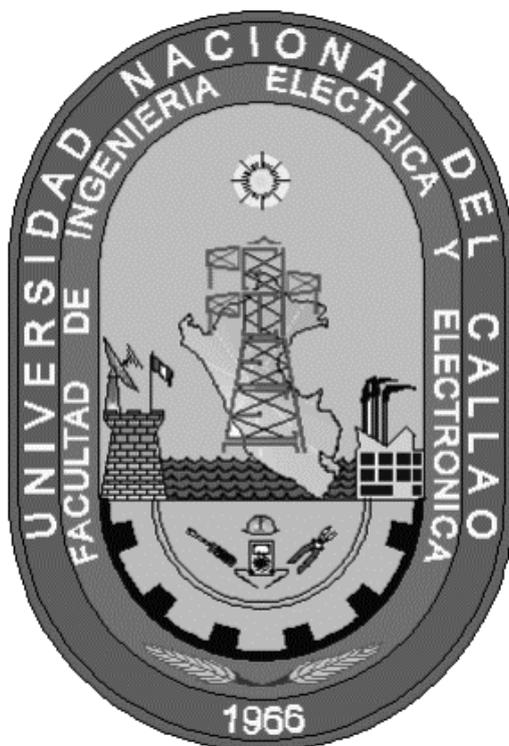


UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO
FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA



TEXTO: TURBOMÁQUINAS – TURBINAS HIDRÁULICAS
INFORME FINAL

AUTOR: ING. MARIO ALBERTO GARCÍA PÉREZ

PERIODO DE EJECUCIÓN: DEL 01-Oct. 2010 AL 30 Set. 2011

RESOLUCIÓN: 1116-2010-R

OCTUBRE 2011



INDICE

	Pág.
I. RESUMEN	v
II. INTRODUCCIÓN	vi
III. PARTE TEÓRICA	vii
CAP. I. DEFINICIONES BASICAS	
1.1. Máquinas hidráulicas	1
1.2. Clasificación de las máquinas hidráulicas	1
1.2.1. Máquinas de desplazamiento positivo	1
1.2.2. Turbomáquinas	1
1.3. Ecuaciones Básicas	2
1.3.1. Ecuación de cantidad de movimiento	2
1.3.2. Fuerza sobre un codo	3
1.3.3. Fuerza sobre un álabe fijo	4
1.3.4. Fuerza sobre un alabe en movimiento	4
1.3.5. Fuerza sobre un rodete	6
1.3.6. Potencia desarrollada por una turbina de acción o impulso	6
Ejercicios resueltos	6
Ejercicios propuestos	8
1.4. Transferencia de energía en las turbomáquinas	9
1.4.1. La ecuación de Euler	9
1.4.2. Triángulos de velocidades	13
1.4.3. Altura de presión y altura dinámica del rodete	14
1.4.4. Grado de reacción	14
1.4.5. Consideraciones de Diseño de Rodetes e Impulsores	15
CAP. II. ESTUDIO DE LAS TURBINAS	
2.1. Clasificación de las turbinas	16
2.1.1 Según el grado de reacción	16
2.1.2 Según la dirección del flujo en el rodete	16
2.1.3 Según el número específico de revoluciones	17
2.2. Turbinas de Acción o Impulso	17
2.2.1. Características generales	17

2.2.2.	Funcionamiento Hidráulico	18
2.2.3.	Componentes principales de las turbinas de acción	18
2.2.4.	Características principales de las turbinas de acción	19
2.3.	Turbinas de Reacción	21
2.4.	Turbinas de reacción de flujo diagonal	21
2.4.1.	Características generales	21
2.4.2.	Funcionamiento hidráulico	22
2.4.3.	Partes principales de la turbina de reacción de flujo diagonal	22
2.4.4.	Características principales de las turbinas de reacción de flujo diagonal	23
2.5.	Turbinas de reacción de flujo axial	24
2.5.1.	Características generales	24
2.5.2.	Partes principales de las turbinas de flujo axial	25
2.5.3.	Características principales de las turbinas de flujo axial	25
CAP. III. APLICACIONES DE LA ECUACIÓN DE EULER A LAS TURBINAS		
3.1.	Turbinas Pelton	26
3.2.	Turbinas Francis y Kaplan	27
3.3.1	Altura útil	27
3.3.2.	Altura neta	28
3.3.2.1.	Normas internacionales para la determinación de la altura neta	28
3.4.	Pérdidas, Potencias y Rendimientos en Turbinas	30
3.4.1.	Pérdidas	30
3.4.2.	Potencias: Teórica, Útil e Interna	31
3.4.3.	Rendimientos: Hidráulico, volumétrico, interno	32
	Rendimientos: mecánico y total	33
	Ejercicios resueltos	34
	Ejercicios propuestos	53
CAP. IV. LEYES DE SEMEJANZA DE LAS TURBOMÁQUINAS		
4.1.	La experimentación en modelos	58
4.1.1.	Modelo	58
4.1.2.	Prototipo	58
4.2.	Condiciones de semejanza o similitud	58
4.3.	Leyes de similitud: Número de Froude, Reynolds, Euler, Mach	59
	Leyes de similitud: Ley de y Weber	60

4.4.	Eficiencias de turbinas basadas en la experimentación en modelos	61
4.5.	Usos de las leyes de semejanza o similitud	62
4.6.	Leyes de Semejanza para Turbinas	62
4.7.	El número específico de revoluciones o número de Camerer	64
	Ejercicios resueltos	65
	Ejercicios propuestos	75
4.8.	Clasificación de las turbinas según el número específico de revoluciones	83
	4.8.1. Turbinas Pelton	83
	4.8.2. Turbinas Francis, Kaplan y de Hélice	85
	Ejercicios resueltos	86
CAP. V. CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS DE LAS TURBINAS PELTON		
5.1.	Velocidad de chorro	90
5.2.	El diámetro del chorro	90
5.3.	El número de inyectores	91
5.4.	El diámetro del rodete	92
5.5.	La velocidad específica	93
5.6.	El número de álabes	93
5.7.	Medidas de los álabes	94
5.8.	Los pernos de Fijación de los álabes	95
	Ejercicios resueltos	95
CAP. VI. SELECCIÓN DE TURBINAS		
6.1.	Criterios de selección	97
	6.1.1. El número de revoluciones del generador	97
	6.1.2. El número específico de revoluciones	99
	6.1.2.1. Reglas prácticas de altura neta versus velocidad específica	99
	6.1.3. Razones económicas	102
6.2.	El Número de Turbinas de una Central Hidroeléctrica	103
	Ejercicios resueltos	103
	Ejercicios propuestos	105
CAP. VII. CAVITACIÓN EN TURBINAS		
7.1.	Cavitación	107
7.2.	Cavitación en turbinas	107

Ejercicios resueltos	110
Ejercicios propuestos	112
CAP. VIII. SOBREPRESIÓN EN TUBERÍAS	
8.1. El fenómeno de Golpe de Ariete	115
8.1.1. Explicación del fenómeno	115
8.2. Cálculo de la sobrepresión o golpe de ariete positivo	118
8.3. Fórmulas de Joukowski para cierre total instantáneo	118
8.4. Fórmula de Michaud para cierre lento y tuberías elásticas	119
8.5. Espesores de la tubería forzada	121
8.6. Presiones a lo largo de la tubería forzada	122
Ejercicios resueltos	123
Ejercicios propuestos	129
IV. MATERIALES Y MÉTODOS	viii
V. RESULTADOS	viii
VI. DISCUSIÓN	viii
VII. REFERENCIALES	viii
VIII. APÉNDICE	ix
IX. ANEXOS	x

I. RESUMEN

El presente texto contiene información referente a los principios básicos del estudio de las turbinas hidráulicas, suficiente para el estudio a nivel de pregrado en esta materia y con el que se pretende contribuir con un texto de especialidad, escrito en un lenguaje sencillo y de fácil comprensión para los lectores. Con ello se busca reforzar la formación académica de los estudiantes en el área de generación de energía hidroeléctrica y a la vez, presentar estrategias de análisis y solución de problemas relacionados con el campo de las turbomáquinas.

El primer capítulo del texto introduce las principales fórmulas de la Mecánica de Fluidos, fundamentales para iniciar el estudio de las turbinas hidráulicas. En los capítulos dos y tres se presentan las diversas clasificaciones de éstas máquinas, se dan a conocer las características y modos de funcionamiento de las más representativas, como son las turbinas Pelton, las Francis y las Kaplan y se detalla el tratamiento matemático para el análisis del funcionamiento de las mismas. En el capítulo cuatro se trata del estudio de las leyes de semejanza que permiten predecir el comportamiento de estas máquinas cuando se utilizan en sustitución de otras semejantes y se obtiene el parámetro más representativo de las turbomáquinas, denominado el número específico de revoluciones. Las características de diseño de las turbinas de más utilización en el territorio peruano se detallan en el capítulo cinco y en el siguiente se exponen los principales criterios a tomar en cuenta para una adecuada selección de turbinas para una central hidroeléctrica. En los capítulos siete y ocho se analizan dos fenómenos nocivos y latentes de las centrales hidroeléctricas como son: la cavitación en las turbinas y la sobrepresión en las tuberías forzadas. Se analiza la posibilidad de ocurrencia y se explica el modo de evitarlo.

Cuando los estudiantes terminen de leer este texto, deberán ser capaces de reconocer, diseñar, seleccionar y analizar problemas referentes a las turbinas hidráulicas, incluso deberán ser capaces de analizar nuevos problemas que puedan presentarse en el ejercicio de su profesión.

II. INTRODUCCIÓN

Este texto se escribió como respuesta a los comentarios de los estudiantes del curso de Turbomáquinas de la Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad Nacional del Callao, quienes manifiestan tener claro los conceptos que se imparten en las clases pero que tienen alguna dificultad para entender el libro de texto recomendado, esgrimiendo, entre otras razones, en que el lenguaje utilizado es “muy técnico”; en que el sistema de unidades no les es familiar (el sistema gravitacional inglés); en que la simbología utilizada es diferente; y, sobre todo, en que faltan ejercicios resueltos.

Para intentar salvar estas deficiencias, en esta edición se ha escrito el texto utilizando un lenguaje simple, adecuando algunos términos técnicos al argot popular y matizando la información con muchas ilustraciones y fotografías; las mismas que se convierten en herramientas importantes que ayudan a los estudiantes a “visualizar los conceptos” y estimulan la curiosidad y el interés. Algunas ilustraciones y fotografías incluidas en este texto han sido tomadas de los textos de la referencia y se citan al pie del gráfico; otras, no referenciadas, han sido elaboradas para el texto por el autor o son imágenes que se encuentran libremente en el internet sin derechos de autor.

Además, todas las formulaciones y la simbología utilizadas corresponden íntegramente al Sistema Internacional de Unidades. También me he preocupado bastante en mostrar abundantes problemas resueltos en cada capítulo, en los que enseño a los estudiantes a dar los pasos adecuados para abordar la resolución y finalmente a emplear las fórmulas propias del problema. Algunos ejemplos tienen comentarios adicionales que señalan algunas otras características de solución del problema, que comparan resultados o que sugieren otras estrategias de solución. Al final de cada capítulo se proponen muchos ejercicios para resolver (algunos con sus respuestas), los mismos que brindan a los estudiantes muy buenas oportunidades para medir sus conocimientos y el grado de destreza que han adquirido en la resolución de problemas.

Finalmente, quiero dar las gracias a todos mis alumnos, quienes me hicieron llegar sus comentarios, críticas y/o sugerencias a lo largo del mucho tiempo que tengo en la enseñanza de esta asignatura. Sus aportes fueron un aliciente para mi afán de perfeccionar semestre a semestre este material de estudio.

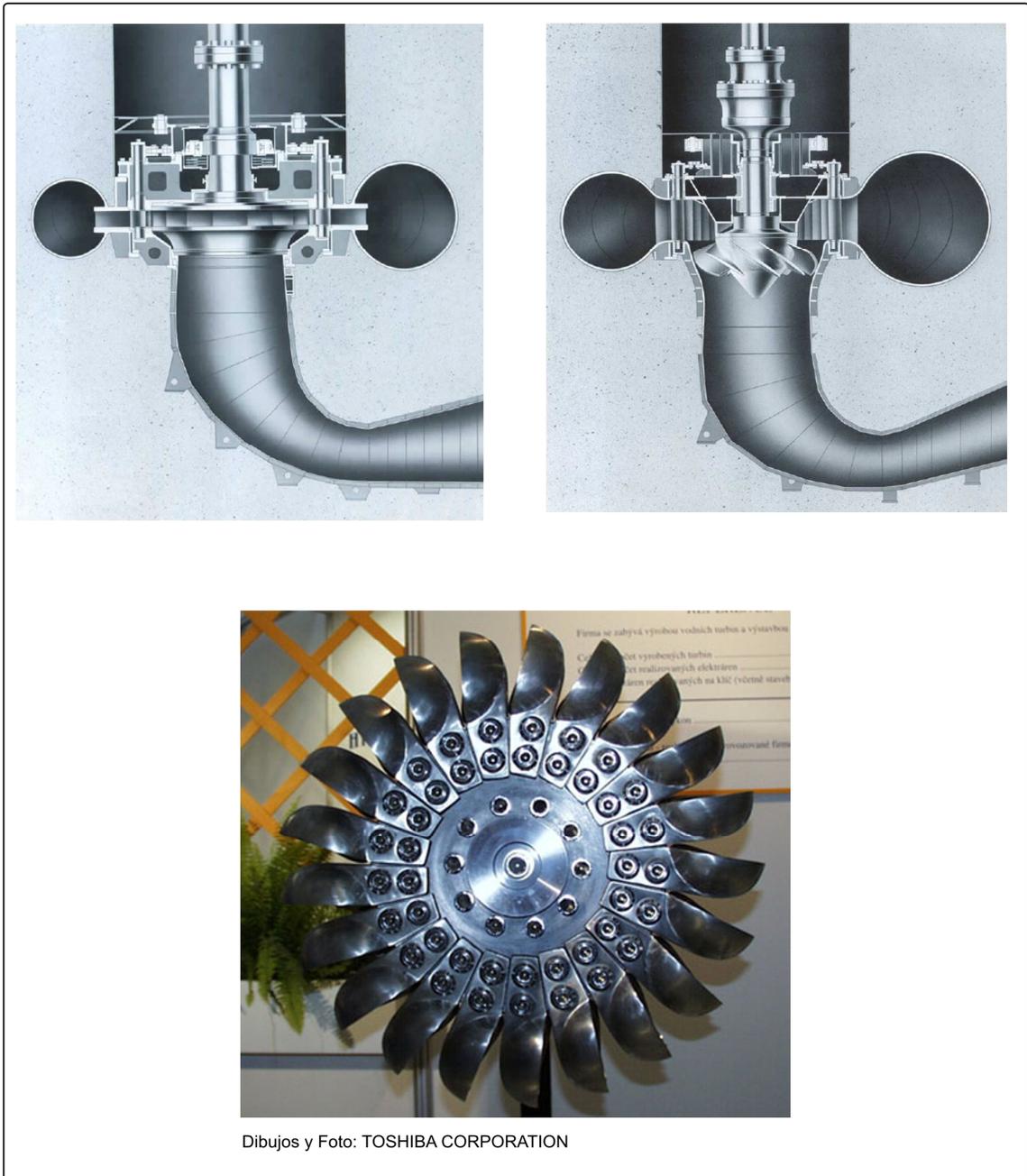
III. PARTE TEÓRICA





TURBOMÁQUINAS

TURBINAS HIDRÁULICAS



Mario A. García Pérez



TURBOMÁQUINAS - TURBINAS HIDRÁULICAS

CAPÍTULO I. DEFINICIONES BÁSICAS

1.1. MÁQUINAS HIDRÁULICAS

Son dispositivos mecánicos que manejan fluidos, tal que la densidad de los mismos se puede considerar que no varía sensiblemente a su paso por la máquina; y por lo tanto, con fines de cálculo y diseño, pueden considerarse incompresibles ($\rho = \text{cte.}$). Por ejemplo, las bombas, los ventiladores y las turbinas hidráulicas. En contraposición, si el fluido cambia sensiblemente el valor de su densidad a su paso por la máquina, estas máquinas ya no se denominan hidráulicas sino máquinas térmicas. Por ejemplo, los turbocompresores, las turbinas de gas y las turbinas de vapor. En cualquier caso, ambas categorías de máquinas pertenecen a las llamadas máquinas de fluido.

1.2. CLASIFICACIÓN DE LAS MÁQUINAS HIDRÁULICAS

Las máquinas hidráulicas se clasifican en: máquinas de desplazamiento positivo y turbomáquinas.

1.2.1. Máquinas de desplazamiento positivo

Son aquellas en las que el elemento intercambiador de energía cede su energía al fluido o viceversa en forma de energía de presión creada por una variación de volumen. Aquí, los cambios de dirección del flujo y la magnitud de la velocidad no tienen mayor importancia. Pertenecen a esta clasificación las máquinas de transmisión hidráulica y neumática, por ejemplo las bombas de émbolo, de engranajes, de paletas, etc. y los cilindros hidráulicos y neumáticos.

1.2.2. Turbomáquinas

Son máquinas hidráulicas en las que los cambios de dirección del flujo y la magnitud de la velocidad revisten una gran importancia. El intercambio de energía entre el rodete y el fluido está gobernado por la ecuación de transferencia de energía de Euler. Se clasifican a su vez en turbomáquinas generadoras y en turbomáquinas motoras.

Turbomáquinas generadoras.- Son las turbomáquinas que absorben energía mecánica y restituyen energía al fluido. Cuando el fluido que manejan es líquido, reciben el nombre de bombas; mientras que, si el fluido es gaseoso, reciben el nombre de ventiladores.

Turbomáquinas motoras.- Son las turbomáquinas que absorben energía del fluido y restituyen energía mecánica. Se denominan, en general, turbinas independientemente del fluido que manejen.

1.3. ECUACIONES BASICAS

1.3.1. Ecuación de cantidad de movimiento

La ecuación de cantidad de movimiento, desde el punto de vista de sistema y volumen de control, se expresa como:

$$\sum \vec{F}_{vc} = \int_{vc} \rho \vec{g} d\forall + \int_{sc} \hat{\tau} dA + \int \hat{p} dA + \sum \vec{F}_{mec} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho \vec{V}r d\forall + \int_{sc} \rho \vec{V}r (\vec{V}r \cdot d\vec{A})$$

donde:

$\sum \vec{F}_{vc}$ - es el conjunto de fuerzas que ejerce el volumen de control sobre la masa de fluido contenido en él.

$\int_{vc} \rho \vec{g} d\forall$ - es el peso del fluido contenido en el volumen de control, incluye el peso del mismo volumen de control.

$\int_{sc} \hat{\tau} dA + \int \hat{p} dA$ - representan a las fuerzas que actúan sobre la superficie o área del fluido como las fuerzas cortantes y las de presión.

$\sum \vec{F}_{mec}$ - representa a las fuerzas de reacción mecánica que aparecen cuando el volumen de control (externo) corta a un elemento sólido.

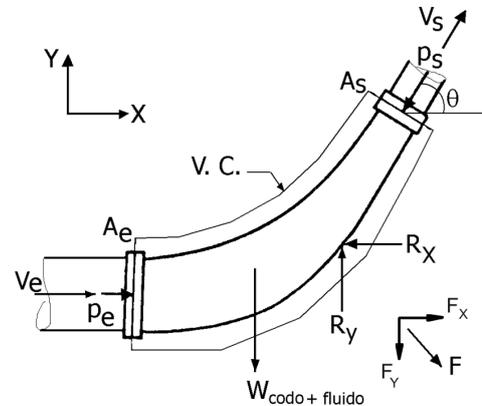
Esta ecuación permite calcular las fuerzas que ejercen los fluidos sobre los contornos por los cuales fluyen. A modo de ejemplo se aplicará esta ecuación para determinar primero la fuerza ejercida por un fluido sobre un codo, luego sobre un álabe fijo y, finalmente, sobre un álabe con movimiento uniforme.

1.3.2. Fuerza sobre un codo

Para el flujo permanente, uniforme e incompresible de un fluido a través del codo mostrado en la figura y adoptando un volumen de control externo y fijo, la ecuación de cantidad de movimiento se reduce a:

$$\int_{vc} \rho \vec{g} dV + \int \hat{p} dA + \sum \vec{F}_{mec} = \int_{sc} \rho \vec{V} (\vec{V} \cdot d\vec{A})$$

Fig. 1.1. Fuerza F ejercida por un flujo de fluido sobre un codo reductor. Las fuerzas R_x y R_y son las fuerzas de reacción mecánica que ejerce el codo sobre el fluido.



Desarrollando la ecuación anterior en dirección del eje X se tiene:

$$+p_{ex} A_e + p_{sx} A_s - R_x = -\rho V_e V_e A_e + \rho V_s V_s A_s$$

$$+(+p_e) A_e + (-p_s \cos \theta) A_s - R_x = -\rho (+V_e) V_e A_e + \rho (+V_s \cos \theta) V_s A_s$$

El miembro izquierdo de la ecuación anterior representa a la fuerza total horizontal ejercida por el codo sobre el fluido, F'_x , de modo que:

$$F'_x = -\rho V_e V_e A_e + \rho V_s \cos \theta V_s A_s = -\rho V_e Q_e + \rho V_s Q_s \cos \theta = -\rho Q (V_e - V_s \cos \theta)$$

Se observa que es una cantidad negativa, lo cual significa que la fuerza está dirigida hacia la izquierda. Por tanto, la fuerza total que el fluido ejerce sobre el codo en dirección del eje X, F_x , tiene la misma magnitud que F'_x pero es de sentido contrario:

$$F_x = \rho Q (V_e - V_s \cos \theta) \quad (\rightarrow)$$

Desarrollando en dirección del eje Y se obtiene:

$$-W_{fluido} - W_{codo} + p_{ey} A_e + p_{sy} A_s + R_y = -\rho V_e V_e A_e + \rho V_s V_s A_s$$

$$-W_{fluido} - W_{codo} + (0) A_e + (-p_s \sin \theta) A_s + R_y = -\rho (0) V_e A_e + \rho (+V_s \sin \theta) V_s A_s$$

El miembro izquierdo de la ecuación anterior representa a la fuerza total vertical ejercida por el codo sobre el fluido, F'_y , de modo que:

$$F'_y = \rho V_s Q_s \sin \theta \quad (\uparrow)$$

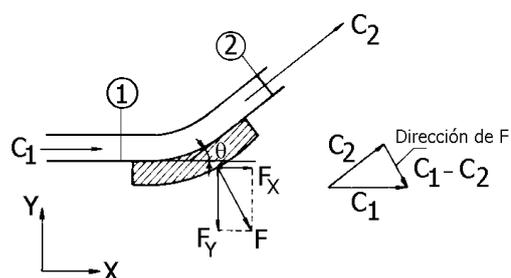
La fuerza total vertical que ejerce el fluido sobre el codo, F_y , es de igual magnitud pero de sentido contrario:

$$F_y = \rho Q V_s \sin \theta \quad (\downarrow)$$

1.3.3. Fuerza sobre un álabe fijo

El chorro incide en el álabe con velocidad C_1 . Si se desprecia el rozamiento y los cambios de elevación entre la entrada y la salida del flujo entonces las velocidad del flujo debe permanecer constante a lo largo de todo el álabe; es decir: $C_1 = C_2$.

Fig. 1.2. Fuerza de impacto de un chorro, F , sobre un álabe fijo. (Figura tomada de la referencia 5).



La ecuación de cantidad de movimiento aplicada al álabe considerando que la presión atmosférica rodea a todo el volumen de control conduce a fuerza total horizontal ejercida por el álabe sobre el fluido:

$$F_x' = -\rho V_{e_x} V_e A_e + \rho V_{s_x} V_s A_s = -\rho C_1 Q_1 + \rho C_2 Q_2 \cos \theta = -\rho C_1 Q (1 - \cos \theta)$$

Y, la fuerza que total horizontal que ejerce el fluido sobre el álabe es:

$$F_x = \rho Q C_1 (1 - \cos \theta) \quad (\rightarrow)$$

La fuerza vertical resulta:

$$F_y = \rho Q C_1 \sin \theta \quad (\downarrow)$$

1.3.4. Fuerza sobre un alabe en movimiento

El álabe se mueve con movimiento de traslación y velocidad \bar{u} constante en la misma dirección de \mathcal{W}_1 . La velocidad relativa del agua con respecto al álabe es: $\bar{w} = \bar{C} - \bar{u}$

En la entrada del volumen de control, $\bar{w}_1 = \bar{C}_1 - \bar{u}$ y en la salida $\bar{w}_2 = \bar{C}_2 - \bar{u}$

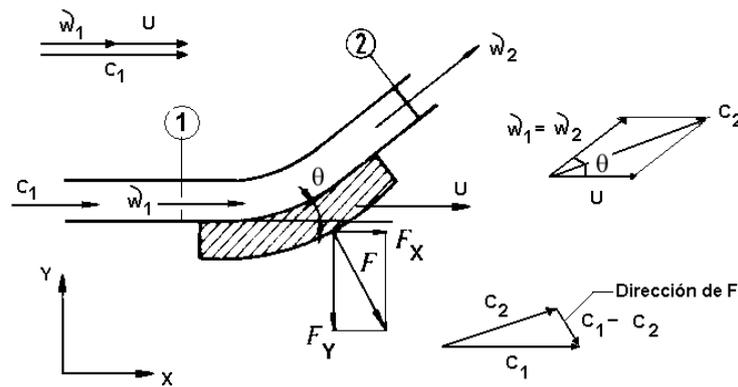


Fig. 1.3. Fuerza de impacto de un chorro, F , sobre un álabe en movimiento. (Figura adaptada de la referencia 5).

La fuerza horizontal ejercida sobre el álabe por el chorro es:

$$F_x = \rho w_{1x} w_1 A_1 - \rho w_{2x} w_2 A_2 = \rho w_1^2 A_1 - \rho w_2^2 A_2 \cos \theta$$

Despreciando el rozamiento en el álabe: $w_1 = w_2$

Entonces:
$$F_x = \rho w_1^2 A_1 - \rho w_1^2 A_2 \cos \theta = \rho w_1^2 A_1 (1 - \cos \theta)$$

Por otro lado, el caudal que llega al rodete no es el mismo caudal total Q del chorro, puesto que el álabe se mueve con velocidad u , con lo que el chorro se alarga cada vez más; por tanto, el caudal que impacta en el álabe, Q_{rel} , es:

$$Q_{rel} = w_1 A_1 = (C_1 - u) (\pi d^2 / 4)$$

Luego:

$$F_x = \rho Q_{rel} (C_1 - u) (1 - \cos \theta) = \rho (C_1 - u)^2 \left(\pi \frac{d^2}{4} \right) (1 - \cos \theta)$$

De modo análogo se halla F_y :

$$F_y = -\rho Q_{rel} (C_1 - u) \operatorname{sen} \theta = -\rho (C_1 - u)^2 \left(\pi \frac{d^2}{4} \right) \operatorname{sen} \theta$$

Si el rozamiento en el álabe es significativo, entonces $w_2 = K w_1$; $K < 1$ es un coeficiente de reducción de velocidad en el álabe. Entonces:

$$F_x = \rho Q_{rel} (w_1 - w_2 \cos \theta) \quad \text{y} \quad F_y = -\rho Q_{rel} (w_2 \operatorname{sen} \theta)$$

1.3.5. Fuerza sobre un rodete

En este caso el caudal aprovechado por la turbina es el caudal total del chorro, considerando que el rodete está compuesto por un número infinito de álabes. Por tanto:

$$\text{Si } \omega_1 = \omega_2 \quad \boxed{F_x = \rho Q (C_1 - u)(1 - \cos \theta)} \quad \text{y} \quad \boxed{F_y = -\rho Q (C_1 - u) \sin \theta}$$

$$\text{Si } \omega_1 \neq \omega_2 \quad \boxed{F_x = \rho Q (\omega_1 - \omega_2 \cos \theta)} \quad \text{y} \quad \boxed{F_y = -\rho Q \omega_2 \sin \theta}$$

1.3.6. Potencia desarrollada por una turbina de acción o impulso

La potencia que se puede extraer de un chorro de fluido que impacta sobre un rodete está dada por la expresión:

$$P_i = \vec{F} \cdot \vec{u} = (\vec{F}_x + \vec{F}_y) \cdot \vec{u} = F_x \cdot u$$

Entonces:

$$\text{Si } \omega_1 = \omega_2 \quad \boxed{P_i = \rho Q u \omega_1 (1 - \cos \theta) = \rho Q u (C_1 - u)(1 - \cos \theta)}$$

$$\text{Si } \omega_1 \neq \omega_2 \quad \boxed{P_i = \rho Q u (\omega_1 - \omega_2 \cos \theta)}$$

Ejemplo 1.1

Desde una tobera se genera un chorro de agua con velocidad $C = 20$ m/s y con un gasto de 50 m³/s. Si el rotor de la turbina está conectado a un generador de modo que rote a velocidad angular constante $n = 100$ rpm

Calcule la potencia teórica desarrollada por la rueda compuesta por infinitos álabes y cuyo radio medio es $r = 1$ m. Asuma que $\omega_1 = \omega_2$

Solución:

La potencia desarrollada por la rueda es: $P = \rho Q (C_1 - u)(1 - \cos \theta)u$

Pero $u = \omega \cdot r = (2\pi \times 100/60) (1) = 10,48$ m/s

Entonces $P_i = 1\,000 \times 50 \times 10,48 (20 - 10,48) (1 - \cos 170^\circ)$

Luego $P_i = 9,9 \text{ MW}$

Ejemplo 1.2

Una rueda Pelton se usa para accionar a un generador a 600 rpm, el caudal y la velocidad del chorro son $0,40 \text{ m}^3/\text{s}$ y 100 m/s respectivamente. Si $u = 0,47 C_1$ y el ángulo de deflexión del chorro en el álabe es 170° , calcule:

- El radio de la rueda Pelton medido desde el eje al centro de los álabes.
- La potencia desarrollada por la turbina, despreciando el rozamiento en los álabes.

Solución:

a) De la relación $u = 0,47 C_1 \Rightarrow \omega \cdot r = 0,47 C_1$, de donde: $r = 0,47 C_1 / \omega$

Reemplazando valores: $r = 0,47 \times 100 / (600 \times 2 \pi / 60) = 0,75 \text{ m}$

b) La potencia desarrollada por el rodete es: $P_i = \rho Q u (C_1 - u)(1 - \cos \theta)$

Reemplazando valores: $P_i = 1\,000 \times 0,40 \times 0,47 \times 100 \times (100 - 0,47 \times 100) \times (1 - \cos 170^\circ)$

Luego: $P_i = 1,97 \text{ MW}$

Ejemplo 1.3

Un chorro de agua de 50 mm de diámetro y 20 m/s de velocidad choca con un álabe en forma de cuchara semiesférica de 180 mm de radio, fijo a una rueda.

Calcule:

- La fuerza ejercida por el chorro sobre el álabe si este se considera fijo.
- La fuerza ejercida por el chorro sobre el álabe si este se mueve en la dirección del chorro a 8 m/s .
- La fuerza ejercida por el chorro si éste incide sobre una serie de cucharas fijas a la misma rueda que se mueven a 8 m/s .
- La potencia teórica comunicada al álabe por el chorro en este último caso.

Solución:

a) Fuerza sobre un álabe fijo:

$$F_x = \rho Q C_1 (1 - \cos \theta) = 1\,000 (20 \times \pi \times 0,050^2 / 4) \times 20 \times (1 - \cos 180^\circ)$$

$$F_x = 1\,570,8 \text{ N}$$

b) Fuerza sobre un álabe móvil, considerando que no hay fricción en el álabe

$$F_x = \rho (\pi/4 \times d^2) (C_1 - u)^2 (1 - \cos \theta)$$

$$F_x = 1\,000 (\pi/4 \times 0.050^2) (20 - 8)^2 (1 - \cos 180^\circ)$$

$$F_x = 565,5 \text{ N}$$

c) Fuerza sobre muchos álabes o cucharas móviles

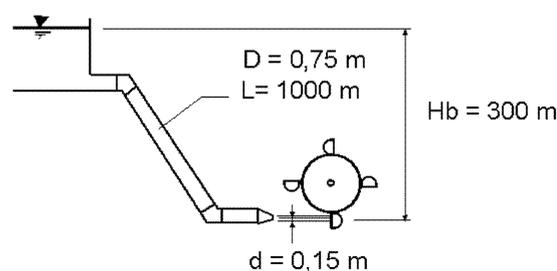
$$F_x = \rho Q (C_1 - u) (1 - \cos \theta) = 1\,000 \times 0,03927 (20 - 8) (1 - \cos 180^\circ)$$

$$F_x = 942,48 \text{ N}$$

d) $P_i = F_x \times u = 942,48 \times 8 = 7\,539,84 \text{ W}$

Problemas Propuestos

- 1.1. Calcule la potencia que extrae la turbina mostrada. El coeficiente de fricción de la tubería es $f = 0,0225$ y la relación entre la velocidad del álabe y la velocidad de salida del chorro es $u = C_1 / 2$. Considere un ángulo de deflexión $\theta = 173^\circ$.



- 1.2. Una rueda Pelton con álabes que desvían el chorro un ángulo de 180° tiene los siguientes datos: $d = 0,15 \text{ m}$; $C = 30 \text{ m/s}$; $n = 180 \text{ r.p.m.}$ Calcule:
- El diámetro del rodete para obtener la máxima potencia.
 - La potencia máxima teórica.
 - El par motor M .

$$D = 1,59 \text{ m}; \quad P_{\text{máx.teórica}} = 238.56 \text{ KW}; \quad M = 12649,74 \text{ Nm}$$

- 1.3. Un chorro de agua incide perpendicularmente sobre unos álabes planos insertados en la periferia de un rotor. Los datos son: $Q = 15 \text{ m}^3/\text{s}$; $D = 1.80 \text{ m}$; $d = 0,60 \text{ m}$; $n = 200 \text{ rpm}$. Calcule:
- El par motor.
 - La potencia teórica tomada por la rueda.
 - La velocidad angular para que la potencia teórica sea lo máxima posible.
 - La potencia teórica máxima posible.

1.4. TRANSFERENCIA DE ENERGIA EN LAS TURBOMAQUINAS

1.4.1. La ecuación de Euler

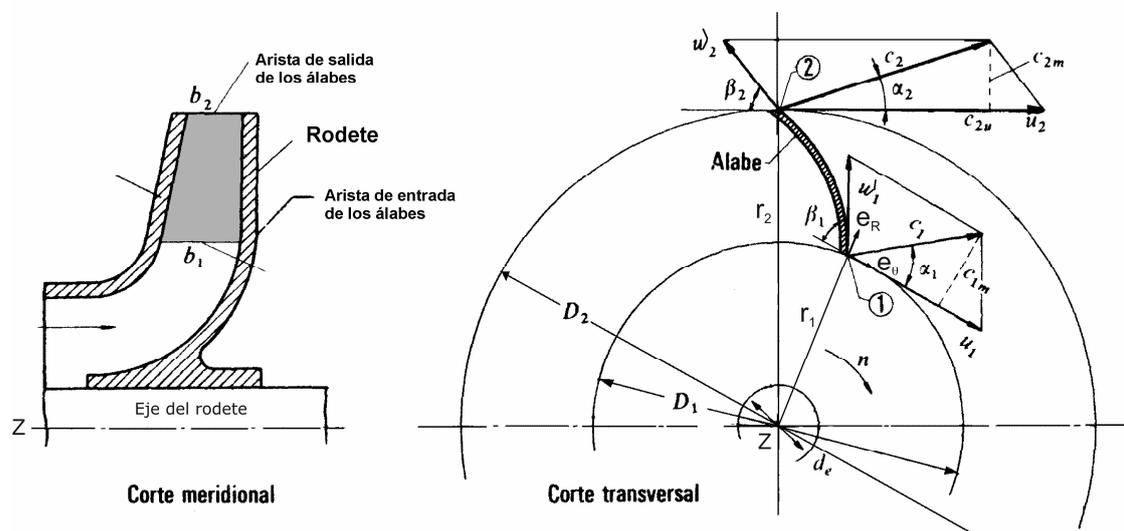


Fig. 1.4. Rodete de una bomba centrífuga con triángulos de velocidades en la entrada y salida de los álabes. Por simplicidad solo se muestra la mitad del rodete. (Figura tomada de la referencia 5).

Notación:

b_1, b_2 = anchos de entrada y salida del álabe.

D_1, D_2 = diámetros de entrada y salida del álabe.

d_e = diámetro del eje del rotor

C_1, C_2 = velocidad absoluta de una partícula de fluido a la entrada y salida del álabe.

n = velocidad angular del rotor en rpm

u_1, u_2 = velocidades periféricas (absolutas) de los álabes en la entrada y salida de los álabes.

w_1, w_2 = velocidades relativas del fluido en la entrada y salida de los álabes.

Los puntos 1 y 2 se refieren a la entrada y salida del rodete respectivamente.

$$\vec{w}_1 = \vec{C}_1 - \vec{u} \quad \text{y} \quad \vec{w}_2 = \vec{C}_2 - \vec{u}$$

El momento efectuado por el conjunto de fuerzas actuantes sobre la masa contenida en un volumen de control, con respecto a un punto fijo O, para un sistema de referencia inercial ubicado sobre el volumen de control, está dado por:

$$\sum \vec{M}_o = \vec{r} \times \sum \vec{F}_{VC} = \vec{r} \times \left[\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho \vec{V} r dV + \int_{sc} \rho \vec{V} r (\vec{V} r \cdot d\vec{A}) \right]$$

Considerando $\sum \vec{F}_{VC}$ que está conformado por la suma de fuerzas volumétricas, superficiales y de reacción mecánica; es decir:

$$\sum \vec{F}_{VC} = \sum \vec{F}_{vol} + \sum \vec{F}_{sup} + \sum \vec{F}_{mec} = \int_{VC} \rho \vec{g} dV + \left[\int_{SC} \hat{\tau} dA + \int_{SC} \bar{p} dA \right] + \sum \vec{F}_{mec}$$

Reemplazando en la ecuación de momento se tiene:

$$\sum \vec{M}_o = \vec{r} \times \sum \vec{F}_{VC} = \vec{r} \times \left[\int_{VC} \rho \vec{g} dV + \sum \vec{F}_{sup} + \sum \vec{F}_{mec} \right] = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho (\vec{r} \times \vec{V}_r) dV + \int_{sc} \rho (\vec{r} \times \vec{V}_r) (\vec{V}_r \cdot d\vec{A})$$

O lo que es lo mismo:

$$\boxed{\vec{r} \times \left[\int_{VC} \rho \vec{g} dV + \sum \vec{F}_{sup} + \sum \vec{F}_{mec} \right] = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho (\vec{r} \times \vec{V}_r) dV + \int_{sc} \rho (\vec{r} \times \vec{V}_r) (\vec{V}_r \cdot d\vec{A})}$$

“Ecuación integral de momento angular o momento de la cantidad de movimiento”

Para aplicar la ecuación de momento angular al flujo de un fluido a través de una turbomáquina se considera que el volumen de control se halla justamente fuera del rodete (Volumen de control externo). Se ubica el sistema de referencia inercial xyz sobre el rodete, orientando el eje z paralelo al eje de la turbomáquina. El V. C. está fijo, tal que $\vec{V}_r = \vec{V}$.

Tomando momentos con respecto al eje de la máquina (eje z), y haciendo $\vec{V} = \vec{C} =$ velocidad absoluta del fluido, la ecuación anterior resulta:

$$\left(\vec{r} \times \sum \vec{F}_{sup} \right)_z + \left(\vec{r} \times \int_{VC} \rho \vec{g} dV \right)_z + \left(\vec{r} \times \sum \vec{F}_{mec} \right)_z = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho (\vec{r} \times \vec{C})_z dV + \int_{sc} \rho (\vec{r} \times \vec{C})_z (\vec{C} \cdot d\vec{A})$$

Pero, los momentos originados por las fuerzas superficiales de presión y cortantes pueden despreciarse y el momento producido por el peso es nulo por simetría. Además considerando un flujo permanente, la ecuación anterior resulta:

$$\sum M_z = M = \left(\vec{r} \times \sum \vec{F}_{mec} \right)_z = \int_{sc} \rho (\vec{r} \times \vec{C})_z (\vec{C} \cdot d\vec{A})$$

Desarrollando para las áreas de entrada y salida, usando coordenadas cilíndricas para descomponer los vectores:

$$M = -\rho \int_{A_1} \left[r_1 \vec{e}_R \times (C_1 \cos \alpha_1 \vec{e}_\theta + C_1 \text{sen} \alpha_1 \vec{e}_R) \right] CdA + \rho \int_{A_2} \left[r_2 \vec{e}_R \times (C_2 \cos \alpha_2 \vec{e}_\theta + C_2 \text{sen} \alpha_2 \vec{e}_R) \right] CdA$$

$$M = -\rho r_1 C_1 \cos \alpha_1 C_1 A_1 + \rho r_2 C_2 \cos \alpha_2 C_2 A_2$$

Pero, por conservación de masa se tiene que $\rho C_1 A_1 = \rho C_2 A_2 = \rho Q$

Entonces:

$$M = \rho Q (r_2 C_2 \cos \alpha_2 - r_1 C_1 \cos \alpha_1)$$

De los triángulos de velocidades se tiene que: $C_1 \cos \alpha_1 = C_{1u}$ y $C_2 \cos \alpha_2 = C_{2u}$
 donde C_{1u} y C_{2u} son las proyecciones de C_1 y C_2 en dirección de u_1 y u_2 respectivamente.

Luego:

$$M = \rho Q (r_2 C_{2u} - r_1 C_{1u})$$

M - es el momento total comunicado al fluido por el rodete o "Momento Hidráulico"

Q - es el caudal de bombeo o caudal turbinado, dependiendo del tipo de turbomáquina, considerando que el rodete tiene infinitos álabes para poder captar la totalidad del caudal.

Nota.- Esta ecuación es válida solamente si el término del lado derecho de la ecuación del momento cinético es constante y esto ocurre cuando todas las partículas de fluido entran al rodete a un diámetro D_1 con velocidad C_1 y salen a un diámetro D_2 con velocidad C_2 , lo cual implica que el rodete está compuesto por un número infinito de álabes.

La potencia intercambiada en el rodete o la potencia que el rodete le comunica al fluido es:

$$P_i = M \omega = \rho Q \omega (r_2 C_{2u} - r_1 C_{1u}) \quad \text{con} \quad \omega = \frac{\pi n}{30} \text{ rad/s}$$

De la figura se observa que: $r_1 \omega = u_1$ y $r_2 \omega = u_2$

Entonces:

$$P_i = M \omega = \rho Q (u_2 C_{2u} - u_1 C_{1u})$$

es la potencia teórica que el rodete de una bomba le comunica al fluido.

Por otra parte, el término $(u_2 C_{2u} - u_1 C_{1u})$ representa a la energía específica que el rodete le comunica al fluido y se le denota por Y_u . Es decir:

$$P_i = M \omega = \rho Q Y_u$$

También, $Y_u = (u_2 C_{2u} - u_1 C_{1u})$ suele expresarse en términos de altura de energía H_u , tal que $H_u = Y_u/g$.

Por lo tanto, la potencia resulta:

$$P_i = \gamma Q H_u$$

Donde:

H_u - altura equivalente a la energía intercambiada en el fluido o altura hidráulica.

Q - es el caudal de que se mueve en el rodete o caudal de bombeo en el caso de bombas y caudal turbinado en el caso de turbinas.

Asimismo, la relación $Y_u = u_2 C_{2u} - u_1 C_{1u}$ se denomina "Primera ecuación de Euler para bombas, ventiladores y compresores".

Cuando se trata de turbinas, el fluido es el que imparte energía al rodete entonces la ecuación de Euler se escribe como:

$Y_u = u_1 C_{1u} - u_2 C_{2u}$ y se denomina "Primera ecuación de Euler para turbinas hidráulicas, de vapor y de gas".

En turbomáquinas es común expresar la energía en términos de altura ($H_u = Y_u/g$), entonces:

$$H_u = \pm \frac{(u_2 C_{2u} - u_1 C_{1u})}{g}$$

Ecuación de Euler para turbomáquinas: signo (-) para turbinas y (+) para bombas, ventiladores y compresores.

Donde:

H_u - es la altura de Euler o, en particular, altura útil o energía útil aprovechada por el rodete en el caso de las turbinas, y altura teórica o energía teórica comunicada al fluido en el caso de las bombas, ventiladores y compresores.

1.4.2. Triángulos de velocidades

Las ecuaciones $\vec{w}_1 = \vec{C}_1 - \vec{u}$ y $\vec{w}_2 = \vec{C}_2 - \vec{u}$ se representan mediante triángulos llamados "triángulo de entrada" y "triángulo de salida".

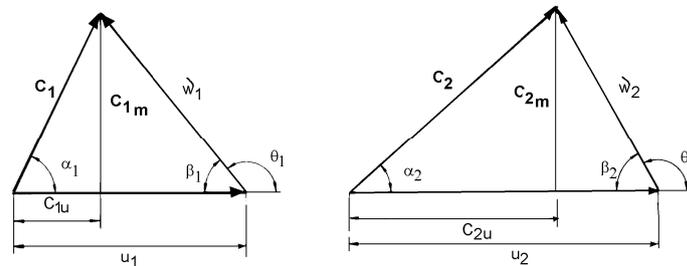


Fig. 1.5. Triángulos de velocidades genéricos de entrada y salida con componentes de velocidades y ángulos típicos, según normas internacionales.

C_{1m} , C_{2m} - Componente meridional de la velocidad absoluta del fluido a la entrada y salida respectivamente.

C_{1u} , C_{2u} - Componente periférica de la velocidad absoluta del fluido a la entrada y salida respectivamente.

α -ángulo que forma \vec{C} con \vec{u} .

β -ángulo que forma \vec{w} con $-\vec{u}$.

Del triángulo de entrada se deduce que:

$$w_1^2 = u_1^2 + C_1^2 - 2 u_1 C_1 \cos \alpha_1 = u_1^2 + C_1^2 - 2 u_1 C_{1u}$$

Entonces: $u_1 C_{1u} = \frac{1}{2} (u_1^2 + C_1^2 - w_1^2)$

Y del triángulo de salida: $u_2 C_{2u} = \frac{1}{2} (u_2^2 + C_2^2 - w_2^2)$

Reemplazando en las ecuaciones de Euler se obtiene:

$$Y_u = \pm \left(\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2} \right)$$

O también:

$$H_u = \pm \left(\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} \right)$$

Ecuación de Euler (segunda forma); signo (-) para turbinas y (+) para bombas, ventiladores y compresores.

1.4.3. Altura de presión y altura dinámica del rodete

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2 del rodete se tiene:

$$\frac{C_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + Z_1 \pm \frac{Pot}{\gamma Q} = \frac{C_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + Z_2 + h_{1-2}$$

Signo (+) para bombas, ventiladores y compresores
y (-) para turbinas.

Sin considerar las pérdidas al interior de la turbomáquina ($h_{1-2} = 0$) se tiene:

$$\pm \frac{Pot}{\gamma Q} = \pm H_u = \pm \left[\frac{(p_2 - p_1)}{\gamma} + (Z_2 - Z_1) + \frac{(C_2^2 - C_1^2)}{2g} \right]$$

Igualando con la expresión anterior de H_u se tiene:

$$\pm \left[\frac{(p_2 - p_1)}{\gamma} + (Z_2 - Z_1) + \frac{(C_2^2 - C_1^2)}{2g} \right] = \pm \left(\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} + \frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} \right)$$

Simplificando y considerando además que $(Z_1 - Z_2)$ suele ser pequeño o incluso cero en las máquinas de eje vertical se obtiene:

$$\boxed{\pm \frac{(p_2 - p_1)}{\gamma} = H_p = \pm \left(\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} \right)}$$

Signo (+) para bombas, ventiladores, soplores y compresores (-) y signo (-) para turbinas.

Donde: H_p – altura de presión comunicada por el rodete (en bombas) o altura de presión absorbida por el rodete (en turbinas). También se denomina altura estática.

Al término $H_d = \pm \frac{(C_1^2 - C_2^2)}{2g}$ se le denomina altura dinámica del rodete.

1.4.4. El grado de reacción (σ)

Es la razón entre la altura estática que da o absorbe el rodete (H_p) y la altura total transferida por el rodete (H_u) o altura de Euler.

$$\sigma = \frac{H_p}{H_u} \quad \text{Para } \alpha_1 = 90^\circ \text{ y } C_m = cte. \Rightarrow \sigma = 1 - \frac{C_{2u}}{2u_2}$$

Puesto que H_u es siempre positivo, entonces:

- Si $H_p = 0$, el grado de reacción σ es cero como en las turbinas de acción o impulso.
- Si $0 < H_p < H_u$, entonces $0 < \sigma < 1$ como en las bombas y turbinas de reacción. Para turbinas de gas y vapor es usual que $\sigma = 0,5$.

1.4.5. Consideraciones de Diseño de Rodetes e Impulsores.

Para condiciones de máxima eficiencia los rodetes e impulsores deben diseñarse de acuerdo a las siguientes consideraciones:

Ángulo	Turbinas	Bombas, Ventiladores y Compresores
De entrada de agua al rodete α_1	Debe ser pequeño de modo que $\cos \alpha_1$ sea mayor posible. No puede ser nulo porque pues el agua no ingresaría al rodete (en turbinas de reacción). Su valor varía entre 12° y 24° y se puede suponer que $\cos \alpha_1 \approx 1$.	Debería ser cercano a cero para que $\cos \alpha_1$ fuera lo mayor posible, pero esto forzaría una rotación del flujo en la dirección de giro del impulsor, lo que sería inadecuado para la entrada del mismo. En la práctica, el ángulo tiene un valor cercano a 90° de modo que $\cos \alpha_1 \approx 0$. El ingreso del agua al rodete es radial
De salida de agua del rodete α_2	Teóricamente convendría que fuera mayor de 90° , pero es recomendable que $\alpha_2 = 90^\circ$ de modo que $\cos \alpha_2 = 0$	Debe ser cercano a los 90° . La velocidad tangencial u_2 adquiere importancia primordial para lograr la carga dinámica de la bomba
De inclinación del álabe en la entrada β_1	Para valores dados de α_1 , C_1 y D , aumenta al incrementarse la velocidad de giro.	Menor de 90° para que α_1 se acerque a 90° . Disminuye su valor al incrementarse la velocidad de giro, para valores de α_1 , C_1 y D_1 conocidos.
De inclinación del álabe en la salida β_2	Menor de 90° para que α_2 se acerque a 90° . Disminuye al aumentar la velocidad de giro.	Mayor de 90° . Para valores dados de α_2 , C_2 y D_2 aumenta al incrementarse la velocidad de giro.

Tabla1.1. Consideraciones en el diseño de rodetes de máxima eficiencia. (Tabla tomada de la referencia 3).

CAPÍTULO II. ESTUDIO DE LAS TURBINAS

2.1. CLASIFICACION DE LAS TURBINAS

2.1.1. Según el grado de reacción

Las turbinas se clasifican en turbinas de acción o de impulso y en turbinas de reacción, diferenciándose unas de otras en el modo de transformar la energía del agua.

En las turbinas de acción, la presión permanece constante en todo el rodete (presión atmosférica), por lo tanto la altura de presión absorbida por el rodete H_p es nula; y, en consecuencia, el grado de reacción de estas turbinas debe ser igual a cero.

En las turbinas de reacción, la presión a la entrada del rodete es mayor que la presión a la salida del mismo, por tanto la altura de presión es diferente de cero. El grado de reacción de estas máquinas se halla comprendido entre cero y uno.

2.1.2. Según la dirección del flujo en el rodete

Las turbinas pueden ser de flujo radial, de flujo radio-axial, de flujo axial y de flujo tangencial

En las turbinas de flujo radial las partículas de fluido recorren trayectorias inscrita en un plano perpendicular al eje de la máquina. La velocidad del fluido en ningún punto del rodete tiene componente axial (paralela al eje). Es el caso, por ejemplo, de las turbinas Francis puras. (Fig. a)

En las turbinas de flujo radio-axial o diagonal las partículas de fluido recorren en el rodete trayectorias situadas en una superficie cónica. La velocidad tiene las tres componentes: radial, axial y tangencial. Por ejemplo en las turbinas Francis. (Fig. b y c)

En las turbinas de flujo axial las partículas de fluido recorren en el rodete trayectorias situadas en un cilindro coaxial con el eje de la máquina. La velocidad del fluido en ningún punto del rodete tiene componente radial. Solo tiene dos componentes: axial y periférica (tangencial). Por ejemplo, las turbinas Kaplan y de Hélice. (Fig. d).

En las turbinas de flujo tangencial, la entrada del flujo es tangente al rodete. Por ejemplo, las turbinas Pelton.

En las figuras se representan las trayectorias de una partícula de fluido que atraviesa el rodete en los cuatro primeros casos:

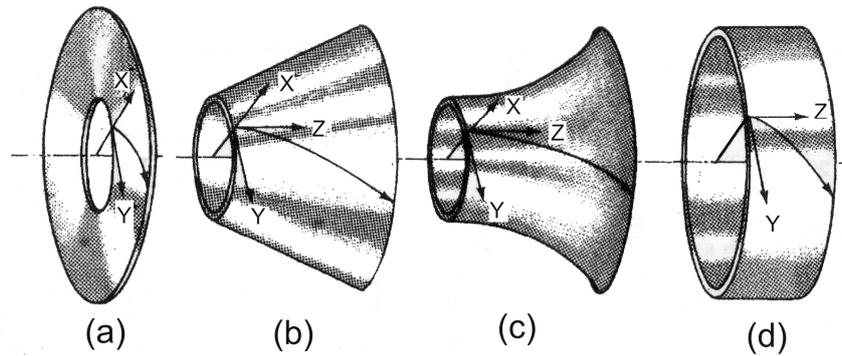


Fig. 2.1. Clasificación de las turbinas según la dirección del flujo en el rodete. (Figura tomada de la referencia 6).

2.1.3. Según el número específico de revoluciones

El número específico de revoluciones es un parámetro importante en el estudio de las turbomáquinas (Se estudiará más adelante, en el capítulo de Semejanza de turbomáquinas).

2.2. TURBINAS DE ACCIÓN O DE IMPULSO

2.2.1. Características generales

Estas máquinas operan bajo la acción de uno o varios chorros libres a alta velocidad. Cada chorro, de diámetro d , se acelera hasta obtener el máximo de velocidad C mediante una tobera externa al rodete de la turbina. El chorro impacta en el álabe, comunicándole una velocidad periférica u y le imparte al rotor un movimiento giratorio ω alrededor del eje de la turbina.

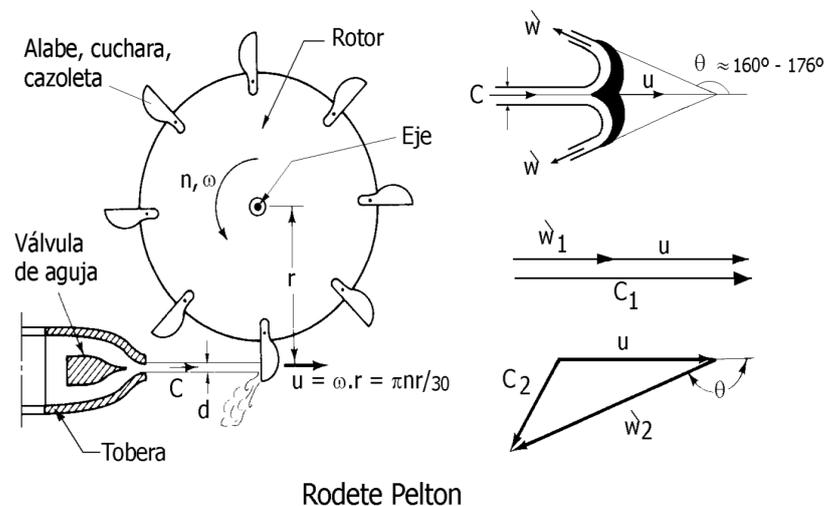


Fig. 2.2. Rodete de una turbina de acción tipo Pelton mostrando sus principales componentes.

La característica fundamental de estas máquinas es que si se desprecian los efectos del rozamiento y de la gravedad, entonces, la velocidad relativa del fluido W se mantiene constante a lo largo del álabe. Además, en ningún instante el rodete se encuentra lleno de fluido; la presión atmosférica rodea siempre al rotor y al álabe. Por tanto, la aceleración máxima del flujo se produce en la tobera y no en los álabes.

2.2.2. Funcionamiento Hidráulico

La energía de presión del agua aumenta a partir de la cámara de carga hacia la tobera, a costa de la energía potencial o altura bruta, que disminuye. La energía cinética permanece constante si el diámetro de la tubería permanece constante.

Al llegar a la tobera se tendrá el máximo de energía de presión, la cual será gastada hasta cero (presión manométrica) convirtiéndola totalmente en energía cinética en la tobera.

En el rodete, la energía cinética disminuye a lo largo del álabe transformándose en energía útil en el eje de la turbina. La energía de presión permanece constante e igual a la presión atmosférica.

2.2.3. Componentes principales de las turbinas de acción:

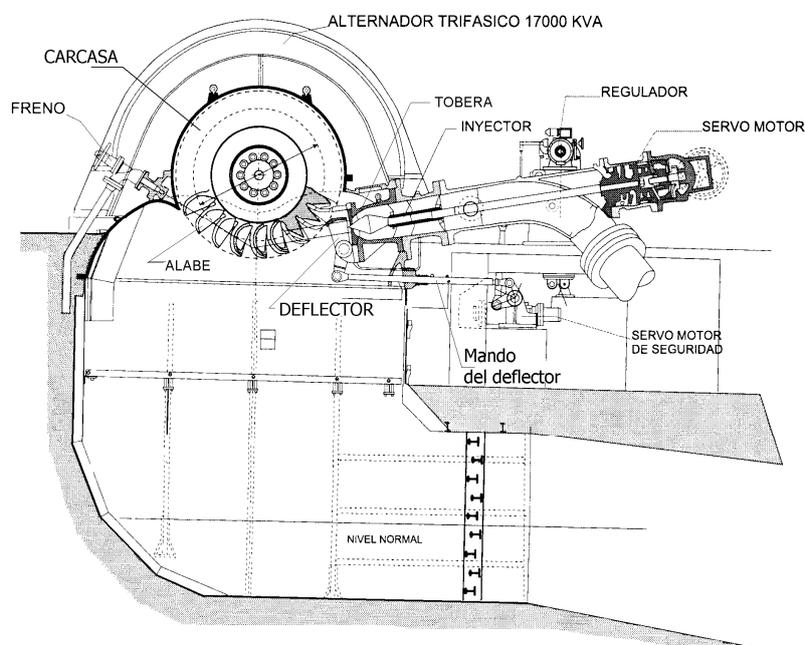


Fig. 2.3. Partes principales de una turbina Pelton de eje horizontal y un inyector. (Figura tomada de la referencia 3).

El inyector.- Transforma la energía de presión en energía cinética. Consta de tobera y válvula de aguja. Constituye el distribuidor de las turbinas de impulso.

El Servomotor.- Desplaza la aguja del inyector mediante presión de aceite.

El Regulador. Controla la posición de la válvula de aguja dentro del inyector.

El deflector o pantalla deflectora.- Sirve para evitar el golpe de ariete y el embalamiento de la turbina.

El mando del deflector. Controla la posición del deflector.

El Rodete. Compuesto por el rotor y los álabes de la turbina.

Los Alabes, cucharas o cazoletas.

El Freno de la turbina.- Sirve para detener al rodete mediante la inyección de un chorro de agua de diámetro 25mm impactando en el dorso de los álabes

2.2.4. Características principales de las turbinas de acción:

- o Se utilizan con cargas hidráulicas relativamente altas pero con caudales relativamente bajos. Por ejemplo, 1 650 m en la C. H. Fully – Suiza, 1 770 m en Reisseck-Austria.
- o Poseen relativa baja velocidad específica, entre 4 m CV y 85 m CV.
- o A menudo emplean ejes horizontales (con 1 ó 2 toberas y son de fácil mantenimiento) pero existen también los de ejes verticales (3 a 6 toberas, para centrales grandes).

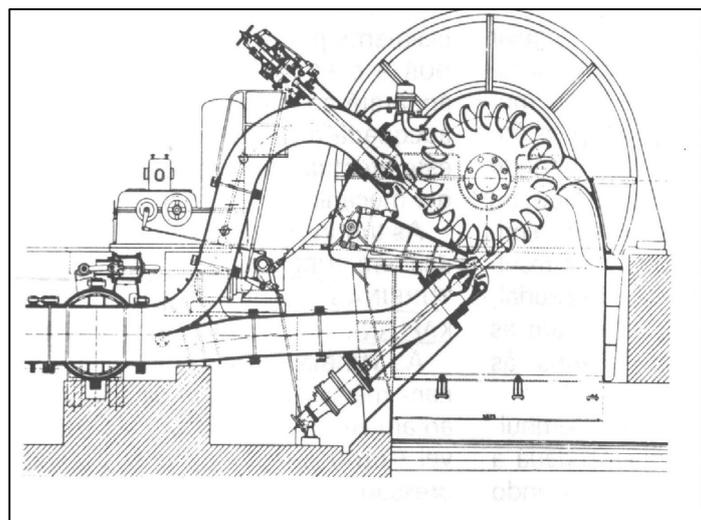


Fig. 2.4. Turbina Pelton de eje horizontal con dos inyectores (Figura tomada de la referencia).

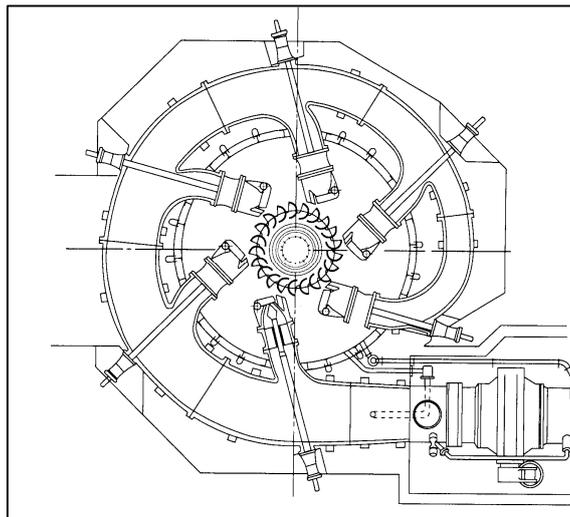


Fig. 2.5. Turbina Pelton de eje vertical con seis inyectores (Figura tomada de la referencia 3).

- o Pertenece a esta clasificación las turbinas PELTON, TURGO y MITCHELL BANKI, etc.



Fig. 2.6. Rodete Pelton



Fig. 2.7. Rodete Turgo

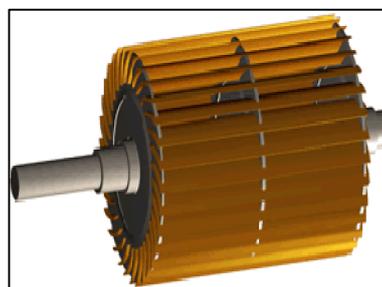


Fig., 2.8. Rodete Mitchell Banki

2.3. TURBINAS DE REACCION

Pueden ser:

- De flujo diagonal (radio axial): Turbinas Francis y Turbinas Deriaz
- De flujo axial: Turbinas Kaplan y de Hélice

2.4. TURBINAS DE REACCION DE FLUJO DIAGONAL

2.4.1. Características generales

En las turbinas de reacción el flujo ingresa por un conducto alimentador en forma de caracol circundando la máquina y es dirigido mediante álabes directores estacionarios hacia el rodete móvil por medio del distribuidor; este último regula el gasto o caudal de acuerdo a la potencia requerida de la central. Pueden ser de eje vertical, como en las centrales grandes o de eje horizontal en las pequeñas centrales.

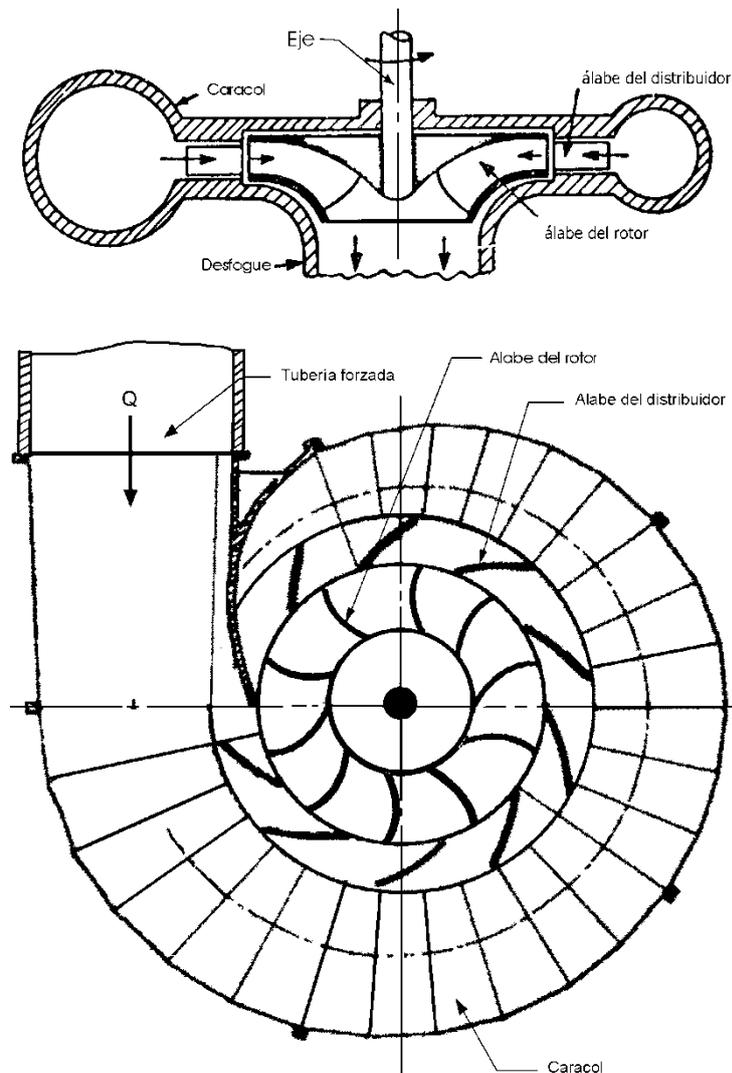


Fig. 2.9. Turbina de reacción de eje vertical

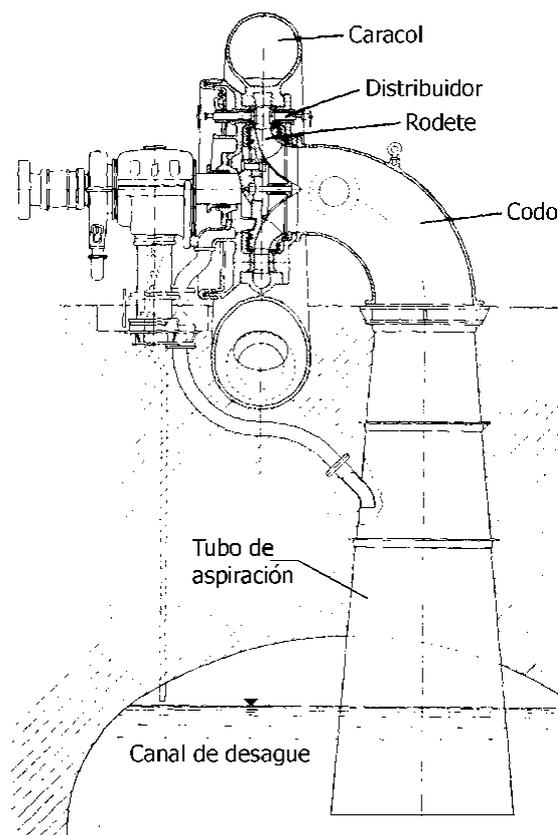
2.4.2. Funcionamiento Hidráulico.

A partir del inicio del caracol hasta la salida del rodete, la energía de presión del fluido disminuye mientras aumenta la energía cinética a lo largo de los álabes fijos del distribuidor y de los álabes móviles del rodete; es decir:

“La velocidad relativa W del fluido no es constante a lo largo de los álabes”

A medida que el flujo viaja por el interior del rodete reduce su momento angular e imparte un momento de torsión al rodete, produciendo el giro del eje.

Fig. 2.10. Turbina Francis de eje horizontal de la fábrica Escher Wyss-Suiza. (Figura adaptada de la referencia 5).



Posteriormente, el flujo sale del rodete a través de un difusor o tubo de aspiración que convierte la altura cinética restante y la energía potencial en energía de presión hasta llegar al valor de la presión atmosférica en el canal de desagüe.

2.4.3. Partes principales de la turbina de reacción de flujo diagonal:

El distribuidor (o corona directriz)-Está conformado por álabes directores en forma de persiana circular, cuya abertura se puede modificar según los requerimientos de potencia. Aquí se desarrolla parcialmente la transformación de energía de presión en cinética.

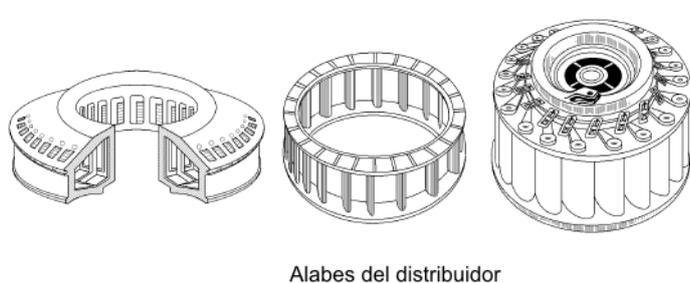


Fig. 2.11. Distribuidor de una turbina de reacción. Las bielas de accionamiento permiten la graduación del caudal que ingresa al rodete (Figura tomada de la referencia 2).

El rotor o rodete.- Está conformado por los álabes engastados en un plato perpendicular al eje de la máquina.



Fig. 2.12. Distintos rodetes de turbinas Francis. Nótese la geometría especial de los álabes.

La carcasa o caracol.- Conducto de alimentación de forma circular pero de diámetro decreciente. Circunda al rotor. El fluido pasa al distribuidor guiado por unas paletas fijas a la carcasa (anti distribuidor o distribuidor fijo).

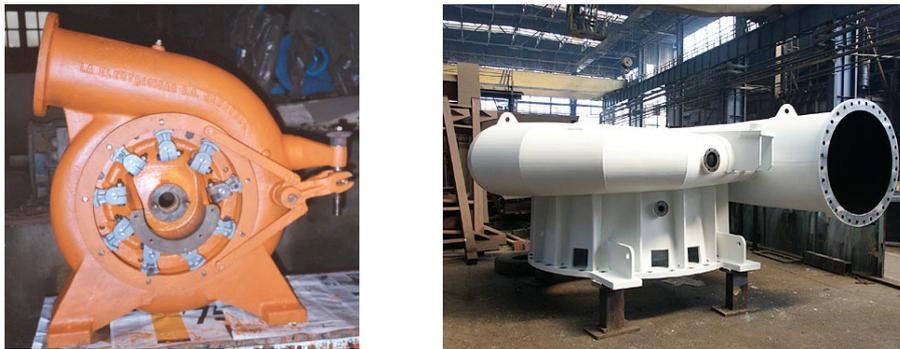


Fig. 2.13. Carcasa, voluta o cámara espiral de turbinas Francis

El tubo difusor o tubo de aspiración.- Da salida al agua de la turbina procurando una carga de energía potencial hasta el valor de la presión atmosférica en la salida.

2.4.4. Características principales de las turbinas de reacción de flujo diagonal:

- ❖ Se utilizan con cargas hidráulicas relativamente bajas (25 – 350 m) pero con caudales grandes hasta 200 m³/s. (La C. H. de Itaipú en el río Paraná entre Paraguay y Brasil cuenta con 18 turbinas que generan 12 600 000 KW).

- ❖ Pertenecen a esta clasificación las turbinas pura (radial) y mixta (radio axial) denominadas turbinas FRANCIS en honor a James B. Francis (1849) y las turbinas DERIAZ.
- ❖ Tienen relativa alta velocidad específica (70 m CV – 450 m CV).

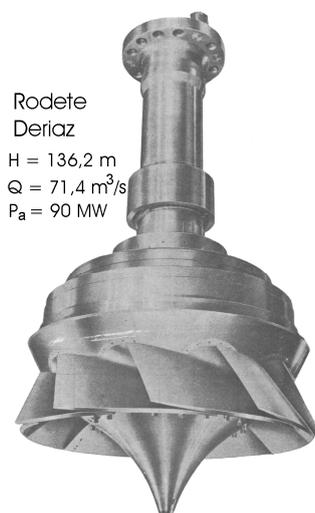


Fig. 2.14. Rodetes de turbinas Deriaz

2.5. TURBINAS DE REACCION DE FLUJO AXIAL

2.5.1. Características generales

Son turbinas de hélices, con álabes ajustables automáticamente (Turbinas Kaplan) ó con álabes fijos (Turbinas de Hélices), de modo que el fluido incida en el borde de ataque del álabe en condiciones de máxima eficiencia para cualquier caudal o carga con lo cual se logra regular la potencia del flujo. Fue inventado por Víctor Kaplan (1914).

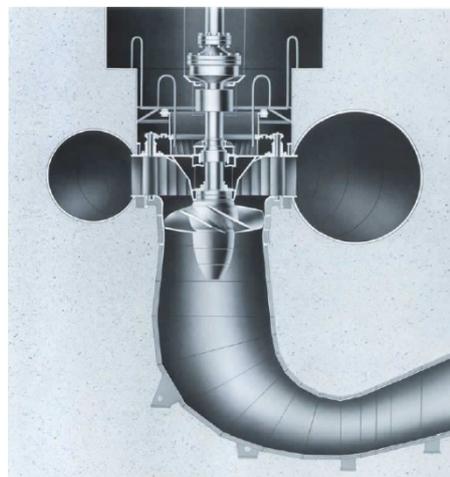
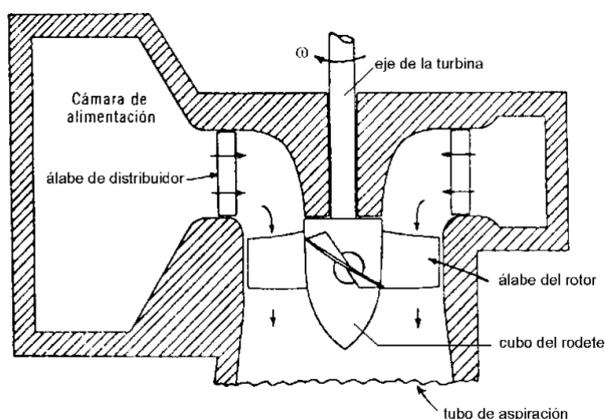


Fig. 2.15. Esquema de rodetes de Kaplan (Foto: Toshiba Corporation)

2.5.2. Partes principales de las turbinas de flujo axial:

Cámara de alimentación.- Es un compartimiento de concreto que alimenta al distribuidor con grandes caudales.

El distribuidor.- Regula el caudal e imprime al agua el giro necesario para que al ingresar al rotor se obtenga la máxima transferencia de energía.

El rotor.- En forma de hélice con un diámetro del orden del 40% - 50% del diámetro total al extremo de los álabes; en él se empotran los álabes encargados de efectuar la transferencia de energía.



Fig. 2.16. Disposición de los álabes del distribuidor de una turbina Kaplan

Los álabes.- Tienen perfil de ala de avión y de desarrollo helicoidal.

El tubo de aspiración.- Tiene forma acodada, construida de hormigón y blindada con acero. Su sección cambia gradualmente de circular a rectangular.

2.5.3. Características principales de las turbinas de flujo axial:

- ❖ Se utilizan con cargas hidráulicas pequeñas entre 1 - 90 m y caudales grandes.
- ❖ Poseen velocidades específicas altas entre 300 m CV y 1 100 m CV.

CAPÍTULO III. APLICACIÓN DE LA ECUACION DE EULER A LAS TURBINAS

3.1. TURBINAS PELTON

Leyenda

d - diámetro del chorro.

D - diámetro del rodete

 C_1 - velocidad de ingreso del fluido. C_2 - Velocidad de salida del fluido.

u - velocidad periférica del álabe.

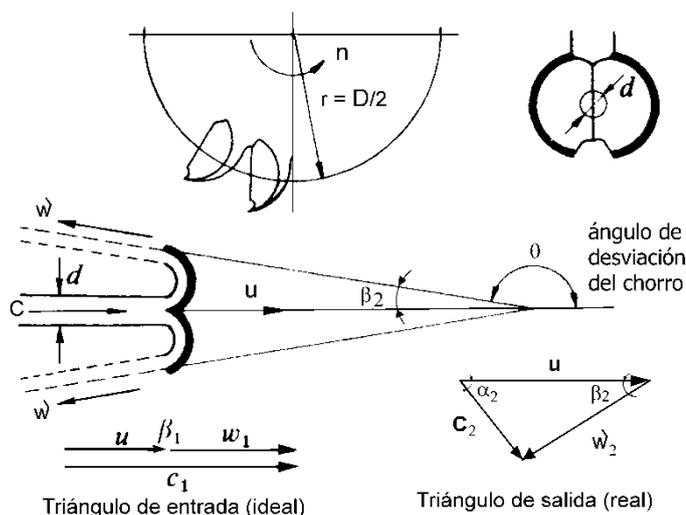


Fig. 3.1. Parámetros típicos en el rodete de una turbina Pelton. (Figura tomada de la referencia 5)

Notas

1.- La trayectoria de una partícula de fluido en el álabe es tangencial, de modo que:

$$u_1 = u_2 = u = \omega r = \omega D/2$$

2.- Se supone que no hay rozamiento en el álabe $\Rightarrow w_1 = w_2$ (ideal).

Pero en realidad: $w_2 < w_1$, tal que $w_1 = k w_2$; con k- coeficiente de disminución de velocidad relativa, menor que 1.

3.- La velocidad de salida del chorro del inyector a la atmósfera (sin considerar pérdidas) es:

$$C_1 = \sqrt{2gH} \text{ (ideal)}$$

$$C_1 = C_v \sqrt{2gH} \text{ (real)}$$

En el caso real, considerando pérdidas en el inyector:

Con C_v - coeficiente de contracción de la vena líquida, depende de la boquilla.Usualmente $C_v = [0,96-0,98]$.También $C_v = \sqrt{1 - \frac{H_{e-1}}{H}}$; donde: H_{e-1} - pérdidas en el inyector y H - altura neta.4.- El rendimiento óptimo (ideal) de la turbina se logra cuando: $u_1 = \frac{1}{2} C_1 = \frac{1}{2} \sqrt{2gH}$ En la práctica: $u_1 = \chi \sqrt{2gH}$ con $\chi = [0,45-0,47]$

- 5.- Idealmente $\alpha_1 = 0^\circ$; $\beta_1 = 180^\circ$, en la práctica $\alpha_1 \leq 17^\circ$.
- 6.- Idealmente $C_2 = 0$ pues la idea es aprovechar al máximo la energía cinética del agua; en la práctica C_2 es muy pequeña.
- 7.- La potencia desarrollada por la turbina está dada por:

$$P_i = \overline{F} \cdot \overline{u} = \rho Q u (C_1 - u) (1 - \cos \theta) \quad \text{para } \mathcal{W}_1 = \mathcal{W}_2$$

$$P_i = \rho Q u (\mathcal{W}_1 - \mathcal{W}_2 \cos \theta) \quad \text{para } \mathcal{W}_1 \neq \mathcal{W}_2$$

3.2. TURBINAS FRANCIS, KAPLAN

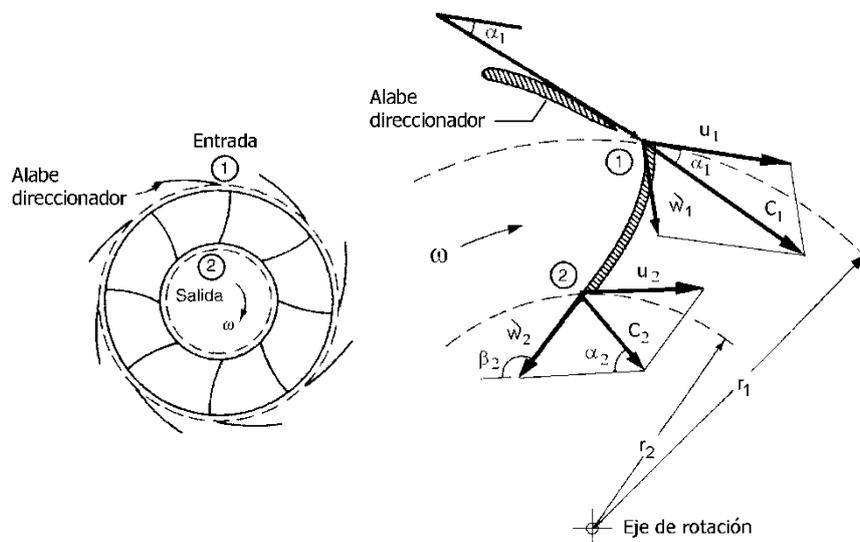


Fig. 3.2. Rodete de una turbina de Reacción. Nótese el sentido del flujo hacia el rodete.

Las siguientes definiciones se aplican a todas las turbinas indistintamente:

3.3.1 Altura Útil (H_u)

Es el valor de la altura de Euler:

$$H_u = \frac{u_1 C_{1u} - u_2 C_{2u}}{g}$$

Para condiciones óptimas se recomienda que $\alpha_2 \approx 90^\circ$, entonces $\cos \alpha_2 \approx 0$, por tanto:

$$H_u = \frac{u_1 C_{1u}}{g}$$

3.3.2. Altura Neta (H)

Es la energía o altura puesta a disposición de la turbina.

Se relaciona con la altura de Euler o altura útil según:

$$H = H_u + H_{e-s.}$$

H_{e-s} - pérdidas de energía entre la entrada y la salida de la turbina.

3.3.2.1 Normas Internacionales para la determinación de la Altura Neta

La sección de entrada e , se encuentra inmediatamente después de la válvula de admisión de la tubería forzada, antes del inyector en las turbinas Pelton y antes de la entrada al caracol en las turbinas de reacción.

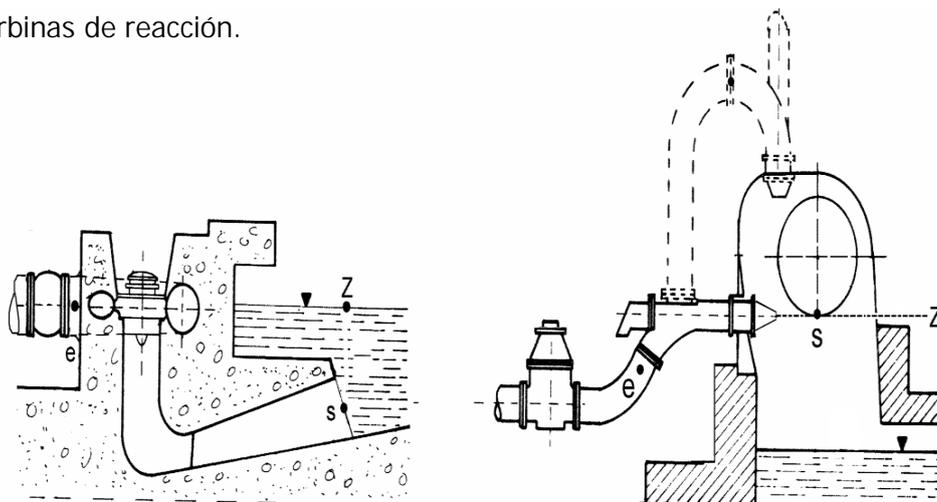


Fig. 3.3. Notación internacional para la ubicación de la entrada y salida de las turbinas, y de los niveles para la determinación de la altura neta. (Figura tomada de la referencia 5)

La sección de salida s , se encuentra en la sección de salida del tubo de aspiración en las turbinas de reacción y en el punto de tangencia del eje del chorro con un círculo de centro en el eje del rodete en las turbinas de acción.

La sección 1, corresponde a la entrada al rodete

La sección 2, corresponde a la salida del rodete

Como entre la entrada y la salida de la turbina se halla el rodete limitado por las secciones 1 y 2, se cumple que:

$$H_{e-s} = H_{e-1} + H_{1-2} + H_{2-s}$$

Luego: $H = H_u + H_{e-1} + H_{1-2} + H_{2-s}$

Donde:

H_{e-s} – pérdidas de energía hidráulicas en la turbina, entre la entrada y la salida.

H_{e-1} - pérdidas de energía entre la entrada de la turbina y la entrada al rodete. En las turbinas de acción, se denominan pérdidas en el inyector. En las turbinas de reacción, pérdidas en el distribuidor.

H_{1-2} – pérdidas de energía entre la entrada y la salida del rodete o al interior del rodete.

H_{2-s} – pérdidas de energía entre la salida del rodete y la salida de la turbina. En las turbinas de reacción se denominan pérdidas en el tubo difusor. En turbinas de acción, $H_{2-s} \approx C_s^2/2g$

Escribiendo la ecuación de Bernoulli entre la entrada (e) y la salida (s) de cualquier turbina:

$$\frac{V_e^2}{2g} + \frac{p_e}{\gamma} + Z_e - H_u = \frac{V_s^2}{2g} + \frac{p_s}{\gamma} + Z_s + H_{e-s}$$

$$H_u + H_{e-s} = H = \left(\frac{V_e^2 - V_s^2}{2g} \right) + (Z_e - Z_s) + \left(\frac{P_e - P_s}{\gamma} \right)$$

Primera expresión de la altura neta.

Luego, la altura neta es la suma de las alturas totales entre la entrada y la salida de la turbina.

Por otro lado, escribiendo la ecuación de Bernoulli entre la superficie libre de la cámara de carga (A) y la superficie libre de salida del agua (Z):

$$\frac{V_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\gamma} + Z_A - H_u = \frac{V_Z^2}{2g} + \frac{P_Z}{\gamma} + Z_Z + H_{A-Z}$$

Pero: $H_{A-Z} = H_{A-e} + H_{e-s} + H_{s-Z} = H_{\text{pérdidas externas}} + H_{e-s}$

Y además: $H = H_u + H_{e-s}$

Entonces: $\frac{V_A^2}{2g} + \frac{P_A}{\gamma} + Z_A - H = \frac{V_Z^2}{2g} + \frac{P_Z}{\gamma} + Z_Z + H_{\text{pérdidas externas}}$

También: $p_A = p_Z = P_{atm}$ y $V_A \approx V_Z \approx 0$

Entonces: $H = (Z_A - Z_Z) - H_{pérd.ext.}$

Llamando a $(Z_A - Z_Z) = H_b$, salto bruto o diferencia de cotas entre el punto más alto y más bajo de una central hidroeléctrica.

Luego:

$$H = H_b - H_{pérd.ext.}$$

Segunda expresión de la altura neta.

Donde

$$H_{pérd.ext.} = H_{A-e} + H_{s-Z}$$

Según lo anterior, la altura neta es la altura bruta menos las pérdidas de energía que ocurren en la tubería forzada y desde la salida de la turbina hasta el desagüe. En turbinas de reacción $H_{s-Z} \approx C_s^2/2g$

3.4. PÉRDIDAS, POTENCIAS Y RENDIMIENTOS EN TURBINAS

3.4.1. PÉRDIDAS

Pueden ser: Pérdidas hidráulicas, pérdidas volumétricas y pérdidas mecánicas.

3.4.1.1 Pérdidas hidráulicas.- Tienen lugar desde la entrada de la turbina (e) hasta el distribuidor o el inyector; entre el distribuidor y el rodete y en el tubo de desagüe.

3.4.4.2 Pérdidas volumétricas.- Se dividen en pérdidas interiores Q_i y en pérdidas exteriores Q_e .

El caudal Q_i sigue por el juego entre la carcasa y el rodete en dirección del caudal principal pues $p_1 > p_2$; este caudal no cede su energía al rodete sino que se pierde en el exterior del rodete.

El caudal útil o turbinado que cede su energía al rodete es:

$$Q_t = Q - Q_e - Q_i$$

Q – es el caudal suministrado a la turbina

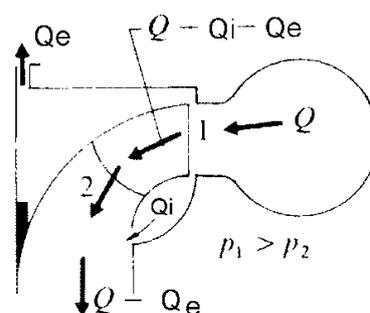


Fig. 3.4. Caudales que circulan a través del rodete de una turbina de reacción.

Un simple cálculo del caudal entre las dos secciones de entrada y salida del álabe conduce a la obtención del caudal turbinado al interior de la máquina:

$$Q_t = A_1 C_{1m} = A_2 C_{2m} = \pi D_1 b_1 \tau_1 C_{1m} = \pi D_2 b_2 \tau_2 C_{2m}$$

3.4.4.3 Pérdidas mecánicas. Se deben a la fricción entre elementos mecánicos tales como:

- Rozamiento entre el prensaestopas y el eje de la turbina
- Rozamiento del eje con los cojinetes.

3.4.2. POTENCIAS

3.4.2.1 Potencia Teórica (P).- Potencia absorbida o neta o potencia hidráulica puesta a disposición de la turbina. Es la potencia que posee el líquido inmediatamente antes de ser utilizada por la turbina.

$$P = \gamma Q H$$

3.4.2.2 Potencia Útil (P_a).-Potencia al freno, Potencia en el eje o Potencia restituida.

Es la potencia mecánica que entrega la turbina en el eje del generador:

$$P_a = M \omega = \frac{\pi}{30} n M$$

M – momento mecánico, se mide con un torquímetro.

n - velocidad angular del rodete, se mide con un cuentarrevoluciones.

3.4.2.3 Potencia Interna (P_i)

Potencia suministrada por la turbina descontando la potencia para vencer los rozamientos mecánicos.

$$P_i = P_a + \text{Pérdidas de potencia mecánica}$$

O también: $P_i = P - \text{Pérdidas de potencia hidráulica y volumétrica}$

$$P_i = \gamma Q_t H_u = \rho Q_t (u_1 C_{1u} - u_2 C_{2u}) = \gamma Q H \eta_v \eta_h$$

Esquemáticamente, las diversas potencias de las turbinas se relacionan según el siguiente diagrama de potencias

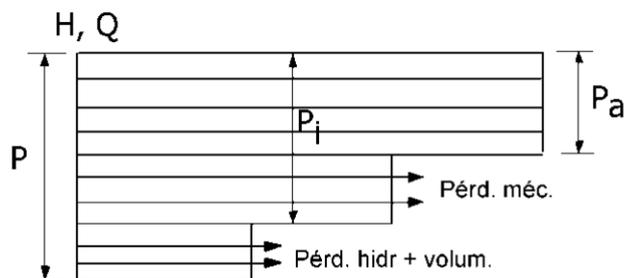


Fig. 3.5. Diagrama de potencias de una turbina.

3.4.3. RENDIMIENTOS (eficiencias)

3.4.3.1 Rendimiento Hidráulico (η_h).- Rendimiento Manométrico

De la turbina

$$\eta_h = \frac{H_u}{H} = \frac{u_1 C_{1u} - u_2 C_{2u}}{gH}$$

Del rodete

$$\eta_h = \frac{H_u}{H + H_{1-2}} = \frac{u_1 C_{1u} - u_2 C_{2u}}{g(H + H_{1-2})}$$

De la instalación

$$\eta_h = \frac{H_u}{H_b} = \frac{u_1 C_{1u} - u_2 C_{2u}}{gH_b}$$

3.4.3.2 Rendimiento Volumétrico (η_v)

$$\eta_v = \frac{Q_t}{Q} = \frac{Q - Q_e - Q_i}{Q}$$

Q – caudal suministrado

Q – Q_e – Q_i – caudal útil o caudal turbinado

3.4.3.2 Rendimiento Interno (η_i)

$$\eta_i = \frac{P_i}{P} = \eta_v \eta_h$$

3.4.3.3 Rendimiento Mecánico (η_m).- Rendimiento Orgánico

$$\eta_m = \frac{P_a}{P_i}$$

3.4.3.4 Rendimiento Total (η)

$$\eta = \frac{P_a}{P} = \eta_h \eta_v \eta_m$$

En términos de los rendimientos se puede escribir:

$$P_a = P_i \eta_m = P \eta = \gamma Q H \eta$$

Ejemplo 3.1. Una turbina Pelton trabaja bajo una altura neta de 240 m. El diámetro del chorro es $d = 150$ mm, $C_v = 0,98$; $\alpha_1 = 0^\circ$; $\beta_2 = 15^\circ$; $w_2 = 0,70 w_1$; $u_1 = 0,45 C_1$.

Calcule:

- La fuerza tangencial ejercida por el chorro sobre los álabes.
- La potencia transmitida por el agua al rodete o P_i .
- El rendimiento hidráulico, si $\eta_v = 1$.
- El rendimiento total si $\eta_m = 0,97$.

Solución:

La fuerza que ejerce el chorro sobre los álabes, para $w_1 \neq w_2$, está dada por:

$$F = \rho Q (w_1 - w_2 \cos \theta) \text{ con } \theta = (\pi - \beta_2) \Rightarrow F = \rho Q [w_1 - w_2 \cos (\pi - \beta_2)]$$

Del chorro se tiene:

$$Q = (\pi d^2 / 4) C_1 = \pi \times 0,150^2 / 4 \times 67,24$$

$$Q = 1,19 \text{ m}^3/\text{s}$$

Del triángulo de entrada

$$u = u_1 = u_2 = 0,45 C_1 = 0,45 \times 0,98 (2gH)^{1/2} = 0,45 \times 0,98 (2 \times 9,806 \times 240)^{1/2} = 30,26 \text{ m/s}$$

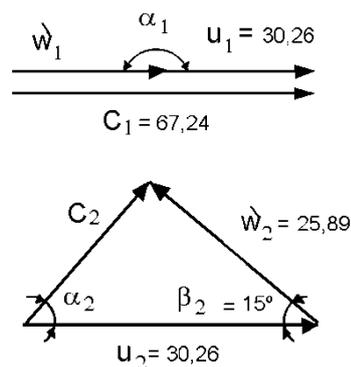
$$C_1 = 0,98 (2 \times 9,806 \times 240)^{1/2} = 67,24 \text{ m/s}$$

$$w_1 = C_1 - u = 67,24 - 30,26 = 36,98 \text{ m/s}$$

$$w_2 = 0,70 w_1 = 25,89 \text{ m/s}$$

Luego: $F_x = 1000 \times 1,19 \times (36,98 - 25,89 \cos 165^\circ)$

$$F_x = 73\,756,2 \text{ N}$$



b) $P_i = F_x u = 73\,756,2 \times 30,26 = 2\,231,9 \text{ KW}$.

c) $\eta_h = H_u / H$

$$\text{con } H_u = P_i / \gamma Q = 2\,231\,000 / (9\,806 \times 0,19) = 191,27 \text{ m}$$

$$\eta_h = 191,27 / 240 = 0,80$$

$$d) \quad \eta = \eta_v \eta_h \eta_m = 1 \times 0,80 \times 0,97 = 0,78$$

Ejemplo 3.2. Una Turbina Francis de eje vertical gira a 375 rpm desarrollando una potencia en el eje de 9 486 KW, en condiciones nominales.

En las condiciones anteriores, un manómetro conectado en la sección de entrada, antes de la caja espiral y después de la válvula, mide una presión de 140 mca, siendo el diámetro de la tubería forzada en ese punto de 2500 mm, y llegando a la máquina un caudal de 8 m³/s.

Sobre un plano de la instalación en el que se representa la turbina en corte meridional, se han podido medir las siguientes dimensiones:

$D_1 = 1,6$ m; $D_2 = 0,6$ m; $b_1 = 250$ mm; $b_2 = 0,4$ m; $z_1 = z_e = 2$ m; $z_s = 0$ m (considérese la salida en el nivel del canal aguas abajo); $z_2 = 1,5$ m (considérese la entrada en el tubo de aspiración en el punto 2)

Asumir $\eta_v = 0,95$; $\eta_m = 0,98$; $\tau_1 = 1$; $\tau_2 = 0,9$; $c_{2u} = 0$, y que las pérdidas hidráulicas se reparten por igual entre el rodete, el tubo de aspiración y el conjunto caja espiral-distribuidor Fink. Se considera la sección de salida de la turbina en la superficie del canal aguas abajo, desperdiciándose la energía de velocidad en esa sección. Determine:

- La altura de Euler
- La altura neta
- Los rendimientos hidráulico y total
- Los triángulos de velocidades a la entrada. Los ángulos β_1 y α_1 .
- Los triángulos de velocidades a la salida. Los ángulos β_2 y α_2 .
- La presión a la entrada del rodete.
- La presión a la salida del rodete.

Solución:

$$a) \text{ La velocidad angular del rodete es } n = 375 \text{ rpm} = 39,27 \text{ rad/s}$$

Las velocidades periféricas de los álabes:

$$u_1 = \omega \times D_1 / 2 = 39,27 \times 1,6 / 2 = 31,42 \text{ m/s}$$

$$u_2 = \omega \times D_2 / 2 = 39,27 \times 0,6 / 2 = 11,78 \text{ m/s}$$

De la potencia interna se obtiene C_{1u} :

$$P_i = \frac{P_a}{\eta_m} = \rho Q \eta_v (u_1 C_{1u} - u_2 C_{2u}); \quad C_{2u} = 0$$

$$\frac{9486000}{0,98} = 1000 \times 8 \times 0,95 \times 31,42 \times C_{1u} \Rightarrow C_{1u} = 40,54 \text{ m/s}$$

De la ecuación de Euler se tiene: $H_u = \frac{u_1 C_{1u} - u_2 C_{2u}}{g} = \frac{31,42 \times 40,54}{9,806} = 129,90 \text{ m}$

b) La velocidad en la tubería es: $V_e = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D_T^2} \Rightarrow V_e = \frac{4 \times 8}{\pi \times 0,25^2} = 1,63 \text{ m/s}$

Escribiendo la ecuación de Bernoulli entre e y s:

$$H = \frac{V_e^2 - V_s^2}{2g} + \frac{P_e - P_s}{\gamma} + (Z_e - Z_s); \quad V_s = 0; \quad \frac{P_s}{\gamma} = 0$$

$$H = \frac{1,63^2}{2 \times 9,806} + 140 + 2 = 142,14 \text{ m}$$

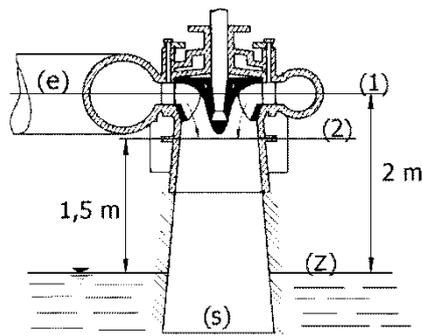
c) La eficiencia hidráulica: $\eta_h = \frac{H_u}{H} = \frac{129,90}{142,14} = 0,9138$

La eficiencia total: $\eta = \eta_h \eta_m \eta_v = 0,9138 \times 0,98 \times 0,95 = 0,8507$

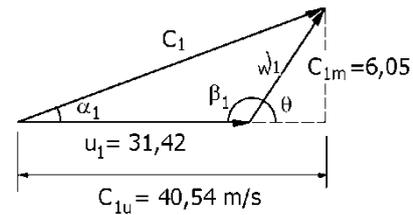
d) El caudal que atraviesa el rodete es:

$$Q_i = Q \eta_v = \pi b_1 D_1 C_{1m} \tau_1 = \pi b_2 D_2 C_{2m} \tau_2$$

$$8 \times 0,95 = \pi \times 0,25 \times 1,6 \times 1 \times C_{1m} = \pi \times 0,40 \times 0,60 \times 0,90 \times C_{2m}$$



$$\Rightarrow C_{1m} = 6,05 \text{ m/s} \quad \text{y} \quad C_{2m} = 11,20 \text{ m/s}$$



El triángulo de velocidades de entrada resulta:

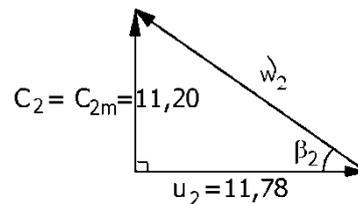
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{C_{1m}}{C_{1u} - u_1} = \frac{6,05}{40,54 - 31,42} \Rightarrow \theta = 33,56^\circ \Rightarrow \beta_1 = 146,44^\circ$$

$$w_1 = \sqrt{C_{1m}^2 + (C_{1u} - u_1)^2} = \sqrt{6,05^2 + (40,54 - 31,42)^2} = 10,94 \text{ m/s}$$

$$C_1 = \sqrt{C_{1m}^2 + C_{1u}^2} = \sqrt{6,05^2 + 40,54^2} = 40,99 \text{ m/s}$$

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg} \left(\frac{C_{1m}}{C_{1u}} \right) = 8,49^\circ$$

e) El triángulo de velocidades de salida:



$$w_2 = \sqrt{11,78^2 + 11,20^2} = 16,25 \text{ m/s}$$

$$\beta_2 = \operatorname{arctg} \left(\frac{11,20}{11,78} \right) = 43,55^\circ$$

$$\alpha_2 = 90^\circ$$

f) Como $H_u + H_{e-s} = H \Rightarrow H_{e-s} = 142,14 - 129,90 = 12,24 \text{ m}$

Por otro lado $H_{e-s} = H_{e-1} + H_{1-2} + H_{2-s} = 12,24 \text{ m}$ y por condición del problema estas pérdidas se reparten equitativamente en la turbina, es decir:

$$H_{e-1} = H_{1-2} = H_{2-s} = 12,24 / 3 = 4,08 \text{ m}$$

La presión en la entrada del rodete se calcula escribiendo Bernoulli entre e y 1:

$$\frac{V_e^2}{2s} + \frac{P_e}{\gamma} + Z_e = \frac{C_1^2}{2s} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + h_{e-1} \Rightarrow \frac{1,63^2}{2 \times 9.806} + 140 = \frac{40,99^2}{2 \times 9.806} + \frac{P_1}{\gamma} + 4,08$$

$$\Rightarrow \frac{P_1}{\gamma} = 50,38 \text{ m.ca.}$$

g) La presión a la salida del rodete se calcula aplicando la ecuación de Bernoulli entre 1 y 2:

$$\frac{C_1^2}{2_s} + \frac{P_1}{\gamma} + Z_1 - Hu = \frac{C_2^2}{2_s} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + H_{1-2}$$

$$\frac{40,99^2}{2 \times 9.806} + 50,38 + 1.5 - 129.90 = \frac{11,20^2}{2 \times 9.806} + \frac{P_2}{\gamma} + 4,08 \Rightarrow P_2/\gamma = -2,83 \text{ m.ca.}$$

Ejemplo 3.3. Una turbina Pelton de un inyector se alimenta de un embalse cuyo nivel de agua se encuentra 300 m por encima del eje del chorro, mediante una conducción forzada de 6 Km de longitud y 680 mm de diámetro interior.

El coeficiente de rozamiento de la tubería es 0,032. La velocidad periférica de los álabes es 0,47 C_1 . El coeficiente de reducción de velocidad de entrada del agua en el rodete vale 0,97.

Las cazoletas desvían el chorro 175°, y la velocidad del agua se reduce en ellas en un 15%.

El chorro tiene un diámetro de 90 mm. El rendimiento mecánico es 0,88. Determine:

- La altura neta de la turbina forzada
- Las pérdidas en el inyector y las pérdidas en la conducción
- El caudal
- La altura de Euler
- El rendimiento manométrico
- La potencia útil en el eje de la máquina

Solución:

a) Las pérdidas de energía en la tubería forzada por efectos de la fricción se calcula según la fórmula de Darcy - Weisbach:

$$H_{ext} = f \frac{L}{D} \frac{V_T^2}{2g} = 0,032 \times \frac{6000}{0,68} \times \frac{V_T^2}{2 \times 9,806} = 14,40 V_T^2$$

El caudal que circula por la tubería es: $Q = V_T \frac{\pi}{4} D_T^2$

que es igual al caudal que sale por la tobera: $Q = C_1 \left(\frac{\pi}{4} d^2 \right) = C_v \sqrt{2gH} \left(\frac{\pi}{4} d^2 \right)$

$$\Rightarrow V_T \frac{\pi}{4} D_T^2 = C_v \sqrt{2gH} \left(\frac{\pi}{4} d^2 \right)$$

Resolviendo para $V_T = 0,97\sqrt{2 \times 9,806} H^{1/2} \left(\frac{0,09}{0,68}\right)^2 = 0,075 H^{1/2}$

También: $H = H_b - H_{ext} \Rightarrow H = 300 - 14,4 V_T^2 = 300 - 14,4 (0,075 H^{1/2})^2$

de donde $H = 277,52 \text{ m}$ y $V_T = 0,075 \times 277,52^{1/2} = 1,25 \text{ m/s}$

b) $H_{ext} = 14,40 V_T^2 = 14,4 \times 1,25^2 = 22,50 \text{ m}$

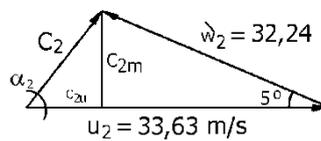
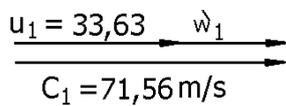
Las pérdidas en el inyector H_{e-1} se deducen de: $C_v = \sqrt{1 - \frac{H_{e-1}}{H}}$

$\Rightarrow H_{e-1} = (1 - C_v^2) H = (1 - 0,97^2) \times 277,52 = 16,40 \text{ m}$

c) El caudal: $Q = V_T \times \frac{\pi}{4} \times D_T^2 = 1,25 \times \frac{\pi}{4} \times 0,68^2 = 0,455 \text{ m}^3/\text{s}$

d) La velocidad del chorro $C_1 = C_v \sqrt{2gH} = 0,97 \sqrt{2 \times 9,806 \times 277,52} = 71,56 \text{ m/s}$

La velocidad periférica de los álabes $u = 0,47 C_1 = 0,47 \times 71,56 = 33,63 \text{ m/s}$



Del triángulo de entrada: $w_1 = C_1 - u = 71,56 - 33,63 = 37,93 \text{ m/s}$

Del triángulo de salida: $w_2 = 0,85 w_1 = 0,85 \times 37,97 = 32,24 \text{ m/s}$

$C_{2m} = w_2 \text{ sen} 5^\circ = 2,81 \text{ m/s}$

$C_{2u} = u - w_2 \text{ cos} 5 = 33,63 - 32,24 \text{ cos} 5 = 1,51 \text{ m/s}$

La altura de Euler para turbinas de acción: $H_u = u \frac{(C_1 - C_{2u})}{g}$

Luego: $H_u = \frac{33,63 (71,56 - 1,5)}{9,806} = 240,24 \text{ m}$

e) La eficiencia hidráulica o manométrica: $\eta_h = \frac{H_u}{H} = \frac{240,24}{277,52} = 0,8657$

f) La potencia útil en el eje de la máquina $P_a = \gamma Q H \eta$

con $\eta = \eta_h \eta_m \eta_v = 0,8657 \times 0,88 \times 1 = 0,7618$

$$\Rightarrow P_a = 9806 \times 0,455 \times 277,52 \times 0,7618 = 94\,3275,47 \text{ W}$$

Ejemplo 3.4. Para explotar un salto de 300 m de altura bruta y 0,5 m³/s de caudal, se desea utilizar una turbina Pelton de un solo inyector. Las pérdidas de carga en la tubería forzada pueden estimarse en un 2% de la altura bruta, y para los cálculos de altura neta se tomará como salida de la turbina el nivel del canal de desagüe. Los diámetros de la rueda y de la tobera del inyector son respectivamente 0,5 m y 92,2 mm. Se estima que las pérdidas en las cucharas ascienden al 10% de la energía cinética relativa a la entrada de ellas

($H_{r_{1-2}} = 0,1 \frac{w_1^2}{2g}$) y que el rendimiento mecánico es del 94%, incluyendo las pérdidas por rozamiento de disco y ventilación.

La turbina arrastrará a un alternador de 2 pares de polos y se instalará con eje vertical, estando la salida del inyector, la entrada a la turbina, y la zona de intercambio de energía entre el fluido y el rodete, en el mismo plano, situado a 2 metros sobre el nivel del canal aguas abajo. $\beta_2 = 10^\circ$. Determine:

- Los triángulos de velocidades a la entrada y salida.
- Las alturas de Euler y neta.
- El rendimiento hidráulico, los rendimientos total de la turbina y total de la instalación.
- Las pérdidas en el inyector.
- La potencia en el eje.

Solución:

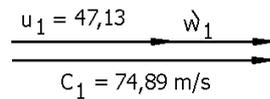
La velocidad angular correspondiente a 2 pares de polos es: $n = 60 \times 60/2 = 1800 \text{ rpm}$, entonces $\omega = 188,50 \text{ rad/s}$.

La velocidad periférica del álabe: $u = u_1 = u_2 = \omega \times D / 2 = 188,50 \times 0,5 / 2 = 47,13 \text{ m/s}$

Del caudal que sale de la tobera se obtiene la velocidad del chorro:

$$Q = C_1 (\pi d^2 / 4) \Rightarrow C_1 = \frac{4 \times 0,5}{\pi \times 0,0922^2} = 74,89 \text{ m/s}$$

a) Del triángulo de entrada: $\mathcal{W}_1 = C_1 - u = 74,89 - 47,13 = 27,76 \text{ m/s}$



La energía cinética relativa de entrada es $\frac{\mathcal{W}_1^2}{2 \times g} = \frac{27,75^2}{2 \times 9,806} = 39,29 \text{ m}$

La energía cinética relativa de salida es $0,9 \times 39,29 = 35,36 \text{ m}$ pues se pierde el 10% en rozamientos en el álabe. Por tanto la velocidad relativa de salida resulta:

$$\mathcal{W}_2 = \sqrt{2 \times 9,806 \times 35,36} = 26,33 \text{ m/s}$$

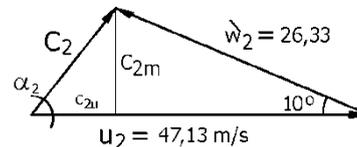
Del triángulo de salida:

$$C_{2m} = \mathcal{W}_2 \text{ sen} 10^\circ = 26,33 \text{ sen} 10^\circ = 4,57 \text{ m/s}$$

$$C_{2u} = u - \frac{C_{2m}}{\text{tg} 10^\circ} = 47,13 - \frac{4,57}{\text{tg} 10^\circ} = 21,21 \text{ m/s}$$

$$C_2 = \sqrt{C_{2m}^2 + C_{2u}^2} = \sqrt{4,57^2 + 21,21^2} = 21,70 \text{ m/s}$$

$$\alpha_2 = \text{arctg} \frac{C_{2m}}{C_{2u}} = \text{arctg} \frac{4,57}{21,21} = 12,16^\circ$$



b) La altura neta es: $H = H_b - H_{\text{ext}} = 300 - 6 = 294 \text{ m}$

$$\text{La altura de Euler: } H_u = \frac{u_1 C_{1u} - u_2 C_{2u}}{g} = \frac{u (C_1 - C_{2u})}{g} = \frac{47,13 (74,89 - 21,21)}{9,806} = 258 \text{ m}$$

c) La eficiencia hidráulica $\eta_h = \frac{H_u}{H} = \frac{258}{294} = 0,8776$

La eficiencia total se obtiene de $\eta = \eta_h \eta_m \eta_v = 0,8776 \times 0,94 \times 1 = 0,825$

El rendimiento de la instalación es $\eta_{inst} = \frac{H_u}{H_b} = \frac{258}{300} = 0,86$

d) Las pérdidas en el inyector: $H_{e-1} = (1 - C_v^2) \times H$

$$\text{con } C_v = \frac{C_1}{\sqrt{2gH}} = \frac{74,89}{\sqrt{2 \times 9,806 \times 294}} = 0,986$$

$$\text{Luego } H_{e-1} = (1 - 0,986^2) \times 294 = 8,17 \text{ m}$$

e) La potencia en el eje: $P_a = \gamma Q H \eta = 9806 \times 0,5 \times 294 \times 0,825 = 1189222,65 \text{ W}$

Ejemplo 3.5. La placa de características de una turbina Pelton de eje vertical nos muestra los siguientes datos: caudal $Q = 1 \text{ m}^3/\text{s}$; presión en la brida de entrada $p_e = 682 \text{ mca}$; potencia en el eje $P_a = 6000 \text{ kW}$; velocidad de rotación $n = 1000 \text{ rpm}$ ($f = 50 \text{ Hz}$).

En la instalación se han medido las siguientes dimensiones: $z_e = z_1 = 5 \text{ m}$, considerando $z = 0$ en la superficie del canal aguas abajo; diámetro de la tubería forzada en la brida de entrada a la turbina, $D_e = 750 \text{ mm}$; diámetro de la rueda en la circunferencia tangente al eje del inyector, $D = 1065 \text{ mm}$; diámetro del inyector en su apertura máxima, $d = 105,5 \text{ mm}$; $\beta_2 = 10^\circ$.

Considerando la sección de salida de la turbina (s) está situada en la superficie del agua en el canal de desagüe; que se pueden estimar $\eta_v = 1$ y $\eta_{mec} = 0,96$ (incluidas las pérdidas por rozamiento de disco y ventilación), y que el inyector está trabajando con máxima apertura en las condiciones indicadas en la placa de características.

Determine:

- La altura neta.
- El rendimiento hidráulico (η_h) de la turbina.
- La altura de Euler (H_u).
- Las pérdidas hidráulicas en el inyector (H_{e-1}).
- Las pérdidas hidráulicas en las cucharas ($H_{1,2}$).

Solución:

La velocidad angular correspondiente a $n = 1000 \text{ rpm}$ es $\omega = 104,72 \text{ rad/s}$.

La velocidad periférica del álabe: $u = u_1 = u_2 = \omega \times D / 2 = 104,72 \times 1,065 / 2 = 55,76 \text{ m/s}$

Del caudal que sale de la tobera se obtiene la velocidad del chorro:

$$Q = C_1 (\pi d^2 / 4) \Rightarrow C_1 = \frac{4 \times 1}{\pi \times 0,1055^2} = 114,40 \text{ m/s}$$

La velocidad del flujo en la tubería es: $Q = V_T (\pi D_T^2 / 4) \Rightarrow V_T = \frac{4 \times 1}{\pi \times 0,75^2} = 2,26 \text{ m/s} = V_e$

a) La altura neta es:

$$H = \frac{V_e^2}{2g} - \frac{V_s^2}{2g} + \frac{p_e}{\gamma} - \frac{p_s}{\gamma} + Z_e - Z_s = \frac{2,26^2}{2 \times 9,806} + 682 + 5 = 687,26 \text{ m}$$

Como $P_i = \frac{P_a}{\eta_m} = \gamma Q H_u \eta_V \Rightarrow H_u = \frac{P_a}{\gamma Q \eta_V \eta_m} = \frac{6\,000\,000}{9806 \times 1 \times 1 \times 0,96} = 637,36 \text{ m}$

También: $H_{e-s} = H - H_u = 687,26 - 637,36 = 49,90 \text{ m}$

c) La eficiencia hidráulica: $\eta_h = \frac{H_u}{H} = \frac{637,36}{687,26} = 0,927$

d) Las pérdidas en el inyector se hallan escribiendo la ecuación de Bernoulli entre e y 1:

$$\frac{V_e^2}{2g} + Z_e + \frac{p_e}{\gamma} = \frac{C_1^2}{2g} + Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + H_{e-1} \Rightarrow H_{e-1} = \frac{2,26^2}{2 \times 9,806} + 682 - \frac{114,4^2}{2 \times 9,806} = 20,95 \text{ m}$$

e) Las pérdidas de energía en el rodete:

$$\frac{C_1^2}{2g} + Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - H_u = \frac{C_2^2}{2g} + Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + H_{1-2} \Rightarrow H_{1-2} = \frac{114,4^2}{2 \times 9,806} - 637,36 - \frac{C_2^2}{2 \times 9,806}$$

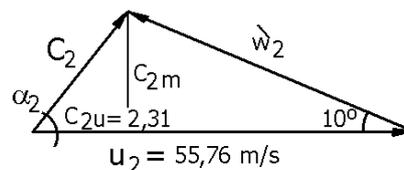
Para hallar el valor de C_2 es necesario construir el triángulo de salida

De $H_u = \frac{u(C_1 - C_{2u})}{g} \Rightarrow C_{2u} = 114,4 - \frac{637,36 \times 9,806}{55,76} = 2,31 \text{ m/s}$

$$C_{2m} = (u_2 - C_{2u}) \operatorname{tg} \beta_2 = (55,76 - 2,31) \operatorname{tg} 10^\circ = 9,42 \text{ m/s}$$

$$C_2 = \sqrt{C_{2m}^2 + C_{2u}^2} = \sqrt{9,42^2 + 2,31^2} = 9,70 \text{ m/s}$$

$$\text{Luego } H_{1-2} = \frac{114,4^2}{2 \times 9,806} - 637,36 - \frac{7,90^2}{2 \times 9,806} = 25,15 \text{ m}$$



Ejemplo 3.6. Una turbina Francis de eje vertical funcionando en su punto de máximo rendimiento gira a 600 rpm ($f = 50$ Hz) y desarrolla una potencia en el eje de 17 514 kW, con un caudal de 17,36 m³/s, bajo una altura neta de 116 m. El diámetro del rodete a la entrada es de 1,07 m y el coeficiente de obstrucción a la entrada se considerará igual a 0,94. La velocidad meridional se puede suponer constante en todo el rodete y de valor igual a 8 m/s; también se puede considerar que el fluido abandona el rodete sin circulación ($c_{2u}=0$), y la diferencia de presiones entre entrada y salida del rodete $(p_1-p_2)/\gamma$ se ha medido igual a 60 mca siendo 0,5 m la diferencia de cotas entre ambos puntos (z_1-z_2).

Considerando $\eta_v = 0,96$; $\eta_{mec} = 0,98$; las pérdidas hidráulicas desde la brida de entrada hasta la entrada al rodete (H_{e-1}) ascienden a 1,2 mca; la salida de la turbina se sitúa en el nivel del canal de desagüe y la entrada al rodete se encuentra 2,5 m por encima de dicho nivel, determine:

- La altura de Euler.
- El triángulo de velocidades en la entrada al rodete.
- El ancho del rodete a la entrada.
- El grado de reacción de la turbina.
- Las pérdidas en el tubo de aspiración (H_{2-s}).
- La presión estática en la entrada del rodete.
- La potencia en el eje de la turbina si se suprime el tubo de aspiración manteniéndose inalterables la presión a la entrada del rodete, las pérdidas en el mismo, el caudal y los rendimientos volumétrico y mecánico.

Solución:

La velocidad angular correspondiente a $n = 600$ rpm es $\omega = 62,83$ rad/s.

De la ecuación de la potencia en el eje se obtiene la eficiencia total:

$$P_a = \gamma Q H \eta \Rightarrow \eta = \frac{17\,514\,000}{9806 \times 17,36 \times 116} = 0,887$$

$$\text{La eficiencia hidráulica resulta: } \eta_h = \frac{\eta}{n_m \eta_v} = \frac{0,887}{0,98 \times 0,96} = 0,94$$

a) La altura de Euler se obtiene de:

$$H_u = \eta_h H = 0,94 \times 116 = 109,04 \text{ m/s}$$

b) El triángulo de velocidades de entrada:

La velocidad periférica a la entrada del álabe:

$$u_1 = \omega \times D_1 / 2 = 62,83 \times 1,07 / 2 = 33,61 \text{ m/s}$$

De la ecuación de la altura de Euler se obtiene C_{1u} :

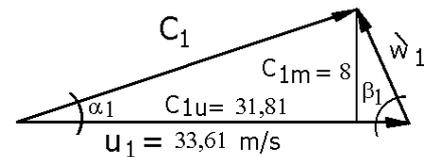
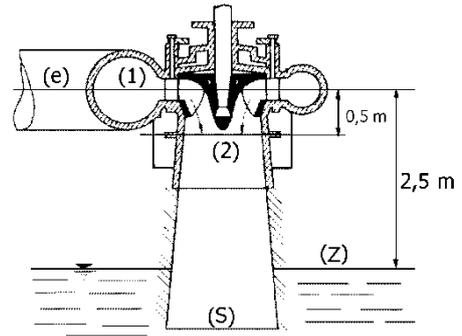
$$C_{1u} = \frac{g H_u}{u_1} = \frac{9,806 \times 109,04}{33,61} = 31,81 \text{ m/s para } C_{2u} = 0$$

$$C_1 = \sqrt{C_{1m}^2 + C_{1u}^2} = \sqrt{8^2 + 31,81^2} = 32,80 \text{ m/s}$$

$$w_1 = \sqrt{C_{1m}^2 + (u_1 - C_{1u})^2} = \sqrt{8^2 + (33,61 - 31,81)^2} = 8,2 \text{ m/s}$$

$$\alpha_1 = \arctg\left(\frac{C_{1m}}{C_{1u}}\right) = \arctg\left(\frac{8}{31,81}\right) = 14,12^\circ$$

$$\beta_1 = \arctg\left(\frac{C_{1m}}{u_1 - C_{1u}}\right) = \arctg\left(\frac{8}{33,61 - 31,81}\right) = 77,32^\circ$$



c) El caudal que atraviesa el rodete es $Q \eta_v = \pi b_1 D_1 C_{1m} \tau_1$ de donde se obtiene el ancho del rodete a la entrada:

$$b_1 = \frac{17,36 \times 0,96}{\pi \times 1,07 \times 8 \times 0,94} = 0,66 \text{ m}$$

d) El grado de reacción:
$$\sigma = \frac{H_p}{H_u} = \frac{\frac{P_1 - P_2}{\gamma}}{H_u} = \frac{60}{109,04} = 0,55$$

e) Las pérdidas de energía al interior de la turbina son $H_{e-s} = H - H_u = 116 - 109,04 = 6,96 \text{ m}$

las que se reparten como $H_{e-s} = 6,96 = H_{e-1} + H_{1-2} + H_{2-s} = 1,2 + H_{1-2} + H_{2-s}$

Las pérdidas al interior del rodete H_{1-2} se obtienen escribiendo Bernoulli entre 1 y 2:

$$\frac{C_1^2}{2g} + Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - H_u = \frac{C_2^2}{2g} + Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + H_{1-2} \Rightarrow H_{1-2} = \frac{32,8^2 - 8^2}{2 \times 9,806} + 0,5 + 60 - 109,04 = 3,05 \text{ m}$$

Luego, las pérdidas de energía en el tubo de aspiración son: $H_{2-s} = 6,96 - 1,2 - 3,05 = 2,71 \text{ m}$

f) La presión a la entrada del rodete se halla escribiendo Bernoulli entre 1 y Z:

$$\frac{C_1^2}{2g} + Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - H_u = \frac{V_Z^2}{2g} + Z_Z + \frac{V_Z^2}{\gamma} + H_{1-s} + H_{s-z}; \quad \text{despreciando las pérdidas } H_{s-z} \text{ se tiene}$$

$$\frac{32,8^2}{2 \times 9,806} + 2,5 + \frac{p_1}{\gamma} - 109,04 = 5,76 \Rightarrow \frac{p_1}{\gamma} = 57,44 \text{ m}$$

g) Al suprimirse el tubo de aspiración, la presión a la salida del rodete se vuelve atmosférica, se mantienen Q , C_1 , C_2 , y las eficiencias y el nuevo valor de la altura de Euler resulta:

$$\frac{C_1^2}{2g} + Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - H_u = \frac{C_2^2}{2g} + Z_2 + \frac{V_2^2}{\gamma} + H_{1-2} \Rightarrow H_u = \frac{32,8^2 - 8^2}{2 \times 9,806} + 0,5 + 57,44 - 3,05 = 106,48 \text{ m}$$

y la altura neta cambia a $H = \frac{H_u}{\eta_h} = \frac{106,48}{0,94} = 113,28 \text{ m}$

Por tanto, la potencia en el eje se reduce a:

$$P_a = \gamma Q H \eta = 9806 \times 17,36 \times 113,28 \times 0,887 = 17104,8 \text{ KW}$$

Ejemplo 3.7. Una turbina Francis de eje vertical está instalada en una central hidroeléctrica que tiene una altura neta de 82 metros y está acoplada a un alternador que ha de girar a 500 rpm ($f = 50 \text{ Hz}$). La turbina desarrolla una potencia en el eje (P_a) de 8,5 MW y consume un caudal de $12 \text{ m}^3/\text{s}$ cuando trabaja en su punto de diseño (entrada sin choque en el rodete y salida radial, $c_{2u} = 0$), estimándose en estas condiciones $\eta_v = 0,95$ y $\eta_{mec} = 0,98$. En el rodete de la turbina se han medido las siguientes dimensiones:

Diámetro de entrada, $D_1 = 1,5 \text{ m}$

Ancho de entrada, $b_1 = 0,25 \text{ m}$

Diámetro de salida, $D_2 = 1 \text{ m}$

Ancho de salida, $b_2 = 0,5 \text{ m}$

Coefficientes de obstrucción en entrada y salida $\tau_1 = \tau_2 = 0,98$.

La turbina tiene tubo de aspiración y está instalada con las siguientes cotas geodésicas, referidas al nivel del canal aguas abajo, en donde se considera la salida de la turbina:

Entrada en la turbina, $z_e = 2,5$ m

Entrada en el rodete, $z_1 = 2,5$ m

Salida del rodete, $z_2 = 2$ m

En la misma salida del rodete se tomará la entrada del tubo de aspiración y se considera que, para el caudal nominal, las pérdidas en éste (H_{2-s}) son doble de las que se producen en el rodete (H_{1-2}), las que a su vez son iguales a las que se producen desde la entrada a la turbina hasta la entrada al rodete (H_{e-1}), es decir: $H_{2-s} = 2 H_{1-2} = 2 H_{e-1}$.

Determine para el funcionamiento en las condiciones de diseño:

- La altura de Euler.
- Los triángulos de velocidades en entrada y salida del rodete.
- Las presiones en la entrada y salida del rodete (entrada del tubo de aspiración).

Solución:

La velocidad angular correspondiente a 500 rpm es $\omega = \frac{2\pi \times 500}{60} = 52,36 \text{ rad/s}$

Las velocidades periféricas son: $u_1 = \omega \times \frac{D_1}{2} = 52,36 \times \frac{1,5}{2} = 39,27 \text{ m/s}$ y

$u_2 = \omega \times \frac{D_2}{2} = 52,36 \times \frac{1,0}{2} = 26,18 \text{ m/s}$

El caudal turbinado es $Q_t = Q \eta_V = \pi D_1 b_1 C_{1m} \tau_1 = \pi D_2 b_2 C_{2m} \tau_2$ de donde:

$$C_{1m} = \frac{12 \times 0,95}{\pi \times 1,5 \times 0,25 \times 0,98} = 9,87 \text{ m/s} \quad \text{y} \quad C_{2m} = \frac{12 \times 0,95}{\pi \times 0,5 \times 1 \times 0,98} = 7,40 \text{ m/s}$$

a) La altura de Euler es $H_u = \frac{u_1 C_{1u} - u_2 \zeta_{2u}}{g} = \frac{39,27 C_{1u}}{9,806} = 4 C_{1u}$

El valor de C_{1u} se obtiene de $P_i = \frac{P_a}{\eta_m} = \rho Q (u_1 C_{1u} - u_2 \zeta_{2u})$,

$$\text{de donde } C_{1u} = \frac{P_a}{\eta_m \rho Q \eta_V u_1} = \frac{8\,500\,000}{0,98 \times 1\,000 \times 12 \times 0,95 \times 39,27} = 19,37 \text{ m/s}$$

Luego, $H_u = 4 C_{1u} = 4 \times 19,37 = 77,48 \text{ m/s}$

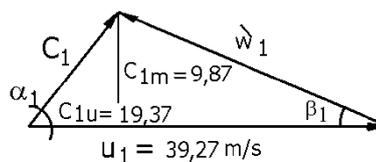
b) El triángulo de entrada:

$$C_1 = \sqrt{19,37^2 + 9,87^2} = 21,73 \text{ m/s}$$

$$W_1 = \sqrt{9,87^2 + (39,27 - 19,37)^2} = 22,21 \text{ m/s}$$

$$\alpha_1 = \arctg\left(\frac{C_{1m}}{C_{1u}}\right) = \arctg\left(\frac{9,87}{19,37}\right) = 27^\circ$$

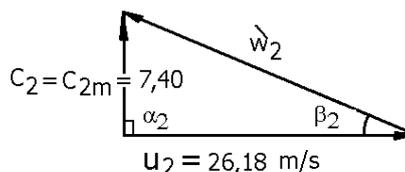
$$\beta_1 = \arctg\left(\frac{C_{1m}}{u_1 - C_{1u}}\right) = \arctg\left(\frac{9,87}{39,27 - 19,37}\right) = 26,38^\circ$$



El triángulo de salida:

$$W_2 = \sqrt{7,40^2 + 26,18^2} = 27,21 \text{ m/s}$$

$$\beta_2 = \arctg\left(\frac{C_2}{u_2}\right) = \arctg\left(\frac{7,40}{26,18}\right) = 15,78^\circ$$



c) Las pérdidas hidráulicas entre la entrada y la salida de la turbina son:

$$H_{e-s} = H - H_u = 82 - 77,48 = 4,52 \text{ m}$$

Las cuales se reparten en $H_{e-s} = H_{e-1} + H_{1-2} + H_{2-s} = H_{1-2} + H_{1-2} + 2H_{1-2}$

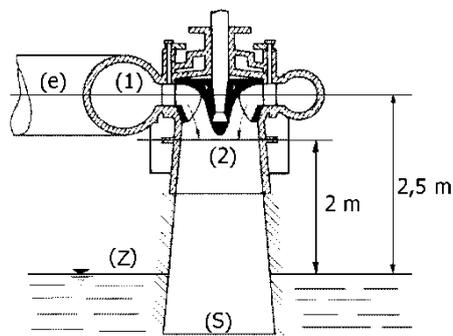
Luego: $H_{e-1} = H_{1-2} = 1,13 \text{ m}$ y $H_{2-s} = 2,26 \text{ m}$

La presión a la salida del rodete se halla aplicando Bernoulli entre la salida del rodete (2) y la salida del canal de desagüe (Z):

$$\frac{C_2^2}{2g} + Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} = \frac{V_Z^2}{2g} + Z_Z + \frac{\rho_Z}{\gamma} + H_{2-s} + H_{s-z}$$

$$\Rightarrow \frac{p_2}{\gamma} = -\frac{7,40^2}{2 \times 9,806} - 2 + 2,26 = -2,53 \text{ mca}$$

La presión a la entrada del rodete se halla aplicando Bernoulli entre la entrada del rodete (1) y la salida del canal de desagüe (Z):



$$\frac{C_1^2}{2g} + Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - H_u = \frac{V_z^2}{2g} + Z_z + \frac{p_z}{\gamma} + H_{1-z} \Rightarrow \frac{p_1}{\gamma} = -\frac{21,73^2}{2 \times 9,806} - 2,5 + 77,48 + 3,39 = 54,30 \text{ mca}$$

Ejemplo 3.8. Una turbina Francis está trabajando en un salto cuya altura neta es de 94 m. Considerando la salida en el nivel del canal aguas abajo, cuya velocidad puede despreciarse, se han estimado los siguientes valores de pérdidas:

2,1 m entre la entrada a la turbina y la entrada al rodete (H_{e-1}).

3,6 m entre la entrada al rodete y la salida de éste (H_{1-2}).

0,5 m entre la salida del rodete y la salida de la turbina (H_{2-z}).

Además es conocido que gira a 600 rpm, el diámetro del rodete a la entrada es $D_1 = 0,8$ m, su ancho en esta misma sección $b_1 = 0,08$ m con un coeficiente de obstrucción $\tau_1 = 0,95$, el diámetro del rodete a la salida es de $D_2 = 0,3$ m, rendimiento volumétrico $\eta_v = 0,93$ y rendimiento mecánico $\eta_m = 0,95$.

Considerando que la entrada al tubo de aspiración es la salida del rodete y que el fluido sale de éste con $c_{2u} = 0$, que la velocidad meridional en el rodete se mantiene constante entre la entrada y la salida de éste y de valor $c_{1m} = c_{2m} = 8$ m/s y siendo la velocidad del agua al abandonar el tubo de aspiración igual a 1,5 m/s. Determine:

- El rendimiento hidráulico.
- El caudal, el rendimiento total y la potencia de accionamiento.
- Los triángulos de velocidades en la entrada y salida del rodete.
- La diferencia de alturas piezométricas entre la entrada y la salida del rodete.
- Las pérdidas en el tubo de aspiración (excluyendo la de velocidad de salida).
- Presiones a la entrada y salida del rodete si sus respectivas cotas geodésicas son $Z_1 = 3$ m y $Z_2 = 2,5$ m.

Solución:

La velocidad de rotación del rodete es 600 rpm, equivalente a $\omega = \frac{2\pi \times 600}{60} = 62,83 \text{ rad/s}$

Las velocidades periféricas a la entrada y salida de los álabes del rodete son:

$$u_1 = \omega \times \frac{D_1}{2} = 62,83 \times \frac{0,8}{2} = 25,13 \text{ m/s} \quad \text{y} \quad u_2 = \omega \times \frac{D_2}{2} = 62,83 \times \frac{0,3}{2} = 9,42 \text{ m/s}$$

a) Considerando que $H_u = H - H_{e-s} = H - H_{e-1} + H_{1-2} + H_{2-s} = 94 - 6,2 = 87,8 \text{ m}$, la eficiencia

$$\text{hidráulica resulta } \eta_h = \frac{H_u}{H} = \frac{87,8}{94} = 0,934$$

b) El caudal que atraviesa el rodete es

$$Q \eta_V = \pi b_1 D_1 C_{1m} \tau_1 = \pi \times 0,08 \times 0,8 \times 8 \times 0,95 \Rightarrow Q = 1,64 \text{ m}^3 / \text{s}$$

El rendimiento total es $\eta = \eta_h \eta_V \eta_m = 0,934 \times 0,93 \times 0,95 = 0,825$

La potencia de accionamiento $P_a = \gamma Q H \eta = 9806 \times 1,64 \times 94 \times 0,825 = 1247,15 \text{ KW}$

c) La altura de Euler para una salida de flujo radial ($C_{2u}=0$) es:

$$H_u = \frac{u_1 C_{1u} - u_2 C_{2u}}{g} \Rightarrow C_{1u} = \frac{87,8 \times 9,806}{25,13} = 34,26 \text{ m/s}$$

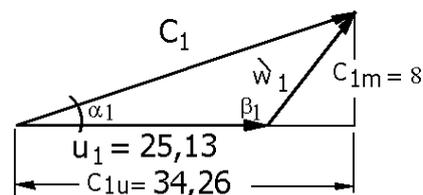
El triángulo de entrada

$$C_1 = \sqrt{C_{1m}^2 + C_{1u}^2} = \sqrt{8^2 + 34,26^2} = 35,18 \text{ m/s}$$

$$W_1 = \sqrt{C_{1m}^2 + (C_{1u} - u_1)^2} = \sqrt{8^2 + (34,26 - 25,13)^2} = 12,14 \text{ m/s}$$

$$\alpha_1 = \arctg\left(\frac{C_{1m}}{C_{1u}}\right) = \arctg\left(\frac{8}{34,26}\right) = 13,14^\circ$$

$$\beta_1 = \pi - \arctg\left(\frac{C_{1m}}{C_{1u} - u_1}\right) = \pi - \arctg\left(\frac{8}{34,26 - 25,13}\right) = 138,77^\circ$$

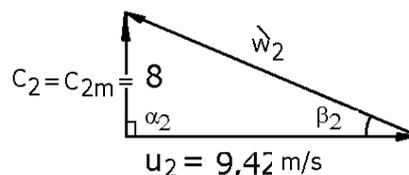


El triángulo de salida

$$C_2 = C_{2m} = 8 \text{ m/s}$$

$$W_2 = \sqrt{u_2^2 + C_{2m}^2} = \sqrt{9,42^2 + 8^2} = 12,36 \text{ m/s}$$

$$\beta_2 = \arctg\left(\frac{C_{2m}}{u_2}\right) = \arctg\left(\frac{8}{9,42}\right) = 40,34^\circ$$



d) La diferencia de alturas piezométricas entre la entrada y la salida del rodete se halla escribiendo Bernoulli entre 1 y 2:

$$\frac{C_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + Z_1 - H_u = \frac{C_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + Z_2 + H_{1-2} \Leftrightarrow \frac{35,18^2}{2 \times 9,806} + \frac{p_1}{\gamma} + 0,5 - 87,8 = \frac{8^2}{2 \times 9,806} + \frac{p_2}{\gamma} + 0 + 3,6$$

de donde $\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = 31,06 \text{ mca}$

e) Las pérdidas en el tubo de aspiración son: $H_{asp} = H_{2-B} - \frac{C_s^2}{2g} = 0,5 - \frac{1,5^2}{2 \times 9,806} = 0,39 \text{ m}$

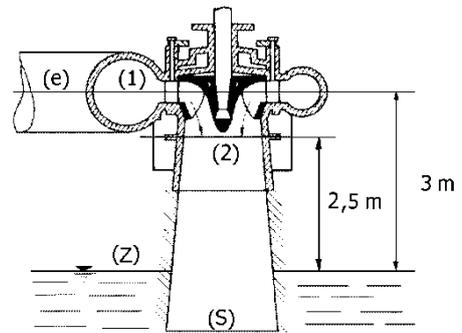
f) La presión a la entrada del rodete se halla escribiendo Bernoulli entre 1 y Z:

$$\frac{C_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + Z_1 - H_u = \frac{V_Z^2}{2g} + \frac{p_Z}{\gamma} + Z_Z + H_{1-Z} \Leftrightarrow \frac{35,18^2}{2 \times 9,806} + \frac{p_1}{\gamma} + 3 - 87,8 = 3,6 + 0,50$$

de donde $\frac{p_1}{\gamma} = 26,18 \text{ mca}$

Como $\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} = 31,06 \text{ mca}$, entonces:

$$\frac{p_2}{\gamma} = 26,18 - 31,06 = -4,88 \text{ mca}$$



Ejemplo 3.9. Una turbina Pelton trabaja bajo una altura neta de 240 m. Sus características son: $C_v = 0,98$; $\alpha_1 = 0$; $\beta_2 = 15^\circ$; $\mathcal{W}_2 = 0,70 \mathcal{W}_1$; $u_1 = 0,45 C_1$

Diámetro del chorro $d = 150 \text{ mm}$; Diámetro medio de la rueda $D = 1\ 800 \text{ mm}$

Determine:

- a) La fuerza tangencial ejercida por el chorro sobre las cucharas
- b) La potencia desarrollada por la turbina
- c) El rendimiento manométrico
- d) El rendimiento global, siendo: $\eta_{mec} = 0,97$; $\eta_{vol} = 1$.
- e) La potencia al freno

Solución:

La velocidad del chorro a la salida de la tobera es:

$$C_1 = C_v \sqrt{2gH} = 0,98 \sqrt{2 \times 9,806 \times 240} \Rightarrow C_1 = 67,23 \text{ m/s}$$

La velocidad periférica: $u_1 = u_2 = u = 0,45 C_1 = 0,45 \times 67,23 \Rightarrow u = 30,25 \text{ m/s}$

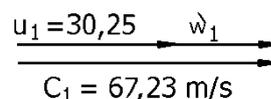
El caudal Q que sale de la tobera es: $Q = C_1 \times \frac{\pi}{4} d^2 = 67,23 \times \frac{\pi}{4} \times 0,15^2 = 1,19 \text{ m}^3/\text{s}$

a) La fuerza horizontal que ejerce el fluido sobre los álabes del rodete F_x está dada por:

$$F_x = \rho Q (W_1 \cos \beta_1 + W_2 \cos \beta_2) \quad \text{con } \beta_1 = 0; \beta_2 = 15$$

donde $W_1 = C_1 - u = 67,23 - 30,25 = 36,98 \text{ m/s}$

$$W_2 = 0,70 W_1 = 0,70 \times 36,98 = 25,89 \text{ m/s}$$



Luego $F_x = 1000 \times 1,19 (36,98 \cos 0^\circ + 25,89 \cos 15^\circ) = 73\,765,51 \text{ N}$

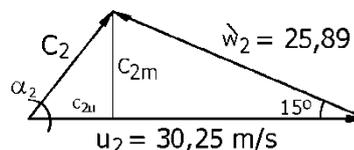
b) La potencia desarrollada por la turbina: $P_i = F_x u = 73\,765,51 \times 30,25 = 2\,231,4 \text{ KW}$

c) Del triángulo de salida

$$C_{2u} = u - W_2 \cos 15 = 30,25 - 25,89 \cos 15 = 5,24 \text{ m/s}$$

$$C_{2m} = W_2 \sin 15 = 25,89 \sin 15 = 6,70 \text{ m/s}$$

$$C_2 = \sqrt{C_{2u}^2 + C_{2m}^2} = 8,50 \text{ m/s}$$



c) La altura de Euler resulta:

$$H_u = \frac{u_1 C_{1u} - u_2 C_{2u}}{g} = \frac{u (C_1 - C_{2u})}{g} = \frac{30,25 (67,23 - 5,24)}{9,806} = 191,23 \text{ m}$$

La eficiencia hidráulica es: $\eta_h = \frac{H_u}{H} = \frac{191,23}{240} = 0,797$

d) El rendimiento total: $\eta = \eta_h \times \eta_m \times \eta_v = 0,797 \times 0,97 \times 1 = 0,773$

e) La potencia en el eje: $P_a = \gamma Q H \eta = 9806 \times 1,19 \times 240 \times 0,773 = 2\,164,86 \text{ KW}$

Problemas Propuestos

3.1. Una pequeña central hidroeléctrica dispone de dos turbinas Francis de eje horizontal, iguales y situadas en la misma cota geodésica, a las que se alimenta con una única tubería forzada desde un embalse situado a 150 metros por encima del eje de sus bridas de entrada, el cual coincide con la cota de los ejes de giro de las turbinas.

El rodete de una cualquiera de las turbinas tiene un diámetro exterior de 0,8 m y una anchura de 0,1 m y gira a 1000 rpm.

Ambas turbinas disponen de tubo de aspiración troncocónico con diámetro de 0,6 m en su entrada y de 1,2 m en su salida que se encuentra sumergida permanentemente en el canal de desagüe a 1 m por debajo del nivel de éste. La entrada al tubo de aspiración se encuentra en la misma cota que el eje de giro de la turbina y el canal de desagüe se mantiene con nivel constante a 4 m por debajo de aquél.

Considerando que las pérdidas desde el embalse hasta la entrada de una cualquiera de las turbinas (H_{A-e}) suponen 8 m cuando circula el caudal nominal y que la salida de la turbina estará situada en el nivel del canal de desagüe, determine para dicho caudal nominal:

- a) La altura bruta de la instalación.
- b) La altura neta de la turbina.
- c) La altura de Euler si aceptamos en estas condiciones un rendimiento hidráulico del 85%.
- d) El triángulo de velocidades a la entrada del rodete si estimamos que para el caudal nominal su velocidad absoluta forma un ángulo de 30° con la velocidad periférica y que es nula la componente periférica de su velocidad absoluta a la salida del rodete.
- e) El caudal que circula a través del rodete estimando un coeficiente de disminución de velocidad igual a 0,98.
- f) La potencia en el eje si estimamos un rendimiento mecánico del 95%.
- g) El caudal de entrada a la turbina si estimamos en 92% el rendimiento volumétrico.
- h) El rendimiento total con las hipótesis anteriores.
- i) Las presiones existentes en puntos de entrada al rodete, y entrada al tubo de aspiración, situados a la altura del eje, si aceptamos que las pérdidas hidráulicas desde la entrada a la salida de la turbina se reparten por igual desde la entrada a la turbina hasta la entrada al rodete, en el rodete y desde la entrada al tubo de

aspiración hasta la salida de la turbina, considerándose nulas desde la salida del rodete hasta la entrada al tubo de aspiración.

- 3.2. Una turbina Francis gira a 600 rpm y en ella entra un caudal de $1 \text{ m}^3/\text{s}$. Los diámetros de entrada y salida son de 1 m y 0,45 m respectivamente, y las secciones entre álabes correspondientes de $0,14 \text{ m}^2$ y $0,09 \text{ m}^2$. El ángulo de salida del agua del distribuidor es de 12° , el ángulo de salida de la rueda $\beta_2 = 45^\circ$, $\eta_h = 85\%$ y $\eta_m = 0,98$. Determine:
- El salto neto
 - El par y la potencia sobre el eje

$$H = 121,48 \text{ m}; \quad C_1 = 34,34 \text{ m/s}; \quad C_2 = 11,52 \text{ m/s}; \quad \alpha_2 = 74,74^\circ; \quad Pa = 1012,55 \text{ KW};$$

- 3.3. Se tiene una turbina de las siguientes características: $H = 256 \text{ m}$; $n = 500 \text{ rpm}$; $Q = 11 \text{ m}^3/\text{s}$. Determine:
- El rendimiento manométrico máximo, sabiendo que $\eta_{\text{vol}} = 1$
 - El grado de reacción
 - Los diámetros de entrada y salida y altura del distribuidor
 - La altura del aspirador difusor, sabiendo que el rendimiento del mismo es 0,85

- 3.4. Una turbina de reacción de eje vertical trabaja en su punto nominal siendo su salto neto de 60 m y su velocidad de giro 375 rpm. El diámetro del rodete a la entrada 1,25m. El agua entra en el rodete con una velocidad de gasto $C_m = 8,4 \text{ m/s}$, pasa al tubo difusor con una velocidad absoluta de 7,4 m/s y después del tubo difusor llega el agua al canal de desagüe con una velocidad despreciable. La energía de presión a la entrada del rodete es 29,8 mca sobre la atmosférica y la entrada en el tubo difusor 2,4 mca por debajo de la atmosférica. La cota media de entrada a la cámara espiral y la de entrada al rodete son iguales y 1,8 m por encima del canal de desagüe. La salida del rodete se sitúa 1,5 m por encima del canal de desagüe. Suponiendo un rendimiento manométrico de 0,9.

Se pide:

- El diagrama de velocidades a la entrada.
- El diagrama de velocidades de salida.
- Las pérdidas de energía en el rodete y en el tubo difusor.

$$C_1 = 23,16 \text{ m/s}; \quad W_1 = 8,91 \text{ m/s}; \quad \alpha_1 = 21,27^\circ; \quad \beta_1 = 70,59^\circ; \quad C_2 = 7,4 \text{ m/s}; \\ H_{1-2} = 3,06 \text{ m}; \quad H_{2-s} = 1,89 \text{ m}$$

3.5. Una turbina de reacción tiene las características indicadas trabajando en su punto nominal.

Diámetro a la entrada = 623 mm; Anchura del rodete a la entrada = 95 mm; sección a la salida = 1 225 cm²; $\alpha_1 = 8^\circ$; $\beta_1 = 70^\circ$; presión a la entrada de la turbina = 25 mca; diferencia de cotas entre la entrada y la salida de la turbina = 4 m (más alta la entrada); energías cinéticas a la entrada y a la salida de la turbina nulas; coeficiente de obstrucción a la entrada del rodete = 0,85; ídem a la salida, nulo; rendimiento manométrico = 0,89; rendimiento orgánico = 0,92.

Nota: La superficie de salida se supondrá que está formada por un círculo

Se pide:

- El salto neto, la velocidad de giro y el caudal turbinado.
- La potencia real y las pérdidas de energía en el tubo difusor
- Los triángulos de velocidades a la entrada del rodete y en la salida del rodete.

$$H = 29 \text{ m}; \quad \omega = 52,33 \text{ rad / s}; \quad Q_t = 0,345 \text{ m}^3 / \text{s}; \quad P_a = 128,53 \text{ KW}; \quad u_1 = 16,3 \text{ m / s}; \\ C_1 = 15,68 \text{ m / s}; \quad C_{1u} = 15,53 \text{ m / s}; \quad C_{1m} = 2,18 \text{ m / s}; \quad W'_1 = 2,32 \text{ m / s}; \quad C_{2m} = 2,82 \text{ m / s}$$

3.6. El diámetro del chorro que sale del inyector de una turbina Pelton es de 70 mm y su velocidad es 100 m/s. Las cucharas del rodete desvían este chorro un ángulo de 170°. Si la rueda tiene que girar a 600 rpm y la relación entre la velocidad tangencial del alabe y la velocidad del chorro es 0,47; calcule, despreciando las pérdidas:

- El diámetro Pelton;
- La potencia desarrollada;
- La energía cinética que queda por unidad de peso de fluido.

$$D = 1,50 \text{ m}; \quad P_i = 1903,5 \text{ KW}; \quad C_2^2 / 2g = 30,58 \text{ m}$$

3.7. Una turbina del tipo Pelton está acoplada a un alternador de cinco pares de polos ($f=60$ Hz) y da una potencia útil de 34 500 CV cuando el salto neto es de 1130 m y el rendimiento total es 0,89. Si se supone que el coeficiente $C_v = 0,98$, cada álabe desvía el chorro un ángulo de 165°, el rendimiento orgánico es 0,96 y el agua abandona el rodete sin componente giratoria de la velocidad absoluta de salida, determine:

- El caudal suministrado.
- El diámetro del chorro.
- El diámetro Pelton.

d) Si la rueda esta parada, la fuerza hidrodinámica que soporta un álabe que reciba el chorro de lleno.

e) La velocidad de embalamiento. ¿Qué ocurre si la turbina gira a esta velocidad?

$$Q = 2,57 \text{ m}^3 / \text{s}; \quad d = 0,15 \text{ m}; \quad D = 1,87 \text{ m}; \quad F_x = 737\,099 \text{ N}; \quad \omega_{emb} = 750 \text{ rad} / \text{s}$$

3.8. El nivel del embalse que alimenta una turbina Pelton está 320 m por encima del nivel del canal de desagüe y el eje del chorro, 5 m sobre dicho canal. La tubería de alimentación mide 5200 m. y su diámetro es constante, siendo el coeficiente de pérdida de carga, para el caudal que trasiega la turbina, $f = 0,021$ y la pérdida de carga en su recorrido equivale al 8% del salto bruto.

Si la turbina está acoplada a un alternador de 6 pares de polos, da una potencia de 1750 KW con un rendimiento total de 0,88 y $C_v = 0,98$ y $\chi = 0,45$, calcule, despreciando las pérdidas en el canal de desagüe:

- El diámetro de la tubería de alimentación.
- El diámetro del chorro.
- El diámetro de rodete Pelton.

$$D_T = 0,75 \text{ m}; \quad d = 0,11 \text{ m}; \quad D = 1,05 \text{ m}$$

3.9. En una turbina Pelton, el agua abandona el inyector con una velocidad constante de 70 m/s, siendo $C_v = 0,98$, con lo que da un caudal de 3 600 l/min. Si la rueda está acoplada a un alternador de frecuencia 50 Hz, la relación $d/D = 1/20$ y los álabes desvían el chorro un ángulo de 174° , calcule, suponiendo que las pérdidas son despreciables:

- La velocidad de giro del rodete en rpm.
- El diámetro Pelton.
- La potencia útil.
- La velocidad tangencial.

3.10. Para explotar un salto de 300 m de altura bruta y $0,5 \text{ m}^3/\text{s}$ de caudal se desea utilizar una turbina.

Las pérdidas de carga en la tubería forzada pueden estimarse en un 2% de la altura bruta, y para los cálculos de altura neta se tomará como salida de la turbina el nivel del canal de desagüe. Las pérdidas en el canal de desagüe se pueden despreciar.

Determine el diámetro de la rueda y el de la tobera del inyector con el criterio de que la velocidad absoluta media a la salida de las cucharas tenga el menor valor posible.

Se estimará que las pérdidas en el inyector suponen el 2% de la altura neta, y que las pérdidas en las cucharas ascienden al 10% de la energía cinética relativa a la entrada

de ellas. ($H_{1-2} = 0,1 \frac{w_1^2}{2g}$).

La turbina arrastrará a un alternador de 2 pares de polos ($f=60$ Hz) y se instalará con eje vertical. El ángulo $\beta_2 = 10^\circ$.

$$d = 0,092 \text{ m}; \quad D = 0,39 \text{ m}$$

CAPÍTULO IV. LEYES DE SEMEJANZA DE LAS TURBOMÁQUINAS

4.1. LA EXPERIMENTACION EN MODELOS

El modelamiento físico constituye una herramienta poderosa para comprobar si el diseño elaborado a base de formulaciones teóricas se comportará como esperamos una vez construida. En esencia, la técnica consiste en que la máquina u obra a construir es reproducida fielmente en un modelo reducido o ampliado en el laboratorio y en él se ensayan diferentes condiciones de trabajo. Si los resultados son satisfactorios se supone que también lo serán en la máquina u obra en tamaño real; si los resultados no lo son, entonces se pueden proponer todos los cambios necesarios en el diseño hasta alcanzar el comportamiento requerido para la máquina u obra.

4.1.1. Modelo

Es la representación de la máquina a construirse en una escala reducida o ampliada en donde se efectúan pruebas y mediciones y se sacan conclusiones útiles que luego deben ser extrapolados al prototipo.

4.1.2. Prototipo

Es la máquina que se quiere fabricar.

Las escalas de reducción o ampliación son variables, por ejemplo: 1/5, 1/10, 1, etc.

La escala de longitud se representa por:

$$\lambda = \frac{L_{prototipo}}{L_{modelo}} = \frac{L_p}{L_m} \quad \text{ó} \quad e_L = \frac{L_{modelo}}{L_{prototipo}} = \frac{L_m}{L_p}$$

4.2. CONDICIONES DE SEMEJANZA O SIMILITUD

Para que los resultados obtenidos del modelo sean aplicables al prototipo se deben cumplir las siguientes condiciones:

- 1) Similitud Geométrica.- Tanto el modelo como el prototipo deberán ser idénticos en forma (incluyendo ángulos).
- 2) Similitud Cinemática.- Se debe verificar que las líneas de corriente y velocidades sean idénticas en puntos correspondientes al modelo y al prototipo.

3) Similitud Dinámica.- Todas las fuerzas generadas en el modelo deben ser iguales en dirección y sentido a las fuerzas generadas en el prototipo.

4.3. LEYES DE SEMEJANZA

Son parámetros que se utilizan para el estudio de los diversos fenómenos que ocurren en un experimento particular. Sirven para garantizar la semejanza geométrica y dinámica entre el modelo y el prototipo. Los parámetros más comunes son:

4.3.1. El número de Froude. Relaciona:
$$\frac{\text{fuerzas de inercia}}{\text{fuerzas de gravedad}} = \frac{\rho L^2 V^2}{\rho L^3 g} = \frac{V^2}{Lg} = F_r = \frac{V}{\sqrt{Lg}}$$

Se utiliza en el estudio de presas, estructuras hidráulicas, flujo en superficie libre, flujo en turbomáquinas (turbinas de acción), etc.

4.3.2. El número de Reynolds.

Relaciona:
$$\frac{\text{fuerzas de inercia}}{\text{fuerzas viscosas}} = \frac{\rho L^2 V^2}{\mu VL} = \frac{\rho LV}{\nu \rho} = \frac{V L}{\nu}$$

$R_e = \frac{V L}{\nu}$, L es una longitud representativa.

En Turbomáquinas $L = D$, diámetro del rodete y $V = u$, velocidad periférica. Se utiliza en el estudio de turbomáquinas (turbinas de reacción, bombas), resistencias de flujo, etc.

4.3.3. El número de Euler.

Relaciona:
$$E_u = \frac{V}{\sqrt{2\Delta p / \rho}} = \frac{\text{fuerzas de inercia}}{\text{fuerzas de presiones}}$$

Se utiliza, por ejemplo, en el estudio de flujos alrededor de pilares.

4.3.4. El número de Mach.

Relaciona:
$$M_a = \frac{V}{C} = \frac{\text{fuerzas de inercia}}{\text{fuerzas elasticas}}$$

4.3.5. El número de Weber.

Relaciona:
$$We_e = \frac{V}{\frac{\sqrt{\sigma}}{\rho} L} = \frac{\text{fuerzas de inercia}}{\text{fuerzas de tension superficial}}$$

Para una perfecta semejanza dinámica deberán cumplirse las cinco condiciones:

$$Fr_m = Fr_p; \quad Re_m = Re_p; \quad Eu_m = Eu_p; \quad Ma_m = Ma_p; \quad We_m = We_p$$

Sin embargo es imposible el cumplimiento de todas las condiciones (salvo con $e_L = 1$); razón por la cual solo se escoge un número que se ajuste más al fenómeno bajo estudio.

En los ensayos con turbomáquinas la fuerza preponderante se debe a la viscosidad, por tanto el parámetro representativo es el número el Reynolds. Entonces para lograr una similitud dinámica se debe cumplir que:

$$\boxed{Re_m = Re_p}$$

Pero en la práctica aún esto no es posible pues, por ejemplo si se construye un modelo a escala reducida de una bomba a escala $e_L = 1/5$, siendo $n = 1\ 000$ rpm la velocidad angular en prototipo entonces se deduce que:

$$Re_m = Re_p \Rightarrow \frac{D_p u_p}{\nu_p} = \frac{D_m u_m}{\nu_m}$$

Si el fluido utilizado en el modelo es el mismo que el utilizado en el prototipo, entonces:

$$\nu_m = \nu_p \quad \text{y por tanto:} \quad D_p u_p = D_m u_m$$

$$\text{Por otro lado, } u_m = \frac{\pi D_m n_m}{60} \quad \text{y} \quad u_p = \frac{\pi D_p n_p}{60} \Rightarrow n_m = \left(\frac{D_p}{D_m}\right)^2 n_p$$

Reemplazando los datos se obtiene $n_m = 25 \times 1000 = 25\ 000$ rpm!!!

Es decir, en el modelo se requeriría una bomba que girase a 25 000 rpm.

En las turbinas el problema que se genera se debe a las proporciones entre el salto en el modelo y el prototipo. Por ejemplo, si se desea ensayar en modelo reducido $e_L = 1/10$ un salto de $H = 100$ m, usando agua en ambos casos:

La velocidad de salida de flujo en el prototipo es: $V_p = \sqrt{2gH_p}$ y en el modelo $V_m = \sqrt{2gH_m}$

De $Re_m = Re_p$ se tiene que $\frac{V_m L_m}{\nu_m} = \frac{V_p L_p}{\nu_p}$, como el fluido es el mismo $\nu_m = \nu_p$ entonces:

$$V_m L_m = V_p L_p \Rightarrow \sqrt{2gH_m} L_m = \sqrt{2gH_p} L_p \Rightarrow H_m = H_p \left(\frac{L_p}{L_m} \right)^2$$

Luego, la altura neta necesaria en el modelo sería: $H_m = 100x(10)^2 = 1000 \text{ m}$

Por tanto es imposible mantener la semejanza de Reynolds.

Por estos motivos, en la práctica se supone que "La semejanza geométrica garantiza la semejanza dinámica o mecánica".

Entonces: Eficiencia_m = Eficiencia_p \Leftrightarrow

$$\eta_m = \eta_p$$

Nota.- Las leyes de similitud para turbomáquinas se basan en que las eficiencias del modelo y del prototipo son iguales; pero en la práctica no es cierto pues una máquina más grande es más eficiente porque disminuye la rugosidad relativa de sus conductos.

4.4. EFICIENCIAS DE TURBINAS BASADAS EN LA EXPERIMENTACIÓN EN MODELOS.

Conocida la eficiencia en modelo se puede conocer la eficiencia del prototipo según:

MOODY.- Para turbinas Francis y Kaplan:
$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m) \left(\frac{D_m}{D_p} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{H_m}{H_p} \right)^{\frac{1}{10}}$$

HUTTON.- Para turbinas Francis y Kaplan:
$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m) \left[0,3 + 0,7 \left(\frac{D_m}{D_p} \right)^{\frac{1}{5}} \left(\frac{H_m}{H_p} \right)^{\frac{1}{10}} \right]$$

CAMERER. - Para turbinas Pelton:

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m) \frac{2,3 + D_p^{-0,5}}{2,3 + D_m^{-0,5}}$$

Para turbinas Francis y Kaplan:
$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m) \frac{1,4 + D_p^{-0,5}}{1,4 + D_m^{-0,5}}$$

4.5. Usos de las leyes de semejanza o similitud

Las leyes de semejanza sirven para:

- Predecir el comportamiento de una misma máquina cuando varía alguna de sus características. Por ejemplo, en una turbina cuando varía la altura neta cómo se espera que varíe el caudal; en una bomba cuando varía el número de revoluciones cómo variará la altura efectiva.
- Predecir el comportamiento de una máquina de distinto tamaño (prototipo) pero geoméricamente semejante a otra (modelo) cuyo comportamiento se conoce (caudal, potencia, etc.) trabajando en las mismas condiciones.

4.6. LEYES DE SEMEJANZA PARA TURBINAS

Las tres primeras leyes se refieren a una misma turbina ($D_m = D_p$) y expresan "La variación de las características de una misma turbina o de turbinas iguales cuando varía la altura neta H ", por ejemplo cuando se usa una rueda Pelton de una central en otra.

1era ley.- "Los números de revoluciones son directamente proporcionales a la raíz cuadrada de las alturas netas".

$$\frac{n_m}{n_p} = \frac{\sqrt{H_m}}{\sqrt{H_p}}$$

2da ley.- "Los caudales son directamente proporcionales a las raíces cuadradas de las alturas netas".

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{\sqrt{H_m}}{\sqrt{H_p}}$$

3ra ley.- "Las potencias útiles o potencias en el eje son directamente proporcionales a la alturas netas elevadas a 3/2".

$$\frac{P_{a_m}}{P_{a_p}} = \left(\frac{H_m}{H_p} \right)^{3/2}$$

Las siguientes tres leyes se refieren a dos turbinas geoméricamente semejantes pero con diámetros distintos $D_m \neq D_p$ y expresan: "La variación de las características de las turbinas geoméricamente semejantes si se mantiene la misma altura neta"

4ta ley.- Los números de revoluciones son inversamente proporcionales a los diámetros

$$\boxed{\frac{n_m}{n_p} = \frac{D_p}{D_m}} \quad \begin{aligned} u &\cong D n \\ u &\cong \sqrt{H} = cte \end{aligned}$$

5ta ley.- "Los caudales son directamente proporcionales a los cuadrados de los diámetros".

$$\boxed{\frac{Q_m}{Q_p} = \left(\frac{D_m}{D_p}\right)^2}$$

6ta ley.- "Los potencias útiles son directamente proporcionales a los cuadrados de los diámetros".

$$\boxed{\frac{P_{a_m}}{P_{a_p}} = \left(\frac{D_m}{D_p}\right)^2}$$

Las seis fórmulas se pueden relacionar dos a dos de acuerdo a:

$$\boxed{\frac{n_m}{n_p} = \frac{\sqrt{H_m}}{\sqrt{H_p}} \left(\frac{D_p}{D_m}\right)} \quad \boxed{\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{\sqrt{H_m}}{\sqrt{H_p}} \left(\frac{D_m}{D_p}\right)^2} \quad \boxed{\frac{P_{a_m}}{P_{a_p}} = \left(\frac{H_m}{H_p}\right)^{3/2} \left(\frac{D_m}{D_p}\right)^2}$$

Despejando el término D_m/D_p de la ecuación de n_m/n_p se tiene: $\frac{D_m}{D_p} = \frac{n_p \sqrt{H_m}}{n_m \sqrt{H_p}}$

$$\text{Reemplazando en } \frac{P_{a_m}}{P_{a_p}} = \left(\frac{H_m}{H_p}\right)^{3/2} \left(\frac{n_p \sqrt{H_m}}{n_m \sqrt{H_p}}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_{a_m}}{P_{a_p}} = \frac{n_p^2 H_m^{5/2}}{n_m^2 H_p^{5/2}}$$

$$\Rightarrow P_{a_m} n_m^2 H_m^{-5/2} = P_{a_p} n_p^2 H_p^{-5/2} \Rightarrow P_{a_m}^{1/2} n_m H_m^{-5/4} = P_{a_p}^{1/2} n_p H_p^{-5/4}$$

Llamando al término $P_a^{1/2} n H^{-5/4} = n_s = \text{número específico de revoluciones}$

Entonces:

$$n_{s_m} = n_{s_p}$$

Lo que significa que todas las turbinas geoméricamente semejantes tienen el mismo número específico de revoluciones.

Todas las turbinas geoméricamente semejantes constituyen una serie y dentro de ella cada turbina se caracteriza por su tamaño, convencionalmente por un diámetro característico:

- * Para turbinas Pelton, el diámetro D del rodete.
- * Para turbinas Francis, el diámetro máximo D_1 .
- * Para turbinas Kaplan, el diámetro exterior del rodete $D_1 = D_2$.

4.7. NÚMERO ESPECÍFICO DE REVOLUCIONES O NÚMERO DE CAMERER

Se define como el número de revoluciones a la que debería girar una turbomáquina para suministrar al eje de una turbina o al fluido de una bomba una potencia de 1 CV, en un salto de 1m en condiciones de óptimo rendimiento.

Para turbinas:

$$n_s = n P_a^{1/2} H^{-5/4}$$

con: n - velocidad angular en rpm

H - altura neta en m

P_a - potencia en el eje en CV.

n_s - número específico de revoluciones en m CV.

$P_a = \gamma Q H \eta$ Watt

$P_a = \rho Q H \eta$ Kg m/s

$P_a = \rho Q H \eta / 75$ CV

Equivalencia: 1 KW = 1,3592 CV.

También: $n_s = 3,65 n \sqrt{Q H^{-3/4}}$ donde η - eficiencia total.

En USA, es común utilizar el valor de n_q en lugar de n_s , definido por:

$$n_q = n Q^{1/2} H^{-3/4}$$

n_q –número de revoluciones que debería tener una turbina para evacuar un caudal de $1 \text{ m}^3/\text{s}$ bajo un salto neto de 1m , en condiciones de óptimo rendimiento.

Notas:

1.- Una turbomáquina no tiene solo un punto de funcionamiento (P_a , H , η) sino todo un campo; es decir puede funcionar a diversos números de revoluciones, suministrar o absorber más o menos potencia, etc. por tanto a cada punto de funcionamiento le corresponde un valor de n_s .

2.- Al punto nominal o punto de diseño (generalmente de óptimo rendimiento) le corresponde un n_s característico. Si no se especifica lo contrario, la ecuación se refiere al punto de óptimo rendimiento

Ejemplo 1

En el ensayo de una turbina Francis se obtuvieron los resultados en el punto de óptimo rendimiento. $H = 5 \text{ m}$; $Q = 1,5 \text{ m}^3/\text{s}$; $n = 200 \text{ rpm}$; $P_a = 55 \text{ KW}$; $D_1 = 750 \text{ mm}$; calcule:

- El rendimiento y el número de revoluciones específico de esta turbina.
- n , Q y P_a si esta turbina se instala en otra central bajo un salto neto de $H = 15 \text{ m}$.

Solución: $H = 5 \text{ m}$; $Q = 1,5 \text{ m}^3/\text{s}$; $n = 200 \text{ rpm}$; $P_a = 55 \text{ KW} = 74,76 \text{ CV}$.

$$a) \quad \eta = \frac{P_a}{P} = \frac{P_a}{\gamma Q H} = \frac{55\,000}{9806 \times 1,5 \times 5} = 0,75$$

$$n_s = \frac{n P_a^{1/2}}{H^{5/4}} = \frac{200 \times 74,76^{1/2}}{5^{5/4}} = 231,9 \text{ mCV}$$

b) Aplicando las leyes 1,2 y 3 por tratarse de la misma turbina:

$$n_p = n_m \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = 200 \times \sqrt{\frac{15}{5}} = 346,4 \text{ rpm}$$

$$Q_p = Q_m \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = 1,5 \times \sqrt{\frac{15}{5}} = 2,60 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$P_{ap} = P_{am} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/2} = 55000 \times \left(\frac{15}{5} \right)^{3/2} = 285,8 \text{ KW}$$

Ejemplo 2

Una turbina fue diseñada para trabajar en las siguientes condiciones:

$H = 40 \text{ m}$; $Q = 100 \text{ m}^3/\text{s}$; $n = 200 \text{ rpm}$; $\eta = 0,85$; $f = 60 \text{ Hz}$.

Sin embargo una vez construida hubo necesidad de hacer un cambio en el proyecto consistente en alterar la carga a 25 m en lugar de los 40 m originales. En el nuevo proyecto se desea usar la misma turbina, haciendo los ajustes necesarios para que trabaje con la misma eficiencia o lo más cercano posible a ella.

- Determine los valores de Q , n y P_a necesarios.
- Seleccione entre los cinco generadores disponibles el más apropiado: $P = 16, 20, 24, 26$ y 28 pares de polos
- Ajuste los valores de n , Q y P_a en función al generador seleccionado.

Solución:

Se trata de la misma turbina trabajando en saltos diferentes, entonces $D_m = D_p$ y $H_m \neq H_p$

<u>Modelo</u>	<u>Prototipo</u>
$H_m = 40 \text{ m}$	$H_p = 25 \text{ m}$
$Q_m = 100 \text{ m}^3/\text{s}$	$Q_p = ?$
$n_m = 200 \text{ rpm}$	$n_p = ?$
$\eta_m = 0,85$	$\eta_p = 0,85$
$f_m = 60 \text{ Hz}$	$f_p = 60 \text{ Hz}$

La potencia en el eje del modelo se calcula según:

$$P_{am} = \gamma Q H \eta = 9806 \times 100 \times 40 \times 0,85 = 33\,340,4 \text{ KW}$$

Utilizando las tres primeras leyes de semejanza para turbinas se obtiene:

$$n_p = n_m \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = 200 \sqrt{\frac{25}{40}} = 158,11 \text{ rpm}$$

$$Q_p = Q_m \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = 100 \sqrt{\frac{25}{40}} = 79,06 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$P_{ap} = P_{am} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/2} = 33\,340,4 \left(\frac{25}{40} \right)^{3/2} = 16\,473,7 \text{ KW}$$

Pero para mantener una frecuencia de 60 Hz es necesario que se cumpla que:

$$n = 60 \frac{f}{P} \Rightarrow P = 60 \frac{60}{158,11} = 22,8 \text{ pares de polos}$$

El generador más cercano tiene $P = 23$ por lo que se usará éste, cambiando n al valor real

$$n = 60 \frac{f}{P} = 60 \frac{60}{23} = 156,52 \text{ rpm}$$

Los valores de H , Q y P_a deberán reajustarse también:

$$H_p = H_m \left(\frac{n_p}{n_m} \right)^2 = 40 \left(\frac{156,62}{200} \right)^2 = 24,52 \text{ m}$$

$$Q_p = Q_m \left(\frac{n_p}{n_m} \right)^3 = 100 \left(\frac{156,62}{200} \right)^3 = 78,31 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$P_{ap} = P_{am} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/2} = 33\,340,4 \left(\frac{24,52}{40} \right)^{3/2} = 16\,001,5 \text{ KW}$$

Ejemplo 3

Una turbina Pelton trabaja con los siguientes datos:

$$H = 480 \text{ m}; Q = 2,8 \text{ m}^3/\text{s}; n = 360 \text{ rpm}; \eta = 0,82; f = 60 \text{ Hz.}, D = 2,10 \text{ m}$$

Determine Q , n y P_a para otra turbina Pelton de la misma fábrica pero que tiene un diámetro de 250 mm y una carga de 600 m, de manera que trabaje en condiciones semejantes a la primera. Si es necesario ajuste el diámetro para obtener un valor factible de n .

Solución:

Se trata de turbinas diferentes trabajando en saltos diferentes, entonces $D_m \neq D_p$ y $H_m \neq H_p$

Modelo

$$H_m = 480 \text{ m}$$

$$Q_m = 2,8 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$n_m = 360 \text{ rpm}$$

Prototipo

$$H_p = 600 \text{ m}$$

$$Q_p = ?$$

$$n_p = ?$$

$$\eta_m = 0,82$$

$$\eta_p = 0,82$$

$$f_m = 60 \text{ Hz}$$

$$f_p = 60 \text{ Hz}$$

$$D_m = ?$$

$$D_p = 2,50 \text{ m}$$

La potencia en el eje del modelo se calcula según:

$$P_{am} = \gamma Q H \eta = 9806 \times 2,8 \times 480 \times 0,82 = 10\,807 \text{ KW} = 14\,688,9 \text{ CV}$$

La velocidad de giro del generador del prototipo debería ser:

$$n_p = n_m \frac{\sqrt{H_p}}{\sqrt{H_m}} \left(\frac{D_m}{D_p} \right) = 360 \sqrt{\frac{600}{480}} \left(\frac{2,10}{2,5} \right) = 338,09 \text{ rpm}$$

lo que exigiría un generador con

$$P = 60 \frac{60}{n} = 60 \frac{60}{338,09} = 10,64 \text{ pares de polos}$$

Es decir, habrá que tomar $P = 11$, que es el valor factible más cercano y n tendrá que valer:

$$n = 60 \frac{60}{P} = 60 \frac{60}{11} = 327,27 \text{ rpm}$$

Como no pueden mantenerse las 338,09 rpm indispensables para mantener la carga de 600m y el diámetro de 2,50m, se permite alterar este último lo necesario para dar la velocidad de giro factible de 327,27 rpm.

El diámetro de la turbina deberá ser:
$$D_p = D_m \frac{\sqrt{H_p}}{\sqrt{H_m}} \left(\frac{n_m}{n_p} \right) = 2,10 \sqrt{\frac{600}{480}} \left(\frac{360}{327,27} \right) = 2,58 \text{ m}$$

El caudal necesario será:
$$Q_p = Q_m \frac{\sqrt{H_p}}{\sqrt{H_m}} \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 = 2,8 \sqrt{\frac{600}{480}} \left(\frac{2,58}{2,10} \right)^2 = 4,78 \text{ m}^3 / \text{s}$$

La potencia útil será:
$$P_{a_p} = P_{a_m} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/2} \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 = 10\,807 \left(\frac{600}{480} \right)^{3/2} \left(\frac{2,58}{2,10} \right)^2 = 22\,796,65 \text{ KW}$$

Ejemplo 4

Se dispone de un aprovechamiento hidráulico con caudal constante en una corriente que fluye a 750 litros/s; utiliza un salto neto $H = 24 \text{ m}$ con un grupo turboalternador en acoplamiento directo de 7 pares de polos, siendo el rendimiento global de la instalación del

86%, y absorbiendo el referido grupo la aportación diaria del caudal citado durante 4,5 horas ininterrumpidamente, a caudal constante.

Con el fin de incrementar la potencia del aprovechamiento hidráulico se incrementa el salto neto utilizado, y se acopla a la misma turbina otro alternador de 6 pares de polos que sustituye al primero.

Suponiendo que el rendimiento global no se modifica, se pide:

- La potencia en CV del primer grupo, y el caudal.
- El salto neto a utilizar en el nuevo grupo y nueva potencia.
- El número de horas ininterrumpidas de funcionamiento a caudal constante del nuevo grupo.
- La capacidad de regulación del embalse que necesita el nuevo grupo.

Solución:

Modelo	Prototipo
$H_m = 24 \text{ m}$	$H_p = \text{¿?}$
$Q_m = \text{¿?}$	$Q_p = \text{¿?}$
$P = 7 \rightarrow n_m = 514,29 \text{ rpm}$	$P = 6 \rightarrow n_p = 600 \text{ rpm}$
$\eta_m = 0,86$	$\eta_p = 0,86$
$P_{a m} = \text{¿?}$	$P_{a p} = \text{¿?}$

- El río puede aportar un volumen diario al embalse de:

$$\nabla = Q \times t = 0,75 \text{ m}^3 / \text{s} \times 86400 \text{ s} = 64800 \text{ m}^3$$

el que será utilizado por el grupo del modelo en 4,5 horas a un caudal constante de:

$$Q = \frac{\nabla}{t} = \frac{64800}{4,5 \times 3600} = 4 \text{ m}^3 / \text{s}$$

La potencia útil del grupo del modelo es: $P_{a m} = \gamma Q H \eta = 9806 \times 4 \times 24 \times 0,86 = 809,58 \text{ KW}$

- Como se trata de la misma turbina ($D_m = D_p$) trabajando en saltos diferentes ($H_m \neq H_p$)

La altura neta del nuevo grupo será: $H_p = H_m \left(\frac{n_p}{n_m} \right)^2 = 24 \left(\frac{600}{514,29} \right)^2 = 32,67 \text{ m}$

La potencia en el eje será: $P_{ap} = P_{am} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/2} = 80958 \left(\frac{32,67}{24} \right)^{3/2} = 1285,78 \text{ KW}$

c) El caudal necesario para el nuevo grupo:

$$Q_p = Q_m \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{1/2} = 4 \left(\frac{32,67}{24} \right)^{1/2} = 4,67 \text{ m}^3 / \text{s}$$

El número de horas de servicio del nuevo grupo será:

$$t = \frac{V_{\text{diario}}}{Q} = \frac{64\,800}{4,67} = 13\,875,80 \text{ s} = 3,85 \text{ horas}$$

d) La capacidad de regulación del embalse deberá ser:

$$V_{\text{regulación}} = 4,67 \text{ m}^3 / \text{s} \times (4,50 - 3,85) \text{ h} \times 3\,600 \text{ s} / \text{h} = 10\,927,8 \text{ m}^3$$

Es decir, el embalse deberá ser capaz de almacenar un volumen de $64\,800 + 10\,927,8 = 75\,727,8 \text{ m}^3$ para que el nuevo grupo siga funcionando 4,5 horas al día.

Ejemplo 5

Una turbina Pelton se elige para mover un alternador de 5 pares de polos en acoplamiento directo. El chorro de agua tiene un diámetro de 70 mm y una velocidad de 100 m/s. El ángulo de la cuchara es de 170° ; la relación de la velocidad tangencial del álabe a la velocidad del chorro es 0,47. El coeficiente de reducción de velocidad $C_v = 1$ y $\mathcal{W}_2 = 0,85 \mathcal{W}_1$.

Determine:

- Los triángulos de velocidades de entrada y salida
- El diámetro de la rueda en el centro de las cazoletas
- La potencia desarrollada por la turbina y el par motor
- Las alturas de Euler y neta del salto, rendimiento manométrico y número específico de revoluciones.
- El caudal, la potencia, el par motor y la velocidad angular en rpm de una turbina geoméricamente semejante a la anterior, con relación de semejanza $\lambda = 2$, funcionando con el mismo salto.
- El caudal, la potencia, el par motor y el número de rpm de una turbina geoméricamente semejante a la anterior, con relación de semejanza $\lambda = 2$, funcionando con un salto de 1000 m.

g) El caudal, la potencia, el par motor y el número de rpm, $\lambda = 1$, para una turbina que tiene 4 inyectores de 50 mm de diámetro, con $C_1 = 100$ m/s, funcionando con el salto neto del apartado (d).

h) El caudal, la potencia, el par motor y el número de rpm, $\lambda = 1$, para una turbina que tiene 4 inyectores de 50 mm de diámetro, con $C_1 = 100$ m/s, funcionando con un salto neto de 1 000 m.

Solución:

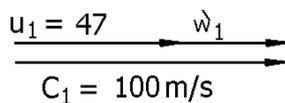
La velocidad angular de la turbina, para un acople directo con el generador, es $n = \frac{60f}{P}$

Para una frecuencia de 60 HZ, $n = \frac{60 \times 60}{5} = 720$ rpm entonces: $\omega = \frac{2\pi n}{60} = 75,40$ rad/s

La velocidad periférica: $u = 0,47C_1 = 0,47 \times 100 = 47$ m/s

El caudal del chorro: $Q = C_1 \times \frac{\pi}{4} d^2 = 100 \times \frac{\pi}{4} \times 0,07^2 = 0,38$ m³/s

a) El triángulo de entrada:



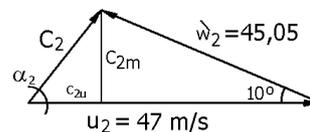
$$C_1 = 100 \text{ m/s}$$

$$u_1 = u = 47 \text{ m/s}$$

$$w_1 = C_1 - u_1 = 100 - 47 = 53 \text{ m/s}$$

$$\alpha_1 = 0; \beta_1 = 0$$

El triángulo de salida:



$$\beta_2 = 180^\circ - \theta = 180 - 170^\circ = 10^\circ$$

$$w_2 = 0,82w_1 = 0,85 \times 53 = 45,05 \text{ m/s}$$

$$C_{2m} = w_2 \text{ sen}10 = 45,05 \times \text{sen}10 = 7,82 \text{ m/s}$$

$$C_{2u} = u_2 - w_2 \cos 10 = 47 - 45,05 \cos 10 = 2,63 \text{ m/s}$$

$$C_2 = \sqrt{C_{2m}^2 + C_{2u}^2} = \sqrt{7,82^2 + 2,63^2} = 8,25 \text{ m/s}$$

$$\alpha_2 = \arctg\left(\frac{C_{2m}}{C_{2u}}\right) = \arctg\left(\frac{7,82}{2,63}\right) = 71,41^\circ$$

b) El diámetro del rodete D:

$$u = \omega \times \frac{D}{2} \Rightarrow D = \frac{2u}{\omega} = \frac{2 \times 47}{75,4} = 1,25 \text{ m.}$$

c) La potencia interna:

$$P_i = \rho Q u (W_1 \cos \beta_1 + W_2 \cos \beta_2) = 1000 \times 0,38 \times 47 (53 + 45,05 \cos 10) = 1738949,42 \text{ W}$$

El momento hidráulico:

$$M = F_x \cdot r = \rho Q (W_1 \cos \beta_1 + W_2 \cos \beta_2) \times \frac{D}{2} = (53 + 45,05 \cos 10) \times \frac{1,25}{2} = 23124,32 \text{ Nm}$$

d) La altura neta H:

$$C_1 = C_v \sqrt{2gH} \rightarrow H = \frac{C_1^2}{C_v^2 \times 2 \times g} = \frac{100^2}{1^2 \times 2 \times 9,806} = 509,90 \text{ m}$$

$$\text{La altura de Euler: } Hu = \frac{u_1 C_{1u} - u_2 C_{2u}}{g} = u \frac{(C_1 - C_{2u})}{g} = 47 \left(\frac{100 - 2,63}{9,806} \right) = 466,69 \text{ m}$$

$$\text{La eficiencia hidráulica: } \eta_h = \frac{Hu}{H} = \frac{466,69}{509,9} = 0,9153$$

$$\text{El número específico de revoluciones: } n_s = n P_a^{1/2} H^{-5/4}$$

$$\text{con } P_a = P_i = 1738,95 \times 1,3592 = 2363,58 \text{ mCV para } \eta_m = 1$$

$$n_s = 720 \times (2363,58)^{1/2} \times 509,9^{-5/4} = 14,4 \text{ mCV}$$

e) Considerando los datos originales como datos del modelo se tiene:

$$H_m = H_p = 509,90 \text{ m; } n_m = 720 \text{ rpm; } Q_m = 0,38 \text{ m}^3/\text{s; } P_{a,m} = 1738,95 \text{ KW}$$

$$\text{La relación de escalas de longitudes es } \lambda = D_p/D_m = 2$$

Las relaciones de semejanza cuando se conserva la altura neta son:

$$Q_p = Q_m \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 = Q_m \lambda^2 = 0,38 \times 2^2 = 1,52 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$P_{ap} = P_{am} \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 = P_{am} \lambda^2 = 1738,95 \times 2^2 = 6955,8 \text{ KW}$$

$$M_p = M_m \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^3 = M_m \lambda^3 = 23124,32 \times 2^3 = 184\,994,56 \text{ Nm}$$

$$n_p = n_m \left(\frac{D_m}{D_p} \right) = n_m \lambda^{-1} = 720 \times 2^{-1} = 360 \text{ rpm}$$

f) Considerando los datos originales como datos del modelo se tiene:

$$H_m = 509,90 \text{ m}; H_p = 1\,000 \text{ m}; n_m = 720 \text{ rpm}; Q_m = 0,38 \text{ m}^3/\text{s}; P_{am} = 1\,738,95 \text{ KW}$$

La relación de escalas de longitudes es $\lambda = D_p/D_m = 2$

Las relaciones de semejanza para saltos diferentes y diámetros de rodets diferentes son:

$$Q_p = Q_m \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = Q_m \lambda^2 \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = 0,38 \times 2^2 \times \sqrt{\frac{1\,000}{509,90}} = 2,12 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$P_{ap} = P_{am} \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/2} = P_{am} \lambda^2 \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/2} = 1738,95 \times 2^2 \times \left(\frac{1\,000}{509,90} \right)^{3/2} = 19\,103,79 \text{ KW}$$

$$M_p = M_m \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^3 \left(\frac{H_p}{H_m} \right) = M_m \lambda^3 \left(\frac{H_p}{H_m} \right) = 23\,124,32 \times 2^3 \times \left(\frac{1\,000}{509,90} \right) = 362\,805,57 \text{ Nm}$$

$$n_p = n_m \left(\frac{D_m}{D_p} \right) \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = n_m \lambda^{-1} \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = 720 \times 2^{-1} \times \sqrt{\frac{1\,000}{509,90}} = 504,15 \text{ rpm}$$

g) Manteniendo el salto $H_m = H_p = 509,90 \text{ m}$; $C_1 = 100 \text{ m/s}$; $\lambda = 1$; turbina prototipo con cuatro inyectores.

Los triángulos de velocidades se mantienen.

$$n_p = n_m \left(\frac{D_m}{D_p} \right) \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = n_m \lambda^{-1} \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = 720 \times 1^{-1} \times 1 = 720 \text{ rpm} \Rightarrow \omega = 75,40 \text{ rad/s}$$

Para una turbina con cuatro inyectores de 50 mm de diámetro, el caudal que sale de cada inyector es:

$$Q' = C_1 \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) = 100 \left(\frac{\pi \times 0,05^2}{4} \right) = 0,196 \text{ m}^3 / \text{s}$$

La potencia para un inyector es:

$$P_a' = \rho Q u (W_1 \cos \beta_1 + W_2 \cos \beta_2) = 1000 \times 0,196 \times 47 (53 + 45,05 \cos 10) = 896 931,81 \text{ W}$$

El par motor para un inyector: $M' = P_a' / \omega = 896 931,81 / 75,40 = 11 895,65 \text{ Nm}$

Para cuatro inyectores se tiene:

$$Q = 4 Q' = 4 \times 0,196 = 0,784 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$P_a = 4 P_a' = 4 \times 896 931,81 = 3 587 727,24 \text{ W}$$

$$M = 4 M' = 4 \times 11 895,65 = 47 582,6 \text{ Nm}$$

h) Para $H_m = 509,90 \text{ m}$ y $H_p = 1 000 \text{ m}$; $\lambda = 1$; turbina prototipo con cuatro inyectores.

$$Q_p = Q_m \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = Q_m \lambda^2 \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = 0,784 \times 1^2 \times \sqrt{\frac{1000}{509,90}} = 1,098 \text{ m}^3 / \text{s}$$

$$P_{ap} = P_{am} \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/2} = P_{am} \lambda^2 \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/2} = 3 587,73 \times 1^2 \times \left(\frac{1000}{509,90} \right)^{3/2} = 7 898,57 \text{ KW}$$

$$M_p = M_m \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^3 \left(\frac{H_p}{H_m} \right) = M_m \lambda^3 \left(\frac{H_p}{H_m} \right) = 47 582,6 \times 1^3 \times \left(\frac{1000}{509,90} \right) = 80 525,64 \text{ Nm}$$

$$n_p = n_m \left(\frac{D_m}{D_p} \right) \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = n_m \lambda^{-1} \sqrt{\frac{H_p}{H_m}} = 720 \times 1^{-1} \times \sqrt{\frac{1000}{509,90}} = 1 008,3 \text{ rpm}$$

Problemas Propuestos

- 4.1. Una rueda Pelton desarrolla una potencia útil de 6000 CV con un salto neto de 120 m y acoplada a un alternador de frecuencia 60 Hz y 18 pares de polos. Suponiendo que $C_v = 0,98$, $\chi = 0,46$, $\eta = 0,88$ y $d/D = 1/9$
Determine:
a) El caudal.
b) El diámetro Pelton.
c) El número de chorros y el diámetro de cada uno.
d) La velocidad específica.
- 4.2. Para un salto neto de 300 m y una potencia útil de 7 500 KW, con un rendimiento total de 0,882, se diseña una turbina Pelton acoplada a un alternador de frecuencia 50 Hz y 10 pares de polos. Si se considera que $C_v = 0,98$, que el agua abandona el rodete sin componente giratoria, que el rendimiento orgánico es 1 y que $d/D = 1/10$, calcule:
a) El número de chorros y el diámetro de cada uno.
b) El caudal que trasiega.
c) El diámetro Pelton.
d) La velocidad específica.
- 4.3. Una turbina Francis de una potencia de 27500 KW cuando trabaja con un salto neto de 304 m y con un caudal de $10,4 \text{ m}^3/\text{s}$. Suponiendo que está acoplada a un alternador de frecuencia 50 Hz y que la velocidad específica no debe ser mayor de 100 m CV:
a) Determine el número de pares de polos del alternador.
b) Dibuje los triángulos de velocidades de salida del distribuidor, entrada en el rodete y salida del rodete, correspondientes a una trayectoria que entra en el rodete en un punto que dista 0,9 m del eje y sale del rodete en un punto que dista 0,45 m del eje.
Datos:
Diámetro del distribuidor: 2 m.
Altura del distribuidor: 250 mm.
Rendimiento volumétrico: 1.
Rendimiento orgánico: 0,96.
Angulo $\beta_2 = 30^\circ$.

El agua sale del rodete sin componente de giro. Suponiendo que el caudal disminuye un 10% conservándose el salto, dibujar los nuevos triángulos de velocidades para la misma trayectoria.

- 4.4. El rendimiento total de una turbina Francis que funciona con un salto neto de 70 m es del 82%. La velocidad periférica a la entrada del rodete es de 25 m/s y el ancho del mismo a la entrada vale 1/6 del diámetro. La componente meridiana de la velocidad absoluta permanece constante en el rodete y vale 4,5 m/s, el agua sale del rodete sin componente periférica. Si el diámetro de salida es 3/4 del diámetro de entrada, el ángulo $\beta_1 = 90^\circ$ y el rendimiento volumétrico es 0,95, calcule:
- El diámetro de entrada del rodete.
 - La velocidad de giro de la turbina.
 - El rendimiento hidráulico.
 - El rendimiento mecánico.
 - La velocidad específica.
 - El ángulo β_2 .
- 4.5. Dada una turbina Francis de características: $Q = 3 \text{ m}^3/\text{s}$, $H = 200 \text{ m}$ y $n_s < 115$, conectada a un alternador de 50 ciclos/s; $\eta = 0,85$
- Determine:
- La potencia en el eje
 - La velocidad angular del rodete, sabiendo que $n_s < 115$
 - Las dimensiones del rodete y del distribuidor.
- 4.6. Una turbina Francis está conectada en acoplamiento directo a un alternador de 11 pares de polos.
- En su punto de funcionamiento se tiene: $H = 45 \text{ m}$; $P_a = 3\,660 \text{ kW}$; $\eta = 89\%$; $\eta_{\text{mec}} = 98,4\%$; $\eta_{\text{vol}} = 1$
- Si se considera que el plano de comparación coincide con el nivel inferior del agua, aguas abajo, la entrada en el rodete se encuentra a 2,1 m y la salida del mismo a 1,8 m. El rodete tiene un diámetro $D_1 = 1,55 \text{ m}$.
- Las presiones a la entrada y salida del rodete son: 23,5 mca y -2,5 mca respectivamente. El agua sale del rodete con $\alpha_2 = 90^\circ$, siendo constante la velocidad del flujo en todo el rodete, $C_{1m} = C_{2m}$. Las velocidades a la entrada y salida del tubo de aspiración son: $C_2 = 6 \text{ m/s}$ y $C_s = 1 \text{ m/s}$, respectivamente. Las pérdidas en la

tubería se consideran despreciables.

Determine:

- El ángulo β_1 de los álabes del rodete a la entrada
- El caudal y el diámetro de salida del tubo de aspiración
- El número específico de revoluciones
- Las pérdidas en el rodete y en el distribuidor
- Las pérdidas en el tubo de aspiración
- La altura del tubo de aspiración y su rendimiento

$$\eta_{difusor} = \frac{\left(\frac{C_2^2 - C_s^2}{2g} \right) - h_{2-s}}{\left(\frac{C_2^2 - C_s^2}{2g} \right)}$$

4.7. Una turbina del tipo Francis trabaja con un salto neto de 60 m y un caudal de 67,5 m³/s. Está acoplado a un alternador de 22 pares de polos y frecuencia 60 Hz. Para dar el 100% de su potencia nominal el ángulo de apertura del distribuidor ha de ser de 30° y, en estas condiciones, el rendimiento total es del 90%.

Calcule:

- La velocidad específica para el 100% de la potencia nominal.
- El valor del ángulo de apertura del distribuidor para que, con el mismo salto neto, dé una potencia del 80% de la potencia nominal.

$$n_s = 216 \text{ mCV}; \quad \alpha_1 = 24,78^\circ$$

4.8. Un modelo de turbina de velocidad específica $n_s = 36 \text{ m CV}$ y diámetro 35 cm desarrolla una potencia de 27 CV con un salto neto de 13,5 m y un rendimiento del 86%.

- ¿Cuáles son el caudal y la velocidad de giro?
- ¿Cuáles serán el diámetro y la velocidad de giro de una unidad homóloga que trabaje con un caudal de 17 m³/s y un salto neto de 80 m?

$$Q = 0,174 \text{ m}^3 / \text{s}; \quad n = 179,3 \text{ rpm}; \quad D = 2,2 \text{ m}; \quad n = 68,81 \text{ rpm}$$

4.9. Se tiene una central hidroeléctrica en la que trabaja una turbina Pelton que se desea que trabaje con la velocidad específica lo más alta posible dentro de sus posibilidades.

Los datos de la central son:

Cotas: Lámina superior del agua en el depósito de carga, 1 800 msnm; eje del chorro o chorros, 974 msnm.

Tubería forzada: Longitud $L=2\ 000$ m.

Pérdida de energía total en la tubería (m) $= 8,34 \times 10^{-9} \times L(\text{m}) \times [Q(\text{m}^3/\text{s})]^{1,852}$

Rendimientos: Volumétrico 1; manométrico 0,9; orgánico 0,95

Coefficientes característicos de velocidad: del chorro a la entrada 0,98; de arrastre 0,45

Caudal $1\ \text{m}^3/\text{s}$. Coeficiente de evaluación de pérdidas en cazoletas 0,85; Ángulo $\beta_2 = 10^\circ$. Escala de longitud del modelo reducido 1/5

Determine:

- El diámetro del rodete, número de chorros y diámetro de éstos.
- Los diagramas de velocidades del chorro a la entrada y salida de las cazoletas en el momento en que el chorro o chorros incide perpendicularmente al cuchillo de una cazoleta.
- Se desea ensayar en modelo reducido la máquina descrita más arriba, para lo cual se dispone de una bomba que puede proporcionar una altura neta máxima de 300 m, pudiéndose trabajar con una altura menor si fuese necesario. Se ha pensado que si la potencia del modelo proporciona una potencia superior a los 50 kW es conveniente disipar la energía producida a través de un generador eléctrico que se enganche a la red y si no hacerlo mediante medios mecánicos. Es decir en el primer caso deberá girar necesariamente a una velocidad de sincronismo y en el segundo no.

Del modelo reducido se desea conocer la potencia, la altura neta utilizada y la velocidad de giro.

- Más tarde se pensó que sería interesante obtener la semejanza hidrodinámica restringida de Reynolds disipando la energía producida sin verterla a la red, utilizando agua en el ensayo. ¿Sería posible? En caso afirmativo se desean conocer los mismos parámetros que en d).

4.10. Una turbina Pelton de un solo chorro, trabaja en una central hidroeléctrica en la que la diferencia de cotas entre las láminas superiores del depósito de carga y del comienzo del canal de desagüe es de 900 m; dispone de una tubería forzada de 2 500 m de longitud. La turbina trabaja en su punto nominal con un caudal de $2,7\ \text{m}^3/\text{s}$ y una velocidad de giro de 1 000 rpm.

Pérdida de carga total en la tubería forzada (m) $a = 1,6 \times 10^{-9} \times L(\text{m}) \times [Q(\text{m}^3/\text{s})]^{1,852}$

Diferencia de cotas entre eje del chorro y la lámina superior del comienzo del canal de desagüe = 0,94 m. Rendimiento manométrico = 90%. Coeficiente característico

de la velocidad absoluta del chorro = $C_v = 0,98$; coeficiente característico de la velocidad de arrastre = $\chi_1 = 0,44$. Ángulo de las cazoletas en la salida del chorro = 12° . Se pide:

- El diámetro del chorro y nominal del rodete.
- El triángulo de velocidades de una partícula de agua situada en el eje del chorro a la entrada del álabe en el momento en que existe perpendicularidad entre el eje del chorro y la arista de la cazoleta.
- El diagrama de velocidades de una partícula de agua ubicada en el eje del chorro a la salida del álabe en el momento en que existe perpendicularidad entre el eje del chorro y la arista de la cazoleta. Calcúlese el coeficiente evaluador de las pérdidas en la cazoleta.
- El diámetro del rodete de una máquina, geoméricamente semejante a la anterior, cuya potencia nominal sea de 100 000 kW, si se desea conseguir una semejanza hidrodinámica restringida de Reynolds, funcionando en ambos casos con agua.
- El tiempo que tardará en producirse en la nueva máquina un fenómeno que en la primera dura 60 s.

4.11. Una turbina Francis está acoplada directamente a un alternador de 5 pares de polos. El caudal es de $1 \text{ m}^3/\text{s}$. Los diámetros de entrada y salida de los álabes son 1 m y 0,45 m, y las secciones de paso, entre álabes, de $0,14 \text{ m}^2$ y $0,09 \text{ m}^2$.

El ángulo $\alpha_1 = 10^\circ$, y $\beta_2 = 45^\circ$. El rendimiento manométrico de esta turbina es 0,78.

Determine:

- Los triángulos de velocidades
- La altura neta
- El par motor y potencia de la turbina
- El número de revoluciones específico
- El caudal, altura neta, potencia y par motor, si se cambia el alternador por otro de 4 pares de polos.

$$C_1 = 41,11 \text{ m/s}; \quad W_1 = 7,67 \text{ m/s}; \quad C_2 = 12,56 \text{ m/s}; \quad \alpha_2 = 62,2^\circ; \quad W_2 = 15,71 \text{ m/s}; \\ H = 186,58 \text{ m}; \quad P_a = 1427090 \text{ W}$$

4.12. Se dispone de una turbina (1) cuyo punto nominal (H ; Q ; η) es (100 m; $4 \text{ m}^3/\text{s}$; 70%). Se pide:

- a) Determinar el tipo de turbina y la velocidad a la que gira en los ensayos si se conoce que ésta es la máxima admisible y en todo caso de sincronismo
- b) Posteriormente se desea instalar una turbina (2) igual a la indicada en un salto neto de 100 m para que funcione en su punto nominal ¿Cuál será en este caso la velocidad de giro y el caudal correspondientes?
- c) En el supuesto de que en la pregunta precedente se haya obtenido una velocidad que no sea de sincronismo: ¿Cual debería de ser la velocidad de sincronismo con que habría de trabajar una turbina (3), igual a las anteriores, para que funcionara homológamente con ellas en su punto óptimo, en un salto neto de 100 m, si el caudal disponible máximo fuese de $2 \text{ m}^3/\text{s}$?
- d) Determinar la escala (D_1/D_4) con que debería construirse una turbina (4) geoméricamente semejante a las anteriores, para trabajar en su punto nominal, homológamente con la (1), cuando funcione en un salto neto de 100 m, si se dispusiese de un caudal máximo de $3 \text{ m}^3/\text{s}$ y se deseara que funcionase a velocidad de sincronismo? Calcúlese, así mismo el caudal y la velocidad de giro.

4.13. Se tiene un modelo de turbina Francis cuyo rodete tiene un diámetro de 0,50 m que trabaja en un laboratorio con un salto neto de 25 m y un caudal de $0,200 \text{ m}^3/\text{s}$. Su velocidad de giro es 1 000 rpm ($f = 50 \text{ Hz}$) y su rendimiento manométrico es 0,9. Supóngase que los rendimientos volumétrico y orgánico son la unidad.

Se reciben las solicitudes indicadas más abajo de otros tantos clientes, se desea saber si se pueden atender a las mismas mediante máquinas geoméricamente semejantes al modelo descrito para trabajar homológamente con él entre los puntos solicitados por aquellos y el indicado más arriba en el modelo.

Interesa conocer, en cada caso, diámetro, altura, caudal y velocidad de giro. Esta última si fuera posible deberá ser, en todo caso, de sincronismo.

- a) Solicitud No. 1: $H = 50 \text{ m}$; $Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$
- b) Solicitud No. 2: $H \leq 50 \text{ m}$; $Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$
- c) Solicitud No. 3: $H = 125 \text{ m}$; $Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$
- d) Solicitud No. 4: $H = 50 \text{ m}$; $Q \leq 2 \text{ m}^3/\text{s}$.

En las tres primeras preguntas se aplicará la semejanza hidrodinámica restringida geométrica y en la cuarta la de Reynolds. Se utilizará agua en modelo y prototipo. Cuando existen limitaciones de altura y caudal se deberán aprovechar al máximo, dentro de lo posible.

- 4.14. Una turbina Francis desarrolla en el punto nominal una potencia real de 5 000 KW, funcionando en un salto neto de 110 m, siendo su rendimiento global del 85%.

Datos: Velocidad de arrastre a la entrada del rodete = 30,1 m/s; anchura del rodete a la entrada = 1/5 del diámetro a la entrada; velocidad de gasto en el rodete constante = 7 m/s. Se asimilará la salida a un círculo. Rendimiento: volumétrico = 0,98; orgánico = 0,98. Coeficiente de obstrucción a la entrada y salida 0,92. Diferencia de cotas piezométricas entre la entrada y salida del rodete = 92 m.

Determine:

- Caudal turbinado o útil, velocidad de giro y diámetro exterior o a la entrada del rodete
- Dibujo del diagrama de velocidades a la entrada y a la salida del rodete, en su punto externo
- Ángulo de salida de los álabes del distribuidor, de los álabes de entrada del rodete y de los álabes de salida del rodete en su punto externo.
- Pérdidas hidráulicas en el rodete y en la turbina y orgánicas en la turbina
- Si se deseara realizar ensayos de dicha turbina en modelo reducido a escala geométrica 1/5, interesa saber con qué caudal total deberá realizarse el ensayo y a qué velocidad de giro. Se dispone una bomba para formar el salto neto cuya potencia no supera los 55 kW. Se utilizará agua en el ensayo y se desea que la velocidad sea de sincronismo. No se tendrán en cuenta las pérdidas que puedan existir en la instalación de bombeo.

$$D = 1,15 \text{ m}; \quad Q = 5,45 \text{ m}^3/\text{s}; \quad n = 500 \text{ rpm}; \quad n_s = 115,70 \text{ mCV} \quad \textit{Francis Lenta};$$

- 4.15. Una turbina posee su punto nominal para $Q = 4 \text{ m}^3/\text{s}$ con un salto neto de 100 m, cuando gira a 1 000 rpm ($f = 50 \text{ Hz}$). ¿Cuál será el punto homólogo de una turbina geoméricamente semejante a la anterior pero de la mitad de tamaño cuando gira a 500 rpm?

$$H = 6,25 \text{ m}; \quad Q = 0,25 \text{ m}^3/\text{s}$$

- 4.16. Si se tiene un prototipo girando a 1000 rpm ($f = 50 \text{ Hz}$) y su modelo a escala geométrica 1/5 trabajando en puntos homólogos con una semejanza hidrodinámica restringida geométrica, con alturas netas de 800 y 200 m respectivamente:

a) ¿Cuál será el tiempo en que transcurre un suceso en el prototipo si en el modelo el suceso correspondiente dura 30 s?

b) ¿Cuál será la velocidad de giro del modelo?

$$t = 75 \text{ s}; \quad n = 1500 \text{ rpm}$$



4.8. CLASIFICACION DE LAS TURBINAS SEGÚN EL NÚMERO ESPECÍFICO DE REVOLUCIONES.

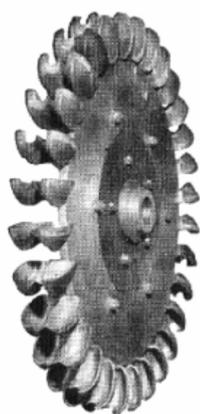
Las leyes de semejanza de las turbinas expresan que "todas las turbinas geoméricamente semejantes tienen el mismo número específico de revoluciones". El valor de n_s determina la forma del rodete de las turbinas de modo que se pueda alcanzar la velocidad angular deseada.

4.8.1. Las turbinas PELTON

Se clasifican en lentas y rápidas.

Turbinas Pelton Lentas.- Tienen el n_s pequeño y cumplen con la relación $D/d > 60$.

Turbinas Pelton Rápidas.- Tienen el n_s grande y cumplen con la relación $D/d \leq 7$.



Turbina Pelton Lenta

n_s pequeños (P. ej. 2, 7 m CV)

Caudales pequeños

Saltos grandes

P. ej. $D = 85 d$

Requieren muchas cucharas

Turbina Pelton Rápida

n_s altos (P. ej. 35 m CV)

Caudales grandes

Saltos pequeños

P. ej. $D = 7 d$

Requieren pocas cucharas

Fig. 4.1. Comparación entre rodete Pelton lentas y rápidas

Nota.- La denominación lenta o rápida no está referida a la velocidad angular n del eje sino al valor del número específico de revoluciones n_s .

La ecuación de $n_s = n P_a^{1/2} H^{-5/4}$ demuestra que las turbinas Pelton lentas:

- Giran a velocidades relativamente más bajas que las turbinas rápidas para un mismo salto.
- Absorben relativamente menos caudal girando al mismo número de revoluciones y con el mismo H.
- Se destinan a saltos relativamente más elevados porque girando al mismo número de revoluciones y absorbiendo el mismo caudal la turbina de menor n_s requerirá un salto más elevado.

4.8.2. Las turbinas de REACCION: Francis, Kaplan y de Hélice

Las turbinas de reacción cubren una gama grande de n_s , desde 60 hasta más de 1000 m CV y el rodete cambia de forma poco a poco en la medida en que aumenta el valor de n_s , como se aprecia en la siguiente figura.

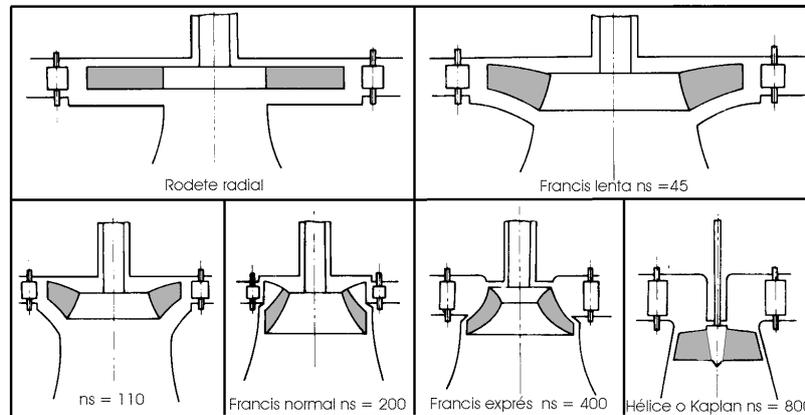


Fig. 4.2. Variación de la geometría de los rodetes Francis en función al número específico de revoluciones. (Figura tomada de la referencia 5).

Las turbinas Francis se clasifican en:

Lentas: Diámetro de salida sensiblemente menor que el de entrada

Normales: Diámetros de entrada y salida casi iguales.

Rápidas: Diámetro de salida mayor que el de entrada.

Exprés (ultrarápidas): El borde de entrada de los álabes está muy inclinado hacia el eje lo cual le da características de hélice.

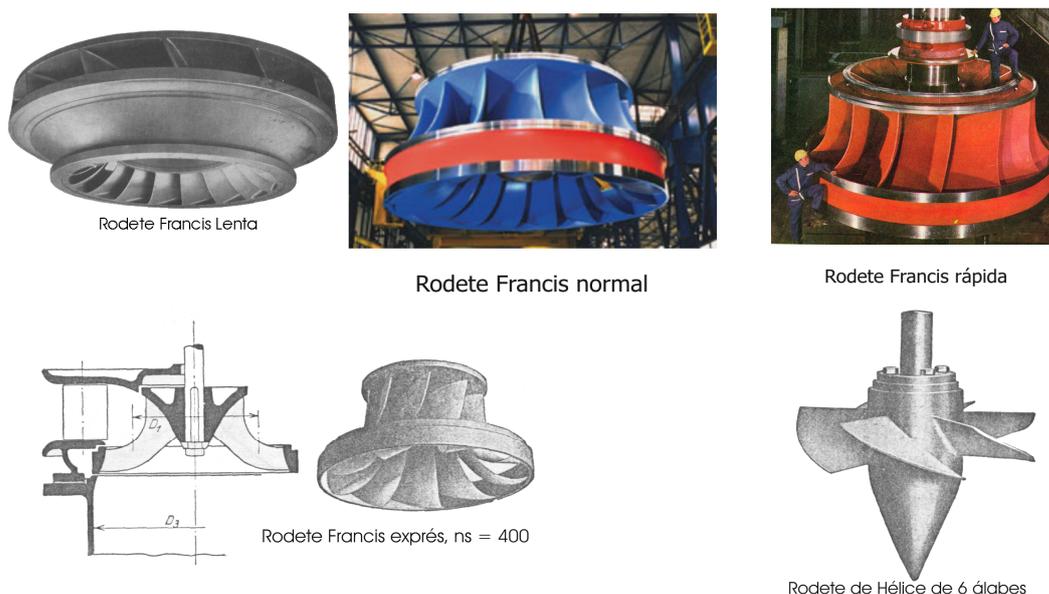


Fig. 4.3. Distintos tipos de rodetes de turbinas Francis y de Hélice. (Figuras tomada de la referencia 7)

Ejemplo 1

Una turbina Francis, de eje vertical, gira a 1 000 rpm y se alimenta a través de una tubería forzada de un embalse cuyo nivel de agua se encuentra 400 m por encima del nivel del canal de desagüe de la turbina, en donde situaremos la salida de la turbina ($z_s = 0$). La brida de entrada a la turbina tiene un diámetro $D_e = 0,8$ m y su eje está en la misma cota que la entrada al rodete, $z_e = z_1 = 5$ m, y 0,5 m por encima de la salida de éste ($z_2 = 4,5$ m). La entrada al tubo de aspiración se considera coincidente con la salida del rodete y su salida se encuentra sumergida en el canal de desagüe.

Las pérdidas de carga en la tubería forzada se pueden considerar iguales al 8% del valor de la altura bruta del salto cuando se alimenta a la turbina con el caudal nominal de $2 \text{ m}^3/\text{s}$. Para estas condiciones el rendimiento volumétrico de la turbina se estima en $\eta_v = 98\%$, el mecánico (incluidas las pérdidas por rozamiento de disco y ventilación) en $\eta_m = 96\%$ y el hidráulico en $\eta_h = 92\%$ (estas pérdidas se reparten de forma que un tercio se producen desde la entrada a la turbina hasta la entrada al rodete, otra tercera parte se producen en el rodete y el tercio restante en el tubo de aspiración).

A) Durante su funcionamiento con caudal nominal, determine:

- a-1) La altura neta.
- a-2) La potencia en el eje.
- a-3) La presión en la brida de entrada a la turbina.
- a-4) El número específico de revoluciones de la turbina.
- a-5) El caudal que circula a través del rodete.

B) Considerando que el rodete tiene en su entrada un diámetro $D_1=1,2$ m y un ancho $b_1=0,1$ m con $\tau_1=1$ y en su salida $D_2=0,5$ m; $b_2=0,4$ m y $\tau_2=1$, determine, para su funcionamiento con el caudal nominal y $c_{2u}=0$:

- b-1) El triángulo de velocidades en la entrada del rodete.
- b-2) El triángulo de velocidades en la salida del rodete.
- b-3) La presión en la entrada al rodete.
- b-4) La presión en la salida del rodete.

Solución:

Parte A:

a-1) La altura neta es: $H = H_b - H_{ext} = 400 - 0,08 \times 400 = 368 \text{ m}$

a-2) la eficiencia total es $\eta = \eta_h \eta_m \eta_v = 0,92 \times 0,96 \times 0,98 = 0,8655$

La potencia en el eje resulta

$$P_a = \gamma Q H \eta = 9806 \times 2 \times 368 \times 0,8655 = 6\,246\,500,45 \text{ W} = 8304,72 \text{ CV}$$

a-3) La velocidad en la tubería forzada es $V_T = \frac{Q}{A_T} = \frac{2 \times 4}{\pi \times 0,8^2} = 3,98 \text{ m/s}$ que es igual a la velocidad del fluido a la entrada de la turbina ($V_T = V_e$).

Escribiendo la ecuación de Bernoulli entre las secciones A y e se tiene:

$$\frac{V_A^2}{2g} + Z_A + \frac{p_A}{\gamma} = \frac{V_e^2}{2g} + Z_e + \frac{p_e}{\gamma} + h_{A-e}$$

Considerando que $V_A = 0$, $Z_e = 0$ y $p_A = p_e = 0$ (man) se tiene:

$$400 = \frac{3,98^2}{2 \times 9,806} + \frac{p_e}{\gamma} + 0,08 \times 400 \Rightarrow \frac{p_e}{\gamma} = 367,19 \text{ mca}$$

a-4) El número específico de la turbina es: $n_s = \frac{n P a^{1/2}}{H^{5/4}} = \frac{1000 \times 8\,304,72^{1/2}}{368^{5/4}} = 56,54 \text{ mCV}$

correspondiente a una turbina Francis muy lenta.

a-5) El caudal que circula por el rodete es: $Q_t = Q \eta_v = 2 \times 0,98 = 1,96 \text{ m}^3/\text{s}$

Parte B)

El caudal turbinado se escribe como: $Q_t = \pi b_1 D_1 C_{1m} \tau_1 = \pi b_2 D_2 C_{2m} \tau_2$

Evaluando se obtiene $1,96 = \pi \times 0,1 \times 1,2 \times C_{1m} \times 1 = \pi \times 0,4 \times 0,5 \times C_{2m} \times 1$

de donde: $C_{1m} = 5,20 \text{ m/s}$ y $C_{2m} = 3,12 \text{ m/s}$

Las velocidades periféricas equivalen a: $u_1 = \omega \frac{D_1}{2} = 104,72 \times \frac{1,2}{2} = 62,83 \text{ m/s}$

$$u_2 = \omega \frac{D_2}{2} = 104,72 \times \frac{0,5}{2} = 26,18 \text{ m/s}$$

Por otro lado, la potencia interna de la turbina es:

$$P_i = \frac{P_a}{\eta_m} = \rho Q \eta_v (u_1 C_{1u} - u_2 C_{2u}) \Rightarrow \frac{6\,246\,500,45}{0,96} = 1000 \times 2 \times 0,98 \times 62,83 \times C_{1u} \text{ puesto que}$$

$$C_{2u} = 0$$

Resolviendo $C_{1u} = 52,84 \text{ m/s}$

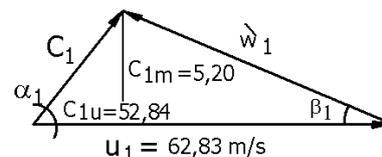
b-1) El triángulo de entrada:

$$C_1 = \sqrt{C_{1m}^2 + C_{1u}^2} = \sqrt{5,20^2 + 52,84^2} = 53,10 \text{ m/s}$$

$$\alpha_1 = \arctg\left(\frac{C_{1m}}{C_{1u}}\right) = \arctg\left(\frac{5,20}{52,84}\right) = 5,62^\circ$$

$$w_1 = \sqrt{C_{1m}^2 + (u_1 - C_{1u})^2} = \sqrt{5,20^2 + (62,83 - 52,84)^2} = 11,26 \text{ m/s}$$

$$\beta_1 = \arctg\left(\frac{C_{1m}}{u_1 - C_{1u}}\right) = \arctg\left(\frac{5,20}{62,83 - 52,84}\right) = 27,50^\circ$$

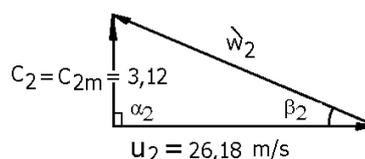


b-2) El triángulo de salida:

$$C_2 = C_{2m} = 3,12 \text{ m/s} \quad \text{pues} \quad C_{2u} = 0$$

$$w_2 = \sqrt{C_{2m}^2 + u_2^2} = \sqrt{3,12^2 + 26,18^2} = 26,37 \text{ m/s}$$

$$\beta_2 = \arctg\left(\frac{C_{2m}}{u_2}\right) = \arctg\left(\frac{3,12}{26,18}\right) = 6,8^\circ$$



b-3) Las pérdidas al interior de la turbina H_{e-s} se obtienen de: $H_{e-s} = H - H_u$, siendo

$$H_u = \frac{u_1 C_{1u}}{g} = \frac{62,83 \times 54,84}{9,806} = 338,56 \text{ m}$$

Luego, $H_{e-s} = 368 - 338,56 = 29,44 \text{ m}$, las cuales se reparten en cantidades iguales entre

$$H_{e-1} = H_{1-2} = H_{2-s} = 9,81 \text{ m}$$

La presión en la entrada del rodete se halla escribiendo Bernoulli entre e y 1:

$$\frac{V_e^2}{2g} + Z_e + \frac{p_e}{\gamma} = \frac{C_1^2}{2g} + Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + H_{e-1} \Rightarrow \frac{p_1}{\gamma} = \frac{3,98^2}{2 \times 9,806} + 367,19 - \frac{53,12^2}{2 \times 9,806} - 9,81 = 214,42 \text{ mca}$$

b-4) La presión a la salida del rodete se halla escribiendo Bernoulli entre 1 y 2:

$$\frac{C_1^2}{2g} + Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - H_u = \frac{C_2^2}{2g} + Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + H_{1-2} \Rightarrow \frac{p_2}{\gamma} = \frac{53,12^2}{2 \times 9,806} + 0,5 + 214,42 - 338,53 - \frac{3,10^2}{2 \times 9,806} - 9,81$$

Luego $\frac{p_2}{\gamma} = 9,83 \text{ mca}$

CAPÍTULO V. DISEÑO MECANICO DE TURBINAS PELTON

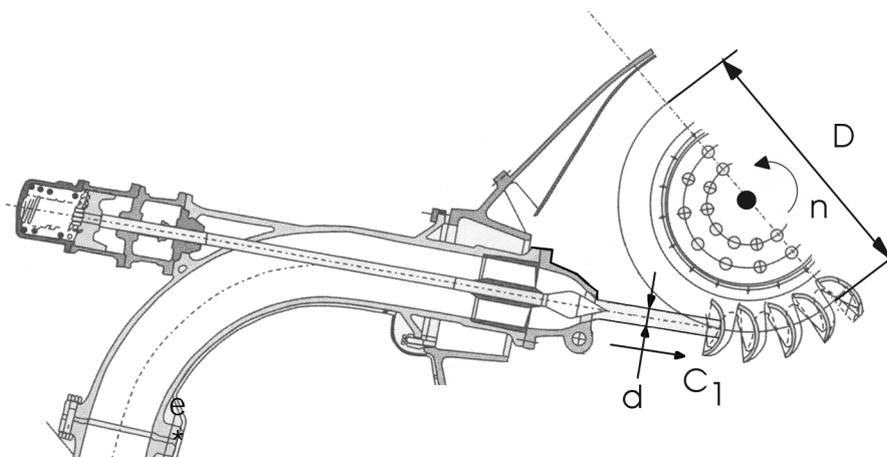


Fig. 5.1. Parámetros de diseño de los rodetes Pelton.

5.1. La velocidad del chorro (C_1).

$$C_1 = C_v \sqrt{2gH} \quad \text{con } C_v = [0,95 - 0,99] \quad \text{ó} \quad C_v = \sqrt{1 - \frac{H_{e-1}}{H}}$$

H_{e-1} - pérdidas en el inyector.

H - altura neta

5.2. El diámetro del chorro (d).

El caudal que sale de la tobera es: $Q = C_1 A = C_v \sqrt{2gH} \left(\pi \frac{d^2}{4} \right)$

de donde: $d = 1,128 \sqrt{\frac{Q}{C_1}} = 0,536 \frac{Q^{1/2}}{C_v^{1/2} H^{1/4}}$

Para $C_v = 0,97$ se obtiene $d = 0,544 \frac{Q^{1/2}}{H^{1/4}}$

Nota.- Para turbinas de un solo chorro el diámetro máximo es $d = 0,20$ m; de lo contrario dividir el caudal en mas chorros.

En general el tamaño del diámetro del chorro está limitado entre $\frac{D}{80} < d < \frac{D}{6}$

Fuera de estos límites el funcionamiento del álabe es defectuoso.

5.3. El número de chorros o de inyectores (Z)

Cuando $d > 200\text{mm}$ entonces el caudal debe dividirse en varios chorros de modo que se consiga el número de revoluciones n deseado. Por ejemplo si se desea un "n" grande, el diámetro de la rueda D debe ser pequeño, pues:

$$n = 60 \frac{u}{\pi D}$$

Y si por el tamaño y número de cucharas necesarias no caben en el diámetro pequeño entonces se puede probar con dos chorros y si aún no se consigue en el "n" deseado entonces se prueba con tres chorros y así sucesivamente.

Por ejemplo, para dos chorros el caudal total se parte en dos: $Q = Q_1 + Q_2$

$$C \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) = C_1 \left(\frac{\pi d_1^2}{4} \right) + C_2 \left(\frac{\pi d_2^2}{4} \right)$$

donde: d - diámetro de un único chorro

Como la velocidad C es función de H , entonces $C \approx C_1 \approx C_2$

$$\text{Luego: } d^2 = d_1^2 + d_2^2$$

Por facilidad constructiva se adopta diámetros iguales, es decir $d_1 = d_2$

$$\text{Finalmente, para dos chorros: } d_1 = d_2 = d / 2^{1/2} = 0,707 d$$

Y de modo análogo se obtiene:

Para 3 chorros:

$$d_1 = d_2 = d_3 = d / 3^{1/2} = 0,577 d$$

Para 4 chorros:

$$d_1 = d_2 = d_3 = d_4 = d / 4^{1/2} = 0,5 d$$

Para 6 chorros:

$$d_1 = \dots = d_6 = d / 6^{1/2} = 0,408 d$$

En general:

$$d_i = \frac{d}{Z^{1/2}}$$

Otro método

Si Z es el número de chorros y Q_i es el caudal por cada chorro, el caudal total puede escribirse como:

$$Q = Z Q_i \Rightarrow Q_i = \frac{Q}{Z}$$

Por otro lado, el caudal que sale de cada chorro es $Q_i = V A = C_1 \left(\frac{\pi d_i^2}{4} \right) = \frac{Q}{Z}$

de donde:

$$d_i = \frac{0,536}{H^{1/4}} \sqrt{\frac{Q}{C_v Z}}$$

Para $C_v = 0,97$ entonces

$$d_i = \frac{0,544}{H^{1/4}} \sqrt{\frac{Q}{Z}}$$

5.4. El diámetro del rodete (D).- Lugar geométrico de los centros de los álabes, en donde el chorro es perpendicular a la cuchara.

Fórmulas experimentales: $D = 84,6 \frac{\Phi}{n} \sqrt{H}$ ó $D = \frac{\kappa}{n} \sqrt{H}$ H en m, n en rpm, D en m.

n_s	9	13	18	22	27	31
ϕ	0,47	0,46	0,45	0,44	0,43	0,425
κ	39,76	39,91	38,0	37,22	36,34	36,0

Otro método

Para funcionamiento óptimo $u = \frac{C_1}{2} = \frac{\pi n D}{60}$

Luego

$$D = 30 \frac{C_1}{\pi n} = 9,5493 \frac{C_1}{n} = 19,099 \frac{u}{n}$$

5.5. La velocidad específica (n_s)

Para una turbina con varios chorros

$$n_s = n'_s \sqrt{Z}$$

n_s - número específico de revoluciones de la turbina

n'_s - número específico de revoluciones de un chorro.

Para un solo chorro: $4 < n'_s < 30$

Para más de un chorro: $30 < n'_s < 70$

Para valores de n_s altos el número de cucharas es menor y viceversa. n_s altos se usa para caudales grandes lo cual exige álabes mayores y por tanto caben menos.

5.6. Número de álabes (N_a)

$$N_a = \frac{D}{2d} + 14 \quad \text{ó} \quad N_a = \frac{D}{2d} + 16$$

También: $N_a = 0,4 \frac{D}{d} + 18 \quad \text{ó} \quad + 20$

Nota.- El número de cucharas debe ser lo suficientemente grande como para captar todo el caudal pero debe tenerse en cuenta la separación que debe existir entre cada cuchara (e_o).

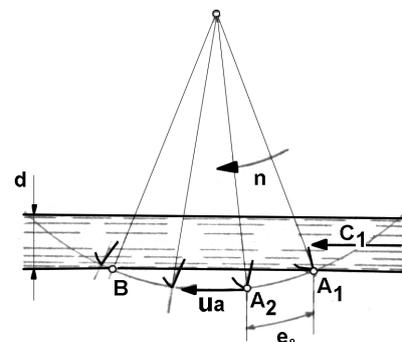


Fig. 5.2. Parámetros de diseño del espaciamiento entre los álabes

El valor de e_0 se establece por tanteo de modo que se cumpla la relación:

$$\frac{A_1 B}{C_1} \leq \frac{A_2 B}{u_a}$$

5.7. Medidas de los álabes

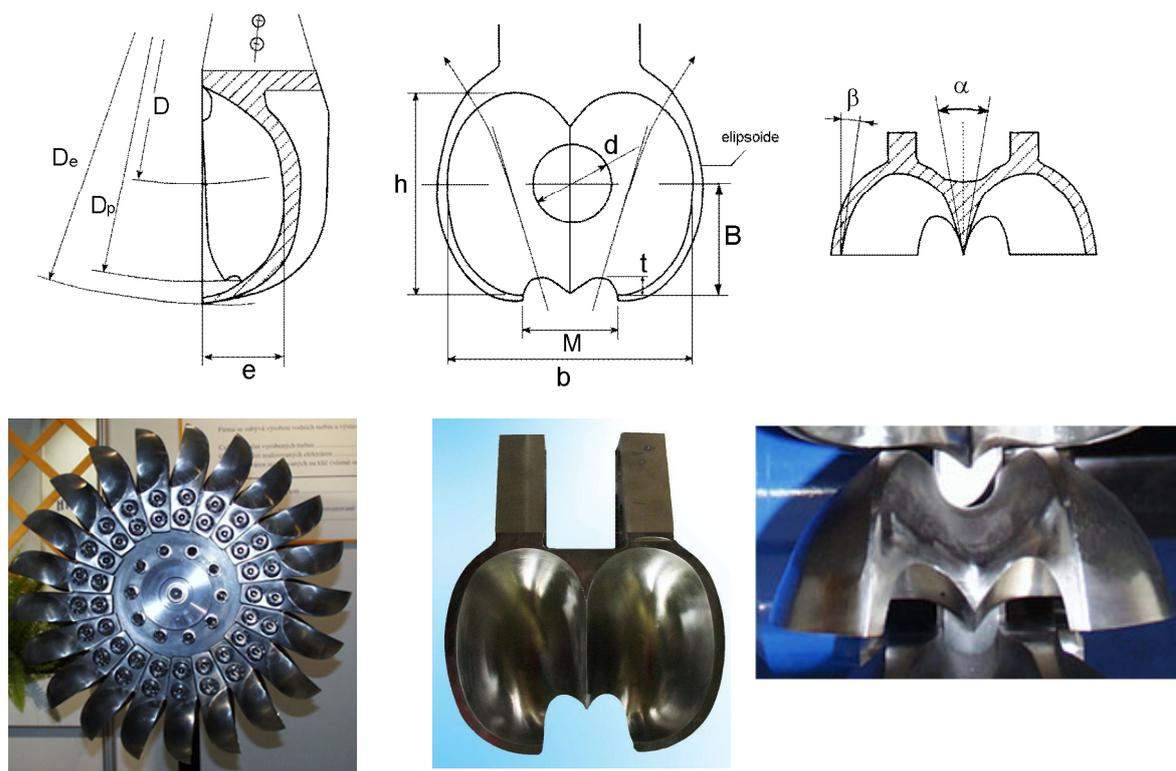


Fig. 5.3. Principales dimensiones de los álabes. (Figuras adaptadas de la referencia 4)

$$b = [2,8 - 3,6] d \quad B = [1,2 - 1,7] d \text{ ó } 3h/5$$

$$h = [2,5 - 2,85] d \quad M = [1,1 - 1,25] d$$

$$e = [0,8 - 1,0] d \quad t = 1,5 d$$

$$\alpha \approx 20^\circ; \quad \beta \approx 5^\circ.$$

$$D_e = D + 2 \times 3 h/5 \text{ ó } D_e = D_p + d \text{ ó } D_e = (1,028 + 0,013 n_s) D \dots \text{tendencia actual.}$$

$$D_p = D + 2 (7d / 6)$$

$$\text{Quantz propone: } b = 3,75d; \quad h = 3,50 d; \quad e = 1,5d$$

$$\text{El número de álabes: } Na = \pi D_e / e_0 \quad \text{con } e_0 = \text{distancia entre cresta y cresta} \approx h$$

5.8. Los pernos de fijación de los álabes.

Deben ser lo más reforzados posibles, si se supone que el rodete para por un momento y que una paleta recibe todo el chorro en choque directo entonces:

$$F_x = 1\,000 \times Q (C_1 \cos 5^\circ - C_1 \cos 180^\circ) \text{ N}$$

Ejemplo 1

Una turbina Pelton trabaja en un salto bruto de 450 m, teniendo su tubería forzada una pérdida de carga de 4 m, caudal $1 \text{ m}^3/\text{s}$, rendimiento del inyector 0,96; la velocidad de arrastre en el punto nominal del rodete es el 45% de la velocidad absoluta del chorro; la máquina gira a 1000 rpm (50 Hz); la velocidad específica está comprendida entre 22 y 28 rpm, el coeficiente que evalúa las pérdidas en la cazoleta es de 0,84; el ángulo de salida de las cazoletas es $13,3^\circ$. Se pide:

- Los diagramas de velocidades a la entrada y salida de la cazoleta de una turbina Pelton, en los puntos situados en el eje del chorro en el instante en que el chorro incide perpendicularmente sobre el cuchillo de la cazoleta.
- El diámetro nominal del rodete.
- El diámetro del chorro o chorros de la turbina.

Solución:

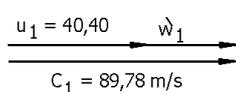
$$\text{a) La altura neta de la turbina } H = H_b - H_{ext} = 450 - 4 = 446 \text{ m}$$

La velocidad del chorro

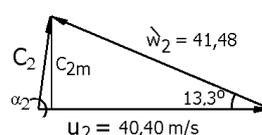
$$C_1 = C_v \sqrt{2gH} = 0,96 \sqrt{2 \times 9,806 \times 446} = 89,78 \text{ m/s}$$

La velocidad periférica de los álabes $u_1 = u_2 = u = 0,45 C_1 = 0,45 \times 89,78 = 40,40 \text{ m/s}$

El triángulo de entrada



El triángulo de salida



$$W'_1 = C_1 - u_1 = 49,38 \text{ m/s}$$

$$W'_2 = 0,84 W'_1 = 0,84 \times 49,38 = 41,48 \text{ m/s}$$

$$\alpha_1 = 0^\circ$$

$$C_{2m} = W'_2 \sin 13,3^\circ = 9,54 \text{ m/s}$$

$$\beta_1 = 180^\circ$$

$$C_{2u} = u_2 - \omega_2 \cos 13,3^\circ = 40,40 - 41,48 \cos 13,3^\circ = 0,033 \text{ m/s}$$

$$C_2 = \sqrt{C_{2u}^2 + C_{2m}^2} = \sqrt{0,033^2 + 9,54^2} = 9,54 \text{ m/s}$$

b) El diámetro del rodete:

$$D = \frac{60 u}{\pi n} = \frac{60 \times 40,4}{\pi \times 1000} = 0,77 \text{ m}$$

CAPÍTULO VI. SELECCIÓN DE TURBINAS

6.1. CRITERIOS DE SELECCIÓN.

Para seleccionar una turbina se tienen en consideración los siguientes criterios:

- El número de revoluciones del generador.
- El número específico de revoluciones.
- Factores económicos.

6.1.1. El número de revoluciones del generador (n)

El Generador. Es una maquina eléctrica que produce corriente alterna monofásica o trifásica. Convierte la energía mecánica entregada por la turbina en energía eléctrica. También se le conoce con el nombre de "alternador".

Si se monta en el mismo eje de la turbina, el número de revoluciones de la turbina es igual al del generador.

Los generadores pueden ser: síncronos (alternador) o asíncronos.

- a) El generador síncrono.- El valor de rotación del eje (n en rpm) se halla en relación inversa con el número de polos.

$$n = 60 \frac{f}{P}$$

f - frecuencia en Hz

P – pares de polos

El número de pares de polos define el tamaño del generador.

- b) El generador asíncrono.- Aquellos que no cumplen la condición anterior; es decir, $n \neq 60 f / P$; lo cual implica desfasaje entre la velocidad del rotor y la velocidad del campo magnético. Se los usa casi exclusivamente como motores.

Los generadores usados en la centrales hidroeléctricas son síncronos con pares de polos que varían entre 2 y 48 y con n que varía entre 60 y 600 rpm.

En centrales con potencias menores de 500 KW se recomienda usar generadores con 2 a 4 pares de polos.

EI GENERADOR SINCRONO

El generador síncrono transforma la energía mecánica producida por las turbinas en energía eléctrica, debido al principio de "inducción electromagnética" de Faraday (1831).

Este principio consiste en que el rotor (inductor) gira dentro del estator (inducido). El rotor aloja los polos magnéticos de excitación con corriente proveniente de la excitatriz.

Dicha corriente está destinada a crear flujo magnético inductor entre el rotor y el estator a través del entrehierro (espacio de algunos milímetros).

Según el principio de Faraday, este flujo magnético inductor induce una tensión trifásica en los bornes de salida del generador síncrono.

Importante.- Si no fluye la corriente continua de la excitatriz al devanado de campo del rotor, no se generará ninguna tensión en los bornes terminales del estator, por más que el rotor gire. La forma como llega la corriente continua de la excitatriz al rotor es a través de las escobillas (carbones) que se desliza sobre los colectores o anillos (negativo y positivo) pero que están aislados eléctricamente del eje del rotor.

El nombre del generador síncrono deriva de que la velocidad angular de rotación siempre debe estar en concordancia con la frecuencia eléctrica de la red y cuya relación es $n = 60 f/P$.

La potencia del generador está dada por:

$$P_G = P_a \eta_G \eta_{tr}$$

donde: P_G - Potencia del generador

P_a - Potencia útil de la turbina

η_G - Eficiencia del generador, $\eta_g = 1 - 0,06$ (Pares de polos)^{-0.2}

η_{tr} - Eficiencia de transmisión, igual a 1 si el acoplamiento es directo (eje común entre generador y turbina), y 0,95 para acoplamientos indirectos a través de poleas o engranajes.

También: $P_G = S \cos \phi$

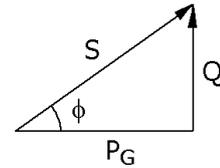
donde:

S - potencia aparente (KVA)

P_G - potencia activa que realiza trabajo útil en la máquina.

Q - potencia reactiva, es la que produce el campo magnético necesario para el funcionamiento de la máquina. No produce trabajo útil.

$\cos \phi$ - factor de potencia = 0,8



6.1.2. El número específico de revoluciones (n_s)

Para H pequeña y Q grande: n_s debe ser grande (pero preferible no mayor de 950 m CV para evitar cavitación) a fin de que n no sea muy pequeño (debe ser lo más grande posible).

Para H grande y Q pequeño: n_s debe ser pequeño para que n no sea muy grande (debe ser lo más pequeña posible).

Para escoger el n_s apropiado para una turbina se deben tener en consideración algunas reglas prácticas (empíricas) que relación a este parámetro con la altura neta de la instalación, saber:

6.1.2.13. Reglas Prácticas que relacionan n_s con la altura neta H.

Fórmulas:

a) Americana - U.S.B.R. (United States Bureau of Reclamation)

Para turbinas Francis:
$$\frac{1553}{\sqrt{H}} < n'_s \leq \frac{2334}{\sqrt{H}}$$

Para turbinas Kaplan:
$$\frac{2088}{\sqrt{H}} < n'_s \leq \frac{2702}{\sqrt{H}}$$

n'_s : es el número específico de revoluciones de cada turbina (unitario).

b) Europeas:

Para turbinas Kaplan y Francis:

$$\text{MOROZOV: } n_s \leq \frac{2220}{H^{0.57}} \quad 20 \text{ m} < H < 300 \text{ m}$$

$$\text{SCHAPOV: } n_s \leq \frac{2420}{\sqrt{H}} - 80 \quad 20 \text{ m} < H < 300 \text{ m}$$

$$\text{EGUIAZAROV: } n_s \leq \frac{2250}{\sqrt{H}} \quad H < 10 \text{ m}$$

$$n_s \leq \frac{2500}{\sqrt{H}} \quad 10 \text{ m} < H < 25 \text{ m}$$

$$n_s \leq \frac{5000}{H^{3/4}} \quad 25 \text{ m} < H < 300 \text{ m}$$

Tablas:

TURBINA		n_s (unitario)	H (m) máx. admisible
P	De 1 chorro	4 – 35	2 200
E	De 2 chorros	17 – 50	--
L	De 3 chorros	20 – 60	--
T	De 4 chorros	24 – 70	--
O	De 6 chorros	30 – 85	150
N			
MICHELL BANKI		29 – 220	400 – 80
F R A N C I S	Lenta	70	380
		100	220
		150	110
	Normal	200	80
		250	60
	Rápida	300	45
		350	35
	Ultra rápida	400	30
450		25	
KAPLAN		300	70
y de Hélice		500	40
		800	10
		1000	6

Tabla 6.1. Tabla de Stoll para la determinación del número específico en función de la altura neta.
Fuente: Aprovechamientos Hidroeléctricos y de Bombeo. H. Gardea

TURBINA		n_s (unitario)	H (m) Máx. admisible
P E L T O N	De 1 chorro	10 – 13	1800 – 1300
		13 – 20	1300 – 550
		20 – 30	550 - 300
MICHELL BANKI		29 – 220	400 – 80
F R A N C I S	Lenta	60 - 125	350 – 150
	Normal	125 - 175	150 – 120
		175 - 225	120 – 80
Rápida	225 -350 350 - 450	80 – 35 35 – 20	
KAPLAN y de Hélice		350 - 600 600 - 800 800 - 1000	35 – 18 18 – 12 12 – 5

Tabla 6.2. Tabla de Quantz para la determinación del número específico en función de la atura neta.
Fuente: Motores Hidráulicos. L. Quantz

TURBINA		n_s (unitario)	H (m) Máx. admisible
P E L T O N	De 1 chorro	Hasta 18	> 800
		18 – 25	800 – 400
		26 - 35	400 – 100
	De 2 chorros	26 - 35	800 - 400
36 – 50		400 – 100	
De 4 chorros	51 – 72	400 - 100	
F R A N C I S	Muy lenta	55 – 70	400 – 200
	Lenta	70 – 120	200 - 100
	Media (normal)	120 – 200	100 – 50
	Veloz (rápida)	200 – 300	50 – 25
	Ultra rápida (expres)	300 - 450	25 – 15
HELICE MUY VELOZ		400 - 500	Hasta 15
K A P L A N	Lenta	270 – 500	50 – 15
	Veloz	500 – 800	15 – 5
	Muy veloz	800 - 1100	< 5

Tabla 6.3. Tabla para la determinación del número específico en función de la atura neta. Fuente:
Centrales Hidroeléctricas. G. Zoppetti

Gráficos:

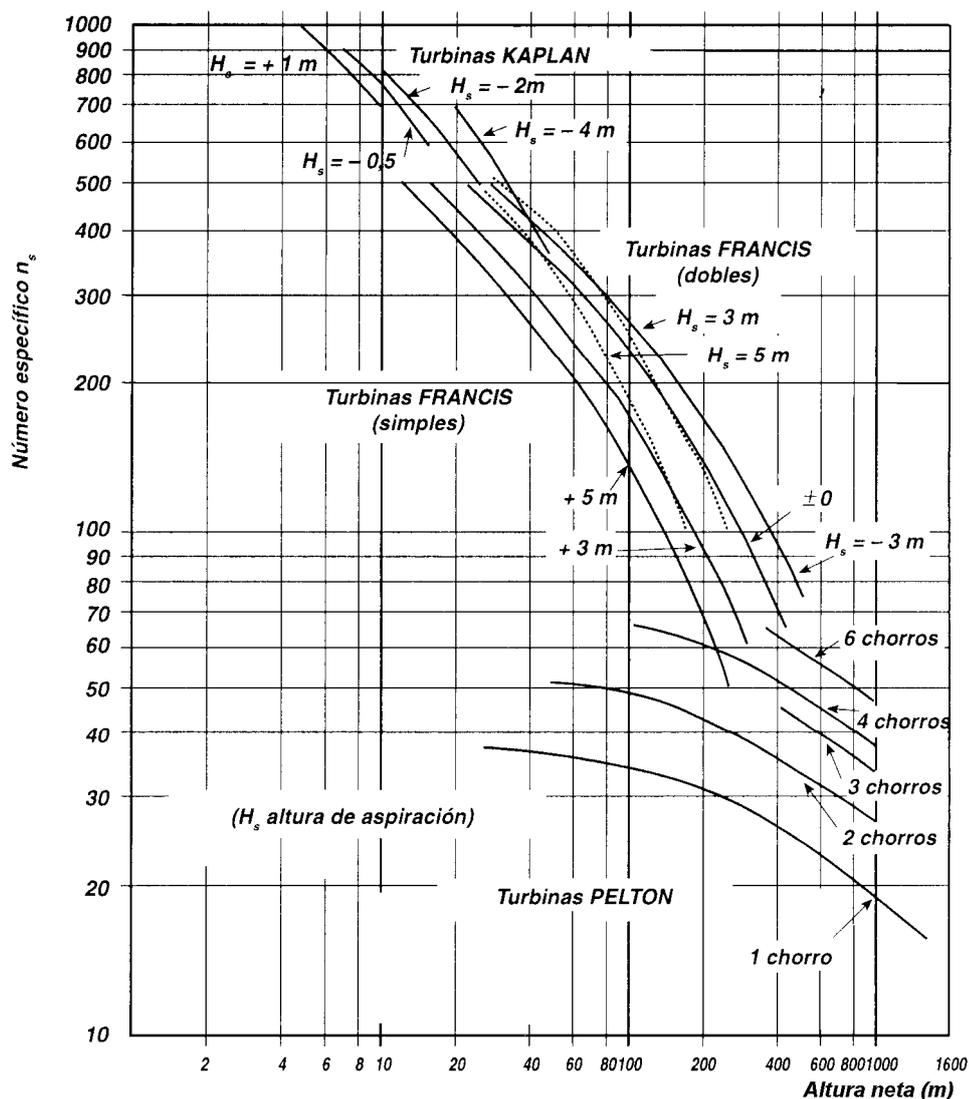


Fig. 6.1. Gráfico para para la determinación del número específico en función de la altura neta.
Fuente: Cía. Th. Bell Kriens-Lucerna. Suiza.

6.1.3. Razones económicas

Debe determinarse cuidadosamente la velocidad de rotación de la turbina, n , ya que para valores muy pequeños el diámetro deberá ser muy grande y por otra parte el número de pares de polos aumentará encareciendo el generador.

En general, el valor de n debe ser lo más grande posible para disminuir costos.

Nota.- En promedio la vida útil de una turbina es de 40 000 horas de trabajo con reparaciones entre 3 a 4 veces.

6.2. EL NÚMERO DE TURBINAS (N_T)

La necesidad de colocar más de una turbina obedece a las siguientes razones:

- 1.- Disponer de mayor flexibilidad en la operación y mantenimiento de la Central: se puede reparar una turbina sin suspender el servicio; se puede conectar o desconectar unidades de acuerdo a la demanda de potencia.
- 2.- Evita la aparición de esfuerzos de trabajo excesivos.
- 3.- Disminuye el n_s cuando se usan varios grupos y se disminuye el peligro de cavitación.

Cuando una central hidroeléctrica tiene varios grupos o turbinas de iguales características la velocidad específica total es:

$$n_s = \frac{n P_a^{1/2}}{H^{5/4}} = \frac{n(N_T P'_a)^{1/2}}{H^{5/4}} = \frac{n N_T^{1/2} P_a^{1/2}}{H^{5/4}}$$

Luego:

$$n_s = \sqrt{N_T} n'_s$$

donde: N_T - Número de turbinas a instalar.

P_a - Potencia útil total de la Central.

P'_a - Potencia útil de cada turbina, entonces $P_a = N_T P'_a$

n_s - Velocidad específica total.

n'_s - Velocidad específica unitaria.

Ejemplo 1

Cuando se conoce la velocidad angular del generador.

La central hidroeléctrica de Huinco tiene las siguientes características:

$H = 1\ 200$ m; $Q = 24$ m³/s; $n = 514$ rpm; $\eta = 0,86$.

Determine el número y tipo de turbinas que utiliza.

Solución:

Se calcula la potencia en el eje:

$$P_a = \gamma Q H \eta = 9\ 806 \times 24 \times 1\ 200 \times 0,86 = 242\ 875\ 008 \text{ W}$$

$$P_a = 242\ 875\ 008 \text{ W} \approx 330\ 115,71 \text{ CV}$$

El número específico de revoluciones resulta:

$$n_s = n P_a^{1/2} H^{-5/4} = 514 \times 330\,115,71^{1/2} \times 1\,200^{-5/4} = 41,81 \text{ m CV}$$

En las tablas de n_s & H se verifica si existe alguna turbina que cumpla con la condición de trabajar bajo un salto neto de 1 200 m con un número específico de revoluciones igual a 41,81. En este caso no existe ninguna turbina (unitaria) que cumpla pues el n_s es muy alto por lo que existe la necesidad de aumentar el número de turbinas para bajar el valor de n_s .

Se construye una tabla como la que se muestra:

$$H = 1\,200 \text{ m} \quad n = 514 \text{ rpm} \quad n_s = 41,81 \text{ m CV}$$

N_T	P_a		$n_s = n_s / N_T^{1/2}$	Tipo de turbina	Q_i (m^3/s)	d_i (m)
	(KW)	(CV)				
2	121 437,50	165 057,85	29,56	Pelton de 1 chorro	12	0,320
3	80 958,34	110 038,58	24,14	Pelton de 1 chorro	8	0,260
4	60 718,75	82 528,93	20,91	Pelton de 1 chorro	6	0,230
5	48 575,00	66 023,14	18,69	Pelton de 1 chorro	4,8	0,205
6	40 479,17	55 019,29	17,07	Pelton de 1 chorro	4	0,187
7	34 696,43	47 159,39	15,81	Pelton de 1 chorro	3,43	0,173
8	30 359,38	41 264,47	14,78	Pelton de 1 chorro	3	0,162

donde: Q_i es el caudal que circula por cada chorro y d_i es el diámetro correspondiente a cada chorro.

$$Q_i = Q / Z \text{ con } Z = \text{número de chorros} \quad \text{y} \quad d_i = 0,544 Q_i^{1/2} / H^{1/4} \text{ para } C_v = 0,97$$

De la tabla se observa que se pueden utilizar a partir de 6 turbinas a más por la condición de que el diámetro del chorro no debe ser mayor de 0,20 m.

Es preferible escoger un número par de turbinas por razones de acoplamiento con el generador. Se pueden formar 3 grupos con dos turbinas cada uno o 4 grupos con dos turbinas cada uno.

Nota.- La C. H. de Huinco tiene 8 turbinas de 30 MW cada una, con $n = 514$ rpm agrupadas en 4 grupos de 2 turbinas c/u, con $d_i = 0,159$ m, $Q_i = 3,125$ m^3/s .

Problemas Propuestos

6.1. Seleccione la(s) turbina(s) a instalar en una central hidroeléctrica cuyo salto bruto sea de 100 m, la pérdida de carga en la tubería forzada sea de 2 m y el caudal suministrado en su punto nominal ascienda a $3 \text{ m}^3/\text{s}$. Se exige velocidad de sincronismo.

Se dará una solución al tipo de turbina elegido, su velocidad de giro, su velocidad específica y el número de chorros si es el caso.

Francis normal; $n = 720 \text{ rpm}$; $n_s = 133,2 \text{ mCV}$

6.2. Se dispone de una turbina que en sus pruebas arroja los siguientes resultados: $H = 140 \text{ m}$; $Q = 3 \text{ m}^3/\text{s}$; $\eta = 88\%$. Se desea conocer:

a) El tipo de turbina, la velocidad específica de Camerer y la velocidad de giro de sincronismo, sabiendo que n_s es la máxima posible dentro de sus posibilidades.

b) Si se desea instalar dicha turbina en una central hidroeléctrica cuyo salto neto es de 100 m funcionando en su punto óptimo. ¿Cuáles serán, en este caso, la velocidad de giro y el caudal correspondientes?

Francis lenta; $n = 720 \text{ rpm}$; $n_s = 105,12 \text{ mCV}$. $n = 608,51 \text{ rpm}$; $Q = 2,54 \text{ m}^3/\text{s}$

6.3. Una turbina Kaplan da una potencia de 7 650 CV cuando trabaja con un salto neto de 48 m y un caudal de $13 \text{ m}^3/\text{s}$. Sabiendo que está acoplada directamente a un alternador de 50Hz y que su velocidad específica no debe ser mayor de 330 m CV, determine:

a) La velocidad de giro. Ajuste a sincronismo.

b) El diámetro de salida del rodete sabiendo que la velocidad meridiana de salida tiene un valor constante de 11,18 m/s y que el diámetro de entrada del rodete es 0,86 m.

c) Los triángulos de velocidades de salida del distribuidor y de entrada y salida del rodete en su punto medio tomando 0,72 m como pérdida por velocidad giratoria de salida y considerando despreciables las pérdidas volumétricas y orgánicas.

Francis veloz o rápida; $n = 375 \text{ rpm}$; $n_s = 259,5 \text{ mCV}$.

6.4. Un aprovechamiento hidroeléctrico dispone como datos característicos:

Salto neto 600 m y caudal $2 \text{ m}^3/\text{s}$. Se desea instalar un rodete tipo Pelton que cumpla las condiciones siguientes: Velocidad específica máxima 20; relación entre diámetro de la rueda y diámetro del chorro, 12; coeficiente de velocidad absoluta de salida del inyector, 0,98. Con estas condiciones debe dar un rendimiento total de 0,88 acoplada a

un alternador de frecuencia 50 Hz. Si se supone que el rendimiento orgánico es de 0,98, determine:

- a) El número de pares de polos del alternador.
- b) La velocidad de giro del rodete.
- c) Los triángulos de entrada y salida del rodete sabiendo que las cucharas desvían el chorro un ángulo de 165° .
- d) El balance de pérdidas hidráulicas, expresadas en metros de columna de agua.

6.5. Elija el tipo de turbina más conveniente para un salto $H = 190$ m, caudal $Q = 42$ l/s, $n = 1450$ rpm ($f = 50$ Hz) y $\eta_h = 0,825$.

Determine, suponiendo que $\eta_{mec} = \eta_{vol} = 1$

- a) Las nuevas características de la turbina para un salto neto de 115 m, conservando la misma admisión.
- b) Las nuevas características de una turbina semejante, geoméricamente 3 veces más pequeña, que trabaje con el mismo salto de 190 m.

Pelton x1 chorro; $D = 0,40$ m; $n = 1015,3$ rpm;

CAPÍTULO VII. CAVITACION EN TURBINAS

7.1. CAVITACION

Fenómeno que se produce cuando la presión del fluido en una determinada zona del movimiento desciende por debajo del valor de la presión de vapor del fluido a una determinada temperatura. Se produce en estructuras estáticas (tuberías, venturímetros, etc.) o en máquinas hidráulicas (a la entrada del rodete de una bomba o a la salida del rodete de una turbina)



Fig. 7.1. Alabes de turbinas de reacción afectados por la cavitación.

7.2. CAVITACION EN TURBINAS

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre 2 y Z:

$$\frac{C_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 = \frac{C_z^2}{2g} + \frac{P_z}{\gamma} + Z_z + H_{2-z}$$

Despejando la presión a la salida del rodete y considerando valores absolutos de presión se tiene:

$$\frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_{atm}}{\gamma} - Z_2 - \frac{C_2^2}{2g} + H_{2-z}$$

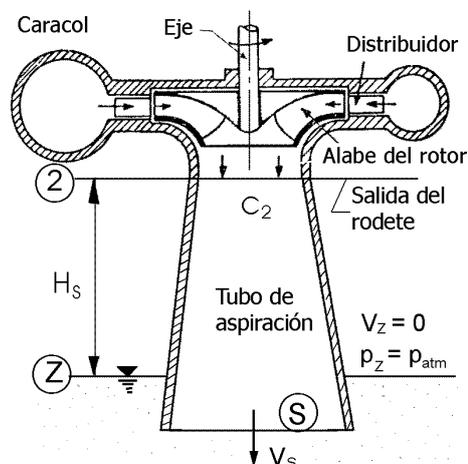


Fig. 7.2. Altura del tubo difusor, H_s , para evitar la cavitación.

Teóricamente, la presión a la salida del rodete P_2 puede bajar hasta $P_2 = 0$ (absoluta); sin embargo, no es conveniente que baje demasiado como para igualar o ser menor que el valor de la presión de vapor del líquido (p_v), pues de lo contrario se produciría la ebullición del líquido, lo cual daría inicio a la cavitación.

Analizando la ecuación anterior, el peligro de cavitación será mayor si el valor de p_2 es menor y esto ocurre cuando:

- La p_{atm} es menor, dependiendo del lugar.
- La velocidad a la salida del rodete C_2 sea mayor.
- La altura Z_2 sea mayor.
- Las pérdidas de energía H_{2-z} sean menores.

Para el control de la cavitación se diseña la maquina controlando los valores de C_2 , Z_2 , H_{2-z} , etc. Y si se permite que en algún caso haya cavitación entonces se usan materiales resistentes a la cavitación; por ejemplo acero inoxidable (Cr 18%, Ni 8%).

Llamando a $Z_2 = H_s =$ altura de aspiración o de succión entonces:

$$\frac{P_2}{\gamma} = -\left(H_s + \frac{C_2^2}{2g}\right) + H_{2-z} + \frac{P_{atm}}{\gamma} \quad \Rightarrow \quad H_s = -\left(\frac{C_2^2}{2g} - H_{2-z}\right) + \left(\frac{P_{atm} - P_2}{\gamma}\right)$$

De la ecuación anterior se evidencia que el tubo de aspiración:

- Recupera la altura de aspiración creando una presión a la salida del rodete (función aspiradora). Gasta la altura de elevación para convertirla en presión hasta p_{atm} .
- Recupera la energía cinética a la salida del rodete creando una depresión a la salida del mismo (función difusora).

Los experimentos llevados a cabo por Thoma en modelos hidráulicos demostraron que, para que no exista cavitación se debe cumplir que:

$$H_{s\max} < -\left(\frac{C_2^2}{2g} - H_{2-z}\right) + \left(\frac{P_{atm} - P_v}{\gamma}\right)$$

$$\text{Haciendo} \quad \left(\frac{C_2^2}{2g} - H_{2-z}\right) = \sigma H$$

Entonces:
$$H_{s\max} < -\sigma H + \left(\frac{P_{atm} - P_v}{\gamma} \right)$$
 Fórmula de Thoma

donde:

σ - es el coeficiente de cavitación de Thoma

p_v - Presión de vapor del agua a T °C

p_{atm} - Presión atmosférica local

$H_{S\max}$ - Valor máximo de H_s para que no se produzca cavitación.

De la ecuación de Thoma se observa que cuanto mayor es el salto neto H, menor será la altura de aspiración H_s ; pero en la práctica, para que la columna de agua no se desprege de las paredes del tubo difusor el valor de H_s tiene que ser menor de 6 m en las turbinas Francis y menor de 4 m en las Kaplan y de Hélice.

Cuanto más rápida es la turbina (n_s grande) mayor es el peligro de cavitación, por tanto, este peligro es mayor en las turbinas Kaplan que en las Francis y en éstas que en las Pelton. Si se desea construir una turbina muy rápida sin el peligro de la cavitación, el coeficiente de Thoma será grande y para ello, al no poder modificarse p_{atm}/γ , convendrá disminuir H_s . El tubo de aspiración acodado permite disminuir H_s contando con suficiente longitud para realizar la recuperación de energía cinética.

La altura de succión H_s puede ser positiva o negativa, es positiva si el desagüe se encuentra por debajo del rodete, negativo en caso contrario como suele suceder en lugares elevados donde la presión atmosférica es pequeña.

7.2.1. Valores del coeficiente de Thoma

Datos experimentales:

n'_s	50	100	150	200	250	300	350	400	500	600	700	800
σ	0,04	0,05	0,08	0,13	0,22	0,31	0,45	0,60	0,70	0,90	1,5	2,1
	Francis lenta	Francis normal	Francis rápida	Francis expres	Hélice y Kaplan							

Tabla 7.1. Valores del coeficiente de Thoma en función del número específico de revoluciones. (Tabla tomada de la referencia 2).

n'_s	0	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
σ	0	0,02	0,05	0,11	0,21	0,35	0,53	0,75	1,15	1,60	2,0	2,3

Tabla 7.2. Tabla de Kratochvil - Valores del coeficiente de Thoma en función del número específico de revoluciones. (Tabla tomada de la referencia 2).

SCHAPOV:
$$\sigma = \frac{(0,01n'_s - 0,54)^2}{45} + 0,035 \quad \text{para } 70 < n'_s < 800$$

U. S. B. R.:
$$\sigma = \frac{n_s'^{1,64}}{50327}$$

Ejemplo 1

Para un proyecto hidroeléctrico se tiene la siguiente información:

$H = 85$ m; $P_a = 135$ MW, $f = 60$ Hz; $p = 22$; altitud = 680 msnm; Temperatura del agua = 20 °C. Determine:

- El número y tipo de unidades a instalarse.
- La altura de aspiración, H_s
- Si se coloca una unidad adicional ¿Cuál sería el tipo conveniente y la nueva H_s ?

Solución:

a) Cálculo de n : $n = 60 f / P = 60 \times \frac{60}{22} = 163,64$ rpm

Cálculo de n_s :
$$n_s = \frac{n P_a^{1/2}}{H^{5/4}} = \frac{163,64 (135000 \times 1,3592)^{1/2}}{85^{5/4}} = 271,6$$
 m CV

En las tablas de n_s & H se aprecia que no cumple con ninguna turbina estándar por lo que es necesario usar más de una turbina.

Según Schapov: $n'_s = \left(\frac{2420}{85^{1/2}} \right) - 80 = 182,49$ m CV

Por lo cual el número de unidades es: $N_T = \left(\frac{n_s}{n'_s}\right)^2 = \left(\frac{271,6}{182,49}\right)^2 = 2,2$

Adoptando 3 unidades se tiene: $n'_s = \frac{271,6}{3^{1/2}} = 156,81 \text{ mCV}$, que corresponde según las tablas a turbinas a Francis lentas.

b) La altura de aspiración con el criterio de Thoma: $H_s < -\sigma H + \frac{(P_{atm} - p_v)}{\gamma}$

* El coeficiente de Thoma: $\sigma = \frac{(0,01 n'_s - 0,54)^2}{45} + 0,035 = 0,0585$

* La presión atmosférica local se mide con un barómetro o se aproxima según:

$$P_{atm.local} = P_{atm.est} \left(1 - \frac{\alpha Z}{T_0}\right)^{g/\alpha R} = 101300 \left(1 - \frac{0,0065 \times 680}{288,15}\right)^{5,26} = 93389,3 \text{ N/m}^2$$

* De tablas, para el agua a $T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, se obtiene:

$$\gamma = 9\,788,35 \text{ N/m}^3$$

$$p_v = 0,02337 \text{ bar} = 0,02337 \times 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Luego: $H_s < -0,0585 \times 85 + \frac{(93\,389,3 - 0,02337 \times 10^5)}{9\,788,35} = 4,33 \text{ m}$

c) Usando 4 turbinas en vez de 3 se calcula el nuevo n'_s como: $n'_s = \frac{n_s}{4^{1/2}} = 135,8 \text{ m CV}$

que corresponde a turbinas Francis lentas.

El nuevo número de Thoma resulta $\sigma = 0,0499$

Entonces $H_s < -0,0499 \times 85 + \frac{(93\,389,3 - 0,02337 \times 10^5)}{9\,788,35} = 5,06 \text{ m}$

Luego, si por algún motivo se desea aumentar la altura de aspiración hay que instalar un mayor número de turbinas.

Problemas Propuestos

7.1. Una turbina Francis diseñada con $n_s = 140$, para su punto de máximo rendimiento se encuentra instalada en una central cuya altura bruta es $H_b = 180$ m y arrastra un alternador de 5 pares de polos ($f = 50$ Hz). La tubería forzada que conduce el agua desde la presa hasta la turbina tiene un diámetro de 1,5 m y las pérdidas de carga producidas en ella desde la presa hasta la entrada en la turbina valen $H_{forz} = 0,05 Q^2$ m; Q en m^3/s . Se considerará que el punto "2" de salida del rodete coincide con la entrada al tubo de aspiración, y que está en la misma cota geodésica que el punto "1" de entrada al rodete. Igualmente se considerará que la entrada a la turbina (punto "e") se encuentra 4 m por encima de la entrada al rodete ($z_e - z_1 = 4$ m), y la salida de la turbina (punto "s") se encuentra en la superficie del canal de desagüe.

De estudios anteriores se conoce que para el n_s de esta turbina (en su punto de máximo rendimiento): $\eta = 90\%$, $n_{11} = 65$ rpm., $\sigma = 0,02$; $c_{2u} = 0$; $\eta_h = 93\%$, $\eta_v = 100\%$, $b_1/D_1 = 0,15$, $\tau_1 = \tau_2 = 1$. (Siendo n_{11} , velocidad de una turbina semejante a la propuesta con diámetro $D_1 = 1$ m y trabajando bajo la altura neta $H = 1$ m, y σ , coeficiente de cavitación de la turbina, ambos en su punto de máximo rendimiento).

Considerando que la turbina está funcionando en su punto de máximo rendimiento y que está instalada con una altura de suspensión $H_s = H_{sm\acute{a}x} - 0,5$ m, ($H_s = z_2 - z_s$; $H_{sm\acute{a}x}$ es la altura de suspensión a la cual se produce cavitación incipiente) y que en estas condiciones las pérdidas de carga en el interior de la turbina ($H_{e-s} = H_{int}$) pueden considerarse repartidas de la siguiente manera: $H_{e-1} = 30\% H_{int}$; $H_{1-2} = 50\% H_{int}$; $H_{2-s} = 20\% H_{int}$. Además, $p_{atm. local} = 710$ mm Hg ; y la presión de vapor de agua a la temperatura de trabajo, $p_v = 1705$ N/m². Determine:

- El caudal, la altura neta y la potencia desarrollada.
- El triángulo de velocidades a la entrada del rodete.
- Las presiones a la entrada de la turbina, entrada del rodete y entrada del tubo de aspiración si su diámetro en esta sección es de 1,4 m.

$$Q = 10,5 m^3/s; \quad H = 174,49 m; \quad Pa = 16169,4 KW; \quad C_1 = 37,07 m/s; \quad W_1 = 14,45 m/s;$$

$$\alpha_1 = 17,10^\circ; \quad \beta_1 = 48,96^\circ; \quad p_1/\gamma = 94,97 m; \quad p_2/\gamma = -2,37 m$$

7.2. El modelo de la rueda de una turbina tiene un diámetro de 30 cm y desarrolla una potencia de 35 CV bajo un salto neto de 7,5 m a 1 200 rpm
El prototipo ha de proporcionar 10000 CV en un salto neto de 6 metros y un rendimiento del 90%.

El tubo de aspiración tiene que recobrar el 75% de la energía cinética a la salida.

Determine:

- El diámetro y la velocidad "n" del prototipo.
- Si el modelo comienza a cavitarse cuando la presión a la entrada del tubo de aspiración es de 7 m por debajo de la presión atmosférica, ¿Cuál será la máxima altura de la rueda del prototipo por encima del nivel más bajo del río para evitar la cavitación en una central instalada en una montaña en donde la presión atmosférica es de $83\,351\text{ N/m}^2$ y el agua se encuentra a 20°C ?

$$n_p = 53,71\text{ rpm}; \quad D_p = 6\text{ m}; \quad H_{sm\acute{a}x} = 4,15\text{ m}$$

7.3. Se tiene una turbina de las siguientes características:

$$H = 100\text{ m}; \quad n = 500\text{ rpm}; \quad Q = 12\text{ m}^3/\text{s}; \quad \eta_{man} = 0,825; \quad \eta_{mec} = 1; \quad \eta_{vol} = 1; \quad \eta_{difusor} = 0,85$$

Determine el perfil del tubo difusor y su altura.

7.4. Las características geométricas y funcionales de una turbina Francis son las siguientes: diámetro a la entrada del rodete, 750 mm; diámetro a la salida en su punto exterior, 520 mm; anchura a la entrada del rodete, 145 mm; ángulo de los álabes del distribuidor a su salida, 25° ; ángulo de los álabes del rodete a su entrada, 100° ; coeficiente evaluador de la obstrucción producida por los álabes, tanto a la entrada como a la salida, 0,9; altura del tubo difusor 6 m; velocidad de giro de la máquina, 500 rpm; altitud del punto donde está ubicada la turbina, 300 m. Rendimiento manométrico de la turbina, 0,88. Teniendo en cuenta todo lo anterior. Se pide:

- Los diagramas de velocidades en sendos puntos situados a la entrada de los álabes del rodete y a la salida de los álabes en su punto exterior, respectivamente, cuando el rendimiento sea óptimo.
- Los mismos diagramas de velocidades cuando el caudal sea de $2\text{ m}^3/\text{s}$ y permanezca inalterable el salto neto, sabiendo que en tal caso el ángulo de los álabes del distribuidor en su salida es de 20° .
- Calcúlese la potencia efectiva en las condiciones de b).
- Estudio de la cavitación empleando el criterio de Thoma.
- Construida la máquina, ¿qué sucedería en el caso de que la turbina tuviera que arrastrar un generador de 5 pares de polos en lugar del definido en el encabezamiento, si funcionara la turbina en un punto homólogo al de b)?

- f) Relación de diámetros con qué debería construirse una turbina geoméricamente semejante a la definida en el encabezamiento si se deseara tuviera la máxima potencia posible trabajando en su punto nominal con un salto neto de 100 m y un caudal de 50 m³/s como tope. Calcúlese, así mismo, la potencia efectiva producida. Se exige velocidad de sincronismo.
- g) Si construida la turbina calculada en f) se piensa que es necesario obtener la semejanza hidrodinámica de Reynolds. Se pregunta si es posible conseguirla. ¿Por qué?

CAPÍTULO VIII. SOBREPRESIÓN EN TUBERÍAS

8.1. EL FENÓMENO DEL GOLPE DE ARIETE.

El golpe de ariete es un fenómeno que ocurre en los sistemas de tuberías al cerrar o abrir una válvula, al parar o poner en marcha una maquina hidráulica o al disminuir bruscamente el caudal. Consiste en la formación de ondas de presión y gradientes que las induce a propagarse alejándose de la válvula hasta alcanzar una masa de líquido lo suficientemente grande para reflejarse en ella y regresar nuevamente a la válvula.

Es un proceso cíclico pero amortiguado por la deformación de la tubería y la viscosidad del líquido. El golpe de ariete es un fenómeno transitorio, de régimen variado, en la que el fluido es compresible y el régimen es no permanente.

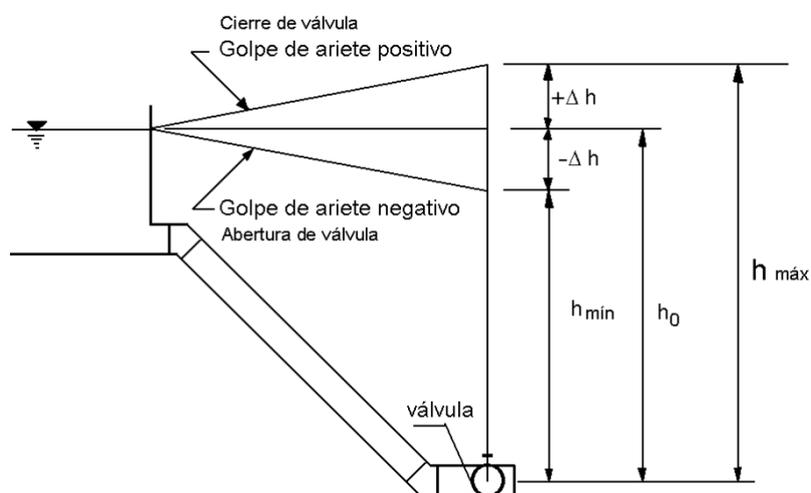


Fig. 8.1. Simbología para la determinación de la sobrepresión.

Si se cierra rápidamente la válvula al disminuir la energía cinética esta se transforma en un trabajo de compresión del fluido y en trabajo necesario para dilatar la tubería: se dice que se ha producido un "golpe de ariete positivo"

Por el contrario, al abrir una válvula se puede producir una depresión o golpe de ariete negativo.

8.1.1. Explicación del fenómeno

Claudio Mataix describe así el fenómeno:

Al cerrarse instantáneamente la válvula (caso irreal pero práctico) se quedará en reposo primero la rodaja 1 y luego la 2, 3, 4, etc. necesitando un cierto tiempo.

En la válvula se origina una onda de presión que se propaga con velocidad C , la que tiene dirección contraria a la velocidad V del fluido.

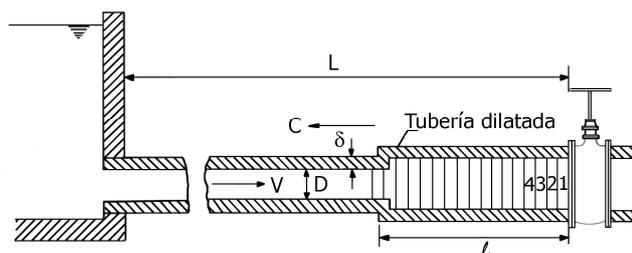


Fig. 8.2. Esquema de generación de onda de presión al cerrarse instantáneamente una válvula. (Figura tomada de la referencia 5).

La onda se propaga por la tubería, se refleja en la cámara de carga, vuelve a la válvula, de nuevo al embalse y así sucesivamente; originando sobrepresiones y depresiones en la tubería, la cual se dilata o se contrae al paso de la onda.

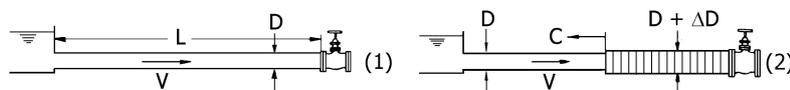
El tiempo que tarda la onda en recorrer la distancia L entre la válvula y el embalse es t_0 :

$$t_0 = L / C$$

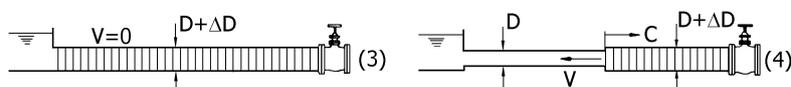
El ciclo se repite al cabo de un tiempo $T = 4 t_0 = 4 L / C$ denominado periodo.

Durante el periodo $T = 4 L / C$ ocurre lo siguiente:

- 1) $t = 0$; la válvula se cierra instantáneamente, la velocidad del fluido se anula a partir de la válvula, no instantáneamente, en toda la tubería.
- 2) $t = t_0 / 2 = L / 2C$. La onda se propaga hacia el embalse con celeridad C y el frente ha llegado a la mitad de la tubería. En la mitad izquierda el agua sigue circulando con velocidad V hacia la válvula; en la mitad derecha $V = 0$ pero la tubería se ha dilatado por sobrepresión.

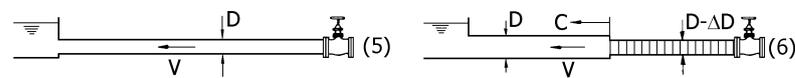


- 3) $t = t_0 = L / C$. La onda llega al embalse. En toda la tubería el líquido está en reposo $V = 0$ pero no en equilibrio. Toda la tubería dilatada en este instante. El agua comienza a moverse con velocidad V pero dirigida en sentido contrario comenzando por las rodajas contiguas al embalse.



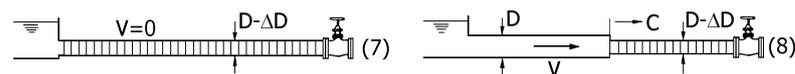
4) $t = 1,5 t_0 = 1,5 L/C$. La mitad de la tubería se ha contraído a su diámetro normal. La onda se propaga hacia la válvula. En la mitad izquierda el fluido se mueve con velocidad V hacia el embalse.

5) $t = 2 t_0 = 2 L / C$. Diámetro de toda la tubería normal, todo el fluido moviéndose desde la válvula hacia el embalse con velocidad V . No hay sobrepresión en la tubería pero por inercia la presión sigue disminuyendo, la onda se propaga ahora con depresión desde la válvula hasta el embalse. El diámetro de la tubería va disminuyendo por debajo de su diámetro normal.



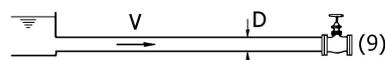
6) $t = 2,5 t_0$. La depresión alcanza la mitad de la tubería. La mitad derecha contiene agua en reposo y con presión debajo de la normal. El diámetro se ha contraído.

7) $t = 3 t_0$. El agua de la tubería está en reposo pero no en equilibrio y el agua inicia su movimiento desde el embalse hacia la válvula con velocidad V hacia la derecha. La depresión reina en toda la tubería y el diámetro es inferior al diámetro normal.



8) $t = 3,5 t_0 = 3,5 L / C$. En la mitad izquierda El fluido se mueve hacia la válvula. En la mitad derecha el líquido en reposo.

9) $t = 4 t_0 = T = 4 L / C$. Diámetro de la tubería normal. Todo el fluido con movimiento hacia la válvula con velocidad V . Todas las condiciones iguales que en $t = 0$.



8.2. CÁLCULO DE LA SOBREPRESIÓN O GOLPE DE ARIETE POSITIVO (ΔH Ó ΔP)

Depende del tiempo de cierre de la válvula t_c el cual puede ser:

A) Instantáneo.- $t_c = 0$.- Caso teórico, físicamente imposible, pero interesante porque explica el fenómeno.

B) Rápido.- $t_c < 2 t_0 = T/2 = 2 L/C$.- En el cierre rápido, la onda no tiene el tiempo necesario de ir al embalse, reflejarse y volver a la válvula, antes de que termine medio ciclo.

C) Lento.- $t_c > 2 t_0 = 2 L/C = T/2$. La presión máxima es menor que en los casos anteriores pues la depresión de la onda llega a la válvula antes de que se complete el medio ciclo e impide el aumento posterior de presión.

8.3. FÓRMULAS DE JOUKOWSKI .

Suponiendo que el cierre de la válvula es instantáneo. El fluido se desacelera lo cual da origen a una fuerza de inercia F_i :

$$F_i = - m \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Donde Δt es el tiempo que tarda una masa de fluido $m = \rho L A$, que ocupa una longitud finita de tubería, L , en reducir su velocidad a un valor ΔV

En el cierre total: $\Delta V = 0 - V = - V$

entonces: $F_i = \rho L A \frac{V}{\Delta t}$

En el cierre parcial: $\Delta V = V' - V$

entonces: $F_i = - \rho L A \frac{(V' - V)}{\Delta t}$

Por otro lado, la sobrepresión es: $\Delta p = \frac{F_i}{A}$ y $C = \frac{L}{\Delta t}$ = velocidad de propagación de la onda en el sistema de tuberías.

Reemplazando en las ecuaciones anteriores se obtiene:

$\Delta p = \rho C V$ sobrepresión en cierre total instantáneo de la válvula

$\Delta p = \rho C (V' - V)$ sobrepresión en cierre parcial instantáneo de la válvula.

Luego, como $\Delta h = \Delta p / \gamma$ entonces, para cierre total instantáneo:

$$\boxed{\Delta h = \frac{C V}{g}} \quad \dots \text{ F\u00f3rmula de Joukowski para cierre total instant\u00e1neo.}$$

Adicionalmente Joukowski encontr\u00f3 que:

$$C = \frac{\sqrt{\frac{E_o}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{E_o \cdot D}{E \cdot \delta}}} = \frac{C_o}{\sqrt{1 + \frac{E_o \cdot D}{E \cdot \delta}}}$$

El t\u00e9rmino $\sqrt{\frac{E_o}{\rho}} = C_o$ es la velocidad de propagaci\u00f3n de la onda en el agua.

E_o - M\u00f3dulo de elasticidad del agua

ρ - Densidad del fluido, kg/m^3

D - Di\u00e1metro de la tuber\u00eda, m

E - M\u00f3dulo de elasticidad de la tuber\u00eda, N/m^2

δ - Espesor de la tuber\u00eda, m.

Para $E_o = 20,3 \times 10^8 \text{ N/m}^2$ entonces $C_o = 1\,425 \text{ m/s}$.

Para un valor medio del m\u00f3dulo de Young para el acero de tuber\u00edas forzadas igual a $E = 2,5 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, entonces:

$$C = \frac{10\,000}{\sqrt{50 + 0,4 \frac{D}{\delta}}} \quad \text{m/s}$$

8.4. F\u00f3rmula de MICHAUD

En cierre lento se supone que la tuber\u00eda es r\u00edgida (indeformable) y que el cierre de la v\u00e1lvula es uniforme.

$$F_i = -m \frac{dV}{dt} = -\rho L A \frac{dV}{dt} \quad \text{y} \quad \Delta p = \frac{F_i}{A} = -\rho L \frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{0 - V}{t_c} = -\frac{V}{t_c}$$

Pero:

Luego, para cierre lento y tubería rígida.

$$\Delta p = \frac{\rho L V}{t_c}$$

Introduciendo un factor $K = [1 - 2]$ que tiene en cuenta la elasticidad de la tubería, entonces:

$$\Delta p = K \frac{\rho L V}{t_c}$$

ó

$$\Delta h = K \frac{L V}{g t_c}$$

para cierre lento y tubería elástica.

Para $K = 2$ se obtiene la Fórmula de Michaud:

$$\Delta h = 2 \frac{L V}{g t_c}$$

Sin embargo, según Nechleva, la fórmula de Michaud se considera válida solamente si se

$$\frac{\rho}{\theta} < 1,1 \quad \text{donde} \quad \rho = \frac{C V}{2 g h_0} \dots \text{constante de Allievi, y} \quad \theta = \frac{t_c}{\frac{2 L}{C}} = \frac{2 t_c}{T} \dots \text{Tiempo de cierre relativo}$$

cumple que:

Humberto Gardea afirma que una deficiencia de la fórmula de Michaud es que no toma en cuenta para nada la carga h_0 , que es un valor determinante en la teoría del golpe de ariete para maniobras lentas. Sus investigaciones revelan que la fórmula de Michaud es válida siempre y cuando:

- a) $1,48 \leq \rho/\theta \leq 1,50$ para $\rho > 1$
- b) Para $\rho < 1$ se recomienda utilizar la fórmula de Allievi.

Nota.- Con fines prácticos de diseño, para cierre lento y tubería elástica se recomienda usar $K = 1,5$ en vez de $K=2$ (fórmula de Michaud)

Conclusiones

El peligro del golpe de ariete es tanto mayor:

- a) Cuanto mayor sea la longitud de la tubería.
- b) Cuanto mayor sea la velocidad del líquido en la tubería. Se recomienda $V < 7$ m/s.
- c) Cuanto más rápido sea el cierre de la válvula.

8.5. ESPESORES DE LAS TUBERÍAS FORZADAS

Deberá resistir las presiones máximas que se van a presentar. En la figura se muestra la mitad de una tubería de pared delgada ($\delta < D/10$) sometida a una presión interior "p".

Se observa que las fuerzas. dF_H se eliminan mutuamente.

Para una longitud unitaria de tubería:

$$dF_V = p dA = p (r d\phi \text{ sen}\phi)$$

$$\text{Entonces } F_V = \int_0^{\pi/2} p r \text{ sen}\phi d\phi = p r$$

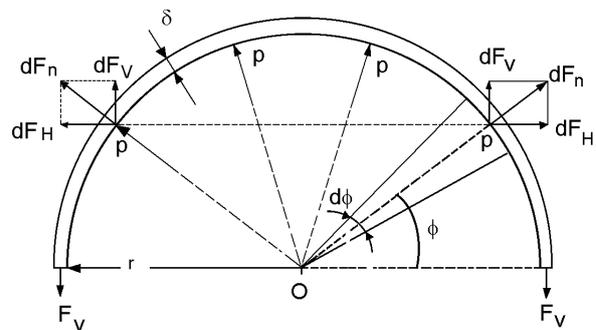


Fig. 8.3. Simbología para la determinación del espesor de la tubería forzada. (Figura tomada de la referencia 3)

Si $f_s = \sigma_y$ es el esfuerzo de trabajo o resistencia específica del material, $F_V = f_s \delta$

entonces: $p r = f_s \delta$, de donde: $\delta = p r / f_s = p D / 2 f_s$

Si se considera el efecto de remaches o soldaduras en la tubería, entonces

$$\delta = \frac{p D}{2 f_s C_s}$$

donde $C_s = 1$ para tuberías sin costuras; y, 0,5 para cualquier otro caso

$f_s = 2,4 \times 10^7 \text{ Kg/m}^2$ para acero de alta resistencia.

$= 8 \times 10^6 \text{ Kg/m}^2$ para acero común.

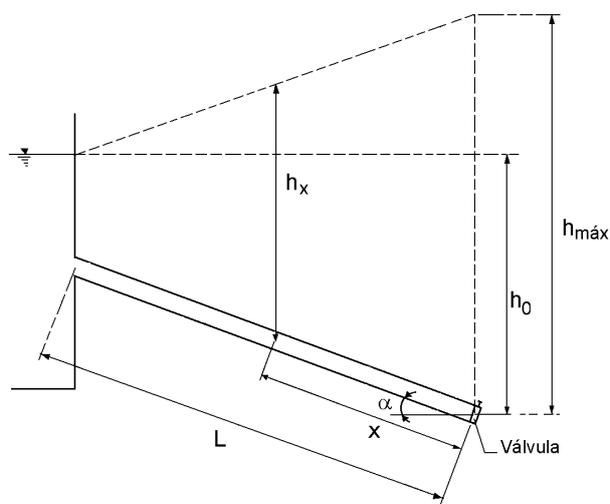
P – es el valor de la presión del fluido al interior del tubo, que debe incluir el valor de la sobrepresión por efecto del golpe de ariete.

Por otro lado, el espesor mínimo de la tubería que garantiza la suficiente rigidez para el transporte cuando está vacía es:

$$\delta_{\text{mín}} = \frac{D(\text{mm}) + 1000}{400} \text{ mm}$$

Nota.- Los espesores comerciales δ de las tuberías son: 5, 8, 12, 16, 20, 30, 40, 50 mm.

8.6. PRESIONES A LO LARGO DE LA TUBERÍA FORZADA



El conocimiento de la distribución de presiones a lo largo de la tubería forzada permite diseñar tramos con diferentes espesores y diámetros.

Para conocer la presión a una distancia X metros de la válvula se usa la siguiente fórmula:

$$h_x = \frac{L - X}{L} (h_{\max} - h_o) + h_o - X \operatorname{sen} \alpha$$

Fig. 8.4. Esquema para el cálculo de las presiones a lo largo de las tuberías forzadas.

O, si se busca una sección en la que hay una presión h_x :

$$X = \frac{h_{\max} - h_x}{\left(\frac{h_{\max} - h_o}{L} + \operatorname{sen} \alpha \right)}$$

Una vez conocida la distribución de presiones se puede diseñar:

- Tramos de tuberías con diferentes espesores conocidas las longitudes de los tramos deseados.
- Tramos de tuberías de diferentes longitudes conocidos los espesores de tuberías disponibles; en este último caso se calculan las presiones que pueden soportar las tuberías con el siguiente método gráfico:

Método Gráfico

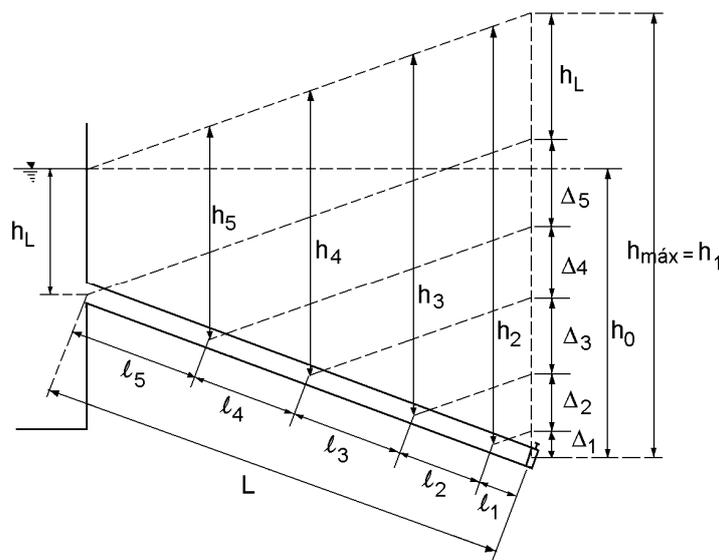


Fig. 8.5. Método gráfico para determinar las longitudes de tuberías con espesores conocidos.

De la ecuación
$$p_i = \frac{2 f_s C_s \delta_i}{D} = \gamma h_i \quad \Rightarrow \quad h_i = \frac{2 \sigma_Y \delta_i}{\gamma D}$$

Con:

$$\Delta_1 = h_1 - h_2$$

$$\Delta_2 = h_2 - h_3$$

$$\Delta_3 = h_3 - h_4$$

Los valores Δ se acotan en la línea vertical que parte de la válvula marcando la presión máxima; y desde estos puntos se trazan paralelas a la línea superior. La intersección de estas líneas con la tubería indica la localización y longitud de los tramos buscados.

Ejemplo 1

Para los datos de una central hidroeléctrica que se indican, calcule el valor de la sobrepresión a causa del golpe de ariete:

$$V = 10 \text{ m/s} \quad C = 1\,000 \text{ m/s} \quad L = 1\,000 \text{ m}$$

$$t_c = 16 \text{ s} \quad h_0 = 200 \text{ m}$$

Solución:

De la fórmula de Joukowski se tiene:

$$\Delta h = \frac{C V}{g} = \frac{1000 \times 10}{9,806} = 1019,78 \text{ m} \dots \text{para cierre ins tan táneo}$$

De la fórmula de Michaud, para un factor $K = 2$, se tiene:

$$\Delta h = K \frac{L V}{g t_c} = 2 \frac{1000 \times 10}{9,806 \times 16} = 127,42 \text{ m}$$

Y como: $\frac{\rho}{\theta} = \frac{2,55}{8} = 0,32 < 1,1$ según Nechleva, debería ser correcto el resultado antes obtenido.

Pero si se aplican las ecuaciones de Allievi, el máximo valor de la sobrepresión es $\Delta h_{\text{máx}} = 74,66 \text{ m}$.

Es decir; la fórmula de Michaud da un error de $127,42 \text{ m} - 74,66 \text{ m} = 52,76 \text{ m}$ que corresponde a un 26% de la carga h_0 ; error inadmisibile, sin duda.

Ejemplo 2

Una tubería forzada tiene los siguientes datos:

$$L = 2\,000\text{ m} \quad D = 6\text{ m (acero)} \quad t_c = 18\text{ s} \quad f_s = \sigma_Y = 1\,460\text{ kg/cm}^2$$

$$h_0 = 200\text{ m} \quad V = 6,5\text{ m/s} \quad C = 1\,000\text{ m/s}$$

Calcule:

- El espesor mínimo de la tubería y verificar la celeridad de la onda.
- Para el mismo espesor del inciso a, si $L = 1\,200\text{ m}$ ¿Cuál es el tiempo mínimo de cierre que puede resistir?
- Si $\delta = 2\text{ pulg}$, ¿cuánto vale $t_{c\text{min}}$ para los datos originales y la celeridad real?

Solución:

- La sobrepresión por el golpe de ariete será:

$$\Delta h = K \frac{LV}{g t_c} = 1,5 \frac{2000 \times 6,5}{9,806 \times 18} = 110,47\text{ m}$$

La presión máxima que soportará la tubería en la válvula es:

$$h_{\text{máx}} = h_0 + \Delta h = 200 + 110,47 = 310,47\text{ m}$$

$$\text{entonces } p_{\text{máx}} = \gamma h_{\text{máx}} = 9806 \times 310,47 = 3\,044\,468,82\text{ N/m}^2$$

$$\text{El espesor de la tubería: } \delta = \frac{p D}{2 f_s C_s} = \frac{3044468,82 \times 6}{2 (1460 \times 9,806 \times 100^2) \times 1} = 0,064\text{ m} = 64\text{ mm}$$

El espesor mínimo que garantiza el transporte es:

$$\delta_{\text{mín}} = \frac{D(\text{mm}) + 1000}{400}\text{ mm} = \frac{6000 + 1000}{400} = 17,5\text{ mm}$$

Luego, se utilizará una tubería de espesor 64 mm

$$\text{Verificando la celeridad de la onda de presión: } C = \frac{10\,000}{\sqrt{50 + 0,4 \frac{D}{\delta}}}\text{ m/s} = \frac{10\,000}{\sqrt{50 + 0,4 \frac{6}{0,064}}} = 1069,04\text{ m/s}$$

- Para $\delta = 0,064\text{ m}$ y $L = 1\,200\text{ m}$ el tiempo mínimo de cierre será:

$$t_c = K \frac{LV}{g \Delta h} = 1,5 \frac{1200 \times 6,5}{9,806 \times 110,47} = 10,8\text{ s}$$

c) Para $\delta = 2 \text{ pulg} = 0,0508 \text{ m}$, la presión máxima que la tubería puede soportar es:

$$p = \frac{2\delta f_s C_s}{D} = \frac{2 \times 0,0508 \times (1460 \times 9,806 \times 100^2) \times 1}{6} = 2\,424\,304,69 \text{ N/m}^2$$

equivalente a $h_{\text{máx}} = 247,23 \text{ m}$ de columna de agua.

Por tanto, la sobrepresión es: $\Delta h = h_{\text{máx}} - h_0 = 247,23 - 200 = 47,23 \text{ m}$

El tiempo de cierre de la válvula será:

$$t_c = K \frac{LV}{g \Delta h} = 1,5 \frac{2\,000 \times 6,5}{9,806 \times 47,23} = 42,10 \text{ s}$$

Ejemplo 3

Se desea conocer las posibilidades de una tubería de presión de acero al ser sometida al golpe de ariete, bajo las condiciones indicadas:

$$D = 2 \text{ m} \quad h_0 = 600 \text{ m} \quad \sigma_Y = 2\,200 \text{ Kg/cm}^2 \quad \delta = 1 \frac{1}{2}'' \quad L = 1\,600 \text{ m}$$

Determine:

- $Q_{\text{máx}}$ si se desea cerrar en 5 segundos.
- El tiempo de cierre mínimo si $Q = 3 Q_{\text{máx}}$.
- La longitud máxima de la tubería si para el gasto de a) se desea cerrar en 2 segundos.

Solución:

a) La altura de presión máxima que la tubería puede soportar es: $h_{\text{máx}} = h_0 + \Delta h = \frac{2 \sigma_Y \delta_{\text{máx}}}{\gamma D}$

$$\text{donde } \Delta h = \frac{2 LV}{g t_c} = \frac{2 \times 1600 V}{9,806 \times 5} = 65,27 V$$

$$\text{Reemplazando se tiene } 600 + 65,27 V = \frac{2 \times (2\,200 \times 10^4 \times 9,806) \times (1,5 \times 0,0254)}{9806 \times 2} = 838,2$$

Resolviendo se halla $V = 3,65 \text{ m/s}$

Luego, el caudal resulta $Q = V A = 3,65 \left(\pi x^2 / 4 \right) = 11,47 \text{ m}^3 / \text{s}$

b) Para $Q = 3 Q_{\text{máx}} = 3 \times 11,47 = 34,41 \text{ m}^3 / \text{s}$, entonces la velocidad en la tubería es:

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{34,41}{\pi x^2 / 4} = 10,95 \text{ m/s}$$

Y la sobrepresión en la tubería es $\Delta h = 2 \frac{L V}{g t_c} = \frac{2 \times 1600 \times 10,95}{9,806 t_c} = \frac{3573,32}{t_c}$

La máxima altura de presión es ahora $h_{\text{máx}} = h_0 + \Delta h = 600 + \frac{3573,32}{t_c} = \frac{2 \sigma_Y \delta_{\text{máx}}}{\gamma D} = 838,2$

de donde: $t_c = 15 \text{ s}$.

c) Para $t_c = 2 \text{ s}$ y $Q = 11,47 \text{ m}^3 / \text{s}$ la sobrepresión en la tubería será:

$$\Delta h = \frac{2 L V}{g t_c} = \frac{2 \times L \times 3,65}{9,806 \times 2} = 0,372 L$$

Entonces $h_{\text{máx}} = h_0 + \Delta h = 600 + 0,372 L = \frac{2 \sigma_Y \delta_{\text{máx}}}{\gamma D} = 838,2$

de donde se obtiene: $L = 640,32 \text{ m}$

Ejemplo 4

Una tubería de presión sujeta al golpe de ariete tiene los siguientes datos:

$$L = 825 \text{ m} \quad f_s = 2600 \text{ kg/cm}^2 \quad C = 1100 \text{ m/s} \quad D = 2,60 \text{ m}$$

$$\alpha = 60^\circ \quad h_0 = 755 \text{ m} \quad V = 6,5 \text{ m/s} \quad t_c = 3,2 \text{ s}$$

Calcule:

- Los espesores mínimos para tres tramos de igual longitud.
- Si se tiene en stock tuberías con espesores 1", 2", y 2 1/4" determine las longitudes de los tramos con esos espesores.

Solución:

a) La sobrepresión por el golpe de ariete usando la fórmula de Michaud es:

$$\Delta h = \frac{2 L V}{g t_c} = \frac{2 \times 6,5 \times 825}{9,806 \times 3,2} = 341,8 \text{ m}$$

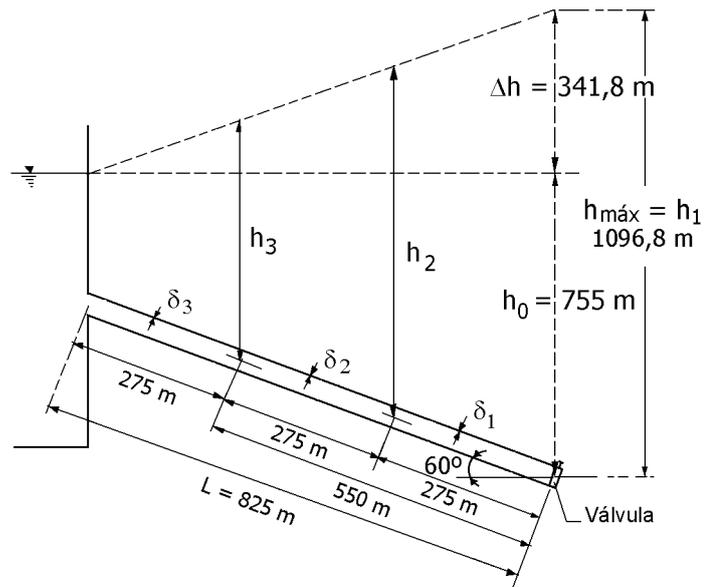
La máxima altura de presión resulta $h_{m\acute{a}x} = h_0 + \Delta h = 755 + 341,8 = 1\,096,8\text{ m}$

La longitud de la tubería forzada se divide en tres tramos de igual longitud, es decir en segmentos de 275m cada uno.

La altura de presión h_i correspondiente al punto más bajo de cada tramo se calcula según:

$$h_x = \frac{L-X}{L}(h_{m\acute{a}x} - h_0) + h_0 - X \operatorname{sen}\alpha$$

Así: $h_1 = h_{m\acute{a}x} = 1\,096,8\text{ m}$



$$h_2 = \frac{825 - 275}{825}(1096,8 - 755) + 755 - 275 \operatorname{sen}60^\circ = 744,71\text{ m}$$

$$h_3 = \frac{825 - 550}{825}(1096,8 - 755) + 755 - 550 \operatorname{sen}60^\circ = 392,62\text{ m}$$

Y el espesor correspondiente a cada tramo se calcula según: $\delta_i = \frac{\gamma D h_i}{2 \sigma_y C_s}$, $i = 1, 2, 3$

$$\text{Luego, } \delta_1 = \frac{9\,806 \times 2,60 \times 1\,096,8}{2 (2\,600 \times 10^4 \times 9,806) \times 1} = 0,055\text{ m}; \quad \delta_2 = \frac{9\,806 \times 2,60 \times 744,71}{2 (2\,600 \times 10^4 \times 9,806) \times 1} = 0,037\text{ m}$$

$$\delta_3 = \frac{9\,806 \times 2,60 \times 392,62}{2 (2\,600 \times 10^4 \times 9,806) \times 1} = 0,020\text{ m}$$

b) Se requiere ahora conocer las longitudes de los tramos donde se pueden colocar los espesores de 1" (0,0254 m), 2" (0,0508 m) y 2 1/4" (0,0572 m).

Las máximas alturas de presión que pueden soportar estos espesores: $h_i = \frac{2 \sigma_y C_s \delta_i}{\gamma D}$

$$h_1 = \frac{2 (2600 \times 10^4 \times 9,806) \times 1 \times 0,0572}{9806 \times 2,6} = 1144 \text{ m};$$

$$h_2 = \frac{2 (2600 \times 10^4 \times 9,806) \times 1 \times 0,0508}{9806 \times 2,6} = 1016 \text{ m}$$

$$h_3 = \frac{2 (2600 \times 10^4 \times 9,806) \times 1 \times 0,0254}{9806 \times 2,6} = 508 \text{ m}$$

Las ubicaciones X_i de estos tramos, medidas desde la válvula se calculan con:

$$X_i = \frac{h_{\text{máx}} - h_{X_{i+1}}}{\left(\frac{h_{\text{máx}} - h_0}{L} + \text{sen}\alpha \right)}$$

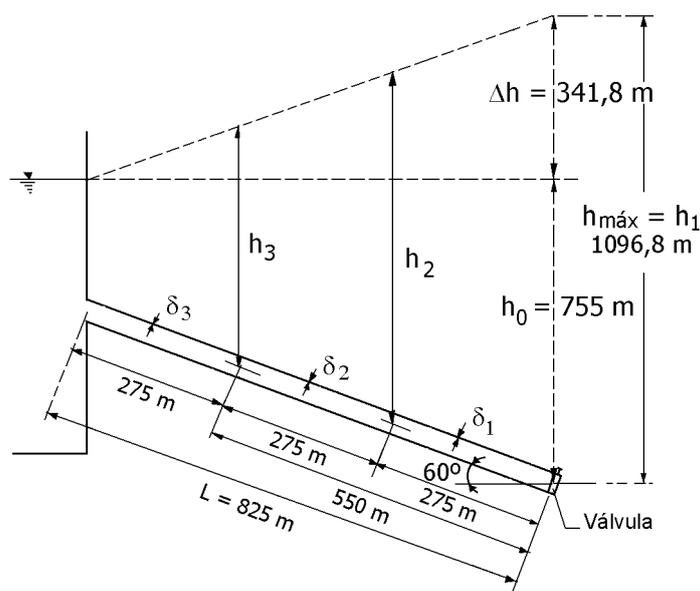
Reemplazando valores se tiene:

$$X_1 = \frac{1096,8 - 1016}{\left(\frac{1096,8 - 755}{825} + \text{sen}60^\circ \right)} = 63,11 \text{ m}; \quad X_2 = \frac{1096,8 - 508}{\left(\frac{1096,8 - 755}{825} + \text{sen}60^\circ \right)} = 459,9 \text{ m}; \quad \text{y} \quad X_3 = 825 \text{ m}$$

Luego, las longitudes de los tramos serán:

$$L_1 = X_1 = 63,11 \text{ m}; \quad L_2 = X_2 - X_1 = 459,9 - 63,11 = 396,79 \text{ m}$$

$$\text{y} \quad L_3 = X_3 - X_2 = 825 - 459,9 = 365,1 \text{ m}$$



Problemas Propuestos

8.1. Una tubería de presión de acero tiene las siguientes características:

$$D = 1,25 \text{ m} \quad Q = 4 \text{ m}^3/\text{s} \quad \delta = 1/2'' \quad L = 200 \text{ m} \quad h_0 = 210 \text{ m}$$

Calcule:

- La $h_{\text{máx}}$ que puede resistir la tubería.
- El tiempo de cierre mínimo por efecto del golpe de ariete.

$$h_{\text{máx}} = 377,95 \text{ m}; \quad T_c \text{ mín} = 6,3 \text{ s}$$

8.2. Una tubería sujeta a los efectos del golpe de ariete tiene los siguientes datos:

$L = 2000 \text{ m}$; diám. de la tubería = 6 m ; material de tubería: acero común; $h_0 = 200 \text{ m}$; velocidad en la tubería = $6,5 \text{ m/s}$; $C = 1000 \text{ m/s}$; $f_s = 1460 \text{ Kg/cm}^2$; $T_c = 18\text{s}$.

Calcule:

- El espesor mínimo de la tubería y verifique la celeridad.
- Para el espesor anterior, si la longitud de la tubería es $L = 1200 \text{ m}$ ¿Cuál es el tiempo mínimo de cierre que puede resistir?
- Si $\delta = 2$ pulgadas. ¿Cuánto vale T_c mínimo. para los datos originales y la celeridad real?

$$\delta_{\text{mín}} = 5,96 \text{ cm}; \quad T_c \text{ mín} = 10,8 \text{ s}; \quad T_c = 29,73\text{s}$$

IV. MATERIALES Y MÉTODOS

Dado que este trabajo está referido a la elaboración de un texto y no a una investigación tipo experimental, este ítem no se considera.

V. RESULTADOS

Teniendo en consideración los objetivos trazados para la elaboración de este texto, cuales son: reforzar la formación académica de los estudiantes y presentar técnicas y estrategias de solución de problemas del campo de las turbomáquinas, es que no se ha escatimado esfuerzo alguno en la redacción de este trabajo. Se han dedicado muchas horas de trabajo para tratar de abordar los temas con objetividad, con claridad y sobre todo con simplicidad pero sin pérdida de nivel. En tal sentido, se espera que resulte en un material de consulta que satisfaga los requerimientos de los estudiantes.

VI. DISCUSIÓN

El estudio de las turbomáquinas hidráulicas es un campo mucho más amplio que el que se abordó en este texto. Queda pendiente incluir dentro de este mismo texto, o en otro similar, el estudio de otra categoría de turbomáquinas, las máquinas generadoras, conocidas ampliamente con la denominación de bombas y ventiladores. Hasta donde se pudo abarcar en este texto quedará como uno más de los que actualmente están disponibles para el conocimiento y tratamiento de las turbomáquinas hidráulicas.

VII. REFERENCIALES

1. DIXON S.L.- HALL C.A. Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery. Oxford: Ed. Elsevier Inc., Sixth edition, 2010.
2. FERNÁNDEZ DÍEZ, PEDRO. Turbinas Hidráulicas. España: Editorial de la Universidad de Cantabria, primera edición, 2003.
3. GARDEA VILLEGAS, HUMBERTO. Aprovechamientos eléctricos y de Bombeo. Méjico: Editorial trillas, Primera edición, 1992.
4. JARA TIRAPEGUI, WILFREDO. Máquinas Hidráulicas. Lima: Fondo Editorial INIFIM. Primera edición, 1998.
5. MATAIX PLANA, CLAUDIO. Turbomáquinas Hidráulicas. Madrid: Editorial ICAI, segunda edición, 1975.
6. MATAIX PLANA, CLAUDIO. Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas. Méjico: Editorial Harla. Segunda edición, 1982.

7. QUANTZ, L. Motores Hidráulicos. Barcelona: Editorial Gustavo Gili, primera edición, 1982.
8. RAMA S. R, GORLA- AIJAZ A, KHAN. Turbomachinery: design and theory. New York: Editorial Marcell Dekker, Inc., décima impresión, 2003.
9. TURTON, R. K. Principles of Turbomachinery. Londres: Editorial Chapman & Hall - Londres, segunda edición. 1995.
10. ZOPPETTI JUDEZ, GAUDENCIO. Centrales Hidroeléctricas. Barcelona: Editorial G. Gili, segunda edición, 1974.

VIII. APÉNDICE

Este trabajo no contiene Tablas o Cuadros propios de un Trabajo de Investigación.

IX. ANEXOS



Temperatura (°C)	Densidad (Kg/m ³)	Peso específico (N/m ³)	Viscosidad dinámica μ (Kg/m s)	Viscosidad cinemática ν (m ² /s)
0	999.80	9804.04	178,7x10 ⁻⁵	1,787x10 ⁻⁶
2	999.90	9805.02	167.1	1.671
4	1000.00	9806.00	156.2	1.562
6	999.90	9805.02	146.4	1.464
8	999.80	9804.04	137.6	1.375
10	999.70	9803.06	130.5	1.307
12	999.40	9800.12	122.6	1.227
14	999.20	9798.16	116.1	1.163
16	998.90	9795.21	110.4	1.106
18	998.50	9791.29	105.2	1.053
20	998.20	9788.35	100.2	1.004
22	997.70	9783.45	95.5	0.957
24	997.20	9778.54	91.1	0.914
26	996.60	9772.66	87.2	0.875
28	996.10	9767.76	83.4	0.837
30	995.70	9763.83	79.7	0.801
32	994.90	9755.99	76.4	0.768
34	994.20	9749.13	74.1	0.745
36	993.40	9741.28	70	0.705
38	992.80	9735.40	68	0.685
40	992.20	9729.51	65.3	0.658
45	990.20	9709.90	59.8	0.604
50	988.00	9688.33	54.8	0.554
55	985.70	9665.77	50.5	0.512
60	983.20	9641.26	46.7	0.475
65	980.60	9615.76	43.4	0.443
70	977.80	9588.31	40.4	0.413
75	974.80	9558.89	37.8	0.388
80	971.80	9529.47	35.5	0.365
85	968.60	9498.09	33.4	0.345
90	965.30	9465.73	31.5	0.326
95	961.80	9431.41	29.8	0.310
100	958.40	9398.07	28.2	0.295
150	916.90	8991.12	18.6	0.205
200	864.60	8478.27	13.6	0.161
250	799.20	7836.96	10.9	0.140
300	712.40	6985.79	8.91	0.132

Tabla. PROPIEDADES DEL AGUA A 1 ATM DE PRESION (Datos tomados de la referencia 3)

T (°C)	Pv (bar)	T (°C)	Pv (bar)	T (°C)	Pv (bar)
0	0.006108	36	0.05940	73	0.3543
0.01	0.006112	37	0.06274	74	0.3696
1	0.006566	38	0.06624	75	0.3855
2	0.007055	39	0.06991	76	0.4019
3	0.007575	40	0.07375	77	0.4189
4	0.008129	41	0.07777	78	0.4365
5	0.008718	42	0.08198	79	0.4547
6	0.009345	43	0.08639	80	0.4736
7	0.010012	44	0.09100	81	0.4931
8	0.010720	45	0.09582	82	0.5133
9	0.011472	46	0.10086	83	0.5342
10	0.012270	47	0.10612	84	0.5557
11	0.013116	48	0.11162	85	0.5780
12	0.014014	49	0.11736	86	0.6011
13	0.014965	50	0.12335	87	0.6249
14	0.015973	51	0.12961	88	0.6495
15	0.017039	52	0.13613	89	0.6749
16	0.018168	53	0.14293	90	0.7011
17	0.019362	54	0.15002	91	0.7281
18	0.02062	55	0.15741	92	0.7561
19	0.02196	56	0.16511	93	0.7849
20	0.02337	57	0.17313	94	0.8146
21	0.02485	58	0.18147	95	0.8453
22	0.02642	59	0.19016	96	0.8769
23	0.02808	60	0.19920	97	0.9094
24	0.02982	61	0.2086	98	0.9430
25	0.03166	62	0.2184	99	0.9776
26	0.03360	63	0.2286	100	1.0133
27	0.03564	64	0.2391	101	1.0500
28	0.03778	65	0.2501	102	1.0878
29	0.04004	66	0.2615	103	1.1267
30	0.04241	67	0.2733	104	1.1668
31	0.04491	68	0.2856	105	1.2080
32	0.04753	69	0.2984		
33	0.05029	70	0.3116		
34	0.05318	71	0.3253		
35	0.05622	72	0.3396		

1bar = 10⁵ N/m²

Tabla. PRESION DE VAPOR DEL AGUA EN FUNCION DE LA TEMPERATURA (Datos tomados de la referencia 3)

