

**UNIVERSIDAD DEL ATLÁNTICO
UNIVERSIDAD DE CIENFUEGOS, CUBA**

**DISEÑO DE EXPERIMENTOS
(Documento 1)**

Monografía para la Especialización de Ingeniería y Gestión de la Calidad

Ing. Ramón Pons Murguía, Ph D

BARRANQUILLA

2005

TEMA I: INTRODUCCIÓN AL DISEÑO DE EXPERIMENTOS

1.1.1 EL ENFOQUE MODERNO DE LA CALIDAD

Hasta hace pocos años los Departamentos de Control de la Calidad sólo se dedicaban a realizar operaciones de inspección. El enfoque moderno por supuesto es mucho más amplio. Una cantidad considerable de empresas han delegado la mayor parte del trabajo de inspección a las fuerzas operativas (producción y servicios) para permitir que los profesionales de la calidad se concentren en las actividades de mejoramiento de la calidad. Sin embargo, aún existen empresas donde los profesionales de la calidad dedican la mayor parte de su tiempo a la búsqueda de defectos. Por supuesto, éste es un empleo muy limitado de los profesionales de esta esfera.

Los profesionales de la calidad deben concentrarse en ayudar a prevenir problemas en lugar de reaccionar ante ellos.

Desde aproximadamente 1980 se introduce el concepto de **Calidad Total o Gestión de Calidad Total (TQM)**. Se pretende que la calidad no sea responsabilidad de un departamento concreto de la empresa, sino trasladar esta responsabilidad a todos los integrantes de la organización. Sólo si se esfuerzan en lograr calidad, se conseguirá realmente.

Además, no se habla ya sólo de calidad del producto o servicio, sino que se avanza un paso más y se consideran también la calidad de los procesos y los sistemas. Es decir, se reconoce que para lograr un producto o servicio con la calidad requerida, también los procesos y sistemas involucrados deben ser de calidad.

Por tanto, la Calidad Total es un **enfoque en sistema** que requiere implantar la calidad en todos los niveles de la organización, para conseguir que todas las personas estén empeñadas en el logro de la misma.

¿Cuáles son las características de los sistemas modernos de calidad?

1. Están orientados al cliente.

Esta orientación sostiene que la clave para alcanzar los objetivos de una organización empresarial consiste en identificar las necesidades y deseos del público objetivo y entregar el producto o servicio deseado por los clientes de forma más eficiente que la competencia.

2. El proceso de mejoramiento de la calidad está liderado por la **ALTA DIRECCIÓN** de la organización.

Si la responsabilidad por la calidad es delegada a un departamento de calidad, entonces todas las personas pensarán que no es un imperativo estratégico para la organización.

3. Todas las personas en la organización deben saber cuáles son sus responsabilidades específicas en cuanto a la calidad.

Aunque es cierto que “la calidad es tarea de todos”, también es cierto que todos tienen responsabilidades diferentes en dependencia de la posición que tengan en la organización.

Las organizaciones deben adoptar **políticas de calidad** que permitan establecer un control completo de todas las actividades, la calidad, la productividad, la flexibilidad y la reducción de costos. La política debe esclarecer el papel de todos para el logro de la calidad.

4. Orientación a la prevención de defectos.

La inspección de productos terminados es muy costosa y no evita la ocurrencia de defectos y desviaciones. Los sistemas modernos de calidad están orientados a la prevención mediante el control y la mejora de los procesos, en lugar de concentrarse en el producto terminado.

5. La calidad debe ser un hábito cultural de la organización.

Sólo se podrán obtener altos niveles de calidad cuando el proceso de mejoramiento sea parte permanente de la cultura de la compañía.

Los sistemas modernos de calidad pueden ser divididos en dos grupos generales de actividades:

- Calidad del diseño.
- Calidad de conformidad.

La calidad del diseño está referida a aquellas actividades que los productos o servicios, nuevos o modificados, sean diseñados para satisfacer las necesidades de los clientes de una manera rentable para la organización.

La calidad de conformidad está relacionada con la fabricación de productos o la prestación de servicios que cumplan especificaciones definidas que se hayan establecido previamente.

1.2 LA CALIDAD EN EL DISEÑO DE INGENIERÍA

La calidad no puede ser inspeccionada en el producto, debe ser construida (creada). Pero no todas las organizaciones saben cómo crear la calidad, en su lugar se utilizan métodos para la solución de problemas, que aunque importantes, no evitan la aparición de defectos y desviaciones, por lo que se hace necesaria la eliminación de su ocurrencia mediante el diseño de productos y procesos que sean insensibles a la acción de los factores que provocan estos problemas.

Existen compañías que realizan la prevención de problemas en la fase de diseño y desarrollo de productos y procesos, antes de que sean

determinadas las especificaciones. Estas compañías utilizan algunos o todos los métodos que a continuación se plantean:

- Ingeniería Concurrente.
- Despliegue de la Función Calidad (QFD).
- Fiabilidad.
- Análisis de los Modos y Efectos de los Fallos (FMEA).
- Métodos de Taguchi.
- Diseño de Experimentos (DOE).

La **Ingeniería Concurrente** es el desarrollo integrado de productos, procesos y sistemas de apoyo. El resultado es una reducción de costos de desarrollo y de manufactura, así como un producto que satisface las necesidades de los clientes. La Ingeniería Concurrente es una filosofía en lugar de un método.

El **QFD** es una técnica altamente estructurada para asegurar que la “voz del cliente” no se pierda en el “ruido” del proceso de desarrollo de productos.

Los componentes básicos se describen en la tabla 1.1.

Aunque es un proceso que consume tiempo, brinda ahorros significativos y un aumento de la satisfacción del cliente.

La **Fiabilidad** evalúa la calidad de un producto, proceso o sistema en el tiempo, para determinar si éste operará durante el período de uso requerido o no y bajo ciertas condiciones de operación. Para esto se utilizan, entre otras, herramientas tales como el análisis estadístico de fallos, los ensayos de vida, los modelos probabilísticas de supervivencia y el Análisis de los Modos y Efectos de los Fallos (FMEA).

El **Análisis de los Modos y Efectos de los Fallos (FMEA)**, es un enfoque sistémico que permite identificar fallos potenciales en los productos, procesos y sistemas así como sus efectos en términos de funcionalidad y seguridad, para de esta forma adoptar las medidas de mejora que eliminen de manera preventiva las causas de los fallos. Se recomienda su empleo en la fase de diseño y desarrollo de nuevos productos, cuando ocurran fallos no previstos o cuando se produzcan cambios de diseño.

El FMEA se utiliza actualmente en cualquier sistema socio-técnico.

Los **Métodos de Taguchi** son técnicas de Ingeniería de la Calidad desarrolladas por el Dr. Genichi Taguchi durante los años 50s y 60s. El Dr. Taguchi desarrolló un enfoque de calidad que abarca los aspectos de diseño, manufactura y uso de los productos.

En los siguientes temas de esta monografía se estudiarán estos aspectos, así como sus contribuciones al diseño de experimentos.

El **Diseño Estadístico de Experimentos (DOE)** es el corazón de la Ingeniería de la Calidad. Los métodos modernos permiten obtener una gran cantidad de

información sobre un producto o proceso, empleando un número limitado de corridas experimentales.

Tabla 1.1 Componentes básicos del QFD

Componente	Descripción
Matriz de Planificación	Las filas representan los requerimientos de los clientes en su propio lenguaje y las columnas listan las características finales de calidad del producto. Las marcas en las celdas representan las relaciones entre los requerimientos y las características de control del producto.
Matriz de Despliegue	Se identifican las características de los componentes críticos mediante un listado más detallado de los requerimientos de los clientes y las características de control del producto.
Plan del proceso	Muestra la relación entre los procesos de manufactura y las características de los componentes críticos. Permite identificar los puntos donde se debe monitorear el proceso.
Gráfico de calidad	Es un esquema del flujo del proceso que describe los puntos de control por localización, tipo y frecuencia de uso.
Procedimiento operacional estándar	Documento que describe las operaciones que debe realizar el personal de la planta para asegurar el cumplimiento de las características críticas del producto.

1.3 DESCRIPCIÓN DE LOS TEMAS

El enfoque del presente curso es el uso de diseños experimentales estadísticos para mejorar de manera económica la calidad de productos y procesos.

Aunque existen muchos tipos de diseño, sólo se estudiarán aquéllos que son más útiles en los experimentos de ingeniería. Con estos diseños, el experimentador puede mejorar el desempeño de productos y procesos, hacer que las características de productos y procesos sean menos sensibles a la acción de los factores que no pueden ser controlados, así como reducir los costos de desarrollo, manufactura y uso.

A continuación se realiza una breve descripción de los temas incluidos en esta monografía.

Tema II: El enfoque Taguchi

En este tema se describen la filosofía de la calidad y el enfoque de Ingeniería de la Calidad desarrollados por el Dr. Genichi Taguchi.

Tema III: Experimentos con dos niveles. Diseños factoriales

Se estudian los diseños más útiles para la mejora de productos y procesos que involucran secuencias de ensayos que utilizan dos niveles para cada uno de los factores controlables. También se analizan algunas herramientas gráficas para el análisis de los datos y un formato denominado **tabla de respuestas**, que simplifica los cálculos requeridos para el análisis de los datos experimentales.

Tema IV: Experimentos con dos niveles. Diseños factoriales fraccionados

Este tema constituye el corazón del curso. Se estudiarán experimentos estadísticos que permiten extraer la máxima información con un número mínimo de corridas experimentales que resultan de la corrida de factores con dos niveles, sin considerar todas las posibles combinaciones de niveles de dichos factores.

Tema V: Evaluación de la variabilidad

Se estudia la aplicación de los ratios señal / ruido (SIGNAL-TO- NOISE RATIOS) desarrollados por Taguchi, así como otros estadígrafos para analizar las vías que permitan reducir los efectos de variabilidad de los factores experimentales, utilizando los diseños estudiados en los temas anteriores. Esta es una contribución del Dr. Taguchi que permite determinar, con un solo experimento, cuál es la combinación de niveles de los factores que contribuyen a optimizar el valor promedio de la variable de respuesta que se estudia, así como minimizar su variabilidad.

Tema VI: Ordenamientos internos y externos de Taguchi (Inner and Outer arrays)

En este tema se estudia el enfoque Taguchi para el análisis simultáneo de los efectos de los factores controlables y no controlables, así como otros enfoques alternativos.

Tema VII: Diseños experimentales para factores con tres y cuatro niveles

Se describen diseños que permiten realizar corridas con factores que poseen más de dos niveles, por ejemplo, un experimento puede involucrar tres posibles vendedores o cuatro posibles configuraciones de diseño.

Tema VIII: Análisis de la varianza en el diseño de ingeniería

En este tema se introduce un enfoque no tradicional de un tema muy tradicional: el análisis de la varianza.

Se plantean las limitaciones prácticas y teóricas del análisis de la varianza en el diseño de ingeniería, así como su conexión con otras herramientas gráficas estudiadas en los temas anteriores.

Tema IX: Metodología de las superficies de respuesta

Se analiza un grupo de técnicas que se aplican para realizar estudios empíricos de relaciones de una o más variables de respuesta, que están vinculadas con características de calidad de los productos, con factores o variables clave de entrada de los procesos, con vistas a determinar las condiciones óptimas de operación que permitan cumplir las especificaciones de diseño.

TEMA II: EL ENFOQUE TAGUCHI

El doctor **GENICHI TAGUCHI** ha desarrollado un enfoque sistémico novedoso, orientado a la aplicación de experimentos estadísticamente diseñados con el fin de incorporar (diseñar) la calidad en los productos y procesos y lograr su mejoramiento continuo.

El enfoque abarca los aspectos siguientes:

- 1) Definición de calidad.
- 2) Función de pérdidas.
- 3) Sistemas de calidad (Control de calidad) "On - line" y "Off - line".
- 4) Filosofía de la calidad.

1. DEFINICIÓN DE CALIDAD

La calidad es **la pérdida que un producto causa a la sociedad** después de ser entregado a los usuarios, con independencia de otras pérdidas causadas por sus funciones intrínsecas.

PÉRDIDAS

Taguchi plantea las categorías siguientes:

1. Pérdidas causadas por la variación de la función.
2. Pérdidas causadas por efectos colaterales.

Ejemplos

1. Una pérdida causada por la variación de la función podría ser la que origina un automóvil que no arranca cuando el clima es muy frío. El dueño del auto podría sufrir una pérdida si tiene que pagar a alguien para lograr que éste arranque; el empleador pierde los servicios del propietario al retrasarse para el trabajo.
2. La variación en la calidad de los servicios que brinda el personal de una Aerolínea puede originar pérdidas de equipaje, vuelos que fallan, llamadas telefónicas de larga distancia, etc.
3. La frustración que sufre el propietario del auto que no arranca, podría considerarse como una pérdida colateral.

Ejemplos de situaciones que no se consideran pérdidas

1. Un producto desechado en la compañía antes de ser distribuido, es un costo para la compañía, pero no una pérdida de calidad.
2. Las pérdidas que origina un producto que cumple las funciones previstas no se consideran pérdidas de calidad, ya que tales situaciones reflejan problemas culturales o legales, y no de ingeniería.

2. FUNCION DE PÉRDIDAS

CONSIDERACIONES GENERALES

- Tradicionalmente, la calidad del producto ha sido medida comparando sus características críticas con las especificaciones de ingeniería fijadas para el mismo.
- Las especificaciones del producto aún son importantes, pero en la actualidad la atención debe brindarse al control de las características del proceso, ya que los procesos de producción determinan la calidad del producto terminado.
- El objetivo que se busca es reducir la variabilidad del producto y del proceso, moviendo las características de la calidad hacia los valores planteados como

objetivos (metas). Esto da lugar a una reducción en las pérdidas de la calidad.

- Las especificaciones de ingeniería indican cuánta variabilidad puede ser tolerada en las características del producto o proceso. Comúnmente se expresan en formas tales como:
 - a) Un simple valor normado: curado a 82°C
 - b) Límites de tolerancia bilaterales: mantener la temperatura de curado entre 80°C y 84°C.
 - c) Valor objetivo con recorrido de tolerancia: 80°C \pm 2°C.
 - d) Límite superior de tolerancia: embarcar el producto dentro de las 72 horas del recibo de la orden.
 - e) Límite inferior de tolerancia: la resistencia al choque debe ser al menos 10 Kg./cm².

CONSIDERACIONES SOBRE LOS EJEMPLOS ANTERIORES

- El primer ejemplo no es adecuado para muchos procesos, porque no permite decidir cuándo no se cumple la especificación, ya que no toma en cuenta la variabilidad del proceso y no se ha definido cuál es la desviación permisible de la meta.
- El segundo ejemplo plantea límites de tolerancia, pero no un valor objetivo.
- Los ejemplos 3, 4 y 5, muestran cómo deben ser planteadas las especificaciones.

El ejemplo 3 incluye un valor objetivo, aunque no se especifican los valores objetivos. En los ejemplos 4 y 5, es evidente que minimizar el tiempo de embarque en el ejemplo 4 y, maximizar la resistencia de choque en el ejemplo 5, son los objetivos.

Taguchi denomina a las especificaciones anteriores **características de calidad del tipo**:

- a) “**El valor nominal es el mejor**” (**nominal-is-best**) (Ejemplo 3).
- b) “**El menor valor es mejor**” (**smaller-is-better**) (Ejemplo 4).
- c) “**El mayor valor es mejor**” (**larger-is-better**) (Ejemplo 5).

¿Por qué es necesario considerar los valores objetivos?

Si se ignoran los valores objetivos, la función de pérdidas sería del tipo que se muestra en la figura.

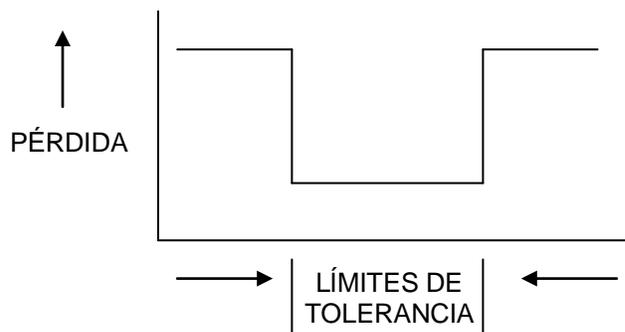


FIGURA 2.1 FUNCIÓN DE PÉRDIDAS TRADICIONAL

Este criterio clásico permite clasificar los productos en aceptables y no aceptables, pero no considera diferentes grados de aceptabilidad.

Ejemplo:

Una pieza que pueda ajustarse perfectamente, ser forzada para que ajuste, ser rellena o no ajustarse.

El modelo anterior no permite considerar todas las alternativas posibles.

Para resolver esta dificultad, Taguchi propone el empleo de una **función cuadrática de pérdidas**. Esta función muestra que una característica que se mueve más allá de su valor objetivo, incrementa las pérdidas. Para determinar la forma exacta de la función de pérdidas, se requiere saber las pérdidas reales que originan algunos valores seleccionados de la característica de calidad. Esta no constituye un problema cuando se emplea el **diseño estadístico de experimentos**.

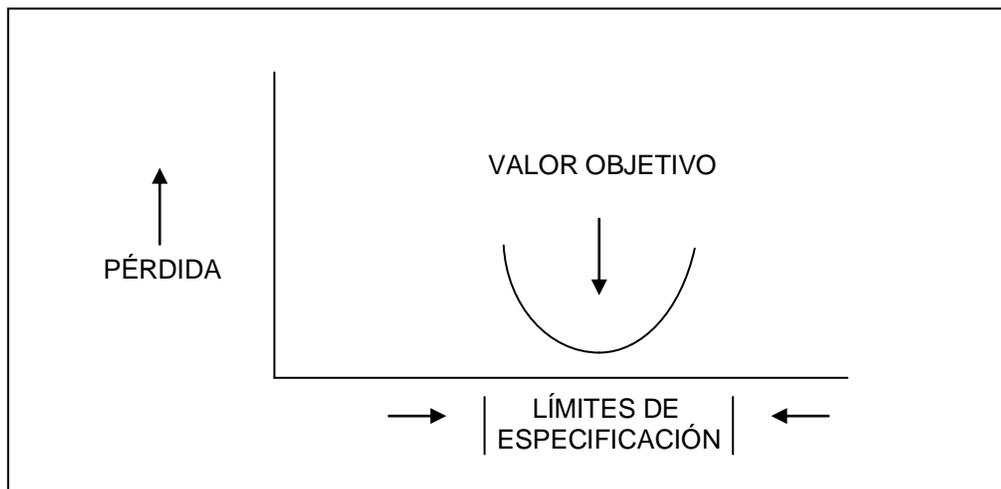


FIGURA 2.2 FUNCIÓN CUADRÁTICA DE PÉRDIDAS

3. CONTROL DE CALIDAD OFF – LINE Y ON – LINE

Taguchi divide el sistema en dos partes: Control de Calidad Off – Line y Control de Calidad On – Line (Fig. 3).

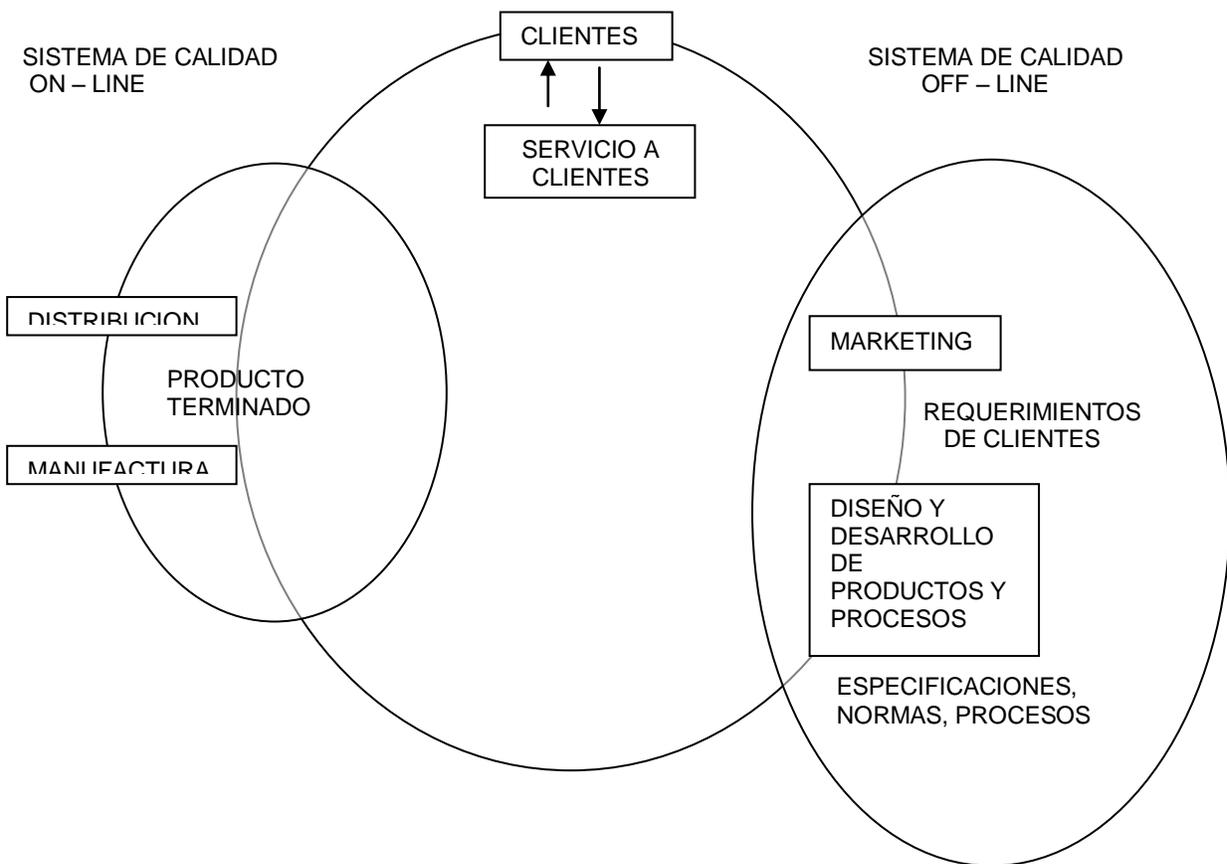


Figura 2. 3 Ciclos del sistema de Producción/Calidad

Control de Calidad OFF - LINE	Etapa 1: Diseño del Producto	Objetivos: 1. Identificar necesidades y expectativas de los clientes. 2. Diseñar un producto que satisfaga los requerimientos de los clientes. 3. Diseñar un producto que pueda ser manufacturado de manera consistente y económica.	Pasos en el aseguramiento de la calidad: 1. Diseño del sistema 2. Diseño de parámetros 3. Diseño de tolerancias
	Etapa 2 Diseño del proceso	Objetivo: 1. Desarrollar normas de especificaciones y procedimientos claros y adecuados , así como el equipamiento apropiado para la manufactura.	Pasos en el aseguramiento de la calidad: 1. Diseño del sistema 2. Diseño de parámetros 3. Diseño de tolerancias
Control de Calidad ON - LINE	Etapa 1: Producción	Objetivo: Elaborar productos dentro de las especificaciones establecidas durante la etapa de diseño del producto, según los procedimientos desarrollados en la etapa de diseño del proceso.	Forma 1: Diagnóstico y ajuste del proceso Forma 2: Predicción y corrección Forma 3 Medición y acción
	Etapa 2: Relaciones con los clientes	Objetivo: Brindar servicio a los clientes y utilizar la información sobre los problemas de campo, para mejorar los diseños del producto y el proceso de manufactura.	Acciones: 1. Reparación, reposición o devaluación monetaria. 2. Información retroalimentada sobre problemas de campo. 3. Cambiar especificaciones/ Diseño de producto y proceso.

FIGURA 2.4 SISTEMA DE CALIDAD DE TAGUCHI

□ ETAPAS	PASOS	CONTENIDO	OBJETIVOS
Diseño del producto	Diseño del Sistema	<ol style="list-style-type: none"> 1. Selección de piezas, materiales y tecnologías adecuadas. 2. Utilización de piezas y tecnologías disponibles que minimicen los costos. 	Desarrollar un prototipo que satisfaga los requerimientos de los clientes.
	Diseño de parámetros	<ol style="list-style-type: none"> 1. Determinación de los valores óptimos de los parámetros de los productos, para que estos sean “robustos” (insensibles a los factores de “ruido”). Los factores de ruido son las fuentes incontrolables de la variación en las características funcionales de los productos, y se clasifican en: Externos (condiciones ambientales), Internos (Cambios en el tiempo de componentes, materiales, etc.) y de Unidad – Unidad (Variaciones en las condiciones de producción). 2. Empleo de diseños experimentales para determinar el impacto de los factores controlables y no controlables sobre las características funcionales del producto. 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Minimizar los costos de fabricación y del ciclo de vida del producto mediante la reducción de la variación en el desempeño. 2. Fijar los niveles de los factores controlables para hacer que los procesos y productos sean “Robustos”.
	Diseño de Tolerancia	Especificación de tolerancias alrededor de los valores objetivos (nominales) definidos en el paso anterior.	Fijar tolerancias amplias sin afectar las características funcionales del producto.
Diseño del proceso	Diseño del Sistema	Selección del proceso de fabricación sobre la base del conocimiento del producto y la tecnología y equipamiento existentes.	Lograr las especificaciones utilizando los procesos actuales.
	Diseño de parámetros	Determinación de niveles de fabricación sobre la base del conocimiento del producto y la tecnología y equipamiento existentes.	Hacer que el proceso sea “Robusto” para minimizar los efectos de los factores de “Ruido” en el producto.
	Diseño de Tolerancia	Reducción de las tolerancias, empleo de materiales más costosos o adquisición de equipos más precisos, en caso de obtener valores inadecuados de los parámetros de diseño del producto/proceso.	Establecer tolerancias para los parámetros críticos identificados en el paso anterior

FIGURA 2.5 PASOS DEL ENFOQUE DE CALIDAD DE TAGUCHI

FORMAS DE CONTROL	DESCRIPCION
Diagnóstico y ajuste del proceso	El proceso es monitoreado a intervalos regulares de tiempo; los ajustes y las correcciones se realizan según se requieran.
Predicción y Corrección	<ol style="list-style-type: none"> 1. Se miden los parámetros cuantitativos del proceso a intervalos regulares de tiempo, y los datos se utilizan para proyectar tendencias en el proceso. 2. Si el proceso está muy alejado del objetivo, se ajusta para corregirlo (Control por anticipación, retroalimentación).
Medición y Acción	<ol style="list-style-type: none"> 1. Toda unidad que se produce es inspeccionada (control mediante inspección). Las unidades defectuosas se reprocesan o desechan. 2. Este control no es preventivo y resulta muy costoso.

FIGURA 2.6 FORMAS DEL CONTROL DE CALIDAD ON – LINE

			TIPO DE RUIDO		
			EXT	INT	UN - UN
Control de Calidad OFF – LINE	I & D	<ol style="list-style-type: none"> 1. Diseño del sistema 2. Diseño de parámetros 3. Diseño de tolerancias 	<ul style="list-style-type: none"> • • ○ 	<ul style="list-style-type: none"> • • • 	<ul style="list-style-type: none"> • • •
	Ingeniería de Producción	<ol style="list-style-type: none"> 1. Diseño del sistema 2. Diseño de parámetros 3. Diseño de tolerancias 	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> 	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> 	<ul style="list-style-type: none"> • • •
Control de Calidad ON – LINE	Producción	<ol style="list-style-type: none"> 1. Diagnóstico y ajuste del proceso 2. Predicción y corrección 3. Medición y Acción 	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> 	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> 	<ul style="list-style-type: none"> • • •
	Relaciones con los clientes	Servicio post-venta	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Leyenda: <ul style="list-style-type: none"> • Posible ○ Posible pero debe ser una última opción <input type="checkbox"/> Imposible 					

FIGURA 2.7 TRATAMIENTO DE LOS FACTORES DE RUIDO

Filosofía de la calidad de TAGUCHI

Elementos Básicos:

- (1) Una dimensión importante de la calidad de un producto manufacturado, es la pérdida total que éste genera a la sociedad.
- (2) En una economía competitiva, el mejoramiento continuo de la calidad y la reducción de costos son necesarios para mantenerse en el negocio.
- (3) Un programa de mejoramiento continuo de la calidad, incluye la reducción incesante de la variabilidad de las características de desempeño del producto, alrededor de sus valores objetivos (nominales).
- (4) La pérdida que sufre un consumidor debido a la variación del desempeño de un producto, es aproximadamente proporcional al cuadrado de la desviación de la característica de desempeño en relación con su valor objetivo.
- (5) La calidad final y el costo de un producto manufacturado están determinados, en gran medida, por los diseños ingeniería del producto y su proceso de manufactura.
- (6) La variación del desempeño de un producto o proceso puede ser reducida explotando los efectos no lineales de sus parámetros sobre las características de desempeño.
- (7) Los experimentos estadísticamente diseñados pueden ser utilizados para identificar los valores de los parámetros del producto / proceso que reducen la variación del desempeño.

FIGURA 2.8 FILOSOFÍA DE LA CALIDAD DE TAGUCHI

TEMA III: EXPERIMENTOS CON DOS NIVELES. DISEÑOS FACTORIALES

I. LA EXPERIMENTACIÓN COMO UN PROCESO DE APRENDIZAJE

Los experimentos que serán estudiados, están orientados a mejorar la calidad de los diseños y procesos. “Mejorar” significa:

- Optimizar el valor promedio de la respuesta.

Este ha sido el objetivo fundamental de los diseños experimentales básicos. Los diseños se emplean para identificar qué combinación de los niveles clásicos de factores clave, provoca el mejor valor promedio para la característica de producto o proceso de interés.

- Minimizar los efectos de la variabilidad en el desempeño del producto / proceso. En esto consiste el denominado “**DISEÑO ROBUSTO**”. En el enfoque de Ingeniería de la Calidad (Taguchi), *el papel fundamental del diseño experimental, es hacer que el producto / proceso sea Insensible (robusto) a la variación de los factores no controlados.*

En otras palabras, el diseño robusto consiste en reducir la variabilidad en alguna medida de desempeño, haciendo esta medida insensible a los factores de ruido.

TÉRMINOS Y DEFINICIONES BÁSICAS

EXPERIMENTOS:

Serie de ensayos o pruebas que arrojan resultados cuantitativos. Los experimentos pueden ser aleatorios o determinísticos.

RAZONES PARA REALIZAR EXPERIMENTOS INDUSTRIALES.

EXPLORACIÓN: Obtener datos para obtener más de una característica de producto o proceso. Ejemplo: **CURADO** de diferentes artículos para diferentes combinaciones de temperatura y tiempo, con el fin de medir la resistencia a la rotura.

ESTIMACIÓN: Utilizar los datos para estimar los efectos de algunas variables sobre otras. En el ejemplo anterior, si el estudio exploratorio arroja que la resistencia a la rotura de una pieza moldeada está afectada por el tiempo de la cura y la temperatura, sería conveniente estimar la baja resistencia promedio correspondiente a las diferentes combinaciones de niveles de ambas variables de proceso.

CONFIRMACIÓN: Obtener datos para verificar una hipótesis sobre la relación existente entre las variables. Por ejemplo, una vez que el tiempo de cura y la temperatura “óptimos” han sido determinados, se corren experimentos adicionales en una región cercana a estos valores, para determinar si en efecto son los “mejores”.

II. EXPERIMENTOS CIENTÍFICOS TRADICIONALES

Variación por separado de cada factor (manteniendo fijos los demás).

¿Por qué esto es inadecuado?

Veamos el siguiente ejemplo:

La resistencia de una pieza es una función de los factores **A, B, C**. Si la resistencia va a ser evaluada para los dos valores diferentes de cada factor (niveles), el problema consiste en seleccionar la combinación de niveles que hacen máxima la misma.

- En la figura 3.2., los valores 1 y 2 representan los niveles para cada factor en el experimento. (1, nivel bajo; 2, nivel alto). De los resultados obtenidos se podría inferir que el valor máximo de la resistencia es 130, fijando los factores A y C en el nivel 1 y el factor B en el nivel 2.
- Si se varía A (de “1” a “2”) mientras B y C se mantienen en el nivel 1, la resistencia disminuye ($125 - 100 = 25$). Si B se varía al nivel 2, la resistencia aumenta ($130 - 125 = 5$). Si C se varía al nivel 2, la resistencia disminuye ($125 - 105 = 20$).
- Si los factores A y B interactúan (no tienen efectos independientes sobre la resistencia), el efecto de un factor es afectado por el nivel de otro.
- Debido a lo anterior, la contribución combinada de A y B a la resistencia provoca los resultados que se muestran en las figuras 3.3. y 3.4. También, suponga que el factor C contribuye con un valor de resistencia de 70 en el nivel 1, y con un valor de 50 en el nivel 2. Entonces los valores resultantes se muestran en la figura 3.5.
- Tomando en cuenta los resultados de la figura 3.5., se podría decir que la resistencia máxima se obtiene fijando los factores A, B y C en los niveles 2, 2 y 1, respectivamente, siendo el valor resultante $90 + 70 = 160$.

¿Cómo podemos evitar caer en esta trampa?

Utilizando experimentos estadísticamente diseñados.

III. DISEÑOS DE TRES FACTORES

- Se utilizan para evaluar los efectos de tres factores diferentes, con cada factor fijado en dos niveles.
- Existen 8 ensayos en el experimento ($2^3 = 8$).
- **Los niveles pueden ser:**

Valores cuantitativos (temperatura, presión, espesor, tiempo, etc.).

Posibilidades discretas (máquinas A y B, operadores A y B; métodos viejos y nuevos, etc.).

- ***La característica del proceso que es una función de estos factores y que será observada en el experimento (llamada respuesta), debe ser una variable continua.***

DESCRIPCION DEL EXPERIMENTO

- La figura 3.6. muestra los ensayos del diseño.
- El primer ensayo se corre con todos los factores en sus niveles bajos.
- El segundo ensayo se corre con A y B en sus niveles bajos y el factor C en su nivel alto.
- La designación de bajo y alto no significa que el nivel bajo tenga un valor numérico menor.
- El experimento es ortogonal (el efecto de un factor no está distorsionado por los efectos de otros factores).
- La figura 3.6. se convierte en la figura 3.7. si se utilizan las notaciones -1 y $+1$, para los niveles bajos y altos, respectivamente.

COMPROBACION DE LA ORTOGONALIDAD

- Multiplique las filas correspondientes de las columnas de 2 factores y obtenga la suma de todos los productos. Si la suma se anula, las columnas son ortogonales y los efectos representados por esas columnas son ortogonales.
- Ejemplo:
Los efectos A y B son ortogonales porque,

$$\text{SUMA} = (-1)(-1) + (-1)(-1) + (-1)(1) + (-1)(1) + (-1)(1) + (-1)(1) + (1)(1) + (1)(1) = 0$$

Análogamente, se puede comprobar que los efectos A y C son ortogonales también.

- **EFEECTO DE UN FACTOR**

- : Cambio en la respuesta cuando el factor varía de su nivel bajo a su nivel alto.

Efecto de A = ((Promedio de A en (2)) – (Promedio de A en (1)))

$$= \bar{A}_2 - \bar{A}_1$$

$$= \frac{(Y_5 + Y_6 + Y_7 + Y_8)}{4} - \frac{(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}{4}$$

Los efectos de los factores B y C se estiman de manera análoga.

- La figura 3.8. es una ilustración de una **tabla de respuestas**, que se emplea para calcular los efectos estimados.

EXPLICACIÓN DE LA TABLA DE RESPUESTAS

- En la primera columna se lista el orden de ejecución de las corridas.
- La segunda columna ofrece el número del ensayo, tal como se lista en la matriz de diseño de la figura 3.6.
- La tercera columna muestra los valores observados de la respuesta.
- Las siguientes columnas muestran qué valores de la respuesta deben ser utilizados para calcular los promedios. Por ejemplo, en la cuarta columna se observa que Y_1, Y_2, Y_3 y Y_4 deben ser utilizados para calcular \bar{A}_1 .

EJEMPLO 1

El rendimiento de una reacción química se supone que es función de las variables:

- Formulación (F)
- Velocidad del Mezclador (S)
- Temperatura (T)

Un experimento de 8 corridas (a 2 niveles) para los 3 factores será corrido. Los niveles de cada factor se muestran en la figura 3.9.

Basándose en la figura 3.6., las 8 corridas experimentales se listan en las columnas 3, 4 y 5 de las figuras 3.10. (Codificada) y 3.11. (No codificada).

Antes de analizar el experimento, **debe asignarse aleatoriamente el orden de ejecución de las corridas, para evitar la variación de los factores incontrolables en el tiempo que podrían distorsionar el análisis.** Por ejemplo, si uno de los reactivos utilizados se deteriora durante el experimento, el rendimiento podría ser inferior que el esperado.

Si se utiliza el orden estándar, la formulación A se emplearía durante las 4 corridas iniciales y la B en las 4 finales, por lo que una reducción del rendimiento podría ser atribuida erróneamente al efecto de la formulación. La aleatorización minimiza este tipo de riesgo.

- Para simplificar la recopilación de datos, a las personas encargadas se les suministra el listado de ensayos en el orden en que se deben ejecutar. En otras palabras, los ensayos son listados en el orden aleatorio de ejecución (Figura 3.12.). Los valores observados de la respuesta añadidos al reporte de la figura 3.12., se muestran en la figura 3.13.
- La figura 3.14. es un formato de tabla de respuestas.
- En la figura 3.15. se muestran el orden de las corridas y los datos de rendimiento.
- La figura 3.16. es una tabla de respuestas completa.

CÁLCULO DE LOS EFECTOS DE CADA FACTOR

Los efectos estimados de cada factor son:

$$\text{Efecto de F} = 183,0 - 162,8 = 20,2$$

$$\text{Efecto de S} = 170,5 - 175,3 = -4,8$$

$$\text{Efecto de T} = 173,8 - 172,0 = 1,8$$

El promedio general de la respuesta, $\bar{Y} = 172,9$.

CONSIDERACIONES

- La respuesta promedio es mayor para el nivel alto de F que para su nivel más bajo, ya que el efecto es positivo.
- La respuesta promedio es mayor en el nivel bajo de S.
- El efecto del factor T es tan pequeño que puede considerarse que es probable que la variación sea aleatoria, en lugar de ser un efecto real.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS EFECTOS

Se utiliza el procedimiento siguiente:

1. Identifique los valores máximo y mínimo de los promedios de la respuesta.
2. Trace una escala vertical que incluya dichos valores.
3. Trace una línea horizontal en el valor del promedio general de la respuesta.
4. Trace los puntos correspondientes a los valores promedio de la respuesta para cada factor, en cada nivel, uno encima de la línea del gran promedio y el otro debajo, de tal manera que queden equidistantes.
5. Identifique los puntos y una los pares correspondientes con una línea vertical.

La figura 3.17 muestra el gráfico de los efectos de los factores. Posteriormente, cuando se estudie la técnica de Análisis de la Varianza (ANOVA), se llegará a la conclusión de que la significación estadística de un factor está relacionada directamente con las longitudes de las líneas verticales que se muestran en la figura.

Esta figura, utilizada con la tabla de respuestas, permite identificar los niveles en que se deben fijar los factores cuando se desea maximizar (*“el mayor es mejor”*) o minimizar (*“el menor es mejor”*) el valor promedio de la respuesta.

Respuesta promedio máxima:

$$\begin{aligned}\bar{Y}_{\text{Max}} &= \bar{Y} + (\bar{F}_2 - \bar{Y}) + (\bar{S}_1 - \bar{Y}) \\ &= 185,4\end{aligned}$$

Respuesta promedio mínima:

$$\begin{aligned}\bar{Y}_{\text{min.}} &= \bar{Y} + (\bar{F}_1 - \bar{Y}) + (\bar{S}_2 - \bar{Y}) \\ &= 160,4\end{aligned}$$

IV. EXPERIMENTOS REPLICADOS

OBJETIVO

Reducir los efectos de una variabilidad elevada en los resultados experimentales, repitiendo el experimento.

BENEFICIOS

1. Los valores promedios tienen menos variación que los individuales, por lo que los promedios calculados se aproximan más a los efectos verdaderos de los factores.
2. Sin réplicas, un solo valor muestral erróneo o inusual puede distorsionar todo el análisis.
3. Los datos de los experimentos replicados pueden ser utilizados para estimar la variabilidad del proceso.
4. Los datos de los experimentos replicados pueden ser utilizados para determinar qué factores afectan el nivel medio del proceso y cuáles afectan su variabilidad.

Los dos últimos aspectos se estudiarán después.

FORMACIÓN DE BLOQUES

Es el conjunto o grupo de 8 ensayos correspondiente a una corrida del experimento (réplica).

Si por ejemplo, el experimento se replica 3 veces, cada uno de los 3 grupos de 8 ensayos, se corre por separado, aleatorizando el orden de ejecución de las corridas en cada grupo.

ANÁLISIS DE DATOS

- Se calcula la respuesta promedio en cada combinación de niveles del factor.
- Los 8 valores promedios son tratados de la misma manera que los 8 valores individuales de respuesta obtenidos en un experimento no replicado.

EJEMPLO 2

Suponga que el experimento del ejemplo anterior se repite otra vez. Los 16 resultados experimentales se muestran en la figura 3.18. (no se anotó el orden aleatorio de ejecución).

La información se registra en la tabla de respuestas que se muestra en la figura 3.19 y los efectos de los factores en el gráfico de la figura 3.20.

Observe que los resultados del experimento replicado son básicamente iguales que los del experimento no replicado.

V. INTERACCIONES

- Hasta ahora se ha considerado que los factores son aditivos, por lo que sus efectos se pueden estimar por separado.
- La aditividad se manifiesta por la contribución que aporta cada factor a la respuesta, por separado, independientemente de los otros factores.
- A veces, existe influencia de algún factor sobre otro. Ejemplo. Un antioxidante puede ser más efectivo en bajas temperaturas que en altas temperaturas.

Tabla No. 1. ALGORITMO PARA ESTIMAR LOS EFECTOS DE INTERACCIÓN

1. Cambie la notación 1,2 en la matriz de diseño por la notación –1,1.
2. Multiplique los valores de las columnas A y B, y colóquelos en una nueva columna AB.
3. Repita el paso anterior para las columnas A y C, y para las columnas B y C.
4. Multiplique los valores en la columna A por los correspondientes en la columna y. Sume estos productos y divida por 4. Este es el efecto principal en A.
5. Repita el paso anterior para los efectos principales B y C.
6. Multiplique los valores en la columna AB por los correspondiente en la columna Y. Sume estos productos y divida la suma por 4. Este es el valor del efecto de interacción AB.
7. Repita el paso anterior para los efectos de interacción AC y BC.

La figura 3.24 muestra los efectos principales y los de interacción.

La tabla de respuestas basada en la figura 3.24 se muestra en la figura 3.25.

EJEMPLO 3

Considere los datos del experimento dado en la figura 3.26. En la figura 3.27 se ofrece la tabla de respuestas, donde aparecen los valores de los 3 efectos principales.

En la figura 3.28. se ofrecen los valores de los 3 efectos de interacción; en la figura 3.29 se muestran gráficamente todos los efectos. Observe que los efectos dominantes son B y la interacción AB; A y C tienen poca importancia y las interacciones AC y BC son despreciables.

Valor máximo de la respuesta

$$\begin{aligned}\bar{Y}_{MAX} &= \bar{Y} + \text{Contribución A} + \text{Contribución B} + \text{Contribución C} \\ &= 35.23 + (37.03 - 35.23) + (41.33 - 35.23) + (36.25 - 35.23) \\ &= 44.75 \text{ (Ignorando las interacciones)}\end{aligned}$$

Observe en la figura 3.26 que para valores altos de A y B y bajos de C, el valor de Y es 40.2 y el máximo es 44.1, el cual ocurre cuando B está en su nivel alto y los

factores A y C en sus niveles bajos. Debido a la existencia de una interacción AB que es muy fuerte, no se puede hallar el valor máximo de Y, observando sólo los efectos principales.

Lo que se debe hacer es calcular la respuesta promedio de cada combinación de niveles de A y B. Esto se muestra en la figura 3.30.

En la figura 3.31 se muestran los valores promedios correspondientes a las interacciones AB, AC y BC. Los valores trazados en la figura 3.31 se ofrecen en la tabla 3.30. Los valores trazados en las figuras 3.31b y 3.31c se obtienen de manera análoga.

En la figura 3.31 se observa una fuerte interacción AB, mientras que las líneas casi paralelas en las otras figuras indican que las otras interacciones, AC y BC, son débiles.

Como A y B interactúan no se pueden analizar sus efectos principales. Para hallar el valor máximo de Y se considera qué combinación AB produce el mayor valor de Y, y el mejor valor de C, que no interactúa con A y B. En la tabla 3.30 se observa que el mejor valor de Y es 43.30, el cual ocurre cuando A está en su nivel bajo y B en su nivel alto. Entonces:

$$\begin{aligned}\bar{Y}_{Max} &= \text{Gran promedio} + \text{Contribución AB} + \text{Contribución C} \\ &= 35.23 + (43.80 - 35.23) + (36.85 - 35.23) \\ &= 45.42 \quad (\text{mayor que } 44.75)\end{aligned}$$

Cuando existe interacción entre 2 factores, calcule el valor promedio para Y en cada combinación de niveles de dichos factores y trabaje con dichos valores.

Interacciones de 3 factores

- La interacción ABC es de 3 factores y su efecto se estima fácilmente. Para ello, añada la columna ABC en la matriz de la figura 3.24, la cual se obtiene multiplicando los niveles en las columnas de los factores A, B y C. Esto da lugar a las últimas 2 columnas en la tabla de respuestas de la figura 3.25.
- En la figura 3.32 se muestra la nueva columna ABC.
- La figura 3.33 muestra los cálculos correspondientes a la interacción ABC.
- La interpretación de esta interacción es complicada, sin embargo, se emplea para estimar la variabilidad de los estimadores de otros efectos.

VI. TRAZADO DE LOS EFECTOS ESTIMADOS EN EL PAPEL DE PROBABILIDAD NORMAL.

En el ejemplo anterior se determinó que los efectos de B y AB eran mayores que los demás.

¿FUERON REALES ESTOS EFECTOS, O CASUALES?

El trazado en un papel probabilístico normal, es una técnica que permite responder esta pregunta. La técnica está basada en el **Teorema del Límite Central**.

De esto se infiere que un histograma construido con cientos de promedios ponderados obtenidos bajo condiciones análogas, tendría una forma acampanada. En la técnica se considera que si no existieran efectos "Reales" en un experimento, de modo que las diferencias fueran casuales, entonces se deben esperar ciertos patrones en los estimados, que pueden examinarse gráficamente.

La técnica consiste en lo siguiente;

1. Ordene los efectos estimados en orden ascendente.
2. Trace los puntos (E_i, P_i) , $(i=1, \dots, m_1)$ sobre un papel probabilístico normal, donde:

m = número de efectos estimados.

E_i = Es un efecto estimado

P_i = Igual a $100(i - 0.5) / m$.

La figura 3.34 es una hoja de papel probabilístico normal. E_i se traza en el eje horizontal y P_i en el eje vertical. Cuando $m = 7$ y $m = 15$, se muestran las escalas en el margen izquierdo.

3. Ajuste una línea recta a través de los puntos, ignorando aquellos puntos con valores de E_i muy grandes o muy pequeños.

¿Aparecen los puntos con valores pequeños de E_i , muy alejados a la izquierda de la línea?, ¿Están muy alejados los puntos con valores grandes de E_i , a la derecha de la línea?

Si la respuesta es afirmativa en ambos casos, entonces es muy probable que estos puntos representen "**EFECTOS REALES**".

EJEMPLO ILUSTRATIVO

Considere los efectos estimados del ejemplo analizado en la sección anterior:

- Los efectos se obtienen en la parte inferior de la tabla 3.33.
- La tabla 3.35 muestra los valores ordenados de E_i y los valores de P_i . En realidad no era necesario calcular P_i , porque $m=7$, y los valores se obtienen directamente en la escala del margen izquierdo.

El gráfico de la figura 3.36 muestra que los efectos B y AB se separan del patrón que siguen los otros 5 puntos, lo cual sugiere que estos 2 efectos pudieran ser "Reales".

VII. EJEMPLO 4

Un fabricante de fijadores mecánicos afronta un problema crónico con el recubrimiento de cierta pieza, el cual es muy delgado. Cuando este problema ocurre, la acción que se emprende usualmente consiste en aumentar los niveles de detergente, cobre y zinc en el recipiente que se utiliza durante el proceso. Esta acción eleva los costos y no elimina el problema del espesor inadecuado.

Un ingeniero de planta sugirió la reevaluación del recipiente en uso, con vistas a determinar la reducción de uno o más de los productos químicos que se utilizan.

Para determinar la validez de esta propuesta se diseñó un experimento de 8 corridas, con 3 factores cuyos niveles se plantean en la figura 3.37. Con vistas a simplificar la discusión, los nuevos niveles son listados como nivel 1, ya que son inferiores a los niveles de los productos químicos en uso actualmente (nivel 2).

Durante el experimento, sólo se permitió la variación de los tres factores controlables antes citados. Los factores siguientes se mantuvieron fijos:

- a. Operador.
- b. Número de piezas.
- c. Tiempo de ciclo.
- d. Tamaño de la carga (1000 lb).

Se seleccionó una muestra aleatoria de 30 piezas en cada corrida experimental. El espesor del recubrimiento se midió en tres puntos de cada pieza, y a partir de dichos resultados se calculó el espesor promedio del ensayo.

Los valores promedios aparecen en la última columna de la Figura 3.38. Observe que el orden de ejecución de los ensayos fue aleatorizado.

En la figura 3.39 se ofrece la tabla de respuestas completa y en la figura 3.40 se muestran gráficamente los efectos estimados. La observación del gráfico indica que el espesor máximo se logra fijando los factores A, B y C en los niveles 1, 2 y 2, respectivamente: En otras palabras, disminuyendo el nivel de detergente, pero manteniendo los niveles actuales de cobre y zinc. Sin embargo, esta conclusión es dudosa, debido a la presencia de efectos de interacción relativamente fuertes.

La representación gráfica de los efectos en un papel probabilístico normal (figura 3.41), no indica desviaciones excepcionales de la línea ajustada a los datos, por lo que a partir de este momento es interesante saber si alguno de los factores bajo estudio tiene algún efecto sobre la respuesta (espesor), al menos en los rangos fijados para esos factores en el experimento. De no existir efectos, entonces

debía recomendarse que todos los factores se fijaran en su nivel bajo (nivel 1), ya que estos implican menos costos.

Sin embargo, la figura 3.40 sugiere que las Interacciones AB y AC deben ser más exploradas con fines de comparación, también se observa la interacción BC. Los valores promedios de la respuesta para todas las combinaciones de los factores se ofrecen en la figura 3.42. Estos valores promedios se grafican en la figura 3.43 para mostrar los efectos. Como era de esperarse, A y B, así como A y C, muestran efectos de interacción, mientras que B y C no.

Para obtener el valor máximo de la respuesta se observa que:

- La figura 3.43 a expresa fijar A en el nivel 1, y que el efecto B no existe.
- La figura 3.43 b expresa fijar A en 1 y C en 2.
- La figura 3.43 c expresa fijar B en 2 y C en 2.

Lo anterior es consistente con la decisión tentativa inicial, antes de considerar los efectos de interacción.

La planta en que se realizó el experimento, decidió mantener (zinc) en el nivel 2, y cambiar A (detergente) y B (cobre) al nivel 1. Lo racional según esta decisión, en cuanto al factor B, fue que cuando A estaba en el nivel 1 y C en el nivel 2, el nivel de B no ejercía gran efecto sobre la respuesta, por lo que cambiar B al nivel 1 implica una reducción de los costos (Recuérdese que el análisis de la figura 3.41 arrojó no tomar en serio ninguno de los efectos estimados). Además, la mayor respuesta observada durante el experimento se obtuvo cuando A, B y C se fijaron en los niveles 1, 1 y 2, respectivamente.

Se realizaron corridas de verificación en los niveles recomendados para los factores, utilizando diferentes operadores, bajo condiciones normales de producción. Las mediciones de espesor se listan en la figura 3.44 y se representan gráficamente en la figura 3.45, en la secuencia de tiempo en que se obtuvieron. Los ensayos 5 y 6 tuvieron resultados bastante diferentes a los demás, debido al empleo de un método automatizado de limpieza en lugar del método manual, utilizado en las demás corridas. Es por esto que se recomendó discontinuar el método automatizado.

El reporte final del ingeniero que condujo el estudio concluyó, basado en los resultados del experimento, que podrían esperarse ahorros sustanciales en los costos mediante el empleo del recipiente óptimo.

El experimento modificó algunos criterios originales del control del proceso. Inicialmente la idea era que al utilizar detergente adicional, las piezas aceptarían mejor el cobre y que al utilizar cobre adicional el zinc podría adherirse mejor a éste, obteniéndose entonces un mayor espesor. El experimento arroja que existen algunos puntos en el proceso donde al añadir más productos químicos, el espesor disminuye y los costos aumentan.

Una gran preocupación, no abordada en el experimento, es la magnitud de la variabilidad del espesor del recubrimiento. Los investigadores se dedicaron a aumentar el espesor promedio sin considerar los efectos que podrían provocar los factores experimentales en la variabilidad del espesor. Para resolver este problema se requiere correr experimentos adicionales que permitan:

1. Explorar la posibilidad de reducir aún más los niveles de detergente y cobre.
2. Determinar los efectos, si existieran, que tienen los niveles de los factores sobre la variabilidad del espesor.

Posteriormente se estudiará cómo emplear los diseños experimentales para evaluar los efectos de los factores sobre la variabilidad.

VIII. DISEÑO DE DOS FACTORES

Los diseños experimentales de dos, tres y cuatro factores (2 niveles por cada factor) constituyen una familia de diseños que cubren las necesidades de diseños hasta con 15 factores.

La figura 3.46 muestra la matriz de diseño para el experimento de 4 corridas (dos factores). La tabla de respuestas aparece en la figura 3.47. El experimento rara vez se corre con 4 ensayos. Muy a menudo es replicado 2 ó más veces.

EJEMPLO 5

Una persona asiste a un gimnasio 3 veces a la semana. Existen dos rutas diferentes que puede transitar para ir al gimnasio

La persona desea saber qué ruta es la más rápida, y, además, si en el horario punta (pico), el exceso de tráfico afecta el tiempo de viaje.

Para responder a lo anterior, decidió correr un experimento de 4 ensayos, 3 veces replicado.

La matriz de diseño se brinda en la figura 3.46, donde el factor A es la ruta elegida (1 ó 2) y el factor B expresa si el viaje se realiza durante el horario punta (1=no. 2=si.)

El formato completo de reporte del experimento se encuentra en la figura 3.48. Los datos de la respuesta se resumen parcialmente en la figura 3.49. Estos datos se introdujeron en la tabla de respuestas de la figura 3.50, donde los valores en la fila "**NUMBERS OF VALUES**", reflejan las réplicas; Los efectos estimados se graficaron en la figura 3.51. Basándose en esta figura se concluyó que:

- La ruta tiene un efecto despreciable sobre el tiempo de viaje.
- El tiempo de viaje durante el horario punta es 2,33 minutos mayor, como promedio, que en otros horarios.

- No existe interacción entre ruta y horario punta. En otras palabras, el horario punta tiene el mismo efecto sobre cada ruta.

IX. DISEÑO DE CUATRO FACTORES

Con un experimento de 16 corridas es posible estimar los efectos principales y de interacción de cuatro factores. Todos los estimados son ortogonales.

La matriz de diseño se encuentra en la figura 3.52, con la notación (1=bajo y 2=alto). Los niveles de los factores y de los términos de interacción aparecen en la figura 3.53 con la notación (-1=bajo y 1=alto). La tabla de respuestas se encuentra en la figura 3.54.

EJEMPLO 6

Una operación de maquinado fue evaluada en cuanto al acabado de una pieza dada. Los factores de control críticos que afectan el acabado superficial fueron la velocidad de corte, la profundidad de corte, el diámetro de la herramienta de corte y la alimentación por diente.

Los efectos de estos factores fueron estimados utilizando un experimento de 16 corridas y 2 niveles para cada factor. Los niveles utilizados aparecen en la tabla 3.55 y el formato completo del reporte del experimento se muestra en la figura 3.56, registrándose los datos según el orden de ejecución de las corridas; en este experimento son mejores los valores menores (más lisos).

La tabla de respuestas completa se encuentra en la figura 3.57.

Los efectos estimados que aparecen en la parte inferior de la figura 3.57, se muestran en el gráfico de la figura 3.58. Los efectos, en orden de impacto sobre el acabado superficial, son D, BD, AD y A y B. C no parece tener algún efecto real sobre el acabado.

Ignorando por el momento los efectos de interacción, el experimento indica que los mejores niveles para los factores son:

Velocidad de la herramienta = $A_2 = 100$ m / min.

Profundidad de corte = $B_1 = 1$ mm.

Alimentación / diente = $D_1 = 0.25$ mm / diente.

La figura 3.58 es un trazado normal de los 15 efectos estimados en la figura 3.57. En el gráfico sólo los efectos antes señalados (D, BD, AD, y A y B) se desvían significativamente de la línea recta ajustada.

Considerando que los efectos de interacción AD y BD parecen ser importantes para la respuesta (acabado superficial), los valores promedios fueron calculados y

graficados para cada combinación de niveles de A y D, y también para cada combinación de niveles de B y D. Los valores promedios de la respuesta que fueron calculados se encuentran en las figuras 3.60 y 3.62 y las gráficas en las figuras 3.61 y 3.63.

La figura 3.61 indica que para minimizar las respuestas promedio, A y D deben ser situados en sus niveles bajos. Recordemos que cuando se consideraron los valores promedios de la respuesta basados en los niveles de factores, sin considerar las Interacciones, los datos indicaron que debían utilizarse el nivel bajo de D y el nivel alto de A. Pero se requiere ser cuidadosos en esto, tomando en consideración que en la figura 3.61, cuando A se encuentra en su nivel alto (A_2) la respuesta promedio no es sensible al cambio de nivel de AD lo cual si ocurre en su nivel bajo (A_1).

Si el nivel de D es difícil controlarlo; o si D es un factor de ruido, entonces probablemente será mejor situar A en su nivel alto, como alternativa para reducir la variabilidad del proceso. El **"Enfoque Taguchi" de la Ingeniería de la Calidad, hace fuerte énfasis en el empleo de experimentos durante el diseño de parámetros para hacer que los productos y procesos sean insensibles, (robustos) a los factores de ruido.** La figura 3.63 plantea otra situación interesante. La variabilidad de las respuestas promedio, como función de D, es menor cuando B está en su nivel alto, pero la respuesta promedio es mucho menor cuando B y D se encuentran en sus niveles bajos. Parece que A, B y D deben ser situados en los niveles 2,1 y 1, respectivamente pero se requerirá un estudio ulterior de las interacciones AD y BD.

Los niveles 2,1 y 1 de los factores A, B y D corresponden a los ajustes de 100 m/mln, 1 mm y 0.25 mm / diente (figura 3.55). Estos niveles fueron utilizados en los ensayos 1 y 7 (figura 3.56), obteniéndose los valores observados de la respuesta (Y) iguales a 49 y 44, respectivamente por lo que el valor promedio fue 46.5 $((44+49)/2)$, el cual es 23.3 $(69.3-46.5)$ micrómetros menor que el valor promedio observado de la respuesta.

X. DISEÑOS TRADICIONALES Y DISEÑOS DE TAGUCHI

Ha ocurrido un debate considerable acerca de las diferencias entre los diseños experimentales tradicionales y el enfoque Taguchi de la Ingeniería de Calidad (off line). Desafortunadamente, algunos especialistas han exagerado estas diferencias y se quejan de la poca efectividad de los diseños tradicionales o de la invalidez de los diseños de Taguchi. Lo cierto es que Taguchi aplica diseños empleados por los especialistas durante años, pero Taguchi los ha hecho más accesibles a los ingenieros presentándolos en estudios de casos, en lugar de emplear fórmulas matemáticas. El doctor Taguchi examinó la tendencia común de los matemáticos occidentales de enfatizar los méritos técnicos y la elegancia teórica de los sistemas de diseño experimental, en detrimento de la claridad sobre su uso. En la figura 3.64 se muestran dos matrices de diseño. La que aparece a la izquierda se denomina diseño 2^3 por los matemáticos occidentales y la que aparece a la derecha es el diseño L_8 de Taguchi.

Las únicas diferencias están relacionadas con la notación y el ordenamiento, pero son iguales al diseño de 8 corridas que se ha estudiado. Las diferencias y similitudes son las siguientes:

- Los diseños tienen 8 corridas y 7 columnas ortogonales en sus matrices.
- Los diseños poseen columnas para cada uno de los 3 efectos principales, 3 interacciones de 2. orden y una interacción de 3. orden.
- Si en el diseño experimental de 8 corridas que hemos estudiado, se intercambian las columnas 1 y 3 y las columnas 4 y 6, se obtiene el diseño 2^3 . Para verificar la validez de lo planteado, compare la matriz que aparece a la izquierda de la figura 3.64 con la que aparece en la figura 3.32. Lo que ha ocurrido es un intercambio de los factores A y C.
- Si en el diseño de las corridas que muestra la figura 3.32, se sustituyen los -1's por 2's, se mantienen los 1's, se intercambian las columnas 3 y 4, y se invierte el orden de las corridas, se obtiene el diseño de Taguchi, que aparece en la parte derecha de la figura 3.64.

Todo lo anterior revela que las diferencias que existen entre estos diseños experimentales se deben a un problema simple de notación por lo que no resultan sustanciales.

Las similitudes y diferencias entre los diseños de 8 corridas son análogas para los diseños de 4 y 16 corridas. Considérense las tres matrices de dos factores que se encuentran en la figura 3.65. Si en el diseño 2^2 se reemplazan los 1's por 2's y se intercambian las dos primeras columnas, se obtiene la matriz de la izquierda. Si en el diseño de Taguchi se intercambian los 1's por 2's y además se invierte el orden de las filas, se obtiene nuevamente la matriz de la izquierda en la figura 3.65. Esto muestra diferencias en la notación, que no son sustanciales.

Los experimentos de 16 corridas presentan una situación análoga. En particular la asignación de columnas a los efectos se expresa en la figura 3.66. La figura 3.53 es sustancialmente el diseño 2^4 , con las columnas reordenadas como se indican en la figura 3.66. Para obtener el diseño de Taguchi a partir de la figura 3.53 tendríamos que reemplazar los 1's por 2's e invertir el ordenamiento de las filas en la figura 3.53, además de realizar los cambios en las columnas que se indican en la figura 3.66.

Si los diseños son realmente iguales, ¿por qué no se emplea una sola notación? En primer término, sería útil utilizar la notación de Taguchi por su popularidad y los aportes en el campo de la Ingeniería de la Calidad, pero debido a que Taguchi sólo emplea algunos de los diseños desarrollados por los matemáticos occidentales, sería difícil profundizar en el estudio de dichos diseños. Si se seleccionara la notación occidental, sería difícil profundizar en el estudio de los métodos de Taguchi. Es por esto que se ha seleccionado el formato empleado en el curso, debido a que las tablas de respuestas que se utilizan son cómodas para

el trabajo de los especialistas que tienen antecedentes de ambos estilos. Estos formatos de manera intencional evitan llamar la atención sobre la notación utilizada para el diseño, y permiten el empleo de cualquier paquete de "SOFTWARE".

TEMA IV: EXPERIMENTOS CON DOS NIVELES. DISEÑOS FACTORIALES FRACCIONADOS

I. DISEÑOS FACTORIALES FRACCIONADOS DE OCHO CORRIDAS EXPERIMENTALES

Hasta el momento se han analizado los efectos de 2,3 y 4 factores en 4,8 y 16 ensayos. Pero, ¿es necesario realizar siempre 2^k ensayos cuando se trabaja con k factores? La respuesta, afortunadamente, es negativa. En efecto, a veces se pueden analizar los efectos de k factores con sólo $(k+1)$ ensayos, pero se debe pagar un precio por esto, debido a que cuando se utilizan menos de 2^k ensayos para analizar los efectos de k factores, no todos los efectos de interacción pueden ser claramente estimados, y los **factores principales pueden estar "confundidos"** (un término que se estudiará después) **con los términos de interacción.**

Sin embargo, mediante una planificación cuidadosa, los experimentos pueden diseñarse de tal manera que se requieran pocos ensayos para estimar los efectos de interacción más importantes. En relación con los diseños experimentales de 8 corridas que fueron estudiados, la matriz de diseño se muestra en la figura 3.6 y en las figuras 3.32 y 4.1 se ofrece la misma información, utilizando la notación $(-1,1)$, así como los niveles de los efectos de interacción. Esta notación será empleada para tratar el presente tema porque facilita su comprensión.

CUATRO FACTORES EN OCHO ENSAYOS

Una manera de evaluar los efectos de 4 factores en 8 ensayos, es considerando en la matriz de la figura 4.1, la columna de la interacción ABC como la columna del factor (D). Esto permite plantear la matriz de la figura 4.2.

Las columnas para los efectos de interacción que involucran A, B y C, se ofrecen en la figura 4.1, los términos de interacción que involucran el factor D son AD, BD, CD, ABD, ACD, BCD, ABCD. Las columnas para los efectos de interacción de 2 factores, que involucran al factor D, se listan en la figura 4.3.

Si se comparan las columnas de las figuras 4.1 y 4.3, no sólo vemos que $D=ABC$, sino que $AB = CD$, $AC = BD$ y $BC = AD$. Esto significa que al comparar ambas

matrices, la secuencia de -1 's y 1 's son idénticas por lo que cuando se estiman los efectos CD, BD, y AD, se suma y se resta la misma secuencia de valores observados de la respuesta que cuando se estiman los efectos AB, AC y BC, respectivamente. **Observe que las "ecuaciones" anteriores pueden obtenerse intercambiando letras en la ecuación $D=ABC$, por lo que resultan válidas también las ecuaciones $A=BCD$, $B=ACD$ y $C=ABD$.**

Lo anterior puede verificarse multiplicando las columnas de las matrices en las figuras 4.1 y 4.3. **Box y Hunter explican la fundamentación teórica de este procedimiento.**

¿Cuales son las implicaciones prácticas de hacer $D=ABC$?

El resultado más serio es la "**confusión**" de efectos, la cual consiste en la imposibilidad de determinar, entre 2 ó mas efectos, cuál puede estar afectando a la respuesta (y), esto es, D está "**confundido**" con ABC, AB está "**confundido**" con CD, etc.

Cuando dos efectos están "**confundidos**" se dice que cada uno es un "**Alias**" del otro.

EJEMPLOS ILUSTRATIVOS

1. Suponga que se desea saber entre 2 métodos de ensamblaje, ¿cuál es el más rápido? Ana realiza el ensamblaje utilizando el método A y Daniel realiza el ensamblaje utilizando el método B.
El estudio realizado revela que Ana es capaz de ensamblar 167 unidades/hora, y Daniel sólo 153 unidades/hora. ¿Es mejor el método A, o es Ana mejor ensambladora que Daniel?
No se sabe, puesto que el método de ensamblaje y el operador están "**confundidos**" en el experimento. Si Ana y Daniel hubieran utilizado cada método la mitad del tiempo, se hubiera evitado la "**confusión**" en el experimento.
2. Suponga que las piezas del proveedor A no se aherrumbran tan rápido como las piezas del proveedor B. Se sabe que el proveedor A emplea una pintura protectora del tipo X, y el proveedor B utiliza otra del tipo Y. ¿Es mejor la pintura del tipo X? No se sabe, porque el desempeño puede estar afectado por la preparación de la superficie, el método de aplicación, el método de secado y otros factores que están "**confundidos**" con el tipo de recubrimiento. De nuevo, un experimento bien diseñado y controlado hubiera brindado la respuesta deseada.

La **estructura de "Alias"** creada mediante la asignación de $D=ABC$ en el experimento de 8 corridas significa que:

D está confundido con ABC.

C está confundido con ABD.

B está confundido con ACD.
A está confundido con BCD.
AB está confundido con CD.
AC está confundido con BD.
AD está confundido con BC.

Por tanto, si el efecto estimado de AB es considerable, no podemos saber si es la interacción AB o la interacción CD la que afecta la variable de respuesta.

Sin embargo, la experiencia demuestra que no es probable que ocurran efectos de interacción reales, a menos que uno de los factores involucrados en la interacción tenga un efecto significativo por separado. Además, rara vez se observarán interacciones significativas de 3 y 4 factores.

Algunos investigadores ignoran todas las interacciones que involucran más de 2 factores, y consideran que las interacciones de 2. orden reales no ocurrirán a menos que uno de los factores involucrados en la misma, tenga un efecto principal significativo.

Esto puede parecer poco riesgoso, pero los errores de decisión basados en estas reglas, a menudo afloran a la superficie durante las pruebas de confirmación.

La primera consideración al determinar qué interacciones pueden ocurrir o no, es el conocimiento disponible sobre los factores experimentales y la posible interacción entre ellos.

Cuando alguien se enfrenta a una confusión, la determinación de los factores que realmente afectan la respuesta, requiere un manejo de toda la información disponible.

EJEMPLO ILUSTRATIVO

Suponga que se realiza el experimento que se describe en la fig. 4.2 y se obtienen los factores listados en la fig. 4.4. ¿Cuáles son los efectos reales?. Los datos muestran que los efectos $B = ACD$, $D = ABC$ y $AC = BD$ son grandes.

Debido a que no se esperan las interacciones de 3o. orden, se decide que los factores B y D afectan la respuesta, en lugar de las interacciones ACD y ABC. Esta conclusión es apoyada por los bajos estimados de los efectos principales A y C, ya que en ausencia de otro criterio de ingeniería sobre las relaciones entre los factores, el efecto $AC=BD$ en la figura 4.4 debe atribuirse a la interacción BD, ya que estos factores tienen efectos estimados altos.

Pero, **¿Qué ocurre si nos equivocamos?** No existen garantías en los experimentos de ingeniería, pero las posibilidades de arribar a conclusiones incorrectas se pueden reducir a un mínimo, **utilizando de manera apropiada**

diseños experimentales bien concebidos, interpretando la información sobre efectos confundidos y dando seguimiento a los experimentos mediante pruebas confirmatorias.

EJEMPLO 1

Un ingeniero desea hacer máxima la resistencia de la atadura de un circuito integrado (I.C.) cuando éste se monta en un sustrato de vidrio metalizado. Se identificaron 4 factores que potencialmente afectan la resistencia: tipo de adhesivo, material del conductor, tiempo de cura, y post-recubrimiento del circuito integrado.

El ingeniero decidió realizar un experimento de 8 corridas utilizando 2 niveles para cada uno de los 4 factores, la respuesta es la resistencia de la atadura, medida en libras.

La fig. 4.5 ofrece los niveles utilizados para los factores; la matriz de diseño es igual que la planteada en la fig. 4.2. El formato del reporte completo, con los ensayos listados en el orden estándar en vez del orden de ejecución, se brinda en la fig. 4.6, la cual muestra niveles para los factores que son equivalentes a los indicados en la fig. 4.2.

La fig. 4.7 es una tabla de respuestas del experimento, en la cual el factor D aparece en las últimas columnas dado que se fijó $D=ABC$. La estructura de "Alias" del experimento permite identificar las columnas AB, AC y BC, mediante CD, BD y AD, respectivamente.

Los efectos calculados en la fig. 4.7 se representan gráficamente en la fig. 4.8, la cual indica que los factores C (tiempo de cura) y D (post-recubrimiento del circuito integrado) y, posiblemente, el factor A (tipo de adhesivo) afectan la respuesta. El factor B y todos los efectos de interacción parecen no poseer un efecto significativo sobre la respuesta. Estos efectos no se grafican para lograr simplicidad.

Basándose en la fig. 4.8, los factores C y D deben ser situados en sus niveles altos (tiempo de cura en 120 minutos y plata como post-recubrimiento del circuito integrado) para hacer máxima la resistencia de la atadura; el adhesivo H-1-E podría ser ligeramente mejor que el adhesivo D2A, pero la diferencia es pequeña. Si fuese menos costoso el uso del adhesivo H-1-E, los beneficios posibles de su empleo no justificarían los costos adicionales. Como siempre, deben realizarse pruebas de confirmación en los niveles seleccionados de los factores.

EJEMPLO 2

Un proceso de moldeo por inyección produce paneles estructurales. El grado de acabado de estas láminas es una característica de calidad crítica.

Se pensó que los factores que afectan al acabado son: la temperatura para fundir, la temperatura del molde, el tiempo de cura y la velocidad de inyección. La fig. 4.9 lista los niveles de los factores, y la fig. 4.10 ofrece el formato del reporte completo del experimento de 8 corridas, con los ensayos listados en el orden aleatorio de la fabricación, la variable de respuesta (y) mide el acabado en milésimas de pulgada. La tabla de respuestas del experimento se muestra en la fig. 4.11.

Tomando como base los estimados de la fig. 4.11, parece que los factores A y B tienen efectos relativamente altos sobre la respuesta. La columna AB constituye el siguiente efecto estimado mayor, pero, ¿este efecto se debe a la interacción AB o a su alias CD? En este caso, como A y B tienen efectos principales estimados que son altos (recuerde que los valores menores indican una superficie más lisa), mientras que los efectos C y D tienen efectos pequeños. Por consiguiente, es razonable pensar que la interacción AB es real.

La fig. 4.12 muestra los valores promedios de la respuesta para cada combinación de niveles de los factores A y B, los cuales están graficados en la fig. 4.13. El gráfico sugiere fijar los factores A y B en sus niveles altos para minimizar el valor de la respuesta.

Por supuesto, se requiere realizar corridas adicionales para confirmar esta decisión.

CINCO FACTORES EN OCHO ENSAYOS

Suponga que ahora se desean evaluar los efectos de 5 factores en 8 ensayos. Para ello se toman como punto de partida el experimento descrito en la fig. 4.1, y se asignan los factores D y E a 2 de las 4 últimas columnas.

Como en el caso del experimento con 4 factores se asignó $ABC=D$, entonces hacemos la asignación $D=ABC$ y $E=AB$. Ahora bien, ¿cuál es la estructura de "Alias" resultante?

Los "Alias" para los efectos principales y las interacciones de 2. orden son:

$$A=BE, B=AE, C=DE, D=CE, E=AB=CD, AC=BD, AD=BC.$$

Observe que los efectos principales ahora están confundidos con las interacciones de 2. orden, en contraste con el diseño de 4 factores donde los efectos principales estaban confundidos con las interacciones de 3. orden.

¿Podría resolverse la estructura de "Alias" empleando otros generadores?

Suponga que se utiliza el **par de generadores de diseño** $D=AB$ y $E=AC$. Entonces, la estructura de alias resultante es:

$$A=BD=CE, B=AD, C=AE, D=AB, E=AC, BE=CD, BD=CE.$$

El resultado es el mismo. En general, cualquier intento de analizar 5 factores con 8 ensayos provocará la confusión de los efectos principales con las interacciones de 2. orden.

En lo que resta se utilizarán los generadores $D=AB$ y $E=AC$, debido a que esto es lo que hacen básicamente Taguchi y los estadísticos occidentales. La matriz de diseño para este experimento se muestra en la fig. 4.14.

RESOLUCIÓN DE LOS DISEÑOS FACTORIALES FRACCIONADOS

La **RESOLUCIÓN** es el nivel de confusión de un experimento.

DISEÑO DE RESOLUCIÓN III: Los alias de los efectos principales son las interacciones de 2. orden. Las interacciones de 2. orden tienen como alias otras interacciones de 2. orden.

Los diseños de 5 factores en 8 ensayos son de resolución III.

DISEÑO DE RESOLUCIÓN IV: Los efectos principales no tienen como alias, otros efectos principales ni interacciones de 2. orden. Sin embargo, algunas interacciones de 2. orden tienen como alias, otras interacciones de 2. orden.

Los diseños de 4 factores en 8 ensayos son de resolución IV.

DISEÑO DE RESOLUCIÓN V: Los efectos principales o las interacciones de 2. orden no tienen alias entre sí, pero algunas interacciones de 2. orden tienen como alias, interacciones de 3. orden.

Con un experimento de 8 corridas se pueden analizar hasta 7 factores, con 2 niveles cada uno, pero, con 5 ó más factores el diseño será de resolución III.

Los diseños de resolución IV se emplean con frecuencia porque representan un balance entre la información útil que brindan y el número de ensayos requeridos. Sin embargo, pueden dar resultados erróneos si existe una fuerte confusión de factores.

En las investigaciones de ingeniería generalmente, cuando existe un gran número de factores, primero se ejecuta un diseño de resolución III y, después que han sido identificados y eliminados los factores de menor importancia, entonces se ejecuta un experimento a partir de un diseño de resolución IV con los factores restantes.

Los diseños de resolución V son muy costosos, por lo que se utilizan con menos frecuencia, excepto en los casos que las corridas no sean muy costosas, o el número de factores no sea grande, o varios factores de interacción sean críticos.

EJEMPLO 3

Un ingeniero estaba interesado en mejorar la eficiencia de una operación para eliminar rebabas. La máquina utiliza cepillos de alambre para la eliminación del material. Se identificaron 5 factores que afectan la eliminación del material. Estos factores se listan en la fig. 4.15 y se grafican en la fig. 4.16.

Se utilizó el diseño planteado en la fig. 4.14, con la siguiente estructura de alias;
A=BD=CE, B=AD, C=AE, D=AB, E=AC, BC=DE y BE=CD.

La tabla de respuestas se muestra en la fig. 4.17. La respuesta es la tasa de material eliminado, expresada en pulgadas cúbicas $\times 10^{-7}$ / revolución.

En la fig. 4.18, se observa gráficamente que los factores A, B y E, al parecer afectan significativamente los valores promedios de la respuesta. Pero, ¿existen interacciones de 2. orden? Al parecer sus efectos son despreciables. Si hubiesen sido significativos sus efectos, hubiera sido necesario tomar en consideración los efectos principales más significativos para decidir el efecto de interacción real.

Pero debido a que los datos sugieren que sólo los 3 efectos principales A, B y E son significativos, la máquina debe operarse manteniendo estos factores en sus niveles bajos:

Profundidad de la penetración (0,12 pulgadas)

Ancho del cepillo (1.5 pulgadas)

Diámetro del filamento (0.010 pulgadas).

La tasa promedio estimada de material eliminado fue:

$$\begin{aligned} Y &= (\text{media general}) + (\text{Contribución A}) + (\text{Contribución B}) + (\text{Contribución E}) \\ &= 121,5 + (131,8 - 121,5) + (137,5 - 121,5) + (136,0 - 121,5) \\ &= 162,3 \text{ pulg}^3 \times 10^{-7} / \text{revolución.} \end{aligned}$$

Se deben correr experimentos adicionales para confirmar la validez de las decisiones adoptadas.

K FACTORES EN OCHO ENSAYOS

Los experimentos que se utilizan para analizar los efectos de 5, 6 ó 7 factores, con 2 niveles cada uno, utilizando 8 ensayos, se basan también en la fig. 4.1, la cual se transforma en la fig. 4.19, que emplea la notación (Nivel bajo=1, Nivel alto = 2) y columnas numeradas que corresponden a las diferentes asignaciones que se pueden realizar. Las asignaciones de los factores a la matriz de diseño de la fig. 4.19, para 3, 4, 5, 6 y 7 factores se plantean posteriormente, así como las estructuras de "ALIAS".

A modo de ejemplo, de la lectura de la "Información" para 4 factores en 8 corridas, el investigador debe determinar los niveles de los factores A, B, C y D para cada corrida basándose en los valores de las columnas 1, 2, 3 y 7, respectivamente. Si se hace esto, entonces las interacciones AB y CD se confundirán, así como los efectos de interacción AC y BD, y AD y BC.

Todos los diseños que se estudiarán son ortogonales, lo cual significa, por ejemplo que un efecto grande B y un efecto de interacción grande AB, no distorsionarán el efecto estimado A. Pero la ortogonalidad no ayuda a escoger entre aquellos efectos que están confundidos, tales como AB y CD.

ASIGNACIONES

PARA 3 FACTORES, ASIGNE:

- A a la columna 1
- B a la columna 2
- C a la columna 3

Entonces:

- AB está en la columna 4
- AC está en la columna 5
- BC está en la columna 6

PARA 4 FACTORES, ASIGNE:

- A a la columna 1
- B a la columna 2
- C a la columna 3
- D a la columna 7

Entonces:

- AB=CD está en la columna 4
- AC=BD está en la columna 5
- AD=BC está en la columna 6

PARA 5 FACTORES, ASIGNE:

- A a la columna 1
- B a la columna 2
- C a la columna 3
- D a la columna 4
- E a la columna 5

Entonces:

A = BD = CE está en la columna 1
B = AD está en la columna 2
C = AE está en la columna 3
D = AB está en la columna 4
E = AC está en la columna 5
BC = DE está en la columna 6
BE = CD está en la columna 7

PARA 6 FACTORES, ASIGNE:

A a la columna 1
B a la columna 2
C a la columna 3
D a la columna 4
E a la columna 5
F a la columna 6

Entonces:

A = BD = CE está en la columna 1
B = AD = CF está en la columna 2
C = AE = BF está en la columna 3
D = AB = EF está en la columna 4
E = AC = DF está en la columna 5
F = BC = DE está en la columna 6
AF = BE = CD está en la columna 7

PARA 7 FACTORES, ASIGNE:

A a la columna 1
B a la columna 2
C a la columna 3
D a la columna 4
E a la columna 5
F a la columna 6
G a la columna 7

Entonces:

A = BD = CE = FE está en la columna 1
B = AD = CF = EG está en la columna 2
C = AE = BF = DG está en la columna 3
D = AB = EF = CG está en la columna 4

E = AC = BG = DF	está en la columna 5
F = AG = BC = DE	está en la columna 6
G = AF = BE = CD	está en la columna 7

EJEMPLO 4.

La vibración era un problema crónico en un proceso robotizado de pulido. Un equipo de proyecto al que se le asignó la solución del problema, identificó 7 factores potenciales que podían afectar el nivel de vibración: diámetro de la herramienta, longitud de la herramienta, **firmeza del material de la herramienta**, estructura del material de la herramienta, precarga de la boquilla de la herramienta, y velocidad de alimentación de la herramienta. El equipo de proyecto seleccionó 2 niveles por factor para realizar el experimento, los cuales se muestran en la Fig. 4.20. Debido a los costos de ajustes y tiempos de las corridas, el equipo decidió utilizar un experimento de 8 corridas. Un ingeniero que analizó otro problema análogo, planteó al equipo que los efectos de interacción eran despreciables.

La tabla de respuestas aparece en la fig. 4.21 y el gráfico de los efectos estimados se muestra en la fig. 4.22. El objeto del estudio es reducir el nivel de vibración ("El menor es el mejor"). La fig. 4.22 indica que deben utilizarse para el factor A su nivel alto, para los factores C y E sus niveles bajos, para los factores B, D y F sus niveles altos (aunque sus efectos parecen variaciones aleatorias) y para el factor G su nivel alto, aunque la velocidad de alimentación no parece contribuir al nivel de vibración, pero la productividad se incrementaría.

Tomando en consideración el número limitado de ensayos realizados, se deben realizar corridas de confirmación tan pronto como sea posible, porque además, el experimento se ejecutó basándose en el juicio de ingeniería sobre la ausencia de interacciones. Si se hubieran considerado las interacciones es posible que las conclusiones hubieran sido diferentes.

Por ejemplo, tomando en consideración que el efecto principal E está contundido con el efecto de interacción AC, ¿sería realmente significativo este efecto de interacción?

EJEMPLO 5

Se detectó que las juntas de acero soldado, producidas en un proceso con atmósfera de gas inerte tenían baja fiabilidad. Se identificaron 7 factores potenciales que podían afectar la resistencia de la soldadura y se decidió correr un experimento de 8 ensayos para explorar los efectos de dichos factores, cuyos niveles experimentales se muestran en la fig. 4.23. La fig. 4.24 es la tabla de respuestas del experimento. El análisis de la fig. 4.24 indica que los mayores efectos estimados en orden de magnitud son:

D: Dióxido de carbono y argón

F: Velocidad de alimentación de la varilla
E: Voltaje

Pero si se considera la estructura de los alias, estos factores están confundidos de la manera siguiente:

$D = AB = EF = CG$
 $E = AC = BG = DF$
 $F = AG = BC = DE$

Si se considera que los efectos principales de los factores A, B, C y G son poco significativos, como indica la fig. 4.24, entonces los efectos confundidos se reducen a los siguientes:

$D=EF$
 $E=DF$
 $F=DE$

Es difícil saber si los factores D, E y F, o alguna de las interacciones, tienen efectos reales sobre la resistencia. Es obvio que se requieren corridas adicionales, pero las réplicas no ayudarían. En situaciones como ésta se utiliza un tipo especial de diseño experimental denominado "**DISEÑO EN BLOQUES**".

II. DISEÑOS EXPERIMENTALES EN BLOQUES PARA OCHO CORRIDAS

A veces, cuando se analizan más de 3 factores en 8 corridas no se puede determinar si son significativos los efectos principales o los efectos de interacción, ni siquiera considerando que las interacciones de segundo orden serán nulas si los factores involucrados en ellas tienen efectos principales no significativos porque debido a la confusión de efectos, se mantienen en la estructura de alias, la confusión de efectos principales y de interacción. Esto impide, como en el caso del ejemplo anterior, decidir si son los efectos principales o los de interacción, los que afectan la respuesta.

Los "**Diseños en Bloques**" constituyen una solución para este tipo de situación. Estos diseños se obtienen corriendo un segundo experimento (Bloque) igual al experimento inicial, pero invirtiendo (intercambiando) los niveles de los factores en cada columna en relación con los utilizados para el primer experimento. Cuando los 2 experimentos se combinan se obtiene un diseño de resolución IV (si ambos experimentos son de resolución III), que se denomina "Diseño en Bloques". En la fig. 4.25 se muestra un experimento de este tipo utilizando la notación (1=bajo, 2=alto).

Observe que la mitad superior de la fig. 4.25 es igual que la fig. 4.19, excepto por la inserción de la columna "**Bloque**", que se utiliza para denotar que éste fue el primer experimento. Por supuesto, en la mitad inferior se utiliza el número 2 en dicha columna.

Las 2 partes del experimento completo se denominan "Bloques" constituyendo éste un nuevo factor que se añade al experimento. La columna "Bloque" será utilizada para estimar el "Efecto de Bloque"; el cual expresa la diferencia que existe entre los valores promedios de la respuesta en ambos experimentos. Este efecto será explicado después.

El orden de ejecución de las corridas, por supuesto, debe aleatorizarse en cada bloque.

PASOS PARA EJECUTAR UN EXPERIMENTO EN BLOQUES

1. Utilice la tabla de respuestas para experimentos de 8 corridas (fig. 3.25) en el primer bloque y calcule los efectos de la manera usual.
2. Para el segundo experimento utilice la tabla de respuestas (fig. 3.25) en una de las 2 formas siguientes:
 - a). Para cada par de columnas de los efectos, denomine "1" a la columna izquierda y "2" a la columna derecha. Escriba los valores de la respuesta en las arcas sombreadas de las columnas del efecto, en lugar de las áreas claras (fig. 4.28)
 - b). Invierta los encabezamientos "1" y "2" de las columnas de los efectos, colocando la columna "2" a la izquierda y la columna "1" a la derecha, escriba los valores observados de la respuesta en las áreas claras como es usual.
3. Los valores de los efectos estimados a partir de ambas tablas de respuestas se utilizan, ahora para estimar los efectos principales de los factores, "libres de los efectos de las interacciones", y también dichos efectos de interacción. Escriba los efectos estimados en los pasos (1) y (2) en las columnas 2 y 3 del formato que se muestra en la fig. 4.26. Para cada fila en la fig. 4.26, calcule los valores para las columnas 4 y 5, utilizando los estimados registrados en las columnas 2 y 3.

Los efectos estimados en las 2 últimas columnas de la fig. 4.26 se resumen en la fig. 4.27 para 5, 6 y 7 factores, ya que para 3 ó 4 factores usualmente no es necesario emplear diseños en bloque, debido a que los efectos principales no están confundidos con las interacciones de segundo orden. Observe en la fig. 4.27 que para 5 factores, las interacciones de 2. orden que involucran al factor A no están confundidas con otros efectos, por lo que si se considera que un factor en el experimento es el más importante, o es más probable que interactúe con otros efectos, éste debe ser el factor A, antes de iniciar el experimento.

La fig. 4.27 no lista la interacción de tercero o de un orden superior, debido a que los investigadores asumen que las interacciones de 3. y 4. órdenes no son significativas en comparación con los efectos principales y las interacciones de 2 factores.

EJEMPLO 6

La sección I concluyó con un experimento de 7 factores en 8 corridas (figuras 4.23 y 4.24). Tres efectos principales se encontraban confundidos con interacciones de 2. orden lo cual imposibilitó saber si los 3 efectos principales afectaban la respuesta, o si 2 de los 3 factores y sus interacciones fueron los más importantes. Este tipo de situación exige emplear un experimento en bloques.

La tabla de respuestas del experimento en bloques se muestra en la figura 4.28; observe que los valores de la respuesta se escriben en las áreas sombreadas en la tabla, debido a que los niveles de los factores son los opuestos de los empleados en los 8 primeros ensayos.

Los efectos estimados durante el primer experimento (fig. 4.24) y durante el segundo experimento (fig. 4.28) se combinan en la fig. 4.29 para obtener los estimados de los efectos principales y las interacciones de 2. orden.

En la fig. 4.30 se trazan 15 de los 16 estimados que aparecen en la figura 4,29; no se incluye el estimado de la fila "y" porque se considera un valor real y además su inclusión podría causar dificultades para fijar escalas en el gráfico de probabilidad normal.

La inspección de las figuras 4.29 y 4.30 arroja que la respuesta es afectada significativamente por los factores siguientes:

- Efecto principal en la fila 5 factor, factor E (fig. 4.27)
- El efecto principal en la fila 6, factor F
- El efecto de interacción en la fila 4, $AB=CE=EF$.

Considerando que sólo E y F son los efectos principales significativos, tentativamente se concluye, sujeto a pruebas confirmatorias posteriores, que el efecto de interacción en la fila 4 es más probable que lo origine EF.

Recuerde que después de las 8 primeros ensayos se pensó que el factor D podría ser significativo; si no se hubiesen separado los efectos principales, de los efectos de interacción se hubiera cometido un serio error al suponer que el efecto del factor D era real.

Los valores promedios de la respuesta para las 4 combinaciones de niveles de los factores E y F se muestran analítica y gráficamente en las figuras 4.31 y 4.32, respectivamente. Considerando que el objetivo es aumentar la resistencia de la

soldadura ("el mayor es mejor"), los factores E y F deben fijarse en sus niveles altos, para obtener el mayor valor promedio de la respuesta. (142).

III. DISEÑOS FACTORIALES FRACCIONADOS EN DIECISÉIS CORRIDAS

Es posible analizar los efectos de hasta 15 factores en 16 corridas, si se está dispuesto a tolerar algunos efectos confundidos. Los niveles asignados a los diferentes factores se mostraron en la fig. 3.53, la cual se transforma en la fig.4.33 haciendo las sustituciones (-1=1 y 1=2). Las columnas de la fig.4.33 se han numerado del 1 al 15 para simplificar la asignación de factores a las columnas de la matriz.

A continuación se ofrecen las recomendaciones para la asignación de factores a las columnas de la matriz de diseño que aparece en la fig. 4.33 así como la estructura de alias, desde 4 hasta 15 factores.

PARA 4 FACTORES, ASIGNE:

A	a la columna	1
B	a la columna	2
C	a la columna	3
D	a la columna	4

Entonces:

AB	está en la columna	5
AC	está en la columna	6
AD	está en la columna	7
BC	está en la columna	8
BD	está en la columna	9
CD	está en la columna	10

Las columnas 11-15 contienen las interacciones de 3. y 4. órdenes

PARA 5 FACTORES, ASIGNE:

A	a la columna	1
B	a la columna	2
C	a la columna	3
D	a la columna	4
E	a la columna	15

Entonces:

AB	está en la columna	5
AC	está en la columna	6

AD	está en la columna	7
BC	está en la columna	8
BD	está en la columna	9
CD	está en la columna	10
DE	está en la columna	11
CE	está en la columna	12
BE	está en la columna	13
AE	está en la columna	14

PARA 6 FACTORES, ASIGNE:

A	a la columna	1
B	a la columna	2
C	a la columna	3
D	a la columna	4
E	a la columna	11
F	a la columna	12

Entonces:

AB = CE = DF	está en la columna	5
AC = BE	está en la columna	6
AD = BF	está en la columna	7
BC = AE	está en la columna	8
BD = AF	está en la columna	9
CD = EF	está en la columna	10
CF = DE	está en la columna	15

Las interacciones de 3. orden están en las columnas 13 y 14.

PARA 7 FACTORES, ASIGNE:

A	a la columna	1
B	a la columna	2
C	a la columna	3
D	a la columna	4
E	a la columna	11
F	a la columna	12
G	a la columna	13

Entonces:

AB = CE = EF	Está en la columna	5
--------------	--------------------	---

AC = BE = DG	Está en la columna	6
AD = BF = CG	Está en la columna	7
AE = BC = FG	Está en la columna	8
AF = BD = EG	Está en la columna	9
AG = CD = EF	Está en la columna	10
BG = CF = DE	Está en la columna	15

Las interacciones de tercer orden están en la columna 14.

PARA 8 FACTORES, ASIGNE:

A	a la columna	1
B	a la columna	2
C	a la columna	3
D	a la columna	4
E	a la columna	11
F	a la columna	12
G	a la columna	13
H	a la columna	14

Entonces:

AB = CE = DF = GH	Está en la columna	5
AC = BE = DG = FH	Está en la columna	6
AD = BF = CG = EH	Está en la columna	7
AE = BC = DH = FG	Está en la columna	8
AF = BD = CH = EG	Está en la columna	9
AG = BH = CD = EF	Está en la columna	10
AH = BG = CF = DE	Está en la columna	15

PARA 9 FACTORES, ASIGNE:

A	a la columna	1
B	a la columna	2
C	a la columna	3
D	a la columna	4
E	a la columna	11
F	a la columna	12
G	a la columna	13
H	a la columna	14
I	a la columna	15

Entonces:

A = HI	está en la columna	1
B = GI	está en la columna	2
C = FI	está en la columna	3
D = EI	está en la columna	4
AB = CE = DF = GH	está en la columna	5
AC = BE = DG = FH	está en la columna	6
AD = BF = CG = EH	está en la columna	7
AE = BC = DH = FG	está en la columna	8
AF = BD = CH = EG	está en la columna	9
AG = BH = CD = EF	está en la columna	10
E = DI	está en la columna	11
F = CI	está en la columna	12
G = BI	está en la columna	13
H = AI	está en la columna	14
I = AH = BG = CF = DE	está en la columna	15

PARA 10 FACTORES. ASIGNE;

Entonces:

A	a la columna	1
B	a la columna	2
C	a la columna	3
D	a la columna	4
E	a la columna	11
F	a la columna	12
G	a la columna	13
H	a la columna	14
I	a la columna	15
J	a la columna	5

Entonces:

A = BJ = HI	está en la columna	1
B = AJ = GI	está en la columna	2
C = EJ = FI	está en la columna	3
D = EI = FJ	está en la columna	4
J = AB = CE = DF = GH	está en la columna	5
AC = BE = DE = FH	está en la columna	6
AD = BF = CG = EH	está en la columna	7
AE = BC = DH = FG	está en la columna	8
AF = BD = CH = EG	está en la columna	9
AG = BH = CD = EF = IJ	está en la columna	10
E = CJ = DI	está en la columna	11
F = CI = DJ	está en la columna	12

$G = BI = HJ$	está en la columna	13
$H = AI = GJ$	está en la columna	14
$I = AH = BG = CF = DE$	está en la columna	15

PARA 11 FACTORES, ASIGNE:

A	a la columna	1
B	a la columna	2
C	a la columna	3
D	a la columna	4
E	a la columna	11
F	a la columna	12
G	a la columna	13
H	a la columna	14
I	a la columna	15
J	a la columna	5
K	a la columna	6

Entonces

$A = BJ = CK = HI$	está en la columna	1
$B = AJ = EK = GI$	está en la columna	2
$C = AK = EJ = FI$	está en la columna	3
$D = EI = FJ = GK$	está en la columna	4
$J = AB = CE = DF = GH$	está en la columna	5
$K = AC = BE = DG = FH$	está en la columna	6
$L = AD = BF = CG = EH$	está en la columna	7
$AE = BC = DH = FG = JK$	está en la columna	8
$AF = BD = CH = EG = IK$	está en la columna	9
$AG = BH = CD = EF = IJ$	está en la columna	10
$E = BK = CJ = DI$	está en la columna	11
$F = CI = DJ = HK$	está en la columna	12
$G = BI = DK = HJ$	está en la columna	13
$H = AI = FK = GJ$	está en la columna	14
$I = AH = BG = CF = DE$	está en la columna	15

PARA 12 FACTORES, ASIGNE:

A	a la columna	1
B	a la columna	2
C	a la columna	3
D	a la columna	4
E	a la columna	11
F	a la columna	12
G	a la columna	13
H	a la columna	14
I	a la columna	15

J a la columna 5
 K a la columna 6
 L a la columna 7

Entonces:

A = BJ = CK = DL = HI	está en la columna	1
B = AJ = EK = FL = GI	está en la columna	2
C = AK = EJ = FI = GL	está en la columna	3
D = AL = EI = FJ = GK	está en la columna	4
J = AB = CE = DF = GH	está en la columna	5
K = AC = BE = DG = FH	está en la columna	6
L = AD = BF = CG = EH	está en la columna	7
AE = BC = DH = FG = IL = JK	está en la columna	8
AF = BD = CH = EG = IK = JL	está en la columna	9
AG = BH = CD = EF = IJ = KL	está en la columna	10
E = BK = CJ = DI = HL	está en la columna	11
F = BL = CI = DJ = HK	está en la columna	12
G = BI = CL = DK = HJ	está en la columna	13
H = AI = EL = FK = GJ	está en la columna	14
I = AH = BG = CF = DE	está en la columna	15

PARA 13 FACTORES, ASIGNE:

A a la columna 1
 B a la columna 2
 C a la columna 3
 D a la columna 4
 E a la columna 11
 F a la columna 12
 G a la columna 13
 H a la columna 14
 I a la columna 15
 J a la columna 5
 K a la columna 6
 L a la columna 7
 M a la columna 8

Entonces:

A = BJ = CK = DL = EM = HI	está en la columna	1
B = AJ = CM = EK = FL = GI	está en la columna	2
C = AK = BM = EJ = FI = GL	está en la columna	3
D = AL = EI = FJ = GK = HM	está en la columna	4
J = AB = CE = DF = GH = KM	está en la columna	5
K = AC = BE = DG = FH = JM	está en la columna	6
L = AD = BF = CG = EH = IM	está en la columna	7
M = AE = BC = DH = FG = IL = JK	está en la columna	8
AF = BD = CH = EG = IK = JL	está en la columna	9

AG = BH = CD = EF = IJ = KL	está en la columna	10
E = AM = BK = CJ = EF = HL	está en la columna	11
F = BL = CI = DJ = GM = HK	está en la columna	12
G = BI = CL = DK = FM = HJ	está en la columna	13
H = AI = DM = EL = FK = EJ	está en la columna	14
I = AH = BG = CF = DE = LM	está en la columna	15

PARA 14 FACTORES, ASIGNE:

A	a la columna	1
B	a la columna	2
C	a la columna	3
D	a la columna	4
E	a la columna	11
F	a la columna	12
G	a la columna	13
H	a la columna	14
I	a la columna	15
J	a la columna	5
K	a la columna	6
L	a la columna	7
M	a la columna	8
N	a la columna	9

Entonces:

A = BJ = CK = DL = EM = FN = HI	está en la columna	1
B = AJ = CM = DN = EK = FL = GL	está en la columna	2
C = AK = BM = EJ = FI = GL = HN	está en la columna	3
D = AL = BN = EI = FJ = GK = HM	está en la columna	4
J = AB = CE = DF = GH = KM = LN	está en la columna	5
K = AC = BE = DG = FH = IN = JM	está en la columna	6
L = AD = BF = CG = EH = IM = JN	está en la columna	7
M = AE = BC = DH = FG = IL = JK	está en la columna	8
N = AF = BD = CH = EG = IK = JL	está en la columna	9
AG = BH = CD = EF = IJ = KL = MN	está en la columna	10
E = AM = BK = CJ = DI = GN = HL	está en la columna	11
F = AN = BL = CI = DJ = GM = HK	está en la columna	12
G = BI = CL = DK = EN = FM = HJ	está en la columna	13
H = AI = CN = DM = EL = FK = GJ	está en la columna	14
I = AH = BG = CF = DE = KN = LM	está en la columna	15

PARA 15 FACTORES, ASIGNE:

A	a la columna	1
B	a la columna	2
C	a la columna	3

D	a la columna	4
E	a la columna	11
F	a la columna	12
G	a la columna	13
H	a la columna	14
I	a la columna	15
J	a la columna	5
K	a la columna	6
L	a la columna	7
M	a la columna	8
N	a la columna	9
O	a la columna	10

Entonces:

A = BJ = CK = DL = EM = FN = GO = HI	está en la columna	1
B = AJ = CM = DN = EK = FL = GI = HO	está en la columna	2
C = AK = BM = DO = EJ = FI = GL = HN	está en la columna	3
D = AL = BN = CO = EI = FJ = GK = HM	está en la columna	4
J = AB = CE = DF = GH = IO = KM = LN	está en la columna	5
K = AC = BE = DG = FH = IN = JM = LO	está en la columna	6
L = AD = BF = CG = EH = IM = JN = KO	está en la columna	7
M = AE = BC = DH = FG = IL = JK = NO	está en la columna	8
N = AF = BD = CH = EG = IK = JL = MO	está en la columna	9
O = AG = BH = CD = EF = IJ = KL = MN	está en la columna	10
E = AM = BK = CJ = DI = FO = GN = HL	está en la columna	11
F = AN = BL = CI = DJ = EO = GM = HK	está en la columna	12
G = AO = BI = CL = DK = EN = FM = HJ	está en la columna	13
H = AI = BO = CN = DM = EL = FK = GJ	está en la columna	14
I = AH = BG = CF = DE = JO = KN = LM	está en la columna	15

Los efectos principales y las interacciones de segundo orden pueden ser estimados utilizando la tabla de respuestas de la figura 3.54 para lo cual se recomienda completar los cálculos correspondientes a todas las columnas, incluidas aquellas con efectos no conocidos, debido a que los efectos estimados que no son significativos, representan observaciones pertenecientes a distribuciones de probabilidad con valor promedio igual a cero, por lo que deben ser incluidos en la representación gráfica de los efectos mediante el uso de un papel de probabilidad normal, con vistas a identificar los efectos reales.

Ejemplo 7

Un ingeniero ambiental desea reducir la magnitud del potencial de formación de trihalometano (THMFP) en el agua potable. Un límite de 150 mg/litro ha sido establecido.

El ingeniero ha identificado 12 factores que podrían afectar la cantidad de THMFP en el agua. Experimentos previos indican que los efectos de interacción entre estos factores no son significativos.

El ingeniero decidió emplear un experimento factorial fraccionado en 16 corridas, cuyos factores y niveles experimentales se muestran en la figura 4.34 y la tabla de respuestas en la figura 4.35, para la variable THMFP expresada en mg/L. Los efectos estimados se presentan gráficamente en la figura 4.36.

Tomando como base todos los resultados anteriores, el ingeniero seleccionó los niveles siguientes para los factores: A1, B1, C1, E2, F1, I1, L1.

Considerando dicha combinación de niveles, el valor promedio estimado de THMFP que se obtiene es el siguiente:

$$\text{THMFP} = \bar{Y} + (\bar{A}_1 - \bar{Y}) + (\bar{B}_1 - \bar{Y}) + (\bar{C}_1 - \bar{Y}) + (\bar{E}_2 - \bar{Y}) + (\bar{F}_1 - \bar{Y}) + (\bar{I}_1 - \bar{Y}) + (\bar{L}_1 - \bar{Y}) = 132.1 \text{ mg / l}$$

IV. DISEÑOS EXPERIMENTALES EN BLOQUES, PARA DIECISÉIS CORRIDAS

El empleo de este tipo de experimentos en bloques permite estimar los efectos principales de hasta 15 factores sin que alguno de los mismos se confunda con las interacciones de segundo orden, lográndose esto con un total de 32 ensayos.

El procedimiento para realizar experimentos de este tipo es análogo al que fue estudiado para los experimentos de 8 corridas:

- (1) a. Realice un experimento de 16 corridas (hasta con 15 factores), según los procedimientos descritos en la sección anterior.
b. Analice los resultados del experimento. Si los datos muestran claramente cuáles son los factores e interacciones importantes, realice un experimento confirmatorio, pero si el patrón de confusión provoca incertidumbre ejecute el siguiente paso.
- (2) a. Realice otro experimento de 16 corridas basado en la matriz de diseño de la figura 4.37, la cual es la matriz de la fig. 4.33 con los niveles de los factores intercambiados en cada columna. Los factores asignados a cada columna son los mismos en ambos experimentos.
b. Complete la tabla de respuestas de los datos utilizando el formato de la fig. 3.54, pero invirtiendo los encabezamientos "1" y "2" de las columnas o escribiendo los valores de respuesta en las áreas sombreadas de la tabla. Cualquiera que sea el procedimiento por usted empleado, asegúrese de restar los valores promedio para el nivel 1, de los valores promedios para el nivel 2.

- (3) Introduzca los efectos estimados y los valores promedios de la respuesta, que fueron obtenidos en las 2 tablas de respuestas, en la 2. y 3. columnas de la tabla que aparece en la figura 4.38. Calcule los diferentes estimados tal como se indica en los encabezamientos de la 4. y 5. columnas.
- (4) Interprete los estimados en las 2 últimas columnas de la fig. 4.38, utilizando la información que ofrece la fig. 4.39. Observe que en esta última figura, se asume que existen 15 factores en el experimento pero si existieran menos factores, elimine todas las referencias de los factores que faltan. Por ejemplo, si sólo existieran 10 factores estos se representarían con las letras de la A a la J, por lo que no se tomarían en consideración las referencias de los factores, K, L, M, N y O, así como los términos de interacción que involucran a los mismos.

Haga un trazado, en el papel probabilístico normal, de todos los efectos estimados.

V. BLOQUES EN DISEÑOS DE DOS NIVELES

En la corrida de un experimento de 8 ensayos (Sección II), se añadió a la matriz de diseño una nueva columna denominada "Bloque", cuyo efecto es necesario estimar. Esto se debe a que durante el tiempo transcurrido entre la ejecución de las 2 mitades del experimento, algunos factores incontrolables y/o desconocidos pueden haber afectado ambos bloques de manera diferente.

En particular, el interés no está centrado en la estimación de la magnitud de tales efectos, pero no es deseable que los mismos distorsionen los estimados de otros efectos. Afortunadamente, la columna "Bloque" es ortogonal a las demás columnas, por lo que su efecto puede estimarse por separado.

La corrida de un experimento en bloque puede ocurrir bajo diferentes situaciones, además de la estudiada hasta ahora. Por ejemplo, suponga que 8 piezas deben recibir tratamiento térmico, pero sólo 4 piezas pueden tratarse simultáneamente o el experimento debe ejecutarse durante 2 turnos de trabajo o una jornada puede utilizarse sólo para 4 ensayos. ¿Qué hacer entonces?

La solución consiste en asignar columnas de la matriz de diseño a los efectos de bloques. Suponga, por ejemplo que un experimento de 8 corridas para 4 factores puede dividirse en 2 bloques de 4 corridas. Este podría tratarse como un experimento de 5 factores, asignando el 5. factor al efecto de bloque.

En la sección I se encontró que para 5 factores en 8 corridas, los factores A, B, C, D y E deben ser asignados a las columnas 1, 2, 3, 4 y 5, respectivamente, lo que implica que para correr en bloque un experimento de 4 factores se podría asignar el efecto de bloque al factor E (columna 5).

Los ensayos con un "1" en la columna 5 podría asignarse al primer bloque, y los ensayos con un "2" en dicha columna, podrían asignarse al segundo bloque.

En la sección I se estudió la siguiente estructura de Alias para un diseño de 5 factores.

A = BD = CE	está en la columna 1
B = AD	está en la columna 2
C = AE	está en la columna 3
D = AB	está en la columna 4
E = AC	está en la columna 5
BC = DE	está en la columna 6
BE = CD	está en la columna 7

Generalmente se asume, que los efectos de bloque no interactúan con otros factores. Entonces la estructura de Alias se transforma de la siguiente manera:

A = BD	está en la columna 1
B = AD	está en la columna 2
C	está en la columna 3
D = AB	está en la columna 4
E = AC	está en la columna 5
BC	está en la columna 6
CD	está en la columna 7

Esta información es valiosa para realizar, de manera inteligente, la asignación de los factores a las columnas en la fig. 4.19. Por ejemplo, la variable más importante debe ser "C", debido a que es el único efecto principal que no está confundido con interacciones de segundo orden.

Si existiera interés en la interacción de C con otro factor, este último debía identificarse mediante "B" en lugar de "A", si se desea obtener un estimado claro para dicho efecto de interacción.

EJEMPLO 8.

Un ingeniero metalúrgico desea mejorar la resistencia de una pieza de acero. El experimento involucra 4 factores en 8 corridas, pero sólo es posible realizar 4 corridas por día, por lo que cada día debe ser tratado como un bloque.

Los 4 factores experimentales y sus niveles se muestran en la figura 4.40; la tabla de respuestas para la resistencia (p.s.i. x 10³) se ofrece en la fig. 4.41, la cual posee una columna donde se plantea el bloque al cual fue asignado cada corrida.

En la fig. 4.42 se muestra un gráfico de los efectos estimados.

El análisis de la figura 4.41 indica que al parecer los factores A, B y C afectan la resistencia de la pieza. Según lo estudiado en la sección I, en un experimento de 5 factores en 8 corridas, los efectos AB, AC, BC se encuentran en las columnas 4, 5 y 6, respectivamente. Aparentemente no existen efectos de interacción; el efecto de bloque no es significativo.

De todo lo anterior se infiere que los factores A, B, C deben situarse en los niveles 2, 1 y 2, respectivamente, para obtener el valor máximo de la resistencia de la pieza. Para estos niveles la resistencia promedio estimada es:

$$\begin{aligned}\hat{y} &= \bar{Y} + (\bar{A}_1 - \bar{Y}) + (\bar{B}_1 - \bar{Y}) + (\bar{C}_1 - \bar{Y}) \\ &= 41,51 + (43,40 - 41,51) + 46,10 - 41,51 + (46,30 - 41,51) \\ &= 52,78 \text{ p.s.i.} \times 10^3\end{aligned}$$

EXPERIMENTOS EN CUATRO BLOQUES

Suponga que un experimento debe dividirse en 4 bloques, ¿cómo se debe proceder entonces?

Se designan 2 columnas en la matriz de diseño como factores de bloque y las corridas se asignan a los bloques de acuerdo con los valores de estas columnas. Por ejemplo, suponga que se desea analizar un experimento de 5 factores en 16 corridas, pero es necesario dividir los ensayos en 4 bloques de 4 corridas cada uno. En la sección III (fig. 4.33) los factores A, B, C, D y E se asignaron a las columnas 1, 2, 3, 4 y 11, respectivamente, entonces F y G (columnas 12 y 13) podrían ser los factores de bloque. Las corridas podrían ser asignadas a los bloques de acuerdo con el esquema de la figura 4.43.

La estructura de alias para 7 factores en 16 corridas que fue explicada en la sección III, se resume en la columna 2 de la figura 4.44.

Si no existen efectos de bloque con otros efectos, entonces, eliminando todos los términos de interacción que contenían los factores F y G, en la columna 2, se obtiene el conjunto reducido de alias que se muestra en la columna 3 de la figura 4.44, pero esto contiene un problema ("Trampa"), debido a que la interacción "FG" es realmente un efecto principal de bloque. Si se hace referencia a la figura 4.33, se observa que la columna FG (columna 8) posee "1's" en las filas 3, 4, 5, 6, 11, 12, 13, 14 y posee "2's" en las otras filas, en otras palabras, existen "1's" en las filas asignadas en los bloques 2 y 3 de la figura 4.43 y "2's" en las filas asignadas a los bloques 1 y 4. Esto significa que los efectos AE y BC, que aparecen confundidos en la columna 2 de la figura 4.44, realmente están confundidos con un efecto principal de bloque, por lo que la estructura de alias correcta para diseños de 5 factores en 4 bloques es la que aparece en la última columna de la figura 4.44. ¿Complica esto el análisis? No mucho, pero hay que considerar estos problemas y comprobar antes de comenzar un experimento en

bloque, que se han confundido los efectos de bloques incluyendo las interacciones entre los factores de bloque con otros factores críticos.

En el caso de 5 factores en 4 bloques, es evidente que si un factor es el que interactúa de manera más probable con otros factores, éste debe ser denominado como "D", dado que las iteraciones de segundo orden que involucran a este factor no están confundidas con efectos principales u otras interacciones.

Si se debiera dividir un experimento en 8 bloques, se necesitarían 3 columnas de la matriz de diseño, para los factores de bloque. Si se seleccionan los factores E, F, G, entonces las columnas EF, EG, FG y EFG podrían estar confundidas con los bloques, de lo cual se infiere la necesidad de realizar una comprobación cuidadosa antes de iniciar el experimento.

EJEMPLO 9

Un ingeniero está interesado en los efectos que tiene sobre la vida de una herramienta la velocidad de corte (A), el ángulo de corte (B), la dureza de la herramienta (C), y el ángulo de corte de la herramienta (D). Se planifican 16 corridas con 2 niveles para cada factor, siendo la variable de respuesta la vida de la herramienta medida en horas. Debido a que el tiempo requerido para cada corrida es grande, se decidió el empleo de 4 estaciones (bloques) simultáneamente para la operación de maquinado.

Basándose en el planteado en la sección III, se decidió asignar los factores A, B, C y D a las columnas 1, 2, 3 y 4 respectivamente (figura 4.33), y los factores de bloque E y F a las columnas 11 y 12. La asignación de corridas a los bloques se hizo mediante el esquema que muestra la figura 4.45. La figura 4.46 muestra la estructura de alias, considerando efectos de interacción de bloque (columna 2) y la ausencia de estos efectos (columna 3). Es necesario recordar que "EF" es un efecto principal de bloque, no una interacción.

La tabla de respuestas del experimento aparece en la figura 4.47. Basándose en los efectos estimados, la vida de la herramienta se puede hacer máxima colocando el factor A en el nivel 2 y el factor C en el nivel 1. Entonces, la vida promedio estimada sería:

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= \bar{Y} + (\bar{A}_1 - \bar{Y}) + (\bar{C}_1 - \bar{Y}) \\ &= 25,1 + (31,4 - 25,1) + (31,9 - 25,1) \\ &= 38,1 \text{ horas}\end{aligned}$$

Para este ejemplo, los efectos de bloque (columnas 10, 11 y 12 de la figura 4.47) son despreciables. Sin embargo, si hubieran existido efectos de bloque significativos, la manera más fácil para analizar los mismos hubiera sido calcular los valores promedios de la respuesta en cada bloque, y después comparar estos promedios.

TEMA V: EVALUACIÓN DE LA VARIABILIDAD

¿POR QUÉ HAY QUE ANALIZAR LA VARIABILIDAD?

Todos los ejemplos y análisis realizados han enfocado el mejoramiento del desempeño promedio, esto es obtener el valor máximo o el mínimo de la respuesta. Pero existe algo más que los promedios en el análisis de la calidad, por ejemplo, suponga que un nuevo tratamiento aumenta la resistencia promedio en un 20% pero también provoca un mayor porcentaje de rotura cuando la fuerza es de 80 libras. Por supuesto, el nuevo tratamiento no constituye una mejora.

En el caso de productos manufacturados la cantidad de variabilidad es crítica para el ajuste y el acabado. Por ejemplo, en la FORD MOTOR COMPANY, han determinado que cuando dos de sus plantas producen transmisiones con iguales especificaciones, la planta que las elabora con una variabilidad mínima en sus características, recibe menos quejas de los clientes, aún cuando ambas plantas se encuentren produciendo dentro de las mismas especificaciones. Aquí, como en muchos otros casos que podrían citarse, una variabilidad reducida significa costos reducidos para el productor y los clientes. **El compromiso de cualquier proceso de mejora continua debe ser la reducción sistemática de la variabilidad en todos los productos y procesos.**

Los valores observados de la respuesta en un experimento son usualmente diferentes de ensayo a ensayo, lo cual se debe en parte al cambio de niveles en los factores, y en parte a la variación aleatoria que está presente en el proceso. Aún bajo condiciones ideales (las mismas líneas de producción, los mismos operadores, las mismas cantidades de ingredientes, etc.), el "mismo" experimento producirá un resultado diferente cada vez que sea corrido. La aleatoriedad es una componente inherente de cualquier proceso, por lo que si se desea mejorar la calidad y el desempeño de cualquier producto o proceso, se requiere medir la aleatoriedad y buscar vías para reducir sus efectos. Reduciendo la variabilidad, somos capaces de controlar mejor los procesos y reducir los costos asociados con el desarrollo, la manufactura y el uso. En esta sección no se introducirán nuevos diseños experimentales y sólo será considerado el problema de reducir la variabilidad ("EL MENOR ES EL MEJOR").

MEDIDAS DE VARIABILIDAD

Las medidas más comunes son el recorrido muestral (R) y la desviación estándar muestral (S), siendo ésta última la más empleada debido a las propiedades que posee cuando se compara con el recorrido.

I. LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

El Teorema del Límite Central plantea que si se toman repetidamente grandes muestras aleatorias de un proceso estable, se calculan las medias muestrales y se representan estos promedios en un diagrama de frecuencias, éste tendrá una forma acampanada. En muchos procesos estables, la variabilidad observada se debe a muchas fuentes de variación, cada una de las cuales contribuye con una pequeña cantidad a la variabilidad total, y se asemejan al efecto de sumar valores cuando se calcula una media muestral, por lo que el "EFECTO" del límite central puede aparecer con las mediciones individuales. El Teorema del Límite Central proporciona la fórmula para la curva acampanada que resulta, la cual es denominada distribución de probabilidad normal.

Se debe entender que:

La curva normal es la forma límite de la distribución de datos muestrales de un proceso si se toman **MILES DE MEDICIONES** y éstas están normalmente distribuidas, o son promedios de grandes muestras de valores independientes.

Aunque el Teorema del Límite Central se aplica a muestras muy grandes, para muchos procesos los promedios de muestras pequeñas y aún los efectos estimados tienden a una distribución normal. Esto justifica el trazado de los efectos de los factores sobre un papel de probabilidad normal.

II. EMPLEO DE EXPERIMENTOS CON DOS NIVELES PARA MINIMIZAR LA VARIABILIDAD

Los factores pueden afectar una respuesta en dos formas básicas.

1. Variando su valor promedio.
2. Variando su cantidad de variabilidad.

Hasta el momento se ha estudiado cómo analizar los cambios en el valor promedio; para analizar los cambios en la variabilidad se requiere estimar dicha variabilidad en cada "PUNTO" del diseño experimental. Esto exigirá obtener observaciones repetidas para cada combinación de factores utilizada en el experimento.

Lo anterior significa que se deben replicar los experimentos. Además, para evitar que se confundan los efectos de bloque con los efectos de variación, se debe aleatorizar el orden de ejecución de los ensayos experimentales en cada grupo de ensayos.

Al tratar con experimentos replicados, se calculó una respuesta promedio en cada punto experimental y se trabajó con estos promedios como si hubieran sido simples observaciones. Ahora se hará algo análogo, pero en lugar de calcular promedios, se calcularán desviaciones estándares en cada punto. El enfoque para analizar los efectos de los factores sobre la variabilidad de la respuesta, se resume de la manera siguiente:

1. Seleccione el diseño experimental apropiado, utilizando los criterios estudiados.
2. Determine el número de réplicas a utilizar. No sea ahorrativo, aunque una desviación estándar muestral puede ser calculada tan sólo con los resultados de dos mediciones, una cantidad entre 5 y 10 réplicas brinda estimados más confiables de la variabilidad de la respuesta; si las restricciones económicas limitan esto y sólo se pueden obtener 2 ó 3 réplicas, el experimentador debe ser cuidadoso cuando interprete los resultados.
2. Aleatorice el orden de ejecución de los ensayos. Algunas personas obtienen todas las réplicas en secuencia, para una combinación particular de los niveles de los factores, debido a que esto simplifica la obtención de los datos, pero a menudo esto constituye un error porque los datos obtenidos en pequeños períodos de tiempo es posible que no reflejen la verdadera variación del proceso, y se obtengan de manera artificial valores pequeños de desviación estándar.
- 4 Corra el experimento y registre los valores muestrales.
5. Agrupe los datos experimentales de cada combinación de niveles de los factores utilizada en el experimento. Calcule la desviación estándar para cada combinación de niveles por separado.
6. Calcule los logaritmos de las desviaciones estándares anteriores. Registre estos logaritmos en la columna "Valores observados de la respuesta" de una tabla de respuestas.
7. Complete y analice la tabla de respuestas de manera análoga a la empleada en las secciones anteriores, pero utilizando los logaritmos de las desviaciones estándares como valores de respuesta. Tenga presente que para la variabilidad, la regla es siempre **"el menor es el mejor"**.

¿Por qué se utilizan los logaritmos de las desviaciones estándar?

Los resultados de los experimentos tienen distribuciones que tienden a la normal, por lo que los promedios muestrales y sus efectos estimados son aproximadamente normales, pero esto no ocurre con la desviación estándar. Sin embargo, si se trabaja con los logaritmos de la desviación estándar, estos tendrán una distribución aproximadamente normal y, por tanto, se podrán representar en un papel de probabilidad normal y recibir el mismo tratamiento que las medias muestrales.

EJEMPLO 1

Anteriormente se estudió un experimento relacionado con la resistencia de la atadura de un circuito integrado cuando éste se monta en un sustrato de vidrio metalizado. Para ello se utilizó un diseño de 4 factores en 8 corridas, cuyos niveles se muestran en la figura 4.5, la cual se reproduce en la fig. 5.11. Los factores tiempo de cura y post-recubrimiento del circuito afectan el promedio de la resistencia. Pero al atar cada circuito no es suficiente mantener la resistencia en el valor promedio, ya que aumentar el promedio a expensas de incrementar la variabilidad de las ataduras es contraproducente. Por tanto, ahora se explorarán los efectos de los factores experimentales sobre la variabilidad de la resistencia de la atadura.

En la figura 5.12 se ofrecen las combinaciones de los niveles de los factores que serán empleados, los cuales coinciden con los de la figura 4.6, con la diferencia de que el experimento será replicado cinco veces. Esto significa que se correrán 40 ensayos en orden aleatorio.

En la figura 5.13 se ofrecen los resultados experimentales, agrupados por combinaciones de niveles de los factores. En las tres últimas columnas de la figura aparecen los promedios muestrales, las desviaciones estándares y los logaritmos decimales de las mismas.

La figura 5.14 es una tabla de respuestas basada en los promedios muestrales de la figura 5.13, mientras que la figura 5.15 es una tabla de respuestas basada en los logaritmos decimales de las desviaciones estándares de la figura 5.13.

Los efectos estimados de los factores sobre los valores promedios (figura 5.14) confirman los resultados de la figura 4.7, correspondiente al experimento sin réplicas. En particular, los factores C y D deben fijarse en el nivel 2 para maximizar el valor promedio de la resistencia de atadura.

Los efectos estimados de los logaritmos (fig. 5.15), se representan gráficamente en la figura 5.16. Los factores A (Tipo de Adhesivo) y D (post-Recubrimiento) afectan la variabilidad de la resistencia de atadura. Para minimizar la variabilidad, el adhesivo de tipo I (D2A) y el Post-Recubrimiento 2 (Plata) deben utilizarse, lo que permite inferir que no existen conflictos en cuanto a los niveles recomendados para maximizar el valor promedio de la resistencia y minimizar su variabilidad. Observe que aunque el factor C no afecta significativamente a la variabilidad, los datos sugieren (figura 5.15) que el nivel 2 puede reducir la misma.

III. RATIOS SEÑAL - RUIDO (S/N)

El doctor Taguchi ha propuesto una clase de estadígrafos denominados ratios señal-ruido (S/N), los cuales se usan para medir el efecto de los factores de ruido sobre las características de desempeño. Los Ratios S/N toman en consideración la magnitud de la variabilidad en los datos de la respuesta y la cercanía del valor promedio de la respuesta al valor objetivo (meta).

Taguchi propuso más de 70 estadígrafos, de los cuales sólo se considerarán los tres que mayor rango de aplicación poseen.

1. SMALLER - IS- BETTER (El menor valor es mejor)
2. LARGER -IS - BETTER (El mayor valor es mejor)
3. NOMINAL -IS- THE BEST (El valor nominal es el mejor)

SMALLER - IS- BETTER

El valor "Objetivo" de la respuesta es cero.

Si en la fórmula de la varianza

$$S^2 = \sum (Y - \bar{Y})^2 / (n - 1)$$

Se considera $\bar{Y} = 0$, entonces

$$S^2 = \sum Y^2 / (n-1)$$

En la medida que el valor promedio de la respuesta disminuya, se debe esperar que disminuya esta función de valores observados de la respuesta.

Taguchi utiliza la siguiente fórmula del numerador de la expresión anterior como su Ratio S/N para estas situaciones (SMALLER IS BETTER):

$$RATIO S / N = -10LOG(\sum Y^2 / n-1)$$

El objetivo de un experimento para situaciones de este tipo es minimizar $\sum Y^2$, lo cual se logra haciendo que $-10LOG(\sum Y^2 / n)$ sea máximo.

LARGER -IS-BETTER

Ahora el objetivo es maximizar la respuesta. Maximizar Y es igual a minimizar 1/Y, por lo que Taguchi propuso el siguiente Ratio S/N para estas situaciones:

$$RATIO S / N = -10LOG(\sum (1/Y^2) / n)$$

El objetivo es maximizar el Ratio S/N

NOMINAL-IS-THE BEST.

Para esta situación, Taguchi recomienda el Ratio S/N siguiente

$$RATIO S / N = 10LOG(\bar{Y}^2 / S^2)$$

En la medida que la variabilidad de la respuesta disminuye, en relación con el promedio, este Ratio S/N aumentará.

Existe un gran debate en cuanto a lo apropiado de utilizar Ratios S/N como medidas de la calidad del producto /proceso. Muchos estadísticos occidentales creen que es mejor emplear 2 estadígrafos de desempeño separados, uno para el promedio de la respuesta y otro para su variabilidad. A veces, la variabilidad de la repuesta varía como una función del promedio de la respuesta, aunque para algunas variables de respuestas, el promedio y la variabilidad son independientes.

La observación por separado de promedios y desviaciones estándares en lugar de ratios S/N, como criterio único de desempeño, permite al ingeniero hacer elecciones más documentadas.

EJEMPLO 2

Analicemos otra vez el ejemplo relacionado con maximizar la resistencia de atadura del montaje de circuitos integrados. El análisis de los datos indicó que la resistencia promedio podría ser máxima y la variabilidad mínima mediante la siguiente asignación de niveles para los factores:

Factor A, Tipo de adhesivo. Nivel 1.
Factor C, Tiempo de cura. Nivel 2.
Factor D, Post - Recubrimiento, Nivel 2.

Los valores muestrales de la respuesta (figura 5.13) serán analizados ahora utilizando Ratios S/N. La fórmula del Ratio S/N para el caso **THE LARGER – THE BETTER** será utilizada, porque el objetivo del experimento es maximizar la resistencia de atadura. Los Ratios S/N muestrales se ofrecen en la figura 5.17 y se introducen como valores de la respuesta en la tabla de la figura 5.18.

La estimación de los efectos arroja que para maximizar el Ratio S/N, deben realizarse las asignaciones siguientes:

Factor A, Tipo de adhesivo. Nivel 2.
Factor C, Tiempo de cura, Nivel 2.
Factor D, Post - Recubrimiento, Nivel 2.

Esta recomendación no varía para los factores C y D, pero es opuesta para el factor A, cuando se compara con los resultados anteriores, aunque esto no es concluyente, porque el Ratio S/N para el factor A no es grande y, además, existe una evidencia muy fuerte de que la variabilidad se reduce cuando se sitúa el factor A en su nivel 1, tal como se indica en la figura 5.16.

IV. MINIMIZACIÓN DE LA VARIABILIDAD Y OPTIMIZACIÓN DE LOS PROMEDIOS

En esta sección se desarrollará un ejemplo que involucra 15 factores para ilustrar todos los conceptos estudiados. Los datos corresponden a un estudio de caso

presentado por Jim Quinlan, de Flex Products Inc., en ocasión de celebrarse el III Simposio sobre Métodos de Taguchi del American Supplier Institute, el cual fue seleccionado como el mejor estudio de caso del año 1985.

EJEMPLO 3

El producto sometido a prueba es un forro de material termo-plástico extruído que se utiliza para proteger el cable mecánico del velocímetro de los automóviles. El producto está constituido por un forro interior de polipropileno extraído, una capa de alambre trenzado y una cubierta co-extruída. El producto ha sido elaborado durante 15 años, primero en una división de la General Motors Corp., la cual desarrolló un gran trabajo de experimentación variando cada factor por separado, con altos costos y resultados desalentadores.

La característica de calidad de interés es la contracción post-extrusión del forro. La excesiva contracción del forro puede provocar ruido en el ensamblaje, lo cual ha sido uno de los mayores problemas confrontados.

La contracción post-extrusión se determina con una prueba térmica de 2 horas, en una estufa con circulación de aire, en la cual se colocan los forros, reacondicionando la muestra y midiendo su longitud.

La longitud que se obtiene después de la prueba, se sustrae de la longitud original, se divide por la longitud original y se multiplica por 100 para obtener el valor porcentual. En otras palabras, la variable de respuesta es el porcentaje de contracción; la longitud aproximada de las muestras es de 600 mm.

El grupo de trabajo de Flex Products, que realizó este experimento, recopiló información de los clientes, el personal de producción, los especialistas de control de calidad y los ingenieros de producto y proceso para elaborar la lista de factores más probables que afectan la contracción del forro. Los 15 factores candidatos más probables se listan en la figura 5.19, conjuntamente con los niveles empleados en el experimento, cuyos valores numéricos no fueron reportados por Quinlan.

Para realizar el experimento se utilizó un diseño factorial fraccionado (figura 4.33), 4 veces replicado, con los 64 ensayos aleatorizados en cuanto al orden de ejecución. La asignación de factores a las columnas de la figura 4.33 se plantea en la última columna de la figura 5.19.

La figura 5.20 ofrece los valores observados de la respuesta, los promedios de las submuestras, las desviaciones estándares y los ratios S/N. Debido a que el objetivo es minimizar la contracción, se utilizó la fórmula **THE SMALLER IS BETTER** para el Ratio S/N.

Las figuras 5.21, 5.24 y 5.27 muestran los efectos estimados de los factores sobre el promedio, el log s y el Ratio S/N, cuyas representaciones gráficas se observan

en las figuras 5.22, 5.25 y 5.28, respectivamente; los gráficos en papel probabilístico normal se ofrecen en las figuras 5.23, 5.26 y 5.29, respectivamente.

Es importante recordar que se estimaron 15 efectos utilizando un diseño experimental de 16 corridas, por lo que todos los efectos principales están confundidos con interacciones de segundo orden.

Las figuras 5.21 y 5.22 indican que el factor K tiene un fuerte efecto sobre el promedio de la respuesta, el factor E parece que es también influyente y el resto de los factores exhibe una variación aleatoria. La figura 5.23 (papel probabilístico) confirma que el factor K es significativo; el punto correspondiente al factor A también se aparta de la línea ajustada, pero los puntos que se desvían a la derecha del extremo inferior de la línea, o a la izquierda del extremo superior de dicha línea ajustada indican estimados cuya variación se supone aleatoria. Estos puntos no indican la existencia de efectos reales.

Las figuras 5.24 y 5.25 indican que el factor M es el que más afecta a la variabilidad ($\log s$); observe que todos los valores de $\log s$ son negativos. Para facilitar la legibilidad de la figura 5.24, se omitieron los signos negativos de los valores de $\log s$, sin embargo, los demás efectos estimados, así como los valores en la figura 5.25 tienen sus signos correspondientes.

Los factores G, D, C, E, H e I, no tienen efectos significativos, a pesar de ser los siguientes que tienen alguna influencia.

La figura 5.26 muestra que los efectos M, G, D, C e I, provienen de una distribución diferente de la de los demás efectos que actúan sobre el $\log s$.

Esta dicotomía en los datos puede ser explicada en parte observando que los factores M, G, C e I fueron situados en sus niveles bajos cuando se observó el menor valor de la respuesta ($\log s = -2.22$; ensayo 5) y se situaron en sus niveles altos cuando se observó el mayor valor de la respuesta ($\log s = -1.12$; ensayo 7).

Para los Ratios S/N, las figuras 5.27, 5.28 y 5.29, muestran que los factores K y E tienen fuertes efectos. Quinlan también encontró que los factores F, A, C, D, J y M, tienen efectos estadísticamente significativos sobre el Ratio S/N, mediante la aplicación del análisis de la varianza, que se estudiará después.

En la figura 5.30, que constituye un resumen del análisis de las figuras 5.21 - 5.29, se listan los niveles de los factores claves que optimizarán la respuesta. Los niveles entre paréntesis mostraron alguna significación, basada en las figuras 5.22, 5.25 ó 5.28, pero los trazos en el papel probabilístico normal no mostraron desviaciones significativas de la variabilidad normal.

Los valores en la última columna (seguidos de un asterisco) se determinaron significativos mediante el análisis de la varianza.

Recuerde que el objetivo es minimizar el valor promedio de la respuesta (contracción promedio), reducir $\log s$ y maximizar el Ratio S/N.

Sólo existen tres conflictos en los niveles que se recomiendan en la figura 5.30. Para los factores C y D, el nivel 1 minimiza $\log s$, pero el nivel 2 maximiza el Ratio S/N. Esto no es un problema serio porque es posible que la variación sea aleatoria.

Las señales mezcladas del factor E son más serias. Los factores K. y E son evidentemente los más serios, ¿debe situarse el factor E en el nivel 2 para minimizar $\log s$, o en el nivel 1 para minimizar el valor promedio y maximizar el Ratio S/N? esto es difícil. Si el nivel 2 reduce significativamente el $\log s$, esto probablemente sería lo mejor, porque después de todo, si la variabilidad pudiera reducirse casi a cero, sería un asunto simple cortar los forros un poco más largos según la contracción predecible.

Sin embargo, en este caso, la reducción del **log s** no parece ser significativa, pero las reducciones en \bar{Y} y el Ratio S/N sí parecen ser grandes, por lo que la opción recomendada parece ser la de situar el factor E en el nivel 1. Observe que no se resta importancia al $\log s$, sino que la variación del $\log s$ es aleatoria cuando E se sitúa en el nivel 2, y por tanto el efecto de este factor no es real.

¿Cuál debe ser la conclusión de este estudio?

Que los factores K y E deben situarse en el nivel 1, lo cual debe verificarse mediante corridas de confirmación. También debía considerarse una experimentación adicional basada en los demás factores que se listan en la figura 5.30, ya que alguna información adicional podría indicar si estos factores tienen efectos reales. También los niveles "óptimos" para los factores mencionados en este ejemplo se refieren a lo mejor de sólo dos niveles posibles para cada factor. Otros niveles, completamente diferentes, podrían provocar un mejoramiento significativo.

Dado que E y K. fueron los dos factores dominantes en el estudio, podría considerarse que su interacción afectó la respuesta, pero un vistazo al patrón de confusión para diseños de 15 factores indica que la interacción EK está confundida con el efecto principal B (y con otras interacciones), pero este factor no tiene un efecto apreciable sobre la respuesta promedio, la desviación estándar o el Ratio S/N, por lo que se puede concluir que la interacción EK no es importante en este estudio.

¿RATIOS S/N?

El empleo de Ratios S/N reviste cierto interés, pero generalmente se trabaja mejor con \bar{Y} y $\log s$, porque las decisiones están mejor fundamentadas. Sin embargo, esto no disminuye la contribución extremadamente importante del Dr. Genichi

Taguchi, debido a que los investigadores e ingenieros han adquirido la conciencia del valor que tiene el empleo de diseños experimentales para evaluar el impacto de los factores en la variabilidad del producto / proceso. Antes de la aparición del Dr. Genichi Taguchi en la escena, la mayoría de los investigadores y estadísticos utilizaban los diseños factoriales fraccionados sólo para evaluar los efectos sobre el valor promedio de la respuesta, mientras que ahora se utilizan también para evaluar la variabilidad.

TEMA VI: ORDENAMIENTOS INTERNOS Y EXTERNOS DE TAGUCHI (INNER AND OUTER ARRAYS)

1. FACTORES CONTROLADOS Y FACTORES DE RUIDO

Lo» **factores controlados** (Parámetros de diseño) son parámetros o características del producto/proceso para los que se ensayan diferentes variantes con el fin de estudiar cómo influyen sobre el desempeño.

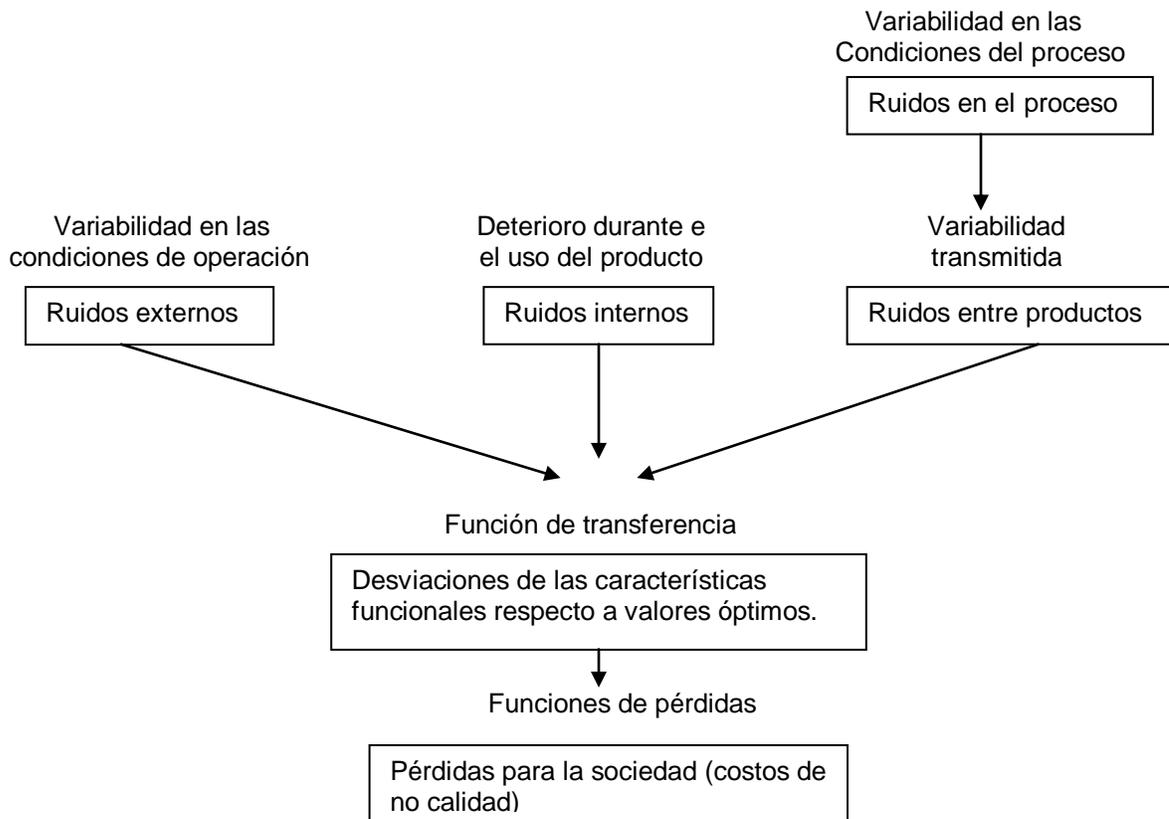
Pueden ser:

Cualitativos: Tipo de lubricante, proveedor, tipo de material, etc.

Cuantitativos: Temperatura, velocidad de giro, etc.

Los factores de "ruido" son aquellos que no pueden controlarse, o su control resulta difícil o antieconómico. Estos factores afectan las características de productos y procesos.

Taguchi ha identificado diferentes tipos de ruidos, los cuales se muestran en la figura siguiente:



¿Cómo reducir los costos de no calidad?

Solución costosa: Reducir (Controlar) los ruidos

Solución económica: "Bloquear" las funciones de transferencia (Diseños robustos).

¿Cómo minimizar la variabilidad transmitida?

1. Aprovechando la no linealidad de las funciones de respuesta, que relacionan características resultantes de los procesos con los valores de los parámetros de los mismos.
2. Obteniendo los valores de los parámetros de los procesos que minimizan la variabilidad transmitida y que garantizan, en consecuencia, la calidad resultante.

Taguchi recomienda utilizar el diseño de experimentos para identificar los niveles de los parámetros de diseño (factores controlados) que minimicen el Impacto de los factores de ruido sobre el desempeño del producto/proceso (productos y procesos robustos).

II. DISEÑOS EXPERIMENTALES PARA FACTORES DE CONTROL Y DE RUIDO

Se sugieren los tres enfoques siguientes:

1. No controlar los factores de ruido durante el experimento, hacer corridas replicadas para combinaciones seleccionadas de los factores de control y medir la variabilidad del proceso en cada punto experimental, utilizando la desviación estándar.

El ambiente en que se desarrolle el experimento debe ser lo más cercano que sea posible al uso o manufactura real.

2. Identificar los factores de ruido antes de la experimentación e Incluirlos en ésta, junto con los factores de control.

Por ejemplo si fuera necesario trabajar con seis factores de control y dos factores de ruido, se utilizaría un diseño de 16 corridas para 8 factores con el cual es posible evaluar las Interacciones entre los factores de ruido y los de diseño, así como los niveles de los factores de diseño que minimizan los efectos de los factores de ruido.

3. Seleccionar un diseño experimental para los factores de control. Taguchi denomina a este diseño "ordenamiento interno" (Inner Array). Seleccionar otro diseño experimental para los factores de ruido, el cual se denomina "ordenamiento externo" (Outer Array).

Para cada combinación de factores en el ordenamiento interno, corra todas las combinaciones de los factores de ruido en el ordenamiento externo, (por ejemplo, si el ordenamiento interno posee 8 filas y el externo posee 4 filas, entonces el experimento combinado tendrá 32 ensayos).

El tercer enfoque, propuesto por Taguchi, requiere un gran número de corridas experimentales, y a pesar de esto, los efectos principales de los factores de control aún podrían estar confundidos con las interacciones.

Como ejemplo de lo anterior, considere un experimento que involucre 5 factores de control y 3 factores de ruido. Suponga que se selecciona un diseño de 8 corridas para el ordenamiento interno y un experimento de 4 corridas para el ordenamiento externo, lo cual implica realizar 32 corridas, definiéndose el patrón de confusión siguiente:

- Todos los efectos principales de los factores de control están confundidos con sus interacciones de segundo orden.

- La matriz de diseño para 3 factores en 4 corridas se obtiene haciendo $C=AB$ en el diseño factorial de 2 factores en 4 corridas, lo cual conduce a la matriz de diseño que se muestra en la figura siguiente:

Orden Estándar	Factores		
	A=BC	B=AC	C=AB
1	1	1	2
2	1	2	1
3	2	1	1
4	2	2	2

Fig 6.1 Matriz de diseño para 3 factores en cuatro corridas

Cada uno de los 3 factores de ruido podría estar confundido con sus interacciones de segundo orden. Para evitar la excesiva cantidad de trabajo experimental que entraña el empleo del tercer enfoque (Taguchi) o el control de los factores de ruido, que resulta muy costoso, nosotros utilizaremos una combinación de los enfoques (1) y (2), de tal manera que los factores de ruido que se consideren críticos, sean tratados como factores de control, siempre que sea posible, y la variabilidad que originan los factores de ruido pueda ser evaluada replicando el experimento y calculando la desviación estándar muestral en cada punto experimental.

La adopción de este enfoque evita otro problema que surge en algunas ocasiones cuando se emplea el enfoque de Taguchi, el cual se origina cuando los factores de ruido están correlacionados: las medidas de variabilidad en los ordenamientos externos pueden sesgar las estimaciones del ruido en los diferentes puntos del ordenamiento interno.

III. EJEMPLO ILUSTRATIVO

El presente ejemplo está basado en un estudio realizado por Guy Desrochers y Dale Ewing de Eaton Yale Limited (1984).

El objetivo del experimento fue reducir la variabilidad de la altura de la curvatura de los resortes (muelles) de lámina elaborados por la división de suspensiones de la Eaton Yale Limited. También se planteó como objetivo que las mediciones de la altura promedio se encontrasen lo más cercano que fuese posible al valor nominal de 8,0.

Existen 4 factores de control y 1 de ruido en el experimento. El ordenamiento interno es un diseño de 8 corridas y el ordenamiento externo es un diseño de 2 corridas (niveles 1 y 2 del factor de ruido). Cada una de las 16 combinaciones de los factores utilizados fue replicada 3 veces, para un total de 48 ensayos.

Desrochers y Ewing basaron su análisis en los valores promedios de la respuesta y los ratios S/N. Nosotros utilizaremos como estadígrafos de desempeño \bar{y} y $\log s$, y también discutiremos los resultados de Desrochers y Ewing utilizando ratios S/N.

Las 4 variables claves del proceso (factores de control) identificadas fueron las siguientes:

- Temperatura de la estufa para el tratamiento térmico.
- Tiempo de calentamiento de la pieza.
- Tiempo de transferencia de una pieza de la estufa al calibre reproductor de la curvatura.
- Tiempo de sujeción: el tiempo en que se cierra sobre la pieza el calibre reproductor de la curvatura.

Adicionalmente, la temperatura del aceite utilizado para el temple de las piezas fue incluida como un factor de ruido (no controlable).

El experimento real involucró un ordenamiento interno de 8 corridas y un ordenamiento externo de 2 corridas, el cual puede describirse también mediante un experimento de 5 factores en 16 corridas, 3 veces replicado.

Las columnas de la matriz de diseño (Figura 4.33) a las cuales se asignaron los factores así como sus niveles experimentales, se ofrecen en la figura 6.2.

Al analizar experimentos de 5 factores en 16 corridas, el quinto factor fue asignado a la columna 15, pero en el estudio de Desrochers y Ewing el quinto factor fue asignado a la columna 14. Las columnas de las interacciones de segundo orden se identifican en la Figura 6.3, donde se aprecia que las columnas de ellas están confundidas, lo cual se hubiera evitado si la asignación hubiese sido la indicada inicialmente.

La Figura 6.4 muestra las combinaciones de factores utilizados, los valores observados de la respuesta y los valores calculados de \bar{y} , \mathbf{S} y $\log \mathbf{S}$. Las Figuras 6.5 y 6.7 son las tablas de las respuestas de \bar{y} y $\log \mathbf{S}$ (los signos negativos de los valores de $\log \mathbf{S}$ se omitieron en la Fig. 6.7, pero los efectos estimados que aparecen en la línea inferior poseen el signo correcto).

Las Figuras 6.5 y 6.6 indican que los efectos principales A, B y C, así como la interacción AC, pueden tener efectos significativos sobre la respuesta promedio, mientras que la Fig. 6.8 muestra que sólo el factor B tiene algún efecto real sobre el $\log \mathbf{S}$.

Debido al posible efecto de la interacción AC, la respuesta promedio debe estimarse para cada combinación de niveles de los factores A y C. El resultado

de esta estimación se muestra en la Fig. 6.9 y la interacción se muestra gráficamente en la Fig. 6.10, en la cual se puede apreciar con claridad la existencia de un efecto de interacción.

Entonces para mantener la respuesta promedio próxima al valor objetivo (8.0), los factores A y C deben situarse en el nivel 1, donde se obtiene un efecto medio estimado igual a 7.94. Si embargo, si A es un factor de ruido que no puede ser controlado, podría ser lo mejor situar el factor C en el nivel 2, para minimizar la variabilidad de la respuesta promedio.

El factor B afecta tanto a la respuesta promedio como a la variabilidad, por lo que el mismo debe situarse en el nivel 2 para que la respuesta promedio se aproxime al valor objetivo. Sin embargo, para reducir la variabilidad, el factor B debe situarse en el nivel 1, lo cual constituye un problema, que podría resolverse situando el factor B en el nivel 1 y buscando vías alternas para ajustar la respuesta promedio en un valor próximo al objetivo, como por ejemplo, ajustar los factores A y C. Si los factores A, B y C se sitúan en el nivel 1, la respuesta promedio estimada es de $7.94 + (7.53 - 7.64) = 7.83$, el cual se aproxima a 8.0.

En su trabajo original, Desrochers y Ewing analizaron los datos utilizando valores promedios y ratios S/N. Ellos recomendaron situar los factores A y C en el nivel 1, y el factor B en el nivel 2, encontrando en un experimento de confirmación la alta significación de la variable C, que en el análisis inicial no se encontraba presente. Sin embargo, el factor A no se controló durante el estudio de confirmación, por lo que los efectos podrían haber ocultado el verdadero impacto del factor C.

TEMA VII: DISEÑOS EXPERIMENTALES PARA FACTORES CON TRES Y CUATRO NIVELES

¿POR QUÉ UTILIZAR MÁS DE DOS NIVELES?

Debido a lo siguiente:

1. Un factor posee tres o más niveles bien definidos (tres turnos de trabajo, cuatro modelos de máquina, cinco líneas de producción).
2. El experimento debe realizarse en tres o más bloques, debido a circunstancias limitantes.
3. Un proceso está siendo afinado y los valores de la respuesta no son lineales en algún intervalo de niveles de los factores. Entonces es necesario optimizar los valores de los factores.

Las dos primeras situaciones requieren diseños experimentales especiales que estudiaremos a continuación. La tercera situación requiere del empleo de la **metodología de superficies de respuesta**; esta metodología permite al experimentador evaluar las interacciones de los factores y la **forma** de la superficie de respuesta, simultáneamente.

En esta sección se estudiarán diseños experimentales para factores con tres y cuatro niveles que han sido recomendados por TAGUCHI.

FACTORES CON CUATRO NIVELES

Trabajar con un factor en cuatro niveles es análogo a dividir un experimento en cuatro bloques. La única diferencia radica en que las interacciones en general no se consideran importantes cuando se divide el experimento en bloques.

Se parte de una matriz de diseño para factores con dos niveles, y dos columnas de la matriz de diseño son asignadas al factor con cuatro niveles. Las cuatro combinaciones de 1's y 2's en estas columnas determinan entonces los cuatro niveles de dicho factor. Por ejemplo, si los niveles experimentales para el factor W (con 4 niveles) fuesen determinados por los valores en las columnas de los factores A y B, entonces los niveles del factor W podrían determinarse mediante el esquema de la Fig. 7.1.

Además de las columnas de los factores A y B, la columna de la interacción AB es también parte del diseño. Pero AB es realmente un componente del efecto principal del factor W, ya que los niveles de A y B son conocidos, es fácil determinar el nivel de A, y si los niveles de A y AB son conocidos es fácil determinar el nivel de B, entonces AB no es interacción y la interacción ABC es de segundo orden y no de tercero.

El significado de interacción es menos claro de manera intuitiva, cuando se utilizan más de dos niveles para los factores. Esto significa que en las etapas iniciales de la investigación, siempre que sea posible, se debe evitar el empleo de factores con más de dos niveles. Si es necesario trabajar con cuatro niveles, **vigile las interacciones** examinando los valores promedios de la respuesta en diferentes combinaciones de niveles de los factores. Si las interacciones que involucran factores con más de dos niveles constituyen una preocupación real, busque el auxilio de un especialista en materia de diseño experimental.

Para realizar el análisis de factores con cuatro niveles, ignore las tres columnas relacionadas con dichos factores, cuando realice el cálculo de la tabla de respuestas. Entonces, calcule la respuesta promedio en cada nivel del factor y representela gráficamente. El análisis de la varianza puede ser más apropiado que el papel de probabilidad normal para analizar la importancia de los factores con cuatro niveles.

A	B	W
1	1	1
1	2	2
2	1	3
2	2	4

Fig. 7.1 Asignación de cuatro niveles

EJEMPLO 1

Una planta metal – mecánica desea extender la vida de las brocas que utilizan sus operarios en la línea de ensamble. Los seis factores identificados como más importantes para la vida de la herramienta son:

- Tipo de broca.
- Medida de la broca.
- Velocidad del taladro.
- Material a taladrar.
- Tipo (fabricante) del taladro.
- Operador.

Los cuatro primeros factores pueden verificarse con dos niveles cada uno, pero en la planta se utilizan cuatro marcas de taladro y, además, debido a que los operarios utilizan las herramientas de manera diferente, se incluyeron cuatro operarios en el experimento. Los niveles de los factores están listados en la Fig. 7.2.

Para realizar el experimento se requiere una matriz de diseño con al menos 10 columnas: una para cada uno de los cuatro primeros factores (con dos niveles), y tres columnas para cada uno de los dos factores restantes (con cuatro niveles). El diseño apropiado posee 16 corridas.

En estos casos se recomienda asignar los factores a las columnas 1, 2, 3, 4, 11, 12, 13, 14, 15 y 5 de la matriz en la Fig. 4.33, obteniéndose el patrón de confusión indicado en la Fig. 7.3. Suponga que los factores a, b, c y d en la Fig. 7.2 fuesen asignados a las cuatro primeras columnas de la Fig. 4.33, el factor e en las columnas 5 y 11, y el factor f a las columnas 13 y 14. Esto parece razonable, pero conduce a una seria confusión, en particular, la interacción de las columnas 5 y 11 (EC), la cual es ahora un efecto principal, está confundida con c en la columna 3.

Un enfoque más seguro podría ser asignar primero las columnas a los factores e y f, y entonces asignar columnas a los factores a, b, c y d después. Si se asignan a las columnas 1 y 2 el factor e, entonces la columna 5 (“AB”) también es

asignada a **e**, y si se asignan las columnas 3 y 4 al factor **f**, entonces la columna 10 también es asignada al factor **f**. Los factores a, b, c y d podrían entonces ser asignados a las columnas 11, 12, 13 y 14.

Con este arreglo no existirá confusión entre efectos principales, obteniéndose la matriz de diseño que se muestra en la Fig. 7.4. Observe que los valores en las columnas 1, 2, 3, 4, 5 y 10 de la Fig. 4.33 también han sido incluidos como referencia en la Fig. 7.4.

La tabla de respuestas completa del experimento se ofrece en la Fig. 7.5. Basándose en esta tabla, se observa que la velocidad del taladro y el material tienen un efecto significativo sobre la vida promedio de la broca, con brocas más duraderas cuando la velocidad del taladro es 400 rpm y se taladra un material blando.

Para estimar los posibles efectos del fabricante y el operador, las respuestas promedios en cada nivel de estos factores fueron calculadas. Tomando como base la Fig. 7.4, el fabricante I (Dreamer) fue utilizado en las cuatro primeras corridas, por lo que su respuesta promedio es el promedio de los cuatro primeros valores de la respuesta en la Fig. 7.5. Los valores de las respuestas promedios aparecen en la Fig. 7.6, donde se aprecia que no existe diferencia entre fabricantes, pero Joe es menos cuidadoso que los demás operadores.

FACTORES CON TRES NIVELES

Se consideran tres diseños diferentes:

- L9, diseño experimental de 9 corridas, para 4 factores como máximo, cada uno con tres niveles.
- L 18, diseño experimental de 18 corridas, para 7 factores como máximo, con 3 niveles cada uno, más un factor con 2 niveles.
- L 27, diseño experimental de 27 corridas, para 13 factores como máximo, con 3 niveles cada uno.

Las matrices de diseño se muestran en las figuras 7.7, 7.8 y 7.9, respectivamente. Existen varios diseños experimentales para factores con tres niveles, pero los tres anteriores pueden adecuarse a muchas aplicaciones.

Los tres diseños anteriores son ortogonales, en otras palabras, si para cualquier par de columnas se:

- 1) reemplazan los 1's, 2's y 3's por -1's, 0's y 1's,

- 2) multiplican los términos que se encuentran en la misma fila,
- 3) suman todos los productos resultantes,

la suma siempre será igual a cero.

La importancia de la ortogonalidad consiste en que permite estimar cada efecto principal, sin que el mismo esté confundido con otros efectos principales. Sin embargo, los alias con los efectos de interacción pueden estar presentes y engañarnos.

Si se sospechan que pueden estar presentes las interacciones, entonces es muy persuasivo el argumento de comenzar el estudio con diseños de dos niveles y proseguir con la metodología de superficies de respuesta.

Cuando se trabaja con factores que poseen tres niveles, el enfoque más simple consiste en calcular el valor promedio en cada nivel y representarlos en el mismo gráfico. El análisis de la varianza puede reemplazar al papel de probabilidad normal como método para la identificación de los factores que afectan significativamente a la variable de respuesta.

Las tablas de respuesta que se utilizan para simplificar los cálculos de los valores promedios en los diferentes niveles de los factores para los diseños L 9 , L 18 y L 27 , se ofrecen en las figuras 7.10, 7.11 y 7.12, respectivamente.

Ejemplo 2

Un equipo de mejoramiento de la calidad de la firma Canadian Fram Limited, analizó los efectos de tres factores (tiempo de soldar, presión y humedad) sobre la resistencia de la soldadura de una pieza de automóvil. Cada factor fue corrido con tres niveles diferentes, como se indica en la Fig. 7.13, utilizándose un diseño L 9, con seis réplicas (54 corridas experimentales).

Los datos muestrales, así como los valores calculados de \bar{y} y $\log \mathbf{S}$ se ofrecen en la Fig. 7.14. Las tablas de respuestas para \bar{y} y $\log \mathbf{S}$ se brindan en las figuras 7.15 y 7.16, respectivamente.

Los recorridos de las respuestas (parte inferior de la Fig. 7.15) para los tres niveles de cada factor experimental fueron los siguientes:

- **Tiempo de soldar, $R=136,1 - 123,0=13,1$**
- **Presión, $R=130,5 - 121,7=8,8$**
- **Humedad, $R=158,9 - 75,6=83,3$**
- **Factor 4 “no asignado”, $R=135,4 - 117,8=17,6$**

El efecto del factor 4, “no asignado”, refleja una variabilidad aleatoria. Los recorridos de dos factores son menores que el recorrido atribuido a la variabilidad aleatoria, por lo que se puede concluir entonces que los cambios en el tiempo de soldar y en la presión, no tienen un efecto significativo sobre la resistencia promedio de la soldadura.

Sin embargo, parece que la humedad afecta a la resistencia de la soldadura, debido a que en la Fig. 7.17 la resistencia es mucho menor cuando la humedad es igual a 1,758%, mientras que los otros dos niveles podrían preferirse, dado que el objetivo es maximizar la resistencia de la soldadura.

Los recorridos de los valores promedios del log **S** (parte inferior de la Fig. 7.16) para los tres niveles de cada factor experimental fueron los siguientes:

- **Tiempo de soldar, $R=1,493 - 1,182=0,311$**
- **Presión, $R=1,355 - 1,297=0,058$**
- **Humedad, $R=1,541 - 1,088=0,453$**
- **Factor 4 “no asignado”, $R=1,508 - 1,299=0,279$**

De nuevo, parece que sólo la humedad tiene algún efecto real. El log **S** se minimiza cuando la humedad tiene un valor igual a 1,15%. Este resultado es consistente con los resultados basados en la resistencia promedio de la soldadura.

Entonces, la recomendación que se deriva del estudio es situar la humedad en el valor 1,150%.

TEMA VIII: ANÁLISIS DE LA VARIANZA EN EL DISEÑO DE INGENIERÍA

I. PRUEBAS DE HIPÓTESIS

Los elementos básicos de un proceso de prueba de hipótesis estadísticas son:

1. Formular dos hipótesis o conjeturas acerca de lo que está aconteciendo.
2. Seleccionar un estadígrafo y un valor crítico para el mismo.
3. Recopilar datos y calcular el valor del estadígrafo.
4. Determinar la significación de los datos, ¿qué hipótesis sustentan los datos?

Las hipótesis formuladas se denominan:

1. **Hipótesis Nula (H₀):** Aquella hipótesis que no puede ser rechazada cuando los datos no son concluyentes.
2. **Hipótesis Alternativa (H₁):** Hipótesis que se acepta cuando los datos muestran una evidencia fuerte de que la misma es correcta.

Ejemplo

Un nuevo proceso para la fabricación del cárter de un motor será adoptado si se logra un incremento de al menos 8% en la tasa de producción.

H₀: La tasa de producción tiene un incremento inferior al 8% en su tasa promedio por hora.

H₁: La tasa de producción tiene un incremento de al menos 8% en su tasa promedio por hora.

Estadígrafo: Tasa promedio por hora del nuevo proceso, menos la tasa promedio por hora del viejo proceso.

Valor crítico: 8%

Al realizar las pruebas de hipótesis es posible incurrir en dos tipos de errores:

Error de Tipo I: Aceptar una hipótesis alternativa falsa.

Error de Tipo II: Aceptar una hipótesis nula falsa.

Un experimento bien diseñado mantendrá la verosimilitud de ambos tipos de error en un nivel aceptable. Esto puede ser difícil porque cuando usted trata de reducir la verosimilitud de la ocurrencia de un tipo de error, automáticamente usted incrementa la verosimilitud de la ocurrencia del otro tipo de error.

A partir de ahora se estudiará cómo realizar pruebas de hipótesis para los efectos de los factores (incluidas las interacciones). La **hipótesis nula** plantea que **el factor que se analiza no tiene un efecto significativo** sobre la variable de respuesta, mientras que la **hipótesis alternativa** plantea que **el factor sí tiene un efecto significativo** sobre la respuesta.

Plantear que un efecto es significativo indica que no es probable que un efecto estimado muy grande se deba a la aleatoriedad.

Los estadígrafos se calculan a partir de los efectos estimados y los valores críticos se obtienen en tablas diseñadas para este propósito.

II. EMPLEO DE LOS EFECTOS ESTIMADOS COMO ESTADÍGRAFOS

Anteriormente se recomendó representar todos los efectos estimados en un papel de probabilidad normal. Si no existen efectos principales o de interacción reales, entonces los efectos estimados tendrán una distribución similar a la de una muestra aleatoria extraída de una población normal.

Este enfoque gráfico es útil porque facilita la identificación de aquellos efectos que son significativos no sólo por su orden de magnitud, sino por el patrón al cual se ajustan. Sin embargo, el enfoque gráfico tiene la desventaja de que no brinda un criterio esclarecedor acerca de los valores de los efectos que indican si el factor o la interacción son significativos, en otras palabras, ¿cuán lejos debe estar el punto de la línea recta para que se considere un “outlier” (raro)?, ¿cómo medir la desviación de la línea recta?.

El análisis de la varianza (ANOVA) satisface las necesidades al especificar cuánto debe diferir un estimado del valor cero, para juzgar que es “estadísticamente significativo”.

Observe que se plantea **“Cuánto debe diferir el estimado del valor cero”** y **“Cuánto debe desviarse del patrón lineal”**. Una seria debilidad que entraña el empleo tradicional del análisis de varianza, es que el estadígrafo no considera el incremento de la variabilidad cuando se estiman muchos efectos, digamos, si se estiman 15 ó más efectos de manera individual en un experimento, existe una probabilidad alta de que una prueba de hipótesis clásica detecte un efecto significativo porque su valor presenta una mayor desviación del cero que todos los demás, cuando realmente el mismo no se desvía del patrón lineal, lo cual conduce a un error del tipo I.

Para resolver este problema se utiliza un enfoque denominado “Comparaciones múltiples”, el cual se encuentra en el libro de Box y Hunter “Statistics for experimenters” (Wiley, 1987).

El análisis de la varianza se basa en lo siguiente:

1. Si un factor o una interacción en un experimento con dos niveles no tiene efecto real sobre la variable de respuesta, y las mediciones individuales siguen una distribución normal con desviación estándar constante, entonces el efecto estimado de este factor o interacción tendrá una distribución de probabilidad normal con media cero y desviación estándar igual a:

$$2\sigma / \sqrt{n}$$

Donde “ σ ” es la desviación estándar de las mediciones individuales de la respuesta (obtenidas en el experimento), y “ n ” es el número de mediciones obtenidas. (Observe que se asume que la desviación estándar de los valores de la respuesta es constante durante el experimento, lo cual puede ser peligroso).

2. Suponga que $E_1, E_2, E_3, \dots, E_j$, y E_i son $(j+i)$ estimados ortogonales de efectos principales o de interacción de un experimento con dos niveles, esto es, $E_1, E_2, E_3, \dots, E_j$ y E_i , son los estimados que aparecen en la parte inferior de la tabla de respuestas, o algún subconjunto de dichos estimados.

3. Suponga que las condiciones planteadas en (1) son aplicables y que los efectos $E_1, E_2, E_3, \dots, E_j$ y E_i no son reales (su valor esperado es cero). Entonces:

$$F = E_i^2 / ((E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + \dots + E_j^2) / j)$$

Sigue una distribución “F” con $(1, j)$ grados de libertad. El estadígrafo “F” se utiliza para la prueba de la hipótesis estadística:

H_0 : E_i estima un efecto o una interacción inexistente.

H_1 : E_i estima un efecto o interacción real.

La tabla 8.1 ofrece los valores críticos de “F” para niveles de significación de 1% y 5%. **Esta tabla es apropiada sólo cuando se analizan efectos en experimentos con dos niveles.**

Si se analizan factores con más de dos niveles, entonces se requieren otras fórmulas para calcular el estadígrafo “F”, así como las tablas convencionales de la distribución “F”.

Ejemplo

Considere el experimento relacionado con la resistencia de la atadura de circuitos integrados que se montan en substratos de vidrio metalizado. Los factores que afectan la respuesta se muestran en la figura 8.1, conjuntamente con sus niveles.

Los efectos estimados se muestran en la tabla de respuestas de la figura 4.7. En la figura 8.2 se observan los efectos estimados y sus cuadrados.

Si se puede asumir que no existen efectos de interacción entre los 4 factores experimentales, entonces el promedio de los cuadrados de los efectos de interacción estimados (columnas 4, 5 y 6 de la tabla de respuestas) puede ser empleado como denominador de estadígrafo “F”, donde $j = 3$. La información de

la figura 8.2 se utiliza para construir la tabla “ANOVA” de la figura 8.3, en la cual los cuatro primeros valores E^2 se toman directamente de la figura 8.2

El valor E^2 en la fila “no efecto” es el promedio de los tres valores E^2 correspondientes a los efectos de interacción (fig. 8.2).

El “no efecto” $E^2 = (0,64 + 0,64 + 0,04)/3 = 0,44$. El análisis de la figura 8.3 permite concluir lo siguiente.

- El factor A afecta la respuesta promedio con un nivel de significación estadística igual a 5%.
- El factor B no tiene un efecto significativo sobre el valor promedio de la respuesta.
- Los factores C y D afectan la respuesta promedio con un nivel de significación estadística igual al 1%.

Estas conclusiones son consistentes con las planteadas cuando los datos se analizaron gráficamente.

III. ANALISIS DE LA VARIANZA PARA DISEÑOS DE DOS NIVELES

Pasos a seguir para experimentos sin réplicas:

1. Corra el experimento y estime los efectos utilizando una tabla de respuestas.
2. Determine las columnas de la tabla de respuestas que no representen efectos reales, obtenga los cuadrados de dichos efectos y su promedio (“No efecto” E^2). La selección de las columnas de los efectos no reales requiere juicio de Ingeniería y experiencia previa, pero nunca debe realizarse tomando en consideración aquellos estimados cuyos valores sean pequeños, debido a que la variación aleatoria puede provocar estimados grandes y pequeños.
3. Prepare una tabla ANOVA similar a la de la figura 8.3. Obtenga los valores críticos de “F” en la tabla 8.1 y determine cuáles son los factores que influyen significativamente sobre la variable de respuesta.

Ejemplo

Considere el experimento relacionado con el análisis de 12 factores en 16 corridas, cuyos niveles se ofrecen en la figura 4.34, y su tabla de respuestas en la figura 4.35; los efectos estimados que aparecen en la figura 4.35 se reproducen en la tercera columna de la figura 8.4. Si se puede asumir que no existen interacciones entre los factores experimentales, entonces los cuadrados de los estimados en las columnas 8, 9 y 10 de la figura 8.4 pueden ser promediados para obtener el valor E^2 del “no efecto”; la figura 8.5 ofrece la tabla ANOVA para este experimento.

Los valores críticos de “F” para (1, 3) grados de libertad al 5% y 1% de significación son 10,13 y 34,12, respectivamente. El análisis de los resultados obtenidos permite inferir que los factores B, E y L son significativos al 1% y los factores A, C, F e I son significativos al 5%.

Los siete factores anteriores fueron identificados como los más importantes, cuando los datos se analizaron gráficamente.

Análisis de la varianza para experimentos en bloques

Las columnas asignadas a los efectos de bloque en estos experimentos, no deben utilizarse para calcular el término E^2 del “no efecto”, ni el estadígrafo “F” debe calcularse para estos efectos debido a que generalmente no resultan de interés para el experimentador.

Los diseños en bloques se tratan de la misma manera que los diseños sin bloques.

Análisis de varianza para experimentos con réplicas.

En estos casos, el “no efecto” E^2 está basado en las varianzas muestrales calculadas en cada punto del diseño experimental. La fórmula para calcular el “no efecto” E^2 es la siguiente:

$$E^2 = 4 s^2 / N$$

Donde:

S^2 : Es el promedio de las varianzas muestrales calculadas en los “puntos” experimentales.

N : Número total de ensayos realizados (número de puntos experimentales multiplicado por el número de réplicas).

Los grados de libertad (d. f.) para E^2 se obtienen restando de N , el número de “puntos” experimentales.

Ejemplo.

Considere el experimento factorial fraccionado de 8 corridas con 5 réplicas, cuyos datos experimentales, promedios y desviaciones estándares muestrales, en cada uno de los 8 puntos experimentales, se muestran en la Fig. 5.13; los efectos estimados aparecen en la tabla de respuestas que ofrece la Fig. 5.14.

En este caso $N = 8 * 5 = 40$, y los grados de libertad para E^2 son d.f.
 $= (40 - 8) = 32$.

Basándose en las desviaciones estándares de la Fig. 5.13, la varianza muestral promedio del experimento es la siguiente:

$$s^2 = \frac{1.57^2 + 0.71^2 + 0.80^2 + 1.41^2 + 2.06^2 + 2.93^2 + 5.17^2 + 1.99^2}{8}$$

$$S^2 = 6.14$$

$$E^2 = 4 (6.14) / 40$$

$$E^2 = 0.614$$

Basándose en la tabla de respuestas de la Fig. 5.14, la tabla ANOVA para los efectos principales de este experimento se ofrece en la Fig. 8.6.

La tabla 8.1 no lista los valores críticos de “F” para (1,32) grados de libertad. Los valores correspondientes para el 5% y el 1% de significación, se obtienen interpolando, en la tabla 8.1, entre los valores para (1,30) y (1,40) grados de libertad, siendo entonces dichos valores críticos 4.15 y 7.51, respectivamente.

La observación de la tabla ANOVA permite concluir que:

- Los factores C y D tienen un efecto altamente significativo sobre la respuesta promedio.
- El factor A tiene un efecto menos significativo.
- El factor B no tiene un efecto estadísticamente significativo sobre la respuesta promedio.

Análisis de la varianza utilizando puntos centrales

A veces ocurre que ninguna columna de una tabla de respuestas puede ser tratada como un factor “no efecto”, y es impracticable o muy costoso replicar el experimento.

En estas situaciones, es posible identificar un “punto central”, donde los niveles de todos los factores se encuentran en el punto medio de los niveles bajos y altos.

Si este punto puede replicarse, algunas veces, se puede calcular una varianza muestral en el mismo. Entonces, asumiendo que la varianza es constante en todos los niveles de los factores experimentales (esto se analizará posteriormente), el valor E^2 se calcula multiplicando esta varianza muestral por $4/N$, donde N es el número de ensayos en el experimento, *excluyendo los puntos*

centrales, y los grados de libertad del “no efecto” se obtienen restando uno al número de puntos muestrales.

Otro empleo del punto central consiste en comparar la respuesta promedio obtenida en dicho punto, con la respuesta promedio obtenida en los otros puntos. Si estos **dos promedios difieren considerablemente**, esto sugiere **la posible existencia de una relación no lineal** entre la respuesta promedio y alguno de los factores experimentales.

El concepto del punto central asume que cada valor del diseño tienen un valor “medio”, pero si un factor fuese por ejemplo una línea de producción, y la planta sólo cuenta con dos líneas, entonces emplear como punto central “la línea de producción 1,5”, carece de sentido. En este caso, no debe emplearse un punto central, o podemos asumir que la variabilidad de la respuesta es la misma en ambas líneas de producción, y entonces se asigna arbitrariamente una de las líneas de producción al punto central.

IV. ¿CUÁNDO SE DEBE EMPLEAR EL ANÁLISIS DE LA VARIANZA?

El análisis de la varianza ha sido utilizado tradicionalmente para el análisis de experimentos con dos o más niveles, así como muchos otros diseños experimentales. También puede ser aplicado en experimentos cuyas variables de respuesta sean el **log s** o los **Ratios S/N**.

Sin embargo, los métodos gráficos que fueron descritos anteriormente, son preferibles en la mayoría de los experimentos de ingeniería debido a las razones siguientes:

1. **Existe una diferencia entre significación estadística y significación práctica.** La significación estadística del efecto estimado de un factor es una función de la magnitud del efecto estimado, el valor del “No efecto” E^2 y el valor crítico de “F”. En la medida que los grados de libertad de E^2 aumentan mediante réplicas o la adición de efectos al promedio del “No efecto”, los valores críticos de “F” en la tabla 8.1 disminuyen, por lo que puede ocurrir que un efecto estimado con un valor alto puede que no sea estadísticamente significativo debido a que el número de ensayos experimentales sea pequeño, o un factor que posea un efecto poco significativo desde el punto de vista práctico, sí lo sea desde el punto de vista estadístico porque el experimento fue altamente replicado.
2. Existen otras consideraciones que se asumen cuando se emplea el análisis de la varianza, que no son verdaderas a menudo. En particular se asume que los

efectos estimados son variables aleatorias que poseen distribución normal, y que la variabilidad de la variable de respuesta es igual en todos los puntos experimentales. El Dr. Genichi Taguchi ha señalado que esto no es cierto en la mayoría de los experimentos de ingeniería.

Una de las aplicaciones esenciales del diseño experimental es la identificación de la combinación de niveles de los factores que minimiza la variabilidad de la respuesta.

Se ha explicado que los gráficos en papel de probabilidad normal no propician criterios esclarecedores para decidir cuándo un punto que se desvía del patrón lineal que siguen los demás puntos debe ser juzgado como un "raro" (outlier). Sin embargo, en muchos estudios de ingeniería, se pueden obtener datos adicionales si el análisis inicial es inconcluso.

Cuando se planifican experimentos, siempre es necesario asignar recursos para realizar corridas de confirmación e investigaciones posteriores. Esto marca una línea divisoria entre los experimentos industriales y la investigación académica, debido a que en esta última el experimentador a menudo plantea una hipótesis formal, realiza una prueba de hipótesis clásica y reporta los resultados sobre la base de los valores de un estadígrafo predeterminado. En tales situaciones, el análisis de la varianza adquiere una importancia elevada, sin embargo, a menudo se trata de ajustar los experimentos industriales dentro de los moldes académicos tradicionales y esto provoca resultados poco satisfactorios. En la mayoría de los experimentos de ingeniería, al experimentador le resulta más provechoso el empleo del papel de probabilidad normal y otros métodos que hemos explicado, en lugar del análisis de la varianza.