

Mecánica de los fluidos -- 2010 MOVIMIENTOS IRROTACIONALES I

EJERCICIO N°1:

Se considera el movimiento plano irrotacional incompresible de un fluido perfecto dado por el siguiente potencial (en coord. cilíndricas): (r, θ)

$$\phi = \frac{q}{2\pi} \ln r$$

$\psi = 0$

$\phi = 0$

a) Hallar el campo de velocidades y el de presiones (sin fuerzas de masa) e interpretar dicho movimiento como el generado por una fuente puntual ubicada en O , de gasto q por unidad de altura.

b) Realizar el estudio local del campo de velocidades del movimiento en un punto P tal que $OP = r$; hacer un croquis.

EJERCICIO N°2:

Se considera el movimiento estacionario, plano, irrotacional, de un fluido perfecto incompresible de densidad ρ , en

ausencia de fuerzas de masa, generado por la superposición de los campos de velocidades de un movimiento uniforme de velocidad: $-v_0 \mathbf{e}_1$ ($v_0 > 0$) y del de una fuente puntual ubicada en O de gasto unitario q ($q > 0$).

a) Hallar el campo de velocidades.

Mostrar que existe un punto A de

Ox , que se determinará, donde la

velocidad es nula. Realizar el estudio local del campo de velocidades en un entorno de A y efectuar un croquis del mismo.

b) Hallar la función de corriente Ψ y deducir las ecuaciones de las líneas de flujo.

c) Sea la ecuación: $r^2 = 2c \cos \theta$

$c > 0$

$$r^2 \sin^2 \theta = 2c \cos \theta$$

$c > 0$

$$r = 2c \cos \theta, \text{ o bien: } r = 0$$

$c > 0$

$$r = 2c \cos \theta$$

$c > 0$

$c > 0$

Mostrar que se trata de la ecuación de una línea de flujo que incluye, además de Ox , una curva (C) que pasa por A y que tiene, para $x \rightarrow -\infty$, dos asíntotas paralelas de la forma: $y = \pm c$, que se determinarán.

Mostrar entonces que el movimiento puede considerarse como el generado por una corriente de velocidad uniforme: $-v_0 \mathbf{e}_1$, en el infinito, en presencia de un cuerpo impermeable limitado por la curva (C) , ocupando el fluido la región (H) indicada en la figura.

d) Hallar el campo de presiones conociendo la presión p_0 en el infinito. Determinar la diferencia de presiones entre los puntos A y B (ver figura).

EJERCICIO N° 3:

Un fluido perfecto e incompresible de densidad ρ

describe, en ausencia de fuerzas de masa y en un referencial inercial un movimiento plano estacionario, cuyo campo de velocidades está dado por:

$$\mathbf{v} = v_1 \mathbf{e}_1 + v_2 \mathbf{e}_2$$

$$v_1 = \frac{\Gamma}{2r} \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right)$$

$$v_2 = \frac{\Gamma}{2r} \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right)$$

$$\Gamma > 0.$$

- a) Mostrar que el movimiento es irrotacional e incompresible (se observará que \mathbf{v} es suma de velocidades de movimientos conocidos, que llamaremos movimientos parciales). Mostrar que, limitado a la zona $x \geq 0$, el movimiento puede considerarse como el producido por un torbellino puntual de centro \mathbf{A} y circulación Γ en presencia de una pared impermeable ubicada en $x=0$. Hallar el campo de presiones conociendo la presión p_0 en el punto \mathbf{O} . Calcular la diferencia de presiones Δp entre los puntos $\mathbf{O}(0,0)$ y $\mathbf{C}(a,2a)$.
- b) Observar que los movimientos parciales son **dinámicamente posibles** y hallar los respectivos campos de presiones a menos de las constantes aditivas correspondientes. ¿El campo de presiones del movimiento compuesto es suma de los campos de presiones de los movimientos parciales (a menos de constantes aditivas)?
- c) Sea $\mathbf{e}_3 = \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$. Probar que $\mathbf{e}_3 \wedge \mathbf{v} = -\nabla \psi$, y determinar la función escalar ψ .
- d) Probar que el movimiento dado en (a) es **dinámicamente posible** también si el referencial se mueve con velocidad angular ω constante alrededor del eje $(\mathbf{O}, \mathbf{e}_3)$. determinar el nuevo campo de presiones y calcular en este caso la diferencia de presión $(\Delta p)'$ entre \mathbf{O} y \mathbf{C} .