

Mecánica de los fluidos -- 2010

MOVIMIENTOS IRROTACIONALES I

EJERCICIO N°1:

Se considera el movimiento plano irrotacional incompresible de un fluido perfecto dado por el siguiente potencial (en coord. cilíndricas): (r, θ)

$$\phi = \frac{q}{2\pi} \ln r$$

$$\psi = \frac{q}{2\pi} \theta$$

$$\phi = \frac{q}{2\pi} \ln r$$

a) Hallar el campo de velocidades y el de presiones (sin fuerzas de masa) e interpretar dicho movimiento como el generado por una fuente puntual ubicada en O , de gasto

q por unidad de altura.

b) Realizar el estudio local del campo de velocidades del movimiento en un punto P tal que $OP = r$; hacer un croquis.

EJERCICIO N°2:

Se considera el movimiento estacionario, plano, irrotacional, de un fluido perfecto incompresible de densidad ρ , en

ausencia de fuerzas de masa, generado

por la superposición de los campos de

velocidades de un movimiento uniforme

de velocidad: $-v_0 \mathbf{e}_1$ ($v_0 > 0$) y del de una

fente puntual ubicada en O de gasto

unitario q ($q > 0$).

a) Hallar el campo de velocidades.

Mostrar que existe un punto A de

Ox , que se determinará, donde la

velocidad es nula. Realizar el estudio local del campo de velocidades en un

entorno de A y efectuar un croquis del mismo.

b) Hallar la función de corriente Ψ y deducir las ecuaciones de las líneas de flujo.

c) Sea la ecuación: $r^2 = 2a^2 \cos 2\theta$

$$r^2 = 2a^2 \cos 2\theta$$

$$q \sin \theta = v_0 r \cos \theta$$

$$\tan \theta = \frac{v_0 r}{q}$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{v_0 r}{q} \right), \text{ o bien: } \theta = \arctan \left(\frac{v_0}{q/r} \right)$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{v_0}{q/r} \right)$$

$$q \text{ y } v_0 = \theta$$

$$\tan \theta = \frac{v_0 r}{q}$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{v_0 r}{q} \right)$$

Mostrar que se trata de la ecuación de una línea de flujo que incluye, además de Ox , una curva (C) que pasa por A y que tiene, para $x \rightarrow -\infty$, dos asíntotas paralelas de la forma: $y = \pm c$, que se determinarán.

Mostrar entonces que el movimiento puede considerarse como el generado por una corriente de velocidad uniforme: $-v_0 \mathbf{e}_1$, en el infinito, en presencia de un cuerpo impermeable limitado por la curva (C) , ocupando el fluido la región (H) indicada en la figura.

d) Hallar el campo de presiones conociendo la presión p_0 en el infinito. Determinar la diferencia de presiones entre los puntos A y B (ver figura).

EJERCICIO N° 3:

Un fluido perfecto e incompresible de densidad ρ

describe, en ausencia de fuerzas de masa y en un referencial inercial un movimiento plano estacionario, cuyo campo de velocidades está dado por:

$$\mathbf{v} = v_1 \mathbf{e}_1 + v_2 \mathbf{e}_2$$

$$v_1 = \frac{\Gamma}{2\pi} \left(\frac{y}{x^2 + y^2} \right)$$

$$v_2 = -\frac{\Gamma}{2\pi} \left(\frac{x}{x^2 + y^2} \right)$$

$$\Gamma > 0.$$

- a) Mostrar que el movimiento es irrotacional e incompresible (se observará que $\mathbf{v}$ es suma de velocidades de movimientos conocidos, que llamaremos movimientos parciales). Mostrar que, limitado a la zona $x \geq 0$, el movimiento puede considerarse como el producido por un torbellino puntual de centro A y circulación Γ en presencia de una pared impermeable ubicada en $x=0$. Hallar el campo de presiones conociendo la presión p_0 en el punto O . Calcular la diferencia de presiones Δp entre los puntos $O(0,0)$ y $C(a,2a)$.
- b) Observar que los movimientos parciales son **dinámicamente posibles** y hallar los respectivos campos de presiones a menos de las constantes aditivas correspondientes. ¿El campo de presiones del movimiento compuesto es suma de los campos de presiones de los movimientos parciales (a menos de constantes aditivas)?
- c) Sea $\mathbf{e}_3 = \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{e}_2$. Probar que $\mathbf{e}_3 \wedge \mathbf{v} = -\nabla \psi$, y determinar la función escalar ψ .
- d) Probar que el movimiento dado en (a) es **dinámicamente posible** también si el referencial se mueve con velocidad angular ω constante alrededor del eje $(O, \mathbf{e}_3)$. determinar el nuevo campo de presiones y calcular en este caso la diferencia de presión $(\Delta p)'$ entre O y C .