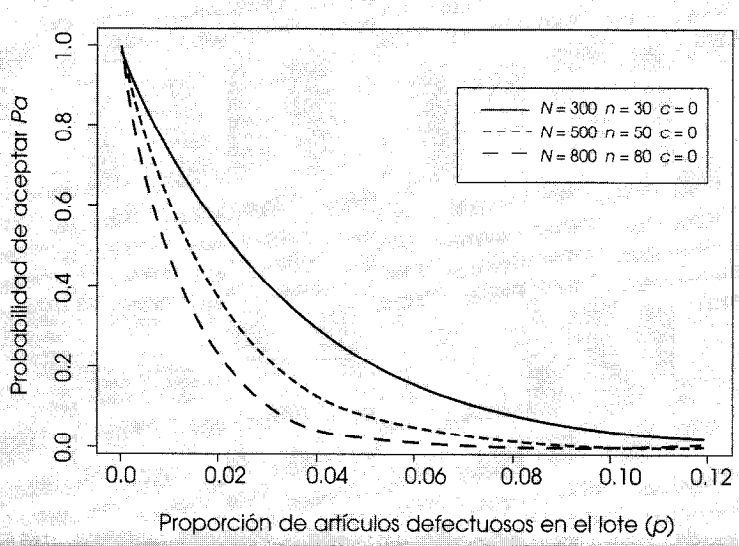


Figura 12.6 *Curvas CO para tamaño de muestra igual al 10% del lote y* c = 0.

proporcionan distintos niveles de protección para un mismo nivel de calidad en los lotes. Por ejemplo, si los lotes tienen una proporción de defectivo de 0.05 (5%), entonces la probabilidad de aceptarlo, *Pa*, en cada caso es el siguiente:

$$N = 300, \quad Pa = 0.214; \quad N = 500, \quad Pa = 0.0769; \quad N = 800, Pa = 0.0165$$

Así, en el primer caso se aceptará 21.4% de los lotes, en el segundo 7.69% y en el último 1.65%. Por lo anterior, obtener el tamaño de muestra con tal criterio de porcentaje es inadecuado.

4. *Al disminuir el número de aceptación la curva CO cae más rápido* y con ello los planes se vuelven más estrictos. Esto se puede apreciar en las curvas CO para los planes $n = 80$ $c = 0$, $n = 80$ $c = 1$, y $n = 80$ $c = 2$, que se muestran en la figura 12.7.
5. *Los planes con* c = *0 no siempre son los más apropiados.* En la figura 12.6 también se pueden apreciar curvas CO para varios planes con número de aceptación $c = 0$, y si las comparamos con las curvas CO de la figura 12.5, vemos que las de $c = 0$ son cóncavas hacia arriba; lo que causa que la probabilidad de aceptar disminuya más rápido aun para valores pequeños de la proporción de defectivo en el lote. Esto hace que sean planes extremadamente exigentes para el proveedor y en algunas circunstancias costosos para el cliente. Por ejemplo, si el nivel aceptable de calidad es 1%, quiere decir que se aceptan con gusto los lotes que tengan una proporción de defectivo de 1% o menos; bajo estas condiciones si optamos por aplicar el plan $n = 120$ $c = 2$ (figura 12.5), entonces la probabilidad de aceptar los lotes con 1% de

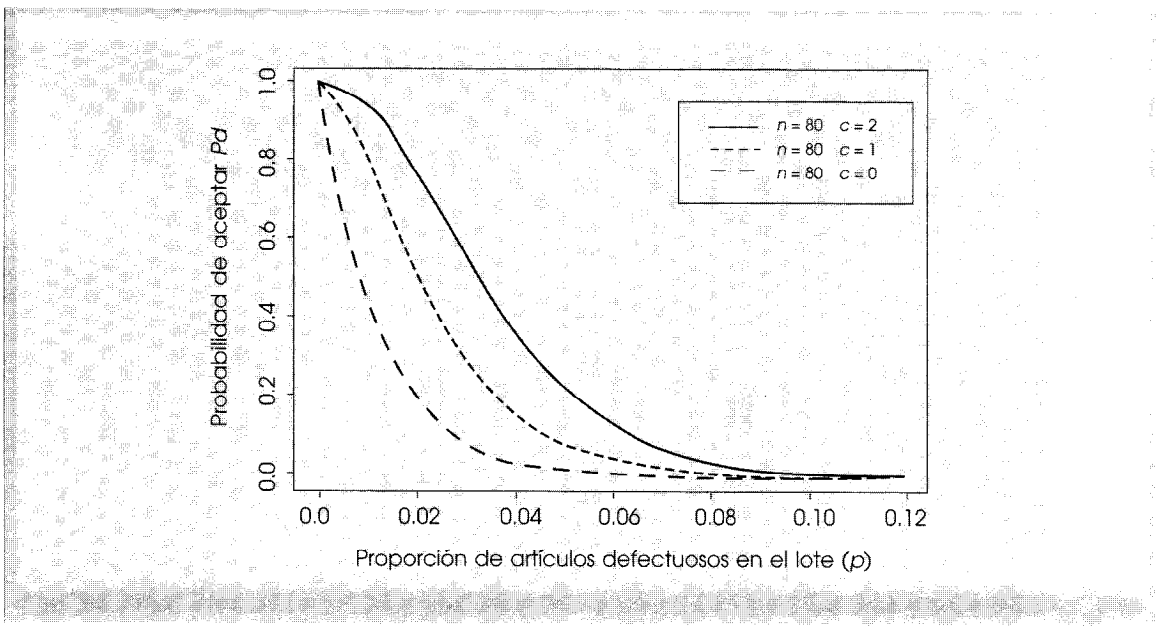


Figura 12.7 *El efecto de disminuir* c *en los planes de muestreo por atributos.*

defectivo es 0.88. Pero si se aplica el plan $n = 30$ $c = 0$, la probabilidad de aceptarlos es menor ($Pa = 0.74$); lo que llevaría a rechazar 26% de los lotes que tengan un nivel de calidad aceptable. De esta manera, diseñar planes con $c = 0$, que intuitivamente se pensaría que funcionan mejor, no siempre es recomendable.

6. *La influencia del tamaño de lote en diseñar planes adecuados de muestreo, es menor de lo que comúnmente se cree. Curvas CO tipo A y tipo B.* Para obtener todas las curvas CO que hemos visto hasta aquí, se ha supuesto que las muestras se extraen de un lote grande o que el lote proviene de un flujo continuo de productos. A este tipo de curvas se les conocen como *curvas CO tipo B*; y la distribución apropiada para calcular las probabilidades de aceptación es la binomial.

Curvas CO tipo B

Este caso se tiene cuando las muestras se extraen de un lote grande o de un flujo continuo de artículos. Se basa en la distribución binomial.

La *curva CO de tipo A* se utiliza en el cálculo de las probabilidades de aceptación para un lote aislado y de tamaño finito. En este caso, si el tamaño del lote es N, el de la muestra es n y el número de aceptación es c, entonces la distribución exacta del número de artículos defectuosos en la muestra es la distribución hipergeométrica (véase capítulo 3).

Curvas CO tipo A

Proporciona las probabilidades de aceptación para lotes de tamaño finito o pequeño. Utiliza la distribución hipergeométrica.

En la figura 12.8 se muestran las curvas CO exactas tipo A para los planes de muestreo simple: tamaño de lote $N = 200$, $n = 80$ $c = 1$; $N = 800$, $n = 80$ $c = 1$; y la curva tipo B para tamaño de lote muy grande (infinito), $N = \text{Inf.}$, $n = 80$ $c = 1$. De ahí se puede ver que la discrepancia entre las tres curvas es relativamente poca, por ejemplo para $p = 0.04$, se tienen las siguientes probabilidades de aceptación, Pa: 0.1016, 0.1508 y 0.1653, respectivamente.

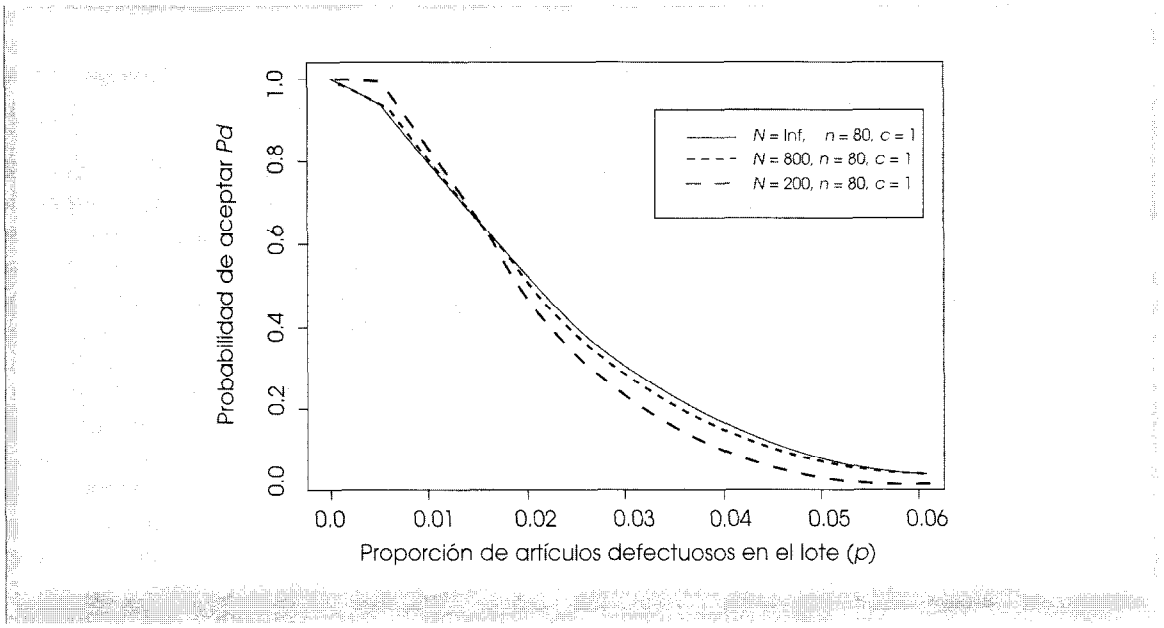


Figura 12.8 *Curvas CO para el plan n = 80 y c = 1, pero con tamaño de lote diferente.*

En particular, si el tamaño de lote es 10 veces mayor que el tamaño de muestra, la diferencia entre las curvas tipo A y tipo B es considerablemente pequeña. De aquí que en estos casos el tamaño de lote influye poco en la probabilidad de aceptar el lote. Cuando el tamaño de lote no es 10 veces mayor que el tamaño de muestra, como en el caso del plan $N = 200$, $n = 80$, $c = 1$, entonces la probabilidad de aceptar el lote se ve más afectada por el tamaño de lote, pero generalmente es menor de lo que la intuición de las personas supone, como se puede ver en la figura 12.8.

ÍNDICES DE CALIDAD PARA LOS PLANES DE MUESTREO DE ACEPTACIÓN

En una relación cliente-proveedor en la que hay un plan de muestreo de aceptación de por medio, hay dos intereses: por un lado, el proveedor quiere que todos los lotes que cumplen con un nivel de calidad aceptable sean aceptados, y por el otro, el cliente desea que todos los lotes que no tienen un nivel de calidad aceptable sean rechazados. Desafortunadamente ambos intereses no pueden ser satisfechos de manera simultánea por un plan de muestreo de aceptación y explicamos la razón de ello cuando vimos la curva CO ideal. Ante esta situación lo que se hace para atender parcialmente ambos intereses es diseñar planes de muestreo de aceptación que tengan alta probabilidad de aceptar lotes buenos, y una baja probabilidad de aceptar lotes malos. El punto de partida para diseñar planes de muestreo que logren lo anterior es definir índices de calidad para los planes de muestreo que establezcan, en una relación cliente-proveedor específica, lo que se considerará como calidad aceptable, intermedia y no aceptable; con sus correspondientes probabilidades de aceptación.

Nivel de calidad aceptable

Es el porcentaje máximo de defectuosos que el consumidor considera aceptable.

Riesgo del productor

Es la probabilidad de rechazar lotes con un nivel de calidad aceptable.

Nivel de calidad límite

Es la proporción de defectuosos en un lote que el consumidor quiere rechazar con alta probabilidad.

En este sentido, los principales índices de calidad con los que se diseñan y/o caracterizan los planes de muestreo, son los siguientes.

Nivel de calidad aceptable, NCA o AQL (*aceptancing quality level*). El NCA se define como el porcentaje máximo de unidades que no cumplen con la calidad especificada, que para propósitos de inspección por muestreo se puede considerar como satisfactorio o aceptable como un promedio para el proceso. El NCA también se le conoce como *nivel de calidad del productor* y se expresa en porcentaje de unidades que no cumplen con la calidad especificada. Al ser el NCA el nivel de calidad que se considera satisfactorio, entonces la probabilidad de aceptar un lote que tenga esa calidad debe ser alta (0.90, 0.95) (ver figura 12.9). A la probabilidad de aceptar los lotes que tengan un nivel de calidad aceptable (NCA), se le designa con $1 - \alpha$, donde α es por lo general un número pequeño (0.05, 0.10). Nótese que la probabilidad de aceptar lotes de calidad aceptable no es igual a 1 y por tanto hay un riesgo de no aceptar este tipo de lotes. A este riesgo que tiene probabilidad igual a α se le conoce como *riesgo del productor*.

Debido a este riesgo, el NCA debe ser un nivel de calidad de referencia para el proceso de producción del productor y de ninguna manera un valor objetivo. Más aún, el productor debe trabajar para que su proceso opere con un nivel mejor que el NCA.

Nivel de calidad límite, NCL o LQL (*limiting quality level*). Es el nivel de calidad que se considera como no satisfactorio y que los lotes que tengan este tipo de calidad deben

ser rechazados casi siempre. El NCL en algunos planes específicos (por ejemplo los "Planes de muestreo Dodge-Roming" que están más adelante) se conoce como *porcentaje defectivo tolerado del lote*, PDTL o LTPD (*lot tolerance percent defective*). Al ser el NCL un nivel de calidad no satisfactorio, entonces la probabilidad de aceptarlo debe ser muy baja (generalmente de 0.05, 0.10); es usual que a esta probabilidad se le designe con la letra β (véase figura 12.9). Nótese que la probabilidad de aceptar lotes de calidad no satisfactoria (NCL) no es cero y por tanto hay un riesgo de no rechazar este tipo de lotes. A este riesgo que tiene probabilidad igual a β se le conoce como *riesgo del consumidor*.

Porcentaje defectivo tolerado del lote

Nombre alternativo del nivel de calidad límite.

Riesgo del consumidor

Es la probabilidad de aceptar lotes de calidad no satisfactoria.

EJEMPLO 12.1

Suponga que un cliente plantea la necesidad de que su proveedor le envíe sólo aquellos lotes que tengan un buen nivel de calidad. Para ello se decide establecer un plan simple de muestreo de aceptación. El tamaño de los lotes es grande y se establece que el porcentaje de unidades defectuosas que se considera aceptable o satisfactorio es del 0.4%, NCA = 0.4%, y se acuerda que este tipo de calidad adecuada tendrá probabilidad de aceptarse del 0.95, y por tanto un riesgo de no aceptarse de 0.05. El riesgo del productor es $\alpha = 0.05$, ya que los lotes del productor que tengan 0.4% de defectuosos, a pesar de tener una calidad aceptable, tienen probabilidad de no aceptarse de 0.05.

También se acuerda que el nivel de calidad que se considerará como no aceptable o insatisfactorio es de 2.55%, NCL = 2.55%. Por ello los lotes que tengan este porcentaje de unidades defectuosas tendrán baja probabilidad de aceptarse (0.10); de esta manera el cliente (consumidor) está asumiendo un riesgo de $\beta = 0.10$ de aceptar lotes de calidad pobre (2.55% de defectuosos).

Bajo las condiciones anteriores, un plan de muestreo que cumple moderadamente bien los acuerdos del cliente y el proveedor es $n = 205$ $c = 2$ (véase ejemplo 12.2 de la siguiente sección), cuya curva CO se muestra en la figura 12.9. Es importante entender bien el funcionamiento de este plan: garantiza que los lotes que tengan un porcentaje de unidades defectuosas menor o igual a 0.4% se aceptarán con facilidad. A medida que este porcentaje vaya siendo mayor, cada vez será más difícil (menos probable) que los lotes correspondientes sean aceptados. En particular si un lote tiene un porcentaje del 2.55%, entonces tendrá probabilidad de ser aceptado de 0.10.

En consecuencia, este plan no garantiza que los lotes con un porcentaje de defectuosos mayor a 0.4% sean rechazados siempre.

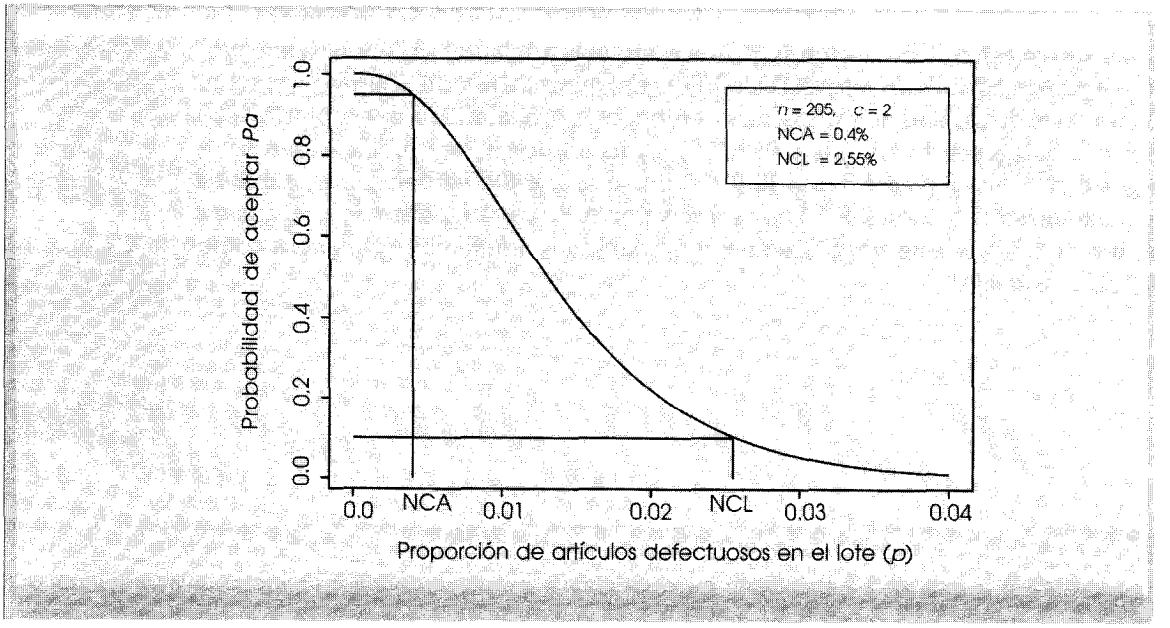


Figura 12.9 *Curva CO con* NCA = *0.4%,* $\alpha = 0.05$, NCL = 2.55% y $\beta = 0.10$.

Calidad promedio de salida

Es el nivel promedio de calidad que se alcanza al aplicar el plan de muestreo, suponiendo que los lotes rechazados son inspeccionados al 100% y las unidades defectuosas encontradas se reemplazan por artículos buenos.

Calidad promedio de salida, CPS o AOQ (*average outgoing quality*). Es la calidad promedio que se alcanza después de aplicar el proceso de inspección. Este concepto es otra forma de medir el efecto de un plan de muestreo sobre la calidad que se tendrá después de aplicar el plan.

Cuando un programa de muestreo de aceptación aplica muestreo 100% a los lotes rechazados, entonces la calidad de salida de esos lotes es perfecta (si no hay error de inspección), ya que todas las unidades defectuosas de esos lotes son sustituidas por artículos buenos. Mientras que en los lotes que son aceptados, su calidad de salida después de la inspección puede ser que mejore un poco, porque las unidades defectuosas encontradas en la muestra son reemplazadas por unidades buenas. De esta manera, independientemente de si el lote sea aceptado o rechazado, la calidad que llega al cliente tiende a ser mejor que la que tenían los lotes antes de ser inspeccionados.

Por lo anterior, una forma de caracterizar la bondad de un plan de muestreo de aceptación es calcular la calidad promedio de salida que genera. Este cálculo se hace de forma similar a como se obtiene la curva característica de operación, ya que para cada proporción de defectuosos que contiene el lote en la entrada se espera una proporción promedio de defectuosos de salida (CPS). Al graficar la proporción de entrada, p, contra la proporción promedio de defectuosos después de la inspección, CPS, se obtiene una curva para la calidad promedio de salida (*curva CPS*). En la figura 12.10 se muestra tal curva para el plan $n = 60$, $c = 1$.

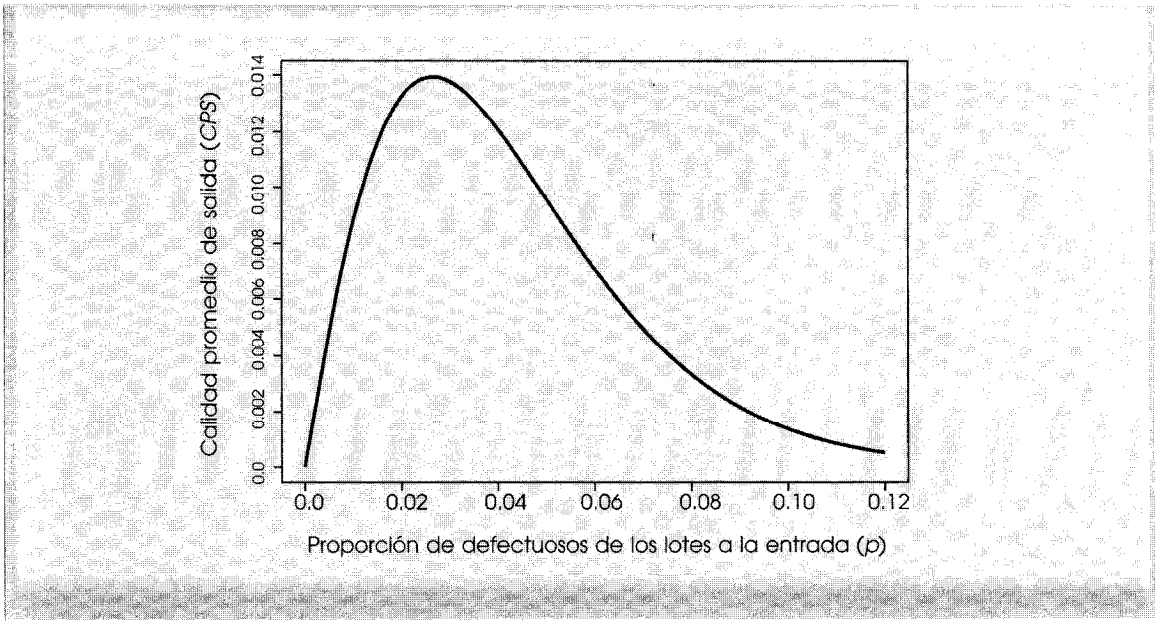


Figura 12.10 *Curva para la calidad promedio de salida, CPS, del plan* n = 60, c = 1.

La obtención de la curva CPS, cuando se tiene tamaño de lote grande, se hace calculando la proporción promedio de defectuosos de salida, CPS, con la siguiente fórmula:

$$CPS = p * Pa$$

Donde p es la proporción de defectuosos a la entrada del lote, y Pa la probabilidad de aceptación de tal lote que proporciona el plan de muestreo. De esta manera, si ya se tienen los cálculos para la curva CO, como en la tabla 12.1, entonces al multiplicar la columna p por la Pa se obtiene CPS para cada valor de p, como se aprecia en la tabla 12.2. A partir de esta tabla se puede ver que si los lotes entran con una proporción de defectuosos, de 0.04 (4%) por ejemplo, y se someten a inspección muchos lotes con esta calidad inicial, una parte será aceptada (aproximadamente 30.2%) y la otra rechazada (y por tanto inspeccionada al 100%); entonces después de aplicar el plan de muestreo una parte de estos lotes tendrán la proporción de defectuosos de cero y la otra parte su proporción será poco menor o igual a 0.04, y al promediar estas proporciones obtendremos un promedio de 0.01208 (1.2%).

Límite de la calidad promedio de salida

Es el valor máximo que alcanza la curva de calidad promedio de salida y representa la peor calidad promedio que resultaría del programa de inspección.

Límite de la calidad promedio de salida, LCPS o AOQL (*average outgoing quality limit*). Es el valor máximo de la curva CPS que vimos antes, y representa el peor promedio de calidad que puede obtenerse del programa de inspección. Por ejemplo, para el plan $n = 60$, $c = 1$, y examinando la figura 12.10 y la tabla 12.2, se puede ver que el LCPS es aproximadamente 0.014; esto es, no importa qué tan mala sea la proporción de defectuosos en los lotes que entran, la calidad promedio de salida nunca será peor que 1.4%

Tabla 12.2 Calidad promedio de salida, CPS, plan $n = 60$, $c = 1$.

Proporción de defectuosos, p	Probabilidad de aceptación, Pa	Proporción de salida, CPS = $p * Pa$
0	1	0.00000
0.001	0.9982	0.00099
0.005	0.9634	0.00481
0.010	0.8787	0.00878
0.015	0.7727	0.01159
0.020	0.6619	0.01323
0.030	0.4592	0.01377
0.040	0.3022	0.01208
0.050	0.1915	0.00957
0.060	0.1179	0.00707
0.080	0.0417	0.00333
0.100	0.0137	0.00137

de defectuosos en promedio. Desde luego que esto no significa que el plan no acepte lotes con calidad peor a 1.4%, más bien se está hablando de un límite promedio que es válido después de aplicar el plan de referencia a muchos lotes de un flujo continuo de producción.

Algunos planes de muestreo obtienen el tamaño de muestra a partir del LCPS deseado. Por ejemplo los de Dodge-Roming que veremos más adelante.

Inspección total promedio

Es el número promedio de artículos que se inspeccionan por lote, tomando en cuenta los que se aceptan (n) y los que se rechazan (N).

Inspección total promedio, ITP o ATI (*average total inspection*). Otro aspecto importante para evaluar un plan de muestreo de inspección es la cantidad total de inspección que requiere. Una vez aceptados los lotes, la cantidad de inspección es una muestra de tamaño n. Por el contrario, los lotes que son rechazados son sometidos al 100% de inspección y la cantidad de inspección por lote será de tamaño N. De esta manera, la cantidad promedio de inspección por lote varía entre el tamaño de muestra n y el tamaño del lote N. Si el lote es de calidad p y la probabilidad de aceptación del lote es Pa, entonces la inspección total promedio por lote es:

$$ITP = n + (1 - Pa)(N - n)$$

Por ejemplo, si se tiene un tamaño de lote de $N = 5\,000$, y se aplica el plan $n = 60$, $c = 1$, entonces para los lotes con una proporción de defectuosos de 0.04, se tiene que la $Pa = 0.3022$ (tabla 12.2), y por tanto

$$ITP = 60 + (1 - 0.3022)(5\,000 - 60) = 3\,507.13$$

Que es un número promedio de unidades inspeccionadas sobre muchos lotes que tienen una proporción de defectuosos de $p = 0.04$. Para cada proporción de defectuosos, p, en el lote de entrada se puede calcular ITP, y de esa forma al aplicar la fórmula

anterior se puede trazar una curva para la ITP, bastaría para ello saber el tamaño de lote y agregar la columna ITP en la tabla 12.2.

DISEÑO DE UN PLAN DE MUESTREO SIMPLE CON NCA Y NCL ESPECÍFICOS (MÉTODO DE CAMERON)

Método de cameron

Procedimiento para diseñar planes de muestreo simple que satisface un NCA y NCL dados.

Este método permite normar una relación cliente-proveedor mediante un plan de muestreo de aceptación simple, y para ello se requiere:

- El nivel de calidad que se considera aceptable (NCA o AQL), con su correspondiente probabilidad de aceptación (1- α).
- El nivel de calidad límite que se considerará como no aceptable o insatisfactoria (NCL, LQL o LTPD), y su correspondiente probabilidad o riesgo de aceptarse, β.

Bajo estas condiciones es necesario encontrar el tamaño de muestra, n, y el número de aceptación, c, para el plan de muestreo que cumpla los dos acuerdos o exigencias anteriores. Existen varios procedimientos para lograr lo anterior (véase Shilling, 1987), todos con resultados similares; aquí veremos el método de Cameron que se basa en la distribución *Poisson* y que da una buena aproximación al muestreo binomial. A continuación describimos paso a paso la forma de usar tal método.

1. Especificar los valores porcentuales deseados para NCA y NCL, con su correspondiente probabilidad de aceptarse, 1 - α, y β, respectivamente.
2. Convertir los porcentajes anteriores a números decimales, sea p_1 = NCA/100 y p_2 = NCL/100.
3. Calcular la razón de operación, $R_c = p_2/p_1$.
4. De acuerdo con los valores de α y β especificados en el paso (1), buscar en la columna apropiada de la tabla 12.3 el valor de R más cercano a R_c. Si en la tabla hay dos números R aproximadamente igual de cercanos a R_c elegir el menor.
5. Ubicado el valor R en la tabla 12.3, el número de aceptación, c, se encuentra en la columna correspondiente a c y en el mismo renglón que R.
6. En el mismo renglón donde se localizó a R, pero en la columna np_1, localizar el valor de np_1. El tamaño de muestra se encontrará al dividir ese valor entre p_1, es decir:

$$n = np_1/p_1$$

7. Para obtener otros puntos de la curva CO del plan generado, además de los que representan el NCA y el NCL, se usa la tabla 12.4. En ella se muestran probabilidades de aceptación. Para utilizar esta tabla ubicarse en el renglón correspondiente al número de aceptación, c, el p correspondiente a cada Pa se encuentra dividiendo Pa entre el tamaño de muestra, es decir,

$$p = Pa/n$$

Como lo vemos a continuación.

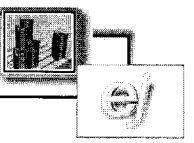
Tabla 12.3 Tabla de Cameron para diseñar planes de muestreo simple.

	Valores de λ para					Valores de λ para			
c	$\alpha = .05$ $\beta = .10$	$\alpha = .05$ $\beta = .05$	$\alpha = .05$ $\beta = .01$	np_1	c	$\alpha = .01$ $\beta = .10$	$\alpha = .01$ $\beta = .05$	$\alpha = .01$ $\beta = .01$	np_1
0	44.89	58.80	89.78	0.05	0	229.1	298.1	458.2	0.01
1	10.95	13.35	18.68	0.35	1	26.18	31.93	44.68	0.14
2	6.51	7.70	10.28	0.81	2	12.20	14.43	19.27	0.43
3	4.89	5.67	7.35	1.36	3	8.11	9.41	12.20	0.82
4	4.06	4.65	5.89	1.97	4	6.24	7.15	9.07	1.27
5	3.55	4.02	5.01	2.61	5	5.19	5.88	7.34	1.78
6	3.21	3.60	4.43	3.28	6	4.52	5.08	6.25	2.33
7	2.96	3.30	4.01	3.98	7	4.05	4.52	5.50	2.90
8	2.77	3.07	3.70	4.69	8	3.70	4.11	4.96	3.50
9	2.62	2.89	3.46	5.42	9	3.44	3.80	4.54	4.13
10	2.50	2.75	3.26	6.16	10	3.22	3.55	4.22	4.77
11	2.40	2.63	3.10	6.92	11	3.05	3.35	3.95	5.42
12	2.31	2.53	2.96	7.69	12	2.91	3.18	3.74	6.09
13	2.24	2.44	2.85	8.46	13	2.79	3.04	3.55	6.78
14	2.17	2.37	2.75	9.24	14	2.69	2.92	3.40	7.47
15	2.12	2.30	2.66	10.03	15	2.60	2.82	3.26	8.18
16	2.07	2.24	2.58	10.83	16	2.52	2.73	3.15	8.89
17	2.03	2.19	2.52	11.63	17	2.45	2.65	3.04	9.61
18	1.99	2.14	2.45	12.44	18	2.39	2.58	2.95	10.34
19	1.95	2.10	2.40	12.25	19	2.33	2.51	2.87	11.08
20	1.92	2.06	2.35	14.07	20	2.28	2.45	2.79	11.82
21	1.89	2.03	2.30	14.89	21	2.24	2.40	2.73	12.57
22	1.86	2.00	2.26	15.71	22	2.20	2.35	2.67	13.32
23	1.84	1.97	2.22	16.54	23	2.16	2.31	2.61	14.08
24	1.82	1.94	2.19	17.38	24	2.12	2.27	2.56	14.85
25	1.79	1.92	2.15	18.21	25	2.09	2.23	2.51	15.62

Tabla 12.4 Tabla de Cameron para determinar la *p* de la *CO* que corresponde a cada *Pa*.

c	Pa = .990	Pa = .975	Pa = .950	Pa = .900	Pa = .750	Pa = .500	Pa = .250	Pa = .100	Pa = .050	Pa = .025	Pa = .010	Pa = .005
0	.005	.025	.051	.105	.288	.693	1.38	2.30	2.99	3.68	4.60	5.29
1	.103	.242	.355	.532	.961	1.67	2.69	3.89	4.74	3.57	6.63	7.43
2	.338	.619	.818	1.10	1.72	2.67	3.92	5.32	6.29	7.22	8.40	9.27
3	.672	1.09	1.36	1.74	2.53	3.67	5.10	6.68	7.75	8.76	10.0	10.9
4	1.07	1.62	1.97	2.43	3.36	4.67	6.27	7.99	9.15	10.2	11.6	12.5
5	1.53	2.20	2.61	3.15	4.21	5.67	7.42	9.27	10.5	11.6	13.1	14.1
6	2.03	2.81	3.28	3.89	5.08	6.67	8.55	10.5	11.8	13.0	14.5	15.6
7	2.57	3.45	3.98	4.65	5.95	7.66	9.68	11.7	13.1	14.4	16.0	17.1
8	3.13	4.11	4.69	5.43	6.83	8.67	10.8	12.9	14.4	15.7	17.8	18.5
9	3.71	4.79	5.42	6.22	7.62	9.66	11.9	14.2	15.7	17.0	18.7	19.9
10	4.32	5.49	6.16	7.02	8.62	10.67	13.0	15.4	16.9	18.3	20.1	21.3
11	4.94	6.20	6.92	7.82	9.51	11.67	14.1	16.5	18.2	19.6	21.4	22.7
12	5.98	6.92	7.69	8.64	10.42	12.67	15.2	17.7	19.4	20.9	22.8	24.1
13	6.23	7.65	8.46	9.47	11.32	13.67	16.3	18.9	20.6	22.2	24.1	25.4
14	6.89	8.39	9.24	10.30	12.23	14.67	17.4	20.1	21.8	23.4	25.4	26.8
15	7.56	9.14	10.03	11.13	13.15	15.67	18.4	21.2	23.0	24.7	26.7	28.2
16	8.24	9.90	10.83	11.97	14.06	16.67	19.5	22.4	24.3	25.9	28.0	29.5
17	8.94	10.76	11.63	12.82	14.98	17.67	20.6	23.6	25.5	27.2	29.3	30.8
18	9.94	11.43	12.44	13.67	15.90	18.67	21.7	24.7	26.6	28.4	30.5	32.1
19	10.35	12.21	13.25	14.52	16.83	19.67	22.8	25.9	27.8	29.6	31.8	33.4
20	11.06	12.99	14.07	15.38	17.75	20.67	23.8	27.0	29.6	30.8	33.1	34.7
21	11.79	13.78	14.89	16.24	18.68	21.67	24.9	28.1	30.2	32.1	34.3	35.9
22	12.52	14.58	15.71	17.10	19.61	22.67	26.0	29.3	31.4	32.3	35.6	37.2
23	13.25	15.37	16.54	17.97	20.54	23.67	27.0	30.4	32.5	34.5	36.8	38.5
24	13.99	16.17	17.38	18.84	21.47	24.67	28.1	31.5	33.7	35.7	38.0	39.7
25	14.74	16.98	18.21	19.71	22.40	25.67	29.2	32.7	34.9	36.9	39.3	41.0

EJEMPLO 12.2



Aplicaremos los pasos anteriores a la situación expuesta en el ejemplo 12.1 de la sección anterior, de esta manera:

1. NCA = 0.4%, $\alpha = 0.05$, NCL = 2.5%, $\beta = 0.10$
2. $p_1 = 0.4/100 = 0.004$; $p_2 = 2.5/100 = 0.025$
3. $R_c = p_2/p_1 = 0.025/0.004 = 6.25$
4. En la columna $\alpha = 0.05$ y $\beta = 0.10$ de la tabla 12.3, el valor de R más cercano a 6.25 es 6.509.
5. A la izquierda de $R = 6.51$, en la columna c, se ve que $c = 2$.
6. En la columna np_1, se encuentra que $np_1 = 0.818$, así que

$$n = 0.818/0.004 = 204.5; n = 205$$

La curva CO para el plan $n = 205$ $c = 2$, se encuentra con el auxilio de la tabla 12.4. Tomando como referencia el renglón con $c = 2$, se obtienen las proporciones p para cada probabilidad de aceptación, Pa, de la manera siguiente:

Pa (probabilidad de acep.)	P (proporción)	Pa (probabilidad de acep.)	P (proporción)
0.995	0.338/205 = .0016	0.5	2.674/205 = .0130
		0.25	3.920/205 = .0191
0.975	0.619/205 = .0030	0.1	5.322/205 = .0260
0.95	0.818/205 = .0040	0.05	6.296/205 = .0307
0.9	1.102/205 = .0054	0.025	7.224/205 = .0352
0.75	1.727/205 = .0084	0.01	8.406/205 = .0410
		0.005	9.274/205 = .0452

Con estas parejas de valores (p, Pa) se bosqueja la gráfica de la curva CO para el plan $n = 205$, $c = 2$, que ya habíamos graficado en la figura 12.9. Con los datos anteriores se puede ver que cuando los lotes tengan una proporción de defectuosos de 0.0130 (1.3%), la probabilidad de aceptarlos será de 0.5. A este nivel de calidad que tiene probabilidad de aceptarse de 0.5 en un plan se le conoce como *nivel de calidad indiferente* (NCI).

Este método de obtención de un plan garantiza de manera exacta el NCA, mientras que el NCL sólo de manera aproximada (debido a que el tamaño de muestra es redondeado), como se puede ver a partir de los datos anteriores para la curva CO. Además, este método obtiene el plan suponiendo que el tamaño de lote es grande, por lo que si el tamaño de muestra es más de 10% del lote, entonces el plan obtenido será aproximado y será mejor obtener una curva tipo A usando la distribución hipergeométrica o bien alguno de los otros métodos que toman en cuenta el tamaño de lote, que veremos en las siguientes secciones.

MILITARY STANDARD 105D

MIL STD 105D

Estándar que provee planes de muestreo de aceptación por atributos basado en especificar un nivel de calidad aceptable.

Estos procedimientos para inspección por atributos fueron desarrollados durante la Segunda Guerra Mundial. Actualmente, el *MIL STD 105 D* es el sistema de muestreo de aceptación por atributos más usado en el mundo. La versión original de *MIL STD 105D* fue hecha en 1950. Desde entonces ha tenido tres revisiones; la última versión es de 1963. En 1973 fue adoptada por la Organización Internacional de Normalización, y le asignó el código ISO-2859.

El índice de calidad que usa de manera principal el MIL STD 105D es el nivel de calidad aceptable, NCA o AQL. Aunque la probabilidad de aceptar lotes con calidad NCA es siempre alta, no siempre es la misma para todos los planes que se obtienen con esta norma (esta probabilidad se encuentra entre 0.89 y 0.99). El estándar prevé 26 valores (porcentajes) diferentes para el NCA. Cuando el estándar se utiliza para encontrar planes respecto a un porcentaje de defectuosos, los NCA varían desde 0.010% a 10%. Para planes de defectos por unidad hay 10 NCA's adicionales que van de 15 hasta 1 000 defectos por cada 100 unidades. Aunque para niveles pequeños de NCA, se pueden utilizar los mismos planes para controlar tanto la proporción de defectuosos como el número de defectos por unidad.

Los NCA forman una progresión geométrica ($r = 1.585$), de manera que el siguiente NCA es aproximadamente 1.585 veces el anterior. Por lo general el NCA es especificado en el contrato o por la autoridad responsable del muestreo, de acuerdo con diferentes criterios, por ejemplo: al nivel de calidad que se considera como aceptable, a los antecedentes del productor y los niveles de calidad que tiene la rama industrial o comercial del productor. Pueden considerarse diferentes NCA para distintos tipos de defectos. Por ejemplo, el estándar distingue entre defectos críticos, defectos mayores y defectos menores. Es práctica común escoger un NCA = 1.00% para defectos mayores y NCA = 2.5% para defectos menores. Ningún defecto crítico debe ser aceptado, aunque a veces se usan NCA menores a 0.10%.

Inspección normal

Se implementa al iniciar el esquema de muestreo de acuerdo al MIL STD 105D.

Inspección severa

Se establece en un esquema MIL STD 105D cuando el proveedor ha tenido un mal desempeño en cuanto a la calidad convenida.

Inspección reducida

Se utiliza en un esquema MIL STD 105D cuando el proveedor ha tenido un buen comportamiento en cuanto a la calidad.

Niveles generales de inspección I, II y III

El MIL STD 105D permite modificar la cantidad de inspección sin afectar el riesgo del productor, pero cambiando el riesgo del consumidor.

Niveles especiales de inspección S1-S4

El MIL STD 105D se utiliza cuando se requieren muestras pequeñas y se pueden tolerar riesgos altos.

El estándar ofrece tres procedimientos de muestreo: muestreo simple, doble y múltiple. Para cada plan de muestreo se prevé, ya sea una inspección normal, severa o reducida. La *inspección normal* es usada al iniciar una actividad de inspección. La *inspección severa* se establece cuando el vendedor ha tenido un mal comportamiento en cuanto a la calidad convenida. Los requisitos para la aceptación de los lotes bajo una inspección severa, son más estrictos que en una inspección normal. La *inspección reducida* se aplica cuando el vendedor ha tenido un comportamiento bueno en cuanto a la calidad. El tamaño de muestra utilizado en una inspección reducida es menor que en una inspección normal, por lo que el costo de inspección es menor. Así, un convenio de muestreo de aceptación inicia con inspección normal. Si hay un buen comportamiento del proveedor, a éste se le premia con una inspección reducida. Por el contrario, si el proveedor tiene un mal comportamiento, se le castiga con una inspección severa, por lo que el aliciente del vendedor para mejorar su calidad es la inspección reducida. Un plan de muestreo inicia con el plan normal y el estándar proporciona reglas que señalan cuándo pasar a inspección severa o a inspección reducida.

El tamaño de muestra usado en MIL STD 105D se determina por el tamaño del lote (véase tabla 12.5), el nivel de inspección elegido y el NCA acordado. El estándar proporciona tres niveles generales de inspección: I, II, III. El nivel II es el usual. El nivel I requiere cerca de la mitad de inspección que el nivel II y podría ser usado cuando pocos productos son rechazados. El nivel III requiere de aproximadamente el doble de inspección que el nivel II, y podría ser usado cuando los lotes son de mala calidad y muchos productos son rechazados. La diferencia entre usar algunos de estos niveles se da en el tamaño de muestra y por tanto en la capacidad del plan para rechazar una calidad peor que el NCA, ya que la curva CO del nivel de inspección III cae más rápido que la de los otros dos.

El estándar proporciona adicionalmente cuatro niveles especiales de inspección, *S1*, *S2*, *S3* y *S4*; que se aplican en aquellas situaciones que requieren tamaños pequeños de muestra, por ejemplo en pruebas destructivas y cuando se pueden tomar riesgos altos de no rechazar niveles de calidad peores que el NCA.

Diseño de un esquema de muestreo con MIL STD 105D

Para obtener los planes de muestreo aplicando el MIL STD 105D, se procede de acuerdo a los siguientes pasos:

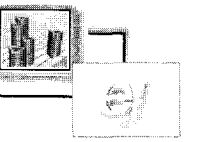
1. Determinar el tamaño de lote.
2. Especificar el NCA (o AQL).
3. Escoger el nivel de inspección (usualmente el nivel II, que puede ser cambiado si la situación lo justifica).
4. En la tabla 12.5 y de acuerdo al tamaño de lote y el nivel de inspección, encontrar la letra código correspondiente para el tamaño de muestra.
5. Determinar el tipo de plan de muestreo a ser usado (simple, doble o múltiple).
6. De acuerdo con la letra código y el NCA, en la tabla 12.6 buscar el plan simple para inspección normal, en la 12.7 el plan simple para severa y en la 12.8 el plan de inspección reducida.

Tabla 12.5 Letras códigos para el tamaño de muestra (MIL STD 105D).

Tamaño de lote	Niveles especiales de inspección				Niveles generales de inspección		
	S-1	S-2	S-3	S-4	I	II	III
2 a 8	A	A	A	A	A	A	B
9 a 15	A	A	A	A	A	B	C
6 a 25	A	A	B	B	B	C	D
26 a 50	A	B	B	C	C	D	E
51 a 90	B	B	C	C	C	E	F
91 a 150	B	B	C	D	D	F	G
151 a 280	B	C	D	E	E	G	H
281 a 500	B	C	D	E	F	H	J
501 a 1 200	C	C	E	F	G	J	K
1 201 a 3 200	C	D	E	G	H	K	L
3 201 a 10 000	C	D	F	G	J	L	M
10 001 a 35 000	C	D	F	H	K	M	N
35 001 a 150 000	D	E	G	J	L	N	P
150 001 a 500 000	D	E	G	J	M	P	Q
500 001 y más	D	E	H	K	N	Q	R

En el paso 6 sólo se ha hecho referencia a las tablas para planes de inspección simple, el lector interesado en diseñar un plan de muestreo doble o múltiple usando el estándar puede consultar directamente al estándar. Acontinuación veremos un ejemplo.

EJEMPLO 12.3



Si retomamos la situación descrita en el ejemplo 12.1, entonces el NCA = 0.4%. Si el tamaño de lote es de 6 000 unidades y se utiliza el nivel de inspección II, entonces, de acuerdo con la tabla 12.5, la letra código para el tamaño de muestra es L.

Letra código para el tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra *n*	Nivel de calidad aceptable									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65
		Ac Re	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	1 2
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	1 2	2 3
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	1 2	2 3	3 4
J	80	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	1 2	2 3	3 4	5 6
K	125	↓	↓	↓	0 1	↑	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8
L	200	↓	↓	0 1	↑	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11
M	315	↓	0 1	↑	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15
N	500	0 1	↑	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22
P	800	↑	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	
Q	1 250	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22		
R	2 000	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22			

Indicaciones: Si en la intersección del renglón (letra código) y de la columna (NCA) se encuentra una flecha en lugar de los números de aceptación (*Ac*) y de rechazo (*Re*), entonces siga la dirección de la flecha y use el primer plan que esté después de la flecha. Por ejemplo, supongamos que la letra código para un caso particular es *H*, por lo que el tamaño de muestra asociado a esta letra es $n = 50$, y si el NCA = 0.1%, entonces en la intersección correspondiente se encuentra una flecha con dirección hacia abajo; al seguirla el primer plan que se encuentra es $Ac = 0$, $Re = 1$, y el tamaño de muestra a usar es $n = 125$.

Tabla 12.6. Tabla para inspección normal. Muestreo simple (MIL STD 105D).

(NCA o AQL), en porcentaje

1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400
Ac Re	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*
				0 1			1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15
			0 1			1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22
		0 1			1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
	0 1			1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45
0 1			1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22			
		1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22				
	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22					
1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22						
2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22							
3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22								
5 6	7 8	10 11	14 15	21 22									
7 8	10 11	14 15	21 22										
10 11	14 15	21 22											
14 15	21 22												
21 22													

Letra código para el tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra *n*	Nivel de calidad aceptable									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65
		Ac Re	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2
L	200	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3
M	315	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4
N	500	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6
P	800	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9
Q	1 250	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13
R	2 000	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19
S	3 150			1 2							

Indicaciones: Si en la intersección del renglón (letra código) y de la columna (NCA) se encuentra una flecha en lugar de los números de aceptación (*Ac*) y de rechazo (*Re*), entonces siga la dirección de la flecha y use el primer plan que esté después de la flecha. Por ejemplo, supongamos que la letra código para un caso particular es *H*, por lo que el tamaño de muestra asociado a esta letra es $n = 50$, y si el NCA = 0.1%, entonces en la intersección correspondiente se encuentra una flecha con dirección hacia abajo; al seguirla el primer plan que se encuentra es $Ac = 0$, $Re = 1$, y el tamaño de muestra a usar es $n = 200$.

Tabla 12.7 Tabla para inspección severa. Muestreo simple (MIL STD 105D).

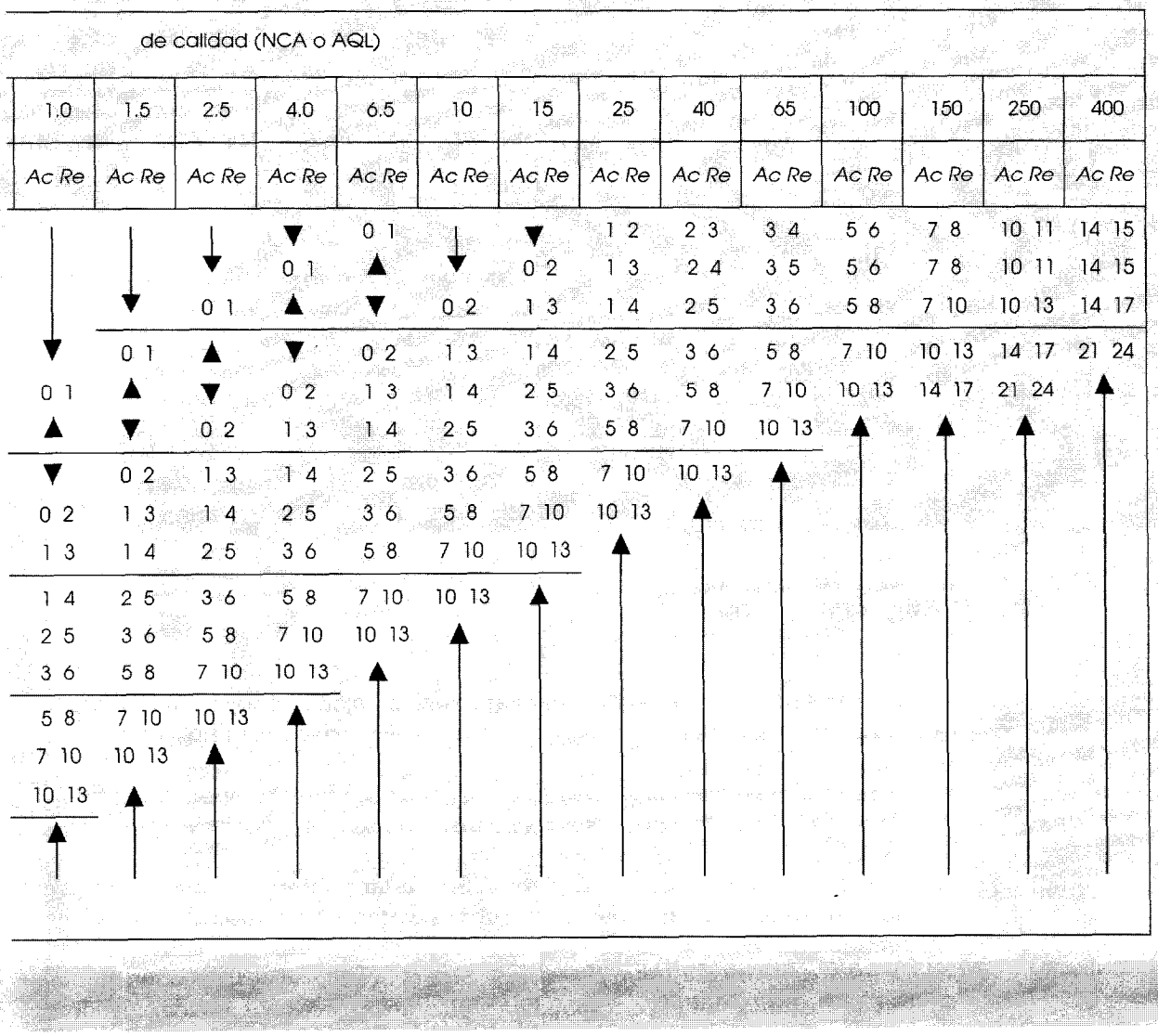
(NCA o AQL), en porcentaje

1.0		1.5		2.5		4.0		6.5		10		15		25		40		65		100		150		250		400	
Ac	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*
								▼						▼		1	2	2	3	3	4	5	6	8	9	12	13
						▼		0	1					1	2	2	3	3	4	5	6	8	9	12	13	18	19
						0	1							1	2	2	3	3	4	5	6	8	9	12	13	18	19
				0	1			▼		1	2	2	3	3	4	5	6	8	9	12	13	18	19	27	28	41	42
						▼		1	2	2	3	3	4	5	6	8	9	12	13	18	19	27	28	41	42		
		0	1																								
				▼		▼		▼																			
0	1					1	2	2	3	3	4	5	6	8	9	12	13	18	19	▲		▲		▲		▲	
		▼		1	2	2	3	3	4	5	6	8	9	12	13	18	19	▲									
																▲											
▼		1	2	2	3	3	4	5	6	8	9	12	13	18	19												
1	2													▲													
		2	3	3	4	5	6	8	9	12	13	18	19														
2	3											▲															
		3	4	5	6	8	9	12	13	18	19																
3	4									▲																	
		5	6	8	9	12	13	18	19																		
5	6							▲																			
		8	9	12	13	18	19																				
8	9					▲																					
		12	13	18	19																						
12	13			▲																							
		18	19																								
18	19	▲																									

Letra código para el tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra *n*	Nivel aceptable									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65
		Ac Re	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*	*Ac Re*
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
B	2										
C	2										
D	3										
E	5										
F	8										0 1
G	13									0 1	↑
H	20								0 1	↑	↓
J	32							0 1	↑	↓	0 2
K	50						0 1	↑	↓	0 2	1 3
L	80					0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4
M	125			↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5
N	200			0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6
P	315		0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8
Q	500	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10
R	800	↑	↑	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13

Indicaciones: Si en la intersección del renglón (letra código) y de la columna (NCA) se encuentra una flecha en lugar de los números de aceptación (*Ac*) y de rechazo (*Re*), entonces siga la dirección de la flecha y use el primer plan que esté después de la flecha. Por ejemplo, supongamos que la letra código para un caso particular es *H*, por lo que el tamaño de muestra asociado a esta letra es $n = 20$, y si el NCA = 0.1%, entonces en la intersección correspondiente se encuentra una flecha con dirección hacia abajo; al seguirla el primer plan que se encuentra es $Ac = 0$, $Re = 1$, y el tamaño de muestra a usar es $n = 50$.

Tabla 12.8 Tabla para inspección reducida. Muestreo simple (MIL STD 105D).



de calidad (NCA o AQL)

1.0		1.5		2.5		4.0		6.5		10		15		25		40		65		100		150		250		400	
Ac	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*	*Ac*	*Re*
						▼		0	1			▼		1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	10	11	14	15
						0	1	▲		▼		0	2	1	3	2	4	3	5	5	6	7	8	10	11	14	15
						0	1	▲		▼		0	2	1	3	1	4	2	5	3	6	5	8	7	10	10	13	14	17
				▼		▼		0	2	1	3	1	4	2	5	3	6	5	8	7	10	10	13	14	17	21	24
				0	1	▲		▼		0	2	1	3	1	4	2	5	3	6	5	8	7	10	10	13	14	17	21	24
				▲		▼		0	2	1	3	1	4	2	5	3	6	5	8	7	10	10	13						
				▼		0	2	1	3	1	4	2	5	3	6	5	8	7	10	10	13								
				0	2	1	3	1	4	2	5	3	6	5	8	7	10	10	13										
				1	3	1	4	2	5	3	6	5	8	7	10	10	13												
				1	4	2	5	3	6	5	8	7	10	10	13														
				2	5	3	6	5	8	7	10	10	13																
				3	6	5	8	7	10	10	13																		
				5	8	7	10	10	13																				
				7	10	10	13																						
				10	13																								

Plan normal simple. En la tabla 12.6 ubicando el renglón de la letra L y la columna del NCA = 0.4%, vemos que el tamaño de muestra es $n = 200$ y $c = 2$ (en la tabla aparece *Ac*). Bajo este plan se rechaza el lote cuando se obtienen tres ($Re = 3$) defectuosos o más. Este plan es relativamente similar al que se había diseñado por el método de Cameron en el ejemplo 12.2 de la sección anterior, donde además de tener NCA = 0.4% se fijó NCL = 2.5%.

Plan de muestreo severo. De la misma forma pero en la tabla 12.7 se obtiene $n = 200$, $c = 1$ (Ac = 1), $Re = 2$. Es decir, en este plan se toma el mismo tamaño de muestra que en inspección normal, pero se es más estricto ya que el número de aceptación es menor.

Plan de muestreo reducido. De la tabla 12.8 se obtiene $n = 80$, $c = 1$ ($Ac = 1$), $Re = 3$. De esta manera, del lote de 6 000 piezas se toma una muestra aleatoria de 80 piezas, y si al inspeccionar éstas se encuentra 0 o 1 defectuosa el lote es aceptado. Pero si se encuentran 3 o más, entonces el lote es rechazado. Si de las 80 se encontraran 2 unidades malas, el lote es aceptado, pero al siguiente lote se le debe aplicar el plan de inspección normal.

Nótese que el plan de inspección reducida no sólo implica menos inspección que el correspondiente de inspección normal, sino que además es más tolerante con los lotes que tengan un porcentaje mayor que el NCA = 0.4%, como se puede ver si se contrasta la curva CO para el plan reducido (figura 12.7) con la curva CO del plan $n = 205$, $c = 2$ (figura 12.9) que es un plan muy similar al de inspección normal. Por ejemplo, si un lote tiene un porcentaje de defectuosos de 2.5%, entonces con el plan normal tiene una probabilidad de aceptarse de 0.12, mientras que con el plan reducido $n = 80$, $c = 1$ tendría probabilidad de aceptarse de 0.40, y si se considera que incluso con 2 defectuosos se acepta, entonces la probabilidad sería de 0.67.

Reglas de cambio

Reglas de cambio

Indican en MIL STD 105D cómo alternar entre los muestreos normal, severo y reducido.

Los requisitos que establece el estándar para cambiar de inspección normal a inspección severa o a inspección reducida, o viceversa, se enuncian a continuación:

1. *De inspección normal a inspección severa.* Cuando se efectúa inspección normal y con ésta se rechazan 2 de 5 lotes consecutivos, entonces se procede a aplicar inspección severa.
2. *De inspección severa a inspección normal.* Si al estar aplicando el plan de inspección severa se aceptan 5 lotes consecutivos, entonces se procede a aplicar inspección normal.
3. *De inspección normal a inspección reducida.* Si se aplica el plan de inspección normal, éste se sustituye por el correspondiente plan de inspección reducida, cuando se cumplen las cuatro condiciones siguientes:

   - 10 lotes consecutivos han sido aceptados.
   - El número total de defectuosos encontrados en los 10 lotes anteriores es menor o igual al número dado en la tabla 12.9. Por ejemplo, ubicándonos en el problema expuesto antes, si se tiene que de los últimos 10 lotes, todos han sido aceptados; y si el total de unidades inspeccionadas en esos 10 lotes han sido 2 000, y

como el NCA = 0.4%, entonces de acuerdo a la tabla 12.9 el número límite es 4. Por lo tanto, para acreditar este requisito para pasar a inspección reducida, es necesario que las unidades defectuosas encontradas en esas 2 000, sea menor o igual que 4.
- La producción es continua; esto es, no han ocurrido recientemente problemas como máquinas descompuestas, escasez de material u otros problemas.
- Si la autoridad responsable del muestreo considera que es deseable una inspección reducida.

4. *De inspección reducida a normal.* Si actualmente se aplica inspección reducida y ocurre cualquiera de las cuatro condiciones siguientes:

   - Un lote o una serie de lotes son rechazados.
   - La inspección del lote termina sin decisión, es decir, el número de defectuosos en el lote es mayor que *Ac* pero es menor que *Re*.
   - Si la producción es irregular o retardada.
   - Si se dan otras condiciones que de alguna manera justifiquen la aplicación de la inspección normal, tales como los deseos del cliente.

   Entonces a partir del siguiente lote se aplicará inspección normal.

5. *Interrupción de inspección.* En caso de que 10 lotes consecutivos continúen bajo inspección severa (o cualquier otro número que señale la autoridad responsable), la inspección de acuerdo al estándar deberá ser suspendida en espera de que se mejore la calidad del material sometido a inspección.

Interrupción de inspección

Se suspende el muestreo mientras la mala calidad de los lotes no mejore.

Por otra parte, el MIL STD 105D proporciona curvas CO tipo B para la mayoría de los planes simples junto con los valores del límite de la calidad promedio de salida, LCPS (AOQL); también los tamaños de muestra promedio. El estándar está diseñado para lotes que son producidos continuamente, por lo que no se recomienda aplicarse a lotes aislados; cuando esto se desee es mejor diseñar un plan que incluya además del nivel de calidad aceptable (NCA) también el nivel de calidad límite o no tolerado.

Existen varios puntos acerca del MIL STD 105D importantes de enfatizar:

1. El MIL STD 105D, está orientado al NCA.
2. Los tamaños de muestra seleccionados para usarse en MIL STD 105D son 2, 3, 5, 8, 13, 20, 32, 50, 80, 125, 200, 315, 500, 1 250 y 2 000. De aquí que no todos los tamaños de muestra son posibles.
3. Los tamaños muestrales en MIL STD 105D están relacionados con los tamaños de los lotes. El tamaño de la muestra aumenta con el tamaño del lote y esto da como resultado un aumento de la probabilidad de aceptación para un NCA dado y por tanto una disminución del riesgo del proveedor. Esta característica del estándar está todavía sujeta a algunas controversias. El argumento a favor del planteamiento en MIL STD 105D es que el rechazo de lotes grandes trae consecuencias mayores para el proveedor que el rechazo de lotes pequeños. Además, una muestra de tamaño grande también proporciona más poder discriminativo a la curva CO, con lo que la protección del consumidor contra la aceptación de lotes malos también aumenta.

Número de unidades inspeccionadas en los últimos 10 lotes	Nivel de calidad									
	0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65
20-29	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
30-49	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
50-79	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
80-129	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
130-199	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
200-319	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
320-499	*	*	*	*	*	*	*	*	*	0
500-799	*	*	*	*	*	*	*	*	0	0
800-1 249	*	*	*	*	*	*	*	0	0	2
1 250-1 999	*	*	*	*	*	*	0	0	2	4
2 000-3 149	*	*	*	*	*	0	0	2	4	8
3 150-4 999	*	*	*	*	0	0	1	4	8	14
5 000-7 999	*	*	*	0	0	2	3	7	14	25
8 000-12 499	*	*	0	0	2	4	7	14	24	42
12 500-19 999	*	0	0	2	4	7	13	24	40	69
20 000-31 499	0	0	2	4	8	14	22	40	68	115
31 500-49 999	0	1	4	8	14	24	38	67	111	186
50 000 y más	2	3	7	14	25	40	63	110	181	301

* Indica que el número de unidades inspeccionadas en los últimos 10 lotes no es suficiente para la inspección reducida correspondiente a este NCA (AQL). En este caso, pueden usarse más de 10 lotes para el cálculo, siempre y cuando los lotes usados sean consecutivos y los más recientes, además que todos ellos hayan sido aceptados bajo inspección normal.

Tabla 12.9 Números límite para inspección reducida (MIL STD 105D).

aceptable (NCA o AQL)													
1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400
*	*	*	*	*	0	0	2	4	8	14	22	40	68
*	*	*	*	0	0	1	3	7	13	22	36	63	105
*	*	*	0	0	2	3	7	14	25	40	63	110	181
*	*	0	0	2	4	7	14	24	42	68	105	181	297
*	0	0	2	4	7	13	25	42	72	115	177	301	490
0	0	2	4	8	14	22	40	68	115	181	277	471	
0	1	4	8	14	24	39	68	113	189				
2	3	7	14	25	40	63	110	181					
4	7	14	24	42	68	10 5	181						
7	13	24	40	69	110	169							
14	22	40	68	115	181								
24	38	67	111	186									
40	63	110	181										
68	105	181											
110	169												
181													

4. Las reglas de cambio desde una inspección normal a una inspección severa o viceversa también son sujetos de crítica. En particular, los ingenieros japoneses en control de calidad argumentan que un nivel de calidad NCA se puede dar una cantidad considerable de cambios erróneos al pasar de la inspección normal a inspección severa o de la inspección normal a inspección reducida. Los japoneses no utilizan las reglas de cambio del estándar, pero usan reglas de cambio que se basan en el promedio del proceso estimado con base en los últimos 5 lotes.
5. Si las reglas de cambio son usadas de manera incorrecta, se tienen como consecuencia grandes fallas. Cuando esto sucede los resultados de la inspección son inefectivos y engañosos y aumentan el riesgo del consumidor.

PLANES DE MUESTREO DODGE-ROMING

Entre 1920 y 1930, H. F. Dodge y H. G. Roming desarrollaron un conjunto de tablas que permiten diseñar planes de muestreo por atributos. Estas tablas están basadas en dos de los índices de calidad para planes de muestreo que ya se discutieron en apartados anteriores. Ellos son:

- El nivel de calidad límite (NCL) o como lo llaman Dodge y Roming: el porcentaje defectivo tolerado en el lote, PDTL (en inglés, *lot tolerance percent defective*, LTPD),
- El límite de la calidad promedio de salida, LCPS o AOQL (*average outgoing quality limit*).

Para cada uno de estos índices existen tablas para diseñar planes de muestreo simple y doble. Estos planes enfatizan la protección del consumidor amparándolo contra la mala calidad, ya sea en términos de lote por lote (planes NCL) o de la calidad promedio a largo plazo (planes LCPS).

Además los planes *LCPS Dodge-Roming* están diseñados para minimizar la inspección total promedio que se necesita para valores específicos del LCPS y de p (proporción promedio de defectuosos del proceso). Lo mismo ocurre con los planes NCL. Esto hace que estos planes sean muy atractivos para la inspección en el interior de una empresa, por ejemplo para inspeccionar componentes o subensambles.

Planes Dodge-Roming

Esquemas diseñados para minimizar la inspección total promedio mientras se satisface el riesgo del consumidor.

Los *planes Dodge-Roming* sólo se aplican a programas de muestreo de aceptación en los que los lotes rechazados se inspeccionan 100% y los artículos defectuosos encontrados en ellos son sustituidos por unidades buenas. Además, para poder diseñar los planes es necesario conocer el promedio del proceso, que es igual a la proporción promedio de defectuosos de los productos a la entrada del muestreo (antes de la inspección). Si este promedio no se conoce, será necesario estimarlo, con datos históricos o haciendo un estudio inicial con una carta p o con los métodos descritos en el capítulo 4. Entre más precisa sea tal estimación, más adecuado será el plan adoptado, de aquí que si en el transcurso de la aplicación de uno de estos planes se modifica la proporción promedio de defectuosos del proceso, entonces es aconsejable rediseñar el plan de muestreo usando esta nueva información.

Planes NCL (o LTPD)

Los *planes NCL* están diseñados para que los lotes que tengan un porcentaje de defectuosos igual al NCL tengan una probabilidad de aceptarse de 0.10, de aquí que el riesgo del consumidor, β_0, de que se acepte la mala calidad (calidad NCL) es de 0.10. Los porcentajes de defectivo considerados por las tablas para el NCL son 0.5, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 5.0, 7.0, y 10%. En la tabla 12.10 y 12.11, se muestran los planes de muestreo simple para valores de NCL = 1.0% y NCL = 5.0%, respectivamente.

NCL Dodge-Roming

Planes basados en el nivel de calidad límite (NCL) o proporción de defectuosos que debe rechazarse con alta probabilidad.

Tabla 12.10 Tabla Dodge-Roming para muestreo simple para un nivel de calidad límite, NCL 1.0% (o LTPD)

Tamaño de lote	Promedio de defectuosos en el proceso																	
	0-.01%			.011-0.1%			.11-.20%			.21-.30%			.31-.40%			.41-.50%		
	n	*c*	LCPS%	*n*	*c*	LCPS-%	*n*	*c*	LCPS%	*n*	*c*	LCPS%	*n*	*c*	LCPS%	*n*	*c*	LCPS%
1-120	All	0	0	All	0	0	All	0	0	All	0	0	All	0	0	All	0	0
121-150	120	0	.06	120	0	.06	120	0	.06	120	0	.06	120	0	.06	120	0	.06
151-200	140	0	.08	140	0	.08	140	0	.08	140	0	.08	140	0	.08	140	0	.08
201-300	165	0	.1	165	0	.1	165	0	.1	165	0	.1	165	0	.1	165	0	.10
301-400	175	0	.12	175	0	.12	165	0	.12	175	0	.12	175	0	.12	175	0	.12
401-500	180	0	.13	180	0	.13	180	0	.13	180	0	.13	180	0	.13	180	0	.13
501-600	190	0	.13	190	0	.13	190	0	.13	190	0	.13	190	0	.13	305	1	.14
601-800	200	0	.14	200	0	.14	200	0	.14	330	1	.15	330	1	.15	330	1	.15
801-1 000	205	0	.14	205	0	.14	205	0	.14	335	1	.17	335	1	.17	335	1	.17
1 001-2 000	220	0	.15	220	0	.15	360	1	.19	490	2	.21	490	2	.21	610	3	.22
2 001-3 000	220	0	.15	375	1	.20	506	2	.23	630	3	.24	745	4	.26	870	5	.26
3 001-4 000	225	0	.15	380	1	.20	510	2	.24	645	3	.25	880	5	.28	1 000	6	.29
4 001-5 000	225	0	.16	380	1	.20	520	2	.24	770	4	.28	895	5	.29	1 120	7	.31
5 001-7 000	230	0	.16	385	1	.21	655	3	.27	780	4	.29	1 020	6	.32	1 260	8	.34
7 001-10 000	230	0	.16	520	2	.25	660	3	.28	910	5	.32	1 150	7	.34	1 500	10	.37
10 001-20 000	390	1	.21	525	2	.26	785	4	.31	1 040	6	.35	1 400	9	.39	1 980	14	.43
20 001-50 000	390	1	.21	530	2	.26	920	5	.34	1 300	8	.39	1 890	13	.44	2 570	19	.48
50 001-100 000	390	1	.21	670	3	.29	1 040	6	.36	1 420	9	.41	2 120	15	.47	3 150	23	.50

Tabla 12.11 Tabla Dodge-Roming para muestreo simple para un nivel de calidad límite, NCL 5.0% (o LTPD)

Promedio de defectuosos en el promedio

Tamaño de lote																		
	n	*c*	LCPS%	*n*	*c*	LCPS%	*n*	*c*	LCPS%	*n*	*c*	LCPS%	*n*	*c*	LCPS%	*n*	*c*	LCPS%
1-30	All	0	0	All	0	0	All	0	0	All	0	0	All	0	0	All	0	0
31-50	30	0	.49	30	0	.49	30	0	.49	30	0	.49	30	0	.49	30	0	.49
51-100	37	0	.63	37	0	.63	37	0	.63	37	0	.63	37	0	.63	37	0	.63
101-200	40	0	.74	40	0	.74	40	0	.74	40	0	.74	40	0	.74	40	0	.74
201-300	43	0	.74	43	0	.74	70	1	.92	70	1	.92	95	2	.99	95	2	.99
301-400	44	0	.74	44	0	.74	70	1	.99	100	2	1.0	120	3	1.1	145	4	1.1
401-500	45	0	.75	75	1	.95	100	2	1.1	100	2	1.1	125	3	1.2	1 501	4	1.2
501-600	45	0	.76	75	1	.98	100	2	1.1	125	3	1.2	150	4	1.3	75	5	1.3
601-800	45	0	.77	75	1	1.0	100	2	1.2	130	3	1.2	175	5	1.4	200	6	1.4
801-1 000	45	0	.78	75	1	1.0	105	2	1.2	155	4	1.4	180	5	1.4	225	7	1.5
1 001-2 000	45	0	.80	75	1	1.0	130	3	1.4	180	5	1.6	230	7	1.7	280	9	1.8
2 001-3 000	75	1	1.1	105	12	1.3	135	3	1.4	210	6	1.7	280	9	1.9	370	13	2.1
3 001-4 000	75	1	1.1	105	12	1.3	160	4	1.5	210	6	1.7	305	10	2.0	420	15	2.2
4 001-5 000	75	1	1.1	105	12	1.3	160	4	1.5	235	7	1.8	330	11	2.0	440	16	2.2
5 001-7 000	75	1	1.1	105	12	1.3	185	5	1.7	260	8	1.9	350	12	2.2	490	18	2.4
7 001-10 000	75	1	1.1	105	12	1.3	185	5	1.7	260	8	1.9	380	13	2.2	535	20	2.5
10 001-20 000	75	1	1.1	135	3	1.4	210	6	1.8	285	9	2.0	425	15	2.3	610	23	2.6
20 001-50 000	75	1	1.1	135	3	1.4	235	7	1.9	305	10	2.1	470	17	2.4	700	27	2.7
50 001-100 000	75	1	1.1	160	4	1.6	235	7	1.9	355	12	2.2	515	19	2.5	770	30	2.8

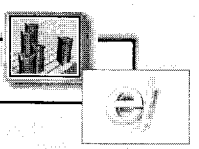
Para usar las tablas NCL de Dodge-Roming, primero se decide si se va a utilizar muestreo simple o doble y después de ello se aplican los siguientes pasos:

1. Seleccionar el NCL apropiado. Esta elección se fundamenta en principio en el nivel de calidad que no se está dispuesto a tolerar. Para ello se debe ser realista en cuanto al nivel de calidad del proceso actual, ya que una elección del NCL demasiado baja (como sería el deseo del consumidor), trae como consecuencia que la mayoría de los lotes sean rechazados, y con ello se estarían perdiendo algunas ventajas del muestreo de aceptación y en la práctica sería tal vez mejor aplicar muestreo al 100%.
2. Especificar el tamaño de lote.
3. Determinar la proporción promedio de artículos defectuosos del proceso del productor, p. Las tablas sólo contemplan planes en los que esta proporción sea menor que la mitad del NCL. De esta manera, si la proporción de defectuosos del proce-

so es mayor que las consideradas por la tabla del NCL elegido, entonces se debe ver la posibilidad de elegir un NCL mayor. Si esto no es posible, no se podrá definir el plan. No obstante esta imposibilidad, si el usuario la elimina considerando que el proceso tiene una proporción de defectuosos menor a la real, lo que va a ocurrir es que el plan va a rechazar prácticamente todos los lotes, y en ese caso es más económico y eficiente aplicar muestreo al 100%, ya que se ahorraría el costo del muestreo aleatorio y de la administración del mismo.

4. Con los datos anteriores y apoyándose en las tablas 12.10 y 12.11, obtener los componentes básicos del plan de muestreo: tamaño de muestra, n, número de aceptación, c, y el límite de la calidad promedio de salida (LCPS o AOQL) que tendrá el plan.

EJEMPLO 12.4



Un proceso genera lotes de 8 000 piezas y de acuerdo con los registros recientes el proceso tiene una proporción promedio de defectuosos de 0.35%. Se desea evitar con un buen nivel de seguridad que no salgan lotes al mercado con una proporción mayor al 1%. Por ello se establece un plan de muestreo de aceptación, eligiendo a NCL = 1%.

De acuerdo con lo anterior, en la tabla 12.10 correspondiente a NCL = 1%, se ve que el promedio del proceso cae en la columna 0.31-0.40%, y relacionándola con el tamaño de lote se encuentra que el plan es

$$n = 910 \; c = 5 \text{ y LCPS} = 0.32$$

Con este plan se tendrá un riesgo pequeño (probabilidad de 0.10 o menos) de mandar lotes al mercado con una proporción de defectuosos de 1% o mayor. A la larga esto garantiza que la peor calidad que en promedio se estará mandando al mercado es 0.32% de defectuosos.

Planes LCPS (o AOQL)

LCPS Dodge-Roming

Esquemas basados en el límite de la calidad promedio de salida (LCPS).

Los planes basados en el límite de la calidad promedio de salida tienen como propósito asegurar que después de todo el muestreo y de haber inspeccionado al 100% los lotes rechazados, la calidad promedio de muchos lotes o calidad a la larga no será mayor que el LCPS fijado. De esta manera estos planes no están inspirados en protegerse de la calidad específica de los lotes, sino de la calidad a la larga. Las tablas Dodge-Roming para planes LCPS contemplan muestreo simple y doble; y los porcentajes de unidades

defectuosas considerados para el LCPS son 0.1, 0.25, 0.5, 0.75, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 4.0, 5.0, 7.0 y 10.0%. En las tablas 12.12 y 12.13 se muestran los planes de muestreo simple para valores de LCPS = 2.0% y LCPS = 3.0%, respectivamente.

Para usar las tablas LCPS de Dodge-Roming, primero se decide si se va a utilizar muestreo simple o doble; después de ello se aplican los siguientes pasos:

1. Seleccionar el LCPS apropiado. Esta elección se fundamenta en principio en la peor calidad promedio de salida que se está dispuesto a aceptar como razonable. Para ello se debe ser realista en cuanto al nivel de calidad del proceso actual, ya que una elección del LCPS demasiado baja (como sería el deseo del consumidor),

Tabla 12.12 Tabla Dodge-Roming para muestreo simple con LCPS = 2% (AOQL)

Promedio de defectuosos en el proceso

Tamaño de lote	0-.04%			.05-.4%			.41-.8%			.81-1.2%			1.21-1.6%			1.6-2%		
	n	*c*	NCL%	n	*c*	NCL%	*n*	*c*	NCL%	*n*	*c*	NCL%	*n*	*c*	NCL%	*n*	*c*	NCL%
1-15	All	0	-	All	0	-	All	0	-	All	0	-	All	0	-	All	0	-
16-50	14	0	13.6	14	0	13.6	14	0	13.6	14	0	13.6	14	0	13.6	14	0	13.6
51-100	16	0	12.4	16	0	12.4	16	0	12.4	16	0	12.4	16	0	12.4	16	0	12.4
101-200	17	0	12.2	17	0	12.2	17	0	12.2	17	0	12.2	35	1	10.5	35	1	10.5
201-300	17	0	12.3	17	0	12.3	17	0	12.3	37	1	10.2	37	1	10.2	37	1	10.2
301-400	18	0	11.8	18	0	10.0	38	1	10.0	38	1	10.0	38	1	10.0	60	2	8.5
401-500	18	0	11.9	18	0	9.8	39	1	9.8	39	1	9.8	60	2	8.6	60	2	8.6
501-600	18	0	11.9	18	0	9.8	39	1	9.8	39	1	9.8	60	2	8.6	60	2	8.6
601-800	18	0	11.9	40	1	9.6	40	1	9.6	65	2	8.0	65	2	8.0	85	3	7.5
801-1 000	18	0	12.0	40	1	9.6	40	1	9.6	65	2	8.1	65	2	8.1	90	3	7.4
1 001-2 000	18	0	12.0	41	1	8.2	65	2	8.2	65	2	8.2	95	3	7.0	120	4	6.5
2 001-3000	18	0	12.0	41	1	8.2	65	2	8.2	95	3	7.0	120	4	6.5	180	6	5.8
3 001-4 000	18	0	12.0	42	1	8.2	65	2	8.2	95	3	7.0	155	5	6.0	210	7	5.5
4 001-5 000	18	0	12.0	42	1	7.5	70	2	7.5	125	4	6.4	155	5	6.0	245	8	5.3
5 001-7 000	18	0	12.0	42	1	7.0	95	3	7.0	125	4	6.4	185	6	5.6	280	9	5.1
7 001-10 000	42	1	9.3	70	2	7.0	95	3	7.0	155	5	6.0	220	7	5.4	350	11	4.8
10 001-20 000	42	1	9.3	70	2	7.0	95	3	7.0	190	6	5.6	290	9	4.9	460	14	4.4
20 001-50 000	42	1	9.3	70	2	6.4	125	4	6.4	220	7	5.4	295	12	4.5	720	21	3.9
50 001-100 000	42	1	9.3	95	3	5.9	160	5	5.9	290	9	4.9	505	15	4.2	955	27	3.7

trae como consecuencia que los más de los lotes sean rechazados y con ello se estarían perdiendo algunas ventajas del muestreo de aceptación y en la práctica sería mejor aplicar muestreo al 100%.

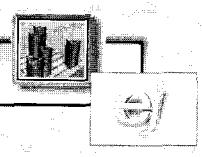
2. Especificar el tamaño de lote.
3. Determinar la proporción promedio de artículos defectuosos del proceso del productor, p. Las tablas sólo contemplan planes en los que esta proporción sea menor o igual que el LCPS deseado. De esta manera, si la proporción de defectuosos del proceso es mayor que el LCPS elegido, entonces se debe ver la posibilidad de elegir un LCPS mayor. Si esto no es posible, no se podrá definir el plan y la mejor decisión será aplicar muestreo al 100%.
4. Con los datos anteriores y apoyándose en las tablas 12.12 o 12.13, obtener los componentes básicos del plan de muestreo: tamaño de muestra, n, número de aceptación, c, y el nivel de calidad límite, NCL, que el plan rechazará con facilidad.

Tabla 12.13 Tabla Dodge-Roming para muestreo simple con LCPS = 3% (o AOQL)

Porcentaje de artículos defectuosos en el proceso

Tamaño de lote	0-.06%			.07-.60%			.61-1.20%			1.21-1.80%			1.81-2.40%			2.41-3%		
	n	*c*	NCL%	*n*	*c*	NCL%	*n*	*c*	NCL%	*n*	*c*	NCL%	*n*	*c*	NCL%	*n*	*c*	NCL%
1-10	All	0	-	All	0	-	All	0	-	All	0	-	All	0	-	All	0	-
11-50	10	0	19.0	10	0	19.0	10	0	19.0	10	0	19.0	10	0	19.0	10	0	19.0
51-100	11	0	18.0	11	0	18.0	11	0	18.0	11	0	18.0	11	0	18.0	22	1	16.4
101-200	12	0	17.0	12	0	17.0	12	0	17.0	25	1	15.1	25	1	15.1	25	1	15.1
201-300	12	0	17.0	12	0	17.0	26	1	14.6	26	1	14.6	26	1	14.6	40	2	12.8
301-400	12	0	17.1	12	0	17.1	26	1	14.7	26	1	14.7	41	2	12.7	41	2	12.7
401-500	12	0	17.2	27	1	14.1	27	1	14.1	42	2	12.4	42	2	12.4	42	2	12.4
501-600	12	0	17.3	27	1	14.2	27	1	14.2	42	2	12.4	42	2	12.4	60	3	10.8
601-800	12	0	17.3	27	1	14.2	27	1	14.2	43	2	12.1	60	3	10.9	60	3	10.9
801-1 000	12	0	17.4	27	1	14.2	44	2	11.8	44	2	11.8	60	3	11.0	80	4	9.8
1 001-2 000	12	0	17.5	28	1	13.8	45	2	11.7	65	3	10.2	80	4	9.8	100	5	9.1
2 001-3 000	12	0	17.5	28	1	13.8	45	2	11.7	65	3	10.2	100	5	9.1	140	7	8.2
3 001-4 000	12	0	17.5	28	1	13.8	65	3	10.3	85	4	9.5	125	6	8.4	165	8	7.8
4 001-5 000	28	1	13.8	28	1	13.8	65	3	10.3	85	4	9.5	125	6	8.4	210	10	7.4
5 001-7 000	28	1	13.8	45	2	11.8	65	3	10.3	105	5	8.8	145	7	8.1	235	11	7.1
7 001-10 000	28	1	13.9	46	2	11.6	65	3	10.3	105	5	8.8	170	8	7.6	280	13	6.8
10 001-20 000	28	1	13.9	46	2	11.7	85	4	9.5	125	6	8.4	215	10	7.2	380	17	6.2
20 001-50 000	28	1	13.9	65	3	10.3	105	5	8.8	170	8	7.6	310	14	6.5	560	24	5.7
50 001-100 000	28	1	13.9	65	3	10.3	125	6	8.4	215	10	7.2	385	17	6.2	690	29	5.4

EJEMPLO 12.5



Un proceso genera lotes de 2 500 piezas y de acuerdo a los registros recientes el proceso tiene una proporción promedio de defectuosos de 1.0%. Se desea garantizar un LCPS de 2%.

De acuerdo con lo anterior, en la tabla 12.12, con LCPS = 2%, se ve que el promedio del proceso cae en la columna 0.81-1.20%, y relacionándola con el tamaño de lote se encuentra que el plan es

$$n = 95 \; c = 3 \text{ y NCL} = 7.0\%$$

De esta manera, con este plan los lotes con porcentaje de defectuosos de 7.0% tendrán pocas posibilidades de mandarse al mercado sin antes inspeccionarlos al 100%, ya que la probabilidad de aceptarlos es sólo de 0.10.

PLAN DE MUESTREO PDTL (LTPD) CON $c = 0$

En esta sección presentamos un método propuesto por Schilling (1978) que genera planes de muestreo para atributos con $c = 0$, es decir, que la única forma de aceptar el lote es si en la muestra no salen defectuosos. Ya habíamos dicho que en las curvas CO para planes con $c = 0$ son cóncavas hacia arriba, lo que causa que la probabilidad de aceptar disminuya más rápido aun para valores pequeños de las proporción de defectivo en el lote. Esto hace que sean planes extremadamente exigentes para el proveedor, y en algunas circunstancias costosos para el cliente. Por esto se debe tener cuidado que cuando se usen se esté consciente de los niveles de calidad que se rechazan.

Estos planes son bastante utilizados en la práctica, en particular en muestreos para ver si se están cumpliendo especificaciones críticas o en inspección de características relacionadas con seguridad. Uno de los atractivos del procedimiento es que genera tamaños muestrales pequeños. El método se basa en el índice PDTL (o LTPD), que como ya vimos es un nivel de calidad que se quiere rechazar con alta probabilidad. Por lo tanto el proceso debe operar con una calidad mucho mejor que el LTPD que se establezca, ya que si son parecidos, el plan no es apropiado y terminará rechazando prácticamente todos los lotes. Cuando esto ocurra será mejor revalorar la situación y considerar otro tipo de plan; los Dodge-Roming son una buena alternativa.

Para diseñar un plan de muestreo PDTL (LTPD) con $c = 0$ se deben aplicar los siguientes pasos:

1. Especificar el tamaño del lote N.
2. Determinar el nivel de calidad LTPD o PDTL, y llamarle a esta proporción p_L. Éste deber ser el nivel de calidad que se quiere evitar, por lo que la probabilidad de aceptarlo será apenas de aproximadamente 0.10 ($Pa(p_L) \approx 0.10$).
3. Calcular el producto $K = N\,p_L$.
4. Buscar en las celdas interiores de la tabla siguiente el valor más cercano a K, y obtener el valor f correspondiente, sumando los valores que se ubican al inicio del renglón y de la columna de referencia. Este valor f es la proporción de lote que será inspeccionado.
5. El tamaño de muestra se obtiene multiplicando N *por* f. Por lo que el plan de muestreo es $n = fN$ con número de aceptación $c = 0$. Si $n = fN$ no es un número entero, redondear al entero mayor más cercano.

Valores de $K = Np_L$ correspondiente a f.

f	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.90	1.0000	0.9562	0.9117	0.8659	0.8184	0.7686	0.7153	0.6567	0.5886	0.5000
0.80	1.4307	1.3865	1.3428	1.2995	1.2565	1.2137	1.1711	1.1286	1.0860	1.0432
0.70	1.9125	1.8601	1.8088	1.7586	1.7093	1.6610	1.6135	1.5667	1.5207	1.4754
0.60	2.5129	2.4454	2.3797	2.3159	2.2538	2.1933	2.1344	2.0769	2.0208	1.9660
0.50	3.3219	3.2278	3.1372	3.0497	2.9652	2.8836	2.8047	2.7283	2.6543	2.5825
0.40	4.5076	4.3640	4.2270	4.0963	3.9712	3.8515	3.7368	3.6268	3.5212	3.4169
0.30	6.4557	6.2054	5.9705	5.7496	5.5415	5.3451	5.1594	4.9836	4.8168	4.6583
0.20	10.3189	9.7682	9.2674	8.8099	8.3902	8.0039	7.6471	7.3165	7.0093	6.7231
0.10	21.8543	19.7589	18.0124	16.5342	15.2668	14.1681	13.2064	12.3576	11.6028	10.9272
0.00	a	229.1053	113.9741	75.5957	56.4055	44.8906	37.2133	31.7289	27.6150	24.4149

a: para valores de $f < 0.01$, usar $f = 2.303/K$. Para tamaño infinito de lote, utilizar $n = 2.303/p_L$.

Para ejemplificar el uso de este plan supongamos que $N = 600$ y que $LTPD = p_L = 0.025$, entonces $K = Np_L = 600\ (0.025) = 15$. De la tabla se aprecia que el valor más cercano a 15 es 15.2668, al que corresponde un valor de f igual a 0.14 (0.10 + 0.04), de aquí que el tamaño de muestra será $n = 0.14\ (600) = 84$. Así, de un lote de 600 piezas se extraerán 84 y si de éstas ninguna es defectuosa ($c = 0$) el lote se acepta, de lo contrario se rechaza.

Si se utiliza inspección rectificadora el NCPS o AOQL para estos planes está dado por la ecuación:

$$AOQL = \frac{0.3679}{N}\left(\frac{1}{f} - 1\right)$$

Recordemos que este tipo de planes de muestreo que se generan con la tabla anterior no se deben utilizar de manera indiscriminada. Serán útiles para procesos que operan con niveles muy bajos de defectivos. En cualquier caso, si se ha decidido utilizar, es necesario obtener la curva CO para el plan obtenido e interpretarla primero para que así se esté consciente de los niveles de calidad que tal plan estará rechazando.

MUESTREO DE ACEPTACIÓN POR VARIABLES (MIL STD 414)

En este tipo de planes se toma una muestra aleatoria del lote y a cada unidad de la muestra se le mide una característica de calidad de tipo continuo (longitud, peso, espesor, etc.), y en contraste con el muestreo por atributos, el objetivo no es clasificar a cada unidad como defectuosa o no, sino sólo registrar la medición de cada pieza. Después de ello, y con base en estas mediciones, se calcula un índice que de acuerdo a su valor se aceptará o rechazará todo el lote. El índice por lo general toma en cuenta la información muestral (media, desviación estándar) y las especificaciones de la característica de calidad.

La ventaja principal del *muestreo por variables* es que el tamaño de muestra es considerablemente menor que el muestreo por atributos. Este tamaño de muestra es menor cuando los niveles aceptables de calidad son muy pequeños, ya que mientras que con un plan de muestreo por atributos se requieren muestras muy grandes, con el muestreo por variables los tamaños de muestra son pequeños o moderados. Además, muestrear por variables proporciona más información acerca del proceso, que se puede utilizar para tomar decisiones y mejorar la calidad; esto se debe a que las medidas numéricas de las características de calidad son más útiles que una simple clasificación de los artículos como defectuosos o no defectuosos.

Las desventajas del muestreo por variables es que para cada característica de calidad que se desee inspeccionar por muestreo de aceptación debe diseñarse su propio plan de muestreo. Además, las mediciones en un muestreo por variables podrían ser más costosas, aunque la reducción obtenida en el tamaño de la muestra generalmente compensa este costo. Una desventaja más es que la distribución de las características de calidad debe ser conocida. La mayoría de los planes de muestreo por variable suponen que tal distribución es normal, si esto no es verdad la confiabilidad de las decisiones se puede ver afectada de manera importante

Existen dos tipos de planes de muestreo por variables: planes que controlan la proporción de unidades que no cumplen con especificaciones y planes que controlan un parámetro del lote o proceso (usualmente la media). Sólo abordaremos los primeros.

Para poder diseñar un plan de muestreo por variables para el *control* de la proporción *de artículos que no cumplen con especificaciones*, es necesario que la variable o característica de calidad que se mide al producto tenga especificaciones que debe cumplir. En este sentido, recordemos del capítulo 1, que hay tres tipos de variables en cuanto al tipo de especificaciones: entre más pequeña mejor, entre más grande mejor y el valor nominal es el mejor.

En la figura 12.11 se muestra una característica de calidad X con distribución normal con media (μ) y desviación estándar σ; que debe estar entre la especificación inferior

y la superior: *EI* y *ES*. El área bajo la curva a la izquierda de *EI* representa la proporción de artículos, p_I, que tienen un valor menor que *EI*; mientras que p_S es la proporción de unidades que exceden la *ES*. Es evidente que la magnitud de la proporción total de defectuosos, $p = p_I + p_S$, depende de la media μ del proceso y de su desviación estándar σ. De esta manera lo que se hace en los métodos de muestreo por variables para controlar la proporción de defectuosos es estimar en función de una muestra de n artículos, la proporción de artículos que no cumplen con la(s) especificación(es). Si el valor estimado de p excede un valor máximo M especificado, el lote es rechazado; de otra forma el lote es aceptado.

Existen diferentes formas y variantes para estimar p, que van desde si se conoce la desviación estándar, s, del proceso, la forma de estimar s en caso de conocerse, hasta si es una característica de calidad con una o con doble especificación. A continuación veremos los planes MIL STD 414, y dentro de él, un método para estimar la proporción.

MIL STD 414

Estándar que proporciona planes de muestreo por variables; con las mediciones obtenidas se calcula un índice que de acuerdo a su valor se rechaza o acepta el lote.

Military standard 414 (ANSI/ASQC Z1.9)

El *MIL STD 414* es un plan para muestreo de aceptación por variables lote por lote. El punto principal de este estándar es el nivel de calidad aceptable (NCA o AQL), y comprenden porcentajes que van de 0.04 a 15%. El estándar tiene 5 niveles generales de inspección y al nivel IV se le considera el "usual".

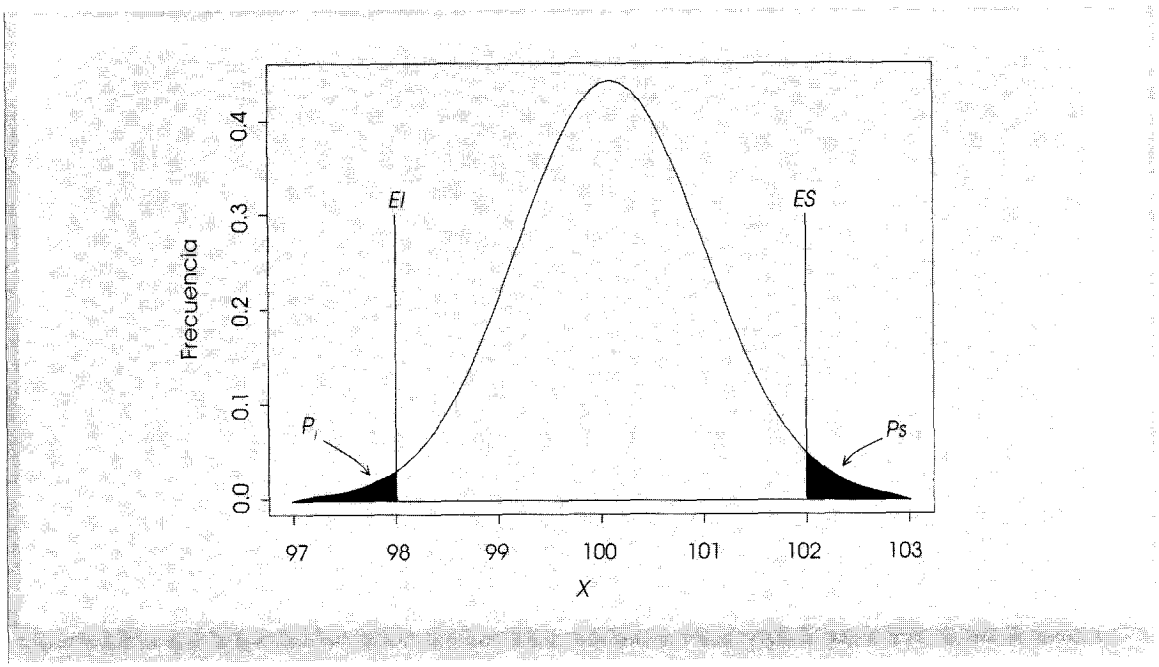


Figura 12.11 *La distribución de una característica de calidad y la proporción fuera de especificaciones (p).*

Como en el estándar por atributos (MIL STD 105D), para encontrar el tamaño de muestra se utilizan también letras código para el tamaño de la muestra. Los tamaños muestrales están en función del tamaño del lote y del nivel de inspección. De acuerdo a la calidad del producto se prevé una inspección normal, severa y reducida. Todos los planes de muestreo y procedimientos en el estándar suponen que las características de calidad se distribuyen normalmente.

En la figura 12.12 se presenta la organización del estándar. Nótese que los planes de muestreo de aceptación pueden diseñarse considerando que la desviación estándar es conocida o desconocida, tanto para características de calidad con una o con doble especificación. En los casos con una especificación, el estándar contiene dos procedimientos (el k y el M) para estimar la proporción de unidades fuera de especificaciones. En tanto, cuando se tiene doble especificación se utiliza el procedimiento 2 o método M. Ejemplificaremos este último, ya que es el que se aplica en ambos casos.

Si la variabilidad, σ, del lote o proceso es conocida y estable, los planes son los más económicos y eficientes. Cuando la variabilidad del lote o proceso es desconocida se puede utilizar la desviación estándar o el rango de la muestra. Sin embargo, el método del rango requiere de una muestra más grande y no es muy recomendable.

El MIL STD 414 consta de 4 secciones. La sección A es la descripción general de los planes de muestreo, incluyendo definiciones, códigos de letras para tamaños muestrales y curvas CO para los diferentes planes de muestreo. La sección B proporciona varios planes de muestreo basados en la desviación estándar de la muestra para

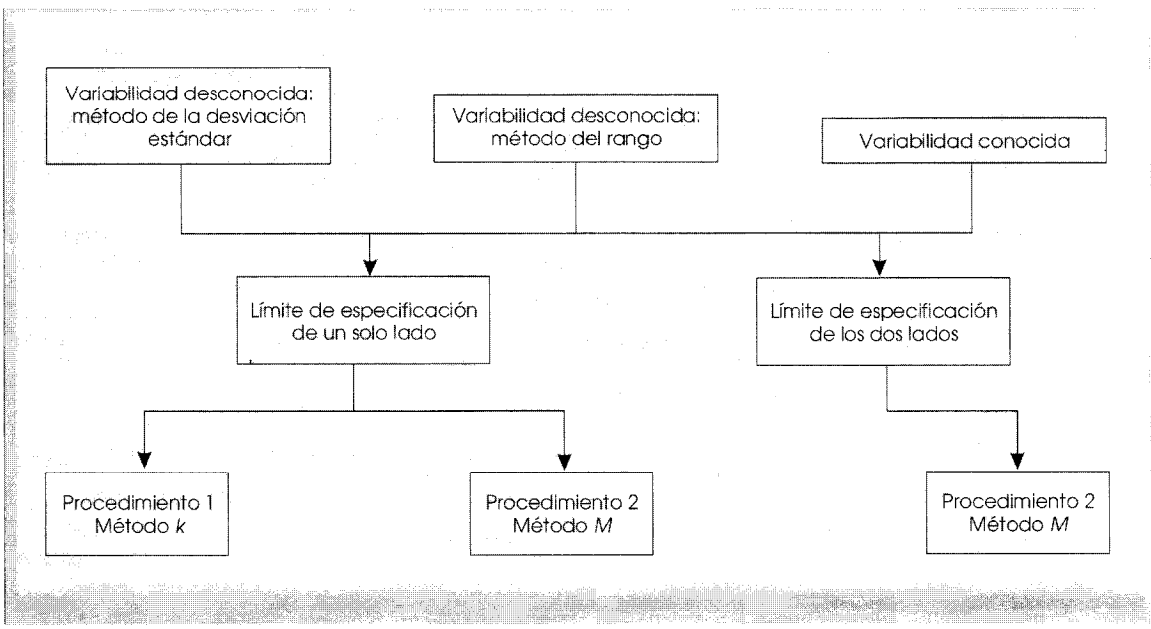


Figura 12.12 *Organización del MIL STD 414.*

el caso en que la variabilidad del lote o proceso es desconocida. La sección C presenta planes de muestreo basados en el rango de la muestra. La sección D proporciona planes de muestreo por variables para el caso en que la desviación estándar es conocida. A continuación se estudia el uso de la sección B.

Pasos para diseñar un plan MIL STD 414

1. Determinar el tamaño de lote.
2. Especificar el NCA (o AQL).
3. Escoger el nivel de inspección (usualmente el nivel IV, que puede ser cambiado si la situación lo justifica). A mayor sea el nivel de inspección más estricto es el plan (más rápido cae su curva CO).
4. En la tabla 12.14, y de acuerdo al tamaño de lote y el nivel de inspección, encontrar la letra código correspondiente para el tamaño de muestra.
5. Seleccionar la sección de la estándar a utilizar. Las secciones B y C contienen planes para los casos en los que no se conoce la variabilidad y se estiman por la desviación estándar y el rango, respectivamente. La sección D proporciona planes cuando se conoce σ.

   Los pasos siguientes se hacen a partir del supuesto de que se eligió la sección B.
6. En la tabla 12.15, de acuerdo a la letra código y el NCA, se busca el plan simple para inspección normal; que consiste de un tamaño de muestra n, y del valor M, que es el porcentaje máximo de defectuosos tolerado en el lote.
7. En la misma tabla 12.15, partiendo de los NCA que están en la parte inferior de la tabla, se encuentra el plan que se emplearía bajo inspección severa, con sus correspondientes valores para n y M.
8. Seleccionar aleatoriamente una muestra de tamaño n, y a cada pieza de la muestra medirle la característica de calidad. Con los datos obtenidos calcular la media $\bar{X}$ y la desviación estándar muestral, S (véase capítulo 2).
9. De los siguientes dos índices, de acuerdo al tipo de especificaciones que tenga la característica de calidad, calcular a uno o a ambos.

$$Z_{ES} = \frac{ES - \bar{X}}{S} \quad \text{para especificación superior } (ES).$$

$$Z_{EI} = \frac{\bar{X} - EI}{S} \quad \text{para especificación inferior } (EI).$$

Nótese que ambos índices: Z_{EI} y Z_{ES}, son la distancia entre la media de la muestra, $\bar{X}$, y la correspondiente especificación, expresada en unidades de la desviación estándar de la muestra, S, y corresponde a la métrica Seis Sigma (ver capítulos 5 y 18). El valor de estos índices es grande, si $\bar{X}$ está muy lejos de la respectiva especificación y en consecuencia el correspondiente porcentaje de defectuosos, p_I o p_S, del lote es más pequeño (véase figura 12.11).

10. Precisamente con uno o ambos índices, según se tenga una característica de calidad con una o con doble especificación, se estima la correspondiente proporción de unidades defectuosas en el lote. Para ello en la tabla 12.16, ubicar la intersección del renglón correspondiente a Z_{EI} o Z_{ES} y al tamaño de muestra del plan de inspección; el valor encontrado en tal intersección corresponde a la estimación del porcentaje de defectuosos del lote de lado inferior, p_I, o del lado superior, p_S, respectivamente.
11. Decisión de aceptación o rechazo:

    - Para variables con sólo especificación inferior. Aceptar el lote si p_I es menor o igual que M. En caso contrario rechazarlo.
    - Para variables con sólo especificación superior. Aceptar el lote si p_S es menor o igual que M. En caso contrario rechazarlo.
    - Para variables con doble especificación. Aceptar el lote si la suma del porcentaje inferior más el superior, $p = p_I + p_S$, es menor o igual que M. En caso contrario rechazar el lote.

Tabla 12.14 Letras códigos del tamaño de muestra para MIL STD 414 (muestreo para variables).

	Niveles de inspección				
Tamaño del lote	I	II	III	IV	V
3 a 8	B	B	B	B	C
9 a 15	B	B	B	B	D
16 a 25	B	B	B	C	E
26 a 40	B	B	B	D	F
41 a 65	B	B	C	E	G
66 a 110	B	B	D	F	H
111 a 180	B	C	E	G	I
181 a 300	B	D	F	H	J
301 a 500	C	E	G	I	K
501 a 800	D	F	H	J	L
801 a 1 300	E	G	I	K	L
1 301 a 3 200	F	H	J	L	M
3 201 a 8 000	G	I	L	M	N
8 001 a 22 000	H	J	M	N	O
22 001 a 110 000	I	K	N	O	P
110 001 a 550 000	I	K	O	P	Q
550 001 y más	I	K	P	Q	Q

Tabla 12.15 Tabla para inspección normal y severa (variabilidad desconocida, método de la desviación estándar), método *M*.

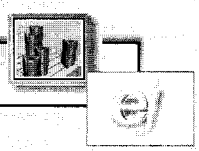
Letra código del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Nivel de calidad aceptable: NCA o AQL (inspección normal)													
		0.04	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.00	1.50	2.50	4.00	6.50	10.0	15.0
		M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	▼	▼	7.59	18.86	26.94	33.69	40.47
C	4	↓	↓	↓	↓	↓	↓	▼	1.53	5.50	10.92	16.45	22.86	29.45	36.90
D	5	↓	↓	↓	↓	▼	▼	1.33	3.32	5.83	9.80	14.39	20.19	26.56	33.99
E	7	↓	↓	↓	▼	0.422	1.06	2.14	3.55	5.35	8.40	12.20	17.35	23.29	30.50
F	10	▼	▼	▼	0.349	0.716	1.30	2.17	3.26	4.77	7.29	10.54	15.17	20.74	27.57
G	15	0.099	0.099	0.312	0.503	0.818	1.31	2.11	3.05	4.31	6.56	9.46	13.71	18.94	25.61
H	20	0.135	0.135	0.365	0.544	0.846	1.29	2.05	2.95	4.09	6.17	8.92	12.99	18.03	24.53
I	25	0.155	0.155	0.380	0.551	0.877	1.29	2.00	2.86	3.97	5.97	8.63	12.57	17.51	23.97
J	30	0.179	0.179	0.413	0.581	0.879	1.29	1.98	2.83	3.91	5.86	8.47	12.36	17.24	23.58
K	35	0.170	0.170	0.388	0.535	0.847	1.23	1.87	2.68	3.70	5.57	8.10	11.87	16.65	22.91
L	40	0.179	0.179	0.401	0.566	0.873	1.26	1.88	2.71	3.72	5.58	8.09	11.85	16.61	22.86
M	50	0.163	0.163	0.363	0.503	0.789	1.17	1.71	2.49	3.45	5.20	7.61	11.23	15.87	22.00
N	75	0.147	0.147	0.330	0.467	0.720	1.07	1.60	2.29	3.20	4.87	7.15	10.63	15.13	21.11
O	100	0.145	0.145	0.317	0.447	0.689	1.02	1.53	2.20	3.07	4.69	6.91	10.32	14.75	20.66
P	150	0.134	0.134	0.293	0.413	0.638	0.949	1.43	2.05	2.89	4.43	6.57	9.88	14.20	20.02
Q	200	0.135	0.135	0.294	0.414	0.637	0.945	1.42	2.04	2.87	4.40	6.53	9.81	14.12	19.92
		.065	0.10	.15	.25	.40	.65	1.00	1.50	2.50	4.00	6.50	10.00	15.00	
		Niveles de calidad aceptable: NCA o AQL (inspección severa)													

Tabla 12.16 Tabla para estimar el porcentaje de defectuosos en el lote (p_I o p_S) para Z_{EI} o Z_{ES} usando el método de la desviación estándar.

Z_{ES} o Z_{EI}	Tamaño de muestra															
	3	4	5	7	10	15	20	25	30	35	40	50	75	100	150	200
0	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00	50.00
0.1	47.24	46.67	46.44	46.26	46.16	46.10	46.08	46.06	46.05	46.05	46.04	46.04	46.03	46.03	46.02	46.02
0.3	41.63	40.00	39.37	38.87	38.60	38.44	38.37	38.33	38.31	38.29	38.28	38.27	38.25	38.24	38.22	38.22
0.35	40.20	38.33	37.62	37.06	36.75	36.57	36.49	36.45	36.43	36.41	36.40	36.38	36.36	36.35	36.33	36.33
0.45	37.26	35.00	34.16	33.49	33.23	32.92	32.84	32.79	32.76	32.74	32.73	32.72	32.68	32.67	32.66	32.65
0.50	35.75	33.33	32.44	31.74	31.37	31.15	31.06	31.01	30.98	30.96	30.95	30.93	30.90	30.89	30.87	30.87
0.55	34.20	31.67	30.74	30.01	29.64	29.41	29.32	29.27	29.24	29.22	29.21	29.19	29.16	29.15	29.41	29.13
0.60	32.61	30.00	29.05	28.32	27.94	27.72	27.63	27.58	27.55	27.53	27.52	27.50	27.47	27.46	27.45	27.44
0.70	29.27	26.67	25.74	25.03	24.67	24.46	24.38	24.33	24.31	24.29	24.28	24.26	24.24	24.23	24.21	24.21
0.75	27.50	25.00	24.11	23.44	23.10	22.90	22.83	22.79	22.76	22.75	22.73	22.72	22.70	22.69	22.68	22.67
0.80	25.64	23.33	22.51	21.88	21.57	21.40	21.33	21.29	21.27	21.26	21.25	21.23	21.22	21.21	21.20	21.20
0.85	23.67	21.67	20.93	20.37	20.10	19.94	19.89	19.86	19.84	19.82	19.82	19.80	19.79	19.78	19.78	19.77
0.90	21.55	20.00	19.38	18.90	18.67	18.54	18.50	18.47	18.46	18.45	18.44	18.43	18.42	18.42	18.41	18.41
0.95	19.25	18.33	17.86	17.48	17.29	17.20	17.17	17.15	17.14	17.13	17.13	17.12	17.12	17.11	17.11	17.11
1.00	16.67	16.67	16.36	16.10	15.97	15.91	15.89	15.88	15.88	15.87	15.87	15.87	15.87	15.87	15.87	15.87
1.05	13.66	15.00	14.91	14.77	14.71	14.68	14.67	14.67	14.67	14.67	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68	14.68
1.10	9.84	13.33	13.48	13.49	13.50	13.51	13.52	13.52	13.53	13.54	13.54	13.54	13.55	13.55	13.56	13.56
1.15	0.29	11.67	12.10	12.27	12.34	12.39	12.42	12.44	12.45	12.46	12.46	12.47	12.48	12.49	12.49	12.30
1.20	0.00	10.00	10.76	11.10	11.24	11.34	11.38	11.41	11.42	11.43	11.44	11.46	11.47	11.48	11.49	11.49
1.25	0.00	8.33	9.46	9.98	10.21	10.34	10.40	10.43	10.46	10.47	10.48	10.50	10.52	10.53	10.54	10.55
1.30	0.00	6.67	8.21	8.93	9.22	9.40	9.48	9.52	9.55	9.57	9.58	9.60	9.63	9.64	9.65	9.66
1.35	0.00	5.00	7.02	7.92	8.30	8.52	8.61	8.66	8.69	8.72	8.74	8.76	8.79	8.81	8.82	8.83
1.40	0.00	3.33	5.88	6.98	7.44	7.69	7.80	7.86	7.90	7.92	7.94	7.97	8.01	8.02	8.04	8.05
1.45	0.00	1.67	4.81	6.10	6.63	6.92	7.04	7.11	7.15	7.18	7.21	7.24	7.28	7.30	7.31	7.33
1.50	0.00	0.00	3.80	5.28	5.87	6.20	6.34	6.41	6.46	6.50	6.52	6.55	6.60	6.61	6.64	6.65
1.55	0.00	0.00	2.87	4.52	5.18	5.54	5.69	5.77	5.82	5.86	5.88	5.92	5.97	5.99	6.01	6.02
1.60	0.00	0.00	2.03	3.83	4.54	4.92	5.09	5.17	5.23	5.27	5.30	5.33	5.38	5.41	5.43	5.44
1.65	0.00	0.00	1.28	3.19	3.95	4.36	4.53	4.62	4.68	4.72	4.75	4.79	4.85	4.87	4.90	4.91
1.70	0.00	0.00	0.66	2.62	3.41	3.84	4.02	4.12	4.18	4.22	4.25	4.30	4.35	4.38	4.41	4.42
1.75	0.00	0.00	0.19	2.11	2.93	3.37	3.56	3.66	3.72	3.77	3.80	3.84	3.90	3.93	3.95	3.97
1.80	0.00	0.00	0.00	1.65	2.49	2.94	3.13	3.24	3.30	3.35	3.38	3.43	3.48	3.51	3.54	3.55
1.85	0.00	0.00	0.00	1.26	1.09	2.56	2.75	2.85	2.92	2.97	3.00	3.05	3.10	3.13	3.16	3.17
1.90	0.00	0.00	0.00	0.93	1.75	2.21	2.40	2.51	2.57	2.62	2.65	2.70	2.76	2.79	2.82	2.83
1.95	0.00	0.00	0.00	0.65	1.44	1.90	2.09	2.19	2.26	2.31	2.34	2.39	2.45	2.48	2.50	2.52
2.00	0.00	0.00	0.00	0.43	1.17	1.62	1.81	1.91	1.98	2.03	2.06	2.10	2.16	2.19	2.22	2.23
2.05	0.00	0.00	0.00	0.26	0.94	1.37	1.56	1.66	1.73	1.77	1.80	1.85	1.91	1.94	1.96	1.98
2.10	0.00	0.00	0.00	0.14	0.74	1.16	1.34	1.44	1.50	1.54	1.58	1.62	1.68	1.71	1.73	1.75
2.15	0.00	0.00	0.00	0.06	0.58	0.97	1.14	1.24	1.30	1.34	1.37	1.42	1.47	1.50	1.53	1.54
2.20	0.000	0.00	0.000	0.015	0.437	0.803	0.968	1.061	0.120	1.161	1.192	1.233	1.287	1.314	1.340	1.352
2.25	0.000	0.00	0.000	0.001	0.324	0.660	0.816	0.905	0.962	1.002	1.031	1.071	1.123	1.148	1.173	1.186
2.30	0.000	0.00	0.000	0.000	0.233	0.538	0.685	0.769	0.823	0.861	0.888	0.927	0.977	1.001	1.025	1.037

2.35	0.000	0.000	0.000	0.000	0.163	0.435	0.571	0.650	0.701	0.736	0.763	0.779	0.847	0.870	0.893	0.905
2.40	0.000	0.000	0.000	0.000	0.109	0.348	0.473	0.546	0.594	0.628	0.653	0.687	0.732	0.755	0.777	0.737
2.45	0.000	0.000	0.000	0.000	0.069	0.275	0.389	0.457	0.501	0.533	0.556	0.589	0.632	0.653	0.673	0.684
2.50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.041	0.214	0.317	0.380	0.421	0.451	0.473	0.503	0.543	0.563	0.582	0.592
2.55	0.000	0.000	0.000	0.000	0.023	0.165	0.257	0.314	0.352	0.379	0.400	0.428	0.465	0.484	0.502	0.511
2.60	0.000	0.000	0.000	0.000	0.011	0.125	0.207	0.258	0.293	0.318	0.337	0.363	0.398	0.415	0.432	0.441
2.65	0.000	0.000	0.000	0.000	0.005	0.094	0.165	0.211	0.243	0.265	0.282	0.307	0.339	0.355	0.371	0.379
2.70	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.069	0.130	0.171	0.200	0.220	0.236	0.258	0.288	0.302	0.317	0.325
2.75	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.049	0.102	0.138	0.163	0.182	0.196	0.216	0.243	0.257	0.271	0.277
2.80	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.035	0.079	0.110	0.133	0.150	0.162	0.181	0.205	0.218	0.230	0.237
2.85	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.024	0.060	0.088	0.108	0.122	0.134	0.150	0.173	0.184	0.195	0.201
2.90	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.016	0.046	0.069	0.087	0.100	0.110	0.125	0.145	0.155	0.165	0.171
2.95	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.010	0.034	0.054	0.069	0.081	0.090	0.103	0.121	0.130	0.140	0.144
3.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.006	0.025	0.042	0.055	0.065	0.073	0.084	0.101	0.109	0.118	0.122
3.05	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.004	0.018	0.032	0.043	0.052	0.059	0.069	0.083	0.091	0.099	0.103
3.10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.013	0.024	0.034	0.041	0.047	0.056	0.069	0.076	0.083	0.086
3.15	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.009	0.018	0.026	0.033	0.038	0.046	0.057	0.063	0.069	0.072
3.20	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.006	0.014	0.020	0.026	0.030	0.037	0.047	0.052	0.057	0.060
3.25	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.004	0.010	0.015	0.020	0.024	0.030	0.038	0.043	0.048	0.050
3.30	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.003	0.007	0.012	0.015	0.019	0.024	0.031	0.035	0.039	0.042
3.35	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.005	0.009	0.012	0.015	0.019	0.025	0.029	0.032	0.034
3.40	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.004	0.007	0.009	0.011	0.015	0.020	0.023	0.027	0.028
3.45	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.005	0.007	0.009	0.012	0.016	0.019	0.022	0.023
3.50	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002	0.003	0.005	0.007	0.009	0.013	0.015	0.018	0.019
3.55	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.004	0.005	0.007	0.011	0.012	0.015	0.016
3.60	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.004	0.006	0.008	0.010	0.012	0.013
3.65	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.003	0.004	0.007	0.008	0.010	0.010
3.70	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.002	0.003	0.005	0.006	0.008	0.008
3.75	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.002	0.004	0.005	0.006	0.007
3.80	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	0.006
3.85	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.004
3.90	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.003	0.004

EJEMPLO 12.6



En una fábrica de autopartes se han tenido problemas con la dimensión de cierta barra de acero en el momento de ensamblarla. La longitud ideal de la barra es de 100 mm, con una tolerancia de más menos 2 mm. Se decide implementar un muestreo de aceptación interno con el propósito de evitar la llegada a ensamble de lotes con una calidad muy pobre.

El tamaño de lote para estas barras es 3 000. De acuerdo con los antecedentes y los propósitos se elige un NCA (AQL) de 1.0%. De esta forma lotes con 1.0% de barras fuera de especificaciones tendrán alta probabilidad de aceptarse para ensamble. El nivel de inspección que se utilizará es el usual (nivel IV en la tabla 12.14).

Con base en lo anterior, en la tabla 12.14 se encuentra que la letra código para el tamaño de muestra es la *L*. Supongamos que no se conoce la desviación estándar del proceso y que ésta va ser estimada con *S*. Por lo que de acuerdo al paso 6, en la tabla 12.15 se encuentra que el plan de inspección normal es

$$n = 40, M = 2.71\%$$

y el plan para inspección severa es

$$n = 40, M = 1.88\%.$$

De un lote en particular se seleccionan aleatoriamente 40 barras y se les mide su longitud. Con los 40 datos se calcula

$$\bar{X} = 100.15 \text{ y } S = 0.8$$

y con éstos a su vez se calculan los índices

$$Z_{ES} = \frac{102 - 100.15}{0.8} = 2.31$$

$$Z_{EI} = \frac{100.15 - 98}{0.8} = 2.6875$$

Con estos valores, en la columna de $n = 40$ de la tabla 12.16 y tomando el valor de Z_{ES} igual al valor más cercano (2.30), se estima que el porcentaje de barras en el lote que exceden la especificación superior es igual a $p_S = 0.888\%$. Mientras que el porcentaje de barras que tienen una longitud menor a la (EI) es $p_I = 0.236\%$. De esta manera el porcentaje total que se estima fuera de especificaciones es

$$p = 0.888 + 0.236 = 1.124\%$$

que es menor que M (=2.71%), por lo que el lote es aceptado.

USO DE EXCEL Y STATGRAPHICS

Una vez obtenido un plan de muestreo por atributos por cualquier método, es importante obtener su curva CO para caracterizar el plan. Veremos cómo hacer esto en Excel y Statgraphics.

Curva tipo A, planes (N, n, Ac). Se puede utilizar la hoja de cálculo Excel o alguna otra equivalente para obtener la curva CO tipo A, que son las que corresponden a los planes de muestreo por atributos del tipo (*N*, *n*, *Ac*), en donde el número de artículos defectuosos en la muestra sigue la distribución hipergeométrica (véase capítulo 3 para detalles de esta distribución y la forma que se utiliza en Excel). Procediendo como sigue:

1. En la celda A1 de Excel ponga el valor del tamaño de lote, *N*, en la A2 el tamaño de muestra, *n*, en la A3 el NCA expresado en términos decimales (no porcentuales), y en la celda A4 el número de artículos defectuosos que son toleradas en la muestra, *Ac*.
2. En la columna B se anota la proporción de defectuosos (eje *X* de la curva CO), para ello es necesario cubrir un rango amplio alrededor del NCA. Una forma de hacer esto es poniendo en la celda B1 lo siguiente: +A3/5, luego en la columna B2 se teclea la fórmula: + B1+B1. Enseguida se rellena esta fórmula hacia abajo hasta la celda B50.
3. En la columna C se va a calcular la probabilidad de aceptación para cada posible proporción de defectuosos, utilizando la distribución hipergeométrica. Por lo tanto utilizando esta distribución se debe obtener la probabilidad de aceptar el lote, es decir, se obtiene *P*(0)+...+*P*(Ac) para cada proporción de defectuosos que puede venir en el lote (columna B). Como la estructura de la distribución en Excel es *DISTR.HIPERGEOM*(*x*, *n*, *K*, *N*), donde *x* es el número de defectos en la muestra (*x* = 0,...,Ac), *n* es el tamaño de la muestra, *K* es el número posible de artículos defectuosos en el lote (*K* = *p***N*), y *N* es el tamaño de lote; entonces en la celda C1 teclear la siguiente fórmula:

   =DISTR.HIPERGEOM(0, A2, REDONDEAR(B1*A1, 0), A1)+...+
   DISTR.HIPERGEOM(Ac, A2, REDONDEAR(B1*A1, 0), A1)

   Por ejemplo si *Ac* = 1, entonces se teclea

   DISTR.HIPERGEOM(0, A2, REDONDEAR(B1*A1, 0), A1)+
   DISTR.HIPERGEOM(1, A2, REDONDEAR(B1*A1, 0), A1)

   Si *Ac* = 2, entonces se teclea

   DISTR.HIPERGEOM(0, A2, REDONDEAR(B1*A1, 0), A1)+
   DISTR.HIPERGEOM(1, A2, REDONDEAR(B1*A1, 0), A1)+
   DISTR.HIPERGEOM(2, A2, REDONDEAR(B1*A1, 0), A1)

4. Rellenar hacia abajo (hasta C50), la fórmula que se tecleó en la celda C1 en el paso anterior.
5. Hacer una gráfica *xy* de líneas: la columna B (eje *X*) contra la columna C (eje *Y*). La gráfica resultante es la curva característica de operación para el plan correspondiente.

Curva tipo B, planes (n, Ac). En este tipo de curvas no se conoce el tamaño de lote, pero se supone un tamaño de lote grande (más de 10 veces el tamaño de muestra), por lo que el número de artículos defectuosos en la muestra sigue la distribución binomial (véase capítulo 3 para detalles de esta distribución y la forma que se utiliza en Excel). Procediendo como sigue:

1. En la celda A1 ponga el tamaño de muestra, n, en la A2 el NCA expresado en términos decimales (no porcentuales), y en la celda A3 el número de artículos defectuosos que son tolerados en la muestra, Ac.
2. En la columna B se anota la proporción de defectuosos (eje X de la curva CO), para ello es necesario cubrir un rango amplio alrededor del NCA. Una forma de hacer esto es poniendo en la celda B1 lo siguiente: +A2/5, luego en la columna B2 se teclea la fórmula: + B1+B1. Enseguida se rellena esta fórmula hacia abajo hasta la celda B50.
3. En la columna C se va a calcular la probabilidad de aceptación para cada posible proporción de defectuosas, utilizando la distribución binomial. Por tanto utilizando esta distribución se debe obtener la probabilidad de aceptar el lote, es decir, se obtiene $P(0)+...+P(Ac)$ para cada proporción de defectuosos que puede venir en el lote (columna B). Como la estructura de la distribución en Excel es *DISTR.BINOM*(x, n, p, valor lógico), donde x es el número de éxitos del que se quiere obtener la probabilidad, n es el tamaño de muestra, p es la proporción de artículos defectuosos en el lote y el valor lógico puede ser cero o uno; si se pone un uno entonces se calcula la función acumulada $P(X \leq x)$; entonces en la celda C1 teclear la siguiente fórmula:

$$= DISTR.\ BINOM(\$A\$3, \$A\$1, B1, 1)$$

   Por ejemplo, si el plan es (n = 150, Ac = 2), entonces de acuerdo con lo anterior, en la función aparecerán los siguientes números:

$$DISTR.BINOM\ (2, 150, B1, 1)$$

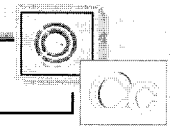
4. Rellenar hacia abajo (hasta C50), la fórmula que se tecleó en la celda C1 en el paso anterior.
5. Hacer una gráfica *xy* de líneas: la columna B (eje X) contra la columna C (eje Y). La gráfica resultante es la curva característica de operación para el plan correspondiente.

Statgraphics. La versión 4 o posteriores del *Statgraphics Plus*, incluyen el muestreo de aceptación, y ahí además de poder construir curvas CO para planes específicos, se pueden diseñar planes que satisfagan las necesidades que se le especifiquen. Para acceder a este procedimiento se elige la siguiente secuencia de opciones:

$$Special \rightarrow Quality\ Control \rightarrow Acceptance\ Sampling$$

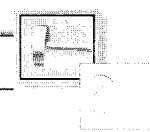
A partir de ahí se elige la opción *attributes* o variable. Después hay que seleccionar las opciones deseadas y proporcionar la información requerida por cada opción (consultar las secciones anteriores para clarificar los conceptos que solicita el *software*).

CONCEPTOS CLAVE



- Muestreo de aceptación
- Cero inspección
- Inspección al 100%
- Planes por variables
- Planes por atributos
- Plan de muestreo simple
- Plan de muestreo doble
- Plan de muestreo múltiple
- Muestreo aleatorio simple
- Curva CO
- Curva CO ideal
- Curva CO tipo B
- Curva CO tipo A
- Nivel de calidad aceptable
- Riesgo del productor
- Nivel de calidad límite
- Porcentaje defectivo tolerado del lote
- Riesgo del consumidor
- Calidad promedio de salida
- Límite de la calidad promedio de salida
- Inspección total promedio
- MIL STD 105D
- Inspección severa
- Inspección reducida
- LCPS Dodge-Roming
- Planes Dodge-Roming
- Planes NCL
- Muestreo por variables
- MIL STD 414

PREGUNTAS Y EJERCICIOS



1. Explique qué es el muestreo de aceptación.
2. El muestreo de aceptación es una decisión intermedia entre dos extremos: cero inspección o inspección al 100%. Explique bajo qué condiciones se recomienda aplicar el muestreo de aceptación.
3. ¿Cuáles son las ventajas del muestreo de aceptación sobre la inspección al 100%?
4. Comente de manera general en qué consisten los planes de muestreo por atributos y por variables.
5. ¿En qué consiste un muestreo doble?
6. Explique en forma general cómo se recomienda formar un lote que va a ser sometido a un plan de muestreo de aceptación.

7. Describa qué es y cuál es la utilidad de la curva característica de operación de un plan de muestreo por atributos.
8. Apoyándose en las propiedades de la curva CO, señale qué tanta influencia tiene el tamaño de lote en el tipo de calidad que acepta un plan de muestreo de aceptación.
9. Algunas personas tienen la costumbre de tomar un tamaño de muestra igual a cierto porcentaje del tamaño de lote (10%). ¿Con base en las propiedades de la curva CO, es adecuada esta costumbre?
10. Comente el significado de los índices NCA y NCL, su relación con el riesgo del productor y riesgo del consumidor.
11. Se decide implementar un muestreo de aceptación para atributos con el propósito de regular la salida de lotes de tamaño grande, el nivel de calidad aceptable (NCA o AQL) se fija en 1.2% con $\alpha = 0.05$ y el NCL = 5% con $\beta = 0.10$.
    a) Con base en lo anterior bosqueje la curva CO que se requiere para el plan de muestreo.
    b) Utilizando las tablas de Cameron encuentre el plan que regulará este muestreo y explique su funcionamiento.
    c) Obtenga en forma más o menos exacta la curva CO para el correspondiente plan, apoyándose en tablas o con ayuda de Excel.
    d) ¿El plan encontrado no acepta lotes con 2% de artículos defectuosos?
    e) En la redacción inicial del problema se supuso que los lotes eran de tamaño grande, dado el tamaño de muestra, ¿cuál debe ser el tamaño de lote para que se siga cumpliendo la suposición inicial?
12. El riesgo del productor está definido por $\alpha = .05$ por el 1.5% de los productos defectuosos y el riesgo del consumidor está definido por $\beta = .10$ por el 4.6% de los productos defectuosos. Utilizando las tablas de Cameron seleccione un plan que concuerde con el riesgo del productor y esté tan cerca como sea posible de la condición del consumidor.
13. Para medir la eficacia de un proceso en una empresa, se cuantifica la proporción de artículos defectuosos. De acuerdo a los datos históricos se tiene que el porcentaje promedio de artículos defectuosos es de 3.5%.
    a) Un cliente de esta empresa exige que antes de enviar los embarques, inspeccione los lotes y que aplique un NCA de 2.5%, de acuerdo a esto, con las tablas de Cameron diseñe un plan apropiado suponiendo un NCL = 5%, y tamaño de lote grande.
    b) Obtenga la curva CO para el plan.
    c) ¿Con tal plan se rechazarán todos los lotes antes de ser enviados? Explique.
    d) ¿Si un lote tiene un nivel de calidad igual al promedio del proceso, cuál es la probabilidad de aceptarlo?
    e) ¿Qué opina de la utilidad del plan en este caso?
14. ¿Cuál es el propósito de los distintos niveles de inspección en las tablas MIL STD 105D?
15. ¿Cuál es la finalidad de que un esquema de muestreo obtenido mediante las MIL STD 105D, tenga planes normal, reducido y severo?
16. ¿Cuáles son las diferencias entre el método de Cameron y las MIL STD 105D para obtener planes de muestreo?

17. Un proveedor de sábanas y un hotel han decidido evaluar el producto en lotes de 1 000 usando un AQL de 1% con una probabilidad de rechazo del 0.10.
   a) Use el MIL STD 105D y determine los planes de muestreo para $c = 0, 1, 2$.
   b) ¿Si usted fuera el comprador, cuál de los planes anteriores seleccionaría? ¿Por qué?

18. En una empresa se ha venido aplicando un muestreo de aceptación con base en MIL STD 105D, usan un AQL de 1.5%. Conteste.
   a) Suponiendo lotes de 12 000 piezas, y usando nivel de inspección normal (II) encuentre los planes normal, reducido y severo que se aplicarán.
   b) De acuerdo a lo anterior, ¿este plan garantiza que no se acepten lotes con un porcentaje de defectuosos mayor al 1.5%? Explique.
   c) Si el tamaño de lote en lugar de 12 000, fuera de 32 000, compruebe que de acuerdo a MIL STD 105D el tamaño de muestra y el número de aceptación serían los mismos. ¿Por qué cree usted que ocurre esto?

19. Si en el problema anterior el NCL deseado es 5.0%, conteste:
   a) Use las tablas de Cameron y encuentre el plan de muestreo adecuado.
   b) ¿Este plan dejará pasar con facilidad lotes que tengan un porcentaje mayor de artículos defectuosos al 5%?

20. Usando un MIL STD 105 D, un inspector general de servicios de administración necesita determinar los planes de muestreo simple para la siguiente información.

Caso	Nivel de inspección	Inspección	AQL	Tamaño de lote
a)	II	Severa	1.5%	1 400
b)	I	Normal	0.65%	115
c)	III	Reducida	0.40%	160 000
d)	III	Normal	2.5%	27

21. En una empresa se usa un método de muestreo de aceptación que consiste en lo siguiente: se toma una muestra de 10% del lote, y si en la muestra se encuentra 1% o menos de piezas defectuosas entonces el lote es aceptado, en caso contrario el lote es rechazado. Los tamaños de lote más frecuentes son de 1 000 y 2 000 piezas, por lo tanto ($n = 100$, $c = 1$) y ($n = 200$, $c = 2$), respectivamente. De acuerdo a lo anterior conteste:
   a) ¿En general cuál es su opinión sobre este método de muestreo?
   b) Construya las curvas CO que correspondan.
   c) ¿Cuál es la protección que cada plan proporciona al nivel de calidad aceptable que es de 1.0%? Comente los resultados obtenidos.

22. Una manufacturera automovilística está usando un plan muestral de $n = 200$ y $c = 0$ para todos los tamaños del lote. Construye las curvas CO y AOQ. Gráficamente determina el valor de AQL para $\alpha = .05$ y el valor de AOQL.

23. Una de las principales firmas de computadoras usa un plan muestral de $n = 50$ y $c = 0$ sin tomar en cuenta el tamaño del lote. Construye las curvas CO y AOQ. Gráficamente determina el valor de AQL para $\alpha = .05$ y el valor de AOQL.

24. ¿Sobre qué índices o criterios se basan los planes de muestreo Dodge-Roming, y cuál es la idea o filosofía sobre los que se basan este tipo de planes?

25. Considerando un NCL = 1%, un porcentaje promedio de defectuosos de 0.5%, y un tamaño de lote de $N = 1\,200$; diseñe el plan Dodge-Roming adecuado y explique los aspectos más relevantes respecto a lo que se espera de dicho plan y su operación.

26. Resuelva el problema anterior pero ahora considerando un NCL = 5%; ¿por qué el plan resultante es diferente?

27. Considerando un NCPS o AOQL = 3%, un porcentaje promedio de defectuosos de 1.3%, y un tamaño de lote de $N = 2\,500$, diseñe el plan Dodge-Roming adecuado y explique los aspectos más relevantes respecto a lo que se espera de dicho plan y su operación.

28. Resuelva el problema anterior pero ahora considerando un NCPS = 2%; ¿por qué el plan resultante es diferente?

29. ¿Qué ventajas tiene el muestreo de aceptación para variables respecto al de por atributos?

30. Un lote de 480 artículos es sometido a inspección con un nivel II, y un NCA = 1.5%. De acuerdo a las tablas MIL STD 414. ¿Cuál es el plan de muestreo apropiado n, M? Explique.

31. Suponiendo inspección normal, MIL STD 414, el método de la desviación estándar y variabilidad desconocida, además de letra código D y AQL = 2.5%, y una especificación inferior de 200 g.

a) Con un tamaño de lote $N = 40$ encuentre el plan apropiado.

b) Determinar si un lote es aceptado o rechazado usando el método 2, dado que los resultados de la inspección fueron los siguientes: 204, 211, 199, 209 y 208 g.

32. Para aceptar embarques de 400 bultos que deben pesar 50 kg cada uno, se establece como especificación inferior para el peso 49.5 y como superior 50.5.

a) Si se establece un NCA = 1.0%, aplicando MIL STD 414 y nivel IV de inspección, encuentre el plan apropiado (n, M).

b) De acuerdo al plan anterior, cuando se recibe un embarque, qué se hace y cómo se decide si se rechaza o acepta el embarque.

c) Aplicando el plan se selecciona una muestra de bultos, se pesan y se encuentra que $\bar{X} = 49.8$, y $S = 0.2$, ¿se acepta o se rechaza el embarque? Argumente.

33. Si en el problema anterior se hubiera utilizado un NCA = 4.0%.

a) Encuentre el plan de muestreo apropiado.
b) Explique en qué y por qué son diferentes los planes para NCA = 1.0% y NCA = 4.0%.
c) ¿Utilizando $\bar{X} = 49.8$ y $S = 0.2$, se rechaza o se acepta el lote con el plan NCA = 4.0%?

34. ¿Si usted es el vendedor, cuál de los dos planes anteriores preferiría? Argumente su respuesta.

Capítulo 13

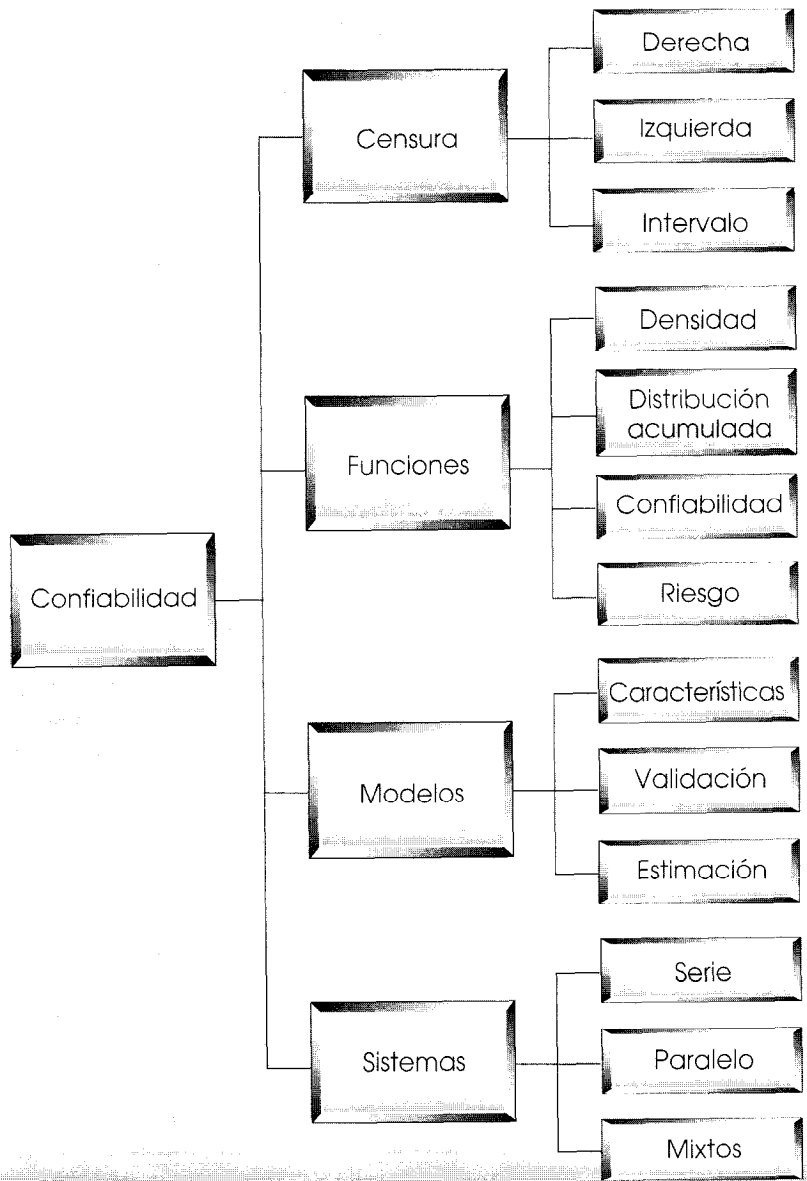
Confiabilidad

SUMARIO

- Preguntas en estudio de confiabilidad
- Características de los estudios de confiabilidad
- Tipos de censura en confiabilidad
- Funciones en confiabilidad
- Modelos (distribuciones) para el tiempo de falla
- Especificación de la distribución de vida y estimación gráfica de sus parámetros
- Estimación por mínimos cuadrados y por máxima verosimilitud
- Varios modos de falla
- Confiabilidad de sistemas
- Uso de Statgraphics y Minitab

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Describir la importancia de los estudios de confiabilidad y sus características distintivas.
- Conocer las diferentes funciones que se utilizan en confiabilidad, los tipos de censura y los modelos para el tiempo de falla.
- Explicar los métodos de estimación que se utilizan en confiabilidad (gráficos, mínimos cuadrados y máxima verosimilitud).
- Entender cómo se analiza la confiabilidad de los sistemas que están formados por varias partes o subsistemas.


Confiabilidad
Censura
Derecha
Izquierda
Intervalo
Funciones
Densidad
Distribución acumulada
Confiabilidad
Riesgo
Modelos
Características
Validación
Estimación
Sistemas
Serie
Paralelo
Mixtos

En este capítulo se estudiarán los conceptos y métodos principales de confiabilidad. Esta área cada día toma más relevancia debido a la creciente demanda por productos de calidad que tengan buen desempeño durante un tiempo suficientemente largo. Por ello, los equipos de proyectos Seis Sigma la incluyen con más frecuencia como una de sus herramientas estadísticas fundamentales.

Confiabilidad

Es la probabilidad de que un componente o sistema desempeñe satisfactoriamente la función para la que fue creado durante un periodo establecido y bajo condiciones de operación especificadas.

No es suficiente que un producto cumpla las especificaciones y criterios de calidad establecidos y evaluados durante el proceso de producción, sino que además es necesario que tenga un buen desempeño durante cierto tiempo. Si éste es el caso, se dice que el producto es confiable. La *confiabilidad* es la característica de calidad que mide la duración de los productos, los cuales deben operar sin fallas durante un tiempo especificado para ser confiables. De manera que al decir que un artículo es de alta calidad debe entenderse que cumple todas sus especificaciones, incluyendo la confiabilidad. Así, confiabilidad es calidad a lo largo del tiempo.

Falla

Es cuando un producto, componente o sistema deja de funcionar o no realiza satisfactoriamente la función para la que fue creado.

Se dice que la *falla de un producto* es cuando deja de operar dentro de las especificaciones. Esto es, no necesariamente una falla es algo catastrófico, sino que se puede definir como cierto grado de desviación de una característica de calidad respecto a su valor nominal. Por ejemplo, una navaja de rasurar puede fallar porque se rompe o porque se desgasta y deja de tener el suficiente filo. Esta última es la falla más frecuente.

Se llama tiempo a la falla o *tiempo de falla* a aquel que transcurre hasta que el producto deja de funcionar de acuerdo con las especificaciones. También se le llama *tiempo de vida del producto.*

Tiempo de falla

Es el tiempo que transcurre hasta que el producto deja de funcionar. Es el tiempo de vida del producto.

La *confiabilidad* de un producto, componente o sistema es la probabilidad de que éste desempeñe sin fallas la función para la que fue diseñado, durante un periodo especificado. En otras palabras, la confiabilidad de un producto es la probabilidad de que éste satisfaga sus especificaciones durante cierto tiempo de operación. Por ejemplo, la confiabilidad de un automóvil es la probabilidad de que éste se desempeñe sin fallas o descomposturas durante un tiempo a partir de su venta. En este caso el automóvil es un sistema complejo, formado por muchos componentes y subsistemas, algunos independientes entre sí. Por ejemplo, el sistema eléctrico, suspensión, llantas, motor, etc. Cada subsistema tiene su confiabilidad y la combinación de todas ellas (que es un problema complejo) da por resultado la confiabilidad global del automóvil. La compañía ensambladora del automóvil se asegura de que los componentes y subsistemas que compra sean los suficientemente confiables como para asegurar que el producto final resulte confiable. Así, el fabricante de llantas se preocupará porque duren el tiempo especificado y el fabricante de arneses hará lo propio.

En este capítulo nos enfocamos principalmente al estudio de la confiabilidad de componentes y sistemas relativamente simples, en los que ocurre un modo de falla que determina la confiabilidad del componente, puesto que éste se usa en condiciones de operación y ambientales similares. Este es el caso de estudios de confiabilidad llevados a cabo en laboratorio, donde las condiciones son controladas. Esto no es el caso de los estudios de confiabilidad en campos que suelen ser más complejos, puesto que el producto se utiliza en diferentes condiciones de operación y distintas condiciones ambientales, lo que da lugar a varios modos de falla y comportamiento de una misma falla, dependiendo de las condiciones de operación.

PREGUNTAS EN ESTUDIO DE CONFIABILIDAD

Un estudio de confiabilidad busca estudiar la vida de un producto medida en unidades de tiempo (minutos, horas, días) o unidades relacionadas como son número de ciclos, distancia recorrida, piezas producidas, etc. Note que este tipo de unidades siempre toman valores de cero en adelante. Las preguntas de interés relativas al tiempo de vida o duración de producto son:

1. Determinar el tiempo t_p hasta el cual se espera que falle una proporción p dada de los productos puestos en operación. Esta información es útil para determinar tiempos de garantía apropiados.
2. Encontrar el tiempo t_p al cual se espera sobrevivan una proporción $1-p$ dada de los productos puestos en operación. Esta proporción $1-p$ es una estimación de la confiabilidad del producto al tiempo t_p. Note que los productos que sobreviven al tiempo t_p más los que fallaron constituyen el total de artículos considerados en el estudio.
3. Determinar la propensión a fallar que tiene el producto en un tiempo dado. Esta información sirve para planear estudios de confiabilidad más enfocados a determinar el tiempo de quemado (más adelante se define este concepto) óptimo para incrementar la confiabilidad del producto o bien para determinar el tiempo apropiado de mantenimiento a todos los componentes similares para alargar su vida útil, o el tiempo en que debieran desecharse por su alta propensión a fallar.
4. Dado que un artículo ha sobrevivido a un tiempo T_0, encontrar la probabilidad de que éste sobreviva un tiempo t adicional. Con esto se pueden planear medidas (recursos) que será necesario invertir en los años siguientes para sustituir el equipo que falla.
5. Los puntos anteriores se enriquecen sustancialmente si se manejan más de un modo de falla o se hacen estudios de confiabilidad comparativos para diferentes materiales, proveedores o diseños. Se puede determinar cuál de las fallas es más conveniente eliminar de raíz para incrementar la confiabilidad del producto o cuál material, proveedor o diseño del producto es más confiable que otro. Esto último ayuda a tomar decisiones para mejorar la confiabilidad desde la etapa de diseño de un nuevo producto. Al respecto, en el siguiente capítulo se ve el AMEF, una herramienta de particular utilidad para determinar prioridades y puntos críticos en el trabajo por la confiabilidad.

CARACTERÍSTICAS DE LOS ESTUDIOS DE CONFIABILIDAD

La variable de respuesta o característica de calidad de interés en los estudios de confiabilidad es el tiempo a la falla, aspecto que hace que estos estudios tengan características especiales como las siguientes:

1. Los tiempos a la falla son valores no negativos que suelen tener un comportamiento asimétrico, con sesgo positivo. Esto hace que la variable aleatoria tiempo a la falla

tenga comportamientos diferentes al modelo normal. Por ello, las distribuciones de probabilidad más frecuentes para modelar tiempos de vida no son la normal ni la *t de Student*, sino distribuciones que toman valores positivos como la *Weibull*, *lognormal*, exponencial y gamma, por mencionar algunas.

2. En muchas de las aplicaciones de la estadística lo que interesa es la media y la desviación estándar de la población objeto de estudio, parámetros que determinan la distribución de la población en el caso normal. Sin embargo, en confiabilidad las cantidades de mayor interés son los cuantiles de la población objeto de estudio, es decir, el tiempo t_p hasta el cual se espera que falle una proporción p de artículos.
3. Para tener datos es necesario observar fallas. Suele ser caro generar fallas en el laboratorio, pero puede ser más caro que ocurran en campo, afectando también la imagen del negocio. Los componentes o dispositivos que fallan muchas veces se convierten en desperdicio impactando el costo del estudio.
4. Para tener un tiempo de vida o tiempo a la falla exacto se tendría que observar el componente de manera continua y en ocasiones por mucho tiempo, aspectos que frecuentemente son imposibles. Este hecho da lugar a observaciones censuradas. Es decir, no se tiene el tiempo a la falla de ciertas unidades pero se sabe que: *a*) en el tiempo t_c cuando acabó el estudio no habían fallado (censura por la derecha), o *b*) fallaron antes del tiempo t_c (censura por la izquierda), o bien, *c*) se sabe que fallaron en cierto intervalo de tiempo (censura por intervalo). La consideración de datos censurados es importante para hacer viable el estudios de confiabilidad (en tiempo y costo). Sin embargo, los datos censurados aportan información, por lo que éstos deben considerarse de manera adecuada para estimar de manera más precisa el comportamiento del tiempo a la falla.
5. Como se menciona en el punto 2, es necesario observar fallas, pero cuando el producto es muy durable éste podría necesitar meses y hasta años para tener el suficiente número de fallas trabajando en condiciones normales. En estos casos un estudio de confiabilidad en condiciones normales de operación no tiene sentido. Sin embargo, se puede acelerar el transcurrir de la vida del producto si se utiliza en condiciones aceleradas o estresantes: un tiempo pequeño de vida en condiciones aceleradas equivale a un tiempo largo de vida en condiciones normales. De aquí la utilidad de las llamadas pruebas de vida acelerada (véase Nelson, 1990) para poder observar fallas en un tiempo razonable, y luego extrapolar este comportamiento a lo que sería la vida del producto operando en condiciones normales.

Antes de comenzar a trabajar con datos es conveniente discutir algunos de estos puntos de manera más amplia.

Datos censurados

Cuando no se conocen los tiempos de falla de las unidades de manera exacta, sino sólo intervalos de tiempo donde las fallas ocurrieron o hubieran ocurrido. Es información parcial sobre los tiempos de falla.

TIPOS DE CENSURA EN CONFIABILIDAD

En los estudios de confiabilidad resulta impráctico o no es factible registrar de manera exacta el momento en que todas las unidades fallan y de algunas de ellas sólo se sabe que sobrevivieron al estudio o que fallaron antes de cierto tiempo o que fallaron en cierto intervalo de tiempo. Esta información parcial sobre los tiempos de falla se conoce como *datos censurados*. No es censura en el sentido de pretender ocultar algo, sino información incompleta sobre la vida o tiempo de falla del producto objeto de estudio.

Esta falta de observación del tiempo de falla surge por restricciones de tiempo, recursos, técnica o simplemente porque resulta oneroso observar las unidades para capturar los tiempos de falla. Se distinguen varios tipos de censura.

Suponga que en un estudio de confiabilidad se pretende obtener el tiempo de falla de n especímenes.

Censura por la derecha (tipo I y tipo II). La *censura por la derecha tipo I* es de las más frecuentes en los estudios de confiabilidad y surge cuando los especímenes de un experimento de confiabilidad están sujetos a un periodo límite de observación, digamos L, de forma que sólo será posible observar los tiempos de falla que sean menor a L; por tanto podrá haber unidades que transcurrido el tiempo L aún no han fallado, mismas que se registran como tiempos censurados por la derecha. Esto es, la censura tipo I es por restricción en el tiempo y lo único que se sabe de las unidades censuradas es que sobrevivieron al estudio. Por su parte, la *censura por la derecha tipo II* surge cuando el experimento de confiabilidad corre hasta que cierta cantidad fija, digamos r unidades fallan, para las $n - r$ unidades sobrevivientes se registran como censuradas por la derecha ($r \leq n$).

Censura por la izquierda. Esta ocurre cuando al inspeccionar por primera vez las unidades en prueba se encuentra que algunas de ellas han fallado, sin saber en qué momento ocurrió el evento. Sólo se sabe que fallaron antes de ese tiempo de inspección.

La *censura por intervalo* ocurre cuando no se puede hacer una inspección continua de las unidades y se planean ciertos tiempos espaciados de inspección. Si en un tiempo dado t_i se encuentra que una unidad no funciona, lo que se sabe entonces es que falló en algún momento entre el tiempo de inspección actual t_i y el anterior t_{i-1}, es decir, falló dentro del intervalo $[t_{i-1}, t_i]$.

Se llama *censura múltiple* cuando en el mismo estudio se tienen diferentes tiempos de censura. Dos situaciones que pueden dar lugar a censura múltiple son:

1. Puede ocurrir que el interés del estudio se centra en un particular modo de falla, de manera que las unidades que fallan por otras causas se retiran del estudio como unidades censuradas. Esto genera una censura múltiple aleatoria.
2. En un estudio de campo frecuentemente diferentes grupos de unidades entran al estudio en distintos tiempos. Si el estudio termina cuando todavía no han fallado unidades con distinto tiempo inicial, se obtienen datos con censura múltiple.

Los tiempos de vida se pueden representar por líneas horizontales a partir de un tiempo inicial. Usando este tipo de representación de la vida de cuatro unidades, en la figura 13.1 se distinguen los diferentes tipos de censura. En ella el símbolo x representa un tiempo de falla, el círculo representa un tiempo de inspección donde la unidad no ha fallado y el círculo con x adentro representa el tiempo de inspección donde la unidad falló. La línea sólida representa el tiempo en el cual la unidad no falló y la línea punteada representa intervalos de tiempo donde la unidad falló o eventualmente fallaría. Así, tenemos que para la unidad A se observó un tiempo de falla exacto, para la unidad B se tiene censura por la izquierda, para la unidad C se tiene censura por la derecha y para la unidad D censura por intervalo. El signo de interrogación enfatiza la incertidumbre de no conocer el tiempo de falla exacto, sino sólo el intervalo donde la falla ocurrió o pudo ocurrir.

Censura por la derecha tipo I

Es cuando los datos censurados resultan de unidades que no fallaron en un tiempo de prueba especificado. También se conoce como censura por tiempo.

Censura por la derecha tipo II

Surge cuando el estudio de confiabilidad dura hasta que cierta cantidad de las unidades falla. El tiempo de duración del estudio no se conoce de antemano. También se conoce como censura por número de fallas.

Censura por la izquierda

Es cuando sólo se sabe que la unidad en prueba falló en algún momento antes del primer tiempo de inspección.

Censura por intervalo

Se sabe que la unidad falló en algún momento dentro de un intervalo de tiempo. Ocurre cuando no se puede hacer una inspección continua.

Censura múltiple

Cuando en el mismo estudio de confiabilidad se tienen unidades con diferentes tiempos de censura.

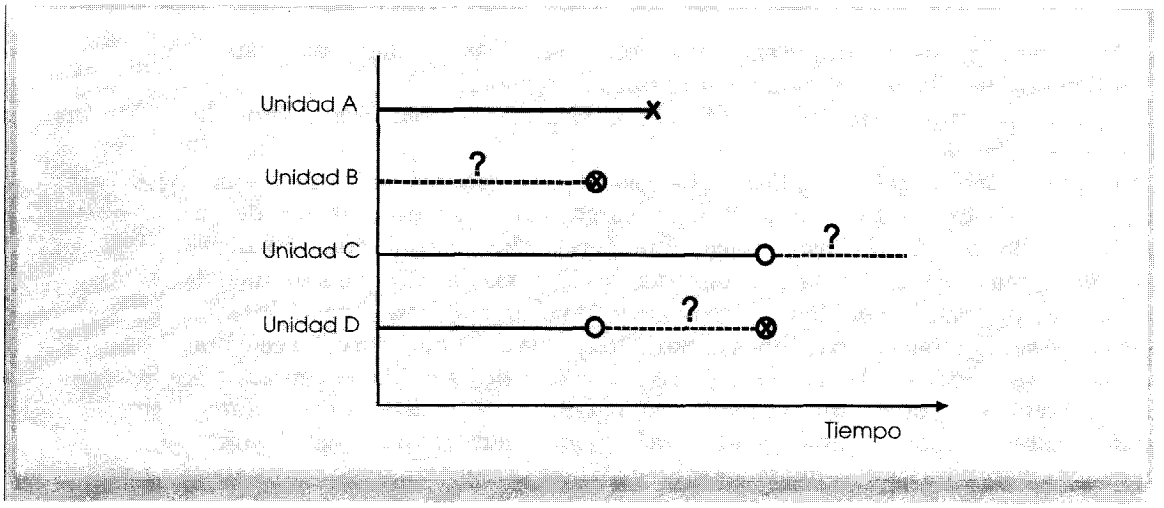


Figura 13.1 *Tipos de censura: A) sin censura o dato completo, B) censura por la izquierda, C) censura por la derecha y D) censura por intervalo.*

Los datos obtenidos de un estudio de confiabilidad deben registrarse con suficiente claridad como para distinguir los tiempos de falla exactos de los tiempos de censura, y estos últimos de acuerdo a su tipo. En caso de existir distintos estratos (modos de falla, niveles de esfuerzo, etc.) deben también registrarse. A continuación se describen tres conjuntos de datos: el primero con datos completos, el segundo con censura por la derecha, y el tercero con dos modos de falla.

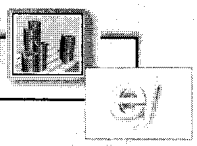
EJEMPLO 13.1

Vida de balatas. Un fabricante de balatas para el sistema de frenado de automóviles le da seguimiento al tiempo de falla de balatas. El seguimiento lo hace con distribuidores de automóviles nuevos de cierto modelo. El tiempo de falla lo mide en kilómetros recorridos. El número de unidades en que se evaluó el tiempo de falla fue de 55. Cabe aclarar que al finalizar el estudio no todas las balatas habían fallado, pero con base en el desgaste se estimó el tiempo de falla. Los datos obtenidos para los 55 productos se muestran en la siguiente tabla:

9 500	10 512	12 824	13 514	14 096	14 128	14 214	14 404	14 520	14 689	14 766	14 859
14 951	15 117	15 520	15 555	15 912	16 037	16 223	16 481	16 622	16 626	16 689	16 935
17 980	18 508	18 624	18 699	18 719	18 773	19 036	19 126	19 165	19 274	19 414	19 429
19 451	19 611	19 708	20 066	20 546	20 610	21 382	21 599	21 789	21 978	22 386	23 592
23 659	24 165	25 731	25 961	25 991	26 533	27 423					

Se quiere estimar la distribución de vida de las balatas y con ella calcular la confiabilidad de las balatas después de los primeros 10 000 kilómetros. El fabricante también quiere saber si el tiempo de garantía que otorga de 10 000 kilómetros es razonable, considerando que no está dispuesto a reemplazar más del 2% de las balatas que vende (véase ejercicio 28).

EJEMPLO 13.2

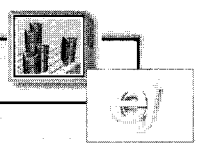


Vida de ventiladores. En la siguiente tabla se muestran los datos de vida en horas de 70 ventiladores diesel. Se registraron 12 fallas o tiempos de falla exactos y 58 tiempos de censura. Los tiempos de censura se denotan con el signo + a la derecha, que indica que la vida de esos ventiladores fue más larga. Note que se tiene censura múltiple.

450	1 850 +	2 200 +	3 750 +	4 300 +	6 100 +	7 800 +	8 750
460 +	1 850 +	3 000 +	4 150 +	4 600	6 100	7 800 +	8 750 +
1 150	1 850 +	3 000 +	4 150 +	4 850 +	6 100 +	8 100 +	9 400 +
1 150	2 030 +	3 000 +	4 150 +	4 850 +	6 100 +	8 100 +	9 900 +
1 560 +	2 030 +	3 000 +	4 150 +	4 850 +	6 300 +	8 200 +	10 100 +
1 600	2 030 +	3 100	4 300 +	4 850 +	6 450 +	8 500 +	10 100 +
1 660 +	2 070	3 200 +	4 300 +	5 000 +	6 450 +	8 500 +	10 100 +
1 850 +	2 070	3 450	4 300 +	5 000 +	6 700 +	8 500 +	11 500 +
1 850 +	2 080	3 750 +		5 000 +	7 450 +	8 750 +	

El objetivo del estudio es estimar la proporción de ventiladores que fallan antes del tiempo de garantía que es de 8 000 horas. Con base en los resultados se quiere decidir sobre la conveniencia de rediseñar los ventiladores (véase ejercicio 29).

EJEMPLO 13.3



Vida de conexiones con dos modos de falla. Los datos de la siguiente tabla son esfuerzos de ruptura de 20 conexiones de alambre, con un extremo soldado sobre un semiconductor y el otro soldado sobre un

poste terminal. Cada falla consiste en el rompimiento del alambre (modo de falla 1 = A) o de una soldadura (modo de falla 2 = S). Aquí el esfuerzo hace las veces de tiempo de falla.

Esfuerzo	Modo de falla	Esfuerzo	Modo de falla
550	S	1 250	S
750	A	1 350	A
950	S	1 450	S
950	A	1 450	S
1 150	A	1 450	A
1 150	S	1 550	S
1 150	S	1 550	A
1 150	A	1 550	A
1 150	A	1 850	A
1 250	S	2 050	S

Interesa estudiar la distribución del esfuerzo de las conexiones, considerando que se requiere que menos del 1% debe tener un esfuerzo abajo de 500 mg. Es decir, se desea que al menos el 99% de las conexiones resista un esfuerzo mayor a 500 mg. Se quiere también estimar el esfuerzo que resultaría de eliminar uno de los dos modos de falla.

FUNCIONES EN CONFIABILIDAD

En esta sección se describen las funciones que se utilizan en confiabilidad. Primero se define cada función en general y después se ilustra utilizando una de las distribuciones de tiempo de vida más simple, que es el modelo exponencial.

Función de densidad

La función $f(t)$ es función de densidad (continua) si cumple que

$$f(t) \geq 0 \quad \text{y} \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, dt = 1; -\infty < t < \infty,$$

es decir, es una función no negativa cuya integral sobre todo su rango posible es igual a 1 (véase capítulo 3). En otras palabras, el área total bajo la curva es igual a 1. Lo que significa que el área bajo la curva entre dos valores es la probabilidad de observar fallas en ese intervalo. En confiabilidad suelen interesar funciones de densidad definidas en el intervalo de cero a infinito, puesto que los tiempos de vida no pueden ser negativos. En

la figura 13.2*A* se muestra una función de densidad típica para datos de vida. Por ejemplo, para la distribución exponencial, la función de densidad está dada por

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}; \quad t \geq 0,$$

y su representación gráfica se muestra en la figura 13.4*A*, para $\lambda = 1/133.43$. Una vez estimado el valor del parámetro λ a partir de los datos de vida, se puede contestar cualquier pregunta acerca de la confiabilidad del producto objeto de estudio. Las siguientes funciones, definidas a partir de la función de densidad son útiles para contestar algunas de las preguntas de interés.

Función de distribución acumulada

Función de distribución acumulada, *F(t)*

Es la probabilidad de fallar antes del tiempo *t*.

Esta función se define como la integral de la función de densidad hasta el tiempo t, y no es otra cosa que la probabilidad de fallar antes del tiempo t ($P(T \leq t)$). Limitándonos a funciones de densidad de probabilidades definidas en el intervalo de cero a infinito, la función de distribución acumulada es

$$P(T \leq t) \equiv F(t) = \int_0^t f(x)\, dx.$$

Con esta función siempre creciente, se obtiene directamente la probabilidad de fallar o la proporción de fallas antes del tiempo t (figura 13.2*B*). Por ejemplo, en el caso exponencial

$$F(t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx = -e^{-\lambda x}\Big|_0^t = 1 - e^{-\lambda t}; \quad t \geq 0.$$

Función de confiabilidad

Función de confiabilidad, *C(t)*

Es la probabilidad de sobrevivir al tiempo *t*.

Esta función siempre decreciente, también conocida como *función de supervivencia*, se define como $C(t) = 1 - F(t)$. Representa la probabilidad de sobrevivir al tiempo t (figura 13.2*C*). Note que $C(t) + F(t) = 1$, es decir, seguramente cualquier producto falla o sobrevive a un tiempo dado t. Por ejemplo, para la distribución exponencial tenemos que

$$C(t) = \int_t^\infty f(x)\, dx = 1 - \int_0^t f(x)\, dx = 1 - F(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t}) = e^{-\lambda t}.$$

En la figura 13.2 se puede apreciar la relación entre las funciones de densidad $f(t)$, de distribución acumulada $F(t)$ y de confiabilidad $C(t)$. Las dos últimas representan áreas bajo la curva de la primera, y son probabilidades: $F(t)$ la probabilidad de fallar antes del tiempo t y $C(t)$ la probabilidad de sobrevivir al tiempo t. En la figura 13.2 se repre-

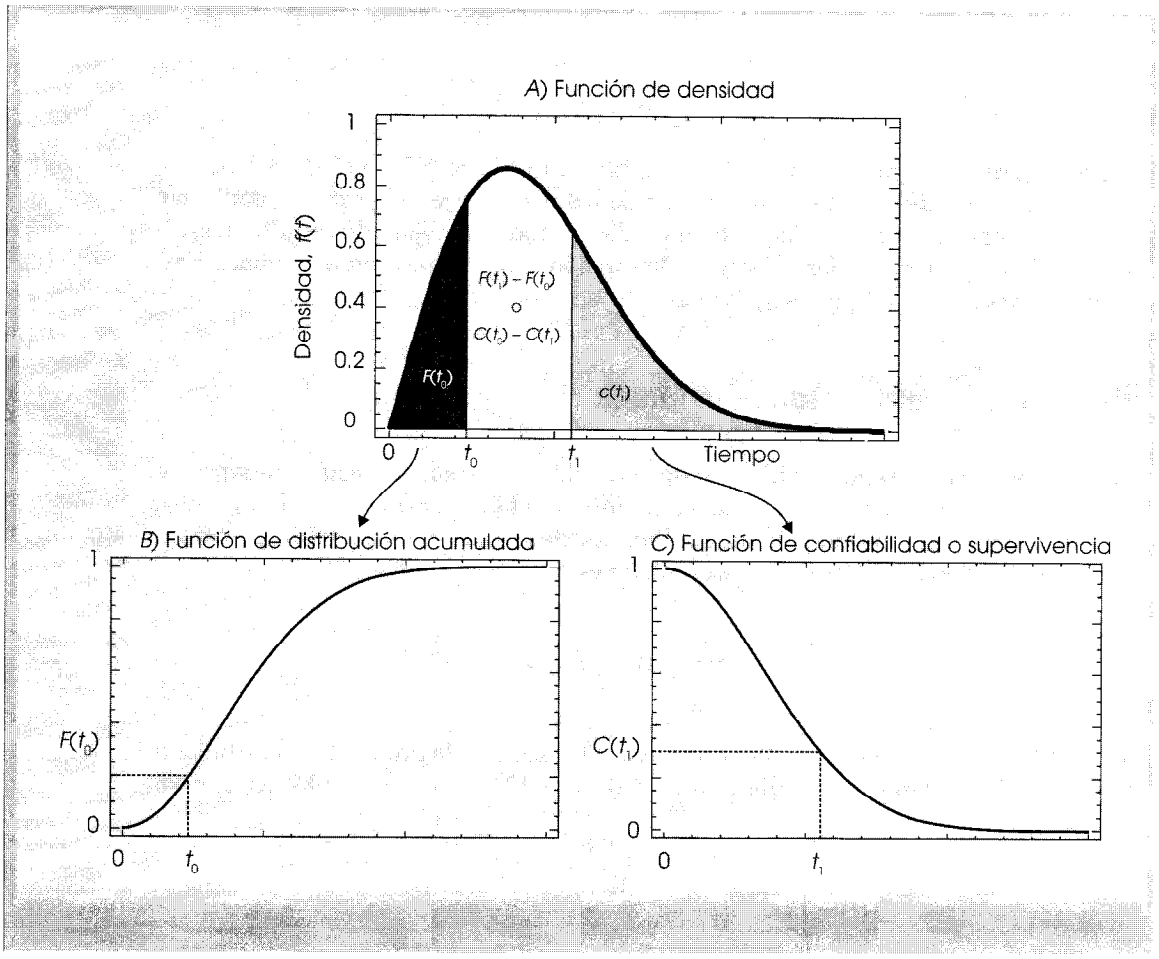


Figura 13.2 *A) Función de densidad, B) función de distribución acumulada y C) función de confiabilidad.*

sentan los casos particulares usando los tiempos t_0 y t_1, respectivamente, en una distribución de vida típica $f(t)$. Observe que la probabilidad de observar fallas en un intervalo $[t_0, t_1]$ se obtiene de restar los respectivos valores, ya sea de la función de distribución acumulada o de la función de confiabilidad.

Tasa de falla instantánea o tasa de riesgo, $h(t)$

Es la propensión a fallar al tiempo t; es decir, dado que se sobrevive hasta el tiempo t, es la probabilidad de fallar justo en el siguiente instante de tiempo.

Función de riesgo

También conocida como *tasa de falla instantánea* o *tasa de riesgo*, se define como

$$h(t) = \frac{f(t)}{C(t)} = \frac{f(t)}{1 - F(t)}$$

y se puede probar (véase Meeker y Escobar, 1999) que es el resultado del siguiente límite

$$h(t) = \lim_{\Delta \to 0} \frac{P(t < T < t + \Delta | T > t)}{\Delta}.$$

De aquí se deduce que $h(t)\Delta$ es aproximadamente la probabilidad condicional de, habiendo sobrevivido hasta el tiempo t, fallar en el intervalo pequeño $[t, t + \Delta]$. En otras palabras, es la propensión a fallar que se tiene al tiempo t. Se esperaría que la función de riesgo fuera creciente, puesto que a medida que transcurre el tiempo se incrementa la propensión a fallar de muchos productos. Sin embargo, existen casos de productos que al inicio de su vida su propensión a fallar disminuye, es decir, al menos en dicho periodo su tasa de riesgo es decreciente. Existen algunos productos que durante toda la vida útil (figura 13.3) su tasa de riesgo es decreciente. En el caso exponencial, la tasa de riesgo es constante, puesto que

$$h(t) = \frac{f(t)}{C(t)} = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda .$$

Esto significa que la propensión a fallar es la misma independientemente del tiempo transcurrido. El riesgo a fallar de una unidad diez años después es el mismo que tenía cuando era nueva. Más adelante discutiremos en qué tipo de productos puede ser razonable el modelo exponencial y, por ende, la tasa de riesgo constante.

El ciclo de vida de un producto

Con la función de riesgo se puede caracterizar la vida de un producto. En muchos productos se pueden distinguir tres periodos diferentes en cuando a su tasa de riesgo (véase figura 13.3): la *mortalidad infantil* o *fallas tempranas* que ocurren al inicio de la vida del producto (riesgo decreciente); la *vida útil* o *fallas aleatorias* que marcan el periodo donde el producto cumple con bajo riesgo (constante) la función para la que fue diseñado; y el *envejecimiento* o *fallas por desgaste*, que se distingue por el incremento en la propensión a fallar del producto (riesgo creciente). Debido a la forma que toma la función de riesgo a lo largo de las tres etapas de la vida del producto, ésta se conoce como *curva de bañera*. Por ejemplo, la vida humana tiene este comportamiento: es mayor el riesgo de morir en los primeros cinco o seis años de vida, y al pasar esta edad, dicho riesgo se mantiene constante aproximadamente hasta los 45 años, a partir de los cuales el riesgo comienza a incrementarse, ahora debido al envejecimiento. Por supuesto que durante la vida útil también ocurren muertes (fallas), pero éstas tienen otro nivel de riesgo.

Los dos puntos de inflexión (figura 13.3) que separan las tres etapas de la vida son de interés en el estudio de la confiabilidad del producto: el primero tiene relación directa con la determinación del *tiempo de quemado* o *burn-in*, y el segundo tiene relación con el tiempo al cual la unidad debe sustituirse por una nueva, o bien darle un mantenimiento mayor para alargar su vida útil.

La mayoría de los estudios de confiabilidad se enfocan en estudiar uno de los lados de la tina de baño, ya sean las fallas tempranas o las fallas por envejecimiento. El fin último es mejorar la confiabilidad del producto.

Curva de bañera

Es una forma típica de la tasa de riesgo que distingue las tres etapas del ciclo de vida de muchos productos.

Mortalidad infantil

Periodo inicial del ciclo de vida de un producto. Para algunos productos la tasa de riesgo de falla en este periodo es alta.

Vida útil

Periodo intermedio del ciclo de vida de un producto, donde las fallas ocurren de manera aleatoria por razones extrínsecas al mismo.

Envejecimiento

Último periodo de la vida de un componente o sistema en el cual su propensión a fallar se incrementa debido al desgaste.

Tiempo de quemado

Periodo que deben de trabajar las unidades nuevas antes de enviarlas al mercado para detectar y eliminar aquellas que fallarían tempranamente.

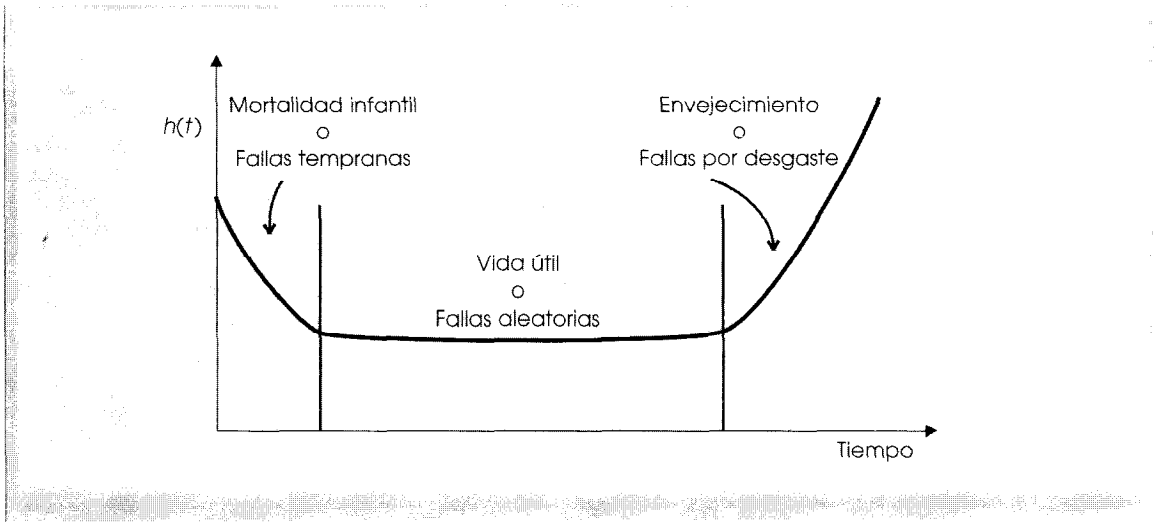


Figura 13.3 *La curva de bañera: ciclo de vida de un producto.*

Función de riesgo acumulado

Como su nombre lo dice, el riesgo acumulado es la integral hasta el tiempo t de la función de riesgo, es decir,

$$H(t) = \int_0^t h(x)\, dx.$$

Esta función provee un camino para calcular la función de confiabilidad a partir de la función de riesgo: se puede probar (ejercicio 41) que

$$C(t) = e^{-H(t)}.$$

De aquí se puede deducir que el riesgo acumulado siempre tiende a infinito cuando el tiempo tiende a infinito, lo que indica que a la larga todos los productos fallan, aunque la tasa de riesgo sea decreciente.

Vida media o tiempo medio a la falla

La vida media es el valor esperado o media de la variable T (véase capítulo 3), es decir,

$$E(T) = \int_0^\infty tf(t)\, dt.$$

La *vida media* no es muy útil cuando la distribución de los tiempos de vida es sumamente asimétrica. En general, es más recomendable la vida mediana, definida como el cuantil 50%. La vida media para un modelo exponencial es

Vida media

Es el valor que en promedio dura la vida del producto.

$$E(T) = \int_0^\infty t\lambda e^{-\lambda t}\, dt = t\lambda e^{-\lambda t}\Big|_0^\infty - \int_0^\infty -e^{-\lambda t} dt = 0 - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t}\Big|_0^\infty = \frac{1}{\lambda}.$$

Note que en este caso la vida media es el inverso de la tasa de riesgo.

Función cuantil

El *cuantil p* es el tiempo t_p al cual falla una proporción p de las unidades. Se puede definir en términos de la función de distribución acumulada como

Cuantil p

Es el tiempo al cual se espera falle una fracción o proporción p de las unidades.

$$t_p = F^{-1}(p),$$

donde F^{-1} es la función inversa de $F(t)$. Por ejemplo, en el caso exponencial $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ y la función inversa resulta de despejar t en esta ecuación, de modo que

$$t_p = F^{-1}(p) = -\frac{1}{\lambda}\ln(1 - F(t)) = -\frac{1}{\lambda}\ln(1-p).$$

Esta función es útil en confiabilidad porque contesta de manera directa la pregunta sobre el tiempo al cual falla una fracción deseada de las unidades. Típicamente interesa estimar el tiempo al cual falla un porcentaje bajo de las unidades (1%, 5%, 10%, 15%).

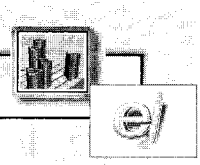
En la figura 13.4 se presentan las funciones de densidad $f(t)$, de distribución acumulada $F(t)$, de confiabilidad $C(t)$ y de riesgo $h(t)$ para una distribución exponencial con parámetro $\lambda = 1/133.43$. Es importante aclarar que alternativamente la distribución exponencial se puede escribir con el parámetro recíproco en la forma

$$f(t) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{1}{\theta}t}.$$

Se cumple que $\lambda = 1/\theta$, y entonces la distribución exponencial de la figura 13.3, bajo esta otra reparametrización tiene parámetro $\theta = 133.43 = 1/\lambda$, valor que corresponde a la vida media.

Cada una de las funciones mencionadas caracteriza la distribución de probabilidades a la que pertenece, lo que hace posible que, dada una de ellas, se puedan deducir todas las demás.

EJEMPLO 13.4



Suponga que 20 componentes se someten a una prueba de vida, y que las horas transcurridas hasta la falla fueron las siguientes: 3.70, 3.75, 12.18, 28.55, 29.37, 31.61, 36.78, 51.14, 108.71, 125.21, 125.35, 131.76, 158.61, 172.96, 177.12, 185.37, 212.98, 280.40, 351.28, 441.79. Si las horas a la falla siguen la distribución exponencial, interesa estimar las funciones de densidad, de distribución acumulada, de confiabilidad y de riesgo.

Más adelante se verá que cuando no hay censuras, el estimador del parámetro θ está dado simplemente por la media de las observaciones, de modo que $\hat{\theta} = 133.43$. Entonces la función de densidad estimada para los datos es

$$f(t) = \frac{1}{133.43} e^{-\frac{1}{133.43}t}; \quad t \geq 0$$

De aquí se tiene que la función de distribución acumulada está dada por

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{1}{133.43}t}$$

y las funciones de confiabilidad y de riesgo son, respectivamente,

$$C(t) = e^{-\frac{1}{133.43}t} \text{ y } h(t) = \frac{1}{133.43}.$$

En la figura 13.4 se representan gráficamente estas cuatro funciones. Con ellas se pueden contestar las preguntas de interés respecto a la vida en horas de los componentes. Como por ejemplo, la probabilidad de que los componentes fallen antes de las 20 horas; $P(T < 20) = F(20) = 1 - e^{-\frac{1}{133.43}(20)} = 0.139$.

MODELOS (DISTRIBUCIONES) PARA EL TIEMPO DE FALLA

Existe gran diversidad de distribuciones (véase capítulo 3) que se han utilizado como modelos de tiempo de falla. Cinco de ellas son las distribuciones exponencial, Weibull, valor extremo, normal y lognormal. En esta sección se dan las expresiones para la densidad $f(t)$, la distribución acumulada de probabilidades $F(t)$, la función de confiabilidad o supervivencia $C(t)$ y la función o tasa de riesgo $h(t)$, para estos modelos. Como en el caso exponencial presentado en la sección anterior, dada una de las funciones se pueden obtener las otras tres. Además se dan las expresiones para la vida media y la función cuantil de cada distribución. Para cada modelo se menciona la teoría que motiva su

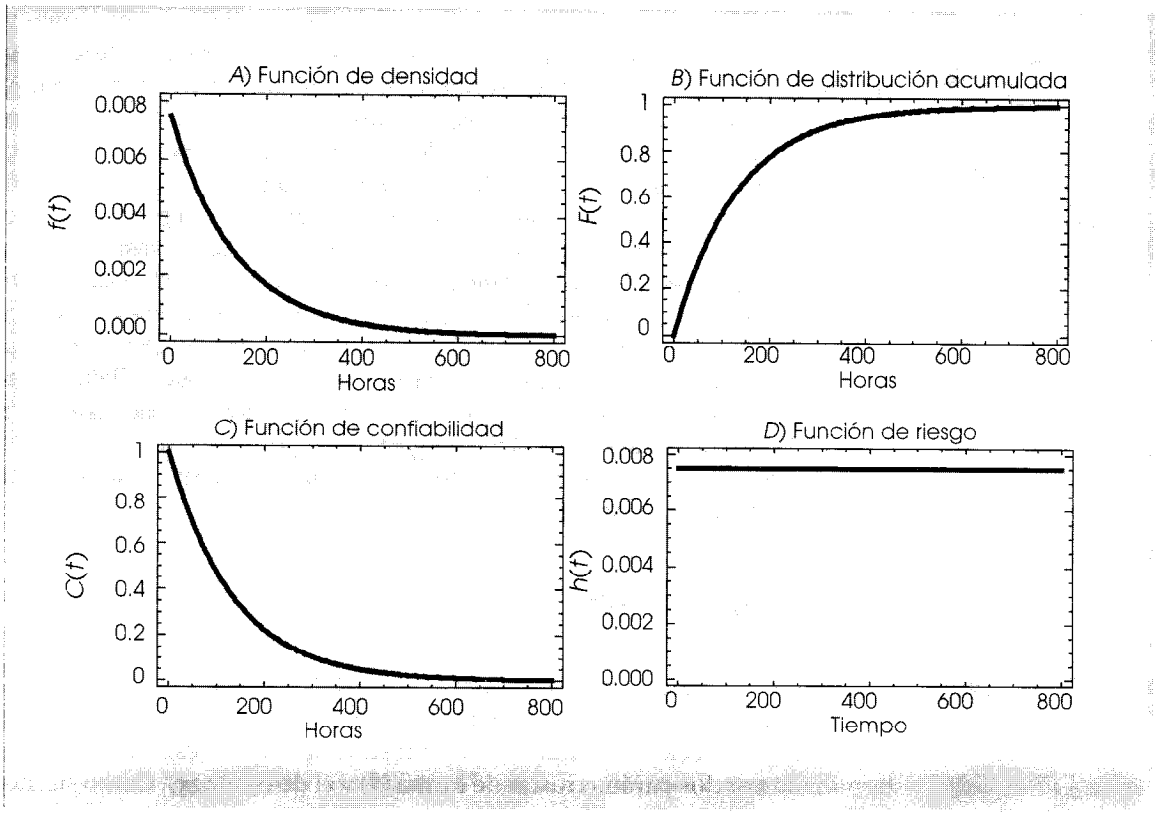


Figura 13.4 *Funciones de: A) densidad, B) distribución acumulada, C) confiabilidad y D) riesgo, ejemplo 13.4.*

posible aplicación a un producto dado, pero en la práctica la justificación más frecuente de un modelo es su mejor ajuste a los datos observados.

Distribución exponencial

A lo largo de la sección anterior se vio que las funciones de densidad, de distribución acumulada, de confiabilidad y de riesgo para la distribución exponencial están dadas por

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t},\ F(t) = 1 - e^{\lambda t},\ C(t) = e^{-\lambda t} \text{ y } h(t) = \lambda$$

respectivamente (figura 13.4); la función cuantil es $t_p = -(1/\lambda)\ln(1-p)$ y la vida media es

$$E(T) = 1/\lambda.$$

Distribución exponencial

Modelo de probabilidad para datos de vida con riesgo constante. Sirve para componentes de alta calidad que "no envejecen" durante su vida útil.

Una de las características distintivas de la *distribución exponencial* es que su función de riesgo es constante. Esto significa que los productos cuyo tiempo de falla siguen una distribución exponencial, "no envejecen" o "no se fatigan". Pero esto no significa que no fallen, más bien lo que implica es que su tasa de riesgo o propensión a fallar se mantiene constante en el tiempo. Esta propiedad de la distribución exponencial se conoce como *falta de memoria*, en el sentido de que los productos cuya vida es exponencial no registran en su tasa de riesgo el tiempo transcurrido: sin importar que el producto tenga mucho tiempo funcionando, su riesgo de fallar es el mismo que cuando estaba nuevo.

Si bien la propiedad de falta de memoria parece irreal, en la práctica existen productos cuya vida se puede modelar bien con esta distribución. Por ejemplo, se ha utilizado para describir la vida de componentes electrónicos de alta calidad que generalmente fallan por causas ajenas o extrínsecas al propio producto, y estas fallas ocurren de manera aleatoria en el tiempo. Contrariamente, la distribución exponencial no es útil para modelar la vida de productos sujetos a desgaste o fatiga de algún tipo, por ejemplo piezas metálicas como balatas, baleros, bisagras, etc., ya que en estos productos la tasa de riesgo se incrementa con el tiempo.

Distribución Weibull

Distribución Weibull

Modelo muy versátil debido a que su función de riesgo puede ser decreciente, constante o creciente, dependiendo del valor de sus parámetros.

Dada su flexibilidad, la *distribución Weibull* es de las más utilizadas para describir la vida de productos, ya que permite modelar productos con tasas de riesgo creciente, constante y decrecientes (figura 13.5*B*). En su forma típica, esta distribución está determinada por dos parámetros: el de forma (β) y el de escala (η). Como sus nombres lo indican, el primero tiene efecto sobre la forma que toma la distribución (figura 13.5*A*) y el segundo afecta la escala del tiempo de vida. La función de densidad Weibull está dada por

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}},$$

la distribución acumulada es

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}},$$

las funciones de confiabilidad y riesgo son

$$C(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}} \quad \text{y} \quad h(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1},$$

respectivamente. La vida media de la distribución Weibull es $E(T) = \eta\Gamma(1 + 1/\beta)$ y la función cuantil está dada por

$$t_p = \eta\{-\ln(1-p)\}^{1/\beta},$$

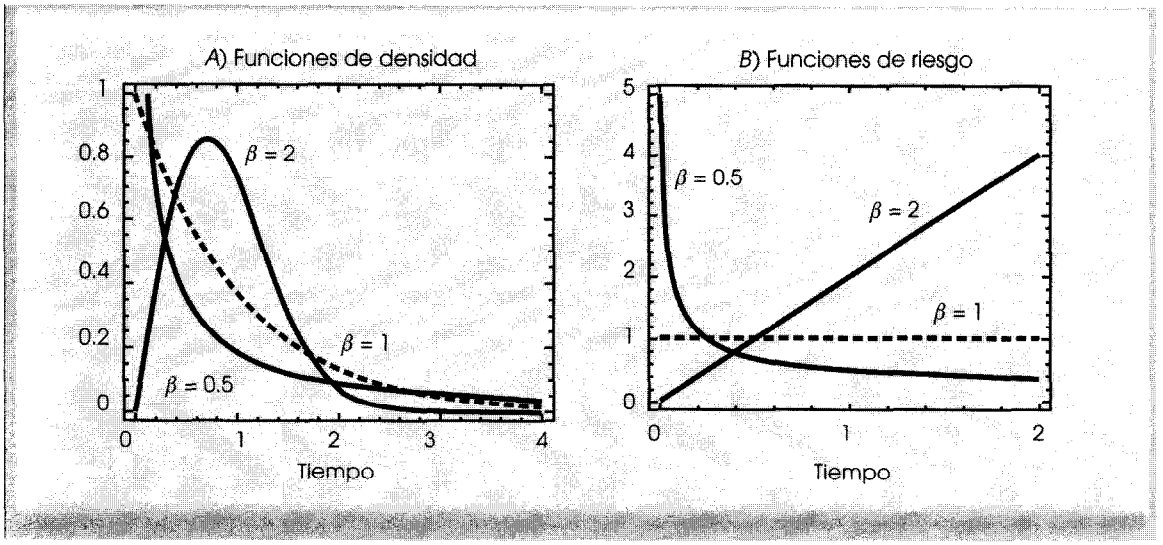


Figura 13.5 *Funciones A) de densidad y B) de riesgo Weibull.*

donde $\Gamma(\cdot)$ es la función gamma.[1] En la figura 13.5*A* se presentan tres posibles formas de la distribución Weibull, dependiendo del valor del parámetro de forma, β, manteniendo fijo el parámetro de escala en el valor $\eta = 1$. En general, para valores de $0 < \beta < 1$ la función de riesgo es decreciente y para valores de $\beta > 1$ la función de riesgo es creciente. Note en la figura, y también en la expresión de su función de densidad, que cuando $\beta = 1$ la distribución Weibull se reduce a la distribución exponencial (tasa de riesgo constante).

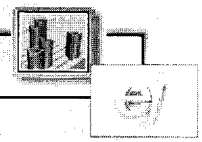
La distribución Weibull es un modelo apropiado para modelar tiempos de falla de productos compuestos por muchas partes con distribuciones de vida comparables, donde el producto falla cuando una de las partes falla. Es decir, el tiempo de falla del producto es igual al tiempo de falla mínimo de las partes que lo conforman (falla de eslabón más débil). Por ejemplo, la vida de un capacitor está determinada por la porción de su dieléctrico con vida más corta.

Distribución Weibull con tres parámetros

En ocasiones las fallas no comienzan a observarse desde el tiempo cero, sino hasta después de un periodo, γ. Es hasta después de dicho tiempo que la ocurrencia de fallas

[1] La función gamma se define como $\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1}e^{-t}dt$. Es una generalización del factorial de un número $\Gamma(x) = (x-1)\,\Gamma(x-1)$ para cualquier número, por lo que $\Gamma(n) = (n-1)!$ para n entero. No confundir la función gamma con la distribución de probabilidades gamma.

EJEMPLO 13.5



Sea la función de riesgo Weibull dada por $h(t) = (0.5/1\,000)(t/1\,000)^{-0.5}$, con t expresado en años. Interesa encontrar el tiempo al cual se tiene una confiabilidad de 90%; si se implementa un periodo de quemado (*burn-in*) de seis meses ($t_b = 0.5$), a qué tiempo las unidades sobrevivientes tendrán una confiabilidad de 0.90. A continuación se dan las respuestas.

Primero, note que se tiene la función de riesgo de una distribución Weibull con parámetros ($\beta = 0.5$, $\eta = 1\,000$). Se puede proceder entonces a escribir las funciones de densidad, de distribución acumulada y de confiabilidad, si así se desea. En particular, la función de confiabilidad está dada por $C(t) = \exp[-(t/1\,000)^{0.5}]$. Igualando esta función a 0.90 y despejando el tiempo t se obtiene que en $t = 1\,000[-\ln(0.90)]^2 = 11.1$ años la confiabilidad es de 90%. Si se implementa un periodo de quemado de seis meses, la confiabilidad de las unidades sobrevivientes está dada por la confiabilidad condicional

$$C(t|t > t_b) = \frac{C(t+t_b)}{C(t_b)} = \frac{\exp\left[-((t+0.5)/1\,000)^{0.5}\right]}{\exp\left[-(0.5/1\,000)^{0.5}\right]}.$$

Si esta función se iguala a 0.90 y se resuelve para t, y se obtiene $t = 15.8$ años, esto es, el periodo de quemado por seis meses elimina unidades débiles que fallarían pronto, y el resultado es que las unidades sobrevivientes tienen mayor confiabilidad. Observe la diferencia de cuatro años para llegar a la confiabilidad de 90% de unidades con *burn-in* respecto a unidades sin *burn-in*. El buen resultado del tiempo de quemado se debe a que la función de riesgo $h(t)$ es decreciente.

tiene probabilidad mayor que cero. Este desfase en la aparición de las fallas se introduce a la función de densidad mediante el parámetro γ de localización, cuyo efecto es que recorre hacia la derecha el inicio de la distribución. Las funciones de densidad, de distribución acumulada, de confiabilidad y de riesgo para la Weibull (β, η, γ) son

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}}, \quad F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}}, \quad C(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}} \quad \text{y} \quad h(t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1}$$

respectivamente, donde $t \geq \gamma$. La vida media para la Weibull (β, η, γ) es $E(T) = \gamma + \eta\Gamma(1+1/\beta)$ y la función cuantil es $t_p = \gamma + \eta\{-\ln(1-p)\}^{1/\beta}$. Cuando $\beta = 1$ se tiene la distribución exponencial con dos parámetros.

Distribución valor extremo (para mínimos)

Distribución valor extremo

Este modelo, al igual que el Weibull, puede servir para describir la vida de productos cuya duración está determinada por la vida mínima de sus componentes.

Como su nombre lo indica, es la distribución natural para modelar productos cuya vida es la mínima de sus componentes, en el mismo sentido que se comentó para la distribución Weibull. La función de densidad valor extremo (para mínimos) es

$$f(t)=\frac{1}{\sigma}\exp\left[\frac{t-\mu}{\sigma}-\exp\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)\right].$$

donde μ es parámetro de localización y σ de escala. Las funciones de distribución acumulada y de confiabilidad son

$$F(t)=1-\exp\left[-\exp\left[\frac{t-\mu}{\sigma}\right]\right] \text{ y } C(t)=\exp\left[-\exp\left[\frac{t-\mu}{\sigma}\right]\right],$$

respectivamente. La función de riesgo está dada por

$$h(t)=\frac{1}{\sigma}\exp\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right),$$

y la función cuantil es $t_p=\mu+\sigma \ln[-\ln(1-p)]$. La vida media es $E(T)=\mu+0.5772\sigma$, donde 0.5772 es la constante de Euler. En la figura 13.6 se presentan las funciones de densidad y de riesgo para diferentes valores del parámetro de escala σ.

La distribución valor extremo está relacionada estrechamente con la Weibull, ya que si la variable T sigue una distribución Weibull (β, η), su logaritmo $\ln(T)$ sigue una

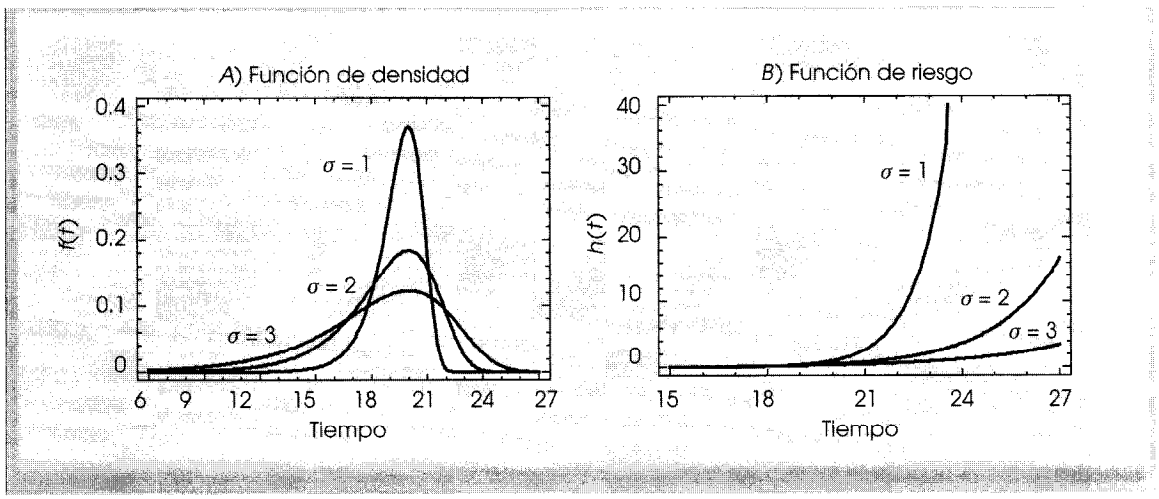


Figura 13.6 *Funciones A) de densidad y B) de riesgo valor extremo.*

distribución valor extremo con parámetro de escala $\sigma = 1/\beta$ y parámetro de localización $\mu = \ln(\eta)$.

Distribución normal

La *distribución normal* no es de las más utilizadas en el análisis de datos de vida, puesto que la variable tiempo de falla suele tener un comportamiento asimétrico, mientras que la normal siempre es simétrica (véase figura 13.7*A*). Sin embargo, en ocasiones es el modelo seleccionado al ajustarse mejor a los datos. En teoría, la distribución normal es el modelo apropiado cuando la falla del producto es el resultado de muchos pequeños efectos que actúan de manera aditiva sobre el producto.

En el capítulo 3 ya presentamos esta distribución. Es importante recordar que las expresiones de las funciones de densidad, de distribución acumulada y de confiabilidad para la distribución normal están dadas por

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2}; -\infty < t < \infty,$$

$$F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(x)\, dx = \Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)$$

y

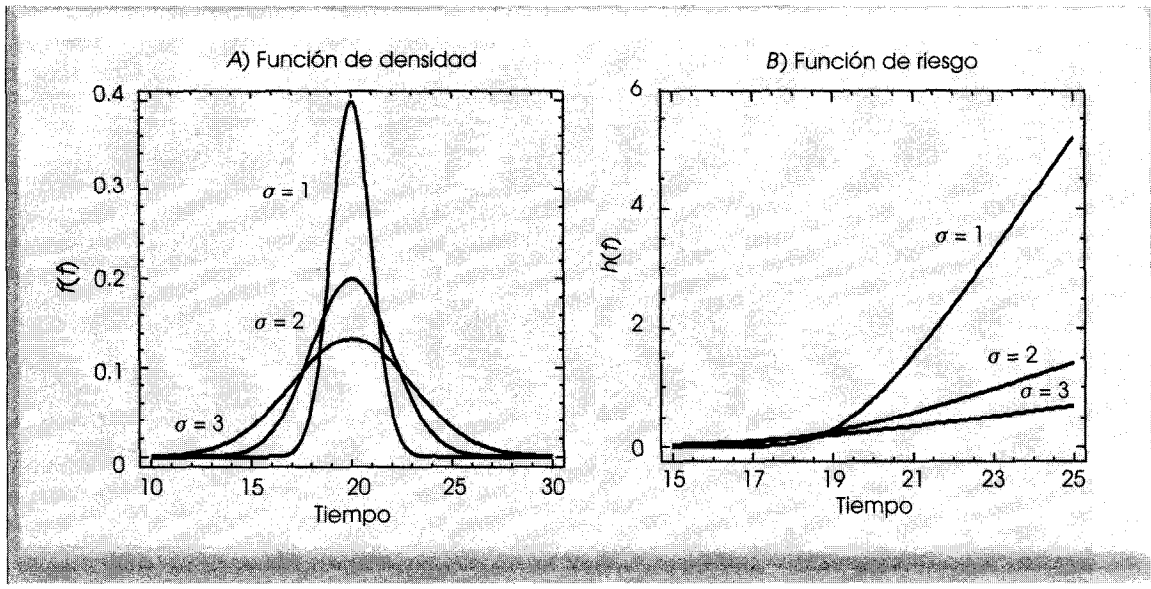


Figura 13.7 *Funciones A) de densidad y B) de riesgo normal.*

$$C(t) = 1 - \int_{-\infty}^{t} f(x)\, dx = 1 - \Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right),$$

donde Φ es la función de distribución acumulada de la normal estándar. No existe una expresión simplificada para la función de riesgo; su fórmula resulta equivalente a escribir otra vez la definición general de función de riesgo. La vida media está dada por $E(T) = \mu$ y el cuantil p está dado por $t_p = \mu + \sigma\Phi^{-1}(p)$.

En la figura 13.7 se muestran tres funciones de densidad normal y sus correspondientes funciones de riesgo, manteniendo el parámetro de localización constante ($\mu = 20$) y sólo variando el parámetro de dispersión en los valores señalados.

En la distribución normal el parámetro de localización, μ, coincide con la media de la distribución y el parámetro de dispersión, σ, es la desviación estándar. Ésta es la única distribución donde ambos parámetros tienen esta interpretación directa.

Distribución lognormal

Las expresiones para las funciones de densidad, de distribución acumulada y de confiabilidad para la distribución lognormal, definidas en términos de la densidad normal estándar ϕ y de la distribución acumulada normal estándar Φ, son

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\, t}\phi\left(\frac{\ln(t)-\mu}{\sigma}\right)$$

$$F(t) = \Phi\left(\frac{\ln(t)-\mu}{\sigma}\right)$$

y

$$C(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln(t)-\mu}{\sigma}\right)$$

respectivamente, donde μ, parámetro de localización, se conoce también como la logmedia, y σ, parámetro de escala se conoce como la logdesviación estándar. Al igual que en caso normal, no damos la expresión para la función de riesgo, dado que es como dar su definición: $h(t) = f(t)/C(t)$. En la figura 13.8 se muestran tres funciones de densidad y tres funciones de riesgo lognormales, variando el parámetro de escala σ y manteniendo constante el parámetro de localización en $\mu = 10$.

Modelo lognormal

Puede servir cuando los tiempos a la falla son el resultado de muchos efectos pequeños que actúan de manera multiplicativa.

La vida media o media del modelo lognormal es $E(T) = \exp(\mu + \sigma^2/2)$. El cuantil p está dado por $t_p = \exp(\mu + \sigma\Phi^{-1}(p))$, donde Φ^{-1} es la función inversa de la distribución acumulada normal estándar.

El modelo lognormal es posiblemente, después de la distribución Weibull, el modelo más utilizado para datos de vida. El *modelo lognormal* es apropiado cuando los tiempos a la falla son el resultado de muchos efectos pequeños que actúan de manera

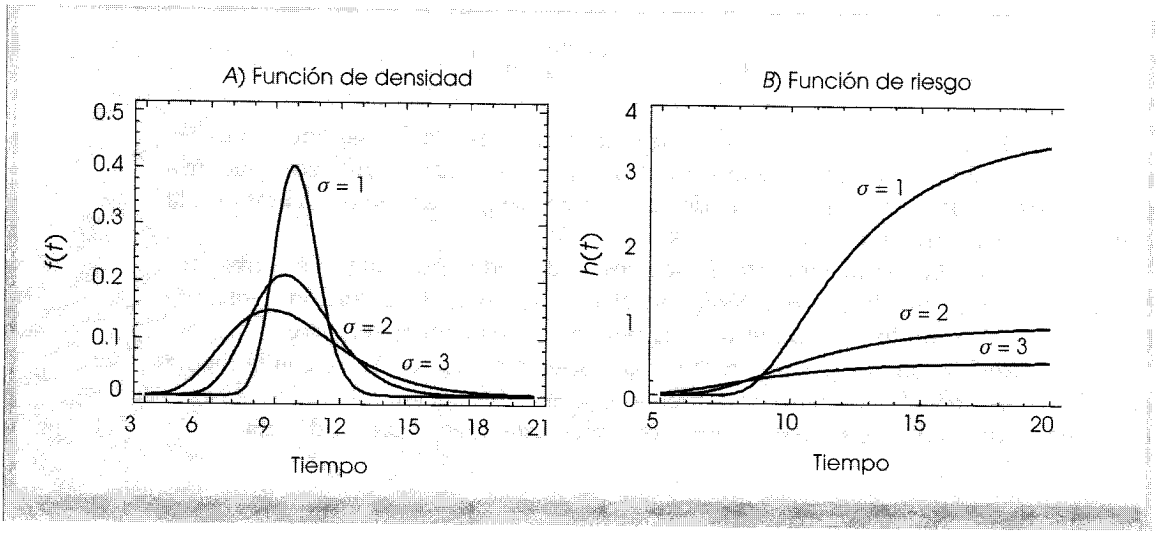


Figura 13.8. *Funciones A) de densidad y B) de riesgo lognormal.*

multiplicativa. Esto hace que al sacar el logaritmo dichos efectos se conviertan en efectos que actúan de manera aditiva sobre el logaritmo del efecto global o logaritmo del tiempo de falla. Es por ello que el logaritmo de una variable lognormal la transforma en una variable normal. Existe estrecha relación entre la distribución lognormal y la normal, ya que si T sigue una distribución lognormal, su logaritmo ln (T) sigue una distribución normal. O bien, si T tiene una distribución normal, $Y = \exp(T)$ tiene una distribución lognormal.

El modelo lognormal se ha utilizado para modelar los tiempos de falla de procesos de degradación, por ejemplo, de fatiga de metales y de aislantes eléctricos.

ESPECIFICACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE VIDA Y ESTIMACIÓN GRÁFICA DE SUS PARÁMETROS

Un aspecto fundamental en cualquier estudio de confiabilidad es identificar cuál es la distribución que mejor modela el tiempo de falla (o vida) de los productos. Por ello, en esta sección presentamos técnicas gráficas que sirven principalmente para especificar la distribución de un conjunto de datos de confiabilidad. Estas gráficas también permiten estimar los parámetros de la distribución seleccionada. Una vez estimados los parámetros, se utilizan las funciones definidas en la sección anterior para contestar las preguntas planteadas en el estudio.

Gráficas en papel de probabilidad

Dados los tiempos de falla $t_{(1)}, t_{(2)}, \ldots, t_{(n)}$ en orden ascendente, si los tiempos de falla son diferentes, la función de distribución empírica (véase figura 13.9) es una función escalonada con saltos de magnitud $1/n$ en cada tiempo de falla, de modo que al evaluarla en un tiempo t arbitrario

$$\hat{F}(t) = \frac{\#\text{ de tiempos de falla menores o iguales a } t}{\text{total de tiempos de falla}}.$$

La función de distribución empírica ($\hat{F}(t)$) es un estimador de la distribución de la cual provienen los datos, pero es necesario investigar cuál es esa distribución. La función de distribución empírica usa sólo la información de los datos, sin suponer ningún modelo.

Las gráficas de probabilidad son útiles para identificar visualmente la distribución de la que provienen los datos. Si se grafica la distribución empírica sobre el papel probabilístico de una distribución supuesta, y los puntos se alinean (véase figura 13.13), quiere decir que los datos no contradicen dicha distribución supuesta, la cual puede tomarse como el modelo que describe los datos. Más específicamente, los puntos a graficar en el papel de probabilidad son las parejas (*tiempo a la falla, posición de graficación*) = $[t_{(i)}, (i - 0.5)/n]$, donde n es el total de tiempos de falla y $t_{(i)}$ es el *i-ésimo* tiempo de falla. Los valores de $(i - 0.5)/n$ se llaman posiciones de graficación y resultan de la altura promedio de la función de distribución empírica entre los tiempos $t_{(i-1)}$ y $t_{(i)}$, como se muestra en la figura 13.9. No se utilizan los vértices de la distribución empírica porque se induciría un sesgo.

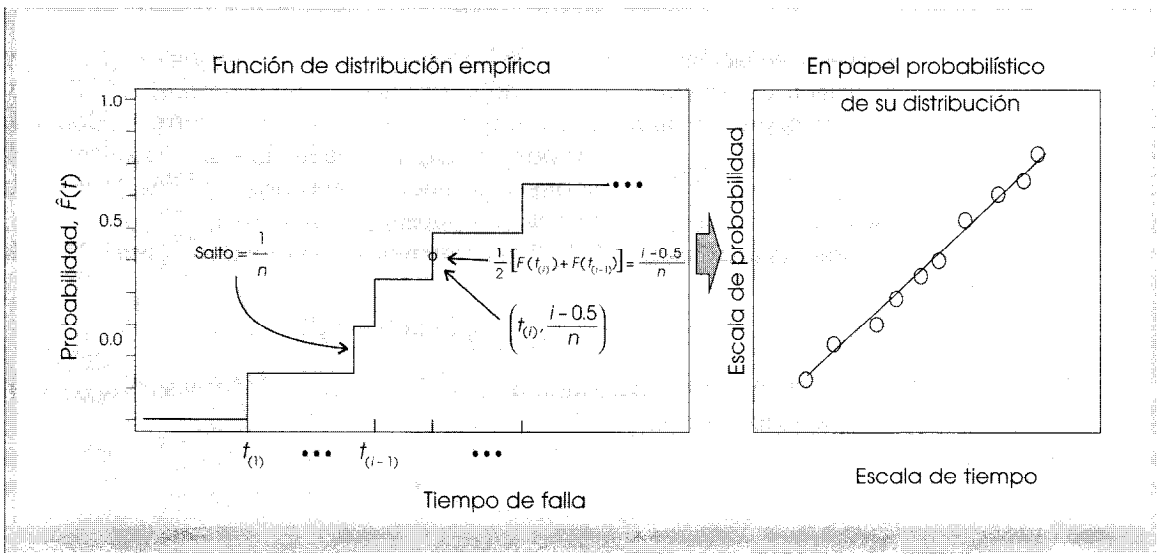


Figura 13.9 *Función de distribución empírica y posiciones de graficación.*

Dados unos datos de vida, se deben graficar en varios papeles de probabilidad, de diferentes distribuciones, para poder decidir cuál de ellas se ajusta mejor. Es recomendable apoyar la decisión en alguna prueba numérica de bondad de ajuste como la de Kolmogorov-Smirnov o la de Anderson-Darling.

Linealización de la función de distribución acumulada (fda)

La teoría sobre cuáles deben ser las escalas del papel de probabilidad se basan en deducir una relación lineal a partir de la función de distribución acumulada (fda) de la distribución supuesta. Este proceso se conoce como *linealización de la fda*. Alternativamente se podrían deducir linearizaciones y gráficas de probabilidad a partir de la función de confiabilidad, de la función de riesgo acumulado y de la función cuantil, con resultados básicamente equivalentes dada la relación cercana entre las diferentes funciones. En la sección "verificación de normalidad (papel logarítmico)" del capítulo 3 se estudió el papel normal; a continuación veremos los casos exponencial y Weibull paso a paso.

Recordemos que la fda de la distribución exponencial es $F(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\theta}}$. De aquí se deduce lo siguiente:

$$e^{-\frac{t}{\theta}} = 1 - F(t)$$

$$-\ln\,[1 - F(t)] = \frac{t}{\theta}.$$

Ésta es la ecuación de una recta de la forma $y = ax$, tomando $y = -\ln\,[1 - F(t)]$ y $x = t$. La pendiente de la recta es $1/\theta$. Entonces al graficar los puntos $(t_{(i)}, -\ln\,[1 - \hat{F}(t_{(i)})])$ en papel ordinario, resultan alineados si el supuesto exponencial es correcto, donde $\hat{F}(t_{(i)})$ es la posición de graficación dada por $(i - 0.5)/n$. De la fda linealizada antes se deduce que el papel de probabilidad exponencial tiene la escala horizontal lineal y la escala vertical logarítmica, y sobre él se grafican los puntos $(t_{(i)}, (i - 0.5)/n)$.

Para la distribución Weibull recordemos que la función cuantil está dada por

$$t_p = \eta\,\{-\ln\,(1-p)\}^{1/\beta},$$

de donde, aplicando logaritmo natural (ln) en ambos lados y sustituyendo p por $F(t)$ (ya que es lo mismo), se obtiene

$$\ln\,(t) = \ln\,(\eta) + \frac{1}{\beta}\ln\,[-\ln\,(1 - F(t))].$$

Reacomodando, se llega a la ecuación

$$\ln\,[-\ln\,(1 - F(t))] = -\beta\ln\,(\eta) + \beta\ln\,(t)$$

que es una ecuación de la forma $y = a + bx$, tomando $y = \ln[-\ln(1 - F(t))]$, $a = -\beta \ln(\eta)$ y $x = \ln(t)$. Esto implica que la gráfica de probabilidad se puede obtener de graficar en papel ordinario las parejas $(\ln(t_{(i)}), \ln[-\ln(1 - \hat{F}(t_{(i)}))])$, o bien de graficar en papel de probabilidad Weibull las parejas $(t_{(i)}, (i - 0.5)/n)$. De aquí se deduce que la escala vertical del papel Weibull es *log-log* y la escala horizontal es simplemente *log*. Veamos un ejemplo con pocos datos.

EJEMPLO 13.6

Papel de probabilidad Weibull (datos completos). Suponga que seis unidades idénticas se prueban en un estudio de confiabilidad, todas al mismo nivel de esfuerzo. Todas las unidades fallan durante la prueba en las siguientes horas, $t_{(i)}$: 93, 34, 16, 120, 53 y 75. Después de verificar que el modelo Weibull es razonable, interesa estimar los valores de los dos parámetros de la distribución Weibull y determinar la confiabilidad de las unidades a un tiempo de 15 horas.

Para construir la gráfica de probabilidad Weibull primero se ordenan los tiempos de falla en orden ascendente y luego se obtienen las posiciones de graficación, como se muestra en la siguiente tabla:

Tiempo a la falla en horas, $t_{(i)}$	Orden de las fallas, i	Posiciones de graficación, $(i - 0.5)/6$
16	1	0.083
34	2	0.250
53	3	0.416
75	4	0.583
93	5	0.750
120	6	0.916

Enseguida se grafican las parejas (16, 0.083), (34, 0.25),...,(120, 0.916) en el papel de probabilidad Weibull como se muestra en la figura 13.10. Después se traza la mejor recta posible a través de los puntos. De la figura 13.10 se aprecia que los puntos parecen bien alineados, por lo que se concluye que los datos no contradicen el modelo Weibull.

De acuerdo con la ecuación linealizada para la distribución Weibull que vimos antes, la pendiente de la recta en la figura 13.10 es igual al parámetro de forma, β, de esta distribución. Esta pendiente se obtiene ubicando en la escala vertical del papel Weibull un punto o círculo de referencia, a partir de este punto se traza una línea paralela a la recta ajustada a los datos. El cruce de esta línea paralela con la escala superior da el valor de β. En el ejemplo se puede ver que $\beta = 1.7$ aproximadamente.

Es fácil demostrar a partir de la función cuantil de la distribución Weibull, que el parámetro de escala η es igual al cuantil 0.632. Este cuantil se indica en la figura 13.8 con una línea horizontal punteada, que al proyectarse sobre el eje horizontal arroja un valor aproximado de $\eta = 74$. Cabe aclarar que en algunos papeles Weibull la escala para obtener la pendiente aparece en el lado izquierdo y el punto de referencia en la parte superior.

Una vez identificada la distribución y estimados los parámetros, se procede a contestar las preguntas planteadas. En este caso se tiene una distribución Weibull (1.7, 74). Para determinar la confiabilidad después de 15 horas, la función más apropiada es la de confiabilidad que se muestra en la figura 13.11. De acuerdo a la solución gráfica dada en la figura, la confiabilidad a las 15 horas de operación es de 93.5%. Si se hace el cálculo con la fórmula de la función de confiabilidad Weibull, resulta

$$C(15) = e^{-\left(\frac{15}{74}\right)^{1.7}} = 93.6\%,$$

que es prácticamente el mismo resultado obtenido en la gráfica. Por lo tanto, se estima que el 93.6% de los componentes dura más de 15 horas. Cabe aclarar que además del método gráfico existen cuando menos otros dos métodos para estimar los parámetros: el método de mínimos cuadrados y el método de máxima verosimilitud. Por lo general este último es el más recomendado. En la siguiente sección se describen estos métodos.

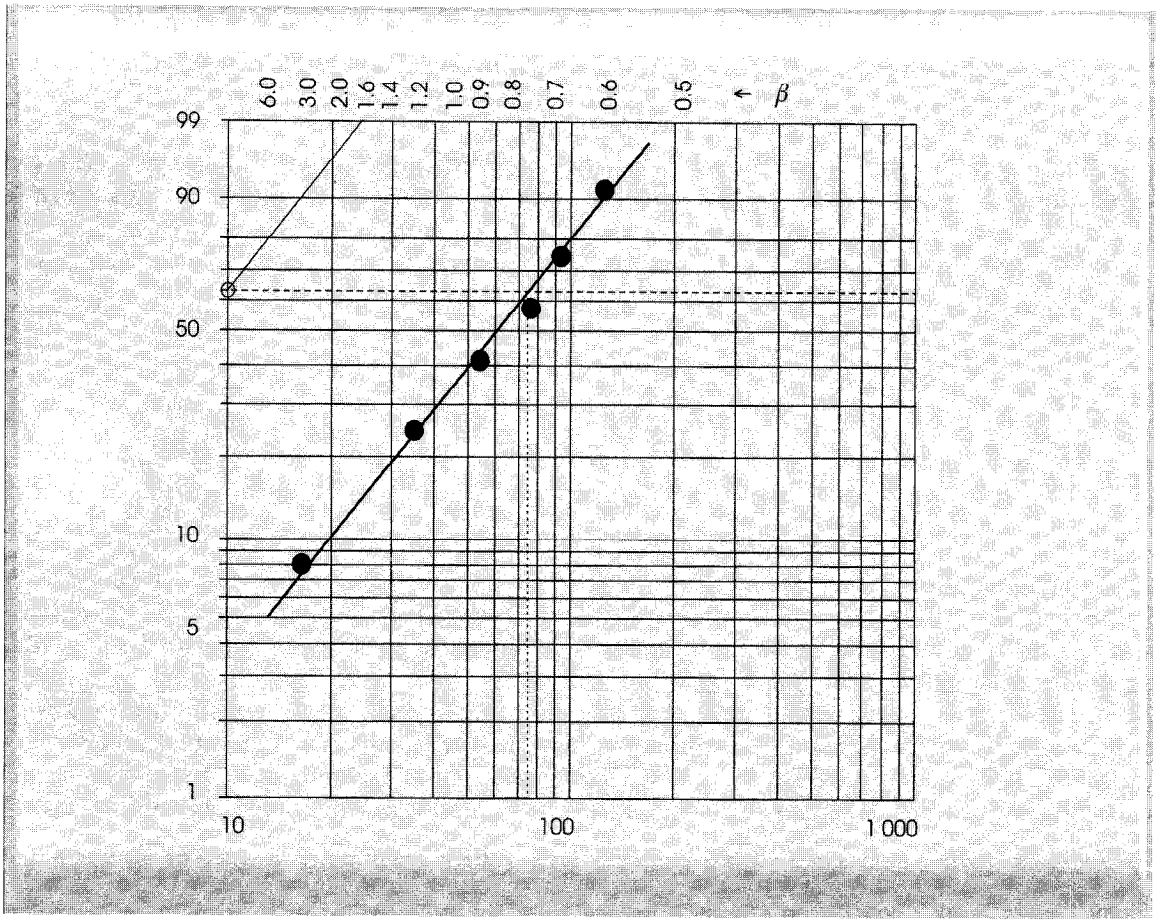


Figura 13.10 *Gráfica de probabilidad en papel Weibull, ejemplo 13.6.*

Estimación gráfica del parámetro de localización

Ya se ha definido la distribución Weibull con parámetro de localización γ, conocida como Weibull con tres parámetros. Cuando el parámetro de localización está presente en los datos, causa curvatura en los puntos de la gráfica de probabilidad. De manera que si los puntos no se alinean, puede ser porque falta considerar el parámetro de localización en el modelo Weibull.

Para estimar el parámetro γ se resta una cantidad cercana al tiempo de falla más pequeño a todos los datos y se vuelve a construir la gráfica. Si la curvatura cambiara de sentido, se hace un segundo intento restando una cantidad menor a los datos originales y se dibuja otra vez la gráfica y así sucesivamente hasta determinar la magnitud que es necesario restar a los datos originales para lograr la linealidad de los puntos. Tal magnitud es un estimador del parámetro de localización γ. Cabe señalar que con pocos datos o puntos es difícil detectar dicha curvatura y más el pretender corregirla.

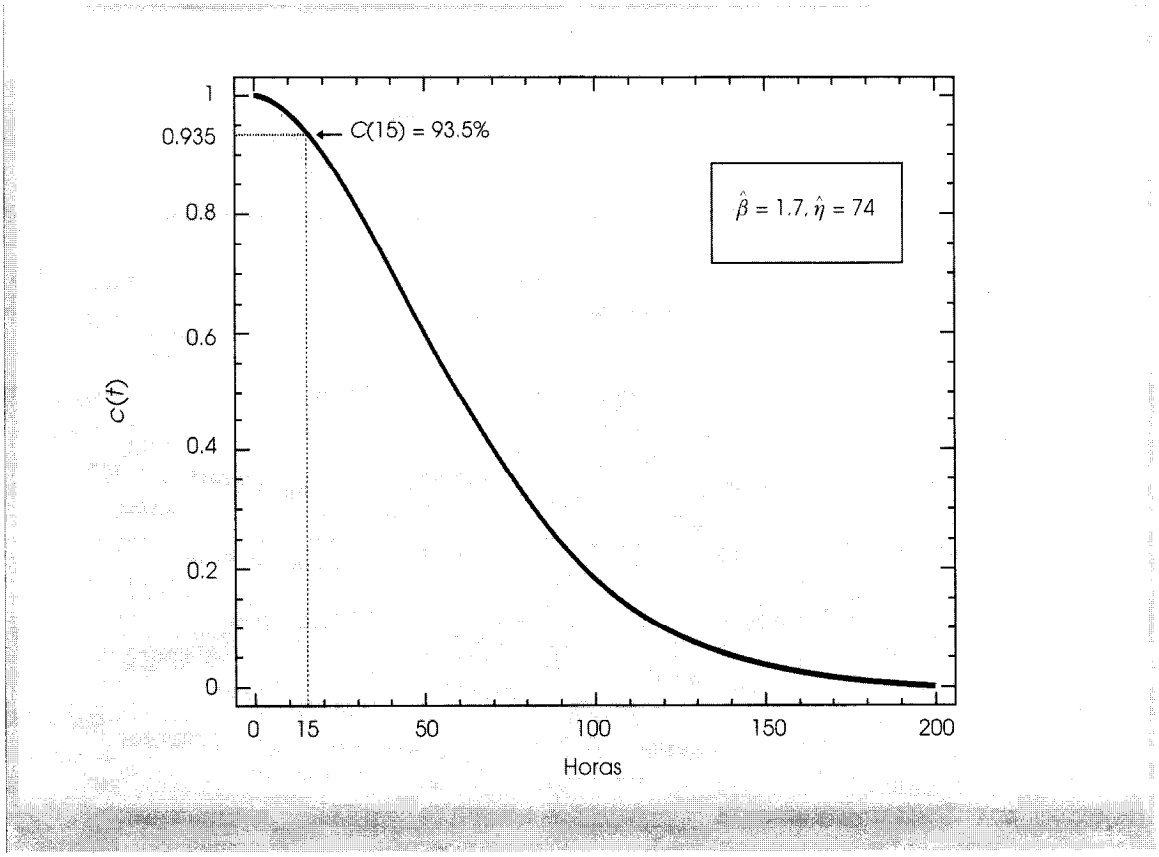


Figura 13.11 *Función de confiabilidad, ejemplo 13.6.*

Estimador de Kaplan-Meier de la función de confiabilidad (tomando en cuenta la censura)

En el ejemplo 13.6 los datos son completos, en el sentido de que todos son tiempos de falla en horas exactas. Sin embargo, en confiabilidad es frecuente tener datos censurados por la derecha que representan información parcial pero valiosa que debe incorporarse al análisis. Una manera de tomar en cuenta la censura al graficar el papel de probabilidad es utilizar posiciones de graficación basadas en un estimador de la función de distribución empírica que sí toma en cuenta ese hecho, como es el *estimador de Kaplan-Meier* (KM) de la función de confiabilidad, definido por

Estimador de Kaplan-Meier

Método para estimar la función de confiabilidad empírica tomando en cuenta datos completos y datos censurados.

$$\hat{C}(t_{(i)}) = \left(1 - \frac{f_{(1)}}{n_{(1)}}\right) \times \left(1 - \frac{f_{(2)}}{n_{(2)}}\right) \times \cdots \times \left(1 - \frac{f_{(i)}}{n_{(i)}}\right),$$

donde $f_{(j)}$ son las unidades que fallan en el j-ésimo intervalo de tiempo $(t_{j-1}, t_j]$, y $n_{(j)}$ son las unidades en riesgo justo antes del tiempo j (véase el ejemplo 13.7), con $j = 1, 2, \ldots, i$. Estas unidades en riesgo es igual al total de unidades menos las que han fallado hasta antes de ese tiempo, menos las que fueron censuradas hasta ese tiempo, es decir:

$$n_{(j)} = n - \sum_{j=0}^{i-1} f_{(j)} - \sum_{j=0}^{i-1} r_j$$

donde r_j denota el número de unidades que fueron censuradas en el tiempo t_j, además $f_{(0)} = 0$ y $r_0 = 0$.

El estimador de Kaplan-Meier toma en cuenta la censura contando las unidades en riesgo un instante antes del tiempo j.

EJEMPLO 13.7

Papel de probabilidad Weibull (con censura por la derecha). Consideremos los mismos datos del ejemplo 13.6, agregando cuatro tiempos censurados intercalados entre los tiempos de falla exactos. En la tabla de la página siguiente se señalan con un signo + las cuatro observaciones censuradas.

En las columnas de dicha tabla se muestra la contabilización de $f_{(j)}$, r_j y $n_{(j)}$, y con base en estos en la quinta se calcula el estimador de la función de distribución acumulada, basada en estimador KM de la función de sobrevivencia. Por ejemplo, para obtener el valor de la función de distribución acumulada reportado en la quinta columna de la tabla para el tiempo de falla 75 horas, primero se aplica la fórmula de KM para calcular la sobrevivencia a este tiempo, como

$$\hat{C}(75) = \left(1 - \frac{1}{10}\right)\left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 - \frac{1}{6}\right)\left(1 - \frac{1}{5}\right) = 0.54,$$

$t(i)$	Fallas $f_{(i)}$	Censuradas r_j	Unidades en riesgo, $n_{(i)}$	Estimador de K-M de $\hat{F}(t) = 1 - \hat{C}(t)$	Posiciones de graficación $P_{(i)} = \left(\hat{F}(t_{(i)}) + \hat{F}(t_{(i-1)})\right)/2$
16	1	0	10	0.10	0.05
34	1	0	9	0.20	0.15
40 +	0	1			
40 +	0	1			
53	1	0	6	0.33	0.26
75	1	0	5	0.46	0.39
85 +	0	1			
90 +	0	1			
93	1	0	2	0.73	0.59
120	1	0	1	1.00	0.86

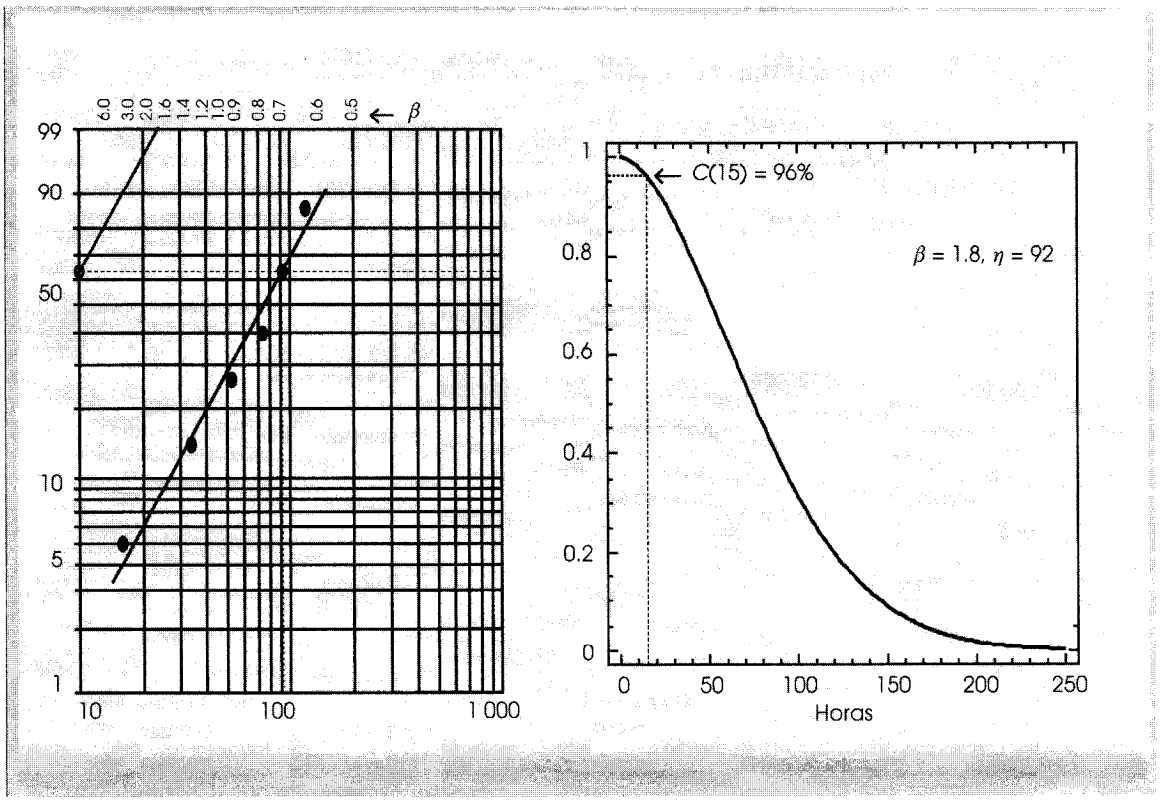


Figura 13.12 *Gráfica de probabilidad Weibull y función de confiabilidad, ejemplo 13-7.*

y por tanto, $\hat{F}(75) = 1 - \hat{C}(75) = 1 - 0.54 = 0.46$, que es el valor reportado en la tabla. Después se calculan las posiciones de graficación basadas en el estimador de KM, dadas en la última columna. Al graficar en papel de probabilidad Weibull los puntos $(t_{(i)}, p_{(i)})$ dados por la primera y última columna de la tabla se obtiene la figura 13.12. De donde se obtiene que los estimadores gráficos de los parámetros son, aproximadamente, $\hat{\beta} = 1.8$ y $\hat{\eta} = 92$.

La confiabilidad estimada a las 15 horas considerando la censura es aproximadamente de 96%, contra 93.6% que resulta de ignorar la información censurada (véase ejemplo 13.6). La censura inducida se hizo de manera intercalada en los tiempos de falla; de haberse agregado a la derecha del mayor tiempo de falla, seguramente la confiabilidad a las 15 horas sería todavía mejor.

Resumen de fórmulas para gráficas de probabilidad. En la tabla 13.1 se resumen las transformaciones de $t_{(i)}$ y de $p_{(i)}$ que resultan de linealizar la fda de las distribuciones exponencial, Weibull, valor extremo, normal y lognormal. La gráfica de probabilidad en papel ordinario se obtiene de dibujar el diagrama de dispersión de los puntos que arrojan dichas transformaciones para cada tiempo ordenado de falla. A las $p_{(i)}$, $i = 1, 2, \ldots, n$ se le conoce como posiciones de graficación y se calculan como $p_{(i)} = \frac{1}{2}\left[\hat{F}(t_{(i)}) + \hat{F}(t_{(i+1)})\right]$, donde $\hat{F}$ es la función de distribución empírica evaluada en los tiempos de falla. En el caso de observaciones completas (sin censura), las posiciones de graficación se reducen a $p_{(i)} = [i - 0.5]/n$. Cuando hay censura se utiliza el estimador de Kaplan-Meier para la estimación de $\hat{F}(t_{(i)})$ y $\hat{F}(t_{(i-1)})$ y luego se calculan las posiciones de graficación $p_{(i)}$. La gráfica en papel de probabilidad se obtiene de dibujar en di-

Tabla 13.1 Transformación de $p_{(i)}$ y $t_{(i)}$ para obtener las escalas de gráficas de probabilidad y la fda linealizada.

Distribución	$F(t)$	log en la forma $y = a + bx$
Exponencial	$1 - \exp\left(-\frac{t}{\theta}\right)$	$-\log(1 - p_{(i)}) = \frac{t_{(i)}}{\theta}$
Weibull	$1 - \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}\right]$	$\log\left[-\log(1 - p_{(i)})\right] = -\beta \log(\eta) + \beta \log(t_{(i)})$
Valor extremo	$1 - \exp\left[-\exp\left(\frac{t - \mu}{\sigma}\right)\right]$	$\log\left[-\log(1 - p_{(i)})\right] = -\frac{\mu}{\sigma} + \frac{t_{(i)}}{\sigma}$
Normal	$\Phi\left(\frac{t - \mu}{\sigma}\right)$	$\Phi^{-1}(p_{(i)}) = -\frac{\mu}{\sigma} + \frac{t_{(i)}}{\sigma}$
Lognormal	$\Phi\left(\frac{\log(t) - \mu}{\sigma}\right)$	$\Phi^{-1}(p_{(i)}) = -\frac{\mu}{\sigma} + \frac{\log(t_{(i)})}{\sigma}$

cho papel directamente las parejas, dado que las transformaciones mencionadas están incorporadas en la escala del papel. Por ejemplo, en el papel Weibull la escala vertical es *log-log* y la escala horizontal es *log*, y para el papel lognormal ambas escalas son logarítmicas, puesto que Φ^{-1} es una transformación logarítmica (véase la ecuación de la última columna de la tabla 13.1).

ESTIMACIÓN POR MÍNIMOS CUADRADOS Y POR MÁXIMA VEROSIMILITUD

En la sección anterior se estudió cómo se pueden usar las gráficas de probabilidad para estimar gráficamente los parámetros de la correspondiente distribución. En este apartado se describen los métodos analíticos más usados para realizar tal estimación.

Mínimos cuadrados

Las ecuaciones lineales dadas en la última columna de la tabla 18.1 también proveen información necesaria para obtener los estimadores de *mínimos cuadrados* de los parámetros del modelo propuesto. Ya que a partir de estas transformaciones se aprecia la relación entre cada parámetro de una distribución y la pendiente de la recta y la ordenada al origen. Por ejemplo, para obtener los estimadores de mínimos cuadrados del parámetro θ de la distribución exponencial, se capturan en el *software* las n parejas o puntos $(t_{(i)}, \ln(1 - P(i)))$, $i = 1, 2, \ldots, n$, y luego se ajusta una regresión lineal simple. La pendiente de la recta es un estimador del parámetro $1/\theta$, de acuerdo a la ecuación linealizada. La hoja de cálculo Excel, dentro del complemento de análisis de datos incluye un procedimiento para estimar los parámetros de una línea recta de regresión.

Mínimos cuadrados

Método para estimar los parámetros de las distribuciones de probabilidad que se basa en ajustar un modelo de regresión lineal simple a los datos graficados en el correspondiente papel de probabilidad.

De igual forma en el caso de la distribución Weibull de la tabla 13.1, se aprecia que las parejas a capturar están dadas por $(\log(t_{(i)}), \log[-\log(1-p_{(i)})]$. Al ajustar la recta, la pendiente, b, estimará a β, mientras que con la ordenada al origen, a, de esta recta, se obtiene la estimación de η, con $\exp(-a/b)$.

Máxima verosimilitud

El método de *máxima verosimilitud* es por lo general el más recomendado para estimar los parámetros del modelo, consiste en maximizar la función de verosimilitud.

Máxima verosimilitud

Método para estimar los parámetros de un modelo que provee los estimadores que maximizan la probabilidad de haber observado los datos bajo tal modelo.

Una vez tomados los datos, se desea usarlos para determinar cuáles de los posibles valores del parámetro θ son más plausibles o admisibles. Para ello, los datos pueden considerarse un evento E en el espacio muestral del modelo y la probabilidad de E puede ser determinada a partir de éste, y por lo general será función de los valores desconocidos del(los) parámetro(s) desconocido(s) del modelo, $P(E; \theta)$. El estimador de máxima verosimilitud (*emv*) de θ es el valor de θ que maximiza $P(E; \theta)$, y se denota por $\hat{\theta}$. De esta manera la función de verosimilitud $L(\theta)$ se define como la probabilidad conjunta de los datos:

$$L(\theta) = c \times P(E; \theta)$$

donde c es una constante que no depende de θ.

De acuerdo con lo anterior, en el caso de una variable aleatoria discreta (véase capítulo 3), como la $P(T = t_i)$ la da la función de probabilidad, $P(T = t_i) = f(t_i)$, entonces la función de verosimilitud estará dada por

$$L(\theta; t_i) = P(T = t; \theta) = f(t_i; \theta)$$

Por ejemplo, en el caso de una distribución binomial (véase capítulo 3) el parámetro es p, y la función de verosimilitud está dada por

$$L(p; x) = f(x; p) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

donde x es el número de éxitos observados, p. Por lo que dado x, $L(p)$ toma distintos valores en función de p. El valor de p que maximice $L(p)$ será el *evm*.

En el caso de una variable aleatoria continua (véase capítulo 3) y una observación no censurada, la afirmación $T = t_i$ quiere decir $t_i - 0.5\varepsilon \leq T \leq t_i + 0.5\varepsilon$, donde ε es determinado por la precisión del instrumento de medición. Por lo tanto,

$$L(\theta; t_i) = P(t_i - 0.5\varepsilon \leq T \leq t_i + 0.5\varepsilon) = \int_{t_i - 0.5\varepsilon}^{t_i + 0.5\varepsilon} f(t; \theta)\, dt$$

Por el teorema de valor medio para integrales, existe un valor de T, t', dentro del intervalo $[t_i - 0.5\varepsilon, t_i + 0.5\varepsilon]$, tal que la integral (área bajo la curva) es igual al ancho del intervalo (ε) multiplicada por la altura $f(t')$. Por lo tanto, $L(\theta; t_i) = \varepsilon f(t'; \theta)$. Si además $f(t; \theta)$ es aproximadamente constante dentro del intervalo para todos los valores plausibles de θ, que por lo general se cumple si ε es pequeña, entonces $f(t'; \theta) = f(t_i; \theta)$. Si además ε no depende de θ, entonces

$$L(\theta; t_i) = cf(t_i; \theta)$$

donde c es una constante que no depende de θ. De esta manera si se tienen n observaciones no censuradas e independientes: $t_1, t_2, \ldots t_n$, entonces la información que aportan estos datos sobre θ lo proporciona la función de verosimilitud que en este caso está dado por

$$L(\boldsymbol{\theta}; \text{datos}) = c \prod_{i=1}^{n} f(t_i; \boldsymbol{\theta})$$

Note que en la función de verosimilitud el parámetro es la variable, mientras que en la densidad la variable es el tiempo. Los estimadores de máxima verosimilitud son los valores de los parámetros que maximizan la función $L(\theta)$. Se puede afirmar que los estimadores de máxima verosimilitud maximizan la probabilidad de haber observado esos datos bajo el modelo propuesto.

Por otro lado, en el caso de una observación censurada por la derecha, como lo que se sabe es que el artículo no había fallado al tiempo t, es decir, $T > t$, por lo tanto, la verosimilitud de este evento es proporcional a la probabilidad del mismo, es decir

$$L(\theta; T > t) = P(T > t; \theta) = C(t; \theta)$$

donde $C(t;\theta)$ es la función de confiabilidad. De forma equivalente si la censura es por la izquierda, lo que se sabe es que $T < t$, por lo tanto, la verosimilitud de este evento es proporcional a la probabilidad del mismo:

$$L(\theta; T < t) = P(T < t; \theta) = F(t; \theta)$$

donde $F(t;\theta)$ es la función de distribución acumulada. Por último, en el caso de censura por intervalo o cuando la precisión del instrumento de medición es muy poca (ε grande), entonces lo que se sabrá es que el tiempo de falla ocurrió en el intervalo $t_{i-1} < T < t_i$, y la verosimilitud de este evento estará dada por

$$L(\theta) = P(t_{i-1} < T < t_i) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} f(t;\theta)dt = F(t_i) - F(t_{i-1})$$

Por ejemplo, considerando cuatro datos: uno completo (t_i), uno censurado por la derecha (t_{der}), otro por la izquierda (t_{izq}) y el último por intervalo ($[t_{bajo}, t_{alto}]$), la función de verosimilitud para el modelo supuesto f está dada por

$$L(\theta; \text{datos}) = f(t_i;\theta) \times C(t_{der};\theta) \times F(t_{izq};\theta) \times (F(t_{alto};\theta) - F(t_{bajo};\theta)).$$

En general, la maximización de esta función para obtener los estimadores de máxima verosimilitud para algunos de los modelos se hace mediante cálculo diferencial (derivando e igualando a cero) y para otros modelos es necesario aplicar métodos numéricos. En el caso exponencial con parámetro θ, considerando n tiempos de falla exactos, la función de verosimilitud es

$$L(\theta; \text{datos}) = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{\theta} e^{-\frac{t_i}{\theta}} \right) = \frac{1}{\theta^n} e^{-\frac{1}{\theta}\sum t_i}.$$

Maximizar esta función es equivalente a maximizar su logaritmo dado por

$$\ln(L(\theta; \text{datos})) = -n \ln(\theta) - \frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^{n} t_i.$$

Derivando respecto a θ, e igualando a cero, se llega a que

$$\frac{d \ln(L(\theta))}{d\theta} = \frac{-n}{\theta} + \frac{1}{\theta^2} \sum_{i=1}^{n} t_i = 0,$$

de donde se despeja θ para obtener el estimador de máxima verosimilitud $\hat{\theta} = \sum t_i / n$, que en este caso es la media muestral. Más adelante se explica cómo utilizar algunos software estadísticos para estimar por máxima verosimilitud los parámetros de las diferentes distribuciones aquí consideradas.

VARIOS MODOS DE FALLA

Las unidades de prueba en un estudio de confiabilidad pueden fallar de varias maneras, no sólo del tipo de falla que más interesa en un momento dado. La información sobre distintos modos de falla debe incorporarse en el análisis de los datos. Suponiendo que los distintos modos de falla son independientes, cada modo de falla se analiza por separado, para ello las unidades que fallaron debido a los otros modos de falla se toman como censuradas. Si $C_i(t)$ es la función de confiabilidad para el modo de falla i, entonces la confiabilidad global del producto al tiempo t considerando los k modos de falla es el producto

$$C_s(t) = C_1(t) \times C_2(t) \times \cdots \times C_k(t).$$

Es decir, para sobrevivir al tiempo t se debe sobrevivir a todos los modos de falla. Del análisis individual de un modo de falla se contestan las preguntas relevantes relacionadas con él, y del producto de confiabilidades o bien del análisis conjunto de las fallas se da respuesta a las preguntas respecto a la confiabilidad global. Otra cuestión importante que surge es el determinar cuál de los modos de falla debe ser eliminado si se quiere mejorar en mayor medida la confiabilidad del producto y en caso de poderlo eliminar, cuál sería la confiabilidad esperada.

EJEMPLO 13.8



Consideremos el problema planteado en el ejemplo 13.3, en el cual se estudian los esfuerzos a la ruptura de 20 conexiones de alambre. Se tienen dos modos de falla: el modo A es el rompimiento del alambre y el modo S es el rompimiento de la soldadura. Primero se hace un análisis exploratorio sin distinguir modos de falla. En la figura 13.13 se muestran las gráficas de probabilidad Weibull, exponencial, lognormal y normal. De acuerdo con estas gráficas, tanto la distribución Weibull como la normal describen adecuadamente las fallas de las conexiones de alambre, y los datos parecen provenir de una sola población. Se puede pensar que las fallas se presentan por "la liga más débil", argumento que favorece al modelo Weibull. Considerando ambos modos de falla los parámetros estimados son $\hat{\eta} = 1\,400.4$ y $\hat{\beta} = 3.988$.

En la parte superior derecha de la figura 13.14 se muestra otra vez la gráfica de probabilidad Weibull, pero ahora distinguiendo ambos modos de falla. Se observa que ambos modos de falla tienen un comportamiento similar. También en esta gráfica se aprecia la estimación de los parámetros de la distribución Weibull. En esta misma figura se muestra la función de densidad, confiabilidad y riesgos globales.

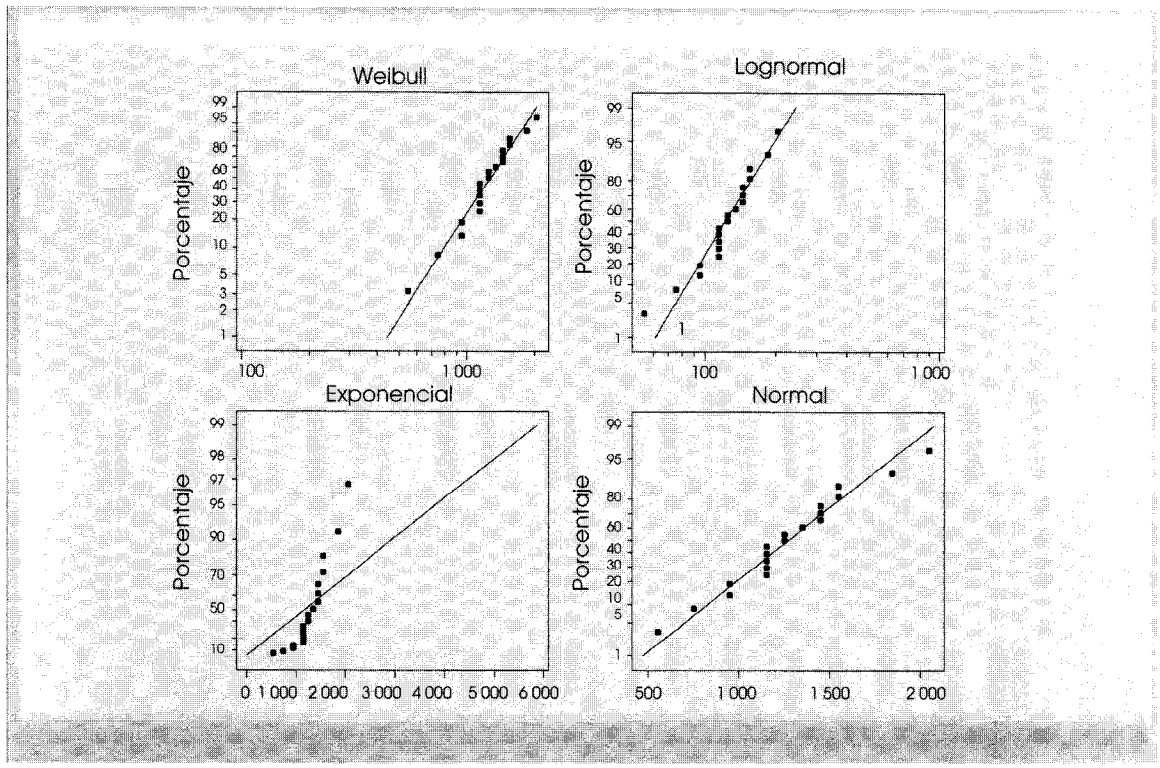


Figura 13.13 *Gráficas de probabilidad Weibull, lognormal, exponencial y normal.*

Uno de los objetivos del estudio es determinar el porcentaje de conexiones que fallan antes de los 500 mg. Sustituyendo los parámetros estimados en la expresión para la función de confiabilidad, se tiene que

$$C_g(500) = e^{-\left(\frac{500}{1\,400.4}\right)^{3.988}} = 0.9837,$$

por tanto, hasta el esfuerzo 500 fallan una proporción 1 a 0.9837 = 0.016 (1.6%) de las conexiones, cantidad que rebasa el 1% especificado. Como falla un porcentaje mayor que el deseado, es necesario eliminar al menos uno de los dos modos de falla para cumplir tal especificación. Los papeles de probabilidad Weibull, así como los parámetros estimados para cada modo de falla se muestran en la figura 13.14. Si se calculan para cada modo de falla la confiabilidad en 500 mg se obtienen los valores

$$C_S(500) = e^{-\left(\frac{500}{1688.5}\right)^{4}} = 0.9923 \text{ y } C_A(500) = e^{-\left(\frac{500}{1645.2}\right)^{3.975}} = 0.9912$$

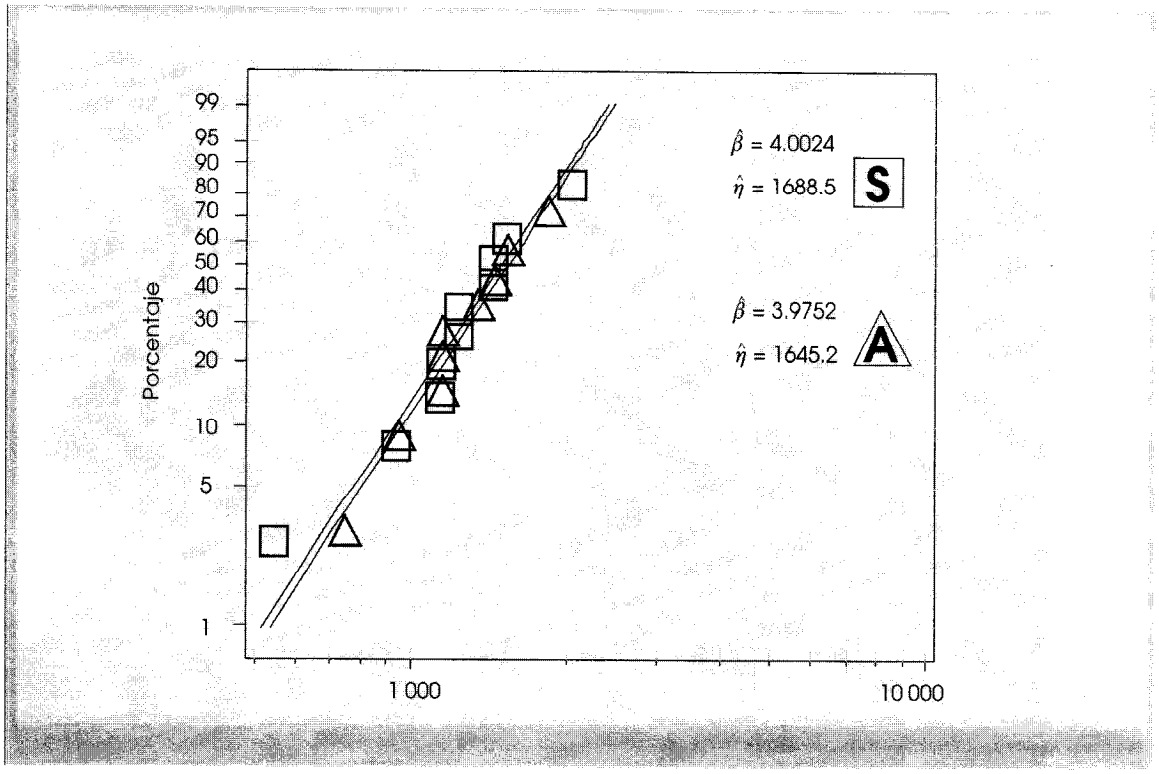


Figura 13.14 *Gráfica de probabilidad Weibull: (S) soldadura y (A) alambre.*

para la soldadura y el alambre, respectivamente. De esta forma la confiabilidad global es igual al producto de estas confiabilidades marginales:

$$C_S(500) = C_S(500) \times C_A(500) = (0.9923) \times (0.9912) = 0.9835.$$

Si se elimina el modo de falla A, de rompimiento del alambre, la confiabilidad global sería igual a la confiabilidad individual del modo de falla S (soldadura), mejorando de 98.35 a 99.23%. Con esta mejora el porcentaje de fallas antes del esfuerzo 500 sería igual a 0.7%, que es menor por escaso margen de 1% especificado. La insuficiencia de este margen se aprecia en el hecho de que el percentil 1% es 517.18, cuyo intervalo de confianza al 95% reportado por el *software* es [301.22, 887.96], que hace factibles un rango amplio de valores abajo del esfuerzo 500 mg. Es necesario entonces buscar la eliminación o la reducción casi a cero de los dos modos de falla para poder garantizar el cumplimiento de la especificación.

En el capítulo siguiente se verá el AMEF, que es una técnica especialmente útil para establecer prioridades y puntos de mejora de la confiabilidad de un proceso o un producto, sobre todo cuando se involucran diferentes modos de falla.

CONFIABILIDAD DE SISTEMAS

En algunos estudios el interés de determinar la confiabilidad de un sistema compuesto por partes o subsistemas, cada uno de ellos con su propia confiabilidad. Las confiabilidades de los componentes determina la confiabilidad del sistema. Con frecuencia los componentes de un sistema están conectados en serie, en paralelo o en forma mixta. Cuando están conectados en serie se requiere que todos los componentes funcionen para que el sistema funcione; cuando están en paralelo basta que uno de los componentes funcione para que el sistema funcione. Bajo el supuesto de que los componentes del sistema son independientes, es posible calcular con relativa facilidad la confiabilidad del sistema.

Sistemas en serie

Sistema en serie

Cuando sus componentes están conectados de tal manera que todos deben de funcionar para que el sistema funcione.

Suponga un *sistema en serie* con k componentes, cuyas confiabilidades son $C_1, C_2, \cdots, C_k$; respectivamente. Bajo el supuesto de que trabajan de manera independiente, la confiabilidad del sistema es igual a la probabilidad de que todos funcionen, por lo tanto está dada por

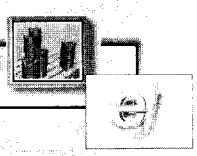
$$C_s = C_1 \times C_2 \times \cdots \times C_k,$$

Regla del producto de probabilidades

Sirve para estimar la confiabilidad global cuando hay varios modos de falla independientes o componentes independientes conectados en serie.

puesto que se requiere que todos funcionen para que el sistema funcione. Ésta es la llamada *regla del producto de probabilidades*, y es la misma regla utilizada en la sección anterior para estimar la confiabilidad cuando hay varios modos de falla, cada uno con su propia confiabilidad. De manera que mientras más larga es la serie de componentes, la confiabilidad del sistema es menor, ya que $0 < C_i < 1$. De aquí que una forma de mejorar la confiabilidad del sistema es reducir la cantidad de componentes que están conectados en serie. En la figura 13.15 se muestra un sistema en serie con cuatro componentes.

EJEMPLO 13.9



Un producto electrónico tiene 40 componentes en serie. La confiabilidad de cada componente es igual a 0.999. Entonces la confiabilidad de la unidad a control remoto está dada por $C_s = (0.999)^{40} = 0.961$. Si la unidad fuera rediseñada para tener sólo 20 componentes en serie, su confiabilidad sería de $C_s = (0.999)^{20} = 0.98$.

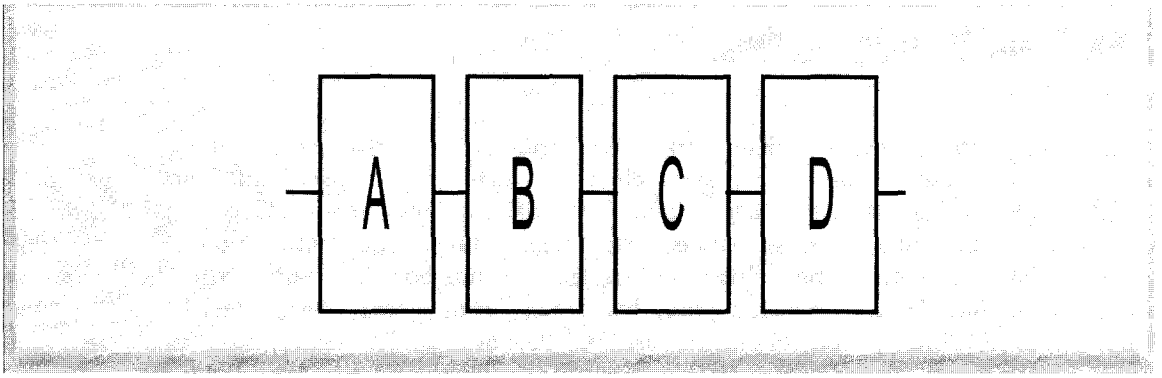


Figura 13.15 *Sistema con cuatro componentes en serie.*

Sistema en paralelo

Cuando sus componentes se conectan de tal forma que basta que uno de ellos funcione para que el sistema funcione.

Sistema en paralelo

Considere un *sistema en paralelo* de k componentes: basta que uno de ellos funcione para que el sistema funcione. O bien, se requiere que todos fallen para que el sistema falle. De aquí que restando a 1 la probabilidad de que todos fallen, es igual a la confiabilidad del sistema, esto es,

$$C_s = 1 - P(\textit{todos fallen}) = 1 - [(1 - C_1) \times (1 - C_2) \times \cdots \times (1 - C_k)].$$

A mayor cantidad de componentes en paralelo o redundantes, el sistema es más confiable. Por ejemplo, la naturaleza se ha valido de la redundancia de órganos para hacer más confiables a los seres vivos. Por ello, muchos de ellos disponen de dos ojos, dos riñones, dos orejas, seis patas, etc., de modo que puedan seguir viviendo aunque falle uno de los órganos.

EJEMPLO 13.10

Considere cuatro componentes: A, B, C y D de un ensamble conectados en paralelo, como en la figura 13.16. Suponga que las confiabilidades respectivas son 0.93, 0.88, 0.95 y 0.92. Entonces, la confiabilidad del ensamble está dada por

$$C_s = 1 - [(1 - 0.93)(1 - 0.88)(1 - 0.95)(1 - 0.92)] = 1 - 0.0000336 = 0.9999664.$$

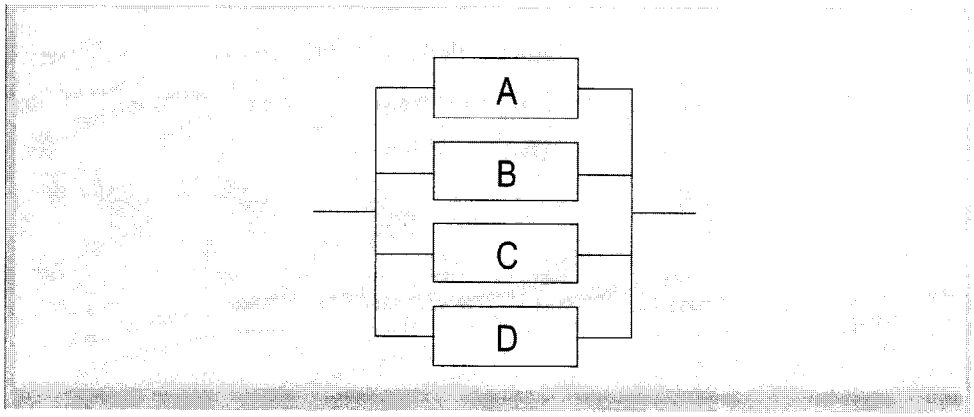


Figura 13.16 *Sistema con cuatro componentes en paralelo.*

Sistemas con componentes en serie y en paralelo

Muchos sistemas están compuestos por subsistemas en serie y en paralelo conectados de cierta manera. En algunos de estos casos puede ser complicado obtener la confiabilidad del sistema. De hecho un problema que surge es determinar la configuración de los componentes que maximiza la confiabilidad del sistema. En la figura 13.17 se muestra un sistema con siete componentes en serie y en paralelo.

Por ejemplo, suponga que la confiabilidad de los componentes del sistema representado en la figura 13.17 son $C_A = 0.96$, $C_B = 0.92$, $C_C = 0.94$, $C_D = 0.89$, $C_E = 0.95$, $C_F = 0.88$ y $C_G = 0.90$. Para calcular la confiabilidad del sistema, éste se puede ver como un

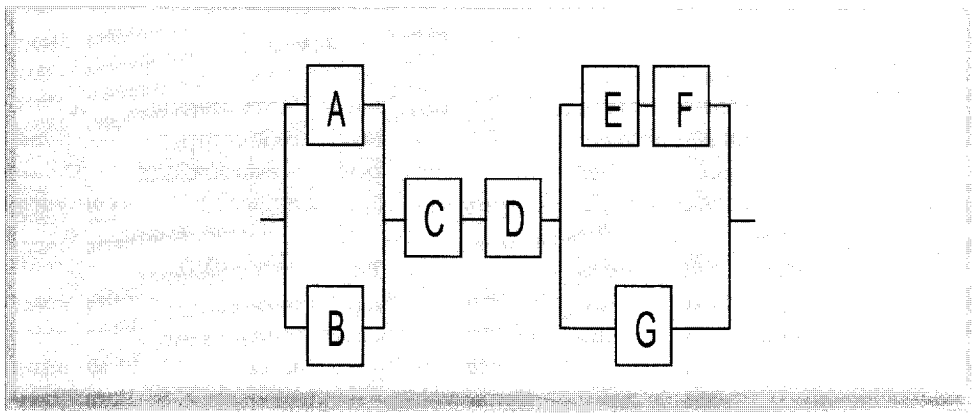


Figura 13.17 *Sistema con siete componentes en serie y en paralelo.*

sistema en serie de cuatro componentes, dos de los cuales son a su vez sistemas en paralelo. Las confiabilidades de los dos subsistemas en paralelo son:

$C_{AB} = 1 - (1 - 0.96)(1 - 0.92) = 0.9968$ y $C_{EFG} = 1 - (1 - 0.95) \times (1 - 0.88)(1 - 0.90) = 0.9836$.

Por lo tanto, la confiabilidad del sistema es

$$C_s = C_{AB} \times C_C \times C_D \times C_{EFG} = 0.9968 \times 0.94 \times 0.89 \times 0.9836 = 0.82.$$

Función de estructura

Indica si el sistema funciona o no dependiendo de cuáles de sus componentes funcionan.

Función de estructura de un sistema

Considere un sistema con k componentes y sea la variable $x_i (i = 1, 2, ..., k)$ que toma el valor 1 si el i-ésimo componente del sistema funciona y el valor 0 si no funciona. El estado del sistema en un tiempo dado está determinado por el vector $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_k)$ de ceros y unos. La función de estructura del sistema $\phi(\mathbf{x})$ está definida en este espacio de vectores y toma los valores

$$\phi(x) = \begin{cases} 1, & \textit{si el sistema funciona} \\ 0, & \textit{si el sistema no funciona} \end{cases}$$

Por ejemplo, en un sistema en serie, $\phi(\mathbf{x}) = 1$ sólo si todos los componentes funcionan, situación en la que $\mathbf{x} = (1, 1, 1, ..., 1)$. En el caso de un sistema en paralelo, $\phi(\mathbf{x}) = 0$ sólo si ninguno de los componentes funcionan y en esta situación el vector de estado del sistema es el vector de ceros $\mathbf{x} = (0, 0, 0, ..., 0)$. Más en general, la función de estructura de un sistema en serie es

$$\phi(x) = \prod_{i=1}^{k} x_i$$

y la función de estructura de un sistema en paralelo es

$$\phi(\mathbf{x}) = 1 - \prod_{i=1}^{k} (1 - x_i).$$

Cada vector $\mathbf{x}$ donde el sistema funciona se llama *trayectoria* y cada vector donde no funciona se llama *corte*. Como cada uno de los k componentes en un sistema puede funcionar o no, se tienen un total de 2^k posibles estados, que son la suma de las trayectorias y los cortes. Por ejemplo, en el sistema en serie sólo hay una trayectoria, que es el vector de unos ($\mathbf{x} = (1, 1, 1, \ldots, 1)$), y $2^k - 1$ cortes, mientras que en el sistema en paralelo sólo existe un corte, que ocurre cuando $\mathbf{x} = (0, 0, 0, \ldots, 0)$, y $2^k - 1$ trayectorias. Así, cualquier vector $\mathbf{x}$ con entradas de ambos tipos (ceros y unos) es un corte para el sistema en serie y una trayectoria para el sistema en paralelo.

El número de componentes que funcionan en un estado se llama *tamaño de* $\boldsymbol{x}$, es decir, el *tamaño* $\boldsymbol{x}$ puede tomar valores desde 1 hasta k. Se llama trayectoria mínima cada vector $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_k)$ tal que con un componente adicional que no funcione el sistema no funciona. Por ejemplo, el vector $\mathbf{x} = (1, 1, 1, \ldots, 1)$ es trayectoria mínima en el sistema en serie, y cualquier vector con alguna de sus k entradas diferente de cero es trayectoria mínima en el sistema en paralelo.

Método de trayectorias para calcular la confiabilidad de un sistema

En los casos simples del sistema en serie o del sistema en paralelo, la confiabilidad del sistema se puede calcular fácilmente de la función de estructura, sustituyendo los valores de las x_i $(i = 1, 2, ..., k)$ por las correspondientes confiabilidades de los componentes. De aquí que en ambos casos $C_s = \phi(\mathbf{p})$, donde $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \ldots, p_k)$.

Antes de calcular la confiabilidad de sistemas más complejos, con componentes en serie y en paralelo, es necesario conocer las siguientes reglas para la combinación de funciones de estructura de dos sistemas:

Regla 1. Sean dos sistemas, uno con función de estructura $\phi_1(\mathbf{x}) = \phi_0(\mathbf{x})\phi_A(\mathbf{x})$ y otro con función de estructura $\phi_2(\mathbf{x}) = \phi_0(\mathbf{x})\phi_B(\mathbf{x})$. Si se conectan en serie, la función de estructura resultante es $\phi(\mathbf{x}) = \phi_0(\mathbf{x})\,\phi_A(\mathbf{x})\phi_B(\mathbf{x})$, puesto que $\phi_0^2(\mathbf{x}) = \phi_0(\mathbf{x})$.

Regla 2. Si los mismos sistemas de la regla 1 se conectan en paralelo, la función de estructura resultante es $\phi(\mathbf{x}) = \phi_0(\mathbf{x})[1 - (1 - \phi_A(\mathbf{x}))(1 - \phi_B(\mathbf{x}))]$.

El método de trayectorias para calcular la confiabilidad de un sistema tiene los siguientes pasos:

1. Encontrar todas las trayectorias mínimas posibles.
2. Dado que para que el sistema funcione es necesario que funcione al menos una de las trayectorias mínimas, se aplica la definición de sistema en paralelo a dichas trayectorias.
3. Se simplifica la expresión resultante aplicando las reglas 1 y 2.
4. Se sustituyen las x_i $(i = 1, 2, \ldots, k)$ por las confiabilidades de los k componentes y se resuelve.

EJEMPLO 13.11

Para el sistema dado en la figura 13.17 las trayectorias minimales son: ACDEF, ACDG, BCDEF y BCDG. Aplicando a estas trayectorias la definición de función de estructura para un sistema en paralelo, se obtiene la función de estructura del sistema

$$\begin{aligned}\phi_s(\mathbf{x}) &= 1 - (1 - ACDEF)(1 - ACDG)(1 - BCDEF)(1 - BCDG)\\ &= BCD(EF + G - EFG) + ACD(EF - BEF + G - BG - EFG + BEFG)\end{aligned}$$

Se sustituyen las confiabilidades de cada componente, $C_A = 0.96$, $C_B = 0.92$, $C_C = 0.94$, $C_D = 0.89$, $C_E = 0.95$, $C_F = 0.88$ y $C_G = 0.90$, se hacen los cálculos y se llega a que la confiabilidad del sistema es $C_S = 0.77$ (0.836 + 0.90 − 0.75) + 0.80(0.836 − 0.77 + 0.90 − 0.83 − 0.75 + 0.69) = 0.82, que es la misma que se obtuvo anteriormente.

USO DE STATGRAPHICS Y MINITAB

Con excepción de la confiabilidad de sistemas, todos los demás temas cubiertos en este capítulo se pueden aplicar en cualquier software estadístico o de confiabilidad. Lo primero es capturar los datos: una columna para los tiempos (observados y censurados) y otra columna que identifica cuáles de los tiempos son fallas y cuáles son censuras por la derecha. En *Statgraphics* en la columna que identifica si el tiempo del renglón correspondiente es falla o censura; se utiliza el siguiente criterio: los tiempos de falla exactos se etiquetan con el número 0, las censuras por la derecha con un número positivo (+1) y las censuras por la izquierda con un número negativo (−1). En *Minitab*, el usuario puede elegir el código deseado para las censuras.

Cuando se tienen datos agrupados o censura por intervalo, en *Statgraphics* se construye una columna con los anchos de los intervalos, otra con la frecuencia de fallas observadas y una tercera con las unidades retiradas del estudio sin fallar durante el intervalo (censuras). En *Minitab* se construyen tres columnas: en dos de ellas se señala el inicio y final de cada intervalo de tiempo y en la tercera la frecuencia de fallas observadas en cada intervalo.

La identificación mediante gráficas de probabilidad de cualquiera de las distribuciones mencionadas se puede hacer en *Statgraphics* usando la secuencia: *Describe* → *Distributions* → *Distribution Fitting (censored or uncensored data).*

Un análisis completo con la distribución Weibull se encuentra en la secuencia: *Describe* → *Life Data* → *Weibull Analysis.* La estimación de los parámetros se puede hacer por mínimos cuadrados o por máxima verosimilitud.

Para datos agrupados o censura por intervalo la opción en *Statgraphics* es: *Describe* → *Life Data* → *Life Tables (intervals).*

El análisis no paramétrico (*Kaplan-Meier*) para tiempo de vida con censura por la derecha se puede hacer en *Describe* → *Life Data* → *Life Tables (times).*

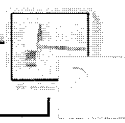
Por su parte, la confiabilidad en *Minitab* se trabaja en todo el menú que da la opción *Stat* → *Reliability/Survival.* En la primera opción de dicho menú se puede hacer la identificación gráfica de la distribución, en la segunda una exploración más detallada (paramétrica o no paramétrica) de la distribución seleccionada, en la tercera opción se hace el análisis paramétrico con detalle y en la cuarta el no-paramétrico con detalle. Todo este primer bloque puede considerar censura por la derecha. En segundo bloque se hace lo mismo, pero se pueden considerar los otros tipos de censura.

CONCEPTOS CLAVE

- Falla de un producto
- Tiempo de falla
- Datos censurados
- Censura por la derecha tipo I
- Censura por la derecha tipo II
- Censura por la izquierda

- Censura por intervalo
- Censura múltiple
- Función de distribución acumulada
- Función de confiabilidad
- Tasa de fallo instantáneo
- Mortalidad infantil
- Vida útil
- Fallas aleatorias
- Envejecimiento
- Tiempo de quemado
- Vida media
- Cuantil p
- Distribución exponencial
- Distribución Weibull
- Distribución valor extremo
- Distribución normal
- Modelo lognormal
- Linealización de la fda
- Estimador de Kaplan-Meier
- Estimadores de mínimos cuadrados
- Máxima verosimilitud
- Sistema en serie
- Regla del producto de probabilidades
- Sistema en paralelo

PREGUNTAS Y EJERCICIOS



1. ¿Qué es la confiabilidad de un producto?
2. Describa dos elementos distintivos de los estudios de confiabilidad.
3. Plantee al menos tres preguntas de interés en muchos estudios de confiabilidad.
4. Defina las censuras: por la derecha, por izquierda y por intervalo. Describa para cada censura una situación práctica que la puede generar.
5. ¿Qué información proveen las funciones de distribución acumulada y la función de confiabilidad?.
6. ¿Cómo se define la función de riesgo? ¿Cómo se interpreta?
7. Si la función de riesgo de un producto es decreciente, ¿significa que después de un tiempo éste no falla? Argumente.
8. ¿Cómo se pueden detectar y eliminar las fallas tempranas o mortalidad infantil? ¿En qué sentido esto incrementa la confiabilidad del producto?
9. ¿Cuáles son por lo general las tres etapas en la vida de un producto?
10. Describa una situación en la cual la tasa de riesgo constante puede ser apropiada.
11. ¿Cómo se define el cuantil p? ¿Por qué son los cuantiles importantes en confiabilidad?

12. ¿Por qué la vida media puede ser menos relevante que la vida mediana en los estudios de confiabilidad?

13. ¿Para qué sirve el papel de probabilidad? Explique cómo se construye una gráfica de probabilidad.

14. Según la teoría, ¿en qué situaciones puede ser útil la distribución Weibull?

15. ¿Cómo se estima la confiabilidad del producto, si en el estudio aparecieron varios modos de falla?

16. ¿En qué consiste una prueba de vida acelerada?

17. ¿En qué consiste el tiempo de quemado o *burn-in* de un producto? ¿En qué situaciones puede incrementar la confiabilidad del producto?

18. Defina los sistemas en serie y los sistemas en paralelo y comente cómo se puede mejorar la confiabilidad de cada uno de ellos.

19. ¿Qué es la función de estructura de un sistema? ¿Para qué sirve?

20. ¿En qué consiste el método de trayectorias para calcular la confiabilidad de un sistema?

21. Defina el estimador de Kaplan-Meier de la función de confiabilidad empírica. ¿Cómo es que toma en cuenta las censuras por la derecha?

22. Qué tipo de preguntas sobre la vida de un producto se pueden responder con la función de confiabilidad condicional.

23. Escriba y grafique la función de riesgo $h(t)$ para una distribución de Weibull con parámetros: *a*) $\beta = 1$, $\eta = 4$, *b*) $\beta = 2$, $\eta = 2$, *c*) $\beta = 3$, $\eta = 1$. Comente el efecto de cada parámetro.

24. Suponga que la vida de un producto se distribuye uniforme en el intervalo (a, b).
- *a*) Escriba las funciones $f(t)$, $F(t)$, $C(t)$ y $h(t)$ y grafíquelas.
- *b*) Dé las expresiones para el cuantil p y la vida media del producto.

25. La duración t (en horas) de cierto componente electrónico es una variable aleatoria con función de densidad.

$$f(t)=\begin{cases}\dfrac{1}{1000}\,e^{-t/1000} & t>0\\ 0 & \text{en los demás puntos}\end{cases}$$

- *a*) Calcule $F(t)$, $C(t)$ y $h(t)$.
- *b*) ¿Cuál es la confiabilidad del componente a las $t = 100$ horas?
- *c*) Si una unidad ha sobrevivido a las primeras 100 horas, ¿cuál es la probabilidad de que sobreviva hasta las 200 horas?
- *d*) Grafique $h(t)$ e interprete el resultado.

26. Para un disco magnético de computadora se considera que ocurre una falla temprana si falla antes del tiempo $t = \alpha$ y una falla por desgaste si ocurre después del tiempo $t = \beta$. Suponga que la distribución del tiempo de falla de los discos durante su vida útil se puede modelar con la distribución

$$f(t)=\frac{1}{\beta-\alpha} \qquad \alpha \le t \le \beta$$

a) Obtenga las funciones $F(t)$ y $C(t)$.
b) Calcule la tasa de riesgo $h(t)$.
c) Grafique la tasa de riesgo de discos considerando $\alpha = 100$ h y $\beta = 1\,500$ horas.
d) Con $\alpha = 100$ y $\beta = 1\,500$ ¿cuál es la confiabilidad del paquete de discos en el tiempo $t = 500$ h? ¿Cuál es su tasa de riesgo a las 500 h y cómo se interpreta?

27. Se realizó un estudio para estimar la vida media (en millas) de cierto tipo de locomotora. Se operaron 96 máquinas durante 135 mil millas o hasta que fallaron; y de éstas, 37 fallaron antes de cumplirse el periodo de 135 mil millas. La siguiente tabla presenta las millas hasta fallar para las 37 locomotoras.

22.5	57.5	78.5	91.5	113.5	122.5
37.5	66.5	80.0	93.5	116.0	123.0
46.0	68.0	81.5	102.5	117.0	127.5
48.5	69.5	82.0	107.0	118.5	131.0
51.5	76.5	83.0	108.5	119.0	132.5
53.0	77.0	84.0	112.5	120.0	134.0
54.5					

Las restantes 59 locomotoras no fallaron a 135 mil millas, por tanto entran al estudio en forma censurada

a) Use un software apropiado y grafique los datos en varios papeles de probabilidad para identificar la distribución de la que proceden.
b) Determine la vida mediana de las locomotoras.
c) ¿Cuál es la confiabilidad de las locomotoras a las 200 000 mi? Dé un intervalo de confianza al 95% para esta confiabilidad e interprételo.

28. Para los datos sobre vida de balatas dados en el ejemplo 13.1.
a) Haga un análisis gráfico para identificar la distribución que siguen los datos.
b) Una vez identificada una distribución estime los parámetros por máxima verosimilitud y también por mínimos cuadrados. Compare los estimadores.
c) ¿Cuál es la confiabilidad de las balatas a los 10 000 km?
d) Si el fabricante no está dispuesto a reemplazar más de 2% de las balatas, ¿es razonable otorgar una garantía de 10 000 km?
e) Proporcione un intervalo de confianza al 95% para los kilómetros en que falla 2% de las balatas e interprételo.

29. Para los datos sobre vida de ventiladores dados en el ejemplo 13.2 identifique un modelo adecuado para los datos y conteste las siguientes preguntas:
a) Estime los parámetros del modelo usando el método gráfico, el método de mínimos cuadrados y el método de máxima verosimilitud. Compare los resultados.
b) Grafique el estimador no paramétrico de la función de supervivencia.
c) ¿Cuál es la proporción de ventiladores que fallan antes del tiempo de garantía de 8 000 h?
d) ¿Será necesario rediseñar los ventiladores para tratar de incrementar su confiabilidad? Argumente.

30. Suponga que la duración (en años) de un chip para computadoras tiene una distribución de vida Weibull. A fin de estimar los parámetros de esta distribución,

se sometieron a prueba 100 chips y se registró el número de supervivientes al final de cada año, durante un periodo de 8 años. Los datos con censura por intervalo se presentan en la siguiente tabla:

Año	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de supervivientes	94	78	58	36	22	10	6	2

a) Utilice el método de mínimos cuadrados para obtener estimaciones de β y η.
b) Establezca un intervalo de confianza de 95% para el percentil 1%.
c) Calcule la probabilidad de que un chip falle antes de cinco años.
d) Estime la confiabilidad de los chips en el tiempo de siete años.
e) Calcule la tasa de riesgo, $h(t)$, y grafíquela. Obtenga la tasa de riesgo en el tiempo $t = 4$ años e interprete su valor.

31. Nelson (1985) aplicó la distribución Weibull a los tiempo de vida de una muestra de $n = 138$ cojinetes de rodillos. La siguiente tabla indica el número de cojinetes que seguían funcionando al final de cada periodo de 100 horas hasta que todos fallaron.

Horas (cientos)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	17	19	24	51
Número de cojines	138	114	104	64	37	29	20	10	8	6	4	3	2	1			

a) Ajuste un modelo Weibull a estos datos.
b) Dé un intervalo de confianza para el tiempo al cual falla una proporción del 2% de los cojinetes.
c) Calcule la confiabilidad de los cojinetes de rodillos a las 400 horas.
d) Calcule la confiabilidad de que, habiendo sobrevivido las primeras 300 horas, un cojinete sobreviva 100 horas más.

32. El tiempo de vida en años de un generador que se compra tiene una distribución Weibull con parámetros $\eta = 13$ años y $\beta = 2$. El periodo de garantía que ofrece el proveedor es de dos años.
a) ¿Cuál es la confiabilidad del generador al terminar el periodo de garantía?
b) ¿Si se compran 1 000 unidades, cuál es el número esperado de reclamos al fabricante?
c) ¿Cuál periodo de garantía debe ofrecer el fabricante si quiere tener una proporción de reclamos a lo más de 1%?

33. De un proveedor se adquiere un lote de 100 000 unidades cuyo tiempo de falla sigue una distribución Weibull. Si 5% de las unidades falla al tiempo $t_1 = 225$ h y 10% falla a las $t_2 = 325$ h, encontrar:
a) Utilizando la función cuantil encuentre los parámetros de forma y escala.
b) La vida media de las unidades.
c) La vida mediana de las unidades.
d) La proporción de reclamos esperada, si el productor ofrece un tiempo de garantía de 30 días.

34. Suponga que la duración (en horas) de una lámpara fluorescente tiene una distribución de tiempo de falla Weibull con parámetro $\eta = 500$ y $\beta = .70$.
a) Calcule la probabilidad de que la lámpara falle antes de las 900 horas.

b) Calcule la confiabilidad de la lámpara en el tiempo $t = 400$ h e interprete su valor.

c) Grafique la función de riesgo. ¿Podría funcionar con esta lámpara el tiempo de quemado para detectar y eliminar unidades débiles?

35. Sea la siguiente función de distribución acumulada $F(t) = 1 - (t^{-2})$ para $t > 1$, que modela el tiempo de vida de un microorganismo en cierto medio. Conteste:

a) Obtenga las siguientes funciones $f(t)$, $S(t)$ y $h(t)$.

b) Bosqueje la gráfica de $f(t)$ y $h(t)$ e interprételas en términos del tiempo de vida.

c) Obtenga la función percentil.

d) Calcule el percentil 90 e interprételo.

e) Calcule $Pr(T < 2)$.

36. Con el propósito de estudiar la vida de un producto semiperecedero, se realiza un experimento teniendo como tiempo de censura 400 h. Se estudiaron un total de 60 productos. Los datos obtenidos hasta al tiempo de censura se muestran a continuación.

82 113 132 136 154 156 204 212 238 242 249 270 275 276 284

290 290 292 302 304 308 313 317 331 334 334 335 336 342 351

352 354 358 377 383 386 390 396 396 397

a) ¿Por qué cree que se censuró el experimento y qué tipo de censura se aplica?

b) ¿Los datos siguen una distribución Weibull?

c) Estime los parámetros de la distribución Weibull y grafique la densidad correspondiente e interprétela.

d) ¿Qué tiempo de garantía propondría para el producto? ¿Por qué?

e) Utilizando la estimación no parámetrica de Kaplan-Meier obtenga el inciso *d*.

37. Con el propósito de estudiar la vida de anaquel de dos marcas del mismo productos, se realiza un experimento teniendo como tiempo de censura a 200 horas. Se estudiaron un total de 40 productos de cada marca. Los datos obtenidos hasta 200 horas (el resto regístrelos como censurados) para las dos marcas se muestran en seguida:

Marca A	Marca B
23 25 29 30 44 60 62 64 67 68 69 72 75	33 51 71 79 82 83 84 86 92 93 99 102
77 82 87 91 110 114 118 119 121 127 132	103
133	104 111 112 112 114 119 125 128 128 131
136 155 156 161 165 178 187 189 192 196	132 132 134 157 158 171 175 181 185 194
198 200* 200* 200* 200*	200* 200* 200* 200* 200* 200* 200*
(*) Censura	

a) ¿Por qué cree que se censuró el experimento y qué tipo de censura se aplica?

b) ¿Los datos para cada marca siguen una distribución Weibull?
c) Estime los parámetros de la distribución Weibull para cada caso y grafique las densidades y las funciones de riesgo correspondientes. Comente las diferencias entre marcas.
d) Estime e interprete los cuantiles 0.05, 0.10, 0.25 y 0.80, para cada caso con base en la distribución Weibull.
e) Utilice la estimación no paramétrica de Kaplan-Meier obtenga el inciso *d*.
f) ¿Hay diferencias importantes entre los dos métodos de estimación? Comente.
g) ¿Los diseños son diferentes?

38. Haga el mismo análisis del problema anterior pero ahora con la distribución lognormal, en lugar de la distribución Weibull.

39. Dos componentes conectados en serie tienen distribuciones de tiempo de falla exponenciales con medias $\theta = 1\,000$ horas. En el tiempo $t = 1\,400$ h, ¿cuál es la confiabilidad del sistema? ¿A las cuántas horas falla el 10% de estos sistemas?

40. Cuatro componentes, A, B, C y D, se conectan en paralelo. Suponga que los componentes A y B tienen distribuciones de tiempo de falla normales con parámetros $\mu = 800$ h y $\sigma = 100$ h, mientras que los componentes C y D tienen distribuciones de tiempo de falla Weibull con parámetros $\beta = .5$ y $\eta = 300$. Calcule la confiabilidad del sistema en el tiempo $t = 500$ h.

41. Considere el sistema de la figura 13.18. Si las confiabilidades de los componentes individuales son $C_A = .85$, $C_B = .75$, $C_C = .75$, $C_D = .90$, $C_E = .95$, calcule la confiabilidad global del sistema.

42. El sistema dado en la figura 13.19 se llama sistema puente y es muy utilizado para incrementar la confiabilidad de redes eléctricas. Suponga que las confiabilidades de los cinco componentes son: $C_A = 0.96$, $C_B = 0.92$, $C_C = 0.94$, $C_D = 0.89$ y $C_E = 0.90$. Calcule la confiabilidad del sistema utilizando el método de trayectorias.

43. Considere el sistema dado en la figura 13.20.

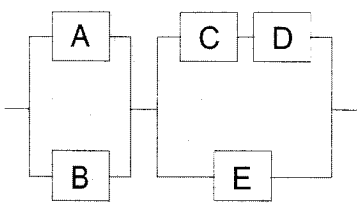


Figura 13.18 *Diagrama del ejercicio 41.*

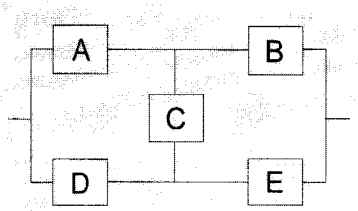


Figura 13.19 *Diagrama para el ejercicio 38.*

a) Dé una expresión para la función de estructura del sistema.
b) Considerando que las confiabilidades los seis componentes independientes son $C_A = 0.95$, $C_B = 0.92$, $C_C = 0.95$, $C_D = 0.90$, $C_E = 0.92$ y $C_F = 0.90$, calcule la confiabilidad del sistema.

44. Demuestre que la tasa de riesgo $h(t)$ se puede expresar como

$$h(t) = \frac{d(-\ln C(t))}{dt}$$

45. Demuestre que en general $C(t) = \exp(-H(t))$.

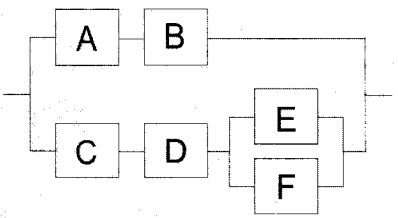


Figura 13.20 *Diagrama del ejercicio 39.*

Capítulo 14

Análisis de modo y efecto de las fallas (AMEF)

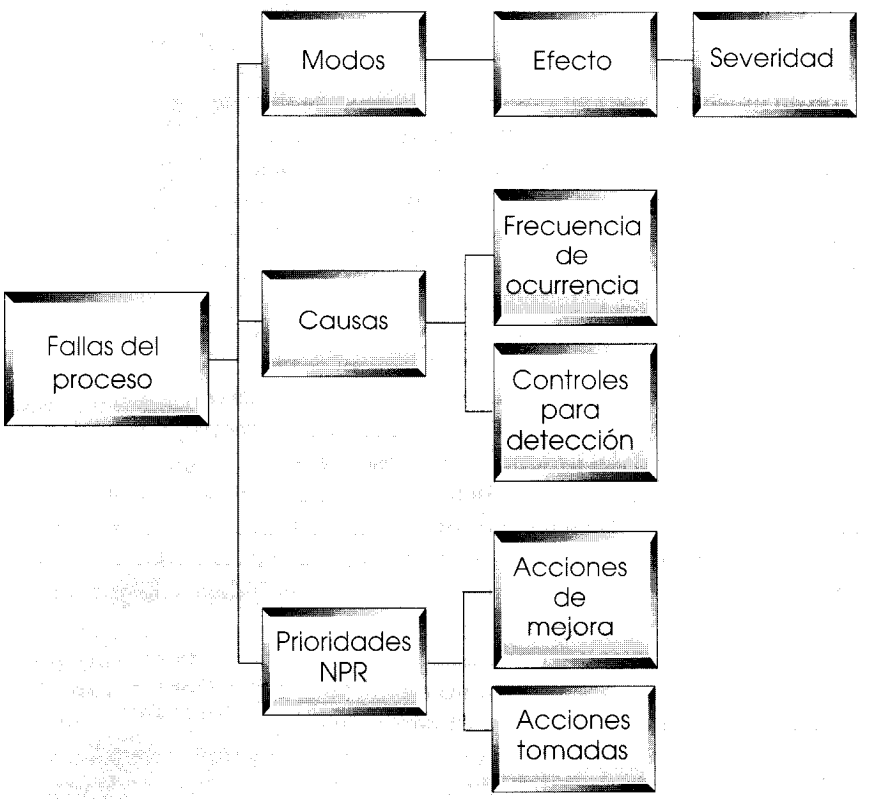
488

SUMARIO

- Actividades para realizar un AMEF (proceso)

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Comprender la importancia de aplicar el análisis de modo y efecto de falla a un proceso.
- Mediante un AMEF, identificar, caracterizar y asignar una prioridad a las fallas potenciales con objeto de mejorar el proceso.
- Describir cada una de las actividades a realizar para hacer un AMEF bien estructurado y eficaz.
- Conocer las diversas características de un AMEF efectivo.


Fallas del proceso
Modos
Efecto
Severidad
Causas
Frecuencia de ocurrencia
Controles para detección
Prioridades NPR
Acciones de mejora
Acciones tomadas

En este capítulo se estudia la metodología AMEF, que es una herramienta de mucha utilidad dentro de la estrategia Seis Sigma, debido a que permite detectar aspectos críticos que requieren atención. Esta atención puede darse mediante un proyecto Seis Sigma. Como se verá a lo largo del capítulo, AMEF es una herramienta clave en la labor de mejorar la confiabilidad de procesos y productos.

La metodología del *análisis de modo y efecto de las fallas* (**AMEF**, FMEA, *Failure Mode and Effects Analysis*), proporciona la orientación y los pasos que un grupo de personas debe seguir para identificar y evaluar las fallas potenciales de un producto o un proceso, junto con el efecto que provocan éstas. A partir de lo anterior, el grupo establece prioridades y decide acciones para intentar eliminar o reducir la posibilidad de que ocurran las fallas potenciales que más vulneran la confiabilidad del producto o el proceso.

AMEF

El analisis de modo y efecto de las fallas orienta para identificar y evaluar fallos potenciales.

Aplicar AMEF se ha vuelto una actividad casi obligada para garantizar que los productos sean confiables, en el sentido que logren funcionar bien el tiempo que se ha establecido como su periodo de vida útil, pero también cada día se hace más común su aplicación en muchos otros campos con el objetivo de detectar fallas potenciales y prevenirlas, y de esa forma reducir los tiempos de ciclo, mejorar la eficiencia de procesos, etc. Si un producto o un proceso se viera como un edificio, aplicarles un AMEF es revisar sus cimientos y estructura, para asegurar que ambas sean confiables y seguras, para disminuir la probabilidad de que fallen. En este sentido, un edificio (proceso) no está realmente caracterizado, sino hasta que se le ha aplicado el AMEF, y a partir de éste se fundamentan acciones para su mejora integral.

La frecuencia con que ocurren las fallas junto con su severidad son una medida de la confiabilidad de un sistema. Mientras mayor sean éstas, menos será tal confiabilidad. De esta forma, una tarea fundamental cuando se busca caracterizar y mejorar un proceso es aplicar la metodología del AMEF con la idea de conocer mejor las debilidades (potenciales modos de falla) del producto o proceso y a partir de ahí generar soluciones a nivel proceso o rediseño de producto. Como se comentará más adelante, las herramientas estadísticas vistas en los capítulos anteriores serán de utilidad para establecer la frecuencia de fallas, los efectos y las causas más importantes y también de utilidad para decidir acciones para atender las mayores debilidades del producto o el proceso.

El AMEF originalmente se orientó a detectar fallas durante el diseño o rediseño del producto y fallas en el proceso de producción (FMEA, 1995). Ejemplos de fallas en diseño son: no se dispara el *flash* en una cámara fotográfica, fugas en el sistema de frenos, fracturas prematuras en las piezas de un carro, etc. Ejemplos de fallas en procesos son: fallas en el proceso de pulido de un carro, fallas en el proceso de templado, etc. Como se aprecia en los ejemplos anteriores, finalmente una falla en diseño (producto) o en el proceso repercute en el cliente, ya sea interno o externo. Por ello, en los últimos años se ha ampliado el campo de aplicación del AMEF (Lore, 1998; Vandenbrande, 1998; Cotnareanu, 1999), por ejemplo:

- Las fallas y obstáculos impiden que la instalación de un equipo sea fácil y rápida.
- Los modos de falla potenciales que obstaculizan que el mantenimiento y/o el servicio a un equipo sea fácil y rápido.
- La facilidad de utilización de un equipo.

- También a aspectos de confiabilidad, mantenimiento y durabilidad del equipo, así como seguridad y riesgos ambientales.

Basta que cada una de esas actividades se vean como un proceso, y como tales fijar qué prioridades tienen tales procesos. En otras palabras, identificar qué prioridades son importantes para el cliente o usuario final de ese producto o proceso. Por ejemplo, si AMEF se aplica a seguridad o riesgos ambientales, entonces se buscaría encontrar "modos de fallas" potenciales que agravan estos aspectos. Por lo anterior, a continuación veremos a detalle las actividades para realizar un AMEF enfocado a proceso.

ACTIVIDADES PARA REALIZAR UN AMEF (PROCESO)

A continuación se describirán un total de 23 actividades para realizar un AMEF, con las que se quiere completar de manera efectiva las siete siguientes actividades generales (véase figura 14.1) para realizar un AMEF:

1. Formar el equipo que realizará el AMEF y delimitar al producto o proceso que se le aplicará.
2. Identificar y examinar todas las formas posibles en que puedan ocurrir fallas de un producto o proceso (identificar los modos potenciales de falla).
3. Para cada falla, identificar su efecto y estimar la *severidad* del mismo.

Para cada falla potencial:

4. Encontrar las causas potenciales de la falla y estimar la frecuencia de *ocurrencia* de falla debido a cada causa.
5. Hacer una lista de los controles o mecanismos que existen para detectar la ocurrencia de la falla, antes de que el producto salga hacia procesos posteriores o antes que salga del área de manufactura o ensamble. Además estimar la probabilidad de que los controles hagan la *detección* de la falla.
6. Calcular el número prioritario de riesgo (NPR), que resulta de multiplicar la severidad por la ocurrencia por la detección.
7. Establecer prioridades de acuerdo al NPR, y para los NPR más altos decidir acciones para disminuir severidad y/u ocurrencia, o en el peor de los casos mejorar la detección. Todo el proceso seguido debe quedar documentado en un formato AMEF como el de la figura 14.3 (en la figura 14.4 se muestra un ejemplo).
8. Revisar y establecer los resultados obtenidos, lo cual incluye precisar las acciones tomadas y volver a calcular el NPR.

La información obtenida con las actividades descritas en la figura 14.1 se organiza en un formato especial como el que se muestra en la figura 14.2, donde también se muestran las actividades y secuencia de pasos para realizar un AMEF.

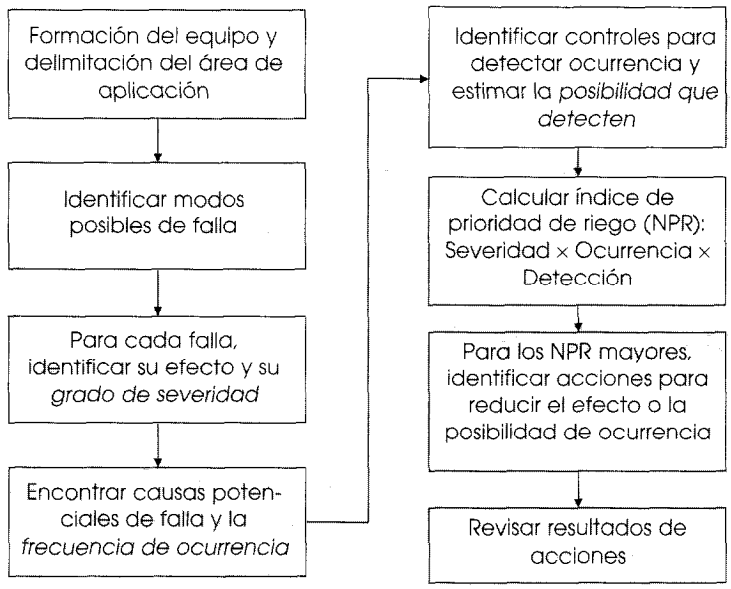


Figura 14.1 *Esquema general de actividades para realizar un AMEF.*

Las actividades a detalle

En la figura 14.3 se muestra el formato AMEF con números circulados, que corresponden a la información que se deberá anotar en cada parte del formato y que a continuación explicamos para cada uno de estos números. Este formato ha permitido un desarrollo uniforme del AMEF. En la figura 14.4 aparece un ejemplo y en la figura 14.5 un formato en blanco.

1. *Página/De*: anotar el número consecutivo correspondiente a la página en la que se trabaja y en *De*: escribir el número total de hojas que completan el AMEF.
2. *Número de proyecto*: anotar el número de proyecto al que corresponde este análisis, de acuerdo a los criterios que se utilizan en la empresa.
3. *Proceso*: registrar el nombre del proceso u operación sobre el cual se está haciendo el análisis.
4. *Producto afectado*: registre el nombre y/o modelos del(os) producto(s) que se producen en este proceso.
5. *Responsabilidad*: escribir el nombre de la persona que tiene la responsabilidad primaria del proceso, es decir, la gerencia que tiene la responsabilidad principal de la máquina, equipo o proceso.

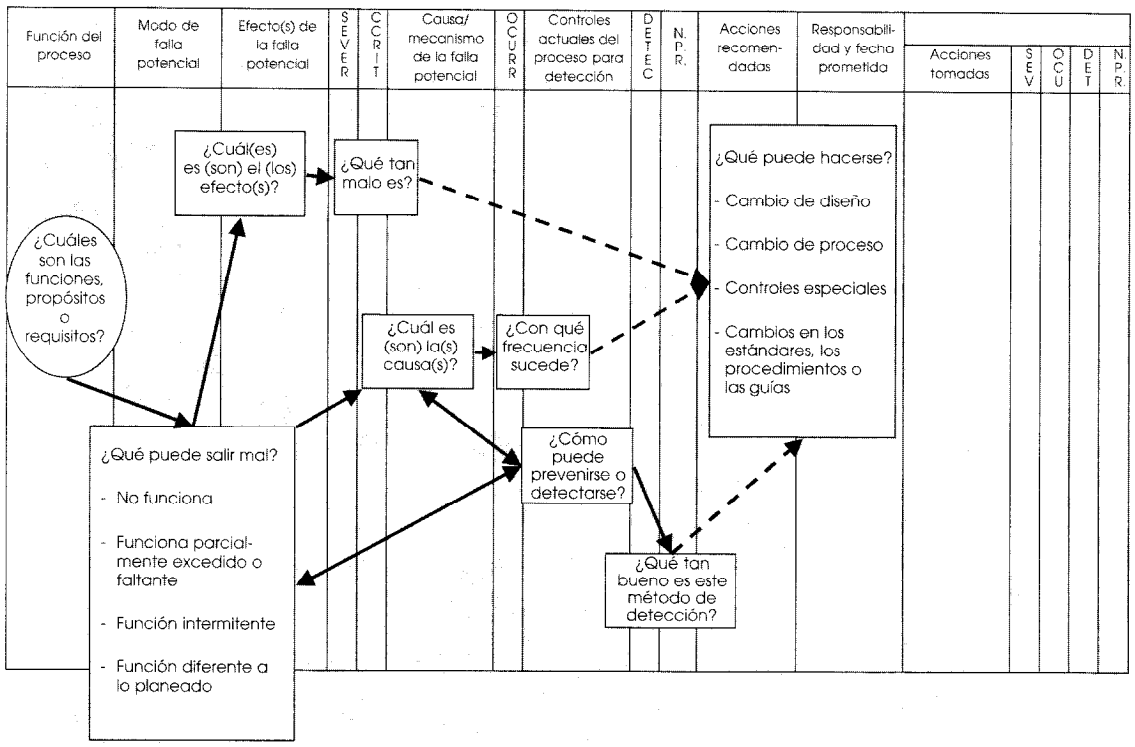


Figura 14.2 *Secuencia del proceso para realizar un AMEF.*

6. *Líder del proyecto:* anotar el nombre del responsable técnico del proyecto.
7. Preparado por: anotar el nombre de las personas que realizan este AMEF.
8. *Fecha clave*: escribir la fecha obligatoria en que se debe terminar este AMEF, ya sea por alguna razón especial como compromisos de liberación de producción o por meta en tiempo que el equipo decida imponerse.
9. *Fecha AMEF original y última revisión:* si ya se ha hecho antes un AMEF sobre este proceso, anotar la fecha del primer AMEF y la fecha de la última revisión formal.
10. *Función del proceso*: dar una descripción breve de la función del proceso analizado, anotando las principales etapas del proceso y su función correspondiente.
11. *Modo potencial de falla*: es la manera en la que el proceso (sistema, componente) podría potencialmente fallar en el cumplimiento de requerimientos. En esta etapa se deben anotar todas los modos potenciales de falla, sin tomar en cuenta la probabilidad de su ocurrencia. El analista debe ser capaz de contestar las siguientes preguntas:

Modo potencial de falla

Es la manera en que un sistema podría fallar en el cumplimiento de requerimientos.

ANÁLISIS DE MODO Y EFECTO DE LAS FALLAS

(1) Página: _____ de: _____

Número de proyecto (2) _____ Proceso (3) _____ Producto afectado (4) _____

Responsabilidad (5) _____ Líder del proyecto (6) _____ Preparado por (7) _____

Fecha clave (8) _____ Fecha AMEF Original (9) _____ Última revisión _____

Función del proceso	Modo de falla potencial	Efecto(s) de la falla potencial	SEVER	CCRIT	Causa/ mecanismo de la falla potencial	OCURR	Controles actuales del proceso para detección	DETEC	N.P.R.	Acciones recomendadas	Responsabilidad y fecha prometida	Resultados de acciones (23)				
												Acciones tomadas	SEV	OCU	DET	N.P.R.
(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)	(22)				

Figura 14.3 *Formato AMEF para proceso con número de actividad.*

ANÁLISIS DE MODO Y EFECTO DE LAS FALLAS

Página: 1 de: 1

Número de proyecto *M-23* Proceso *Embobinado* Producto afectado *Rollo 135 milímetros*

Responsabilidad *Gcia. de producción flujo de color* Líder del proyecto *C. Díaz* Preparado por *C. Díaz, R. Ceja, A. García, P. Arroyo*

Fecha clave *08 - dic - 00* Fecha AMEF Original *30 - sep - 99* Última revisión *21 - may- 00*

Función del proceso	Modo de falla potencial	Efecto(s) de la falla potencial	SEVER	CCRIT	Causa/ mecanismo de la falla potencial	OCURR	Controles actuales del proceso para detección	DETEC	N.P.R.	Acciones recomendadas	Responsabilidad y fecha prometida	Resultados de acciones				
												Acciones tomadas	SEV	OCU	DET	N.P.R.
Ensamble de producto, dejándolo funcional	*Velo de flama*	*Marcas o colores en el negativo de la película*	6		*Desgaste de embobinadora*	3	*Revisiones programadas, Mantenimiento preventivo, y certificación de entregas*	2	36							
					Magazine defectuoso	7	*Muestreo, Inspecciones periódicas, y carta de control*	4	168	*Cambio de diseño magazine, o Rediseñar máquina*	*D. Varela (formación de magazine), 30-nov-00*					
					Tapa defectuosa	2	*Revelado de una muestra aleatoria de cada charola*	1	12							
					Felpa mal pegada	3	*Muestreo y pruebas*	5	90							
					Felpa incorrecta	2	*Muestreo y pruebas*	6	72							
					Felpa incompleta	1	*Inspección visual*	3	18							
					Mal maneja de producto terminado	3	*Certificado de personal, y aditorias de proceso*	3	54							
					Inspección muy severa	3	*Apegarse al método adecuado*	3	54							

Figura 14.4 *AMEF para el defecto de velo de flama de rollo de 135 ml (se preparó un formato como éste para otros cuatro posibles modos de falla).*

- ¿Cómo el proceso o parte puede fallar en el cumplimiento de especificaciones?
- Independientemente de las especificaciones de ingeniería, ¿qué consideraría un cliente como objetable?

Una revisión de procesos similares, reportes de problemas de calidad y de las quejas de clientes, así como AMEFs previos sobre componentes similares es un buen punto de partida. Los modos o formas de falla típicos son:

- Abertura inadecuada
- Corto circuito
- Falla del material
- Herramienta desgastada
- Operación faltante
- Parte dañada
- Sistema de control inadecuado
- Velocidad incorrecta
- Contracción por tratamiento térmico
- Daño por manejo
- Herramiental incorrecto
- Lubricación inadecuada
- Medición inadecuada
- Falta de lubricación
- Sobrecalentamiento
- Fuera de tolerancia

Efectos de la falla potencial

Son las consecuencias negativas que se dan en el proceso, por lo que se deben buscar sus causas.

12. *Efecto(s) de la falla potencial*: se definen como los efectos del modo de falla, este efecto negativo puede darse en el proceso mismo, sobre una operación posterior o sobre el cliente final. De esta forma, suponiendo que la falla ha ocurrido, en esta etapa se deben describir todos los efectos potenciales de los modos de falla señalados en el paso previo. Una pregunta clave para esta actividad es ¿qué ocasionará el modo de falla identificado? La descripción debe ser tan específica como sea posible. Las descripciones típicas de los efectos potenciales de falla, desde la óptica del consumidor final del producto, son:

- El producto no funciona
- Eficiencia final reducida
- Áspero
- Calentamiento excesivo
- Ruido
- Olor desagradable
- Inestabilidad
- Mala apariencia

Mientras que desde la óptica de una operación posterior, algunos efectos potenciales típicos son:

- No abrocha
- Pone en peligro a operadores
- No se puede taladrar
- No ensambla
- No se puede montar
- No se puede conectar

13. *Severidad(S)*: estimar la severidad de los efectos listados en la columna previa. La severidad de los efectos potenciales de falla se evalúa en una escala del 1 al 10 y representa la gravedad de la falla para el cliente o para una operación posterior, una vez que esta falla ha ocurrido. La severidad sólo se refiere o se aplica al efecto. Se puede consultar a ingeniería del producto para grados de severidad recomendados o estimar el grado de severidad aplicando los criterios de la tabla 14.1 (Plexus, 2001). Los efectos pueden manifestarse en el cliente final o en el proceso de manufactura. Siempre se debe considerar primero al cliente final. Si el efecto ocurre en ambos, use la severidad más alta. El equipo de trabajo debe estar de acuerdo en los criterios de evaluación y en que el sistema de calificación sea consistente.
14. *Control o artículos críticos*: utilizar esta columna para identificar o clasificar las características críticas del proceso que requieren controles adicionales; por tanto se le debe notificar al responsable del diseño del proceso.

15. *Causas/mecanismo de la falla potencial (mecanismo de falla)*: hacer una lista de todas las posibles causas para cada modo potencial de falla. Entendiendo como causa de falla a la manera como podría ocurrir la falla. Cada causa ocupa un renglón. Asegurarse de que la lista sea lo más completa posible, para ello puede aplicarse el diagrama de Ishikawa (véase capítulo 6). Las causas típicas de falla son:

- Abertura inadecuada
- Capacidad excedida
- Operación faltante
- Daño por manejo
- Sistema de control inadecuado
- Falla de material
- Herramienta desgastada
- Lubricación inadecuada
- Herramienta dañada
- Parte dañada
- Preparación inadecuada
- Sobrecalentamiento
- Velocidad incorrecta
- Medición inexacta
- Falta lubricación
- Herramental incorrecto

16. *Ocurrencia (O)*: estimar la frecuencia con la que se espera ocurra la falla debido a cada una de las causas potenciales listadas antes (¿qué tan frecuentemente se activa tal mecanismo de falla?). La posibilidad de que ocurra cada causa potencial (que se active el mecanismo de falla), se estima en una escala de 1 a 10. Si hay registros estadísticos adecuados, éstos deben utilizarse para asignar un número a la frecuencia de ocurrencia de la falla. Es importante ser consistente y utilizar los criterios de la tabla 14.2 para asignar tal número. Si no hay datos históricos puede hacerse una evaluación subjetiva utilizando las descripciones de la primera columna de la tabla 14.2.
17. *Controles actuales del proceso para detección*: hacer una lista de los controles actuales del proceso que están dirigidos a:

   a) Prevenir que ocurra la causa-mecanismo de la falla o controles que reduzcan la tasa de falla.
   b) Detectar la ocurrencia de la causa-mecanismo de la falla, de tal forma que permite generar acciones correctivas.
   c) Detectar la ocurrencia del modo de falla resultante.

   Obviamente, los controles del tipo *a*) son preferibles, enseguida los del tipo *b*), y los menos preferidos son controles del tipo *c*).

18. *Detección (D)*: con una escala del 1 al 10, estimar la probabilidad de que los controles del tipo *b*) y *c*), listados antes, detecten la falla (su efecto), una vez que ha ocurrido, antes de que el producto salga hacia procesos posteriores o antes que salga del área de manufactura o ensamble. Se debe suponer que la causa de falla ha sucedido y entonces evaluar la eficacia de los controles actuales para prevenir el embarque del defecto. Es decir, es una estimación de la probabilidad de detectar, suponiendo que ha ocurrido la falla, y no es una estimación sobre la probabilidad de que la falla ocurra. Las verificaciones aisladas hechas por el departamento de calidad son inadecuadas para detectar un defecto y, por tanto, no resultarán en un cambio notable del grado de detección. Sin embargo, el muestreo hecho sobre una base estadística es un control de detección válido. En la tabla 14.3 se muestran los criterios recomendados para estimar la probabilidad de detección.
19. *Número de prioridad del riesgo (NPR)*: calcular el NPR para efecto-causas-controles, que es el resultado de multiplicar la puntuación dada a la severidad (S - 13) del efecto

Número de prioridad del riesgo

Esta cifra se calcula al multiplicar la severidad del efecto de la falla, por las prioridades de ocurrencia y por las posibilidades de que los controles detecten cada causa.

Tabla 14.1 Criterios y puntuaciones para la severidad del efecto de la falla.

	Criterio: severidad del efecto sobre el cliente final y/o sobre el proceso de manufactura	Puntuación
Peligroso-sin aviso	Cliente: muy alto grado de severidad cuando el modo de falla afecta la operación segura del producto y/o involucra incumplimiento de regulaciones gubernamentales con previo aviso. Proceso: puede dañar al operador (máquina o ensamble) sin previo aviso.	10
Peligroso-con aviso	Cliente: muy alto grado de severidad cuando el modo de falla afecta la operación segura del producto y/o involucra incumplimiento de regulaciones gubernamentales sin previo aviso. Proceso: puede dañar al operador (máquina o ensamble) con previo aviso.	9
Muy alto	Cliente: el producto o la parte son inoperables, debido a la pérdida de su función primaria. Proceso: el 100% de la producción puede tener que ser desechada o reparada en el departamento de reparaciones en un tiempo mayor de una hora.	8
Alto	Cliente: el producto/parte operable, pero con bajo nivel de desempeño. Proceso: el producto tiene que ser clasificado y una porción (menor al 100%) desechada o el producto/parte reparada en el departamento de reparaciones en un tiempo entre una hora y media hora.	7
Moderado	Cliente: el producto/parte operable, pero con dispositivos de confort/conveniencia inoperables. El cliente está insatisfecho. Proceso: una porción (menor al 100%) del producto puede tener que ser desechada sin clasificación o el producto/parte reparada en el departamento de reparaciones en un tiempo menor a media hora.	6
Bajo	Cliente: el producto/parte operable, pero con dispositivos de comodidad/conveniencia aperado en un nivel reducido de desempeño. Proceso: el 100% del producto puede tener que ser retrabajado o el producto/parte reparado fuera de la línea, pero no tiene que ir al departamento de reparaciones.	5
Muy bajo	Cliente: ajuste, acabado/rechinido y golpeteo de la parte presentan no-conformidades. El defecto es apreciado por la mayoría de los clientes (más del 75%). Proceso: el producto puede tener que ser clasificado sin desperdicio y una porción (menos de 100%) retrabajarse.	4
Menor	Cliente: ajuste, acabado/rechinido y golpeteo de la parte presentan no-conformidades. El defecto lo notan 50% de los clientes. Proceso: una porción (menor a 100%) del producto puede tener que ser retrabajada sin desperdicio en la línea pero fuera de la estación.	3
Mínimo	Cliente: ajuste, acabado/rechinido y golpeteo de la parte presentan no conformidades. El defecto lo notan sólo clientes exigentes (menos del 25%). Proceso: una porción (menor al 100%) del producto puede tener que ser retrabajada sin desperdicio en la línea pero en la estación.	2
Ninguno	Cliente: sin efecto apreciable para el cliente. Ligeros inconvenientes de operación o para el operador. Proceso: sin efecto para el proceso.	1

Tabla 14.2 Criterios para la calificación de la probabilidad de ocurrencia de las causas potenciales de falla.

Probabilidad de ocurrencia de la causa que provoca la falla	Tasa de falla	Puntuación
Muy alta: Fallas persistentes	≥ 100 por cada mil piezas	10
	50 por cada mil piezas	9
Alta: Fallas frecuentes	20 por cada mil piezas	8
	10 por cada mil piezas	7
Moderada: Fallas ocasionales	5 por cada mil piezas	6
	2 por cada mil piezas	5
	1 por cada mil piezas	4
Baja: Relativamente pocas fallas	0.5 por cada mil piezas	3
	0.1 por cada mil piezas	2
Remota: la falla es improbable	0.01 por cada mil piezas	1

de falla, por la probabilidades de ocurrencia (O - 16) para cada causa de falla, y por las posibilidades de que los mecanismos de control detecten (D - 18) cada causa de falla. Es decir, para cada efecto se tienen varias causas y para cada causa un grupo de controles.

$$NPR = (S) \times (O) \times (D)$$

El NPR cae en un rango de 1 a 1 000 y proporciona un indicador relativo de todas las causas de falla. A los más altos números de NPR se les deberá dar prioridad para acciones correctivas, ya sea para prevenir la causa o por lo menos para emplear mejores controles de detección. Especial atención debe darse cuando se tengan altos NPR (mayores a 80) con severidades altas.

En un contexto de estrategia Seis Sigma, quizá los niveles más altos de NPR se atiendan con un proyecto Seis Sigma.

En la figura 14.4 se puede apreciar un ejemplo para el defecto de velo de flama del rollo de 135 milímetros, este formato es uno de cuatro, ya que preparó un formato como el de la figura 14.4 para otros cuatro posibles modos de falla.

20. *Acciones recomendadas:* en esta columna se escribe una breve descripción de las acciones correctivas recomendadas para los NPR más altos. Por ejemplo cuando hay poca comprensión de las causas de la falla, entonces la recomendación podría ser ejecutar un proyecto de mejora basado en los "ocho pasos en la solución de un problema (el ciclo de la calidad)" del capítulo 10 o un proyecto Seis Sigma.

Un AMEF de proceso bien desarrollado y pensado será de un valor limitado si no se contemplan acciones correctivas y efectivas. Es responsabilidad de todas las áreas afectadas establecer programas de seguimiento efectivo para implantar todas las recomendaciones. Las acciones correctivas que atiendan los NPR más

Tabla 14.3 Criterios para estimar la probabilidad de detección de los modos de falla.

Casi imposible	Certeza absoluta de no detección			X	No puede detectarse o no puede verificarse	10
Muy remota	Los controles probablemente no la detectarán			X	El control se logra sólo con verificación indirecta o aleatoriamente	9
Remota	Los controles tienen poca probabilidad de detección			X	El control se logra sólo con inspección visual	8
Muy baja	Los controles tienen poca probabilidad de detección			X	El control se logra sólo con doble inspección visual	7
Baja	Los controles pueden detectarla		X	X	El control se logra con métodos gráficos como el CEP (control estadístico del proceso)	6
Moderada	Los controles pueden detectarla		X		El control está basado en la medición de variables después de que la parte ha dejado la estación o en medidores tipo Pasa/No pasa que miden 100% de las partes después de que las partes han dejado la estación	5
Moderadamente alta	Los controles tienen buena oportunidad de detectarla	X	X		Detección del error en operaciones subsecuentes o las mediciones hechas en la puesta a punto o inspección de primera pieza (para causas de arranque solamente)	4
Alta	Los controles tienen buena oportunidad de detectarla	X	X		Detección del error en la estación o en operaciones subsecuentes de múltiples pasos de aceptación. No puede aceptar partes discrepantes	3
Muy alta	Los controles casi seguramente la detectarán	X	X		Detección del error en la estación (medición automática con dispositivo de paro automático). Las partes discrepantes no pasan.	2
Casi seguro	Los controles seguramente la detectarán	X			No pueden hacerse partes discrepantes porque el punto tiene prevención de errores desde el diseño del producto y del proceso	1

altos son generalmente para el diseño o el proceso. Basadas en el análisis, las acciones pueden ser usadas para lo siguiente:

- Generar soluciones que eviten, prevengan o por lo menos reduzcan la probabilidad de *ocurrencia* de la falla, debido a la causa asociada. Estas soluciones deben ser a nivel proceso o diseño de producto. Las herramientas que se pueden utilizar para generar una buena solución son: metodología de los ocho pasos (véase capítulo 10), diseño de experimentos, sistemas poka-yoke (capítulo 17), o cartas de control.
- En algunas ocasiones es posible reducir la *severidad* del modo de falla del producto modificando su diseño.
- Para incrementar la probabilidad de *detección* se requieren revisiones al proceso. Generalmente, un aumento de los controles de detección es costoso e ineficaz para mejorar la calidad. Un incremento en la frecuencia de inspección del departamento de calidad no es una acción correctiva positiva y debe utilizarse sólo como último recurso o medida temporal. En algunos casos puede recomendarse un cambio en el diseño de una parte específica para ayudar a la detección. Pueden implementarse cambios en los sistemas de control actuales para incrementar la probabilidad de detección; sin embargo, debe ponerse énfasis en la prevención de defectos (es decir, reduciendo la ocurrencia), en vez de su detección; por ejemplo, teniendo un control estadístico de proceso en lugar de técnicas de muestreo al azar. Otro posibilidad es diseñar un mecanismo poka-yoke, que al integrarse al proceso mismo garantice la plena detección del defecto antes de que haya peores consecuencias.

21. *Responsabilidad y fecha prometida para acciones recomendadas*: especificar el área y personas responsables de la ejecución de las acciones recomendadas, con la fecha prometida para concluir tales acciones.
22. *Acciones tomadas*: a manera de seguimiento y una vez que se ha implementado la acción, anotar el resultado de la misma.
23. *NPR resultante*: una vez que la acción correctiva ha sido llevada a cabo, se deberá actualizar la información para la puntuación de severidad, ocurrencia y detección para la causa de falla estudiada. Todos los NPR resultantes deberán ser revisados y si es necesario considerar nuevas acciones, para ello se repiten los pasos del 20 en adelante.

Seguimiento: los responsables del proceso tienen la obligación de asegurar que las acciones recomendadas son efectivamente atendidas e implementadas. El AMEF es un documento vivo que debe reflejar siempre el estado último de las fallas de proceso, con las acciones que se han emprendido para atenderlas. Por ello es importante que los AMEF sean parte de la documentación básica del proceso y que para las principales fallas se tenga un historial y una versión actualizada del AMEF. En particular en las columnas de resultados de acciones se debe tener una valoración del estado último de la importancia de las fallas. Por lo que cada vez que haya un cambio importante en la ocurrencia de una falla, en su severidad o en los mecanismos de control, es necesario recalcular los NPR.

Características de un AMEF efectivo. Las siguientes ocho características distinguen a AMEF efectivos:

- Todas las características especiales están incluidas en el diseño y en el proceso.
- Se han calculado los NPR iniciales.

ANÁLISIS DE MODO Y EFECTO DE LAS FALLAS

Página: _____ de: _____

Número de proyecto _____ Proceso _____ Producto afectado _____

Responsabilidad _____ Líder del proyecto _____ Preparado por _____

Fecha clave _____ Fecha AMEF Original _____ Última revisión _____

Función del proceso	Modo de falla potencial	Efecto(s) de la falla potencial	SEVER	CCRIT	Causa/ mecanismo de la falla potencial	OCURR	Controles actuales del proceso para detección	DETEC	N.P.R.	Acciones recomendadas	Responsabilidad y fecha prometida	Resultados de acciones				
												Acciones tomadas	SEV	OCU	DET	N.P.R.

Figura 14.5 *Formato AMEF para proceso.*

- Se ha definido qué se entiende por "Alto".
- Todos los NPR altos tienen acciones correctivas.
- Se han incorporado elementos a prueba de errores (poka-yoke).
- Los NPR se han recalculado.
- El AMEF refleja nuevos NPR, en otras palabras están actualizados.
- Los NPR que aún están altos, se encuentran indicados en el plan de control y en las instrucciones de operación.

CONCEPTOS CLAVE

- AMEF
- Tasa de fallas
- Modo potencial de falla
- Efectos de la falla potencial
- Número de prioridad del riesgo

PREGUNTAS Y EJERCICIOS

1. ¿Qué es un modo de falla?
2. ¿Un mismo modo de falla puede tener varios efectos de falla?
3. ¿Un modo de falla se puede deber a varias causas?
4. Explique a qué se refiere la severidad, la ocurrencia y la detección en un AMEF.
5. Para un efecto de falla, una causa y un mecanismo de control, se tiene una severidad de 10, una ocurrencia de 1 y una detección de 2, respectivamente; explique con sus palabras qué situación se tiene y qué es lo que se debe hacer.
6. Imagínese un cruce automovilístico peligroso de una ciudad, y vea a un choque fuerte como un modo de falla, cuya severidad del efecto es de 8, complete de manera hipotética un AMEF que le ayude a atender la situación.
7. Suponga dos NPR igual a 80, pero el primero resultó de multiplicar $2 \times 10 \times 4$ y el segundo de $10 \times 2 \times 4$, entonces diga a cuál le da prioridad y por qué, considerando que el orden de la multiplicación en ambos casos es $S \times O \times D$.
8. Explique de manera detallada qué herramientas estadísticas son de utilidad para hacer un AMEF (herramienta-actividad).
9. ¿Si un NPR es alto, hacia dónde se recomienda dirigir las acciones: a disminuir severidad, ocurrencia o a mejorar controles?
10. ¿Cómo dentro de la misma herramienta AMEF se prevé medir el impacto de las acciones tomadas?
11. ¿Las acciones que recomienda el grupo de gentes que hace un AMEF, deben ser ejecutadas por ellos mismos?

Capítulo 15

Escuchar la voz del cliente (despliegue de la función de calidad, DFC)

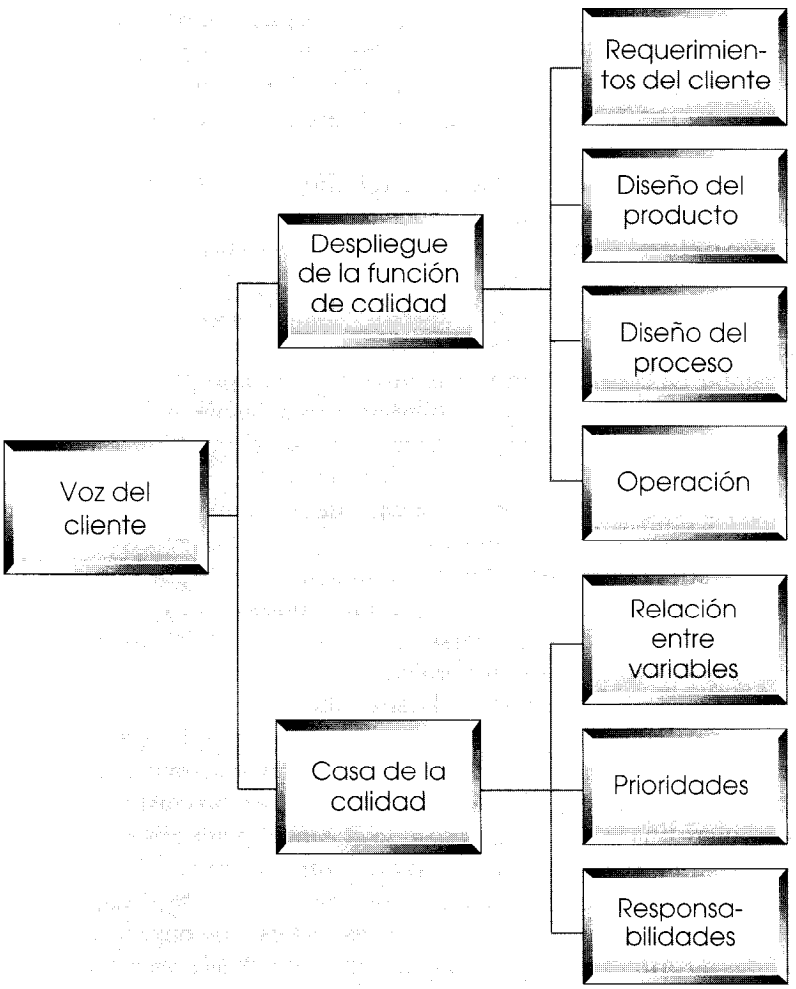
501

SUMARIO

- Pasos de un análisis con la matriz o casa de la calidad
- Algunos aspectos adicionales de DFC

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Identificar en qué consiste el despliegue de la función de calidad y su función para entender las expectativas y necesidades del cliente.
- Explicar la manera en que la DFC puede ayudar a escuchar la voz del cliente en todo el proceso.
- Conocer el procedimiento que se sigue para establecer prioridades con la DFC.


Voz del cliente
Despliegue de la función de calidad
Requerimientos del cliente
Diseño del producto
Diseño del proceso
Operación
Casa de la calidad
Relación entre variables
Prioridades
Responsabilidades

Un proyecto Seis Sigma define las necesidades o prioridades en términos del lenguaje del cliente, es decir, define las variables críticas de la calidad (VCC). Lo cual es un cambio al enfoque tradicional en que en las empresas suponían lo que el cliente deseaba: los diseñadores creían saber cuáles eran los colores, olores y formas favoritas del cliente. Sin embargo, cuando se le preguntó al cliente, se encontró que algunos supuestos eran incorrectos. En este sentido, las empresas de vanguardia cada día están más lejos de los tiempos en los que al cliente se le veía como el que fastidia, el que todo lo quiere, el que altera los planes, el que nos tiene trabajando en exceso, etcétera.

Escuchar la voz del cliente es entender el mercado: saber cómo usan el producto, por qué, qué aspectos del producto o servicio le agradan y cuáles no; por qué hay quienes prefieren la competencia; sólo así podemos conocer nuestras virtudes y debilidades y con ello poder empezar a mejorar la competitividad. Es decir, hacer las cosas mejor que otros.

Despliegue de la función de calidad

Es una herramienta de planeación que introduce la voz del cliente en el desarrollo y diseño del producto.

El despliegue de la función de calidad, DFC (*Quality Function Deployment*, QFD), es una herramienta de planeación que introduce la voz del cliente en el desarrollo y diseño del producto o el proyecto. Es un mecanismo formal para asegurar que "la voz del cliente" sea escuchada a lo largo del desarrollo del proyecto. También identifica medios específicos para asegurar que los requerimientos del cliente sean cumplidos por todas las actividades funcionales de la compañía.

Para implementar DFC se utilizan varias matrices, cuyo propósito es establecer una manera sistemática de asignar responsabilidades para desplegar la voz del cliente, trasladando esos requerimientos en parámetros de diseño y fabricación (o en actividades específicas). Así el papel de DFC es entender las necesidades del cliente y transformarlas en acciones específicas, identificar áreas que requieren atención y mejoramiento y establecer las bases para futuros desarrollos. La aplicación formal de esta técnica se llevó a cabo por primera vez en Japón (1972) en Mitsubishi por Kobe Shipyard.

El enfoque de DFC se ilustra en la figura 15.1. En donde se muestra cómo una necesidad específica del cliente (en su lenguaje) se traduce a lo largo de las diferentes partes del proceso, desde el diseño hasta los requerimientos o especificaciones concretas para producción. Ese proceso de despliegue debe darse también a la inversa (como se muestra con las flechas ascendentes), para ver si efectivamente se cumple con lo esperado.

Entender los requerimientos del cliente es fundamental, pero el problema es que el cliente se expresa en un lenguaje y las características de un producto o proceso en otro, por ello se requiere una traducción, y eso es lo que logra precisamente la DFC. En la figura 15.2 se muestra un esquema de lo anterior y otro ejemplo.

Voz del cliente

Se refiere a la lista de requerimientos del cliente o prioridades de primer nivel que se busca satisfacer del cliente.

El DFC empieza con una lista de objetivos o *qué*(s) del contexto del desarrollo de un nuevo producto o en general de un proyecto, ésta es una lista de requerimientos del cliente o prioridades de primer nivel, y es conocida como la *voz del cliente*. Estos puntos originalmente pueden ser vagos y difíciles de implementar en forma directa, por lo que requerirán de una definición posterior más detallada. Esta lista se refina a un siguiente nivel de detalle listando uno o más *cómo*(s). En la siguiente fase estos *cómo*(s) se convierten en *qué*(s) y definiendo una nueva y más detallada lista de *cómo*(s) para soportar los nuevos *qué*(s). Este proceso de refinamiento se continúa hasta que cada punto en la lista sea concreto, tal vez un requerimiento de producción o una indicación a un trabajador. Este proceso se complica por el hecho de que en cada nivel de refinamiento algunos de los *cómo*(s) afecta o se relaciona con más de un *qué*. Esta complicación se resuelve mediante un diagrama matriz como el que se muestra en la figura 15.3.

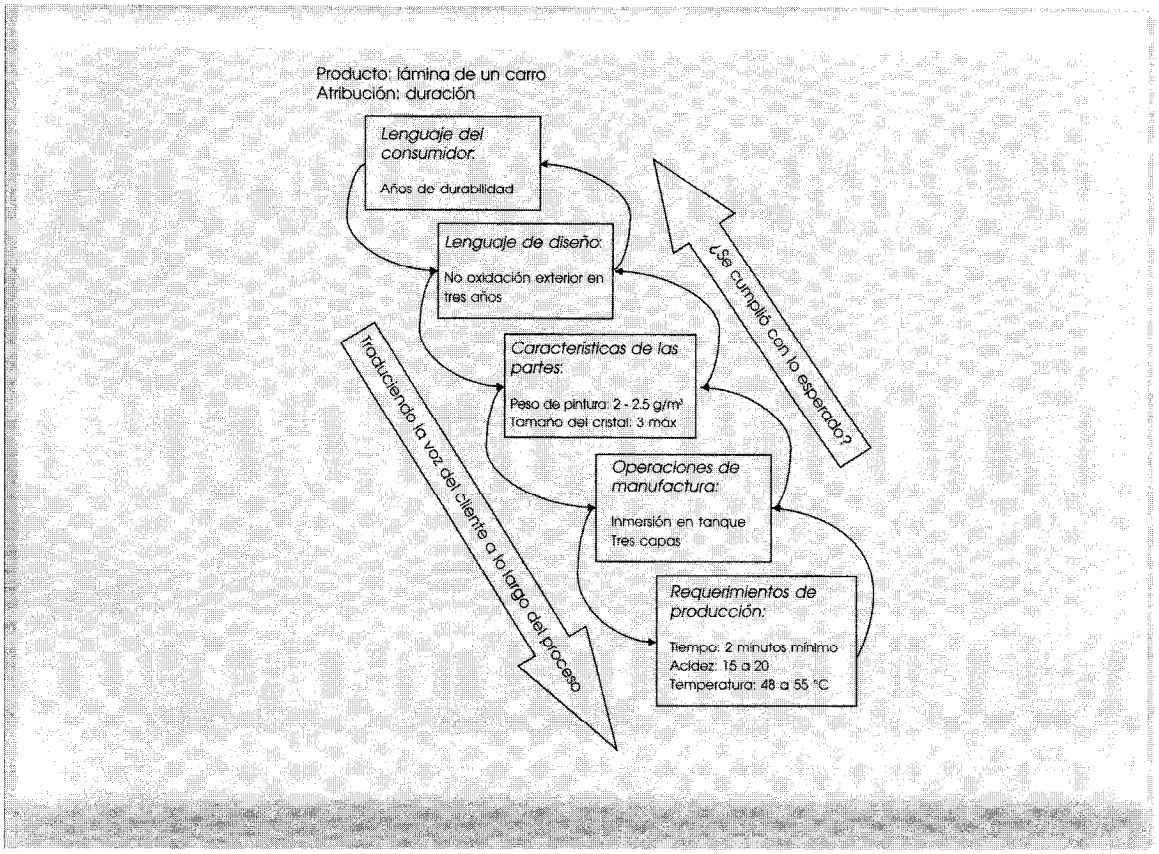


Figura 15.1 *Despliegue de la voz del cliente a lo largo del proceso.*

PASOS DE UN ANÁLISIS CON LA MATRIZ O CASA DE LA CALIDAD

A continuación veremos los pasos a seguir para realizar un análisis mediante la *casa de la calidad*, apoyándonos en un ejemplo que se toma de forma parcial de un estudio que se describe con detalle en el capítulo 18. Específicamente, en la figura 15.4 se muestra una matriz DFC aplicada a detectar en qué etapa o subproceso del proceso de elaboración de harina de maíz se deben centrar los esfuerzos para atender las prioridades de un proyecto de mejora, en el capítulo 18 se muestra paso a paso la forma en que se obtuvo esta matriz DFC, y la figura 15.4 es una versión ampliada de la tabla 18.6. A continuación listamos los pasos para obtener una matriz DFC.

Casa de la calidad

Es un procedimiento que tiene el objetivo de satisfacer las expectativas del cliente respecto a un producto final. La casa de la calidad implica vigilancia desde el proceso del producto hasta el final.

Paso 1. Hacer una lista de objetivos o qué(s) del proyecto. Ésta es una lista de requerimientos del cliente o prioridades de primer nivel que se anotan de manera horizon-

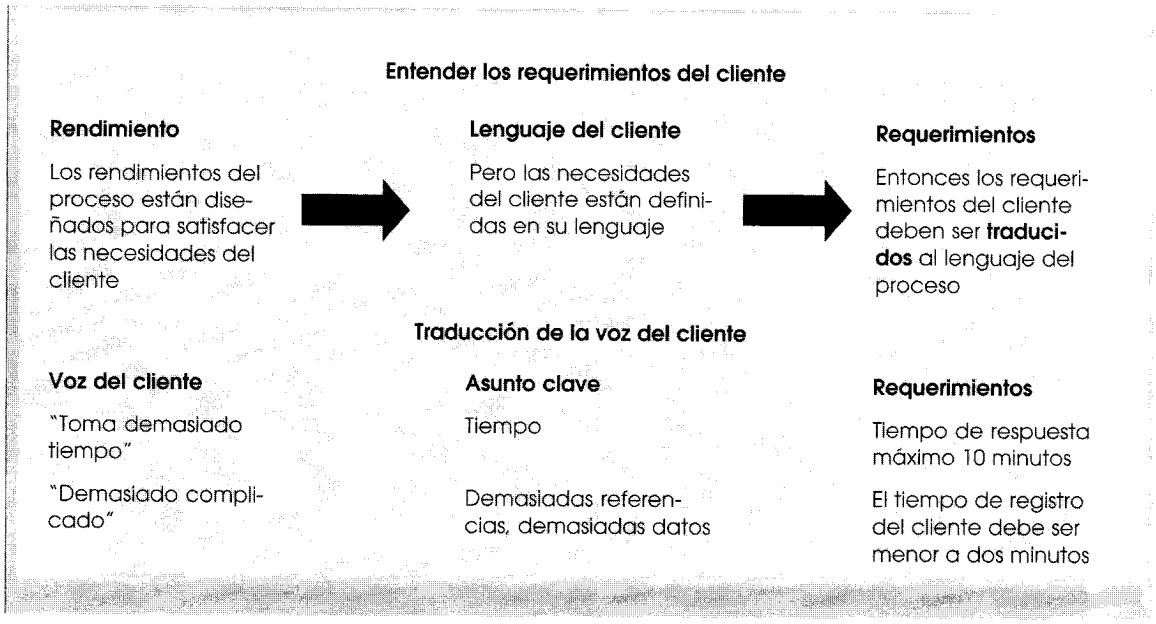


Figura 15.2 *Entender los requerimientos del cliente.*

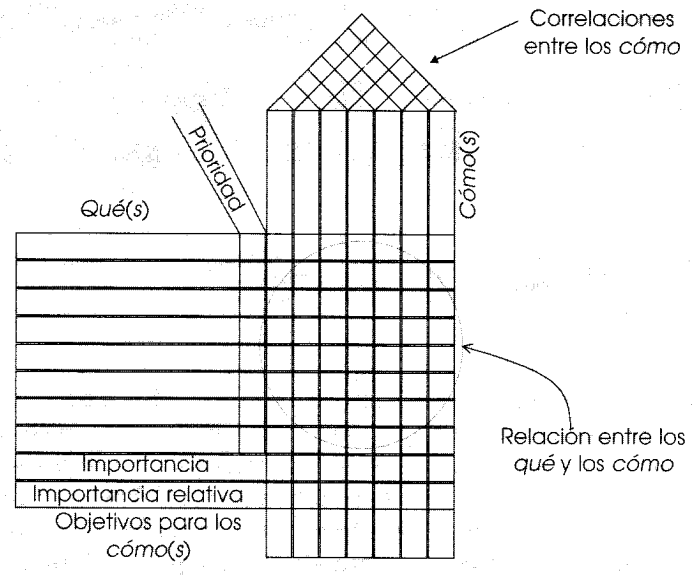


Figura 15.3 *Forma básica de la casa o matriz de la calidad para relacionar objetivos (qué(s)) con los medios para cumplirlos (cómo(s)).*

tal y es conocida como la *voz del cliente* y son aquellos en los que el proyecto quiere incidir. En la matriz DFC de la figura 15.4 se han puesto como *qué(s)* o prioridades las principales variables o características del producto final (harina de maíz: olor, sabor, color, etc.), junto con las variables críticas para la calidad y productividad mediante las cuales se evaluará qué tan bien se cumplieron los objetivos del proyecto Seis Sigma.

Paso 2. Definir las prioridad de cada qué. Esta prioridad se fija en una escala de 1 y 5, es 5 la más alta prioridad, por lo general se obtiene a partir de la situación actual de cada *qué* y de los objetivos que se persiguen en el proyecto de mejora (esta prioridad debe reflejar enteramente el interés del cliente y los objetivos de la empresa). En el ejemplo se observa que los aspectos a mejorar que tendrán mayor prioridad son el sabor y olor de la harina de maíz, además del número de quejas de clientes debido a mal sabor y olor de la harina.

Paso 3. Hacer una lista de cómo(s) y anotarlos en la parte vertical de la matriz. Son las diferentes formas inmediatas con las cuales se pueden atender los *qué(s)*, y sobre estos *cómo(s)* es necesario cuantificar su importancia para atender los diferentes *qué(s)*. En el caso de la matriz DFC de la figura 15.4, los *cómo(s)* corresponden a los subprocesos o etapas principales del proceso de elaboración de harina de maíz, ya que cada etapa puede contribuir en cierta medida a cumplir con las prioridades o *qué(s)* del proyecto.

Variables del producto y críticos de la calidad (prioridades)	**Prioridad**	Preparación del maíz	Almacén del maíz	Prioridad	Elaboración del nixtamal	Lavado y reposo del nixtamal	Mollenda (obtener masa)	Deshidratar	Envasado y almacén
Color	1	5	3	3	5	5	3	1	1
Sabor	5	3	3	3	5	5	1	1	0
Olor	5	1	1	3	5	5	1	1	0
Humedad	3	1	3	3	5	3	3	5	3
Rendimiento	1	3	3	3	5	3	3	1	3
Peso	1	0	0	0	0	0	0	0	5
Presentación y calidad de envasado	1	0	0	0	0	0	0	0	5
Quejas de sabor y olor	5	1	1	1	5	5	3	1	1
Resultados internos	5	5	5	3	5	5	3	1	0
Evaluación competitiva	3	3	3	3	5	5	3	1	1
Importancia		70	74	74	140	132	64	40	31
Importancia relativa		5	5	5	10	9	5	3	2

Figura 15.4 *Ejemplo de matriz DFC para relacionar prioridades (variables del producto y críticos de la calidad) con las etapas de un proceso de producción.*

Paso 4. Cuantificar la intensidad de la relación entre cada qué contra cada cómo. Utilizando una escala de 0 a 5, asignar 5 en el caso de una relación muy fuerte, 3 para una relación fuerte, 1 para una relación débil, y 0 para ninguna relación. En la figura 15.4 se ha anotado qué tanto cada subproceso influye sobre las variables del producto final y sobre los críticos de la calidad que se han anotado en la parte horizontal, por ejemplo el subproceso de elaboración de nixtamalización tiene una contribución muy fuerte sobre las primeras características de calidad de la harina.

Paso 5. Calcular la importancia de cada cómo respecto a su contribución a todos los qué. Esto se hace multiplicando la prioridad de cada *qué* por la intensidad de la relación y sumando los resultados. Por ejemplo, para obtener la importancia del primer *cómo*, la recepción del maíz, se multiplica la columna de prioridad por la columna de relaciones que se obtuvo para la recepción de maíz, específicamente:

$$(1 \times 5) + (5 \times 3) + (5 \times 1) + (3 \times 1) + (1 \times 3) + (1 \times 0) + (1 \times 0) + (5 \times 1) + (5 \times 5) + (3 \times 3) = 70$$

haciendo lo mismo para los otros subprocesos se obtiene el renglón de importancia de la parte inferior de la matriz. El subproceso de elaboración de nixtamal es el que tiene la mayor importancia (140), por lo que en este proceso se deben centrar los mayores esfuerzos de proyectos de mejora, ya que es el que más contribuye a las prioridades que se han establecido para el proyecto. El subproceso que le sigue es el de lavado y reposado de nixtamal.

Paso 6. Calcular la importancia relativa de cada cómo respecto a su contribución a todos los qué. Para ello tomar la importancia más alta y asignarle una importancia relativa de 10, y a partir de ahí por regla de tres calcular la importancia relativa de los otros *cómo*(s). En algunos casos esta importancia relativa es de utilidad para las siguientes fases del análisis DFC, y también para tener mejor evaluación de qué tan importante es cada *cómo*. En el ejemplo, la elaboración de nixtamal tuvo la mayor importancia (140), por lo que este subproceso tiene la mayor importancia relativa (10), y el que le sigue es el lavado y reposo de nixtamal (132), que para asignarle su importancia relativa se aplica la regla de tres, es decir:

$$140 \rightarrow 10$$
$$132 \rightarrow X$$

entonces $X = (10 \times 132)/140 = (1\,320)/140 = 9.428$

que redondeando es igual a 9. Los que le siguen tienen una importancia de 74, que procediendo de forma similar tendrán una importancia relativa de

$$X = (10 \times 74)/140 = (740)/140 = 5.28$$

Redondeando es igual a 5. De forma similar se obtiene el resto de las importancias relativas.

Paso 7. Investigar si hay alguna correlación muy fuerte (sobre todo negativa) entre los cómo(s). Esto no se ha agregado en la matriz de la figura 15.4, por ser subprocesos y

todos tienen una relación positiva, es decir, si uno sale mal influye en que el siguiente salga mal, y viceversa.

***Paso 8. Asignar objetivos para los cómo(s) de acuerdo a su importancia, y anotarlos* en la forma de la DFC.** Si se cumple con ese objetivo se estará actuando de acuerdo a la voz el cliente. En el ejemplo, el único objetivo establecido fue mejorar el proceso de elaboración del nixtamal.

Paso 9. Tomar las decisiones pertinentes y, de ser el caso, continuar a las siguientes fases del análisis DFC. En caso de que se continúe el análisis DFC, los *cómo*(s) serán los nuevos *qué*(s) de la siguiente matriz DFC, en el siguiente nivel de despliegue. Las prioridades de los nuevos *qué*(s) serán igual a la importancia relativa que obtuvieron en la matriz previa. Aplicar los pasos anteriores, a partir del paso 3. En el ejemplo, la decisión fue centrar el proyecto Seis Sigma en el subproceso de elaboración de nixtamal. Para mayores detalles véase capítulo 18.

ALGUNOS ASPECTOS ADICIONALES DE DFC

El *análisis DFC* es una serie de matrices en las que en cada una se va convirtiendo o desplegando la *voz del cliente* o prioridades del proyecto, en aspectos específicos del proceso de producción o administración. Normalmente en el contexto de un nuevo producto o el rediseño del mismo para desplegar la voz del cliente se incluyen cuatro matrices: 1 = Requerimiento del cliente, 2 = Requerimiento de diseño, 3 = Características de las partes y 4 = Requerimientos de producción. En cada fase del proceso completo se construye una matriz como la anterior, como ya se dijo antes. En la siguiente matriz las características de diseño pasan a ocupar el lugar de las necesidades del cliente y en el lugar de las características de diseño se dan características de calidad de las partes.

El grupo responsable de realizar un proyecto mediante DFC puede estar constituido por 6 a 10 personas de diversas áreas. Si es un nuevo producto debe participar gente de desarrollo, ventas, investigación de mercados, calidad y manufactura. Si es un rediseño se puede omitir a investigación de mercados. La gente de desarrollo adaptará el concepto a la realidad y valorará su factibilidad, la de ventas determinará el mercado del producto apoyándose en las necesidades de los clientes, investigación de mercados determinará qué estudios se necesitan hacer para clasificar las categorías desconocidas, al área de calidad determinará las técnicas disponibles para asegurar la calidad y la de fabricación evaluará la capacidad de los equipos actuales.

Las necesidades del cliente se pueden obtener de diversas fuentes: quejas de los clientes, aportación del departamento de ventas, cuestionarios aplicados a los clientes, proveedores, investigación de mercados, análisis de los productos en el mercado, análisis de fallos, diagnósticos de calidad. En ocasiones esta información, alguna obtenida de manera intencional y otra accidental, está sin estructurar pero ya existe, por lo que el trabajo del equipo de DFC será reunir esa información sobre el cliente de todas las fuentes disponibles y estructurarla y analizarla, para ello puede ser de utilidad el diagrama sistemático. En suma, la información sobre el cliente puede ya estar en la empresa, a manera de inquietudes, inspecciones, cuestionarios al cliente, investigaciones de mercado, información proporcionada por ventas, convenciones, jornadas comerciales, dis-

tribuidores, proveedores, academias, empleados, etc. El equipo DFC debe investigar lo que existe y estructurar esa información. Si no existe ningún tipo de información sobre las necesidades del cliente, se debe solicitar que el departamento de ventas y/o investigaciones de mercados la generen, tal vez aplicando la técnica lluvia de ideas, también se debe tratar de conseguirla de los clientes. El equipo no debe inventar la voz del cliente. Una vez que se tenga la calidad esperada por el cliente, se deben tratar de añadir necesidades extras que traten de innovar en algún aspecto del mercado. Para ello puede ser útil consultar folletos que reporten adelantos, convenciones, expertos.

CONCEPTOS CLAVE

- Despliegue de la función de calidad
- Voz del cliente
- Casa de la calidad
- Análisis DFC

PREGUNTAS Y EJERCICIOS

1. ¿Cuál es el objetivo del DFC?
2. ¿Qué se entiende por la *voz del cliente*?
3. ¿Cómo se obtiene la prioridad inicial para la primer lista de *qué(s)*?
4. En la matriz DFC se relacionan *qué(s)* con *cómo(s)*, se propone utilizar una escala de 0 a 5 para definir la intensidad de cada relación, explique con detalle esta escala.
5. ¿Cómo se obtiene la prioridad o importancia de los *cómo(s)*?
6. Explique la forma en que la voz del cliente se despliega de lo general a lo particular a través del análisis DFC.
7. Conteste los siguientes incisos, suponga que va a diseñar una *pizza* a su gusto y que para ello va a emplear el DFC.
   a) Haga una lista de las principales características que esperaría cuando va a comer una *pizza* en un restaurante (piense en la *pizza* en sí y en el servicio).

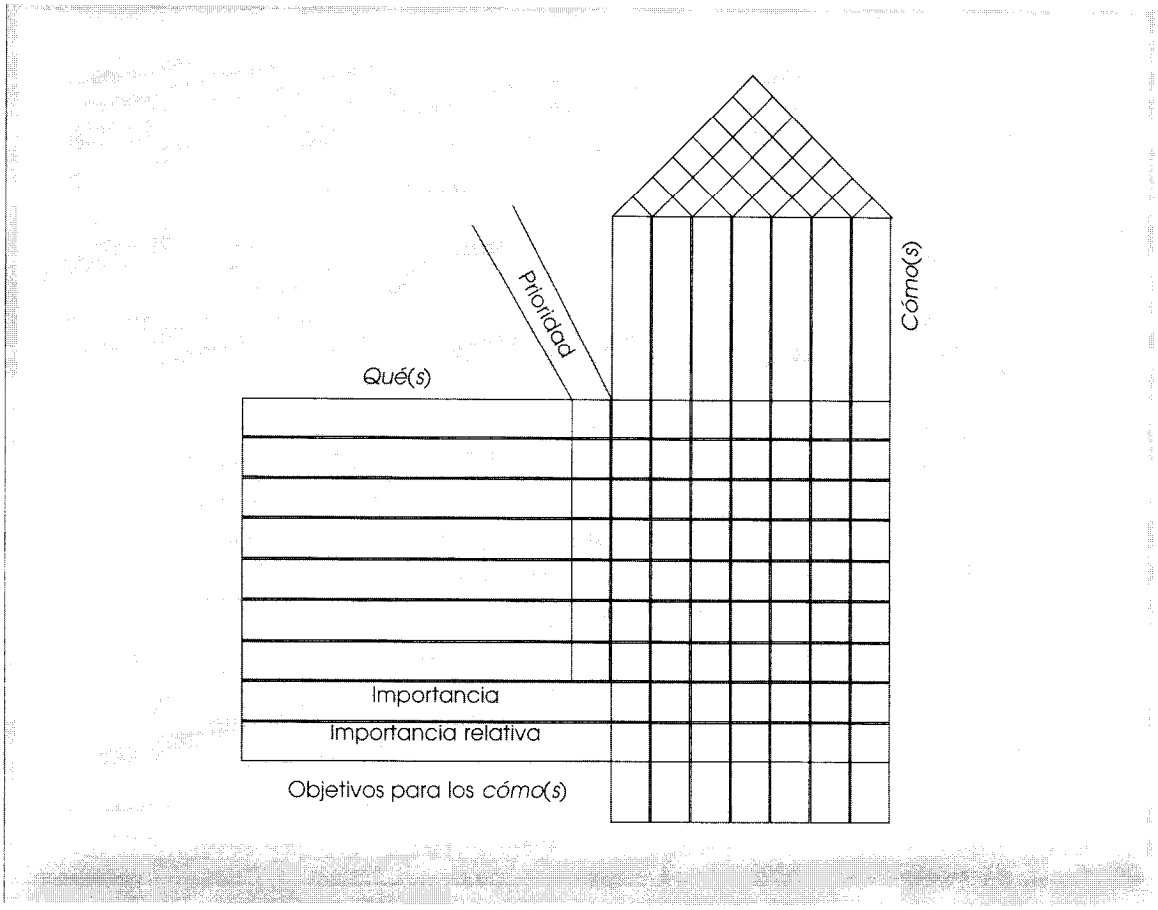


Figura 15.5 *Matriz DFC en blanco.*

b) Anote esta lista en la forma en blanco del DFC que está en la figura 15.5 (en el área de los *qué(s)*).
c) Asigne prioridades a la lista anterior, utilice la escala de 0 a 5.
d) Pensando en cada *qué*, haga una lista de los *cómo(s)* que crea necesarios para atender esos *qué(s)*, y anótelos en la forma de la figura 15.5.
e) Obtenga las relaciones entre los *qué(s)* y los *cómo(s)*.
f) Obtenga importancia e importancia relativa.
g) ¿Cuáles son los dos *cómo(s)* de una *pizza* que influyen más en su satisfacción?

Capítulo 16

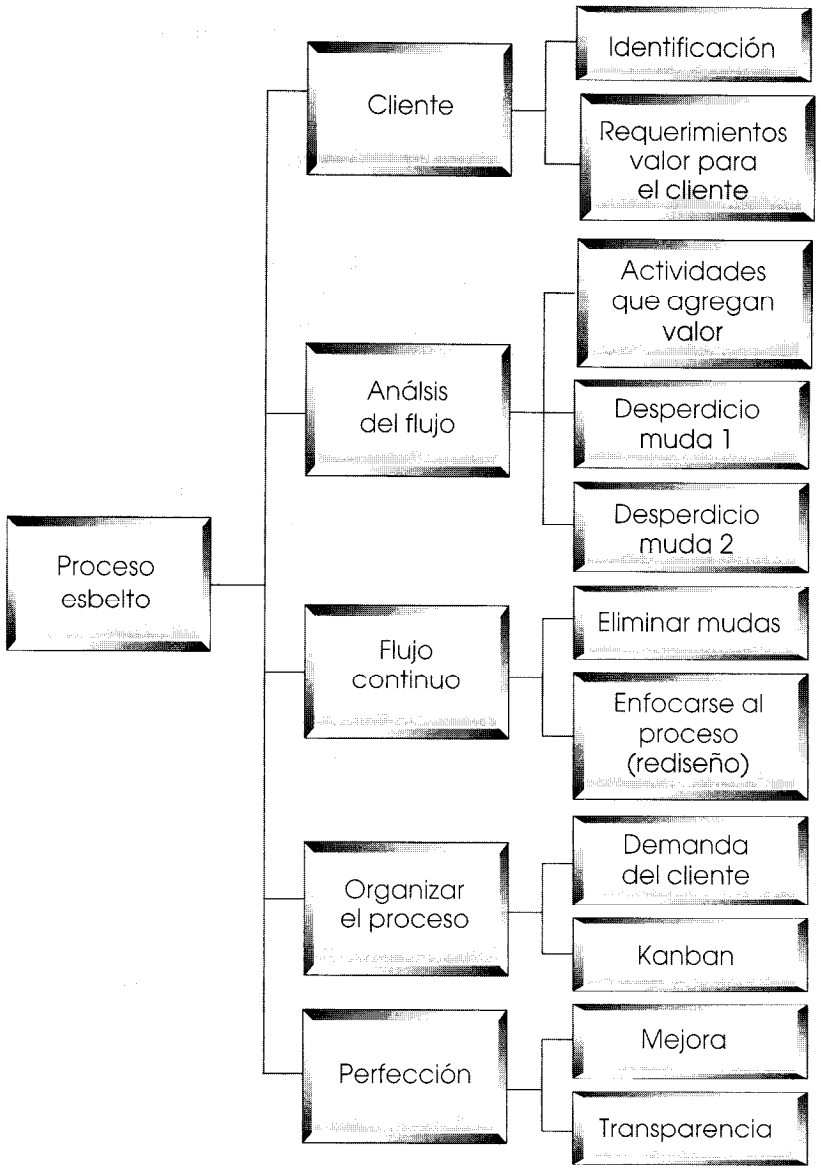
Proceso esbelto

Sumario

- Especificar el valor
- Identificar el flujo del valor (detección de mudas)
- Agregar valor en flujo continuo, sin interrupciones
- Organizar el proceso para que sea el cliente quien jale valor desde el productor (kanban)
- Buscar la perfección
- Simulación de un proceso: aplicación de los principios

Objetivos de aprendizaje

- Conocer la importancia de buscar que un proceso sea esbelto para producir cada día más y mejor con menos inversión en dinero y tiempo.
- Describir el valor de cada producto desde la perspectiva del cliente para a partir de esto indentificar mudas o actividades en el proceso que no contribuyen a ese valor.
- Entender la importancia de agregar un valor en flujo continuo sin interrupciones en un proceso y el método kanban.
- Aplicar los principios de un proceso esbelto a un caso didáctico que muestra los elementos principales de un proceso real.


Proceso esbelto
Cliente
Identificación
Requerimientos valor para el cliente
Análsis del flujo
Actividades que agregan valor
Desperdicio muda 1
Desperdicio muda 2
Flujo continuo
Eliminar mudas
Enfocarse al proceso (rediseño)
Organizar el proceso
Demanda del cliente
Kanban
Perfección
Mejora
Transparencia

En este capítulo se estudia brevemente un enfoque para lograr que un proceso sea más productivo en un contexto de Seis Sigma, dando prioridad a reducir su tiempo de ciclo, este enfoque algunos autores en Estados Unidos le han llamado *lean production*, *lean manufacturing* o *lean process* (Womack Jones, 1996). Una buena traducción contextual de la palabra *lean*, es esbelto o ágil. Nosotros usaremos el término proceso esbelto. Estos conceptos son una evolución natural de lo que se conoce como *justo a tiempo* (Shigeo S. y Dillon, 1989) y se pueden ver como elementos de lo que se conoce como el sistema de producción Toyota.

Proceso esbelto

Metodología diseñada a partir de cinco principios que guía las acciones para lograr que un proceso haga más y más con menos recursos.

Un *proceso esbelto* es aquel que hace más y más con menos y con menos. Para lograr esto, más que buscar la respuesta en una técnica en particular, la clave está en establecer principios básicos que guíen los esfuerzos y acciones enfocados a quitar el "barro", el "cebo", la lentitud, las actividades innecesarias, los atascos, etc. Estos principios proporcionan una guía para la acción , para que los esfuerzos en las empresas puedan superar el caos y lentitud diaria de los procesos masivos. Los cinco principios son:

1. Especificar el valor para cada producto específico (qué se agrega).
2. Identificar el flujo del valor para cada producto (en qué etapas se va agregando).
3. Agregar valor en flujo continuo, sin interrupciones.
4. Organizar el proceso para que sea el cliente quien jale valor desde el productor (*kanban*).
5. Buscar la perfección.

Muda

Implica eliminar o perder tiempos, movimientos y errores en un proceso productivo.

Como se puede observar, los principios de proceso esbelto tienen un componente muy importante de las ideas de justo a tiempo (véase Hay, 1988). Un concepto fundamental de proceso esbelto es el de *muda*, una palabra japonesa que quiere decir pérdida; por ejemplo:

- Errores que es necesario corregir.
- Producir artículos para inventarios y apilarlos.
- Etapas de procesos que no son necesarias.
- Movimiento de empleados y de bienes de un lugar a otro sin ningún propósito.
- Grupos de gente parada, en espera porque el proceso anterior no envió su trabajo a tiempo.
- Bienes y servicios que no satisfacen las necesidades del consumidor.

Desperdicio

Es todo lo que sea distinto a los recursos mínimos absolutos de materiales, máquinas y mano de obra necesarios para agregar valor al producto.

Taiichi Ohno, ejecutivo de Toyota, identificó estos tipos de mudas. El concepto de muda, está muy relacionado con el concepto de *desperdicio* en justo a tiempo: todo lo que sea distinto de los recursos mínimos absolutos de materiales, máquinas y mano de obra necesarios para agregar valor al producto (Hay, 1988). Existen mudas por todos lugares, más de las que creemos, y un buen antídoto para la muda es el proceso esbelto, ya que proporciona una forma de especificar valor, alinear las acciones creadoras de valor en la mejor secuencia, realizar estas actividades sin interrupciones, y realizar éstas cada vez más y más efectivamente.

Así, el proceso es esbelto porque proporciona una forma de hacer más y más con menos y menos (esfuerzo humano, equipo, tiempo, espacio), mientras que se acerca cada vez más a proporcionar a los clientes lo que quieren. De esta forma, proceso

esbelto parte de ver qué es importante para el cliente, es decir, parte de la voz del cliente (véase capítulos 1 y 15). A continuación describiremos con cierto detalle los principios de proceso esbelto.

ESPECIFICAR EL VALOR

El punto de inicio de un proceso esbelto es especificar el valor, es decir, definir con claridad por qué el bien o servicio que proporciona la empresa es valioso para el cliente. El valor sólo se puede entender y definir si la empresa se pone en el lugar del cliente. Por ello, para la empresa no es fácil definir con precisión el valor, y con frecuencia se confunden con otro tipo de objetivos (financieros, de resutados, etc.). De esta manera, el primer paso de un programa de elevación de la productividad (hacer más y mejor con menos) es asegurarse que el producto que se le ofrece al cliente en realidad es lo que él quiere. En otras palabras, primero es necesario reflexionar y dar respuesta correcta a las siguientes preguntas:

- ¿Quién es nuestro cliente?
- ¿Qué quiere el cliente, cuáles son sus necesidades respecto a nuestro producto o servicio?
- ¿Por qué compra nuestro producto, qué espera?
- ¿Hemos traducido adecuadamente a nuestro lenguaje lo que quiere el cliente?
- ¿Todo mundo en la empresa sabe lo que es valioso para el cliente y está identificado con esto?
- ¿Sabemos con precisión cómo se le va agregando valor al producto a lo largo del proceso?
- ¿Lo que hacemos actualmente concuerda con lo que es valioso para el cliente?

Al respecto, es común encontrar comentarios donde se reflejan confusiones sobre el valor:

- El cliente querrá el producto una vez que nosotros le expliquemos sus características.
- Los clientes no son tan inteligentes para comprender totalmente los muchos méritos del producto.

En suma, el primer principio que debe guiar todas los esfuerzos de mejora en una organización es saber quién es el cliente y lo que realmente necesita, es decir, definir o especificar el valor. Desde el punto de vista del cliente, el productor existe para crear el valor del producto. Por lo general la creación del valor fluye por diversos departamentos o incluso diferentes compañías (agencia de viajes, taxi, salas de espera, aeropuerto, línea aérea, etc.), cada uno tiende a definir valor de distintas formas para satisfacer sus propias necesidades. Cuando estas definiciones se juntan, a menudo no hacen una suma.

Por ejemplo, cuál es el valor de un taller mecánico para un cliente: apoyar al cliente para que su transporte sea confiable. Los líderes de una organización se deben asegu-

rar que su gente tiene claro el valor de su producto. Como punto de partida, proponemos que se dé cumplimiento a las siguientes actividades y se reflexione sobre los resultados obtenidos.

Actividad 1

a) ¿A qué producto se le va a definir el valor?
b) Señale quién es el cliente y la(s) necesidad(es) que satisface el producto.
c) ¿Qué aspectos del producto son los más importantes para el usuario?
d) ¿Qué aspectos del producto le podrían desagradar al cliente?
e) ¿Cuál es el negocio de la empresa, cuál es su razón de ser?
f) Resultado de lo anterior, proponga una frase breve que defina el valor del producto desde la perspectiva del cliente, en forma clara.
g) ¿Todo mundo en la empresa tiene claro el valor, la gente sabe cómo su actividad contribuye al mismo?
h) ¿Qué actividades tendrían que llevarse a cabo en la empresa para que todo mundo conozca el valor?

Flujo del valor

Conjunto de acciones específicas que se requieren para producir un producto mediante tareas administrativas.

IDENTIFICAR EL FLUJO DEL VALOR (DETECCIÓN DE MUDAS)

Tarea de resolución del problema

Implica todo el proceso, desde la conceptualización del producto, hasta el diseño e ingeniería para liberar el producto.

El *flujo del valor* es el conjunto de todas las acciones específicas que se requieren para producir un producto específico (o servicio) a través de las tres tareas críticas de cualquier negocio: *tarea de resolución del problema*, que va desde la conceptualización del producto, hasta el diseño e ingeniería para liberar el producto para producción; *tarea de administrar información*, que va desde tomar la orden o pedido del cliente hasta la programación detallada para la entrega; y *tarea de transformación física*, que abarca desde las materias primas o materiales hasta que el producto termina en manos del consumidor. Identificar el flujo de valores es la siguiente etapa de proceso esbelto. Actividad que por lo regular no se lleva y en consecuencia encontraremos gran cantidad de muda en las tres tareas referidas.

Tarea de administrar información

Se refiere al proceso que va desde tomar la orden o pedido del cliente hasta la programación detallada para la entrega.

Tipos de mudas

Muda tipo 1

Son las actividades que no crean valor pero que son realmente necesarias para el desarrollo del producto.

El análisis del flujo del valor demostrará casi siempre que tres tipos de acciones ocurren a lo largo del flujo del valor:

1. Para muchas etapas se encontrarán acciones que crean valor: soldando los tubos para el marco de una bicicleta.
2. Se encontrarán actividades que no crean un valor, pero que son realmente inevitables con las actuales tecnologías y recursos de producción: inspeccionar soldaduras para asegurar calidad (a estas actividades les llamaremos *muda tipo 1*).

3. Se encontrarán acciones que no crean valor y que procediendo adecuadamente se podrían eliminar (*muda tipo 2*).

Muda tipo 2

Son las actividades que no crean valor de acuerdo al cliente y que pueden y deben ser eliminadas.

La primera actividad que es necesario realizar para atender el segundo principio de proceso esbelto es crear un mapa o esquema del flujo de valor, en el que se identifiquen cada una de las acciones que actualmente se realizan para diseñar, ordenar o programar y hacer un producto específico. Después cada una de esas actividades se ordenan en tres categorías:

1. Aquellas que crean valor de acuerdo a la percepción del cliente.
2. Las que no crean valor pero que actualmente son necesarias para el desarrollo del producto o para su producción (*muda tipo* 1).
3. Aquellas que no crean valor de acuerdo al cliente (*muda tipo* 2) y que pueden y deben ser eliminadas.

Las actividades típicas que no agregan valor y que son muda tipo 2, son: contar, apartar, mover, almacenar, esperar, hacer reportes que nadie lee o que nadie utiliza para tomar decisiones, cambiar de recipiente de un lugar a otro, varios tipos de inspecciones y revisiones, firmas de visto bueno que se hacen por tradición pero que no agregan nada, muchos tipos de autorizaciones del jefe, etc. En general las mudas son aquellas actividades diferentes a las de los procesos que crean valor. La inspección podrá decirnos si se ha realizado correctamente algún paso que agrega valor, pero la acción en sí no agrega valor. Todas estas acciones agregan costos pero no valor, son mudas, algunas quizá sean mudas tipo 1 porque realmente son indispensables, pero muchas de ellas son mudas tipo 2.

En la figura 16.1 se observa mediante un diagrama de flujo de operaciones, que el proceso referido es realmente sencillo, pero que está lleno de "cebo", que es necesario

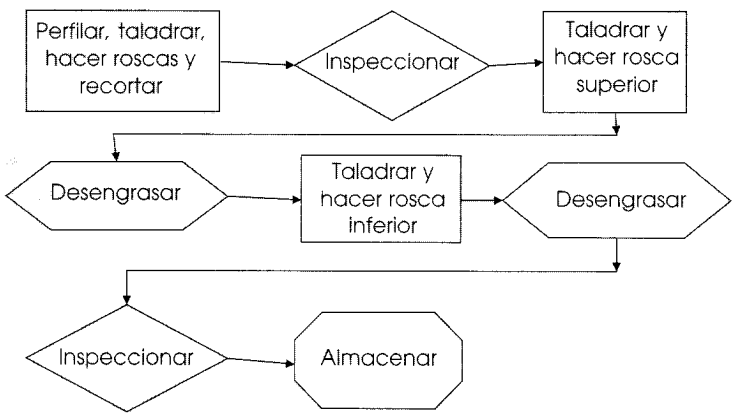
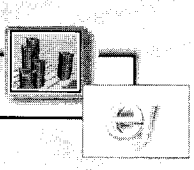


Figura 16.1 *Flujo de proceso para taladro de pieza.*

Tabla 16.1 Análisis de flujo del valor para pieza trabajada.

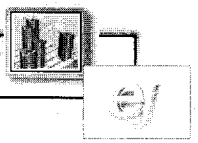
Actividad núm.	Descripción	Muda	Actividad núm.	Descripción	Muda
1	Perfilar, taladrar, hacer rosca, recortar dejando caer en la cubeta	No	22	Documentación	2
2	Esperar (hasta llenar cubeta)	2	23	Esperar	2
		24	24	Pasar a dept. 16	2
3	Colocar cubeta en corredera	2	25	Esperar	2
4	Esperar (hasta el fin del lote)	2	26	Pasar a máquina G&D	2
5	Pasar a zona de aseo	2	27	Cargar máquina G&D	2
6	Esperar	2	28	Taladrar y hacer rosca superior	No
7	Pasar a canastilla de lavado	2	⋮	⋮	2
8	Lavar	1	42	Desengrasar	1
9	Pasar a cubeta de transporte	2	⋮	⋮	2
10	Colocar en corredera	2	50	Taladrar y hacer rosca inferior	No
11	Esperar (resto del lote)	2	⋮	⋮	2
12	Pasar a área de pesar-contar	2	64	Desengrasar	1
13	Esperar (hasta fin de turno)	2	⋮	⋮	2
14	Cargar en la balanza	2	70	Inspeccionar	1
15	Pesar-contar	2	⋮	⋮	2
16	Volver a corredera	2	75	Almacenar	1
17	Documentar	2			
18	Esperar (resto del lote)	2			
19	Pasar a zona de inspección	2			
20	Esperar	2			
21	Inspeccionar	1			

EJEMPLO 16.1



(Flujo del valor o detección de mudas). En la tabla 16.1 se muestran los resultados de un análisis de flujo de valor para un proceso que consiste en trabajar una pieza metálica. En donde entre esperas, conteos, almacenamientos provisionales, traslados e inspecciones hacen un total de 75 actividades, de las cuales sólo 3 agregan valor, 6 podrían considerarse mudas tipo 1 (no aportan nada, pero son realmente indispensables) y las restantes 66 actividades son muda tipo 2, que no agregan valor y por tanto se debería de hacer un esfuerzo serio para eliminarlas.

EJEMPLO 16.2



(Burocracia, exceso de juntas igual a mudas). Una muestra del tipo de cosas que hacen que los procesos sean obesos e improductivos, lo son la elaboración de ciertos reportes que nadie utiliza, muchos tipos de aprobaciones de decisiones o acciones rutinarias, reuniones o juntas sin ninguna trascendencia, mediciones por tradición, y políticas y procedimientos que impiden realizar el trabajo y la creación de valor para el cliente. En el libro de Senge *et al.* (2000), Jacquie Vierling-Huang, de General Electric, describe un programa de cambio cuya primera etapa fue integrar equipos diagonales que incluían a personas que trabajaban juntas en diferentes funciones o departamentos y niveles jerárquicos. El propósito principal de estos equipos fue eliminar el desperdicio (muda) burocrático de tiempo y productividad. El marco de referencia fue un programa llamado IARMP (informes, aprobaciones, reuniones, medidas y políticas), que resumimos enseguida:

- ***Informes***: ¿Es necesario este informe? Los equipos tomaron nota del tiempo que se necesitaba para producir y leer un informe y del número de personas que estaban interesadas en tal informe. Como resultado de esto se encontraron informes extensos que circulaban todo el año sin que nadie los leyera, informes que requerían semanas para su preparación, pero de dudosa utilidad. Después de sesiones IARMP los empleados podían decirles a sus jefes: "Usted ha pedido tal y tal documento, pero si modificamos ligeramente los requisitos podríamos hacerlo en la mitad de tiempo."
- ***Aprobaciones***: ¿Necesita esta decisión ser aprobada por tantas personas? Se encontraron órdenes de compra que necesitaban doce firmas; científicos a quienes se confiaban experimentos sumamente complicados y que no estaban autorizados para pedir por su cuenta guantes de caucho.

- ***Reuniones***: ¿Es necesaria esta reunión? Los participantes se preguntaban unos a otros si en muchas reuniones que consumen mucho tiempo se lograba realmente algo.
- ***Medidas***: Los participantes anotaron todas las conductas que creían eran necesarias, y luego trazaron una línea entre medidas existentes y esas conductas.
- ***Políticas y procedimientos***: ¿Los planes de remuneración, incentivos, métodos de evaluación y otras políticas ayudan a los empleados a hacer su trabajo con mayor eficacia? ¿O son un estorbo?

Todas las reuniones se concentraron esencialmente en una pregunta: "¿Tenemos que seguir haciendo estas cosas de la misma manera?" Estas reuniones estimularon una mentalidad de cuestionar continuamente. Los resultados en reducción de tiempo de ciclo fueron importantes.

quitar para hacer tal proceso esbelto. Esto que se ha hecho para este proceso se debe hacer para cada uno de los procesos de la organización, para identificar mudas y lograr que todos ellos sean esbeltos.

A continuación proponemos una actividad para atender el segundo principio.

ACTIVIDAD 2 (análisis de mudas en el proceso)

a) Delimitar el proceso del producto que se va a analizar.
b) Para el proceso delimitado bosquejar un diagrama de flujo en el que se muestren los subprocesos u operaciones principales del proceso.
c) En una tabla con el formato de la tabla 16.2, anotar cada una de las actividades que se dan a lo largo del proceso. Incluir todas, desde actividades para transformar el producto hasta aspectos como contar, apartar, mover, inspeccionar, esperar, etcétera. Cada actividad clasifíquela ya sea como agrega valor, muda 1 o muda 2. También haga una estimación del tiempo que consume cada actividad, y anótelo. La mejor manera de llenar la tabla 16.2 es tomar papel y lápiz y salir al proceso, no se consulta una hoja de flujo para saber cuál es la trayectoria del proceso, sino

Tabla 16.2 Tabla para análisis de flujo del valor.

Actividad núm.	Descripción de actividad	Tipo de muda	Tiempo que consume la actividad

que se elige un producto y se le hace seguimiento a lo largo de todo el proceso anotando cada actividad que se realiza con el producto. Es importante enfatizar el seguimiento a un producto y no a los productos agrupados en lotes.

d) Resaltar las mudas tipo 2 de la tabla 16.2 que consumen más tiempo y empezar a generar algunas ideas, alternativas y sugerencias para eliminar o disminuir la importancia de las mudas 2. Anotar todas las ideas y al final mediante consenso señalar la más adecuada.

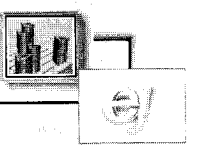
AGREGAR VALOR EN FLUJO CONTINUO, SIN INTERRUPCIONES

Una vez que el valor ha sido especificado de forma precisa, que el flujo del valor para un producto específico ha sido trazado (mapeado), y que obviamente las etapas y actividades que no agregan valor han sido eliminadas en su mayoria, es tiempo de avanzar en la siguiente etapa de un proceso esbelto: hacer que la creación de valor fluya. El impedimento más importante para lograr el flujo en la creación del valor es la organización tradicional de las empresas por funciones y/o departamentos. Ya que para que el lote de productos llegue a la siguiente etapa que agrega valor frecuentemente hay tiempos de espera, inspecciones, reportes, etc., y se trata de optimizar, a nivel de cada etapa, perdiendo de vista el proceso global.

Es mejor enfocarse en el producto y sus necesidades, más que en la organización, los equipos o departamentos, para que así todas las actividades necesarias para diseñar, hacer un pedido y producir un producto ocurran en un flujo continuo, sin interrupciones y pases laterales. La alternativa para tener procesos esbeltos que tengan flujo continuo es redefinir el trabajo de funciones, departamentos y compañías, de forma que puedan hacer una contribución positiva a la creación de valor.

Una fábrica de computadoras tiene la subsidiaria CREDIT cuya función es financiar la compra de sus productos. El proceso de crédito es un modelo burocrático segmentado en forma de línea de producción. Una vez que se ejecutaba una operación, se turnaba a la otra oficina, quien recibe y lo pone en lista de espera. Un resumen de la descripción de este proceso se muestra en la figura 16.2. El vendedor se cansaba de llamar por teléfono a preguntar: "¿Qué pasa con mi negocio? ¿Cuándo va a salir?" Nadie le podía decir, pues la solicitud estaba perdida en algún punto del proceso.

EJEMPLO 16.3



(Proceso segmentado-departamentalizado). Una fábrica de computadoras tiene la subsidiaria Credit cuya función es financiar la compra de sus productos. El proceso de crédito es un modelo burocrático segmentado en forma de línea de producción. Una vez que se ejecutaba una operación, se turnaba a la otra oficina, que

la recibe y la pone en lista de espera. Un resumen de la descripción de este proceso se muestra en la figura 16.2. El vendedor se cansaba de llamar por teléfono a preguntar: "¿Qué pasa con mi pedido? ¿Cuándo va a salir?" Nadie le podía responder porque la solicitud estaba perdida en algún punto del proceso.

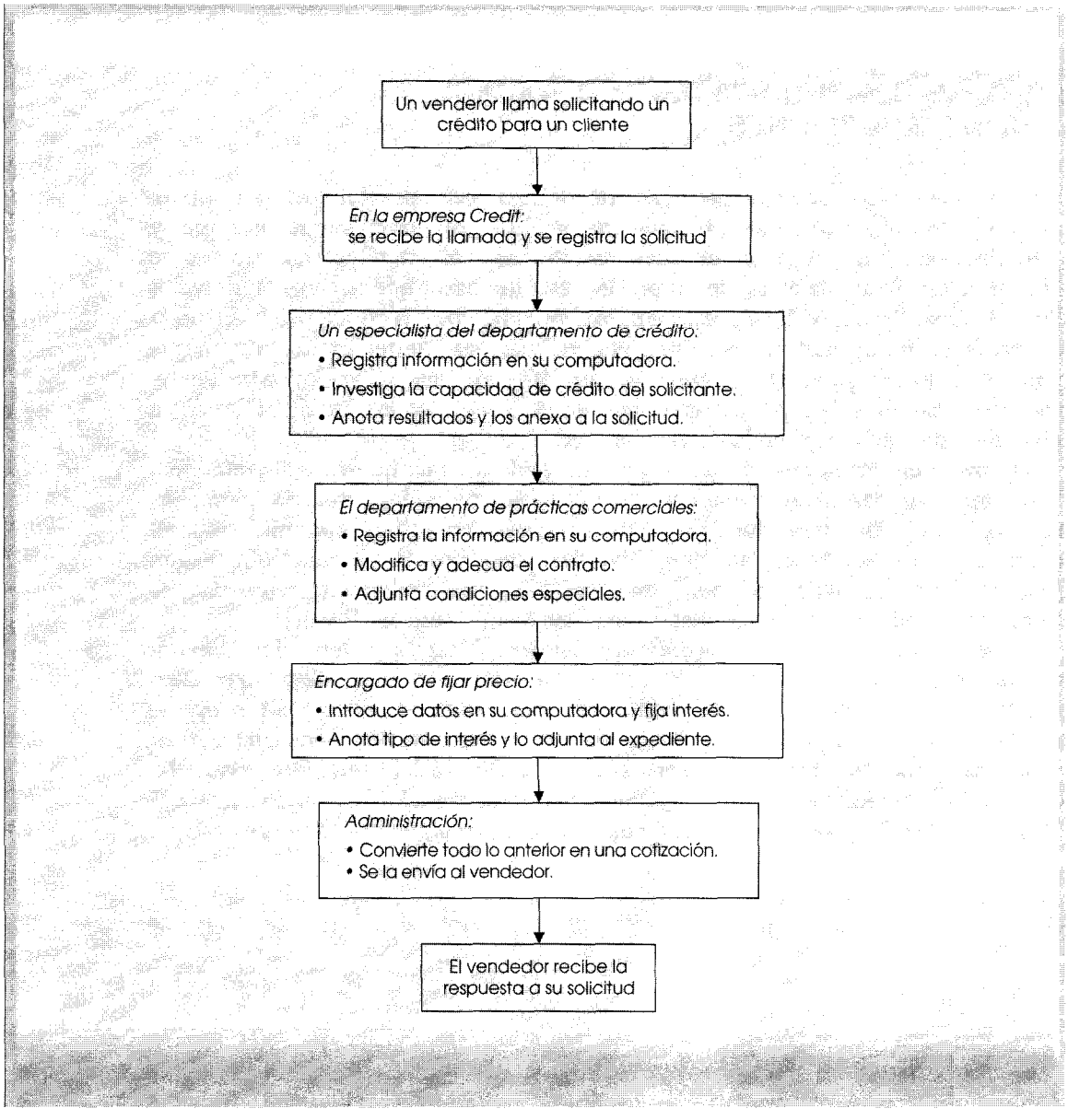


Figura 16.2 *Diagrama de flujo para otorgar un crédito.*

Era práctica común que cada departamento acumulara solicitudes y después de que el altero era grande se empezaba a procesarlas y hasta que se atendía un buen número de solicitudes, éstas en paquete eran trasladadas al siguiente departamento. El proceso consumía de 6 a 15 días, lo cual era demasiado. De aquí es obvio que no se estaba agregando valor a la solicitud en flujo continuo, por el contrario, había gran cantidad de tiempos de espera para cada solicitud en lo individual. Para evaluar la situación, dos personas tomaron una solicitud de financiamiento, la llevaron y le solicitaron al personal de cada oficina que tramitara en ese momento esa solicitud y encontraron que para realizar el trabajo efectivo se necesitaban en total sólo 90 minutos. El problema no estaba en las tareas ni en las personas que las realizaban sino en la estructura del proceso en sí.

Al final se cambió a sus especialistas (investigadores de crédito, quienes fijaban los precios) por generalistas. En adelante, en lugar de mandar una solicitud de oficina en oficina, una sola persona (estructurador de negociaciones) se encargó de tramitar toda la solicitud desde el principio hasta el fin: no más pases laterales. Para lograr que un generalista reemplazara cuatro especialistas, se rompió un supuesto arraigado en el cual se basaba el viejo diseño de proceso: que cada solicitud era única en su clase y difícil de tramitar, por lo cual se requería la intervención de cuatro especialistas altamente calificados. En realidad, el supuesto era falso; la mayoría de las solicitudes son sencillas y claras. El viejo proceso había sido superdiseñado para manejar las solicitudes más difíciles. Examinando con cuidado el trabajo de los especialistas, encontraron que éste era poco más que trabajo de oficina: encontrar una calificación de crédito en un banco de datos, meter números en un modelo estándar, sacar cláusulas de rutina de un archivo. Todo lo pusieron en un sistema de cómputo. Al final, después del entrenamiento necesario, los especialistas se convirtieron en estructuradores de negocios que tomaban una solicitud y hacían todo el trabajo. Con esto se logró reducir el tiempo de respuesta a cuatro horas para el grueso de las solicitudes. Para unas cuantas solicitudes realmente especiales se diseñó un procedimiento alterno que llevaba un poco más de tiempo. Con esto se logró que se le estuviera agregando valor a la solicitud en flujo continuo.

Actividad 3

Para el proceso que se desarrolló la actividad 2 y apoyándose en el ejemplo anterior, discutir cuáles son los principales impedimentos para que este proceso logre agregar valor al producto en flujo continuo. ¿El proceso está muy segmentado?, ¿hay muchos pases laterales?, ¿la distribución física de las diferentes etapas del proceso es adecuada? Anote sus comentarios.

ORGANIZAR EL PROCESO PARA QUE SEA EL CLIENTE QUIEN JALE VALOR DESDE EL PRODUCTOR (KANBAN)

Sistema kanban

Proceso que va jalando el producto necesario de la operación anterior sólo que lo necesite.

Si se han aplicado los tres primeros principios de un proceso esbelto, entonces lo que sigue es dejar al cliente que jale el producto desde la empresa cuando él lo necesite, en lugar de que la empresa lo empuje hacia el cliente, incluso aunque éste no lo quiera. Es decir, adoptar un *sistema kanban*, que es una manera de organizar el proceso fabril de

forma que cada operación, comenzando con embarques o surtido de pedidos y remontándose hasta el comienzo del proceso, va halando (jalando) el producto necesario de la operación anterior solamente que lo necesite.

Esto contrasta con el ciclo industrial tradicional que fabrica un producto y lo empuja hacia la siguiente operación aunque ésta no se encuentre lista para recibirlo. Al sistema en que el cliente jala el producto Toyota le puso el nombre de *kanban* y durante algún tiempo fue sinónimo del concepto de *justo a tiempo*. *Kanban* es una palabra japonesa, y algunos de sus significados son "tarjeta" o "tiempo de señal". Dentro de la misma empresa Toyota hay quienes emplean la expresión *"sistema de supermercado"*, porque el concepto nació de la observación de los mercados estadounidenses por parte de los japoneses. Se dice que un grupo de ejecutivos de Toyota viajó a Estados Unidos en la década de los años 50 para ver cómo funcionaban las fábricas. Su conclusión, luego de las visitas, fue que los estadounidenses procuraban manejar sus fábricas más o menos de la misma manera como se hacía en Japón. Los japoneses lo describieron como *"un sistema de empujar"*.

En este viaje los japoneses visitaron algunos supermercados. Se percataron de que el supermercado funcionaba en forma muy distinta de la fábrica y de estas observaciones del supermercado y su operación, aprendieron algo que luego adoptaron a sus operaciones fabriles (Hay, 1989).

En un supermercado quien determina lo que va ha suceder es el cliente. Los clientes saben que en todo momento encontrarán en los estantes pequeñas cantidades de los artículos que necesiten. Como confían en que siempre habrá lo que necesiten, les basta tomar una pequeña cantidad y se van con su compra. Los clientes saben que al regresar dos o tres días más tarde, el supermercado habrá repuesto los artículos comprados y que nuevamente encontrarán en los estantes pequeñas cantidades de cada cosa que necesiten. No sienten la necesidad de acumular, de llevarse la cantidad suficiente para un año.

Un empleado del supermercado pasa con regularidad a ver qué se han llevado los clientes. Se repone exactamente la misma cantidad que se ha quitado de cada estante. En el supermercado no hay papeleo; no hay órdenes de compra o de entrega que le indiquen al empleado qué artículos debe colocar sobre los estantes. En realidad, al retirar los artículos, los mismos clientes le han dicho al empleado lo que debe colocar ahí. Éste es un *sistema de jalar*, debido a que el cliente es quien ha determinado lo que va a suceder enseguida. El cliente es quien va jalando el sistema al comunicarle al negocio una demanda específica.

Sistema de jalar

Es el proceso en el que el cliente es quien determina lo que va a suceder enseguida a partir de su demanda.

Los japoneses tomaron el concepto y lo convirtieron en algo que pudieran utilizar para controlar las operaciones en la fábrica. Crearon dos tipos de señales o *kanban*. Suponiendo que en este caso el cliente es el departamento de ensamble, la primera señal constituiría una autorización —dinero, por así decirlo— para que el departamento de ensamble acuda a su supermercado de materiales (subensambles, componentes, materias primas) y tome un recipiente de cada cosa que necesite. Estos recipientes son muy pequeños, con capacidad para una cantidad medida (generalmente la cantidad para una hora o menos). En la empresa Toyota todo recipiente que contenga más de la décima parte de la cantidad necesaria para un día, requiere aprobación de la gerencia.

Autorización de producción

Es una señal que determina la cantidad de productos a elaborar y en qué tiempo a partir de la demanda del cliente.

Dentro de cada recipiente se encuentra el segundo tipo de kanban: una *autorización de producción*. Al retirarse un recipiente y no antes, esta autorización de produc-

ción retrocede a la operación proveedora, trátese de otro departamento o de un proveedor, y le dice: "Esta señal es su autorización para producir otro recipiente de piezas. Ni más, ni menos. Tiene determinado plazo para hacerlo". El proceso es como los eslabones de una cadena. El ensamble va a su pequeño supermercado y toma un recipiente de lo que necesite, emitiendo con ello una autorización de producción al departamento anterior: subensamble. Esta señal es como el "dinero" que permite al departamento de subensamble ir a su propio supermercado y tomar de ahí los componentes que necesite. Esto genera autorizaciones para el departamento anterior como un eslabón más de la cadena.

En teoria, la única hoja de papel que se utiliza en el proceso —fuera de las tarjetas kanban[1] en sí mismas— es el programa maestro de ensamble para el departamento de ensamble.

En este caso concreto, el *programa maestro de ensamble* implica fabricar la cantidad de piezas A para una hora y la cantidad de B para otra hora. Debe ser claro que se precisa nivelación de la carga como base apropiada para el buen funcionamiento del sistema kanban. Cada cliente le dice a cada proveedor lo que debe hacer cada hora. El proceso funciona como los eslabones de una cadena. Para que la cadena no se rompa, la producción tiene que ser siempre continua y regular. Más adelante se proponen una serie de actividades con las que se simula un proceso, al que se le aplicarán los principios del proceso esbelto, incluyendo organizarlo en forma kanban.

Programa maestro de ensamble

Implica fabricar determinado número de piezas para una hora específica.

BUSCAR LA PERFECCIÓN

Éste es el quinto y último principio que deben fundamentar la operación y búsqueda de mejora de un proceso. La esencia de este último principio es profundizar continuamente en la aplicación de los otros cuatro principios. Para ello se debe procurar ampliar el diálogo directo con clientes y/o consumidores, generar formas para tener una buena retroalimentación de parte de los clientes, dirigir la empresa con contacto con el mercado y analizar a sus competidores (véase capítulo 1), para con base en ello encontrar formas de especificar más adecuadamente el valor y difundirlo en la empresa. También se deben aprender formas nuevas de acrecentar el flujo y el jalar mejor.

La eliminación de muda necesita algunas veces nueva tecnología y nuevos conceptos para los productos que deben buscarse en dirección de la perfección. Quizás el estimulo más importante para la perfección es la *transparencia*, ya que en la manufactura ágil todo mundo (subcontratistas, proveedores, ensambladores, distribuidores, clientes y empleados) pueden ver todo, y así es fácil encontrar formas mejores para crear valor. En la siguiente sección se evidencia la importancia de este principio.

[1] La forma propia que han adoptado estas tarjetas en los diversos procesos que ha asimilado el sistema son muy variadas: desde una tarjeta roja que indica que el estante (caja, mesa, anaquel) de donde el cliente toma el producto está lleno, por lo que el cliente está ordenando parar la producción; también se utiliza una tarjeta verde, que es una orden de producción, y si el estante se empieza a vaciar y producción no reacciona, entonces aparece una tarjeta de otro color que es una señal de pánico.

SIMULACIÓN DE UN PROCESO: APLICACIÓN DE LOS PRINCIPIOS

A continuación se describen los elementos para simular (ejemplificar) un proceso de producción, al que en diferentes etapas se le aplicarán los cinco principios de proceso esbelto que hemos visto en las secciones previas.

Materiales:

- Cuarenta prismas rectangulares de madera de 10 cm de largo, 4 de ancho de la base y 3 cm de altura, aproximadamente. Además en la parte superior del prisma se deben hacer cinco ranuras de 1 cm de profundidad y 2 mm de ancho (en la figura 16.3 se muestra un esquema aproximado de estas piezas de madera). En adelante nos referiremos a estas piezas como "tarimas".
- 300 tarjetas de papel cartulina, de 12 cm de largo por 8 de ancho, aproximadamente.
- Tres cronómetros.

Objetivo: que el participante detecte mudas en un proceso, analice los obstáculos para que haya flujo continuo y entienda el concepto de tiempo de ciclo, inventario en proceso (IP), mediciones de productividad y el sistema kanban.

Participantes: dos empresas (dos equipos con el mismo número de personas: entre 6 y 9), un cliente al cual satisfacer, observadores que harán un diagnóstico del funcionamiento de las empresas, una o dos personas que se encargarán de que las empresas cumplan las reglas y el coordinador del ejercicio.

Preparación de simulación:

1. Acomodar al centro de un salón por lo menos tres mesas, de tal forma que hagan una mesa larga. Poner de seis a nueve sillas de cada lado de las mesas (según el número de participantes en los equipos).

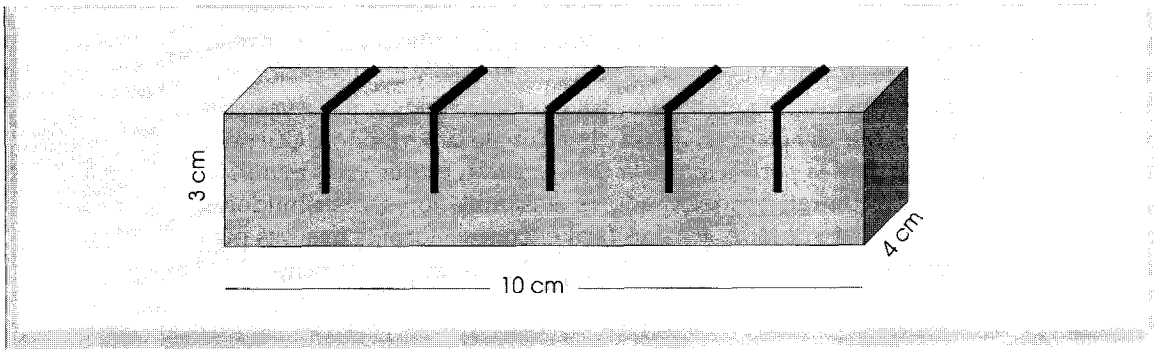


Figura 16.3 *Prisma rectangular de madera con ranuras en la parte superior, que hará las veces de tarima en las que se depositará y desplazará la producción de cada estación de trabajo.*

2. Los miembros de cada equipo eligen un nombre para su grupo y cada equipo se acomoda de un lado de la mesa, de forma que los equipos se vean de frente (como se muestra en la figura 16.4).
3. En la cabecera de la mesa se coloca una o dos sillas, donde se sentará uno o dos representantes del cliente (que aquí nos referiremos a ellos como el cliente).
4. Poner en la otra cabecera de la mesa las tarjetas en blanco.
5. El miembro de cada equipo que está más cerca de las tarjetas toma una, la acomoda en forma vertical y anota sólo uno de sus nombres sin apellido en la parte superior de la tarjeta, con cuidado y claridad, utilizando el tipo de letra que utilizaría en situaciones importantes; luego le pasa la tarjeta a su siguiente compañero de equipo, quien también escribirá su propio nombre abajo de donde lo puso su primer compañero, siguiendo las mismas indicaciones. Esto continuará hasta que el último miembro del equipo haya puesto su nombre en la tarjeta.
6. Las dos tarjetas con los nombres de los miembros de cada equipo son entregadas al cliente que está al final de la mesa. Quien dirá que:

   - La tarjeta con los nombres es justamente el producto que necesita.
   - Comprará todas las que produzcan.

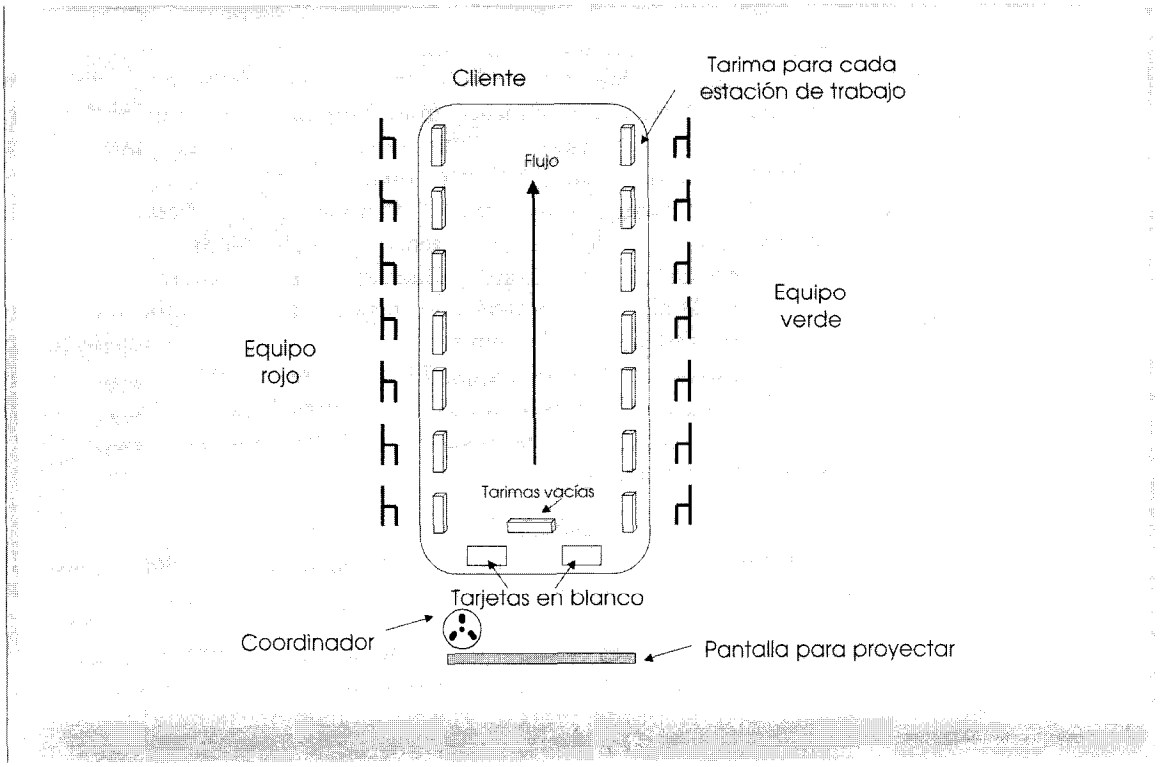


Figura 16.4 *Distribución de elementos en el salón.*

- Le interesa mucho la calidad por lo que hará inspección de recibo, teniendo como estándar la tarjeta inicial con los nombres. Si la tarjeta es diferente al estándar, el cliente la rechazará.
- Los dos equipos (proveedores) entran en una fase de evaluación (competencia).

7. El ejercicio de simulación de un proceso consiste en que los equipos produzcan tantos productos (tarjetas con sus nombres) como les sea posible, cumpliendo las siguientes reglas.

Reglas para la simulación (ejercicio):

1. Cada miembro del equipo es una estación de trabajo, especializada en poner su nombre tal como lo puso en la primer tarjeta. Por lo tanto nadie puede anotar el nombre de otra persona.
2. Todas las tarjetas serán pasadas de una estación a la siguiente *sólo* en la tarima (el prisma rectangular de madera con ranuras para portar las tarjetas).
3. En la primera ronda y al principio de la misma, colocar frente a cada participante una tarima llena de tarjetas en blanco (las tarjetas deben estar colocadas en las ranuras).
4. El proceso consiste en tomar las tarjetas de la tarima, anotarles el nombre como se hizo a la primer tarjeta, volverlas a colocar en la tarima (una tarjeta por ranura) y entonces enviar (desplazar) la tarima a la siguiente estación de trabajo (siguiente compañero, en dirección del cliente).
5. Los participantes deben pasar la tarima con las tarjetas tan pronto como hayan finalizado su tarea como se indicó antes. Pero no podrán iniciar a anotar su nombre en las tarjetas cuando éstas aún se encuentran en la estación anterior, sólo podrán hacerlo hasta que les lleguen en la tarima.
6. La corrida inicial durará tres minutos. Al iniciar cada participante tendrá enfrente una tarima llena de tarjetas en blanco. El participante la toma, anota su nombre más o menos a la altura de donde lo hizo en la primer tarjeta, la regresa a la tarima y la envía a la siguiente estación de trabajo. Esto provocará que al inicio de la corrida haya tarjetas que lleguen al cliente que no tengan todos los nombres, esto será obviado para acortar el tiempo. El cliente inspeccionará en forma general que el nombre esté escrito más o menos igual (mismo tipo de letra y tamaño) comparando contra la tarjeta inicial (estándar); al principio sólo revisará los nombres que sí estén en la tarjeta.

Mediciones y registro del desempeño del proceso:

Para determinar qué equipo (empresa) es mejor, se aplicarán los siguientes criterios como medición de desempeño.

1. *Cantidad embarcada*: es el número total de tarjetas que son enviadas al cliente.
2. *Tiempo de ciclo*: una tarjeta especial será insertada en la primer tarima de cada equipo, al principio del proceso, y en ese momento se pondrá en marcha un cronómetro; cuando la tarima de la tarjeta especial llegue al cliente, éste le avisa al coordinador para que éste registre el tiempo, que será el correspondiente tiempo de ciclo para cada equipo.
3. *Tarjetas en proceso (inventario en proceso, IP):* será el número de tarjetas frente a los participantes de cada equipo, después de tres minutos.

4. *Productividad:* la cantidad de tarjetas embarcadas dividida entre el número de miembros del equipo.
5. *No calidad:* será la cantidad de tarjetas rechazadas por el cliente dividido por la cantidad embarcada.
6. *Registro de resultados:* al final de los tres minutos que dura la ronda, el coordinador ordenará que todo mundo en los equipos suspenda lo que está haciendo. El cliente termina de inspeccionar las tarimas que le llegaron, y enseguida procede a contar el total de tarjetas y las rechazadas. Los resultados de las mediciones de desempeño las registra el coordinador en un formato como el de la tabla 16.3, y se las muestra a los equipos. Es probable que después del ejercicio, en que todo mundo estuvo trabajando duro y que han llenado muchas más tarjetas de las que han enviado, se sentirá cierto desánimo al ver los resultados.
7. *Estimular a equipos para que ganen.*

Tabla 16.3 Formato para registro de resultados.

	Rondas equipo rojo			Rondas equipo verde		
	Lote = 5	Lote = 3	Lote = 1	Lote = 5	Lote = 3	Lote = 1
Cantidad embarcada						
Tiempo de ciclo						
Inventario en proceso						
Productividad						
No calidad						

Actividades ronda 1 (tamaño de lote 5)

1. Utilizar cinco tarjetas por tarima y ejecutar la primera ronda durante tres minutos (asegurarse de seguir las reglas e indicaciones dadas antes). Al finalizar la ronda registrar los resultados en el formato de la tabla 16.3.
2. ¿Los resultados de los equipos fueron más o menos parecidos o fueron muy diferentes? En caso de que haya habido diferencias importantes, ¿a qué las atribuye?
3. Asegurándose de su privacidad cada equipo deberá aplicar los tres primeros principios de proceso esbelto:

   a) Dado que el producto es la tarjeta, redactar una frase que defina su valor.
   b) Hacer un análisis del flujo de valor de la misma. Es decir, haga un análisis de todas las actividades que hay que desarrollar para que una tarjeta llegue al cliente, anote esperas, colocación de tarjeta, etcétera, a lo largo de las diferen-

tes estaciones de trabajo. Registre las actividades en un formato como el de la tabla 16.2, y clasificando la actividad como agregadora de valor, o como muda, ya sea tipo 1 o tipo 2.

c) Sin modificar el contenido de la tarjeta estándar, generar propuestas para eliminar las principales mudas tipo 2 que se detectó en el inciso previo, y así lograr un mejor flujo del proceso.

4. Desde su punto de vista, ¿cuáles de los indicadores de desempeño del proceso (tabla 16.3) se ven más beneficiados con los cambios que propone?

Actividades ronda 2 (tamaño de lote 3)

1. Una de las formas de eliminar o reducir algunas mudas es poniendo sólo tres tarjetas por tarima, en lugar de cinco ya que los tiempos de espera serán menores. Por ello con tres tarjetas ejecutar la segunda ronda durante tres minutos (asegurarse de seguir las reglas e indicaciones dadas antes). Al inicio cada participante tendrá frente de sí una tarima con tres tarjetas en blanco, en las ranuras de la tarima. Nótese que este cambio equivale a disminuir el tamaño de lote. Al finalizar la ronda registrar los resultados en el formato de la tabla 16.3.
2. Analice los resultados de esta ronda y compárelos con los que obtuvo en la primera, ¿qué indicadores se vieron más beneficiados con la reducción en el tamaño de lote?
3. En las propuestas para eliminar las principales mudas tipo 2 que detectó en el número 3 de la primera ronda, ¿de alguna forma contempló disminuir el tamaño de lote?

Actividades ronda 3 (tamaño de lote 1)

1. Poniendo sólo una tarjeta por tarima, ejecutar la tercera ronda durante tres minutos (asegurarse de seguir las reglas e indicaciones dadas con anterioridad). Al finalizar la ronda registrar los resultados en el formato de la tabla 16.3.
2. Analice los resultados de esta ronda y compárelos con los que obtuvo en la primera y la segunda, ¿qué indicadores se vieron más beneficiados con la reducción en el tamaño de lote?
3. ¿Qué indicadores no se vieron beneficiados con la reducción en el tamaño de lote?

Actividades ronda 4: organizar el proceso en forma kanban (jalando la demanda, no empujándola)

El kanban no sólo es un inventario permisible entre operaciones, también sirve para comunicar y jalar la producción, como lo veremos haciendo los siguientes cambios al proceso original.

1. Poner un kanban (la tarima) entre cada operación, incluyendo una entre la última operación y el cliente. Estas tarimas serán el área de almacén entre operaciones, que podrá tener sólo una tarjeta, que se pondrá sobre la tarima, en lugar de en las

ranuras. La tarima ya no será utilizada para transportar tarjetas, como se hizo en las primeras tres rondas; ahora la tarima no se mueve, lo que se mueve de una tarima a la siguiente es la tarjeta.

2. Un trabajador sólo podrá tener en frente de él máximo una tarjeta para trabajar sobre ella en cualquier tiempo. Además, sobre la tarima sólo se puede poner una tarjeta.
3. Una vez puesto el nombre en la tarjeta, ésta podrá ponerse sobre la siguiente tarima (kanban) si es que está vacía. De lo contrario habrá que esperarse (parar de producir) hasta que el kanban siguiente esté vacío.
4. Hacer un ensayo para afianzar nuevas reglas, para ello:

   a) El primer operador inicia jalando una tarjeta, le pone su nombre y arranca el proceso. El cliente no toma ninguna tarjeta por el momento. El proceso se para cuando todos los kanban estén llenos y cuando cada operador tiene una tarjeta frente a sí, lista para ponerse en la tarima siguiente cuando ésta se desocupe.

   b) Ahora el consumidor tomará sólo una tarjeta de cada equipo de la última tarima, que en realidad se convertirá en una orden de producción para la última estación de trabajo. Quien debe atender esta orden, poniendo la tarjeta que tiene en sus manos sobre la última tarima, y jalando la nueva tarjeta de la tarima anterior. Enseguida todos los participantes procederán de forma similar: cuando la siguiente tarima esté vacía, deben ponerle una tarjeta que ya tenga su nombre y jalar otra de la tarima de atrás.

   c) Todos deben ver cómo trabaja el sistema de jalar. Ahora el consumidor controla la velocidad de producción por la rapidez con la que jala la tarjeta del último kanban. Si alguien tiene dudas se repite el paso anterior nuevamente.

5. Repetir el inciso *b* del paso 4 durante tres minutos. El cliente jalará tarjetas del último kanban de ambos equipos en forma continua; es decir, en cuanto el último participante ponga su tarjeta en la última tarima, el cliente la jala y las va acomodando para inspeccionarlas.
6. Registrar los resultados obtenidos con el método kanban, en las columnas correspondientes de la tabla 16.3.
7. ¿Qué indicadores de desempeño se vieron beneficiados con el método kanban?
8. Haga un análisis de las mudas que se detectaron en la ronda 1. ¿Cuáles mudas se lograron eliminar con el método kanban y cuáles no?

Actividades ronda 5: perfección del proceso

1. Separar los equipos que han participado en la simulación del proceso. Aunque los logros obtenidos de la ronda 1 a la 4 son importantes, aún no es suficiente. Es necesario duplicar la productividad. Para ello, enfocándose en las mudas que aún persisten, los equipos en forma separada deben mediante lluvia de ideas generar propuestas de mejora para perfeccionar el proceso. Lo único que se debe mantener sin cambios es el producto (la tarjeta estándar).

2. Cada equipo explica y defiende sus propuestas frente al otro. Un criterio a tomar en consideración para tratar de llegar a un consenso sobre las propuestas es la dificultad y el costo de su implantación.

CONCEPTOS CLAVE

- Proceso esbelto
- Muda
- Desperdicio
- Flujo del valor
- Tarea de resolución del problema
- Tarea de administrar información
- Muda tipo 1
- Muda tipo 2
- Sistema kanban
- Sistema de jalar
- Autorización de producción
- Programa maestro de ensamble

PREGUNTAS Y EJERCICIOS

1. ¿Qué es un proceso esbelto?
2. Dé ejemplos de proceso no esbeltos.
3. Explique brevemente los cinco principios de proceso esbelto.
4. ¿Cuál es la relación entre burocracia y flujo de proceso?
5. Apoyándose en los resultados del ejercicio de la simulación del proceso explique cómo impacta el tamaño de lote en el tiempo de ciclo y en el inventario en proceso.
6. ¿Por qué no es recomendable tener un inventario en proceso alto?
7. ¿Por qué no es recomendable tener un tiempo de ciclo largo?

8. ¿Cómo aplicaría la función de despliegue de la calidad (véase capítulo 15) para especificar mejor el valor de un producto?
9. Cuando hay defectos y desperdicios en un proceso, ¿cuáles de los principios de proceso esbelto se ven afectados?

Capítulo 17

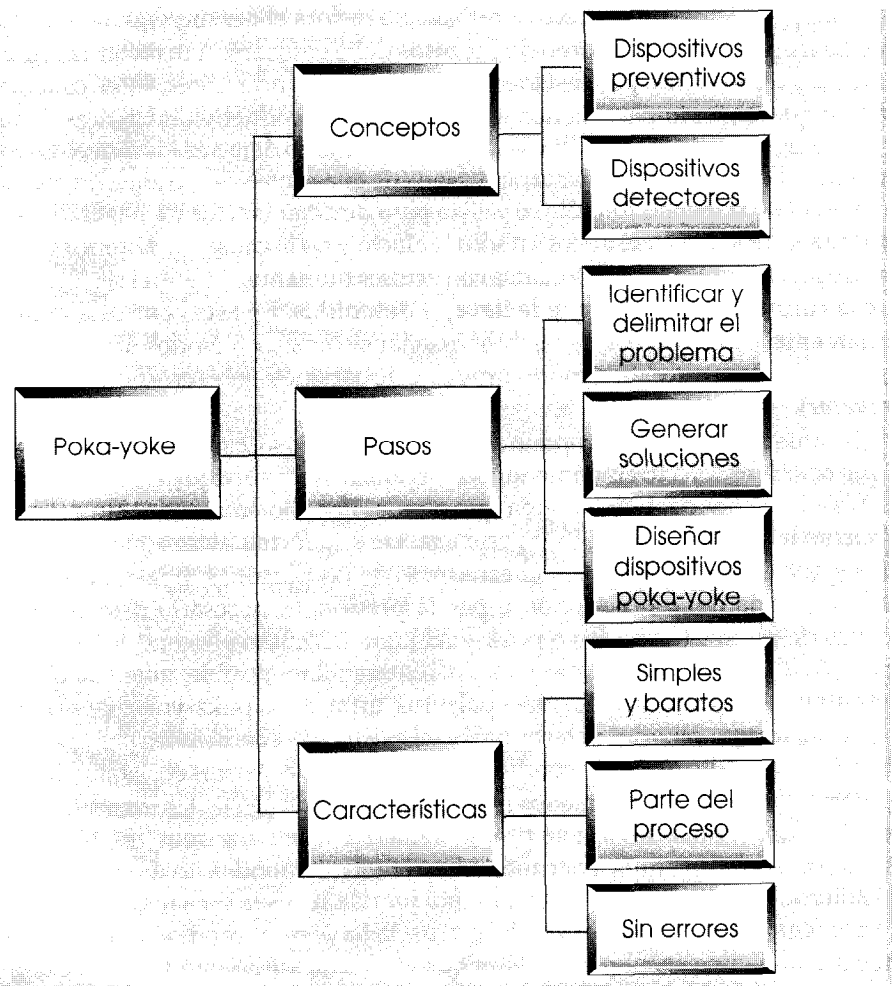
Poka-yoke

SUMARIO

- Conceptos básicos
- Ejemplos de dispositivos poka-yoke
- Pasos para resolver problemas con enfoque poka-yoke
- Características de los dispositivos poka-yoke

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Identificar los conceptos que forman parte del método poka-yoke como un elemento importante de los proyectos Seis Sigma.
- Describir los aspectos principales de la aplicación de dispositivos poka-yoke con ejemplos ilustrativos.
- Conocer las características y los pasos a seguir en el diseño de un dispositivo poka-yoke.


Poka-yoke
Conceptos
Pasos
Características
Dispositivos preventivos
Dispositivos detectores
Identificar y delimitar el problema
Generar soluciones
Diseñar dispositivos poka-yoke
Simples y baratos
Parte del proceso
Sin errores

En este capítulo se describe una de las metodologías para buscar cierto tipo de soluciones en los proyectos Seis Sigma.

CONCEPTOS BÁSICOS

Desde el primer capítulo hemos insistido en que la inspección o detección de los defectos de un producto o un proceso por sí sola no mejora el desempeño de una organización. La inspección y monitoreo de procesos debe enfocarse a detectar la regularidad estadística de las fallas, para así identificar dónde, cuándo, cómo y qué está causando las fallas que mayor impacto tienen sobre la calidad y productividad para así fundamentar acciones que atiendan las causas. El reto no sólo es detectar los defectos antes que lleguen al cliente, sino eliminar la ocurrencia de tales defectos. Lo anterior con frecuencia se olvida y la inspección sólo se utiliza para detectar efectos y a partir de esto generar acciones reactivas que atienden sólo el efecto y no la causa. Lo anterior se empeora cuando las causas están relacionadas con errores humanos, ya que el ser humano olvida y la rutina de trabajo le puede llevar a descuidos. En este contexto, el propósito fundamental de un *sistema poka-yoke* es diseñar sistemas y métodos de trabajo y procesos a prueba de errores. El término proviene del japonés: *poka* (error inadvertido), *yoke* (prevenir).

Sistema poka-yoke

Se refiere al diseño de métodos de trabajo a prueba de errores.

El enfoque poka-yoke propone atacar los problemas desde su causa y actuar antes de que ocurra el defecto entendiendo su mecánica. Reconoce que el ser humano comete errores, que olvida, y que olvida que olvida. Por ello en algunas situaciones no es suficiente la capacitación, ni la experiencia. De esta forma, para aquellos errores más críticos que están influidos por el cansancio de las personas, por estados de ánimo, por la urgencia de la producción o por la presión, es necesario diseñar sistemas a pruebas de errores (dispositivo poka-yoke) que permitan eliminar la posibilidad de error, que el sistema advierta lo más preventivamente posible, antes de que el error tenga alguna consecuencia. En otras palabras, un sistema poka-yoke hace *la inspección en la fuente o causa del error*, determinando si existen las condiciones para producir con calidad. En caso de que estas condiciones no existan, entonces el sistema impide que el proceso continúe o por lo menos manda una señal de alerta. Un *dispositivo poka-yoke* permite a las personas revisar su propio trabajo. Existen dos tipos: los *dispositivos preventivos poka-yoke* que nunca permiten el error (el microondas no funciona si la puerta está abierta) y el *dispositivo detector*, el cual manda una señal cuando hay posibilidad de error (cuando se abre la puerta del carro y la llave de encendido aún está puesta, el sistema manda una señal-pitidos para que el conductor no olvide la llave dentro del carro).

Dispositivo preventivo

Es un sistema que nunca permite el error en un proceso.

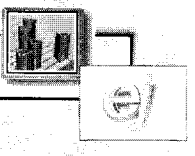
Dispositivo detector

Es un sistema que manda una señal cuando hay posibilidad de error.

A quien se le reconoce como el impulsor principal de la idea de los dispositivos poka-yoke es al japonés Shigeo Shingo [(1909-1990) véase Shigeo Shigeo y Bodek, N. (1986)]. La idea no es realmente nueva, se inicio en la década de los años 60´s, pero en los últimos años se le ha dado un impulso significativo y cada vez más en las plantas hay personas hablando de diseñar dispositivos poka-yoke para prevenir la ocurrencia de defectos. Veamos algunos ejemplos de dispositivos que cumplen con la filosofía poka-yoke, independientemente de que se hayan diseñado con el conocimiento explícito de esta filosofía o no.

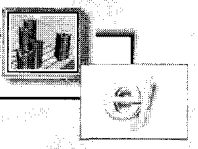
EJEMPLOS DE DISPOSITIVOS POKA-YOKE

EJEMPLO 17.1



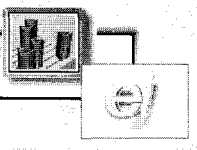
(*Olvidar colocar el resorte*). En Mitsubishi se ensamblaba cierto producto que tenía dos botones. El operario de la línea de ensamble debía colocar un resorte abajo de cada botón, lo cual a veces se le olvidaba y quedaba algún botón sin resorte. Para solucionar este problema, Shigeo Shingo ideó algo realmente simple: tener un pequeño recipiente donde el operario colocaba dos resortes antes de ensamblar cada producto. Si al final del ensamble de cada producto quedaba un alambre en el recipiente era señal inequívoca de que hubo un error: al operario se le había olvidado colocar un resorte. Por lo que de inmediato debía corregir tal desperfecto mucho antes de que el producto llegara al cliente. Como se puede observar, el costo de ese mecanismo poka-yoke del tipo detector se reduce al costo del recipiente.

EJEMPLO 17.2



(*Daños a la cubierta*). En el montaje de cubiertas de plástico en ocasiones se causaba daño a las cubiertas cuando el desarmador se deslizaba fuera de las ranuras de un tornillo. La solución fue cambiar la forma del tornillo para evitar deslizamientos, como se observa en la figura 17.1.

EJEMPLO 17.3



(*Disco flexible*). Un disco flexible de 3 ½ para computadora está diseñado a prueba de equivocaciones de la persona que introduce el disco en la computadora. No es cuadrado, por lo que al tratar de introducirlo por los lados que son más largos no entra, eliminando así dos lados erróneos. Además uno de los lados que tiene el mismo ancho que la ranura tiene la esquina derecha achaflanada de modo que si entra del lado incorrecto topa con un tope interno. Por lo que sólo hay una forma de insertarlo.

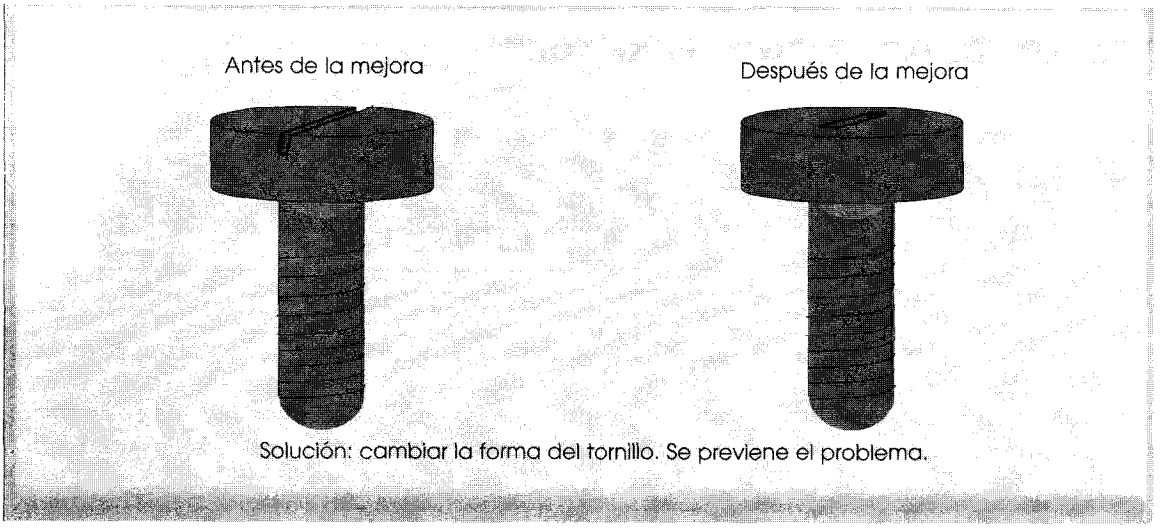


Figura 17.1 *Ejemplo de solución poka-yoke para el ejemplo 17.2.*

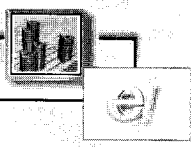
EJEMPLO 17.4

(***A prueba de olvidos***). Llaves de lavamanos que sólo se activan cuando detectan la presencia de las manos, esto evita el desperdicio de agua e impide el error de dejarlas abiertas. También las llaves de encendido de un carro no se pueden quitar si la palanca de velocidad no se ha puesto en estacionamiento (*park*), reduciendo así lamentables accidentes.

EJEMPLO 17.5

(***Dobleces incorrectos***). En el doblado de la cubierta asimétrica de un automóvil se requiere doblar sólo uno de los extremos de la cubierta. Pero tanto el lado derecho como el izquierdo de la cubierta son idénticos, a excepción de la posición del doblez respecto a un agujero. Con cierta frecuencia el operador realizaba dobleces del lado izquierdo a cubiertas con el agujero en el lado derecho, y viceversa. Lo que causaba desperdicios, retrabajos y retrasos. Aunque se insistía mucho a los operarios sobre el particular, el error se seguía presentando. La solución fue instalar sensores que activan un *switch* de límite sobre la posición del agujero, que le advertía al operario cuando las cosas estaban mal.

EJEMPLO 17.6



(Olvidar colocar una parte en el carburador). En el ensamble de carburadores se coloca una válvula de bola dentro del carburador y después se instala la tapa de éste. En ocasiones los operadores instalaban la tapa sin colocar previamente la válvula de bola. Error que se detectaba al hacer la inspección del carburador completo, por lo que se tenía que tirar la gasolina, desarmar completamente el carburador para colocar la válvula faltante y ensamblar de nuevo. A pesar de la insistencia y presiones sobre los operadores, ocasionalmente volvía a aparecer este error. La solución poka-yoke fue la siguiente: se instaló un detector fotoeléctrico enfrente de la caja que contiene las válvulas de bola y también un pequeño tobogán enfrente de la caja que contiene tapas. Cuando la mano izquierda del ensamblador toma una válvula de bola, la celda fotoeléctrica lo detecta y transmite una señal para que la caja de tapas deje salir una por el tobogán. De manera que si no se saca una válvula la caja de tapas no se puede abrir y no hay otra manera de extraer las tapas.

EJEMPLO 17.7



(Inspección al 100% como parte del proceso de transporte). En una fábrica en ocasiones se producían piezas con una forma inadecuada, que si no se detectaba a tiempo tenía consecuencias mayores. La solución fue utilizar un anillo guía de prueba en el riel de transportación, lo que permite hacer una inspección al 100% sin agregar costos y detectar el defecto en forma temprana. Esto se aprecia en la figura 17.2. Es evidente que no se está atacando la causa del problema, pero al menos el proceso de transportación es capaz de segregar el error fácilmente, antes que se convierta en un problema mayor. Si el error estuviera entre los más importantes, entonces habría que aplicar una estrategia de mejora para detectar por qué se producen piezas con forma inadecuada.

La idea principal del diseño de un sistema poka-yoke es detectar errores antes que se hagan defectos. No sólo se trata de crear dispositivos que autoverifiquen al 100% la calidad, se debe buscar atender la causa del error, de forma que se evite el error o por lo menos su impacto. Esto se hará evidente a través del siguiente ejemplo.

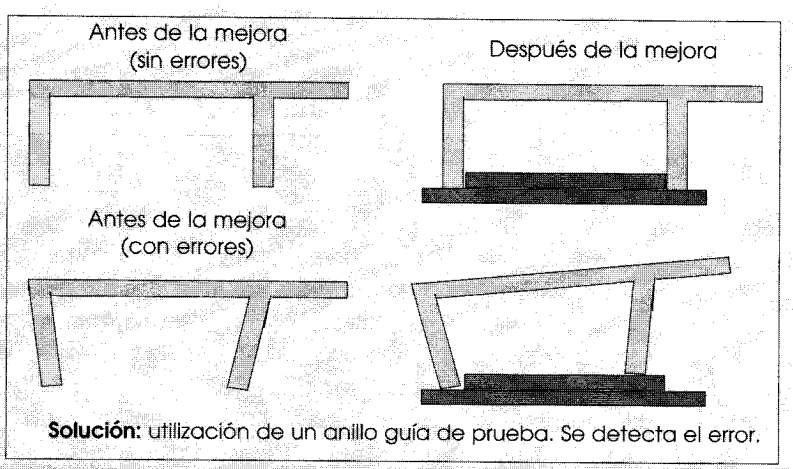


Figura 17.2 *Solución poka-yoke para el ejemplo 17.7.*

EJEMPLO 17.8

(Atender la verdadera causa). Una compañía usa una máquina termoformadora para producir ciertas partes de teflón con forma de rondana, moldeadas por la parte inferior y superior. El proceso consiste en depositar polvo de teflón en toda la superficie de la parte inferior del molde de la máquina, mediante un dispositivo vibrador que lo criba mediante una malla. Después al bajar la parte superior del molde se hace prensa y se forma el producto. Finalmente se expulsa el producto del molde y es retirado a un transportador.

Los diámetros interior y exterior de la rondana eran adecuados. Sin embargo, se tenía el problema del calibre o espesor de la parte moldeada, que debe ser de 10 ± 0.5 milímetros. Un 7.0% de productos tenía espesor inadecuado. La solución inicial que se implantó fue diseñar una guía en la transportación que impidiera el paso a rondanas cuyo espesor fuera menor a 9.5 mm y mayor a 10.5 mm. Al ocurrir defectos y caer en la guía transportadora, suena una chicharra y se detiene el proceso automáticamente, que se reinicia hasta que el operario ha realizado los ajustes o reparaciones adecuadas al caso. Como se observa, el poner guías que eviten el paso de producto fuera de especificaciones, es una autoverificación al 100%, y aunque evita consecuencias mayores, no está atendiendo la causa del problema. Al hacer un análisis de las verdaderas causas del problema, se descubrió que el Hopper depositaba cantidades irregulares de polvo de teflón y que la malla vibradora que criba el polvo se bloqueaba parcialmente, haciendo variar la distribución del mismo. Las soluciones propuestas fueron agregar un aparato que regularizara el depósito de polvo sobre el molde inferior y el diseño de un resorte especial dentro de la cribadora, que al vibrar continuamente, desbloquea la malla. Con estos cambios el problema se redujo un 95%, al pasar de un 7% de producto defectuoso a un 0.35%

El ejemplo anterior hace evidente que es mejor atender las causas. Por lo tanto, se debe recurrir a los diferentes métodos y estrategias, varios de los cuales se han descrito en este libro. En particular, los sistemas poka-yoke se enfocan en evitar los defectos haciendo inspección en la fuente del error, es decir, advirtiendo la presencia de las causas del error. En caso de que por restricciones técnicas o financieras no sea posible implementar un sistema poka-yoke en la fuente del error, o no sea posible eliminar la causa de alguna otra forma, entonces se debe recurrir a la alternativa de un sistema que autoverifique la calidad, como son guías para discriminar defectos o dispositivos similares.

Los aspectos que atiende un sistema poka-yoke no sólo son errores o causas relativas a factores humanos, sino también cualquier otro aspecto. Por ejemplo, condiciones o estándares de operación inadecuados, juegos excesivos de las partes móviles de una máquina, dimensiones inadecuadas de materias primas, etcétera.

PASOS PARA RESOLVER PROBLEMAS CON ENFOQUE POKA-YOKE

A continuación se muestran en forma resumida los pasos a seguir para aplicar el enfoque poka-yoke, que varios de ellos coinciden con los pasos del ciclo planear-hacer-verificar-actuar, que se describió con detalle en el capítulo 10.

Actividad a desarrollar	Estrategia o método a emplear
Seleccionar y delimitar el proceso a mejorar	Con base en reportes de calidad, quejas de clientes, prioridades administrativas, etcétera
Identificar el problema más crítico	Pareto, reportes de calidad, C_{pk}, etcétera.
Determinar las causas más importantes del problema	Diagrama de Ishikawa, diseño de experimentos
Seleccionar la causa raíz a ser atendida	
Generar posibles soluciones y seleccionar una	
De considerarse necesario, proponer y diseñar un dispositivo poka-yoke	Inspección en la fuente del error, para que los errores no se conviertan en defectos o para que no haya errores. Enfocarse lo más posible a las etapas iniciales donde se generan los errores
Implementarlo, validarlo y medir su impacto	Comparar el antes y el después

CARACTERÍSTICAS DE LOS DISPOSITIVOS POKA-YOKE

1. Simples y baratos. Si son muy complicados y costosos, su uso difícilmente será efectivo tanto para resolver el problema como desde el punto de vista del costo.
2. Son parte del proceso, enfocándolos hacia la inspección al 100% en la fuente del error.

3. Están cerca de donde el error ocurre, proporcionan una retroalimentación prácticamente inmediata a los operarios de forma que los errores puedan ser evitados o por lo menos corregidos.

CONCEPTOS CLAVE

- Sistema poka-yoke
- Inspección en la fuente
- Dispositivo preventivo
- Dispositivo detector

PREGUNTAS Y EJERCICIOS

1. ¿Cuál es el propósito principal de un sistema poka-yoke?
2. Explique el origen y significado de las palabras poka-yoke.
3. Señale los dos tipos principales de dispositivos poka-yoke y explique en qué consiste cada uno.
4. Dé algunos ejemplos de dispositivos que cumplen con la filosofía de dispositivos poka-yoke.
5. ¿Los mecanismos poka-yoke sólo previenen errores humanos? Explique.
6. ¿De qué forma son útiles las herramientas estadísticas para diseñar sistemas poka-yoke?
7. Explique el significado de "hacer inspección en la fuente" en el contexto poka-yoke.
8. ¿A quién se le reconoce como el creador de la idea de los dispositivos poka-yoke?
9. En el ejemplo del espesor inadecuado de rondanas de teflón, explique por qué el dispositivo poka-yoke propuesto no resolvía realmente el problema.
10. De las características de los buenos dispositivos poka-yoke, analice la forma en que la característica 2, parte del proceso, se está cumpliendo en algunos de los ejemplos comentados en el capítulo.
11. En un proceso de manufactura, un operador después de realizar cierta operación sobre cierta pieza cilíndrica, debe colocarla boca arriba sobre un mecanismo transportador. Sin embargo, en ocasiones por descuido el obrero comete el error de poner la pieza boca abajo, lo que posteriormente causa un problema de calidad en la siguiente operación. Esto se muestra en la figura 17.3.

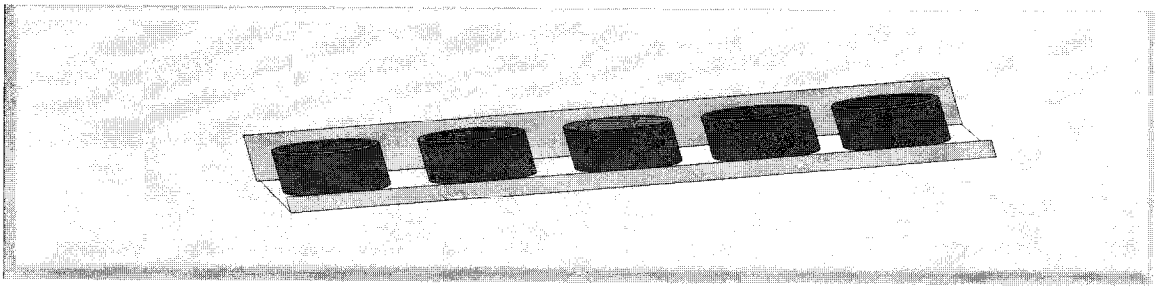


Figura 17.3 *Diagrama para el ejercicio 12.*

a) ¿Por qué la estrategia de insistir o presionar al operario es insuficiente para evitar el error descrito antes?
b) ¿Cuál es la causa o fuente del error?
c) Proponga diferentes dispositivos poka-yoke que permitan realizar la inspección al 100% en la fuente del error. Para cada dispositivo que proponga haga las consideraciones sobre las cuales tal mecanismo sería el idóneo.

12. Una persona debe adherir una etiqueta que advierte la posición correcta en la que se debe colocar un objeto. Sin embargo, en ocasiones se equivoca y pone la etiqueta volteada, como se ilustra en la figura 17.4.
a) ¿Por qué la estrategia de insistir o presionar a la persona para que coloque bien la etiqueta es insuficiente para evitar el error?
b) ¿Cuál es la causa o fuente del error?
c) Proponga diferentes dispositivos poka-yoke que permitan eliminar o reducir el error.

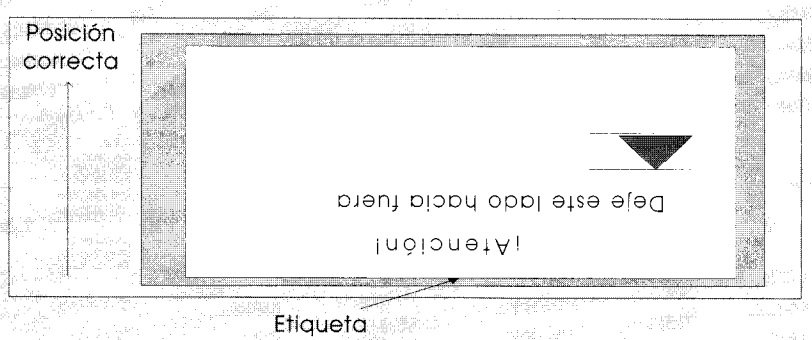


Figura 17.4 *Diagrama para el ejercicio 13.*

Capítulo 18

Seis Sigma: metodología y estrategia

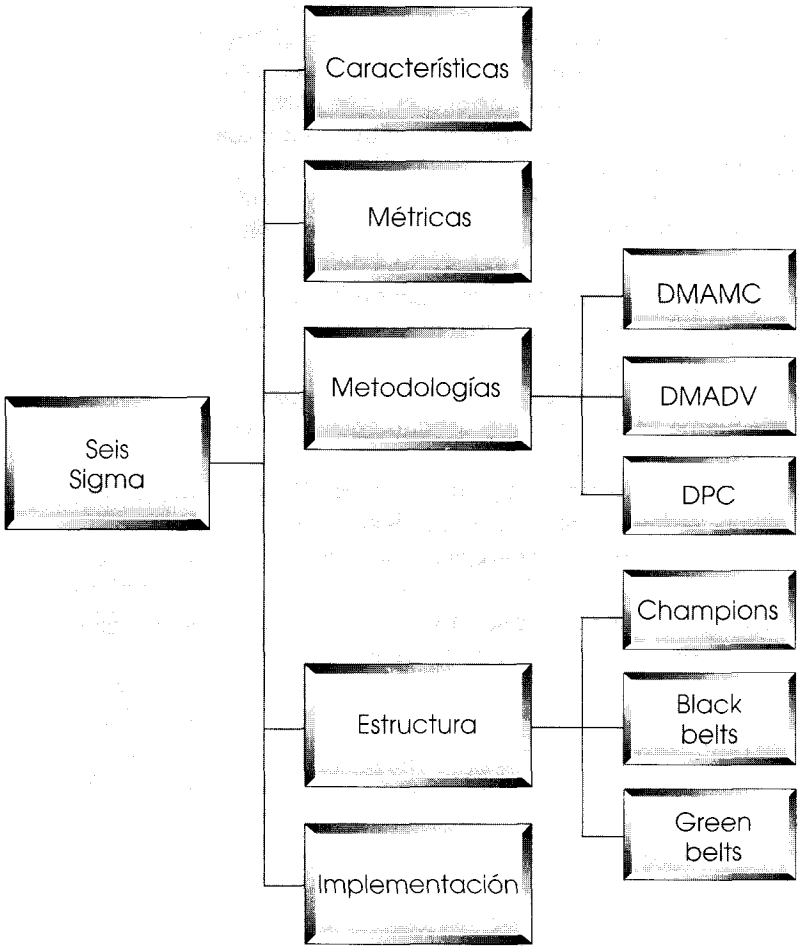
546

SUMARIO

- Antecedentes y características de Seis Sigma
- La métrica Seis Sigma
- Otras métricas Seis Sigma
- Las etapas de un proyecto Seis Sigma y un ejemplo
- Diseñar para Seis Sigma (DMADV)
- Diseñar para confiabilidad
- Responsabilidades y entrenamiento
- Implantación de SS

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Comprender los antecedentes y las características de Seis Sigma: estrategia de mejorar.
- Conocer las métricas Seis Sigma y su relación con otras medidas de calidad.
- Explicar las etapas de un proyecto Seis Sigma con base en las metodologías DMAMC, DMADV y DPC.
- Entender las responsabilidades y la capacitación que deben tener quienes participan en Seis Sigma.
- Analizar la forma de implantar Seis Sigma en una organización y los diferentes niveles en que esto se puede hacer.


Seis Sigma
Características
Métricas
Metodologías
DMAMC
DMADV
DPC
Estructura
Champions
Black belts
Green belts
Implementación

En este capítulo se describen la metodología y la estrategia de mejora Seis Sigma. Se estudian los antecedentes, las métricas que se utilizan, los pasos que se siguen en un proyecto de mejora y los aspectos más relevantes para su implementación en una empresa.

ANTECEDENTES Y CARACTERÍSTICAS DE SEIS SIGMA

Seis Sigma

Estrategia de mejora continua del negocio enfocada al cliente que busca encontrar y eliminar las causas de errores, defectos y retrasos en los procesos.

Seis Sigma (SS) es una estrategia de mejora continua del negocio que busca encontrar y eliminar las causas de los errores, defectos y retrasos en los procesos del negocio, enfocándose hacia aquellos aspectos que son críticos para el cliente. La estrategia SS se apoya en una metodología altamente sistemática y cuantitativa orientada a la mejora de la calidad del producto o del proceso; tiene tres áreas prioritarias de acción: satisfacción del cliente, reducción del tiempo de ciclo y disminución de los defectos. La meta de SS, que le da el nombre, es lograr procesos con una calidad Seis Sigma, es decir, procesos que como máximo generen 3.4 defectos por millón de oportunidades. Esta meta se pretende alcanzar mediante un programa vigoroso de mejora, diseñado e impulsado por la alta dirección de una organización, en el que se desarrollan proyectos SS a lo largo y ancho de la organización con el objetivo de lograr mejoras y eliminar defectos y retrasos de productos, procesos y transacciones. La metodología en la que se apoya Seis Sigma está definida y fundamentada en las herramientas y el pensamiento estadístico.

Seis Sigma fue introducida por primera vez en 1987 en Motorola por un equipo de directivos encabezadas por Bob Galvin, presidente de la compañía, con el propósito de reducir los defectos de productos electrónicos. Desde ese entonces SS ha sido adoptada, enriquecida y generalizada por un gran número de compañías. Además de Motorola, dos organizaciones que se han comprometido de manera ejemplar con Seis Sigma y que han logrado éxitos espectaculares, son Allied Signal,[1] que inició su programa en 1994, y General Electric (GE),[2] que inició en 1995. Un factor decisivo de su éxito fue que sus presidentes, Larry Bossidy y Jack Welch, respectivamente, encabezaron de manera entusiasta y firme el programa en sus organizaciones. En Latinoamérica la empresa Mabe es una de las organizaciones que ha logrado conformar uno de los programa Seis Sigma más exitoso.

Los resultados logrados por Motorola, Allied Signal y GE, gracias a Seis Sigma se muestran enseguida (véase Hahn *et al.*, 2000 y Harry, 1998):

- Motorola logró aproximadamente 1 000 millones de dólares en ahorros durante tres años, y el premio a la calidad Malcolm Baldrige en 1988.
- Allied Signal: Más de 2 000 millones de dólares en ahorros entre 1994 y 1999.
- GE alcanzó más de 2 250 millones de dólares en ahorros en dos años (1998-1999).

[1] Allied Signal es una compañía diversificada en áreas como la aeroespacial, automotriz y materiales. Tiene más de 70 mil empleados y sus ingresos anuales rondan los 25 mil millones de dólares.

[2] GE es un gigante corporativo desplegado en todo el mundo y en diversas tareas (aeroespacio, entretenimiento, equipo médico, etc.). Tiene más de 300 mil empleados y su capital supera los 450 mil millones de dólares.

Características (principios) de Seis Sigma

Liderazgo de arriba hacia abajo

Tipo de liderazgo y convencimiento por SS que va desde los niveles más altos de la dirección de la organización hacia todos los niveles inferiores.

Liderazgo comprometido de arriba hacia abajo. SS es una estrategia que va desde los niveles más altos de la dirección de la organización hacia todos los niveles inferiores. Empezando por el máximo líder de la organización, el líder ejecutivo de la iniciativa y siguiendo por los líderes locales. De esta manera, si estos líderes de la organización no encabezan Seis Sigma de manera entusiasta y comprometida, como lo hicieron Larry Bossidy (Allied Signal) y Jack Welch (GE) y sus equipos, esta estrategia se convertirá probablemente en un intento más de mejora. Por ello los campeones (*champions*) del programa se designan de entre los líderes de cada negocio. Ellos son los responsables de garantizar el éxito de la implementación de Seis Sigma en sus propias áreas de influencia. Este aspecto de la metodología se entendió muy bien en GE. Jack Welch, quien la dirigió 20 años, narra en sus memorias (Welch, 2001, cap. 25) de manera muy clara la forma que inició SS en GE y algunas de las características de este sistema:

> Intuí que debíamos pasar por un momento importante, y sabía que Larry Bossidy (Allied Signal) era el ayudante perfecto. Ambos habíamos sido colegas durante años y el movimiento de control de calidad nunca fue santo de la devoción de ninguno de los dos. Nos pareció que los primeros programas de calidad eran demasiado densos en eslogans y muy ligeros en resultados[...]. El "Nuevo Larry" se había vuelto un entusiasta de Seis Sigma y afirmó que para la mayoría de compañías el promedio era de 35 000 defectos por cada millón de operaciones. Alcanzar un nivel de calidad Seis Sigma implicaba tener menos de 3.4 defectos por millón de operaciones, ya fuera un proceso de producción o de servicio, lo cual significaba un 99.99966% de perfección[...]. En la industria, las cosas por lo general salen bien unas 97 veces de cada 100. Esto implica un nivel Sigma situado entre tres y cuatro[...].
>
> Larry entusiasmó al equipo directivo de GE, pues demostró que Allied, además de producir beneficios satisfactorios, también generaba auténticos ahorros... llegué a la conclusión que Larry amaba profundamente Seis Sigma y que el equipo directivo de GE estaba de acuerdo... se hizo una investigación para corroborar que el factor calidad era un problema en GE. Una vez que todo se nos echó encima de repente me volví loco con Seis Sigma y lo puse en marcha[...]. Gary Reiner, jefe de iniciativas de empresa, y Bob Nelson, mi analista financiero de toda la vida, realizaron un análisis de costos y beneficios... demostrando que si GE alcanzaba el nivel de calidad Seis Sigma se reducirían los costos entre 7 000 y 10 000 millones de dólares, lo cual implicaba un aumento de entre 10 y 15% de las ventas. En estas condiciones, no fue muy difícil decidir que había que seguir el camino de Seis Sigma (finales de 1995)[...].
>
> Lo primero que hicimos fue designar a Gary Reiner como jefe permanente de Seis Sigma (líder ejecutivo). Su razonamiento lúcido y su enfoque implacable lo convirtieron en el puente perfecto para transmitir nuestra pasión por el programa[...]. Incorporamos a Mikel Harry, un antiguo directivo de Motorola quien dirigía la Six Sigma Academy[...]. Si existe algún verdadero fanático de Seis Sigma, ése es Harry... Seis Sigma es en sí un concepto con el que se puede dar un giro de 180 grados a una empresa, orientándola hacia el cliente[...].
>
> En la reunión anual con directores generales, defendí Seis Sigma como el compromiso más ambicioso nunca antes contraído por la empresa[...] aconsejamos a directores generales que pusieran sus mejores hombres al frente de Seis Sigma[...]. Los proyectos Black Belt (de mejora) crecían rápidamente en cada negocio[...]. Cambiamos nuestro plan de compensación de estimulación para toda la compañía donde el restante 40% se basaba en los resultados de Seis Sigma[...]. Me convertí en todo un fanático de SS...

> En el año 1998 insistí en que no se debía tener en cuenta para los puestos de dirección a nadie que no tuviese un Green Belt como mínimo[...] nos costó tres años incorporar a nuestra mejor gente a Seis Sigma[...]. En todo el primer año formamos a 30 000 trabajadores (en Seis Sigma)[...]. La fase siguiente fue aplicar SS para diseñar nuevos productos[...]. Pasamos de 3 000 proyectos SS en 1996 a 6 000 en 1997 y obtuvimos 320 millones de dólares en beneficios y ganancias de productividad[...]. Hacia el año 1998 habíamos generado 750 millones de dólares en ahorros. Al año siguiente obtendríamos el doble: 1 500 millones de dólares[...]. Nuestros márgenes operativos pasaron del 14.8% en 1996 al 18.9% en el 2000. Seis Sigma funcionaba[...].
>
> El vicepresidente de SS fue el único puesto que creé en la plantilla directiva durante 20 años[...]. Seis Sima trata sobre un tema: ¡la variabilidad!... (en 1998) expandimos la iniciativa más allá[...] una estrategia definida por el eslogan "Seis Sigma: En el cliente, para el cliente"[...]. Descubrimos que Seis Sigma no es sólo una estrategia para ingenieros[...]. En el año 2000, el 15% de los ejecutivos tenían la formación de black belt. Hacia el año 2003 esa cifra será del 40%.

Cintas negra (Black Belts)

Son líderes de tiempo completo en SS, se encargan de establecer objetivos de calidad, seleccionan proyectos, apoyan y supervisan su ejecución.

Cintas verde (Green Belts)

Son expertos técnicos que se dedican de forma parcial a SS atacando problemas de sus áreas siguiendo la metodología SS.

Seis Sigma es una iniciativa de tiempo completo. Seis Sigma no es una actividad marginal y complementaria, por el contrario, el liderazgo de Seis Sigma a nivel negocio y en proyectos recae, tradicionalmente, en master black belts MBB'S (*maestros cinta negra*) y black belts BB'S (*cinta negra*). Estos líderes se dedican de tiempo completo a Seis Sigma y sus responsabilidades son establecer objetivos de calidad para el negocio, monitorear el progreso del cumplimiento de estos objetivos, selección de proyectos SS y supervisión del entrenamiento a los equipos de proyectos. La implementación de SS recae en los miembros de los equipos de proyectos (ingenieros, analistas financieros, expertos técnicos en el negocio, etc.), quienes reciben el entrenamiento del nivel green belt GB (*cinta verde*). Este entrenamiento lo imparten los MBB'S, BB'S o especialistas externos en coordinación con los primeros. En la sección Responsabilidades y entrenamiento de este capítulo vemos con detalle las responsabilidades, los perfiles que deben cumplir, el entrenamiento y acreditación de los diferentes actores que participan en SS. De esta manera, para el éxito de iniciativa Seis Sigma es fundamental el tipo de líderes que se seleccione y la seriedad que se le dé a su entrenamiento y acreditación.

Orientada al cliente y se enfoca en los procesos. Seis Sigma busca que todos los procesos cumplan con los requerimientos del cliente (en cantidad o volumen, calidad, tiempo y servicio) y que los niveles de desempeño a lo largo y ancho de la organización tiendan al nivel de calidad Seis Sigma. De aquí que al desarrollar la estrategia SS en una organización se tenga que profundizar en el entendimiento del cliente y sus necesidades, y para responder a ello, hay que revisar críticamente los procesos de la organización; a partir de aquí establecer prioridades y trabajar para desarrollar nuevos conceptos, procesos, productos y servicios que atiendan y excedan las expectativas del cliente.

Seis Sigma se dirige con datos. Los datos y el pensamiento estadístico orientan los esfuerzos en la estrategia SS, ya que los datos son necesarios para identificar las variables críticas de la calidad (VCC) y los procesos o áreas a ser mejoradas. Las mejoras en calidad no pueden ser implementadas al azar, por el contrario, el apoyo a los proyectos son asignados cuando a través de datos se puede demostrar que con la ejecución del proyecto la diferencia será percibida y sentida por el cliente.

Seis Sigma se apoya en una metodología robusta. Los datos por sí solos no resuelven los problemas del cliente y del negocio, por ello es necesaria una metodología. En SS

los proyectos se desarrollan en forma rigurosa con la metodología de cinco fases: Definir, Medir, Analizar, Mejorar y Controlar (en inglés DMAIC: *Define, Measure, Analyze, Improve and Control*). En la figura 18.1 se muestran estas etapas, que a continuación se describen brevemente y más adelante se da una explicación más detallada junto con un ejemplo. También se presenta el equivalente de esta metodología pero ahora aplicada al diseño o rediseño de productos o procesos (DMADV):

Metodología DMAMC

Es el procedimiento que se sigue de forma rigurosa para realizar proyectos SS, y consiste en definir, medir, analizar, mejorar y controlar.

- *(D) Definir el proyecto.* En esta fase se debe tener una visión y definición clara del problema que se pretende resolver mediante un proyecto SS. Por ello será fundamental identificar las variables críticas para la calidad (VCC), esbozar metas, definir el alcance del proyecto, precisar el impacto que sobre el cliente tiene el problema y los beneficios potenciales que se esperan del proyecto.
- *(M) Medir la situación actual.* En esta segunda etapa se miden las VCC del producto o el servicio (variables de salida, las Y's). En particular se verifica que pueden medirse en forma consistente; se mide la situación actual (*baseline*) en cuanto al desempeño o rendimiento del proceso; y se establecen metas para las VCC.
- *(A) Analizar las causas raíz.* La meta de esta fase es identificar la(s) causa(s) raíz del problema o situación (identificar las X's vitales), entender cómo es que éstas generan el problema y confirmar las causas con datos.
- *(M) Mejorar las VCC.* En esta cuarta etapa se tiene que evaluar e implementar soluciones que atiendan las causas raíz,asegurándose que se reducen los defectos (la variabilidad).
- *(C) Controlar para mantener la mejora.* Una vez que las mejoras deseadas han sido alcanzadas, en esta etapa se diseña un sistema que mantenga las mejoras logradas (controlar las X's vitales) y se cierra el proyecto.

Definir el proyecto

En esta etapa se identifican las variables críticas, se establecen metas y alcances del proyecto, se precisan sus impactos en el cliente y los beneficios esperados.

Seis Sigma se apoya en entrenamiento para todos. El programa Seis Sigma se apoya en entrenamiento para todos sobre la metodología DMAMC y sus herramientas relacionadas. Generalmente la capacitación se da sobre la base de un proyecto que se desarrolla de manera paralela al entrenamiento, lo que le da un soporte práctico. En la sección "Responsabilidades y entrenamiento" de este capítulo se detalla este aspecto.

Los proyectos realmente generan ahorros o aumento en ventas. Un aspecto que ha caracterizado a los programas Seis Sigma exitosos, es que los proyectos DMAMC realmente logran ahorros y/o incremento en ventas. Esto implica varias cosas: se seleccionan proyectos claves que realmente atienden sus verdaderas causas, se generan soluciones de fondo y duraderas, y se tiene un buen sistema para evaluar los logros de los proyectos.

El trabajo por Seis Sigma se reconoce. Seis Sigma se sostiene a lo largo del tiempo reforzando y reconociendo a los líderes en los que se apoya el programa, y a los equipos que logran proyectos DMAMC exitosos. Por ejemplo, con anterioridad señalamos que GE cambió su sistema de compensación a directivos, donde 40% de ellas se basaban en los resultados logrados con Seis Sigma. De esta manera la estrategia debe diseñar formas específicas en las que se van a reconocer esfuerzos y éxitos por SS. Recordemos los cuatro niveles y formas de reconocer el trabajo de otros en una organización; nos referimos a las *cuatro P's*, donde el primer nivel de reconocimiento es *palmadita*; el directivo da una palmadita, una nota o un elogio a quien desea reconocer; con ello señala que está enterado y satisfecho con lo hecho. El segundo nivel, más importante que el primero, es *pre-*

Cuatro P's

Es una estrategia que pretende reconocer esfuerzos y éxitos logrados por SS; consisten en: palmadita, presentación, pesos y puesto.

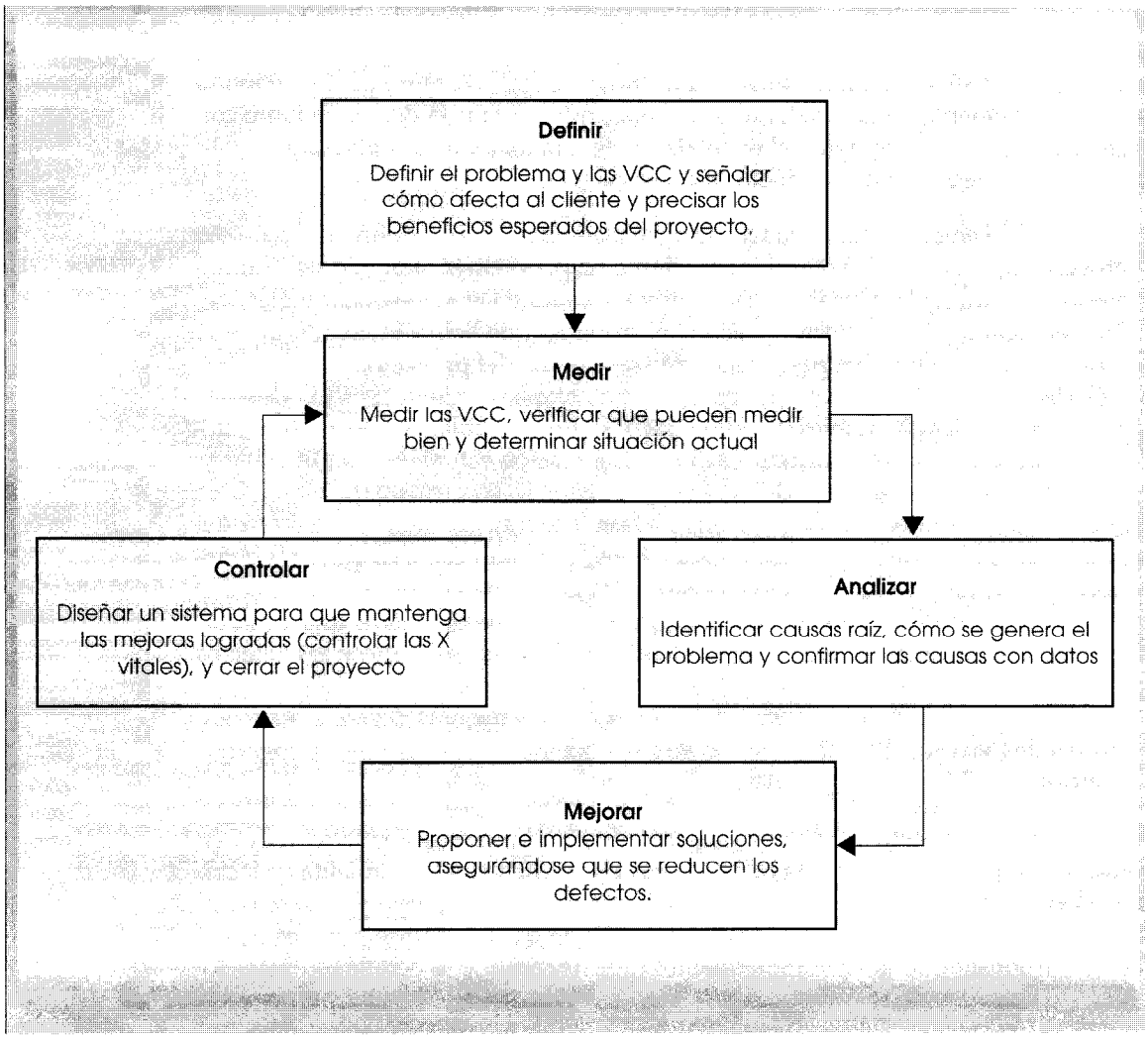


Figura 18.1 *La metodología DMAMC para el desarrollo de proyectos Seis Sigma.*

sentación, en el cual a quienes se desea reconocer exponen ante colegas y superiores los hechos y logros obtenidos. La tercera P es *pesos*, en este nivel el reconocimiento se refleja en una compensación monetaria. La última P es *puesto*, donde se reconocen esfuerzos y logros, y se encomienda una responsabilidad con mayor jerarquía en la organización; por lo general para que se dé esta última P, tuvieron que darse antes, varias veces, las otras P's previas. En este capítulo se recomienda involucrar más en Seis Sigma a los empleados que se les ve futuro dentro de la organización.

Seis Sigma es una iniciativa con horizonte de varios años, por lo que no desplaza otras iniciativas estratégicas, por el contrario, se integra y las refuerza. Dadas las características de

SS que hemos descrito, ésta es una iniciativa que debe perdurar y profundizarse a lo largo de varios años. Por ello cuando se inicia Seis Sigma puede cuestionarse sobre qué va pasar con las iniciativas estratégicas que actualmente se venían trabajando. La respuesta es que la iniciativa SS debe integrarse al resto de las iniciativas estratégicas vigentes en la organización. La experiencia dice que esto puede ser relativamente fácil, ya que Seis Sigma es un enfoque muy poderoso para orientar y alinear los recursos para resolver los problemas críticos del negocio. Seis Sigma se puede ver como la forma en que medimos, aprendemos y actuamos; a través de las variables críticas para la calidad (VCC) y la metodología DMAMC. Entonces SS se integra a las otras iniciativas, para que éstas continúen y se vean fortalecidas con la forma de trabajar de Seis Sigma.

Seis Sigma se comunica. Los programas Seis Sigma se fundamentan en un programa intenso de comunicación que genera comprensión, apoyo y compromiso, tanto en el interior de la organización como en el exterior (proveedores, clientes clave). Esto permitirá afianzar en toda la organización esta nueva filosofía, partiendo de explicar qué es Seis Sigma y por qué es necesario trabajar por ella. Los resultados que se obtengan con SS deben ser parte de este programa de comunicación.

Han existido varias iniciativas similares a Seis Sigma en los últimos veinte años. No obstante que casi todas han tenido algún tipo de impacto en mejorar la calidad, pocas han tenido un impacto tan fuerte y duradero. Por ejemplo, Seis Sigma es una iniciativa que se ha mantenido y mejorado a lo largo de diez años en organizaciones líderes mundiales, esto habla de su éxito sostenido. Así vale la pena preguntarse por qué funciona SS. Uno de los factores claves ha sido el compromiso decisivo de la alta dirección. Sin este apoyo realmente es poco lo que puede hacer SS. El apoyo que ha recibido de la alta dirección es algo que se ha ganado a lo largo de los años gracias a sus resultados. En suma, Seis Sigma se puede ver como un renacimiento de los mejores ideales y métodos de mejora de las últimas décadas.

El éxito de Seis Sigma se debe a las características que ya se señalaron antes. Como complemento, Hahn *et al.* (2000) señalan que otras de las razones del éxito de SS son:

- Monitoreo automático, acceso a grandes bases de datos.
- La fácil accesibilidad a los usuarios de poderosas herramientas estadísticas (algunas veces esto se ha señalado como la *democratización de la estadística*).
- Grandes mejoras en los recursos para la comunicación que ha permitido transferencia rápida de la información (videoconferencia, Internet, etc.).

Democratización de la estadística

Es dar facilidad de acceso a las herramientas estadísticas a todos los usuarios.

La mayoría de las herramientas de SS no son nuevas, muchas tienen varios años. Lo que es nuevo son los niveles de entrenamiento que sobre ellas se ha logrado y desarrollo de la filosofía del pensamiento estadístico que se ha alcanzado en las organizaciones (véase capítulo 1).

Además, SS ha logrado conjuntar dos iniciativas muchas veces separadas: el programa de mejora y el programa de entrenamiento. En SS el programa de mejora lleva en forma explícita un programa de entrenamiento para todos los empleados en la organización. En las próximas dos secciones veremos las métricas de Seis Sigma, para en las posteriores ver con detalles algunos aspectos de su estrategia y metodología.

Finalmente cabe señalar que los proyectos SS se deben aplicar a todos aquellos procesos que se han identificado como susceptibles de ser mejorados en forma importante.

LA MÉTRICA SEIS SIGMA

Calidad o procesos Seis Sigma es un concepto que plantea una aspiración o meta común en calidad para todos los procesos en una organización. El término se acuñó en la década de los años 1980, y le dio su nombre al programa de mejora Seis Sigma. Con los conceptos vistos en los capítulos 2, 3 y 5 es fácil analizar y entender el nivel de calidad en términos del número de sigmas.

Calidad Tres Sigma

Proceso Tres Sigma

Nivel de calidad y/o desempeño de un proceso en el que los límites reales de su variable de salida coinciden con las especificaciones ($C_p = 1$), y a largo plazo PPM = 66 807.

Tener un *proceso Tres Sigma*, significa que los límites reales de su variable de salida coincidan con las especificaciones de calidad para tal variable. Por ejemplo, para el proceso de envasado de cemento de una empresa cementera se tiene como especificación que los costales deben contener 50 kilos con una tolerancia de más menos 600 gramos. De esta forma la especificación inferior es $EI = 49.4$ kg, y la superior $ES = 50.6$ kg. Tener costales con menos de 49.4 implica, además de clientes insatisfechos, potenciales multas de la autoridad gubernamental; mientras que costales con un peso mayor a 50.6 kg, repercute en mayores costos para la empresa.

Para que este proceso se pueda considerar de calidad Tres Sigma, se requiere que su media coincida con la calidad nominal (50 kg), y que los límites reales sean iguales a las especificaciones. Esto se logra si la media y la desviación estándar del proceso son $\mu = 50.0$ y $\sigma = 0.2$ kg, ya que los límites reales serían:

$$\text{Límite real inferior} = \mu - 3\sigma = 50.0 - 3(0.2) = 49.4$$

$$\text{Límite real superior} = \mu + 3\sigma = 50.0 + 3(0.2) = 50.6$$

En este caso, bajo condiciones de estabilidad (véase capítulo 7), se esperaría que el peso de los costales varíe de 49.4 a 50.6 kg. Visto esto a través de la gráfica de capacidad (figura 18.2*a*), suponiendo que el peso sigue una distribución normal (véase capítulo 3), se espera que bajo condiciones de estabilidad en el proceso, el área bajo la curva normal que cae dentro de especificaciones es de 99.73%. De esta forma 99.73% de los costales cumplirían con especificaciones y sólo 0.27% no. En este caso, los índices C_p y C_{pk} serían igual a 1.

Estadístico Z

Es la métrica de SS y mide la capacidad de un proceso calculando la distancia entre las especificaciones y la media del proceso en unidades de la desviación estándar.

Estadístico Z. Ésta es la métrica que establece el número de sigmas de un proceso. Recordemos del capítulo 5, que el *estadístico Z* mide la capacidad de un proceso calculando la distancia entre las especificaciones y la media μ del proceso en unidades de la desviación estándar, σ. De esta manera, para un proceso con doble especificación se tiene Z superior, Z_s y el Z inferior, Z_i, definidos de la manera siguiente:

$$Z_s = \frac{ES - \mu}{\sigma}$$

$$Z_i = \frac{\mu - EI}{\sigma}$$

Por tanto $3Cps = Z_s$ y $3Cpi = Z_i$ (véase capítulo 5). De esta manera, para el peso de los costales

$$Z_s = \frac{50.6 - 50.0}{0.2} = \frac{0.6}{0.2} = 3$$

De igual forma se puede ver que $Z_i = 3$. En otras palabras, el estadístico Z es igual al nivel de calidad medido en términos de sigmas. Además del capítulo 5 sabemos que la relación entre la capacidad de corto, $Z.ct$ y largo plazo, $Z.lt$, está dada por la siguiente ecuación

$$Z.ct = 1.5 + Z.lt$$

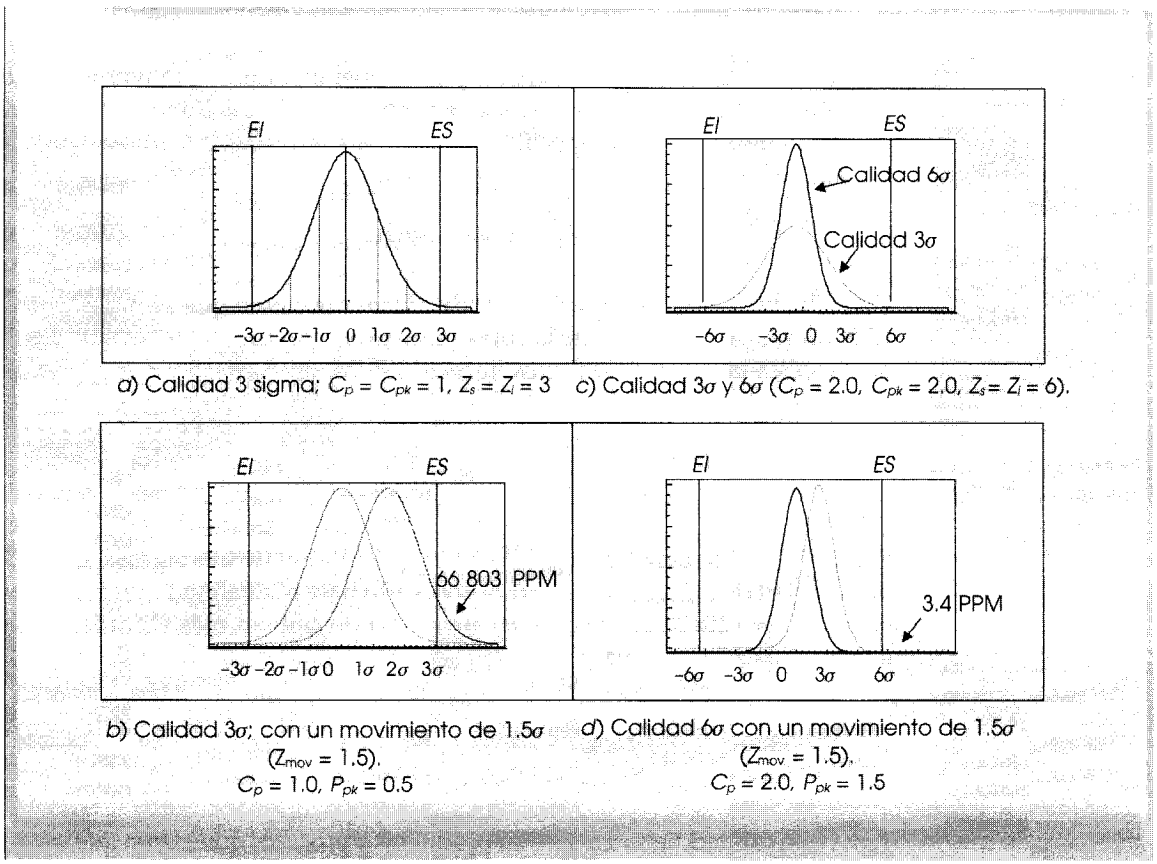


Figura 18.2 *Procesos con calidad Tres y Seis Sigma.*

De acuerdo con lo anterior, a primera vista un proceso Tres Sigma podría parecer que es muy bueno. Sin embargo, para las exigencias actuales la calidad no es suficiente, por dos razones:

- El 0.27% de artículos defectuosos, implica 2 700 partes con fallas por cada millón de oportunidades (PPM). En un mundo donde las cifras de consumo anual para muchos productos es de varios millones, esa cantidad de defectos es demasiada. Por ejemplo, una empresa fabricante de aparatos telefónicos hace más de 10 millones de aparatos por año, por lo que con calidad Tres Sigma implicaría 27 000 consumidores a los que su aparato nuevo no funcionó. Imaginemos 2 700 errores por cada millón de pasajeros en una línea aérea, en los envíos de una compañía de mensajería, en los medicamentos de una empresa farmacéutica, en las reservaciones y cobros de la industria hotelera. Estaremos de acuerdo en que 3 000, 10 000 o 27 000 clientes no satisfechos en menos de un año es un lujo que, en un medio de competitividad global, una empresa no puede darse. En suma, calidad Tres Sigma implica demasiados defectos.
- Lo anterior se agrava si consideramos la diferencia entre *capacidad de corto* y *largo plazos*, en donde como vimos en el capítulo 5, hay estudios que hablan de que la media de un proceso puede desplazarse a traves del tiempo hasta 1.5 sigmas del valor nominal. Es decir, que el índice Z puede tener un cambio o movimiento hasta de 1.5 ($Z_{mov} = 1.5$), por lo que si esto ocurriera en el caso del peso de los costales, con el desplazamiento hacia la especificación superior, entonces la media del proceso podría ser de hasta:

$$\mu' = \mu + 1.5(\sigma) = 50.0 + 1.5(0.2) = 50.3$$

Capacidad de corto plazo

Es la que se calcula a partir de datos tomados durante un periodo corto con objeto de que no exista influencia externa.

Capacidad de largo plazo

Se calcula de datos tomados en un periódo largo con objeto de que los factores externos influyan en el proceso.

Con ello, la gráfica de capacidad podría tomar la forma que se muestra en la figura 18.2*b*, donde ahora el área de la curva dentro de especificaciones es sólo del 93.32%, lo que implica una tasa de defectos de 66 810 PPM, un $P_{pk} = 0.5$ y $Z_s = 1.5$, ya que:

$$P_{pk} = C_{ps} = \frac{50.6 - 50.3}{3(0.2)} = 0.5$$

Por tanto a largo plazo en lugar de tener una calidad de tres sigmas, $Z.ct = 3$, se tiene una calidad de 1.5 sigmas, $Z.lt = 1.5$. Todo esto hace a la calidad Tres Sigma poco satisfactoria. Por esto se requiere tener una meta de calidad más elevada, y esa meta se llama calidad Seis Sigma.

Calidad Seis Sigma

Nivel de calidad y/o desempeño de un proceso en el que su distribución cabe dos veces dentro de especificaciones. $C_p = 2$ y a largo plazo PPM = 3.4.

Calidad Seis Sigma

Tener esta calidad significa diseñar productos y procesos que logren que la variación de las características de calidad sea tan pequeña, que la campana de la distribución quepa dos veces dentro de las especificaciones. En otras palabras, los límites dados por

$$\mu \pm 6\sigma$$

estén dentro o coincidan con las especificaciones, como se ilustra a través de la gráfica de capacidad de la figura 18.2c. En ese caso se tendría una tasa de defectos de 0.002 PPM, lo que en términos prácticos equivale a un proceso con cero defectos. Por ejemplo, en el caso del peso de los costales de cemento, tener calidad Seis Sigma significaría que en lugar de que la desviación estándar tenga un valor de 0.2, se requiere que $\sigma = 0.1$. Es decir, reducir la variación un 50% respecto a la calidad 3σ. En términos del índice Cp, un proceso Seis Sigma equivale a que el proceso tenga un $C_p = C_{pk} = 2.0$ y $Z_s = Z_i = 6.0$.

Con un proceso Seis Sigma, si llegara a ocurrir a largo plazo que la media del proceso se moviera hasta 1.5σ veces a partir del valor nominal, hacia la especificación superior, entonces la media del proceso sería:

$$\mu' = \mu + 1.5(\sigma) = 50.0 + 1.5(0.1) = 50.15$$

y el P_{pk} y $Z.lt$ sería ahora de

$$P_{pk} = C_{ps} = \frac{50.6 - 50.15}{3(0.1)} = 1.5$$

$$Z.lt = \frac{50.6 - 50.15}{0.1} = \frac{0.45}{0.1} = 4.5$$

que de acuerdo a las tablas 5.2 y 18.1, para P_{pk} =1.5 corresponde un tasa de calidad fuera de especificaciones de 3.4 defectos por cada millón de unidades producidas (3.4 PPM), como se ilustra en la figura 18.2*d*. Con lo que en la práctica, calidad Seis Sigma, a pesar de los posibles desplazamientos, es un proceso de prácticamente cero defectos, y por tanto una meta para procesos de clase mundial. Lo anterior lo resumimos en la tabla 18.1, en donde en la parte izquierda se aprecia el nivel de calidad de corto plazo, sin desplazamiento del proceso, y en la parte derecha representa calidad de largo plazo donde se incluye un desplazamiento del proceso de $1.5\sigma = Z_{mov} = 1.5$. En general, si se conocen las partes por millón fuera de especificaciones de largo plazo, PPM, entonces el nivel de calidad en sigmas (de corto plazo) se obtiene con la siguiente ecuación (Schmidt y Launsby 1997):

$$\text{Nivel de calidad en sigmas } (Z.ct) = 0.8406 + \sqrt{29.37 - 2.221 \times \ln (PPM)}$$

donde ln es el logaritmo natural. Suponga que un proceso tiene a largo plazo PPM = 20 000, entonces este proceso tiene una calidad $0.8406 + \sqrt{29.37 - 2.221 \times \ln (20\,000)} = 3.56$ sigmas. De la misma manera si se conoce el $Z.ct$ es posible obtener las PPM que se esperan a largo plazo

$$PPM.lt = \exp\left[\frac{29.37 - (Z.ct - 0.8406)^2}{2.221}\right]$$

Los niveles de calidad medidos en sigmas no sólo son números enteros, sino cualquier otro número. Además, pasar de un nivel de calidad sigma al siguiente superior no es tarea

Tabla 18.1 Calidad de corto y largo plazos, en términos del PPM y el nivel de calidad sigma (índice *Z.ct*).

Calidad de corto plazo				Calidad de largo plazo con un movimiento de 1.5 sigmas		
Índice C_p	Calidad en sigmas (índice *Z.ct*)	Porcentaje de la curva dentro de especificaciones	Partes por millón fuera de especificaciones	Índice *Z.lt*	Porcentaje de la curva dentro de especificaciones	PPM fuera de especificaciones (DPMO)
0.33	1	68.27	317 300	-0.5	30.23	697 700
0.67	2	95.45	45 500	0.5	69.13	308 700
1.00	3	99.73	2 700	1.5	93.32	66 807
1.33	4	99.9937	63	2.5	99.379	6 210
1.67	5	99.999943	0.57	3.5	99.9767	233
2.00	6	99.9999998	0.002	4.5	99.99966	3.4

$$\text{Nivel de calidad en sigmas}: Z.ct = 0.8406 + \sqrt{29.37 - 2.221 \times \ln(PPM)}$$

$$PPM.lt = \exp\left[\frac{29.37 - (Z.ct - 0.8406)^2}{2.221}\right]$$

sencilla que se logre con unos cuantos proyectos. Ya que a partir de la tabla 18.1 se pueden apreciar las siguientes relaciones, en cuanto a reducción de defectos de un nivel de sigma al siguiente.

Pasar de	A	Implica una reducción de defectos	Reducción porcentual
		Factor	
2 sigmas (308 537 PPM)	3 sigmas (66 807 PPM)	5	78%
3 sigmas (66 807 PPM)	4 sigmas (6 210 PPM)	11	91%
4 sigmas (6 210 PPM)	5 sigmas (233 PPM)	26	96%
5 sigmas (233 PPM)	6 sigmas (3.4 PPM)	68	99%

Con esta relación queda claro que llegar a tener una empresa Seis Sigma no es una labor que termine en un año, por el contrario, requiere de una labor decidida de varios años. Por ejemplo en Harry (2000) se hace un análisis en el que pasar de cuatro a seis sigmas lleva cinco años.

En cada avance significativo en la dirección de Seis Sigma se va consolidando su filosofía. Efectivamente, además de la diferencia cuantitativa entre calidad Tres y Seis Sigma, atrás de esta diferencia está una filosofía con la que operan las organizaciones con los correspondientes niveles de calidad. En la tabla 18.2 se resume la diferencia entre empresas Tres y Seis Sigma.

Tabla 18.2 Calidad Seis Sigma como una filosofía que rige la actuación de una organización.

La empresa típica	La empresa Seis Sigma
• Gasta de 15 a 25% de sus ingresos por ventas, en costos de fallas (costos de no calidad)	• Gasta sólo 5% de sus ingresos por ventas, en costos de fallas (costos de no calidad).
• Produce 66 807 defectos por cada millón de oportunidades.	• Produce 3.4 defectos por cada millón de oportunidades.
• Confía en sus métodos de inspección para localizar defectos.	• Confía en procesos eficaces que no generan fallas.
• Cree que la mejor calidad (calidad de clase mundial) es muy cara.	• Reconoce que el productor de alta calidad es el productor de costos bajos.
• No tiene un sistema disciplinado para colectar y analizar datos, y para actuar en consecuencia.	• Utiliza la metodología DMAMC.
• Considera que 99% es lo suficientemente bueno.	• Establece su propia referencia (Benchmark) contra el mejor a nivel mundial.
• Define internamente las variables críticas para la calidad (VCC).	• Considera que 99% no es aceptable.
	• Define sus críticos para la calidad.
	• Define las VCC de manera externa, escucha la voz del cliente.

OTRAS MÉTRICAS SEIS SIGMA

Unidad

Son las partes, productos o ensambles que son producidos por un proceso.

Oportunidad

Cualquier parte de la unidad que puede medirse o probarse que es adecuada.

Defectos por unidad (DPU)

Índice que es igual al número de defectos entre las unidades producidas, sin tomar en cuenta las oportunidades de error.

En este apartado se describen algunas métricas utilizadas en el contexto de programas Seis Sigma, como son rendimiento, DPU, DPO, entre otros; para esto es necesario identificar los siguientes conceptos.

Se entiende como *unidad* a las partes, productos o ensambles que son producidos por un proceso y por tanto es posible inspeccionar o evaluar su calidad.

En la elaboración de un producto o *unidad* por lo general se tiene más de una oportunidad de error. Por ejemplo una tarjeta electrónica que tiene 800 componentes, entonces tendrá 800 oportunidades de error. En general, se puede definir *oportunidad* como cualquier parte de la unidad que puede medirse o probarse que es adecuada. El *defecto* es cualquier no conformidad o desviación de la calidad especificada de un producto.

En este contexto surge el DPU (*defectos por unidad*) que es un métrica que mide el nivel de no calidad de un proceso que no toma en cuenta las oportunidades de error y se obtiene con el siguiente cociente:

$$\text{DPU} = \frac{d}{U}$$

donde d es el número de defectos observados y U es el número de unidades producidas; ambas referidas a un lapso de tiempo. Por ejemplo, de 2 000 tarjetas electrónicas que se produjeron se detectaron 1 000 defectos, por tanto

$$\text{DPU} = \frac{1\,000}{2\,000} = 0.5$$

Esto significa que en promedio cada tarjeta tiene 0.5 defectos. Obviamente este promedio resulta de que algunas tarjetas tienen más de un defecto, otras uno y otras ninguno.

Una desventaja del DPU es que no toma en cuenta el número de oportunidades de error en la unidad. Por ejemplo, en el caso de las tarjetas, no es lo mismo tener un DPU = 0.5 para una tarjeta que tiene sólo 20 componentes, a otra que tiene 1 000. Por ello, para tomar en cuenta la complejidad de la unidad o producto, se utiliza el índice DPO (*defectos por oportunidad*); este mide la no calidad de un proceso y se obtiene como sigue

Defectos por oportunidad (DPO)

Índice que es igual al número de defectos entre el total de oportunidades de error al producir una cantidad dada de productos.

$$\text{DPO} = \frac{d}{U \times O}$$

donde O es el número de oportunidades de error por unidad. Nótese que para calcular el DPO se divide el total de defectos encontrados, d, entre el total de oportunidades de error, ya que éste se obtiene multiplicando el total de unidades consideradas, U, por el número de oportunidades de error por unidad, O. Por tanto, si el DPO se multiplica por 100, entonces el resultado se puede ver como una medida porcentual real del nivel de no calidad con la que se está desempeñando el proceso. Además nótese que

DPMO

Índice que mide los defectos esperados en un millón de oportunidades de error, es igual a 1 000 000 × DPO.

$$\text{DPO} = \frac{\text{DPU}}{O}$$

por lo que considerando que O es mayor o igual que uno, entonces siempre el DPO es menor o a lo más igual que DPU.

Por ejemplo, suponga que en el caso de las tarjetas electrónicas donde d = 1 000 y U = 2 000, el número de componentes que conforman la tarjeta y que se le agregan durante el proceso de producción es de 50, y por lo tanto el número de oportunidades de error por tarjeta es de O = 50. De aquí que

$$\text{DPO} = \frac{1\,000}{2\,000 \times 50} = \frac{1\,000}{100\,000} = 0.01$$

Lo que quiere decir que la probabilidad de error por oportunidad es de 1%. Es decir, se espera que uno de cada cien componentes sea defectuoso (ya que de 100 000 componentes hubo 1 000 defectuosos). Note que si la tarjeta es más compleja y tiene O = 500 componentes, pero el resto de las cantidades son las mismas, entonces DPO = 1 000/(2 000 × 500) = 0.001 (0.1%).

Otra métrica de Seis Sigma es el DPMO (*defectos por millón de oportunidades*); este índice mide los defectos esperados en un millón de oportunidades de error, y se calcula como sigue:

$$\text{DPMO} = 1\,000\,000 \times \text{DPO}$$

Cabe comentar el índice PPM (número de partes defectuosas por cada millón) se utiliza en lugar del DPMO cuando se está evaluando variables del tipo pasa-no pasa, en donde no se cuenta el número de defectos por unidad, simplemente se decide si la unidad tiene una calidad aceptable o no. Por lo tanto el índice PPM está más relacionado con variables continuas que deben cumplir con especificaciones y con variables

que tienen una distribución binomial (ver capítulo 3). Mientras que el índice DPMO está más relacionado con variales que tienen una distribución de Poisson.

Otro índice importante es el *rendimiento combinado* Y_c (*rolled throughput yield*): Supongamos que un proceso tiene k etapas o subprocesos, y el rendimiento a la primera vez sin considerar retrabajos de cada uno de los subprocesos es Y_1, Y_2,..., Y_k, respectivamente; por tanto el rendimiento combinado del proceso es el producto de los rendimientos de sus etapas, es decir:

$$Y_C = Y_1 \times Y_2 \times \ldots \times Y_k$$

donde cada

$$Y_i = \frac{\text{Número de unidades que pasan a la primera vez en la etapa } i}{\text{Número de unidades probadas en la etapa } i}$$

El *índice* Y_c se interpreta como la probabilidad de que una unidad esté libre de defectos a lo largo del proceso, desde la primera hasta el última etapa del proceso. Por ejemplo, un proceso con cinco etapas y los rendimientos para cada una de ellas se muestran en la figura 18.3. En la gráfica se aprecia el rendimiento por etapa, y la forma en la que va disminuyendo el rendimiento acumulado, hasta llegar al final y coincidir con el rendimiento combinado, que como se aprecia $Y_c = 60.8\%$, por tanto la probabilidad de que una unidad pase libre de defectos a lo largo de las cinco etapas es de 60.8%. La tendencia descendente del rendimiento acumulado indica una disminución de la probabilidad de que la unidad llegue hasta al final libre de defectos y por tanto entre más fuerte sea esa tendencia, indicará mayor presencia de no calidad (desperdicios y retrabajos). En la figura 18.3 se ha resaltado la etapa tres, debido a que es la que tiene menor rendimiento y es en la que hay mayor oportunidad de mejora.

Rendimiento combinado Y_c

Es igual al producto de los rendimientos de las etapas de un proceso y se interpreta como la probabilidad de que una unidad esté libre de defectos a lo largo del proceso.

Otra forma de cuantificar el rendimiento del proceso es calcular cuántas partes por millón son desperdiciadas a la primera en cada etapa del proceso, e ir sumando esto a lo largo del proceso, para al final obtener cuántas partes por millón son desperdiciadas a lo largo del proceso. En el ejemplo de la figura 18.3 el PPM final es de 470 000, lo que habla evidentemente de un nivel de calidad muy pobre.

Para calcular el índice Y_c se puede utilizar el índice DPU, viendo a éste como la intensidad media de falla en una distribución de Poisson.[3] De esta manera:

$$Y_c = e^{-\text{DPU}}$$

De esta ecuación también se aprecia que:

$$\text{DPU} = -\ln(Y_c)$$

[3] El rendimiento puede verse como la probabilidad de que la distribución caiga dentro de tolerancias o especificaciones. Aplicando la distribución Poisson (ver capítulo 3), esto es igual a la probabilidad de cero fallas, es decir:

$$Y = P(x = 0) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} = e^{-\lambda} = e^{-\text{DPU}}$$

donde λ es el número promedio de defectos, que es justo lo que estima DPU.

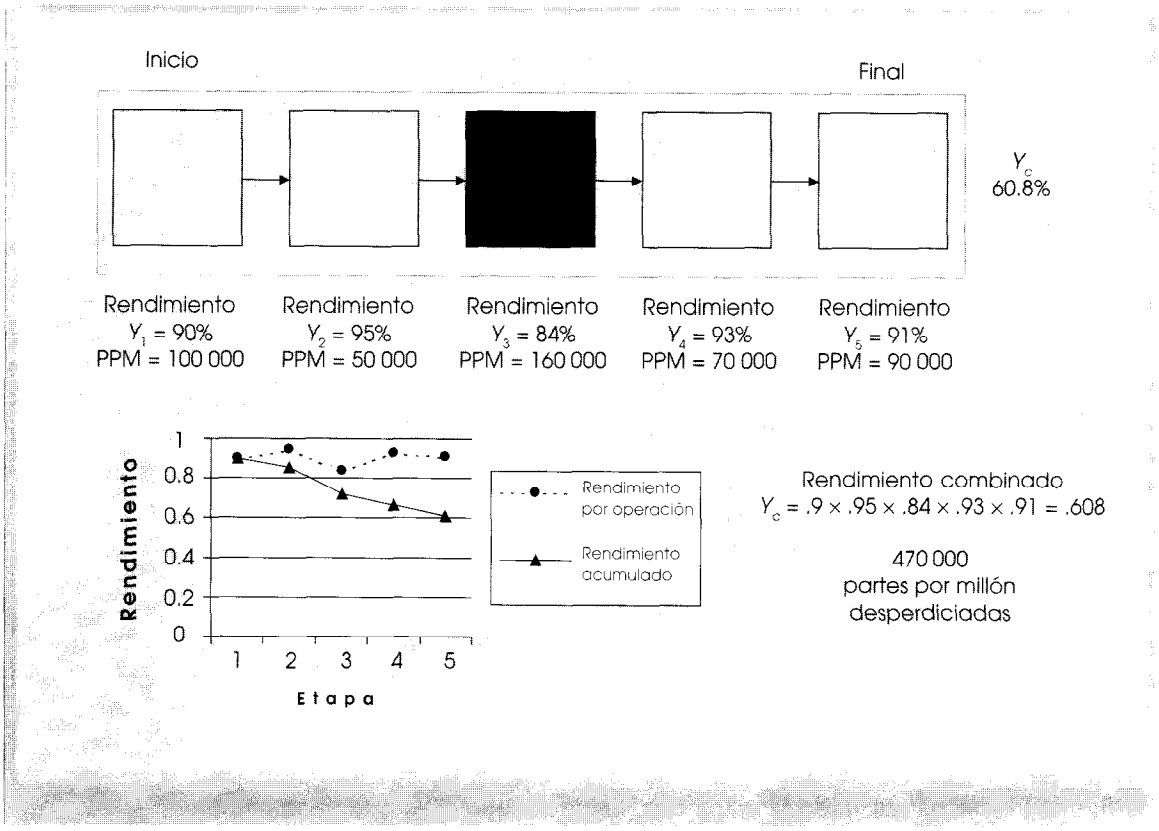


Figura 18.3 *Rendimiento por operación y rendimiento combinado de un proceso.*

Así, si en un proceso DPU = 0.5, entonces una estimación del rendimiento combinado para ese proceso es

$$Y_C = e^{-0.5} = (2.7183)^{-0.5} = 0.6065$$

Es decir, la probabilidad de que a lo largo del proceso la unidad esté libre de defectos es de 60.65%.

Relación del rendimiento combinado, Y_C, con el nivel de calidad sigma, *Z.ct*

En la sección anterior presentamos la evaluación del nivel de calidad de un proceso en términos del número de sigmas, que la daba el estadístico *Z.ct* (véase tabla 18.1), donde la meta es tener la calidad Seis Sigma (3.5 PPM). La medición de la calidad a través del nivel de sigmas está inspirada en mediciones de tipo continuo y bajo el supuesto

de normalidad. Sin embargo, es posible trasladar un rendimiento combinado obtenido a partir de datos de atributos al número de sigmas de un proceso; esto se va a lograr a través de lo que se conoce como *rendimiento promedio normalizado*, Y_{PN}, que se obtiene de la siguiente manera

Rendimiento promedio normalizado

Permite calcular el número de sigmas de un proceso a partir de un rendimiento combinado obtenido con datos o variables de atributos.

$$Y_{PN} = (Y_C)^{1/k}$$

donde Y_C es el rendimiento combinado y k es el número de etapas (oportunidades) o pasos en el proceso. El número de sigmas de largo plazo para un proceso se obtiene encontrando el valor de Z en una tabla de distribución normal estándar que da una probabilidad acumulada igual a Y_{PN}, es decir

$$\text{Número de sigmas de largo plazo para el proceso} = Z_{Y_{PN}}$$

donde $P(Z < Z_{Y_{PN}}) = Y_{PN}$ o $P(Z > Z_{Y_{PN}}) = 1 - Y_{PN}$. Como acabamos de señalar, $Z_{Y_{PN}} = Z.lt$, y dado que $Z.ct = 1.5 + Z.lt$ (ver sección anterior y capítulo 5); entonces el número de sigmas del proceso $Z.ct$, será dado por

$$Z.ct = 1.5 + Z_{Y_{PN}}$$

Por ejemplo, para el proceso de la figura 18.3

$$Y_{PN} = (0.608)^{1/5} = 0.9052$$

luego apoyándose en la tabla A2 del apéndice, buscamos $P(Z > Z_{Y_{PN}}) = 1 - Y_{PN} = 1 - 0.9052 = 0.0948$, y vemos que el $Z_{Y_{PN}}$ correspondiente es igual a 1.31 (sigmas de largo plazo), por tanto a corto plazo

$$Z.ct = 1.5 + Z_{Y_{PN}} = 1.5 + 1.31 = 2.81$$

Por lo que el proceso en cuestión tiene una calidad de 2.81 sigmas, muy lejos de la meta para proceso de clase mundial (calidad Seis Sigma). Lo anterior aplica también si Y_C se calcula con la aproximación Poisson. Con la expresión de la tabla 18.1 se puede calcular en forma aproximada las PPM que a largo plazo está generando este proceso, ya que

$$PPM.lt = \exp\left[\frac{29.37 - (Z.ct - 0.8406)^2}{2.221}\right] = \exp\left[\frac{29.37 - (2.81 - 0.8406)^2}{2.221}\right] = 96\,517$$

En realidad, teniendo Y_{PN}, hay una forma directa y más exacta de calcular las $PPM.lt$ de largo plazo, mediante la siguiente expresión

$$PPM.lt = (1 - Y_{PN}) \times 1\,000\,000$$

Aplicando esto al proceso de la figura 18.3, tendríamos que

$$PPM.lt = (1 - 0.9052) \times 1\,000\,000 = 94\,800$$

La diferencia entre 96 517 y 94 800 se debe a que en el primer caso el cálculo se hace aplicando una aproximación. Pero como vemos, ambas cantidades en términos prácticos son muy similares.

LAS ETAPAS DE UN PROYECTO SEIS SIGMA Y UN EJEMPLO

En esta sección se estudian con detalle las etapas de la metodología DMAMC que se aplica en un proyecto de mejora Seis Sigma. Las veremos con un ejemplo. También se describen aspectos relativos a la formación del equipo y a la selección del proyecto.

Los equipos y la selección de proyectos (etapa previa)

Un aspecto fundamental en el éxito de un programa Seis Sigma es la selección adecuada de proyectos y la formación del equipo que atenderá cada proyecto. Ya que en un proyecto SS se aborda un problema o una situación que se desconoce si se va a poder encontrar su solución, es importante seleccionar proyectos adecuados y asignar la gente apropiada. Por ello se dan algunas recomendaciones en ambos sentidos.

Seleccionar un buen proyecto Seis Sigma. El primer paso para lograr un proyecto exitoso será su selección adecuada, que por lo general es responsabilidad de los *champions* y/o de los Black Belt (véase sección "Responsabilidades y entrenamiento" de este capítulo). A continuación se listan algunas de las características que debe reunir un buen proyecto (Snee, 2001) y que se deben tener en cuenta para seleccionarlo y completar esta etapa previa.

- El proyecto está conectado con las prioridades del negocio; ligado a los planes estratégicos y a los planes operativos anuales de la organización.
- El problema tiene gran importancia para la organización. Representa una mejora importante en el desempeño del proceso y en lo financiero.
- El proyecto tiene un alcance razonable (se puede realizar en un tiempo de tres a seis meses). Es frecuente que el apoyo a los proyectos venga a menos después de seis meses, de aquí que si se plantea un alcance demasiado ambicioso se corre el riesgo de no tener el apoyo para concluirlo.
- Para medir el éxito del proyecto se definen métricas cuantitativas claras. Se evalúa la situación al inicio del proyecto (línea base) y se definen con precisión las metas y el nombre o título del proyecto.
- La importancia del proyecto es clara para la organización. La gente apoyará un proyecto que entiende y que lo percibe como algo importante.
- El proyecto tiene el apoyo y la aprobación de la dirección (o gerencia) de la empresa. Este apoyo es necesario para conseguir recursos, eliminar barreras y sostener el proyecto hasta su conclusión.

En la tabla 18.3 se resumen varios aspectos a considerar en la selección y definición de un proyecto.

Formación del equipo. Una vez que se tiene identificado un buen proyecto, lo que sigue es seleccionar la gente que integrará el equipo que lo desarrollará. Esta tarea por lo general es de los *champions* (*campeones* o *padrinos*) con el apoyo de los Black Belt. Su labor empieza por la selección de un líder del equipo, que puede ser un *Black Belt*, *Green Belt* o un candidato a estas categorías, quien debe tener un buen conocimiento operativo del problema, pero que no se sospeche que es parte del problema. No se puede asignar la responsabilidad del equipo a gente que no tiene la motivación y el liderazgo que le permita encauzar al resto de los miembros del equipo, debe tener un buen dominio de la metodología DMAMC y de los métodos Seis Sigma. Lo ideal es designar como líder de proyecto a gente que le gustan los retos, que es capaz de dar seguimiento y sabe de la importancia de los resultados.

El resto de los miembros del equipo se pueden definir con base en lo que pueden aportar al equipo y la necesidad de contar con diferentes puntos de vista, experiencias y especialidades. El propio líder del equipo es copartícipe de la formación del mismo. Quizá la formación de éste quede definida después de iniciado el proyecto, una vez que se haya definido el problema y se tenga una primera idea del reto que implica su solución y de los recursos que implicará.

Tabla 18.3 Criterios para la selección de proyectos.

Áreas de mejora: • Reducción de desperdicio • Mejora de capacidad de procesos • Reducción de tiempo caído • Reducción del tiempo de ciclo	• La etapa más crítica de los procesos. Cada proceso tiene una • Fuente de desperdicio, como tiempo extra o reclamos de garantía • Productos con retrasos grandes en su producción • Productos que se producen en volúmenes altos. Pequeñas mejores generan resultados financieros grandes • Problemas que deben ser resueltos para cumplir con los planes anuales • Problemas grandes con clientes o ambientales, con gran impacto financiero • Artículos de costo alto en el presupuesto
Efecto en la satisfacción del cliente: • A tiempo el pedido completo • Niveles de defectos	
Efectos fundamentales • Beneficios monetarios importantes (de acuerdo al tamaño de la empresa) por proyecto • Factible de realizarse en 4 a 6 meses • Los beneficios se reflejan en un tiempo menor a un año	
Aspectos a evitar en el proyecto: • Objetivos vagos, imprecisos • Pobres métricas para medir impacto • No ligado a lo financiero • Alcance demasiado amplio • No ligado a los planes estratégicos anuales • Soluciones indefinidas • Demasiados objetivos	

Establecer el marco del proyecto. Un elemento vital que debe desarrollarse para cada proyecto por parte de los líderes de la organización (campeones) es un marco o compromiso en el que se establece por escrito lo que se espera del proyecto, la necesidad de que el equipo se mantenga concentrado en el mismo y la importancia de que el equipo esté acorde con las prioridades de la organización. Entonces es responsabilidad de los campeones elaborar un marco preliminar, con los elementos señalados antes, y que sirva de carta compromiso entre los líderes de la organización y el equipo. Este marco se completará con la definición del proyecto que será generada por el equipo y consultada con el campeón. A continuación se describe con detalle el proceso DMAMC.

Definir el proyecto

En esta etapa se definen las variables críticas, se establecen metas y alcances del proyecto, se precisan sus impactos en el cliente y los beneficios esperados.

Definir el proyecto (D)

En esta fase se debe tener una visión y definición clara del problema que se pretende resolver mediante un proyecto SS. Por ello será fundamental identificar las variables críticas para la calidad, establecer metas, definir el alcance del proyecto, precisar el impacto que sobre el cliente tiene el problema y los beneficios potenciales que se esperan del proyecto. Todo lo anterior se hará con base en el conocimiento que el equipo tiene sobre las prioridades del negocio, de las necesidades del cliente y del proceso que necesita ser mejorado.

Ilustraremos cada etapa de la metodología DMAMC mediante un *problema en una planta industrial que elabora harina de maíz*. Hemos elegido este caso para reducir los tecnicismos propios del proceso y porque esperamos que los lectores estén familiarizados al menos un poco con un proceso relativamente similar, como es la elaboración de tortilla a partir del grano de maíz. Para separar lo dicho en este problema de la explicación general hemos utilizado un tamaño de letra menor.

Para cumplir con los objetivos de la etapa de *Definición del proyecto*, proponemos que además de tomar en cuenta lo dicho antes para la selección de proyectos y formación del equipo, se desarrollen por lo menos las siguientes actividades.

Dar una descripción general del problema. En donde se explique en qué consiste el problema y por qué es importante resolverlo.

> En el caso de harina de maíz: en los últimos cuatro meses se han recibido 12 quejas de clientes sobre el mal olor y sabor de la harina de maíz. Al analizar las muestras enviadas por los clientes se ha detectado que efectivamente la calidad de la harina de esas muestras en cuanto olor y/o sabor no es satisfactoria. Algo que empeora lo anterior es que en los controles actuales para los parámetros relacionados con el olor y el sabor no se ha detectado ninguna anomalía seria.
>
> Por todo lo anterior y dada la política de calidad de satisfacción del cliente, estamos ante un problema de calidad del producto que requiere una revisión profunda, ya que éste afecta directamente al cliente y por tanto la imagen y reputación de la empresa. El cliente de este producto son tortillerías y fabricantes de frituras y botanas, y los consumidores de estos productos son el público en general.

Hacer un diagrama de flujo del proceso completo y una narración general o un mapeo de proceso. Con la idea de tener un panorama completo del problema es importante realizar

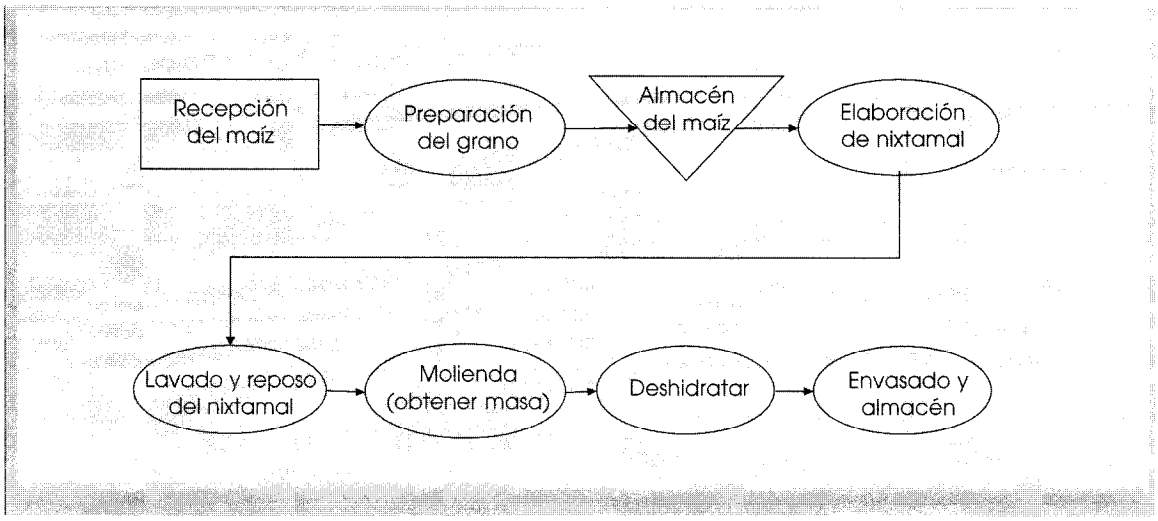


Figura 18.4 *Diagrama de flujo general para la elaboración de harina de maíz.*

un diagrama de flujo en el que se muestren los subprocesos u operaciones principales del proceso completo donde se presenta el problema.

En la figura 18.4 se muestra el diagrama de flujo de las principales operaciones para la harina de maíz.

Además del diagrama de flujo es necesario hacer una *narración general del proceso completo*, para ello apoyándose en el diagrama de flujo inicial, seleccionar los subprocesos y hacer una primera narración general sobre cómo cada uno de éstos (pensando en sus variables de salida) contribuye a las características del producto final. Qué se logra en el subproceso, si éste falla, qué se afecta principalmente.

En la tabla 18.4 se ejemplifica la narración para el proceso de elaboración de harina.

Narración de un proceso

Se refiere a describir con claridad un proceso para tener una visión amplia sobre él. La narración puede ser básica, intermedia o avanzada.

La *narración de un proceso* tiene como objetivo clarificar el entendimiento de un proceso y así estar consciente del nivel de conocimiento que se tiene sobre el mismo. En general una narración tiene tres niveles, que van de la narración básica a la avanzada. Lo primero es hacer una *narración básica*, en donde explica el proceso a caracterizar en forma general respecto al objetivo del proceso. En el segundo nivel de narración se especifican los materiales utilizados y las principales condiciones del proceso (en este caso se coincidiría con un mapeo de proceso, véase capítulo 6). El último nivel de narración es tratar de entender los principales principios físicos en los que está soportado el proceso. Llegar hasta el último nivel es lo deseable, pero en un proyecto Seis Sigma por lo menos se debe cubrir el primer nivel de narración.

Independientemente del nivel de narración alcanzado, hacerla lo más simple posible. Para ello recurrir al conocimiento y a la experiencia de los involucrados en el proyecto. No poder narrar el proceso será un indicativo de falta de conocimiento básico sobre el proceso, en cuyo caso será necesario buscar tal conocimiento en libros,

Tabla 18.4 Narración del proceso completo (elaboración de harina de maíz).

Subproceso	Narración
Recepción del maíz	En esta primera etapa se recibe el maíz de proveedores (productores) del grano, y se asegura que la calidad del maíz sea adecuada, tanto en cuanto a tamaño de grano, color, limpieza y humedad (se hace muestreo de aceptación)
Preparación del maíz	Se limpia el maíz eliminando la arena, granos quebrados y pequeños y otras impurezas. Se evalúa la humedad (en caso de ser necesario se disminuye)
Almacén del maíz	El grano pasa a silos, donde se conserva bajo condiciones controladas (humedad, temperatura, etc.)
Elaboración del nixtamal	Se nixtamaliza el maíz, se controlan perfiles de temperatura en el macerador, cantidad de cal, vapor y el tiempo
Lavado y reposo del nixtamal	Se lava el nixtamal para eliminar el pericarpio (cascarilla) y se deja en reposo para conformarle propiedades que influirán en el tipo de harina
Molienda (obtener masa)	Mediante un molino se muele el nixtamal, es importante lo cerrado del molino y la cantidad de calor que se genera en el molino
Deshidratar	La masa obtenida se deshidrata y de esta forma se obtiene el polvo de harina
Envasado y almacén	Una vez que la harina se enfría, se envasa mediante máquina para después almacenarla; es fundamental la exactitud y precisión del equipo de envasado

manuales, consulta con gente experta (proveedores, asesores, compañeros de trabajo, universidades) y también se puede utilizar experimentación.

Seleccionar las variables críticas para la calidad (VCC) *y asegurarse que a través de ellas se escucha al cliente.* En esta etapa se deben especificar las variables críticas para la calidad y productividad mediante las cuales se evaluará qué tan bien se cumplieron los objetivos del proyecto; por ejemplo tiempo de ciclo, costos, calidad de alguna variable de salida, quejas, productividad, etc. Estas variables deben estar ligadas a la satisfacción del cliente o en general al desempeño del negocio y por tanto se debe garantizar que se está escuchando al cliente (véase capítulo 15). En las figuras 1.1 y 1.8 del capítulo 1 se da una lista amplia de variables de este tipo, que ayudarán a que en cada proyecto Seis Sigma se elijan las que más faciliten medir qué tanto se cumplió el objetivo del proyecto.

En un problema como el que se analiza, donde la problemática se refiere a calidad del producto, una forma de empezar sería listar las variables de salida del producto final y la forma en que afectan al cliente. La clave aquí es preguntarse qué aspectos del producto final son importantes para el cliente y por qué, además de agregar una primera evaluación de cuál es la situación actual. Puede ser ésta muy buena, buena, regular o pésima. Puede apoyarse en datos o en el sentir que hay en el área. En cuanto a la prioridad que tendrá cada variable en el proyecto, ésta debe tener una valoración

Tabla 18.5 Variables del producto final (harina de maíz) y su prioridad en el proyecto.

Variable del producto	¿Por qué es importante para el cliente? Óptimese desde el punto de vista de los clientes	Situación actual	Prioridad en el proyecto
Color	El cliente relaciona la calidad de una harina con su blancura. Si es amarillenta se valora como de baja calidad	Bueno	1
Sabor	Debe tener el sabor de maíz, entre más se desvíe o tenga un sabor amargo se catalogará como inaceptable	Regular (se mide indirectamente)	5
Olor	El olor es decisivo en la valoración de la calidad de la harina	Regular (se mide indirectamente)	5
Humedad	El nivel de humedad influye en el rendimiento de la harina y en su manejabilidad	Bueno	1
Rendimiento	Es una característica clave ya que si se hace una harina que rinda más el cliente tenderá a preferirla	Bueno	1
Peso	Es fundamental que el peso real sea el señalado en el envase y que éste se mantenga a través del tiempo	Bueno	1
Presentación y calidad de envasado	Es importante que el envase sea adecuado (limpio y en buen estado), y que la bolsa se vea llena	Bueno	1

entre 1 y 5, siendo 5 la más alta prioridad, y se debe desprender de la situación actual y de qué tan relacionada esté con el problema bajo análisis.

En la tabla 18.5 se ilustra lo anterior para la harina de maíz. De la tabla anterior y de la forma que inicialmente se detectó el problema, se deberían proponer como variables críticas para la calidad a:

- Olor de la harina,
- Sabor de la harina, y
- Número de quejas de clientes por sabor y olor desagradable de la harina.

Sin embargo, como en la misma tabla 18.5 se indica, el olor y sabor de harina se miden en forma indirecta a través de los diferentes controles y variables de salida a lo largo del proceso. Por ello, en este tipo de problemas será necesario identificar el o los subprocesos y sus variables de salida correspondientes que se cree actualmente afectan más el olor y sabor de la harina; esto llevará a establecer en forma más precisa las variables críticas para la calidad. Esto lo vamos a hacer en la siguiente actividad.

Delimitar el problema. Con lo hecho hasta aquí es momento de delimitar el problema, para decidir qué parte del problema o proceso será abordado en el proyecto, pensando en su magnitud. Recordemos que es importante que el objetivo se pueda cumplir en un lapso de entre cuatro y seis meses. De hecho se recomienda partir de un

Tabla 18.6 Relación entre las prioridades y los subprocesos de harina de maíz.

Variables críticas de la calidad	Prioridad	Recepción del maíz	Preparación del maíz	Almacén del maíz	Elaboración del nixtamal	Lavado y reposo del nixtamal	Molienda (obtener masa)	Deshidratar	Envasado y almacén
		Subprocesos							
Sabor	5	3	3	3	5	5	1	1	0
Olor	5	1	1	3	5	5	1	1	0
Quejas de sabor y olor	5	1	1	1	5	5	3	1	1
Importancia		25	25	35	75	75	25	15	5
Importancia relativa		3	3	5	10	10	3	2	1

horizonte de cuatro meses. Esto también ayudará a definir en una forma más precisa las VCC.

En el problema del sabor y olor de la harina de maíz es importante delimitar el o los subprocesos que serán analizados para buscar la solución. Una forma de hacerlo es utilizar la técnica *despliegue de la función de calidad* (DFC o QFD) que se vio en el capítulo 15. Para ello el equipo se debe preguntar qué tanto cada subproceso contribuye a cada VCC. Con el resultado de este análisis QFD, se tiene un orden de prioridad respecto en qué subprocesos centrar los esfuerzos de mejora. En la tabla 18.6 aparece ese análisis para el caso de harina de maíz, donde a todas las VCC se les ha dado la máxima prioridad, debido a que las tres representan la esencia del problema. De esta tabla se aprecia que los subprocesos que más influyen sobre las VCC son la nixtamalización y el lavado y reposo del nixtamal. Por ello, en adelante el proyecto se orientará hacia estos dos subprocesos o etapas; en particular el equipo decide centrarse en el proceso de nixtamalización.

Ahora lo que sigue es identificar las variables de salida del proceso de nixtamalización. En la tabla 18.7 se muestran estas variables con información inherente a las mismas. También se ha agregado una primera impresión sobre la situación actual. Por tanto, como el proceso de nixtamalización es el que más influye en el olor y sabor, y su variable de salida peor evaluada es el grado de absorción de cal, entonces esta variable deberá tener la más alta prioridad, cosa que ya está indicado en la última columna de la tabla 18.7. De esta manera, dado lo hecho en la actividad anterior y ésta, las variables críticas de la calidad para el proyecto son:

Tabla 18.7 Variables de salida del subproceso de nixtamalización e indicadores de desempeño.

Variable de salida	Función o importancia para el producto (hacer breve narración)	Especificaciones	Situación actual	Prioridad tentativa en el proyecto
Humedad	El grado de humedad en el grano de nixtamal refleja la calidad del nixtamal y con ello la calidad de harina que se obtendrá	Entre un valor mínimo y un valor máximo	Buena	2
Grado de absorción de cal	Si el grano absorbe poca cal se afecta la calidad del nixtamal, y con ello varias de las propiedades deseables de la harina. Si se absorbe de más se afecta de manera específica el sabor y el olor de la harina, además de que tendrá menor humedad de la deseable.	Entre un valor mínimo y un valor máximo	Aceptable (en ocasiones muy aisladas se han detectado problemas leves)	5
Grado de cocimiento	Al cocerse de menos afectará la textura, color y sabor de la harina, si se cuece de más se puede echar a perder el nixtamal además de afectar la harina en textura, color, olor y sabor	Entre un valor mínimo y un valor máximo	Buena	2
Toneladas cocidas y aceptadas	Con este indicador se mide la productividad del proceso de nixtamalización	Una meta mensual	Buena	1

- Grado de absorción de cal en el subproceso de nixtamalización.
- Quejas de clientes por sabor y olor de harina.

Proponer una buena primera definición del problema. Con base en las actividades anteriores estamos en posibilidades de elaborar una frase que defina el problema, el alcance y los objetivos. Esta frase será la carta de presentación del proyecto, por lo que deberá ser elaborada con sumo cuidado.

La definición del problema debe integrarse al marco del proyecto, que es la carta compromiso entre los líderes de la organización y el equipo que desarrolla el proyecto, y que se describió al inicio de la presente sección.

Recomendaciones para redactar la definición (frase) del problema. De preferencia deben usarse datos de las variables críticas para la calidad (ya sea que se refieren al cliente o al desempeño del negocio). Es decir, expresar el problema en términos cuantitativos, ligarlo a los resultados del negocio, de ser posible comparar y evaluar brechas a través de marcas de referencia (*Benchmarks*). Una técnica muy útil para lo anterior es la de los "cuatro cuáles" o también conocida como los "cuatro qué". En la tabla 18.8 se muestra un ejemplo hipotético de la aplicación de esta técnica.

En la tabla 18.9 se muestra la aplicación de los "cuatro cuáles" en la definición del problema de la harina de maíz. A partir de la definición final se desprende la magnitud del

Tabla 18.8 La técnica de los "cuatro cuáles" aplicada a la definición de un problema.

Los cuáles profundizan en la definición	Componentes de la frase-problema
Primera frase ambigua	Los clientes dicen que no les gusta nuestro sistema de facturación
¿Cuál es el problema con nuestro sistema de facturación?	El problema es que las facturas son muy difíciles de entender y por tanto los clientes se tardan mucho en pagar
¿Cuál es el porcentaje de pagos con demora?	Las facturas se pagan a tiempo en sólo 60% de las ocasiones y en el restante 40% hay retrasos debido en parte a que los clientes tienen dudas (preguntas) sobre los cobros
¿Cuál es nuestro porcentaje en pago de facturas comparadas con otras compañías?	El estándar en empresas líderes de ramos similares es un porcentaje de 80% en pago oportuno
¿Cuál es el impacto en la satisfacción del cliente y el costo total para el negocio?	Las pérdidas financieras anuales son de 4 millones de pesos. Además del hartazgo del cliente por tener que estar haciendo aclaraciones, que puede llevar a pérdida de clientes y a una mala imagen que limita el acceso a nuevos clientes
Definición final: los clientes se han quejado de que las facturas son muy engorrosas y difíciles de entender, generándose dudas y un proceso de aclaraciones. Esto contribuye a que sólo el 60% de las facturas se paguen a tiempo, contra un estándar de mercado del 80%. Las pérdidas financieras anuales son de 4 millones de pesos, además de la insatisfacción del cliente.	

problema, la meta: cero quejas por sabor y olor, resultados totalmente satisfactorios de la calidad en la etapa de nixtamalización. Además, está claro el impacto monetario del problema (3 millones de pesos). Por cierto, esta cantidad es una estimación conservadora, ya que se estimó a partir de la suposición de que la mitad de los clientes que se quejaron dejarán de comprar a la empresa.

Medir la situación actual (M)

Medir la situación actual

En esta fase se realiza un estudio R&R y un análisis de capacidad y estabilidad para las variables críticas para la calidad.

En esta segunda etapa se verifica que las variables críticas para la calidad (VCC) puedan medirse en forma consistente, se mide su situación actual (*baseline*) y se establecen metas para las VCC. Ésta es una etapa importante porque se da continuidad a la anterior, se realiza un estudio R&R, y se elabora un estudio de capacidad y estabilidad de las VCC, para saber con mayor precisión la magnitud del problema actual y generar bases para encontrar la solución. Por ello recomendamos completar esta etapa desarrollando las siguientes actividades.

Verificar que pueden medirse en forma consistente las VCC. Lo primero que se debe hacer dentro de la fase de medición del ciclo DMAMC, es verificar que las VCC que se han elegido en la etapa anterior (definir) pueden medirse en forma consistente. Por tanto aquí lo más indicado sería llevar a cabo un estudio de repetibilidad y reproducibilidad al sistema de medición de las VCC (véase capítulo 11). Hacer un estudio R&R es algo

Tabla 18.9 La técnica de los "cuatro cuáles" aplicada a la definición del problema de harina de maíz.

Los cuáles profundizan en la definición	Componentes de la frase-problema
Primera frase ambigua	Clientes mayoristas se han quejado de la calidad de la harina de maíz
¿Cuál es el problema con la harina de maíz?	El cliente reporta olor y sabor no satisfactorio (amargo). El problema ha sido confirmado por análisis de las muestras entregadas por el cliente
¿Cuál es la magnitud del problema?	En los últimos cuatro meses se han recibido 12 quejas. Los resultados de controles internos del grado de absorción de cal en el proceso de nixtamalización, que es el parámetro más directamente relacionado con el olor y el sabor, muestran en promedio dos puntos fuera de los límites de control por semana
¿Cuál es nuestro nivel de calidad comparado con otras compañías?	Somos la compañía líder. Por ello no debemos tener ninguna queja sobre la calidad de la harina
¿Cuál es el impacto en la satisfacción del cliente y el costo total para el negocio?	Las pérdidas que esto puede ocasionar por disminución en la participación en el marcado exclusivamente para la planta se estiman en 3 millones de pesos
Definición del problema: se tienen problemas en el sabor y olor (amargo) de la harina de maíz, se han recibido 12 quejas de clientes mayoristas en cuatro meses y los resultados internos de calidad en el proceso de nixtamalización no han sido 100% satisfactorias, esto comparado con nuestra política de satisfacción 100% del cliente significa pérdidas potenciales por 3 millones de pesos por año.	

perfectamente factible para la mayoría de las VCC que se presentan en la práctica; como son variables de tipo físico-químico, contabilidades, conteos. Donde puede haber más dificultades es en el caso de variables lentas de tipo administrativo (quejas de cliente, por ejemplo). Con independencia del tipo de variable, el equipo de mejora debe revisar con detalle la forma en que se miden sus VCC y asegurar que estas mediciones se hacen en forma consistente, ya que a través de estas variables se medirá el impacto del proyecto de mejora.

- Quejas de clientes sobre calidad de harina. Para esta VCC del problema de la calidad de harina de maíz, se investigó cuál era la forma en que las quejas de los clientes llegaban a la empresa. Se dieron cuenta que el departamento de ventas en forma consistente le preguntaba a los clientes sobre la calidad del producto y servicio, recordándole que cualquier retroalimentación era bienvenida. Además, los clientes mayoristas sabían que la forma ideal de reportar una queja sobre calidad del producto era enviar una pequeña muestra del producto cuestionado. Por lo anterior se decidió que este sistema de recolección de quejas del cliente tenía consistencia aceptable.
- Grado de absorción de cal. Cada dos horas a la salida del proceso de nixtamalización se toma una muestra de nixtamal cocido y se le determina en laboratorio diferentes características de calidad (véase tabla 18.7). En particular para la variable grado de absorción de cal se realizó un estudio R&R, arrojando un %R&R = 16.4%, por lo que el sistema de medición se consideró como bueno (véase figura 11.6 del capítulo 11).

Hacer un estudio de capacidad y estabilidad para las VCC. A las VCC especificadas en la etapa anterior se les debe hacer un estudio detallado para determinar su estado en cuanto a capacidad y estabilidad. Para el estudio de capacidad apoyarse en las técnicas de los capítulos 2, 5 y 6; en cuanto a la estabilidad apoyarse en lo visto en los capítulos 7 a 10. Para ambos aspectos recomendamos seguir las actividades descritas en el capítulo 10.

Si las VCC no se han venido analizando mediante una carta de control, entonces se debe hacer un esfuerzo por establecer una perspectiva clara sobre su magnitud y cómo han variado a través del tiempo. Por ejemplo, si son quejas, errores, costos, etcétera; entonces investigar cómo han variado éstas en las últimas 10 a 20 semanas. Para ello utilizar una carta de control o simplemente hacer una carta de corrida (gráfica del tipo X-Y en el que se grafica tiempo contra VCC).

En el problema de harina de maíz, en la fase anterior establecimos dos VCC: número de quejas de clientes por sabor amargo de la harina y grado de absorción de cal en el subproceso de nixtamalización. Por ello, a continuación haremos un estudio de capacidad y estabilidad para ambas variables.

- Quejas de clientes. Ya se sabía desde el principio que en los últimos cuatro meses se habían recibido 12 quejas. Sin embargo, para tener una mejor perspectiva de la evolución del problema, el equipo Seis Sigma se dio a la tarea de investigar cómo ha variado este tipo de quejas por mes. Se pudo tener acceso a los datos del año anterior, con lo que completaron un total de dieciséis meses. Estos datos se muestran en la carta de corridas de la figura 18.5, de donde se aprecia que el número promedio de quejas por mes ha sido de 1.56, pero al parecer en los últimos meses se ha dado un incremento o cambio de nivel (el promedio de los últimos cuatro meses es de 3). La carta de la figura 18.5 es un buen instrumento para establecer la línea base de esta VCC.

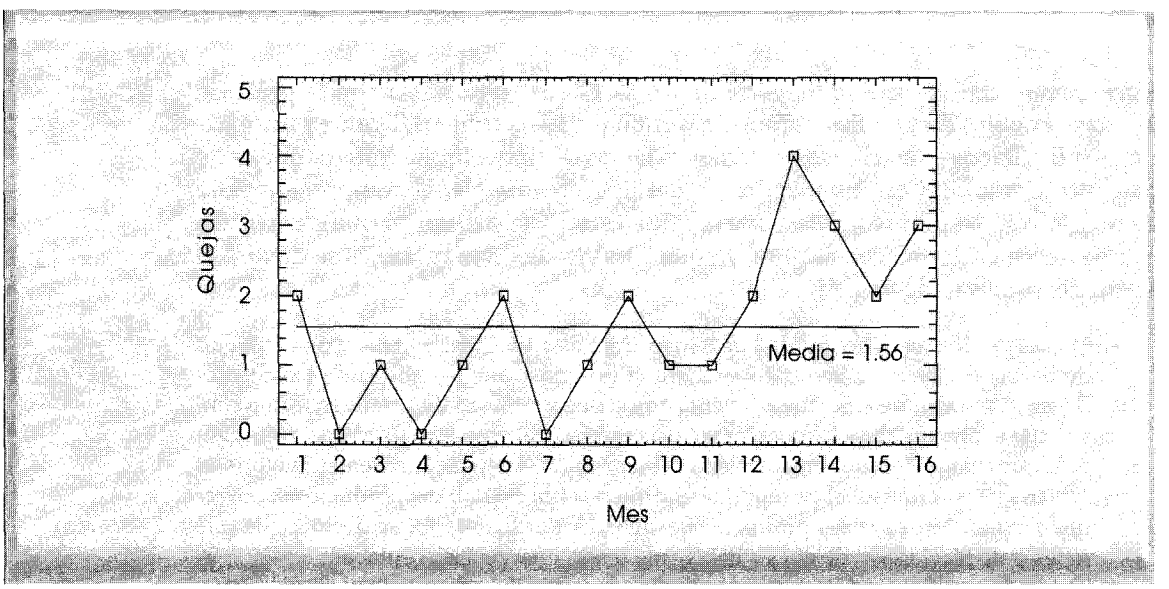


Figura 18.5 *Quejas sobre calidad de harina (olor y sabor) en los últimos 16 meses.*

Grado de absorción de cal. Usualmente esta variable se monitorea mediante una carta de control de individuales, en donde cada dos horas se toma una muestra de nixtamal y se determina su grado de absorción de cal. Los datos se reportan en forma codificada y para que se cumpla con especificaciones, éstas deben estar entre $EI = -5.0$ y $ES = 5.0$.

Siguiendo las recomendaciones del capítulo 10, se decide analizar los datos del último mes, que hacen un total de 300 (codificados) que se muestran en la tabla 18.10. De las cartas obtenidas en el laboratorio donde se determina el grado de absorción se aprecia que algunas cartas tienen un punto fuera del límite de control, otras ninguno y sólo una tiene dos puntos, lo cual en general se ha venido considerando como estable, máxime que esos puntos caen dentro de especificaciones (ojo: confusión entre capacidad y estabilidad). Sin embargo, analizando con una perspectiva más amplia los 300 datos en una sola carta de control, se obtiene la figura 18.6, en la que se aprecia que prácticamente el único patrón de inestabilidad es cambio de nivel, reflejándose por los 9 puntos fuera del límite de control superior, y por algunos otros que aunque no están fuera, sí están muy cerca del límite de control superior y en ocasiones acompañan a otro punto que sí se salió, lo que nos indica que el índice de estabilidad (veáse capítulo 7), *St*, es de por lo menos

$$St = \frac{9}{300} \times 100 = 3.0\%$$

que nos indica que la estabilidad de este proceso no es del todo satisfactoria. Por ello y dadas las sospechas que hay sobre esta variable, a este proceso lo catalogamos como inestable.

Para estimar la capacidad de corto plazo (véase capítulo 5) se estima la desviación estándar del proceso mediante el promedio del rango móvil de orden dos (véase capítulo 7). De los datos de la tabla 18.10 se obtiene:

$$\sigma = \frac{\bar{R}}{d_2} = \frac{1.16}{1.128} = 1.03$$

Además la media estaría dada por $\mu = 0.13$. Si tomamos en cuenta que las especificaciones para esta variable (en forma codificada) son $EI = -5.0$ y $ES = 5.0$; luego del capítulo 5, los índices de corto plazo estarán dados por

$$C_p = 1.62,\ C_{pi} = 1.66,\ C_{ps} = 1.57,\ C_{pk} = 1.57,\ C_r = 0.62,\ C_{pm} = 1.4,\ K = 0.027$$

Por tanto, el nivel de calidad en sigmas de corto plazo es de: $Z.ct = 3\,C_{pk} = 4.71$, que de acuerdo con la fórmula de la tabla 18.1, significaría hasta un PPM de largo plazo de 654. Lo que, aunque lejos de la meta de Seis Sigma, podría en términos prácticos considerarse satisfactorio: tendríamos en cuanto a capacidad un proceso centrado y capaz (véase capítulo 5).

Si calculamos la capacidad de largo plazo a través de los índices P_p y P_{pk} (ver capítulo 5), entonces en lugar de calcular la desviación estándar a través del rango móvil, se debe calcular directamente de los datos de absorción de cal de la tabla 18.10. Haciendo esto se obtiene una estimación de la desviación estándar de 1.184. Utilizando ésta para calcular los índices de capacidad se obtiene:

$$P_p = 1.41,\ P_{pk} = 1.37,\ P_{pu} = 1.44,\ P_{pi} = 1.37,\ Z.lt = 4.11$$

Además, si se obtiene una estimación por intervalo de confianza para el P_p y P_{pk} (véase capítulo 5), se obtiene que con una confianza del 95%, el verdadero valor del índice P_p está entre 1.29 y 1.52; y el verdadero valor de P_{pk} está entre 1.25 y 1.49. Si vemos el nivel de calidad en sigmas de largo plazo sería de 4.11, lo que no está muy lejos de la meta de 4.5 (véase tabla 18.1). Vale la pena recordar, que en caso de que no se tengan datos de largo plazo, entonces para calcular el nivel de sigmas de largo plazo se aplica la fórmula vista en el capítulo 18, que relaciona la capacidad de corto y largo plazos: $Z.ct = 1.5 + Z.lt$.

Tabla 18.10 Absorción de cal (codificada) para nixtamal (datos del último mes).

Abs. cal	Rango móvil	Abs. cal	Rango móvil	Abs. cal	Rango móvil	Abs. cal	Rango móvil	Abs. Cal	Rango móvil	Abs. cal	Rango móvil
-0.21		-1.10	3.09	1.08	1.74	3.40	0.5	0.49	1.08	0.57	3.12
0.80	1.01	-0.76	0.34	-1.39	2.47	-0.63	4.03	-0.23	0.72	1.43	0.86
0.24	0.56	-1.41	0.65	-2.56	1.17	0.20	0.83	-0.66	0.43	-0.56	1.99
1.45	1.21	-1.44	0.03	0.80	3.36	-0.22	0.42	0.03	0.69	0.62	1.18
0.68	0.77	-0.28	1.16	-0.17	0.97	0.47	0.69	0.57	0.54	-0.28	0.9
-0.18	0.86	4.00	4.28	-0.15	0.02	2.36	1.89	-0.06	0.63	0.69	0.97
0.82	1.0	3.10	0.9	-0.41	0.26	0.35	2.01	0.30	0.36	0.53	0.16
0.14	0.68	-0.65	3.75	-1.17	0.76	-0.05	0.4	-0.70	1.0	1.90	1.37
-0.16	0.3	-0.20	0.45	0.55	1.72	1.85	1.9	-1.93	1.23	0.00	1.9
2.52	2.68	-0.07	0.13	0.47	0.08	1.01	0.84	0.50	2.43	0.32	0.32
-0.59	3.11	0.99	1.06	-0.41	0.88	0.84	0.17	0.49	0.01	1.50	1.18
0.62	1.21	-1.67	2.66	0.47	0.88	2.04	1.2	-1.09	1.58	3.30	1.8
-0.58	1.2	-0.63	1.04	-0.06	0.53	-1.14	3.18	-0.57	0.52	-2.00	5.3
1.20	1.78	-0.22	0.41	0.03	0.09	-0.70	0.44	-0.17	0.4	-1.07	0.93
0.05	1.15	-0.11	0.11	-0.66	0.69	0.31	1.01	-0.16	0.01	-0.59	0.48
1.92	1.87	-0.67	0.56	1.67	2.33	-1.89	2.2	0.48	0.64	-0.87	0.28
-0.32	2.24	0.23	0.9	0.25	1.42	-1.31	0.58	0.88	1.36	-0.88	0.01
2.80	3.12	-1.30	1.53	0.01	0.24	0.40	1.71	-1.07	0.19	2.10	2.98
4.00	1.2	0.18	1.48	-0.56	0.57	-0.34	0.74	0.05	1.12	0.23	1.87
2.50	1.5	2.03	1.85	-0.16	0.4	1.88	2.22	-0.25	0.3	-0.07	0.3
1.00	1.5	-0.59	2.62	-1.47	1.31	-0.54	2.42	2.70	2.95	-1.63	1.56
-1.29	2.29	0.79	1.38	-0.15	1.32	-0.25	0.29	3.20	0.5	3.54	5.17
-1.48	0.19	0.80	0.01	1.19	1.34	-0.58	0.33	2.11	1.09	-0.13	3.67
-0.13	1.35	0.77	0.03	-0.56	1.75	-1.32	0.74	-0.18	2.29	-0.41	0.28
0.18	0.31	-0.44	1.21	0.00	0.56	0.25	1.57	-0.25	0.07	0.70	1.11
1.41	1.23	0.18	0.62	-0.37	0.37	-0.78	1.03	-0.25	0.0	-0.94	1.64
0.45	0.96	-1.14	1.32	1.27	1.64	-0.92	0.14	0.22	0.47	0.03	0.97
-1.51	1.96	-0.09	1.05	0.15	1.12	0.31	1.23	-0.25	0.47	0.43	0.4
0.45	1.96	0.35	0.44	1.56	1.41	1.16	0.85	-0.88	0.63	0.16	0.27
-0.62	1.07	0.25	0.1	-1.14	2.7	-0.03	1.19	-0.11	0.77	0.04	0.12
0.21	0.83	0.80	0.55	0.05	1.19	0.20	0.23	1.08	1.19	-0.76	0.8
0.09	0.12	0.13	0.67	0.15	0.1	-0.99	1.19	0.35	0.73	0.35	1.11
0.56	0.47	-0.95	1.08	-0.37	0.52	0.47	1.46	-1.07	1.42	-0.42	0.77
-1.74	2.3	0.59	1.54	-1.26	0.89	0.92	0.45	-0.25	0.82	-0.95	0.53
0.63	2.37	-1.68	2.27	1.50	2.76	1.19	0.27	-1.79	1.54	0.73	1.68
-0.30	0.93	0.00	1.68	4.90	3.4	-1.20	2.39	-0.88	0.91	0.78	0.05
0.57	0.87	0.09	0.09	0.70	4.2	1.31	2.51	-1.12	0.24	1.14	0.36
-0.77	1.34	-0.97	1.06	-2.07	2.77	-1.10	2.41	-0.65	0.47	-0.39	1.53
0.65	1.42	0.61	1.58	-0.48	1.59	0.20	1.3	1.12	1.77	-0.20	0.19
1.68	1.03	-0.88	1.49	-0.45	0.03	0.38	0.18	-0.91	2.03	0.31	0.51
0.47	1.21	-0.27	0.61	1.88	2.33	1.81	1.43	-0.27	0.64	-2.21	2.52
0.44	0.03	0.85	1.12	-0.90	2.78	0.67	1.14	-0.15	0.12	-1.03	1.18
0.39	0.05	0.11	0.74	-0.24	0.66	1.03	0.36	0.42	0.57	-0.68	0.35
-0.51	0.9	2.78	2.67	0.11	0.35	-0.91	1.94	0.70	0.28	-2.14	1.46
-0.88	0.37	3.70	0.92	-1.03	1.14	1.16	2.07	0.10	0.6	-1.00	1.14
-0.96	0.08	4.20	0.5	-1.20	0.17	-1.41	2.57	-0.29	0.39	0.00	1.0
1.01	1.97	0.80	3.4	-0.75	0.45	-0.80	0.61	-0.13	0.16	0.35	0.35
-0.59	1.6	-0.44	1.24	0.94	1.69	0.09	0.89	-0.41	0.28	0.37	0.02
0.04	0.63	-0.44	0.0	-0.05	0.99	0.72	0.63	0.33	0.74	0.29	0.08
1.99	1.95	-0.66	0.22	2.90	2.95	1.57	0.85	-2.55	2.88	-0.73	1.02
									Media	0.13	1.16

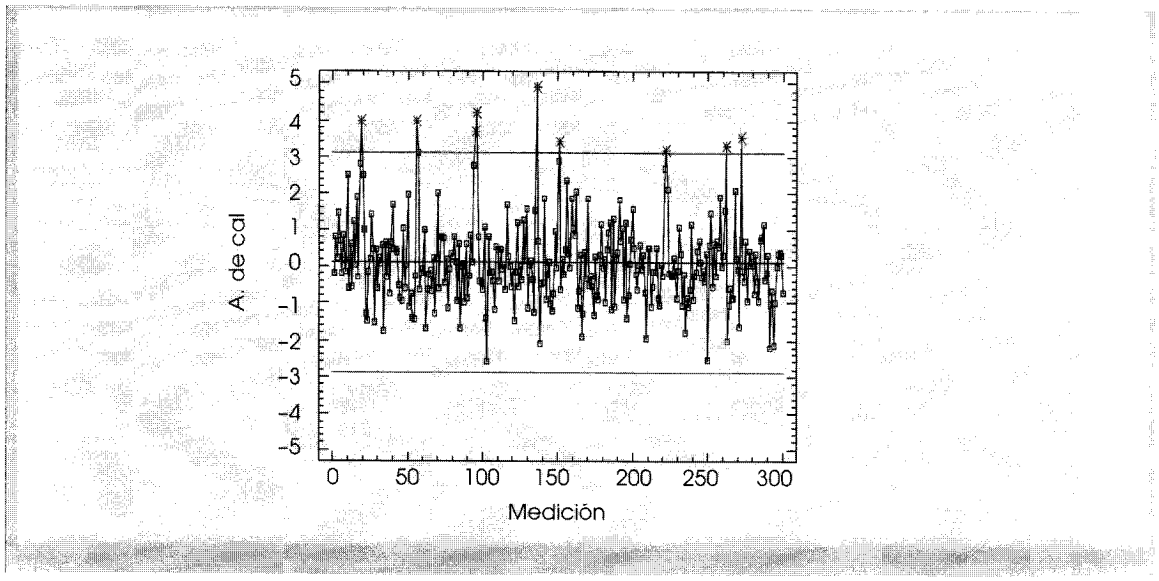


Figura 18.6 *Carta de individuales para el grado de absorción de cal en el proceso de nixtamalización.*

En suma, el proceso de nixtamalización en cuanto al grado de absorción de la cal no tiene problemas fuertes de capacidad, pero sí de estabilidad; por lo que el proceso se puede considerar como inestable y capaz, que corresponde a la categoría B de la tabla 10.1 y la figura 10.1 del capítulo 10.

Establecer metas para las VCC. Tomando en cuenta la situación para las VCC, se deben establecer metas para éstas. Estas metas deben balancear el que sean ambiciosas pero alcanzables. Por ello el equipo debe preguntarse cuál sería un buen logro del proyecto que se refleje en un horizonte de un año o menos.

En el caso particular del problema de harina de maíz, se planteó como meta del proyecto reducir las quejas por olor y sabor, de 12 que se tuvieron en los últimos 4 meses a lograr un máximo de dos quejas en cuatro meses. Respecto a la absorción, se planteó como meta mejorar la estabilidad del proceso, reduciendo el índice de estabilidad *St* de 3.0% que se ha tenido el último mes, reducirlo a menos del 1%. Con ello también se mejoraría la capacidad de largo plazo, aproximándola a la calidad de corto plazo.

Analizar las causas raíz (A)

Analizar las causas de raíz

En esta fase se identifica y se confirman las causas, y se entiende la manera como generan el problema.

La meta de esta fase es identificar la(s) *causa(s) raíz* del problema (identificar las X vitales), entender cómo es que éstas generan el problema y confirmar las causas con datos. Por tanto en esta fase se deben desarrollar teorías que expliquen cómo es que las causas raíz generan el problema, confirmar estas teorías con datos, para después

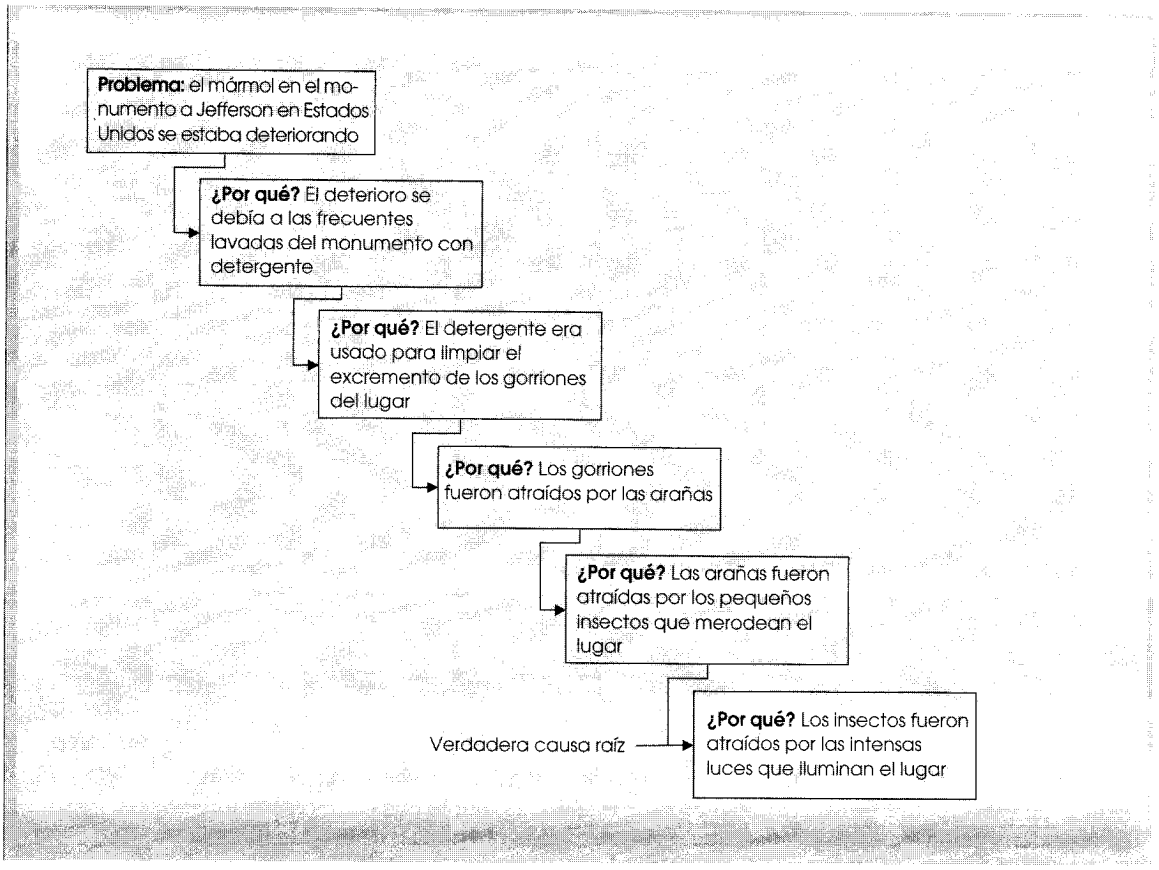


Figura 18.7 *La herramienta de los cinco porqués en la búsqueda de las causas raíz de un problema.*

de ello tener las pocas causas vitales que están generando el problema. Las herramientas que son de utilidad en esta fase son muy variadas, entre algunas de ellas: lluvia de ideas, diagrama de Ishikawa, Pareto de segundo nivel, estratificación, cartas de control, mapeo de procesos, los cinco porqués, diseño de experimentos, prueba de hipótesis, diagrama de dispersión, etcétera.

El riesgo de esta fase es que el equipo se conforme con identificar los síntomas del problema. El equipo debe asegurarse que realmente encontró las causas de fondo y que además ha identificado el porqué de esas causas. Una forma de ilustrar el proceso que se espera en esta fase lo da la técnica de los cinco por qués, que se ilustra en la figura 18.7.

Las actividades que proponemos para completar esta fase se describen a continuación.

Hacer una lista de las causas del problema y de las variables de entrada del subproceso (las X's). Dado que hasta aquí se tiene identificado claramente el problema, entonces es momento que el equipo se cuestione sobre cuáles son las causas de los problemas,

Tabla 18.11 Variables de entrada del subproceso de nixtamalización.

Variable	Función o importancia para el proceso (breve narración)	Rapidez de cambio	Forma de control	Rango o valor que puede
Cantidad de agua	Fundamental para que haya nixtamalización	Media	Automática	Según fórmula y tipo de harina
Cantidad de cal	Influye en propiedades del nixtamal	Media	Automática	Según fórmula y tipo de harina
Vapor	Para que haya cocimiento	Media	Automática	Según fórmula y tipo de harina
Cantidad y calidad de maíz	Es la materia prima. La calidad del maíz está controlada por procesos previos y la cantidad debe ser la adecuada de acuerdo al resto de las variables	Rápida	Automática	Según fómula y tipo de harina
Perfil de temperatura en macerador	Se inicia con temperatura baja al inicio del macerador, y se va incrementando paulatinamente en el resto del macerador. Influye en el grado de cocimiento y otras propiedades del nixtamal	Muy lento	Automática	Según fórmula y tipo de harina
Velocidad-tiempo en el macerador	Esto junto con las demás variables hacen que el cocimiento sea óptimo y la calidad del nixtamal resultante sea la adecuada	Rápido	Automática	Según fórmula y tipo de harina

tratando de incluir en su proceso reflexivo la profundidad mostrada en la figura 18.7. Por ello, dado que en la etapa anterior ya se estableció el estado del proceso en cuanto a capacidad y estabilidad, se recomienda que para encontrar la causas se sigan las indicaciones dadas en el capítulo 10, de acuerdo al estado del proceso. Apoyándose en esas recomendaciones generar esas causas mediante una lluvia de ideas, y organizarlas mediante un diagrama de Ishikawa (véase capítulo 6). Si el proyecto ya se ha delimitado sobre un proceso de transformación física entonces en esta actividad se deben listar las variables de entrada (independientes) del subproceso que normalmente se controlan, como temperatura, velocidad, etc. También agregar otros aspectos que se cree que actualmente pudieran estar afectando las VCC; por ejemplo características de los insumos, condiciones ambientales y aspectos relacionados con mano de obra o con métodos de trabajo.

Por ejemplo en el caso del problema de harina de maíz, dado que en las fases previas se ha identificado que el subproceso de nixtamalización es donde se centrará el proyecto. Entonces para completar esta actividad se generó la tabla 18.11.

Relacionar las variables de entrada con las variables de salida y las VCC. La idea de esta actividad es tener una visualización clara de las diferentes variables involucradas en este problema. Por ello es deseable hacer un análisis FDC para relacionar variables de entrada con las variables de salida del proceso y las VCC.

En el caso de la harina de maíz este análisis se muestra en la tabla 18.12. La prioridad de las variables de salida y de las VCC se obtuvo de la tabla 18.7. La intensidad de la relación entre

Tabla 18.12 Relación entre las variables de salida y VCC con las variables de entrada del proceso de nixtamalización.

	Variables de entrada						
Variables de salida y VCC	Prioridad	Cantidad de agua	Cantidad de cal	Vapor	Cantidad de maíz	Perfil de temperatura	Velocidad-tiempo
Humedad	2	3	5	5	3	3	3
Absorción de cal	5	3	5	3	3	3	3
Cocimiento	2	3	3	3	3	5	3
Toneladas cocidas	1	3	3	3	5	3	5
Quejas de clientes	5	1	5	1	1	1	1
Importancia		35	69	39	37	39	37
Importancia relativa		5	10	6	5	6	5

las variables de entrada (las X) y las variables de salida (las Y), las dedujo el equipo con base en su conocimiento inicial. Aunque en general las relaciones del análisis DFC de la tabla 18.12 se pueden deducir a partir de conocimiento previo del grupo, graficando en un diagrama de dispersión cada variable de entrada contra cada variable de salida o incluso ajustando obtener un modelo de regresión que exprese la forma en que cada variable de salida es explicada por las variables de entrada. Otra alternativa es correr un diseño de experimentos (probablemente factorial) para investigar tal relación de manera simultánea.

Seleccionar las principales causas (las X's vitales) y confirmarlas. En esta actividad se deben seleccionar las que se crean son las causas principales, explicar cuál es la razón (teoría) y confirmar con datos que efectivamente esto ha pasado. Se debe tener presente el estado de las VCC en cuanto a capacidad y estabilidad; y las recomendaciones correspondientes dadas en el capítulo 10.

En el caso de la harina de maíz, como el estado de la VCC (grado de absorción de cal) fue inestable y capaz, entonces se aplicaron las recomendaciones del capítulo 10. A partir de ahí se hizo lo siguiente:

a) Se clarificó a los involucrados con la carta de control de la figura 18.6, la diferencia entre los conceptos de capacidad y estabilidad (véase capítulo 7).
b) Para identificar las causas de inestabilidad, se apoyaron en la tabla 18.12, donde es claro que la dosificación de cal es la que más influye (se sabe que hay una correlación positiva). Por ello el equipo SS se dio a la tarea de analizar los resultados del monitoreo

automático que se hace sobre la dosificación, buscando cambios de nivel similares a los detectados en la figura 18.6 para el grado de absorción de cal. Del análisis de los datos de dosificación mediante cartas de control (de individuales y de medias) se detectó que también tenía brincos o cambios de nivel, es decir, era claro que de repente se empezaba a dosificar más cal de la establecida de acuerdo al procedimiento y que estos brincos eran aproximadamente casi dos veces más frecuentes que los de absorción. Es natural que la carta de control para la absorción de cal no haya registrado todos esos cambios en la dosificación, debido a que la frecuencia con la que se muestrea es de dos horas.

Con la evidencia anterior se estableció que esos cambios en la dosificación eran los que estaban causando los problemas de inestabilidad, y que muy probablemente también problemas de capacidad, pero que éstos aún no se habían detectado debido a que la absorción de cal se monitorea poco: una medición cada dos horas. Una mayor dosificación de cal producía un nixtamal con demasiada cal, y con esto ocasionalmente se le enviaba al cliente harina con un mal sabor y/o olor. De hecho en la figura 18.6 se aprecia cómo uno de los puntos es igual a 5.0, que es la especificación superior

c) ¿Por qué los cambios en la dosificación de cal? Revisando las evidencias y experiencia que se tenían sobre el dosificador de cal, se estableció que una o dos veces por semana era necesario hacerle "ajustes" a partir de que en el sistem de monitoreo se detectaban problemas en el nivel de dosificación. El equipo SS se percató que para hacer estos ajustes se estaba siguiendo una estrategia reactiva, por lo que se debían buscar las causas de tales "desajustes" para evitarlos.

d) ¿Por qué los desajustes? El control se hace de manera automática para que el equipo dispense la cantidad de cal que se le indica digitalmente a la máquina. Se confirmó que el equipo depende de sensores, que después de cierto tiempo de uso y condiciones de resequedad, permiten mayor salida de cal.

e) ¿Por qué el tiempo de uso afecta? Se debe al desgaste que va sufriendo el equipo a través del tiempo de uso. La resequedad de la cal se debe en parte al ambiente de operación, aunque estando en buen estado los censores no debería afectar. Se consultó con el proveedor del equipo que dispensa la cal, y se entendió mejor el porqué el tiempo de uso contribuía a los desajustes y se valoraron alternativas.

f) Se hicieron algunas pruebas para reproducir el problema de desajuste y se confirmó que efectivamente generaba un incremento en la absorción de cal del nixtamal, lo cual a su vez era detectado por la carta de individuales una de cada tres veces.

Mejorar las VCC (M)

Mejorar las VCC

En esta etapa se proponen, implementan y evalúan soluciones que atiendan las causas raíz del problema.

Con lo hecho en la etapa previa se está listo para que en ésta se propongan, implementen y evalúen las soluciones que atiendan las causas raíz detectadas antes. Así, el objetivo última de esta etapa es demostrar, con datos, que las soluciones propuestas resuelven el problema y llevan a las mejoras buscadas. Con este propósito se propone completar las siguientes actividades.

Generar diferentes soluciones para cada una de las causas raíz. Una vez identificadas y confirmadas las causas raíz en la fase anterior es necesario no dejarse llevar por la emoción de estar llegando al final y quedarse con la primera solución que se proponga. Es recomendable generar diferentes alternativas de solución que atiendan las diversas causas, apoyándose en algunas de las siguientes herramientas: lluvia de ideas, técnicas de creatividad, hojas de verificación, diseño de experimentos, AMEF, poka-yoke, etc. La clave es pensar en soluciones que ataquen la fuente del problema (causas) y no el efecto (véase capítulo 16).

Tabla 18.13 Ejemplo de matriz de criterios para seleccionar la mejor solución.

	Criterios de selección y peso-importancia de cada criterio						
Solución	Más facilidad **0.2**	Más rapidez **1.25**	Mejor tecnología **0.4**	Alto impacto **1.75**	Opinión de cliente **0.8**	Menos costo **0.8**	Suma de peso × rango
A	4	3	1	2	1	3	11.65
B	1	4	2	1	2	4	12.55
C	2	3	3	4	4	2	17.15
D	3	2	4	3	3	1	13.15

Con base en una matriz de prioridades elegir la mejor solución. Una vez que se generaron diferentes alternativas de solución es importante evaluarlas con base en una matriz que refleje los diferentes criterios o prioridades sobre los que se debe tomar la solución. Por ejemplo, en la tabla 18.13 se muestra una matriz de prioridades para cuatro soluciones. A cada criterio el equipo le asigna el peso que desea que tenga en la decisión, por ejemplo más facilidad tiene sólo una importancia de 0.2. Estos pesos que se muestran en la tabla 18.13 se han puesto sólo para ilustrar la metodología. En la práctica cada equipo debe establecer los propios tomando en cuenta las políticas de la empresa. Después por consenso o votación los integrantes del equipo jerarquizan las soluciones de acuerdo a cada criterio, asignando el número más alto a la solución mejor evaluada de

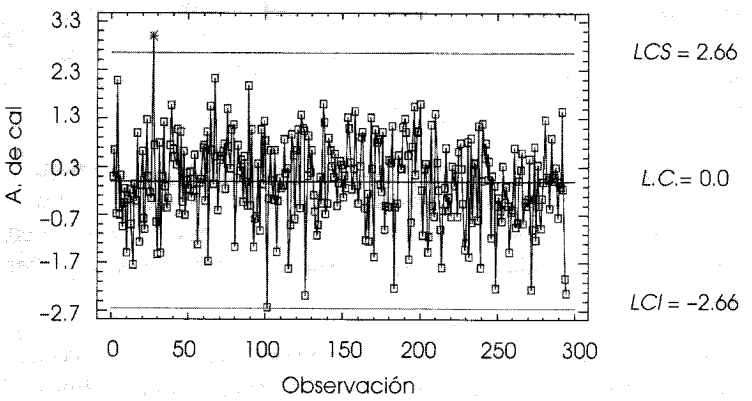


Figura 18.8 *VCC (absorción de cal) después de los cambios en el dispensador de cal.*

acuerdo a ese criterio. Por ejemplo, en la tabla 18.13, respecto a costo, la solución más viable sería la B, y la más costosa sería la D. Después, para cada solución se multiplican las jerarquías o rangos en que se le ubicó por el peso de cada criterio y el resultado se suma, de forma que la solución que tenga una suma más alta será la mejor solución de acuerdo a los diferentes criterios. En la tabla 18.13 la mejor solución resultó ser la C.

En el problema de la harina de maíz se generaron tres soluciones diferentes para los desajustes del dispensador de cal, decidiéndose con el apoyo de una matriz de prioridades por realizar una reparación mayor de los sensores del dispensador de cal.

Implementar la solución. Para implementar la solución es importante elaborar un plan en el que se especifiquen las diferentes tareas, su descripción (en qué consiste, cómo se va a hacer, dónde se va a implementar), las fechas para cada una, los recursos monetarios que se requerirán, las personas responsables y participantes en cada tarea.

Evaluar el impacto de la mejora sobre la VCC. Para la evaluación de la solución se debe comparar el estado del proceso antes y después de las acciones tomadas, es decir, volver a realizar un estudio de capacidad y estabilidad para las VCC. Si los resultados no son satisfactorios, entonces se debe revisar por qué no dio resultado y con base en eso revisar lo hecho en ésta y la anterior etapa del ciclo DMAMC.

En el problema de la harina de maíz, después de implementada la solución se registraron datos de la absorción de cal durante un mes, y con ellos se obtuvo la carta de control de individuales de la figura 18.8. Comparando los datos de la figura 18.8 con los de la figura 18.6, se aprecia lo que se indica en la tabla 18.14.

Respecto a la otra VCC, el efecto se espera ver reflejado en los próximos seis meses, y por tanto aun no se tiene la evidencia suficiente para demostrar la disminución de las quejas. Sin embargo, dado el nivel de mejora en estabilidad y capacidad, se espera una reducción de por

Tabla 18.14 Evaluación del impacto de mejora en el problema de harina de maíz.

Criterio	Antes	Después	Comentario
St	3.0%	0.3%	Mejoró la estabilidad significativamente, se excedió la meta
σ de corto plazo	1.03	0.886	Sigma de corto plazo se calculó con el rango móvil, y la de largo plazo se calculó directamente de los datos
σ de largo plazo	1.184	0.905	
Z.ct	4.71	5.64	Se tiene calidad Seis Sigma, ver tabla 18.1. La pequeña diferencia entre la dispersión de corto y largo plazos, habla de la mejora en el control del proceso
Z.lt	4.11	5.52	
C_p	1.62	1.88	El proceso está centrado, se mejoró la capacidad y la VCC cumple adecuadamente con especificaciones
C_{pk}	1.57	1.88	
P_p	1.41	1.84	Proceso de clase mundial
P_{pk}	1.37	1.84	
Costo por quejas	3.0 millones	0.6 como máximo	Con la mejora se estima una reducción de al menos 80% en quejas. Esto significaría un ahorro de 2.4 millones de pesos

lo menos 80% en las quejas debido al sabor y olor de la harina. Por lo que trasladando esto a lo monetario, significaría un ahorro logrado por el proyecto de 2.4 millones.

Controlar para mantener la mejora (C)

Controlar la mejora

En esta etapa el equipo SS diseña un sistema que mantenga las mejoras logradas (controlar las X's vitales) y se cierra el proyecto.

Una vez que las mejoras deseadas han sido alcanzadas, en esta etapa se diseña un sistema que mantenga las mejoras logradas (controlar las X vitales) y se cierra el proyecto. En otras palabras, el objetivo de esta etapa es que el equipo SS desarrolle un conjunto de actividades con el propósito de mantener el estado y desempeño del proceso a un nivel que satisfaga las necesidades del cliente y esto sirva de base para buscar la mejora continua. En este sentido, es necesario establecer un sistema de control para:

- Prevenir que los problemas que tenía el proceso no se vuelvan a repetir (mantener las ganancias).
- Impedir que las mejoras y conocimiento obtenido se olviden.
- Mantener el desempeño del proceso.
- Alentar la mejora continua.

Estandarizar el proceso

Implica decidir acciones para asegurar las mejoras mediante cambios en las condiciones y procedimientos del proceso.

De acuerdo con lo anterior, además de difundir el proyecto, se deben acordar acciones de control en tres niveles: proceso, documentación y monitoreo, como se explica enseguida.

Estandarizar el proceso. En este nivel se deciden acciones para asegurar las mejoras a través de cambios en los sistemas y estructuras que forman el proceso en sí, tratando de no depender de controles manuales y de vigilancias sobre el desempeño. En otras palabras, aquí se deben buscar cambios en el proceso y en sus métodos de operación apoyándose en tecnologías y dispositivos tipo poka-yoke (véase capítulo 17).

Documentar el plan de control. Se busca trabajar en mejorar o desarrollar nuevos documentos que faciliten el apego a los procedimientos estándar de operación del proceso. La estandarización vía documentación contempla procedimientos bien escritos, videos y hojas de trabajo ilustradas. Otras alternativas para lograr la estandarización de los métodos son la capacitación, tanto para nuevos trabajadores como para los actuales y los sistemas a pruebas de errores (poka yoke, véase capítulo 17). Algunos consejos para documentar procedimientos son los siguientes:

- Involucrar a la gente que supervisa y aplica los métodos.
- Probar el procedimiento, tal como se documentó.
- Ser completo, pero conciso.
- Colocar el procedimiento donde esté fácilmente disponible.
- Bosquejar un método para actualizar los procedimientos (mejora continua).
- Poner fecha a los procedimientos.
- Destruir los procedimientos obsoletos.

Monitorear el proceso. Se deciden las mejoras al monitoreo del proceso para que mediante éste se tenga la evidencia de que el nivel de mejoras logrado se siga manteniendo. Los monitoreos pueden realizarse tanto sobre entradas claves del proceso, como sobre variables de salida crítica, y el trabajo desarrollado en las fases previas del proyecto SS ayuda a decidir esos aspectos importantes a monitorear en el proceso. Recordemos que las herramientas por excelencia para analizar y monitorear el desempeño de un proce-

so son las cartas de control, asegurándose de una elección y operación adecuada (véase capítulo 8). Tener cuidado especial en que no se confundan los conceptos de capacidad y estabilidad (véase capítulos 7 y 10). Algunas preguntas de evaluación sobre el monitoreo de un proceso, en relación a sus entradas y salidas claves, son las siguientes:

- ¿Cómo se monitorean?
- ¿Con qué frecuencia se verifican?
- ¿Se conocen las especificaciones y valores meta óptimos?
- ¿Cuál es su capacidad y estabilidad?
- ¿Cuáles deben tener cartas de control?

En el caso de la elaboración de harina de maíz, las medidas de control fueron:

- En lugar de una carta de corridas como se hacía se decidió utilizar una carta de control de individuales para analizar los resultados del monitoreo automático de las principales variables de entrada del proceso de nixtamalización, entre ellas la de dosificación de cal, para actuar más oportunamente sobre cambios significativos.
- Mejorar la interpretación de los conceptos de capacidad y estabilidad a lo largo del proceso, lo cual se tradujo en varias acciones: revisión de la interpretación de las actuales cartas de control, capacitación a la gente involucrada en el uso e interpretación de las cartas de control.
- Mejorar la retroalimentación con clientes y usuarios del producto, además de estimular en forma cotidiana la opinión favorable o desfavorable sobre el producto, vía un formato para quejas, se acordó realizar una encuesta semestral a clientes para evaluar diferentes criterios de calidad de la empresa.
- Se revisó qué se estaba haciendo en la otras plantas del grupo y se vio que la situación era similar, por lo que se acordó aplicar las mismas acciones en todas la plantas.

Cerrar y difundir el proyecto. El objetivo de esta última actividad es asegurarse que el proyecto SS sea fuente de evidencia de logros, de aprendizaje y que sirva como herramienta de difusión para fortalecer la estrategia de mejora Seis Sigma. Esta difusión ayudará a hacer que los cambios y aprendizajes motiven a elevar el nivel de compromiso de los involucrados para mantener el éxito del proyecto y fortalecer el aprendizaje y la mejora continua en la organización. Por ello el equipo de caracterización debe desarrollar las siguientes actividades.

- Documentar el proyecto, es decir, integrar todos los documentos que reflejan el trabajo realizado en las cinco etapas de DMAMC: la información recabada, los análisis hechos, los cambios realizados, etc. El reto es tener una evidencia técnica de lo realizado que sirva como documento de referencia y aprendizaje futuro, por lo que en los aspectos claves se debe ser suficientemente explícito. Además agregar la lista de las personas participantes, las fechas, las áreas en las que se desarrolló el proyecto y aspectos relacionados.
- A manera de resumen y conclusiones, hacer una lista de los principales logros alcanzados. Para ello elaborar un resumen de los principales cambios o soluciones dadas para el problema, el impacto del proyecto y resumir los principales aprendizajes alcanzados con el proyecto.
- Acordar y llevar a cabo una serie de actividades para difundir lo hecho y los logros alcanzados, que puede incluir: elaboración de reporte técnico, presentación ante colegas y directivos, difusión interna por los canales adecuados. La base para elaborar el material de difusión está resumido en los puntos anteriores.

Tabla 18.15 Resumen de actividades de DMAMC.

Fase	Actividad	Comentario
Previa	Seleccionar un buen proyecto	Utilizar criterios de la tabla 18.3
	Formar el equipo	La selección del líder es fundamental
	Establecer marco del proyecto	¿Qué espera la dirección de la empresa del proyecto?
Definir el proyecto	Descripción general del problema	¿En qué consiste?
	Hacer un diagrama de flujo del proceso completo y una narración general o un mapeo de proceso	Panorama completo del problema, ¿qué tanto conoce el equipo del proceso?
	Seleccionar las VCC y asegurarse que a través de ellas se escucha al cliente	¿Dónde se refleja la magnitud del problema? ¿Dónde se reflejaría la mejora?
	Delimitar el problema	¿En qué parte del proceso se va a abordar el problema? ¿Qué tantos aspectos se contemplarán?
	Proponer una buena primera definición del problema	Expresar el problema en términos cuantitativos, ligarlo a los resultados del negocio. Utilizar los "cuatro cuáles", tabla 18.8
Medir la situación actual	Verificar que puede medirse en forma consistente las VCC	Hacer estudio R&R para cada VCC
	Hacer un estudio de capacidad y estabilidad para las VCC	De preferencia utilizar datos que reflejen el desempeño del proceso en un lapso de tiempo amplio
	Establecer metas para las VCC	¿Cuál sería un buen logro del proyecto que se refleje en un horizonte de un año o menos?
Analizar las causas raíz	Hacer una lista de las causas del problema y de las variables de entrada del proceso	Profundice en las causas con la técnica de los "cinco por qué", figura 18.7
	Relacionar las variables de entrada con las variables de salida y las VCC	Relacionar probables causas con efectos
	Seleccionar las principales causas (las X's vitales) y confirmarlas	¿Cuál es la razón (teoría) de cada causa? Confirmando con datos que efectivamente ocurre
Mejorar las VCC	Generar diferentes soluciones para cada una de las causas raíz	Generar soluciones en la fuente del problema (causa), no en el efecto
	Con base en una matriz de prioridades elegir la mejor solución	Tomarse en cuenta criterios como facilidad, rapidez, tecnología, etc. (ver tabla 18.13)
	Implementar la solución	¿En qué consiste, cómo, dónde, cuándo, qué se necesita, quiénes?
	Evaluar el impacto de la mejora sobre la VCC	Comparar el antes (línea base) con el después. Estudio de capacidad
Controlar para mantener la mejora	Estandarizar el proceso	Cambios en los sistemas y estructuras que forman el proceso en sí, tratando de no depender de controles manuales y de vigilancias sobre el desempeño
	Documentar el plan de control	Mejorar o desarrollar nuevos documentos que faciliten el apegarse a los procedimientos estándar de operación del proceso
	Monitorear el proceso	Mejoras al monitoreo del proceso para que mediante éste se tenga la evidencia de que el nivel de mejoras se mantiene
	Cerrar y difundir el proyecto	El proyecto como evidencia de logros, de aprendizaje y como herramienta de difusión de SS

En el caso de la elaboración de harina de maíz, se documentó todo lo hecho y las medidas tomadas. El impacto directo en términos monetarios se estimó en 2.4 millones de pesos. Los principales aprendizajes fueron:

- Clarificar en la compañía el concepto de capacidad y estabilidad, y cómo un proceso capaz pero inestable es un proceso con problemas.
- También la necesidad de sacarle mayor provecho, mediante una carta de control, a los resultados del monitoreo automático de las variables de entrada del proceso de nixtamalización.
- La utilidad de tener mejor retroalimentación con el cliente (el proyecto se originó a partir de las quejas de algunos clientes).
- En el caso de las acciones de difusión del proyecto se hizo por varias vías en la planta donde éste se realizó. Se elaboró una presentación del proyecto para las demás plantas del grupo, con la idea de fortalecer la necesidad de cambios similares en los procesos de tales plantas.

Resumen de DMAMC

En la tabla 18.15 se presenta un resumen de las actividades que hay que realizar en cada etapa de la metodología DMAMC para el desarrollo de proyectos de mejora. Aunque en la realización del proyecto puede ser necesario ampliar algunas de las actividades, lo importante es analizar el objetivo de cada etapa y desarrollar las tareas necesarias para completarlo.

DISEÑAR PARA SEIS SIGMA (DMADV)

Diseño para Seis Sigma (DMADV)

Metodología enfocada a desarrollar productos y procesos con calidad SS, y minimizar sorpresas negativas de última hora en la introducción de nuevos productos.

Es bien conocido que la calidad y la variabilidad de un producto está fuertemente influida por el diseño del producto y el proceso. Esto implica que con la aplicación convencional de las técnicas del control estadístico de procesos sólo se logra una parte de las posibles mejoras. Por ello es necesario generar la calidad desde el ciclo de diseño del producto y el proceso. Esto motiva logros significativos en reducción de costos directos y en satisfacción del cliente, ya que los problemas detectados en diseño, aunque difíciles de detectar, son fáciles de corregir. Por el contrario, los problemas encontrados después de que la fase de diseño ha concluido, y que quizá se ha hecho una cantidad de producto, aunque son fáciles de identificar, a menudo es costoso corregirlos.

El proceso DMAMC descrito en la sección anterior está orientado principalmente a reducir la tasa de defectos de productos, servicios y procesos existentes. El DMAMC requiere ser adaptado para la fase de diseño, ya que la naturaleza de la tarea de diseñar algo nuevo requiere un enfoque sustancialmente diferente al que se requiere para arreglar algo que ya existe. La necesidad de adaptar Seis Sigma para los proyectos de diseño en GE dio origen al *diseño para Seis Sigma* (DPSS), o en inglés *Design for Six Sigma* (DFSS). El objetivo de DPSS es diseñar productos, servicios y procesos que tengan una capacidad Seis Sigma. Una meta fundamental es minimizar la ocurrencia de sorpresas y urgencias desagradables a última hora, que están tradicionalmente asociados con la introducción de nuevos productos, servicios y procesos. Según Hahn y sus colaboradores (2000), los principios básicos de DPSS son los siguientes:

- Requerimientos del cliente: las VCC y otros requerimientos para el nuevo producto, servicio o proceso, son definidos a nivel (lenguaje) del consumidor. Esto se logra mediante un uso sistemático de herramientas para investigar necesidades del cliente, como la función de despliegue de la calidad (FDC).
- Los requerimientos fluyen hacia abajo: los requerimientos del cliente son gradual y sistemáticamente bajados (convertidos) a requerimientos para las funciones proyectadas, detalles del diseño y para las variables de control del proceso (véase figura 15.1). Este enfoque garantiza que se mantenga un enfoque sistémico holístico (global) a lo largo de la etapa de diseño y ayuda a luchar contra el impulso de concluir el diseño de forma prematura.
- La capacidad fluye hacia arriba: así como los requerimientos del cliente son desplegados hacia abajo, la capacidad para cumplir con esos requerimientos es continuamente evaluada con base en datos relevantes, tanto existentes como nuevos. Esto permite consideraciones tempranas sobre cambios positivos y sobre la anulación de posibles sorpresas desagradables futuras.
- Modelado: los requerimientos desplegados hacia abajo y la capacidad fluyendo hacia arriba incrementan el conocimiento de la relación entre los requerimientos del cliente (las Y´s) y los elementos del diseño (las X´s). Los modelos pueden estar basados en conocimiento de la física del fenómeno (el modelo de una reacción química, por ejemplo), en simulación, en modelos empíricos (superficie de respuesta ajustada a los datos de un diseño de experimentos, por ejemplo) o en mezclas de éstos.

La metodología utilizada para implementar el DPSS contempla las etapas: definir, medir, analizar, diseñar y verificar (DMADV), las cuales se describen a continuación.

Definir (*D*). Identificar el nuevo producto, servicio o proceso a ser diseñado (o rediseñado). En esta fase se desarrollan actividades similares a las descritas para la etapa definir el ciclo DMAMC en donde se parte de un marco o compromiso en el que el campeón establece por escrito lo que se espera del proyecto, la necesidad de que el equipo se mantenga avocado al mismo, y la importancia de que el equipo esté alineada con las prioridades de la organización, para que a partir de ahí el equipo complete la definición, establezca el impacto financiero esperado del proyecto, una definición del problema, precisar las metas, establecer el alcance, los roles de los miembros del equipo y el apoyo requerido.

Para profundizar en las ideas de cada una de las etapas que incluye el DMADV vamos a basarnos en el ejemplo que se presenta en Hahn y colaboradores (2000). El caso consiste en diseñar una nueva resina termoplástica para usarse en el moldeo de la parte externa de tableros para automóviles. En este caso un error de esta fase sería alcanzar una definición insuficiente del alcance del proyecto, por ejemplo: ¿Nuestro proyecto sólo contempla los colores de la resina a escala de laboratorio o también debe trasladarse al proceso de manufactura?, o no prever recursos claves que serán necesarios en el proyecto como equipos de moldeo, técnicos de pruebas y especialistas en sistemas de información.

Medir (*M*). Planear y conducir las investigaciones necesarias para entender las necesidades del cliente o consumidor y requerimientos relacionados. Trasladar estas necesidades y requerimientos en características de diseño factibles de ser medidas (las VCC). En el

ejemplo las partes moldeadas necesitan ser capaces de alcanzar especificaciones precisas en color para que haga juego con las partes adyacentes del automóvil. Los requerimientos del cliente en cuanto al grado de igualdad del color de las partes del carro son explorados y cuantificados en forma completa y precisa. Esto podría requerir diseño de experimentos por medio del cual se pregunte a un panel de consumidores para que juzgue las diferencias entre las partes del carro. Después, los resultados observados en cuanto a diferencias de color son trasladadas o expresadas en términos cuantitativos con base en mediciones bien definidas de espectrometría. Además de los colores es de interés otros requerimientos sobre propiedades químicas y sobre el desempeño de ciertas características físicas de la resina.

Analizar (*A*). Desarrollar los conceptos alternativos. Seleccionar los conceptos que mejor encajen para desarrollar el diseño de alto nivel y predecir su capacidad para cumplir las VCC y los requerimientos. En el caso de la resina, los aspectos claves que determinan el color son los tipos y cantidades relativas de pigmentos, en combinación con su procesamiento. En esta fase, varias opciones de diseño del producto son consideradas y evaluadas. Esto podría requerir el uso combinado de experimentación estadística (quizás un diseño de mezcla con variables de proceso) y leyes físicas que establecen los fundamentos del comportamiento de los pigmentos en termoplásticos. Lo anterior con el propósito de explorar la relación entre el color de la resina y los agentes colorantes.

Diseñar (*D*). Desarrollar los detalles del diseño. Evaluar la capacidad del diseño propuesto y desarrollar los planes para realizar la prueba piloto del nuevo producto o servicio rediseñado. En el ejemplo, el efecto de variabilidad en la cantidad de pigmento estaría ligada a la capacidad de controlar los alimentadores en la línea de producción. Esto muestra la forma en que fluyen hacia abajo los requerimientos del cliente, desde que el color debe empatar con las partes adyacentes del carro, hasta los controles de manufactura (tolerancia de los alimentadores de los pigmentos). Si al fluir la capacidad hacia arriba se detecta que los alimentadores existentes no pueden cumplir con los requerimientos, entonces debe mejorarse la capacidad de estos alimentadores mediante un proyecto DMAMC (ver sección anterior). De la misma manera, las propiedades claves de cada pigmento son trasladadas a los proveedores de pigmentos. Adicionalmente, es importante iniciar un programa DMAMC de los proveedores en aquellas áreas que requieren ser mejoradas.

Verificar (*V*). Construir o desarrollar un producto o proceso piloto para verificar el cumplimiento de las VCC. En el ejemplo, un proceso de producción es desarrollado a escala completa, desplegando hacia arriba y validando las actividades que se desarrollan. Además, el nuevo producto o servicio es transferido a los propietarios del proceso.

DISEÑO PARA CONFIABILIDAD

Diseño para confiabilidad

Implica desarrollar proyectos Seis Sigma tendientes a mejorar la confiabilidad de productos y procesos.

En el capítulo 13 se estudió la confiabilidad que es la calidad a través del tiempo de un producto o un proceso. Vimos que ésta juega cada día más un papel vital como factor de competitividad. Por lo que dentro de la estrategia Seis Sigma se deben desarrollar actividades tendientes a mejorar la confiabilidad de productos y procesos.

Cabe señalar que en los primeros años de Seis Sigma la confiabilidad no recibió mucha atención. Sin embargo, en los últimos años, a medida que Seis Sigma se enfoca más hacia el cliente, los proyectos orientados a la confiabilidad han aumentado. Porque es notorio que la confiabilidad es una de las VCC que el cliente busca. Otro elemento que ha contribuido a lo anterior es la evolución hacia el largo plazo de las pólizas de garantía, lo que hace necesario prever un buen funcionamiento del producto a lo largo del tiempo.

En el pasado, al igual que la calidad, la confiabilidad fue considerada principalmente después de que el producto había sido fabricado, como consecuencia de fallas en el desempeño del producto. Es decir, más como un enfoque correctivo que preventivo. Sin embargo, en un ambiente de alta competencia, este enfoque además de ser muy costoso, cada día es menos aceptado por los consumidores. Así, de forma similar a la necesidad de diseñar para Seis Sigma (DPSS), hay una necesidad ligada a ésta, que es *diseñar para la confiabilidad* (DPC).

Diseñar para la confiabilidad requiere de un diferente conjunto de herramientas, algunas de ellas avanzadas, debido a varias características únicas de la confiabilidad que ya se señalaron en el capítulo 13. Por ello cada día se contemplan contenidos adicionales en el entrenamiento de los líderes de Seis Sigma (MBBS, BBS), como son: diseño robusto, confiabilidad, optimización multirrespuesta, entre otros.

RESPONSABILIDADES Y ENTRENAMIENTO

Una de las características de la estrategia Seis Sigma, que se señaló en la primera sección de este capítulo, es que es una iniciativa en la que hay gente dedicada a ella de tiempo completo y que SS se apoya en entrenamiento. En esta sección vamos a describir los nombres que reciben estas personas, sus características y el entrenamiento que deben tener.

El éxito de Seis Sigma recae en integrar líderes del negocio, líderes de proyectos, expertos y facilitadores. Algunos roles que se desempeñan en SS han sido tomados de las artes marciales, que de alguna manera reflejan el nivel de compromiso y dedicación. Los roles que usualmente se reconocen dentro de los programas SS son: líder, champion (campeones o patrocinadores), *master black belt* (maestro cinta negra o asesor *senior*), *black belt* (cinta negra), *green belt* (cinta verde), *yelow belt* (cinta amarilla). A continuación se describen las funciones que desempeñan en una estrategia Seis Sigma cada uno de estos personajes. En la tabla 18.16 se muestra un resumen de esta sección. Esto se hace a partir de la realidad de una empresa mediana a grande, y debe ser interpretado en su esencia para que se pueda adaptar a diferentes realidades y circunstancias organizacionales.

Líder de SS

Es el ejecutivo de más alto rango, su responsabilidad es desarrollar la filosofía de Seis Sigma.

Líder de SS. Es el ejecutivo de más alto rango, su responsabilidad es desarrollar, encauzar y permear la filosofía de SS. Ya dijimos en la primera sección de este capítulo que una de las características es el liderazgo de arriba hacia abajo, y que por tanto, es una estrategia que va desde los niveles más altos de la dirección de la organización hacia todos los niveles inferiores. Si la máxima autoridad en la organización no encabeza Seis Sigma de manera entusiasta y firme, como lo hicieron Larry Bossidy (Allied

Signal) y Jack Welch (GE), esta estrategia se convertirá probablemente en un intento más de mejora. Obviamente, este líder debe recibir capacitación adecuada de SS, que le permita tener una noción clara de los costos que trae los niveles de calidad menores al nivel Seis Sigma, el efecto negativo de la variabilidad en la satisfacción del cliente, etcétera. En suma, el líder debe conocer y dominar el lenguaje y los conceptos claves de SS, para poder desplegar su responsabilidad en la iniciativa con el ejemplo y con conocimiento de causa.

Líder de implementación

Es el director ejecutivo de SS, es un profesional con experiencia en la mejora empresarial, en calidad y de respeto en la empresa.

Líder de implementación. Este papel puede tener varios nombres: vicepresidente de Seis Sigma, director ejecutivo de Seis Sigma, *vicepresidente de productividad*. Su responsabilidad es la dirección ejecutiva de la iniciativa SS. Suele tener una jerarquía sólo por abajo del ejecutivo con más alto rengo en la organización. Debe ser un profesional con experiencia en la mejora empresarial, en calidad y ser respetado por su gran experiencia en la empresa, y poseer fuertes habilidades para impulsar cambios e iniciativas novedosas. La meta última de este líder es impulsar el pensamiento, las herramientas y los principios de Seis Sigma en toda la organización y lograr que la iniciativa se refleje en beneficios financieros y en satisfacción del cliente.

Champions (campeones o patrocinadores). Éstos se designan de entre los líderes de cada negocio, gerente de planta y gerentes de área; son los dueños de los problemas. Ellos son los responsables de garantizar el éxito de la implementación de Seis Sigma en sus propias áreas de influencia, y son los que establecen problemas y prioridades acordes con las metas generales de la organización; su papel es vital para que en el marco del programa SS se atiendan tales problemas. Ellos son los responsables de garantizar el éxito de la implementación de SS en sus propias áreas de influencia. Los campeones son los patrocinadores (el apoyo) de los equipos de proyectos. El papel que en la práctica desempeñen los campeones será decisivo para el éxito de SS, ya que a través de su compromiso y jerarquía en la organización se estará mandando un mensaje al resto de la organización, sobre la importancia que tiene la iniciativa.

Por lo general los campeones son miembros de equipos y consejos directivos. Algunas responsabilidades específicas de los campeones son:

Campeones

Son los líderes locales de SS, son responsables de SS en sus áreas de influencia.

- Garantizar el éxito de la implementación de Seis Sigma en sus áreas de influencia.
- Establecer problemas y prioridades acordes con las metas generales de la organización.
- Garantizar que los proyectos SS estén alineados con los objetivos generales del negocio y dar dirección cuando eso no ocurra.
- Mantener informados a los otros miembros del equipo o consejo directivo sobre el progreso de los proyectos.
- Proveer o gestionar ante terceros los recursos necesarios (tiempo, dinero, asesoría) para el éxito de los proyectos bajo su supervisión.
- Conducir reuniones periódicas de revisión sobre proyectos SS.

Master black belts, MBBS (maestros cinta negra o asesores senior). Estos líderes se dedican de tiempo completo a Seis Sigma, realizan asesoría y tienen la responsabilidad de mantener una cultura de calidad dentro de la empresa. Apoyan en el monitoreo del progreso, participan en la selección de proyectos y supervisión del entrenamiento a los equipos de proyectos. Sirven como entrenador, mentor y consultor de los black

belts que trabajan en diferentes proyectos. Los MBB son expertos en las herramientas de Seis Sigma (deseable maestría en estadística, ingeniería de calidad o similares). Con su trabajo cotidiano toman el papel de agentes de cambio, ayudan a promocionar el uso de los métodos y soluciones Seis Sigma. Los MMB pueden involucrarse parcialmente en la formación para otros agentes de SS y en ciertos proyectos especiales (requerimientos de clientes, desarrollo de medidas para procesos claves). Como entrenador, la labor de un MBB es asegurarse que los equipos de proyectos SS permanecen enfocados, completan su trabajo adecuadamente, y pasan las etapas sucesivas del proceso DMAMC. Por lo anterior, los MBB juegan un papel crítico en mantener vivo y direccionado el proceso de cambio.

Black belts, BBS *(cintas negra).* Por lo general, es gente de tiempo completo dedicada a Seis Sigma, cuya responsabilidad principal es realizar y asesorar proyectos. El BB liderea, inspira, hace, dirige, supervisa, delega, entrena, es un experto en la metodología DMAMC y tiene un buen nivel de formación en cuanto a los métodos Seis Sigma. En cierto sentido, los BBS son el alma operativa de la estrategia Seis Sigma y también representan las bases del liderazgo por la estrategia. Acrecentar este recurso humano es fundamental, ya que difícilmente SS podrá tener éxito duradero si esta misma estrategia no se encarga de seleccionar y formar los BB adecuados.

El BB trabaja al lado de un equipo asignado a un proyecto Seis Sigma. Él es responsable de lograr que el equipo empiece el proyecto, que tome confianza, de observar y participar en su entrenamiento, de gestionar el avance del grupo y mantener el proyecto en marcha para alcanzar los objetivos del proyecto. Sin un BB fuerte e incansable, los equipos SS no alcanzan la efectividad necesaria. El BB debe poseer muchas habilidades, incluyendo gran capacidad de resolución de problemas (habilidad para analizar los problemas siguiendo una secuencia lógica, y uso de hechos y datos para tomar decisiones y acciones), la habilidad de toma y análisis de datos, habilidad para realizar análisis de costo-beneficio y cuantificar los logros de un proyecto (costos, tiempo de ciclo, calidad, seguridad), debe tener conocimiento y experiencia en el uso de las herramientas más sofisticadas de Seis Sigma (diseño de experimentos, entendimiento de conceptos como estabilidad y capacidad), ser capaz de explicar claramente Seis Sigma y su metodología DMAMC. Debe ser un apasionado de la gestión de proyectos —el arte y la técnica de lograr que se hagan las cosas a tiempo mediante esfuerzo de otros— bajo condiciones restrictivas de tiempo y recursos.

De lo anterior se desprende que los BB deben seleccionarse de entre los mandos intermedios de la empresa y/o jefes con futuro en la empresa. En otras palabras, debe seleccionarse adecuadamente a la gente que aspira a ser BB y la acreditación debe ser un proceso riguroso. Si en la empresa se logra ser BB sólo estando sentado y recibir capacitación y hacer un proyecto con la ley del mínimo esfuerzo (sólo hacer las cosas), entonces la iniciativa Seis Sigma se convertirá en un programa más de capacitación y en un intento más de mejora. Por ello se deben tomar en cuenta los requisitos de entrenamiento y acreditación que se indican en la tabla 18.16.

Desempeñarse como BB durante un tiempo (dos a tres años) debe ser una plataforma para otras oportunidades en la organización, incluyendo promociones e incentivos. Si al BB se le asigna otra responsabilidad, entonces aunque no deja de tener la categoría de BB, dejará de cumplir con los roles de un BB, aunque su aprendizaje y pasión por Seis Sigma seguirá siendo uno de los activos fundamentales de ese recurso humano. Por tanto, se le podrá seguir involucrando con cierta regularidad y en la

medida de su tiempo, en actividades del programa (conferencias, testimonios, asesoría en proyectos claves en los que su aporte sería fundamental).

De lo que hemos dicho antes, la función de BB no se debe asignar de forma automática a los tradicionales ingenieros de calidad de los departamentos de aseguramiento de calidad. Los BB están en todas las áreas de la organización. Es deseable que entre los BB haya gente que sea experta en diferentes aspectos del negocio: procesos administrativos, gestión, finanzas, manufactura, ingeniería, atención a clientes, etcétera.

Green belts, GBs (*cintas verdes*). Ingenieros, analistas financieros, expertos técnicos en el negocio, que atacan problemas de sus áreas siguiendo la metodología DMAMC, dedicados de tiempo parcial a SS. Los GB tienen otra responsabilidad principal, por lo general tienen el mismo entrenamiento formal de los BB, participan como líderes o miembros de los equipos que abordan proyectos SS. Así que en la práctica en los GB recae la implementación de SS, y su papel es aplicar los nuevos conceptos y herramienta en las actividades del negocio.

Yellow belts, YBs (*cintas amarillas*). Personal de piso que tiene problemas en su área, que se le ha dado entrenamiento sobre las herramientas y conceptos básicos de calidad y de solución de problemas. Participa en algunos proyectos SS de su área, es gente que está en la trinchera de los problemas, por lo que su percepción de éstos es directa, pero es gente que tiene motivación, conocimiento y voluntad para el cambio.

Entrenamiento

Currículo de un Black Belt

Es un entrenamiento o curso de capacitación equivalente a un diplomado en ingeniería para la calidad, en el cual el alumno aprende temas relativos a mejorar la calidad y lo aplica en la práctica.

En la tabla 18.16 se ha señalado el tipo de capacitación que reciben los diferentes actores de un programa Seis Sigma. En particular varios de ellos deben tomar un entrenamiento amplio, que en general se conoce como el *curriculum de un black belt*, que es equivalente en duración a lo que en México recibe el nombre de diplomado en ingeniería para la calidad. La duración del entrenamiento es de entre 140 y 200 horas. Es frecuente organizar este diplomado en cuatro a cinco semanas, no consecutivas, de capacitación intensiva, relacionadas con las cinco fases del proceso DMAMC. Durante cada semana de entrenamiento el alumno deja sus responsabilidades cotidianas. Cada semana de capacitación es separada por tres o cuatro semanas de receso, donde el alumno regresa a sus actividades normales y aplica parte de lo visto en el aula y avanza en el desarrollo de su proyecto.

Por lo general el requisito para acceder al programa de entrenamiento BB es presentar los aspectos primarios de un proyecto por desarrollar (el marco del proyecto, véase sección "Las etapas de un proyecto Seis Sigma y un ejemplo" de este capítulo), donde él será el líder. Obviamente este proyecto se lo debe asignar un *campeón* y el proyecto debe ser bastante importante para que represente un reto para el alumno y tenga necesidad real de aplicar las herramientas de SS.

Aunque hay diferentes versiones del *currículum* del entrenamiento para *Black Belts*, en esencia coinciden en estructurar la capacitación siguiendo las fases del proceso DMAMC, y en ese orden se van enseñando en una forma muy práctica y vivencial las herramientas que son de mayor utilidad en cada una de estas fases. En la tabla 18.17 se aprecia un resumen de los contenidos del currículum BB. Como se puede analizar, los contenidos de este libro cubren un buen porcentaje de este currículum.

Tabla 18.16 Actores y roles en Seis Sigma.

Nombre	Rol	Características	Capacitación a recibir	Acreditación
Líder	Es el ejecutivo de más alto rango y es responsable de desarrollar, encauzar y permear la estrategia SS	Visión, liderazgo y autoridad	Liderazgo, calidad, conocimiento estadístico básico (pensamiento estadístico), y entender el programa SS y de su metodología (DMAMC)	
Líder de implementación	Dirección ejecutiva de la iniciativa SS. Suele tener una jerarquía sólo por abajo del líder	Profesional con experiencia en la mejora empresarial, en calidad y respetado en la estructura directiva	Liderazgo, calidad, conocimiento estadístico básico (pensamiento estadístico) y entender el programa SS y de su metodología (DMAMC)	
Champions y/o patrocinadores	Gerente de planta y gerentes de área, son los dueños de los problemas, y establecen problemas y prioridades. Responsables de garantizar el éxito de la implementación de SS en sus áreas de influencia	Dedicación, entusiasmo, fe en sus proyectos, capacidad para administrar	Liderazgo, calidad, conocimiento estadístico básico, y un buen entendimiento del programa Seis Sigma y de su metodología de desarrollo de proyecto (DMAMC)	Aprobar examen teórico-práctico sobre las generalidades de SS y el proceso DMAMC
Master black belt	Dedicado 100% a SS, realiza asesoría y tienen la responsabilidad de mantener una cultura de calidad dentro de la empresa. Dirigen o asesoran proyectos claves. Son mentores de los BBS	Habilidades y conocimientos técnicos, estadísticos y en liderazgo de proyectos	Requieren amplia formación en estadística y en los métodos de SS (de preferencia maestría en estadística o calidad), y recibir el entrenamiento BB	Haber dirigido cuando menos un proyecto exitoso y asesorado 20 proyectos exitosos. Aprobar examen teórico práctico sobre curriculum BB y aspectos críticos de SS
Black belt	Gente dedicada de tiempo completo a SS realizan y asesoran proyectos	Capacidad de comunicación. Reconocido por el personal por su experiencia y conocimientos. Gente con futuro en la empresa	Recibir el entrenamiento BB, con una base estadística sólida	Haber dirigido dos proyectos exitosos y asesorado 4. Aprobar examen teórico-práctico sobre curriculum BB y aspectos críticos de SS
Green belt	Ingenieros, analistas financieros, expertos técnicos en el negocio, atacan problemas de sus áreas, dedicados de tiempo parcial a SS. Participan y liderean equipos	Trabajo en equipo, motivación, aplicación de métodos (DMAMC), capacidad para dar seguimiento	Recibir el entrenamiento BB	Haber sido el líder de dos proyectos exitosos. Aprobar examen teórico-práctico sobre curriculum BB

Yellow belt	Personal de piso que tiene problemas en su área	Conocimiento de los problemas, motivación y voluntad de cambio	Cultura básica de calidad y entrenamiento en herramientas estadísticas básicas, DMAMC y en solución de problemas	Haber participado en un proyecto. Aprobar examen teórico-práctico sobre el entrenamiento básico que recibe

Parte de la problemática del esquema de capacitación que se describió antes, es que es demasiado intensiva, ya que recibir tanta información en una semana generalmente implica menos retención. Entonces también es posible desarrollar esa capacitación de manera menos intensiva. Incluso variando un poco el orden, por ejemplo en la semana dos sería deseable incluir los elementos básicos de cartas de control (capítulo 7). De esta manera parte de los contenidos de la semana tres se pueden desplazar a la semana cuatro.

Se pueden dedicar 10 horas por semana de capacitación en dos sesiones semanales, de manera ininterrumpida. O bien alrededor de 15 horas semanales (en dos o tres sesiones) descansando una semana. Es importante dejar actividades extraclase, entre lo que se incluye avanzar en el proyecto de aplicación.

Cabe señalar que la capacitación que contempla el currículum BB, en realidad es el entrenamiento mínimo necesario que se requiere en el desarrollo de proyectos Seis Sigma enfocados a la reducción de defectos. Sin embargo, se ha visto que para ampliar la profundidad de las soluciones propuestas o incluso para la búsqueda de causas, es frecuente que se requieran algunas técnicas estadísticas adicionales, como por ejemplo, confiabilidad básica (capítulo 13), diseño robusto, optimización multirrespuesta (véanse capítulos 9 y 12 de Gutiérrez y De la Vara, 2003), pruebas de vida acelerada, etc. Lo anterior se hace más evidente en la medida que se vaya haciendo conciencia que gran parte de la calidad y confiabilidad del producto y el proceso, se da en las etapas de diseño; por lo tanto cada día habrá que enfocar más proyectos de los tipos diseño para Seis Sigma (DMADV), y diseñar para la confiabilidad.

De acuerdo con lo anterior, las empresas que mayor profundidad y éxito han alcanzado en Seis Sigma pronto empiezan a completar la formación estadística de sus líderes técnicos, desarrollando un programa para que cursen una especialidad en estadística o incluso una maestría en estadística o en ingeniería para la calidad. Por ejemplo, en México una empresa que ha seguido esta estrategia es Mabe.

Acreditación

En la tabla 18.16 se ha indicado el proceso de acreditación de cada uno de los autores de Seis Sigma, sólo bastaría agregar que es importante mantener el nivel de dificultad y no facilitar el alcance de cada distinción. Ser GB, BB, MBB o campeón debe implicar un esfuerzo, recibir entrenamiento y garantizar que se tienen los conocimientos y experien-

cia que exige la distinción. Cabe señalar que en general para lograr la acreditación como alguno de los actores de Seis Sigma, BB por ejemplo, no hay un proceso único y estandarizado. Más bien cada empresa ha adoptado sus propios criterios, tratando de seguir los lineamientos generales que con el paso del tiempo y la experiencia se han establecido. Sin embargo, muchas veces se ha creído que para lograr los éxitos prometidos con Seis Sigma, basta acreditar una cierta cantidad de BBS. Nada más alejado de la realidad, ya que Seis Sigma implica una nueva forma de trabajar, de solucionar problemas, de establecer prioridades y sobre todo está orientada a la satisfacción del cliente. En otras palabras, Seis Sigma no es acreditar BBS solamente, porque cuando se piensa eso, SS se convierte en un programa de capacitación. Pero además cuando esto se da, por lo general los criterios de la tabla 18.16 se flexibilizan tanto que se termina acreditando gente como BB que se duda que en realidad tengan los conocimientos y experiencias.

Tabla 18.17 Curriculum de entranamiento *black belt*, cada semana implica de 30 a 40 horas de trabajo en el aula.

Semana 1	Semana 3
• Panorama de Seis Sigma y el DMAMC (18.1 y 18.2) • Mapeo de procesos (cap. 6) • FDC o QFD (cap. 15) • AMEF (cap. 14) • Conceptos de efectividad organizacional (caps. 1 y 15) • Estadística básica utilizando un software (cap. 2) • Herramientas básicas (cap. 6) • Capacidad de procesos (caps. 5 y 18) • El concepto e índice de estabilidad • Análisis del sistema de medición R&R (cap. 11)	• Introducción al diseño de experimentos (cap. 1) • Anova (cap. 3) • Experimentos factoriales (caps. 5 y 6) • Factoriales fraccionados (cap. 8) • Diseños en bloques balanceados (cap. 4) • Regresión múltiple (cap. 11) • Metodología de superficie de respuesta (cap. 12)
Semana 2	**Semana 4**
• Revisión de aspectos claves de los tópicos de la semana 1 • Revisión del avance del proyecto • Pensamiento estadístico (caps. 1 y 7 y resaltar lo visto antes) • Prueba de hipótesis e intervalos de confianza (caps. 3 y 4) • Correlación (cap. 6) • Análisis Multivary y estratificación (cap. 6) • Regresión simple (cap. 11)	• Planes de control (caps. 16 y 18) • Control estadístico de procesos/control avanzado de procesos (caps. 7 y 10) • Desarrollo del equipo (cap. 18) • Ejercicio final

Notas:
1. Cada día durante las semanas 2 a 4, se hacen revisiones del proyecto.
2. Diario se hacen ejercicios y dinámicas.
3. Entre paréntesis se ha puesto el capítulo de este libro que cubre tal tema.
4. En la semana 3 se ha indicado el capítulo que cubre esos contenidos, pero corresponde a otro libro de los mismos autores (véase Gutiérrez y De la Vara, 2003).

A manera de evaluación final de la acreditación del currículum BB, es usual que semanas después de que finalizó el entrenamiento el alumno haga una presentación ejecutiva de su proyecto, si es que éste fue exitoso; si no tendrá que desarrollar otro que sí lo sea, a fin de que acredite satisfactoriamente el entrenamiento recibido. También como parte de la acreditación, semanas después de concluido el entrenamiento, el alumno debe presentar un examen teórico-práctico en el que se evalúen los principales conceptos y técnicas del currículum BB. Esto obligará al alumno a volver a revisar lo visto, a madurar conceptos y aumentar su comprensión y retención.

IMPLANTACIÓN DE SS

Con lo visto en las secciones anteriores de este capítulo y con el ejemplo adicional del capítulo 19, el lector sabe lo que es Seis Sigma y sus conceptos claves. Al principio del capítulo señalamos cuáles son las características o principios en los que se apoya Seis Sigma, y dijimos que se basa en un liderazgo comprometido de arriba hacia abajo, es una iniciativa de tiempo completo (MBBS, BBS), se orienta al cliente y se enfoca a los procesos, se dirige con datos, se apoya en una metodología robusta (DMAMC y DMADV), se apoya en entrenamiento para todos, donde los proyectos realmente generan ahorros o aumento en ventas, el trabajo por Seis Sigma se reconoce y no desplaza otras iniciativas estratégicas, por el contrario, se integra y las refuerza. Por tanto, en un plan de implementación se deben buscar lograr esas características y en la medida que el plan se vaya consolidando, las características se convertirán en los principios que sostienen e impulsan el éxito duradero de Seis Sigma. La iniciativa no es un esfuerzo con un año de horizontes, sino de cinco a diez años.

Ya sabemos qué es lo que se quiere lograr y la forma de hacerlo es mediante un plan estratégico diseñado e implementado por el equipo directivo. De aquí que en esta sección sólo daremos algunas indicaciones muy generales para desarrollar tal plan. En la historia de esfuerzos por SS, se han dado tres niveles de profundidad y amplitud de la iniciativa (Pande y Holpp, 2002). Veámoslos.

Transformación del negocio (nivel A). En este nivel la alta dirección marca un nuevo ritmo en la organización. La comunicación será amplia e intensiva: videos con ejecutivos y compañeros exaltando las virtudes de Seis Sigma, conferencias que expliquen y debatan qué es SS argumentando por qué es necesaria y la manera como ayudará a la organización. Se empiezan a escuchar frases como "una nueva cultura empresarial", "una manera de vivir", "es la clave para nuestro futuro". Un cambio espectacular en toda la compañía está en marcha, se empiezan a dar acciones para que Seis Sigma se comprenda y aplique en todos los productos y procesos de la organización (marcadotecnia, finanzas, ventas, manufactura, ingeniería). De esta forma quedará claro que SS no es una estrategia de ingenieros, sino que es una iniciativa que va dirigida a hacer competitiva a la organización, enfocándola al cliente y para el cliente. Reduce defectos y tiempos de ciclo e incrementa la satisfacción del cliente (interno y externo). Esto llevará a cambios de hábitos, en la forma en que se evalúa y estimula a la gente; mejoras en la forma de trabajo, y en la manera de tomar decisiones, etcétera.

Transformación del negocio

Nivel de implantación de SS en donde la alta dirección debe implementar un nuevo ritmo en la organización con objeto de que SS se aplique a todos los procesos y se genere una nueva cultura con enfoque al cliente y a la mejora.

El nivel A implica mayor esfuerzo y quizá mejores resultados, pero habrá que superar muchos desafíos: la resistencia de la gente, el reunir a la gente adecuada para formar la estructura de apoyo a SS y ser persistente para que la iniciativa no se quede en el primer año como una ocurrencia.

Este nivel puede abordarse cuando la empresa está quedándose atrás en el mercado, se encuentra en una posición vulnerable en lo financiero, se ha fallado en el lanzamiento de nuevos productos, se ha caído en un estado cómodo y rutinario donde la inercia domina a la organización, hace varios años en que no ha habido cambios fundamentales en el negocio, o quizás han habido éxitos recientes y se requiere una plataforma segura que los garantice en forma duradera. Cuando existe alguna de estas situaciones, entonces este nivel es el que debe abordarse. De esta manera, para aquellas organizaciones que tengan la necesidad, la visión y el empuje para lanzar Seis Sigma como una iniciativa de cambio a gran escala, este nivel es el enfoque correcto. Éste es el nivel de cambio que se dio en General Electric.

Mejora estratégica

Se refiere a que la estrategia SS atienda algunas unidades o áreas críticas y estratégicas que se han detectado en la organización.

Mejora estratégica (nivel B). En este nivel la estrategia SS se dirige a atender algunas unidades del negocio, algunas áreas funcionales o necesidades críticas y estratégicas que se han detectado en la organización. A los directamente involucrados les parecerá que este nivel requiere de tanto esfuerzo como el nivel anterior, sólo que la iniciativa no es tan ambiciosa y extensa. Este nivel ayuda a la empresa a enfocarse en las oportunidades de mayor prioridad y limitar el desafío de dirigir y vender el cambio a toda la organización. Sin embargo, este nivel puede crear frustración al hacer que algunos se sientan aislados del proceso, o bien inseguridad en cuanto a cómo alinear las partes de la organización que están trabajando en Seis Sigma, con las que no lo están

Las empresas que han empezado con este enfoque y han tenido éxito en las áreas iniciales, posteriormente han extendido una iniciativa de alcance global. Según Pande y Holpp (2002), algunas organizaciones multinacionales que han emprendido esta estrategia son: Johnson & Johnson, Sears, American Express y Sun Microsystems.

Solución de problemas (nivel C). En este nivel la iniciativa se dirige a ciertos problemas persistentes, y a menudo ha sido el enfoque de antiguos programas de mejora en las organizaciones que nunca dieron resultados espectaculares. Este nivel es el adecuado para aquellas empresas que no quieren hacer demasiadas olas, y más bien aprovechar los beneficios de que algunas personas en algunas áreas apliquen la metodología DMAMC y los métodos Seis Sigma. Sin embargo, bajo este enfoque existe una alta probabilidad de que sólo unos pocos estarán realmente involucrados en el esfuerzo, y que por tanto pase a la historia como una iniciativa o intento más de cambio.

A partir de lo que se ha dicho, el equipo directivo del plan estratégico de implementación de Seis Sigma debe decidir qué nivel de esfuerzo se está dispuesto a hacer. Obviamente de la amplitud y calidad del esfuerzo serán los resultados que se logren con SS.

Ahora daremos las etapas generales que se deben seguir en la implementación del plan Seis Sigma. Lo hemos hecho pensando en una organización grande, que tiene varias unidades de negocio (plantas, empresas, etcétera). Sin embargo, en el caso de una empresa mediana o incluso pequeña, esto debe ser interpretado de acuerdo a su dimensión.

Etapa 1. Diagnóstico organizacional

Diagnóstico organizacional

Implica que con el apoyo de las características de Seis Sigma se detecten las principales fortalezas y debilidades en una empresa.

De entre líderes de la organización que simpatizan con la iniciativa Seis Sigma se designa un equipo para que se constituya en el núcleo inicial de esta iniciativa. Se le debe encomendar que desarrollen un primer *diagnóstico organizacional* en el que se detecte cuáles son las prácticas y conocimientos actuales en la organización que se alejan más de los principios de Seis Sigma. Este diagnóstico puede fundamentarse en entrevistas a empleados y líderes de la organización y en otra información disponible. La idea es detectar si hay un liderazgo comprometido con la mejora de los procesos y si hay propietarios de esos procesos; investigar qué tipo de cosas se miden actualmente y si esas mediciones se convierten en aprendizaje y acción; indagar si hay formas sistemáticas de detección de las necesidades del cliente y una buena retroalimentación con ellos, y si se sabe el tipo de calidad que se les está entregando; analizar si se cuenta con una metodología consistente para abordar en equipo los problemas críticos. A partir de lo anterior, se recaba información y se inicia un diálogo y discusión en el interior de la organización, que lleve al equipo núcleo para determinar las divisiones y unidades del negocio a las que se podría enfocar en forma prioritaria la iniciativa. También es importante identificar las personas que más simpatizan y apoyan la iniciativa y las áreas donde puede haber más resistencia.

Etapa 2. Planeación directiva

Los pasos de la implementación pueden continuar con un seminario-taller de *planeación estratégica*, en el que durante dos días completos el equipo de alta dirección de la organización desarrolla una visión de cómo Seis Sigma puede ayudar a la organización a cumplir con las metas claves del negocio.

En esta reunión, además de contar con la presencia del director general (así llamaremos al máximo líder ejecutivo de la organización), éste debe estar plenamente convencido de la necesidad de la iniciativa y tener la retroalimentación del equipo núcleo. Se sugiere que el seminario inicie con una intervención del director general, donde enfatice que Seis Sigma será la estrategia y herramienta principal con la que la organización va a satisfacer a sus clientes y al mercado; y que además, se proporcionará un lenguaje común para desarrollar una cultura de mejora continua y para integrar otras iniciativas del negocio.

El siguiente objetivo del seminario será familiarizar a los miembros del equipo de alta dirección con una formación básica sobre Seis Sigma (antecedentes y logros, qué es y cuáles son sus características). Después, con la retroalimentación del diagnóstico inicial como contraste, se desarrolla y se acuerda una primera aproximación de la visión de cambio. Se deben alcanzar acuerdos sobre los beneficios, crecimiento y mejora de satisfacción del cliente que la estrategia debe generar en los siguientes cinco años. El equipo también debe discutir el diagnóstico obtenido en la fase anterior, para así identificar las unidades de la organización donde es probable que se alcancen los éxitos iniciales.

En este punto el equipo de dirección decide iniciar los esfuerzos en algunas áreas claves, para a partir de ahí valorar las lecciones aprendidas y los beneficios obtenidos, haciendo los ajustes y mejoras necesarias, y entonces aplicar la estrategia al resto de la

compañía. También, de ser necesario, preparan una estrategia de comunicación para grupos claves de accionistas y buscar así su compromiso para el esfuerzo; además, delinear en conjunto un plan de información y orientación para lograr el convencimiento y acuerdo de los empleados.

A partir del análisis de la estructura en la que se apoya Seis Sigma (*champions*, MBBS, BBS), el equipo directivo debe acordar los criterios para seleccionar los candidatos a líderes de la iniciativa. Es necesario elegir al equipo directivo que implementará la iniciativa de entre la gente con mayor talento, experiencia y futuro en la organización, y que reúna los perfiles que se comentaron en la sección anterior. Esto mandará un mensaje sobre el nivel de importancia de la iniciativa SS. Lo hecho por Jack Welch en GE es un referente fundamental para cualquier esfuerzo directivo por SS.

Etapa 3. Talleres de mejora Seis Sigma

Talleres de mejora SS

Son sesiones de trabajo directivo para profundizar el proceso de implementación de SS. Permitirán familiarizar a la gente con SS, evaluar el estado de procesos claves y seleccionar proyectos y los responsables de éstos.

Con el apoyo del líder ejecutivo general de la iniciativa Seis Sigma, en unas cuantas semanas los líderes de las unidades de negocio seleccionadas en la etapa anterior convocan a una serie de sesiones de trabajo directivo para iniciar el proceso de implementación. Estos talleres familiarizan a la gente con los métodos y estrategias Seis Sigma, y cómo serán integrados con los planes de negocio existentes.

A medida que los talleres avanzan, los líderes de las unidades de negocio acuerdan e identifican los beneficios esperados. Las actividades se orientan a evaluar la situación actual de satisfacción de clientes y el estado de los procesos del negocio. Los líderes del equipo de implementación también analizan las barreras culturales y otros obstáculos potenciales, para a partir de esto ajustar el plan y el desarrollo de los proyectos de implementación.

Se identifican los procesos claves del negocio y el equipo directivo designa a sus propietarios (candidatos a *campeones*). De especial importancia para los equipos de mejora son los procesos que proporcionan información sobre el cliente y sobre el mercado. Con base en un diagnóstico preliminar sobre el desempeño de cada proceso respecto a sus VCC, se seleccionan los proyectos iniciales de mejora para la unidad de negocio. Basado en lo anterior, el equipo directivo de la unidad de negocios selecciona un grupo inicial de candidatos a líderes de Seis Sigma (campeones, MBBS y BBS), para que reciban el entrenamiento apropiado para su responsabilidad. Después se establece un plan, con fechas, para que estos líderes reciban el entrenamiento apropiado. Básicamente habrá dos programas: el entrenamiento para campeones y el entrenamiento black belt. Los propietarios de los procesos de donde se seleccionaron proyectos reciben el entrenamiento para campeones.

Se designan los líderes de los proyectos, empiezan a recibir el entrenamiento *black belt* y a la par desarrollan cada una de las fases del proyecto DMAMC. Una vez que estos líderes integren su equipo que les apoyará en el proyecto, se programa un entrenamiento para todos estos miembros de los equipos para que reciban formación básica sobre Seis Sigma. De esta forma apoyarán con mejor conocimiento de causa a los líderes de los equipos.

Mientras tanto, los directivos dejan que el entrenamiento y el avance de los proyectos se vayan dando, y de acuerdo al plan de implementación, cumplen con sus responsabilidades en las reuniones regulares del equipo de dirección.

Así, con las acciones previas se ha puesto en marcha la iniciativa Seis Sigma y se ha empezado a formar la estructura en la que se apoya Seis Sigma. Es importante que el entre-

namiento sea diseñado y ejecutado bajo la supervisión del líder ejecutivo general de la iniciativa, quien también empieza a establecer y precisar los mecanismos y criterios con los que los líderes alcanzarán su designación como campeones, MBBS, BBS, GBS, entre otros.

Etapa 4. Evaluación y profundización del cambio

Una vez que finalice la primera generación de proyectos, es importante hacer una evaluación de los resultados, obstáculos y hechos relevantes que permitan reforzar la estrategia. De particular importancia en esta etapa es el compromiso y la labor que desempeñaron los *campeones*. Esta evaluación se puede dar tanto a nivel negocio como a nivel general en la organización. Con base en esto, se afina el plan de implementación y se depuran estrategias y programas. Todo ello dará origen a la segunda generación de proyectos se designan los líderes correspondientes y se inicia segunda generación de capacitación sobre el currículum BB. El segundo grupo a entrenar debe verse beneficiado de un programa revitalizado y apegado más a los problemas de la organización. Los proyectos previos pueden servir de ejemplo y ejercicios de casos reales.

Los líderes, que ya recibieron entrenamiento se avocan a sus proyectos, y pueden empezar a fungir como asesores de los líderes que apenas están recibiendo el entrenamiento.

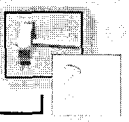
Posteriormente, el plan de implementación debe continuar al profundizar medidas, acrecentar la estructura de líderes de Seis Sigma, mejorar el entrenamiento de la gente de apoyo, ampliar la comunicación y evaluar que los proyectos se conviertan en mejoras reales en costos, ahorros y satisfacción del cliente. En adelante, como cualquier plan, la iniciativa Seis Sigma se deberá evaluar en forma periódica (quizás anualmente), para ver si en realidad se logra lo deseado y si la iniciativa ha alcanzado las características que la distinguen, para con base en eso ampliar su profundidad y amplitud.

CONCEPTOS CLAVE

- Seis Sigma
- Liderazgo de arriba hacia abajo
- Maestros cinta negra (*Black Belts*)
- Maestros cinta verde (*Green Belts*)
- Metodología robusta
- Definir al proyecto
- Cuatro *P's*
- Democratización de la estadística
- Proceso Tres Sigma
- Estadístico Z
- Capacidad de corto plazo
- Capacidad de largo plazo
- Calidad Seis Sigma
- Unidad

- Oportunidad
- Defectos por unidad (DPU)
- Defectos por oportunidad (DPO)
- Defectos por millón de oportunidades (DPMO)
- Rendimiento combinado Y_C
- Rendimiento promedio normalizado
- Definir el proyecto
- Narración de un proceso
- Medir la situación actual
- Analizar las causas raíz
- Mejorar las VCC
- Controlar la mejora
- Estandarizar el proceso
- Diseño para Seis Sigma (DMADV)
- Diseño para confiabilidad
- Líder de SS
- Líder de implementación
- Campeones
- Currículo de un black belt
- Transformación del negocio
- Mejora estratégica
- Diagnóstico organizacional
- Talleres de mejora SS

PREGUNTAS Y EJERCICIOS



1. ¿Dónde inició Seis Sigma y cuál fue su propósito básico?
2. Señale algunas de las empresas con mejores resultados en Seis Sigma y comente estos resultados.
3. ¿Quién fue Jack Welch y qué papel desempeñó en la iniciativa Seis Sigma?
4. Comente algunas de las características o principios más importantes de Seis Sigma.
5. ¿Qué son las VCC?
6. Explique la métrica Seis Sigma (el estadístico Z).
7. Discuta las diferencias conceptuales o filosóficas entre calidad Tres y Seis Sigma.
8. ¿Cuál es la diferencia entre calidad de corto y largo plazo?
9. Explique las siguientes métricas Seis Sigma y dé un ejemplo: DPU, DPO y DPMO.

9'. Explique el significado de los índices DPMO y PPM, señale cómo se relacionan y para qué tipo de variables se utiliza cada uno.

10. Si un proceso tiene cinco etapas, cuyos rendimientos a la primera vez son, respectivamente: 0.99, 0.95, 0.89, 0.90 y 0.98, calcule el rendimiento combinado a la primera vez del proceso.
11. Un proceso tiene los defectos descritos como del tipo A, B, C, D, E. Los datos que se muestran en la tabla siguiente fueron colectados en cierto periodo, registrando defectos (D), unidades (U) y oportunidades (O).
    a) Con base en los datos de la tabla obtenga los índices DPU, DPO DPMO para cada tipo de defecto y para el total.

Característica	D	U	O	DPU	DPO	DPMO	Y_c	Z.lt
Tipo A	20	450	10					
Tipo B	15	350	15					
Tipo C	6		200	25				
Tipo D	25	350	12					
Tipo E	30	400	15					
Total								

b) Sin tomar en cuenta el tipo de defecto obtenga el total de D, U y O; y con base en estos calcule los índices DPU, DPO y DPMO.

c) Con apoyo de la relación entre el rendimiento combinado de un proceso Y_C y DPU, calcule el primero para cada tipo de defecto y para el total.

d) Suponga que el proceso tiene cuatro etapas y tomando en cuenta la estimación del rendimiento combinado, estime el nivel de calidad de largo plazo en sigmas (*Z.lt*) para cada tipo de defectos y para el total.

12. ¿Qué es la metodología DMAMC?

13. Describa brevemente cada una de las etapas de DMAMC.

14. Describa el rol que juegan y el entrenamiento que requieren los siguientes actores de Seis Sigma: master black belt, black belt y green belt.

15. ¿Qué es la línea base (*base line*) en un proyecto y por qué es necesario calcularla?

16. ¿Qué tipo de proyectos se abordan mediante la metodología DMAMC?

17. ¿Cuáles son las Y's en un proceso, y cuáles son las X's?

18. ¿Cómo ayuda a definir el problema la técnica de los "cuatro cuáles"?

19. ¿En qué etapa de un proyecto y por qué es necesario investigar que las VCC se pueden medir en forma consistente (estudio R&R)?

20. ¿Cómo ayuda la técnica de los "cinco por qué" para encontrar la verdadera causa?

21. Para un proceso que esté familiarizado haga una lista de las principales Y's y X's, y utilizando una matriz del tipo DFC (o QFD) investigue su relación. Establezca la prioridad inicial para cada Y de acuerdo a su situación actual con una escala de 1 a 5, siendo 5 lo más malo.

22. ¿En un proyecto DMAMC cómo se mide el impacto de las mejoras?

23. ¿Qué se hace cuando se cierra un proyecto?

24. ¿Por qué es necesario el diseño para Seis Sigma?

25. Describa en forma breve las etapas de la metodología DMADV (diseño para Seis Sigma).

26. En la sección de implementación se habló de tres niveles de profundidad en la implementación de Seis Sigma y se señaló que en uno de ellos se corre el riesgo de que Seis Sigma se vea simple y sencillamente como una metodología de solución de problemas. ¿Por qué este enfoque no es adecuado?

27. Describa brevemente las etapas que se sugieren en la implementación de Seis Sigma.

Capítulo 19

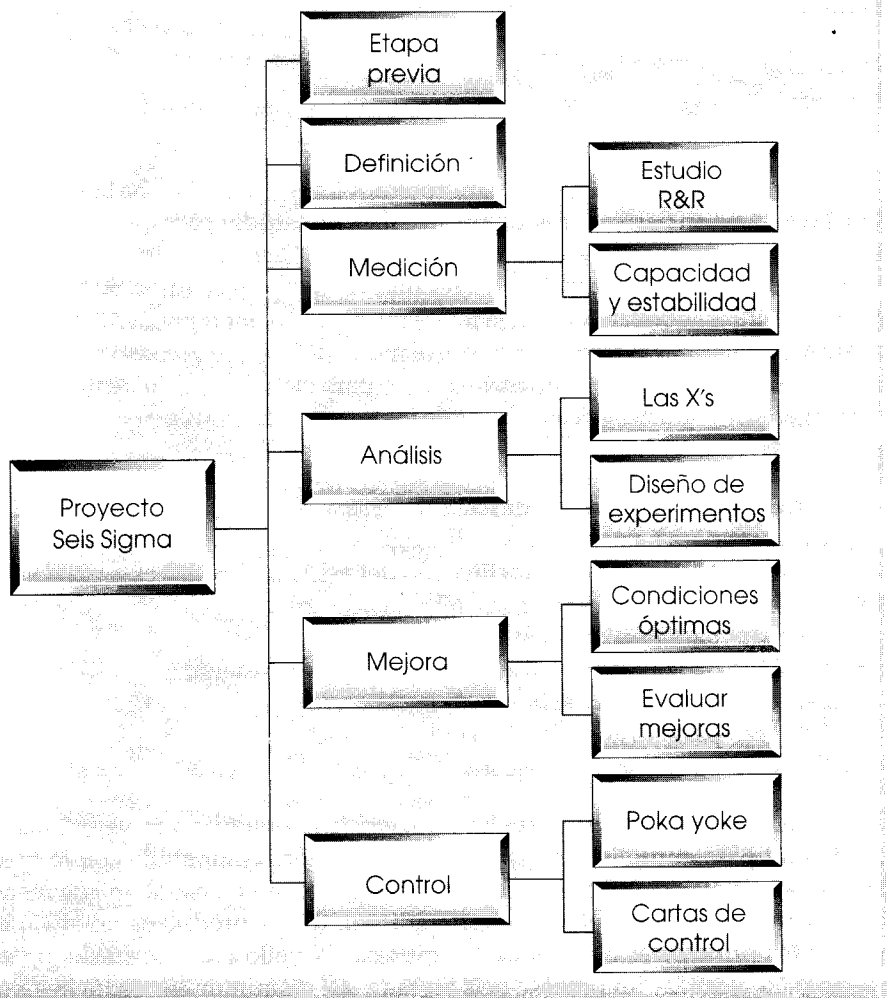
Ejemplo de proyecto Seis Sigma

SUMARIO

- Etapa previa
- Definición
- Medición
- Análisis
- Mejora
- Control

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Entender la trascendencia práctica de aplicar un proyecto Seis Sigma sobre un producto o proceso.
- Identificar con claridad en qué consiste la definición del problema y la medición, y su papel en el éxito de un proyecto.
- Describir las características del análisis, mejora y control del proceso con etapas claves en un proyecto Seis Sigma.


Proyecto Seis Sigma
Etapa previa
Definición
Medición
Estudio R&R
Capacidad y estabilidad
Análisis
Las X's
Diseño de experimentos
Mejora
Condiciones óptimas
Evaluar mejoras
Control
Poka yoke
Cartas de control

En el capítulo anterior ya se vio un ejemplo de proyecto Seis Sigma, en donde se aplicó cada una de las fases de la metodología DMAMC (definir, medir, analizar, mejorar y controlar). En este capítulo se presenta otro ejemplo de proyecto completo de Seis Sigma, con la idea de que el lector tenga más elementos para entender mejor a DMAMC. En particular interesa destacar que las diferentes actividades que se propusieron en el capítulo anterior para completar DMAMC, pueden tener ligeras variaciones y lo que más importa es apegarse a la filosofía y objetivo de cada una de las fases.

Ya no se explican las fases de DMAMC, ni se enuncian las actividades, sólo se presentan los resultados de cada fase.

ETAPA PREVIA

Características críticas

Variables que reflejan el desempeño de un proceso, de particular importancia aquellas que se relacionan con la calidad y precio del producto.

En una empresa que fabrica asientos para automóvil se pone en marcha la estrategia Seis Sigma. En un área en particular, el *campeón* realiza un estudio para identificar las características críticas (VCC) de los asientos de automóvil. Dicho estudio se basa a su vez en normas que la industria automotriz exige cumplan sus proveedores. Se consideran *características críticas* aquellas que tienen una especificación por reglamento gubernamental, o bien aquellas que tienen un impacto al momento de que el consumidor se decide por cierto automóvil. Del estudio mencionado para cierto tipo de asiento, se desprenden las siguientes características críticas de los asientos del conductor y del asiento del acompañante delantero:

- Y_1. Esfuerzo para levantar el descansabrazos.
- Y_2. Esfuerzo para bajar el descansabrazos.
- Y_3. Esfuerzo para cambiar la inclinación del asiento.
- Y_4. Esfuerzo para deslizar el asiento hacia adelante.
- Y_5. Esfuerzo para deslizar el asiento hacia atrás.
- Y_6. Esfuerzo de la palanca para liberar y deslizar el asiento.
- Y_7. Esfuerzo para activar el botón de la cabecera.
- Y_8. Esfuerzo para levantar la cabecera.
- Y_9. Esfuerzo para bajar la cabecera.

De este estudio se detectó que todas las características deberían ser mejoradas, ya que su capacidad para cumplir con especificaciones no era compatible con la meta Seis Sigma. Esta baja capacidad se atendía normalmente con una estrategia de inspección al 100%. Además, ese modelo de asiento era uno de los productos líderes que se le proveía a los principales clientes de la empresa. Por ello era prioritario generar un proyecto para alcanzar un proceso Seis Sigma y así disminuir costos de inspección y garantizar la satisfacción y lealtad de los clientes.

Se designó como líder del proyecto a un *black belt* experimentado y con buen nivel de formación estadística, quien a su vez conformó su equipo de apoyo, en coordinación con el *champion* y el propietario del proceso.

En el proyecto original se contemplaron las nueve características críticas señaladas antes, tanto para el asiento del conductor como para el asiento del pasajero, pero para fines de este ejemplo de proyecto Seis Sigma nos limitaremos a la característica crítica "esfuerzo para levantar el descansabrazos", sólo en el asiento del conductor.

Como marco del proyecto, el *champion* presentó al líder del proyecto los resultados del estudio original de capacidad y aclaró que lo que esperaba era un nivel de calidad Seis Sigma para todas las variables críticas y en consecuencia una reducción significativa de inspección y del tiempo de ciclo.

DEFINICIÓN

El problema es que las fuerzas requeridas para subir y bajar los descansabrazos (véase figura 19.1) del asiento del conductor se encuentran alejadas de su valor nominal y en algunos casos fuera de especificaciones. Esto obliga a mantener estrecha vigilancia sobre las variables de esfuerzo mediante dos inspectores que monitorean cada asiento fabricado (inspección al 100%), con el consecuente aumento en costos y en tiempo de ciclo.

De acuerdo al estudio del *champion*, actualmente la fuerza hacia arriba (Y_1) tiene una capacidad de corto plazo de 3.9 sigmas ($C_{pk} = 1.3$) y una capacidad de largo plazo de 2.4 sigmas ($P_{pk} = 0.8$), lo que de acuerdo al capítulo 1 (tabla 18.1) implica la cantidad de 8.2 asientos fuera de especificación por cada 1 000 producidos (8 200 por cada millón). Esto se agrava si esta variable es sólo una de nueve variables críticas que pueden llevar al no cumplimiento de las especificaciones de los asientos. La meta con esta variable es llevarla a una capacidad de largo plazo de al menos 4.5 sigmas ($P_{pk} > 1.5$) y una capacidad de corto plazo de al menos 6 sigmas ($C_{pk} = 2$), que generaría menos de un asiento fuera de especificaciones por cada mil producidos, considerando todas las variables críticas antes listadas. Este nivel de desempeño permitiría eliminar la inspección al 100% de los asientos, con el consecuente ahorro del costo de los dos inspectores, la reducción del tiempo de ciclo y el incremento de la satisfacción del cliente.

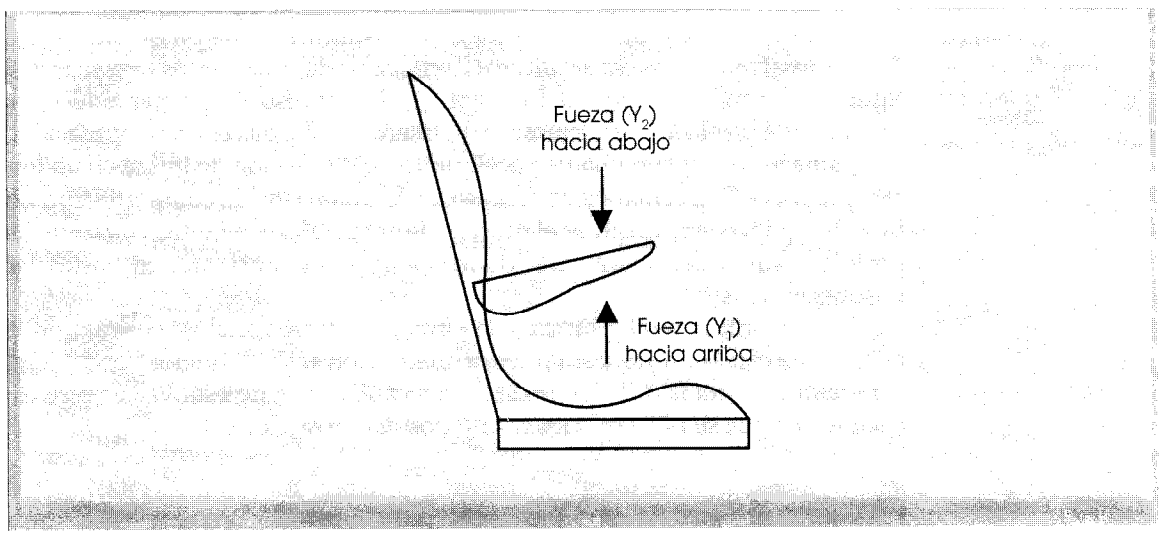


Figura 19.1 *Fuerza hacia arriba (Y_1) y fuerza hacia abajo (Y_2) del descansabrazos.*

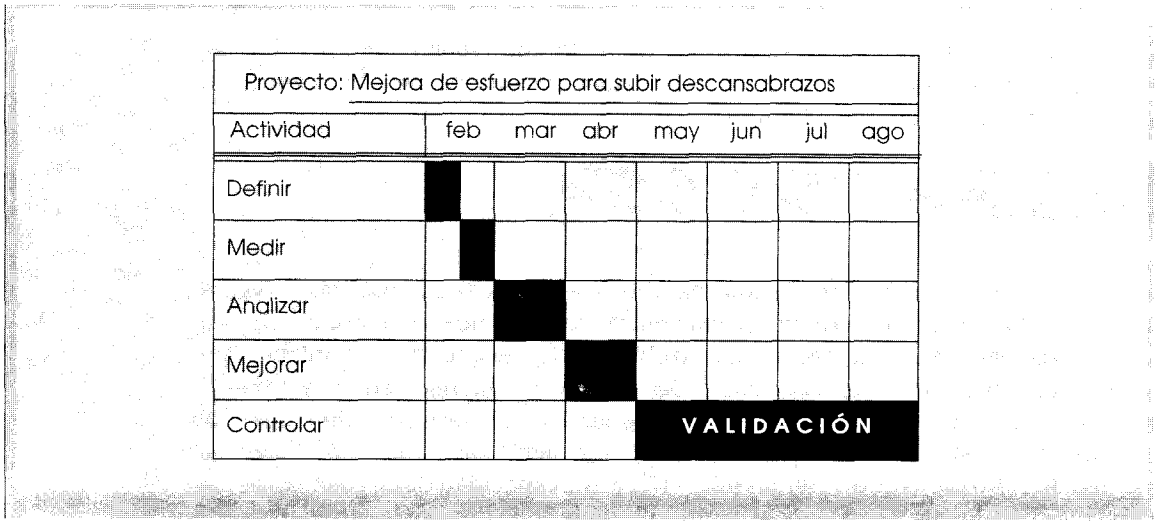


Figura 19.2 *Gráfico de Gantt.*

Gráfico de Gantt

Diagrama en el que se muestra un plan de actividades junto con elementos como el tiempo y las fechas en que se prevé realizar cada una de ellas.

El equipo, con el propósito de planear su horizonte de acción, desarrolló el *gráfico de Gantt* de la figura 19.2. En este gráfico nos limitamos a señalar las fechas propuestas para cada etapa del DMAMC, pero se puede agregar más información respecto al proyecto como el desempeño actual de la variable crítica de interés, la meta propuesta, los ahorros potenciales estimados, miembros del equipo, responsable, entre otros.

Con el propósito de tener un mejor entendimiento del problema, el equipo Seis Sigma desarrolló el *mapeo del proceso de ensamble* de los asientos que se muestra en la figura 19.3. En él se observa cada operación del proceso, un primer nivel de narración de cada una de ellas y las técnicas actualmente utilizadas en cada operación. Sobre el diagrama se señala con una flecha el punto de inspección de interés para los fines de este proyecto. Con el mapeo de procesos se logra una visión compartida por los miembros de equipo sobre lo que es el proceso de ensamble de asientos y permite identificar posibles causas del desempeño de los esfuerzos del asiento, en particular los del descansabrazos.

Entonces, aunque el proyecto contempló las nueve variables críticas que se listaron al inicio de este capítulo, para fines de ilustración sólo estaremos dando seguimiento a Y_1 (*esfuerzo para levantar el descansabrazos*). A través de esta variable se escucha al cliente y en ella se reflejarán los resultados del proyecto.

MEDICIÓN

En esta etapa se verifica el sistema de medición de cada variable crítica cuyo desempeño quiere mejorarse. Esto se hace con estudios de repetibilidad y reproducibilidad (*gage*

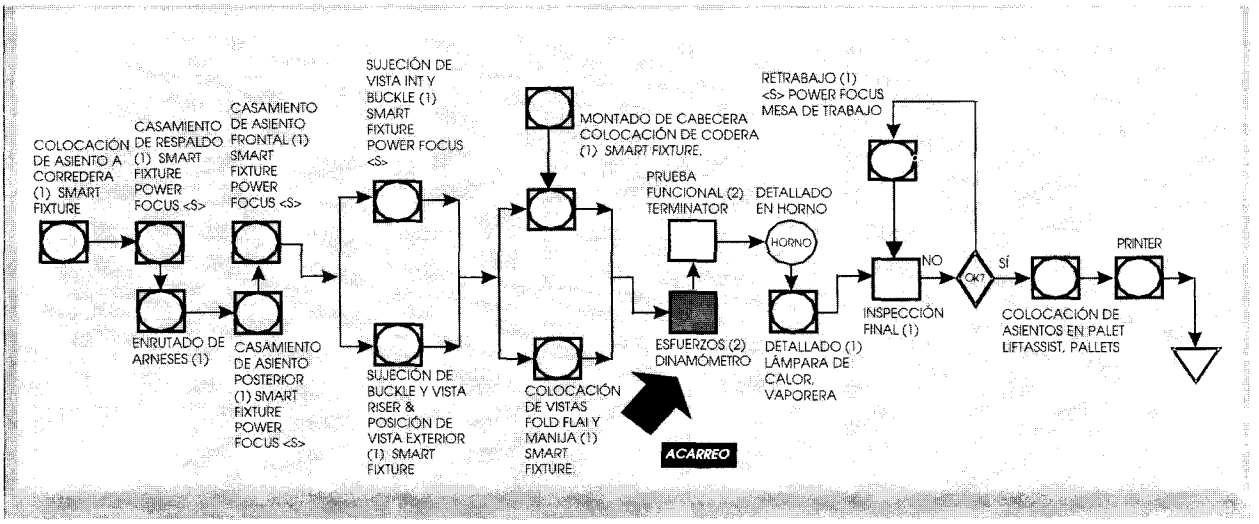


Figura 19.3 *Mapeo del proceso de ensamble de asientos para automóvil.*

R&R). Luego se obtiene la línea base o desempeño actual de cada variable, vía el análisis de su capacidad y estabilidad.

Estudios R&R

Un primer estudio de repetibilidad y reproducibilidad para la variable Y_1 (esfuerzo hacia arriba) arrojó los resultados que se muestran en la figura 19.4. En él se observa un desempeño inadecuado del sistema de medición (véase figura 11.6), debido principalmente a la contribución tan grande de la reproducibilidad (46.64%) en la variación total observada. Es decir, los operadores no utilizan el instrumento de la misma manera, lo que se manifiesta en las diferencias observadas en las primeras cuatro partes medidas, en la gráfica de interacción operador × parte. En la carta de rangos R se observa mayor inconsistencia en el operador 2. Además de que la contribución de las mediciones en relación con la tolerancia resulta también muy alta (40.94), debiéndose principalmente a operadores (%Reprod. = 39.43). En resumen, el sistema de medición es inaceptable tanto para controlar el proceso como para distinguir entre piezas buenas y malas, de manera que este primer estudio R&R no pasa.

Se desarrolló un programa de mejora de la habilidad de los operadores y se reentrenó a todos los inspectores que realizan mediciones en el proceso. Después de ello se volvió a hacer un estudio R&R, que arroja los resultados de la figura 19.5. Ahora se observa una contribución de 27.35% del sistema de medición en la variabilidad total observada, que es marginalmente aceptable, mientras que la contribución a la tolerancia es ahora de 14.6%, que se considera como aceptable (véase figura 11.6). Es decir, el sistema de medición puede distinguir entre piezas buenas y malas, pero no es lo mejor para fines de controlar el proceso. Ahora el componente que contribuye más

Fuente	Varianza	% Contribución
Total R&R	5.6890	23.46
Repetibilidad	0.4131	1.70
Reproducibilidad	5.2759	21.76
Parte a parte	18.5604	76.54
Variación total	24.2494	100.00

Fuente	Desv. Est (DE)	Var. Expandida (5.15 * DE)	% Var. total (%VT)	%Tolerancia (varE/Toler)
Total R&R	2.385	12.283	48.44	40.94 ←
Repetibilidad	0.643	3.310	13.05	11.03
Reproducibilidad	2.297	11.829	46.64	39.43 ←
Parte a parte	4.308	22.187	87.49	73.95
Variación total	4.924	25.360	100.00	84.53

Número de categorías distintas = 3 ←

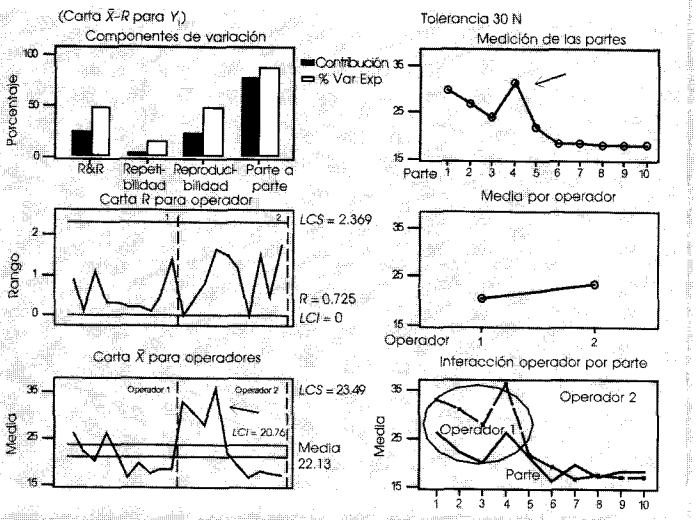


Figura 19.4 *Primer estudio R&R para el esfuerzo hacia arriba (Y_1).*

Fuente	Varianza	% Contribución
Total R&R	0.72390	7.48
Repetibilidad	0.68871	7.11
Reproducibilidad	0.03519	0.36
Parte a parte	8.595603	92.52
Variable total	9.679931	100.00

Fuente	Desv. Est (DE)	Var. Expandida (5.15 * DE)	% Var. total (%VT)	%Tolerancia (varE/Toler)
Total R&R	0.850	4.382	27.35	14.60 ←
Repetibilidad	0.830	4.274	26.67	14.24
Reproducibilidad	0.187	0.966	6.03	3.22 ←
Parte a parte	2.992	15.412	96.19	51.37
Variación total	3.111	16.023	100.00	53.41

Número de categorías distintas = 5 ←

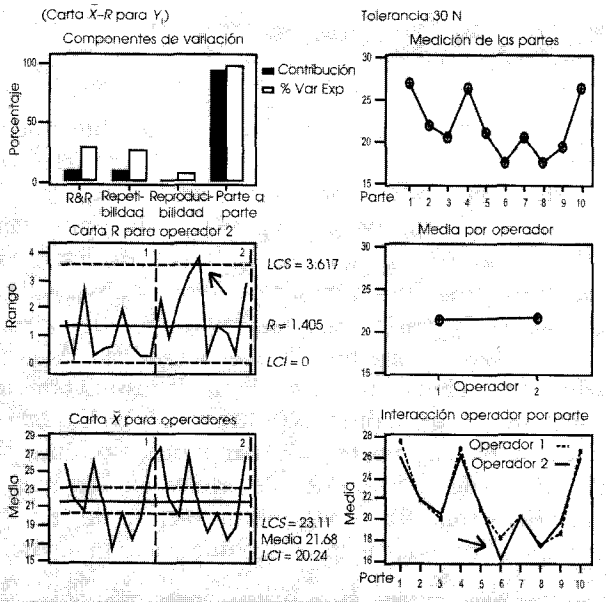


Figura 19.5 *Segundo estudio R&R para el esfuerzo hacia arriba (Y_1).*

es la repetibilidad, la cual es directamente atribuible al instrumento de medición: se sabe que el dinamómetro no es el instrumento más apropiado para realizar esta medición, pero por el momento es el único disponible. En conclusión, este estudio R&R fue aprobado.

Estudio de capacidad y estabilidad

Una vez aprobada la calidad de las mediciones se procede a determinar la línea base (*base line*) de la variable esfuerzo hacia arriba. Se planea un estudio de capacidad y estabilidad utilizando una carta de control $\bar{X}$-R, con tamaño de subgrupo igual a cuatro, hasta completar 20 subgrupos repartidos en un periodo, suficiente para que se manifieste la variación de largo plazo del proceso. Una vez completados los 20 subgrupos y antes del estudio de capacidad se verifica estadísticamente que los datos no rechazan su procedencia de una distribución normal. El estudio de estabilidad[1] se muestra en la carta $\bar{X}$-R de la figura 19.6, y el de capacidad en la figura 19.7.

Aunque de acuerdo a las recomendaciones del capítulo 10, es deseable tener más datos para realizar el estudio de estabilidad, de la carta $\bar{X}$-R se aprecia que el proceso es muy inestable en cuanto a tendencia central (véase capítulo 7) y estable en cuanto a dispersión. Aplicando el criterio de puntos fuera de los límites, vemos que de 20 puntos, seis están fuera de los límites de control. Por tanto, sólo considerando los puntos fuera, una estimación del índice de inestabilidad está dada por

$$St = \frac{6}{20} \times 100 = 30\%$$

Que es demasiado grande, por lo que el proceso puede considerarse muy inestable en cuanto a tendencia central.

Por otro lado, en cuanto a capacidad, las especificaciones o tolerancias para Y_1 son $EI = 10$ y $ES = 40$. Del histograma de la figura 19.7 se observa que los resultados del esfuerzo están cargados hacia la especificación inferior, lo que incrementa sensiblemente la aparición de descansabrazos que no cumplen las especificaciones por quedar demasiado flojos. La curva angosta es la distribución potencial (variación de corto plazo) que se tendría si se reduce la variabilidad entre subgrupos a los niveles de la variación dentro de subgrupos, que es típicamente lo que ocurre cuando el proceso se encuentra en control estadístico durante el periodo del muestreo. En este caso se puede mostrar que el proceso no se encuentra en control estadístico en cuanto a su media, pero sí en cuanto a su variabilidad (figura 19.6). La curva punteada y más amplia es la variación actual que tienen los esfuerzos hacia arriba.

Aún con la variación actual, si el proceso se centrara en el valor nominal (25 N), la capacidad se incrementaría hasta niveles de $C_p = C_{pk} = 1.87$. Sin embargo, debido al

[1] Algunos autores no consideran hacer en esta etapa un estudio de estabilidad, sin embargo, a nuestro juicio y dado lo comentado en el capítulo 10, es importante conocer el estado inicial del proceso en cuanto a estabilidad, tanto para fundamentar mejor la búsqueda de las soluciones como para medir mejor el impacto de las mejoras.

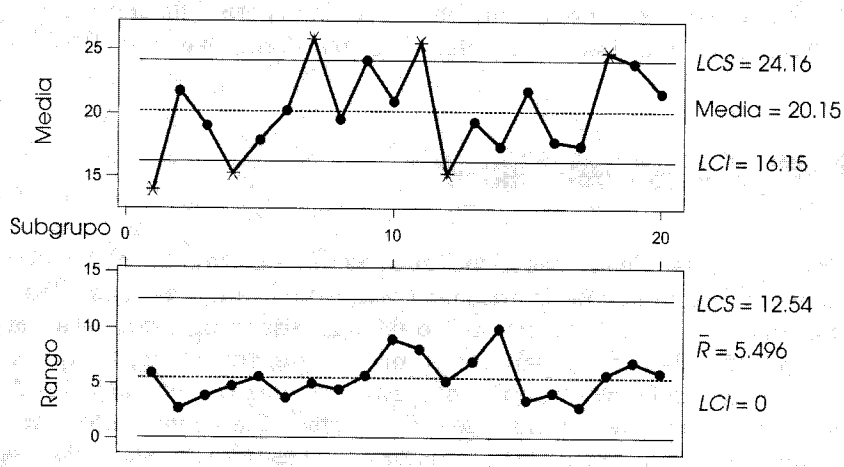


Figura 19.6 *Estudio de estabilidad para la variable Y_1.*

Datos del proceso

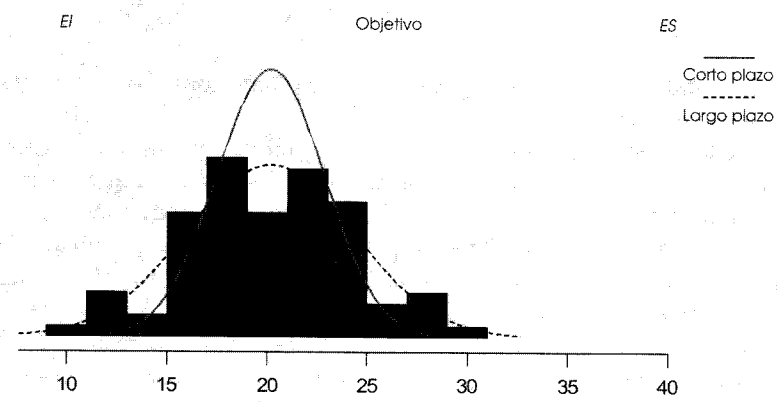
ES	40.0000
Objetivo	25.0000
EI	10.0000
Media	20.1537
Muestra	80
Desv Est (corto)	2.66929
Desv Est (largo)	4.17181

Capacidad de corto plazo

C_p	1.87
C_{pk}	2.48
C_{pl}	1.27
C_{pk}	1.27
C_{pm}	0.78

Capacidad de largo plazo

P_p	1.20
P_{pk}	1.59
P_{pl}	0.81
P_{pk}	0.81



Desempeño observado (muestra)		Desempeño corto plazo		Desempeño largo plazo	
PPM < *EI*	0.00	*PPM* < *EI*	71.22	*PPM* < *EI*	7 469.0
PPM < *ES*	0.00	*PPM* < *ES*	0.00	*PPM* < *ES*	0.9
PPM Total	0.00	*PPM* Total	71.22	*PPM* Total	7 470.0

Figura 19.7 *Estudio de capacidad para la variable Y_1.*

desfase hacia la izquierda, la capacidad de corto plazo es $C_{pk} = 1.27$, misma que no garantiza a largo plazo el cumplimiento de las especificaciones. Note que a largo plazo la capacidad es $P_{pk} = 0.81$. Esto lleva a una realidad en la cual se tienen 7 470 PPM defectuosas. Si sólo se tuviera la variación de corto plazo y se tomara un desfase a largo plazo de 1.5 sigmas se tendría que $Z_{ct} = 1.27 \times 3 = 3.81$ y $Z_{lt} = 3.81 - 1.5 = 2.31$, es decir, el desempeño sería a un nivel de 3.81 sigmas, que de acuerdo a la fórmula de la tabla 18.1 equivalen a 10 444 PPM.

Como lo señalamos en el capítulo 5, es importante distinguir entre calcular el desempeño a largo plazo a partir de suponer un desfase en la media de 1.5 sigmas, de la situación de estar estimando dicho desfase a partir de los datos (esta última reportada en la figura 19.7). El valor de Z_{ct} es el mismo en ambas situaciones, pero cambia el valor de Z_{lt}. Estimando este último a partir de los datos se tiene que $Z_{lt} = 3 \times \text{Ppk} = 3 \times 0.81 = 2.43$, de manera que el desfase o movimiento estimado es $Z_{mov} = Z_{ct} - Z_{lt} = 3.81 - 2.43 = 1.38$. Esto es, el desfase estimado es menor al desfase supuesto, lo cual explica que con el supuesto se estimen 10 444 PPM y con el calculado resulten 7 470 PPM. Sin embargo, la estimación del desfase depende del muestreo utilizado y es fácil que resulte subestimado por no capturar en la muestra todas las variaciones que afectan el proceso a largo plazo. De aquí que muchas veces sea recomendable utilizar la regla de oro de 1.5 sigmas de desfase. Sólo cuando se tiene adecuada y suficiente evidencia para demostrar que el desfase real del proceso es diferente a 1.5 se utiliza tal desliz calculado. Lo importante es contar con un estimador, de preferencia conservador que optimista, de las PPM que impactan al cliente.

En la figura 19.8 se muestra un reporte sobre el desempeño del proceso dado por el *software* Minitab: en la esquina superior derecha se muestran las curvas normales actual (de largo plazo) y potencial (de corto plazo), esta última centrada en el valor nominal, con la cual se estima el desempeño al que se puede aspirar con este proceso. En la gráfica inferior se muestra cómo evolucionó a lo largo del muestreo el número esperado de piezas que no cumplen (PPM'S), a corto y a largo plazos. Cuando ambas curvas se estabilizan es indicio de que se ha muestreado lo suficiente. Note que la curva punteada se mantiene pegada a cero, indicando que potencialmente se pueden tener casi cero defectos. En el extremo inferior derecho de la figura 19.8 se resumen los valores de las sigmas actual y potencial para el proceso, y los PPM que resultan o resultarían en cada situación. De acuerdo con lo discutido en el párrafo anterior se puede observar que los valores reportados en esta tabla son valores estimados a partir de los datos (con el desfase calculado de 1.38).

En suma, la situación inicial del proceso es muy inestable e incapaz, por lo que para mejorar su situación se deben tomar en cuenta las recomendaciones correspondientes del capítulo 10.

ANÁLISIS

En esta etapa se identifican las X's potenciales que pueden estar influyendo en el desempeño de la variable esfuerzo ascendente del descansabrazos (Y_1), y después se determinan, se confirman y se entienden las pocas X's vitales.

Para la identificación de causas potenciales, mediante lluvia de ideas se generan las potenciales causas y se organizan en el diagrama causa-efecto de la figura 19.9,

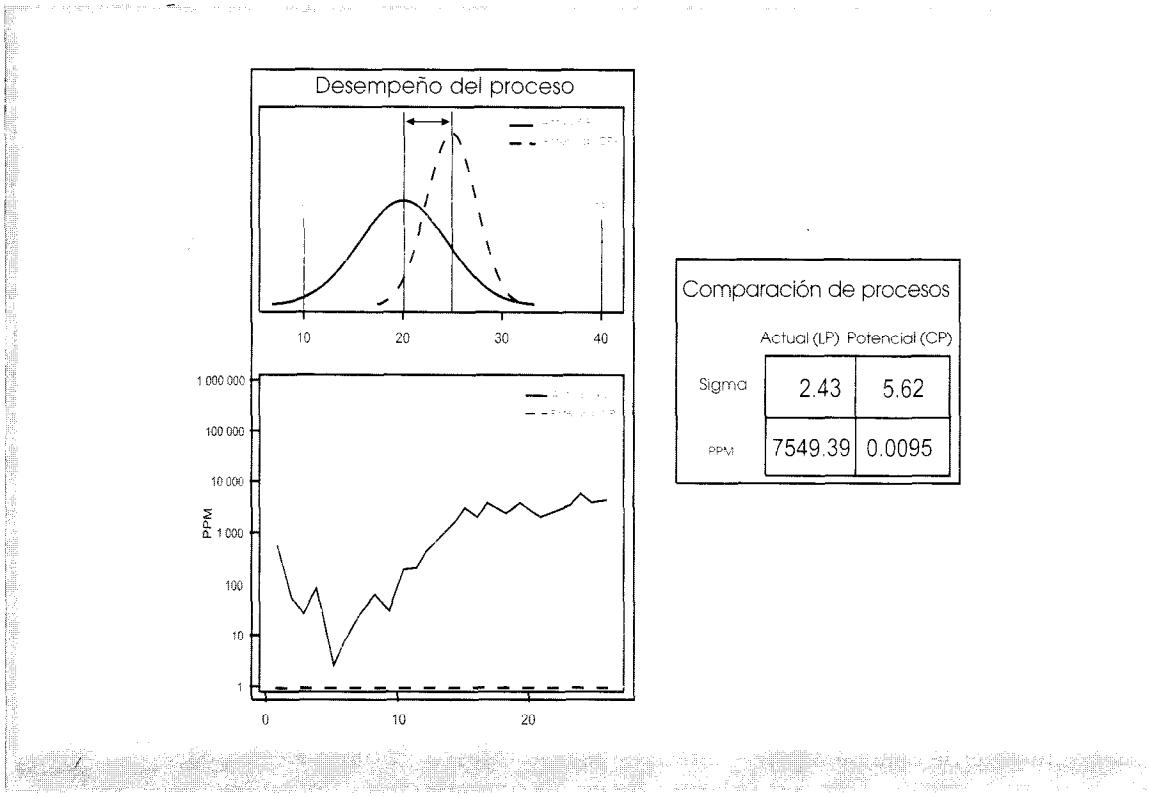


Figura 19.8 *Reporte del desempeño de la variable Y_1.*

donde se muestran los factores que podrían estar influyendo, en los esfuerzos para subir y bajar el descanzabrazos. El equipo del proyecto se inclina por atribuir el problema principalmente a cuestiones del material y los métodos utilizados en el proceso de ensamble del asiento. Una de las hipótesis planteadas es que el exceso de variabilidad de los esfuerzos se debe a la aplicación de los mismos métodos a diferentes poblaciones de asientos (por ejemplo, asientos de piel y de tela, para el conductor y el pasajero, etc.). Si se disgregan las poblaciones que son diferentes entre sí, se pueden desarrollar métodos adecuados a cada población, que den por resultado esfuerzos cercanos a su valor nominal.

A partir de este diagrama de Ishikawa y del conocimiento del proceso, se considera que las X's potenciales que vale la pena investigar más a fondo son:

- *X*1: Tipo de asiento (del conductor y del pasajero)
- *X*2: Tipo de material utilizado (piel o tela)
- *X*3: Tipo de espuma (tipo A y tipo B)
- *X*4: ILD o firmeza de la espuma (395.5 N y 455.5 N)
- *X*5: Dimensión de la costura (6 mm y 10 mm)

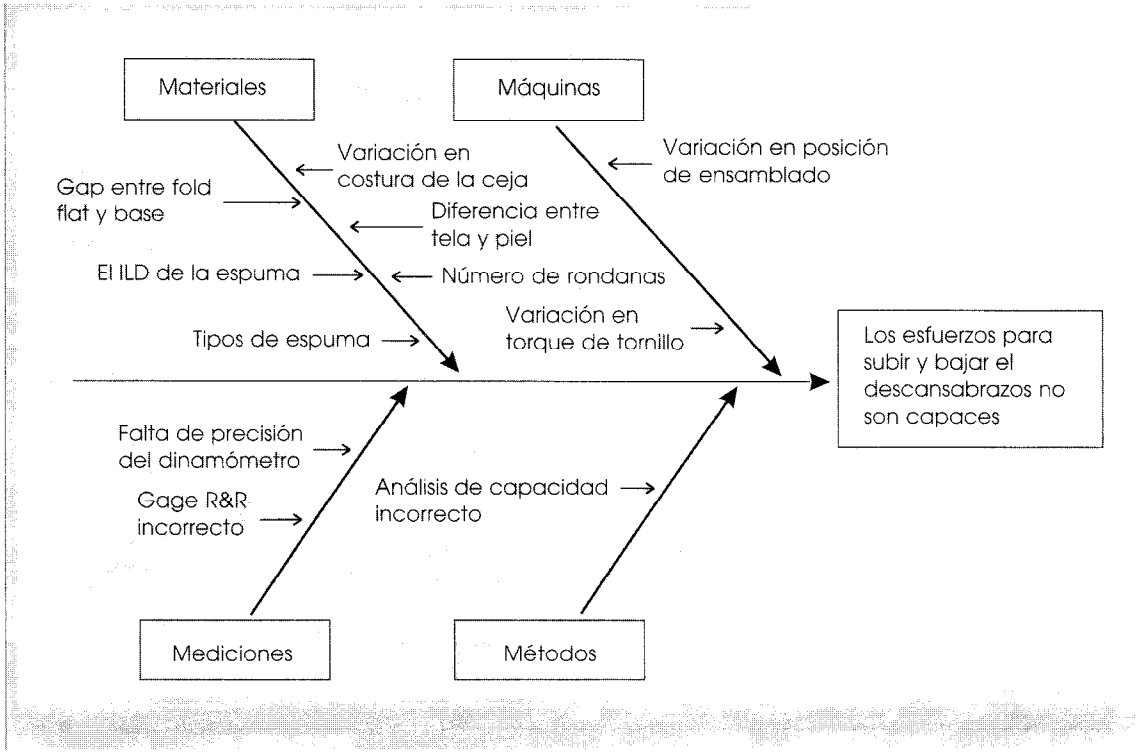


Figura 19.9 *Diagrama causa-efecto para las fuerzas de los descansabrazos.*

- X6: Posición de la costura (izquierda o derecha)
- X7: Número de rondanas (2 o 3)
- X8: Torque (25 N o 29 N)

Los primeros tres factores pueden dar lugar a diferentes poblaciones de asientos, en el sentido de que independientemente de la influencia que tengan sobre el esfuerzo ascendente, se deben ensamblar asientos en cualquier combinación de niveles de estos tres factores. La solución ideal sería que existiera y se encontrara una combinación de los niveles de los factores X4 hasta X8 en la cual el desempeño del esfuerzo ascendente (Y_1) fuera el adecuado, en cualquier combinación de los primeros tres factores.

Identificación de las pocas *X*'s vitales

Se utiliza el diseño de experimentos para identificar las pocas *X*'s vitales. No vamos a discutir nungún concepto de diseño de experimentos, los daremos por conocidos, por lo que el lector interesado puede consultar la obra hermana a la presente (véase Gutiérrez y De la Vara, 2003). Para identificar cuáles de los ocho factores son los vitales, desde el punto de vista estadístico se recomendaría correr alguna fracción del

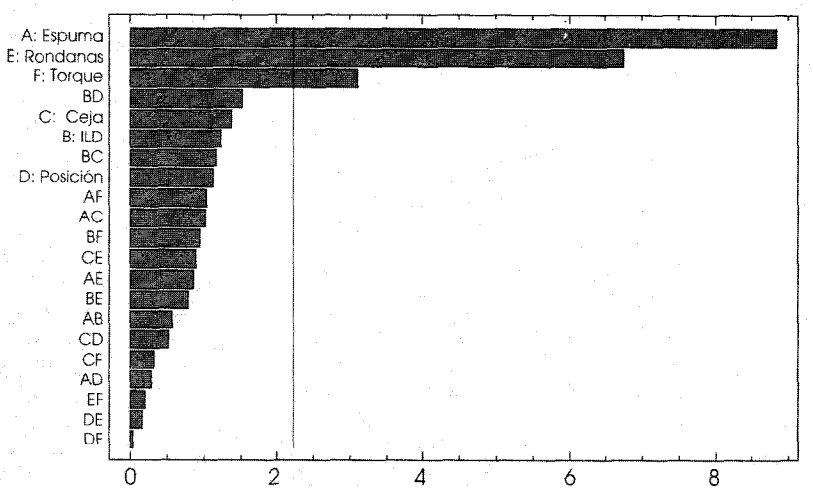


Figura 19.10 *Pareto de efectos sobre el esfuerzo hacia arriba.*

diseño factorial 2^8, para investigar simultáneamente el efecto individual de los 8 factores y sus interacciones. Sin embargo, desde el punto de vista práctico y por restricciones de producción de los asientos, se decidió investigar de manera separada y uno por uno los dos primeros factores, considerando que cada combinación de estos dos factores es una población de asientos, que de cualquier manera debe seguirse produciendo. Es decir, no tiene sentido elegir en ellos un nivel óptimo.

Se realizaron experimentos comparativos simples con los factores X1: tipo de asiento (conductor y pasajero) y X2: tipo de material (tela y piel). Se encontraron diferencias significativas entre el asiento del conductor y el del pasajero, así que sus condiciones de fabricación óptimas se estudiarán por separado. En cuanto al tipo de material no se encontró diferencia significativa en los esfuerzos con tela o piel. Cabe enfatizar que este análisis individual es correcto si los factores no interactúan entre sí, ni con los seis factores restantes. En caso de que eso ocurriera las conclusiones pueden ser incorrectas.

Para los siguientes seis factores, $X3$: tipo de espuma, $X4$: ILD de la espuma, $X5$: dimensión de la costura, $X6$: posición de la costura, $X7$: número de rondanas y $X8$: torque, se decide correr un experimento factorial 2^{6-1}, con los niveles de prueba dados en la lista anterior. La variable de respuesta fue Y_1. Los resultados de este experimento se presentan y discuten a continuación.

En el diagrama de Pareto de la figura 19.10 se muestra la estimación de los efectos principales e interacciones dobles de efectos. Allí se observa una separación clara de tres efectos activos: los efectos individuales (principales) del tipo de espuma ($X3$), el número de rondanas ($X7$) y el torque($X8$). Con la tabla de ANOVA dada en la tabla 19.1 se confirma la significancia de los tres efectos que marca el Pareto. De acuerdo al estadístico R cuadrado ajustado, estos tres términos explican el 83.07% de la variación

Tabla 19.1 ANOVA para el esfuerzo hacia arriba del descansabrazos.

X3:Espuma	2 488.30	1	2 488.30	91.00	0.0000
X7:Rondanas	1 448.35	1	1 448.35	52.97	0.0000
X8:Torque	306.53	1	306.53	11.21	0.0023
Error	765.65	28	27.3446		
Total	5 008.83	31			

R^2 (ajs) = 83.07%

presente en los datos. Se verifica el cumplimiento de los supuestos de normalidad, independencia y varianza constante que pide para su validez el modelo de ANOVA. La ecuación de regresión o de transferencia para la variable Y_1 (esfuerzo hacia arriba) asociada al ANOVA de la tabla 19.1 es

$$\hat{Y}_1 = 26.69 + 8.82X_3 + 6.73X_7 + 3.1X_8$$

Con esta ecuación se puede predecir el esfuerzo en cada combinación de los tres factores, denotando los niveles bajo y alto de cada factor como −1 y +1. Con excepción del torque (X8), no tiene sentido predecir en valores intermedios, dado que el tipo de espuma y el número de rondanas toman valores discretos.

De esta manera, se ha encontrado y confirmado que hay cuatro causas vitales: X2 en el primer experimento y (X3, X7 y X8) en el segundo experimento. Además, desde el principio se había establecido la hipótesis de las razones de esto. Por tanto, se han completado los trabajos de esta fase.

MEJORA

Determinación de las mejores condiciones de operación

En la gráfica de cubo de la figura 19.11 se observan los valores de esfuerzo predichos en cada combinación de los tres factores significativos en el experimento. Se observa que el valor predicho más cercano (25.69) al valor nominal de 25 N de esfuerzo ocurre en la combinación (X3 = 1, X7 = −1, X8 = −1), que en unidades originales corresponden a (espuma = tipo B, rondana = 2, torque = 25 N). Es importante señalar que el factor X3: tipo de espuma no se puede controlar en un nivel fijo, puesto que se producen asientos con ambos tipos de espuma. Tomando esto en consideración, en la gráfica de cubo se aprecia que cuando se utilice el tipo A de espuma (cara izquierda del cubo, X3 = −1), el valor más cercano al nominal 25 N, es de 27.70, que corresponde a (X1 = −1,

$X7 = +1$, $X8 = +1$), es decir, tipo de espuma B, torque a 29 N y utilizar 3 rondanas para estar más cerca del valor nominal. Así, las mejores condiciones de operación del proceso, dependiendo del tipo de espuma, son

(Espuma = Tipo B, Rondana = 2, Torque = 25 N)	$\hat{Y} = 25.69$
(Espuma = Tipo A, Rondana = 3, Torque = 29 N)	$\hat{Y} = 27.70$

Los valores de $\hat{Y}$ son el esfuerzo esperado para subir el descansabrazos en la combinación de niveles correspondientes. Como se observa, hay un desfase de 2.7 respecto al valor nominal de 25 N en la segunda combinación y de 0.69 en la primera. Aprovechando la continuidad del factor torque, se decide buscar un valor intermedio del torque entre 25 y 29 *newtons*, hasta predecir de manera más cercana el valor deseado de 25 N en la segunda combinación (con tipo de espuma A). Esto se puede hacer utilizando las gráficas de contornos sobre diferentes cortes horizontales del cubo de la figura 19.11, hasta lograr que en las esquinas correspondientes del cuadro definido por los dos factores discretos se prediga el valor deseado. Por ejemplo, en el corte que pasa por el torque 0.15 en unidades codificadas se predicen 25 N de esfuerzo en la combinación (–1, 1) = (espuma tipo A, 3 rondanas). Así, el segundo punto óptimo para el tipo de espuma A, queda como (–1, 1, 0.15) = (tipo de espuma = A, rondanas = 3, torque = 27.3).

Corrida confirmatoria (evaluar impacto de las mejoras)

Se realizan corridas confirmatorias sobre los tratamientos óptimos encontrados, mismos que dependen del tipo de espuma utilizado en el asiento. Se corrieron 20 subgrupos racionales de tamaño 4, y con los datos obtenidos se realiza el estudio de capacidad y estabilidad del proceso que se muestra en la figura 19.12.

En primera instancia se observa una distribución de los datos prácticamente centrada en el valor nominal de 25 N. En contraste con el estudio de capacidad hecho en la etapa de medición (figura 19.7), en el cual la distribución estaba desfasada hacia la izquierda. En cuanto a los estadísticos reportados, ahora la capacidad de corto plazo es de 2.04 ($C_{pk} = 2.04$), la de largo plazo es de 1.89 ($P_{pk} = 1.89$) y las partes por millón disconformes son 0.01 (PPM = 0.01).

Si se calculan las PPM'S suponiendo un desfase del proceso de 1.5 sigmas (utilizando la fórmula de la tabla 18.1), se obtienen 1.9 partes por millón defectuosas (PPM = 1.9), que equivalen a una calidad de 6.12 sigmas y a una zeta de largo plazo de 4.62.

Los resultados alcanzados

En la siguiente tabla se resume el antes y el después para la variable esfuerzo ascendente de los descansabrazos, en términos de los índices mencionados anteriormente. Para estimar el desempeño a largo plazo en número de sigmas se ha estimado a partir de los datos (sigmas) y también se ha hecho si se supone un desfase 1.5 sigmas en la media del proceso (Z_{lt}).

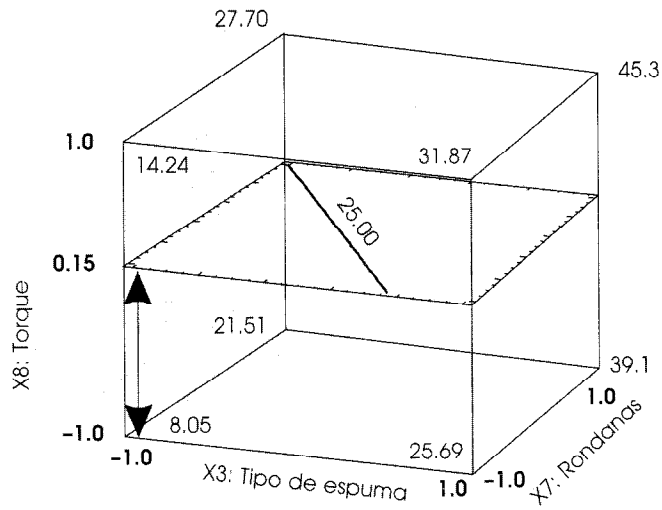


Figura 19.11. *Gráfica de cubo (esfuerzo predicho en cada combinación).*

C_{pk} =1.27	C_{pk} = 2.04
P_{pk} = 0.81	P_{pk} = 1.89
PPM = 7 470	PPM = 1.9
Sigmas = 3.81	Sigmas = 6.12
Z_{it}= 2.31	Z_{it}= 4.62

Por tanto, se logró cumplir con los objetivos planteados en el proyecto. Este nuevo nivel de desempeño generó ahorros directos que corresponden a los años de reprocesar asientos fuera de especificaciones y a los sueldos de los dos inspectores de tiempo completo, mismos que fueron reubicados en operaciones que agregan valor al producto. Además de una ligera reducción en el tiempo de ciclo. El cliente mostró su satisfacción y total acuerdo con los cambios implementados y expidió un certificado de aprobación.

CONTROL

Para mantener las mejoras logradas en el desempeño de la variable esfuerzo ascendente del descansabrazos, se implementaron medidas tipo poka-yoke (véase capítulo 17) para poder controlar adecuadamente la variable torque en las condiciones de operación propuestas. Se implementaron también cartas de control de medias y rangos, basadas

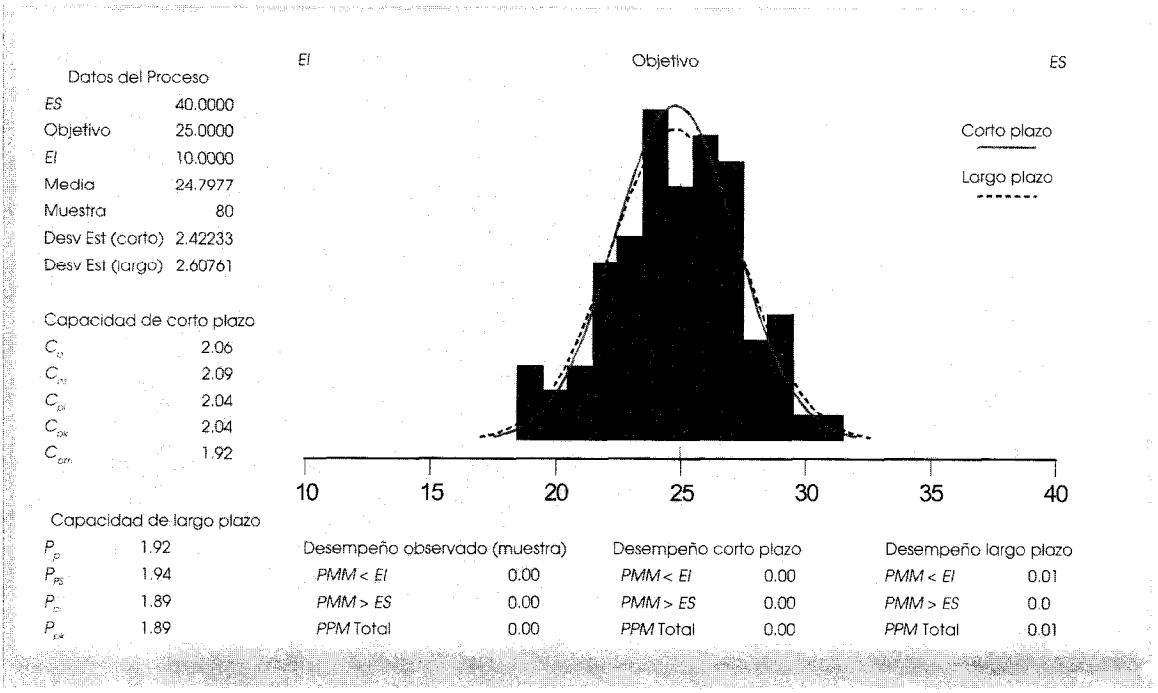


Figura 19.12 *Estudio de capacidad para el esfuerzo hacia arriba.*

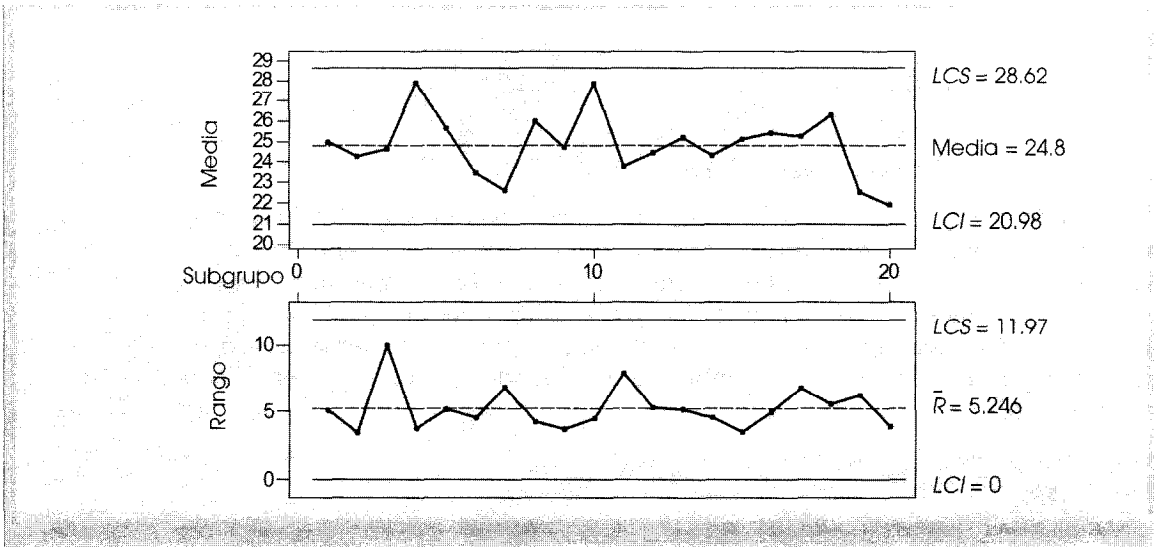


Figura 19.13 *Cartas de control de medias y rangos para el esfuerzo ascendente, después de las mejoras.*

en dos muestras de tamaño cuatro por día, para monitorear el comportamiento del esfuerzo. En la figura 19.13 se muestran las cartas $\bar{X}$-R para la variable esfuerzo, durante los primeros 10 días de operación del proceso bajo las condiciones de operación encontradas. Se observa un comportamiento en control estadístico tanto de la media como de la variabilidad de los esfuerzos, lo que contrasta con la situación inicial del proceso que mostró la carta de la figura 19.6.

Después de tres meses de observar un desempeño similar al de la figura 19.13, se procedió a cerrar el proyecto. Se documentó toda la información generada, se presentó el proyecto en una sesión especial y toda la información generada se puso en intranet para facilitar la consulta por personas de la compañía que en un futuro requieran conocer sobre las mejoras alcanzadas en el desempeño de los esfuerzos en los asientos de automóvil. Por último, cabe mencionar que los miembros del equipo de mejora de este proyecto fueron invitados al evento especial que organiza la empresa cada año para reconocer a todo el personal que participa activamente en la iniciativa Seis Sigma.

CONCEPTOS CLAVE

- Características críticas
- Gráfico de Gantt

PREGUNTAS Y EJERCICIOS

1. ¿Cómo se seleccionó el proyecto?
2. ¿Cuáles fueron las variables críticas del proyecto?
3. ¿Cuál fue la línea base para Y_1?
4. En la etapa de medición se detectaron pobres resultados en cuanto a reproducibilidad, es decir, problemas de los operadores para generar mediciones consistentes. Entonces, ¿como medida correctiva a esto sería adecuado llamarle la atención a operadores que hacen mediciones? Explique.
5. Se presentaron dos formas de calcular la capacidad de largo plazo, explique cada una de ellas.
6. ¿Cómo se identificaron las X's potenciales?
7. ¿Cómo se encontraron las X's vitales?
8. ¿Cómo se verificó y midió el impacto de las mejoras?
9. ¿Qué medidas de control se implementaron?

Apéndice

- Factores para la construcción de las cartas de control.
- Tablas de puntos críticos para las distribuciones normal, Ji-cuadrada, *t* de Student y *F*.
- Factores para el cálculo de límites naturales de tolerancia bilaterales.

Tabla A1. Factores para la construcción de las cartas de control.

Tamaño de muestra n	Carta $\bar{X}$ A_2	d_2	Carta R D_3	D_4	Carta S c_4	Estimación de σ d_2
2	1.880	0.853	0.0000	3.2686	0.7979	1.128
3	1.023	0.888	0.0000	2.5735	0.8862	1.693
4	0.729	0.880	0.0000	2.2822	0.9213	2.059
5	0.577	0.864	0.0000	2.1144	0.9400	2.326
6	0.483	0.848	0.0000	2.0039	0.9515	2.534
7	0.419	0.833	0.0758	1.9242	0.9594	2.704
8	0.373	0.820	0.1359	1.8641	0.9650	2.847
9	0.337	0.808	0.1838	1.8162	0.9693	2.970
10	0.308	0.797	0.2232	1.7768	0.9727	3.078
11	0.285	0.787	0.2559	1.7441	0.9754	3.173
12	0.266	0.778	0.2836	1.7164	0.9776	3.258
13	0.249	0.770	0.3076	1.6924	0.9794	3.336
14	0.235	0.763	0.3281	1.6719	0.9810	3.407
15	0.223	0.756	0.3468	1.6532	0.9823	3.472
16	0.212	0.750	0.3630	1.6370	0.9835	3.532
17	0.203	0.744	0.3779	1.6221	0.9845	3.588
18	0.194	0.739	0.3909	1.6091	0.9854	3.640
19	0.187	0.734	0.4031	1.5969	0.9862	3.689
20	0.180	0.729	0.4145	1.5855	0.9869	3.735
21	0.173	0.724	0.4251	1.5749	0.9876	3.778
22	0.167	0.720	0.4344	1.5656	0.9882	3.819
23	0.162	0.716	0.4432	1.5568	0.9887	3.858
24	0.157	0.712	0.4516	1.5484	0.9892	3.895
25	0.153	0.708	0.4597	1.5403	0.9896	3.931

Tabla A2. Puntos críticos de la distribución normal estándar ($\mu = 0, \sigma = 1$), $P(Z > z)$.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.500	0.496	0.492	0.488	0.484	0.480	0.476	0.472	0.468	0.464
0.1	0.460	0.456	0.452	0.448	0.444	0.440	0.436	0.433	0.429	0.425
0.2	0.421	0.417	0.413	0.409	0.405	0.401	0.397	0.394	0.390	0.386
0.3	0.382	0.378	0.374	0.371	0.367	0.363	0.359	0.356	0.352	0.348
0.4	0.345	0.341	0.337	0.334	0.330	0.326	0.323	0.319	0.316	0.312
0.5	0.309	0.305	0.302	0.298	0.295	0.291	0.288	0.284	0.281	0.278
0.6	0.274	0.271	0.268	0.264	0.261	0.258	0.255	0.251	0.248	0.245
0.7	0.242	0.239	0.236	0.233	0.230	0.227	0.224	0.221	0.218	0.215
0.8	0.212	0.209	0.206	0.203	0.200	0.198	0.195	0.192	0.189	0.187
0.9	0.184	0.181	0.179	0.176	0.174	0.171	0.169	0.166	0.164	0.161
1.0	0.159	0.156	0.154	0.152	0.149	0.147	0.145	0.142	0.140	0.138
1.1	0.136	0.133	0.131	0.129	0.127	0.125	0.123	0.121	0.119	0.117
1.2	0.115	0.113	0.111	0.109	0.107	0.106	0.104	0.102	0.100	0.099
1.3	0.097	0.095	0.093	0.092	0.090	0.089	0.087	0.085	0.084	0.082
1.4	0.081	0.079	0.078	0.076	0.075	0.074	0.072	0.071	0.069	0.068
1.5	0.067	0.066	0.064	0.063	0.062	0.061	0.059	0.058	0.057	0.056
1.6	0.055	0.054	0.053	0.052	0.050	0.049	0.048	0.047	0.046	0.046
1.7	0.045	0.044	0.043	0.042	0.041	0.040	0.039	0.038	0.038	0.037
1.8	0.036	0.035	0.034	0.034	0.033	0.032	0.031	0.031	0.030	0.029
1.9	0.029	0.028	0.027	0.027	0.026	0.026	0.025	0.024	0.024	0.023
2.0	0.023	0.022	0.022	0.021	0.021	0.020	0.020	0.019	0.019	0.018
2.1	0.018	0.017	0.017	0.017	0.016	0.016	0.015	0.015	0.015	0.014
2.2	0.014	0.014	0.013	0.013	0.013	0.012	0.012	0.012	0.011	0.011
2.3	0.011	0.010	0.010	0.010	0.010	0.009	0.009	0.009	0.009	0.008
2.4	0.008	0.008	0.008	0.008	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.006
2.5	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
2.6	0.005	0.005	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
2.7	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
2.8	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
2.9	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001
3.0	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
3.1	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
3.2	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000
3.3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3.5	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

Tabla A3. Puntos críticos para la distribución Ji-cuadrada.

Grados de libertad	Área a la derecha de los puntos, $P(\chi^2 > \chi_0^2)$					
	0.995	0.975	0.95	0.05	0.025	0.010
1	0.000	0.001	0.004	3.841	5.024	5.916
2	0.010	0.051	0.103	5.991	7.378	8.399
3	0.072	0.216	0.352	7.815	9.348	10.465
4	0.207	0.484	0.711	9.488	11.143	12.339
5	0.412	0.831	1.145	11.070	12.833	14.098
6	0.676	1.237	1.635	12.592	14.449	15.777
7	0.989	1.690	2.167	14.067	16.013	17.398
8	1.344	2.180	2.733	15.507	17.535	18.974
9	1.735	2.700	3.325	16.919	19.023	20.513
10	2.156	3.247	3.940	18.307	20.483	22.021
11	2.603	3.816	4.575	19.675	21.920	23.503
12	3.074	4.404	5.226	21.026	23.337	24.963
13	3.565	5.009	5.892	22.362	24.736	26.403
14	4.075	5.629	6.571	23.685	26.119	27.827
15	4.601	6.262	7.261	24.996	27.488	29.235
16	5.142	6.908	7.962	26.296	28.845	30.629
17	5.697	7.564	8.672	27.587	30.191	32.011
18	6.265	8.231	9.390	28.869	31.526	33.382
19	6.844	8.907	10.117	30.144	32.852	34.742
20	7.434	9.591	10.851	31.410	34.170	36.093
21	8.034	10.283	11.591	32.671	35.479	37.434
22	8.643	10.982	12.338	33.924	36.781	38.768
23	9.260	11.689	13.091	35.172	38.076	40.094
24	9.886	12.401	13.848	36.415	39.364	41.413
25	10.520	13.120	14.611	37.652	40.646	42.725
26	11.160	13.844	15.379	38.885	41.923	44.031
27	11.808	14.573	16.151	40.113	43.195	45.331
28	12.461	15.308	16.928	41.337	44.461	46.626
29	13.121	16.047	17.708	42.557	45.722	47.915
30	13.787	16.791	18.493	43.773	46.979	49.199

Tabla A4. Puntos críticos para la distribución *t* de Student.

Grados de libertad	Área a la derecha de los puntos, $P(X > x)$			
	0.10	0.05	0.025	0.015
1	3.0776835	6.3137515	12.706205	21.204949
2	1.8856181	2.9199856	4.3026527	5.6427784
3	1.6377444	2.3533634	3.1824463	3.8960459
4	1.5332063	2.1318468	2.7764451	3.2976297
5	1.475884	2.0150484	2.5705818	3.002875
6	1.4397557	1.9431803	2.4469119	2.8289279
7	1.4149239	1.8945786	2.3646243	2.714573
8	1.3968153	1.859548	2.3060041	2.6338144
9	1.3830287	1.8331129	2.2621572	2.573804
10	1.3721836	1.8124611	2.2281389	2.5274842
11	1.3634303	1.7958848	2.2009852	2.4906639
12	1.3562173	1.7822876	2.1788128	2.4607002
13	1.3501713	1.7709334	2.1603687	2.4358452
14	1.3450304	1.7613101	2.1447867	2.4148977
15	1.3406056	1.7530504	2.1314495	2.397005
16	1.3367572	1.7458837	2.1199053	2.3815454
17	1.3333794	1.7396067	2.1098156	2.3680548
18	1.3303909	1.7340636	2.100922	2.35618
19	1.3277282	1.7291328	2.0930241	2.3456475
20	1.3253407	1.7247182	2.0859634	2.3362422
21	1.3231879	1.7207429	2.0796138	2.3277923
22	1.3212367	1.7171444	2.0738731	2.3201596
23	1.3194602	1.7138715	2.0686576	2.313231
24	1.3178359	1.7108821	2.0638986	2.3069134
25	1.3163451	1.7081408	2.0595386	2.3011295
26	1.3149719	1.7056179	2.0555294	2.2958145
27	1.3137029	1.7032884	2.0518305	2.2909136
28	1.3125268	1.7011309	2.0484071	2.2863802
29	1.3114336	1.699127	2.0452296	2.2821746
30	1.310415	1.6972609	2.0422725	2.2782623

Tabla A5. Puntos críticos al 5% de la distribución F, $P(X > x) = 0.05$.

Grados de libertad en el numerador

Grados de libertad en el denominador	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	20	25	30	40	50	75	100	∞
1	161	199	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	245	246	248	249	250	251	252	253	253	254
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74	8.73	8.71	8.70	8.66	8.63	8.62	8.59	8.58	8.56	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91	5.89	5.87	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.68	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.70	4.68	4.66	4.64	4.62	4.56	4.52	4.50	4.46	4.44	4.42	4.41	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00	3.98	3.96	3.94	3.87	3.83	3.81	3.77	3.75	3.73	3.71	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57	3.55	3.53	3.51	3.44	3.40	3.38	3.34	3.32	3.29	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28	3.26	3.24	3.22	3.15	3.11	3.08	3.04	3.02	2.99	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07	3.05	3.03	3.01	2.94	2.89	2.86	2.83	2.80	2.77	2.76	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91	2.89	2.86	2.85	2.77	2.73	2.70	2.66	2.64	2.60	2.59	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79	2.76	2.74	2.72	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.47	2.46	2.41
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69	2.66	2.64	2.62	2.54	2.50	2.47	2.43	2.40	2.37	2.35	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60	2.58	2.55	2.53	2.46	2.41	2.38	2.34	2.31	2.28	2.26	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53	2.51	2.48	2.46	2.39	2.34	2.31	2.27	2.24	2.21	2.19	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48	2.45	2.42	2.40	2.33	2.28	2.25	2.20	2.18	2.14	2.12	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42	2.40	2.37	2.35	2.28	2.23	2.19	2.15	2.12	2.09	2.07	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38	2.35	2.33	2.31	2.23	2.18	2.15	2.10	2.08	2.04	2.02	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34	2.31	2.29	2.27	2.19	2.14	2.11	2.06	2.04	2.00	1.98	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31	2.28	2.26	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.96	1.94	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28	2.25	2.22	2.20	2.12	2.07	2.04	1.99	1.97	1.93	1.91	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.28	2.25	2.22	2.20	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.90	1.88	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23	2.20	2.17	2.15	2.07	2.02	1.98	1.94	1.91	1.87	1.85	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.24	2.20	2.18	2.15	2.13	2.05	2.00	1.96	1.91	1.88	1.84	1.82	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.22	2.18	2.15	2.13	2.11	2.03	1.97	1.94	1.89	1.86	1.82	1.80	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.20	2.16	2.14	2.11	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.84	1.80	1.78	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15	2.12	2.09	2.07	1.99	1.94	1.90	1.85	1.82	1.78	1.76	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.17	2.13	2.10	2.08	2.06	1.97	1.92	1.88	1.84	1.81	1.76	1.74	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12	2.09	2.06	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.75	1.73	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.14	2.10	2.08	2.05	2.03	1.94	1.89	1.85	1.81	1.77	1.73	1.71	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09	2.06	2.04	2.01	1.93	1.88	1.84	1.79	1.76	1.72	1.70	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00	1.97	1.95	1.92	1.84	1.78	1.74	1.69	1.66	1.61	1.59	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.89	1.86	1.84	1.75	1.69	1.65	1.59	1.56	1.51	1.48	1.39
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.97	1.93	1.89	1.85	1.82	1.79	1.77	1.68	1.62	1.57	1.52	1.48	1.42	1.39	1.28
∞	3.84	3.00	2.61	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75	1.72	1.69	1.67	1.57	1.51	1.46	1.40	1.35	1.28	1.25	1.03

Tabla A6. Puntos críticos al 10% de la distribución F, $P(X > x) = 0.10$.

Grados de libertad en el numerador

Grados de libertad en el denominador	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	20	25	30	40	50	75	100	∞
1	40	50	54	56	57	58	59	59	60	60	60	61	61	61	61	62	62	62	63	63	63	63	63
2	8.5	9.0	9.2	9.2	9.3	9.3	9.3	9.4	9.4	9.4	9.4	9.4	9.4	9.4	9.4	9.4	9.5	9.5	9.5	9.5	9.5	9.5	9.5
3	5.5	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.22	5.21	5.20	5.20	5.18	5.17	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.13
4	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.91	3.90	3.89	3.88	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.78	3.78	3.76
5	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.28	3.27	3.26	3.25	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.13	3.13	3.11
6	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.92	2.90	2.89	2.88	2.87	2.84	2.81	2.80	2.78	2.77	2.75	2.75	2.72
7	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.68	2.67	2.65	2.64	2.63	2.59	2.57	2.56	2.54	2.52	2.51	2.50	2.47
8	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.52	2.50	2.49	2.48	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.33	2.32	2.29
9	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.22	2.20	2.19	2.16
10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.30	2.28	2.27	2.26	2.24	2.20	2.17	2.16	2.13	2.12	2.10	2.09	2.06
11	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.21	2.19	2.18	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.02	2.01	1.97
12	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.17	2.15	2.13	2.12	2.10	2.06	2.03	2.01	1.99	1.97	1.95	1.94	1.90
13	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.12	2.10	2.08	2.07	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.89	1.88	1.85
14	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.07	2.05	2.04	2.02	2.01	1.96	1.93	1.91	1.89	1.87	1.85	1.83	1.80
15	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.04	2.02	2.00	1.99	1.97	1.92	1.89	1.87	1.85	1.83	1.80	1.79	1.76
16	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	2.01	1.99	1.97	1.95	1.94	1.89	1.86	1.84	1.81	1.79	1.77	1.76	1.72
17	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.98	1.96	1.94	1.93	1.91	1.86	1.83	1.81	1.78	1.76	1.74	1.73	1.69
18	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.95	1.93	1.92	1.90	1.89	1.84	1.80	1.78	1.75	1.74	1.71	1.70	1.66
19	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.93	1.91	1.89	1.88	1.86	1.81	1.78	1.76	1.73	1.71	1.69	1.67	1.63
20	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.91	1.89	1.87	1.86	1.84	1.79	1.76	1.74	1.71	1.69	1.66	1.65	1.61
21	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95	1.92	1.90	1.87	1.86	1.84	1.83	1.78	1.74	1.72	1.69	1.67	1.64	1.63	1.59
22	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.88	1.86	1.84	1.83	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.63	1.61	1.57
23	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92	1.89	1.87	1.84	1.83	1.81	1.80	1.74	1.71	1.69	1.66	1.64	1.61	1.59	1.55
24	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.85	1.83	1.81	1.80	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.59	1.58	1.53
25	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89	1.87	1.84	1.82	1.80	1.79	1.77	1.72	1.68	1.66	1.63	1.61	1.58	1.56	1.52
26	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.83	1.81	1.79	1.77	1.76	1.71	1.67	1.65	1.61	1.59	1.57	1.55	1.50
27	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87	1.85	1.82	1.80	1.78	1.76	1.75	1.70	1.66	1.64	1.60	1.58	1.55	1.54	1.49
28	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.81	1.79	1.77	1.75	1.74	1.69	1.65	1.63	1.59	1.57	1.54	1.53	1.48
29	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86	1.83	1.80	1.78	1.76	1.75	1.73	1.68	1.64	1.62	1.58	1.56	1.53	1.52	1.47
30	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.79	1.77	1.75	1.74	1.72	1.67	1.63	1.61	1.57	1.55	1.52	1.51	1.46
40	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.74	1.71	1.70	1.68	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.45	1.43	1.38
60	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.68	1.66	1.64	1.62	1.60	1.54	1.50	1.48	1.44	1.41	1.38	1.36	1.29
100	2.76	2.36	2.14	2.00	1.91	1.83	1.78	1.73	1.69	1.66	1.64	1.61	1.59	1.57	1.56	1.49	1.45	1.42	1.38	1.35	1.32	1.29	1.22
∞	2.71	2.30	2.08	1.95	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.57	1.55	1.52	1.51	1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.26	1.22	1.19	1.03

Tabla A7. Factores para el cálculo de límites naturales de tolerancia bilaterales.

	Confianza de 90% (y de que el porcentaje de la población entre los límites sea de:			Confianza de 95% (y de que el porcentaje de la población entre los límites sea de:			Confianza de 99% (y de que el porcentaje de la población entre los límites sea de:		
n	90%	95%	99%	90%	95%	99%	90%	95%	99%
2	15.98	18.80	24.17	32.02	37.67	48.43	160.2	188.5	242.3
3	5.847	6.919	8.974	8.380	9.916	12.86	14.93	22.40	29.06
4	4.166	4.943	6.440	5.369	6.370	8.299	9.368	11.15	14.53
5	3.494	4.152	5.423	4.275	50.79	6.631	6.612	7.855	10.26
6	3.131	3.723	4.870	3.712	4.414	5.775	5.337	6.345	8.301
7	2.902	3.452	4.521	3.369	4.007	5.248	4.613	5.448	7.187
8	2.743	3.264	4.278	3.136	3.732	4.891	4.147	4.936	6.468
9	2.626	3.125	4.098	2.967	2.532	4.631	3.822	4.550	5.966
10	2.535	3.018	3.959	2.829	3.379	4.433	3.582	4.265	5.594
11	2.463	2.933	3.849	2.737	3.259	4.277	3.397	4.045	5.308
12	2.404	2.863	3.758	2.655	3.162	4.150	3.250	3.870	5.079
13	2.355	2.805	3.682	2.587	3.081	4.044	3.130	3.727	4.893
14	2.314	2.756	3.618	2.529	3.012	3.955	3.029	3.608	4.737
15	2.278	2.713	3.562	2.480	2.954	3.878	2.945	3.507	4.605
16	2.246	2.676	3.514	2.437	2.903	3.812	2.872	3.421	4.492
17	2.219	2.643	3.471	2.400	2.858	3.754	2.808	3.345	4.393
18	2.194	2.614	3.433	2.366	2.819	3.702	2.753	3.279	4.307
19	2.172	2.588	3.399	2.337	2.784	3.656	2.703	3.221	4.230
20	2.152	2.564	3.368	2.310	2.752	3.615	2.656	3.168	4.161
21	2.135	2.543	3.340	2.286	2.723	3.577	2.620	3.121	4.100
22	2.118	2.524	3.315	2.264	2.697	3.543	2.584	3.078	4.044
23	2.103	2.506	3.292	2.244	2.673	3.512	2.551	3.040	3.993
24	2.089	2.489	3.270	2.225	2.651	3.483	2.522	3.004	3.947
25	2.077	2.474	3.251	2.208	2.631	3.457	2.494	2.972	3.904
26	2.065	2.460	3.232	2.193	2.612	3.432	2.469	2.941	3.865
27	2.054	2.447	3.215	2.178	2.595	3.409	2.446	2.914	3.828
28	2.044	2.435	3.199	2.164	2.579	3.388	2.424	2.888	3.794
29	2.034	2.424	3.184	2.152	2.554	3.368	2.404	2.864	3.763
30	2.025	2.413	3.170	2.140	2.549	3.350	2.385	2.841	3.733
35	1.988	2.368	3.112	2.090	2.490	3.272	2.306	2.748	3.611
40	1.959	2.334	3.066	2.052	2.445	3.213	2.247	2.677	6.518
50	1.916	2.284	3.001	1.996	2.379	3.126	2.162	2.576	3.385
60	1.887	2.248	2.955	1.958	2.333	3.066	2.103	2.506	3.293
80	1.848	2.202	2.894	1.907	2.272	2.986	2.026	2.414	3.173
100	1.822	2.172	2.854	1.874	2.233	2.934	1.977	2.355	3.096
200	1.764	2.102	2.764	1.798	2.143	2.816	1.865	2.222	2.921
500	1.717	2.046	2.689	1.737	2.070	2.721	1.777	2.117	2.783
1 000	1.695	2.019	2.654	1.709	2.036	2.676	1.736	2.068	2.718
∞	1.645	1.960	2.576	1.645	1.960	2.576	1.645	1.960	2.576

Bibliografía y referencias

Albin, S., L. Kang y G. Shea (1997), "An X and EWMA Chart for Individual Observations", *Journal of Quality Technology*, vol. 29 (1), pp. 41-48.

Asokan, M.V. (1997), "On the estimation of gauge capability", *Quality Engineering*, 10, 263-266.

Boyles, R.A. (1991). "The Taguchi capability index", *Journal of Quality Technology*, 23,1.

Cotnareanu, T. (1999), "Old tools-new uses: equipment FMEA", *Quality Progress*, vol. 32, núm.12, pp. 48-52.

Chrysler Corporation, Ford Motor Company, General Motor Company (1995), *FMEA-Potential Failure Mode and Effects Analysis Reference Manual*, 2a. ed.

Deming, W.E. (1989), *Calidad, productividad y competitividad*, Madrid, Díaz de Santos.

Dolezal, K.K., Burdick, R.K. y Birch, N.J. (1998), "Analysis of two-factor R&R study with fixed operators", *Journal of Quality Technology*, 30, 163-170.

Doty, L.A. (1991), *Statistical Process Control*, Industrial Press, Nueva York.

Duncan, A.J. (1989), *Control de calidad y estadística industrial*, Alfaomega, México.

Gutiérrez-Pulido, H. (1992), *Control total de calidad*, Edug, Guadalajara.

Gutiérrez-Pulido, H. (1995), "Errores en la práctica del control de calidad", *Revista de Estadística*, vol. VII, núm. 9.

Gutiérrez-Pulido, H. (1997), *Calidad total y productividad*, McGraw-Hill, México.

Gutiérrez-Pulido, H. y O. Camacho Castillo (1998), "Modificación de las cartas para atributos *p*, *np*, *c* y *u* para mejorar su aproximación a la significancia bajo normalidad", *Revista Agrociencia*, vol. 32, núm. 4.

Gutiérrez-Pulido, H. y De la Vara Salazar, R. (2003), *Diseño y análisis de experimentos*, McGraw-Hill, México.

Juran, J.M y F.M. Gryna (1995), *Análisis y planeación de la calidad*, México, McGraw-Hill.

Kume, H. (1992), *Herramientas estadísticas básicas para el mejoramiento de la calidad*, Norma, Bogotá.

Hahn, J.G., Doganaksoy, N. y Hoerl, R. (2000), *Quality Enginering*, 12(3), 317-326.

Hammer, M. y J. Champy (1994), *Reingeniería*, Norma, Bogotá.

Harry, M.J. (1998), "Six Sigma: A Breakthrough Strategy for Profitability", *Quality Progress* , 31, núm. 5, pp. 60-64.

Harry, M.J. (2000), "Six Sigma Focuses On Improvement Rates", *Quality Progress*, 33, núm. 6, pp. 76-80.

Hay, E.J. (1989), *Justo a tiempo*, Norma, Bogotá.

Lore, J. (1998), "An Innovative Methodology: The Life Cycle FMEA", *Quality Progress*, vol. 31, núm. 4, p. 144.

Nelson, W., *How to Analyze Reliability Data*, Quality Press, Milwaukee, USA.

Mackertich, N.A. (1990), "Precontrol vs. control charting: a critical comparison", *Quality Engineering* 2, pp. 253-260.

Meeker, W.Q. y Escobar, E. (1998), *Statistical methods for reliability data*, Wiley, Nueva York.

Montgomery, D.C (1991), *Introduction to Statistical Quality Control*, 2a. ed., John Wiley, Singapure.

Pande, P.S. y Holpp, L. (2002), *What is Six Sigma?*, McGraw-Hill, Nueva York.

Plexus (2001), *Análisis del modo y efecto de las fallas-FMEA*, 3a. ed., Plexus Corporation, MN, USA.

Roberts, S. W. (1959), "Control chart tests based on geometric moving averages", *Technometrics*, 1, pp. 239-250.

Senge, P., A. Kleiner, C. Roberts, R. Ross, G. Roth y B. Smith (2000), *La danza del cambio*, Norma, Bogotá.

Shainin, D. y Shainin, P. (1989). "Pre-control versus $\bar{X}$-R charting: continuos or inmediate quality improvement?", *Quality Engineering* 1, pp. 419-429.

Shigeo S. y Bodek, N. (1986), *Zero Quality Control: Source Inspection and the Poka-Yoke System*, Productivity Press, Nueva-York.

Shigeo, S. y Dillon, A.P. (1989), *A Study of the Toyota Production System*, Productivity Press.

Smith, G.M. (1998), *Statistical Process Control and Quality Improvement*, Prentice Hall, New Jersey.

Snee, R. (2001), "Dealing with the achilles'heel of six sigma initiatives", *Quality Progress*, 34, núm. 3, pp. 66-72.

Taguchi, G (1986), *Introduction to quality engineering*, Asian Productivity Organization, Japón.

Vandenbrande, W.W. (1998), "How to use FMEA to reduce the size of your quality toolbox", *Quality Progress*, vol. 31, núm. 11, pp. 97- 100.

Welch, J. (2001), *Hablando claro*, Vergara|Business, Barcelona.

Womack, J.P. y Jones, D.T. (1996), *Lean Thinking*, Simon & Schuster Trade, EU.

Índice

A

Acciones
  correctivas, 16
  preventivas, 15
Alta administración, 15
Análisis
  DFC, 513
  de modo y efecto de las fallas (AMEF: FMEA, *Failure Mode and Effects Analysis*), 321, 490
Analizar los cursos de raíz, 577
*ARL*A (longitud promedio de corrida), 290
Artículo defectuoso, 254
Autorización de producción, 528

C

Calibración, 332
Calidad Seis Sigma, 556
Cálculo de probabilidades, 67
Calidad, 8
  consecuencias de la mala, 5
  marginal del proceso de medición, 340-341
  planeación de la, 15
  política de, 15
  promedio de salida, CPS (*average outgoing quality, AOQ*), 394
Campeones o patrocinadores (*Champions*), 591
Capacidad
  de corto plazo, 132, 556
  de largo plazo, 132, 556
  de un proceso, 122
Características críticas, 606
Carta(s),
  c, 266
  100 *p*, 259
  CUSUM
    de dos lados, 292
    (sumas acumuladas), 292
    (de un solo lado), 297
  de control, 211
    para atributos, 213
    para variables, 213
    tipo Shewhart, 213
    X-R, 214
  de individuales, 230
  de precontrol, 235
  de rangos móviles, 234
  EWMA (medios móviles exponencialmente ponderados), 300
  np, 261
  p, 254
    con límites variables, 260
    normalizada o estandarizada, 260
  u, 269
    con límites variables, 272
  X-S, 222
Casa de la calidad, 509
Censura
  múltiple, 443
  por intervalo, 443
  por la derecha
    tipo I, 443
    tipo II, 443
  por la izquierda, 443
Ciclo(s)
  PUA o de Shewhart o de Deming o ciclo de la calidad, 322
  recurrentes (periodicidad), 227
Cintas
  negras (*Black Belts*), 550
  verdes (*Green Belts*), 550
Claro y ajuste, 148
Cliente, satisfacción del, 8
Coeficiente
  de correlación, 192
  de variación, 29
Confiabilidad, 440
Confirmación metrológica, 332
Conformancia, 12
Controlar para mantener la mejora, 584
Construcción de un diagrama
  de dispersión, 191
  de Ishikawa, 185
  de Pareto, 166
Correlación
  negativa, 190
  patrones intermedios de, 191
  positiva, 189
  puntos aislados, 191
  relaciones especiales, 191
Cuadrados medios (CM), 343
Cuartiles, 42
Cuatro P's, 551
Currículo de un *Black Belt*, 593
Curtosis, 39
Curva
  de bañera, 449
  característica de operación (curva CO), 384
  CO
    ideal, 387
    tipo A, 291
    tipo B, 391

D

Datos
  censurados, 442

históricos, 310
raros, 37
Defecto(s), 559
por millón de oportunidades (DPMO), 560
por oportunidad (DPO), 560
por unidad, 559
Definir
el alcance del proyecto, 567
el proyecto, 551
Democratización de la estadística, 553
Desigualdad de Chebyshev, 30
Desperdicio, 516
Desplazamientos o cambios en el nivel del proceso, 224
Despliegue de la función de calidad, DFC *(Quality Function Deployment, QFD)*, 508
Desviación estándar
del proceso, 29
muestral, 28
Diagnóstico organizacional, 599
Diagrama
de caja, 42
de causa-efecto o de Ishikawa, 178
de dispersión, 187
de Pareto, 162
Diseño
para confiabilidad, 589
para Seis Sigma (DMADV), 587
Dispositivo
defector, poka-yoke, 538
preventivo poka-yoke, 538
Distribución
binomial (n, p), 62
con acantilados, 37
de Poisson, 64, 266
de probabilidad de X, 60
de una variable aleatoria X, 82
exponencial, 65, 454
F, 74
geométrica, 64
hipergeométrica, 62
ji-cuadrada, 73
multimodal, 36
muy plana, 37
normal, 65, 458
teorema central del límite y, 67
sesgada, 36
T, de Student, 74
valor extremo (para mínimos), 457
Weibull, 454

E

Efectos de la falla potencial, 498
Eficacia, 10
mejora de la, 10
Eficiencia, 10
mejorar la, 10
Empresa, imagen de la, 8
Envejecimiento o fallas por desgaste, 449
Error
estándar, 84
tipo I, 93, 209
tipo II, 93, 209
Espacio muestral, 60
Especificaciones o valores para una variable, 16
Estabilidad de un proceso, 310
Estadístico Z, 554
Estadísticos, 25, 80, 82
de prueba, 91
Estandarizar
el proceso, 584
la toma de datos, 278
Estimador
de Kaplan-Meier (KM), 466
puntual, 83
Estrategia de innovación, 9
Estratificación o clasificación de datos, 167
Estratificar, 37
Estudios de estabilidad, 349
Estudio R&R
corto, 336, 345
largo, 336, 337
Exactitud o sesgo, 333, 351
Experimento
aleatorio, 60
Bernoulli, 62
Evaluación
competitiva, 7
y profundización del cambio, 601
Evento, 60

F

Falta
de memoria, 454
de variabilidad (estatificación), 228
Flujo del valor, 520
Función
cuantil p, 451
de confiabilidad, $C(t)$, 447
de distribución acumulada, $F(t)$, 447
de estructura de un sistema, 478
de riesgo acumulado, 450
de riesgo o tasa de falla instantánea o tasa de riesgo, 448

G

Grados de libertad, 83
Gráfica de probabilidad, 69
Gráfico de Gantt, 608

H

Hipótesis
alternativa, 90
bilateral, 92
estadística, 90
nula, 90
unilateral, 92
Histograma, 33
Hoja de verificación, 172

I

Índice
C_p, 123
C_{pi}, 126
C_{pm}, 129
C_{ps}, 127

C_r, 126
de capacidad real: el índice C_{pk}, 126
de descentrado de proceso o índice de localización, K, 128
de inestabilidad, S_i, 229
K, 128
Z, 129
Inferencia estadística, 81
Inspección
al 100%, 377
cero, 377
normal, 402
reducida, 402
severa, 402
total promedio, ITP (*average total inspection, ATI*), 396
Interferencia, 150
Interpretación de la probabilidad, 60
Interrupción de inspección, 411
Intervalo de confianza, 84
longitud del, 84

L

Líder
de implementación, 591
de SS, 590
Liderazgo comprometido de arriba hacia abajo, 549
Límite(s)
de la calidad promedio de salida, LCPS (*average outgoing quality limit, AOQL*), 395
de la carta
c, 268
np, 264
p, 255
de control, 220, 231
corto R, 220
de la carta S, 223
de la carta X, 216
en la carta u, 271
de probabilidad, 212
de tolerancias, 141
reales o naturales, 31
Lluvia o tormenta de ideas, 186

M

Mapeo de procesos, 193
Máscara de la carta CUSUM, 293
Máxima verosimilitud, 469
Media, 26
Mediana, 27
Medición, 330
Medir la situación actual, 573
Mejora estratégica (nivel B), 598
Mejorar los VCC, 581
Mensurando, 332
Método
de Cameron, 397
de estratificación, 184
de las 6 M's, 178
de instante, 277
del periodo, 277
flujo del proceso, 182
Metodología DMAMC, 551
Metrología, 332
Military standard
105D, 401
414, 423
Mínimos cuadrados, 469
Moda, 27
Modelo lognormal, 459
Modo potencial de falla, 495
Mortalidad infantil o fallas tempranas, 449
Mucha variabilidad, 2, 28
Muda
(pérdida), 516
tipo 1, 520
tipo 2, 521
Muestra(s)
pareadas, 106
representativa, 80
Muestrear, 24
Muestreo
aleatorio, 81
simple, 382
de aceptación, 376
Multivary, 195

N

Narración de un proceso, 567
Nivel(es)
de calidad aceptable, NCA (*aceptancing quality level, AQL*), 392
de calidad límite, NCL (*limiting quality level, LQL*), 392
especiales de inspección, 51, 52, 53, 54, 402
generales de inspección: I, II, III, 402
No correlación, 190
Número
de categorías diferentes, 331
de prioridad del riesgo (NPR), 499
de puntos especiales, 229
total de puntos, 229

O

Oportunidad, 559
Orden completamente al azar, 106

P

Parámetros, 80
Pareto
para causas o de segundo nivel, 164
para problemas de primer nivel, 163
Patrón, 332
Pensamiento estadístico, 19
Percentiles o cuantiles, 41
P-ésimo percentil, 41
Plan de muestreo
doble, 380
múltiple, 380
simple, 380
Planeación directiva, 599
Planes
Dodge-Roming, 414
LCPS Dodge-Roming, 417
NCL Dodge-Roming, 415

por atributos, 379
por variables, 379
Población, 80
Porcentaje
de aceptación, 361
de desacuerdos, 362
defectivo tolerado del lote, PDTL (*lot tolerance percent defective, LTPD*), 393
del ensamble final que cae dentro de especificaciones, 143
Potencia de la prueba, 93
Precisión, 332
Principio(s)
de manufactura esbelta, 321
de Pareto, 162
Proceso, 14
capacidad o habilidad de un, 24
capaz, 308
pero inestable, 320
con pobre estandarización, 224
esbelto, 516
estable, 224
y capaz, 320
pero incapaz, 317
inestable, 229
e incapaz, 313
Tres Sigma, 554
Productividad, 10
Producto, 14
Programa maestro de ensamble, 529

R

Regla del producto de probabilidades, 475
Rendimiento combinado, Y_t (*rolled through put yield*), 561
promedio normalizado, Y_{nt}, 563
Reproducibilidad, 334, 361
Resolución o sensibilidad del equipo, 331
Pruebas destructivas, 355
Rango
intercuartílico, 43
o recorrido, 29
Recursos empleados, 10
Región o intervalo
de aceptación, 91, 92
de rechazo, 91, 92
Regla(s)
de cambio, 410
empírica, 31
Repetibilidad, 334, 360
Requerimiento, 15
Resultados logrados, 10
Riesgo
del consumidor, 393
del productor, 392

S

6 *M's*, 17
Seis Sigma (SS), 548
etapas de un proyecto, 564
Sesgo o asimetría en la distribución, 38
Significancia
observada o calculada o valor-p (*p-value*), 99
predefinida, 99
Simulación Monte Carlo, 150
Sistema
de jalar, 528
de medición de desempeño, 11
en paralelo, 476
en serie, 475
kanban, 527
poka-yoke, 538
Subagrupamiento, 274

T

Tabla de frecuencias, 33
Talleres de mejora Seis Sigma, 600
Tamaño del lote, 25
Tarea
de administrar la información, 520
de resolución del problema, 520
de transformación física, 520
Tendencia(s)
central, 25
en el nivel del proceso, 225
Tiempo
a la falla o tiempo de falla o tiempo de vida del producto, 440
de entrega, 4
de ciclo, 4
de quemado o *burn-in*, 449
Tolerancias para los componentes individuales de un ensamble, 146
Transformación del negocio (nivel A), 597

U

Unidad, 559

V

Valor verdadero, 332
Variabilidad, 17
debida al producto, 353
Variable(s)
aleatoria, 60
discreta, 60
continuas, 16
críticas de la calidad (VCC), 4
de salida (características de calidad o variables de salida, las Y's), 16
discretas o de atributos, 16
Variación
por causas comunes (o por azar), 208
por causas especiales (o atribuibles), 208
total observada, 330
Vida
media o tiempo medio a la falla, 450
útil o fallas aleatorias, 449

En esta obra se estudian los principales conceptos y métodos del control estadístico de calidad, el cual ha demostrado su utilidad en empresas de manufactura y de servicio de todo el mundo. Asimismo, se abordan los métodos y la estrategia de mejora conocida como Seis Sigma, que por más de una década han utilizado numerosas compañías líderes.

Entre las características relevantes que posee este libro, destacan las siguientes:

Se describen con detalle los conceptos y técnicas del control estadístico,como por ejemplo: conceptos básicos de la calidad, estadística descriptiva, introducción a la probabilidad y a la inferencia estadística, capacidad de procesos, herramientas básicas, cartas de control (básicas y avanzadas), muestreo de aceptación y confiabilidad.

Además de abordar las características principales de la estrategia Seis Sigma, se presentan métodos como estudios R&R, AMEF, QFD, los conceptos de manufactura esbelta, poka-yoke y una descripción y ejemplificación detalladas del proceso de solución de problemas Seis Sigma, conocido como DMAMC (definir, medir, analizar, mejorar y controlar).

La explicación de cada técnica se apoya con ejemplos y casos reales, numerosos ejercicios y preguntas que ayudan a una mejor comprensión del contenido.

Se proporciona una guía sobre cómo utilizar Excel® y Statgraphics® en cada tema para facilitar así la aplicación de los métodos.

Sitio web con recursos didácticos adicionales.

Sin duda alguna, esta obra es un aporte fundamental para enfrentar de mejor manera los desafíos que plantea el mundo moderno.

www.mhhe.com/ingenieria/gutierrez1e

Mc Graw Hill **McGraw-Hill Interamericana**

The McGraw-Hill Companies

ISBN 970-10-4724-9



Visita nuestra página WEB
www.mcgraw-hill.com.mx