Aplicaciones Financieras de Excel con Matemáticas Financieras

1. Introducción

No sabemos a ciencia cierta cuando aparecieron, pero de lo que si estamos seguros es que la Matemática Financiera es una derivación de las matemáticas aplicadas que estudia el valor del dinero en el tiempo y que a través de una serie de modelos matemáticos llamados criterios permiten tomar las decisiones más adecuadas en los proyectos de inversión.

El lector debe establecer y analizar el concepto de Matemática Financiera, así como sus principios y elementos básicos. Del mismo modo, debe relacionar el estudio de las matemáticas financieras con la práctica empresarial.

Para la solución de los ejemplos, casos y ejercicios aplicamos en forma combinada las fórmulas y las funciones financieras de Excel o simplemente la función, siguiendo un proceso básico:

Identificación y ordenamiento de los datos,

Aplicación de la fórmula o fórmulas y,

Empleo de las funciones financieras de Excel.

Cuando operamos con porcentajes, lo hacemos en su expresión decimal (0.20), por ejemplo 20% = 0.20 (20/100), que es la forma correcta de trabajar con las fórmulas.

Los resultados de las operaciones lo expresamos generalmente con cinco o cuatro decimales, en el caso de los factores o índices. Las respuestas finales de los ejercicios vienen con dos decimales. En ambos casos los resultados son redondeados por exceso o por defecto.

Las funciones financieras más utilizadas en la obra son:

PER (tasa;pago;va;vf;tipo); PAGO (tasa;nper;va;vf;tipo);

TASA (nper;pago;va;vf;tipo;estimar); VA (tasa;nper;pago;vf;tipo);

VF (tasa;nper;pago;va;tipo) y la opción Buscar Objetivo del menú herramientas, entre otras.

2. Capitalización y descuento

Consideramos dos tipos de interés: el interés simple y el interés compuesto.

3. Interés Simple

Una operación financiera es a interés simple cuando el interés es calculado sobre el capital (o principal) original y para el período completo de la transacción. En otras palabras, no hay capitalización de intereses.

Nomenclatura básica:

Símbolo Significando

VA Capital, principal, Valor Actual expresado en unidades monetarias

VF Capital más el interés, monto, Valor Futuro expresado en unidades monetarias

j Tasa nominal o la tasa de interés anual

t Número de años, tiempo,

m Número de capitalizaciones por año

n Número de períodos de composición

i Tasa periódica

TEA Tasa Efectiva Anual

VAN Valor Actual Neto

TIR Tasa Interna de Retorno

C Anualidad o cuota uniforme

VA Valor presente de una anualidad

VF Valor futuro de una anualidad

ia Tasa de interés anticipada

iv Tasa de interés vencida

UM Unidad Monetaria

3.1. Conceptos básicos

Los empresarios que obtienen dinero prestado tienen que pagar un **interés (I)** al propietario o a la entidad financiera por usar su dinero.

La cantidad prestada es el **capital** o **principal (VA o P)**, la suma de ambos (capital más interés) recibe el nombre de **monto (VF)**; el período de tiempo acordado para la devolución del préstamo es el **plazo (n)**.

El interés cobrado es proporcional tanto al capital como al período del préstamo, está expresado por medio de una **tasa de interés (i)**. Para la teoría económica, el interés es el precio del dinero.

Cuando sólo pagan intereses sobre el principal, es decir, sobre la totalidad del dinero prestado, se denomina **interés simple**.

Fórmula del interés simple:

El interés es el producto de los tres factores, capital (VA), tiempo (n) y tasa (i), así tenemos:

[1] $I = VA\ n\ i$ [1A] $I = VF - VA$

Que viene a ser la fórmula o ecuación para calcular el interés simple.

EJERCICIO 1 (Calculando el interés simple)

Una Caja Rural, paga el 6% sobre los depósitos a plazos. Determinar el pago anual por interés sobre un depósito de UM 18,000.

Solución:

VA = 18,000; n = 1; i = 0.06; I = ?

[1] **I** = 18,000*1*0.06 = UM 1,080

Respuesta:

La Caja Rural paga anualmente sobre este depósito la suma de UM 1,080.

EJERCICIO 2 (Préstamo a MYPES)

Un Banco obtiene fondos al costo de 12% y presta a los microempresarios al 58.6% anual, ganándose así el 46.6% bruto. Si los ingresos anuales que obtuvo de esta forma fueron de UM 500,000, ¿cuánto dinero prestó?

Solución

I = 500,000; n = 1; i = 0.466; VA = ?

[1] 500,000 = VA*1*0.466 despejamos VA:

$$VA = \frac{500{,}000}{0.466} = \text{UM } 1'072{,}961.37$$

Respuesta:

El Banco prestó UM 1’072,961.37

EJERCICIO 3 (Calculando el plazo de una inversión)

Una entidad financiera invirtió UM 250,000 al 17.6% en hipotecas locales y ganó UM 22,000. Determinar el tiempo que estuvo invertido el dinero.

Solución

VA = 250,000; I = 22,000; i = 0.176; n = ?

Despejamos n de la fórmula [1] ***I = VA*n*i***

$n = \frac{I}{VAi}$ Sustituyendo cantidades:

$$n \quad \frac{22{,}000}{250{,}000*0.176} = \frac{22{,}000}{44{,}000} = 1/2 \text{ año}$$

-

Respuesta:

El dinero estuvo invertido durante medio año.

EJERCICIO 4 (Calculando la tasa i de interés)

Si una empresa hipotecaria tiene invertido UM 320,000 durante 3½ años a interés simple y obtiene en total UM 146,250 de ingresos, ¿cuál es la tasa de interés?.

Solución

I = 146,250; VA = 320,000; n = 3.5; i = ?

Despejamos i de la fórmula [1] ***I = VA*n*i***:

$i = \frac{I}{VA*n}$, sustituimos las cantidades conocidas:

$$i = \frac{146{,}250}{320{,}000*3.5} = 0.13$$

Respuesta:

La empresa hipotecaria obtuvo el 13% sobre su inversión.

3.2. Monto

El monto es la suma obtenida añadiendo el interés al capital, esto es:

MONTO = CAPITAL + INTERES

Reemplazando en [1] por sus respectivos símbolos, obtenemos la fórmula general para el monto:

$$[2] \quad VF = VA(1+n*i)$$

Fórmula para el monto (VF) a interés simple de un capital ***VA****, que devenga interés a la tasa* ***i*** *durante* ***n*** *años.*

De donde:

$$[3] \quad VA = \frac{VF}{(1 + n \cdot i)} \qquad [4] \quad i = \frac{\frac{VF}{VA} - 1}{n}$$

$$[4A] \quad i = \frac{VF - VA}{VA} \qquad [5] \quad n = \frac{\frac{VF}{VA} - 1}{i}$$

4. Tipos de plazos de los intereses

Generalmente conocemos dos tipos de plazos:

a) Interés Comercial o Bancario. Presupone que un año tiene 360 días y cada mes 30 días.

b) Interés Exacto. Tiene su base en el calendario natural: un año 365 o 366 días, y el mes entre 28, 29, 30 o 31 días.

El uso del año de 360 días simplifica los cálculos, pero aumenta el interés cobrado por el acreedor, es de uso normal por las entidades financieras.

La mayoría de ejercicios en la presente obra consideran el año comercial; cuando utilicemos el calendario natural indicaremos operar con el interés exacto.

EJERCICIO 5 (Interés Simple Comercial)

Jorge deposita UM 2,300, en una libreta de ahorros al 9% anual, ¿cuánto tendrá después de 9 meses?.

1º Expresamos la tasa en meses: 0.09/12 = 0.0075, mensual:

Solución:

VA = 2,300; i = 0.0075; n = 9; VF = ?

2º Aplicamos la fórmula [2] y Excel:

[2] ***VF*** = 2,300 [1 + (0.0075*9)] = UM 2,455.25

	A	B	C
1	VA	2,300	Fórmula
2	i	0.0075	
3	n	9	
4	VF	2,455.25	=B1*(1+(B2*B3))
5	I	155	=B4-B1

Respuesta:

El valor futuro es UM 2,455.25

EJERCICIO 6 (Interés Simple Exacto)

Un pequeño empresario, con utilidades por UM 5,000 los deposita en una libreta de ahorros en un banco al 9.7% anual. Calcular cuanto tendrá al final de 8 meses.

1º Expresamos el plazo en años: (8 meses por 30 días = 240 días)

240/365 = 0.6575 años

Solución:

VA = 5,000; i = 0.097; n = 0.6575; VF = ?

2º Aplicamos la fórmula (2) y Excel:

[2] ***VF*** = 5,000 *[1 + (0.097*0.6575)] = UM 5,318.89

	A	B	C
1	VA	5,000	Fórmula
2	i	0.0970	
3	n	0.6575	
4	VF	5,318.89	=B1*(1+(B2*B3))

Respuesta:

El pequeño empresario tendrá al final de los 8 meses UM 5,318.89

5. Descuentos

Es una operación de crédito llevada a cabo principalmente en instituciones bancarias y consiste en que estas adquieren letras de cambio, pagarés, facturas, etc. de cuyo valor nominal descuentan una suma equivalente a los intereses que devengaría el documento entre la fecha recibida y la fecha de vencimiento. Anticipan el valor actual del documento.

La formula para el cálculo del descuento es:

[6] $\boldsymbol{D = VN * n * d}$

Donde:

D = descuento

VF o **VN** = valor del pagaré o documento (monto), valor nominal

d = tasa de descuento

n = número de períodos hasta el vencimiento del pagaré

Otras fórmulas del descuento:

Despejando de la fórmula [6] tenemos:

[7] $\boldsymbol{VN = VA + D}$

[8] $\boldsymbol{VA = VN - D}$

[9] $\boldsymbol{D = VN - VA}$

Sustituimos el valor de VF en la formula [6]:

$\boldsymbol{D = [VA + D]n*d}$

D =VA*b*d + D*n*d y pasando el segundo termino tenemos D – D*n*d = VA*n*d

D(1 - dt) = VAnd por lo cual:

[10] $\boldsymbol{D} = \dfrac{\boldsymbol{VA} * \boldsymbol{n} * \boldsymbol{d}}{(1 - \boldsymbol{n} * \boldsymbol{d})}$

EJERCICIO 7 (Pagaré)

Tenemos un pagaré por UM 185,000, girado el 15/09/03 y con vencimiento al 15/11/03, con una tasa de descuento de 50% anual. Determinar el descuento y el valor actual del documento.

Solución:

VN = 185,000; n = 2 meses; d = (0.50/12) = 0.0417; D = ?; VA = ?

[6] $\boldsymbol{D} = 185{,}000 \times 2 \times 0.041666 =$ UM 15,416.64

[8] $\boldsymbol{VA} = 185{,}000 - 15{,}416.67 =$ UM 169,583.33

Respuesta:

El descuento es de UM 15,416.64 y el valor actual del documento es de UM 169,583.33.

EJERCICIO 8 (Descuento de pagaré)

Una empresa descuenta un pagaré y recibe UM 20,000. Si la tasa de descuento es del 66% anual y el vencimiento es en tres meses después del descuento. ¿Cuál era el valor nominal del documento en la fecha de vencimiento?.

Solución:

VA = 20,000; d = (0.66/12) = 0.055; n = 3; VF = ?

[10] $\boldsymbol{D} = \dfrac{20{,}000 \times 3 \times 0.055}{(1 - 3 \times 0.055)} =$ UM 3,300

[7] ***VF =*** 20,000 + 3,300 = UM 23,300

Respuesta:

El valor nominal (VF) del documento en la fecha de vencimiento es UM 23,300.

EJERCICIO 9 (Descuento de letra)

Una empresa descuenta una letra por la cual recibe UM 2,520. Si la tasa de descuento es de 66% y el valor nominal de UM 2,950. ¿Cuánto tiempo faltaba para el vencimiento de la obligación?.

Solución:

VN = 2,950; VA = 2,520; d = (0.66/12) = 0.055; D = ?

[9] ***D*** = 2,950 - 2,520 = UM 430.00

Despejando n de la fórmula (6) ***D = VN** *n*i* obtenemos:

$$\boldsymbol{n} = \frac{430}{2{,}950 \times 0.055} = 2.6502 \text{ meses} \qquad 0.6502*30 = 19.51 \text{ días}$$

Respuesta:

Faltaba para el vencimiento 2 meses y 20 días.

6. Valor del dinero en el tiempo

El tiempo (plazo) es fundamental a la hora de establecer el valor de un capital.

Una unidad monetaria hoy vale más que una unidad monetaria a ser recibida en el futuro. Una UM disponible hoy puede invertirse ganando una tasa de interés con un rendimiento mayor a una UM en el futuro. Las matemáticas del valor del dinero en el tiempo cuantifican el valor de una UM a través del tiempo. Esto, depende de la tasa de rentabilidad o tasa de interés que pueda lograrse en la inversión.

El valor del dinero en el tiempo tiene aplicaciones en muchas áreas de las finanzas el presupuesto, la valoración de bonos y la valoración accionaria. Por ejemplo, un bono paga intereses periódicamente hasta que el valor nominal del mismo es reembolsado.

Los conceptos de valor del dinero en el tiempo están agrupados en dos áreas: el valor futuro y valor actual. El valor futuro (VF - Capitalización) describe el proceso de crecimiento de una inversión a futuro a una tasa de interés y en un período dado. El valor actual (VA - Actualización) describe el proceso de un flujo de dinero futuro que a una tasa de descuento y en un período representa UM de hoy.

6.1. Valor futuro de un flujo único

El valor futuro de un flujo único representa la cantidad futura, de una inversión efectuada hoy y que crecerá si invertimos a una tasa de interés específica. Por ejemplo, si el día de hoy depositamos UM 100 en una libreta de ahorros que paga una tasa de interés de 9% compuesto anualmente, esta inversión crecerá a UM 109 en un año. Esto puede mostrarse como sigue:

Año 1: UM 100(1 + 0.09) = UM 109

Al final de dos años, la inversión inicial habrá crecido a UM 118.81. Como vemos la inversión ganó UM 9.81 de interés durante el segundo año y sólo ganó UM 9 de interés durante el primer año. Así, en el segundo año, ganó no sólo interés la inversión inicial de UM 100 sino también los UM 9 al final del primer año. Esto sucede porque es una tasa de interés compuesta.

6.2. El Interés compuesto

El interés compuesto es una fórmula exponencial y en todas las fórmulas derivadas de ella debemos operar únicamente con la tasa efectiva. La tasa periódica tiene la característica de ser a la vez efectiva y nominal, ésta tasa es la que debemos utilizar en las fórmulas del interés compuesto.

Con el interés compuesto, pagamos o ganamos no solo sobre el capital inicial sino también sobre el interés acumulado, en contraste con el interés simple que sólo paga o gana intereses sobre el capital inicial.

Una operación financiera es a interés compuesto cuando el plazo completo de la operación (por ejemplo un año) está dividido en períodos regulares (por ejemplo un mes) y el interés devengado al final de cada uno de ellos es agregado al capital existente al inicio. Así, el interés ganado en cada período percibirá intereses en los periodos sucesivos hasta el final del plazo completo. Su aplicación produce intereses sobre intereses, conocido como: la capitalización del valor del dinero en el tiempo.

La tasa de interés en el ejemplo anterior es 9% compuesto anualmente. Esto significa que el interés paga anualmente. Así tenemos que en nuestra libreta de ahorros al final del primer año tendremos UM 109 (el principal más los intereses), en el segundo año este saldo aumenta en 9%. Arrojando al final del segundo año un saldo de UM 118.81 que puede computarse como sigue:

Año 2		(09 (1+0.09))	= 118.81	ó
		100 (1+0.09)(1+0.09)	= 118.81	ó
		100 $(1+0.09)^2$	= 118.81	

Y así sucesivamente:

Año 3		(118.81(1+0.09))	= 129.50	ó
	100	(1+0.09) (1+0.09) (1+0.09)	= 129.50	ó
	100	$(1+0.09)^3$	= 129.50	

Como vemos, un modelo matemático va manifestándose con mucha nitidez. El Valor Futuro de una inversión inicial a una tasa de interés dada compuesta anualmente en un período futuro es calculado mediante la siguiente expresión:

[11] $\boldsymbol{VF} = \boldsymbol{VA}(1+\boldsymbol{i})^n$

[12] $\boldsymbol{VA} = \dfrac{\boldsymbol{VF}}{(1+\boldsymbol{i})^n}$ [13] $\boldsymbol{i} = \sqrt[n]{\dfrac{\boldsymbol{VF}}{\boldsymbol{VA}}} - 1$ [14] $\boldsymbol{n} = \dfrac{\log \dfrac{\boldsymbol{VF}}{\boldsymbol{VA}}}{\log(1+\boldsymbol{i})}$

[15] $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{VA}\left\langle(1+\boldsymbol{i})^n\right\rangle - 1$ [16] $\boldsymbol{I} = \boldsymbol{VF} - \boldsymbol{VA}$

Que no es otra cosa, que la fórmula general del interés compuesto para el período ***n*** de composición. En las matemáticas financieras es fundamental el empleo de la fórmula general del interés compuesto para la evaluación y análisis de los flujos de dinero.

Las ecuaciones derivadas de la fórmula [11] (para inversión y recuperación en un sólo pago) son:

El tipo de interés (***i***) y el plazo (***n***) deben referirse a la misma unidad de tiempo (si el tipo de interés es anual, el plazo debe ser anual, si el tipo de interés es mensual, el plazo irá en meses, etc.). Siendo indiferente adecuar la tasa al tiempo o viceversa.

Al utilizar una tasa de interés mensual, el resultado de ***n*** estará expresado en meses.

EJERCICIO 10 (Calculando el VF)

Calcular el VF al final de 5 años de una inversión de UM 20,000 con un costo de oportunidad del capital de 20% anual.

Solución:

VA = 20,000; n = 5; i = 0.20; VF = ?

[11] $\boldsymbol{VF} = 20{,}000(1+020)^5 =$ UM 49,766.40

Aplicamos la función financiera VF:

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.20	5		-20,000		49,766.40

-

Respuesta:

El VF al final de los 5 años es UM 49,766.40

EJERCICIO 11 (Calculando el VF a partir del VA)

Yo tengo un excedente de utilidades de UM 1,000 y los guardo en un banco a plazo fijo, que anualmente me paga 8%; ¿cuánto tendré dentro de 3 años?

Solución:

VA = 1,000; n = 3; i = 0.08; VF = ?

Indistintamente aplicamos la fórmula y la función financiera VF:

[11] $\boldsymbol{VF} = 1{,}000(1 + 0.08)^3 = \text{UM } 1{,}259.71$

Sintaxis

VF(tasa;nper;pago;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.08	3		-1,000		1,259.71

Respuesta:

El monto al final de los 3 años es UM 1,259.71

EJERCICIO 12 (Calculando el VA a partir del VF)

Inversamente, alguien nos ofrece UM 5,000 dentro de 3 años, siempre y cuando le entreguemos el día de hoy una cantidad al 10% anual. ¿Cuánto es el monto a entregar hoy?

Solución:

VF = 5,000; n = 3; i = 0.10; VA = ?

Aplicamos la fórmula y/o la función financiera VA:

[12] $\boldsymbol{VA} = \frac{5{,}000}{(1+0.10)^3} = \text{UM } 3{,}756.57$

Sintaxis

VA(tasa;nper;pago;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.10	3		-5,000		3,756.57

Respuesta:

El monto a entregar el día de hoy es UM 3,757.57

EJERCICIO 13 (Calculando el tipo de interés *i*)

Determinar la tasa de interés aplicada a un capital de UM 25,000 que ha generado en tres años intereses totales por UM 6,500.

Solución:

(VF = 25,000 + 6,500)

i = ?; VA = 25,000; n = 3; I = 6,500; VF = 31,500

Aplicando la fórmula [13] o la función TASA, tenemos:

$$[13]\quad i = \left(\sqrt[3]{\frac{31,500}{25,000}}-1\right) = 0.0801$$

Sintaxis

TASA(**nper**;**pago**;**va**;vf;tipo;estimar)

Nper	Pago	VA	VF	TASA
3		25,000	-31,500	0.0801

Respuesta:

La tasa de interés aplicada es de 8% anual.

EJERCICIO 14 (Calculando el tiempo o plazo *n*)

Calcular el tiempo que ha estado invertido un capital de UM 35,000, si el monto producido fue UM 56,455 con un interés de 9 %.

Solución

VA = 35,000; VF = 56,455; i = 0.09; n = ?

Aplicando la fórmula [14] o la función NPER, tenemos:

$$[14]\quad n = \frac{\log\frac{56,455}{35,000}}{\log(1+0.09)} = 5.5478 \text{ años}$$

0.5478*12 = 6.5736 meses
0.5736*30 = 17 días

Sintaxis

NPER(**tasa**; **pago**; **va**; vf; tipo)

Tasa	Pago	VA	VF	Tipo	*n*
0.09		35,000	-56,455		5.5478

Respuesta:

El tiempo en que ha estado invertido el capital fue de 5 años, 6 meses y 17 días.

6.3. Valor actual de un flujo único

El valor actual, es el valor de las unidades monetarias de hoy. El proceso de calcular los valores actuales a una tasa específica de Interés es conocido como descuento.

La tasa de interés con el que determinamos los valores actuales es la tasa de descuento, cuando el dinero proviene de fuentes externas y costo de oportunidad cuando la inversión proviene de recursos propios.

Por ejemplo:

El valor actual de UM 100 a ser recibido dentro de un año es UM 91.74, si la tasa de descuento es 9% compuesto anualmente tenemos:

Cálculos a valor futuro:

Un año $91.74(1 + 0.09) = 100$ ó

$$91.74 = \frac{100}{(1+0.09)}$$

La ecuación de valor futuro la utilizamos para describir la relación entre el valor actual y el valor futuro. Así, el valor actual de UM 100 a ser recibido dentro de dos años es UM 84.17 a la tasa de descuento de 9%.

Dos años $84.17(1 + 0.09)^2$ = UM 100 ó

$84.17 = 100/(1 + 0.09)^2$

Como vemos el modelo matemático derivado de la fórmula del interés compuesto utilizada es el del valor actual. Ecuación que nos permite calcular el valor actual de un flujo de caja futuro dado la tasa de descuento en un período determinado de tiempo.

EJERCICIO 15 (Calculando el VA)

Determinar el valor actual de UM 100 a ser recibido dentro de 3 años a partir de hoy si la tasa de interés es 9%.

Solución:

VF = 100; n = 3; i = 0.09; VA = ?

Aplicando al flujo la fórmula 12 o la función financiera VA, tenemos:

$$[12] \quad VA = \frac{100}{1.09^3} = \text{UM } 77.2183$$

Sintaxis

VA(tasa;nper;pago;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.09	3		-100		77.2183

Respuesta:

El VA al final de los 3 años es UM 77.22

7. Flujos variables

7.1. Valor actual de un flujo variable

El valor actual de un flujo variable es igual a la suma de los valores actuales de cada uno de estos flujos. Para comprender esto, suponga una inversión en que las promesas de pago de UM 100 dentro de un año y UM 200 dentro de dos años es hoy; si un inversionista tiene que decidir entre estas dos opciones, al inversionista le resultaría indiferente, elegir entre las dos opciones, asumiendo que las inversiones son de igual riesgo, es decir, la tasa de descuento es la misma. Esto es porque los flujos futuros que el inversionista recibiría hoy carecen de riesgo y tienen el mismo valor bajo cualquier alternativa. Sin embargo, sí la inversión tuviera una tasa de descuento de 12%, el valor actual de la inversión puede encontrarse como sigue:

Valor actual de la inversión

$$VA = \frac{100}{(1+0.12)} + \frac{100}{(1+0.12)^2}$$

$\boldsymbol{VA}$ = 89.29 + 79.72 = UM 169.01

La siguiente ecuación puede emplearse para calcular el valor actual de un flujo futuro de caja:

$$[17] \quad VA = \sum_{t=0}^{n} \frac{FC_t}{(1+i)^t}$$

Dónde:

VA = Valor actual del flujo de caja

FCt = Flujo de caja (ingresos menos egresos) de t = 0 a n

i = Tasa de descuento,

t = El período que va de cero a n

n = El último período del flujo de caja

EJERCICIO 16 (Calculando el VA de un flujo variable de caja)

Calcule el valor actual del siguiente flujo de caja considerando una tasa de descuento de 15%:

AÑOS	0	1	2	3	4
FC		500	700	700	900

Solución: (Aplicamos sucesivamente la fórmula (12) ó (17):

$$[17]\quad \boldsymbol{VA}=\frac{500}{(1+0.15)^{1}}+\frac{700}{(1+0.15)^{2}}+\frac{700}{(1+0.15)^{3}}+\frac{900}{(1+0.15)^{4}}=\ \text{UM}\ 1{,}938.9225$$

Aplicando la función VNA tenemos:

Sintaxis

VNA(tasa;valor1;valor2; ...)

0	1º	2º	3º	4º	VNA
	500	700	700	900	1,938.9225

Respuesta:

El valor actual del flujo de caja es UM 1,938.92

8. Las anualidades

Una anualidad es un flujo de caja en el que los flujos de dinero son uniformes (es decir, todos los flujos de dinero son iguales) y los movimientos de dinero ocurren a un intervalo regular. Los flujos de dinero de la anualidad son los pagos de la anualidad o simplemente pagos. El nombre de anualidad es utilizado como una generalización sobre el tema, no siempre son períodos anuales de pago. Algunos ejemplos de anualidades son:

1. Pagos mensuales por renta

2. Cobro quincenal o semanal por sueldo

3. Abonos quincenales o mensuales por pago de un préstamo.

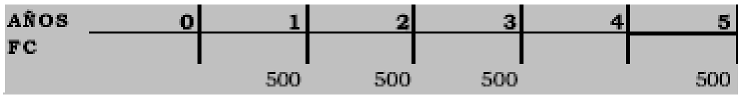
4. Pagos anuales de primas de pólizas de seguro de vida, etc.

Flujo de una anualidad

AÑOS	0	1	2	3	4	5
FC		500	500	500	500	500

No es una Anualidad

El flujo no es una anualidad porque al 4to año se interrumpen para reiniciarse al 5to.



Cuando el flujo de caja es de una anualidad, el proceso de cálculo del valor actual y del valor futuro de un flujo de dinero se simplifica enormemente.

Las anualidades son:

Vencidas. Las anualidades vencidas, ordinarias o pospagables son aquellas en las cuales los pagos son hechos a su vencimiento, es decir, al final de cada periodo.

Ejemplo, el pago de salarios a los empleados, el trabajo es primero, luego el pago.

Anticipadas. Las anualidades anticipadas o prepagables se efectúan al principio de cada periodo.

Las anualidades prepagables son el resultado de capitalizar un período el VA o VF las pospagables multiplicándolas por (1 + i). Es decir, utilizamos las mismas fórmulas del VA o VF de las anualidades pospagables, multiplicando el resultado por (1 + i).

8.1. Valor actual de una anualidad

El valor actual de una anualidad es igual a la suma de los valores actuales de los pagos de la anualidad. Esto puede calcularse a través de la siguiente ecuación:

, con esta fórmula obtenemos:

[18] $\boldsymbol{VA} = \boldsymbol{C}\left\langle \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right\rangle$, con esta fórmula obtenemos:

[19] $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{VA}\left\langle \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right\rangle$

[20] $\boldsymbol{n} = \frac{\log\left\langle 1 - \left\langle \frac{VA}{C} \right\rangle i \right\rangle}{\log\left\langle \frac{1}{(1+i)} \right\rangle}$

Donde:

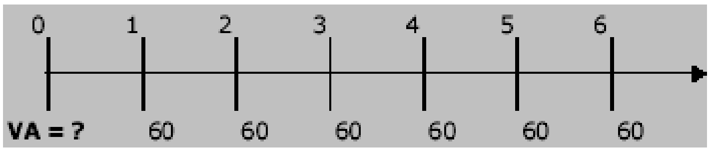
VA = Valor actual de la anualidad

C = Pago de una anualidad

i = Interés o tasa de descuento

En las fórmulas de anualidades de VA y VF, la tasa de interés no puede ser despejada, por lo cual debe obtenerse por ensayo y error. Por esta razón en el presente libro, para obtener la tasa de interés utilizamos la función TASA cuando operamos con flujos uniformes y la función TIR cuando operamos con flujos variables.

Cuando estamos frente a un perfil de flujos iguales para cada período, es posible hacer una formulación que nos de el Valor Actual de los flujos de una sola vez obviando el cálculo del descuento flujo por flujo. De esta forma de cálculo son las Anualidades. Ejemplo:



Si usamos el método de descuento flujo por flujo y lo descontamos al 15% por período tendríamos los valores indicados en el cuadro y después lo comparamos con el método abreviado a través de la fórmula y la función VA:

Periodo n	Flujo VF	[12] $VA = \frac{VF}{(1+i)^n}$	Valor VA
1	60	$60/(1+0.15)^1$	52.17
2	60	$60/(1+0.15)^2$	45.37
3	60	$60/(1+0.15)^3$	39.45
4	60	$60/(1+0.15)^4$	34.31
5	60	$60/(1+0.15)^5$	29.83
6	60	$60/(1+0.15)^6$	25.94
		Valor Actual Neto (**VAN**)	227.07

Aplicando la fórmula [18] o la función VA:

$$[18] \quad \boldsymbol{VA} = 60\left\langle\frac{(1+0.15)^6-1}{0.15(1+0.15)^6}\right\rangle = \text{UM } 227.07$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.15	6	-60			227.07

Como podemos observar, con los tres métodos obtenemos resultados iguales.

EJERCICIO 17 (Calculando el VA de una anualidad pospagable)

Tenemos una anualidad de UM 500 anual, durante cinco años vencidos. Si la tasa de descuento es igual a 13%, ¿cuál es el VA de la anualidad?

Solución:

C = 500; n = 5; i = 0.13; VA = ?

Aplicando la fórmula (18) o la función VA, tenemos:

$$[18]\quad \boldsymbol{VA} = 500\left\langle \frac{(1+0.13)^{5}-1}{0.13(1+i0.13^{5}} \right\rangle = \text{UM } 1{,}758.62$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.13	5	-500			1,758.62

Respuesta:

El VA de los cinco pagos iguales es UM 1,758.62.

EJERCICIO 18 (La mejor elección)

Usted gana la lotería. Cuando va a cobrar, los ejecutivos de la lotería le proponen lo siguiente: cobrar hoy UM 500,000 ó UM 3,000 mensuales durante los próximos 25 años. ¿Qué elige Ud.?

Solución:

VA = 500,000; i = ?

En este caso, primero determinamos la tasa de interés, que nos permita descontar las cuotas mensuales y compararlo con los UM 500,000 que recibiríamos el día de hoy. El dinero hoy vale más que en el futuro. Asumamos una inflación del 6% anual proyectada para los próximos 25 años. (i = 0.06/12 = 0.005)

i = 0.005; C = 3,000; n = (5*12) = 300; i = 0.005; VA = ?

Aplicamos la fórmula [18] o la función VA:

$$[18]\quad \boldsymbol{VA} = 3{,}000\left\langle \frac{(1+0.005)^{300}-1}{0.005(1+0.005)^{300}} \right\rangle = \text{UM } 465{,}620.59$$

Sintaxis

VA(**tasa**;**nper**;**pago**;vf;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VF	Tipo	VA
0.005	300	-3,000			465,620.59

Respuesta:

El VA de las 300 cuotas mensuales de UM 3,000 descontadas a la tasa de inflación del 6% anual es UM 465,620.59 inferior a los UM 500,000 que cobraríamos hoy, en consecuencia, nuestra decisión será cobrar la loterías hoy.

EJERCICIO 19 (Calculando el VA de una anualidad prepagable)

El dueño de una MYPE contrae una deuda para saldarla en cinco pagos iguales de UM 26,913 al inicio de cada año, con una tasa de interés de 45.60% anual. Calcular el valor actual de esta obligación.

Solución:

C = 26,913; n = 5; i = 0.456 ; VA = ?

Aplicando el concepto de las anualidades prepagables en la fórmula (18) y la función VA multiplicamos el resultado de la fórmula por (1 + i) y la función a operamos con tipo = 1:

$$[18]\quad VA = 26{,}913\left(\frac{(1+0.456)^{5}-1}{0.456(1+0.456)^{5}}\right)*(1+0456) = \text{UM } 72{,}800$$

Respuesta:

El valor actual prepagable de ésta operación es UM 72,800, considera el pago anticipado de cada cuota anual.

EJERCICIO 20 (Calculando el incremento anual)

En 1978 el franqueo de un sobre a Europa era de UM 10. En el 2003 colocar por correo la misma carta cuesta UM 70. ¿Que incremento anual en el franqueo de una carta experimentó durante este tiempo?

Solución (n = 2003 - 1978)

C = 10; VA = 70; n = (2003 - 1978) = 25; i = ?

Aplicando la función TASA obtenemos:

Sintaxis

TASA(nper;pago;va;vf;tipo;estimar)

Nper	Pago	VA	VF	TASA
25	10	-70		0.1371

Respuesta:

El incremento anual es 13.71%

EJERCICIO 21 (Calculando la tasa de interés de una anualidad)

Una inversión de UM 120,000 hoy, debe producir beneficios anuales por un valor de UM 45,000 durante 5 años. Calcular la tasa de rendimiento del proyecto.

Solución:

VA = 120,000; C = 45,000; n = 5; i = ?

Sintaxis

TASA(nper;pago;va;vf;tipo;estimar)

Nper	Pago	VA	VF	TASA
5	45,000	-120,000		0.2541

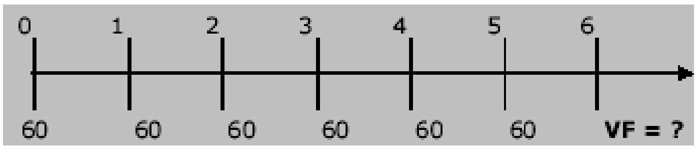
Respuesta:

La tasa anual de rendimiento del proyecto es 25.41%

8.2. Valor Futuro de una anualidad

Al tratar el cálculo de las anualidades, determinábamos el valor de los flujos en valor actual o del momento cero. También es posible emplear esta misma formulación y plantear por ejemplo, cuánto tendré ahorrado en un momento futuro si depositara una determinada cantidad igual período a período, dada una cierta tasa de interés por período. Es decir, lo que estamos haciendo es constituir un fondo.

Anteriormente calculamos el valor actual de una serie de pagos futuros. Lo que ahora buscamos, como monto futuro, es una expresión que responda al siguiente perfil financiero:



Partimos depositando una suma ahora y hacemos lo mismo con igual monto hasta el período n-1 y con la misma tasa de interés por cada período.

La fórmula del valor futuro de la anualidad y las derivadas de ella son:

$$[21]\quad VF = C\left\langle\frac{(1+i)^n-1}{i}\right\rangle \quad [22]\quad C = VF\left\langle\frac{i}{(1+i)^n-1}\right\rangle \quad [23]\quad n = \frac{\log\left\langle\left\langle\frac{VF}{C}*i\right\rangle+1\right\rangle}{\log(1+i)}$$

El valor, depende sólo de las variables tasa de interés «i», igual para cada período y el valor correspondiente al número de periodos «n», para flujos realizados a comienzo de cada uno de ellos.

Las anualidades tienen la característica que siendo un pago constante en el caso de amortizar una deuda los intereses pagados en los primeros periodos son mayores, destinándose el excedente al pago de amortización de capital, el cual aumenta gradualmente, el interés posterior deberá calcularse sobre un menor monto de capital por la disminución o amortización de éste.

EJERCICIO 22 (Calculando el VF y el plazo de un ahorro)

Un microempresario deposita UM 2,500 ahora en una cuenta de ahorros que reconoce una tasa de interés del 1.8% mensual y considera retirar UM 390 mensuales, empezando dentro de 10 meses. ¿Calcular por cuánto tiempo podrá realizar retiros completos?

Solución:

VA = 2,500; i = 0.018; C = 390; n = 10; VF = ?; n = ?

1º Calculamos el VF de los UM 2,500 a 10 meses:

[11] **VF** = 2,500(1 + 0.018)10 = UM 2,988.2559

Sintaxis

VF(**tasa**;**nper**;**pago**;va;tipo)

Tasa	Nper	Pago	VA	Tipo	VF
0.018	10		-2,500		2,988.26

2º Calculamos el tiempo durante el cual podrá hacer retiros por UM 390 cada uno:

$$[23]\quad n = \frac{\log\left\langle\left\langle\frac{2,988.26}{390}\div 0.018\right\rangle+1\right\rangle}{\log(1+0.018)} = 7.2423 \text{ meses}$$

Sintaxis

NPER(**tasa**; **pago**; **va**; vf; tipo)

Tasa	Pago	VA	VF	Tipo	n
0.018	390		-2,988.26		7.2423

Respuesta:

A partir del mes 10 puede hacer retiros completos por 7 meses.

9. Las perpetuidades

Por definición significa duración sin fin. Duración muy larga o incesante.

A partir del valor actual (VA) de una anualidad C, que representa una serie de pagos, depósitos o flujo periódico uniforme para cada uno de estos periodos y efectuando algunas modificaciones podríamos derivar las perpetuidades. La característica de una perpetuidad es que el número de periodos es grande, de forma que el valor de los últimos flujos al descontarlos es insignificante. El valor de la anualidad de muchos términos, llamada perpetuidad, es calculada con la siguiente fórmula:

$$[24]\quad VAP = \frac{C}{i}$$

Las perpetuidades permiten cálculos rápidos para determinar el valor de instrumentos de renta fija (VAP) de muchos periodos. En este caso, «***C***» es el rendimiento periódico e «***i***» la tasa de interés relevante para cada período. Ejemplos de perpetuidades son también las inversiones inmobiliarias con canon de arrendamiento, dada la tasa de interés aproximamos el valor de la inversión (C).

Por lo general, la tasa de interés es casi siempre anual y el canon de arriendo es mensual, por lo cual deberá establecerse la tasa de interés equivalente (Ver definición y fórmula en el numeral 10, de este capítulo) para este período de tiempo. Otras aplicaciones importantes son las pensiones o rentas vitalicias.

EJERCICIO 23 (Perpetuidad)

Para que mis 2 hijos estudien becados en una universidad de prestigio, dentro de 10 años, es requisito fundamental -entre otros- depositar el día de hoy una suma de dinero en una institución financiera que paga mensualmente por ahorros de este tipo el 1.5% y que permite a la institución disponer de UM 2,500 mensuales a perpetuidad. ¿Cuánto debo depositar el día de hoy?.

Solución:

C = 2,500; i = 0.005; VAP = ?

$$[24]\quad \boldsymbol{VAP} = \frac{2{,}500}{0.015} = \text{ UM } 166{,}667$$

Respuesta:

Debo depositar el día de hoy UM 166,6667. Mensualmente el dinero gana UM 2,500 de interés. Este interés constituye la beca.

10. El interés

El **interés** (**I**) es el monto pagado por la institución financiera para captar recursos, igualmente es el monto cobrado por prestarlos (colocar). El interés es la diferencia entre la cantidad acumulada menos el valor inicial; sea que tratemos con créditos o con inversiones.

El **interés es un precio**, el cual expresa el valor de un recurso o bien sujeto a intercambio, es la renta pagada por el uso de recursos prestados, por período determinado.

Fórmulas utilizadas para el cálculo del interés I:

$$[1]\quad \boldsymbol{I = VA * n * i}$$

$$[16]\quad \boldsymbol{I = VF - VA}$$

$$[15]\quad \boldsymbol{I = VA}\left\{(1+i)^n - 1\right\}$$

[16] ***I* = *VF* - *VA***

10.1. La tasa de interés (*i*)

La tasa de interés es el precio del tiempo, mientras que la tasa de rentabilidad es el precio del tiempo cuando existe riesgo. La tasa de rentabilidad es el precio del tiempo más una prima por riesgo (precio del riesgo).

Calculamos la tasa de interés dividiendo el interés ***I*** recibido o pagado por período, por el monto inicial, *VA*; de modo que la tasa de interés será:

$$[13] \quad i = \sqrt[n]{\frac{VF}{VA}} - 1$$

El resultado obtenido con las fórmulas [13A] y [13B], representa la tasa de todo el período de composición. De aplicación cuando evaluamos préstamos e inversiones a interés simple (pago flat) y para casos de inversiones a interés compuesto aplicamos la fórmula [13], cuando tratamos con un solo pago. No es aplicable para el caso de las anualidades o flujos variables, en estos casos son de mucha utilidad las funciones financieras TASA (flujos uniformes) y TIR (flujos variables) de Excel.

10.2. Componentes de la tasa de interés

La tasa de **interés corriente** (**ic**), es la tasa del mercado, aplicado por los bancos y las entidades financieras; la tasa efectivamente pagada por cualquier préstamo. Tiene tres componentes o causas:

El efecto de la inflación):Φ(medida del aumento del nivel general de precios, valorada a través de la canasta familiar; notamos su efecto en la pérdida del poder adquisitivo de la moneda. A mayor inflación, mayor tasa de interés.

El efecto del riesgo, inherente al negocio o inversión. A mayor riesgo, mayor tasa de interés. Elemento de riesgo (**ip**).

La tasa real « ***i*** » propio del negocio, lo que el inversionista desea ganar, libre de riesgos e inflación. Rendimiento base. Generalmente los bonos del tesoro de EE.UU. son tomados como parámetro para la tasa libre de riesgo. Tasa de interés real (***i***).

11. Tasas de interés y descuento equivalente

En el mundo real, las tasas de interés son en más de un período por año. Por convención, las tasas de interés son en base anual. La tasa de interés expresada anualmente y con composición en más de una vez por año es la tasa nominal, es una tasa de interés simple; ignora el valor del dinero en el tiempo y la frecuencia con la cual capitaliza el interés.

Tasa periódica: Tasa de interés cobrada o pagada en cada período, por ejemplo, semanal, mensual o anual; tiene la característica de ser nominal y efectiva a la vez.

Tasa efectiva anual (TEA): La tasa que realmente paga o cobra por una operación financiera, incluye todos los costos asociados al préstamo o inversión. Si el interés capitaliza en forma trimestral, semestral, mensual, la cantidad efectivamente pagada o ganada es mayor que la compuesta en forma anual.

Interés anticipado (ia): Es el interés liquidado al inicio del período, cuando recibimos o entregamos dinero.

Interés vencido (iv): Liquidado al final del período, cuando recibimos o entregamos dinero.

Fórmulas de las Tasas de interés nominal, efectivo y equivalente:

Tasa Nominal j : [25] $j = i_{PERIODICA} * n$

Tasa Nominal j : [25A] $j = m\left\langle (1+i)^{1/m} \right\rangle - 1$

Tasa Efectiva Anual (TEA) i : [25B] $i = \left\langle \left(1+\frac{j}{m}\right\rangle\right)^{m} - 1$

Tasa periódica i : [26] $i_{PERIODICA} = \frac{j}{n}$

Tasa periódica i : [27] $i_{PERIODICA} = \left\langle \sqrt[n]{(1+i_{EFECTIVA})} \right\rangle - 1$

Tasa Efectiva Anual (TEA) : [28] $i_{EFECTIVA} = [1 + i_{PERIODICA}]^{n} - 1$

11.1. Tasas equivalentes

Dos tasas con diferentes periodos de capitalización serán equivalentes, si al cabo de un año producen el mismo interés compuesto.

Común en operaciones bancarias y también en el caso de bonos del tipo «cupón cero», el uso de la tasa de descuento (d) en vez de (o junto con) la tasa de interés, como referencia del rendimiento de la operación. Usar la tasa de descuento o la tasa de interés es puramente convencional y siempre podemos expresar una en términos de la otra.

Esto lo explicamos con las tasas equivalentes pagadas al vencimiento (iv) o por anticipado (ia).

Pactan muchas negociaciones en términos de interés anticipado y es deseable conocer cuál es el equivalente en tasas de interés vencido. Un ejemplo corriente, lo constituyen los préstamos bancarios y los certificados de depósito a término.

Cuando indican un pago de interés anticipado (***ia***), en realidad ello significa que -en el caso de un préstamo- recibe un monto menor al solicitado.

Tasa de interés vencida : [29] $iv = \frac{i_{ANTICIPADO}}{1 - i_{ANTICIPADO}}$

Tasa de interés anticipada [30] $ia = \frac{i_{VENCIDO}}{1 + i_{VENCIDO}}$

Estas dos fórmulas sólo son de aplicación a tasas periódicas.

<u>EJERCICIO 24</u> (Tasa nominal y tasa efectiva anual)

Tenemos una tarjeta de crédito cuya tasa de interés es 2.5% mensual. Determinar la tasa anual que realmente me cuesta.

<u>Solución</u>:

i = 0.025; n = 12; j = ?; TEA = ?

$$[25] \quad j = 0.025 * 12 = \quad 0.30 \quad ó \quad 30\%$$

$$[28] \quad i \text{ (TEA)} = [1+0.025]^{12} - 1 = \quad 0.3449 \quad ó \quad 34.49\%$$

Por demostración calculamos la tasa periódica a partir de la tasa nominal y TEA:

$$[26] \quad i_{PERIODICA} = \frac{30\%}{12} = \quad 2.5\%$$

$$[28] \quad i_{PERIODICA} = \left(\sqrt[12]{(1+0.3448888)}\right) - 1 = \quad 0.025 \quad ó \quad 2.5\%$$

Aplicando las funciones financieras de Excel:

Sintaxis

INT.EFECTIVO(int_nominal;núm_per_año)

int_nominal	núm_per_año	INT.EFECTIVO
0.30	12	0.3449

Sintaxis

TASA.NOMINAL (tasa_efectiva; núm_per)

tasa_efectiva	núm_per	TASA.NOMINAL
0.3449	12	0.30

Respuesta:

El costo nominal de la tarjeta de crédito es 30% y el costo real o Tasa Efectiva Anual (TEA) es 34.49%.

Caso típico de tasas equivalentes, 30% de tasa nominal es equivalente a 34.49% de tasa efectiva anual.

EJERCICIO 25 (Tasa anticipada y tasa vencida)

Una institución financiera paga por uno de sus productos el 18% anual y liquida trimestralmente por anticipado. Determine a cuánto equivale el interés trimestral vencido. j = 0.18

Solución:

$$[30] \quad i\alpha = \frac{0.18}{4} = 0.045 \quad ó \quad 4.5\% \text{ tasa periódica anticipada}$$

$$[29] \quad iv = \frac{0.045}{1\text{-}0.045} = \quad 0.04712 \; ó \quad 4.71\% \quad \text{tasa periódica vencida}$$

11.1. Tasas de interés en el Perú

Las Circulares del Banco Central de Reserva del Perú (BCRP) N° 006-91-EF/90 y N° 007-91-EF/90 del 11 de marzo de 1991, establecieron que a partir del 1° de abril de 1991 la Superintendencia de Banca y Seguros (SBS) debía calcular y publicar diariamente la Tasa Activa en Moneda Nacional (TAMN) y la Tasa Activa en Moneda Extranjera (TAMEX), así como los intereses aplicables a las diferentes operaciones fijadas en función a la TAMN y TAMEX, respectivamente. De acuerdo con dichas Circulares, la TAMN debe ser publicada en términos efectivos mensuales y la TAMEX en términos efectivos anuales.

La SBS también debe publicar las Tasas de Interés Legal, las cuales son fijadas por el BCRP según el Código Civil (artículos 1244° y 1245°) y utilizan cuando las partes no han acordado una tasa de interés con antelación. En dicha oportunidad, establecieron la Tasa de Interés Legal en moneda extranjera equivalente a la TAMEX y la de moneda nacional equivalente a la TAMN, TAMN + 1 y TAMN + 2, dependiendo del plazo del contrato.

Adicionalmente, dichas Circulares fijan la Tasa Efectiva de Interés Moratorio en 15% de la TAMN y 20% de la TAMEX, respectivamente. El interés moratorio es cobrado sólo cuando las partes hayan pactado y únicamente sobre el monto correspondiente al capital impago cuyo pago esté vencido.

Las tasas de interés utilizadas por las entidades financieras para los ahorros llamadas **operaciones pasivas** son la **TIPMN** (Tasa de interés pasiva promedio en moneda nacional) y la **TIPMEX** (Tasa de interés pasiva promedio en moneda extranjera).

Tasa de interés convencional compensatorio, cuando constituye la contraprestación por el uso del dinero o de cualquier otro bien. En operaciones bancarias está representada por la tasa activa para las colocaciones y la tasa pasiva para las captaciones que cobran o pagan las instituciones financieras.

Tasa de interés moratorio, cuando tiene por finalidad indemnizar la mora en el pago. No cumplimiento de una deuda en el plazo estipulado. Se cobra cuando ha sido acordada. Aplicable al saldo de la deuda correspondiente al capital.

Cuando la devolución del préstamo se hace en cuotas, el cobro del interés moratorio procede únicamente sobre el saldo de capital de las cuotas vencidas y no pagadas.

Tasa de interés legal, La tasa de interés legal en moneda nacional y extranjera, es fijada, según el Código Civil por el BCRP, cuando deba pagarse la tasa de interés compensatorio y/o moratoria no acordada; en este caso, el prestatario abonará el interés legal publicado diariamente por el BCRP en términos efectivos.

12. La Inflación y la Tasa de Interés

Como vimos al tratar los componentes de la tasa de interés, la Inflación es un alza sostenida en el nivel de precios, que hace disminuir el poder adquisitivo del dinero. De esta forma en un futuro con la misma cantidad de dinero compramos menos cantidades de bienes y servicios que en la actualidad.

EJERCICIO 26 (Precios en inflación)

Hoy un televisor cuesta UM 300 y está calculado que dentro de un año costará UM 400, en este caso decimos que el precio ha subido un 33%.

$\frac{400-300}{300}=0.3333$ ó 33.33% o también : $\frac{400}{300}-1=0.3333$

Si la cantidad disponible de dinero es UM 6,000, en el momento actual en que cada unidad vale UM 300, podemos comprar 20 unidades, pero en el momento futuro sólo es posible adquirir 15 unidades con UM 6,000, es decir, se ha perdido capacidad de compra o poder adquisitivo.

El interés ganado en un período de tiempo, lo expresábamos como una determinada tasa de interés «i» que aplicábamos sobre el capital inicial. Por lo tanto, <u>en ausencia de inflación, esta tasa de interés es «real»</u>, por cuanto explica el crecimiento habido en la capacidad de consumo. Frente a la presencia de un proceso inflacionario, debemos tener una tasa de interés mayor, que compense el efecto inflacionario y además recoja el interés real esperado, será por tanto una tasa «nominal», que incluye inflación e intereses:

j = Tasa Real + efecto inflacionario sobre capital e intereses

Veamos la determinación de la tasa de interés nominal a partir de un ejemplo, primero sin la presencia de inflación y después con una inflación esperada de 15%:

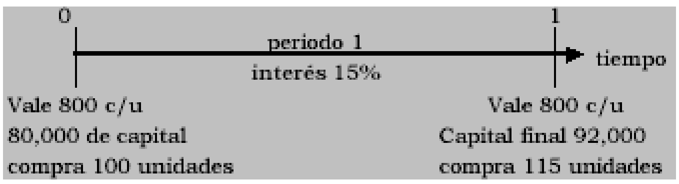
<u>EJERCICIO 27</u> (Tasa real de interés)

Un determinado bien actualmente vale UM 800. El costo de oportunidad por el uso del capital o rendimiento exigido es 15% por el período de un año; el capital disponible es UM 80,000.

<u>Situación sin Inflación</u>:

VA = 80,000; n = 1; i = 0.15; VF = ?

[11] ***VF*** = 80,000*1.15 = UM 92,000



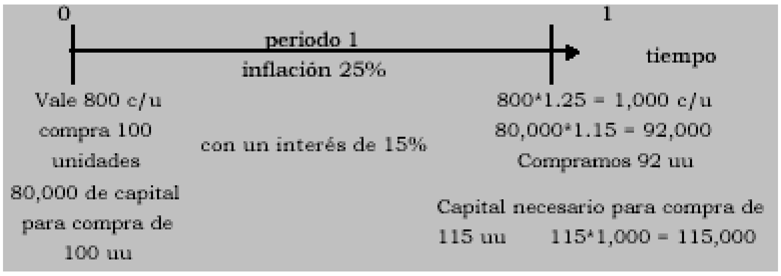
(11) $\boldsymbol{VF} = 80{,}000(1 + 0.15) = 92{,}000$

COMPRA: 92,000/800 = 115 unidades

En estas condiciones, sin inflación, el capital inicial de UM 80,000, con un precio por cada unidad de UM 800, permite comprar 100 unidades. Al ganar un 15% de intereses en el período, aumenta su capacidad de compra a 115 unidades (92,000/ 800 = 115 unidades).

):ΦVeamos a continuación la situación con inflación (

VA = 80,000; n = 1; F = 25%;



El crecimiento nominal del capital durante el período es de:

115,000 - 80,000 = 35,000

Crecimiento relativo del capital:

35,000 / 80,000 = 0.4375 ó 43.75%.

Esto significa que una tasa nominal de un 43.75% permite mantener el poder adquisitivo del capital y ganar intereses, también cubiertos del efecto inflacionario, que aumenten la capacidad real de consumo en un 10%, o bien ganarse realmente un 10%. Si actualmente compramos 100 unidades del bien, con esta tasa nominal de un 43.75%, podremos comprar al término del período 115 unidades. Así, la tasa de Interés Nominal debe recoger o sumar el interés del período de 15% más la tasa de inflación del período de 25% y más la tasa de Inflación sobre el Interés 25% por 15%:

Interés Nominal = 0.15 + 0.25 + (0.15 * 0.25) = 0.4375

$\boldsymbol{j}$ =Tasa Real + Inflación + Tasa Real x Inflac

13. Préstamo

Por definición, préstamo es el contrato en el que una de las partes (prestamista) entrega activos físicos, financieros o dinero en efectivo y la otra (prestatario) quien se compromete a devolverlos en una fecha o fechas determinadas y a pagar intereses sobre el valor del préstamo. El **préstamo** es la única alternativa que existe en el mundo de las inversiones y de la que todas las demás derivan.

Las alternativas más comunes de inversión, generalmente lo constituyen los distintos tipos de depósito que hacemos en los bancos: cuentas de ahorro, cuentas corrientes y plazo fijos. El banco reconoce un «interés» por nuestros depósitos (por el hecho de prestarle nuestro dinero), que los empleará para «prestárselo» a otras personas, empresas o gobierno. El banco intermedia, entonces, entre quienes tienen ahorros y los que necesitan fondos. El riesgo es la solvencia del banco para devolvernos el dinero prestado.

14. Sistema Financiero

Formado por el conjunto de instituciones financieras, relacionados entre si directa o indirectamente, cuya función principal es la intermediación, es decir, el proceso mediante el cual captan fondos del público con diferentes tipos de depósitos (productos pasivos) para colocarlos a través de operaciones financieras (productos activos) según las necesidades del mercado.

Conforman el Sistema Financiero Peruano 18 Bancos (16 bancos privados), 6 Financieras, 12 Cajas Rurales de Ahorro y Crédito, 6 Almaceneras, 13 Cajas Municipales de Ahorro y Crédito, 7 Empresas de Arrendamiento Financiero, 13 EDPYMES, 4 Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP), 17 Empresas de Seguros, 2 Cajas (Caja de Beneficios y Seguridad Social del pescador y Caja de Pensión Militar Policial) y 2 Derramas (Derrama de Retirados del Sector Educación y Derrama Magisterial).

14.1. Productos activos

1) El préstamo pagaré.- Es una operación a corto plazo (máximo un año), cuyas amortizaciones mensuales o trimestrales también pueden ser pagadas al vencimiento. Por lo general, son operaciones a 90 días prorrogables a un año con intereses mensuales cobrados por anticipado. Generalmente utilizado para financiar la compra de mercancías dentro del ciclo económico de la empresa (comprar-vender-cobrar).

2) El préstamo a interés.- Es una operación de corto a largo plazo, que puede ir desde uno hasta cinco años. Las cuotas son por lo general mensuales, pero también pueden ser negociadas y los intereses son cobrados al vencimiento. Este tipo de crédito es utilizado generalmente para adquirir bienes inmuebles, o activos que por el volumen de efectivo que representan, no es posible amortizarlo con el flujo de caja de la empresa en el corto plazo.

3) El leasing.- Operación mediante la cual, la institución financiera, adquiere bienes muebles o inmuebles de acuerdo a las especificaciones del arrendatario, quien lo recibe para su uso y preservación por períodos determinados, a cambio de la contraprestación dineraria (canon) que incluye amortización de capital, intereses, comisiones y recargos emergentes de la operación financiera. El contrato permite al arrendatario la adquisición del bien al final del período de arriendo, mediante el pago de un valor de rescate que corresponde al valor residual del bien.

4) El descuento.- Generalmente, el comercio de bienes y servicios no es de contado. Cuando la empresa vende a crédito a sus clientes, recibe letras de cambio por los productos entregadas. Cuando las empresas carecen de liquidez para adquirir nuevos inventarios o pagar a sus proveedores acuden a las instituciones financieras (generalmente bancos) y ofrecen en cesión sus letras de cambio antes del vencimiento, recibiendo efectivo equivalente al valor nominal de los documentos menos la comisión que la institución financiera recibe por adelantarle el pago. Esta comisión es conocida como descuento. Según van ocurriendo los vencimientos de los documentos de crédito, la institución financiera envía el cobro para que los deudores paguen la deuda que originalmente le pertenecía a la empresa.

5) La carta de crédito.- Instrumento mediante el cual, el banco emisor se compromete a pagar por cuenta del cliente (ordenante) una determinada suma de dinero a un tercero (beneficiario), cumplidos los requisitos solicitados en dicho instrumento. Producto de uso generalizado en las operaciones de importación y exportación.

14.2. Los productos pasivos

Estos productos pueden ser clasificados en tres grandes grupos:

1) Los depósitos.- Son el mayor volumen pues provienen de la gran masa de pequeños y medianos ahorristas. Estos fondos son por lo general los más económicos, dependiendo de la mezcla de fondos.

2) Los fondos interbancarios.- Fondos que las instituciones financieras no colocan a sus clientes en forma de créditos. Estos no pueden quedar ociosos y son destinados a inversiones o a préstamos a otros bancos cuyos depósitos no son suficientes para satisfacer la demanda de crédito de sus clientes.

3) Captación por entrega de valores.- En algunos casos, los bancos emiten valores comerciales para captar fondos del público. Pueden estar garantizados por la cartera de créditos hipotecarios o por la de tarjetas de crédito. En cualquier caso, la tasa de interés será casi directamente proporcional al riesgo promedio total de la cartera que garantiza la emisión.

14.3. Documentos y operaciones financieras de uso frecuente

1) Letra devuelta.- Es la letra que el banco devuelve al cliente por no haberse efectivizado la cobranza en su vencimiento. Si la letra fue descontada previamente, el banco cargará en cuenta del cedente, el monto nominal del documento más los gastos originados por el impago, como son: gastos de devolución (comisión de devolución y correo) y gastos de protesto (comisión de protesto y costo del protesto). Intereses: Aplicable cuando el banco cobra con posterioridad a la fecha de vencimiento de la letra devuelta por impagada. Calculada sobre la suma del nominal de la letra no pagada más todos los gastos originados por el impago, por el período transcurrido entre vencimiento y cargo.

EJERCICIO 28 (Letra devuelta)

Una letra por UM 8,000, es devuelta por falta de pago, cargándose en la cuenta del cedente los siguientes gastos: comisión de devolución 1.5%, comisión de protesto 2.5% y correo UM 4.00. Calcule el monto adeudado en la cuenta corriente del cliente.

Valor Nominal de la letra		8,000
Comisión devolución [8,000*0.015]	120	
Comisión protesto [8,000*0.025]	200	
Correo	4	
Total Gastos		324
Adeudo en Cta. Cte.		8,324

2) Letra de renovación.- Es aquella letra emitida para recuperar una anterior devuelta por falta de pago incluido los gastos originados por su devolución. Debemos establecer el valor nominal de esta nueva letra de tal forma que los gastos ocasionados por su falta de pago los abone quien los originó (el librador).

Giramos la letra como aquella emitida y descontada en condiciones normales, con la diferencia de que ahora el efectivo que deseamos recuperar es conocido: el valor nominal no pagado, los gastos de devolución, los gastos del giro y descuento de la nueva letra; siendo desconocido el valor nominal que debemos determinar.

EJERCICIO 29 (Letra de renovación)

Para recuperar la letra devuelta por falta de pago del ejemplo 28, acordamos con el deudor, emitir una nueva con vencimiento a 30 días, en las siguientes condiciones tipo de descuento 18%, comisión 3% y otros gastos UM 20.00. Calcular el valor que deberá tener la nueva letra.

Solución:

VA = 8,324; n = 30/360; i = 0.18; Coms. = 0.03; Otros GG = 20; VN = ?

1º Calculamos los adeudos en cta. cte.:

Adeudos en Cta. Cte. = 8,324[1+0.18*(30/360)] = UM 8,449

2º Finalmente determinamos el valor nominal de la nueva letra:

Valor futuro del adeudo en Cta. Cte.		8,449
Comisión de renovación [8,324*0.03]	250	
Otros gastos	20	
Total Gastos		270
Valor Nominal de la letra renovada		8,719

14.4. ¿Cómo obtiene el banco la tasa activa y de qué depende la tasa pasiva?

Respondemos la interrogante definiendo qué es **Spread o margen financiero** (tiene su base en el riesgo crediticio):

Un Spread de tasas de interés es la diferencia entre la tasa pasiva (tasa que pagan los bancos por depósitos a los ahorristas) y la tasa activa (que cobran los bancos por créditos o préstamos otorgados). Para comprender con mayor facilidad explicamos cómo el banco obtiene la tasa activa, lo único que haremos es restar la tasa pasiva y obtendremos el Spread.

Para obtener la tasa activa el banco toma en cuenta la tasa pasiva, los gastos operativos propios del banco, su ganancia, el encaje promedio del sistema que tienen que depositar en el BCR por cada dólar ahorrado en los bancos, más el componente inflacionario y riesgo. Es así cómo los bancos obtienen su tasa activa, si le quitamos la tasa pasiva el Spread lo componen, los gastos de los bancos, el encaje, las ganancias por realizar esta intermediación, más los componentes inflacionario y riesgo.