

Universidad de la Habana

Facultad de Química



Estadística y Diseño de Experimentos

Ejercicios

Dra. Esther Alonso Becerra
Lic. Cercis Morera Boado

INDICE

TEMA I: DISTRIBUCIÓN EMPÍRICA DE FRECUENCIAS Y MEDIDAS DE DESCRIPCIÓN DE LOS CONJUNTOS NUMÉRICOS. DISTRIBUCIONES MUESTRALES.	3
• Representación gráfica de datos. Medidas de tendencia central y medidas de dispersión. Distribución Normal. Generación de números aleatorios.	3
TEMA II: PRUEBAS DE HIPÓTESIS. COMPARACIÓN DE DOS DISPERSIONES Y DE DOS MEDIAS MUESTRALES.	7
• Prueba de distribución normal. Determinación de errores burdos: Pruebas Q y NS.	7
• Cálculo del intervalo de confianza de la media	7
• Comparación de dos dispersiones y de dos medias muestrales.	7
• Comparación de datos pareados.	7
• Comparación de una media muestral con el valor de la media real (poblacional)	7
TEMA III: ANÁLISIS DE DISPERSIÓN SIMPLE (ANOVA)	12
• Prueba de distribución normal. Comparación de varias dispersiones o varianzas.	12
• Prueba ANOVA	12
• Comparación múltiple de medias	12
TEMA IV: ANÁLISIS DE REGRESIÓN Y CORRELACIÓN.	17
• Análisis de Regresión y Correlación. Modelo $Y = a + bx$ y $Y = b'x$.	17
• Método de los mínimos cuadrados para el ajuste de líneas rectas. Coeficientes de correlación y determinación.	17
• Cálculo de intervalo de confianza para los parámetros del modelo lineal estudiado	17
• Pruebas de significación para la pendiente y para la regresión. Pruebas de falta de ajuste.	17
• Interpolaciones y extrapolaciones lineales.	17
• Regresión Lineal Múltiple.	17
TEMA V: DISEÑO DE EXPERIMENTOS	25
• Diseño Factorial 2^2 , 2^3 , 2^4 .	25
• Bloques Aleatorizados y Cuadrados Latinos.	25

Tema I: Distribución empírica de frecuencias y medidas de descripción de los conjuntos numéricos. Distribuciones muestrales.

● Representación gráfica de datos. Medidas de tendencia central y medidas de dispersión. Distribución Normal. Generación de números aleatorios.

1. Se registraron experimentalmente los tiempos necesarios (horas) para que una reacción química dada se complete al 50 %.

40	52	55	47	60	67	52	45	53	55
48	62	69	62	64	65	48	50	54	57

- a) Ordene los datos de menor a mayor, construya una tabla de frecuencia dividiendo los datos en intervalos
 - b) Obtenga el histograma y el polígono de frecuencias absolutas.
 - c) Obtenga los polígonos de frecuencia acumulativa y acumulativa relativa (ojivas).
 - d) Obtenga el diagrama de caja e interprete el mismo.
 - e) Determine el valor que corresponde al percentil 50 (P_{50}). ¿Qué indica este y a que medida de tendencia central corresponde? ¿A partir de que valores de percentil se pueden determinar los cuartiles primero y tercero?
 - f) Calcule las siguientes medidas de tendencia central: moda, mediana, media aritmética y media geométrica.
 - g) Calcule las siguientes medidas de dispersión: recorrido, varianza, desviación estándar, desviación estándar relativa (coeficiente de variación) y desviación estándar de la media.(error estándar de la media).
2. **Obtenga las curvas de distribución normal:**
- a) Para una muestra de media 0 y desviación estándar 1. ¿Como se le conoce comúnmente a esta distribución?
 - b) Para 4 muestras de media 5 y desviación estándar 0.5; 1, 5 y 10. Interprete los resultados obtenidos.
 - c) Para 2 muestras de media 40 y 45, y desviación estándar 2. ¿Cree usted que existan diferencias significativas entre estas?
 - d) Para 2 muestras de media 15 y 10, y desviación estándar 10. ¿Cree usted que existan diferencias significativas entre estas?
 - e) Compare los incisos c) y d) en una misma gráfica. Discuta los resultados obtenidos.

3. Genere 50 números aleatorios con distribución normal, media 25 y desviación estándar. Modifique los datos seleccionando dos cifras decimales. Posteriormente, de los 50 números aleatorios obtenidos, genere 15 datos (deseche los datos que se repiten). Para estos últimos:

- a) Diga sí cumplen con la distribución normal, basándose en el coeficiente de asimetría y curtosis, y obtenga la curva correspondiente;
- b) construya el histograma de frecuencia absoluta y la ojiva porcentual, determine la mediana a partir de esta última gráfica;
- c) realice la descripción del conjunto numérico mediante medidas numéricas de tendencia central y de dispersión.

4. Obtenga las curvas de distribución:

- a) t de Student para diferentes grados de libertad (f). Interprete los resultados.
- b) χ^2 para diferentes grados de libertad (f). Explique como influyen estos en la simetría de las curvas.
- c) F de Fisher para diferentes valores de f_1 y f_2 . ¿Qué variaciones se observan en la simetría de las curvas? Explique.

5. Al determinar la turbidez de una muestra de agua repetidamente se obtuvieron los siguientes resultados (unidades arbitrarias).

10	12	12	16	8	11	17	23	15	10	10
----	----	----	----	---	----	----	----	----	----	----

- a) Ordene los datos de menor a mayor, construya una tabla de frecuencia dividiendo los datos en intervalos
- b) Obtenga el histograma y el polígono de frecuencias absolutas.
- c) Obtenga los polígonos de frecuencia acumulativa y acumulativa relativa (ojivas).
- d) Obtenga el diagrama de caja e interprete el mismo.
- e) Determine el valor que corresponde al percentil 50 (P_{50}). ¿A qué valor cuartil corresponde? ¿Qué indican cada una de estas características?
- f) Describa el conjunto de datos a partir de medidas de tendencia central y de dispersión.

6. Al analizar el contenido de cobre residual en una muestra tratada mediante un procedimiento, para recuperar dicho elemento de disoluciones concentradas de desechos en un proceso industrial, se obtuvieron los siguientes resultados de concentración de cobre en g/L:

7.3	8.4	9.3	10	10.6	10.5	10.6	10.8	9.2	10.2	8.5	10.9	9.1
-----	-----	-----	----	------	------	------	------	-----	------	-----	------	-----

- Ordene los datos de menor a mayor, construya una tabla de frecuencia dividiendo los datos en intervalos
- Obtenga el histograma y el polígono de frecuencias absolutas.
- Obtenga los polígonos de frecuencia acumulativa y acumulativa relativa (ojivas).
- Obtenga el diagrama de caja e interprete el mismo.
- Determine el valor del segundo cuartil (Q_2). ¿A qué otros valores cuantiles corresponde el mismo?
- Describa el conjunto de datos empleando medidas numéricas descriptivas de tendencia central y de dispersión.

7. El tiempo de caducidad de un medicamento se determinó midiendo la concentración del principio activo en el tiempo. Los resultados de diferentes muestras son los siguientes:

t (días)	108	124	124	106	115	138	163	159	134	139
----------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- Diga si los datos de tiempo están distribuidos de acuerdo con la ley de distribución normal.
- Obtenga la curva de distribución y analice su simetría.
- Obtenga el diagrama de caja e interprete el mismo.
- Determine los cuartiles primero, segundo y tercero haciendo uso de los datos que brinda la ojiva porcentual.

8. Generar una población de 200 datos aleatorios con distribución normal, media 25 y desviación estándar 1

- Nombre la columna 1 con el nombre **POBLACIÓN**, ordene los datos en forma ascendente y expréselos con 3 cifras significativas.
- Realice la prueba de normalidad.
- Obtenga una tabla de frecuencias dividiendo los datos en intervalos y encuentre el histograma, el polígono de frecuencia absoluta, acumulativa y acumulativa relativa (ojiva). Obtenga el diagrama de caja e interprételo.

- d) Realice la descripción de la población, tanto con medidas de tendencia central (media y su intervalo de confianza, mediana, moda, media armónica, media geométrica, etc.) cómo con medidas de dispersión (desviación estándar, variancia, recorrido, coeficiente de variabilidad etc.).
- e) Genere 40 números aleatorios en la columna 2 y nómbrela **ALEATORIOS**. Elimine de esa columna los números que estén repetidos, pues se usará para realizar un muestreo totalmente aleatorio sin reemplazo.
- f) Determine el tamaño mínimo de muestra necesario sabiendo que la desviación estándar poblacional $\sigma = 1$ y permitiendo un error o tolerancia de ± 0.5 . Repita ese calculo para $\sigma = 1$ y tolerancia 1, $\sigma = 3$ y tolerancia 1
- g) Seleccione de la población de la columna 1 una muestra del tamaño obtenido en la primera parte del inciso 7 ($\sigma = 1$ y tolerancia 0.5) usando los números aleatorios de la columna 2, esos datos póngalos en la columna 3, nómbrela **MUESTRA** y compruebe si la misma cumple con la distribución normal, de no cumplir, amplíe el tamaño de la muestra. Repita los pasos 4 y 5 ahora para la muestra

Tema II: Pruebas de Hipótesis. Comparación de dos dispersiones y de dos medias muestrales.

- Prueba de distribución normal. Determinación de errores burdos: Pruebas Q y NS.
- Cálculo del intervalo de confianza de la media
- Comparación de dos dispersiones y de dos medias muestrales.
- Comparación de datos pareados.
- Comparación de una media muestral con el valor de la media real (poblacional)

1. Dos investigadores (A y B) determinan la viscosidad de una sustancia orgánica líquida por el mismo método. Los resultados obtenidos (en unidades relativas) son:

A	15.1	15.3	15.8	15.3	14.5	15.4	15.1	15.4	15.2	15.4	15.7	15.6	15.1	14.9	15.2
B	14.9	14.8	15.9	15.0	15.3	17.3	15.5	15.7	15.4	15.5	14.7	15.2	15.6	14.9	15.8

- Selecione de manera aleatoria 10 valores de los obtenidos por cada investigador. Des-eché los resultados que se repiten.
 - Compruebe si los datos cumplen con la ley de distribución normal.
 - Verifique la existencia de errores burdos en las mediciones anteriores.
 - Calcule la media y el intervalo de confianza en cada caso.
 - Diga si existen diferencias significativas entre las varianzas de los datos obtenidos por ambos investigadores.
 - ¿Puede afirmarse que existen diferencias significativas entre las medias obtenidas por ambos investigadores?
 - De ser posible, calcule la media general de los datos y su intervalo de confianza.
2. Se realizaron mediciones del índice de refracción de una sustancia, en 2 laboratorios diferentes usando el mismo método. Los valores obtenidos son:

Lab. I	1.0417	1.0222	1.0310	1.0119	1.0214	1.0216	1.0515	1.0420
Lab. II	1.0210	1.0109	1.0213	1.0211	1.0210	1.0108	1.0209	1.0214

- Compruebe si los datos obtenidos en cada laboratorio siguen la ley de distribución normal.
- Verifique la existencia de errores burdos en los valores obtenidos.
- Calcule la media y su intervalo de confianza para cada conjunto de datos.

- d) ¿Existen diferencias significativas entre las medias obtenidas por ambos métodos? ¿Qué puede decir con respecto al método utilizado para la determinación del índice de refracción?

3. Se determinó el contenido de níquel en un mineral mediante la técnica de valoración complejométrica por dos vías diferentes: directa y retroceso. Los resultados obtenidos en % en masa son:

Directa	1.011	0.986	0.992	0.982	0.990	0.988	0.997
	0.994	0.995	0.998	0.989	0.995	0.996	0.999
Retroceso	0.975	0.981	0.996	0.984	0.974	0.983	0.983
	0.979	0.980	0.965	0.987	0.973	0.985	0.989

- a) Seleccione de manera aleatoria 10 resultados para cada método de análisis.
 b) Determine si los conjuntos de datos cumplen con la ley de distribución normal.
 c) Verifique la existencia de errores burdos en los resultados obtenidos.
 d) Calcule la media y su intervalo de confianza para cada conjunto de datos.
 e) ¿Existen diferencias significativas entre los métodos estudiados para la determinación de níquel?
4. Una muestra patrón artificial contiene 50 % de cobalto. Al desarrollar un procedimiento analítico para la determinación del contenido de cobalto en ese tipo de muestra se obtiene el siguiente conjunto de datos:

49.8	51.5	50.2	48.9	50.1	50.3	50.3	50.0	48.8	49.7	49.5	49.9
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

- a) Realice la descripción numérica de los datos. Plantee el intervalo de confianza de la media.
 b) Compare la media experimental obtenida con el valor teórico de Co en la muestra (50 %). ¿Existe un error sistemático en el proceso analítico desarrollado?
5. La **tropósfera** es la capa de la atmósfera que se encuentra más cerca de la superficie de la tierra. El ozono (O₃) es un gas muy tóxico que puede causar graves problemas de salud. El Ozono troposférico es un contaminante secundario que se forma a partir de otros contaminantes atmosféricos primarios (óxidos de nitrógeno y otros compuestos orgánicos) en presencia de una elevada radiación solar, especialmente en primavera y verano, fundamentalmente en las horas de mediodía.

Es por ello que en las grandes ciudades, la medición de la concentración de ozono superficial se realiza de manera sistemática y existe un sistema de aviso a la población cuando los niveles de ozono alcanzan cierto valor límite. A continuación se reportan los umbrales de información y alerta a la población.

Umbral	$\mu\text{g de O}_3 / \text{m}^3 \text{ de aire}$	Consecuencias
Información	180	Las personas que tienen problemas respiratorios, podrían ver agravada su patología.
Alerta	360	La superación de este umbral significa un riesgo para la salud humana.

En cada una de las siguientes tablas aparecen valores de concentración de ozono troposférico ($\mu\text{g de O}_3 / \text{m}^3 \text{ de aire}$) en una gran ciudad en el horario de máxima radiación solar. Cada valor en la misma tabla corresponde a una estación experimental de medición diferente (46 estaciones ubicadas en diferentes zonas de una misma ciudad)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	82.0	80.4	78.5	79.5	78.8	80.6	78.6	78.6	79.3	79.5
1	78.3	80.1	78.9	80.7	80.2	81.0	81.0	81.0	80.5	79.6
2	79.6	81.1	79.9	78.0	79.5	79.6	79.5	79.5	79.5	80.1
3	79.1	77.9	79.2	79.7	80.0	79.8	80.4	80.4	80.3	80.7
4	79.9	80.2	78.8	80.7	82.5	79.5				

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	199.8	199.9	199.4	200.1	199.3	201.1	200.9	200.0	201.4	198.7
1	199.6	200.6	200.2	199.1	199.0	199.7	200.3	199.2	202.8	202.2
2	198.9	201.5	199.6	200.9	200.1	199.9	201.6	199.4	199.4	200.8
3	200.6	200.1	200.7	200.7	200.8	199.8	201.6	199.2	200.5	201.7
4	201.3	200.8	200.9	198.4	201.0	199.6				

➡ Considerando que las 2 mediciones se realizaron en los mismos puntos de una misma ciudad 2 días diferentes:

a) Plantee las hipótesis nula y alternativa para cada análisis que vaya a realizar

- b) Seleccione una muestra de 15 valores experimentales aleatorios de cada tabla
- c) Hágales la prueba de distribución normal. Si no cumple con la misma, amplíe la muestra
- d) Complete la siguiente tabla (redondeando los valores según el error)

Estadígrafo	Unidades	1er día	2do día
Media			
Intervalo de confianza de la media			
Varianza			
Desviación Estándar			

- e) Analice si las varianzas son homogéneas (en el caso que sea necesario)
- f) Diga si existen diferencias estadísticamente significativas en las concentraciones de ozono troposférico
- g) Diga si las autoridades deben emitir algún aviso a la población Especifique cuál y explique.
- h) ¿Qué análisis realizaría usted de los resultados obtenidos?

➡ Considerando que las 2 mediciones se realizaron en dos ciudades diferentes el mismo día:

- i) Plantee las hipótesis nula y alternativa
- j) Seleccione una muestra de 15 valores experimentales aleatorios de cada tabla
- k) Hágales la prueba de distribución normal. Si no cumple con la misma, amplíe la muestra
- l) Complete la siguiente tabla (redondeando los valores según el error)

Estadígrafo	Unidades	Ciudad 1	Ciudad 2
Media			
Intervalo de confianza de la media			
Varianza			
Desviación Estándar			

- m) Analice si las varianzas son homogéneas (en el caso que sea necesario)

- n) Diga si existen diferencias estadísticamente significativas en las concentraciones de ozono troposférico
- o) Diga si las autoridades deben emitir algún aviso a la población Especifique cuál y explique.
- p) ¿Qué análisis realizaría usted de los resultados obtenidos?

5. Un método nuevo de determinación de manganeso (Mn) fue desarrollado para conocer el contenido de este elemento en un mineral. Para validar el método se tomaron 8 muestras homogéneas del mineral y se determinó el porcentaje en masa de Mn por dos laboratorios diferentes. Los resultados obtenidos son:

Lab. I	1.70	1.75	1.68	1.72	1.71	1.75	1.70	1.73
Lab. II	1.72	1.77	1.67	1.73	1.74	1.72	1.70	1.76

- a) Realice la comparación de los datos obtenidos en cada laboratorio. Teniendo en cuenta el resultado obtenido, de su opinión respecto al método analizado.
- b) Calcule la media y su intervalo de confianza para los resultados obtenidos en cada laboratorio.
- c) Calcule, si es posible, la media general de los datos y su intervalo de confianza.
- d) Suponiendo que el contenido real de Mn en la muestra es de 1.71 %, compare el mismo con:
- e) cada una de las 2 medias experimentales (en caso de existir diferencias significativas entre estas).
- f) la media general de todos los valores experimentales (en caso de no existir diferencias).

Tema III: Análisis de dispersión simple (ANOVA)

- Prueba de distribución normal. Comparación de varias dispersiones o varianzas.
- Prueba ANOVA
- Comparación múltiple de medias

1. Se realizaron experimentos en 4 condiciones diferentes para determinar la posible influencia de los mismos sobre el rendimiento de una reacción química.. Los resultados obtenidos en % son:

Réplicas	Condiciones experimentales			
	I	II	III	IV
1	10	9	10	5
2	11	10	11	6
3	10	8	10	7
4	12	11	10	6
5	12	11	9	8

- Verifique si los datos obtenidos siguen la ley de distribución normal.
- Verifique la homogeneidad de las varianzas de los datos obtenidos.
- Realice el análisis de varianza (ANOVA).
- ¿Tendrán el mismo efecto las condiciones en cada caso?, o sea, ¿se obtiene el mismo rendimiento?

2. Se utilizaron tres métodos de valoración por precipitación (Mohr, Fajans y Volhard) para determinar cloruro en agua. Los resultados obtenidos son (en mg/L):

Réplicas	Métodos de Valoración		
	Mohr	Fajans	Volhard
1	90.6	90.7	88.5
2	90.5	89.4	89.8
3	89.4	88.9	90.1
4	89.6	90.0	89.8
5	91.2	92.3	88.9
6	90.6	88.3	88.3
7	88.1	90.9	89.1
8	91.2	89.7	88.5

Diga si es posible utilizar cualquiera de los 3 métodos para la determinación de cloruro.

3. Con el objetivo de comparar 7 variantes diferentes de un método de análisis para la determinación de Fe en una aleación se realizaron 5 determinaciones (réplicas) en cada una de las 7 variantes estudiadas, utilizando una muestra homogénea de esa aleación. Los resultados, expresados en % en peso de Fe en la muestra, se relacionan a continuación:

Réplicas	Variantes						
	I	II	III	IV	V	VI	VII
1	23.03	23.25	23.40	23.21	23.45	22.81	23.60
2	23.17	23,22	23.43	23.18	23.35	22.73	23.65
3	23.25	23.30	23.58	23.15	23.55	22.90	23.55
4	23.10	23.35	23.60	23.10	23.50	22.72	23.49
5	23.07	23.18	23.48	23.27	23.61	22.84	23.63

¿Existirán diferencias significativas entre los resultados obtenidos por estas 7 variantes?

4. Para escoger un catalizador para la descomposición térmica del compuesto A, se hicieron cinco grupos de experimentos. En el grupo I se desarrolló la reacción sin catalizador. En los grupos II al V se emplearon las sustancias catalizadoras B, C, D y E respectivamente, en cantidades iguales en cada grupo de experimentos. Se determinó el tiempo (horas) necesario para que el compuesto A reduzca su concentración a la mitad (tiempo medio), encontrando los resultados siguientes:

Réplicas	Sin Catalizador	Catalizadores			
		B	C	D	E
1	2.2	2.9	1.6	1.9	2.3
2	2.3	2.2	1.4	2	2.4
3	2.2	2.2	1.3	1.8	2.5
4	2.6	2.1	1.3	2.1	2.6
5	2.3	2.3	1.2	1.9	2.3
6	2.4	2.2	1.4	1.8	2.2
7	2.2	2.7	1.3	2.2	2.1
8	2.5	2.3		2	2.2
9	2.4			1.7	

¿Cuáles de las sustancias supuestamente catalizadoras (B, C, D ó E) lo son en realidad? ¿Cuál de ellas es el mejor catalizador del proceso investigado?

5. En muestras de licores amoniacaes de níquel, obtenidos en la industria níquelífera mediante la digestión de los minerales, se determinó el contenido de este elemento por tres métodos analíticos diferentes: gravimetría, colorimetría y complejometría. Los resultados en % de níquel se encuentran abajo:

Réplicas	Gravimetría	Colorimetría	Complejometría
1	1.76	4.44	1.78
2	1.80	4.06	1.85
3	1.48	5.79	2.12
4	1.27	4.34	1.40
5	1.60	4.64	1.72
6	1.74	5.12	1.60
7	1.27	5.57	1.58
8	2.18	4.39	1.23
9	2.44	4.84	
10		4.45	

¿Cuáles de los métodos pueden emplearse para la determinación de Ni?

6. Una valoración potenciométrica (ácido base) se quiere cambiar para dejar de emplear el pHmetro. Para ello se hicieron valoraciones con tres indicadores ácido-base diferentes, determinando la cantidad de valorante añadido hasta el punto en que cambia de color el indicador. Los resultados obtenidos (en mL) son:

Réplicas	pH metro	Indicadores		
		A	B	C
1	3,5	3,3	5,2	4,1
2	3,6	3,4	5,1	3,9
3	3,4	3,6	5,1	3,8
4	3,5	3,4	5,2	4,0
5	3,6	3,5	5,2	3,8
6	3,7	3,6	5,1	3,9
7	3,4	3,3	5,2	4,0

¿Cuál de estos indicadores puede sustituir al pHmetro?

7. El término dureza del agua se refiere a la cantidad de calcio y magnesio disueltos en el agua. Estos minerales tienen su origen en las formaciones rocosas calcáreas, y pueden ser encontrados, en mayor o menor grado, en la mayoría de las aguas naturales. Cuando el agua es calentada, ellos se precipitan fuera de la solución (en forma de carbonatos), y forman una costra dura, de apariencia rocosa. Esta costra acelera la corrosión (arruinando los calentadores de agua), restringe el flujo de agua, y reduce la transferencia de calor.

Clasificación del nivel de dureza

Agua blanda..... 0 hasta 17 mg/l
 Agua levemente dura..... 17 hasta 60 mg/l
 Agua moderadamente dura..... 60 hasta 120 mg/l
 Agua dura.....120 hasta 180 mg/l
 Agua muy dura..... más de 180 mg/l

En Cayo Coco, el agua que reciben desde Morón es muy dura por lo que les crea grandes problemas en el sistema de agua caliente de los hoteles. Por esto están solicitando diferentes ofertas de plantas de tratamiento de agua y evaluando la efectividad y costo de las diferentes tecnologías antes de decidir cuál es el que van a adquirir.

La concentración de Ca²⁺ en el agua tratada utilizando 5 tecnologías diferentes se reportan en la siguiente tabla.

Réplicas	Método 1	Método 2	Método 3	Método 4	Método 5
1	22.66	44.26	149.66	50.63	18.49
2	19.88	41.17	153.47	50.68	20.97
3	16.80	39.13	152.40	52.74	20.24
4	21.54	38.59	146.23	50.70	21.54
5	17.78	37.25	154.01	49.40	23.01
6	20.58	46.19	153.63	48.94	19.11
7	15.33	42.56	149.03	50.75	20.59

Los costos del tratamiento del agua en centavos de USD por m³ de agua tratada son:

Método 1	Método 2	Método 3	Método 4	Método 5
85	85	70	65	70

Complete la siguiente tabla indicando las unidades correspondientes (redondeando los valores según el error):

	Método 1	Método 2	Método 3	Método 4	Método 5	Unidades
media						
varianza						
desviación estándar						
Intervalo de confianza de la media						

- a) Escriba todas las pruebas de hipótesis que realizó, especificando en cada caso la hipótesis nula, la hipótesis alternativa y el resultado que obtuvo.
- b) Haga una recomendación a los gerentes sobre qué tecnología comprar y por qué.
- c) Cree usted que haya que repetir algún experimento. Explique.
- d) ¿Por qué es necesario probar la homogeneidad de las varianzas?
- e) Diga que significa cada término en la tabla de ANOVA.
- f) Cómo clasificaría usted la dureza del agua que se obtiene de la planta de tratamiento que usted recomendó.

TEMA IV: Análisis de Regresión y Correlación.

- Análisis de Regresión y Correlación. Modelo $Y = a + bx$ y $Y = b' x$.
- Método de los mínimos cuadrados para el ajuste de líneas rectas. Coeficientes de correlación y determinación.
- Cálculo de intervalo de confianza para los parámetros del modelo lineal estudiado
- Pruebas de significación para la pendiente y para la regresión. Pruebas de falta de ajuste.
- Interpolaciones y extrapolaciones lineales.
- Regresión Lineal Múltiple.

1. En química analítica cuantitativa uno de los métodos utilizados para obtener la concentración de algunas sustancias es la determinación de la absorción de luz visible o ultravioleta a una longitud de onda (λ) dada. Para ello se utiliza la ecuación de Lambert-Beer: $A = \varepsilon l c$

Donde A es la absorbancia para una longitud de onda dada (en nm), ε es el coeficiente de extinción molar (característico de cada compuesto), l es la longitud del paso óptico en cm (longitud de la cubeta) y c es la concentración expresada en mol/L.

Empleando este método, se midió la absorbancia en el visible de soluciones patrón de hierro de diferente concentración para obtener la correspondiente curva de calibración. Los datos experimentales obtenidos se muestran a continuación:

c (mol/L)	Absorbancia / Replicas			
	1	2	3	4
0.5	0.091	0.122	0.150	0.139
1.0	0.246	0.252		0.251
1.5	0.375	0.363	0.310	0.388
2.0	0.521	0.460	0.436	0.470
2.5	0.625	0.571	0.522	
3.0	0.724	0.642	0.624	0.561

- Ajuste por mínimos cuadrados los datos experimentales considerando la ecuación de Lambert-Beer.
- Compruebe la significación de la pendiente. Obtenga el valor de esta con el intervalo de confianza correspondiente.
- Calcule el coeficiente de extinción molar ($l = 1\text{ cm}$).
- Determine si el intercepto es estadísticamente significativo. ¿Se corresponde el resultado obtenido con el modelo de regresión analizado? Explique.

- e) Empleando la técnica del análisis de varianza (ANOVA) determine si la regresión es significativa.
- f) Mediante la prueba de falta de ajuste determine si existe error por falta de ajuste.
- g) Determine el coeficiente de correlación y determinación. Interprete el resultado.
- h) Los valores de absorbancia obtenidos para dos muestras de hierro de concentración desconocida fueron 0.537 y 0.430. Determine la concentración de hierro en estas muestras por interpolación.
- i) En que rango de valores debe encontrarse la absorbancia real (media) de las dos muestras analizadas en el inciso anterior (auxílese del intervalo de confianza de la variable respuesta).
- j) En que rango de valores deben encontrarse las observaciones experimentales de absorbancia para una muestra de hierro de 1.5 mol/L (auxílese del intervalo de predicción de la variable respuesta).

2. Se obtuvieron los datos de absorbancia a 263 nm para diferentes concentraciones de parinitroacetofenona en etanol, empleando una cubeta de 0.5 cm de longitud. Los resultados son:

c (mol/L)	Absorbancia / Replicas		
	1	2	3
0.00004	0.263		0.265
0.00005	0.330	0.328	0.331
0.00006	0.400	0.405	0.397
0.00007	0.455	0.449	0.455
0.00008	0.522	0.525	
0.00009		0.586	0.592
0.0001	0.654	0.660	0.657

- a) Obtenga la curva de calibración para la parinitroacetofenona en etanol
- b) Compruebe la significación de la pendiente. Obtenga el valor de esta con el intervalo de confianza correspondiente.
- c) Calcule el coeficiente de extinción molar.
- d) Determine si el intercepto es estadísticamente significativo. Interprete el resultado de esta prueba.
- e) Compruebe la significación de la regresión y determine si existe error por falta de ajuste.
- f) Determine el coeficiente de correlación y determinación. Interprete el resultado.
- g) La absorbancia obtenida para una muestra de parinitroacetofenona es 0.562. Determine la concentración de esta sustancia en la muestra.
- h) En que rango de valores debe encontrarse la absorbancia real de una muestra de $3 \cdot 10^{-5}$ mol/L.

- i) En que rango de valores deben encontrarse las observaciones experimentales de absorbancia para una muestra de paranitroacetofenona de $6,5 \cdot 10^{-5}$ mol/L

3. Para la obtención de un gráfico de calibración en la determinación espectrofotométrica de benceno en etanol se obtuvieron los valores de absorbancia para siete patrones en la región ultravioleta. Los resultados obtenidos son los siguientes:

c (g/L)	Absorbancia / Replicas		
	1	2	3
0.2	0.12	0.15	
0.5		0.32	0.33
1.0	0.56	0.53	0.57
1.5	0.85		0.89
2.0	1.14	1.09	1.15
2.5	1.42		1.45
3.0	1.72	1.69	1.76

- a) Realice un análisis completo de regresión (incisos a), b), d) – f) del ejercicio 2.-)
- b) Calcule el coeficiente de extinción molar ($l = 0.5\text{cm}$).
- c) Determine la concentración de tres muestras problema de benceno cuyos valores de absorbancia son 0.08, 2.00 y 1.00, respectivamente.
- d) Una muestra de benceno de concentración desconocida tiene un valor de absorbancia de 0.7. ¿En qué rango de valores se encuentra la concentración real de benceno en esta muestra?
- e) Determine el intervalo de predicción para una muestra de benceno que presenta una absorbancia de 1.2.
4. La ecuación de Clausius-Clapeyron relaciona la presión de vapor con la temperatura, pudiendo aplicarse la misma a transformaciones de fases donde una de las fases presentes es el vapor y tiene comportamiento ideal:

$$\frac{d \ln p}{dT} = \frac{\Delta H}{RT^2} \quad (1)$$

ΔH - calor evolucionado durante el cambio de fase (calor de vaporización)

p - presión de vapor de la sustancia

T - Temperatura (Kelvin),

R - constante de los gases (8.31joule/mol K)

Si se considera ΔH independiente de la temperatura, integrando indefinidamente se obtiene:

Se obtienen mejores resultados si los datos experimentales se ajustan a la ecuación empírica de Callingaert-Davis

$$\ln p = cte - \frac{\Delta H}{RT} \quad (2)$$

$$\ln p = A - \frac{B}{t + 230} \quad (3)$$

Donde A y B son constantes y t es la temperatura en °C. Una vez conocidos los coeficientes A y B en la ecuación anterior, se puede calcular ΔH mediante la siguiente ecuación:

$$\Delta H = RT^2 \frac{d \ln p}{dT} \quad (4)$$

t (°C)	p (mm Hg) / Replicas	
	1	2
20	17.535	17.432
25	23.756	23.811
30	31.824	31.699
35	42.175	42.201
40	55.324	55.224
45	71.880	71.900
50	92.510	92.498
55	118.040	118.074
60	149.380	149.379
65	187.540	187.548
70	233.700	233.701

Para calcular el calor de vaporización del agua se obtuvieron las siguientes medidas de su presión de vapor a diferentes temperaturas:

Teniendo en cuenta la ecuación (2) donde el ΔH de vaporización se considera que no depende de la temperatura:

- Ajuste por mínimos cuadrados los datos experimentales y reporte la ecuación ajustada.
- Determine los valores del intercepto y de la pendiente y los intervalos de confianza correspondientes.
- Compruebe la significación del intercepto y de la pendiente.
- Compruebe la significación de la regresión y determine si existe error por falta de ajuste.
- Determine el coeficiente de correlación y determinación. Interprete el resultado.
- Realice un análisis de los residuos. Explique el comportamiento observado.

5. A continuación se presentan los datos experimentales de la constante de velocidad específica (k) a diferentes temperaturas para la hidrólisis del acetato de etilo:

t (°C)	k (Lmol ⁻¹ min ⁻¹) / Replicas		
	1	2	3
0	1.13	1.29	1.79
10	2.00	2.13	3.35
20	6.52	5.47	4.41
30	8.54	9.45	9.99
40	15.90	16.66	17.49
50	27.13	28.67	27.67
60	49.70	48.30	50.30
70	82.37	81.22	85.02

La ecuación de Arrhenius relaciona k con la temperatura según:

$$k = Ae^{-\frac{E_a}{RT}} \quad \text{ó} \quad \ln k = \ln A - \frac{E_a}{RT}$$

E_a - energía de activación, A - factor pre-exponencial o factor de frecuencia.

- Realice un análisis completo de regresión (incisos a) – e) del ejercicio 1.-), empleando la expresión logarítmica de la ecuación de Arrhenius.
- Calcule la energía de activación.

6. Con el objetivo de estudiar la Reacción



Se mezclan 100 ml de NaClO 0,1 mol/L, 48 mL de NaOCl 0,5 mol/L y 21 ml de agua destilada, sumergiendo dicha mezcla en un baño termostático a 25 °C. Se agregan a esta mezcla 81 ml de solución al 1% de KBr a 25 °C. Se extrajeron muestras a diferentes tiempos, para la determinación de la concentración de BrO⁻. A continuación se da el resultado de los análisis

t (min)	0.0	3.65	7.65	15.05	26.00	47.00	90.60
C _{BrO⁻}	0.0	0.0560	0.0953	0.1420	0.1800	0.2117	0.2367

La concentración inicial del NaClO en la mezcla de reaccionantes fue de 0.003230 mol/L y la KBr de 0.002508 mol/L. El pH era 11.28.

- a) Determine la cte. de velocidad específica (k) de la reacción sabiendo que es de 2do orden y que para una cinética de este tipo se cumple que:

$$\log \frac{(a-x)}{(b-x)} = \log \frac{a}{b} + \frac{kt(a-b)}{2,3}$$

a = concentración inicial de NaClO
= 0.003230 mol/L

b = concentración inicial de KBr
= 0.002508 mol/L

x = concentración de BrO⁻ en un tiempo t

- b) Reporte la ecuación ajustada obtenida.
- c) ¿Qué puede usted decir acerca de la calidad del ajuste?. Explique
- d) Explique si usted considera que la regresión es significativa. Plantee las hipótesis nula y alternativa.
- e) Calcule en que valor t se debe esperar que la concentración de BrO⁻ sea igual a 0.2000 moles/l.
- f) ¿Cuál será el rango de valores en que se debe esperar que se encuentre la concentración experimental y la concentración real de BrO⁻ a los 50 minutos.

7. Para una solución de agua (1) y etanol (2) se tienen los siguientes valores de $1/\rho$ [mL/g], donde ρ es la densidad de la solución, y w_2 [g/100g sol.] que representa el % en peso de etanol:

w_2	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
$1/\rho$	1.0029	1.0119	1.0202	1.0275	1.0349	1.0429	1.0521	1.0642	1.0736	1.0861

- Calcule la ecuación de regresión de segundo orden y determine los coeficientes a_0 , a_1 y a_2 teniendo en cuenta el error correspondiente de cada uno.
- Diga si este ajuste es estadísticamente significativo. Justifique su respuesta.
- Es necesario utilizar para el ajuste de los datos un polinomio de orden superior. Explique.
- A partir de los resultados anteriores calcule los volúmenes parciales específicos del agua (\bar{v}_1) y del etanol (\bar{v}_2) y los volúmenes parciales molares respectivos para el % en peso de etanol de 63 utilizando las siguientes ecuaciones:

$$\bar{v}_1 = a_0 + a_2 (w_2)^2 \quad \text{y} \quad \bar{v}_2 = a_0 + 100 a_1 + a_2 [200(w_2) - (w_2)^2]$$

8. Para la obtención de un gráfico de calibración en la determinación de Mn (II) por el método de absorción atómica, se determinó la absorbancia de 6 soluciones patrones de Mn (II). Los resultados se muestran a continuación:

c(Mn II)(mg/L)	0.5	1.0	2.0	5.0	10.0	15.0
A	0.03	0.05	0.10	0.23	0.41	0.56

- Determine el valor y el intervalo de confianza de cada coeficiente de la ecuación ajustada. Calcule los coeficientes de correlación y de determinación.
 - Verifique la significación del intercepto teniendo en cuenta su intervalo de confianza.
 - Si el intercepto no es significativo (modelo $y = b'x$), calcule $b' \pm \Delta b'$. Determine los coeficientes de correlación y de determinación.
 - Aplique el análisis de dispersión simple (ANOVA) para la prueba de significación de la regresión.
 - Determine los intervalos de confianza y predicción para los valores de concentración de 1.5 y 7.9 mg/L, respectivamente. ¿Qué significa este resultado?
 - Si se tiene una muestra de Mn (II) cuya concentración se sospecha que esta entre 2.3 y 2.7 mg/L. ¿Qué valores de absorbancia deben obtenerse al realizar la medición?
9. La saponificación del acetato de etilo ($\text{CH}_3\text{COOC}_2\text{H}_5$) por el HCl es una reacción que presenta un comportamiento cinético de primer orden. La ecuación de velocidad integrada de la misma es:

$$\ln c = \ln c_0 - kt$$

donde k es la constante específica de velocidad, t es el tiempo, c_0 es la concentración inicial de la sustancia que reacciona y c es la concentración de esa sustancia en el instante t .

- a) Calcule la constante de velocidad de esta reacción y su intervalo de confianza a partir de los siguientes datos experimentales obtenidos a 25 °C:

t / min	0	10	20	40	50	100	140	180
c₁ /(mmol/L)	28.3	27.1	26.9	27.9	24.2	17.5	14.9	11.6

- b) A que conclusiones usted puede llegar teniendo en cuenta los valores del coeficiente de correlación y del coeficiente de determinación.
- c) Explique si la pendiente obtenida en la regresión lineal es estadísticamente significativa. Plantee la hipótesis nula y alternativa.

- 10. La polimerización radicalica del metracrilato de metilo utilizando un iniciador térmico, se estudio midiendo la concentración del monómero (metracrilato de metilo) a diferentes tiempos. La expresión de la velocidad de esta polimerización corresponde a una cinética de primer orden respecto a la concentración del monómero**

$$\ln C_M = -kt + \ln C_0$$

Donde: C_M - concentración de monómero en mol/L

t - tiempo en minutos

C_0 - concentración inicial del monómero en mol/L

k - constante de velocidad

Utilizando los siguientes valores experimentales:

t /min	10	30	45	60	75	90	105	120	135
C_M /mol/L	2.4297	2.4404	2.3194	2.3153	2.3041	2.2954	2.2642	2.2597	2.1983
	2.4290	2.4401	2.3192	2.3150	2.3040	2.2950	2.2640	2.2590	2.1980

- a) Calcule la constante de velocidad y su intervalo de confianza.
- b) ¿Qué valor tiene la concentración inicial de monómero?
- c) ¿A que conclusiones usted puede llegar a partir de los valores de los coeficientes de correlación y determinación?
- d) Determine si los parámetros de la regresión son estadísticamente significativos. Plantee las hipótesis nulas y alternativa para cada uno.
- e) ¿Es significativa la regresión? Explique. Plantee las hipótesis nula y alternativa.
- f) ¿Se puede lograr un mejor ajuste de los datos experimentales con otro modelo matemático? Justifique su respuesta.
- g) ¿En que rango de valores debe encontrarse la concentración experimental y la concentración real de monómero a los 100 minutos?

11. Se realizó un estudio sobre la influencia de determinados factores que podrían afectar el porcentaje de gasolina destilada sobre el total de petróleo crudo. De esta forma la variable respuesta o dependiente en esta investigación es:

Y = % de gasolina destilada/total de petróleo crudo y los factores o variables independientes que se tuvieron en cuenta son los siguientes:

X_1 = densidad del petróleo crudo ($^{\circ}$ API)	X_3 = punto de 10% ASTM para el petróleo crudo ($^{\circ}$ F)
X_2 = Presión de vapor del petróleo crudo (psi)	X_4 = Punto final ASTM para la gasolina ($^{\circ}$ F)

Observación	y	x_1	x_2	x_3	x_4	Observación	y	x_1	x_2	x_3	x_4
1	6,9	38,4	6,1	220	235	17	24,8	32,2	5,2	236	360
2	14,4	40,3	4,8	231	307	18	26,0	38,4	6,1	220	365
3	7,4	40,0	6,1	217	212	19	34,9	40,3	2,4	231	395
4	8,5	31,8	2,4	316	365	20	18,2	40,0	0,2	217	272
5	8,0	40,8	0,2	210	218	21	23,2	32,2	3,5	284	424
6	2,8	41,3	3,5	267	235	22	18,0	31,8	1,8	316	428
7	5,0	38,1	1,8	274	285	23	13,1	40,8	1,2	210	273
8	12,2	50,8	1,2	190	205	24	16,1	41,3	8,6	267	358
9	10,0	32,2	8,6	236	267	25	32,1	38,1	5,2	274	444
10	15,2	38,4	5,2	220	300	26	34,7	50,8	6,1	190	345
11	26,8	40,3	6,1	231	367	27	31,7	32,2	6,1	236	402
12	14,0	32,2	6,1	284	351	28	33,6	38,4	3,5	220	410
13	14,7	31,8	3,5	316	379	29	30,4	40,0	1,8	217	340
14	6,4	41,3	1,8	267	275	30	26,6	40,8	8,6	210	347
15	17,6	38,1	8,6	274	365	31	27,8	41,3	6,1	267	416
16	22,3	50,8	6,1	190	275	32	45,7	50,8	4,8	190	407

- Realice un ajuste de regresión lineal múltiple y reporte la ecuación de regresión con todas las variables
- Analice si todas las variables regresoras son estadísticamente significativas y si es necesario realice una selección hacia atrás para eliminar las variables no significativas y recalcular la ecuación de regresión.
- Haga un análisis de los siguientes gráficos de observado contra predicho; componente + residuos vs cada variable x y de residuos vs cada variable x

TEMA V: Diseño de Experimentos

- Diseño Factorial 2^2 , 2^3 , 2^4 .
- Bloques Aleatorizados y Cuadrados Latinos.

1. Se presume que el efecto del pH y la temperatura en el rendimiento de cierta reacción química no son independientes. Para determinar el grado de relación entre los factores estudiados (pH, T), se realizó un diseño experimental 2^2 donde se evalúan dos niveles de cada uno de estos factores y se mide el % de rendimiento de la reacción. Aca se muestran las condiciones del diseño, la matriz del mismo y los resultados experimentales de 2 determinaciones paralelas:

	pH	T (°C)
Nivel 0 (-)	4.0	30
Nivel 1 (+)	4.1	40

Exp.	pH	T(°C)	Rendimiento (%)	
			Réplica1	Réplica 2
1	-	-	45	47
2	-	+	73	71
3	+	-	23	26
4	+	+	30	33

- Con el auxilio del gráfico de barras de los efectos de los factores estudiados (pH,T) y de la interacción analice de manera cualitativa la significación de estos sobre el rendimiento de la reacción.
- Haciendo uso del análisis de varianza, confirme el resultado obtenido en el inciso anterior. ¿Actúan de manera independiente los factores estudiados? Explique.
- Escriba la ecuación de regresión teniendo en cuenta solamente los términos significativos. Analice e interprete los signos de los coeficientes de la ecuación. ¿La interacción pH T es de sinergismo o de interferencia? Explique.
- Analice los efectos principales de los factores estudiados y de la interacción entre estos sobre el rendimiento mediante los gráficos correspondientes.
- Determine las condiciones experimentales óptimas de T y pH que permiten obtener el mayor rendimiento. Reporte el valor del rendimiento y su intervalo de confianza en estas condiciones.

2. Se llevó a cabo una investigación para estudiar el efecto que tienen la concentración de un reactivo c_R y la presencia de un catalizador K sobre el rendimiento de un proceso químico. El estudio se realizó mediante un diseño factorial 2^2 en las siguientes condiciones experimentales:

	c_R (mmolL ⁻¹)	m_K (g)
Nivel 0 (-)	15	1
Nivel 1 (+)	20	2

La matriz del diseño y los resultados experimentales obtenidos son:

Exp.	c_R (mmolL ⁻¹)	m_K (g)	Rendimiento (%)		
			Réplica 1	Réplica 2	Réplica 3
1	-	-	28	25	27
2	+	-	36	32	32
3	-	+	18	19	23
4	+	+	31	30	29

- Analice de manera cualitativa la significación de los factores de interés (c_R , m_K) y la interacción $c_R m_K$ sobre el rendimiento de la reacción estudiada y compruebe estadísticamente el resultado de su análisis.
- Escriba la ecuación de regresión obtenida. ¿Qué información le brindan los signos de los coeficientes de la ecuación? ¿De que tipo es la interacción $c_R m_K$? Explique.
- Analice los gráficos de efectos principales de los factores estudiados y de la interacción entre estos sobre el rendimiento. Determine las condiciones experimentales óptimas de c_R y m_K para obtener el mayor rendimiento. Reporte el valor del rendimiento y su intervalo de confianza en estas condiciones.

3. En la determinación potenciométrica simultánea de NH_3 y CO_2 con HCl se desea estudiar la influencia de Co(II) y Ni(II) presente en la muestra sobre los resultados obtenidos. Con este objetivo se realizan dos diseños experimentales 2^2 para estudiar el efecto de Co(II) y Ni(II) sobre la determinación del NH_3 y sobre la determinación de CO_2 . Las condiciones del diseño son las siguientes:

	Conc. Ni(II) (g/L)	Conc. Co(II) (g/L)
Nivel 0 (-)	0	0
Nivel 1 (+)	10	0.2

La matriz del diseño y los resultados obtenidos se dan a continuación:

NH_3

CO_2

Exp.	c (Ni[II]) g/L	c (Co[II]) g/L	c (NH_3) g/L	
1	-	-	75.9	76.1
2	+	-	36.7	36.5
3	-	+	66.8	66.5
4	+	+	36.2	36.3

Exp.	c (Ni[II]) g/L	c (Co[II]) g/L	c (CO_2) g/L	
1	-	-	56.9	57.2
2	+	-	56.7	56.4
3	-	+	56.5	56.7
4	+	+	56.8	56.7

Para cada diseño:

- Analice de manera cualitativa la significación de los factores de interés (concentración de Ni y de Co) y la interacción entre estos sobre el resultado de la determinación de cada uno de los compuestos químicos analizados. Compruebe estadísticamente el resultado cualitativo obtenido.
- Escriba la ecuación de regresión obtenida. ¿Qué indican los signos de los coeficientes de la ecuación? ¿Cómo es la interacción c(Ni[II]) c(Co[II])? Explique.
- Analice los gráficos de efectos principales de los factores estudiados y de la interacción entre estos. Determine cuales son las condiciones experimentales óptimas tal que no se afecte la determinación de NH_3 y de CO_2 .

4. Se desea estudiar el efecto sobre el rendimiento (expresado en %) de un proceso químico para obtener un compuesto inorgánico de tres factores de manera simultánea: concentración de un reactivo, pH de la mezcla reaccionante y temperatura de reacción. Con este objetivo se diseña un experimento factorial 2^3 bajo las siguientes condiciones experimentales:

	c (mol/L)	pH	T(°C)
Nivel 0 (-)	0.8	5	50
Nivel 1 (+)	1.2	7	70

La matriz del diseño y los resultados experimentales de tres determinaciones paralelas en cada una de las ocho condiciones experimentales se presenta a continuación:

Exp.	c (mol/L)	pH	T (°C)	Rend (%)		
1	-	-	-	56.0	58.0	59.6
2	+	-	-	52.5	54.2	55.5
3	-	+	-	37.8	39.4	40.1
4	+	+	-	54.2	53.0	55.6
5	-	-	+	69.0	66.0	67.5
6	+	-	+	72.0	70.8	74.5
7	-	+	+	49.1	48.2	47.0
8	+	+	+	70.6	71.9	73.2

- a) ¿Afectan de manera significativa los factores estudiados el rendimiento del proceso bajo investigación?
- b) ¿Actúan de manera independiente estos tres factores sobre el rendimiento de la reacción?
- c) ¿Cuáles son las condiciones experimentales óptimas?
5. Un investigador químico desea determinar las condiciones experimentales óptimas para la determinación colorimétrica de Mn en un mineral. Tres de los factores más importantes que pueden afectar esta determinación son: la cantidad de oxidante añadido, la temperatura de calentamiento y la longitud de onda seleccionada para medir la absorbancia de la muestra. Realiza un experimento factorial 2^3 con diferentes niveles de los factores de interés, obteniendo 8 determinaciones replicadas para todas las posibles combinaciones estudiadas. A continuación se muestran las condiciones del diseño y los resultados obtenidos:

	V _{ox} (mL)	λ (nm)	T(°C)
Nivel 0 (-)	5	520	100
Nivel 1 (+)	10	525	120

Exp.	V _{ox} (mL)	λ (nm)	T(°C)	Mn (%)		
1	-	-	-	0.45	0.46	0.44
2	+	-	-	0.87	0.89	0.89
3	-	+	-	0.66	0.66	0.68
4	+	+	-	0.88	0.90	0.91
5	-	-	+	0.24	0.22	0.25
6	+	-	+	0.63	0.65	0.61
7	-	+	+	0.55	0.55	0.51
8	+	+	+	0.73	0.73	0.71

- ¿Cuáles de los factores estudiados influyen significativamente en la determinación de Mn?
- ¿Actúan de manera independiente estos tres factores sobre el rendimiento de la reacción?
- ¿Qué interacciones entre factores son estadísticamente importantes y cómo son estas?
- ¿Cuáles son las condiciones experimentales óptimas?

6. Se realiza un experimento factorial 2⁴ en una planta piloto para estudiar los efectos que se supone influyen sobre la rapidez de filtración (galones/hora) de un producto. Se estudia el efecto de 4 factores, temperatura, presión, concentración de reactivo y rapidez de mezclado, en un diseño experimental 2⁴. Los resultados del diseño se muestran a continuación:

A - Temperatura (30 y 60°C)	B - Presión (1 y 2 atm)
C - Concentración de reactivo (0.1 y 1mol/L)	D - Rapidez de Mezclado (1000 y 2000 rev/min)

Exp	FACTOR				Rapidez Filtración	Exp	FACTOR				Rapidez Filtración
	A	B	C	D			A	B	C	D	
1.	-	-	-	-	45	9.	-	-	-	+	43
2.	+	-	-	-	71	10.	+	-	-	+	100
3.	-	+	-	-	48	11.	-	+	-	+	45
4.	+	+	-	-	65	12.	+	+	-	+	104
5.	-	-	+	-	68	13.	-	-	+	+	75
6.	+	-	+	-	60	14.	+	-	+	+	86
7.	-	+	+	-	80	15.	-	+	+	+	70
8.	+	+	+	-	65	16.	+	+	+	+	96

- a) Plantee la ecuación de regresión teniendo en cuenta los resultados de la tabla de ANOVA y el error de cada coeficiente.
- b) ¿Actúan de manera independiente los factores estudiados? Interprete el gráfico de efectos principales y el de las interacciones.
- c) Halle el valor óptimo de rapidez de filtración junto a su intervalo de confianza.
- d) ¿Cuál es el (los) término(s) que más influyen sobre la Rapidez Filtración? Analice el gráfico de Pareto.
- e) Realice un análisis de los residuos.
- f) ¿Se puede simplificar este diseño 2^4 a un diseño experimental 2^3 ? Explique.
- g) Si su respuesta es positiva, realice partiendo de éste un diseño de experimentos 2^3 .
- h) Realice los pasos del 1 al 5 nuevamente.

7. Se aplicó un diseño factoria 2^4 para estudiar un proceso de corrosión selectiva con nitruro en un plasma corrosivo. En el proceso se utilizó C_2F_6 como gas reactivo y se tomaron como factores de interés el espacio entre ánodo y cátodo (A), la presión en la cámara del reactor (B), gasto de C_2F_6 (C) e intensidad de la corriente aplicada al cátodo (D). La variable de respuesta de interés es la rapidez de corrosión del nitruro de silicio. Los resultados obtenidos son los siguientes:

Factores				Rapidez De Corrosión	Niveles del Factor		
A	B	C	D		Factor	Bajo (-)	Alto (+)
-	-	-	-	550	A	0.80	1.20
+	-	-	-	669	B	4.50	550
-	+	-	-	604	C	125	200
+	+	-	-	650	D	275	325
-	-	+	-	633			
+	-	+	-	642			
-	+	+	-	601			
+	+	+	-	635			
-	-	-	+	1037			
+	-	-	+	749			
-	+	-	+	1052			
+	+	-	+	868			
-	-	+	+	1075			
+	-	+	+	860			
-	+	+	+	1063			
+	+	+	+	729			

- a) Estime los efectos de los diferentes factores sobre la rapidez de corrosión.
- b) Realice el análisis de varianza y determine cuáles de los factores son importantes para el rendimiento
- c) ¿Actúan de manera independiente estos factores sobre el rendimiento de la reacción?
- d) Escriba la ecuación de la regresión, teniendo en cuenta los intervalos de confianza correspondientes.
- e) Determine las condiciones experimentales óptimas que permiten obtener la mayor rapidez de corrosión.
- f) Determine las condiciones experimentales óptimas que permiten obtener la menor rapidez de corrosión.
- g) Si no todos los factores son importantes, realice un nuevo diseño 2^k con $k < 4$ y realice el análisis de varianza. Rescriba la ecuación de regresión.

8. **Un fabricante de aleaciones de aluminio produce refinadores de textura en forma de lingotes. La compañía manufactura el producto en 4 hornos. Se sabe que cada horno tiene sus propias características de operación, de modo que los hornos se considerarán una variable problemática en cualquier corrida experimental en la fundición que implique más de un horno. Los ingenieros del proceso sospechan que la velocidad de agitación influye en el tamaño del grano del producto. Cada horno puede operarse a 4 velocidades de agitación distintas. Se realiza un diseño de bloques aleatorizados para un refinado en particular bloqueando la variable horno; los datos del tamaño de grano resultantes son los siguientes:**

- a) Analice la tabla de ANOVA
- b) Diga si las sospechas del ingeniero son ciertas. Explique.
- c) Explique si fue conveniente bloquear el efecto de los diferentes hornos.
- d) Que conclusiones saca usted de este experimento
- e) Realice un análisis de los residuos.

Velocidad de Agitación (rpm)	Horno			
	1	2	3	4
5	8	4	5	6
10	14	5	6	9
15	14	6	9	2
20	17	9	3	6

9. Se encuentra bajo estudio el efecto que tienen 5 reactivos distintos (A,B,C,D y E) sobre el tiempo de reacción de un proceso químico. Cada lote de material nuevo es lo suficientemente grande para permitir que sólo se realicen 5 ensayos. Más aún, cada ensayo tarda, aproximadamente, 1h y 30 min, por lo que sólo pueden realizarse 5 ensayos por día. La investigadora decide efectuar el experimento usando un diseño de cuadrado latino, con el fin de controlar las variables lote de material y día. Ella recolecta los siguientes datos:

Lote	Día				
	1	2	3	4	5
1	A=8	B=7	D=1	C=7	E=3
2	C=11	E=2	A=7	D=3	B=8
3	B= 4	A=9	C=10	E=1	D=5
4	D=6	C=8	E=6	B=6	A=10
5	E=4	D=2	B=3	A=8	C=8

- Analice la tabla de ANOVA
- ¿Era necesario bloquear las variables expuestas? Explique
- Diga que otro diseño experimental pudiera utilizarse.
- Diga que ud recomendaría respecto a la elección del reactivo
- químico, del día y lote para realizar el proceso químico en el menor tiempo posible. Explique.
- Realice un análisis de los residuos.